

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	ベクトルフィルタバンクの一実現法
Title(English)	A Realization of Vector Filter Banks
著者(和文)	伊丹史雄, 渡部英二, 西原明法, 柳澤健
Authors(English)	Eiji Watanabe, AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌, Vol. J84-A, No. 8, pp. 1007-1017
Citation(English)	, Vol. J84-A, No. 8, pp. 1007-1017
発行日 / Pub. date	2001, 8
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 2001 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

ベクトルフィルタバンクの一実現法

伊丹 史雄[†] 渡部 英二[†] 西原 明法^{††} 柳澤 健[†]

A Realization of Vector Filter Banks

Fumio ITAMI[†], Eiji WATANABE[†], Akinori NISHIHARA^{††},
and Takeshi YANAGISAWA[†]

あらまし ブロック単位で信号を間引くブロックサンプリングを用いると、従来では完全再構成できないフィルタバンクでも完全再構成ができる。ブロックサンプリングを用いたフィルタバンクや、画像符号化に有効なベクトル変換、ベクトルウェーブレット変換などは、ベクトルフィルタバンク (VFB) の一種として表現できる。これまでのところ、VFB のポリフェーズ表現及び完全再構成条件が導出されていて、スカラ信号に対するフィルタバンクでは完全再構成が実現できない場合にも、VFB を構成することでそれが可能となることが簡単な例によって示されている。しかしながら、具体的な実現法は特に与えられていない。そこで本論文では、VFB の具体的な実現法を提案する。その際、DFT 変調を用いた VFB を提案する。はじめに、ブロックサイズが分割数の整数倍となる場合において、DFT 変調による VFB のポリフェーズ表現を示す。次に、従来の高速アルゴリズムが適用できるように DFT 行列を用いてポリフェーズ行列を表し、完全再構成フィルタバンクの構造を導く。最後に、DFT 変調を用いた VFB の設計例を示す。

キーワード フィルタバンク、ベクトルフィルタバンク、ブロックサンプリング、デジタル信号処理、マルチレート信号処理

1. ま え が き

フィルタバンクは、入力信号を複数の帯域に分割し、種々の処理を実行した後、再び元信号を出力するものである [1]。従来の大部分のフィルタバンクに用いられるレート変換処理では、一つのサンプルだけ信号を間引いているが、文献 [3] では、信号をブロック単位で間引くブロックサンプリングの手法が示され、ブロックサンプリングを用いたフィルタバンクが提案されている。従来のレート変換処理を用いた場合では完全再構成フィルタバンクを実現できない場合にも、ブロックサンプリングを用いることで完全再構成フィルタバンクを実現できることが簡単な例により示されている。一方、文献 [4] ではベクトルフィルタバンク (VFB) が提案され、VFB のポリフェーズ表現及び完全再構成条件が与えられるとともに、スカラフィルタバンクで

は完全再構成特性が実現できない場合にも VFB を構成することでそれが可能となることが例示されている。VFB はベクトル量子化で用いられるだけでなく、ブロックサンプリングを用いたフィルタバンクや画像符号化に有効なベクトル変換 [5], [6] 及びベクトルウェーブレット変換 [7] ~ [9] をその特殊な場合として表現できる点においても重要である [4]。しかしながら、具体的な実現法は特に与えられていない。

以上を考慮し、本論文では、従来のレート変換を用いてスカラ信号を取り扱うフィルタバンクを構成すると完全再構成フィルタバンクを実現できない場合においても、VFB を構成することによりそれを実現可能とする一実現法を提案する。その際、DFT 変調を用いた VFB を提案する。というのは、従来の DFT 変調 FIR フィルタバンクの特長である、一つのプロトタイプフィルタと DFT で構成できるため演算量が少なく済み、かつ設計が簡単であるなどの点を受け継ぐことができるからである。これに加えて、VFB を構成することにより、分割数よりも大きなタップ長を用いる最大間引き完全再構成 DFT 変調 FIR フィルタバンクの実現が困難であるという問題 [1], [2] の解決も期待

[†] 芝浦工業大学システム工学部，大宮市
Faculty of Systems Engineering, Shibaura Institute of Technology., 307 Fukasaku, Omiya-shi, 330-8570 Japan

^{††} 東京工業大学教育工学開発センター，東京都
The Center for Research and Development of Educational Technology, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152-8552 Japan

できるからである．はじめに，ブロックサイズが分割数の整数倍になる場合において，プロトタイプフィルタの DFT 変調によって VFB のポリフェーズ表現を導く．次に，従来の高速アルゴリズムが適用できるようにポリフェーズ行列を DFT 行列を用いて表現し直す．そして，その行列表現に基づいて完全再構成フィルタバンクの構造を導出する．完全再構成条件はポリフェーズ行列の要素を用いて表し，あらかじめ設計された分解側を用いる場合，それが合成側の係数を未知パラメータとする線形方程式となることを述べる．この線形方程式の解が存在するか否かは分解側の特性に依存するため，解が存在しない場合もあり得ることを例をあげて示す．解が存在する場合は，スカラ信号に対する最大間引き DFT 変調 FIR フィルタバンクに比べ，大きなタップ長を用いて完全再構成フィルタバンクを実現できることを示す．最後に，DFT 変調を用いた VFB の設計例をあげ，本構成法の有効性を示す．

2. ベクトル信号に対するシステム

ブロックサンプリング [3] では，従来のレート変換処理とは異なり，ブロック単位で信号の間引きと挿入を行う．スカラ入力信号 $x(n)$ とスカラ出力信号 $y(m)$ は，ダウンサンプリングの場合，

$$y(m) = x(kMN + j) \quad m = kN + j \\ j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (1)$$

のような関係を有する．これを図 1(a) の左側のように表す．同様に，アップサンプリングにおいては，

$$y(m) = \begin{cases} x(kN + j) & m = kMN + j \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \\ j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2)$$

である．これを図 1(b) の左側のように表す． k は整数， N はブロックサイズ， M は分割数である．スカラ信号 $x(n)$ と $y(m)$ を，

$$\mathbf{x}(\acute{n}) = \begin{bmatrix} x(\acute{n}N) & \dots & x(\acute{n}N + N - 1) \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(\acute{m}) = \begin{bmatrix} y(\acute{m}N) & \dots & y(\acute{m}N + N - 1) \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

のように N 次ベクトルへ並びかえれば，ブロックサンプリングはベクトル単位での間引き及び挿入と解釈できる．それらを図 1(a) 及び図 1(b) の右側のように

に表す．ポリフェーズ分解したタップ長 L のスカラ伝達関数

$$H(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i z^{-i} = \sum_{l=0}^{N-1} P_l(z^N) z^{-l} \quad (5)$$

に対するスカラ入力信号を $x(n)$ 及びスカラ出力信号を $y(n)$ とすれば，スカラ伝達関数における入出力関係は図 1(c) の左側のように表せる．ベクトル信号 $\mathbf{x}(\acute{n})$ と $\mathbf{y}(\acute{n})$ の z 変換をそれぞれ $\mathbf{X}^N(z)$ と $\mathbf{Y}^N(z)$ とすれば，それらは $\mathbf{x}(\acute{n})$ と $\mathbf{y}(\acute{n})$ の要素の z 変換を要素とする N 次元ベクトルである． $\mathbf{V}(z)$ を式 (5) における $P_l(z)$ を用いて

$$\mathbf{V}(z) = \begin{bmatrix} P_0(z) & z^{-1}P_{N-1}(z) & \dots & z^{-1}P_1(z) \\ P_1(z) & P_0(z) & \dots & z^{-1}P_2(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N-1}(z) & P_{N-2}(z) & \dots & P_0(z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

のように表すと，

$$\mathbf{Y}^N(z) = \mathbf{V}(z)\mathbf{X}^N(z) \quad (7)$$

のような関係が得られる [3]．これを図 1(c) の右側のように表す．式 (6) の形の行列は疑似巡回行列と呼ばれる [4]．なお，図 1 における Blocking はスカラ信号から N 次ベクトル信号への変換，Unblocking は N 次ベクトル信号からスカラ信号への変換を表す．図 1 に示した等価関係を用いることで，ブロックサンプリングを用いたフィルタバンクはベクトル信号に対するシステムとして記述できるため，VFB [4] の特殊な場合となる．

VFB においては信号は N 次ベクトル信号であり，間引き及び挿入はベクトル単位でなされる．伝達関数は $N \times N$ の伝達行列として与えられる．分解側及び合成側の M 個の伝達行列 $\mathbf{V}_k(z)$ と $\mathbf{F}_k(z)$ をポリフェーズ表現すると，

$$\mathbf{V}_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{E}_{k,l}(z^M) z^{-l} \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{R}_{l,k}(z^M) z^{-(M-1-l)} \quad (9)$$

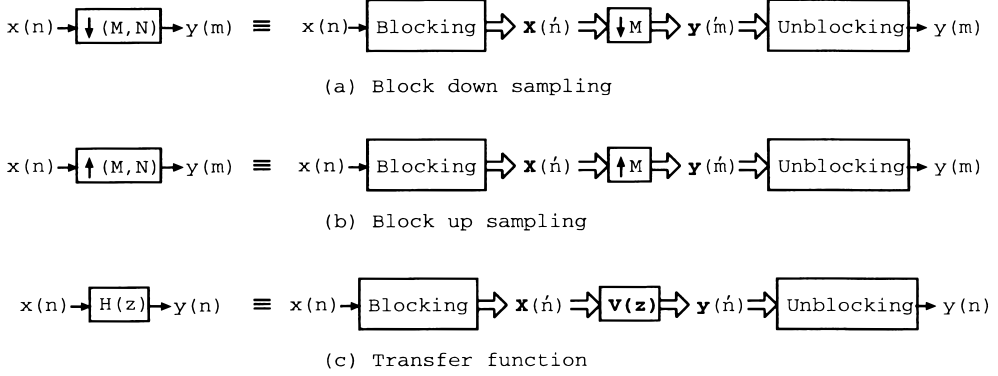


図1 スカラ信号及びベクトル信号に対するシステムの等価関係
Fig. 1 Equivalence of scalar and vector system.

のようになる．行列 $\mathbf{E}_{i,j}(z)$, 及び $\mathbf{R}_{i,j}(z)$ を i 行 j 列要素に有するポリフェーズ行列をそれぞれ $\mathbf{E}(z)$ 及び $\mathbf{R}(z)$ とすれば, 完全再構成条件は

$$\mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) = cz^{-m_0}\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{I}_N \quad (10)$$

となる [4] . c は任意の実数, m_0 は任意の正の整数, \otimes はテンソル積である .

3. DFT 変調を用いた VFB の提案

K を正の整数とすると, ブロックサイズ N と分割数 M の間に, $N = KM$ の関係があるとする .

3.1 ポリフェーズ表現

はじめに, DFT 変調を用いた分解側のスカラ伝達関数を示す . プロトタイプフィルタを $H(z)$ とすると, 分解側の M 個のフィルタ $H_k(z)$ は,

$$H_k(z) = H(zW_M^k) \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (11)$$

となる . ただし,

$$W_M = e^{-j\frac{2\pi}{M}} \quad (12)$$

である . よって, プロトタイプフィルタ $H(z)$ を式 (5) のような N のポリフェーズ表現を用いて表せば, 分解側の M 個のフィルタ $H_k(z)$ は,

$$H_k(z) = \sum_{l=0}^{N-1} W_M^{-kl} P_l(z^N) z^{-l} \quad (13)$$

となる .

これら分解側のスカラ伝達関数を VFB で用いるために, 式 (5) と (6) の関係を用いて疑似巡回行列に変

換する . 式 (13) の分解側の M 個のフィルタ $H_k(z)$ に対応する伝達行列を $\mathbf{V}_k(z)$ とすれば, 式 (6) より,

$$\mathbf{V}_k(z) = \begin{bmatrix} P_0(z) & z^{-1}W_M^{-k(N-1)}P_{N-1}(z) \\ W_M^{-k}P_1(z) & P_0(z) \\ \vdots & \vdots \\ W_M^{-k(N-1)}P_{N-1}(z) & W_M^{-k(N-2)}P_{N-2}(z) \\ \cdots & z^{-1}W_M^{-k}P_1(z) \\ \cdots & z^{-1}W_M^{-2k}P_2(z) \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & P_0(z) \end{bmatrix} \quad (14)$$

のような疑似巡回行列が得られる .

次に, 式 (6) で表されるプロトタイプフィルタ $H(z)$ の伝達行列 $\mathbf{V}(z)$ を

$$\mathbf{V}(z) = \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{T}_l(z^M) z^{-l} \quad (15)$$

のように, 行列形式の M のポリフェーズ表現に直す . ただし,

$$\mathbf{T}_l(z) = \begin{bmatrix} T_{0,0}^l(z) & \cdots & T_{0,N-1}^l(z) \\ T_{1,0}^l(z) & \cdots & T_{1,N-1}^l(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{N-1,0}^l(z) & \cdots & T_{N-1,N-1}^l(z) \end{bmatrix} \quad (16)$$

とする . この要素 $T_{i,j}^l(z)$ は式 (6) で表される $\mathbf{V}(z)$

の i 行 j 列要素のポリフェーズ分解成分である．ここで，式 (5) で表されるプロトタイプフィルタのポリフェーズ成分 $P_k(z)$ を

$$P_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} S_{k,l}(z^M) z^{-l} \quad (17)$$

のように書けば，式 (16) は，

$$\mathbf{T}_0(z) = \begin{bmatrix} S_{0,0}(z) & z^{-1}S_{N-1,M-1}(z) \\ S_{1,0}(z) & S_{0,0}(z) \\ \vdots & \vdots \\ S_{N-1,0}(z) & S_{N-2,0}(z) \\ \cdots & z^{-1}S_{1,M-1}(z) \\ \cdots & z^{-1}S_{2,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & S_{0,0}(z) \end{bmatrix} \quad (18)$$

及び

$$\mathbf{T}_l(z) = \begin{bmatrix} S_{0,l}(z) & S_{N-1,l-1}(z) & \cdots & S_{1,l-1}(z) \\ S_{1,l}(z) & S_{0,l}(z) & \cdots & S_{2,l-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N-1,l}(z) & S_{N-2,l}(z) & \cdots & S_{0,l}(z) \end{bmatrix} \quad l = 1, \dots, M-1 \quad (19)$$

のように表せる．上式から， $\mathbf{T}_l(z)$ の対角要素はすべて等しいことがわかる．また，対角部分に平行な部分にある要素もそれぞれ等しい． $\mathbf{T}_l(z)$ にはこのような特徴があるものの，以降示されるポリフェーズ構造の導出過程及び完全再構成特性の実現法の議論において式 (18) と (19) を直接用いると，いくつかの場合分けが必要になることから式の表現が複雑になる．これによる議論の難解化を避けるために，以後は式 (16) の表現を用いることにする．式 (5) と式 (6) 及び (16) の関係を考慮すると， $T_{i,j}^l(z)$ の z^{-p} の係数を $h_p^{l,i,j}$ とすれば，

$$h_p^{l,i,j} = \begin{cases} h_{N(Mp+l)+i-j} & (i \geq j) \\ h_{N(Mp+l-1)+N+i-j} & (i < j) \end{cases} \quad (20)$$

となる．ここで， h_i ($i = 0, 1, \dots, L-1$) はプロトタイプフィルタの係数である．更に式 (15) と同様に

$\mathbf{V}_k(z)$ を式 (8) のような行列形式の M のポリフェーズ表現に表す．そのときのポリフェーズ成分 $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ は，式 (6) と式 (16) の関係を考えると，

$$\mathbf{E}_{k,l}(z) = \begin{bmatrix} T_{0,0}^l(z) & W_M^{-k(N-1)}T_{0,1}^l(z) \\ W_M^{-k}T_{1,0}^l(z) & T_{1,1}^l(z) \\ \vdots & \vdots \\ W_M^{-k(N-1)}T_{N-1,0}^l(z) & W_M^{-k(N-2)}T_{N-1,1}^l(z) \\ \cdots & W_M^{-k}T_{0,N-1}^l(z) \\ \cdots & W_M^{-2k}T_{1,N-1}^l(z) \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & T_{N-1,N-1}^l(z) \end{bmatrix} \quad (21)$$

のように表せる． $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ は，DFT 係数を除けば $\mathbf{T}_l(z)$ に等しいことがわかる．

今， $\mathbf{T}_l(z)$ を

$$\mathbf{T}_l(z) = \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{B}_{i,l}(z) \quad (22)$$

のように， M 個の行列 $\mathbf{B}_{i,l}(z)$ の和に分解する．ここで， $\mathbf{B}_{i,l}(z)$ は， $\mathbf{T}_l(z)$ において対角要素から循環的に $i + nM$ 行 ($n = 0, \dots, K-1$) だけ下にある要素のみを残した行列である．例えば， $K = 1$ の場合 $N = M$ となり，行列 $\mathbf{B}_{1,l}(z)$ は

$$\mathbf{B}_{1,l}(z) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & T_{0,N-1}^l(z) \\ T_{1,0}^l(z) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_{2,1}^l(z) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & T_{N-1,N-2}^l(z) & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

である．これと同様の分解を，式 (21) の $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ にもすることを考える． $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ において対角要素から循環的に i 行だけ下にある要素には，DFT 係数 W_M^{-ki} が乗じられている．また，DFT 係数においては次の式

$$W_M^{-ki} = W_M^{-k(i+nM)} \quad n = 0, 1, \dots \quad (24)$$

が成立することに注意すると，

$$\mathbf{E}_{k,l}(z) = \sum_{i=0}^{M-1} W_M^{-ki} \mathbf{B}_{i,l}(z) \quad (25)$$

のように、 $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ を異なる DFT 係数が乗じられた複数の行列の和に分解することができる。ゆえに、式 (10) の分解側のポリフェーズ行列 $\mathbf{E}(z)$ は、

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{W}_{MN}\mathbf{B}(z) \quad (26)$$

のように表現される。ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{MN} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & W_M \mathbf{I}_N \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_N & W_M^{-(M-1)} \mathbf{I}_N \\ \cdots & \mathbf{I}_N \\ \cdots & W_M^{-(M-1)} \mathbf{I}_N \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & W_M^{-(M-1)(M-1)} \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{W}_M \otimes \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (27)$$

及び

$$\mathbf{B}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{0,0}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{0,M-1}(z) \\ \mathbf{B}_{1,0}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{M-1,0}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (28)$$

である。 \mathbf{W}_M は従来の M 点 DFT 行列である。 \mathbf{W}_{MN} は直交行列 \mathbf{W}_M と単位行列 \mathbf{I}_N とのテンソル積であるので、直交行列であり、 N 回の M 点 FFT を用いて演算できる。

ここで、簡単な例をあげて以上のポリフェーズ行列表現を説明する。そこで、 $M = N = 2$ を与える。分解側のプロトタイプフィルタ $H(z)$ を

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} \quad (29)$$

のように表すと、その伝達行列 $\mathbf{V}(z)$ は式 (6) より

$$\mathbf{V}(z) = \begin{bmatrix} h_0 + h_2 z^{-1} & z^{-1} h_1 \\ h_1 & h_0 + h_2 z^{-1} \end{bmatrix} \quad (30)$$

となる。分解側の M 個のフィルタの伝達行列 $\mathbf{V}_k(z)$ は式 (14) より

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_k(z) &= \begin{bmatrix} W_2^{-k0}(h_0 + h_2 z^{-1}) & W_2^{-k1} z^{-1} h_1 \\ W_2^{-k1} h_1 & W_2^{-k0}(h_0 + h_2 z^{-1}) \end{bmatrix} \\ & \quad (31) \end{aligned}$$

となる。 $\mathbf{V}(z)$ を式 (15) のような行列形式のポリフェーズ表現に表すと

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(z) &= \mathbf{T}_0(z^2) + \mathbf{T}_1(z^2)z^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 \\ h_1 & h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_2 & h_1 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix} z^{-1} \end{aligned} \quad (32)$$

が得られるので、式 (21) に相当する $\mathbf{E}_{k,l}(z)$ は

$$\mathbf{E}_{k,0}(z) = \begin{bmatrix} W_2^{-k0} h_0 & W_2^{-k1} 0 \\ W_2^{-k1} h_1 & W_2^{-k0} h_0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{E}_{k,1}(z) = \begin{bmatrix} W_2^{-k0} h_2 & W_2^{-k1} h_1 \\ W_2^{-k1} 0 & W_2^{-k0} h_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

のように表せる。ここで、式 (22) のように $\mathbf{T}_l(z)$ を複数の行列に分解する。つまり、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0(z) &= \mathbf{B}_{0,0}(z) + \mathbf{B}_{1,0}(z) \\ &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 \\ 0 & h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ h_1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1(z) &= \mathbf{B}_{0,1}(z) + \mathbf{B}_{1,1}(z) \\ &= \begin{bmatrix} h_2 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & h_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

である。これを用いると式 (33) 及び (34) を

$$\mathbf{E}_{k,0}(z) = W_2^{-k0} \mathbf{B}_{0,0}(z) + W_2^{-k1} \mathbf{B}_{1,0}(z) \quad (37)$$

$$\mathbf{E}_{k,1}(z) = W_2^{-k0} \mathbf{B}_{0,1}(z) + W_2^{-k1} \mathbf{B}_{1,1}(z) \quad (38)$$

のように表すことができる。これが式 (25) に相当する。したがって、分解側のポリフェーズ行列 $\mathbf{E}(z)$ は

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z) &= \begin{bmatrix} W_2^{-00} \mathbf{I}_2 & W_2^{-01} \mathbf{I}_2 \\ W_2^{-10} \mathbf{I}_2 & W_2^{-11} \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{0,0}(z) & \mathbf{B}_{0,1}(z) \\ \mathbf{B}_{1,0}(z) & \mathbf{B}_{1,1}(z) \end{bmatrix} \\ & \quad (39) \end{aligned}$$

のように書ける。これが式 (26) に相当する。

合成側については、式 (10) のポリフェーズ行列 $\mathbf{R}(z)$ を行列 $\hat{\mathbf{B}}(z)$ と \mathbf{W}_{MN} の複素共役転置行列 $\mathbf{W}_{\dagger MN}^T$ の積として

$$\mathbf{R}(z) = \hat{\mathbf{B}}(z) \mathbf{W}_{\dagger MN}^T \quad (40)$$

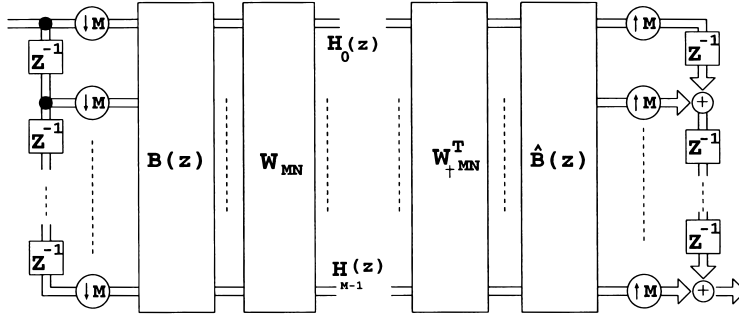


図2 提案する DFT 変調を用いた VFB のポリフェーズ構成
Fig.2 The polyphase structure for proposed VFB's using DFT modulation.

のように表すことを考える．ここで，行列 $\hat{B}(z)$ は

$$\hat{B}(z) = \begin{bmatrix} \hat{B}_{0,0}(z) & \cdots & \hat{B}_{0,M-1}(z) \\ \hat{B}_{1,0}(z) & \cdots & \hat{B}_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{B}_{M-1,0}(z) & \cdots & \hat{B}_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (41)$$

のように書く．分解側のプロトタイプフィルタの伝達行列 $V(z)$ は疑似巡回行列である．分解側の行列 $B_{i,l}(z)$ は，この疑似巡回行列をポリフェーズ分解した成分 $T_l(z)$ の要素を含む形となる．しかし，合成側の行列 $\hat{B}_{m,n}(z)$ にはそのような制限はない．そこで，ある分解側のプロトタイプフィルタに対して，完全再構成条件を満足するような行列 $\hat{B}(z)$ を求める方法については，次節で述べる．図 2 に提案する DFT 変調を用いた VFB のポリフェーズ構成を示す．

3.2 完全再構成フィルタバンクの実現

ここでは，完全再構成フィルタバンクの実現法を示す．完全再構成条件である式 (10) を式 (26) 及び (40) を用いて書き直すと

$$\hat{B}(z)B(z) = cz^{-m_0} \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{I}_N \quad (42)$$

となる．更に，行列 $B_{m,n}(z)$ 及び $\hat{B}_{m,n}(z)$ を用いると上式は

$$\sum_{i=0}^{M-1} \hat{B}_{k,i}(z)B_{i,j}(z) = \begin{cases} cz^{-m_0} \mathbf{I}_N & (k=j) \\ \mathbf{O}_N & (k \neq j) \end{cases} \quad k=0,1,\dots,M-1 \quad j=0,1,\dots,M-1 \quad (43)$$

のように書ける．

3.2.1 $K=1$ の場合

式 (43) を満たすためには，式 (22) より， $B_{m,n}(z)$ が対角要素から循環的に m 行だけ下にある要素にのみ値を有する行列であることから， $\hat{B}_{m,n}(z)$ は対角要素から循環的に n 行だけ上にある要素に値を有する行列になる必要がある．この場合，簡単のため行列 $\hat{B}_{m,n}(z)$ における l 行目の非零な要素を $\hat{b}_{m,n,l}(z)$ ，行列 $B_{m,n}(z)$ における l 列目の非零な要素を $b_{m,n,l}(z)$ とおけば，式 (43) は各々の k において

$$\sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_{k,i,l}(z)b_{i,j,l}(z) = \begin{cases} cz^{-m_0} & (k=j) \\ 0 & (k \neq j) \end{cases} \quad l=0,1,\dots,N-1 \quad j=0,1,\dots,N-1 \quad (44)$$

となる．ただし，式 (16) と (22) より

$$b_{m,n,l}(z) = \begin{cases} T_{l+m,l}^n(z) & 0 \leq l \leq N-1-m \\ T_{l-(N-m),l}^n(z) & N-m \leq l \leq N-1 \end{cases} \quad (45)$$

である． $\hat{B}_{m,n}(z)$ のタップ長を Len_R ， $B_{m,n}(z)$ のタップ長を Len とすれば，各々の k における合成側の係数の個数は $N^2 Len_R$ であり，分解側と合成側の係数を用いて表現される条件式の数は，式 (44) より各々の k について $N^2 (Len_R + Len - 1)$ である． $Len > 1$ の場合，分解側と合成側を合わせた係数の個数は条件式の数よりも少なくなるため，完全再構成フィルタバンクは実現できない．そこで， $Len = 1$ ，つまり $B(z)$ を定数行列とすれば，条件式の数は各々の k について $N^2 Len_R$ となるため，あらかじめ設計された分解側を用いる場合，完全再構成条件は $N^2 Len_R$ 個の合成

側の係数を未知パラメータとする $N^2 Len_R$ 個の線形方程式となる． $Len_R = 1$ とすれば，条件式は各々の k について以下に示すような線形方程式となる．

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_{k,i,l} b_{i,0,l} = c_0 \\ \sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_{k,i,l} b_{i,1,l} = c_1 \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_{k,i,l} b_{i,N-1,l} = c_{N-1} \end{cases} \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (46)$$

ただし， $\mathbf{B}(z)$ 及び $\hat{\mathbf{B}}(z)$ は定数行列であるため， $\hat{b}_{m,n,l}(z)$ 及び $b_{m,n,l}(z)$ をそれぞれ定数 $\hat{b}_{m,n,l}$ 及び $b_{m,n,l}$ で置き換えている．また，

$$c_{\hat{n}} = \begin{cases} c & (\hat{n} = k) \\ 0 & (\hat{n} \neq k) \end{cases} \quad (47)$$

である． $\mathbf{B}(z)$ が定数行列になるには，式 (16) で表される，プロトタイプフィルタの伝達行列 $\mathbf{V}(z)$ のポリフェーズ成分 $\mathbf{T}_l(z)$ が定数行列となる必要がある．この $\mathbf{T}_l(z)$ が定数行列となるには，式 (6) 中のプロトタイプフィルタ $H(z)$ のポリフェーズ成分 $P_0(z)$ が N タップ以下，その他の $P_l(z)$ が $N-1$ タップ以下となる必要がある．ゆえに， $\mathbf{B}(z)$ が定数行列になるためのプロトタイプフィルタのタップ長 L は，

$$L \leq N^2 - N + 1 \quad (48)$$

を満足する必要がある．線形方程式 (46) の解が存在するか否かは分解側の特性に依存する．今，分解側のプロトタイプフィルタを

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N^2-N} h_i z^{-i} \quad (49)$$

のように表す．線形方程式の係数ベクトルを

$$\mathbf{a}_{i,l} = [b_{i,0,l}, b_{i,1,l}, \dots, b_{i,N-1,l}]^T \quad i, l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (50)$$

のように書けば，式 (20) と (45) より， $\mathbf{a}_{i,l}$ は h_i を用いて

$$\mathbf{a}_{i,l} = \begin{cases} [h_i, h_{N+i}, \dots, h_{N(N-1)+i}]^T & (0 \leq i \leq N-l-1) \\ [h_{N(N-1)+i}, h_i, \dots, h_{N(N-2)+i}]^T & (N-l \leq i \leq N-1) \end{cases} \quad (51)$$

のように表せる．この $\mathbf{a}_{i,l}$ からなる係数行列を

$$\mathbf{A}_l = [\mathbf{a}_{0,l} \quad \mathbf{a}_{1,l} \quad \dots \quad \mathbf{a}_{N-1,l}] \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (52)$$

とし，この行列に定数項ベクトル

$$\mathbf{c}_k = [c_0, c_1, \dots, c_{N-1}]^T \quad (53)$$

を付加した拡大係数行列を

$$\mathbf{D}_{k,l} = [\mathbf{a}_{0,l} \quad \mathbf{a}_{1,l} \quad \dots \quad \mathbf{a}_{N-1,l}, \mathbf{c}_k] \quad k, l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (54)$$

とすれば，線形方程式が解を有するためには，

$$\text{rank}[\mathbf{A}_l] = \text{rank}[\mathbf{D}_{k,l}] = N \quad (55)$$

を満足しなければならない． $\text{rank}[\mathbf{M}]$ は行列 \mathbf{M} のランクを表し，この条件を分解側のプロトタイプフィルタに与えて設計するなら完全再構成フィルタバンクを実現できるが，このような条件を与えることは容易ではない．本提案構造においては，あらかじめ設計された分解側のプロトタイプフィルタが上式を満足するような係数値を有するならば，線形方程式の解を係数値とする合成側を用いて完全再構成フィルタバンクを実現できる．あらかじめ分解側のプロトタイプフィルタを設計する場合に解が存在するか否かは，その特性や係数の値に依存するため，解が存在しない場合もあり得る．上式を満足できない場合，例えば，線形方程式において右辺が非零のときにその左辺が零になる場合は明らかに線形方程式の解は存在しない． N 個の係数が零であり，その係数の組が右辺が零でない式の左辺に含まれる場合などがこれにあたる．二つ以上の全く同じベクトル $\mathbf{a}_{i,l}$ が存在する場合も明らかに解は存在しない．全く同じ N 個の係数の組が二つ以上あり，それらがベクトル $\mathbf{a}_{i,l}$ となっている場合などがこれにあたる．しかしながら，このような明らかに上式を満足できない構造を有するプロトタイプフィルタを用いることを避ければ，解の存在はあり得る．このことは，次章でいくつかの設計例をとおして確認する．

ここで，合成側の伝達行列について述べる．合成側のプロトタイプフィルタに対応する伝達行列 $\mathbf{F}(z)$ は

$$\mathbf{F}(z) = \sum_{l=0}^{M-1} \mathbf{U}_l(z^M) z^{-(M-1-l)} \quad (56)$$

のように書ける．ただし

$$\mathbf{U}_i(z) = \sum_{i=0}^{M-1} \hat{\mathbf{B}}_{l,i}(z) \quad (57)$$

である．同様に式 (9) で表される合成側の伝達行列 $\mathbf{F}_k(z)$ のポリフェーズ成分 $\mathbf{R}_{l,k}(z)$ は，式 (40) より

$$\mathbf{R}_{l,k}(z) = \sum_{i=0}^{M-1} W_M^{-ik} \hat{\mathbf{B}}_{l,i}(z) \quad (58)$$

のように書ける．つまり，合成側の伝達行列 $\mathbf{F}_k(z)$ は，線形方程式の解を要素とする行列 $\hat{\mathbf{B}}_{l,i}(z)$ から構成される．このとき， $\mathbf{F}_k(z)$ は分解側の伝達行列 $\mathbf{V}_k(z)$ のように疑似巡回行列になるとは限らない．VFB における伝達行列に対する入出力信号はベクトル信号であるから，伝達行列が疑似巡回行列でない場合でも，その演算は入力ベクトル信号の要素と行列要素との積和演算である．ただし，伝達行列が疑似巡回行列である場合とそうでない場合とは，伝達行列の解釈が異なる．VFB における伝達行列に対応するスカラ伝達関数は，図 3 に示すような伝達行列をポリフェーズ行列とみなした分割数 N の最大間引きスカラフィルタバンクとして表現できる．分解側のように伝達行列が疑似巡回行列であれば，このことはフィルタバンク理論におけるエリアジング成分の除去を意味するため [10]，フィルタバンクは線形時不変システムとなる．つまり，分解側の伝達行列 $\mathbf{V}_k(z)$ は線形時不変システムであると言える．一方，合成側のように伝達行列が疑似巡回行列でない場合は，フィルタバンクはエリアジング成分の存在する線形時変システムとなる．つまり，合成側の伝達行列 $\mathbf{F}_k(z)$ は線形時変システムであると言える．

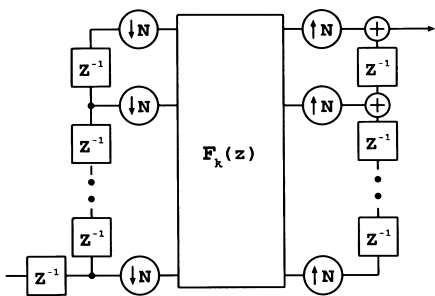


図 3 伝達行列に対応するスカラ伝達関数のフィルタバンク表現

Fig. 3 Filter bank representations of the scalar transfer functions corresponding to the transfer matrices.

3.2.2 $K \neq 1$ の場合

ここでは線形方程式を示すことにとどまる．式 (28) 及び (41) における行列 $\mathbf{B}_{m,n}(z)$ 及び $\hat{\mathbf{B}}_{m,n}(z)$ を

$$\mathbf{B}_{m,n}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{0,0}^{m,n}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{0,K-1}^{m,n}(z) \\ \mathbf{B}_{1,0}^{m,n}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{1,K-1}^{m,n}(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{K-1,0}^{m,n}(z) & \cdots & \mathbf{B}_{K-1,K-1}^{m,n}(z) \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{m,n}(z) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_{0,0}^{m,n}(z) & \cdots & \hat{\mathbf{B}}_{0,K-1}^{m,n}(z) \\ \hat{\mathbf{B}}_{1,0}^{m,n}(z) & \cdots & \hat{\mathbf{B}}_{1,K-1}^{m,n}(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{\mathbf{B}}_{K-1,0}^{m,n}(z) & \cdots & \hat{\mathbf{B}}_{K-1,K-1}^{m,n}(z) \end{bmatrix} \quad (60)$$

のように， $M \times M$ の部分行列 $\mathbf{B}_{m,n}^{m,n}(z)$ 及び $\hat{\mathbf{B}}_{m,n}^{m,n}(z)$ を用いて表す．このとき， $\mathbf{B}_{m,n}^{m,n}(z)$ は対角要素から循環的に m 行だけ下にある要素に値を有する行列となるので，式 (43) を満たすためには， $\hat{\mathbf{B}}_{m,n}^{m,n}(z)$ は対角要素から循環的に n 行だけ上にある要素に値を有する行列になる必要がある．ここで， $\hat{\mathbf{B}}_{m,n}^{m,n}(z)$ における l 行目の非零な要素を $\hat{b}_{m,n,l}^{m,n}(z)$ ， $\mathbf{B}_{m,n}^{m,n}(z)$ における l 列目の非零な要素を $b_{m,n,l}^{m,n}(z)$ とおく． $K = 1$ の場合と同様な理由から， $\mathbf{B}(z)$ は定数行列となる必要がある．あらかじめ設計された分解側を用いる場合，条件式は，各々の k について以下に示すような線形方程式となる．

$$\begin{cases} \sum_{r=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{M-1} \hat{b}_{k,i,l}^{p,r} b_{i,0,l}^{r,q} = c_{0,q} \\ \sum_{r=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{M-1} \hat{b}_{k,i,l}^{p,r} b_{i,1,l}^{r,q} = c_{1,q} \\ \vdots \\ \sum_{r=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{M-1} \hat{b}_{k,i,l}^{p,r} b_{i,M-1,l}^{r,q} = c_{M-1,q} \end{cases} \quad \begin{matrix} p, q = 0, 1, \dots, K-1 \\ l = 0, 1, \dots, M-1 \end{matrix} \quad (61)$$

ただし， $\hat{b}_{m,n,l}^{m,n}(z)$ 及び $b_{m,n,l}^{m,n}(z)$ をそれぞれ定数 $\hat{b}_{m,n,l}^{m,n}$ 及び $b_{m,n,l}^{m,n}$ で置き換えている．また，

$$c_{\hat{m},\hat{n}} = \begin{cases} c & (\hat{m} = p \text{ かつ } \hat{n} = k) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (62)$$

である． $\mathbf{B}(z)$ が定数行列となるためのプロトタイプフィルタのタップ長 L は

$$L \leq MN - N + 1 \quad (63)$$

を満足する必要がある。ブロックサイズ N は分割数 M の倍数であるので、 $K = 1$ の場合と比較してよりタップ長を大きくとれることがわかる。

従来のスカラ信号に対する DFT 変調 FIR フィルタバンクでは、最大間引きで完全再構成フィルタバンクを実現するためにはプロトタイプフィルタのタップ長を分割数より大きくすることができない [1], [2]。一方、本構成法では、線形方程式 (46), (61) の解が存在するならば分割数よりも大きなタップ長を用いることができるので、従来と比較してより急しゅんな分割特性で完全再構成フィルタバンクを実現できる。表 1 に従来構造とのプロトタイプフィルタのタップ長の比較例を示す。

さて、直交性及び線形位相性はフィルタバンクにおいて重要な特性の一つである。ここでは、本提案構造における直交性及び線形位相性について言及する。まず直交性について述べる。直交性を実現するには、式 (42) における合成側の行列 $\hat{\mathbf{B}}(z)$ を分解側の行列 $\mathbf{B}(z)$ の複素転置行列 $\tilde{\mathbf{B}}(z)$ とした式

$$\tilde{\mathbf{B}}(z)\mathbf{B}(z) = c\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{I}_N \quad (64)$$

表 1 従来構造とのプロトタイプフィルタのタップ長の比較
Table 1 A comparison of length of prototype filter with the conventional structure.

	4 分割	6 分割	8 分割
従来構造	4 タップ	6 タップ	8 タップ
提案 $K = 1$	13 タップ	31 タップ	57 タップ
$K = 2$	25 タップ	61 タップ	113 タップ

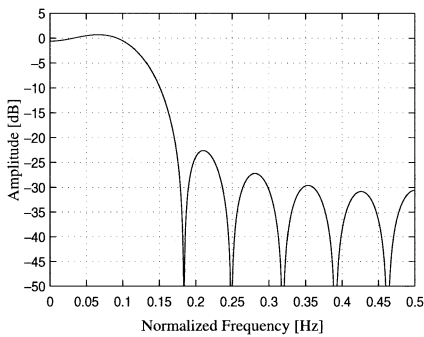


図 4 分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性 ($M = 4, N = 4, L = 13$)
Fig. 4 Magnitude response of the analysis prototype filter ($M = 4, N = 4, L = 13$).

を満たさねばならない。 $K = 1$ の場合、式 (45) で表される $b_{i,j,l}(z)$ の複素共役関数を $\tilde{b}_{i,j,l}(z)$ とすれば、完全再構成条件式 (44) は

表 2 合成側の係数値 ($M = 4, N = 4, L = 13$)
Table 2 Coefficients for the synthesis part ($M = 4, N = 4, L = 13$).

$\hat{b}_{0,0,0}$	0	$\hat{b}_{2,0,0}$	0
$\hat{b}_{0,0,1}$	-0.2279964666	$\hat{b}_{2,0,1}$	-0.1025355232
$\hat{b}_{0,0,2}$	-0.483883016	$\hat{b}_{2,0,2}$	-0.0283583901
$\hat{b}_{0,0,3}$	-0.235311835	$\hat{b}_{2,0,3}$	0
$\hat{b}_{0,1,0}$	0.0756030481	$\hat{b}_{2,1,0}$	0.1681098149
$\hat{b}_{0,1,1}$	-0.0748731775	$\hat{b}_{2,1,1}$	0.1004370182
$\hat{b}_{0,1,2}$	0.1948977911	$\hat{b}_{2,1,2}$	0.0222350297
$\hat{b}_{0,1,3}$	0.183280275	$\hat{b}_{2,1,3}$	0.0209096386
$\hat{b}_{0,2,0}$	-0.2140838017	$\hat{b}_{2,2,0}$	-0.2140838017
$\hat{b}_{0,2,1}$	0.159280711	$\hat{b}_{2,2,1}$	-0.04617275335
$\hat{b}_{0,2,2}$	0.159280711	$\hat{b}_{2,2,2}$	0.04617275335
$\hat{b}_{0,2,3}$	-0.566338152	$\hat{b}_{2,2,3}$	-0.00026663542
$\hat{b}_{0,3,0}$	0.1681098149	$\hat{b}_{2,3,0}$	0.0756030481
$\hat{b}_{0,3,1}$	0.178765726	$\hat{b}_{2,3,1}$	0.080395269
$\hat{b}_{0,3,2}$	0.448536695	$\hat{b}_{2,3,2}$	0.0021932805
$\hat{b}_{0,3,3}$	0.612592102	$\hat{b}_{2,3,3}$	0.0209096386
$\hat{b}_{1,0,0}$	0	$\hat{b}_{3,0,0}$	-0.235311835
$\hat{b}_{1,0,1}$	-0.0283583901	$\hat{b}_{3,0,1}$	-0.483883016
$\hat{b}_{1,0,2}$	-0.1025355232	$\hat{b}_{3,0,2}$	-0.2279964666
$\hat{b}_{1,0,3}$	0	$\hat{b}_{3,0,3}$	0
$\hat{b}_{1,1,0}$	0.0209096386	$\hat{b}_{3,1,0}$	0.612592102
$\hat{b}_{1,1,1}$	0.0021932805	$\hat{b}_{3,1,1}$	0.448536695
$\hat{b}_{1,1,2}$	0.080395269	$\hat{b}_{3,1,2}$	0.178765726
$\hat{b}_{1,1,3}$	0.0756030481	$\hat{b}_{3,1,3}$	0.1681098149
$\hat{b}_{1,2,0}$	-0.00026663542	$\hat{b}_{3,2,0}$	-0.566338152
$\hat{b}_{1,2,1}$	0.04617275335	$\hat{b}_{3,2,1}$	-0.159280711
$\hat{b}_{1,2,2}$	-0.04617275335	$\hat{b}_{3,2,2}$	0.159280711
$\hat{b}_{1,2,3}$	-0.2140838017	$\hat{b}_{3,2,3}$	-0.2140838017
$\hat{b}_{1,3,0}$	0.0209096386	$\hat{b}_{3,3,0}$	0.183280275
$\hat{b}_{1,3,1}$	0.0222350297	$\hat{b}_{3,3,1}$	0.1948977911
$\hat{b}_{1,3,2}$	0.1004370182	$\hat{b}_{3,3,2}$	-0.0748731775
$\hat{b}_{1,3,3}$	0.1681098149	$\hat{b}_{3,3,3}$	0.0756030481

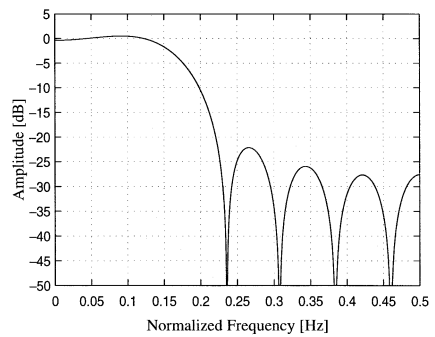


図 5 分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性 ($M = 3, N = 6, L = 13$)
Fig. 5 Magnitude response of the analysis prototype filter ($M = 3, N = 6, L = 13$).

$$\sum_{i=0}^{N-1} \tilde{b}_{i,k,l}(z)b_{i,j,l}(z) = \begin{cases} c & (k=j) \\ 0 & (k \neq j) \end{cases} \quad (65)$$

$$l = 0, 1, \dots, N-1 \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\hat{\mathbf{B}}(z) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

のようになる．上式から，簡単な計算により，分解側のプロトタイプフィルタの係数を用いて表される条件式の総数は $\frac{N}{2}(N^2 - N)(2Len - 1) + N^2$ のように書ける．このとき，分解側のプロトタイプフィルタ係数の個数は， $N^2Len - N + 1$ のように表せる．これより係数の個数は条件式の数よりも少ないため，直交性を実現するにはフィルタ係数に条件式を満たすような何らかの制約が必要である． $K \neq 1$ の場合も同様なことが言える．

次に線形位相性について述べる．本提案構造においては分解側の線形位相性は実現され得る．実際，前節で示した $M = N = 2$ の例において，例えば式 (29) で $h_0 = h_2 = 2$ 及び $h_1 = 1$ を与えたとき，完全再構成フィルタバンクを実現する合成側の行列は

のように求まる．しかしながら，分割数や分解側の線形位相プロトタイプフィルタのタップ長及び係数の値によっては完全再構成フィルタバンクを実現できるか否かは明らかではない．

4. 設計例

設計例として， $K = 1$ 及び $K \neq 1$ それぞれの場合を示す． $K = 1$ については，例えば，仕様として分割数 $M = 4$ ，ブロックサイズ $N = 4$ 及びプロトタイプフィルタのタップ長 $L = 13$ を与える．図 4 に分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性を示す．次に，合成側の行列 $\hat{\mathbf{B}}(z)$ を線形方程式を解いて求める．表 2 に合成側の係数値を示す． $K \neq 1$ については，例えば，仕様として分割数 $M = 3$ ，ブロックサイズ $N = 6$

表 3 合成側の係数値 ($M = 3, N = 6, L = 13$)
Table 3 Coefficients for the synthesis part ($M = 3, N = 6, L = 13$).

$\tilde{b}_{0,0}^{0,0}$	0	$\tilde{b}_{1,0}^{1,0}$	-0.057513699	$\tilde{b}_{0,1}^{0,1}$	0.0837546892	$\tilde{b}_{1,1}^{1,1}$	-0.5344606503
$\tilde{b}_{0,0,0}^{0,0}$	-0.034737551	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	-0.135820377	$\tilde{b}_{0,2,0}^{0,2}$	-0.0058048554	$\tilde{b}_{2,0,0}^{2,0}$	0.1364758692
$\tilde{b}_{0,0,1}^{0,0}$	0.1287225787	$\tilde{b}_{1,0,1}^{1,0}$	0.0333164011	$\tilde{b}_{0,2,1}^{0,2}$	0.1953808582	$\tilde{b}_{2,0,1}^{2,0}$	0
$\tilde{b}_{0,0,2}^{0,0}$	0.0589261237	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	0.1444241	$\tilde{b}_{0,2,2}^{0,2}$	0.498917654	$\tilde{b}_{2,0,2}^{2,0}$	-0.3058378181
$\tilde{b}_{0,0,0}^{0,1}$	-0.2464964508	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	-0.0449847482	$\tilde{b}_{1,0,0}^{1,0}$	0.0135780431	$\tilde{b}_{2,1,0}^{2,1}$	-0.1490811983
$\tilde{b}_{0,0,1}^{0,1}$	0	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	-0.0143012303	$\tilde{b}_{1,0,1}^{1,0}$	0.17683341	$\tilde{b}_{2,1,1}^{2,1}$	0.00792860226
$\tilde{b}_{0,0,2}^{0,1}$	0	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	-0.0825569120	$\tilde{b}_{1,0,2}^{1,0}$	-0.032919834	$\tilde{b}_{2,1,2}^{2,1}$	-0.389869832
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,0}$	0.0136536165	$\tilde{b}_{1,2,0}^{1,2}$	-0.0155991886	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	0.476587002	$\tilde{b}_{2,1,0}^{2,1}$	-0.0107054232
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,0}$	0.13242239	$\tilde{b}_{1,2,1}^{1,2}$	0.0564016356	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	0.62276687	$\tilde{b}_{2,1,1}^{2,1}$	-0.120162199
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,0}$	-0.5344606503	$\tilde{b}_{1,2,2}^{1,2}$	0.0378200816	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	0	$\tilde{b}_{2,1,2}^{2,1}$	-0.032919834
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,1}$	-0.41441411	$\tilde{b}_{1,2,0}^{1,2}$	-0.056902254	$\tilde{b}_{1,0,0}^{1,0}$	-0.0156860114	$\tilde{b}_{2,1,0}^{2,1}$	-0.2834251334
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,1}$	-0.235311835	$\tilde{b}_{1,2,1}^{1,2}$	0.0075677312	$\tilde{b}_{1,0,1}^{1,0}$	0.0366948061	$\tilde{b}_{2,1,1}^{2,1}$	0.0792510086
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,1}$	0.0378200816	$\tilde{b}_{1,2,2}^{1,2}$	0.1444241	$\tilde{b}_{1,0,2}^{1,0}$	0.0589261237	$\tilde{b}_{2,1,2}^{2,1}$	0.49891765439
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,0}$	0.151854675	$\tilde{b}_{1,0,0}^{1,0}$	0.0237219756	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	-0.0789898163	$\tilde{b}_{2,1,0}^{2,1}$	-0.107006956
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,0}$	-0.1431395343	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	-0.0285748726	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	0	$\tilde{b}_{2,1,1}^{2,1}$	0.00563714934
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,0}$	-0.082556912	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	-0.0575136999	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	-0.0888178419	$\tilde{b}_{2,1,2}^{2,1}$	-0.0226418618
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,1}$	0.1932710524	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	0.105410676	$\tilde{b}_{1,0,0}^{1,0}$	0.0238540087	$\tilde{b}_{2,2,0}^{2,2}$	-0.0474873517
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,1}$	-0.3702363517	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	0.0585837531	$\tilde{b}_{1,0,1}^{1,0}$	-0.0141921067	$\tilde{b}_{2,2,1}^{2,2}$	-0.0599329009
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,1}$	-0.18398797	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	0.185528412	$\tilde{b}_{1,0,2}^{1,0}$	-0.1523581188	$\tilde{b}_{2,2,2}^{2,2}$	0.1151326235
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,0}$	-0.22880934	$\tilde{b}_{2,0,0}^{2,0}$	0.1377767534	$\tilde{b}_{1,1,0}^{1,1}$	0.05737321	$\tilde{b}_{2,2,0}^{2,2}$	0.0554565437
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,0}$	-0.104003998	$\tilde{b}_{2,0,1}^{2,0}$	0.1287225787	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	0	$\tilde{b}_{2,2,1}^{2,2}$	0.04431272163
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,0}$	0.248843501	$\tilde{b}_{2,0,2}^{2,0}$	0.433499987	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	0.083754689	$\tilde{b}_{2,2,2}^{2,2}$	0.2488435016
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,1}$	0.14042914	$\tilde{b}_{2,0,0}^{2,0}$	0.0136536165	$\tilde{b}_{1,0,0}^{1,0}$	0.1352478973	$\tilde{b}_{2,2,0}^{2,2}$	0.075887278
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,1}$	-0.608156351	$\tilde{b}_{2,0,1}^{2,0}$	0	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	-0.0458690804	$\tilde{b}_{2,2,1}^{2,2}$	-0.04851325235
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,1}$	-0.0626185324	$\tilde{b}_{2,0,2}^{2,0}$	0	$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$	-0.0626185324	$\tilde{b}_{2,2,2}^{2,2}$	-0.1839879705
$\tilde{b}_{0,0,0}^{1,0}$	-0.0345452771	$\tilde{b}_{2,0,0}^{2,0}$	0.07630965591	$\tilde{b}_{1,0,1}^{1,0}$	0.0619337312	$\tilde{b}_{2,2,0}^{2,2}$	0.1240381536
$\tilde{b}_{0,0,1}^{1,0}$	0.1901412518	$\tilde{b}_{2,0,1}^{2,0}$	-0.01419210675	$\tilde{b}_{1,1,1}^{1,1}$	-0.032056233	$\tilde{b}_{2,2,1}^{2,2}$	0.01264914558
$\tilde{b}_{0,0,2}^{1,0}$		$\tilde{b}_{2,0,2}^{2,0}$		$\tilde{b}_{1,1,2}^{1,1}$		$\tilde{b}_{2,2,2}^{2,2}$	

及びプロトタイプフィルタのタップ長 $L = 13$ を与える．図 5 に分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性，表 3 に合成側の係数値を示す．解が求まったのは，線形方程式の係数ベクトルからなる行列及びその拡大係数行列のランクがブロックサイズ N と等しかったためであり，経験的ではあるが，解の存在は十分あり得ると言える．

5. む す び

本論文では，VFB の一実現法を提案した．その際，DFT 変調を用いた VFB を提案した．はじめに，ブロックサイズが分割数の整数倍になる場合において，DFT 変調を用いた VFB のポリフェーズ表現を示した．次に，高速アルゴリズムが適用できるように DFT 行列を用いてポリフェーズ行列を表し，完全再構成フィルタバンクの実現法を示した．完全再構成条件はポリフェーズ行列の要素を用いて表し，あらかじめ設計された分解側を与える場合，それが線形方程式になることを述べた．線形方程式の解が存在するか否かは分解側の特性に依存するため，解がない場合もあり得ることを例をあげて示した．解が存在する場合は，本提案構造を用いて完全再構成フィルタバンクが実現され，スカラ信号に対する DFT 変調 FIR フィルタバンクの場合と比較してタップ長をより大きくとれることを明らかにした．最後に，DFT 変調を用いた VFB の設計例をあげ，完全再構成フィルタバンクが実現できることを示した．本論文では，直交性及び線形位相性を満たす VFB の設計手法までは提案していないが，これらを満たす設計手法の提案は今後の課題である．

文 献

- [1] 貴家仁志，マルチレート信号処理，昭晃堂，東京，1995.
- [2] 貴家仁志，小林弘幸，“ポリフェーズ部分行列に基づくオーバーサンプリングフィルタバンク” 信学論 (A)，vol. J79-A, no.9, pp.1525–1534, Sept. 1996.
- [3] M.R.K. Khansari and A. Leon-Garcia, “Subband decomposition of signals with generalized sampling,” IEEE Trans. Signal Process., vol.41, no.12, pp.3365–3376, Dec. 1993.
- [4] X.-G. Xia and B.W. Suter, “Multirate filter banks with block sampling,” IEEE Trans. Signal Process., vol.44, no.3, pp.484–496, March 1996.
- [5] W. Li, “On vector transforms,” IEEE Trans. Signal Process., vol.41, no.11, pp.3114–3126, Nov. 1993.
- [6] W. Li, “Vector transform and image coding,” IEEE Trans. Circuits & Syst. Video Technol., vol.1, no.12, pp.297–307, Dec. 1991.
- [7] X.-G. Xia and B.W. Suter, “Vector-valued wavelets

and vector filter banks,” IEEE Trans. Signal Process., vol.44, no.3, pp.508–518, March 1996.

- [8] X.-G. Xia, J.S. Geronimo, D.P. Hardin, and B.W. Suter, “Design of prefilters for discrete multiwavelet transforms,” IEEE Trans. Signal Process., vol.44, no.1, pp.25–35, Jan. 1996.
- [9] X.-G. Xia, “A new prefilter design for discrete multiwavelet transforms,” IEEE Trans. Signal Process., vol.46, no.6, pp.1558–1570, June 1998.
- [10] P.P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.

(平成 12 年 10 月 4 日受付，13 年 3 月 12 日再受付)



伊丹 史雄 (学生員)

平 9 芝浦工大・工・通信卒．平 11 同大大学院修士課程了．現在同大学院博士課程在学中．デジタル信号処理の研究に従事．



渡部 英二 (正員)

昭 56 電通大・電気通信・電波通信卒．昭 58 同大大学院修士課程了．昭 61 東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了．工博．同年同大大学院総合理工・物理情報助手．平 3 芝浦工大・システム工・電子情報システム講師．平 7 同助教授，平 12 同教授．デジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事．電気学会，IEEE 会員．



西原 明法 (正員)

昭 48 東工大・工・電子物理卒．昭 53 同大大学院博士課程了．工博．同年より同大勤務．現在，同大教育工学開発センター教授．信号処理や教育工学の研究，教育に従事．IEEE，EURASIP，ECS，日本教育工学会各会員．



柳澤 健 (正員)

昭 28 東工大・工・電気卒．昭 33 同大大学院博士課程了．工博．同年より同大助手．昭 45 同大教授．平 3 芝浦工大・システム工・電子情報教授．平 13 同大退職．昭 61 本会業績賞受賞．回路理論，電子回路，信号処理等の研究，教育に従事．電気学会会員．