

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

|                   |  |
|-------------------|--|
| 論題(和文)            | 循環フィルタバンクの一実現法   |
| Title(English)    | A Realization Method of Cyclic Filter Banks  |
| 著者(和文)            | 伊丹史雄, 渡部英二, 西原明法   |
| Authors(English)  | Eiji Watanabe, AKINORI NISHIHARA   |
| 出典(和文)            | 電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J86-A, No. 11, pp. 1126-1234  |
| Citation(English) | , Vol. J86-A, No. 11, pp. 1126-1234  |
| 発行日 / Pub. date   | 2003,  |
| URL               | <a href="http://search.ieice.org/">http://search.ieice.org/</a>  |
| 権利情報 / Copyright  | 本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。<br>Copyright (c) 2003 Institute of Electronics, Information and<br>Communication Engineers. |

循環フィルタバンクの一実現法

伊丹 史雄<sup>†</sup>      渡部 英二<sup>††</sup>      西原 明法<sup>†††</sup>

A Realization Method of Cyclic Filter Banks

Fumio ITAMI<sup>†</sup>, Eiji WATANABE<sup>††</sup>, and Akinori NISHIHARA<sup>†††</sup>

あらまし 近年、循環 LTI システムにおけるフィルタバンク（循環フィルタバンク）の理論が提案されている。循環畳込みが用いられる循環フィルタバンクは、有限信号である画像信号等の処理に適しているだけでなく、循環フィルタバンクの設計は特定の離散周波数点に限られることから、従来の直線畳込みによる非循環 LTI システムにおけるフィルタバンク（非循環フィルタバンク）と比較して、設計の自由度が増大すること等の利点を有する。これまでに、従来の非循環フィルタバンクでは実現できない、直線位相性と直交性を同時に有する 2 分割構造を、循環フィルタバンクとして実現する具体的な設計法が与えられている。しかしながらこれ以外、変調構造などを利用した多分割構造における議論や、循環 LTI システムが他に有し得る様々な特長を利用した手法またはそれにより解決され得る問題についての議論等はなされていない。以上を踏まえ、本論文では、循環フィルタバンクの一実現法を提案する。提案にあたっては、DFT 変調による構成を提案する。はじめに、DFT 変調を用いた循環フィルタバンクのポリフェーズ表現を導出するとともに、完全再構成条件を示す。完全再構成条件は、あらかじめ与えられた分解側を用いることにより合成側の係数を未知パラメータとする線形方程式として与えられることを述べる。次に、循環 LTI システムが有する本質的な特性を考察するとともに、それらを利用することによって、本構成法の有する特長について述べる。最後に、提案する循環フィルタバンクの設計例を挙げ、DFT 変調による循環フィルタバンクが構成できることを示す。また、画像圧縮アプリケーションへの応用を踏まえ、画像信号を分割合成する際の影響等についても併せて言及する。

キーワード フィルタバンク、循環フィルタバンク、循環 LTI システム、デジタル信号処理、マルチレート信号処理

1. ま え が き

フィルタバンクは、信号を複数の帯域に分割して種々の処理を行い、分割信号を合成して、再び原信号を出力するシステムであり、サブバンド符号化などのアプリケーションに応用されている [1]。従来、様々な設計法が提案されている [2] ~ [7]。近年、それらのフィルタバンクとは異なるフィルタバンクの理論として、文献 [8], [9] において循環 LTI システムにおけるフィルタバンク（循環フィルタバンク）の理論が提案されて

いる。循環 LTI システムでは、信号は有限区間で定義される。そのタイムインデックスはモジュロ数であるため、時間シフトは循環シフトである。循環畳込みが用いられる循環フィルタバンクは、有限信号である画像信号等の処理に適しているだけでなく、循環フィルタバンクの設計は特定の離散周波数点に限られることから、従来の直線畳込みによる非循環 LTI システムにおけるフィルタバンク（非循環フィルタバンク）と比較して、設計の自由度が増大すること等の利点を有する [9]。これを受けて文献 [10] では、従来の非循環フィルタバンクでは実現できない、直線位相性と直交性を同時に有する完全再構成 2 分割構造を、循環フィルタバンクとして実現する具体的な設計法が与えられている。しかしながらこれ以外、変調構造などを利用した多分割構造における議論や、循環 LTI システムが他に有し得る様々な特長を利用した手法またはそれにより解決され得る問題についての議論等はなされていない。以上を踏まえ、本論文では、循環フィルタバンクの

<sup>†</sup> 埼玉工業大学工学部，埼玉県  
Faculty of Engineering, Saitama Institute of Technology,  
1690 Fusaiji, Okabe, Saitama-ken, 369-0293 Japan

<sup>††</sup> 芝浦工業大学システム工学部，さいたま市  
Faculty of Systems Engineering, Shibaura Institute of Technology, 307 Fukasaku, Minuma-ku, Saitama-shi, 337-8570 Japan

<sup>†††</sup> 東京工業大学教育工学開発センター，東京都  
The Center for Research and Development of Educational Technology, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152-8552 Japan

一実現法を提案する．提案にあたっては，DFT 変調による循環フィルタバンクの構成を提案する．その主な理由としては，多分割構造を構成するにあたり，DFT 変調による構成が DFT1 対で構成されることから，少演算量で済むことや設計が簡単化される等の利点を有することがまず挙げられる．更に，従来の非循環 LTI システムである DFT 変調による最大間引きフィルタバンク [1] を FIR フィルタを用いて構成する場合，厳しいフィルタタップ長の制約が必要となるが，循環 LTI システムを導入することによるこの問題の解決を考えていることも挙げられる．ここではじめに，DFT 変調を用いた循環フィルタバンクのポリフェーズ表現及び完全再構成条件を導出する．完全再構成条件は，あらかじめ与えられた分解側を用いることにより合成側の係数を未知パラメータとする線形方程式として与えられることを述べる．次に，循環 LTI システムが本質的に有する性質を明らかにするとともに，それを利用することで得られる，従来の DFT 変調による構成では達成されない，本構成が有する特長を述べる．具体的には，第 1 に，循環 LTI システムである伝達関数の性質を考察するとともに，本提案構造における分解側の伝達関数の振幅特性は擬似的に理想特性となり得ることを示す．第 2 に，画像処理に重要な特性の一つである直線位相特性を本提案構造における伝達関数が有することができることを述べる．第 3 に，ポリフェーズ行列におけるポリフェーズフィルタの積が循環 LTI システムではオールパス特性となり得ることを簡単な例を挙げて示すとともに，これによって従来の DFT 変調による非循環フィルタバンクと比較して完全再構成特性を実現するためのフィルタタップ長の制限を緩和できることを述べる．最後に，提案する循環フィルタバンクの設計例を挙げ，DFT 変調による循環フィルタバンクが構成できることを示す．このことと併せて，画像圧縮アプリケーションへの応用を踏まえ，画像信号を分割合成する際の問題についても言及する．

## 2. 循環フィルタバンク

本章では，文献 [8], [9] で提案されている循環フィルタバンクについて述べる．循環周期を  $L$  とすると，循環 LTI システムの周波数応答は，

$$H(k) = \sum_{n=0}^{L-1} h(n)W_L^{kn} \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (1)$$

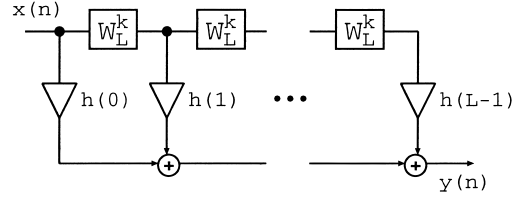


図 1 循環 LTI システムの直接型構成

Fig. 1 The direct implementation of cyclic LTI systems.

のように表される．これは，非循環 LTI システムの連続な周波数応答

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{L-1} h(n)e^{-j\omega n} \quad (2)$$

を， $L$  点の離散周波数  $e^{j2\pi k/L}$  ( $k = 0, 1, \dots, L-1$ ) で離散化したものに相当する．ただし， $W_L = e^{-j2\pi/L}$  である．図 1 に，循環 LTI システムの直接型構成を示す．

提案されている循環フィルタバンクでは， $L = KM$  のように関係づける． $M$  は分割数を表す．分解側のフィルタを，

$$H_i(k) = \sum_{n=0}^{L-1} h_i(n)W_L^{kn} = \sum_{l=0}^{M-1} E_{i,l}(k)W_L^{kl} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

のように表す．ただし，

$$E_{i,l}(k) = \sum_{n=0}^{K-1} h_i(Mn+l)W_K^{kn} \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (4)$$

は，ポリフェーズ成分である．同様に，合成側のフィルタは，

$$F_i(k) = \sum_{l=0}^{M-1} R_{l,i}(k)W_L^{-kl} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5)$$

のように表せる．分解側及び合成側のポリフェーズ成分  $E_{i,j}(k)$  及び  $R_{i,j}(k)$  を  $i$  行  $j$  列要素に有する行列を，それぞれ， $\mathbf{E}(k)$  及び  $\mathbf{R}(k)$  とすると，循環フィルタバンクの完全再構成条件は，

$$\mathbf{R}(k)\mathbf{E}(k) = \mathbf{I}_M \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (6)$$

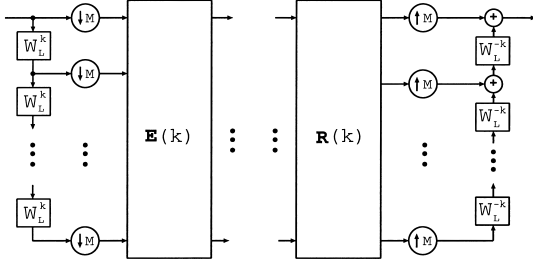


図2 循環フィルタバンクのポリフェーズ構成  
Fig. 2 The polyphase structure of cyclic filter banks.

のように書ける。I<sub>M</sub> は、M×M の単位行列を表す。図2に、循環フィルタバンクのポリフェーズ構成を示す。

### 3. 変調による循環フィルタバンクの提案

本章では、DFT 変調による循環フィルタバンクを提案する。ポリフェーズ構成を導出するとともに、完全再構成条件を示す。

#### 3.1 ポリフェーズ構成

はじめに、分解側について述べる。プロトタイプフィルタを、

$$H_p(k) = \sum_{l=0}^{M-1} E_l(k)W_L^{kl} \quad (7)$$

のように、ポリフェーズ成分の和で表す。DFT 変調においては、分解側のフィルタは、

$$H_i(k) = H_p(k - iK) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (8)$$

のようにプロトタイプフィルタを変調した形で表される。式(7)を式(8)に代入することにより、分解側のフィルタは、

$$\begin{aligned} H_i(k) &= \sum_{l=0}^{M-1} E_l(k - iK)W_L^{(k-iK)l} \\ &= \sum_{l=0}^{M-1} E_l(k)W_L^{kl}W_L^{-iKl} \\ &= \sum_{l=0}^{M-1} E_l(k)W_L^{kl}W_M^{-il} \end{aligned} \quad (9)$$

のように書ける。ゆえに、ポリフェーズ行列 E(k) は、

$$\mathbf{E}(k) = \mathbf{M}\mathbf{E}_p(k) \quad (10)$$

のように表せる。ただし、

$$\mathbf{E}_p(k) = \text{diag}[E_l(k)]_{l=0}^{M-1} \quad (11)$$

である。diag[f<sub>l</sub>]<sub>l=0</sub><sup>M-1</sup> は、f<sub>l</sub> を l 行 l 列要素に有する対角行列を表す。行列 M は変調行列を表し、その m 行 n 列要素 c<sub>m,n</sub> は、式(9)より、

$$\begin{aligned} c_{m,n} &= W_M^{-mn} \\ m &= 0, \dots, M-1, n = 0, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (12)$$

となる。これは、従来の DFT 変調非循環フィルタバンク [1] の変調行列と等しい。

次に、合成側について述べる。プロトタイプフィルタを、

$$F_p(k) = \sum_{l=0}^{M-1} R_l(k)W_L^{-kl} \quad (13)$$

のように、ポリフェーズ成分の和で表す。合成側のフィルタは、

$$F_i(k) = F_p(k - iK) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (14)$$

のようにプロトタイプフィルタを変調した形で表される。式(13)を式(14)に代入することにより、合成側のフィルタは、

$$\begin{aligned} F_i(k) &= \sum_{l=0}^{M-1} R_l(k - iK)W_L^{-(k-iK)l} \\ &= \sum_{l=0}^{M-1} R_l(k)W_L^{-kl}W_L^{iKl} \\ &= \sum_{l=0}^{M-1} R_l(k)W_L^{-kl}W_M^{il} \end{aligned} \quad (15)$$

のように書ける。ゆえに、ポリフェーズ行列 R(k) は、

$$\mathbf{R}(k) = \mathbf{R}_p(k)\mathbf{M}_\dagger^T \quad (16)$$

のように表せる。ただし、

$$\mathbf{R}_p(k) = \text{diag}[R_l(k)]_{l=0}^{M-1} \quad (17)$$

である。M<sub>†</sub><sup>T</sup> は M の複素転置行列を表す。図3に、提案する DFT 変調による循環フィルタバンクのポリフェーズ構成を示す。

#### 3.2 完全再構成条件

提案するフィルタバンクの完全再構成条件は、式(6)、(10)及び、(16)より、

$$\begin{aligned} R_l(k)E_l(k) &= \frac{1}{M} \\ l &= 0, \dots, M-1, k = 0, \dots, K-1 \end{aligned} \quad (18)$$

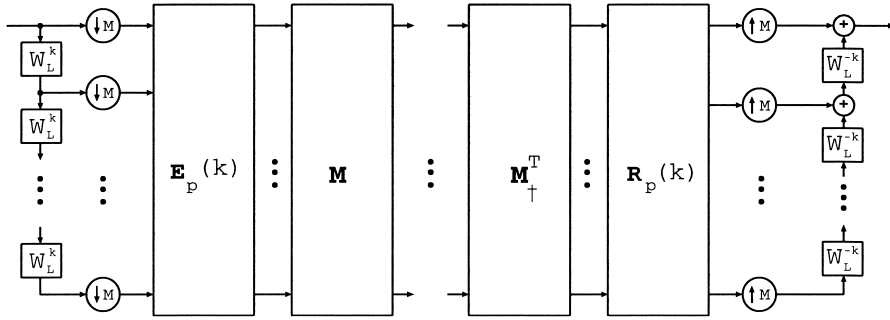


図3 提案する DFT 変調による循環フィルタバンクのポリフェーズ構成  
Fig.3 The polyphase structure of the proposed cyclic filter banks with DFT modulation.

のように書ける．式 (18) を，

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[R_l(k)E_l(k)] = \frac{1}{M} \\ \operatorname{Im}[R_l(k)E_l(k)] = 0 \end{cases} \quad l = 0, \dots, M-1, k = 0, \dots, K-1 \quad (19)$$

のように書き直す． $\operatorname{Re}[f]$ ，及び， $\operatorname{Im}[f]$  は，それぞれ，複素関数  $f$  の実数部，及び虚数部を表す．ここで，式 (7) 及び (13) におけるポリフェーズ成分  $E_l(k)$  及び  $R_l(k)$  を，それぞれ，

$$E_l(k) = \sum_{n=0}^{K-1} e_l(n)W_K^{kn} \quad (20)$$

及び，

$$R_l(k) = \sum_{n=0}^{K-1} r_l(n)W_K^{-kn} \quad (21)$$

のように表す．式 (19)，(20) 及び (21) より，提案するフィルタバンクの完全再構成条件は，各々の  $l$  において，

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{K-1} [(\sum_{m=0}^{K-1} [e_l(m) \cos[\frac{2\pi}{K} km]) \cos[\frac{2\pi}{K} kn] \\ + \sum_{m=0}^{K-1} [e_l(m) \sin[\frac{2\pi}{K} km]) \sin[\frac{2\pi}{K} kn]] r_l(n)] \\ = \frac{1}{M} \\ \sum_{n=0}^{K-1} [(\sum_{m=0}^{K-1} [e_l(m) \cos[\frac{2\pi}{K} km]) \sin[\frac{2\pi}{K} kn] \\ + \sum_{m=0}^{K-1} [e_l(m) \sin[\frac{2\pi}{K} km]) \cos[\frac{2\pi}{K} kn]] r_l(n)] \\ = 0 \end{cases} \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (22)$$

のように書ける．あらかじめ設計された分解側を用いる場合を考えると，式 (22) は， $K$  個の合成側の係数  $r_l(n) : n = 0, \dots, K-1$  を未知パラメータとする， $2K$  個の線形方程式となる．

上式において三角関数の性質を考慮すると，結局， $K$  個の合成側の係数  $r_l(n) : n = 0, \dots, K-1$  を未知パラメータとする  $K$  個の線形方程式とみなすことができる．

#### 4. 本構成の特長

ここでは，本提案構造に限らず循環 LTI システムそのものが本質的に有する性質を明らかにするとともに，それを利用することにより得られる，従来の非循環 LTI システムにおける DFT 変調による構造では達成されない，本構成が有する特長を述べる．

##### 4.1 振幅特性

非循環 LTI システムでは，低域通過フィルタ等の伝達関数は連続な周波数上で十分な特性を有するように設計されるが，循環 LTI システムにおいては，伝達関数の特性は離散周波数上のもとなるため， $L$  点の離散周波数上で最適化されれば十分である．この場合，循環 LTI システムにおける理想的な伝達関数を与えることができる．例えば，以下に示される伝達関数

$$H(k) = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} W_L^{kn} \quad (23)$$

は循環 LTI システム上では理想的なものとなる．つまり上式において，

$$\sum_{n=0}^{L-1} W_L^{kn} = \begin{cases} L & k = iL \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (24)$$

が成立することから、伝達関数は直流成分のみを通過させる理想低域フィルタとなる。ただし  $i$  は整数である。

本構成においても分解側に同様な理想的特性をもたせることを考える。循環周期  $L$  が偶数の場合を考える。分解側のプロトタイプフィルタに循環周期  $L$  と等しい偶数タップ長  $L$  の直線位相低域通過フィルタを用いると、循環 LTI システム上の振幅特性は、

$$|H(k)| = \sum_{n=0}^{\frac{L}{2}-1} 2a_n \cos\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{L} k \quad (25)$$

のように書ける。上式において、

$$|H(k)| = \begin{cases} 1 & k = 0, 1, \dots, k_o \\ 0 & k = k_o + 1, \dots, \frac{L}{2} - 1 \end{cases} \quad (26)$$

が成立するならば、伝達関数は理想的なものとなる。 $k_o$  はカットオフ周波数に対応する定数である。この式は、 $\frac{L}{2}$  個の係数  $a_n$  を有する線形方程式である。係数の値は循環周期  $L$  及び  $k_o$  によって決定される。ただし、計算やけたの精度等を考慮すると完全な理想特性とはならない。ここではこれを擬似的な理想特性と呼ぶことにする。循環周期  $L$  が奇数の場合も同様に考えられる。

#### 4.2 位相特性

分割数  $M$  が偶数の場合について述べるが、奇数の場合も同様に考えられる。分解側のプロトタイプフィルタとして、循環周期  $L$  と等しい偶数タップ長  $L$  の直線位相低域通過フィルタを用いる場合を考える。このとき、係数の対称性により、式 (20) で表されるプロトタイプフィルタのポリフェーズ成分は、

$$E_{M-l-1}(k) = \tilde{E}_l(k) W_K^{K-1} \quad (27)$$

のような対称的な関係を有する。これは、 $E_l(k)$  と  $E_{M-l-1}(k)$  においては互いに係数順序が逆の関係であることを示している。ただし、

$$\tilde{E}_l(k) = \sum_{n=0}^{K-1} e_l(n) W_K^{-kn} \quad (28)$$

である。ここで、あらかじめ設計された分解側のプロトタイプフィルタに対して、完全再構成条件式 (18) を  $l = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1$  の範囲で満たす合成側のポリフェーズ成分  $R_l(k)$  が得られていると仮定する。

このとき、残りの合成側のポリフェーズ成分を

$$R_{M-l-1}(k) = \tilde{R}_l(k) W_K^{-(K-1)} \quad (29)$$

のような対称的な関係を有するように、つまり合成側のプロトタイプフィルタが直線位相特性を有するように選べば、式 (27) 及び式 (29) より、

$$R_{M-l-1}(k) E_{M-l-1}(k) = \tilde{R}_l(k) \tilde{E}_l(k) \quad (30)$$

が成立する。ただし、

$$\tilde{R}_l(k) = \sum_{n=0}^{K-1} r_l(n) W_K^{kn} \quad (31)$$

である。式 (30) は、 $R_{M-l-1}(k) E_{M-l-1}(k)$  と  $R_l(k) E_l(k)$  が互いに複素共役の関係にあることを示している。このことから、完全再構成条件式 (18) が半分の  $l$  の範囲で満たされているならば、自動的に残りの条件式  $R_{M-l-1}(k) E_{M-l-1}(k) = \frac{1}{M}$  も満たされることがわかる。

このように本構成においては、与えられた分解側の直線位相プロトタイプフィルタに対して完全再構成条件式を  $l = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1$  の範囲で満たす合成側のポリフェーズ成分  $R_l(k)$  が存在するなら、合成側のプロトタイプフィルタが直線位相をもつように残りの合成側のポリフェーズ成分を定めることで自動的に完全再構成特性を実現することができる。

分解側のプロトタイプフィルタが直線位相でない場合は、完全再構成条件式をすべての  $l$  の範囲で解く必要があり、それが解をもつならば、得られる合成側のプロトタイプフィルタは直線位相にはならないものの完全再構成条件そのものは満足されると考えられる。

以上に述べた振幅特性や位相特性における特長は、次に述べるように完全再構成特性が実現され得る場合と合わせて初めて有効であるといえる。

#### 4.3 完全再構成条件

式 (10) 及び (16) で表される構成を、FIR フィルタで構成する場合、従来の非循環 LTI システムにおいては、完全再構成特性を実現することは困難である。これは、完全再構成条件式 (18) において、非循環 LTI システムでは 1 次以上の FIR フィルタを用いたポリフェーズ成分の積がオールパス特性を有することはできないためである。一方、循環 LTI システムにおいては、FIR フィルタの積はオールパス特性となり得る。例えば、以下に示される関数

$$E(k) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}W_K^k \quad (32)$$

及び

$$R(k) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}W_K^{-k} \quad (33)$$

の積は、循環 LTI システム上において 1 となる。ただし、 $K = 2$  としている。

このような循環 LTI システムの性質を完全再構成条件式 (18) に利用することにより、本構成においてはポリフェーズ成分に 1 次以上の FIR フィルタを用いる場合において完全再構成特性の実現が期待できるといえる。具体的に、本提案法においてはどの程度柔軟にタップ長の選択が可能であるかを述べておく。

まず、タップ長が循環周期  $L$  と等しい場合、 $L = KM$  の関係より、タップ長が分割数の倍数であるならば完全再構成は実現され得る。次に、タップ長が循環周期よりも小さい場合を考える。つまり、プロトタイプフィルタの式における高次項の係数を零にすることで、タップ長が循環周期よりも小さい場合を考えることができる。この場合も完全再構成は実現され得ると考えられるが、式 (26) における係数の個数が式数よりも少なくなるため循環システム上で理想特性を有することはできない。また、タップ長が以上に述べた範囲内であっても、係数の値によっては完全再構成が実現できない場合もあり得ると考えられる。これに関しては明らかではないが、次章で設計例を示すことで経験的ではあるが完全再構成が実現されることを明らかにする。なお、タップ長が分割数よりも小さい場合や、循環周期を超える場合は当然ながら完全再構成を実現することはできない。

直交性に関しても併せて述べておく。本構成では、タップ長が分割数とも等しい場合は直交性が実現される。これは、ポリフェーズ行列が定数行列となることから、これを DFT 行列等の直交行列とすることができるからである。しかしながら、タップ長が分割数と異なる場合、満たすべき直交条件式の中で互いに矛盾する式が生じてしまうため、直交性を実現できないと考えられる。直交性を満たす構成法については今後の課題と考えている。

従来の非循環 DFT 変調 FIR フィルタバンクを最大間引きで用いる場合は、タップ長が分割数と等しい場合以外には、完全再構成を実現することは難しい。これより、本提案法においては従来と比較してタップ長制限を緩和できるといえる。しかしながら循環フィル

タバンクは有限信号に対するブロック変換であると考えられることから、DCT と同様、画像処理におけるブロックひずみが問題となる。ブロックひずみは重複直交変換や対称拡張法等の手法によって低減できることから、このような手法、考え方を本構成法に取り入れることは重要であると考えられる。また、ロスレス符号化等に応用するならばブロックひずみの問題は生じないことから、応用されるアプリケーションを適切に選択することや、循環フィルタバンクを有効に利用できるアプリケーションの提案等もまた重要であるといえる。

### 5. 設計例

提案する循環フィルタバンクの設計例を示す。仕様として、循環周期  $L = 64$ 、分割数  $M = 4$  を与える。分解側では、循環 LTI システム上で擬似的な理想特性を有するように設計された 64 タップの直線位相フィルタを用いる。図 4 に、分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性を示す。

このとき、完全再構成条件式 (18) に、得られた分解側のプロトタイプフィルタの係数値を代入すると、式 (18) は合成側のプロトタイプフィルタの係数を未知とする線形方程式になるので、これを  $l = 0, 1$  の範囲で解く。分解側のプロトタイプフィルタの係数値によっては解けない場合もあり得るが、本例においては解くことができた。これにより完全再構成条件式  $R_0(k)E_0(k) = \frac{1}{4}$  と  $R_1(k)E_1(k) = \frac{1}{4}$  が満たされ、合成側のプロトタイプフィルタの半分の係数値、つまり合成側のポリフェーズ成分  $R_0(k)$  と  $R_1(k)$  が得られ

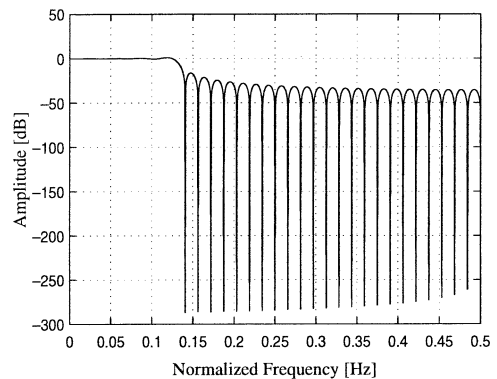


図 4 分解側のプロトタイプフィルタの振幅特性  
Fig. 4 Amplitude property of the analysis prototype filter.

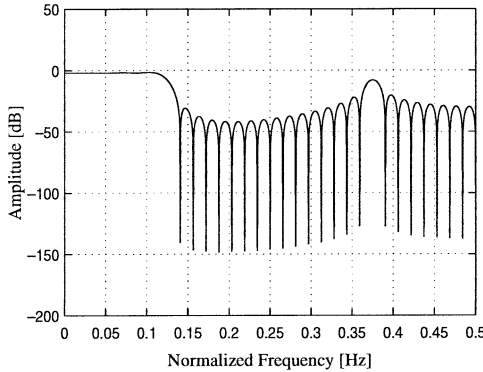


図5 合成側のプロトタイプフィルタの振幅特性  
Fig. 5 Amplitude property of the synthesis prototype filter.

る． $E_0(k)$  と  $E_3(k)$  ,  $E_1(k)$  と  $E_2(k)$  がそれぞれ互いに係数順序が逆転した関係にあることから， $R_0(k)$  の係数順序を逆にした形を  $R_3(k)$  とし， $R_1(k)$  の係数順序を逆にした形を  $R_2(k)$  とすれば，つまり合成側のプロトタイプフィルタを直線位相を有するようになれば， $R_0(k)E_0(k)$  と  $R_3(k)E_3(k)$  ,  $R_1(k)E_1(k)$  と  $R_2(k)E_2(k)$  はそれぞれ複素共役の関係になることから，自動的に残りの完全再構成条件式  $R_2(k)E_2(k) = \frac{1}{4}$  と  $R_3(k)E_3(k) = \frac{1}{4}$  が満たされることがわかる．

完全再構成条件を満たすように得られた合成側のプロトタイプフィルタの振幅特性を図5に示す．合成側のプロトタイプフィルタのタップ長は64タップである．なお，見やすさのために連続な周波数において振幅特性を示しているが，実際には循環LTIシステムであるので，本例においてはフィルタは64点の離散周波数上で振幅特性を有する．

循環フィルタバンクのポリフェーズ構成においては，ポリフェーズ行列が単位行列であれば，それは完全再構成システムとなる．本構成においては，式(18)より， $R_l(k)E_l(k)$  がすべての  $l(l = 0, 1, \dots, M - 1)$  及び  $k(k = 0, 1, \dots, K - 1)$  において等しい定数となれば，本構成は完全再構成システムとなる．本例では分割数  $M = 4$  , 循環周期  $L = 64$  であるから，循環フィルタバンクのポリフェーズ構成においては，レートを下げた後からレートを上げる前までの循環周期は  $K = 16$  となる．これは，分割数  $M = 4$  の場合の，従来の非循環最大間引きDFT変調FIRフィルタバンクにおけるポリフェーズ行列の伝達関数  $R_l(z^4)E_l(z^4)$  が，レートを下げた後からレートを上げる前までは  $R_l(z)E_l(z)$  となることに対応する．これより，完全再構成が得ら

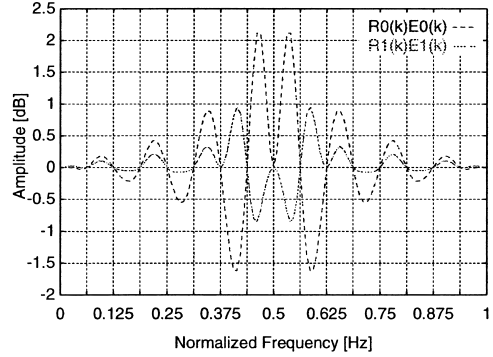


図6  $R_0(k)E_0(k)$  及び  $R_1(k)E_1(k)$  の振幅特性  
Fig. 6 Amplitude property of  $R_0(k)E_0(k)$  and  $R_1(k)E_1(k)$ .

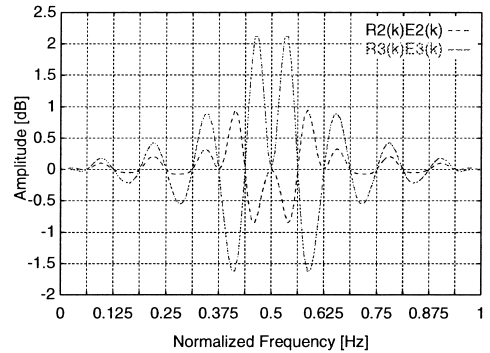


図7  $R_2(k)E_2(k)$  及び  $R_3(k)E_3(k)$  の振幅特性  
Fig. 7 Amplitude property of  $R_2(k)E_2(k)$  and  $R_3(k)E_3(k)$ .

れているならば， $R_0(k)E_0(k) \sim R_3(k)E_3(k)$  が，すべての  $k = 0, 1, \dots, 15$  で等しい定数となるはずである．これを確認するために，図6と図7に  $R_0(k)E_0(k) \sim R_3(k)E_3(k)$  の振幅特性，図8と図9に位相特性を示す．図6と図7では，正規化周波数上において  $\frac{1}{16}$  [Hz] の間隔ですべて等しい定数値が得られていることがわかる．ただし，見やすさのためにすべての振幅値を4倍し0 [dB] に調整している．また図8と図9でも，同様な間隔で零位相値が得られていることがわかる．これより， $R_0(k)E_0(k) \sim R_3(k)E_3(k)$  が，すべての  $k = 0, 1, \dots, 15$  で等しい定数となっていること，つまり完全再構成が得られていることがわかる．

本例で設計したプロトタイプフィルタを用いてフィルタバンクを構成する場合，非循環LTIシステムにおける連続な周波数領域では完全再構成特性を実現することはできないが，循環LTIシステムにおいては完全

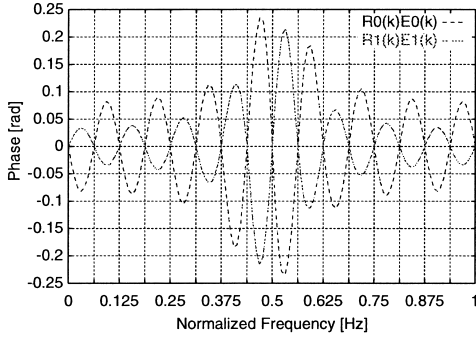


図 8  $R_0(k)E_0(k)$  及び  $R_1(k)E_1(k)$  の位相特性  
 Fig. 8 Phase property of  $R_0(k)E_0(k)$  and  $R_1(k)E_1(k)$ .

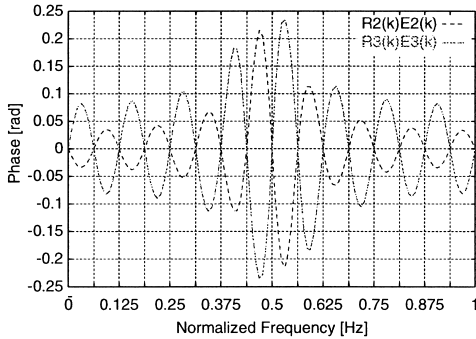


図 9  $R_2(k)E_2(k)$  及び  $R_3(k)E_3(k)$  の位相特性  
 Fig. 9 Phase property of  $R_2(k)E_2(k)$  and  $R_3(k)E_3(k)$ .

再構成特性が実現される。

次に、設計した循環フィルタバンクを用いて、画像信号を分割合成する場合について示す。入力画像信号として、図 10 に示す画像を用いる。本循環フィルタバンクは 1 次元フィルタバンクであるため、入力画像の垂直及び水平成分に対してそれぞれ 1 次元フィルタバンクを用いる。この際、循環周期をブロックの大きさとして、ブロックごとに処理を行う。また、画像圧縮等のアプリケーションへの応用を踏まえ、分割フィルタによる分割成分のうち、垂直及び水平方向における高域成分を除いた上で、合成フィルタを用いて合成する場合を示す。再構成画像を図 11 に示す。画像のサイズと比較して循環周期が小さいため、DCT と同様、循環周期の間隔でブロックひずみが生じてしまう。再構成画像の一部を拡大した画像 (128 × 128 ピクセル) を図 12 に示す。ブロックひずみが生じないためには、画像サイズと同等の循環周期を有する循環フィ



図 10 画像 Lenna  
 Fig. 10 The image Lenna.



図 11 再構成画像  
 Fig. 11 The reconstructed image.

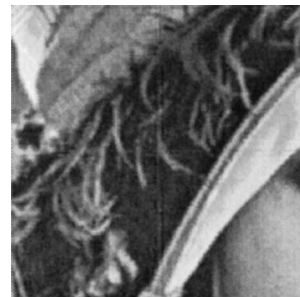


図 12 拡大画像  
 Fig. 12 The extended image.

ルタバンクを用いればよいが、循環フィルタバンクを画像サイズに応じてその都度設計しなければならない点で柔軟性に欠ける。一方、循環周期を固定した場合

には、画像サイズが循環周期の倍数であれば、サイズに応じて循環フィルタバンクを設計せずに用いることができるが、上述したように循環周期の間隔でブロックひずみが生じてしまう。循環フィルタバンクを画像圧縮等のアプリケーションに応用する際には、以上を考慮した上での手法の提案が重要であるといえる。具体的な手法については今後検討していく予定である。

## 6. む す び

本論文では、循環フィルタバンクの一実現法を提案した。提案にあたって、DFT 変調による構造を示した。はじめに、DFT 変調による循環フィルタバンクのポリフェーズ表現を導出するとともに完全再構成条件を示し、完全再構成条件は線形方程式として記述できることを述べた。次に、循環 LTI システムが有する本質的な特性を考察するとともに、それらを利用することによって、本構成法の有する特長を明らかにした。最後に、提案する DFT 変調による循環フィルタバンクの設計例を示すとともに、画像信号を分割合成する場合の影響等について言及した。今後の課題としては、ブロックひずみ低減のための手法の提案や、ロスレス符号化等様々なアプリケーションへの応用が挙げられる。

## 文 献

- [1] 貴家仁志, マルチレート信号処理, 昭晃堂, 1995.
- [2] P. Saghizadeh and A.N. Willson, "A new approach to the design of critically sampled M-channel uniform-band perfect-reconstruction linear-phase FIR filter banks," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.46, no.6, pp.1544-1557, June 1998.
- [3] M.S. Spurbeck and C.T. Mullis, "Least squares approximation of perfect reconstruction filter banks," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.46, no.4, pp.968-978, April 1998.
- [4] A.K. Soman and P.P. Vaidyanathan, "Linear phase paraunitary filter banks: Theory, factorizations and designs," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.41, no.12, pp.3480-3496, Dec. 1993.
- [5] O. Alkin and H. Caglar, "Design of efficient M-band coders with linear-phase and perfect-reconstruction properties," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.43, no.7, pp.1579-1590, July 1995.
- [6] T. Nagai, M. Ikehara, M. Kaneko, and A. Kurematsu, "Generalized unequal length lapped orthogonal transform for subband image coding," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.48, no.12, pp.3365-3378, Dec. 2000.
- [7] S. Oraintara, T.D. Tran, P.N. Heller, and T.Q. Nguyen, "Lattice structure for regular paraunitary linear-phase filterbanks and M-band orthogonal symmetric wavelets," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.49, no.11, pp.2659-2672, Nov. 2001.
- [8] P.P. Vaidyanathan and A. Kirac, "Theory of cyclic filter banks," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, pp.2449-2452, Munich, Germany, May 1997.
- [9] P.P. Vaidyanathan and A. Kirac, "Cyclic LTI systems in digital signal processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.47, no.2, pp.433-447, Feb. 1999.
- [10] R. Motwari and K.R. Ramakrishnan, "Design of two channel linear phase orthogonal cyclic filter banks," *IEEE Trans. Signal Process. Lett.*, vol.5, pp.121-123, May 1998.

(平成 14 年 10 月 16 日受付, 15 年 3 月 17 日再受付,  
7 月 14 日最終原稿受付)



伊丹 史雄 (正員)

平 9 芝浦工大・工・通信卒。平 11 同大大学院修士課程了。平 14 同大学院博士課程了。博士(工学)。同年より埼玉工大・工・電子講師。デジタル信号処理の研究に従事。



渡部 英二 (正員)

昭 56 電通大・電気通信・電波通信卒。昭 58 同大大学院修士課程了。昭 61 東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了。工博。同年同大大学院総合理工・物理情報助手。平 3 芝浦工大・システム工・電子情報システム講師。平 7 同助教授, 平 12 同教授。デジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事。電気学会, IEEE 各会員。



西原 明法 (正員)

昭 48 東工大・工・電子物理卒。昭 53 同大大学院博士課程了。工博。同年より同大勤務。現在, 同大教育工学開発センター教授。信号処理や教育工学の研究, 教育に従事。平 11 年度本会論文賞, 平 12 年度 IEEE Third Millennium Medal, 平 13 年度第 4 回 LSI IP アワード IP 賞受賞。IEEE Fellow。EURASIP, ECS, 日本教育工学会各会員。