

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	索状能動体の研究 -多関節体幹による連続曲線近似法-
Title	Study of Active Cord Mechanism -Approximations to Continuous Curves of Multi-joint Body-
著者(和文)	山田浩也, 広瀬茂男
Authors	Hiroya Yamada, Shigeo Hirose
出典 / Citation	日本ロボット学会誌, Vol. 26, No. 1, pp. 110-120
Citation(English)	Journal of the Robotics Society of Japan, Vol. 26, No. 1, pp. 110-120
発行日 / Pub. date	2008, 1
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は日本ロボット学会に帰属します。 Copyright (c) 2008 The Robotics Society of Japan.

索状能動体の研究

—一般化された ACM 移動力学の基礎式と sinus-lifting 滑走の解析—

山田 浩也* 広瀬 茂男*

Study of Active Cord Mechanism

—Generalized Basic Equations of the Locomotive Dynamics of the ACM and Analysis of Sinus-lifting—

Hiroya Yamada* and Shigeo Hirose*

In this paper, analysis of locomotive dynamics of the Active Cord Mechanism is described. Lateral undulation of terrestrial snake is a unique locomotion pattern and interesting as a mechanical phenomenon, but the analysis in prior research were not so generalized. For example, sinus-lifting, which is an important locomotion style of snakes, have not been analyzed because the dynamics in sinus-lifting is relatively complex. So we introduce generalized basic equations of the locomotive dynamics of the ACM using equilibrium of external forces, internal forces, and torques acting in a snake's body. Then we show analysis of locomotion in 2 different cases; locomotion with steady resistant force, and locomotion with sinus-lifting. The analysis shows the feature of the phenomena and provides condition of friction necessary for locomotion, and the effectiveness of sinus-lifting is clarified quantitatively for the first time. The results of analysis are verified by experiments of a real snake-like robot, which was newly developed for a measurement of bending torque during lateral undulation.

Key Words: Active Cord Mechanism, Snake, Snake-like Robot, Sinus-lifting

1. 緒 論

1.1 蛇行推進の解析

ヘビのほふく推進は、足もない細長い体幹を蛇行させながら水の流れるように滑らかに移動する著しく興味深い移動法である。筆者らの一人（広瀬）は 1971 年に初めてヘビの蛇行推進の定量的な解析を始め、次節（3）（4）式で示すような運動の基礎方程式を誘導し、実際のヘビの滑走時の運動力学を体系的に検討した。また、実際のヘビの滑走時の滑走体形の連続写真観察、筋電位計による筋力分布の測定、ひずみゲージによる滑走時の法線力の測定などの動物実験を実施し、誘導した理論の有効性を検証している。同時に、複数の能動的に屈曲可能な関節の直列結合構造を有するヘビ型ロボット「索状能動体（Active Cord Mechanism, ACM）」を試作し、その走行制御実験などでも導入したほふく推進の力学の妥当性を検証している [1]。筆者のこの研究は、ほふく推進の中核的な現象を解明できており、またその後世界的に行われるようになるヘビ型ロボットに関する研究の濫觴をなし、その意義は十分高かったと考えている。し

かし、この初期のヘビのほふく推進に関する解析は、二次元平面での解析に留まっているため、今後の発展が期待される三次元的なヘビ型ロボットの制御法などを記述する理論としては適していない。また、次節（3）（4）式で示す基礎方程式は、各関節内部に伝播する内部力の存在を無視していたという点に問題が残されていた。このような体幹内を伝播する内部力は、体幹各部で生成する推進力はその部分に働く抵抗力とバランスするという前提が成り立てば無視し得るが、通常これは成立しない。特に半周期ごとに体幹の最大屈曲部分を地面から浮かせて推進する sinus-lifting 滑走（Fig. 1）やさらに体幹を一周期ごとに浮かせて滑走させる、ガラガラヘビなどが砂地で行うサイドワインダ滑走などでは、接地部分で生成した推進力が体幹に沿って伝播することによって体幹軸方向の推進運動が生成されているのであり、このような運動の解析には体幹内を伝播する内部力の効果を考慮した理論体系の導入が不可欠である。そこで本論文では、まず本章後半で従来の研究を紹介してその問題点を明確化し、第 2 章で体幹内を伝播する内部力も考慮した三次元の一般化された ACM 移動力学の基礎式を導入する。第 3 章では、導入した基礎式を用いた一般的なほふく推進の解析を行い、第 4 章では従来の理論では解析できなかった sinus-lifting 滑走についての解析を行う。これらの検討の有効性は、第 5 章においてモータ生成トルクなどを計測しやすくした実験用ヘビ型ロ

原稿受付 2007 年 12 月 14 日

*東京工業大学

*Tokyo Institute of Technology

■ 本論文は学術性で評価されました。



Fig. 1 Sinus-lifting

ボットの走行実験により検討し、第6章で結論を述べる。

1.2 従来研究の概観

文献[1]ではヘビによる実験により、以下のような検討を行った。直列連結されたヘビ体幹の各関節に働くトルクが生成する力の関係を Fig. 2 に示している。これは、長さ δs のリンクの連結で表される無限に長いヘビが連結点（関節） P_i ($i = 1, 2, \dots$) で曲げトルク T_i を発生したときに、 P_i において外界を押す力 f_i を示している。このとき、点 P_i が外界を押す力を体幹の接線方向 (Fig. 2(b) に示した θ_i を二等分する方向) の力 f_{ti} とそれに垂直な法線方向の力 f_{ni} に分解すると、次式が得られる。

$$f_{ti} = \{(f_i - f_{i-1}) + (f_{i+1} - f_i)\} \sin \frac{\theta_i}{2} \quad (1)$$

$$\simeq \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\delta s} \theta_i$$

$$f_{ni} = \{(f_{i+1} - f_i) - (f_i - f_{i-1})\} \cos \frac{\theta_i}{2} \quad (2)$$

$$\simeq \frac{T_{i+1} - T_i}{\delta s} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta s}$$

$\delta s \rightarrow 0$ となる極限では、 θ_i は曲率 $\kappa(s) = \theta_i/\delta s$ により置き換えられ、他の量も $T_i = T(s)$, $f_{ti} = f_t(s)\delta s$, $f_{ni} = f_n(s)\delta s$ という連続的な量に置き換えられて次式が成り立つ。

$$f_t(s) = \frac{dT(s)}{ds} \kappa(s) \quad (3)$$

$$f_n(s) = \frac{d^2T(s)}{ds^2} \quad (4)$$

ここで s は、ヘビの始端から体幹に沿って測った長さ（弧長）で、ヘビの体における位置を示す座標である。また、 $T(s)$ は曲げトルク、 $\kappa(s)$ は曲率、 $f_n(s)$ は外界を法線方向に押す単位長さあたりの力、 $f_t(s)$ は外界を接線方向に押す単位長さあたりの力である。ここで、Fig. 2 に示すような典型的なほく推進運動中のヘビ体幹形状と体幹に生成するトルク分布については

- (1) ヘビの滑走体形曲線は、曲線に沿った曲率の変化率が正弦的である曲線 (Fig. 3 に示すサーペノイド (Serpennoid) 曲線) で近似できる。
- (2) ヘビの発生する筋力は O 点付近で最大であり、P 点でその方向が切り替わるためゼロとなる。

が成り立つため、

$$\kappa(s) = \frac{\pi\alpha}{2l} \sin\left(\frac{\pi s}{2l}\right) \quad (5)$$

$$T(s) = T_{mo} \left\{ 1 - \left(\frac{s}{l}\right)^\sigma \right\} \quad (6)$$

と仮定する。ただし、Fig. 3 の中央の O 点において $s = 0$ とし

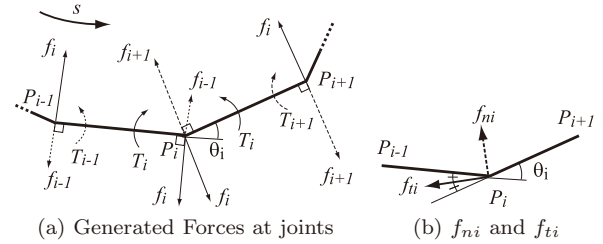


Fig. 2 Forces generated by torques

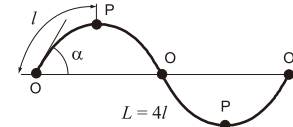


Fig. 3 Serpennoid curve

ている。式 (5) は滑走体形がサーペノイド曲線であることを示しており、 l はサーペノイド曲線の 1/4 波長、 α は曲線が O 点で進行方向となす角度（くねり角と呼ぶ）である (Fig. 3)。式 (6) は、体幹の OP 間で生成するトルクが Fig. 3 の O 点で最大値 T_{mo} 、P 点で 0 となる分布を仮定しており、筋力分布が滑らかであるという仮定からパラメータ σ は $1 < \sigma < 2$ の範囲とされている。このとき

$$F_{top} = \int_0^l f_t(s) ds \quad (7)$$

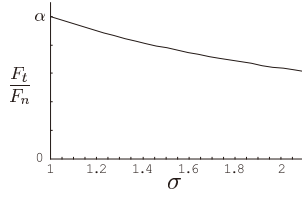
$$= \frac{\alpha T_{mo}}{l} \sigma \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\sigma-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{\sigma-1} \sin x dx$$

$$F_{nop} = \int_0^l f_n(s) ds = \sigma \frac{T_{mo}}{l} \quad (8)$$

$$\frac{F_t}{F_n} = \alpha \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\sigma-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{\sigma-1} \sin x dx \quad (9)$$

が成り立つ。(文献[1]には計算間違いがありこの式 (7) が正しい。) ただし、 F_{top} は OP 間で発生する推進力の総和、 F_{nop} は OP 間で発生する法線力の総和、 F_t/F_n は全体幹に渡っての (推進力)/(法線力) の比率を表す。ヘビが進むためには推進方向の摩擦力に打ち勝つと同時に法線方向の横滑りを防ぐことが必要なので、 F_t/F_n が大きいほど滑走効率が高いといえる。Fig. 4 のように F_t/F_n は σ に関して単調減少の傾向を示すため σ は 1 以上でできるだけ 1 に近いほうが望ましい。この傾向は実際のシマヘビを用いた動物実験で検証しており、測定されたほく推進中の法線力は O 点付近で大きな値を示し、トルク分布が $1 < \sigma < 2$ 程度の分布であるときに生成される法線力分布に相当することが確認されている。また滑走速度が速い場合と遅い場合の法線力の比較から、速い滑走ほど $\sigma \rightarrow 1$ となる傾向が確認されている。

上記の研究以降では、文献[2]において、平面上の微小な線素に加わる力とモーメントの釣り合いの式から出発して 2 軸の屈曲軸をもつヘビの運動方程式が導かれ、さらに限られたトルクで全推進力を最大化するという観点から最適なトルク分布が提案されている。また、力学解析に数値計算を用いたアプローチも行われており、文献[3]では摩擦力のモデル化によって滑り量の評価も可能としたヘビ型ロボットの動力学シミュレーション


 Fig. 4 Relation between F_t/F_n and σ

の構築とシミュレーション上での蛇行推進現象の確認、文献 [4] では杭の反力をモデル化したシミュレーション手法とシミュレーション上での杭押し推進の実現が報告されている。

以上のようにヘビの蛇行推進に関してこれまでいくつかの検討がなされてきた。しかし、文献 [1] では上述のように内部力が考慮されておらず、また文献 [2] は接線方向の摩擦がないという前提での解析であるため、本論文で問題にするような一部の体幹に集中的に摩擦力が働く sinus-lifting 滑走などの解析はできなかった。また文献 [3] [4] などの数値計算による動力学シミュレーション解析は現実的な条件を再現できるものの、蛇行推進の一般的な性質を解明する目的には適さない。

2. 一般化された ACM 移動力学の基礎式

ヘビの蛇行推進に関する一般的な解析を行うため、任意の空間形状を取っている連続曲線で表されるヘビ体幹に働く力とモーメントの釣り合いを利用して解析に必要な基礎式を導く。筆者らはこの式を従来研究とは独立に導出したが、実はこの基礎式は外力を受けて変形する弾性棒（エラスティカ）に関する研究では以前から知られており、文献 [5] では同様の式が 1859 年の Kirchhoff の研究にすでに実質的に含まれていたと述べられている。しかしヘビ型ロボット関連の解析にこの式を導入するのは筆者らの知る限り本研究が最初であるため、本章でその詳細を述べる。

ヘビ体幹を弧長 s と $s + ds$ の断面で切り出した微小な要素を考え、微小要素の断面には内力（引張力とせん断力の合力） $-\mathbf{F}(s)$, $\mathbf{F}(s) + d\mathbf{F}$ と内部のトルク $-\mathbf{T}(s)$, $\mathbf{T}(s) + d\mathbf{T}$ が加わり、側面には外力 $\mathbf{f}(s)ds$ と外からかけられるトルク $\mathbf{m}(s)ds$ が加わると仮定する。ここで、断面の向きによって内力と内部のトルクのベクトルの符号が変わるので、力とトルクの釣り合いの式は次式で表される。

$$\begin{aligned} (\mathbf{F}(s) + d\mathbf{F}) - \mathbf{F}(s) + \mathbf{f}(s)ds \\ = d\mathbf{F} + \mathbf{f}(s)ds = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{T}(s) + d\mathbf{T}) - \mathbf{T}(s) + \mathbf{e}_r(s) \times \mathbf{F}(s)ds + \mathbf{m}(s)ds \\ = d\mathbf{T} + \mathbf{e}_r(s) \times \mathbf{F}(s)ds + \mathbf{m}(s)ds = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

ただし $\mathbf{e}_r(s)$ は s の増加方向を向く体幹の接線方向ベクトルである。

蛇行運動の解析ではヘビの体に対する力の向きが重要なので、式 (10) および式 (11) をヘビに貼りつけた動座標系で表す必要がある。

この動座標系を、Fig. 5 (a) のように空中を飛行する飛行機の姿勢に対応して定義すると、 $\mathbf{c} = (x(s), y(s), z(s))$ は曲線軌跡を

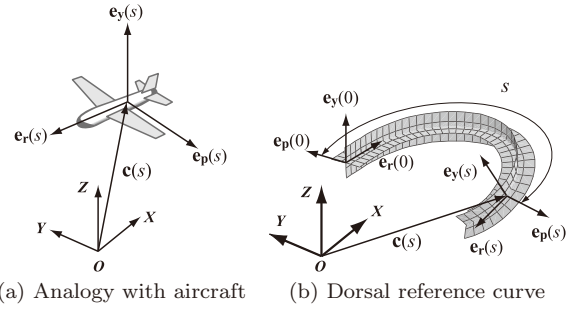


Fig. 5 Continuous model of the ACM

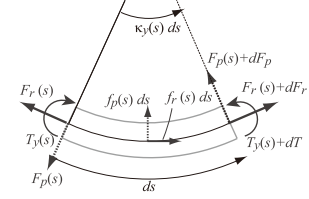


Fig. 6 Forces and torque in plane model

生成する飛行機の位置を示す。直交座標系 ($\mathbf{e}_r(s), \mathbf{e}_p(s), \mathbf{e}_y(s)$) は飛行機の姿勢を示し、 $\mathbf{e}_r(s)$ は飛行機の進行方向を向く単位ベクトル（ロール軸）、 $\mathbf{e}_p(s)$ は飛行機の水平翼左側方向を向く単位ベクトル（ピッチ軸）、 $\mathbf{e}_y(s)$ は飛行機の垂直尾翼の方向を向く単位ベクトル（ヨー軸）と定義する。飛行機が姿勢を変える運動を、ロール軸、ピッチ軸、ヨー軸周りの (s に関する) 回転角速度に対応する形状関数 $\tau(s)$, $\kappa_p(s)$, $\kappa_y(s)$ で表すと、これらのパラメータには以下の関係が成り立つ [6]。

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{c}(s)}{ds} = \mathbf{e}_r(s) \\ \frac{d\mathbf{e}_r(s)}{ds} = \kappa_y(s)\mathbf{e}_p(s) - \kappa_p(s)\mathbf{e}_y(s) \\ \frac{d\mathbf{e}_p(s)}{ds} = -\kappa_y(s)\mathbf{e}_r(s) + \tau(s)\mathbf{e}_y(s) \\ \frac{d\mathbf{e}_y(s)}{ds} = \kappa_p(s)\mathbf{e}_r(s) - \tau(s)\mathbf{e}_p(s) \end{cases} \quad (12)$$

$s = 0$ における位置 $\mathbf{c}(0)$ および姿勢 ($\mathbf{e}_r(0), \mathbf{e}_p(0), \mathbf{e}_y(0)$) を与え、さらに飛行機の運動を表す $\tau(s), \kappa_p(s), \kappa_y(s)$ を与えて式 (12) を解くと、飛行機の位置 $\mathbf{c}(s)$ と姿勢 ($\mathbf{e}_r(s), \mathbf{e}_p(s), \mathbf{e}_y(s)$) の軌跡が同時に求められる。これを視覚的に表したものを Fig. 5 (b) に示す。この形状が背びれをもつ細長い魚を連想させるため、筆者らはこのモデルを「背びれ曲線」と呼んでいる。

この背びれ座標系上で、 $\mathbf{F}(s)$, $\mathbf{f}(s)$ および $\mathbf{T}(s)$ は次式のよう表される。

$$\mathbf{F}(s) = F_r(s)\mathbf{e}_r(s) + F_p(s)\mathbf{e}_p(s) + F_y(s)\mathbf{e}_y(s) \quad (13)$$

$$\mathbf{f}(s) = f_r(s)\mathbf{e}_r(s) + f_p(s)\mathbf{e}_p(s) + f_y(s)\mathbf{e}_y(s) \quad (14)$$

$$\mathbf{T}(s) = T_r(s)\mathbf{e}_r(s) + T_p(s)\mathbf{e}_p(s) + T_y(s)\mathbf{e}_y(s) \quad (15)$$

そのため、微分を考慮しながらこれらを式 (10) と式 (11) に

代入し、式 (12) を使って整理すると次式が得られる。

$$\begin{cases} F'_r(s) = F_p(s)\kappa_y(s) - F_y(s)\kappa_p(s) - f_r(s) \\ F'_p(s) = -F_r(s)\kappa_y(s) + F_y(s)\tau(s) - f_p(s) \\ F'_y(s) = F_r(s)\kappa_p(s) - F_p(s)\tau(s) - f_y(s) \\ T'_r(s) = T_p(s)\kappa_y(s) - T_y(s)\kappa_p(s) \\ T'_p(s) = -T_r(s)\kappa_y(s) + T_y(s)\tau(s) + F_y(s) \\ T'_y(s) = T_r(s)\kappa_p(s) - T_p(s)\tau(s) - F_p(s) \end{cases} \quad (16)$$

ただし'は s に関する微分を表す。ここでは外部のトルク $\mathbf{m}(s)$ は働かないと想定している。式 (16) は式 (3) および式 (4) を一般化した式なので、一般化された ACM 移動力学の基礎式と呼ぶ。基礎式は形状関数 ($\tau(s)$, $\kappa_p(s)$, $\kappa_y(s)$) が既知であれば力とトルクの関数に関して線形なので、ヘビの形状が変わらないとき、方程式の任意の解の一次結合もまた方程式の解となる。すなわち、力とトルクに関する重ね合わせの原理が成り立つ。付録 A には、この基礎式によるヘビの全推進力の誘導と蛇行推進中にヘビが発生するべき仕事率についての考察を示す。

Fig. 6 のような平面上の蛇行推進では $\tau(s) = \kappa_p(s) = 0$ であり、 $F_y(s)$, $T_r(s)$, $T_p(s)$ は考える必要がないので、平面運動の基礎式として

$$F'_r(s) = F_p(s)\kappa_y(s) - f_r(s) \quad (17)$$

$$F'_p(s) = -F_r(s)\kappa_y(s) - f_p(s) \quad (18)$$

$$T'_y(s) = -F_p(s) \quad (19)$$

が得られる。なお付録 B に示したように、文献 [1] のリンクのモデルにリンク内を伝播する力を追加すると平面運動の基礎式 (式 (17)~(19)) が得られることから、従来の基礎式 (式 (3) と式 (4)) はリンク内を伝播する力が発生しないよう接線方向の力がバランスしているという特別な条件下での基礎式であったことが分かる。

3. 基本的な蛇行推進の解析

本章では、平面上の定常的な蛇行推進を一般化された基礎式を用いて解析し、従来の解析結果 [1] と対比しながら蛇行推進の力学的特性を明らかにする。ただしヘビは十分に長く、頭部と尾部においてトルクが 0 となることの影響はないと仮定する。

3.1 蛇行形状、トルク分布および外力に関する仮定

平面運動の基礎式が式 (17), 式 (18), 式 (19) の 3 個であるのに対し、関数は $F_r(s)$, $F_p(s)$, $f_r(s)$, $f_p(s)$, $\kappa_y(s)$, $T_y(s)$ の 6 個なので、3 個の関数が与えられれば残りの 3 個は基礎式により決定される。まず、定常的な蛇行運動中の曲率分布 $\kappa_y(s)$ はヘビの観察結果からサーベノイド曲線であることが明らかなので

$$\kappa_y(s) = -\frac{2\pi\alpha}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{L}s\right) \quad (20)$$

と設定する。なおここでは、Fig. 3 の左側の P 点で $s = 0$ とし、 l の代わりに波長 $L = 4l$ を用いている。

モーメント分布 $T_y(s)$ については本論文では

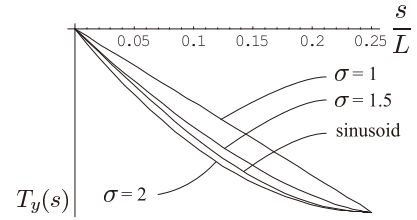


Fig. 7 Comparison of distribution of $T_y(s)$

$$T_y(s) = -T_{mo} \sin\left(\frac{2\pi}{L}s\right) \quad (21)$$

と正弦波で近似することにした。これは従来の解析で用いた式 (6) とは Fig. 7 に示すようにやや異なるが、解析を容易にするためである。近似式の妥当性の検討は 5.1 節において行う。

蛇行推進中にヘビは慣性力、摩擦力などの外力を受けるが、本論文では簡単のためヘビは十分にゆっくりと進んでいるとし、慣性力を無視できると仮定する。また蛇行中の摩擦力については文献 [1] での考察と同様に、ヘビ体幹の接線方向にはクーロンの法則に従う動摩擦力が働き、法線方向には鱗のエッジが地面の微少な凹凸を捉えることによる横滑りを防ぐ摩擦力が働くと仮定する。さらに、この横滑りを防ぐ摩擦力は横滑りの方向と反対向きに働き、ある上限値以下であればどのような値も取り得るとし、その上限値は地面から受ける垂直反力に比例するとする。受動車輪を有するヘビ型ロボットに関してはもちろん、生物のヘビに関しても、ヘビが横滑りをほとんど起こさずに推進できるという事実からこの仮定は妥当だと考えている。

3.2 一定の推進抵抗下での推進

ヘビが体幹のすべての部分で一定の摩擦抵抗 (単位長さ当たり C とする) を受けながら推進している場合、つまり

$$f_r(s) = -C \quad (22)$$

となるときに推進力学を誘導することにする。式 (19) より $F_p(s)$ を求め、次いで式 (17) を積分して $F_r(s)$ を求め、最後に式 (18) から $f_p(s)$ を求めると、最終的に次式が得られる。

$$F_p(s) = \frac{2\pi T_{mo}}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{L}s\right) \quad (23)$$

$$F_r(s) = -\frac{\pi\alpha T_{mo}}{2L} \sin\left(\frac{4\pi}{L}s\right) \quad (24)$$

$$f_p(s) = \frac{C}{\alpha} \sin\left(\frac{2\pi}{L}s\right) \left[2 - \frac{\alpha^2}{2} \left\{ 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{L}s\right) \right\} \right] \quad (25)$$

ただし式 (17) を積分する際、 $F_r(s)$ が周期関数であるための条件として次式が成り立たなければならない。

$$\frac{2\pi^2\alpha T_{mo}}{L} = CL \quad (26)$$

式 (26) の左辺は 1 波長中の全推進力、右辺は全抵抗を示しており、式 (A.1) に式 (20), 式 (21) を代入することでも得られる。Fig. 8 (a) (b) (c) は、 $\alpha = \pi/3$ のときの曲率、力、トルクの分布形状を示している。横軸を s/L で正規化しているため、分布形状は α のみに依存する。Fig. 8 (d) に、 $\alpha = \pi/3$ の

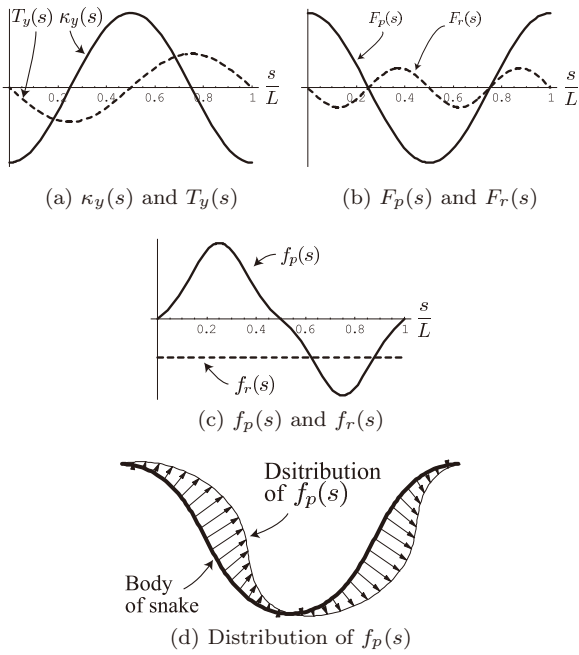


Fig. 8 Distribution of curvature, force and torque

ときの $f_p(s)$ の分布形状と方向をヘビの体に重ねて示す。 $f_p(s)$ はサーベノイド曲線の変曲点にピークがあり、これはヘビによる実験結果 [1] に合致する。また、 $f_p(s)$ は $s = L/2$ を境に符号が逆転するため全体として進行方向側を向いており、ヘビを進行方向に押すように働いていることが分かる。

3.2.1 摩擦係数比の条件

ヘビが体幹に沿った方向（ロール軸方向）に滑るための条件は、 μ_t を体幹接線方向の動摩擦係数、 $f_b(s)$ を単位長さ当たりの地面の垂直反力として、次式で与えられる [1]。

$$|f_r(s)| \geq \mu_t f_b(s) \quad (27)$$

一方、ヘビが体幹法線方向に滑らないための条件は 3.1 節の仮定から、 μ_n を法線方向の摩擦係数として、次式で表される。

$$|f_p(s)| \leq \mu_n f_b(s) \quad (28)$$

よってヘビが横滑りせずに進む条件は式 (27) と式 (28) が同時に成り立つことであり、このとき $f_b(s)$ を消去すると次式が得られる。

$$\frac{\mu_n}{\mu_t} \geq \left| \frac{f_p(s)}{f_r(s)} \right| \quad (29)$$

式 (22) と式 (25) より $|f_p(s)/f_r(s)|$ の最大値は $2/\alpha$ なので、結局、トルク分布が式 (21) のように正弦曲線で与えられたときの摩擦係数比が満たすべき条件は次式となる。

$$\frac{\mu_n}{\mu_t} \geq \frac{2}{\alpha} \quad (30)$$

文献 [1] では $1/4$ 周期中の力の平均値を用いて同様の条件が求められたが、式 (30) は最も滑りやすい点で滑らないための条件であり、30%～50%ほど厳しい条件となっている。

4. sinus-lifting 滑走の解析

1 章で述べたように筆者（広瀬）は sinus-lifting が横滑りを防ぐための力学的な適応的行動であることを指摘し、また摩擦係数の低い環境でヘビ型ロボットを操作する際に有効であることを指摘している [6]。これ以降、sinus-lifting に関しては、文献 [7] において、平面上を蛇行運動する多リンク系でモデル化されたヘビ型ロボットが sinus-lifting を行うと横方向拘束力のノルムが小さくなるという数値計算の結果が報告されている。また文献 [8] では同じくリンクで構成されたモデルの動力学シミュレーションを用いて、sinus-lifting 滑走では通常の推進と比べて推進速度が 0.2% 程度増加するというシミュレーション結果が報告されている。これらの結果から sinus-lifting 滑走に横滑りを防ぐ効果があることはある程度明確化された。しかし、これに関する定量的な解析には前章までに示した一般化された基礎式による解析の導入が必要である。そこで本章では、sinus-lifting 滑走の力学を論じ、その動作の効果を定量的に明らかにする。

簡単のために、sinus-lifting により体幹が浮き上がる高さは微小とし、推進形状は式 (20) で与えられる二次元的なサーベノイド曲線とする。そして、浮いている部分では地面反力を受けず、接地している部分で集中的に地面反力を受けるという条件から、接線方向外力 $f_r(s)$ の分布を以下のように仮定する。

$$f_r(s) = \begin{cases} 0 & (0 < s < \frac{\xi L}{4}) \\ \frac{C}{1-\xi} & (\frac{\xi L}{4} \leq s \leq \frac{L(2-\xi)}{4}) \\ 0 & (\frac{L(2-\xi)}{4} < s < \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (31)$$

ただし ξ は浮き上げる部分の割合を示すパラメータであり、 $0 \leq \xi \leq 1$ の値をとり、 $\xi = 0$ のときは通常の蛇行推進、 $\xi = 1$ のときは O 点で地面と点接触を行う極限的な sinus-lifting 滑走を示すと考える。また、 $f_r(s)$ は半周期ごとに同じ分布形状を繰り返すとする。

まず、浮いている部分では $f_p(s) = 0$ なので、浮いている場所での式 (17)、式 (18) の一般解は

$$\psi(s) \equiv \int_0^s \kappa_y(s) ds \quad (32)$$

$$F_r(s) = a \cos \psi(s) + b \sin \psi(s) \quad (33)$$

$$F_p(s) = -a \sin \psi(s) + b \cos \psi(s) \quad (34)$$

となる。ただし a, b は定数である。ここで定常的な sinus-lifting 滑走では推進力と抵抗力の釣り合いから $F_r(0) = F_r(L/2) = 0$ 、周期性から $F_p(0) = -F_p(L/2)$ となるので、浮いている部分で次式が成り立つ。

$$F_p(s) = \begin{cases} b \cos \psi(s) & (0 < s < \frac{\xi L}{4}) \\ -b \cos \psi(s) & (\frac{L(2-\xi)}{4} < s < \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (35)$$

$$F_r(s) = \begin{cases} b \sin \psi(s) & (0 < s < \frac{\xi L}{4}) \\ -b \sin \psi(s) & (\frac{L(2-\xi)}{4} < s < \frac{L}{2}) \end{cases} \quad (36)$$

次に接地区間 $(\frac{\xi L}{4} \leq s \leq \frac{L(2-\xi)}{4})$ では、 $T_y(s)$ および $F_p(s)$ の分布形状は $\xi \rightarrow 0$ のときの分布（式 (23)）と相似であると

仮定する．このとき接地区間の境界で $F_p(s)$ は連続でなければならないので，

$$F_p(s) = b \frac{\cos \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \xi \right)} \cos \left(\frac{2\pi}{L} s \right) \dots \left(\frac{\xi L}{4} \leq s \leq \frac{L(2-\xi)}{4} \right) \quad (37)$$

となる．このとき接地区間の境界で $F_r(s)$ も連続でなければならないので，式 (36) より次式が成り立つ．

$$\int_{L\xi/4}^{L(2-\xi)/4} F_r'(s) ds = -2b \sin \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right) \quad (38)$$

式 (38) に式 (17)，式 (31)，式 (37) を代入すると次式が成り立つ．

$$\begin{aligned} -b\alpha I \frac{\cos \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \xi \right)} + \frac{CL}{2} &= -2b \sin \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right) \\ \text{where } I &\equiv \int_{\pi\xi/2}^{\pi(2-\xi)/2} \cos^2 t dt \\ &= \frac{1}{2} \{ \pi(1-\xi) - \sin(\pi\xi) \} \end{aligned} \quad (39)$$

これを解いて，

$$b = \frac{CL}{2 \left\{ -2 \sin \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right) + \alpha I \frac{\cos \psi \left(\frac{L}{4} \xi \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \xi \right)} \right\}} \quad (40)$$

が得られる．これで $F_p(s)$ が決定されたので，残りの関数は式 (17)，式 (18)，式 (19) より，

$$F_r(s) = \int_0^s \{ F_p(s) \kappa_y(s) - f_r(s) \} ds \quad (41)$$

$$f_p(s) = -F_r(s) \kappa_y(s) - F_p'(s) \quad (42)$$

$$T_y(s) = - \int_0^s F_p(s) ds \quad (43)$$

として数値的に計算できる．

Fig. 9 (a) (b) (c) に $\alpha = \pi/3$ ， $\xi = 0.7$ のときの曲率，トルク，力の分布形状を示し，(d) には $f_p(s)$ の分布をヘビの体形に重ねたグラフを示す．O 点で $T_y(s)$ と $f_p(s)$ が最大になるなどの特徴は通常の蛇行推進と類似しているが，sinus-lifting 滑走のみの特徴として，(1) 地面に接している部分に集中的に推進抵抗が生じるため $F_r(s)$ が比較的大きい，(2) sinus-lifting によって $f_r(s)$ が大きくなるのに対し $f_p(s)$ はそれほど大きくならないため $|f_p(s)/f_r(s)|$ が小さい，などが確認できる．特に後者は横滑りを防ぐという sinus-lifting の効果を示す重要な特徴である．また ξ が変化してもトルク分布の変化は小さく，最も差異が大きい $\xi = 0$ の場合と $\xi = 1$ の場合のトルク分布 (**Fig. 10**) を比較しても，変化量はトルクのピーク値の 5% 程度にとどまる．これは sinus-lifting で体幹を浮かす割合が変化しても蛇行に必要な筋肉の働き方はほぼ変わらないことを示しており，ヘビにとって通常の推進から sinus-lifting 滑走への切

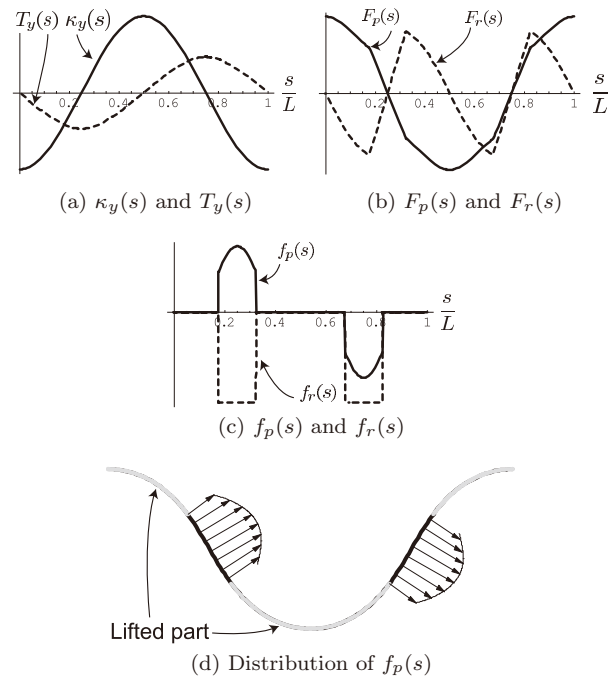


Fig. 9 Forces in sinus-lifting ($\alpha = \pi/3$, $\xi = 0.7$)

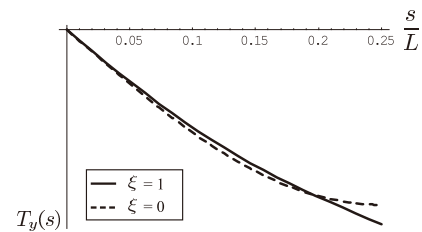


Fig. 10 Comparison of distribution of $T_y(s)$

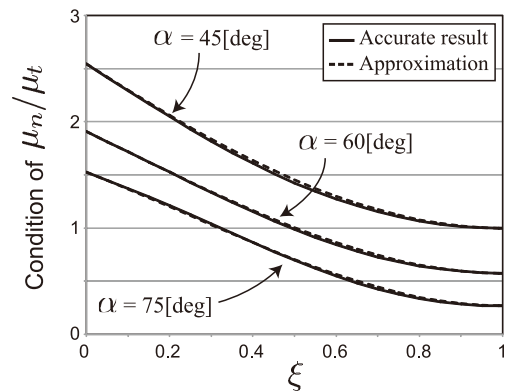


Fig. 11 Condition of coefficient of friction in sinus-lifting

り替えはスムーズに行うことができると考えられる．

sinus-lifting 滑走中に横滑りが起きないための摩擦係数比の条件は式 (30) と同様に求められる． $\xi = 0$ のときは条件は式 (30) に一致し， $\xi \rightarrow 1$ のときは式 (42) より条件は $\mu_n/\mu_t \geq 1/\tan \alpha$ となる． $0 < \xi < 1$ の範囲では条件は式 (42) を用いて数値的に求められる．**Fig. 11** の実線のグラフは，このように求めた摩擦係数比の条件を示している．ここで **Fig. 11** の点線のグラフは，次式の三次関数による近似値を示している．

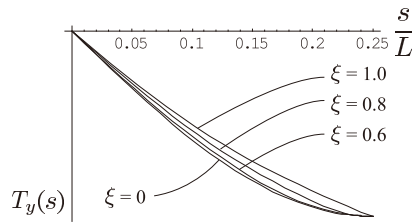


Fig. 12 Relation of torque distribution and ξ ($\alpha = \pi/3$)

$$\frac{\mu_n}{\mu_t} \geq \frac{2}{\alpha}(1 - \xi) + \left(-\frac{2}{\alpha} + \frac{3}{\tan \alpha}\right)\xi^2 + \left(\frac{2}{\alpha} - \frac{2}{\tan \alpha}\right)\xi^3 \quad (44)$$

この近似誤差は最大で 2% 程度であり, sinus-lifting の効果を見積もるには式 (44) で十分である. Fig. 11 より sinus-lifting 滑走を導入し ξ を 0 から 1 に近づけるとくねり角 α にかかわらず摩擦係数比の条件を数 10% のオーダーで減少させられることが示され, sinus-lifting 滑走による横滑り防止の効果が定量的に明らかになった.

以上の知見から, 従来の理論に新しい考察を加えることができると考えられる. 1.2 節で述べたように文献 [1] では体幹全体での (推進力)/(法線力) を大きくして滑走効率を向上させるという観点から, トルク分布が式 (6) で表されるなら σ は 1 以上で 1 に近いほど望ましく, このとき法線力は O 点に集中すると論じた. そして本論文では sinus-lifting 滑走の比率を上げていく, つまり ξ を 1 に近づけていくと横滑りを防ぐ効果が向上し, このとき法線力は O 点に集中することを示した. また Fig. 7 と Fig. 12 の比較から分かるように, どちらの理論でも滑走効率を上げていくとトルク分布は O 点で頂点をなす三角波的分布に近づいていく傾向を示す. これらの比較から, 以前の研究での推進効率を上げるためには σ を 1 に近づけるべきであるという考察は, 本論文での考察からすると sinus-lifting 滑走の比率を上げることとほぼ対応しており興味深い.

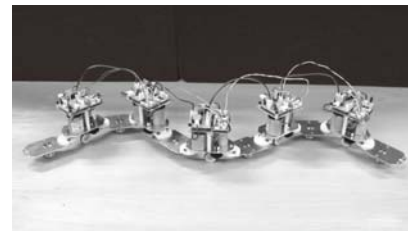
5. 実験

5.1 実験方法

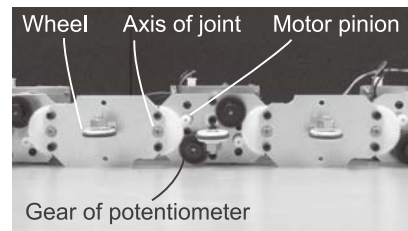
解析結果の妥当性を検証するため, ヘビ型ロボットによる蛇行推進の実験を行った. Fig. 13 に示すロボットはこの実験のために新たに開発したロボットである. モーター軸から関節までの減速比を約 5.3 に抑え, 一般的なヘビ型ロボットに比べて, モーターの消費電流から比較的精度良くトルクを推定可能とした. 静止状態における関節トルクとモーター電流の関係を測定した結果を Fig. 14 に示す. また, 3.1 節の摩擦力の仮定を満たすため, ロボットはリンク中央に取り付けられた受動車輪で地面と接触する. ただし後述の 5.3 節では受動車輪ではなくフッ素樹脂のシートで地面と接触するようにしている. ロボットの諸元を Table 1 に, 関節の諸元を Table 2 に示す.

ロボットは有限自由度であるため連続曲線を描くことは不可能であるが, 次式により関節角度を与えることで連続曲線を近似できることが分かっている [9].

$$\theta(s) = \int_{s-a/2}^{s+a/2} \kappa_y(s) ds \quad (45)$$



(a) Overall view



(b) Bottom view

Fig. 13 Snake-like robot for torque measurement

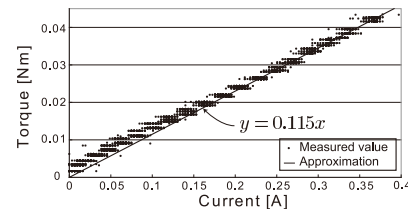


Fig. 14 Relation between torque and current

Table 1 Specifications of the robot

Length	Weight	Link length	DOF
780 [mm]	1.05 [kg]	70 [mm]	10

Table 2 Specifications of a joint (at 12 [V])

Max. torque	Max. speed	Reduction ratio
0.04 [N·m]	80 [rad/s]	16:3
Motor		Error of measured torque
DME25BB (JAPAN SERVO)		± 0.005 [N·m]

ただし $\theta(s)$ は弧長 s に位置する関節の角度, a はリンク長さである. Fig. 15 には, 式 (45) を用いて $L = 385$ [mm], $\alpha = 60$ [deg] のサーペノイド曲線を本実験で用いたロボットで近似した例を示す. 本実験で用いたサーペノイド曲線では曲線とロボットの幾何学的な誤差 (両モデル間の平均距離) は全長の 1% 未満 (Fig. 15 の例では 0.4%) となるので, ロボットが有限自由度であることの力学的影響は比較的小さいと考え, 本論文では議論しないことにする.

関節角度を指令値に追従させるため, モーターの PWM 制御のデューティー比を目標角度と現在角度の差分の定数倍で与えるフィードバックを実装した. そしてサーペノイド曲線を後方へ送る運動を行うように角度指令値を与えたところ, ロボットは蛇行推進を行った. Fig. 16 は, ロボットが周期 4 [s], $L = 385$ [mm], $\alpha = 30$ [deg] のサーペノイド曲線を描いてロール軸方向に一定速度で蛇行推進しているときのトルクと角度の

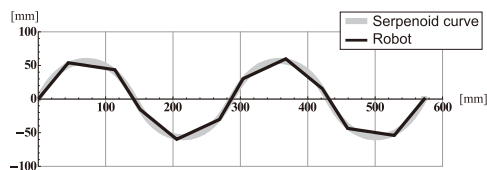


Fig. 15 Approximation of a serpenoid curve by the robot

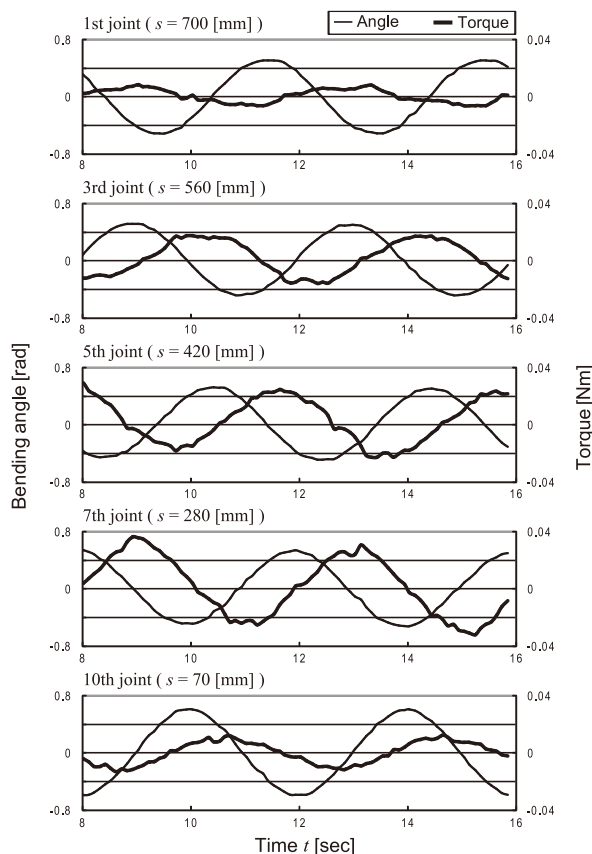


Fig. 16 Experimental value of torques and angles

測定結果を、時刻を横軸にとって示している。Fig. 17 は、同じデータを弧長 s を横軸にとって示している（ただし尻尾側を $s = 0$ とする）。離散モデルにおける関節角度は連続モデルにおける曲率の定数倍とほぼ比例するので、関節角度の分布形状は曲率の分布形状を示すと考えられる。この実験ではロボットが一定速度で波形を送っており、トルク分布は時間を横軸にとったグラフの形状にはほぼ相似であると考えられるので、Fig. 16 からトルク分布は正弦曲線に近い形状であることが分かる。また Fig. 17 より、トルク分布は曲率分布と $1/4$ 周期位相がずれた分布をとり、ロボットはその関係を保ちながら推進していることが分かる。これは 3.1 節の式 (21) の妥当性を示していると考えられる。なお解析では端部においてトルクが 0 となるという境界条件の影響を無視したが、Fig. 16 のように実験では端部のトルクが中央部に比べて小さいという結果が得られた。これは境界条件が影響していることを示しており、この点の解析は今後の課題である。

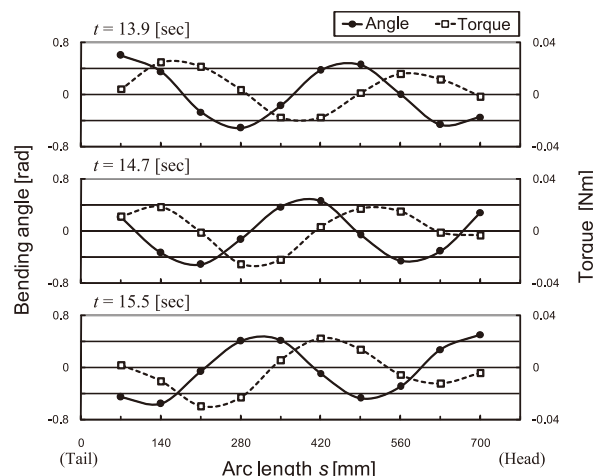


Fig. 17 Distribution of torque and angles ($T = 4$ [s], $L = 385$ [mm], $\alpha = \pi/6$, at Environment (2))

5.2 推進力とトルクの関係

解析結果の定量的な評価を行うために、理論的に導かれる必要トルクと実際にロボットが発生したトルクの比較を行った。実験では、(1) 滑らかな木製の机上、(2) 不織布上、の 2 種類の環境でロボットに周期 4 [s] の蛇行推進を行わせ、そのときのトルクを測定した。ただしロボットが発生するトルクは関節ごとにバラつきがあるため、定常的な蛇行推進が観察された時刻から一周期の間にそれぞれの関節が発生したトルクの絶対値の時間平均を、さらにすべての関節について平均した値を実験値とした。一方、理論的には推進に必要なトルクの一周期の平均値は式 (26) より

$$T_{ave} = \frac{2T_{mo}}{\pi} = \frac{CL^2}{\pi^3\alpha} \quad (46)$$

となる。単位長さ当たりの推進抵抗 C は、ロボットの先端を引張って動かすのに必要な力が環境 (1) では 0.49 [N]、環境 (2) では 0.98 [N] であったことから、環境 (1) で $C = 0.64$ [N/m]、環境 (2) で $C = 1.3$ [N/m] と求められた。この値を式 (46) に代入して得られる T_{ave} を実験結果と比較した結果を Fig. 18 に示す。環境 (1) においては絶対値で最大 50%、環境 (2) においては最大 30% 程度の差があるが、 α と L が及ぼす影響の傾向については理論と実験の一致が確認できる。理論値は関節トルクが最も効率の良い分布形状 [2] をとった場合の値であるため、実験値が理論値を上回ったと考えられる。

5.3 sinus-lifting の効果

sinus-lifting の効果を検討するためにはヘビ型ロボットは体幹を浮かすことを可能にする自由度をもたなければならない。しかし、本機械モデルにはそのような機能がないので相似的に滑走面形状を変えることで実験を行った。つまり、Fig. 19 (a) のように細長く切ったフッ素樹脂のシートをヘビ型ロボットの底面に貼り付け、Fig. 19 (b) に示す凸型地形の尾根部に沿って蛇行させた。受動車輪の代わりにフッ素樹脂のシートを用いたのは、比較的横滑りしやすい条件下で sinus-lifting による横滑り防止の効果を調べるためである。フッ素樹脂の形状を体幹接線方向に細長くすることで、シートのエッジが人工芝にめり込

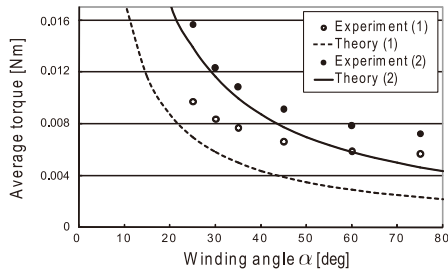
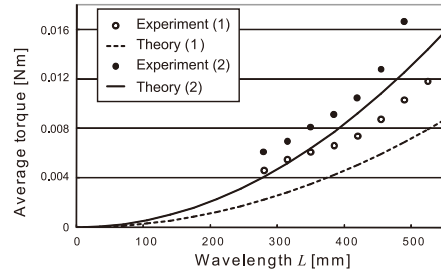
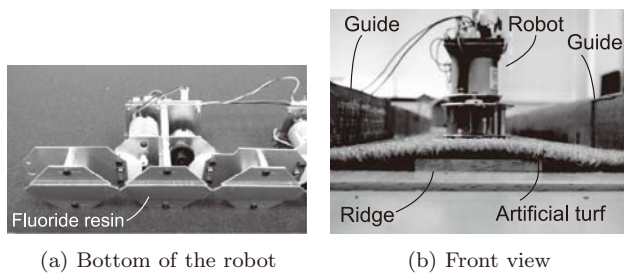

 (a) Effect of α ($L = 385$ [mm])

 (b) Effect of L ($\alpha = 45$ [deg])

Fig. 18 Comparison of average torque


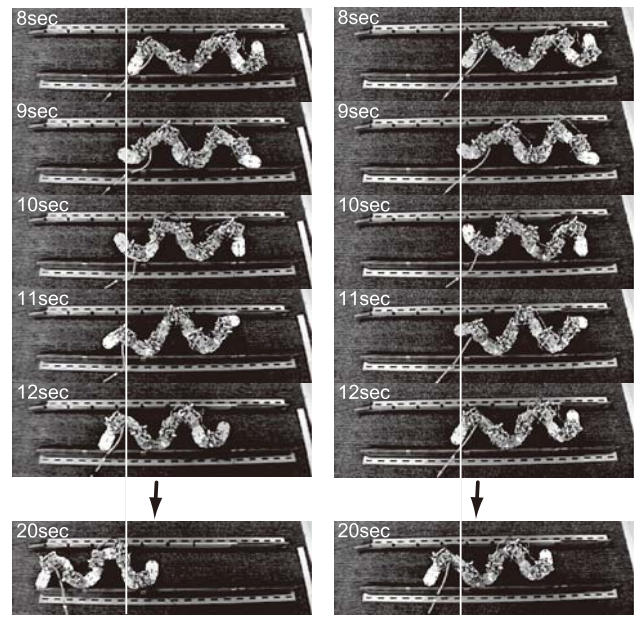
(a) Bottom of the robot

(b) Front view

Fig. 19 Experimental setup for sinus-lifting

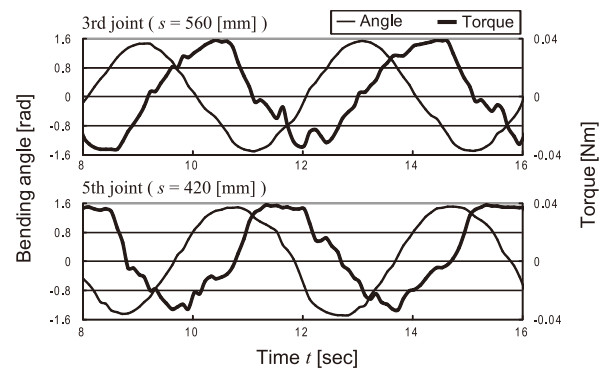
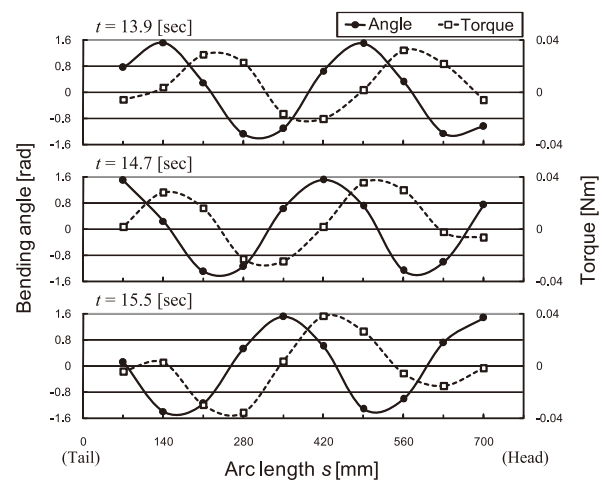
む効果により 3.1 節の仮定に近い摩擦力が得られるようにしている。実験に用いた人工芝上では底面の接線方向の動摩擦係数は平均 $\mu_t = 0.24$ 、法線方向の動摩擦係数は平均 $\mu_n = 0.4$ 、両者の比は $\mu_n/\mu_t = 1.6$ であった。また、そのままではロボットが横方向に落ちてしまうため、平行ガイドを尾根部を囲むように設けた。ロボットが平行ガイドから受ける反力は地面反力に比べて小さいため、平行ガイドの摩擦抵抗は無視できる。

凸型地形上での蛇行運動 ($\alpha = 75$ [deg], $L = 350$ [mm], 周期 4 [s]) の様子を **Fig. 20** (a) に、平面上での同じ蛇行運動の様子を **Fig. 20** (b) に示す。実験に用いた凸型地形の幅が 7 [cm] 程度であったことから、幾何学的な計算から浮いている部分は全体の 60% 程度 ($\xi = 0.6$) と求められる。よってこの蛇行形状で摩擦係数が満たすべき条件は、sinus-lifting ありの場合は **Fig. 11** より $\mu_n/\mu_t \geq 0.55$ 、なしの場合は式 (30) より $\mu_n/\mu_t \geq 1.5$ である。実験の結果は、まったく横滑りしない場合の理論平均推進速度 53.8 [mm/s] に対し、sinus-lifting ありの場合の平均推進速度は 30.3 [mm/s]、sinus-lifting なしの場合の推進速度は 13.7 [mm/s] であった。上述の摩擦係数比の条件より、摩擦力が 3.1 節の仮定に従うなら sinus-lifting ありの場合には横滑りはほとんど起きないはずであるが、実際には横滑りにより推進速度が 46% 減少しており、予想されるほどの差は確認できな



(a) On a ridge

(b) On a plane

Fig. 20 Effect of sinus-lifting

Fig. 21 Measured torques and angles in sinus-lifting

Fig. 22 Distribution of torque and angles in sinus-lifting

かった。これは、フッ素樹脂のシートと人工芝との間の摩擦力が、3.1 節で仮定した性質をあまり満たさないためと考えられる。しかし本実験では sinus-lifting ありの場合はなしの場合に比べ推進速度が約 2.2 倍となっており、sinus-lifting の効果そのものは実験的に十分確認できたと考えている。今後、適切な摩擦力を得られるようにロボット底面の素材や形状を工夫すれば、横滑りはより小さくなると予測している。

Fig. 21 と Fig. 22 は、sinus-lifting 滑走中のロボットのトルクと角度の分布を示している。ハードウェア的な限界トルク (0.04 [N・m]) で頭打ちをしている部分があるためデータは不十分であるが、Fig. 21 はトルク分布が通常の蛇行推進 (Fig. 16) よりもピーク付近で急激な変化をする三角波的な分布に近づいており、これは Fig. 10 に理論的に推定した sinus-lifting 滑走の特徴に合致していると考えられる。

6. 結 論

ヘビのはふく推進運動について従来よりも一般化された移動力学の基礎式を導入し、一定の摩擦抵抗下での蛇行推進と、sinus-lifting 滑走の解析を行った。特に sinus-lifting 滑走は従来の方法では解析できなかった推進様式であり、本論文によって初めてそのメカニズムを定量的に解析できたと考えられる。またヘビ型ロボットを用いた実験により解析結果の妥当性を示し、さらに実際に sinus-lifting 滑走に対応する推進実験によって横滑りを小さくできることを示した。本実験結果から、sinus-lifting を活用することでヘビ型ロボットから受動車輪を省略しても十分効率の良い推進が実現できる可能性があることが明らかになったと考えている。この知見は今後、従来より軽量で防塵・防水性に優れたヘビ型ロボットの運動制御を実現するために著しく重要であると考えている。今後はサイドワインダ滑走のメカニズムやヘビの端部付近の力の分布など、まだ明らかにされていない蛇行推進の特性について調べていく予定である。

謝 辞 この研究は、文部科学省科学研究費 (21 世紀 COE プログラム) および独立行政法人「日本学術振興会」の助成を受けて行われました。

参 考 文 献

- [1] 広瀬茂男：生物機械工学。工業調査会，1987.
- [2] H. Date and Y. Takita: "Control of 3D Snake-like Locomotive Mechanism Based on Continuum Modeling," Proc. of IDETC/CIE 2005, 2005.
- [3] S. Ma: "Analysis of creeping locomotion of a snake-like robot," Advanced Robotics, vol.15, no.2, pp.205-224, 2001.
- [4] A.A. Transeth, P. Liljebäck and Y. Pettersen: "Snake Robot Obstacle Aided Locomotion: An Experimental Validation of a Non-smooth Modeling Approach," Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.2582-2589, 2007.
- [5] A.E.H. Love: A Treatise on the mathematical theory of elasticity. Cambridge University Press, 1927.
- [6] 森淳, 山田浩也, 広瀬茂男: "三次元索状能動体 ACM-R3 の設計開発とその基本操舵制御", 日本ロボット学会誌, vol.23, no.7, pp.886-897, 2005.
- [7] K. Shigeta, H. Date, S. Nakamura and M. Sampei: "Improvement of Manipulability for Locomotion of a Snake Robot by Mass Distribution," Proc. of the 41st SICE Annual conference, pp.1772-1775, 2002.

- [8] S. Ma, Y. Ohmameuda and K. Inoue: "Dynamic Analysis of 3-dimensional Snake Robots," Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.767-772, 2004.
- [9] 山田浩也, 広瀬茂男: "索状能動体の研究—多関節体幹による連続曲線近似法—", 日本ロボット学会誌, vol.26, no.1, pp.110-120, 2008.

付録 A. 推進力の誘導

ヘビの全長にわたって式 (16) の $F_r'(s)$ を積分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & - \int_0^{L_T} f_r(s) ds - F_r(L_T) + F_r(0) \\ & = \int_0^{L_T} \{-F_p(s) \cdot \kappa_y(s) + F_y(s) \cdot \kappa_p(s)\} ds \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

ただし L_T はヘビの全長である。この式は、ヘビの全身にわたる体幹に沿った方向 (ロール軸方向) の力の釣り合いを示している。式 (A.1) の左辺第一項は、ヘビ体幹にかかるロール軸方向外力の合計である。また、 $F_r(L_T)$ は、ヘビが先端でロール軸正方向に引張られる力、 $F_r(0)$ はヘビが後端でロール軸負方向に引張られる力である。符号を考慮すると式 (A.1) の左辺はヘビをロール軸負方向に押す力であるから、これと釣り合う右辺はヘビをロール軸正方向に押す力である。したがって、ヘビが蛇行推進によってロール軸正方向に動こうとしている場合、左辺は全抵抗力、右辺は全推進力と解釈され、式 (A.1) は推進力と抵抗力の釣り合いを示す式と考えられる。また右辺の被積分項は式 (16) の $T_r'(s)$, $T_p'(s)$, $T_y'(s)$ によって $F_p(s)$ と $F_y(s)$ を消去すると次のように変形できる。

$$\begin{aligned} & -F_p(s) \cdot \kappa_y(s) + F_y(s) \cdot \kappa_p(s) \\ & = T_y'(s) \kappa_y(s) + T_p'(s) \kappa_p(s) + T_r'(s) \tau(s) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

これを式 (A.1) に代入して部分積分を行うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} & - \int_0^{L_T} f_r(s) ds - F_r(L_T) + F_r(0) \\ & = - \int_0^{L_T} \{T_y(s) \kappa_y'(s) + T_p(s) \kappa_p'(s) + T_r(s) \tau'(s)\} ds \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

ただし部分積分の際にヘビの端部でトルクが 0 である条件を用いている。ヘビが自身の体幹に対し δs だけ波形を移動させたとき、位置 s においてヘビの体は $\mathbf{e}_r(s)$, $\mathbf{e}_p(s)$, $\mathbf{e}_y(s)$ 軸周りにそれぞれ $\tau(s)\delta s$, $\kappa_p(s)\delta s$, $\kappa_y(s)\delta s$ だけ回転する。よって符号に注意すると、式 (A.3) の右辺は単位長さだけ波形を移動させたときにヘビ自身が屈曲と捩りによって行う仕事である。なお、ヘビがまったく横滑りしない条件下では仕事量の保存則から式 (A.3) を導くこともできるが、横滑りしている場合でも力の釣り合いは保たれるので、式 (A.3) は横滑りにかかわらず一般的に成り立つ。

蛇行推進中のヘビの端部には外力が作用しないと考えられるので、前節の結果より、ロール軸方向に速度 v で波形を移動させて推進するヘビが要する仕事率 W は次式で与えられる。

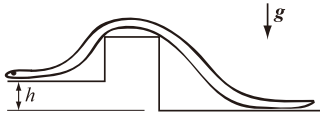


Fig. 23 Vertical displacement from the tail to the head

$$W = -v \int_0^{L_T} f_r(s) ds \quad (\text{A.4})$$

水平面上を一定速度で移動するときは $f_r(s)$ は地面との摩擦力であり，ロール軸方向の摩擦係数を μ_t ，ヘビの線密度を ρ （一定値），ヘビの質量を M ，重力加速度を g とすると，

$$W = v \int_0^{L_T} \mu_t \rho g ds = v \mu_t M g \quad (\text{A.5})$$

となる．凹凸面や斜面を移動するときは，重力が $f_r(s)$ として作用する．重力加速度ベクトルを $\mathbf{g}$ とすると，式 (12) により，式 (A.4) は，

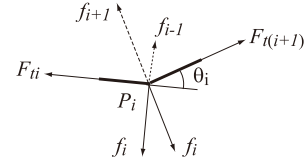
$$\begin{aligned} W &= v \int_0^{L_T} \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_r(s) ds \\ &= v \rho \mathbf{g} \cdot \{\mathbf{c}(L_t) - \mathbf{c}(0)\} = v \rho g h \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

となる．ここで $\cdot$ はベクトルの内積を表し， h は尻尾から頭までの鉛直方向変位である．式 (A.6) は重力による推進抵抗が h のみに依存することを示しており，Fig. 23 のように凹凸地形を越える運動ではヘビの体にサイフォンのような効果が働き，ヘビは重力を使って効率的に推進できる．

式 (A.5) と式 (A.6) から推進に必要な仕事率を見積もることができる．例えば質量 1 [kg] のヘビが速度 $v = 1$ [m/s] で波形を移動させるとき，摩擦係数 $\mu_t = 0.3$ の平面上を推進するのに必要な仕事率は 3 [W]， $h = 0.3L_t$ となる地形を越えるときはそれに加えて 3 [W] の仕事率が必要となる．現在のところヘビに匹敵する運動性能をもつヘビ型ロボットは実現されていないが，現在市販されている小型モーターが数 10 [g] 程度の質量で数 W の出力をもつことから，出力と重量の観点からは，高性能なヘビ型ロボットの実現可能性は高いといえる．

付録 B. 従来のモデルと一般化された基礎式の関係

平面運動の基礎式は，従来の文献 [1] のリンクのモデルを拡


 Fig. 24 Forces on the point P_i with F_t

張して導くこともできる．従来のモデル (Fig. 2 (a)) にリンク内を伝播する引張力を追加すると，Fig. 24 のように点 P_{ti} にはトルクによって発生した力 f_i ， f_{i-1} ， f_{i+1} に加えて引張力 F_{ti} ， $F_{t(i+1)}$ が作用する．すべての力を Fig. 2 (b) のように接線方向と法線方向に分解すると，

$$\begin{aligned} f_{ti} &= \{(f_i - f_{i-1}) + (f_{i+1} - f_i)\} \sin \frac{\theta_i}{2} \\ &\quad - (F_{t(i+1)} - F_{ti}) \cos \frac{\theta_i}{2} \\ &\simeq \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\delta s} \theta_i - (F_{ti} - F_{t(i+1)}) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} f_{ni} &= \{(f_{i+1} - f_i) - (f_i - f_{i-1})\} \cos \frac{\theta_i}{2} \\ &\quad + (F_{t(i+1)} + F_{ti}) \sin \frac{\theta_i}{2} \\ &\simeq \frac{T_{i+1} - T_i}{\delta s} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta s} + F_{ti} \theta_i \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$\delta s \rightarrow 0$ となる極限では，各パラメータは $\kappa(s) = \theta_i \delta s$ ， $T_i = T(s)$ ， $f_{ti} = f_t(s) \delta s$ ， $f_{ni} = f_n(s) \delta s$ ， $F_{ti} = F_t(s)$ により連続量に置き換えられて次式が成り立つ．

$$f_t(s) = \frac{dT(s)}{ds} \kappa(s) - \frac{dF_t(s)}{ds} \quad (\text{B.9})$$

$$f_n(s) = \frac{d^2 T(s)}{ds^2} + F_t(s) \kappa(s) \quad (\text{B.10})$$

ここで $f_t(s)$ ， $f_n(s)$ はヘビが外部を押す力なので，本論文の表記にあわせて外力に改めると $f_t(s) = f_r(s)$ ， $f_n(s) = -f_p(s)$ となる．同様に $F_t(s) = F_r(s)$ ， $T(s) = -T_y(s)$ (定義上，符号が変化する) と置き換えると，この式が一般化された平面運動の基礎式 (式 (17)～(19)) と等価であることが確かめられる．このことから，一般化された基礎式は従来の基礎式にリンク内を伝播する引張力を加えて拡張した式であることが確認できる．



山田浩也 (Hiroya Yamada)

2008 年東京工業大学大学院機械宇宙システム専攻博士課程修了，博士 (工学)．同年 4 月より東京工業大学特任助教．ヘビ型ロボットの研究に従事．
(日本ロボット学会学生会員)



広瀬茂男 (Shigeo Hirose)

1976 年東京工業大学制御工学専攻博士課程修了 (工学博士)．同大学助手，助教授を経て 1992 年東京工業大学機械物理工学科 (2000 年以降機械宇宙システム専攻) 教授．ロボット創造学の研究に従事．Pioneer in Robotics and Automation Award (IEEE 1999)，Award of Merit (IFTOMM 2004)，紫綬褒章 (2006) など受賞．主な著作は，「ロボット工学」(裳華房)，「生物機械工学」(工業調査会)，「Biologically Inspired Robots」(Oxford University Press) など．
(日本ロボット学会正会員)