

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	極零モデルによる音声スペクトルの推定
Title(English)	
著者(和文)	嵯峨山 茂樹, 古井 貞熙, 斉藤 収三
Authors(English)	SADAOKI FURUI
出典(和文)	電子通信学会, Vol. PRL75-81, , pp. 13-20
Citation(English)	, Vol. PRL75-81, , pp. 13-20
発行日 / Pub. date	1976, 2
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1976 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

極零モデルによる音声スペクトルの推定

嵯峨山 茂 樹 ・ 古 井 貞 熙
齋 藤 収 三

(電電公社 武蔵野通研)

1976年2月25日

社団
法人 電 子 通 信 学 会

極零モデルによる音声スペクトルの推定

SPECTRUM ESTIMATION OF SPEECH BY POLE-ZERO MODELING

嵯峨山 茂樹

Shigeki SAGAYAMA

古井 貞熙

Sadaoki FURUI

斎藤 収三

Shuzo SAITO

(日本電信電話公社 武蔵野電気通信研究所)

Musashino Electrical Communication Laboratory, N.T.T.

Abstract: Statistical estimation approach is applied to parameter estimation problem in AR-MA process (pole-zero) modeling of speech. First, maximum likelihood estimation problem of AR-MA parameters is studied. The problem is reduced to a nonlinear minimization problem, which is shown to be equivalent to "inverse filtering" formulation and to "linear prediction" formulation. As an algorithm to solve the problem, a modified Newton-Raphson algorithm is adopted. One of consistent estimate, Yule-Walker estimate is introduced, and its physical meaning is given. Some algorithms of Yule-Walker estimation are studied. Another consistent estimate, which satisfies minimum phase condition and stability condition, is given by "spectrum inverting method". Examples of experimental results are shown.

1 はじめに

板倉・斎藤(1966)は、自己回帰(全極)形定常確率過程のパラメータの統計的推定理論(最尤推定)を、音声サンプルに適用することにより新しい音声分析法を開発した⁽¹⁾。この分析法は、標本自己共分散を用いた連立一次方程式(「正規方程式」)により、自己回帰係数(パラメータ)が求められるものである。同様のアルゴリズムは、Atalら(1970)の線形予測符号化⁽²⁾、Merkel(1972)の逆フィルタ⁽³⁾などの定式化によっても得られている。(これらの分析法を総称して、LPCと呼んでおこう。)

LPCは、板倉らが示したように⁽¹⁾、正規方程式を解くことにより、(最尤解の性質から)一貫性・漸近的な不偏性・漸近的有効性を持ち、しかもつねに安定な(最小位相の)推定値が、簡単な計算で求まることに、重要な意義がある。さらに、板倉、のらにMakhoulが示したように⁽⁴⁾、LPCは

音声の分析に適した、スペクトルマッチングの特性を持つている。

最近、このモデルを拡張・一般化した、自己回帰移動平均(極零)モデルによる音声分析がいくつか試みられている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。音声の生成過程(声帯波スペクトル、鼻腔への分岐等)を考慮するならば、音声のモデルとしては、極のみならず零点も含めた形の方が望ましい。極と零点の抽出法が確立されれば、従来のLPC応用分野(音声分析合成、音声合成、音韻認識、個人性情報抽出、同音構造推定など)において、大きな進歩がもたせられる可能性がある。

しかし、従来の分析法では、まだ決定的な分析法は確立されていない。確率過程モデルを設定して、そのパラメータを「推定」しようとするならば、統計的推定論の方向からのアプローチが、最もオーソドックスであろうと考えられる。本報告は、この立場に立った音声分析法について検討したものである。

2 極零モデル

5.2.1. AR-MA 過程モデル (9)(10)(15)

時系列解析で用いられる重要なモデルに、自己回帰移動平均過程 (AR-MA process) モデルがある。 $\{x_t\}$ を、平均 0、分散 σ^2 の白色過程とするとき、

$$x_t + \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p} = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.1)$$

($t \in \mathbb{Z}$)

により生成される定常時系列 $\{x_t\}$ を、 (p, q) 次の AR-MA 過程という。^(注1) この $\{x_t\}$ のパワースペクトルは、

$$f(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{\left| \sum_{k=0}^q \beta_k e^{-jk\lambda} \right|^2}{\left| \sum_{k=0}^p \alpha_k e^{-jk\lambda} \right|^2} \quad (2.2)$$

但し、 $\alpha_0 \triangleq 1$, $\beta_0 \triangleq 1$
 λ は規格化周波数で、 $-\pi \leq \lambda \leq \pi$

で与えられる。

式(2.1)を、 $\{\varepsilon_t\}$ を入力、 $\{x_t\}$ を出力とする線形フィルタと考へれば、その伝達関数は、

$$G(z) = \frac{Q(z)}{P(z)} ; \begin{cases} P(z) = \sum_{k=0}^p \alpha_k z^{-k} \\ Q(z) = \sum_{k=0}^q \beta_k z^{-k} \end{cases} \quad (2.3)$$

である。このフィルタは、図 1.1 に示すようなデジタル・フィルタにより容易に実現できる。

このフィルタは、 p 個の極 ($P(z)$ の根) と、 q 個の零点 ($Q(z)$ の根) を持つため、式(2.3)を極零フィルタ、式(2.1)を極零モデルと呼ぶ。フィルタ (および逆フィルタ) の安定性条件から、極と零点は、すべて、 z 平面上の原点を中心とす

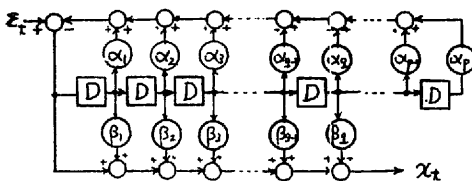


図 1.1 デジタル (p, q) 次極零フィルタ

る単位円の内部になければならない。このことは、AR 係数列 $\{1, \alpha_1, \dots, \alpha_p\}$ 、および MA 係数列 $\{1, \beta_1, \dots, \beta_q\}$ が、最小位相推移列であることと同等である。この条件を、最小位相条件と呼んでおく。

5.2.2 パラメータ推定問題

AR-MA 過程 $\{x_t\}$ から、有限個のサンプル $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ が得られたとき、これを用いて AR-MA パラメータ $\{\alpha, \beta; \sigma^2\}$ を推定する問題を考える。これは、音声については、有限個の音声サンプルから、スペクトルの極と零点を推定することに相当する。

統計的推定論の立場から、AR-MA パラメータの推定値の持つべき望ましい性質をいくつか列挙してみよう。

- (a) 一貫性
- (b) 不偏性
- (c) 有効性
- (d) フィルタの安定性
- (e) アルゴリズムの解の一貫性

(a) は、サンプル数 $N \rightarrow \infty$ のとき、パラメータの推定値が真値に確率収束することを意味し、⁽¹⁾ 音声分析上最低必要な条件であろう。(b) は、推定値の期待値が真値に等しいことを意味する。⁽²⁾ (c) は、(一貫性のあるとき) 推定値の分散が、あらゆる推定量の中で最小であることを意味する。⁽³⁾ このことは、一般に、合形パラメータとして、最もよい性質である。(d) は、すでに述べた最小位相条件を満たすことである。(e) は、当然必要なことであろう。

ついでながら、AR-MA 過程は、 $q=0$ のとき、自己回帰 (AR) モデルになる。LPC 分析で、板倉らおよび Marple の方法 ("correlation method" と呼ばれる) により求められる推定量は、(a)(d)(e) および、漸近的に (b)(c) の性質を持つ。⁽⁴⁾ 一方、Atal の方法 ("covariance method" と呼ばれる) は、(a)(b)(e) および、漸近的に (c) を持つ。⁽⁵⁾ このような性質が保証されていることが、LPC 分析の強力さを裏付けている。(注2)

(注1) 今後 AR 係数 $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ と MA 係数 $\beta_1, \dots, \beta_q$ をまとめて α, β と書く。 σ^2 も含め AR-MA パラメータと総称する。

(注2) 以後 LPC というときは、特に断らない限り、板倉の方法を指すものとする。

③ 最尤推定法による分析

§.3.1 最尤推定

最尤推定量は、(ある正則条件下で) 一致推定であり、漸近的に不偏性と有効性を持つ、最良の推定量ということができた。まず、AR-MAパラメータの最尤推定問題を考える。以下、 θ は、 α と β をまとめたものとする。

$\{x_k\}$ が正規過程であれば、 N 個のサンプル値 $x = (x_1, \dots, x_N)^T$ が与えられたときの対数尤度は、次のようになる。(9)

$$L_N(\theta; \sigma^2 | x) = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |\Gamma| - \frac{1}{2} x^T \Gamma^{-1} x \quad (3.1)$$

但し、 $\Gamma = \Gamma(\theta; \sigma^2) = (E[x_{t+i} x_{t-j}])$
($N \times N$ 自己共分散行列。 θ と σ^2 の関数)

この式に、

$$\sigma^2 = 2\pi \exp \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\lambda) d\lambda \quad (3.2)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log |\Gamma| = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\lambda) d\lambda \quad (3.3)$$

を適用すれば、 N が大きいとき、

$$L_N(\theta; \sigma^2 | x) \approx -\frac{N}{2} \log \sigma^2 - x^T \Gamma^{-1} x \quad (3.4)$$

と書けるが、 $\Gamma^{-1}(\theta; \sigma^2)$ の要素は、 θ, σ^2 を用いて explicit に表わすのは難しい。そこで、 Γ の固有値の漸近分布の理論を用いて、(9)(11)

$$\Gamma = P D P^* \quad (3.5)$$

但し、 P は Fourier 変換行列。(2=71)
 D は、主対角要素が、 $f(\lambda)$ を等間隔にとった直に等しい対角行列。
*は共役転置を表わす。

と表わせることを用いれば、

$$x^T \Gamma^{-1} x \approx (x^T P) D^{-1} (P^* x) = \sum_{\nu=0}^{N-1} \frac{I_N(\omega_\nu)}{f(\omega_\nu)} \quad (3.6)$$

$$\text{但し、} I_N(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left| \sum_{k=1}^N x_k e^{-j\lambda k} \right|^2 \quad (\text{セリフトグラム})$$

$$\omega_\nu = 2\pi\nu/N$$

従って、 $L_N(\theta; \sigma^2 | x)$ の漸近近似として、

$$\tilde{L}_N(\theta; \sigma^2 | x) = -\frac{N}{2} \left\{ \log \sigma^2 + \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\lambda)}{|G(e^{j\lambda})|^2} d\lambda \right\} \quad (3.7)$$

が得られる。(G(2)は式(1.3)) したがって、

$$\sigma^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\lambda)}{|G(e^{j\lambda})|^2} d\lambda \quad (3.8)$$

のとき、 σ^2 に関して最大値、

$$\max_{\sigma^2} \tilde{L}_N(\theta; \sigma^2 | x) = -\frac{N}{2} \left\{ \log \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\lambda)}{|G(e^{j\lambda})|^2} d\lambda + 1 \right\} \quad (3.9)$$

をとる。

以上より、AR-MAパラメータの最尤推定問題は、

$$F(\alpha; \beta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\lambda)}{|G(e^{j\lambda})|^2} d\lambda \quad (3.10)$$

を最小にするような、(最小値相の) $(\alpha; \beta)$ を求める問題となる。 σ^2 は、式(3.8)により決められる。

§.3.2 最尤推定の物理的意味

<逆フィルタ 定式化>

式(3.10)において、 $F(\alpha; \beta)$ は、スベクトルが $I_N(\lambda)$ であるような信号を、線形フィルタ $G^{-1}(z)$ ($G(z)$ の逆フィルタ)に通したときの出力のバワである。従って、式(3.10)の最小解は、式(2.3)の形のフィルタ $G(z)$ の逆フィルタ $G^{-1}(z)$ に、サンプル値列 $\{x_1, \dots, x_N\}$ を入力したときの出力バワが最小になるようにした解になっている。

このように、最尤推定は、「逆フィルタのバワ最小化」の定式化に同等である。この意味で、前節の定式化は、Markel 流の LPC⁽³⁾を、極零モデルに拡張したものになっている。

<線形予測定式化>

また、これは、 x_k の予測値を、 x_k の過去の p 個の値のみならず、予測誤差 e_k の、過去の q 個の値も用いて、

$$\hat{x}_k = -\sum_{\mu=1}^p \alpha_\mu x_{k-\mu} + \sum_{\nu=1}^q \beta_\nu e_{k-\nu} \quad (3.11)$$

$$\text{但し、} e_k = x_k - \hat{x}_k$$

により予測し、予測誤差 e_k の分散を最小にすることにも同等である。この意味で、最尤推定は、Atal 流の LPC 定式化⁽⁶⁾、極零モデルに拡張したものである。

§.3.3 最尤推定のアルゴリズム (10)(14)

式(3.10)を最小にすることは、非線形最小化問題であり、教通的には、繰り返し算法 (iteration) を用いて解くしかない。その方法には、種々のものが考えられるが、この場合は、Newton-Raphson 法が有利である。その逐次近似式は、

次式で表わされる。($\nabla F=0$ の解を求める)。

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} - [H^{-1} \nabla F]_{\theta=\theta^{(n)}} \quad (3.12)$$

但し, $\nabla F = \nabla F(\theta) = \text{grad } F = \left(\frac{\partial F}{\partial \theta_i} \right)$ (gradient)

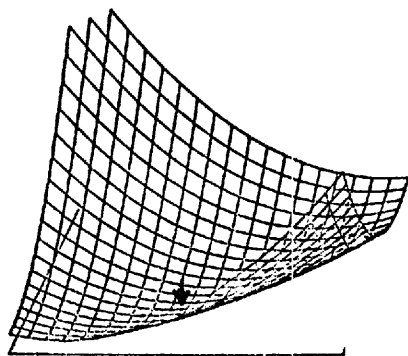
$$H = H(\theta) = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) \quad (\text{Hesse行列})$$

(この算法は、真値の近くでは H が正定値となり、収束は二次である。式中の ∇F と H は、比較的容易に値が計算できる。)

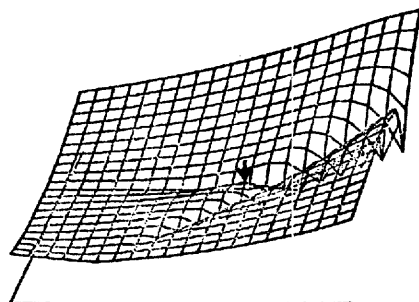
但し、この方法では、最小値相の、(globalな) 最小解に達する保証はない。つまり、localな極値に収束したり、最小値相領域を逸脱して収束しなかったりすることおこり得る。この状況は、関数 $F(\alpha; \beta)$ の形を見れば理解できる。

図3.1(a)は、 $p=2, q=0$ の場合の $F = F(\alpha_1, \alpha_2)$ の形の例、同(b)は、 $p=0, q=2$ の場合の $1/F = \{F(\beta_1, \beta_2)\}^{-1}$ (見やすいように逆数をとっている) の形の例を表わす。後者の場合(全零形)には、 F の形が複雑で、最小値相条件を追加しなくては、最小化できないことがわかった。

従って、実際の数値解法には、若干の工夫が



(a) $(p, q) = (2, 0)$ の場合の $F(\alpha_1, \alpha_2)$



(b) $(p, q) = (0, 2)$ の場合の $\{F(\beta_1, \beta_2)\}^{-1}$

図3.1. $F(\alpha; \beta)$ の形の立体表示 (印刷真値)

必要である。たとえ、第6章で述べる実験では、式(3.12)のかわりに、その変形、

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} - \left[\left| \frac{\nabla F' \nabla F}{\nabla F' H \nabla F} \right| \nabla F \right]_{\theta=\theta^{(n)}} \quad (3.13)$$

を用いている。これは、式(3.12)で得られる解 ($\nabla F(\theta)=0$ の解) は、極大と極小もあり得るので、必ず、下降方向に向かうように変形したのである。さらに、各ステップごとに、最小値相条件を逸脱しないようにチェックしている。初期値には、第5章で述べる推定値を用いている。

4 Yule-Walkerの一致推定による分析

§4.1. Yule-Walker方程式

式(2.1)の両辺に、 $x_{t-\tau}$ をかけ、期待値をとると、

$$\sum_{\mu=0}^{\tau} \alpha_{\mu} \mathcal{E}[x_{t-\tau} x_{t-\mu}] = \sum_{\nu=0}^{\tau} \beta_{\nu} \mathcal{E}[x_{t-\tau} x_{t-\nu}] \quad (4.1)$$

$\{x_t\}$ の白色性と τ 以下の因果律から、

$$\mathcal{E}[x_{t-\tau} x_{t-\nu}] = 0 \quad ; \tau > \nu \quad (4.2)$$

である。よって、 $\{x_t\}$ の自己共分散、

$$\gamma_{\tau} \triangleq \mathcal{E}[x_{t-\tau} x_t] \quad ; \tau \in \mathbb{Z} \quad (4.3)$$

が知られていれば、次式により $\{\alpha_t\}$ が知られる。

$$\sum_{\mu=0}^{\tau} \alpha_{\mu} \gamma_{\tau-\mu} = 0 \quad ; \tau > q \quad (4.4)$$

また、式(2.1)の両辺を y_t とおけば、 $\{y_t\}$ は移動平均過程(MA process)であり、その自己共分散 $\{\phi_{\tau}\}$ は、 $\{\gamma_{\tau}\}$ と $\{\alpha_t\}$ を用いて、

$$\phi_{\tau} \triangleq \mathcal{E}[y_{t-\tau} y_t] = \sum_{k=-p}^p A_k \gamma_{k+\tau} \quad ; \tau \in \mathbb{Z} \quad (4.5)$$

$$\text{但し, } A_k = \sum_{\mu=0}^{p-|k|} \alpha_{\mu} \alpha_{\mu+|k|} \quad ; |k| \leq p$$

により求められる。同時に、

$$\phi_{\tau} = \sigma^2 \sum_{\nu=0}^{q-|\tau|} \beta_{\nu} \beta_{\nu+|\tau|} \quad ; \tau \in \mathbb{Z} \quad (4.6)$$

であるから、 $\{\phi_{\tau}\}$ が知られれば、この連立二次方程式を解けば、 $\{\beta_t\}$ が得られる。(最小値相条件により、解は一意である。)

以上は、 $\{\gamma_{\tau}\}$ が知られている場合であったが、実際は、サンプル値 $\{x_1, \dots, x_N\}$ から、 $\{\gamma_{\tau}\}$

の推定値 $\{\hat{y}_\tau\}$ が得られるのみである。 $\{\hat{y}_\tau\}$ と
して、 $\{\hat{y}_\tau\}$ の一致推定量: (但し 不偏でない)

$$\hat{y}_\tau = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-|\tau|} X_k X_{k+|\tau|} ; \tau \in \mathbb{Z} \quad (4.7)$$

を用いることとして、式(4.4)の y_τ のかわりに
 $\{\hat{y}_\tau\}$ を、 $\tau = 1, 2, \dots, 1+p$ について置きかえ
てできる方程式 (「Yule-Walker 方程式」と呼
ぶことにする。)(9)(10)

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_1 & \hat{y}_{2-1} & \dots & \hat{y}_{2-p} \\ \hat{y}_2 & \hat{y}_1 & \dots & \hat{y}_{2-p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_{1+p} & \hat{y}_{1+p-1} & \dots & \hat{y}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \hat{y}_{2+1} \\ \hat{y}_{2+2} \\ \vdots \\ \hat{y}_{2+p} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

を解いて得られる統計量 $\{\hat{\alpha}_p\}$ は、 $\{\alpha_p\}$ の一致
推定量になっている。しかし、この場合、 $p \neq 0$
ならば、 $\{\alpha_p\}$ が最小位相解になっている保証
はない。

そこで、上記の $\{\hat{\alpha}_p\}$ と $\{\hat{y}_\tau\}$ を用いて、式(4.5)
により $\{\hat{\phi}_\tau\}$ を計算する。式(4.6)のかわりに、
連立二次方程式 (「MA 相関方程式」と呼ぶ。)

$$\begin{cases} b_0^2 + b_1^2 + \dots + b_p^2 = \hat{\phi}_0 \\ b_0 b_1 + b_1 b_2 + \dots + b_{p-1} b_p = \hat{\phi}_1 \\ \vdots \\ b_0 b_p = \hat{\phi}_p \end{cases} \quad (4.9)$$

の最小位相の実数解が求めれば、

$$\hat{g}^2 = b_0 ; \quad \beta_v = b_v / b_0 \quad (v=1, \dots, p) \quad (4.10)$$

により、 $\{\alpha_p\}$ β の一致推定値が求められる。
式(4.9)が実数解を持つためには、 $\{\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p,$
 $0, \dots\}$ が正定値列でなければならぬが、こ
の保証はない。また、実数解を持つときでも、
最小位相解を求めるには、工夫が必要である。

§4.2. MA 相関方程式の解法

上記の工夫を行なうた算法のいくつかを挙げて
おく。

(1) スペクトル反転による方法

MA (全極) 過程の共分散からそのスペクトル
を求め、それを反転 (逆数をとる) ことにより、
AR (全極) 過程に帰着させる方法である。(14)

数列 $\{\hat{\phi}_0, \dots, \hat{\phi}_p, 0, \dots\}$ を Fourier (cosine) 変
換し、(式(4.9)の実数解存在条件は、これが正で
あること)、その逆数を、再び Fourier (cosine)
逆変換したものを、 $\{\hat{\psi}_0, \hat{\psi}_1, \dots\}$ とする。これ
を、自己共分散とした、AR の正規方程式を解
けば、最小位相の $\{\beta\}$ の推定値が求められる。

(2) 多数の極を用いる反転法

MA 過程を、多数極の AR 過程で近似して、
スペクトル反転を行なうものである。

自己共分散列 $\{\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, 0, \dots\}$ に対し
て、十分大きい次数 (カ) の LPC 分析を適用し
て、AR 係数 $\{a_1, a_2, \dots, a_M\}$ を求める。さ
らに、

$$\hat{y}_k = \sum_{m=0}^{M-1-k} a_m a_{m+k} \quad (4.11)$$

を求め、あとは、前項(1)と同様に、正規方程式
を解くことにより、 $\{\beta\}$ の推定値が得られる。

(1) は、一貫性があるが、計算量は多い。一方
(2) は、M が十分大きくないと、近似が悪くな
るが、計算の能率はよい。

(3) Newton-Raphson 法による解法 (8)

式(3.10)を、 $(p+1)$ 次元のベクトル $b = (b_0, b_1,$
 $\dots, b_p)^T$ の方程式と見て、多次元 Newton-Raphson
法により解くものである。その逐次算法は、

$$b^{(n+1)} = b^{(n)} - [J^{-1}(b) f(b)]_{b=b^{(n)}} \quad (4.12)$$

とし、

$$f(b) = \begin{pmatrix} b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_p^2 - \hat{\phi}_0 \\ b_0 b_1 + b_1 b_2 + \dots + b_{p-1} b_p - \hat{\phi}_1 \\ \vdots \\ b_0 b_p - \hat{\phi}_p \end{pmatrix}$$

$$J(b) \triangleq \frac{df}{db} = \begin{pmatrix} 2b_0 & 2b_1 & 2b_2 & \dots & 2b_p \\ b_1 & b_0+b_2 & b_3 & \dots & b_{p+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_p & b_{p-1} & b_{p-2} & \dots & b_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_p \end{pmatrix}$$

で与えられる。この方法は、実数解が存在すれ
ば収束は速いが、最小位相解が得られる保証は
ない。(初期値の与え方に依存する。)

(4) 零点計算による方法 (15)

スペクトルを因子分解して零点を求めた方法
である。すなわち、相反方程式:

$$p(z) = \sum_{k=-p}^p \hat{\phi}_k z^k = 0 \quad (4.13)$$

の $2p+1$ 個の根を、(Bairstow 法などにより) 求め、
このうち、単位円内にあり p 個の根 $\{z_k\}$ を選
んで、多項式:

$$Q(z) = \prod_{k=1}^p (1 - \frac{z_k}{z}) = \sum_{v=0}^p \beta_v z^{-v} \quad (4.14)$$

をつくらせて $\{\beta\}$ が求まられる。この方法は、
常に最小位相解が得られるが、手順は面倒であ
る。

(5) その他、Cepstrum を用いる方法や、Taylor
展開を用いる方法など、種々のものが考えられ

る。

§4.3. Yule-Walker 推定の物理的意味

本章で述べた推定法は、 $(p+q+1)$ 個のパラメータ $\{\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_{q+1}\}$ を求めるのに、サンプル値 $\{x_1, \dots, x_n\}$ から計算した標本自己共分散 $\{\hat{r}_\tau\}$ を、 $\tau=0, \dots, (p+q)$ についてしか必要としない。このことからわかるように、本章の推定法は、AR-MA パラメータの関数である自己共分散関数 $\gamma_c(p, q)$ と、標本自己共分散 $\hat{r}_\tau$ とを、 $\tau=0, \dots, (p+q)$ について等しく置いたことと同等である。

自己共分散関数は、パワースペクトルの Fourier 展開係数である。一方、標本スペクトル（ピリオドグラム）は、式(4.7)で定義された標本自己共分散の Fourier 変換である。従って、この方法は、モデルのスペクトル $f(\lambda)$ と、標本スペクトル $I_n(\lambda)$ の、両者の Fourier 展開係数の、はいめの $(p+q+1)$ 項を等しく置くのである。このことは、スペクトル形状の大局的近似をしていることになる。

また、 $q=0$ としたとき、この方法は、LPC（予測法）と同一である⁽⁴⁾。この意味では、この方法は LPC の拡張と考えることができる。

5 スペクトル反転法による分析

§5.1. スペクトル反転法

前章で述べた推定量は、一貫性があり、スペクトル近似としての意味も明確であった。しかし、最小位相実数解が得られる保証がなかった。そこで、一貫性を保ち、たまたま、最小位相解を得る方法を考える。

真の自己共分散関数 $\gamma_c(\tau)$ が与えられるば、Yule-Walker 方程式により $\{\alpha_\mu\}$ が求まらば、すなわち、極が求められる。スペクトル $f(\lambda)$ から、極を除けば、零点のみのスペクトルが得られる。逆数をとって、零点を極に移せば、それは LPC を用いて求められる。

以上の手順において、 $\{\gamma_c(\tau), f(\lambda)$ のかわりに、その一致推定量 $\{\hat{r}_\tau, \hat{I}_n(\lambda)$ を用いる。 $\hat{I}_n(\lambda)$ （ピリオドグラム）は、 $f(\lambda)$ の一致推定とはならないので、適当な窓関数を用いて、一貫性を持つ推定量を選ぶ。）こうして、極と零点の

一致推定値が得られる。しかし、この場合、 $\{\beta_\nu\}$ は最小位相であるが、 $\{\alpha_\mu\}$ は最小位相である保証がない。そこで、同じような原理で、もとのスペクトルから零点を除き、極のみのスペクトルに LPC を適用して、極を求め直せば、これは最小位相になっている。こうして、最小位相の極と零点の一致推定値が求められる。

途中、スペクトルの逆数をとる（反転する）ことにより、零点を極に変換しているのので、この方法を、「スペクトル反転法」と呼んでおく。

§5.2. スペクトル反転法の手順

スペクトル反転法による推定法の具体的な手順を次に示す。音声信号入力 $\{x_1, \dots, x_n\}$ とする。

- (1) 標本共分散: $\hat{r}_\tau \triangleq \frac{1}{n} \sum x_t x_{t+\tau}$ を求め、これに適当な窓関数 $\{w_\tau^{(n)}\}$ をかけ、 $\hat{\gamma}_\tau \triangleq w_\tau^{(n)} \hat{r}_\tau$ を得る。これを Fourier 変換し、 $\hat{I}_n(\lambda) \triangleq \mathcal{F}[\hat{\gamma}_\tau]$ を求める。
- (2) $\{\hat{\gamma}_\tau\}$ を用いて、Yule-Walker 方程式(式(4.8))を解いて、 $\{\hat{\alpha}_\mu^{(n)}\}$ を求める。これを係数とするフィルタ $\hat{P}^{(n)}(z) \triangleq \sum \hat{\alpha}_\mu^{(n)} z^{-\mu}$ を定義する。

- (3) $\hat{I}_n(\lambda)$ に、極除去フィルタをかけ、スペクトルを反転（零点→極）、その Fourier 逆変換（共分散領域へ）を求める。

$$w_\tau \triangleq \mathcal{F}^{-1} \left[1 / \left(\hat{I}_n(\lambda) \cdot |\hat{P}^{(n)}(e^{j\lambda})|^2 \right) \right]$$

- (4) $\{w_\tau\}$ を用いた正規方程式を解いて $\{\hat{\beta}_\nu^{(n)}\}$ を求める。

$$\begin{pmatrix} w_0 & \dots & w_{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p-1} & \dots & w_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1^{(n)} \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p^{(n)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_p \end{pmatrix}$$

これを係数とするフィルタ $\hat{Q}^{(n)}(z) \triangleq \sum \hat{\beta}_\nu z^{-\nu}$ を定義する。

- (5) 再び、 $\hat{I}_n(\lambda)$ を、零点除去フィルタに通し、その Fourier 逆変換（共分散領域）を求める。

$$v_\tau \triangleq \mathcal{F}^{-1} \left[\hat{I}_n(\lambda) / |\hat{Q}^{(n)}(e^{j\lambda})|^2 \right]$$

- (6) $\{v_\tau\}$ を用いて正規方程式を解いて $\{\hat{\alpha}_\mu^{(n)}\}$ を求める。

$$\begin{pmatrix} v_0 & \dots & v_{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p-1} & \dots & v_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1^{(n)} \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_p^{(n)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix}$$

- (7) 以上により、推定値 $\hat{\alpha}_\mu = \hat{\alpha}_\mu^{(n)}, \hat{\beta}_\nu = \hat{\beta}_\nu^{(n)}$ ($\mu=1, \dots, p; \nu=1, \dots, q$) が求まる。

この推定法は、最小位相で実数の一致推定量が求まるが、スペクトル近似の意味が、前章の方法ほど明確ではない点がある。

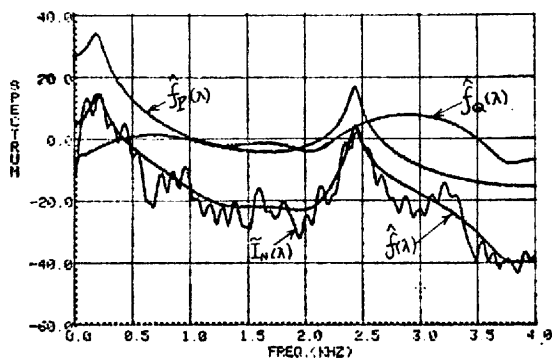


図 6.1. 最尤推定法による推定スペクトル

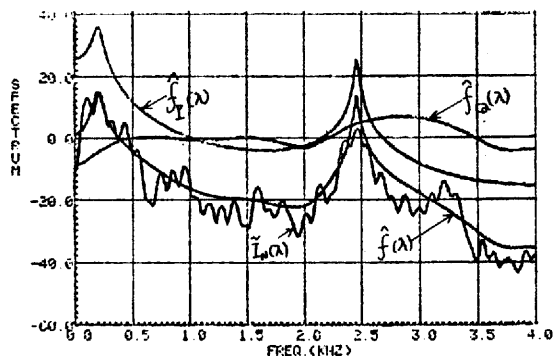


図 6.2. スペクトル反転法による推定スペクトル

6 実験結果例

本章で述べた分析法による分析実験の結果の例を示す。ここでは、文章朗読音声(男声)を、低域フィルタ($f_c = 3.4 \text{ kHz}$)に通し、8KHzでサンプリングし、AD変換したデータから、32ms長の Hamming 窓により切り出した、256点のサンプルを用いている。

図 6.1 ~ 6.5 を通じて、 $I_w(\lambda)$ は、データの標本スペクトル(ピリオドグラム)、 $\hat{f}_p(\lambda) \equiv |\hat{p}(e^{j\lambda})|^2$ および $\hat{f}_a(\lambda) \equiv |\hat{a}(e^{j\lambda})|^2$ は、それぞれ、推定された、極のみおよび零点のみのスペクトル、そして、 $\hat{f}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{f}_p(\lambda) \hat{f}_a(\lambda)$ は、推定された極零形スペクトルを表わす。(すべて log で図示)

図 6.1 は、最尤推定法による分析例である。音声サンプルは、「銀世界高原」の、/n/の部分である。極数 $p=6$ 、零点数 $q=8$ とし、初期推定値を、スペクトル反転法により求めた。図 6.2 が、その初期推定スペクトルである。この初期値から出発して、式(3.13) (変形 Newton Raphson 法)により繰り返し計算(iteration)を行ない、図 6.1 を得た。

図中の $\hat{I}_w(\lambda)$ は、第 5 章で述べたものである。標本自己共分散、 $\hat{\gamma}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n x_{n+m}$ を求め、これに、二項係数窓をかけて Fourier 変換して $\hat{I}_w(\lambda)$ とした。(この方法 (Log window 法と呼ぶ) は、この場合のようにピーチ構造を持つスペクトルの谷を潰して、スペクトル反転の際に無意味な高いピークを作ること avoided 役に立つ。)

図 6.3 ~ 6.5 は、Yule-Walker 一致推定による分析例である。音声サンプルは、「ばくおん(爆音)」の... の /N/ の部分である。

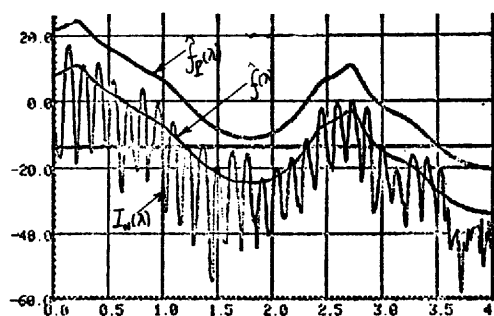


図 6.3. Yule-Walker 推定スペクトル ($p=12, q=0$) (全極)

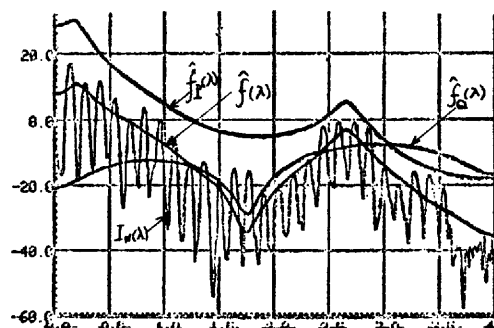


図 6.4. Yule-Walker 推定スペクトル ($p=8, q=4$)

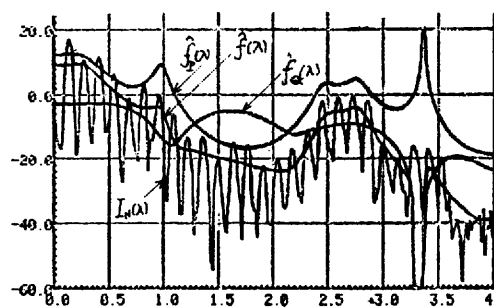


図 6.5. Yule-Walker 推定スペクトル ($p=12, q=8$)

式(4.8) (Yule-Walker方程式)を解いて、 $\hat{\gamma}_p$ の推定値を求める。これから、式(4.5)により、 $\hat{\gamma}_p$ と $\hat{\gamma}_c$ を求める、それぞれの Fourier 変換として、 $\hat{f}_p(\lambda)$ および $\hat{f}_c(\lambda)$ が計算できる。図6.3~6.5の $\hat{f}_p(\lambda)$ 、 $\hat{f}_c(\lambda)$ はこのようにして求めたもので、式(4.9) (MA 相関方程式)を解くことは、ここではしていない。

図6.3は、極点数 $p=12$ 、零点数 $q=0$ 、すなわち全極形の場合で、12次のLPC分析と同じである。図6.4は、 $p=8$ 、 $q=4$ の場合である。図6.5は、 $p=12$ 、 $q=8$ の場合で、推定スペクトル $\hat{f}(\lambda)$ に、真の部分(leg スペクトルでは値なし)が生じている。この場合は、式(4.9)は、実根を持たない。このような現象は、同レデータに対しては、 (p, q) の選び方によって、起きることも起きないこともある。

7 結論

音声スペクトルの、極零モデル (AR-MA モデル) による推定法に、統計的推定論の方向から検討を行なった。

最も良い性質を持つ推定量が得られる最尤推定法について述べ、これが、非線形最小化問題となることを示した。これはまた、逆フィルタ、および線形予測の定式化と同等であることを示された。問題の数値解法としては、Newton-Raphson法による方法が有効であるか、最小位相条件を考慮し、よい初期値を与える必要がある。若干改良した、変形 Newton-Raphson 法も示された。

比較的簡単に求められる一般推定量の一つとして、Yule-Walker推定量について考察した。この方法は、標本スペクトル(ペリオドグラム)と、モデルのスペクトルの形状の、両者の Fourier 展開係数の最初の $(p+1)$ 項と等しく置くことに等価である。この推定法中に現れる、MA相関方程式の解法について、詳しく考察した。この推定法には、必ずしも、最小位相の実数解が求まる保証がないという欠点がある。

Yule-Walker推定の、上記の欠点を除くため若干変形した、スペクトル反転法について説明した。一貫性は持つが、Yule-Walker推定法には、明確な物理的意味を持たない欠点がある。実験では、前述の最尤推定法が、初期推定

値として用いている。

以上の方法について、実験を行ない、その結果の例をいくつか示した。但し、ここに示したような、視覚的なデータのみから結論を出そうとすることは危険である。

この報告では議論しなかったが、重要な問題として、次数 (p, q) (極と零点の数) の決定法がある。これにも、統計的推定論の方向からのアプローチが有効であることが期待される。たとえば、最尤推定法に関して計算される尤度関数の値を用いて尤度比検定を行なう方法、あるいは、最近の赤池などによる、情報論的な次数決定法などの応用が考えられる。

(謝辞) 日頃御指導いただく、野田基礎研究部長、橋本第4研究室長、板倉調査役、および、有益な討論をして下さった、第4研究室と斎藤特別研究員の諸氏に深謝致します。

文献

- (1) 板倉斎藤, 信学論, 53-A, No.1, 1970.
- (2) B.S. Atal et al., J. Acoust. Soc. Amer., vol.50, No.2, 1971.
- (3) J.D. Markel, IE³ Trans. AU-20, JUNE 1972.
- (4) J. Makhoul, IE³ Trans. AU-23, No.3, JUNE 1975.
- (5) 深林鈴木, 信学論, 58-A, No.5, 1975.
- (6) 石崎, 音響学会 音声研資, MARCH 1975.
- (7) B.S. Atal et al., Speech Communication Seminar, 1979.
- (8) G.E. Box and G.M. Jenkins, Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day, 1970.
- (9) E.J. Hannan, Multiple Time Series. Wiley, 1970.
- (10) 細谷, 経済学論集, 38巻, 4号, 1973.
- (11) U. Grenander and G. Szegő, Toeplitz Forms and Their Applications, Univ. California Press, 1958.
- (12) ウィルクス, 数理統計学 (中, 若本訳), 東京図書, 1972.
- (13) 藤井, 時系列解析, コロナ社, 1974.
- (14) J. Makhoul, IE³ Proc. 63, No.4, APRIL 1975.
- (15) 小川原, 数理科学, No.107, MAY 1972.