T2R2 東京工業大学リサーチリポジトリ
Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	揮発性二液滴の同時蒸発
Title(English)	
著者(和文)	谷口泉
Author(English)	IZUMI TANIGUCHI
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第2018号, 授与年月日:1989年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第2018号, Conferred date:1989/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

Powered by T2R2 (Tokyo Institute Research Repository)

学位論文

揮発性二液滴の同時蒸発

1988年12月提出

東京工業大学　理工学研究科
化学工学専攻

谷口　泉

目次

1章　緒論　1

1．1　緒言　1

1．2　既往の研究　2

1．3　本研究の目的と概要　7

2章　同軸上を運動する二つの球の抵抗係数に関する数値解析　12

2．1　本章の目的　12

2．2　基礎式および境界条件　12

2．3　数値解析法　15

2．4　大きさの等しい二つの球の抵抗係数　25

2．5　大きさの異なる二つの球の抵抗係数　32

2．6　二つの球の抵抗係数に関する相関　36

2．7　本章の結論　39

3章　同軸上に配列された二つの球の物質移動に関する数値解析　42

3．1　本章の目的　42

3．2　基礎式および境界条件　42

3．3　数値解析法　43

3．4　大きさの等しい二つの球の拡散流束　45

3．5　大きさの異なる二つの球の拡散流束　53

3．6　二つの球の拡散流束に関する相関　56

3．7　本章の結論　59

4章　揮発性液滴の蒸発速度におよぼす隣接固体球の影響　62

4．1　本章の目的　62
4．2　実験装置および方法　62
4．3　水およびオクタン滴の蒸発　66
4．4　数値解との比較　73
4．5　ペンタン滴の蒸発　73
4．6　本章の結論　79

5章　同軸上に配列された揮発性二液滴の同時蒸発　82
5．1　本章の目的　82
5．2　実験装置および方法　82
5．3　水滴の同時蒸発　84
5．4　ヘキサン滴の同時蒸発　87
5．5　液滴間の干渉効果に関する相関　93
5．6　本章の結論　95

6章　自由落下する揮発性単一液滴の抵抗係数と物質移動の同時測定　98
6．1　本章の目的　98
6．2　測定原理　98
6．3　実験装置および方法　99
6．4　固体球の抵抗係数　105
6．5　揮発性液滴の抵抗係数と拡散流束　110
6．6　本章の結論　118

7章　同軸上を運動する液滴群の抵抗係数　119
7．1　本章の目的　119
7．2　実験装置および方法　119

7．3　落下速度および滴間距離　125
7．4　液滴群の抵抗係数　125
7．5　抵抗係数に関する相関　128
7．6　本章の結論　128

8章　二つの揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーション　132
8．1　本章の目的　132
8．2　計算方法　132
8．3　実測値との比較　134
8．4　二つの液滴の落下速度および滴径変化　137
8．5　二つの液滴の衝突に影響する諸因子　140
8．6　本章の結論　147

9章　総括　148

使用記号　150
引用文献　155
謝辞

1 章　緒論

1．1　緒言

高温気流中に噴霧された微粒化液滴群の運動、熱および物質移動は、ディーゼルエンジンなどにおける液体燃料の微粒化燃焼、粉ミルク、合成洗剤などにおける微粒化液滴の乾燥および原子炉の熱除去におけるガス冷却などの様々な工業操作において極めて重要な問題である。これらの操作は、液体を微粒化することにより気液接触面積を飛躍的に増加させ熱および物質移動を促進させる点で、他の工業操作に較べて非常に優れている反面、気相中に液滴が分布を持って多数存在し、それらが流れ場および濃度場に複雑に影響をおよぼすため、液滴群における個々の液滴の運動、熱および物質移動などの移動現象は、いまだ未解決のままになっている問題が多く残されている。

液滴群の移動現象では、着目滴の上流および下流側に多数の液滴が存在するため、流れ場および濃度場が隣接液滴群によって複雑に影響される。このため液滴群の熱および物質移動は、単一液滴のそれと著しく挙動を異にしており、いわゆる液滴間の干渉効果が設計上重要な問題になっている。この液滴間の干渉効果は、液滴間の相対的距離、配列および滴径分布などの様々な因子によって複雑に影響されると予測される。しかしながら、これらのどの因子が液滴間の干渉効果に重要な影響を与えるか、いまだ明らかになっていないのが現状である。

そこで、液滴群の蒸発における滴間の相互干渉の影響に対する一つの基礎的知見を得るために、滴群の干渉効果としては最も基本的な問題である二滴同時蒸発における干渉効果について明らかにすることは、これら噴霧装置の合理的設計法を確立するうえで非常に重

要である。

1．2　既往の研究

液滴群の移動現象の問題点を明らかにするために、以下では単一液滴、二つの液滴および液滴群の移動現象に関する既往の研究を概観する。

単一液滴の移動現象：　蒸発速度の小さい単一液滴の移動現象に関しては、これまでに多くの研究が報告され、抵抗係数に関する Lapple & Shepherd の相関[44]、熱および物質移動に関する Ranz-Marshallの相関[57]など、信頼性の高い結果が報告されている。

しかしながら、液体燃料などの蒸発速度の大きい液滴の移動現象に関しては、燃焼液滴に関する Eisenklamら[22,23]の先駆的な研究を除けば、きわめて少数の報告[21,60,61]しか知られていない。最近、Chuchottawornら[12-14]は蒸発を伴う液滴の抵抗係数、熱および物質移動に関して有限差分法により数値解を求め、その結果が実測値と良好な一致を得たことを報告している。また、Morimotoら[51]は、非定常で自由落下する揮発性液滴の抵抗係数を実測した結果を報告している。Table 1.1 は、単一液滴の移動現象に関する主な既往の研究をまとめたものである。

隣接した二つの球および液滴の運動：　隣接した二つの球および液滴の運動に関しては、Stimson & Jeffery[73]がクリープフローについての解析解を求めて以来、多くの理論的研究[17,20,30,34,39,84]および実験的研究[24]が報告されている。また、乱流場($Re_P = 10^3 \sim 10^4$)における球間の干渉効果に関する実験的研究[46,52,53,80]が報告されている。近年 Talら[78]は、粘性流体中($Re_P = 40$)を運動する二つの球のまわりの流れ場を有限差分法を用いて数値計算し、球間の干渉効果について検討を行っている。しかしなが

Table 1.1　単一液滴の移動現象に関する既往の研究

研究者	年代	備考
Lapple and Shepherd[44]	1940	固体球の抵抗係数の相関。
Ranz and Marshall[57]	1952	液滴、固体粒子の熱および物質移動に関する相関式。
Brauer and Sucker[6]	1978	境界層近似による固体球の抵抗係数に関する数値解。
Brauer and Sucker[7]	1978	境界層近似による数値解析。
Clift et al.[16]	1978	抵抗係数の相関。
Eisenklam et al.[22]	1966	蒸発および燃焼液滴の抵抗係数の測定。
Eisenklam et al.[23]	1967	蒸発滴および燃焼液滴の低抗係数、熱移動の測定。
Chuchottaworn et al.[12]	1983	一様吹き出しの球の抵抗係数の数値解。
Renksizbulut and Yuen[60]	1983	境界層近似における蒸発液滴の抵抗係数の数値解。
Renksizbulut and Yuen[61]	1983	高温気流中における水および揮発性液滴の蒸発実験。
Chuchottaworn et al.[13,14]	1984	運動方程式および拡散方程式を数値解析的に解き、懸滴法による揮発性液滴の蒸発実験の結果と比較。
Dukowicz[21]	1984	クリープフローにおける液滴の抵抗係数の解析解。
Morimoto et al.[51]	1985	自由落下する揮発性液滴の抵抗係数の測定。

ら、Tal ら[78] の研究を除けば、実際の操作条件で問題となるレイノルズ数の中間域における液滴間の挙動を検討しているものは見当らないようである。Table 1.2 は、隣接した二つの球および液滴の運動に関する既往の研究をまとめたものである。

隣接した二つの球および液滴の物質移動：　隣接した二つの球および液滴の物質移動に関しては、静止流体中における理論的研究[42,43,56,82,83]、流れ場をクリープフローと仮定した場合における拡散方程式の数値解を求め、物質移動に関する干渉効果を理論的に求めた研究[1,10] が報告されている。Tal ら[78] は、$Re_P=40$ での Navier-Stokes 式の数値解の結果をもとに、拡散方程式の数値解を求めているが、計算例が極めて少ない。

静止雰囲気中における液滴の燃焼に対する滴間の干渉効果に関しては、懸滴法を用いた結果[8,25-28,62,85,86] が多く報告されている。しかしながら、実用上問題となる低－中間域のレイノルズ数に対しては、わずかに三浦ら[49] の報告が知られているのみで、しかも彼等の実験は測定精度に若干の問題があるようである。なお、Table 1.3 は、隣接した二つの球および液滴の物質移動に関する既往の研究をまとめたものである。

液滴群の移動現象：　二つの球あるいは二つの液滴相互の干渉効果を取り扱った研究に較らべ液滴群相互の干渉効果を取り扱ったものは比較的少ない。

静止雰囲気中において液滴が多数存在する場合の干渉効果に関する理論的研究[18,35,40-43,48,58] は、Images method を用いた Labowsky[41-43] の報告、液滴を Point source として取り扱った報告[48,58] が主に知られている。強制対流下における理論的研究に関しては、surface interaction モデル[32,45,55] および cylindrical cell モデル[11,74-77] が提案されている。surface

Table 1. 2　隣接した二つの球および液滴の運動に関する既往の研究

著者	年代	配置	備考
Jeffery[34]	1912		二つの球に関するラプラスの方程式の解析解。
Stimson and Jeffery[73]	1926	直列	クリープフローにおける解析解。
Kyunch[39]	1958	直列	クリープフローにおける解析解。
Goldman et al.[30]	1966	並列	大きさの異なる二つの球に関する解析解。
Wakiya [84]	1967	並列	クリープフローにおける解析解。
Cooley et al.[17]	1969	直列	クリープフローにおける解析解。
Davis et al.[20]	1976	直列	クリープフローにおける解析解。
Tal. et al.[78]	1984	直列	有限差分法による運動方程式および拡散方程式の数値解。(Re_{PA}=40, L/D_A=1.2,2.5, D_B/D_A=1.0)
Eveson et al.[24]	1959	直列 並列	粘性流体中を落下する二つの球の落下速度の測定。
Happel and Peffer [32]	1960	直列	粘性流体中を落下する二つの球の落下速度の測定。
Lee [46]	1979	直列 並列	$Re=10^4$における二つの球の抵抗係数の測定。
Tsuji et al.[80]	1982	直列 並列	$Re<10^3$で抵抗係数を実測。球間の干渉効果を実験的に検討。
Pei and Hayward[52]	1982	直列	$Re=10^4$での二つの球が直列に配置された場合の球間の干渉効果を検討。
Pei and Hayward[53]	1983	並列	$Re=10^4$での二つの球が並列に配置された場合の球間の干渉効果を検討。

Table. 1. 3 隣接した二つの球および液滴の熱および物質移動に関する既往の研究

著者	年代	配列	備考
Chen and Pfeffer[10]	1970	直列	クリープフローにおける有限差分法による拡散方程式の数値解。
Aminzadeh et al.[1]	1974	直列	クリープフローにおける有限差分法による拡散方程式の数値解。 $0< Pe <50$, $1.5<L/D_A<10$
Labowsky[41]	1980		静止気流中における二つあるいは三のつの球の干渉効果に関する解析解。
Umemura et al.[82]	1981	直列	静止気流中における二つの燃焼滴の干渉効果に関する解析解。
Umemura et al.[83]	1981	直列	静止気流中における大きさの異なる二つの燃焼滴の干渉効果に関する解析解
Tal et al.[78]	1984	直列	有限差分法による運動および拡散方程の数値解 $Re_{PA}=40, L/D_A=2.5, 1.2$
Ramachandran and Klein-instreuer[56]	1985	直列	静止気流中およびポテンシャルフローにおける二つの固体球および液滴の干渉効果に関する解析。
Rex et al.[62]	1956		静止気流中における二つの燃焼液滴の干渉効果に関する実験。
Brzustowski et al.[8]	1979		大きさの異なる二つの燃焼液滴の干渉効果に関する解析および実験。
Fedoseeva[26]	1972		静止気流中における二つの燃焼液滴の
Fedoseeva[28]	1973		燃焼速度に対する干渉効果を実験的に検討。
Miura et al.[49]	1975	直列 並列 千鳥	ガラス球と水滴を強制対流下のもとで直列、並列および千鳥型に配列し、干渉効果を測定。
Xiong et al.[85,86]	1984		低圧下における二つの液滴の燃焼速度の測定。

interactionモデル[32,45,55]は、液滴間の干渉効果と液滴の分布の関係を液滴の空間率で処理している点で、滴群への応用に関する一つの方法を提案しているが、滴間の干渉効果が大きくなると抵抗係数および物質移動が単一液滴のそれより大きくなる結果を報告している。cylindrical cell モデル[11,74-77]は、円筒セル内に同軸上に液滴が3個配列されているとして、干渉効果に関する数値解を報告しているが、計算精度に問題があるようである。また、この他に干渉効果が小さいと予測される主流に垂直方向に一定間隔で配列された液滴群に関する Shuen[72] の数値解が報告されている。

静止雰囲気中における液滴群の干渉効果に関する実験的研究は、懸滴法を用いて複数個（5 ～ 9個）の液滴が存在する場合の干渉効果に関する報告[36,50,54,62] がある。これらの報告は、液滴のいろいろな配列で実験を行っているが、滴群に適用できるように整理された報告は見当らないようである。低－中間域のレイノルズ数における実験的研究に関しては、ノズル振動法により均一液滴を生成させ、同軸上を運動する均一液滴群における液滴間の干渉効果を取り扱った報告[9,29,33,38,67,68-70,81] がある。しかしながら、Sangiovanni & Labowsky[70] の報告を除けば液滴間の干渉効果の小さい実験条件で行っている報告はほとんどない。なお、Table 1.4 は、液滴群の移動現象に関する既往の研究をまとめたものである。

1．3　本研究の目的とその概要

前節の結果からも明らかのように、液滴群の移動現象に関する研究はもとより、その基礎となる二液滴の干渉効果に関する研究もきわめて不備である。そこで本研究においては、噴霧装置の設計の基礎として重要な二滴同時蒸発における滴間相互の干渉効果について理論および実験的に解明することを目的とする。

Table 1.4　液滴群の移動現象に関する既往の研究

著者	年代	備考
LeClair and Hamielec[45]	1968	surface-interaction モデルを用いて粒子間の干渉効果を検討。
Labowsky[42]	1980	Images method により2，3および4つの蒸発液滴間の干渉効果を検討。
Ray and Davis[58]	1980	静止気流中の蒸発液滴群の干渉効果。（3～9個の液滴間の干渉）
Tal et al.[75,76]	1982	直列に配列された3つの球の間の干渉効果を数値解析により検討。
Marberry et al.[48]	1984	静止気流中における燃焼液滴間の干渉効果（2～8個の液滴間の干渉）。
Chen and Tong[11]	1987	cylindrical cellモデルを用いて3つの球の間の干渉効果を検討。（Re_P= 10-200）
Shuen [72]	1987	主流に垂直方向に規則的に配列された液滴群の干渉効果に関する数値解。（$5 \leq Re_P \leq 100$, $2 \leq L/D_A \leq 24$）
Kanvsky[36]	1956	静止気流中におけるヘプタンおよびメタノール液滴群（9個）の燃焼実験。
Rex et al.[62]	1956	懸滴法によるエタノール液滴群（5個）の蒸発定数を測定。
Pelzman and Pfeffer[54]	1967	$5 \leq Re_P \leq 150$, $700 \leq Sc \leq 1000$における球間の干渉効果（2～9個）を検討。
Hieftje and Malmstadt[33]	1968	ノズル振動法により均一液滴群を形成させ個々の液滴の燃焼を観察。
Frazier and Hellier[29]	1969	主流と直交して運動する均一液滴群の蒸発に関する実験。
Sangiovanni and Kesten[67]	1976	均一液滴群の燃焼実験。
Miyasaka and Low[50]	1981	懸滴法による2つおよび3つの液滴の燃焼実験。
Sangiovanni and Labowsky [70]	1982	均一液滴群の燃焼に対する滴間の干渉効果を実験的に検討。
Chan and Frazier [9]	1984	主流と直交して運動する均一液滴群の蒸発実験。
Koshland and Bowman[38]	1984	均一液滴群の燃焼実験（$39 \leq L/D_A \leq 61$）

以下に、本論文の概要を述べる。

2章では、同軸上を運動する二つの球のまわりの流れ場を双極座標を用いた有限差分法により数値解析し、二つの球の運動および抵抗係数に対するレイノルズ数、中心間距離および球径比の影響について検討する。

3章では、2章の結果を用いて同軸上に配列された二つの球のまわりの濃度場を有限差分法により数値解析し、二つの球の物質移動に対する球間の干渉効果を検討する。

4章では、液滴の蒸発速度におよぼす他の滴の後流（Wake）の影響について実験的に検討するため、蒸発速度の遅い水、オクタン滴および蒸発速度の大きいヘキサン滴、ペンタン滴の前方に固体球を配置した蒸発実験を行い、3章で得られた数値解の結果と比較する。

5章では、3章で求めた同軸上に配置された二つの液滴の蒸発に関する数値解析の妥当性を検討するために、同軸上に直列に配列された二つの水滴、およびヘキサン滴の同時蒸発実験を行い、二滴相互干渉について実験的立場から検討する。

6章では、同軸上を非定常運動する均一液滴群の抵抗係数、熱および物質移動に対する滴間の干渉効果を実験的に検討するための基礎測定技術を開発するため、自由落下する単一液滴の抵抗係数および物質移動を同時測定できる装置を試作し、揮発性単一液滴の抵抗係数および蒸発速度を実測する。

7章では前章において開発した抵抗係数および物質移動を非定常で同時測定できる装置を改良し、同軸上を非定常運動する均一液滴群の抵抗係数を実測し、液滴群の干渉効果と二つの液滴間の干渉効果との関係について実験的に検討する。

8章では、2～7章までの結果を総括して気相中に連続して噴霧

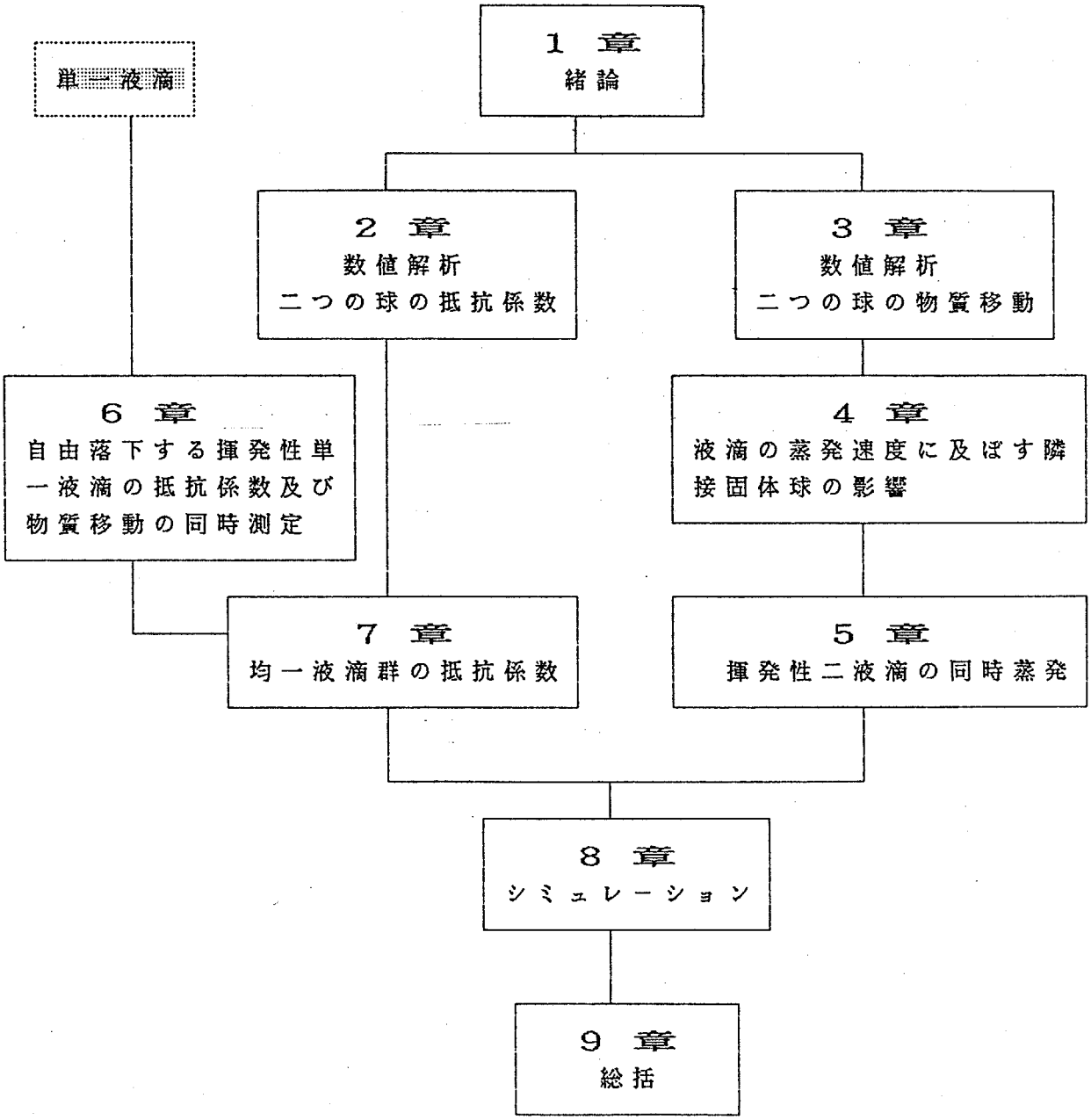


Fig. 1.1 各章の対応関係

される揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーションを行い、液滴の衝突および衝突に影響する諸因子について考察する。

9章は、本研究の結果を総括したものである。

なお、Fig. 1.1は各章の対応関係を示したものである。

2章　同軸上を運動する二つの球の抵抗係数に関する数値解析[3,79]

2．1　本章の目的

液滴群の移動現象における液滴間の相互干渉を解明する基礎として、同軸上を運動する二つの球のまわりの流れ場を双極座標において有限差分法により数値解析し、二つの球の抵抗係数に対する液滴間の干渉効果の影響を検討する。

2．2　基礎式および境界条件

Fig. 2. 1は、数値計算に用いた双極座標[64]を示したものである。図において、D_A, およびD_Bは二つの球の直径を表わしており、主流の流れ方向は固体球の中心軸と平行になっている。計算の簡略化のために、流れは層流で物性値一定の軸対称流れと仮定する。この場合、運動方程式は双極座標[64]における無次元の流れ関数ψを用いて表わすと次式になる。

$$\sin\xi\cdot(\cosh\eta-\cos\xi)\cdot\left(\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\cdot\frac{\partial}{\partial\xi}-\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\cdot\frac{(\cosh\eta-\cos\xi)^2}{\sin^2\xi}E^2\psi = \frac{1}{Re_c}E^2E^2\psi \tag{2.1}$$

ここで、E^2は次式で定義される無次元のオペレーターである。

$$E^2=(\cosh\eta-\cos\xi)\cdot\left[\frac{(1-\cos\xi\cdot\cosh\eta)}{\sin\xi}\cdot\frac{\partial}{\partial\xi}+(\cosh\eta-\cos\xi)\cdot\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\sinh\eta\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}+(\cosh\eta-\cos\xi)\cdot\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right] \tag{2.2}$$

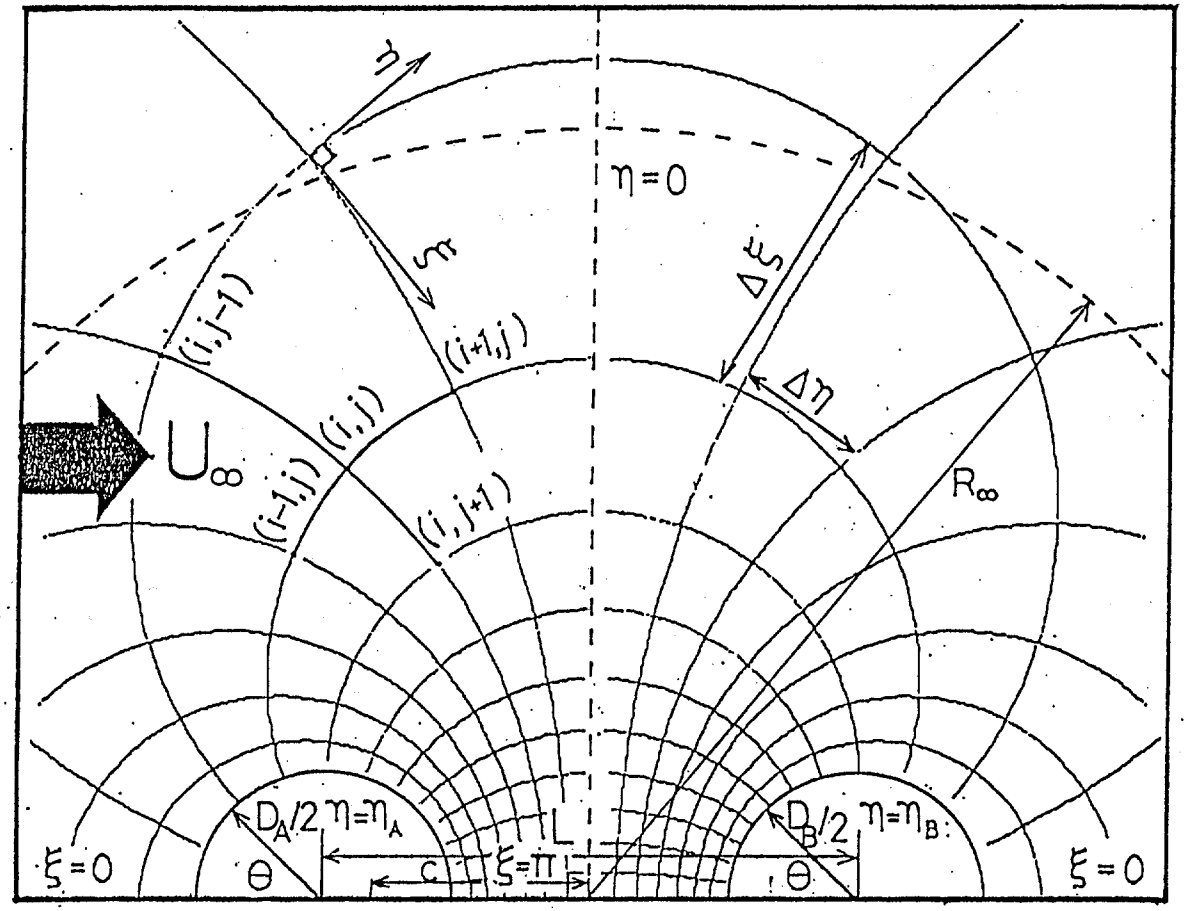


Fig. 2. 1 Bipolar grid system

一般に、双極座標[64]における二つの球に関して以下の関係がある。

焦点距離：

$$C = L/(1/|\tanh\eta_A| + 1/|\tanh\eta_B|) \quad (2.3)$$

二つの球の直径：

$$D_A = 2C/|\sinh\eta_A| \quad (2.4)$$

$$D_B = 2C/|\sinh\eta_B| \quad (2.5)$$

また、双極座標（η, ξ）と直交座標 (X,Y)との関係は：

$$X = C\sinh\eta/(\cosh\eta - \cos\xi) \quad (2.6)$$

$$Y = C\sin\xi/(\cosh\eta - \cos\xi) \quad (2.7)$$

である。

Eqs. (2.1),(2.2)は、以下の無次元数：

$$\phi = \phi'/C^2U_\infty \quad (2.8a)$$

$$\zeta = \zeta' C/U_\infty \quad (2.8b)$$

$$E^2 = C^2E'^2 \quad (2.8c)$$

$$Rec = CU_\infty/\nu \quad (2.8d)$$

を用いて無次元化した。焦点距離C に基づいたレイノルズ数 Recと前の球の直径基準のレイノルズ数Re_{PA}の関係は、次式になる。

$$Re_{PA} = D_AU_\infty/\nu = 2Rec/|\sinh\eta_A| \quad (2.9)$$

渦度輸送方程式： Eq.(2.1)は、4階の偏微分方程式であるため以下の渦度ζを導入することで、2階の偏微分方程式である渦度輸送方程式に変換される。

$$G = E^2\phi = \zeta\sin\xi/(\cosh\eta - \cos\xi) \quad (2.10)$$

ここで、Eqs. (2.1),(2.10) の境界条件は、以下のように変換される。

$$\xi = 0 : \quad \phi = 0 \quad (2.11.a)$$

$$\zeta = 0 \quad (2.11.b)$$

$$\xi = \pi : \qquad \psi = 0 \tag{2.11.c}$$

$$\zeta = 0 \tag{2.11.d}$$

$$\eta = \eta_A, \eta_B : \qquad \psi = 0 \tag{2.11.e}$$

$$\zeta = (\cosh\eta - \cos\xi)\cdot E^2\psi / \sin\xi \tag{2.11.f}$$

Outer boundary $X = R_\infty$:

$$\psi = \sin^2\xi / 2(\cosh\eta - \cos\xi)^2 \tag{2.11.g}$$

$$\zeta = 0 \tag{2.11.h}$$

2．3　数値解析法

基礎式の差分化：　前述の渦度輸送方程式は有限差分法により解を求めた。Eqs.(2.1),(2.10)は、Taylor展開を用いて差分化すると次式になる。

$$G^{n+1}_{i,j} = \frac{1}{2(\cosh\eta-\cos\xi)}\cdot\frac{(\Delta\eta)^2(\Delta\xi)^2}{(\Delta\eta)^2+(\Delta\xi)^2}\ X$$

$$\left[\left\{\frac{2(\cosh\eta-\cos\xi)+\Delta\eta\sinh\eta}{2(\Delta\eta)^2}\right\} G^n_{i+1,j}\right.$$

$$+ \left\{\frac{2(\cosh\eta-\cos\xi)-\Delta\eta\sinh\eta}{2(\Delta\eta)^2}\right\} G^n_{i-1,j}$$

$$+ \left\{\frac{(2\sin\xi-\Delta\xi\cos\xi)\cosh\eta-\sin 2\xi+\Delta\xi}{2(\Delta\xi)^2\sin\xi}\right\} G^n_{i,j+1} \tag{2.12}$$

$$\left.+ \left\{\frac{(2\sin\xi+\Delta\xi\cos\xi)\cosh\eta-\sin 2\xi-\Delta\xi}{2(\Delta\xi)^2\sin\xi}\right\} G^n_{i,j-1}\right]$$

$$- \frac{Re_c(\cosh\eta-\cos\xi)}{8\sin\xi}\cdot\frac{(\Delta\eta)(\Delta\xi)}{(\Delta\xi)^2+(\Delta\eta)^2}\ X$$

$$\left\{(\psi^n_{i+1,j}-\psi^n_{i-1,j})(G^n_{i,j+1}-G^n_{i,j-1})\right.$$

$$-(\psi^n_{i,j+1}-\psi^n_{i,j-1})(G^n_{i+1,j}-G^n_{i-1,j})\}$$

$$+\frac{Re_c G^n_{i,j}}{\sin^2\xi}\cdot\frac{(\Delta\eta)^2(\Delta\xi)^2}{(\Delta\xi)^2+(\Delta\eta)^2}\times$$

$$[(\cosh\eta\cos\xi-1)\{\frac{\psi^n_{i+1,j}-\psi^n_{i-1,j}}{2(\Delta\eta)}\}+\sin\xi\sinh\eta\{\frac{\psi^n_{i,j+1}-\psi^n_{i,j-1}}{2(\Delta\xi)}\}]$$

$$\psi^n_{i,j}=\frac{1}{2(\cosh\eta-\cos\xi)}\cdot\{\frac{(\Delta\eta)^2\cdot(\Delta\xi)^2}{(\Delta\xi)^2+(\Delta\eta)^2}\}\times$$

$$[\{\frac{2(\cosh\eta-\cos\xi)+\Delta\eta\sinh\eta}{2(\Delta\eta)^2}\}\psi^n_{i+1,j}$$

$$+\{\frac{2(\cosh\eta-\cos\xi)-\Delta\eta\sinh\eta}{2(\Delta\eta)^2}\}\psi^n_{i-1,j}$$

$$+\{\frac{(2\sin\xi-\Delta\xi\cos\xi)\cosh\eta-\sin2\xi+\Delta\xi}{2(\Delta\xi)^2\sin\xi}\}\psi^n_{i,j+1} \quad (2.13)$$

$$+\{\frac{(2\sin\xi+\Delta\xi\cos\xi)\cosh\eta-\sin2\xi-\Delta\xi}{2(\Delta\xi)^2\sin\xi}\}\psi^n_{i,j-1}$$

$$-\frac{1}{\cosh\eta-\cos\xi}G^n_{i,j}\ ]$$

Eqs. (2.10),(2.11)よりGに関する境界条件[64]は次式のようになる。

$$\xi=0 \quad : \quad G=0 \qquad (2.14.a)$$

$$\xi=\pi \quad : \quad G=0 \qquad (2.14.b)$$

$\eta=\eta_A$:

$$G_{1,j}=(\cosh\eta_A-\cos\xi)^2\cdot\frac{-3\psi_{1,j}+2\psi_{2,j}+\psi_{3,j}}{3(\Delta\eta)^2} \qquad (2.14.c)$$

$\eta = \eta_B$:

$$G_{MM,j} = (\cosh\eta_B - \cos\xi)^2 \cdot \frac{-3\psi_{MM,j} + 2\psi_{MM-1,j} + \psi_{MM-2,j}}{3(\Delta\eta)^2} \qquad (2.14.d)$$

Outer boundary $X = R_\infty$: $G = 0$ (2.14.e)

計算方法： Table 2.1 および Table 2.2は計算範囲を示したものである。

計算上での無限遠の境界R_∞ は、二つの球の大きさが等しい場合 Tal ら[78] の方法を用いて、前の球の前方淀み点から後の球の後方淀み点までの距離の3 倍に等しいとし、次式より算出した。

$$R_\infty = R'_\infty / C = 3(D_A + D_B + 2L) / 2C$$
$$= 6(\cosh\eta_A + 1) / |\sinh\eta_A| \qquad (2.15.a)$$

また、二つの球の大きさが異なる場合、無限遠の境界R_∞は次式を用いて算出した。

$D_B/D_A < 1$ の場合：

$$R_\infty = \frac{1}{|\sinh\eta_A|} \cdot \{(K+1) + \frac{|\sinh\eta_A|^2}{(\cosh\eta_A + 1)}\} \qquad (2.15.b)$$

$D_B/D_A > 1$ の場合：

$$R_\infty = \frac{1}{|\sinh\eta_B|} \cdot \{(K+1) + \frac{|\sinh\eta_B|^2}{(\cosh\eta_B + 1)}\} \qquad (2.15.c)$$

実際の計算は、緩和法[64] を用いて行った。その際緩和係数は試行錯誤法によって求めた。流れ関数の初期値はStimson & Jeffery

Table 2. 1 Ranges of variables for the present calculation at D_B/D_A=1.

Re_{PA}	D_B/D_A	L/D_A	Sc	R_∞	M	N	η_A
1	1.0	1.50	1.0	14.0	81	61	-0.962
	1.0	2.00	1.0	11.0	81	61	-1.317
	1.0	4.00	1.0	8.0	81	61	-2.063
	1.0	5.99	1.0	7.0	81	61	-2.477
	1.0	9.99	1.0	6.0	81	61	-2.992
10	1.0	1.50	1.0	14.0	81	61	-0.962
	1.0	2.00	1.0	11.0	81	61	-1.317
	1.0	4.00	1.0	8.0	81	61	-2.063
	1.0	5.99	1.0	7.0	81	61	-2.477
	1.0	9.99	1.0	6.0	81	61	-2.992
20	1.0	1.50	1.0	14.0	81	61	-0.962
	1.0	2.00	1.0	11.0	81	61	-1.317
	1.0	4.00	1.0	8.0	81	61	-2.063
	1.0	5.99	1.0	7.0	81	61	-2.477
	1.0	9.99	1.0	6.0	81	61	-2.992
30	1.0	1.50	1.0	14.0	101	61	-0.962
	1.0	4.00	1.0	8.0	101	61	-2.063
	1.0	9.99	1.0	6.0	101	61	-2.992

Table 2. 2 Ranges of variables for the present calculation at $D_B/D_A \neq 1$.

Re_{PA}	D_B/D_A	L/D_A	Sc	R_∞	M	N	η_A	η_B	K
1	0.25	2	1	9.71	101	61	-1.382	2.708	16
	0.50	2	1	9.84	101	61	-1.369	2.014	16
	0.50	4	1	7.41	101	61	-2.075	2.757	25
	0.50	6	1	6.06	101	61	-2.483	3.171	30
	0.50	10	1	5.52	101	61	-2.995	3.686	45
	1.50	2	1	13.98	81	91	-1.222	0.904	13
	1.50	4	1	8.99	81	61	-2.043	1.658	20
	1.50	6	1	8.71	101	61	-2.469	2.072	30
	1.50	10	1	7.06	101	61	-2.990	2.588	39
30	0.50	2	1	9.84	81	91	-1.369	2.014	16
	0.50	4	1	7.41	101	61	-2.075	2.757	25
	0.50	6	1	6.06	101	61	-2.483	3.171	30
	0.50	10	1	5.52	121	61	-2.995	3.686	45
	1.50	2	1	13.98	81	91	-1.222	0.904	13
	1.50	4	1	8.99	81	61	-2.043	1.658	20
	1.50	6	1	8.71	101	61	-2.469	2.072	30
	1.50	10	1	7.06	121	61	-2.990	2.588	39

の解析解[73]を用いた。流れ関数の計算は、以下の収束条件のいずれかを満足するまで行った。

$$|(\psi^{n+1}-\psi^{n})/\psi^{n}| < 10^{-6} \qquad (2.16)$$

$$|(\psi^{n+1}-\psi^{n})/(\psi^{n}+1)| < 10^{-7} \qquad (2.17)$$

Fig.2.2 は、計算のフローチャートを示したものである。

抵抗係数の計算： 二つの球の表面圧力分布は、次式を用いて計算した。

前の球：

$$P_A = 1 + \frac{4}{Re_c}\int_{\eta_A}^{\eta_{A\infty}}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)_{\xi=0}d\eta + \frac{2}{Re_c}\int_0^{\xi}\left\{\frac{\partial\zeta}{\partial\eta} - \frac{\zeta\sinh\eta_A}{\cosh\eta_A-\cos\xi}\right\}_{\eta=\eta_A}d\xi \qquad (2.18)$$

後の球：

$$P_B = P_{\eta=\eta_A,\xi=\pi} - \frac{4}{Re_c}\int_{\eta_B}^{\eta_A}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)_{\xi=\pi}d\eta + \frac{2}{Re_c}\int_{\pi}^{\xi}\left\{\frac{\partial\zeta}{\partial\eta} - \frac{\sinh\eta_B}{\cosh\eta-\cos\xi}\zeta\right\}_{\eta=\eta_B}d\xi \qquad (2.19)$$

Eqs.(2.18),(2.19) より二つの球の形状抵抗係数は次式を用いて計算した。

前の球：

$$C_{DPA} = 2|\sinh\eta_A|^2\int_0^{\pi}\frac{P_A\sin\xi(\cos\xi\cosh\eta_A-1)}{(\cosh\eta_A-\cos\xi)^3}d\xi \qquad (2.20)$$

後の球：

$$C_{DPB} = -2|\sinh\eta_B|^2\int_0^{\pi}\frac{P_B\sin\xi(\cos\xi\cosh\eta_B-1)}{(\cosh\eta_B-\cos\xi)^3}d\xi \qquad (2.21)$$

二つ球の摩擦抵抗係数は、球表面の渦度をそれぞれ積分することから次式を用いて計算した。

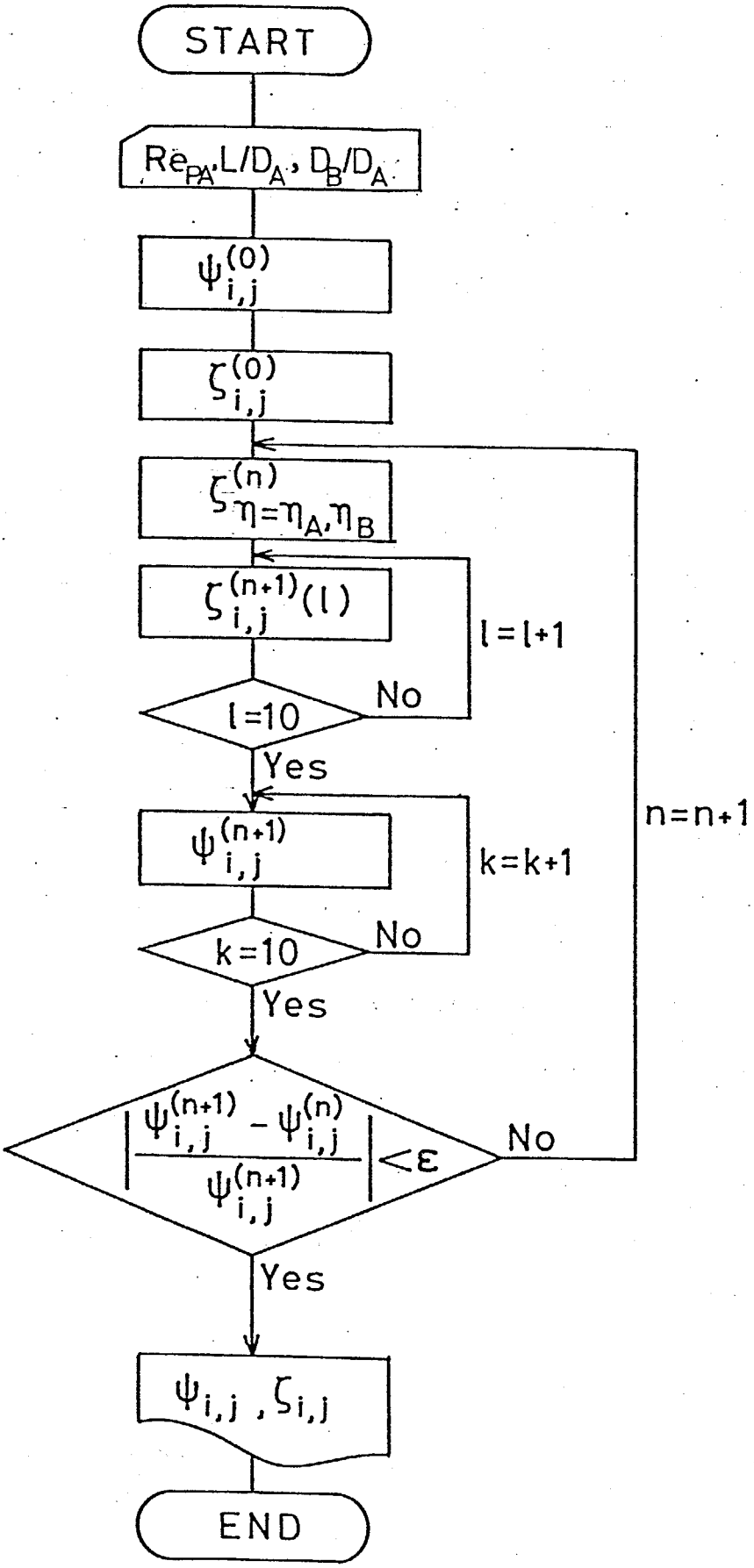


Fig. 2. 2 Flow chart for calculation.

前の球：

$$C_{DFA} = -\frac{4|\sinh\eta_A|^2\sinh\eta_A}{Re_c}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\xi}{(\cosh\eta_A-\cos\xi)^3}\zeta|_{\eta=\eta_A}d\xi \tag{2.22}$$

後の球：

$$C_{DFB} = \frac{4|\sinh\eta_B|^2\sinh\eta_B}{Re_c}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\xi}{(\cosh\eta_B-\cos\xi)^3}\zeta|_{\eta=\eta_B}d\xi \tag{2.23}$$

抵抗係数は、次式を用いて計算した。

$$C_D = C_{DP} + C_{DF} \tag{2.24}$$

なお、計算はHITAC M-280Hコンピュータを用いて行った。計算時間は、運動方程式を解くのに最高約120分必要とした。

球間の干渉がない場合の前の球の抵抗係数：　二つの球が非常に離れている場合、前の球の抵抗係数は、単一球の抵抗係数と一致すると考えられる。そこで、本計算方法の妥当性を検討するために、二つの球が非常に離れた場合（$L/D_A=9.99$）について前の球の抵抗係数と単一球の既往の結果を比較した。その結果を示したものがFig. 2.3である。図中の実線は、Lapple-Shepherdの固体球の抵抗係数に関する相関[44]であり、一点鎖線はCliftらの相関[16]を示したものである。本計算結果は、既往の結果と良好に一致している。

Fig. 2.4は、前の球の前方淀み点圧力の計算結果を示したものである。図の縦軸は、無次元の淀み点圧力である。図中の実線は、層流境界層理論より得られた前方淀み点圧力であり、点線はストークス流れにおける前方淀み点圧力である。本計算結果は、既往の結果

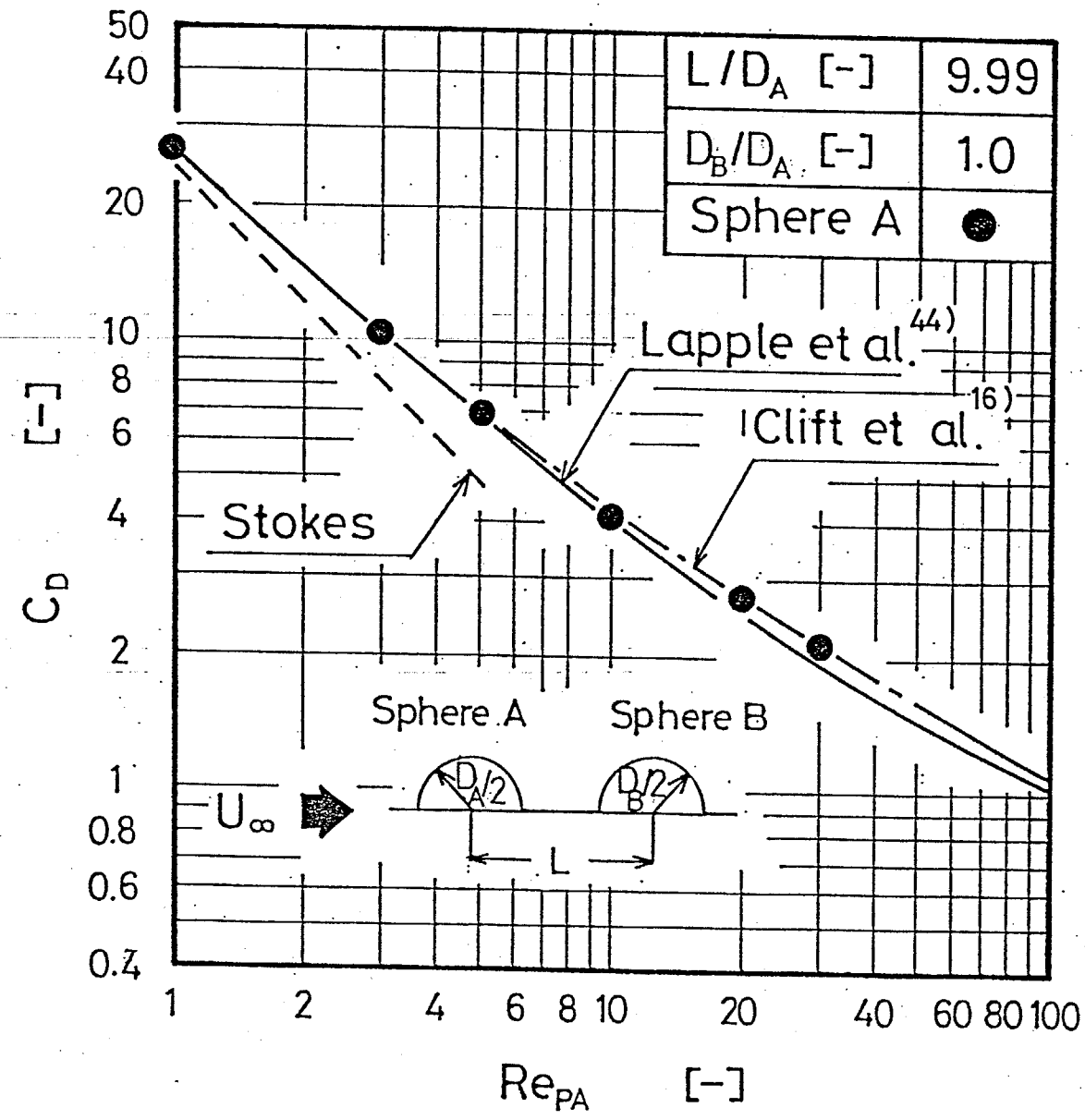


Fig. 2. 3 Drag coefficients of the front sphere for the case of large coaxial distance and comparison with those for single sphere.

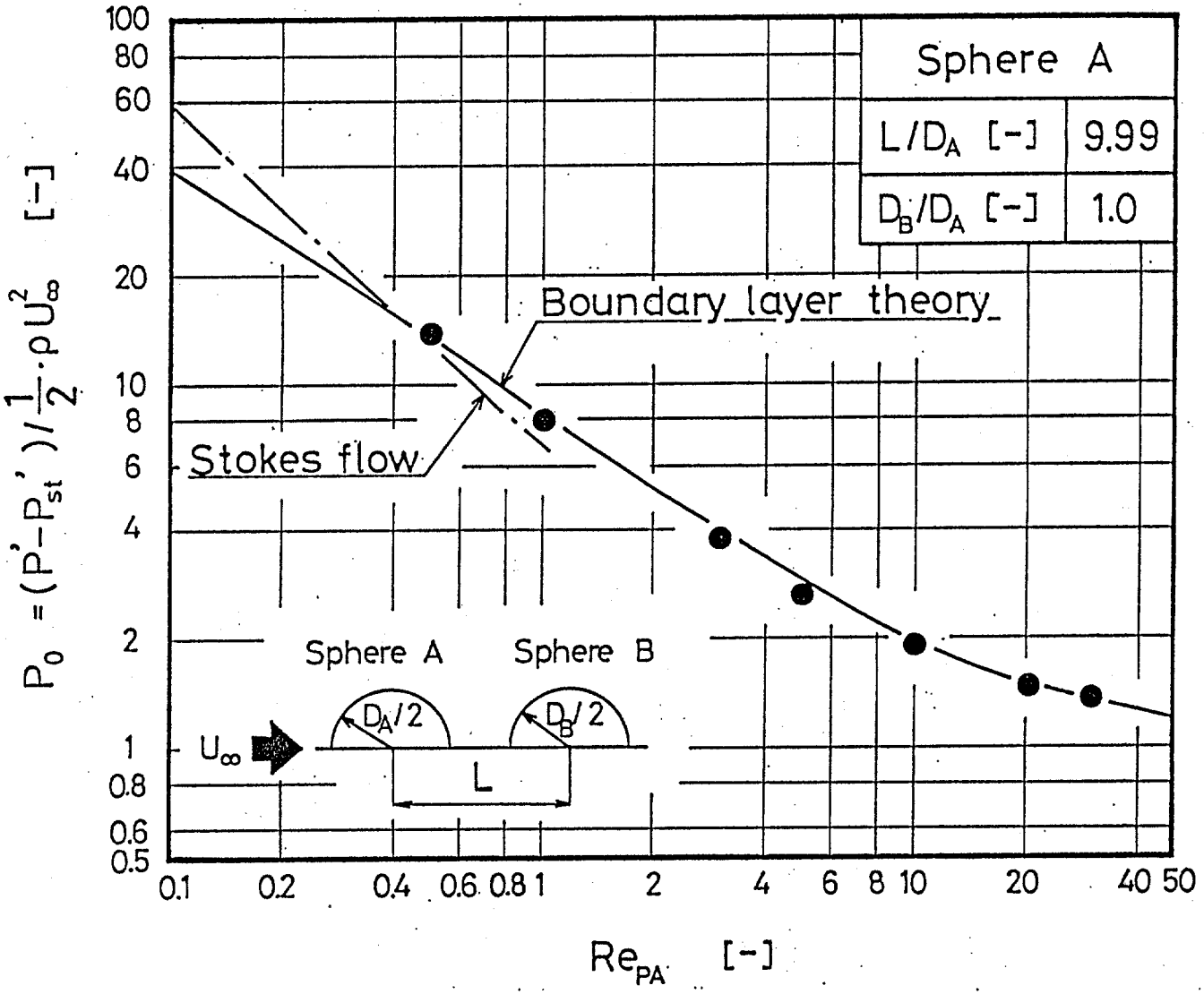


Fig. 2. 4 Pressures at front stagnation point of the front sphere for the case of large coaxial distance and comparison with those single sphere.

と良好に一致している。以上より、本計算法は信頼できるものと判断した。

2．4　大きさの等しい二つの球の抵抗係数

二つの球のまわりの流れ場（$D_B/D_A=1$）：　Figs. 2. 5a,b は、$Re_{PA}=1.0$および30での二つの球が接近した場合（$L/D_A=1.50$）の流線分布を示したものである。$Re_{PA}=1.0$の場合、前の球と後の球の流線分布は、中心軸に対してほぼ軸対称な分布を示している。これに対して$Re_{PA}=30$ の場合、流線分布は軸対称になっておらず、二つの球の間と後の球の後の部分で流れが剥離している。

なお、二つの球が十分離れた場合の流線分布は、単一球の場合とほぼ同様な分布を示した。

Fig. 2.6は、一例として$Re_{PA}=1.0$ での二つの球の表面圧力分布に対する無次元の中心間距離の影響を示したものである。図の縦軸は無次元の表面圧力P であり、横軸は前方の淀み点からの角度θである。パラメータは、二つの球の中心間距離 Lを前の球の直径D_Aで規格化した無次元の中心間距離L/D_Aである。図中の点線は前の球の表面圧力分布を、実線は後の球の表面圧力分布を示している。前の球の場合、表面圧力は、中心間距離 L/D_A が小さくなるに伴い球の後の部分でわずかに増加する。

後の球の場合、表面圧力は、中心間距離 L/D_A が小さくなるに伴い単一球で表面圧力が最大となる球の前方淀み点で、大きく減少する。同様の比較をレイノルズ数 Re_{PA} を変えて行ったところ、前の球の場合表面圧力に対する中心間距離の影響は、レイノルズ数Re_{PA}が増加するにともない小さくなり、後の球の場合レイノルズ数Re_{PA}の増加にともない大きくなった。

形状抵抗係数および摩擦抵抗係数：　Fig. 2.7は、二つの球の形

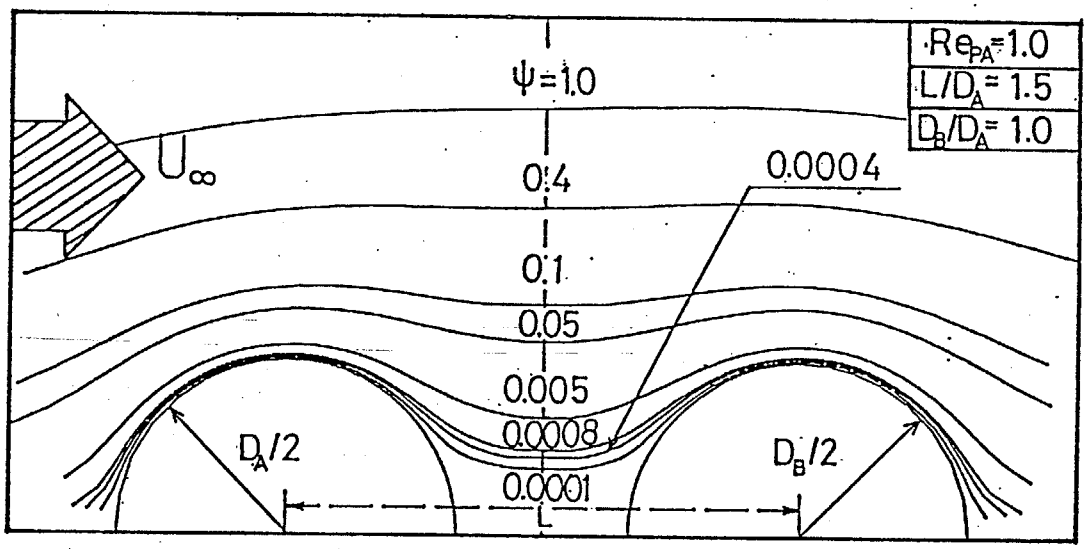


Fig. 2. 5a Streamlines around coaxial two spheres at Re_{PA}=1.0 and L/D_A=1.5.

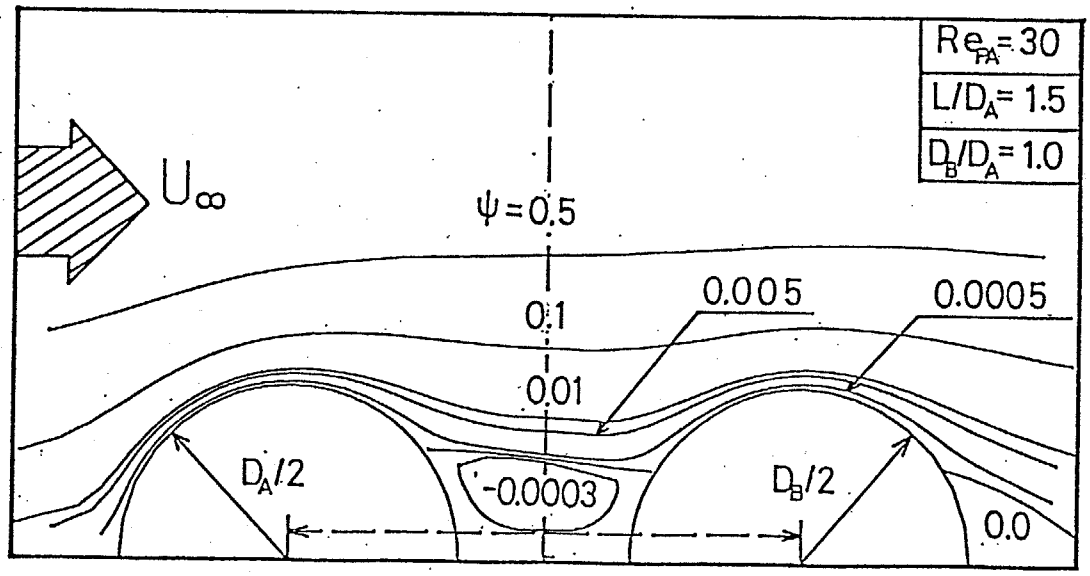


Fig. 2. 5b Streamlines around coaxial two spheres at Re_{PA}=30 and L/D_A=1.5.

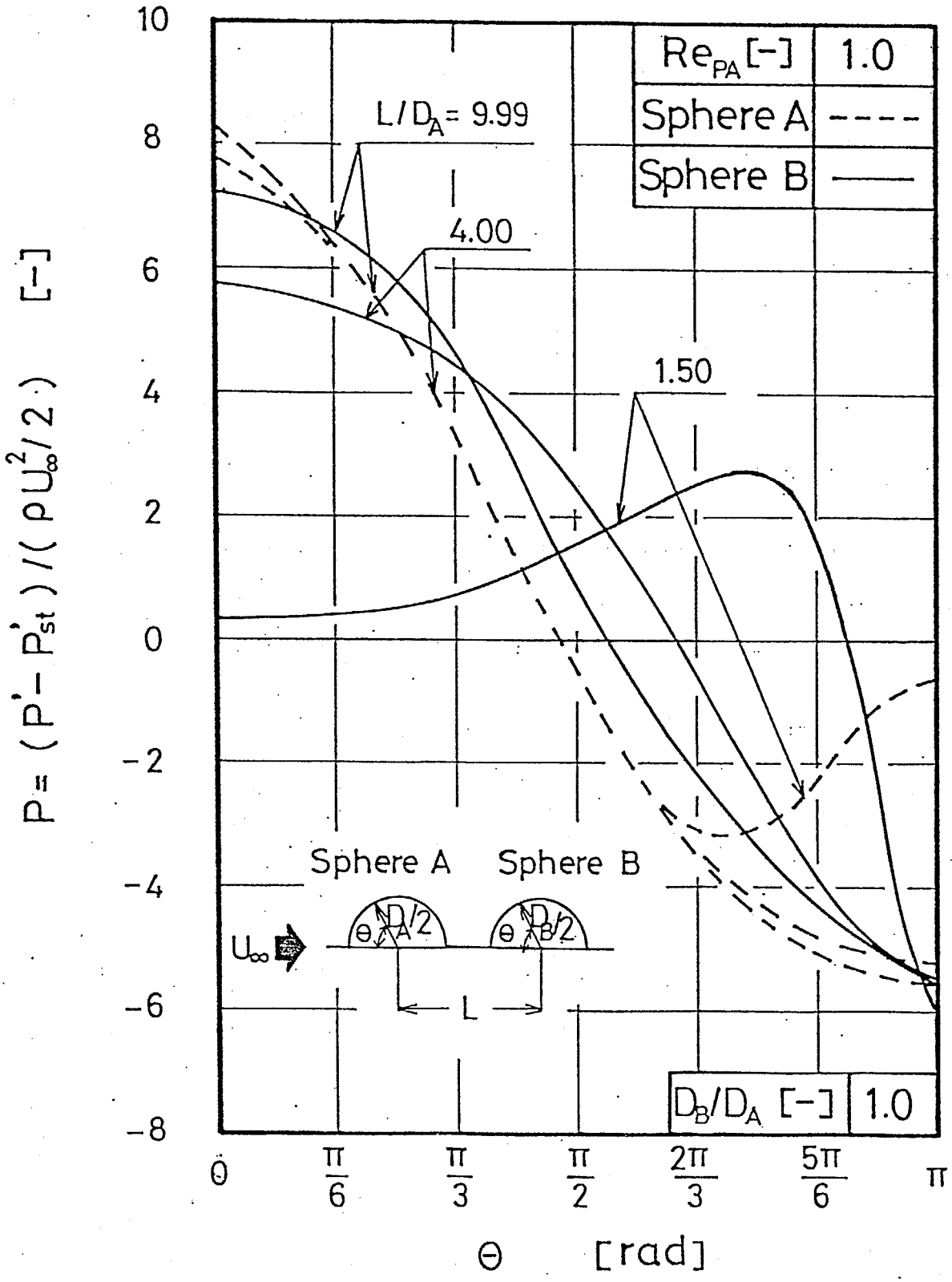


Fig. 2. 6 Local distribution of surface pressure of front and rear sphere at Re_{PA}=1.0.

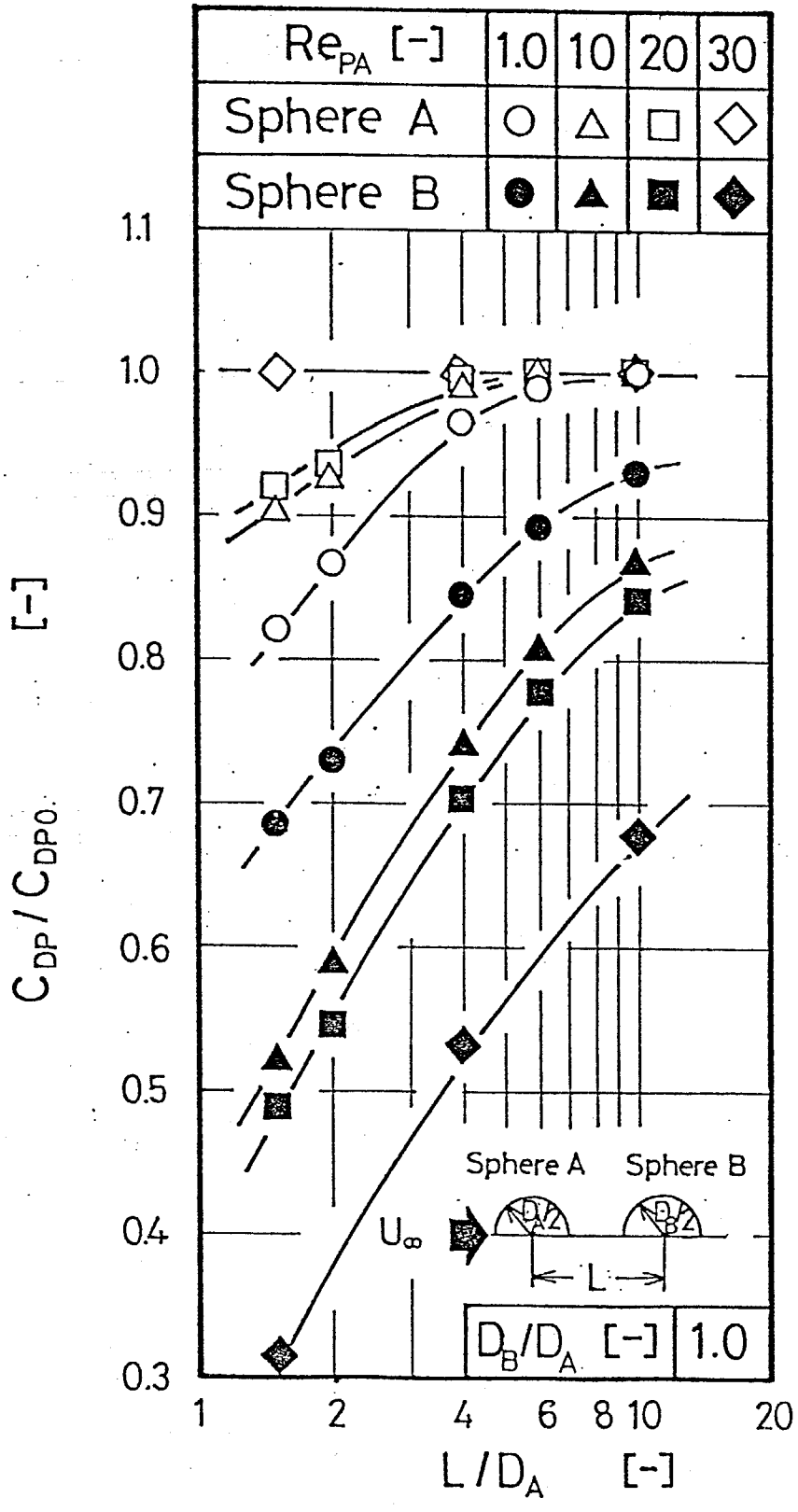


Fig. 2. 7 Form drag coefficients of front and rear sphere.

状抵抗係数に対する中心間距離の影響を示したものである。図の縦軸は、形状抵抗係数C_{DP}を単一球の形状抵抗係数C_{DPO}[12]で規格化したものであり、横軸は無次元の中心間距離L/D_Aである。パラメータは前の球の直径基準のレイノルズ数Re_{PA}である。

前の球の場合、形状抵抗係数は、中心間距離が小さくなるに伴い緩やかに減少する。また、形状抵抗係数に対する中心間距離の影響は、レイノルズ数が大きくなるに従い小さくなり、単一球のそれに近づく。

後の球の場合、形状抵抗係数は前の球の場合と同様に中心間距離が小さくなるに伴い減少するが、形状抵抗係数に対する中心間距離の影響は、前の球の場合とは反対にレイノルズ数が増加するに従い大きくなる。これは、Fig. 2.6の結果からわかるように、前の球の場合、中心間距離の影響は球の後の部分に影響を与えるのに対し、後の球の場合、球の圧力分布が最大となる球の前方淀み点付近に影響を与えるためである。

Fig. 2.8は、摩擦抵抗係数に対する中心間距離の影響を示したものである。図の縦軸は、摩擦抵抗係数C_{DF}を単一球の摩擦抵抗係数C_{DFO}[12]で規格化したものである。

摩擦抵抗係数に対する中心間距離の影響は、前の球に関しても後の球に関しても形状抵抗係数の場合とほぼ同様な傾向を示す。

抵抗係数に対する中心間距離の影響：　Fig. 2.9は、二つの球の抵抗係数に対する中心間距離の影響を示したものである。

図の縦軸は、抵抗係数C_Dを単一球の抵抗係数C_{DO}で規格化したものである。比較のために、$Re_{PA}=40$における Tal ら[78]の結果を▽印で示した。

抵抗係数に対する中心間距離の影響は、形状抵抗係数および摩擦抵抗係数の場合とほぼ同様な傾向を示す。

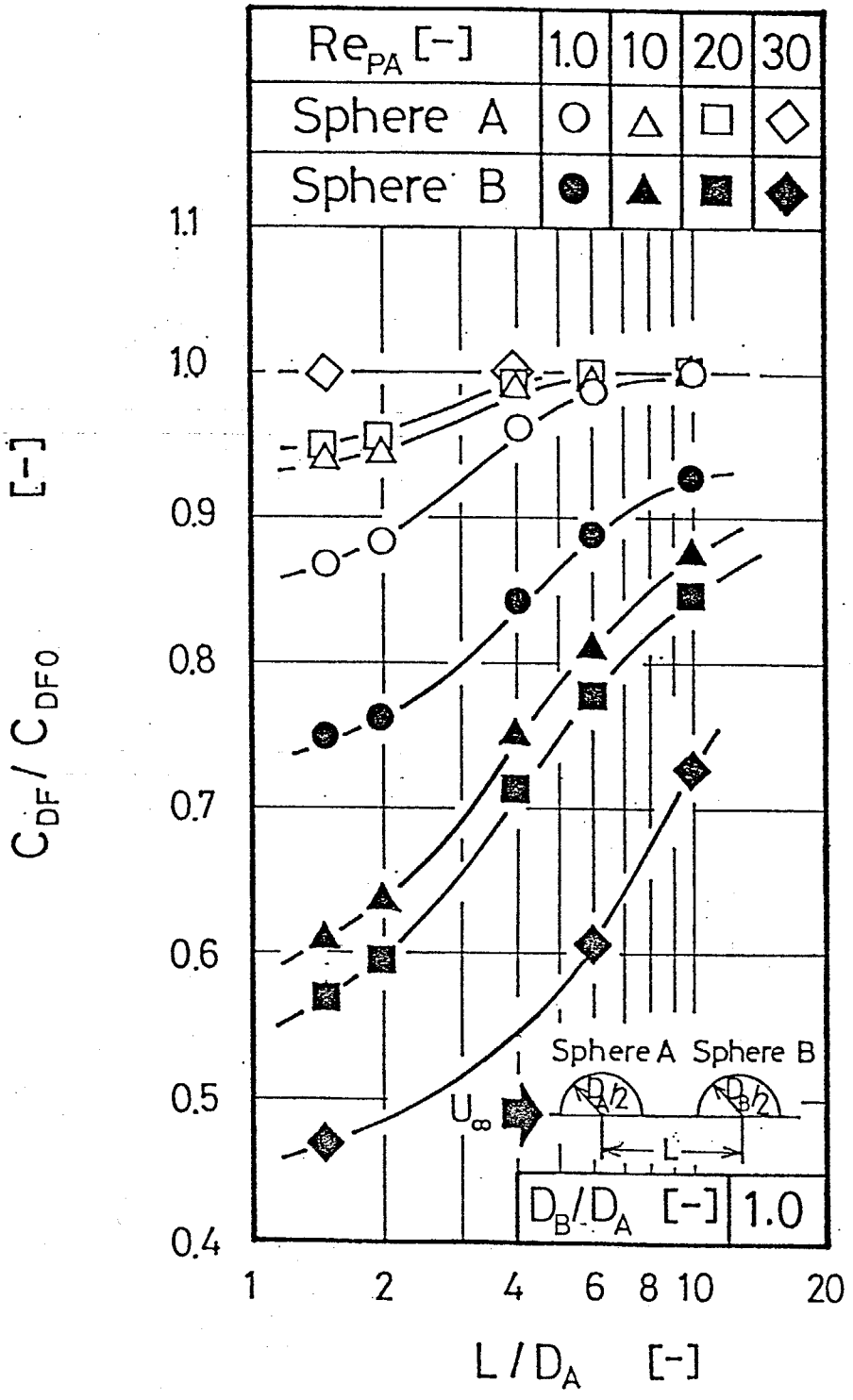


Fig. 2. 8 Friction drag coefficients of front and rear sphere.

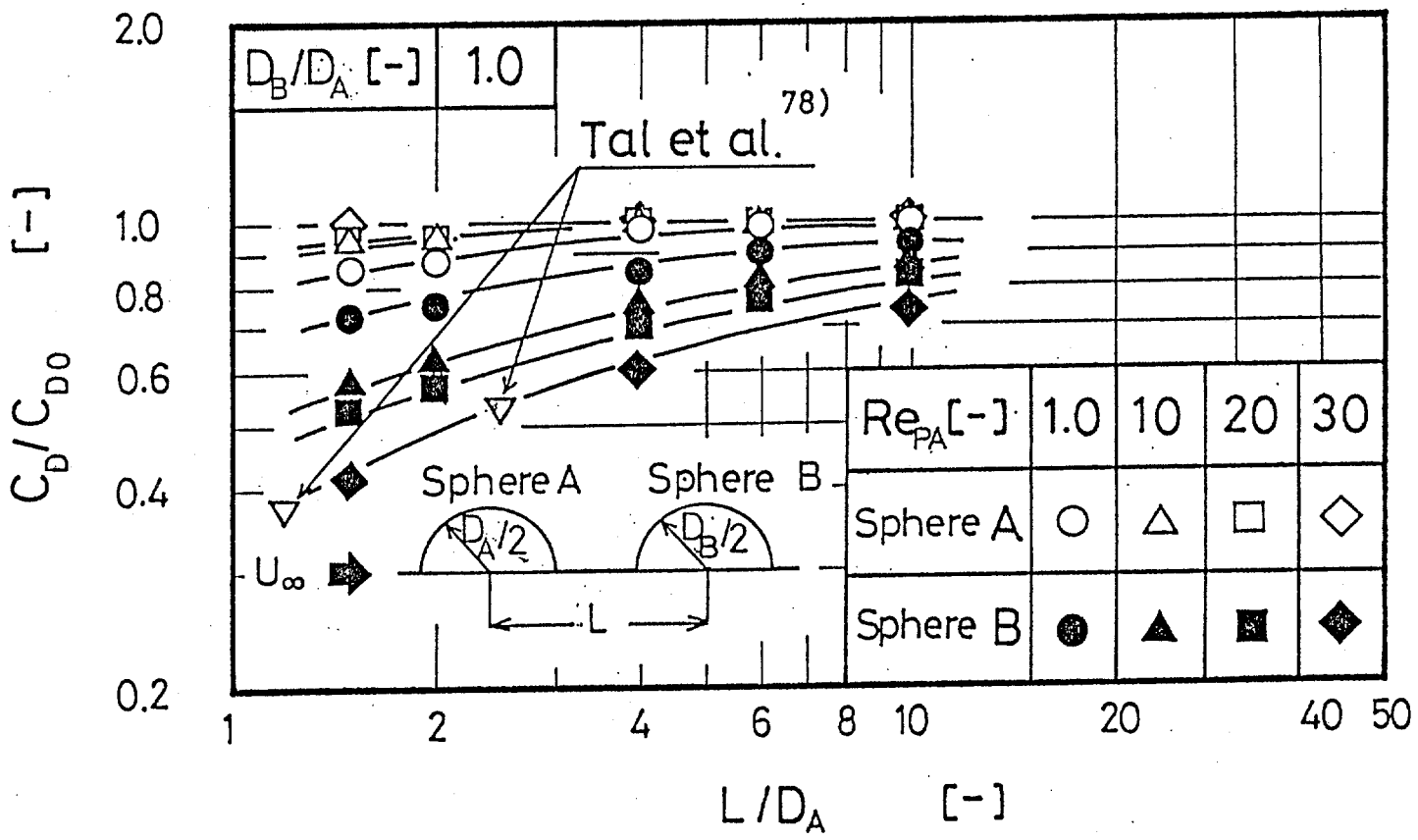


Fig. 2. 9 Total drag coefficients of front and rear sphere.

2．5　大きさの異なる二つの球の抵抗係数

二つの球のまわりの流れ場（$D_B/D_A \neq 1$）：　Figs. 2.10a,b は、大きさが異なる場合の二つの球のまわりの流線分布を示したものである。計算条件は、$Re_{PA}=30, L/D_A=2$である。

Fig. 2.10aの場合（$D_B/D_A=1.5$）、二つの球の間と後の球の後の部分で流れが剥離する。これに対してFig. 2.10bの場合（$D_B/D_A=0.5$）は、前の球の後の部分でわずかに流れが剥離する。このように、球径比が異なると二つの球のまわりの流れ場は異なる。

抵抗係数に対する球径比の影響：　Fig. 2.11 は、無次元の中心間距離$L/D_A=2$，レイノルズ数 $Re_{PA}=1$ における抵抗係数に対する無次元の球径比D_B/D_A の影響を示したものである。図の縦軸は、抵抗係数C_Dを球間の干渉がない単一球の抵抗係数C_{DO}で規格化したものであり、横軸は球径比 D_B/D_Aである。

前の球の場合（○印）、球径比 D_B/D_Aが大きくなるとともに、即ち前の球より後の球が大きくなるとともに抵抗係数は減少し、単一液滴のそれより小さくなる。後の球の場合（●印）、球径比D_B/D_Aが大きくなるとともに、抵抗係数は単一球の値に近づく。

Fig. 2. 12　は、レイノルズ数$Re_{PA}=1$、球径比$D_B/D_A=0.5$ および 1.5 における二つの球の抵抗係数に対する中心間距離の影響を示したものである。図中の点線および一点鎖線は、$D_B/D_A=1$ の場合の結果を示したものである。

前の球の場合、抵抗係数に対する中心間距離の影響は球径比が大きくなるとともに大きくなる。これに対して後の球の場合、抵抗係数に対する中心間距離の影響は、前の球の場合よりもより大きくなるが、その影響は、前の球の場合とは逆に球径比が大きくなるとともに小さくなる。

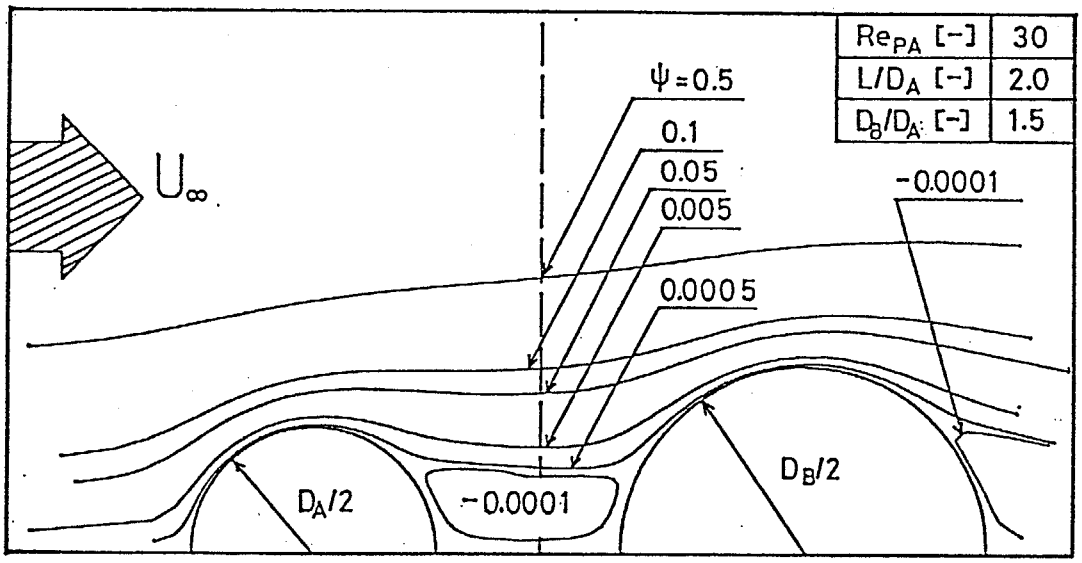


Fig. 2.10a Streamlines around coaxial two spheres at $Re_{PA}=1.0, L/D_A=1.5$ and $D_B/D_A=1.5$.

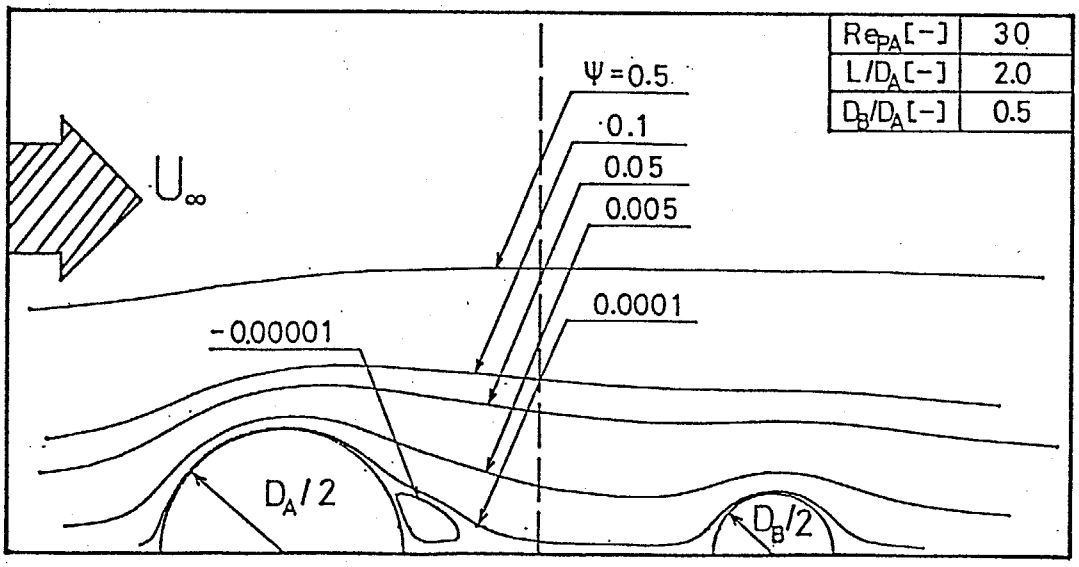


Fig. 2.10b Streamlines around coaxial two spheres at $Re_{PA}=30, L/D_A=1.5$ and $D_B/D_A=0.5$.

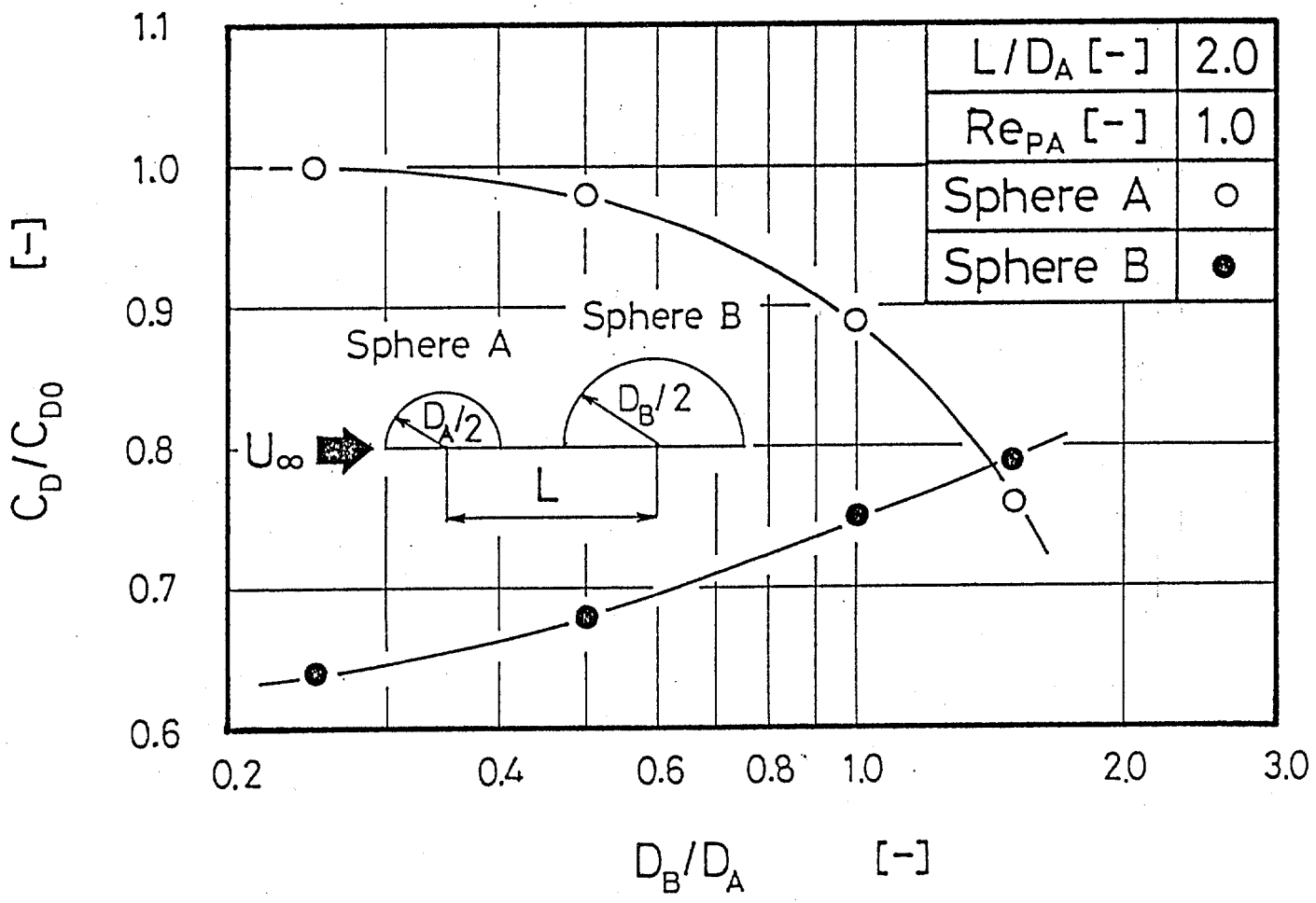


Fig. 2.11 Total drag coefficients of front and rear sphere at Re_{PA}=1.0 and L/D_A=2; effect of diameter ratio.

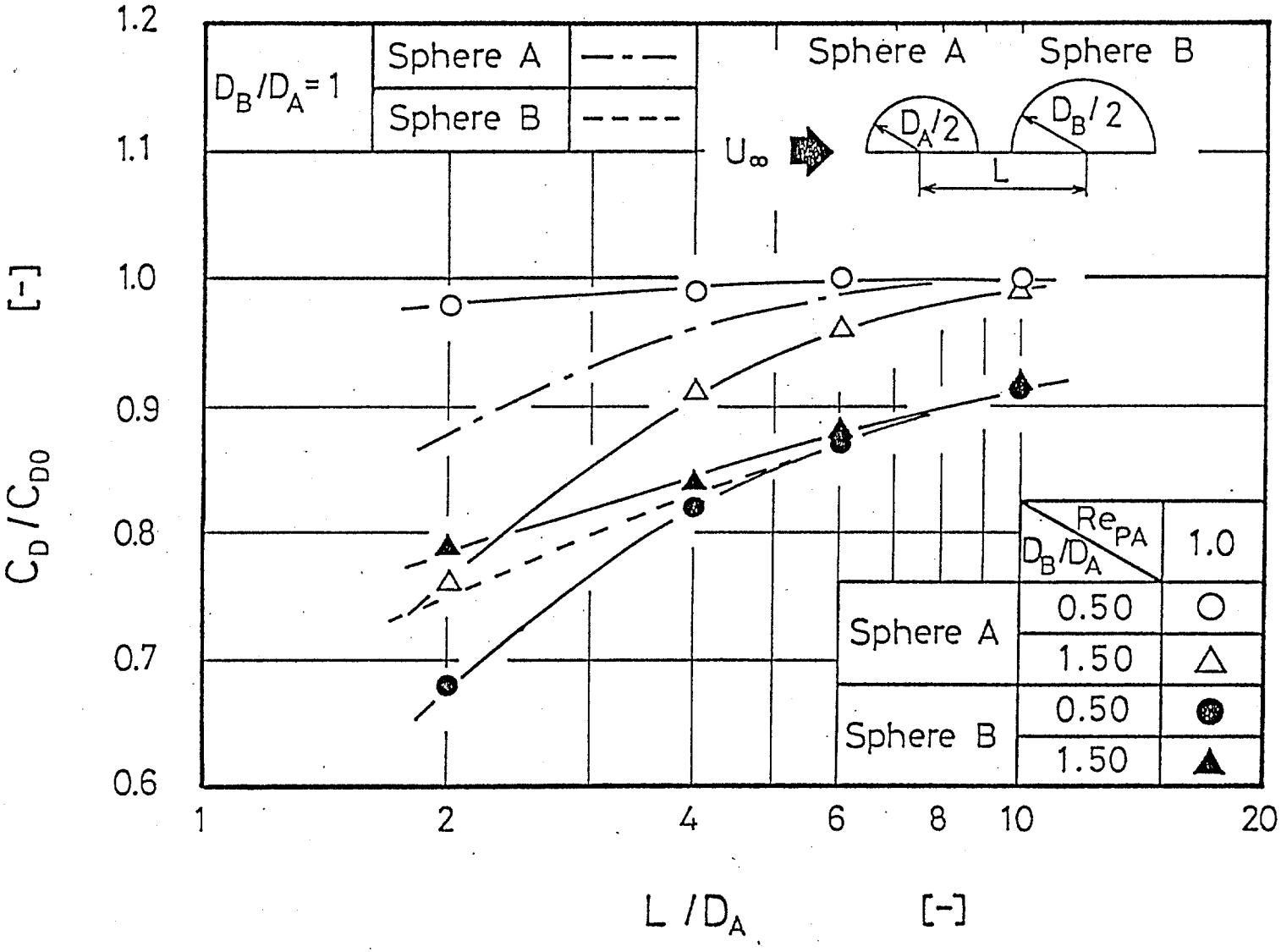


Fig. 2.12 Effect of distance between two spheres on total drag coefficients of front and rear sphere at various diameter ratios and at Re_{PA}=1.0.

Re_{PA}=30 では、前の球の抵抗係数に対する中心間距離の影響は小さくなり、抵抗係数は単一球のそれに近づく。また、後の球の抵抗係数に対する中心間距離の影響はRe_{PA}=1の場合に比べて非常に大きくなる。

2．6　二つの球の抵抗係数に関する相関

後の球の抵抗係数に関する全てのデータを用い、数値解の相関を試みた。その結果、次の相関式を得た。

後の球：

$$\frac{C_{DB}}{C_{D0}} = \frac{1}{1 + 0.53 \cdot Re_{PA}^{0.31} \cdot (D_B/D_A)^{-0.43} \cdot (L/D_A)^{-0.90} \cdot Re_{PA}^{-0.06}} \qquad (2.25)$$

データの最大偏差は±5%であり、相関式の適用範囲は：

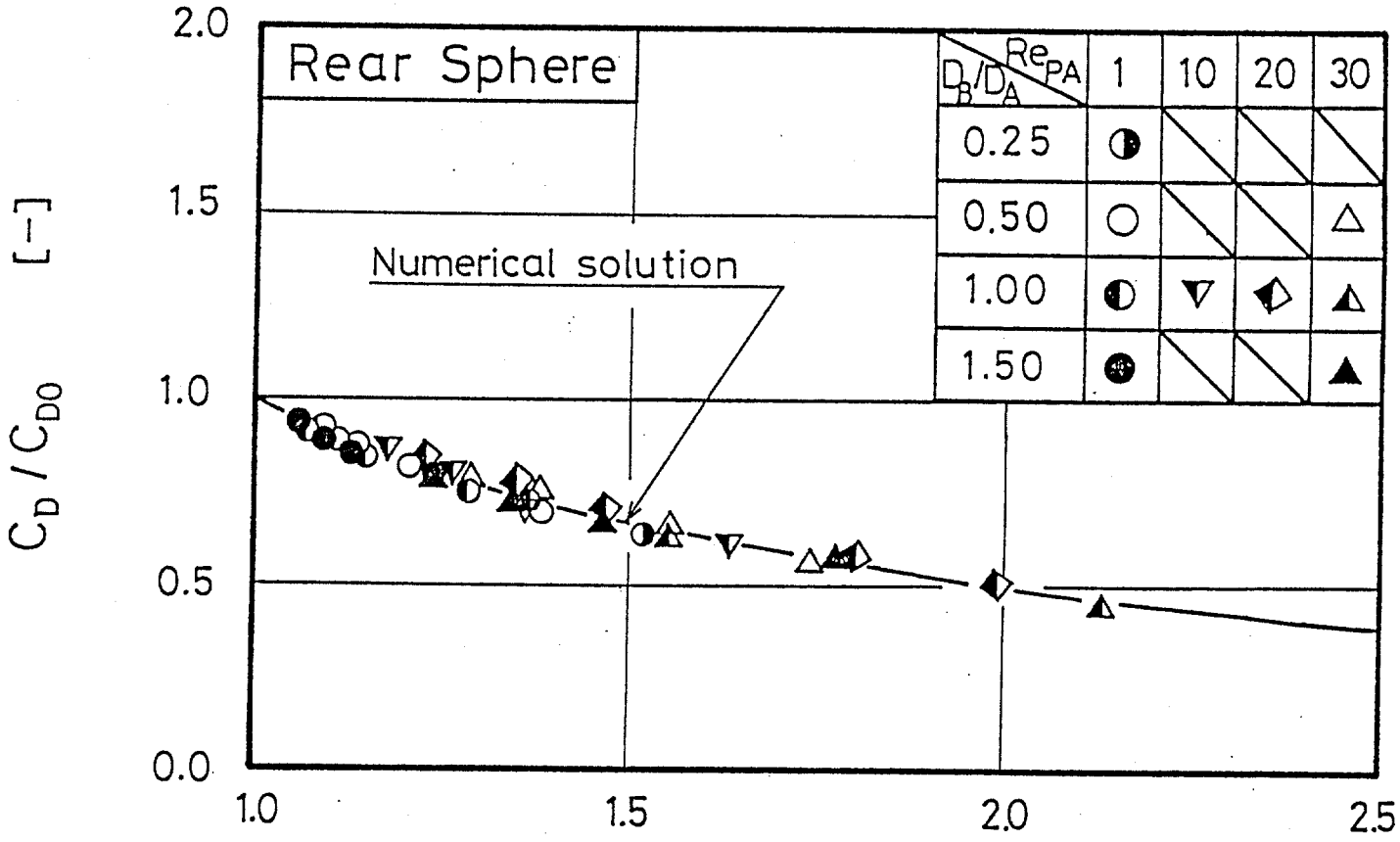
Re_{PA} ： 1.0-30

L/D_A ： 1.5-10

D_B/D_A ： 0.25-1.50

である。Fig. 2.13 は数値解と相関式を比較したものである。図中の実線は、本相関 Eq.(2.25)を示している。図より本相関式を用いることで数値解のデータを良好に相関できることがわかる。

Fig. 2.14 は、後の球について数値解の相関と既往の研究を比較した結果を示したものである。図中の実線は、本数値解の相関 Eq. (2.25) の Re_{PA}=30における結果を、▲印はTal ら[78] の Re_{PA}=40で L/D_A=1.2 , 2.5 , D_B/D_A=1.0の条件における数値解を示している。また、Chen and Tong[11]のRe_{PA}=200で , L/D_A=1.5 , D_B/D_A=1.0の条件における同軸上に球を3個配列した場合の円筒セルモデルによる数値解を○および●印で示した。なお、Chen & Tong[11]の場合



$$1 + 0.53 \cdot Re_{PA}^{0.31} \cdot \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{-0.43} \cdot \left(\frac{L}{D_A}\right)^{-0.90 \cdot Re_{PA}^{-0.06}} \quad [-]$$

Fig. 2.13 A general correlation for the effect of distance between two spheres and of diameter ratio on total drag coefficients for rear sphere.

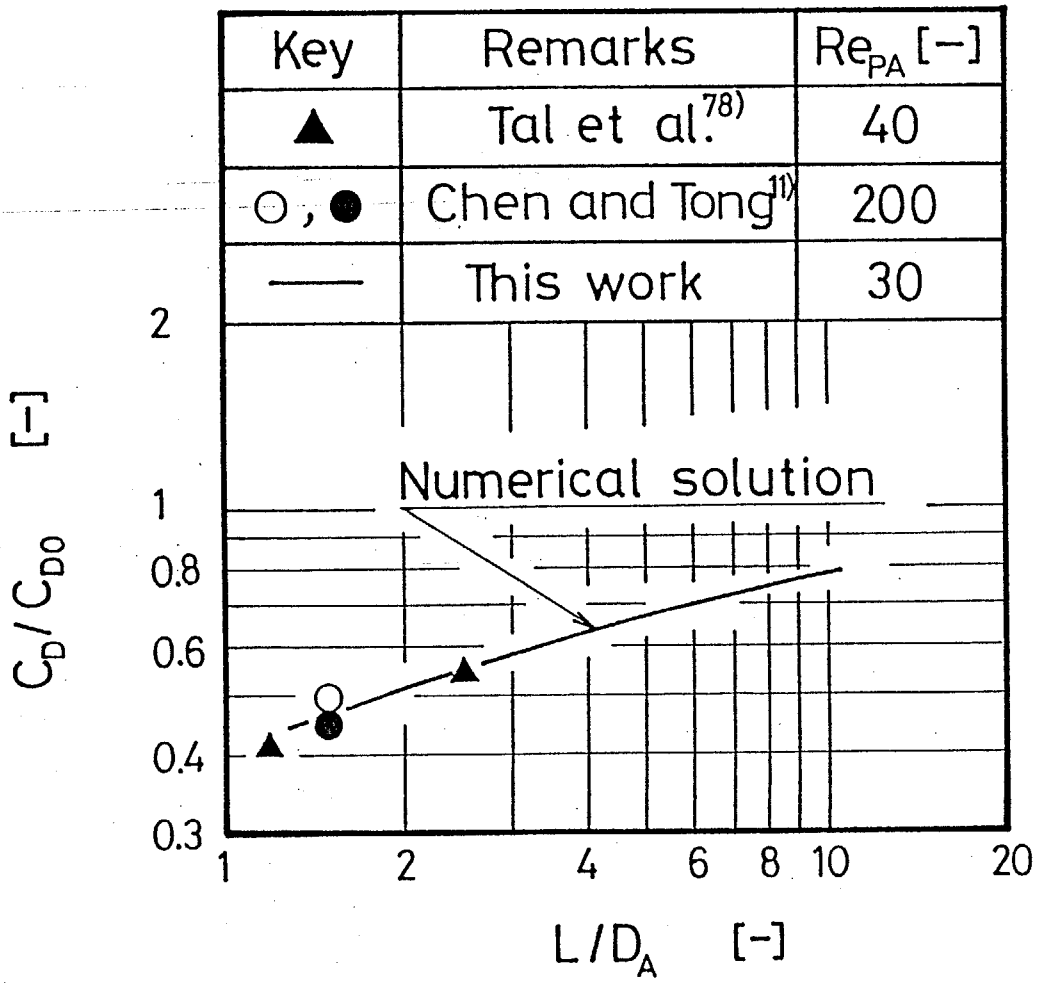


Fig. 2.14 Comparison with numerical solution at $Re_{PA}=30$ and previous workers.

計算精度に若干問題があるため、C_D/C_{D0} の代わりに主流に対して2番目の球の抵抗係数を1番目のそれで割った結果を○印で、3番目の球の抵抗係数を1番目のそれで割った結果を●印で示した。本数値解の $Re_{PA}=30$ の結果は、既往の結果と良好に一致している。これより、抵抗係数に対するレイノルズ数の影響は、$Re_{PA} \geq 30$ ではほとんど変わらないものと考えられる。したがって、$Re_{PA} \geq 30$ の場合、後の球の抵抗係数に関する相関は、次式：

後の球：

$$\frac{C_{DB}}{C_{D0}} = \frac{1}{1 + 1.52\cdot(D_B/D_A)^{-0.43}(L/D_A)^{-0.73}} \qquad (2.26)$$

になる。

なお、前の球に関しても後の球の場合と同様に、全てのデータを用いて数値解のデータの相関を試みた。その結果、次式：

前の球：

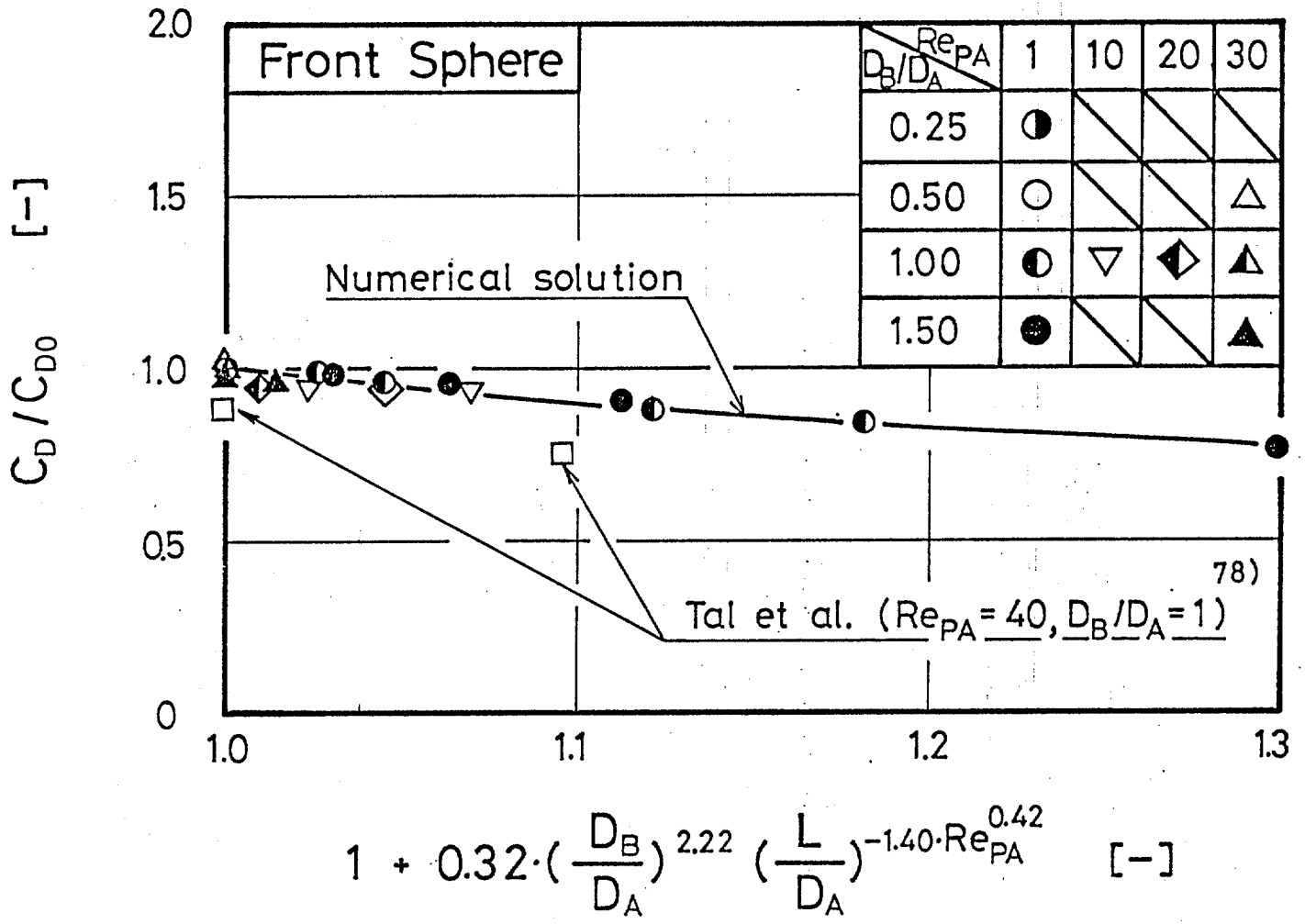
$$\frac{C_{DA}}{C_{D0}} = \frac{1}{1 + 0.32\cdot(D_B/D_A)^{2.22}\cdot(L/D_A)^{-1.40\cdot Re_{PA}^{0.42}}} \qquad (2.27)$$

を得た。データの最大偏差および適用範囲は、後の球の場合と同様である。

Fig. 2.15 は、前の球に関して数値解と相関式を比較したものである。図中の実線は、数値解の相関 Eq.(2.27) を示したものである。これより、本相関式を用いることで数値解を良好に相関できることがわかる。

2．7 本章の結論

同軸上に配置された二つの球のまわりの流れ場を双極座標を用い



$$1 + 0.32 \cdot \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{2.22} \left(\frac{L}{D_A}\right)^{-1.40 \cdot Re_{PA}^{0.42}} \quad [-]$$

Fig. 2.15 A general correlation for the effect of distance between two spheres and of diameter ratio on total drag coefficients for front sphere.

有限差分法によりRe_{PA}=1-30, L/D_A=1.5-10, D_B/D_A=0.25-1.50の範囲で数値解析的に解かれた。その結果、以下の結論を得た。

1） 二つの球の抵抗係数は、中心間距離、球径比およびレイノルズ数によって影響を受ける。

2） 二つの球の抵抗係数に対する中心間距離、球径比およびレイノルズ数の影響は、前の球より後の球のほうがより大きくなる。

3） 二つの球の抵抗係数に対する中心間距離、球径比およびレイノルズ数の影響を考慮した新しい相関式を提案した。

3章　同軸上に配列された二つの球の物質移動に関する数値解析[3,79]

3．1　本章の目的

前章の結果を用いて同軸上に配列された二つの球のまわりの濃度場を有限差分法により数値解析し、二つの球の物質移動に対する球間の干渉効果の影響を検討する。

3．2　基礎式および境界条件

双極座標[64]における定常、物性値一定の拡散方程式は次式：

$$\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\theta_c}{\partial\xi}-\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}=\frac{1}{Re_cSc}\{-\frac{\sin\xi\sinh\eta}{(\cosh\eta-\cos\xi)^2}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}$$

$$+\frac{\cos\xi\cosh\eta-1}{(\cosh\eta-\cos\xi)^2}\frac{\partial\theta_c}{\partial\xi}+\frac{\sin\xi}{\cosh\eta-\cos\xi}\frac{\partial^2\theta_c}{\partial\eta^2}+\frac{\sin\xi}{\cosh\eta-\cos\xi}\frac{\partial^2\theta_c}{\partial\xi^2}\}$$

(3.1)

になる。

境界条件は：

$\xi=0$ ：　$\partial\theta_c/\partial\xi=0$　(3.2.a)

$\xi=\pi$ ：　$\partial\theta_c/\partial\xi=0$　(3.2.b)

$\eta=\eta_A,\eta_B$ ：　$\theta_c=1$　(3.2.c)

Outer boundary R_∞ ：　$\theta_c=0$　(3.2.d)

である。

3．3　数値解析法

基礎式の差分化：　Eq. (3.1) は、境界条件 Eqs. (3.2.a-d) をもとに有限差分法および緩和法[64] を用いて解を求めた。

Eqs. (3.1)は、Taylor展開を用いて差分化すると次式のようになる。

$$
\begin{aligned}
\theta_{c_{i,j}}^{k+1} = \frac{(\Delta\eta)^2(\Delta\xi)^2}{2\{(\Delta\eta)^2+(\Delta\xi)^2\}} \times
\\
\Bigg[\Bigg\{\frac{1}{(\Delta\eta)^2} - \frac{\sinh\eta}{2(\Delta\eta)(\cosh\eta-\cos\xi)}
\\
+ \frac{(\cosh\eta-\cos\xi)\,Re_c Sc}{4(\Delta\eta)(\Delta\xi)\sin\xi}\cdot(\psi_{i,j+1}-\psi_{i,j-1})\Bigg\}\theta_{c_{i+1,j}}^{k}
\\
+ \Bigg\{\frac{1}{(\Delta\eta)^2} + \frac{\sinh\eta}{2(\Delta\eta)(\cosh\eta-\cos\xi)}
\\
- \frac{(\cosh\eta-\cos\xi)\,Re_c Sc}{4(\Delta\eta)(\Delta\xi)\sin\xi}\cdot(\psi_{i,j+1}-\psi_{i,j-1})\Bigg\}\theta_{c_{i-1,j}}^{k}
\\
+ \Bigg\{\frac{1}{(\Delta\xi)^2} + \frac{\cos\xi\cosh\eta-1}{2(\Delta\xi)\sin\xi(\cosh\eta-\cos\xi)}
\\
- \frac{(\cosh\eta-\cos\xi)\,Re_c Sc}{4(\Delta\eta)(\Delta\xi)\sin}\cdot(\psi_{i+1,j}-\psi_{i-1,j})\Bigg\}\theta_{c_{i,j+1}}^{k}
\\
+ \Bigg\{\frac{1}{(\Delta\xi)^2} - \frac{\cos\xi\cosh\eta-1}{2(\Delta\xi)\sin\xi(\cosh\eta-\cos\xi)}
\\
+ \frac{(\cosh\eta-\cos\xi)\,Re_c Sc}{4(\Delta\eta)(\Delta\xi)\sin\xi}\cdot(\psi_{i+1,j}-\psi_{i-1,j})\Bigg\}\theta_{c_{i,j-1}}^{k}\Bigg]
\end{aligned}
\qquad (3.3)
$$

拡散流束の計算：　二つの球の局所拡散流束は、次式を用いて計算した。

前の球：

$$Sh_{\eta_A}(1-\omega_s) = -\frac{2(\cosh\eta_A-\cos\xi)}{|\sinh\eta_A|}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}\Big|_{\eta=\eta_A} \qquad (3.4)$$

後の球：

$$Sh_{\eta_B}(1-\omega_s) = -\frac{2(\cosh\eta_B-\cos\xi)}{|\sinh\eta_B|}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}\Big|_{\eta=\eta_B} \qquad (3.5)$$

二つの球の平均拡散流束は、次式を用いて計算した。

前の球：

$$Sh_A(1-\omega_s) = -|\sinh\eta_A|\int_0^{\pi}\frac{\sin\xi}{\cosh\eta_A-\cos\xi}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}\Big|_{\eta=\eta_A}d\xi \qquad (3.6)$$

後の球：

$$Sh_B(1-\omega_s) = -|\sinh\eta_B|\int_0^{\pi}\frac{\sin\xi}{\cosh\eta_B-\cos\xi}\frac{\partial\theta_c}{\partial\eta}\Big|_{\eta=\eta_B}d\xi \qquad (3.7)$$

計算法：　計算はレイノルズ数 Re_{PA}、中心間距離 L/D_A、球径比 D_B/D_A およびシュミット数 Sc を入力データとし、2章で求めた運動方程式の解を用いて、運動方程式を解く場合と同様な方法で解を求めた。その際、初期値は球の表面で無次元濃度 $\theta_c=1$、無限遠の境界 R_∞ で $\theta_c=0$ になるよう無次元濃度 θ_c が球表面からの距離に関して一次関数的に変化するように与えた。また、緩和係数は試行錯誤法により求めた。計算は以下の収束判定条件のいずれかを満足するまで繰り返し行われた。

$$|(\theta_{\square}^{n+1}-\theta_{\square}^{n})/\theta_{\square}^{n}| < \varepsilon_1 \qquad (3.8a)$$

$$|(\theta_{\square}^{n+1}-\theta_{\square}^{n}| < \varepsilon_2 \qquad (3.8b)$$

ここで、

$$\varepsilon_1 < 10^{-5}-10^{-6} \qquad \varepsilon_2 < 10^{-6}-10^{-7} \qquad (3.8c)$$

である。

Fig. 3.1は、本計算のフローチャートを示したものである。計算範囲は、前章の Table 2.1および Table 2.2 で示した。

3．4　大きさの等しい二つの球の拡散流束

二つの球のまわりの濃度場($D_B/D_A=1$)：　Figs. 3.2a,bは、Re_{PA}=1および30での二つの球が接近した場合($L/D_A=1.50$)の濃度分布を示したものである。$Re_{PA}=1.0$の場合、分布は流れ関数の場合と同様に、中心軸に関してほぼ軸対称な分布を示している。これに対して$Re_{PA}=30$ の場合、前の球の先端付近で等濃度線の間隔が非常に狭くなるのに対し、後の球の先端部分ではその間隔が広くなる。

局所拡散流束：　Fig. 3.3a は、$Re_{PA}=1.0$、$Sc=1.0$の場合における局所拡散流束の分布を示したものである。図の縦軸は、無次元の局所拡散流束　$Sh_{\theta}(1-\omega_s)$　を単一球の前方淀み点における無次元の拡散流束　$[Sh_{\theta}(1-\omega_s)]_{\theta=0}$　で規格化したものである。パラメータは無次元の中心間距離 L/D_A である。図中の実線は前の球を、一点鎖線は後の球の結果を示している。また、点線は単一球の結果である。

前の球の場合、局所拡散流束は中心間距離が小さくなるに伴い球の後の部分でゆるやかに減少する。これに対し後の球の場合、単一球では局所流束が最大となる球の前方淀み点近傍で、局所拡散流束が大きく減少する。その傾向は、中心間距離が小さくなるに従いより顕著になる。同様な比較を$Re_{PA}=30$, $Sc=1.0$ の場合について行っ

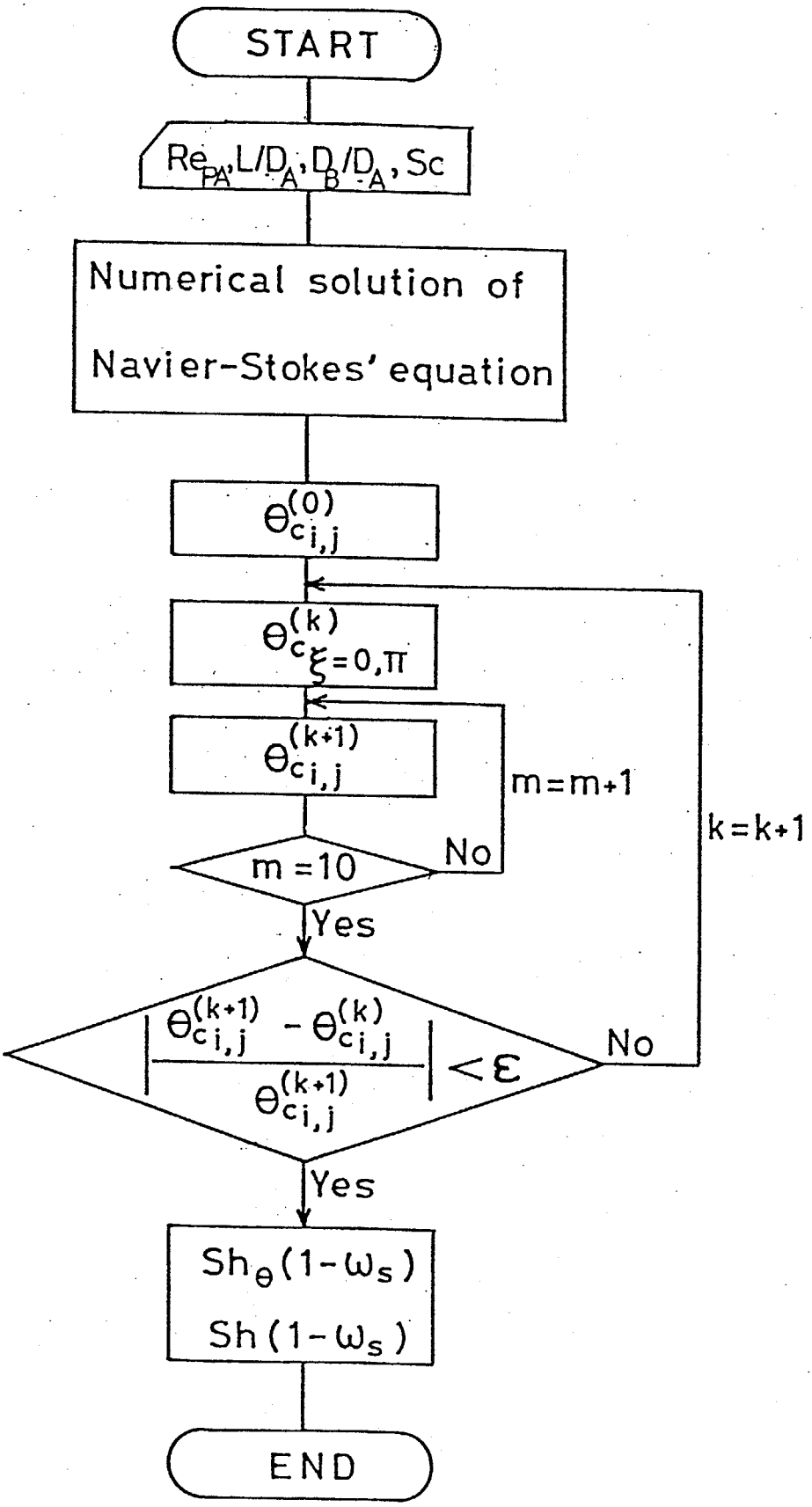


Fig. 3. 1 Flow chart for calculation for diffusion equation.

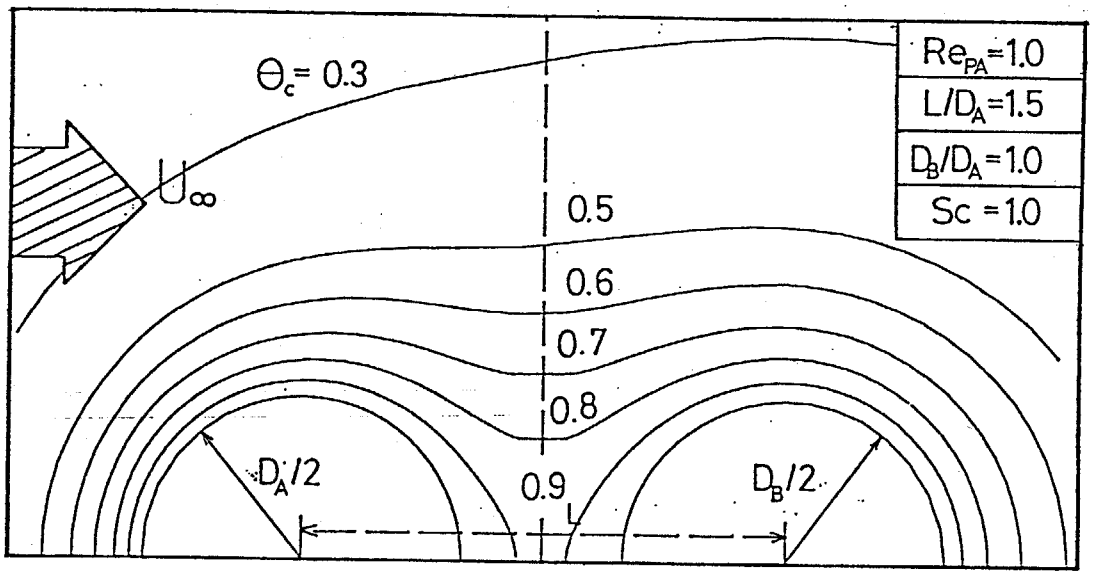


Fig. 3. 2a Lines of constant concentration around two spheres at $Re_{PA}=1.0, L/D_A=1.5, D_B/D_A=1.0$ and $Sc=1.0$.

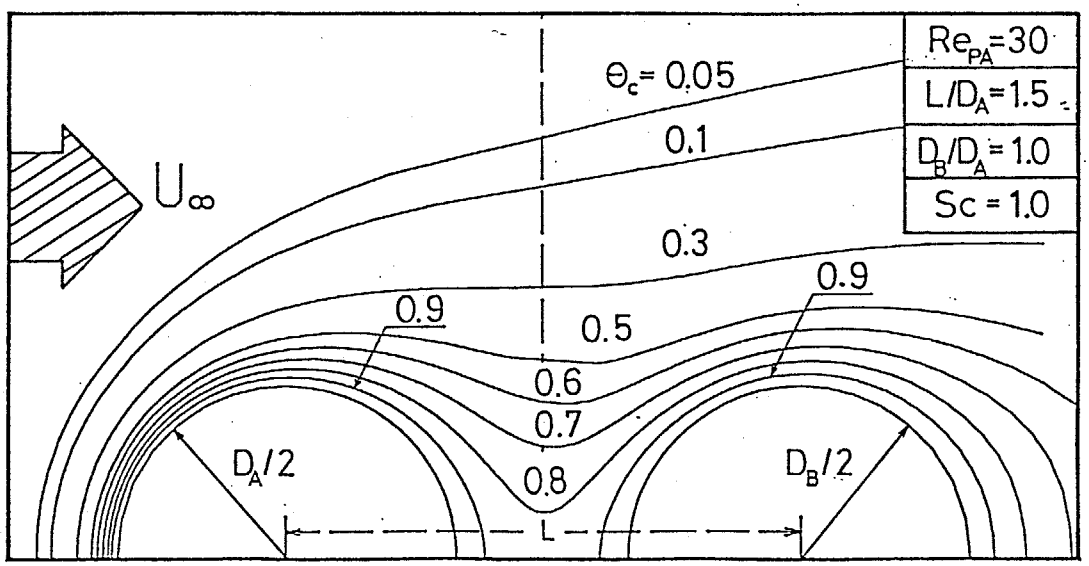


Fig. 3. 2b Lines of constant concentration around two spheres at $Re_{PA}=30$, $L/D_A=1.5, D_B/D_A=1.0$ and $Sc=1.0$.

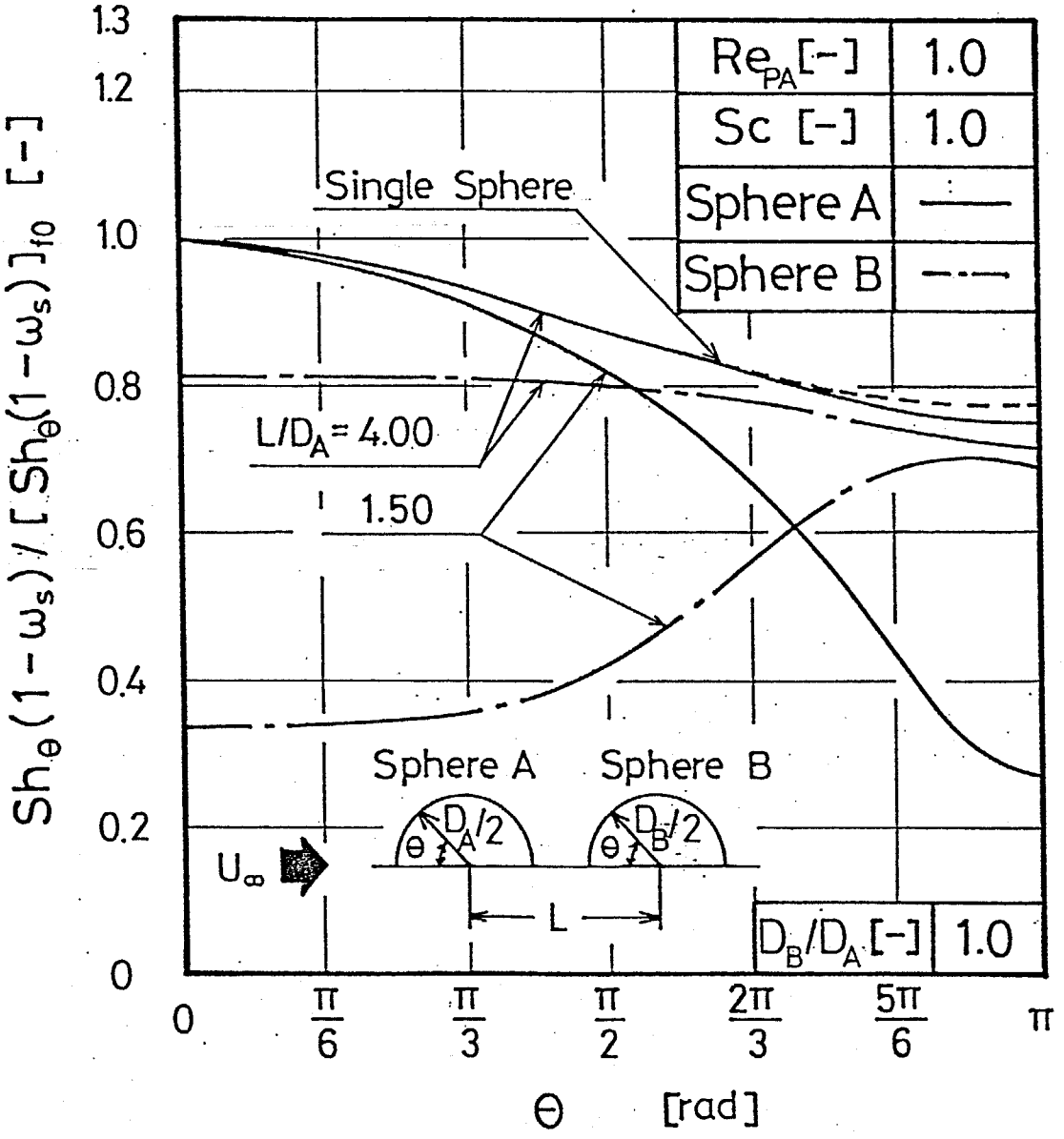


Fig. 3. 3a Local distribution of diffusion fluxes of front and rear sphere at Re_{PA}=1.0 and D_B/D_A=1.0.

たところ、Fig. 3. 3bのごとく同様な結果が得られた。

平均拡散流束に対する中心間距離の影響：　Fig. 3.4は、二つの球の平均拡散流束に対する中心間距離の影響を示したものである。図の縦軸は、無次元の平均拡散流束 $Sh(1-\omega_s)$ を単一球の平均拡散流束 $[Sh(1-\omega_s)]_0$ で規格化したもので、横軸は無次元の中心間距離 L/D_A である。パラメータは、レイノルズ数 Re_{PA} である。

前の球の場合、平均拡散流束に対する中心間距離の影響は比較的緩やかで、後の球の存在によってほとんど影響されない。また、レイノルズ数の増加により単一球のそれに漸近する。

後の球の場合、中心間距離の影響は前の球の場合に較べより顕著になっており、また、その効果も前の球の場合と逆にレイノルズ数の増加に伴い一層顕著に現れている。これは、前述の Fig. 3.3aおよび Fig. 3.3bからも明らかなように、前の球では局所拡散流束の小さい領域である球の後半部分の局所拡散流束のみが後の球の影響を受けるのに対し、後の球では、前の球の後流によって単一球ならば局所流束が大きくなる領域である球の前半部分のそれが大きく影響を受けるためである。ところで、単一球の場合について、レイノルズ数の変化による球の全体の拡散流束に対する球の前半部分の拡散流束の占める割合の変化を Fig. 3.5 に示してみた。この図より明らかなように、単一球では平均拡散流束に占める球の前半部分の割合はレイノルズ数の増加とともに増加し、逆に後半部分の割合は減少する。このため、二つの球が同軸上に配置された場合、前の球の平均拡散流束は、レイノルズ数の増加に伴い中心間距離の影響が減少することにより単一球のそれに漸近する。これとは逆に、後の球の平均拡散流束はレイノルズ数の増加に伴い一層顕著に中心間距離の影響を受けるため、大きく減少する。

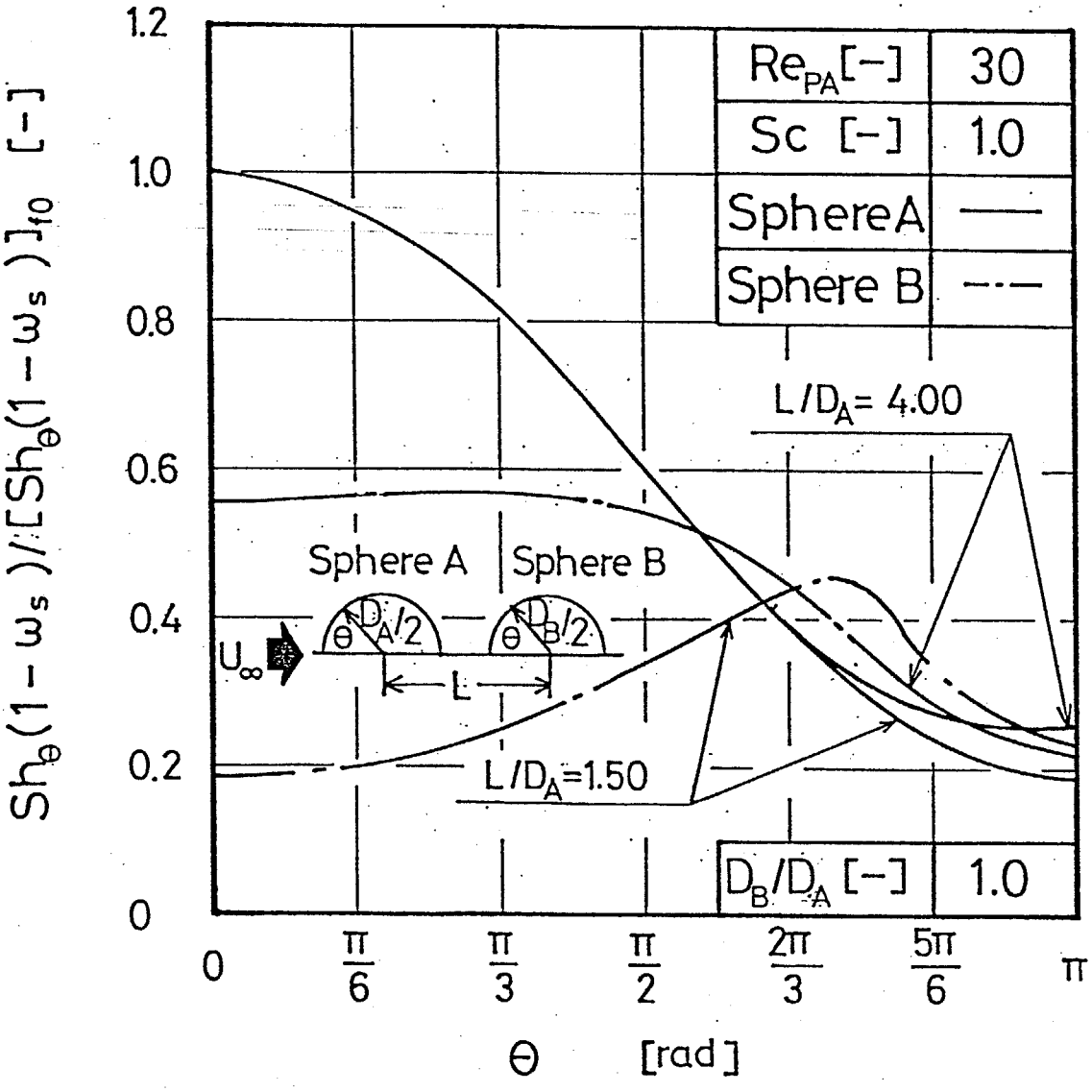


Fig. 3. 3b Local distribution of diffusion fluxes of front and rear sphere at Re_{PA}=30 and D_B/D_A=1.0.

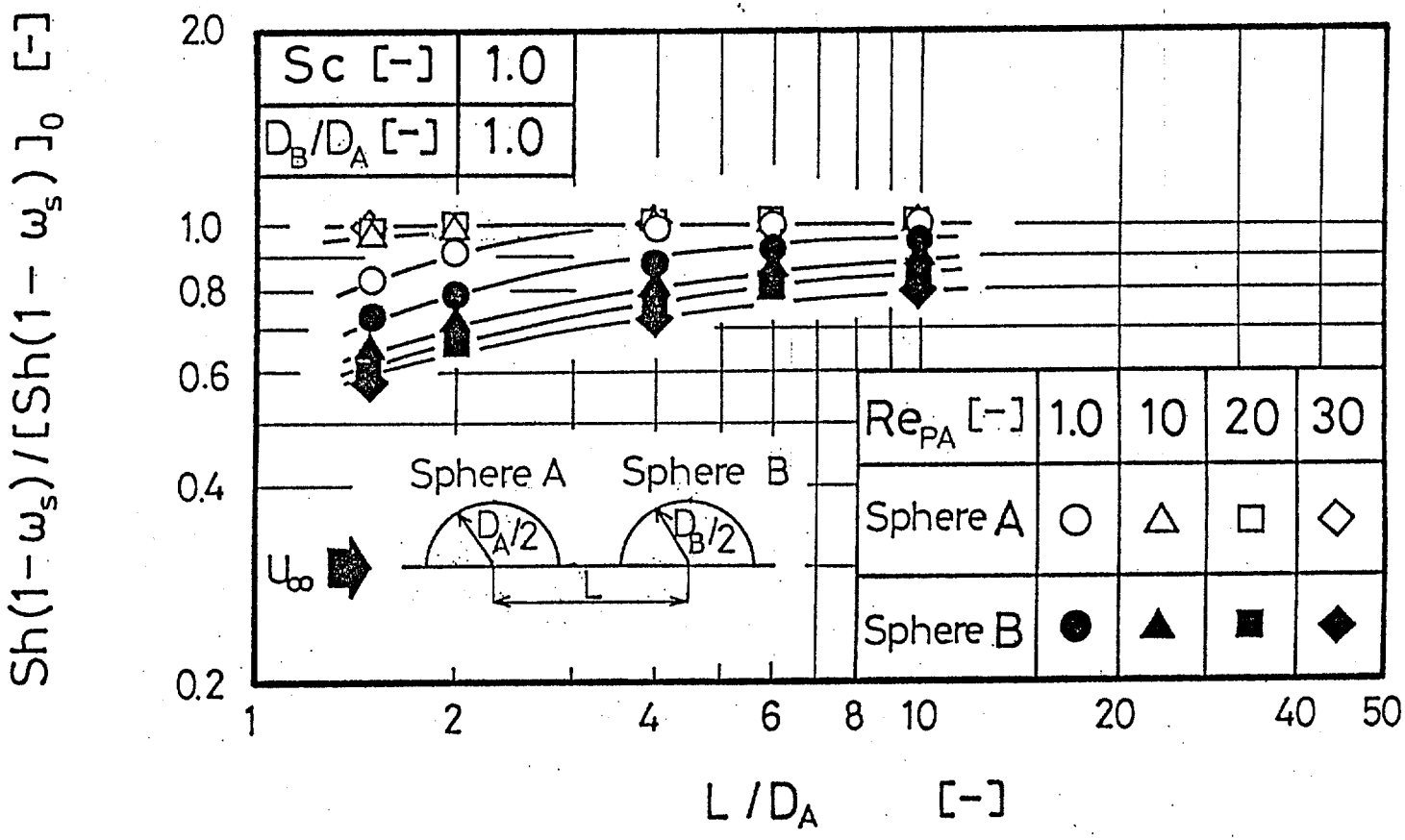


Fig. 3. 4 Average diffusion fluxes of front and rear sphere.

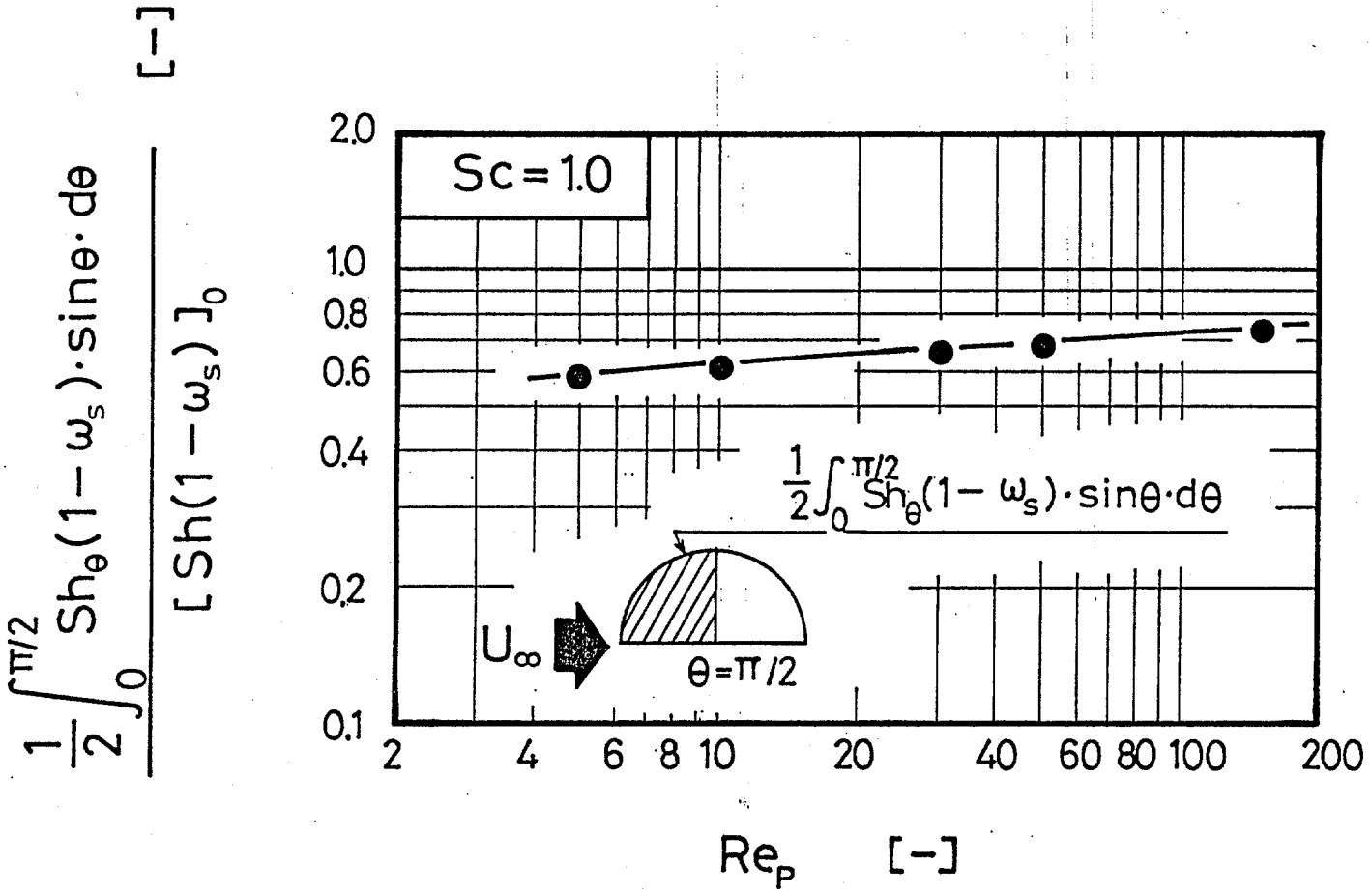


Fig. 3. 5 Average diffusion fluxes of upper-half region for a single sphere; effect of Reynolds number.

3．5　大きさの異なる二つの球の拡散流束

平均拡散流束に対する球径比の影響：　Fig. 3.6は、$L/D_A=2.0$、$Re_{PA}=1.0$、$Sc=1.0$の条件における二つの球の平均拡散流束に対する球径比の影響を示したものである。図の縦軸は、単一球の平均拡散流束　$[Sh(1-\omega_s)]_0$　で規格化した無次元の平均拡散流束であり、横軸は球径比D_B/D_Aである。

前の球の場合（○印）、拡散流束は、抵抗係数の場合と同様に球径比が大きくなるにともない単一球の値より小さくなる。後の球の場合（●印）、拡散流束は単一球のそれより非常に小さくなるが、拡散流束に対する球径比の影響は前の球の場合より小さくなるようである。これらは前の球の場合、球径比が大きくなると即ち後の球が大きくなると、後の球による前の球の後半部分の拡散流束に影響を与える領域が、大きくなるためである。これに対して、後の球の場合、前の球の後流により球の局所流束が最大となる球の前方淀み点近傍で影響を受けるために、単一球の拡散流束より非常に小さくなる。しかしながら球径比が$D_B/D_A \leq 1$では、前の球の後流による後の球の前半部分への影響を与える領域が変化しないため、後の球の平均拡散流束に対する球径比の影響は、前の球の場合より小さくなる。

平均拡散流束に対する中心間距離の影響：　Fig. 3.7a は、$Re_{PA}=1.0$，　$Sc=1.0$ での二つの球の平均拡散流束に対する中心間距離の影響を示したものである。図中の点線および一点鎖線は、　$D_B/D_A=1.0$ の結果である。比較のため、静止雰囲気中における二つの燃焼液滴に関するMarberryら[48]の数値解の結果を二点鎖線で示した。

前の球の場合、拡散流束に対する中心間距離の影響は、球径比が大きくなるとともに大きくなっている。後の球の場合、拡散流束は単一球の値よりも小さくなるが、拡散流束に対する中心間距離の影

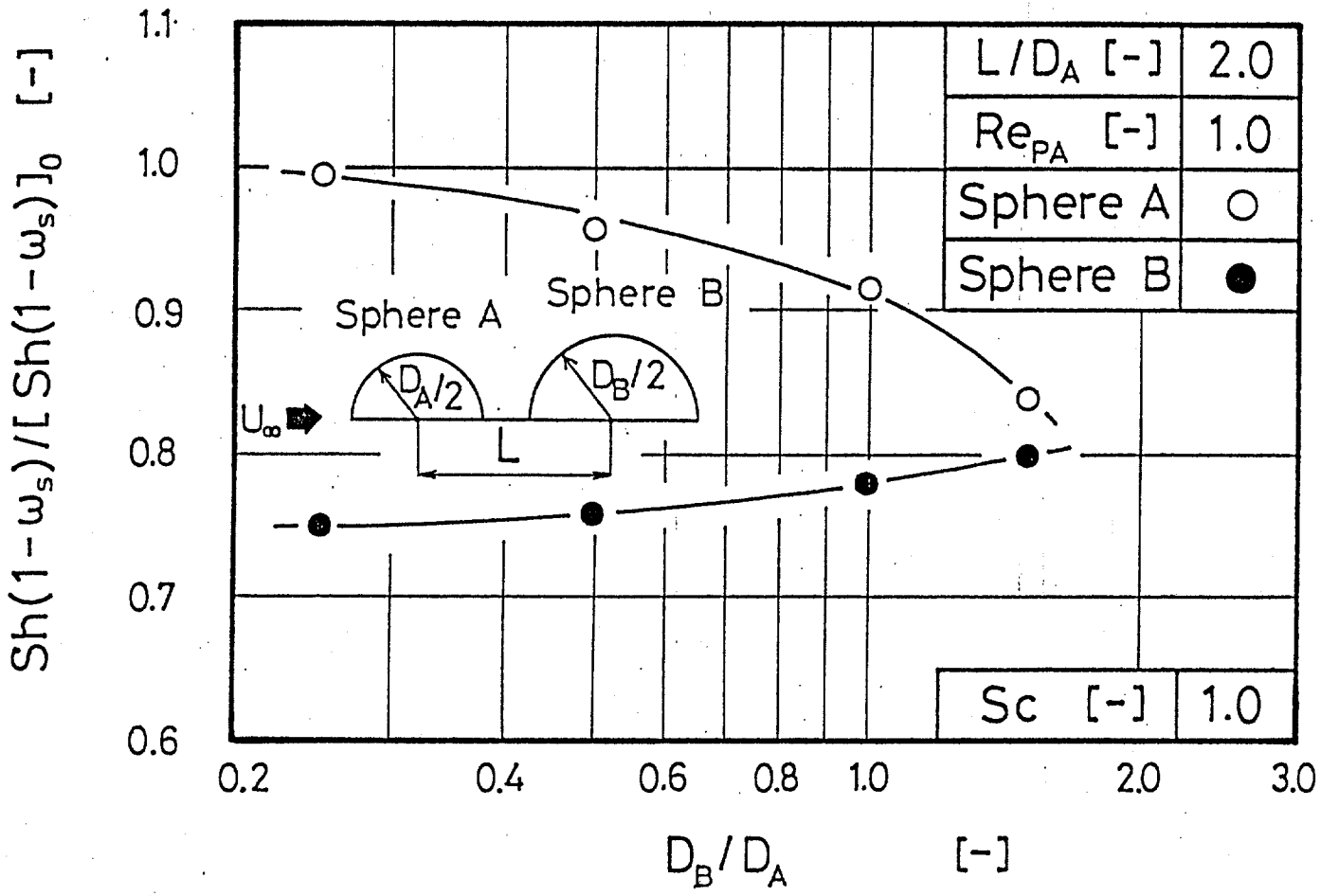


Fig. 3. 6 Average diffusion fluxes of front and rear sphere at $Re_{PA}=1$ and $L/D_A=2$; effect of diameter ratio.

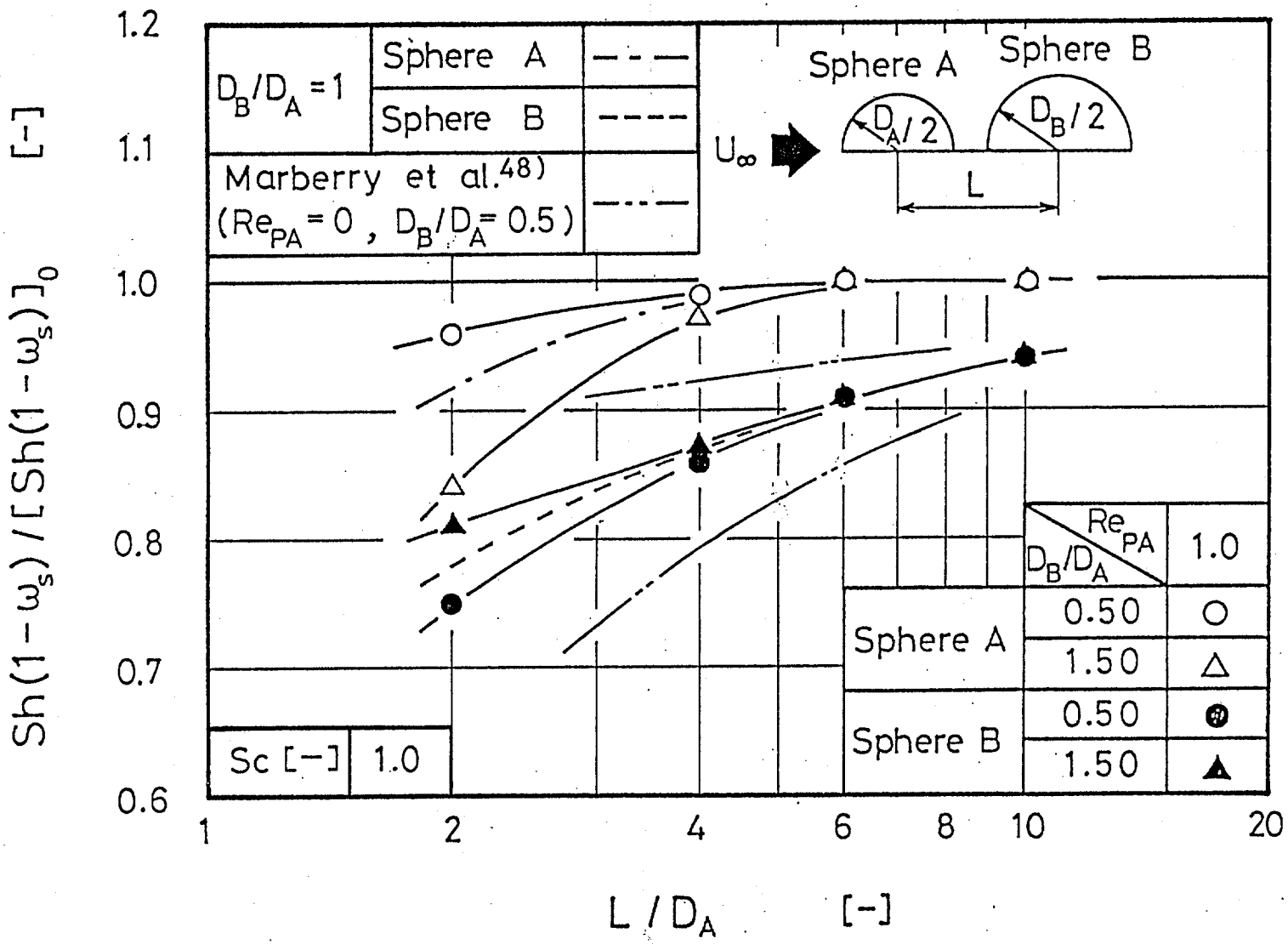


Fig. 3. 7a Effect of distance between two spheres on average diffusion fluxes of front and rear spheres at various diameter ratios at Re_{PA}=1 and Sc=1.

響は球径比によってあまり変化しない。また、本数値解の結果は、Marberryら[48]の結果と傾向は一致している。

同様な計算を Re_{PA}=30の場合についても行ったが、Fig. 3.7b のごとく、前の球の拡散流束に対する中心間距離の影響は Re_{PA}=1.0 の場合よりも小さくなり、拡散流束は単一球のそれに近づく。これに対して、後の球の場合、中心間距離の影響はRe_{PA}=1の場合より大きくなる。

3．6　二つの球の拡散流束に関する相関

後の球の無次元の拡散流束に関する全てのデータを用いて、データの相関を試みた。その結果、以下の相関式を得た。

後の球：

$$\frac{Sh_B(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0} = \frac{1}{1 + 0.77\cdot(D_B/D_A)^{-0.21}(L/D_A)^{-1.38}\cdot Re_{PA}^{-0.26}} \qquad (3.9)$$

データの最大偏差は、±5%以内であり、本相関式の適用範囲は：

Re_{PA} =1.0-30

L/D_A =1.5-10

D_B/D_A=0.25-1.50

Sc=1.0

である。念のため、後の球の無次元拡散流束に関して、相関式 Eq. (3.9)でデータを整理した。その結果を示したものが Fig. 3.8aである。比較のためにRe_{PA}=40, D_B/D_A=1 の場合のTal ら[78]の数値解の結果を□の印で、クリープフローを仮定したAminzadeh ら[1]のPe=30 に対する数値解の結果を点線で示した。この図から明らかな

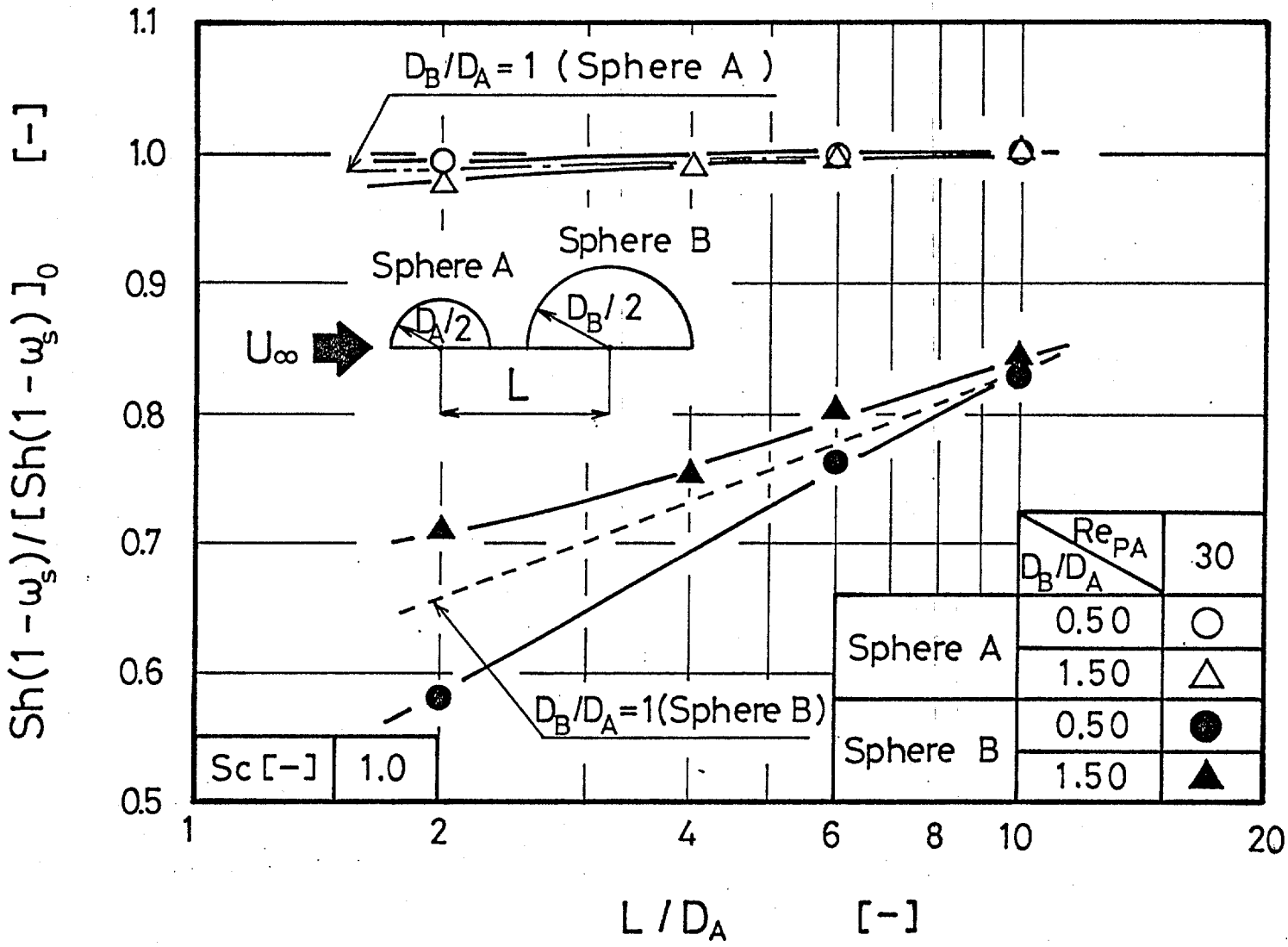


Fig. 3. 7b Effect of distance between two spheres on average diffusion fluxes of front and rear spheres at various diameter ratios at Re_{PA}=30 and Sc=1.

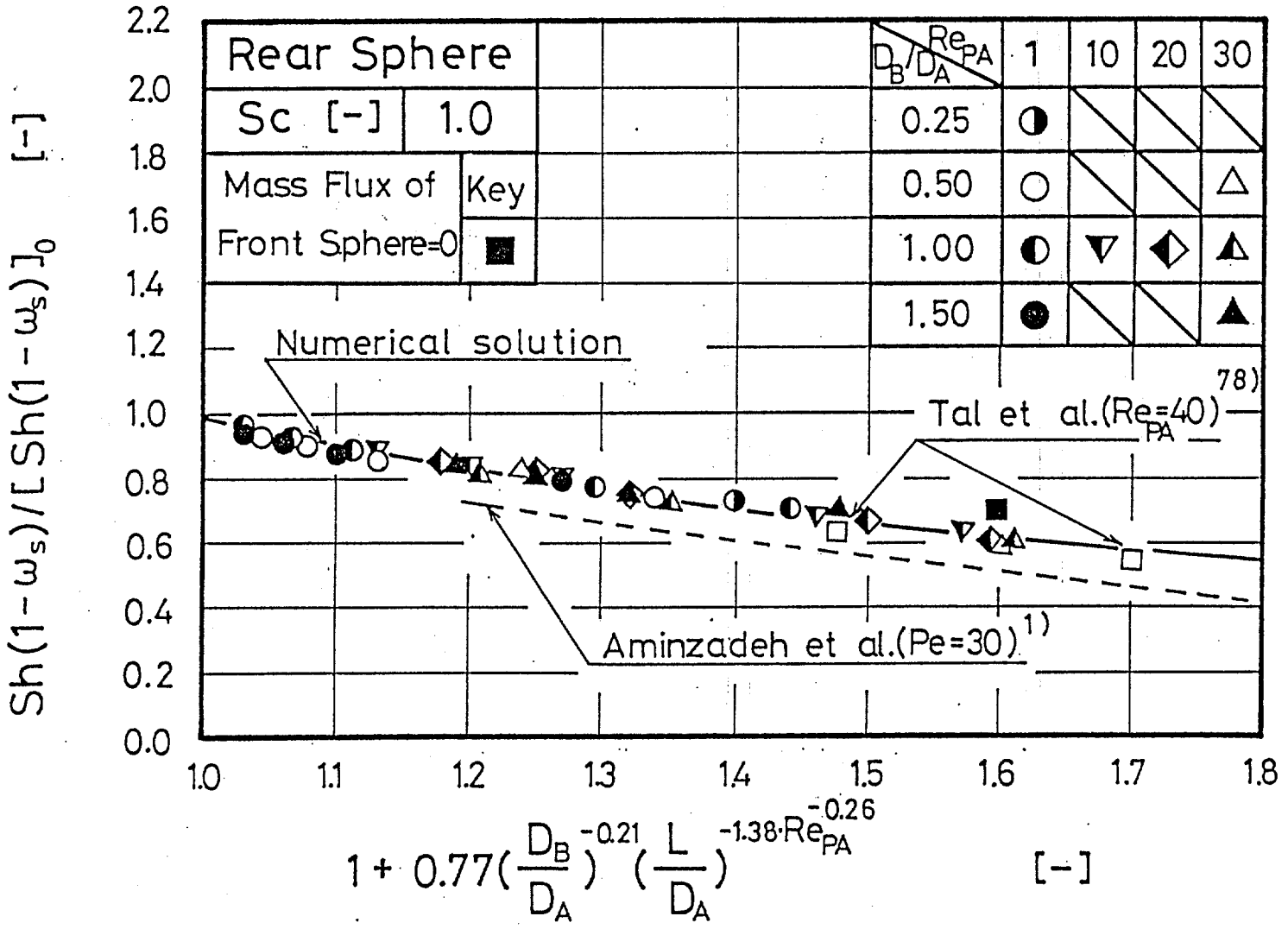


Fig. 3. 8a A general correlation for the effect of distance between two spheres and of diameter ratios on average diffusion fluxes for rear sphere.

ように、本数値解の結果は既往の研究と良好に一致している。

なお、図において■印は、後の球の拡散流束に対する流れ場の影響を調べるために、前方に物質移動に関与しない固体球（$N_A=0$）を配置した場合の計算結果を示したものである。図から明らかなように、計算結果は、二の球の両方から物質移動がある場合の相関式 Eq. (3.9)より若干大きくなっているが、大略これと一致する。このことは、二つの球が同軸上に配列された場合の後の球の物質移動に対する前の球の干渉効果が、主として前の球によって生ずる後流の効果によるものであることを示している。

なお、前の球の拡散流束に関しても、データの相関を試みたところ、以下の相関式を得た。

前の球：

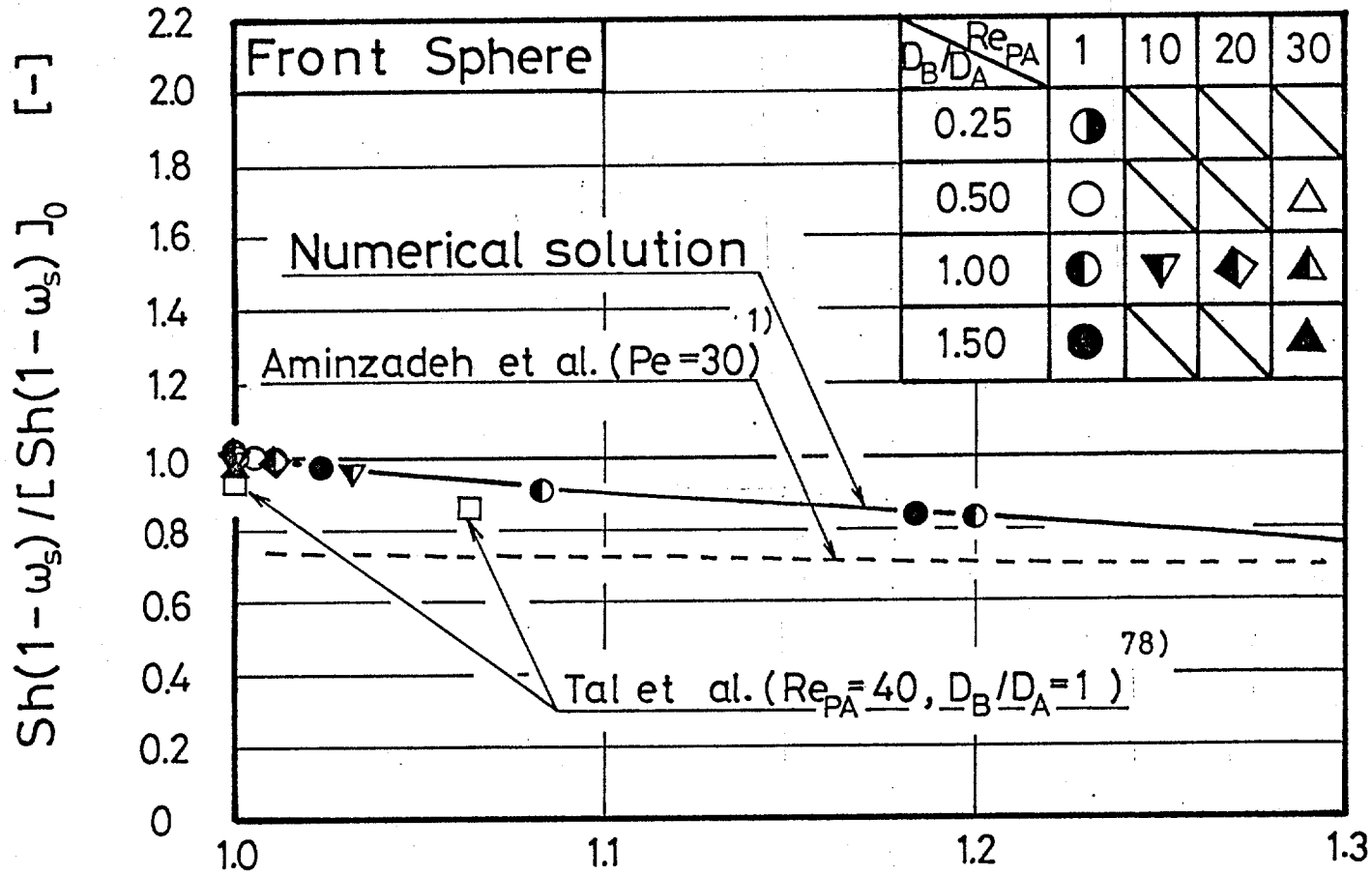
$$\frac{Sh_A(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0} = \frac{1}{1+0.67\cdot(D_B/D_A)^{1.93}\cdot(L/D_A)^{-3.0}\cdot Re_{PA}^{0.40}} \qquad (3.10)$$

データの最大偏差および適用範囲は、後の球と同様である。念のため、数値解のデータと相関式 Eq.(3.10)を比較したところ、Fig. 3. 8bのごとく良好に一致した。

3．7　本章の結論

同軸上に配置された二つの球のまわりの濃度場を双極座標を用い有限差分法によりRe_{PA}=1-30，　Sc=1.0，　L/D_A=1.50-10，　D_B/D_A=0.25-1.50 の範囲で数値解析的に解かれた。その結果、以下の結論を得た。

1）　二つの球の拡散流束は、中心間距離、レイノルズ数および



$$1 + 0.67\cdot\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{1.93}\cdot\left(\frac{L}{D_A}\right)^{-3.0\cdot Re_{PA}^{0.40}} \quad [-]$$

Fig. 3. 8b A general correlation for the effect of distance between two spheres and of diameter ratios on average diffusion fluxes for front sphere.

球径比の影響を受ける。

2） 後の球の拡散流束に対する前の球の干渉効果は、主として前の球によって生じる後流の効果によるものである。

3） 二つの球の拡散流束に対する中心間距離、レイノルズ数および球径比の影響に関する相関式を提案した。

4章　揮発性液滴の蒸発速度におよぼす隣接固体球の影響[5)]

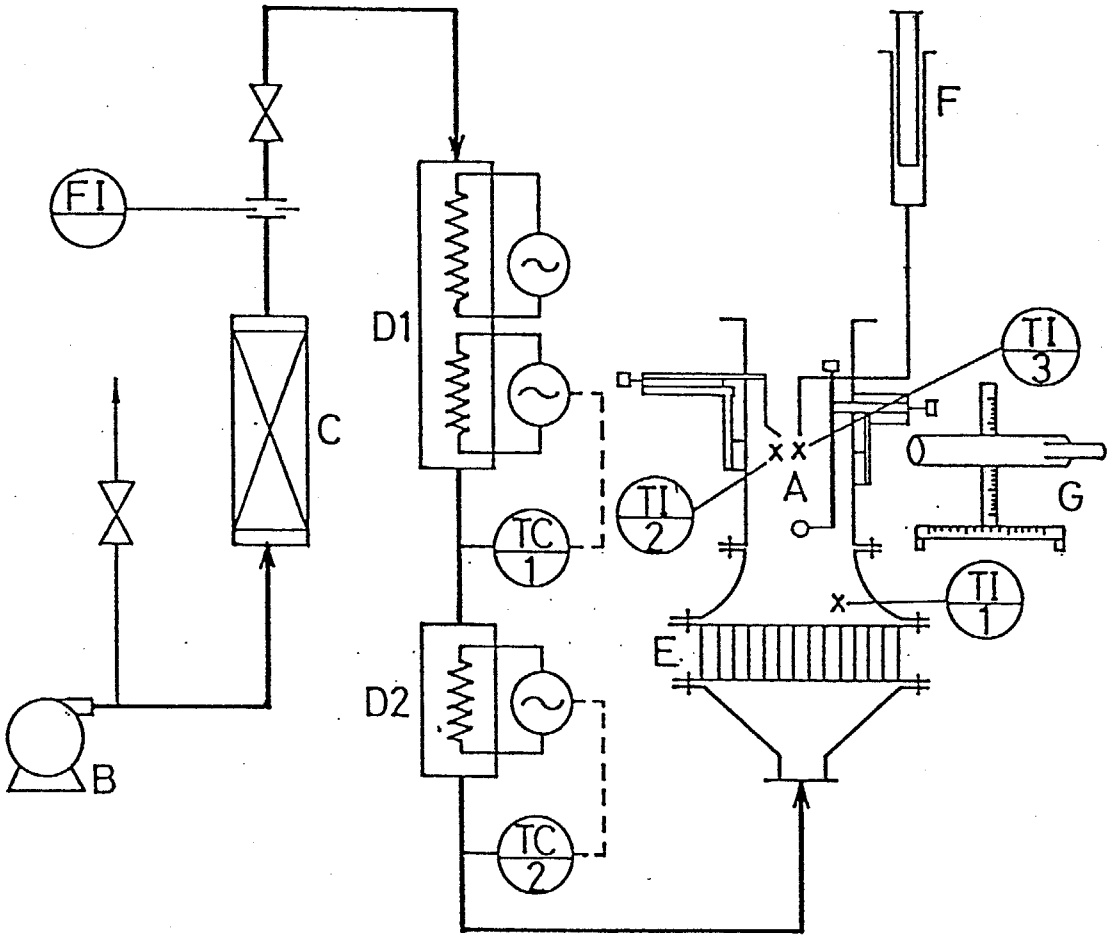
4．1　本章の目的

前章で、同軸上に配置された二つの球の蒸発に対する球間の干渉効果について理論的に検討し、後の球の干渉効果は、前の球の後流による影響が主であることを得た。そこで、本章では、後の球の物質移動に対する前の球の後流の影響を実験的に検討するため、蒸発速度が小さい水およびオクタン滴を用いて液滴の前方に蒸発がない固体球を配置し、液滴の蒸発速度に対する隣接固体球の後流の影響を検討する。また、蒸発速度が大きいペンタン滴のように、蒸発により液滴まわりの流れ場が蒸発速度の小さい水およびオクタン滴とは異なる場合について、前の液滴の後流の影響を検討する。

4．2　実験装置および方法[5,14)]

実験装置：　Fig. 4.1は、実験装置の概略を示したものである。測定部は、70mmX70mm の正方形断面を有する長さ166 mmの黄銅製のダクトになっており、2ヶ所にガラス製ののぞき窓が取り付けられている。測定部の中心には、液滴を懸垂するためのステンレス製の注射針が、2次元微動装置によって取り付けられている。ダクト出口には、液滴の前方に固体球を配置する目的で3次元微動装置が取り付けられている。また、液滴の温度を測定する目的で外径0.05mmのクロメルーアルメル熱電対が、2次元微動装置に取り付けられている。測定部上流には、整流の目的で拡大・縮小ノズル、整流格子を設けてある。

使用した固体球は、直径　1.1mm,2.0mm のスチール製のベアリング球および3.2mm のナイロン球である。主流空気はブロワーによっ



A : Test section

B : Blower

C : Silica gel dehumi-
difier

D1, 2: Heater

E : Divergent-convergent
nozzle with calming grid

F : Microfeeder

FI : Orifice flow meter

G : Cathetometer

TC1, 2 : Temperature controller

TI : Thermocouple for
1 : bulk flow
2 : temperature profile
3 : liquid drop

Fig. 4. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

て供給され、シリカゲル乾燥器、オリフィス流量計を通り、ヒーターで所定の温度に加熱された後、下方より測定部に入る。Fig. 4.2は、測定部の詳細を示したものである。

蒸発速度：　液滴の蒸発速度は、あらかじめ流量検定を行ったマイクロフィーダーより一定流量の液を供給しながら、滴径変化を読み取り顕微鏡で観察し、一定時間液滴の滴径変化が見られなくなった状態でのマイクロフィーダーの流量から求めた。すなわち、液滴の蒸発速度とマイクロフィーダーの供給速度が釣り合った状態の流量より求めた。

液滴の直径と表面積：　液滴の直径は、精度1/100mm の読み取り顕微鏡を用いて測定した。液滴の表面積は、液滴の形状を回転楕円体と近似し、液滴の短軸と長軸を測定することにより算出した。

固体球と液滴の中心間距離：　固体球と液滴の中心間距離は、読み取り顕微鏡により測定した。なお、後述の予備実験の結果より固体球を主流と平行な液滴の中心軸に配置する場合、固体球の偏心効果が無視できない。そこで、液滴の中心軸に対して互いに直角な2つの方向で読み取り顕微鏡を用いて位置測定を行い、固体球と液滴が同一軸上にあるよう配慮した。

界面温度[14]：　液滴の界面温度は、蒸気相温度分布より外挿して求めた界面温度の実測値と液滴内部の温度の実測値が良好に一致したので、液滴内部の温度と等しいとした。なお、液滴内部の温度を外径 0.05mm のクロメルーアルメル熱電対で測定したところ、ほぼ一様な温度を示した。

界面濃度：　液滴の界面濃度は、界面温度における純物質の蒸気圧からAntoine 式を用いて推算した。

物性値の推算方法：　蒸気の粘度は、Hirschfelder式[63]を、純蒸気の熱伝導度はEucken式[63]を用いて推算した。また、混合蒸気

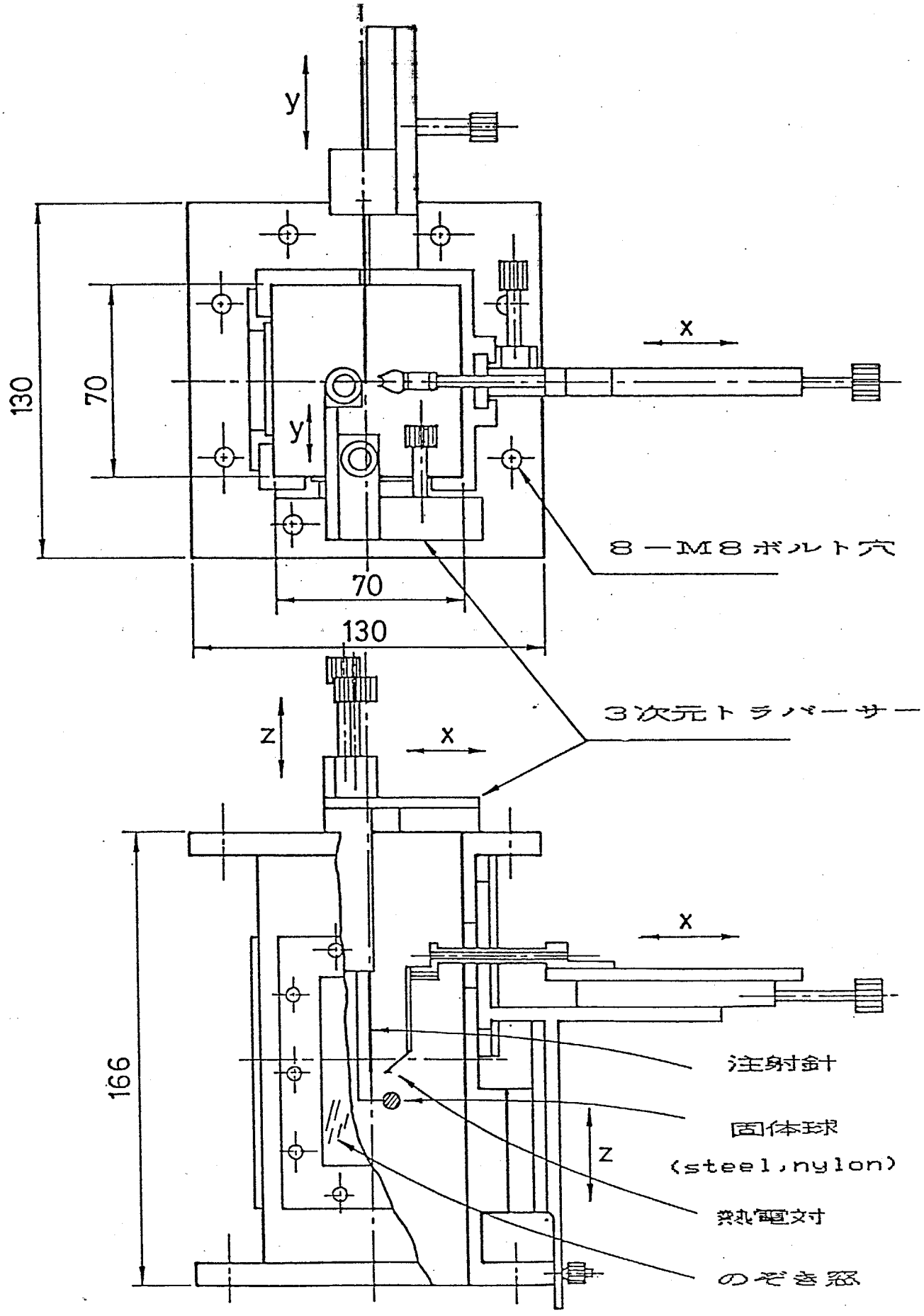


Fig. 4. 2 Detail of test section.

の粘度および熱伝導度はWilke 式[63] を用いて推算した。蒸気の拡散係数は、Hirschfelder式[63] を用いて推算した。ただし、水の拡散係数は藤田の式を用いて推算した。物性は、界面の温度を用いて推算した。

実験範囲：　実験は、蒸発速度の小さい水およびオクタン滴、蒸発速度の大きいヘキサンおよびペンタン滴について、中心間距離L 雰囲気温度 T_∞ 、液滴の直径D_P、固体球の直径D_{AS} および流速 U_∞ を変えて行った。Table 4.1 は、実験範囲を示したものである。

4．3　水およびオクタン滴の蒸発

固体球の偏心効果：　蒸発液滴に対する隣接固体球の影響は、固体球が流れと平行な液滴の中心軸上にある場合最も大きくなる。また、その影響は固体球が中心軸より偏心するにしたがい急激に減少するものと予測される。しかしながら、この点に関してはこれまでほとんど検討されていない。そこで、まず予備実験として蒸発液滴の上流側に固体球を配置し、液滴の中心軸から固体球を偏心させた状態で蒸発実験を行い、液滴の蒸発速度に対する偏心の影響について検討を行った。その結果を示したものがFig. 4.3である。図において縦軸は、次式：

$$Sh(1-\omega_s)=D_P\cdot N_A\cdot(1-\omega_s)/\{\rho_s\cdot\mathcal{D}_s(\omega_s-\omega_\infty)\} \qquad (4.1)$$

で定義される無次元の拡散流束である。横軸は、液滴の中心軸からの偏心距離Δｘである。図からわかるように、中心軸からの偏心距離が0.5mm 程度であっても測定精度に著しい影響を与える。また、その影響は、固体球が液滴に近接するほど著しい。そこで以下においては、中心軸と垂直な平面上にある互いに垂直な２つの方向から固体球の位置を読み取り顕微鏡で測定し、液滴の中心軸からの偏心距離Δｘが0.1mm 以下になるように固体球を配置して蒸発実験を行

Table 4. 1 Ranges of experimental variables.

System	Water	Octane	Hexane	Pentane
D_P[mm]	1.66-2.71	2.16-2.24	1.68-1.83	2.10-2.27
D_{AS}[mm]	1.1-3.2	1.1-2.0	2.0	2.0
T_∞ [K]	325-344	319-333	342-361	320-367
L [mm]	2.9-52.6	2.6-22.1	3.3-31.6	2.7-17.7
U_∞[m/s]	0.34-1.06	0.40-1.06	0.31-0.83	0.27-1.12

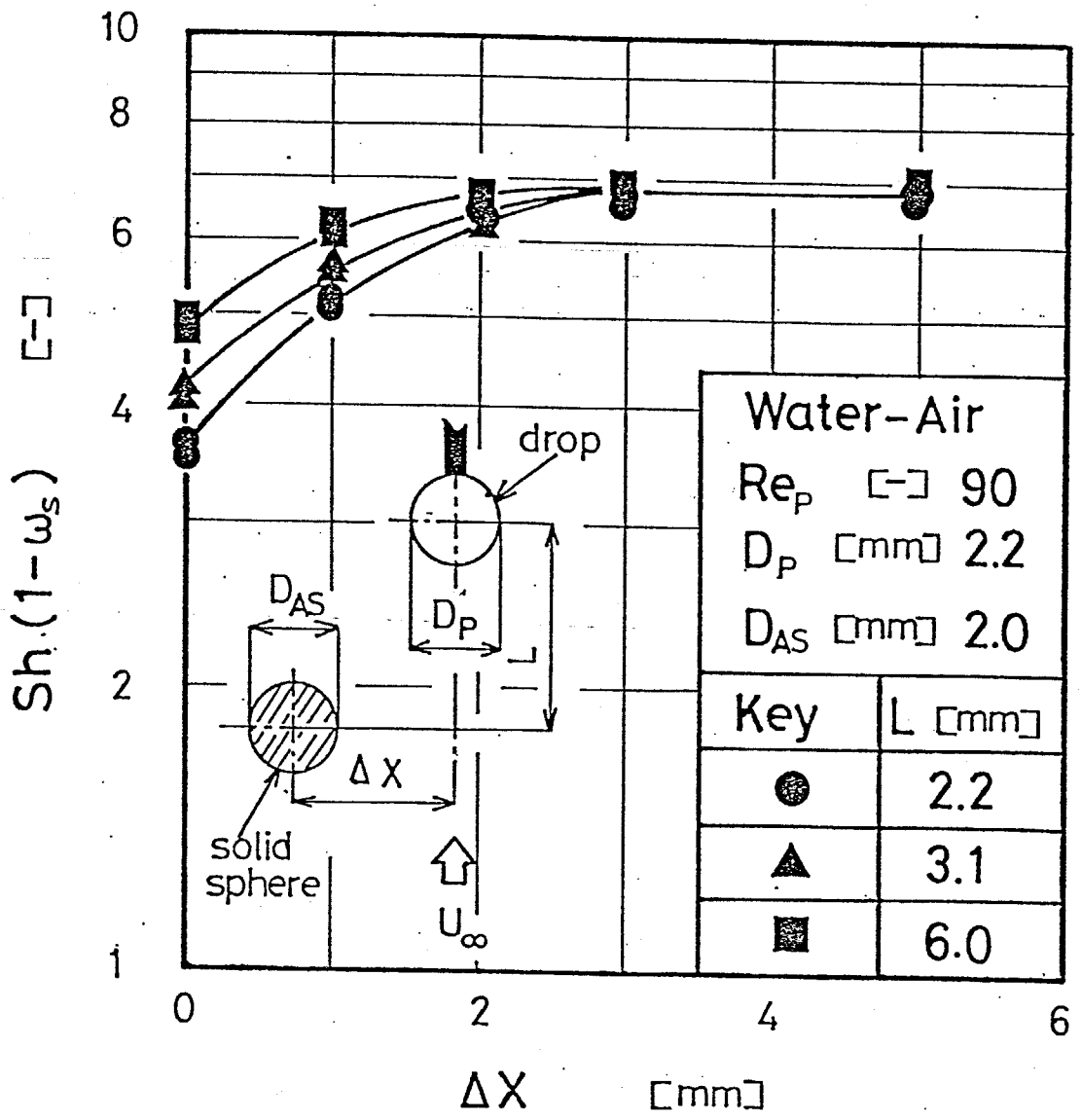


Fig. 4. 3 Effect of two dimensional arrangement of a solid sphere on the rates of evaporation of a water drop.

った。

滴間距離の影響：　Fig. 4.4は一例として固体球と液滴の直径の比 D_P/D_{AS} が1.10の場合について、水滴の蒸発速度に対する中心間距離Lの影響を示したものである。パラメータは、中心間距離Lである。図中の実線は、Ranz-Marshall の実験式[57]：

$$[Sh(1-\omega_s)]_0=2+0.6Re_P^{1/2}\,Sc^{1/3} \qquad (4.2)$$

を示している。図からわかるように、中心間距離Lが小さくなるに従って、無次元の拡散流束 $Sh(1-\omega_s)$ の実測値は Ranz-Marshall の相関[57] に対してほぼ平行に減少する。次に、液滴の蒸発速度に及ぼす固体球の大きさと液滴の大きさの影響について検討した。

Fig. 4.5は、Re_P 数がほぼ一定のデータについて液滴の直径 D_P= 2.2mm の条件での無次元の拡散流束に対する固体球の大きさの影響を示したものである。図の縦軸は、無次元の拡散流束 $Sh(1-\omega_s)$ をRanz-Marshall の実験式[57] で規格化したものであり、横軸は中心間距離Lである。パラメータは、固体球の直径 D_{AS} である。図からわかるように、固体球の直径 D_{AS} が1.1mm, 2.0mm, 3.2mm と大きくなると $Sh(1-\omega_s)/[Sh(1-\omega_s)]_0$ が小さくなる。

Fig. 4.6は、固体球の直径 D_{AS} =3.2mm の条件での無次元拡散流束に対する液滴の大きさの影響を示したものである。パラメータは液滴の直径 D_P である。図より、液滴の直径 D_P が 2.6mm, 2.2mm 1.7mm と小さくなるにともなって、$Sh(1-\omega_s)/[Sh(1-\omega_s)]_0$ が小さくなる。

これらの結果は前章において考察したように、固体球が大きくなると、固体球の後流の幅が大きくなり、固体球の後流による後の液滴の物質移動への影響が大きくなるためである。また、液滴が大きくなると、固体球の後流による液滴の物質移動に影響を与える領域が小さくなるためである。

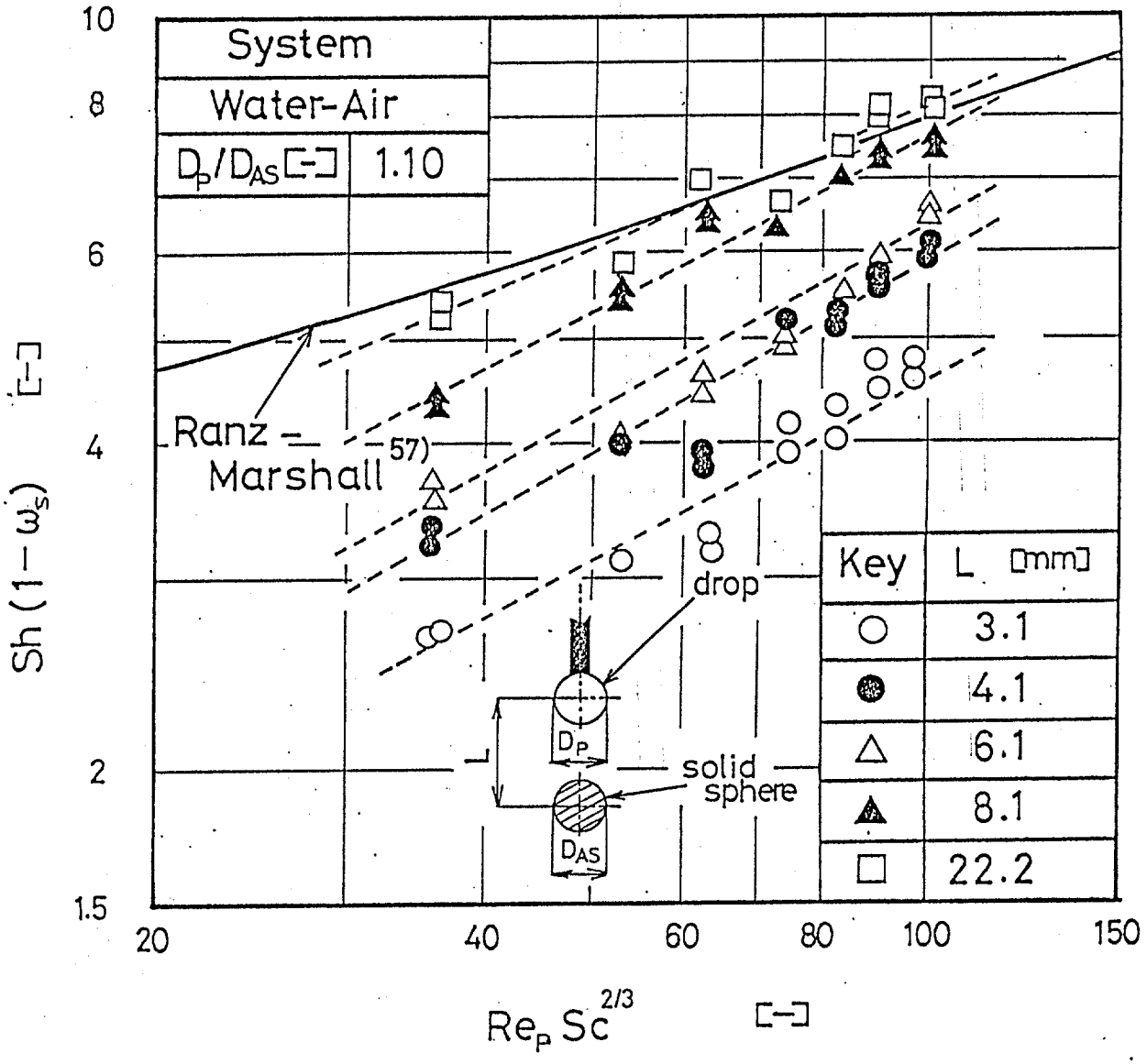


Fig. 4. 4 Effect of axisymmetric arrangement of a solid sphere on the rates of evaporation of a water drop.

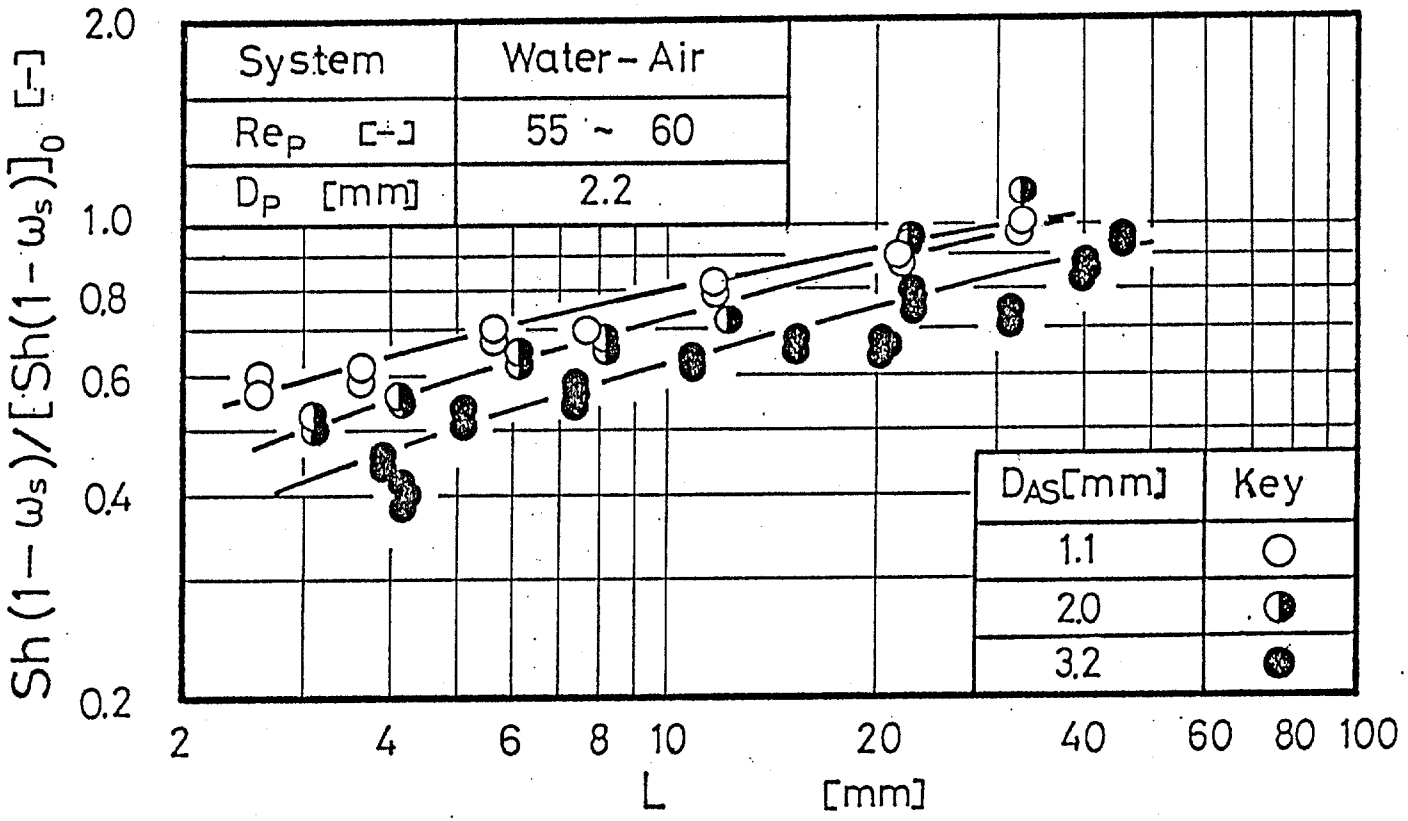


Fig. 4. 5 Effect of a solid sphere of various diameter on the rates of evaporation of a water drop.

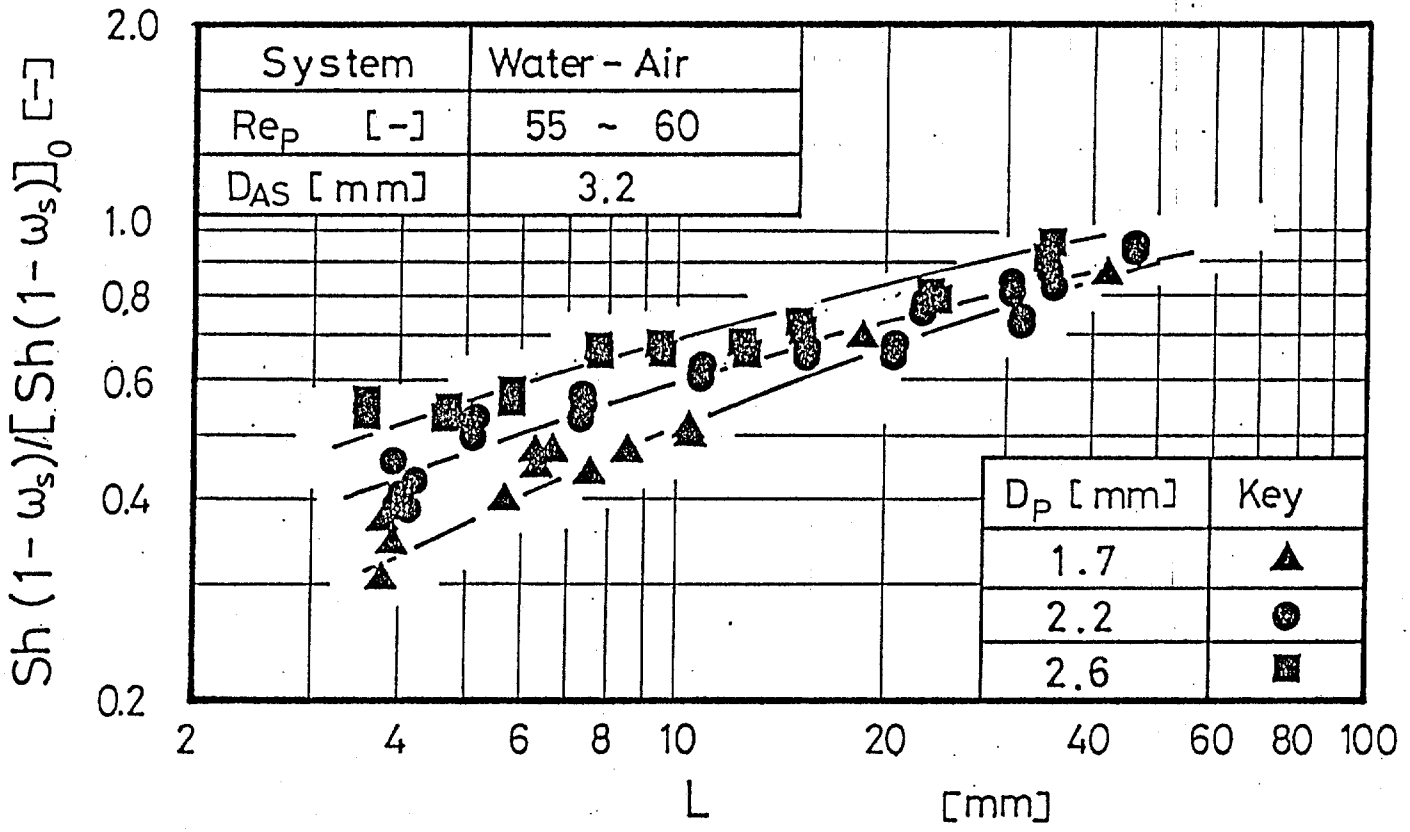


Fig. 4. 6 Effect of a solid sphere on the rates of evaporation of water drops of various size.

4．4　数値解との比較

前章の数値解析の結果から、後の液滴の物質移動は、主に前の液滴の後流により影響を受けることが得られた。そこで一つの試みとして、前章で提案した二つの液滴の同時蒸発に関する数値解の相関を用いて、水滴およびオクタン滴の実測値を整理した。その結果を示したものがFig.4．7である。図には、比較のために三浦ら[49]の水滴に対する実験式を　$Re_{PAS}=210$，$D_P=$ 2.2mm，$D_{AS}=3.2$mmの場合について計算した結果を二点鎖線で示した。また、Aminzadehら[1]の数値解の結果を　$Pe=50$ の場合について著者らが整理したものを一点鎖線で、Tal ら[78]の $Re_{PA}=40$，$L/D_A=1.2,2.5$，$D_B/D_A=1.0$ の条件での数値解の結果を○印で示した。本研究の結果は、三浦ら[49]の結果を除けば、これらの既往の研究と良好に一致している。なお、念のため本実験で測定した水滴に関する全てのデータを三浦ら[49]の相関式で整理したところ、Figs．4.8(a),(b)のごとく両者は一致しなかった。

4．5　ペンタン滴の蒸発

高物質流束効果：　ペンタン滴などの蒸気圧の比較的大きい単一液滴の蒸発では、蒸発により滴表面近傍の流れ場が乱されて、その結果として熱および物質移動が影響を受けるという高物質流束効果[13,14]の存在が報告されている。そこで、固体球の干渉効果に対する高物質流束効果[13,14]について検討するため、ペンタン滴の前方に固体球を配置した蒸発実験を雰囲気温度を変えて行った。その結果を示したものが、Fig．4.9 である。図において、縦軸は低物質流束下における単一液滴の蒸発に関する Ranz-Marshallの相関[57]で規格化した無次元の拡散流束であり、横軸は無次元の中心間距離

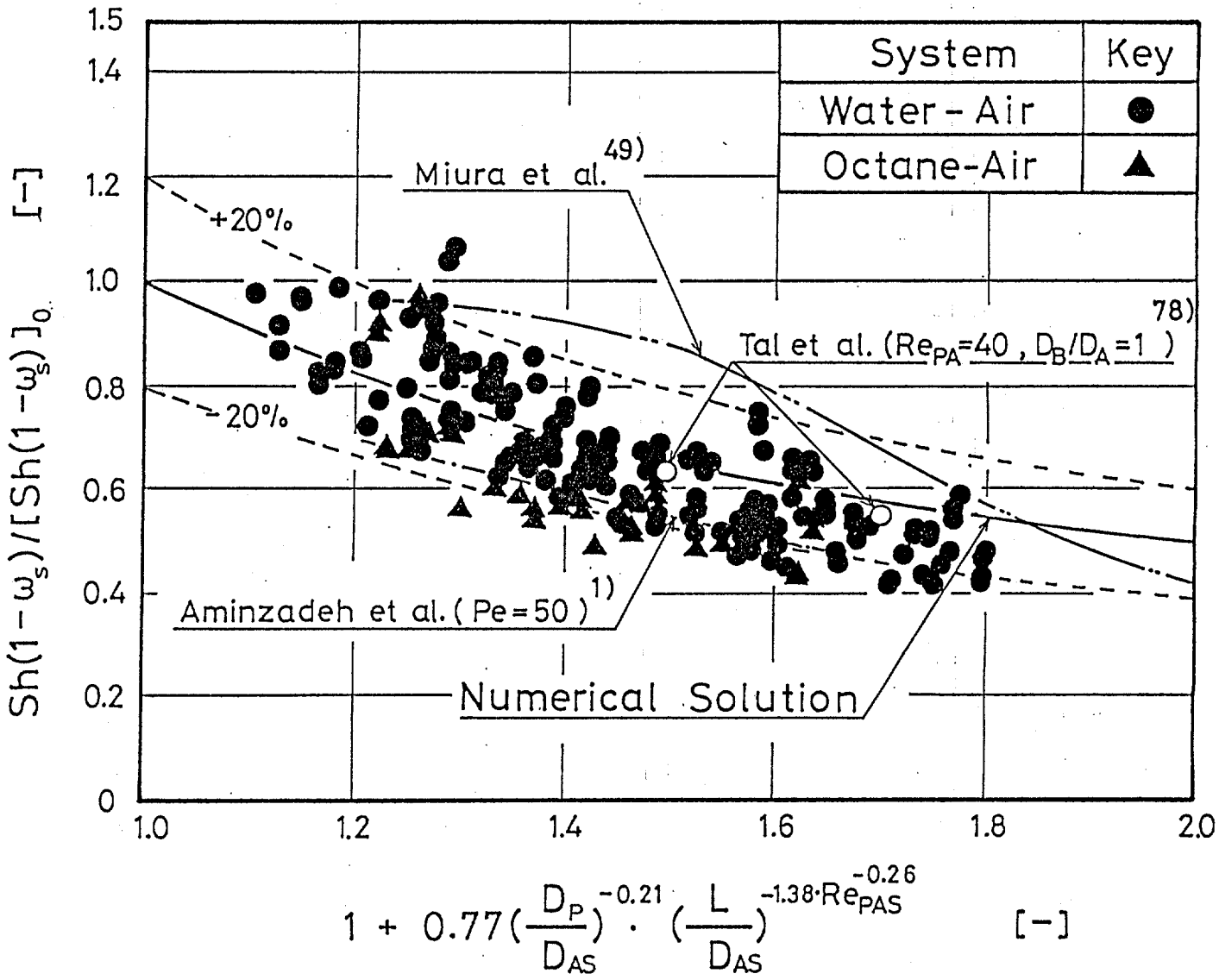
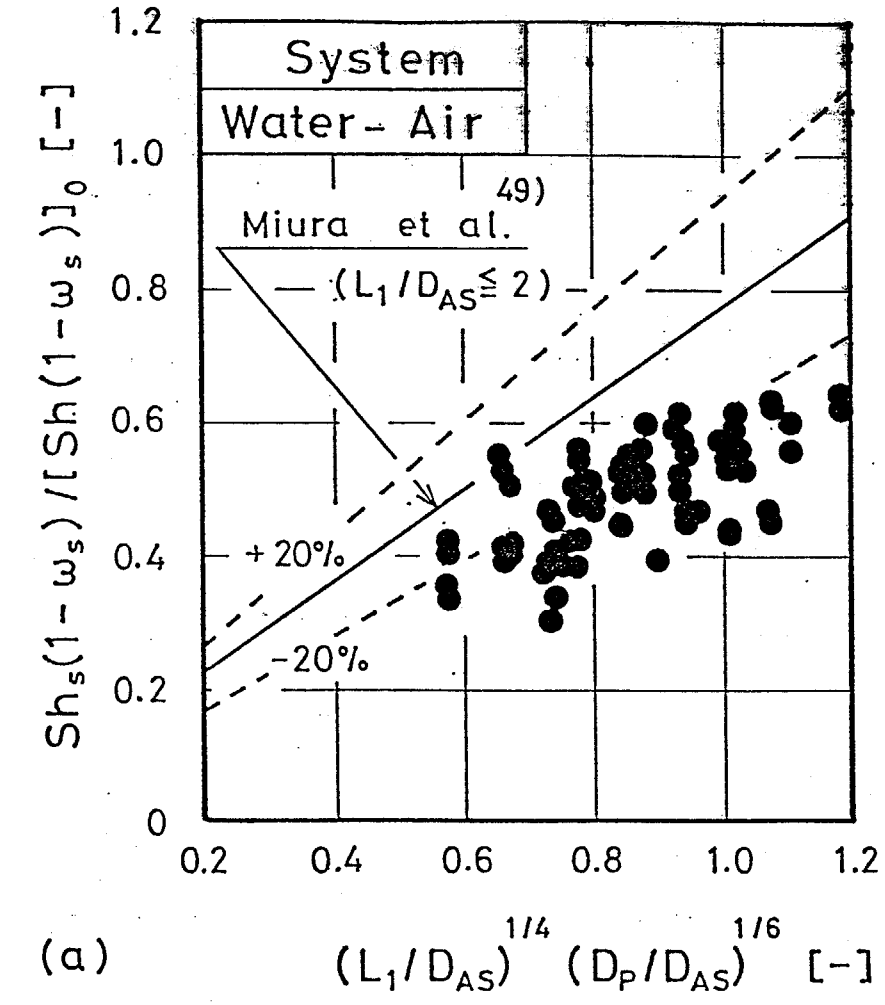


Fig. 4. 7 Comparison of numerical correlation for two less volatile drop with observed data and the results of the previous workers.



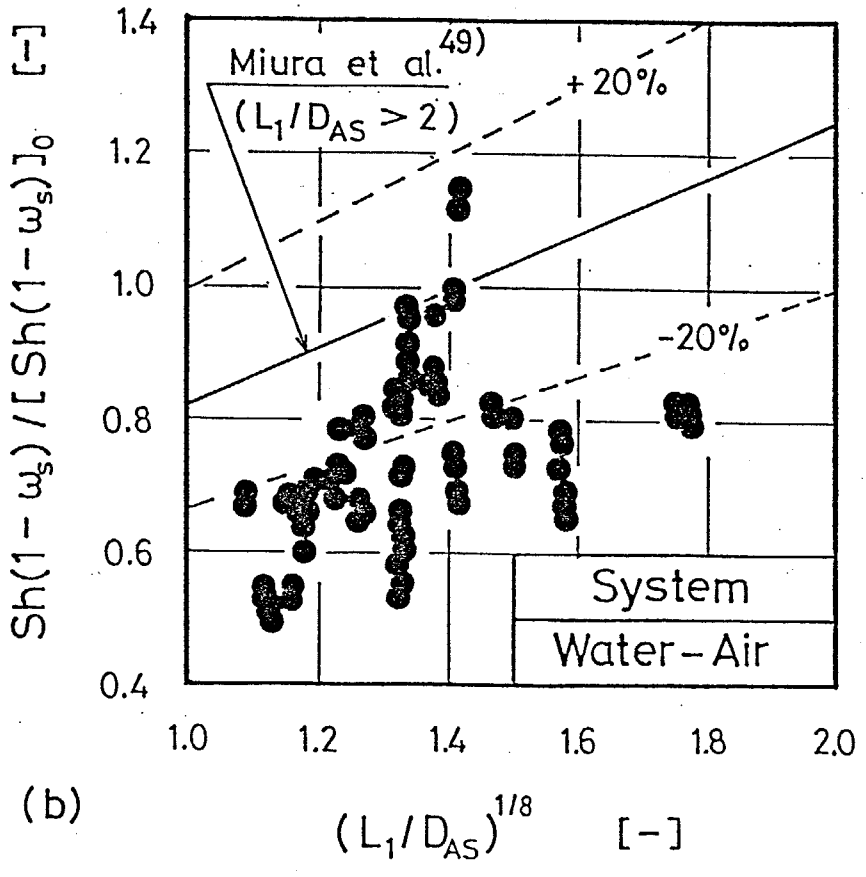


Fig. 4. 8.(a),(b) Comparison of the data with Miura's correlation for water drop.

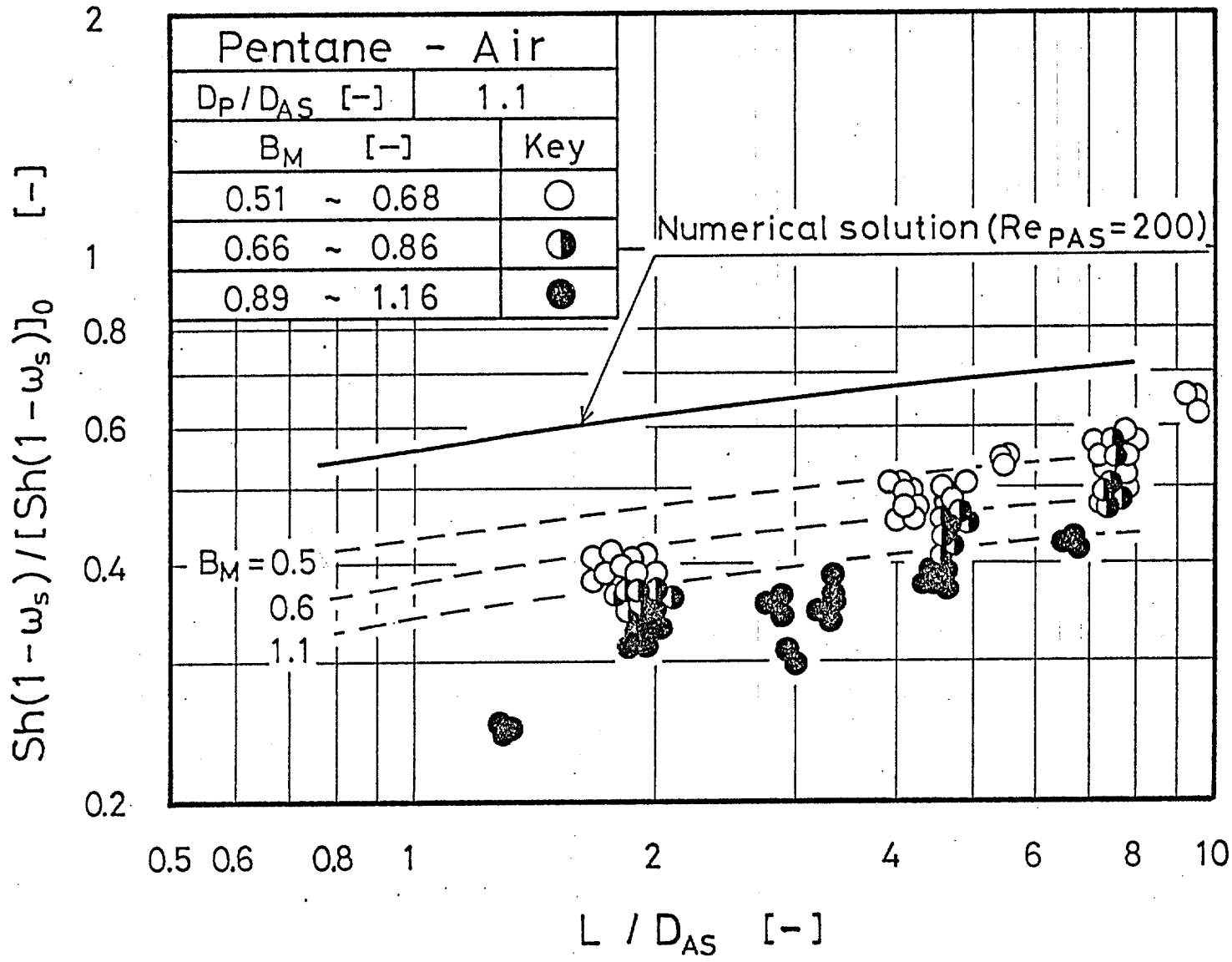


Fig. 4. 9 Effect of a solid sphere on the rates of evaporation of a pentane drop.

L/D_A である。また、パラメータは、物質移動に関するトランスファーナンバーと呼ばれる無次元の濃度推進力で、次式：

$$B_M = (\omega_s - \omega_\infty)/(1 - \omega_s) \qquad (4.5)$$

で定義され、高物質流束効果を表わいている。図中の点線は、単一液滴における高物質流束効果に関する数値解の相関[13]：

$$\frac{Sh(1 - \omega_s)}{[Sh(1 - \omega_s)]_0} = g(B_M) \qquad (4.6)$$

$$g(B_M) = \frac{1}{0.3 + 0.7(1 + B_M)^{0.88}} \qquad (4.7)$$

を表わしている。実測値は、これより若干低目であるが全体の傾向は一致している。この点についてさらに検討するために、単一液滴の高物質流束効果[13,14]に関する相関を、固体球を同軸に配置した場合に適用して実測値を整理してみた。その結果を示したものが、Fig. 4.10である。図から明らかなように、トランスファーナンバーの異なるデータが一つの関係にまとまる。なお、図の縦軸における $(\rho_\infty / \rho_s)^{1/3}$ は、ペンタン滴の場合界面と主流の温度および濃度差が著しく大きくなるため物性変化の影響[14, 37]を考慮したものである。図中の実線は、低物質流束下における球間の干渉効果に関する相関 Eq. (3.9)を示している。

<u>高物質流束効果を考慮した液滴の蒸発速度</u>：　前節および本節の結果を総合すると、蒸発速度の小さいオクタン滴および水滴、蒸発速度の大きいヘキサン滴およびペンタン滴の蒸発に関しては、次の関係：

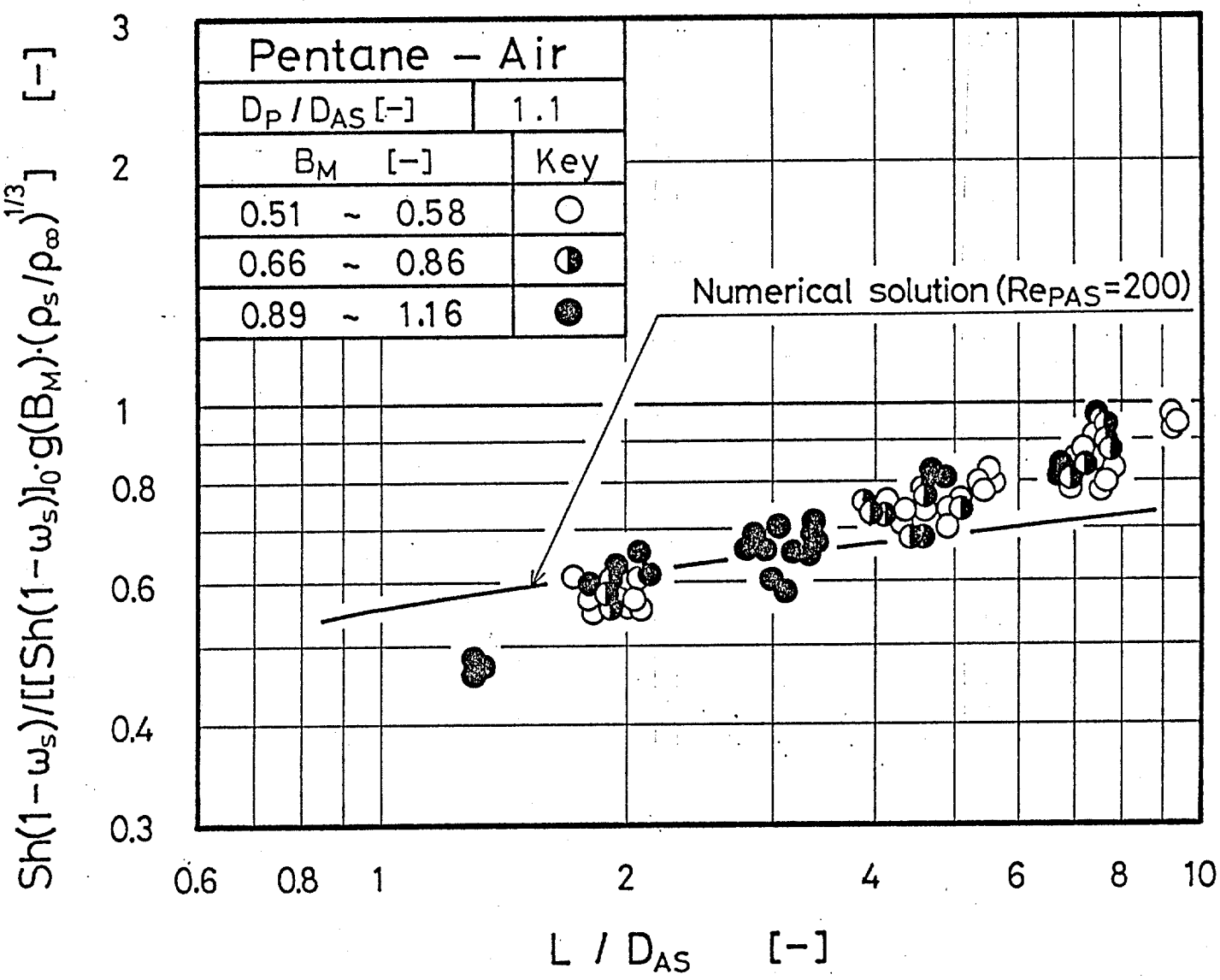


Fig. 4. 10 Effect of a solid sphere on the rates of evaporation of pentane drop; corrected for the effect of high mass flux and of the variable properties.

$$\frac{Sh(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0} = F(L/D_{AS}, D_P/D_{AS}, Re_{PAS}) \cdot g(B_M) \cdot (\rho_\infty/\rho_s)^{1/3} \tag{4.8}$$

$$F = \frac{1}{1 + 0.77 \cdot (D_P/D_{AS})^{-0.21} (L/D_{AS})^{-1.38} \cdot Re_{PAS}^{-0.26}} \tag{4.9}$$

$$g(B_M) = \frac{1}{0.3 + 0.7(1 + B_M)^{0.88}} \tag{4.7}$$

がある。ただし、適用範囲は

Re_{PAS} : 53-370

B_M : 0.02-1.16

(ρ_∞ / ρ_s) : 0.53-0.92

L/D_{AS} : 1.10-17.0

D_P/D_{AS} : 0.52-2.44

である。

Fig. 4.11 は、水、オクタン、ヘキサンおよびペンタン滴について測定した全てのデータに関して、Eq. (4.9) と比較した結果を示したものである。図中の実線は、低物質流束下における数値解の相関式 Eq.(4.9) を表している。図より、実測値は数値解の相関と良好に一致している。

4．5　本章の結論

液滴の蒸発速度に及ぼす固体球の影響を検討するため懸滴の前方に固体球を配置し、蒸発速度の小さい水、オクタン滴、蒸発速度の大きいヘキサンおよびペンタン滴について蒸発実験を行い、以下の

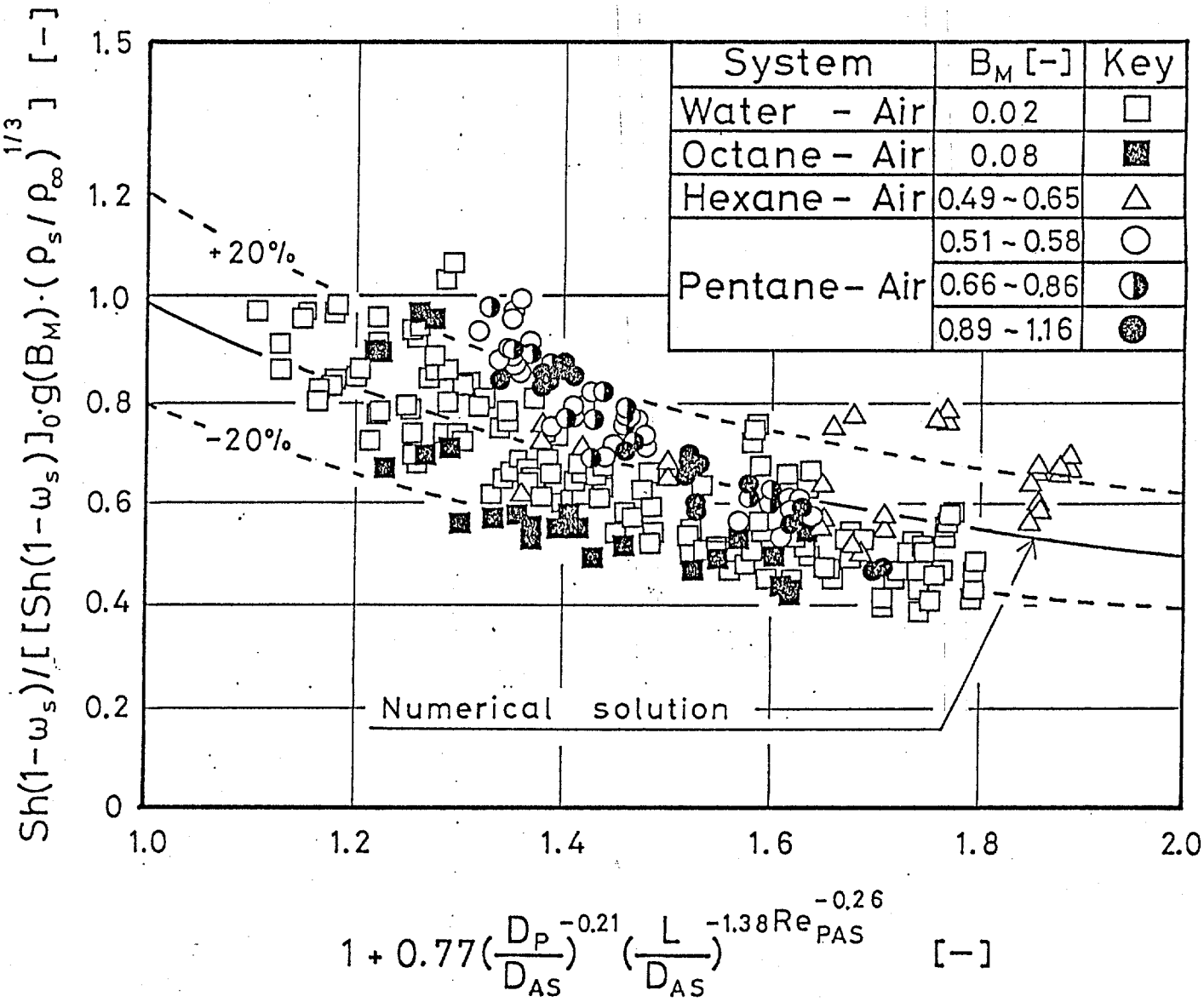


Fig. 4. 11 Final correlation for the effect of a solid sphere on the rates of evaporation of a volatile drop.

結論を得た。

1）液滴の蒸発速度は、固体球の大きさ、液滴の大きさおよび中心間距離によって影響を受ける。

2）蒸発速度の小さい液滴の場合、実測値は前章で提案した二つの液滴が同時蒸発している場合の数値解の結果と大略一致した。

3）蒸発速度の大きい液滴の場合、単一液滴の高物質流束効果の補正および物性変化の影響を考慮することで、低物質流束の場合の数値解の相関と大略一致した。

5章　同軸上に配列された揮発性二液滴の同時蒸発[3)]

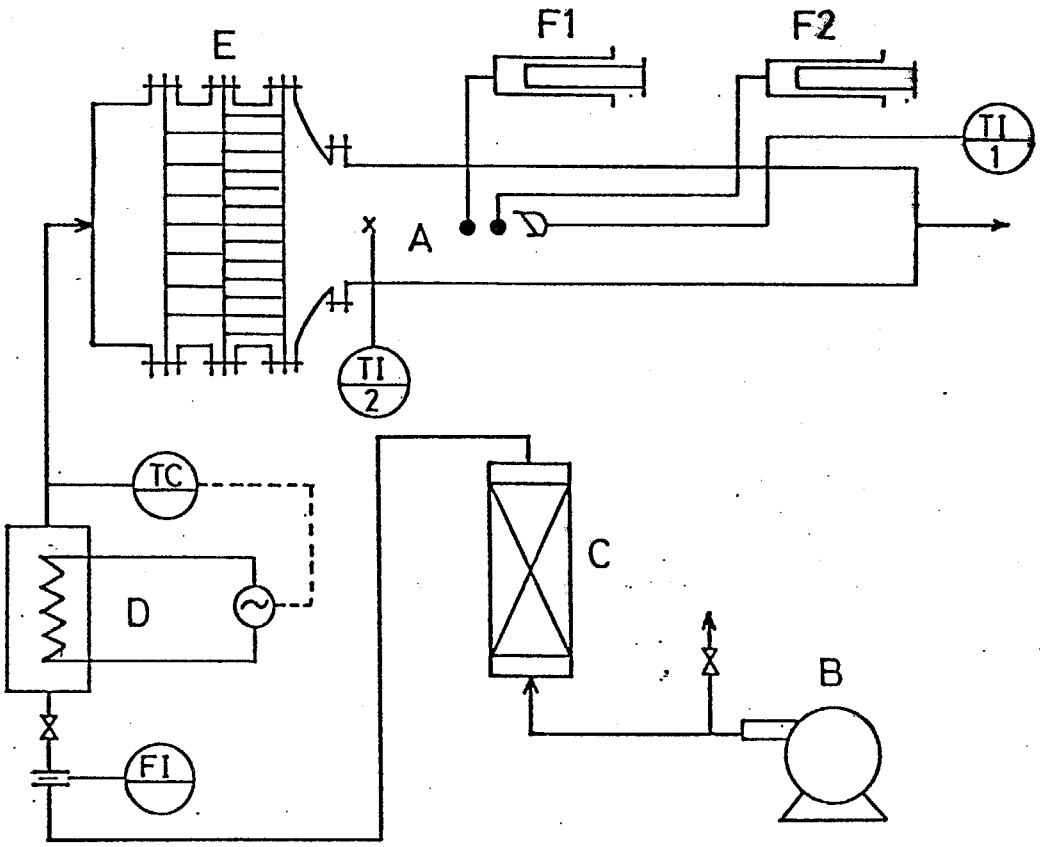
5．1　本章の目的

2章および3章では、同軸上に配列された二つの球の干渉効果に関する数値解析を行い、後の球の蒸発に対する球間の干渉効果は、主に前の球の後流によるものであることが明らかになった。そこで4章では、液滴の前方に蒸発のない固体球を配置し、液滴の蒸発速度に対する後流の影響を実験的に検討した。本章では、数値解析の妥当性を検討するために、蒸発速度の小さい水滴を用いて同軸上に配置された二つの液滴の同時蒸発実験を行う。また、蒸発速度の大きい揮発性液滴を用いて、前の液滴の蒸発による後の液滴の蒸発の影響を検討する。

5．2　実験装置および方法

実験装置：　Fig. 5.1は、実験装置の概略を示したものである。測定部は、60mmx40mm の長方形断面を有する長さ520mm の黄銅製のダクトで、その側面にガラス製ののぞき窓が取り付けられている。測定部の中心には、二つの液滴を懸垂するため、流量連続可変型のマイクロフィーダーに接続された外径0.5mm のステンレス製の注射針が、一方は固定された状態で、もう一方は3次元微動装置で3次元方向に調節可能なように取り付けられている。また、液滴の温度を測定する目的で外径 0.05mm のクロメルーアルメル熱電対が、3次元微動装置によって測定部に取り付けられている。

主流空気はブロワーBによって供給された後、シリカゲル乾燥塔Cを通りヒーターDで所定の温度に加熱され、整流格子、絞り込みノズルを通り測定部に入る。



A : Test section
B : Blower
C : Silica gel dehumidifier
D : Heater
E : Divergent convergent nozzle with calming grid

F1,2: Microfeeder
FI : Orifice flow meter
TC : Temperatuer controller
TI : Thermocouple for
1 : liquid drop
2 : bulk flow

Fig. 5. 1 Schematic diagram of an experimental apparatus.

実験方法：　実験は、マイクロフィーダーに接続されたステンレス製の注射針の先端に液滴を懸垂させて行った。その際、二つの液滴が主流に対して同軸上に配置されるように、液滴の中心軸に対して2方向から位置測定を行い同軸上に配列されるように配慮した。

液滴の蒸発速度、滴径、表面積、中心間距離、滴温、界面濃度および物性値の推算法は、4.1 節と同様な方法で求めた。

実験範囲：　実験は、水およびヘキサン滴を用いて中心間距離、雰囲気温度、液滴の直径、主流の速度を変えて行った。 Table 5.1 は、実験範囲を示したものである。

5．2　水滴の同時蒸発

レイノルズ数の影響：　Fig. 5. 2 は、二つの液滴を同軸上に配置した場合の後の液滴の拡散流束に関する測定結果を示したものである。図の縦軸は、無次元の拡散流束を単一液滴の蒸発に関する Ranz-Marshall の相関[57]：

$$[Sh(1-\omega_s)]_0 = 2 + 0.6Re_P^{1/2}Sc^{1/3} \qquad (4.2)$$

で規格化したものであり、横軸は無次元の中心間距離 L/D_A である。パラメータは、前の液滴の直径基準のレイノルズ数 Re_{PA} であり、滴径比は $D_B/D_A=1$ である。図中の実線は、数値解の相関 Eq. (3.9) を用いて $Re_{PA}=150$ での結果を推算したものである。

実測値は、多少ばらついているが本実験精度を考慮すれば、後の液滴の拡散流束に対するレイノルズ数の影響はないようである。また、実測値は、本数値解の結果と良好に一致している。ところで、後の液滴の蒸発に対する干渉効果は、主に前の球の後流が後の液滴の前半部分に影響を与えることによるものであるが、単一液滴の場合の液滴の前半部分の拡散流束に対するレイノルズ数の影響は、レイノルズ数が 30 以上では小さくなる。それゆえ実測値が示してい

Table 5.1 Ranges of experimental variables.

system		Water-air	Hexane-air
D_A	[mm]	1.53-2.89	1.69-2.51
D_B	[mm]	1.54-3.02	1.61-2.70
L	[mm]	1.96-19.61	2.19-6.99
T_∞	[K]	323-365	301-342
U_∞	[m/s]	0.45-1.50	0.59-0.61
Re_{PA}	[-]	64-230	122-219
Sc	[-]	0.59	1.57-1.10
B_M	[-]	0.02-0.05	0.25-0.64
L/D_A	[-]	0.98-11.04	1.05-3.45
D_B/D_A	[-]	0.54-1.58	0.81-1.15

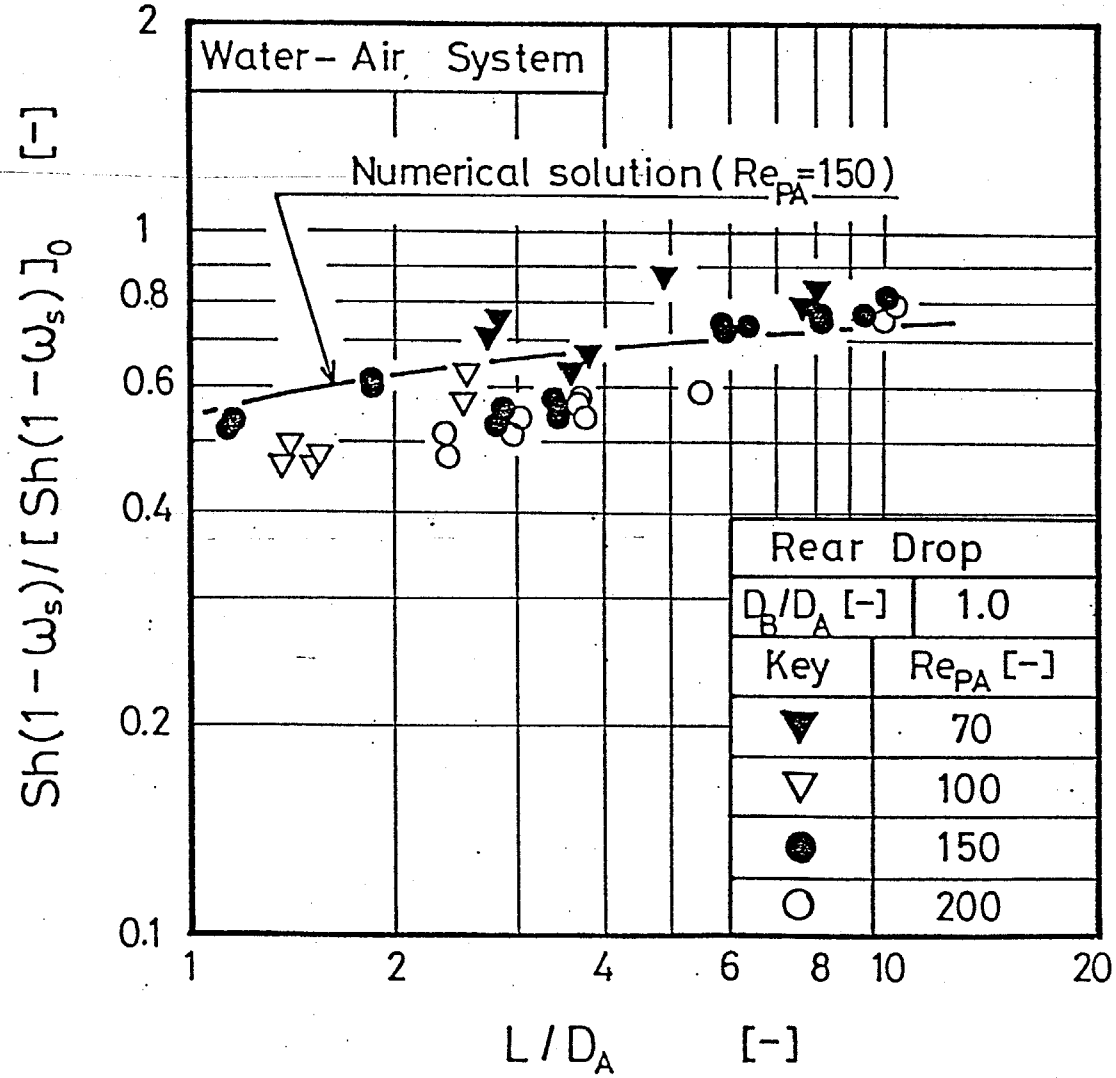


Fig. 5. 2 Diffusion fluxes of rear drops at intermediate Reynolds number.

るように、本実験範囲では後の液滴の拡散流束は、レイノルズ数によって影響を受けなくなる。

滴径比の影響：　Fig. 5.3は、後の液滴の拡散流束に対する滴径比の影響を示したものである。パラメータは滴径比 D_B/D_A である。図中の実線は、数値解の相関　Eq.(3.9) を用いて　$Re_{PA}=180$　で D_B/D_A = 1.4, 1.0, 0.6における結果を推算したものである。

後の液滴の拡散流束は、中心間距離 L/D_A が小さくなるに従い小さくなる。また、実測値は、数値解の結果にほぼ対応して、滴径比 D_B/D_A が小さくなるにともない小さくなる。そこで、これまで用いた全てのデータに関して数値解の結果と比較を行った。その結果を示したものが　Fig. 5.4である。実測値は、数値解の結果と良好に一致している。

5．3　ヘキサン滴の同時蒸発

高物質流束効果：　前章では、揮発性液滴の前方に蒸発のない固体球を配置して、後の液滴に対する流れ場の影響を検討した。そこで、蒸発速度の大きいヘキサン滴* を用いて揮発性二液滴の同時蒸発実験を雰囲気温度を変えて行い、揮発性液滴の場合における前の液滴の蒸発による後の液滴の蒸発への影響を検討した。その結果を示したものが　Fig. 5.5である。

図の縦軸は、無次元の拡散流束を低物質流束下における液滴の蒸発に関する Ranz-Marshallの相関[57] で規格化したものであり、横軸は無次元の中心間距離L/D_Aである。図中のパラメータの B_M は、

＊ 前章では揮発性液滴としてペンタン滴を用いたが、ペンタン滴の場合、表面張力が小さく二つの液滴が同時に安定して懸垂されている時間が短いために、本章ではヘキサン滴を用いた。

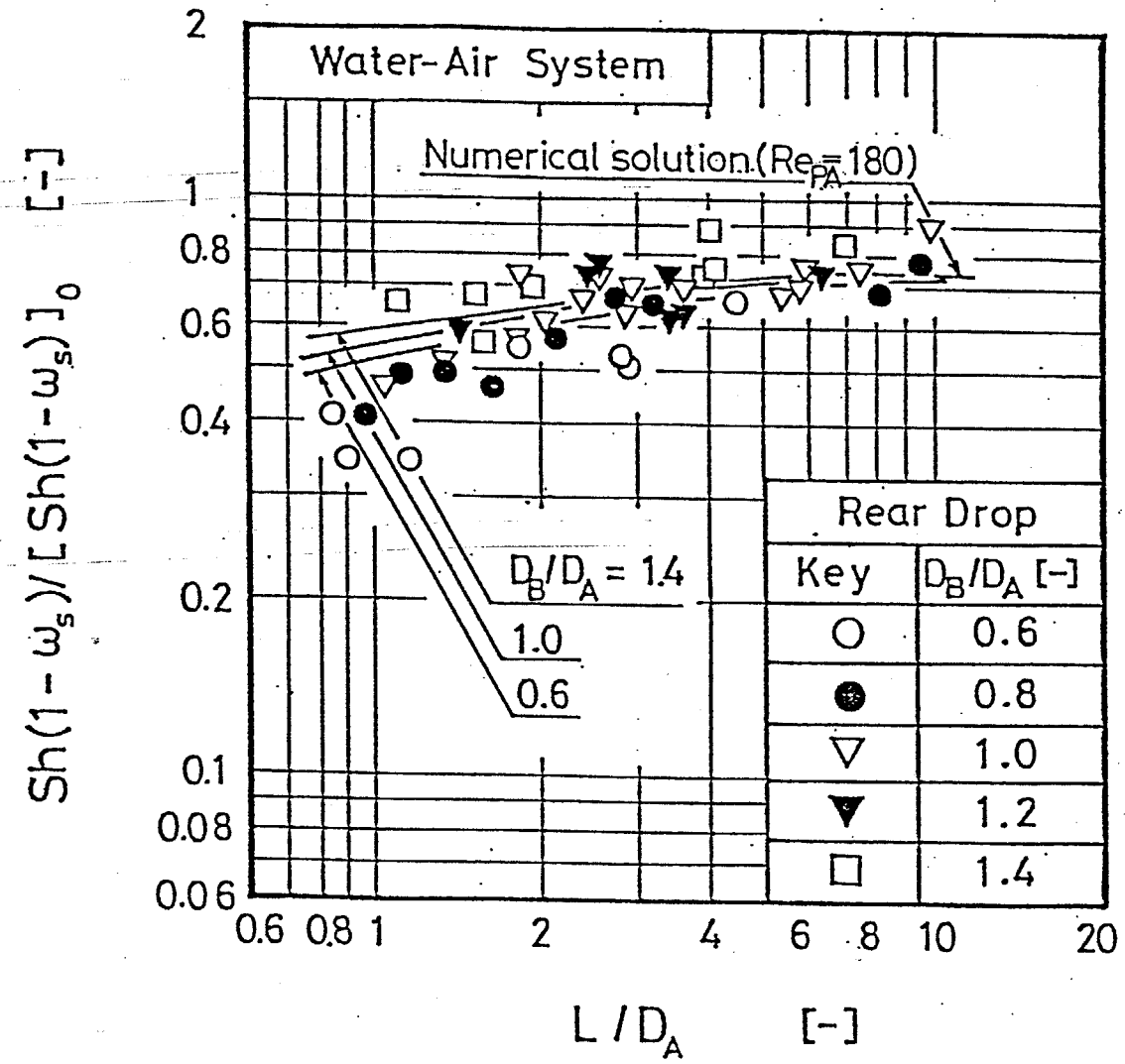


Fig. 5. 3 Effect of diameter ratio on the diffusion fluxes of rear drops.

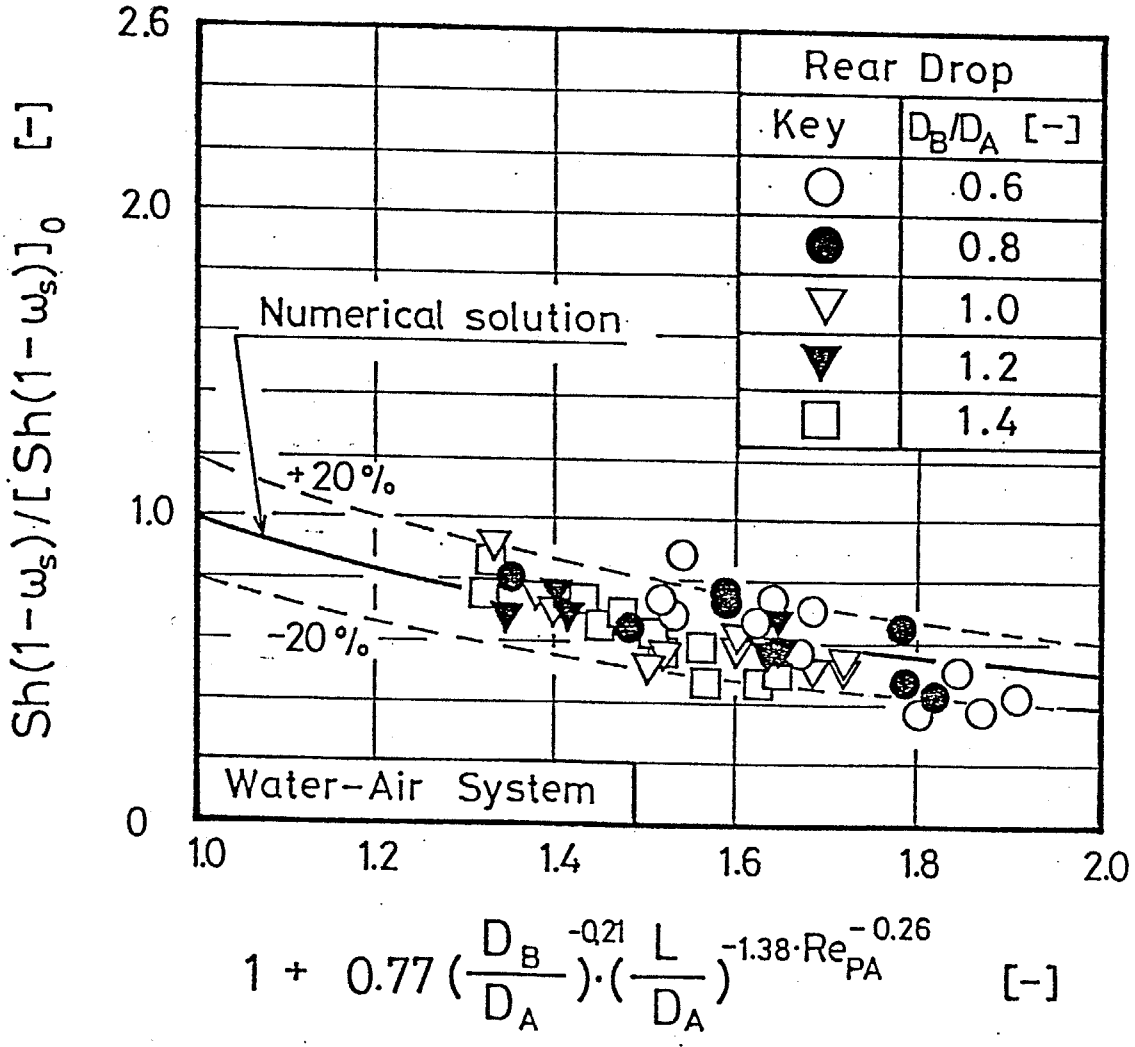


Fig. 5. 4 Diffusion fluxes of rear drops under low mass flux conditions ; comparison with numerical results.

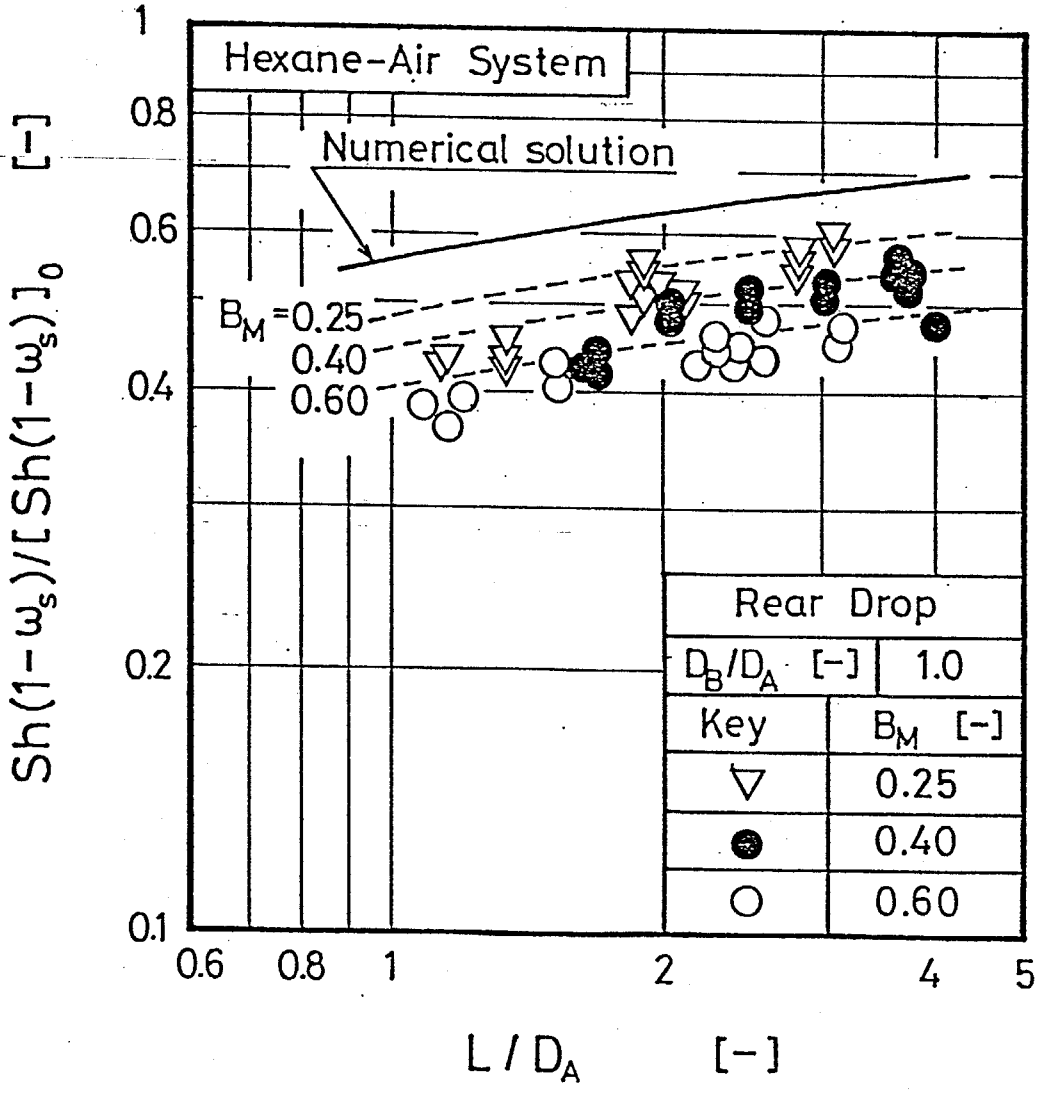


Fig. 5. 5 Diffusion fluxes of rear drop under high mass flux conditions.

次式：

$$B_M=(\omega_s-\omega_\infty)/(1-\omega_s) \qquad (4.5)$$

で定義される無次元の濃度推進力で、高物質流束効果[13,14]を表わすものである。図中の実線は、低物質流束下における本数値解の相関 Eq.(3. 9)であり、点線は単一液滴の高物質流束効果に関する数値解の相関[13]：

$$\frac{Sh(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0}=g(B_M) \qquad (4.6)$$

$$g(B_M)=\frac{1}{0.3+0.7(1+B_M)^{0.88}} \qquad (4.7)$$

を示したものである。実測値は、無次元の濃度推進力B_Mが大きくなるに伴い低物質流束に関する数値解の結果から離れる傾向がある。また、実測値は単一液滴の高物質流束効果[13,14]を用いて計算された結果にほぼ対応して、減少しているようである。

高物質流束効果の補正：　そこで、前方に蒸発がない固体球を配置した場合と同様に、単一液滴の高物質流束効果の相関をヘキサン滴の実測値に対し適用してみた。　Fig. 5.6は、その結果を示したものである。ヘキサン滴の場合、界面と主流の温度差が非常に大きくなるため、図の縦軸の$(\rho_\infty/\rho_s)^{1/3}$のような物性変化の影響を考慮した。実測値は、単一液滴の高物質流束効果の補正および物性変化の影響を考慮することで低物質流束に関する数値解の結果と良好に一致している。また、以上の結果より、揮発性二液滴の同時蒸発に関しても後の液滴の蒸発は、前の液滴の後流による影響が主であり、前の液滴の蒸発による後の液滴への影響は、小さいものと考えられる。

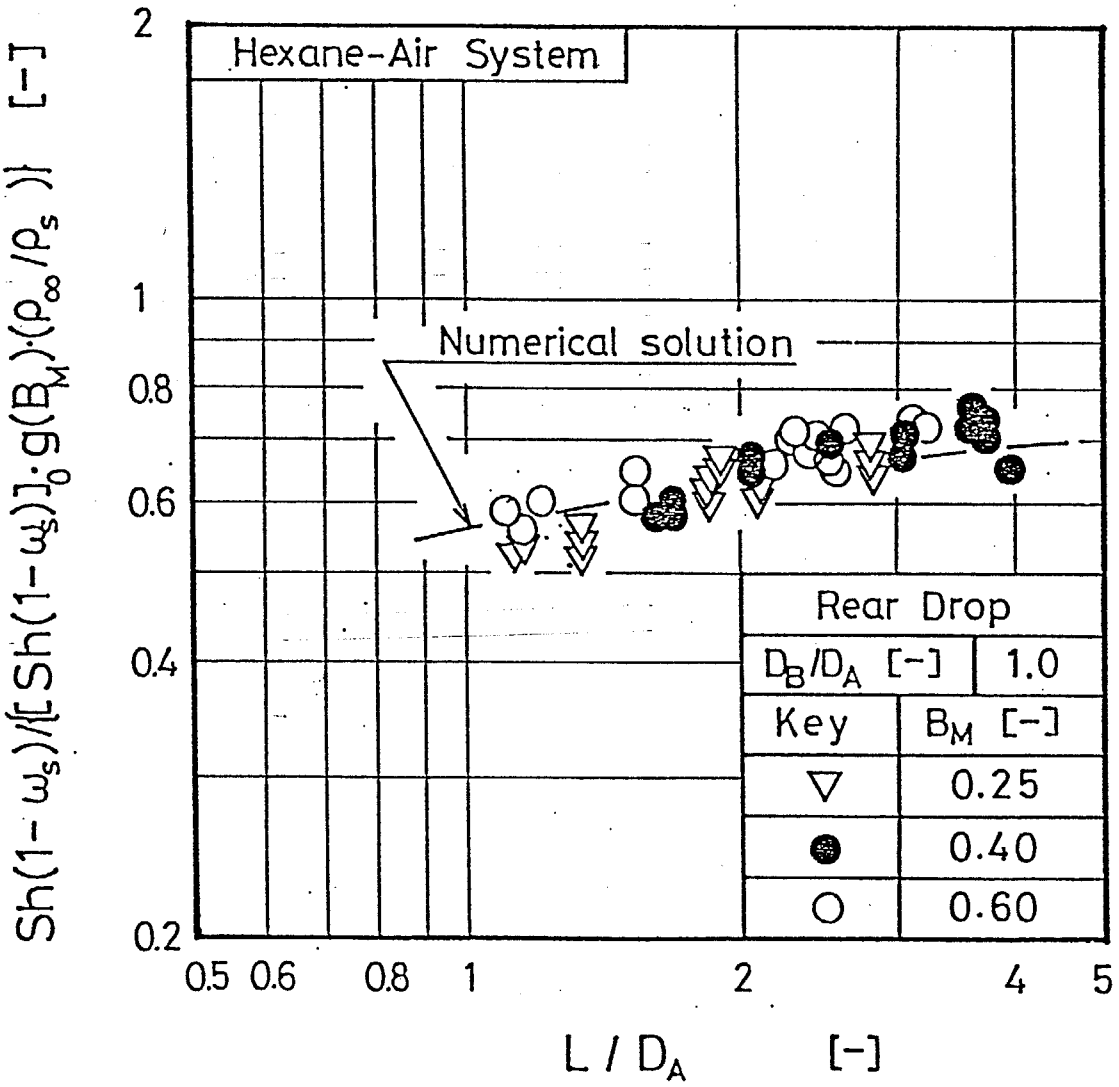


Fig. 5. 6 Effect of distance between two drops on the diffusion fluxes of rear drop; corrected for effect of high mass flux and of variable properties.

5．4　液滴間の干渉効果に関する相関

前節の結果から、蒸発速度の小さい水滴および蒸発速度の大きいヘキサン滴の場合の後の液滴の蒸発に対する干渉効果は、前方に固体球を配置した場合と同様に、次式で示すことができる。

後の液滴：

$$\frac{Sh_B(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0} = f_B \cdot g(B_M) \cdot (\rho_\infty/\rho_s)^{1/3} \qquad (5.1)$$

$$f_B = \frac{1}{1 + 0.77 \cdot (D_B/D_A)^{-0.21} (L/D_A)^{-1.38} \cdot Re_{PA}^{-0.26}} \qquad (3.9)$$

$$[Sh(1-\omega_s)]_0 = 2 + 0.6 Re_{PA}^{1/2} Sc^{1/3} \qquad (4.2)$$

$$g(B_M) = \frac{1}{0.3 + 0.7 \cdot (1 + B_M)^{0.88}} \qquad (4.7)$$

なお、適用範囲は以下の通りである。

Re_{PA} ： 1 - 230

L/D_A ： 0.98-11.04

D_B/D_A ： 0.25-1.58

B_M ： 0.02-0.64

ρ_∞ / ρ_s ： 0.64-0.95

Fig.5.7 は、蒸発速度の小さい水滴および蒸発速度の大きいヘキサン滴の場合の全てのデータに関して、低物質流束における数値解の相関 Eq.(3.9) と比較した結果を示したものである。図中の実線

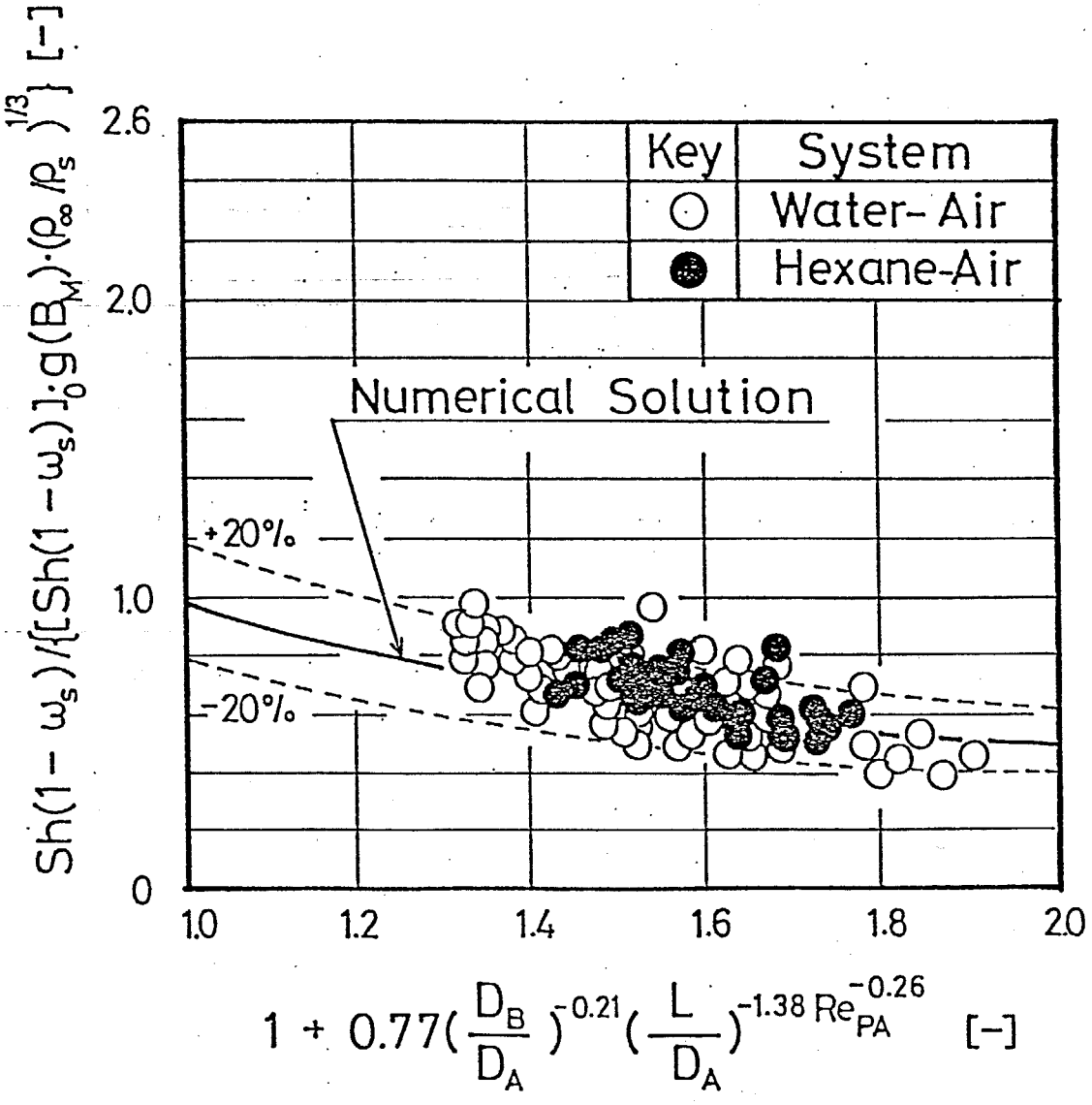


Fig. 5. 7 General correlation for diffusion fluxes of rear drop.

は、数値解の相関Eq.(3.9)を示している。実測値は、数値解の相関と良好に一致している。

なお、前の液滴に関しても後の液滴と同様に液滴の蒸発に対する干渉効果は、次式で示すことができる。

前の液滴：

$$\frac{Sh_A(1-\omega_s)}{[Sh(1-\omega_s)]_0} = f_A \cdot g(B_M) \cdot (\rho_\infty/\rho_s)^{1/3} \qquad (5.2)$$

$$f_A = \frac{1}{1 + 0.67 \cdot (D_B/D_A)^{1.93} (L/D_A)^{-3.0} \cdot Re_{PA}^{0.40}} \qquad (3.10)$$

Fig. 5.8は、$D_B/D_A=1$ の場合について実測値と低物質流束に関する数値解の相関 Eq.(3.10)の比較を示したものである。図より、実測値は、後の液滴の場合と同様、単一液滴の高物質流束効果の補正および物性変化の影響を考慮することで、低物質流束下における前の球の数値解の相関 Eq.(3.10)に良好に一致する。

5．5　本章の結論

主流に対して同軸上に配列された二つの液滴の同時蒸発実験を、蒸発速度の小さい水および蒸発速度の大きいヘキサン滴を用いて、主流の速度、雰囲気温度、滴径および中心間距離を変えて行い、以下の結論を得た。

1）　蒸発速度の小さい水滴の実測値は、数値解の結果と良好に一致した。

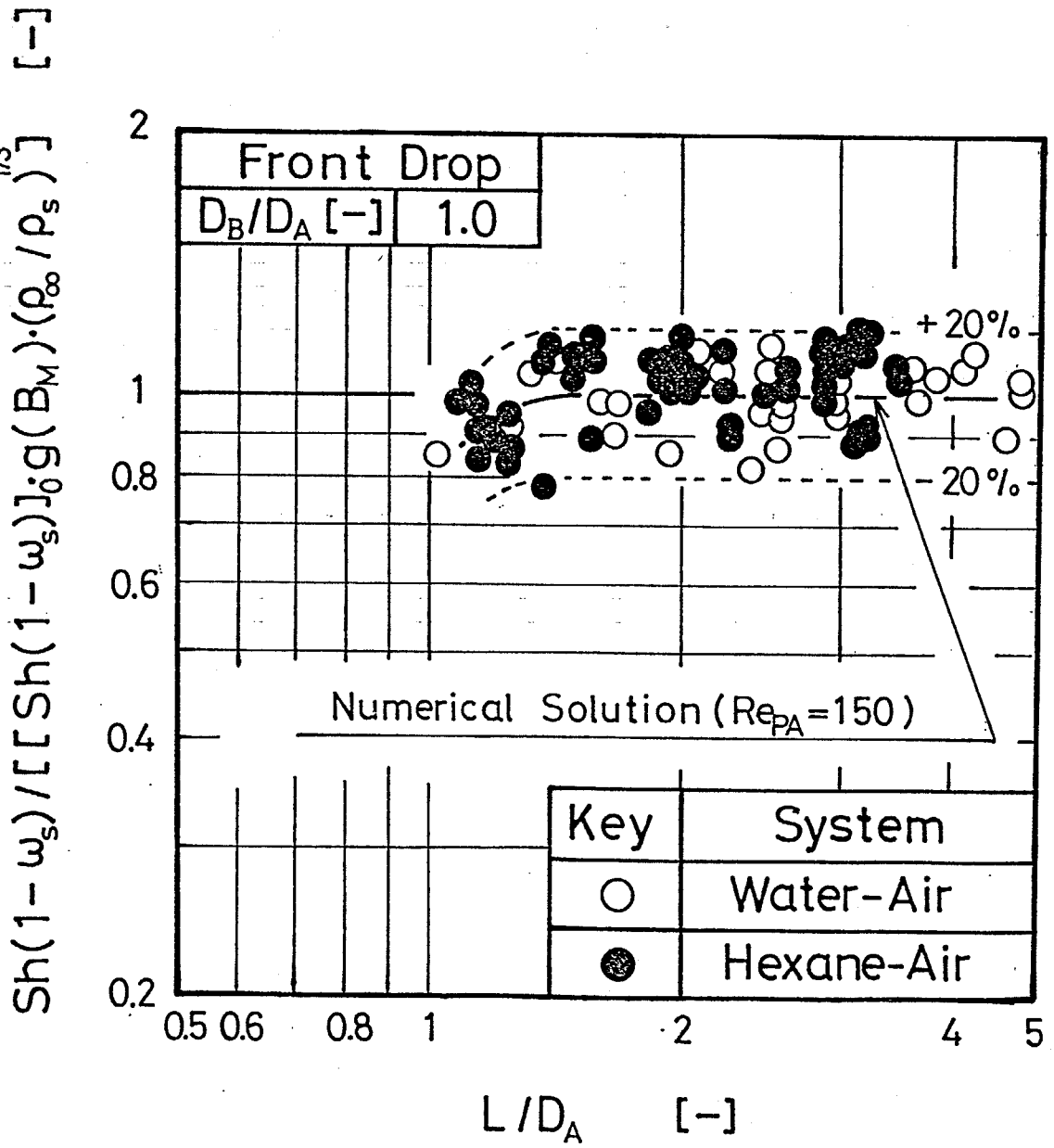


Fig. 5. 8 Diffusion fluxes corrected for effect of high mass flux and of variable properties for front drop; comparison between the data and proposed correlation.

2）　蒸発速度の大きいヘキサン滴の場合、単一液滴の高物質流束効果の補正および物性変化の影響を考慮することで、数値解の結果と良好に一致した。

6章　自由落下する揮発性単一液滴の抵抗係数および物質移動の同時測定[4)]

6．1　本章の目的

前章において、二つの液滴の定常状態における液滴間の干渉効果を理論的に、あるいは懸滴法を用いた実験において検討した。本章では、非定常状態における均一液滴群の干渉効果を実験的に検討するための基礎として、単一液滴の抵抗係数および物質移動を非定常で同時測定できる装置を開発し、揮発性液滴の抵抗係数および蒸発速度を実測するものである。

6．2　測定原理

速度・抵抗係数：　気相中を非定常で自由落下する液滴の運動方程式は、液滴が球形で液滴内部に循環流が存在しないと仮定するならば次式：

$$\frac{du}{dt} = g\cdot\left(\frac{\rho_P - \rho_G}{\rho_P}\right) - \frac{3}{4}\cdot\left(\frac{\rho_G\cdot u^2\cdot C_D}{\rho_P\cdot D_P}\right) \qquad (6.1)$$

になる。気相の密度 ρ_G が液滴の密度 ρ_P に比較して非常に小さいと仮定し、上式を抵抗係数に関して整理すると次式：

$$C_D = \frac{4}{3}\cdot\frac{\rho_P\cdot D_P}{\rho_G\cdot u^2}\cdot\left(g - \frac{du}{dt}\right) \qquad (6.2)$$

になる。従って、抵抗係数 C_D は速度 u 、加速度 du/dt および滴径 D_P を測定することから求まる。

連続した3つのセンサー (i-1, i, i+1)の間で、準定常状態を仮

定し、i番目のセンサーにおける液滴の落下距離Z_iと落下時間 t_i の間の関係を次式：

$$Z_i = at_i^2 + bt_i + c \qquad (6.3)$$

のごとく二次近似すると、i番目のセンサーにおける落下速度 u_i および加速度 $(du/dt)_i$ は、次式より求めることができる。

速度：

$$u_i = 2at_i + b \qquad (6.4)$$

加速度：

$$(du/dt)_i = 2a \qquad (6.5)$$

ここで、センサーの i-1 番目から i+1 番目の間における Eqs. (6.3-5)の係数 a, b, cは、連続した3点における落下距離および落下時間の測定値から求めることができる。

滴径および物質移動流束： Fig. 6.1は、滴径の測定原理を示したものである。液滴の直径 D_{Pi}は、厚さd_sの光学センサー（直径d_sの光ファイバー群）を速度 u_iで通過する時間Δt_iより、次式：

$$D_{Pi} = u_i \Delta t_i - d_s \qquad (6.6)$$

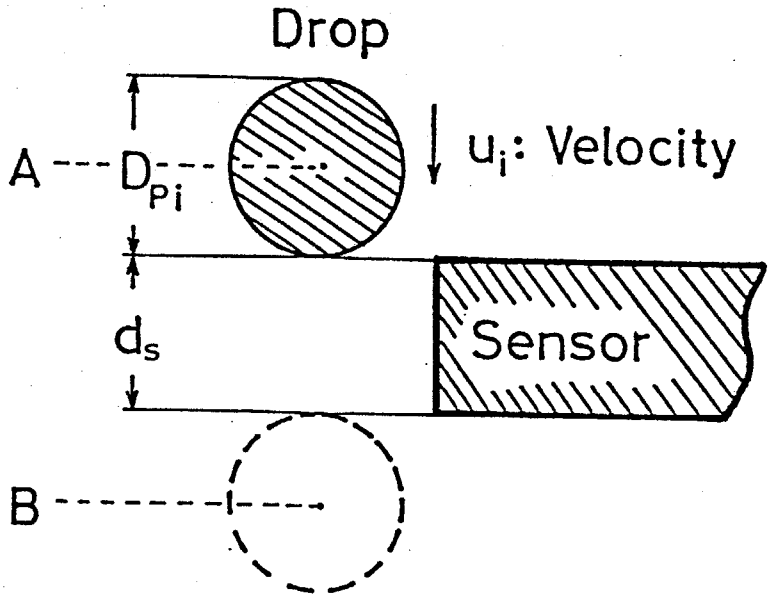
から求めることができる。物質移動流束 N_{Ai}は、滴径の測定結果より次式：

$$N_{Ai} = -\frac{1}{2}\cdot\rho_P\cdot\left(\frac{dD_P}{dt}\right)_i \qquad (6.7)$$

から求めることができる。

6．3 実験装置および方法

Fig. 6.2 は、実験装置の概略を示したものである。実験装置は液滴生成部、スタートアップ・センサー、測定部、信号処理回路およびマイクロ・コンピュータ（FUJITSU FM-8）より構成されている。測定部は雰囲気温度を変えた測定を行えるように、500Wのヒーターが2個取り付けられた温度コントロール可能な900mmX900mmX



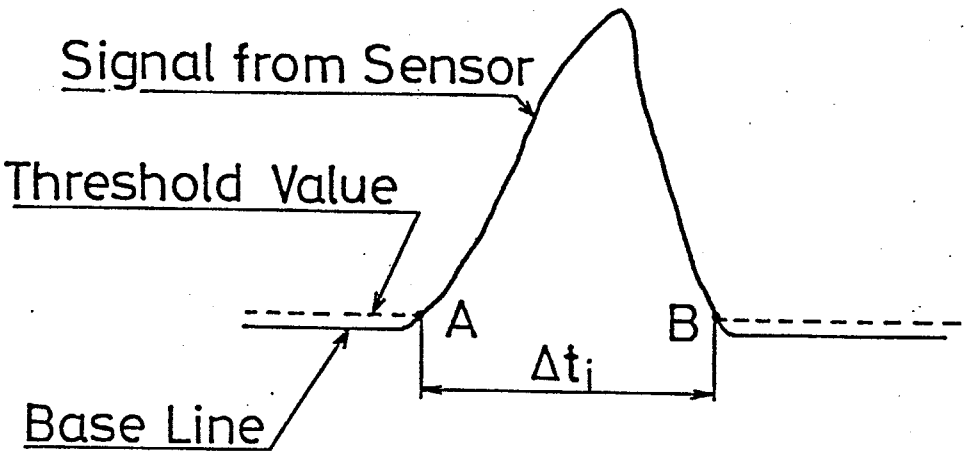


Fig. 6. 1 Schematic diagram of diameter measurements.

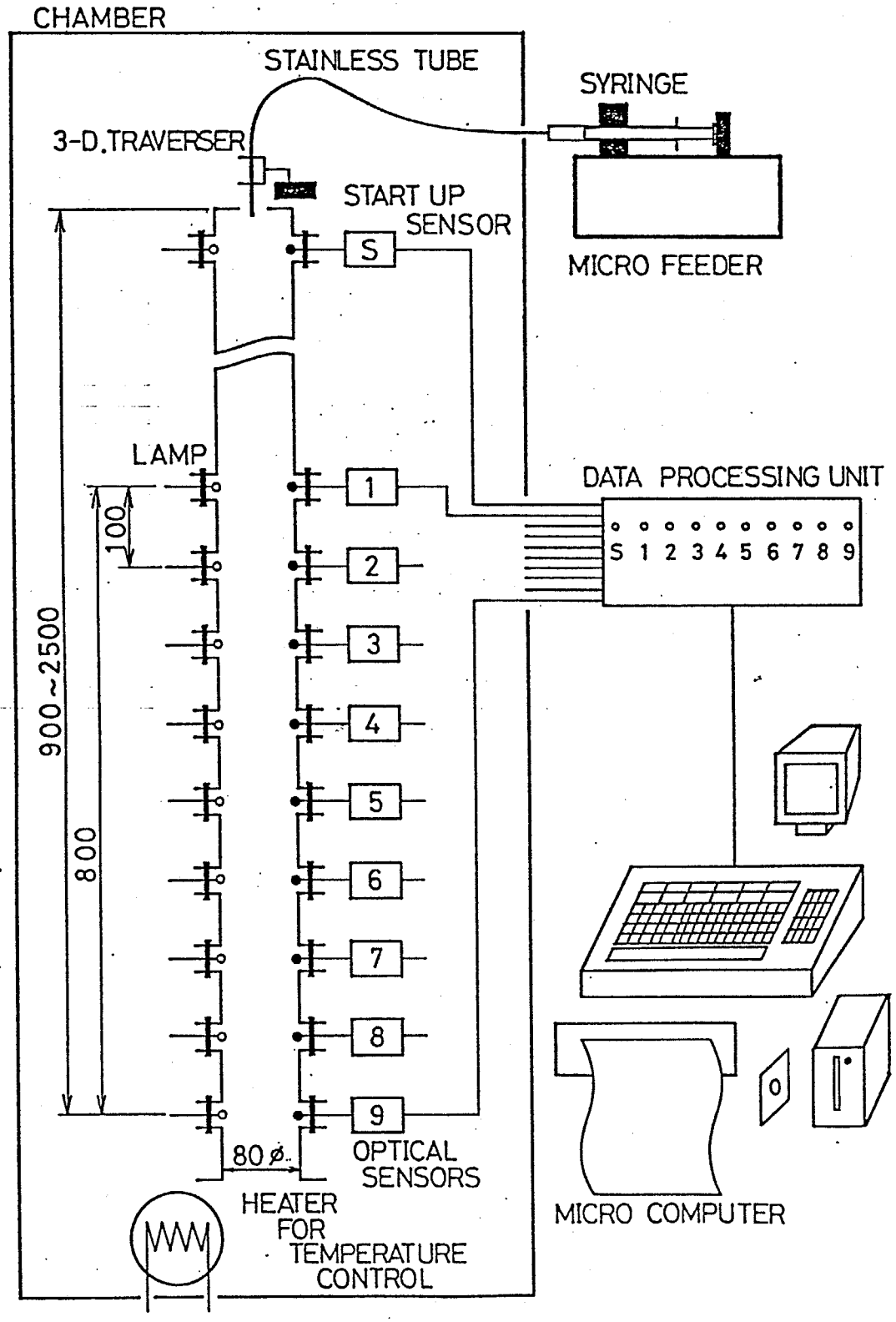


Fig. 6. 2 Schematic diagram of experimental apparatus.

3000mmのチャンバー内に設置してある。

測定部：　測定部は、両端がフランジ構造になっている内径80mm高さ100mm の硬質塩化ビニル製の円筒を、10個継なぎ合わせたもので、その測壁には約100mm 間隔で9 個の光源と検出端が設けられている。スタートアップ・センサーから最下端の検出端までの距離は測定部と同一内径を有する高さ　300mm，　600mm および900mm の円筒を組み合わせて接続することにより、900mm ～2300mmまで変えられるようになっている。

検出端：　検出端は、外径0.25mm、長さ80mmのアクリル樹脂製の光ファイバーを80本、全幅20mmで光源方向に水平に並べたものである。Fig. 6.3は、その詳細を示したものである。

液滴生成部：　液滴生成部は、マイクロフィーダー、注射器およびステンレス管から構成されている。液滴は、マイクロフィーダーからステンレス管に一定流量の液を供給することで、一定の大きさのものが生成され自由落下する。液滴の大きさは、ステンレス管の外径を0.5mm，1.0mm，1.2mm と変えることにより調節された。

信号処理：　Fig. 6.4は、液滴の落下速度および滴径の測定に関するフローチャートを示したものである。液滴は、スタートアップセンサーを通過すると、信号処理回路内蔵の1 MHz のクロックが始動する。その後、各センサーからのアナログ信号は、コンパレーターで液滴通過による信号であると識別されると矩形波に整形され、信号処理回路によりデジタル信号に変換され内蔵のメモリーに一時的に保管される。その後、このデータはマイクロコンピュータに転送されディスクに保存される。同様の操作を自動的に約30滴について行い設定液滴数を超えた時点で測定は終了する。

初期滴径：　初期滴径は液滴が球形であることを仮定し、液滴生成位置においてペンタン滴を氷で冷却したケロシン入りの試料瓶内

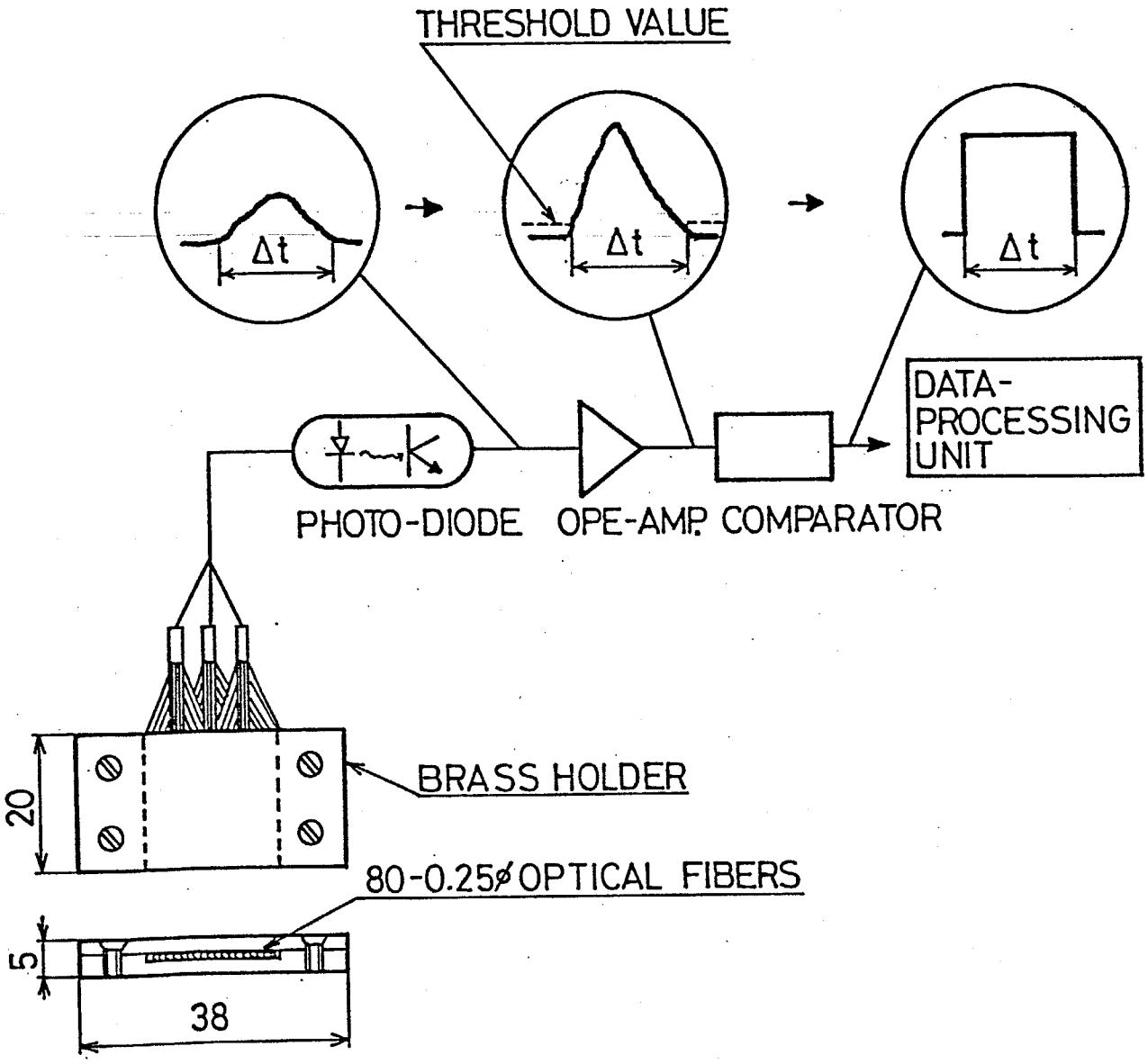


Fig. 6. 3 Details of optical sensor.

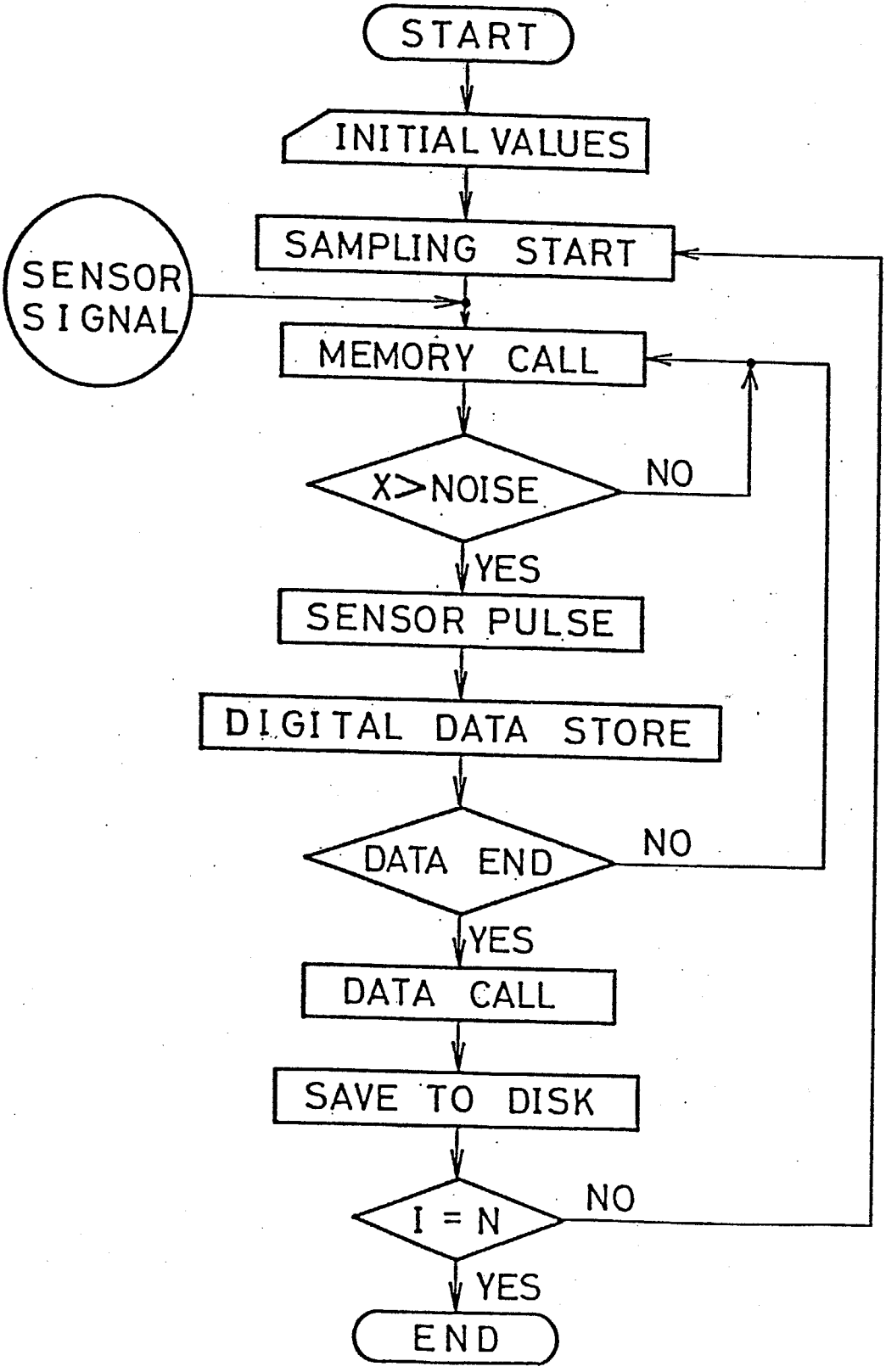


Fig. 6. 4 Flow chart for measurements of velocity and diameter of an evaporating drop.

に数十滴とり、その重量変化と滴数から求めた。

界面温度[14]：　液滴の界面温度は、液滴内部に温度分布が存在しないと仮定し、液滴内部の温度に等しいとした。液滴内部の温度は、液滴生成位置から任意の位置でシース外径 0.05mm のクロメルーアルメル熱電対に液滴を数滴落下衝突させて測定した。Fig.6.5は、滴温測定用の熱電対のサポートを示したものである。

物性値の推算方法：　物性値は、液滴の界面温度を用いて推算した。物性値の推算方法は、4.1 節と同様な方法で求めた。

実験範囲：　実験は、固体球とペンタン滴について、初期滴径および雰囲気温度を変えて行った。Table 6.1 は、実験範囲を示したものである。

6．4　固体球の抵抗係数

本測定法の妥当性を検討するために、直径 1mm，2mm，3mmおよび 5mmのステンレス球をそれぞれ 200回自由落下させて、その直径と抵抗係数を測定した。

直径：　Fig. 6.6は、落下距離　Z=730mm における測定結果の一例を示したものである。図の縦軸は、本測定法により求めたステンレス球の直径の平均値 $\overline{D}_{AS}$を読み取り顕微鏡で測定された固体球の球径 D_{AS}で規格化したものである。図より、本測定法の精度は、球径が1mm 以下の場合を除けばほぼ±１％以内である。なお、他の測定位置（ Z=230-2240mm）においても同様な比較を行ったところ同様な結果が得られた。

固体球の抵抗係数：　Fig. 6.7は、固体球の抵抗係数 C_D の測定結果を示したものである。図中の実線は固体球の抵抗係数に関する Lapple & Shepherd の相関[44]を、点線は Brauer-Sucker の相関[6]を表わしている。実測値は、既往の結果と良好に一致している。以

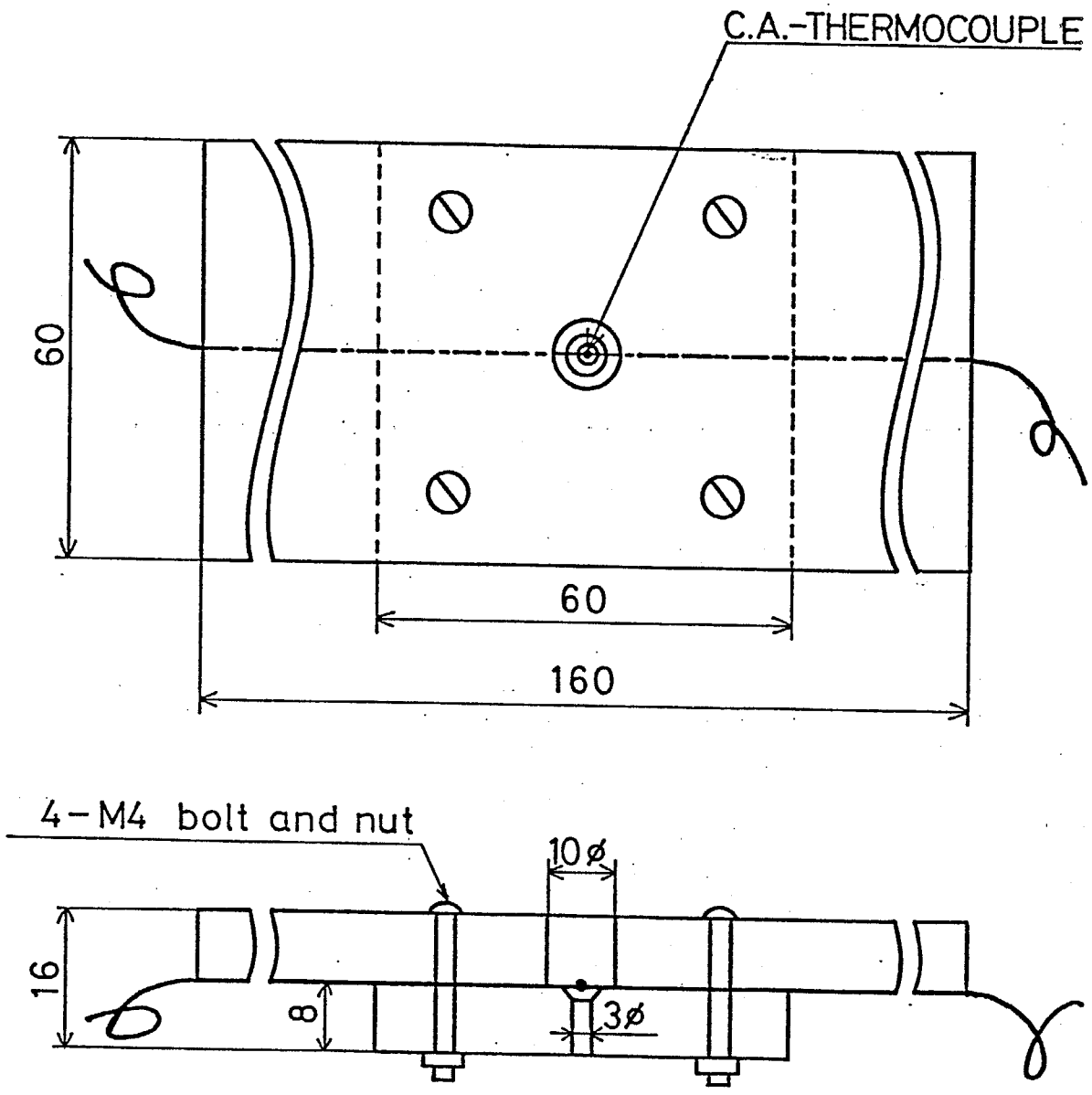


Fig. 6. 5 Details of thermocouple for measurements of drop temperature.

Table 6.1 Ranges of experimental variables.

System		Solid sphere-Air	Pentane-Air
D_{P0}	[mm]	1.0-5.0	2.15-2.87
T_{P0}	[K]	-	291-299
T_∞	[K]	288-294	299-310
Re_P	[-]	144-2286	756-1817
Sc	[-]	-	0.634-1.396
B_M	[-]	-	0.276-1.938

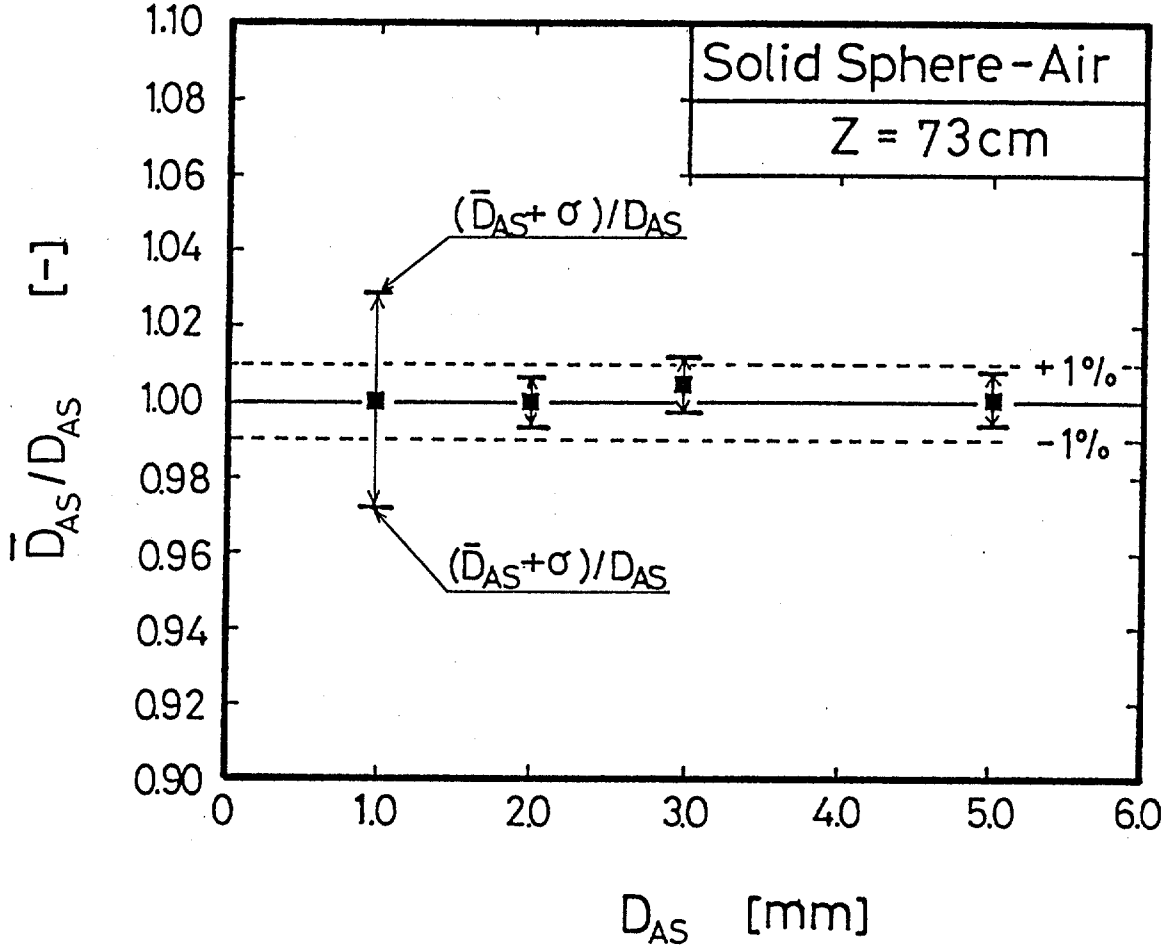


Fig. 6. 6 Comparison of observed diameters of solid spheres with direct measurements.

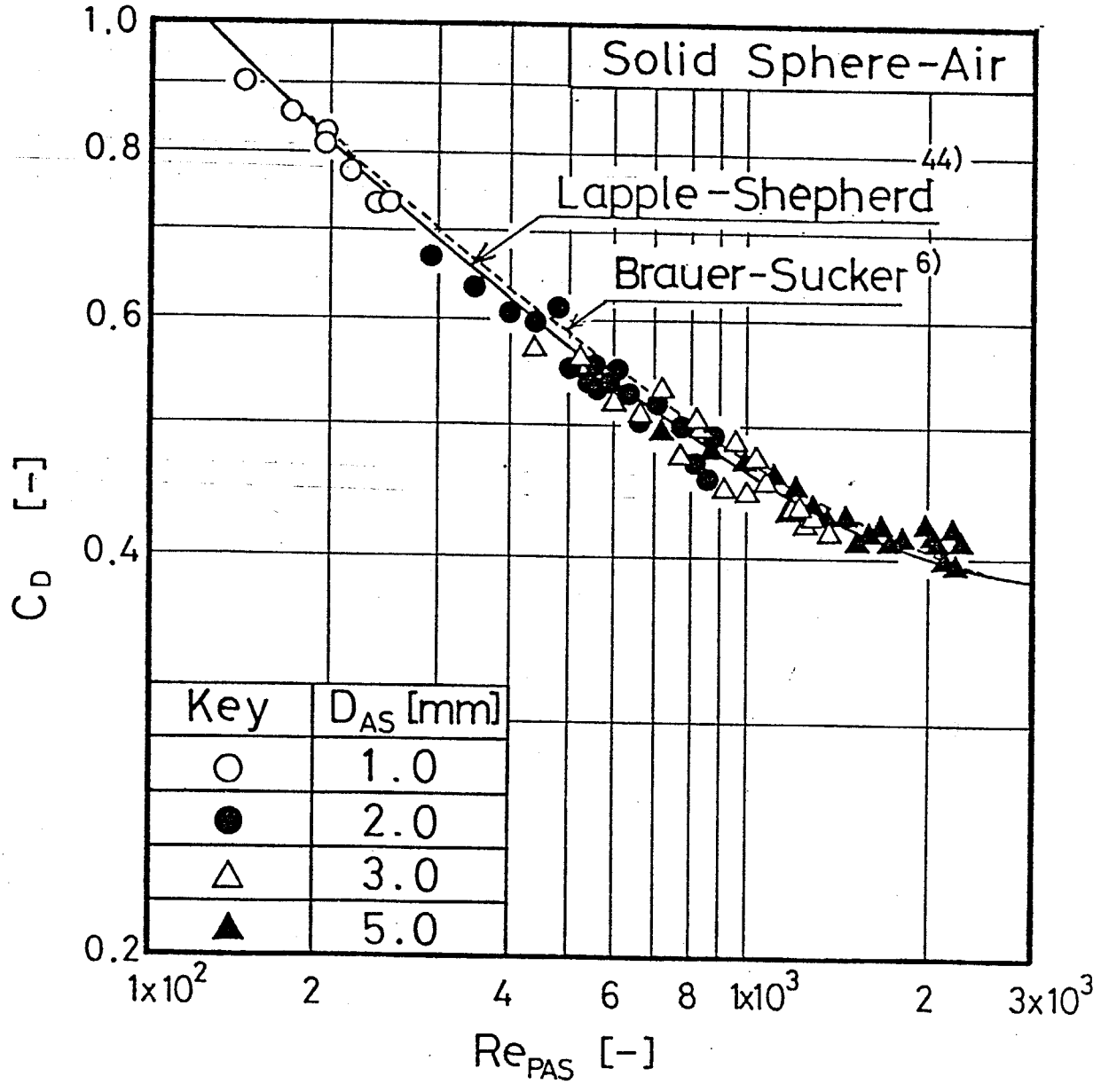


Fig. 6. 7 Drag coefficients of solid spheres.

上より、本測定法は妥当であると判断した。

6．5　揮発性液滴の抵抗係数と拡散流束

ペンタン滴の抵抗係数：　Fig. 6.8は、一例として主流の温度T_∞=310K、初期滴温T_{P0}=299K、初期滴径D_{P0}=0.231cmの条件でスタート・アップセンサーから最下端の検出端までの距離を5通りに変えてペンタン滴の速度u、滴径D_Pおよび滴温T_Pの測定した結果を示したものである。横軸は落下距離Zである。図中の実線は、Table 6.2に示した基礎式を用いて行った揮発性液滴の自由落下に関するシミュレーションの結果である。速度、滴径および滴温の測定結果は、いずれもシミュレーションの結果と良好に一致する。

Fig. 6.9は、ペンタン滴の抵抗係数の測定結果である。図中の実線は、固体球の抵抗係数に関するBrauer-Suckerの相関[6]である。点線は、蒸発を伴う自由落下液滴のシミュレーションの結果を示している。実験は、雰囲気温度T_∞、初期滴径D_{P0}および初期滴温T_{P0}の異なる条件でスタートアップ・センサーから検出端までの距離を5通りに変えて行った。実測値は、レイノルズ数Re_Pの小さいところで固体球の抵抗係数より小さくなるがレイノルズ数の増加とともに固体球のそれに一致する。これは、落下初期では、滴温が高く濃度推進力が大きくなり高物質流束効果の影響を受けるためである。その後、滴温は蒸発により低下し濃度推進力が小さくなり高物質流束効果の影響が小さくなるため、その結果として固体球の抵抗係数に漸近する。

Fig. 6.10は、蒸発液滴の抵抗係数に対する無次元濃度推進力B_Mの影響を示したものである。図の縦軸は、抵抗係数C_Dを固体球の抵抗係数C_{D0}で規格化したもので、横軸のB_Mは、次式：

$$B_M = (\omega_s - \omega_\infty) / (1 - \omega_s) \qquad (4.5)$$

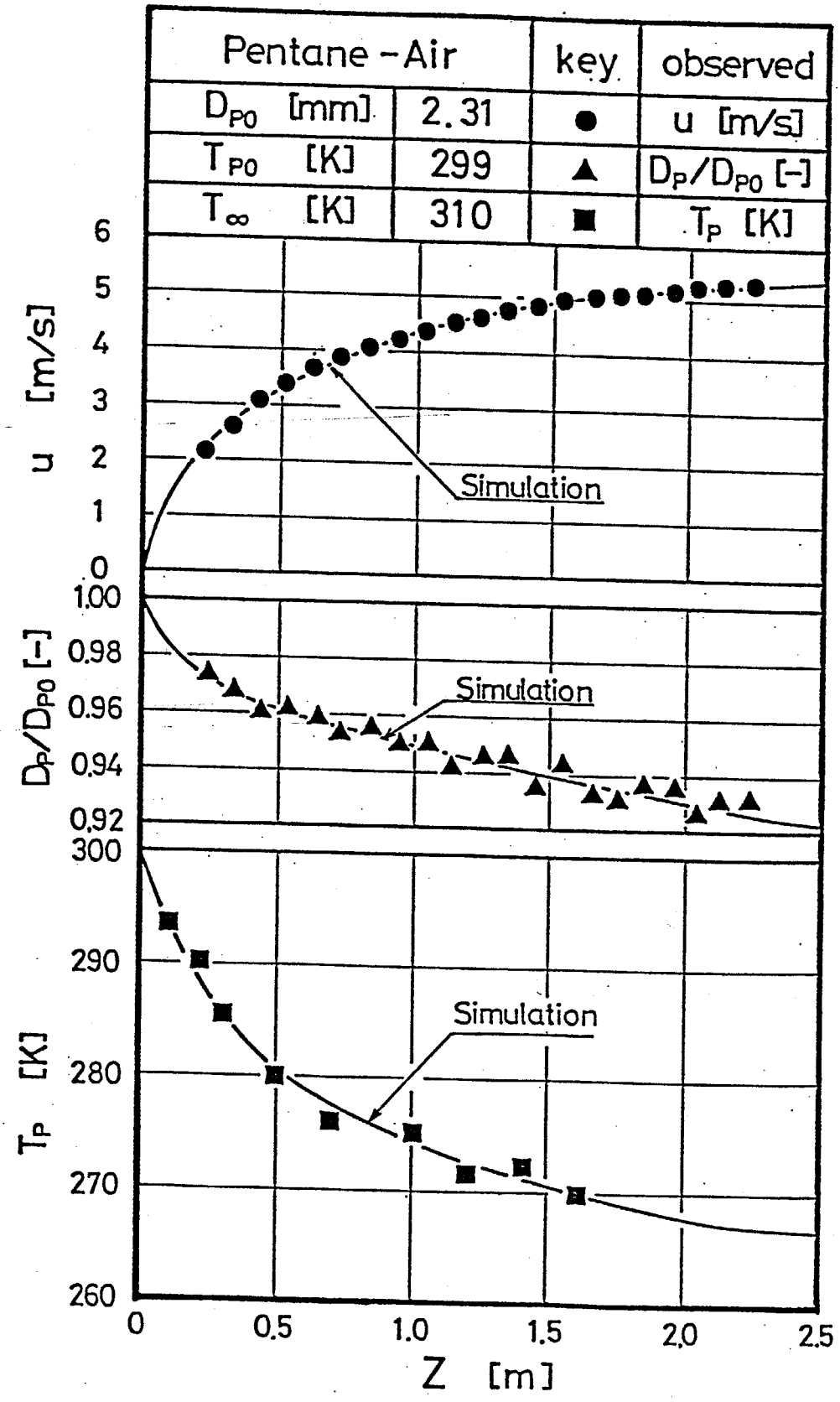


Fig. 6. 8 Changes of velocities, diameters and temperatures of an evaporating drop with falling distance.

Table 6. 2 Basic equations for simulation.

Equation of motion:

$$\frac{du}{dt} = g \cdot \left(\frac{\rho_P - \rho_G}{\rho_P} \right) - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\rho_G \cdot u^2 \cdot C_D}{\rho_P \cdot D_P} \right) \qquad (6.1)$$

Drag coefficients:

$$C_D/C_{D0} = 1/(1 + B_M)^{0.19 \cdot Sc^{-0.74}} \cdot (1 + B_M)^{-0.29} \qquad (6.8)^{15)}$$

$$C_{D0} = \frac{24}{Re_P} + \frac{3.73}{Re_P^{1/2}} - \frac{4.83 \times 10^{-3} Re_P^{1/2}}{1 + 3 \times 10^{-6} Re_P^{3/2}} + 0.49 \qquad (6.9)^{6)}$$

Heat and diffusion fluxes:

$$Nu/Nu_0 = g(B_H) \qquad (6.10)^{13)}$$

$$Sh(1 - \omega_s)/[Sh(1 - \omega_s)]_0 = g(B_M) \; (\rho_\infty / \rho_s)^{1/3} \qquad (6.11)^{14)}$$

$$Nu_0 = 2 + 0.6 \; Re_P^{1/2} \; Pr^{1/3} \qquad (6.12)^{57)}$$

$$[Sh(1 - \omega_s)]_0 = 2 + 0.6 \; Re_P^{1/2} \; Sc^{1/3} \qquad (4.2)^{57)}$$

$$g(B) = 1/\{ 0.3 + 0.7(1+B)^{0.88} \} \qquad (6.13)^{13)}$$

Heat and mass balance:

$$\left(\frac{\pi}{6} \cdot D_P^3 \cdot \rho_P \cdot c_P \right) \frac{d}{dt}(T_P) = (\dot{Q} - \lambda \dot{W}) \qquad (6.14)$$

$$\dot{W} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi}{6} \cdot D_P^3 \cdot \rho_P \right) \qquad (6.15)$$

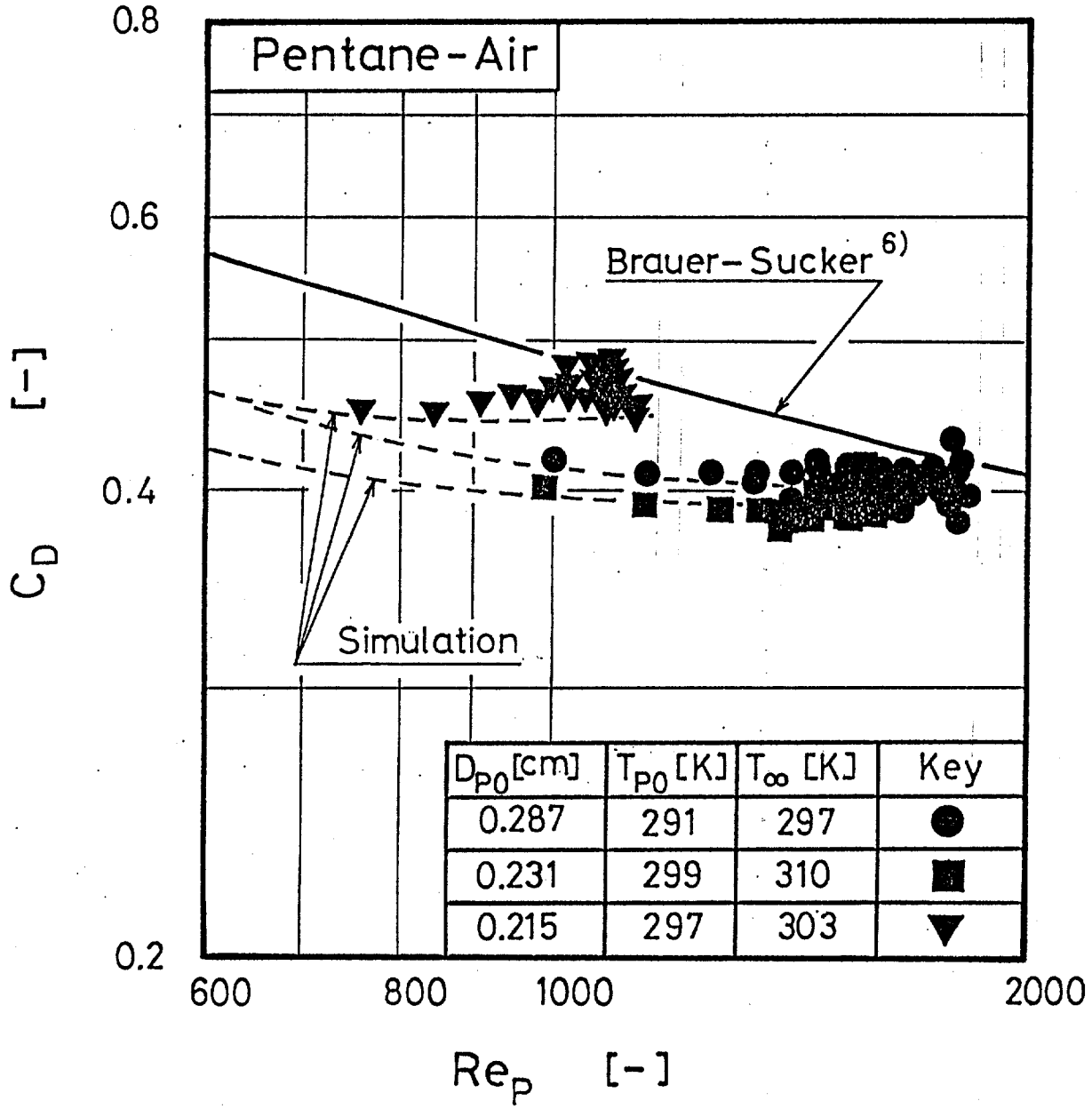


Fig. 6. 9 Drag coefficients of pentane drops falling freely in air.

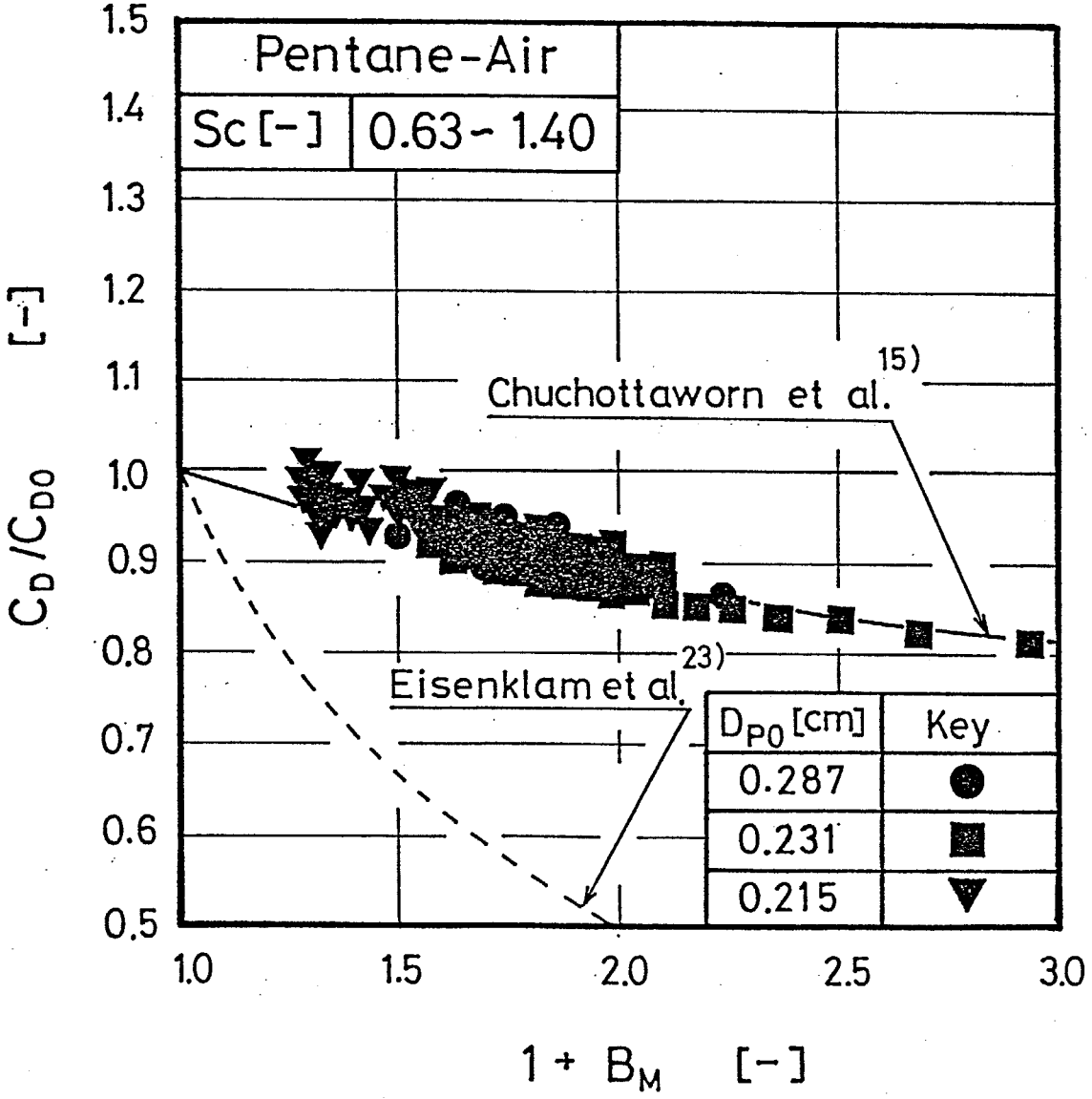


Fig. 6. 10 Effect of mass transfer on drag coefficients of evaporating drops.

で定義される無次元濃度推進力であり、高物質流束効果を表わすパラメータである。図中の実線は、Chuchottaworn ら[15] の蒸発を伴う抵抗係数の数値解の結果(Table 6.2 における Eq.(6.8))を、点線は液滴の燃焼に関するEisenklam ら[23] の相関：

$$C_D/C_{DO}=1/(1+B_H) \qquad (6.16)$$

$$B_H=c_P\ \Delta T/\lambda \qquad (6.17)$$

を示している。実測値はChuchottaworn ら[15] の数値解の結果と良好に一致している。また、Eisenklam ら[23] の結果と大きく異なっている点に関しては、燃焼液滴の抵抗係数に対して熱と運動量の間にアナロジーが成り立つと仮定し、境界層近似を用いており、厳密な取り扱いを行っていない点にあると考えられる。

<u>ペンタン滴の拡散流束</u>： Fig. 6.11 は、自由落下するペンタン滴の無次元拡散流束の測定結果を示したものである。図の縦軸は次式：

$$Sh(1-\omega_s)=N_A D_P(1-\omega_s)/\{\rho_G \mathcal{D}_G(\omega_s-\omega_\infty)\} \qquad (4.1)$$

で定義される無次元の拡散流束であり、横軸はRe_P 数にSc数の2/3乗を掛けたものである。図中の実線は、蒸発速度が小さい場合の液滴の蒸発に関するRanz-Marshall の相関[57]：

$$[Sh(1-\omega_s)]_0=2+0.6Re_P^{1/2}Sc^{1/3} \qquad (4.2)$$

を示している。図中の点線は、蒸発をともなう単一液滴のシミュレーションの結果である。実測値は、抵抗係数の場合と同様に蒸発による高物質流束効果のために、レイノルズ数 Re_Pが小さいところでRanz-Marshallの相関[57] から大きく外れているが、レイノルズ数Re_Pの増加とともに高物質流束効果が減少するためそれに近づく。

Fig. 6.12 は、蒸発液滴の無次元拡散流束に対する無次元濃度推進力B_Mの影響を示したものである。図の縦軸は、無次元の拡散流束$Sh(1-\omega_s)$を Ranz-Marshall の相関[57] で規格化したものに物性

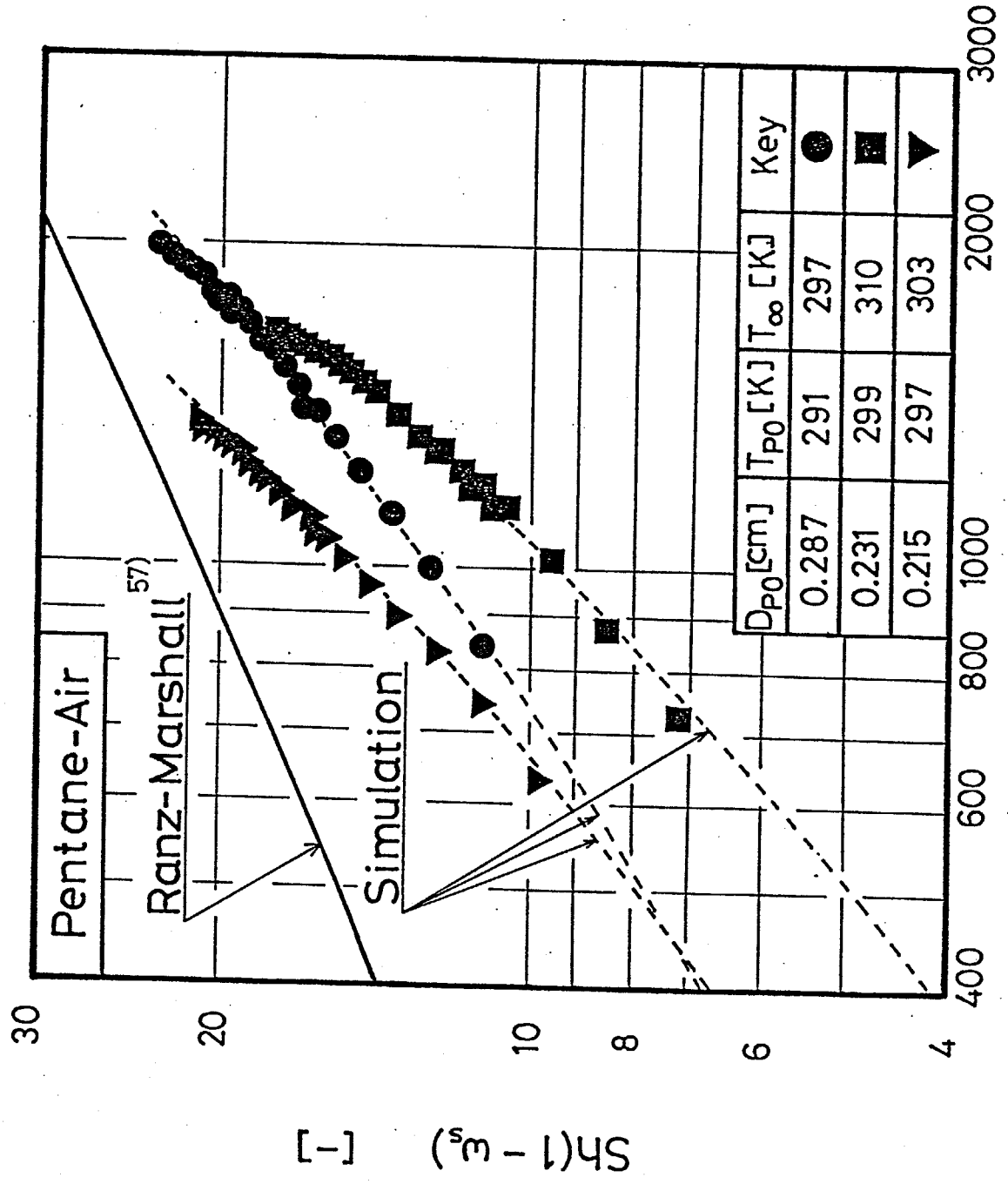


Fig. 6. 11 Diffusion fluxes for pentane drops falling freely in air.

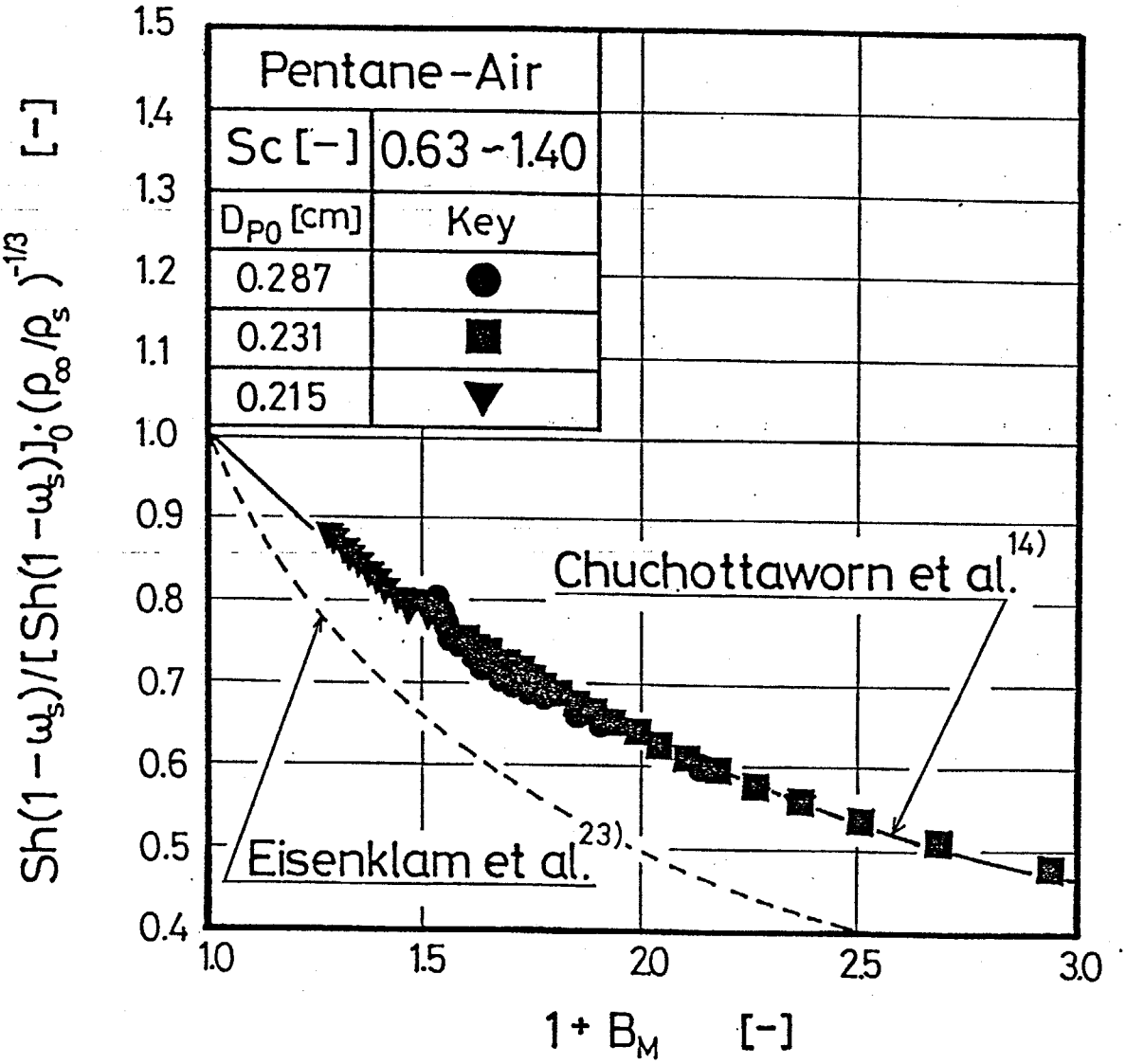


Fig. 6. 12 Effect of transfer numbers on diffusion fluxes of evaporating drops.

の変化の影響[14,37] $(\rho_\infty/\rho_s)^{1/3}$を考慮したものである。図中の実線は、Chuchottaworn ら[13] の数値解の相関（Table 6.2 における Eq.(6.13))を示している。また、点線は燃焼液滴に関するEisenklam ら[23] の相関：

$$Nu/Nu_0=1/(1+B_H) \qquad (6.18)$$

を示している。実測値は、Chuchottaworn ら[13] の数値解の結果と良好に一致している。

6．6　本章の結論

自由落下する揮発性液滴の抵抗係数および物質移動を非定常状態で同時測定し、以下の結論を得た。

1）　マイクロコンピュータおよび光学的方法を用いることで、気相中を非定常運動する揮発性液滴の落下速度および滴径を高精度でかつ短時間で同時測定できる新しい測定法を提案した。

2）　揮発性液滴の抵抗係数と無次元の拡散流束は、蒸発を伴う単一液滴の数値解の結果と良好に一致した。

3）　気相中を自由落下する揮発性液滴の挙動は、蒸発による高物質流束効果を考慮したシミュレーションにより良好に説明することができた。

7章　同軸上を運動する均一液滴群の抵抗係数

7．1　本章の目的

前章において自由落下する揮発性単一液滴の抵抗係数および物質移動を非定常で同時測定できる装置を開発した。本章では、この装置を改良し、ノズル振動法により生成された均一液滴群の抵抗係数を非定常状態で実測し、液滴群の抵抗係数に対する液滴間の干渉効果について実験的立場から検討する。また、2章で得られた数値解の結果と比較する。

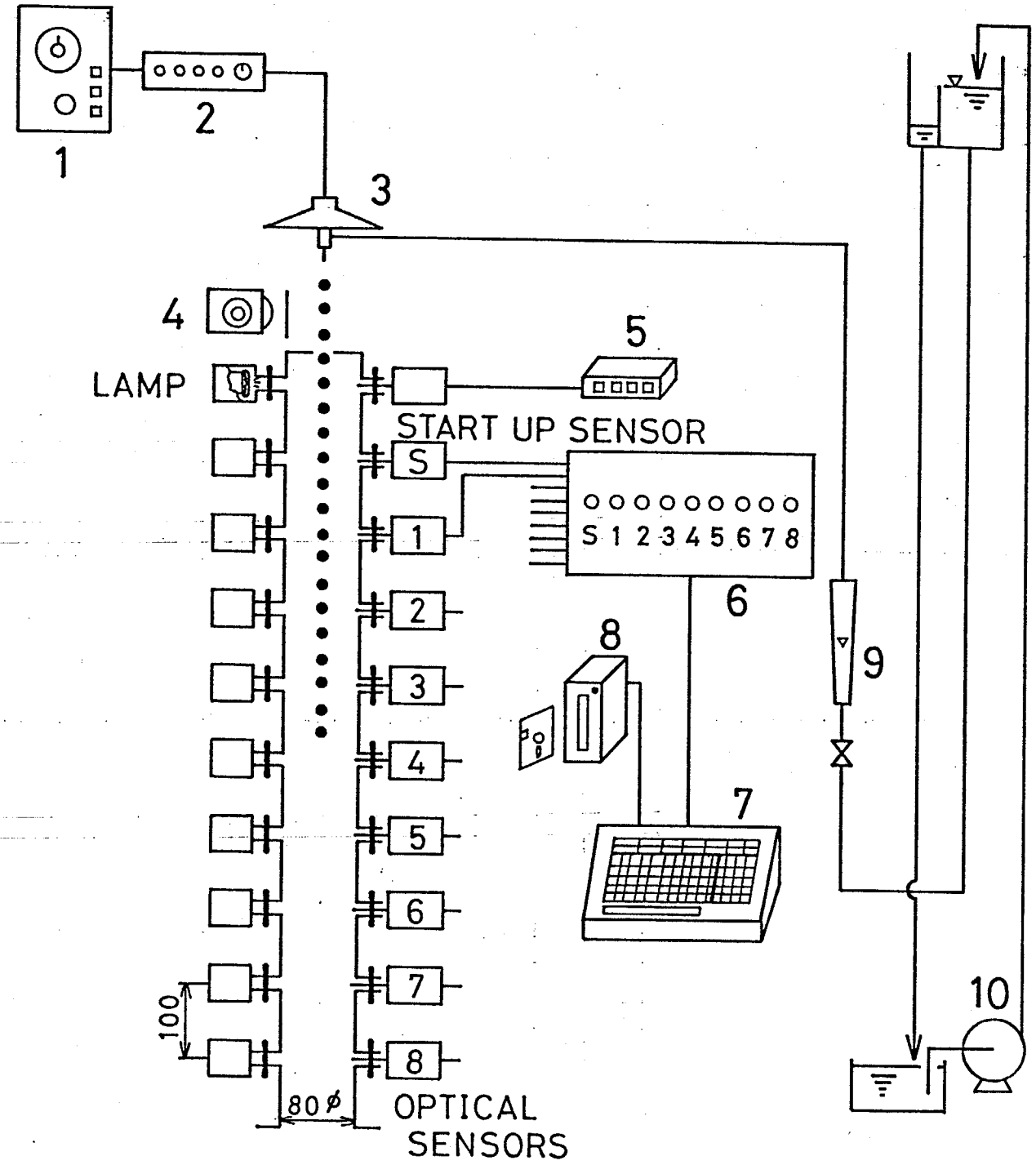
7．2　実験装置および方法

Fig. 7.1は、実験装置の概略を示したものである。実験装置は、液滴生成部、カウンター、スタートアップセンサー、測定部、信号処理回路およびマイクロコンピュータより構成されている。

測定部：　測定部は、両端がフランジ構造になっている内径 800 mm、高さ100mm の硬質塩化ビニル製の円筒を 9個フランジ接続で継なぎ合わせたもので、その側壁には約100mm 間隔で 8個の光源と検出端が設けられている。なお、光源は、検出端の応答を良くするために前章で用いたものより光量の多いランプを用いた。

検出端：　検出端は、フォトダイオードの代わりにフォトセンサー（光電子社製HP-3ML）を用いた以外は、前章と同一である。

液滴生成部：　液滴生成部は、発振器（Kenwood社製AG-203）、増幅器（日本コロンビア社製 PMA-910V）、オーディオ用のスピーカーおよびステンレス管を用いて作成されたノズルより構成されている。ノズルは、内径 0.8mm および 1.0mm のステンレス管を用いた。



1 Oscillator
2 Power Amplifier
3 Speaker
4 Stroboscope
5 Digital Counter
6 Data Processing Unit
7 Micro Computer
8 Disk Drive
9 Rotameter
10 Pump

Fig. 7. 1 Schematic diagram of an experimental apparatus.

均一液滴の生成方法と判定条件：　均一液滴の生成は、スピーカーに接続されたノズルに発振器より一定周波数の正弦波振動を加えることによって行った。均一滴の生成の判定は、測定部上部に取り付けられたカウンターで実測した液滴の個数と発振器の振動数の差が2%以内になったとき、および測定部上部とスピーカー間に設置されたストロボスコープを発光させて液滴が静止して見える状態での発光周期と発振器の周波数との差が±2%以内になったときをもって均一滴と判定した。

初期滴径：　初期滴径は、ロータメータの流量Qとカウンターにより測定された液滴の生成個数（振動数）fから次式より求めた。

$$D_{P0} = (6Q/\pi f)^{1/3} = (3d^2 \cdot u_{av}/2f)^{1/3} \qquad (7.1)$$

滴間距離：　均一液滴群における各々の液滴間の滴間距離は、液滴がセンサーを通過する時間を実測し、通過時間と落下距離の関係を2次近似して求めた。すなわち、ある液滴がセンサーを通過した時刻における一つ後の液滴の位置を求めることより算出した。

落下速度および滴径*：　各センサー位置を通過する落下速度および滴径は、前章と同様な方法で求めた。

実験範囲：　実験は、水滴を用いて初期滴径 D_{P0}=1.72mm ～2.67mm，初速度 U_0=0.44m/s ～0.76m/s，落下距離 Z= 0.28m ～1.16m，初期滴間距離 $(L/D_A)_0$ =2.0～5.7 の範囲で行った。

均一液滴の生成範囲：　Fig. 7.2は、予備実験としてノズル内径 d=0.8mmにおける均一液滴の生成範囲を調べた結果を示したものである。図中の●印は、本方法により均一液滴が生成していると判定

---

* 固体球を200 回自由落下させて、本測定法の測定精度を調べたところ、抵抗係数および球径の場合も前章の Figs. 6.6,6.7と同様な結果が得られた。

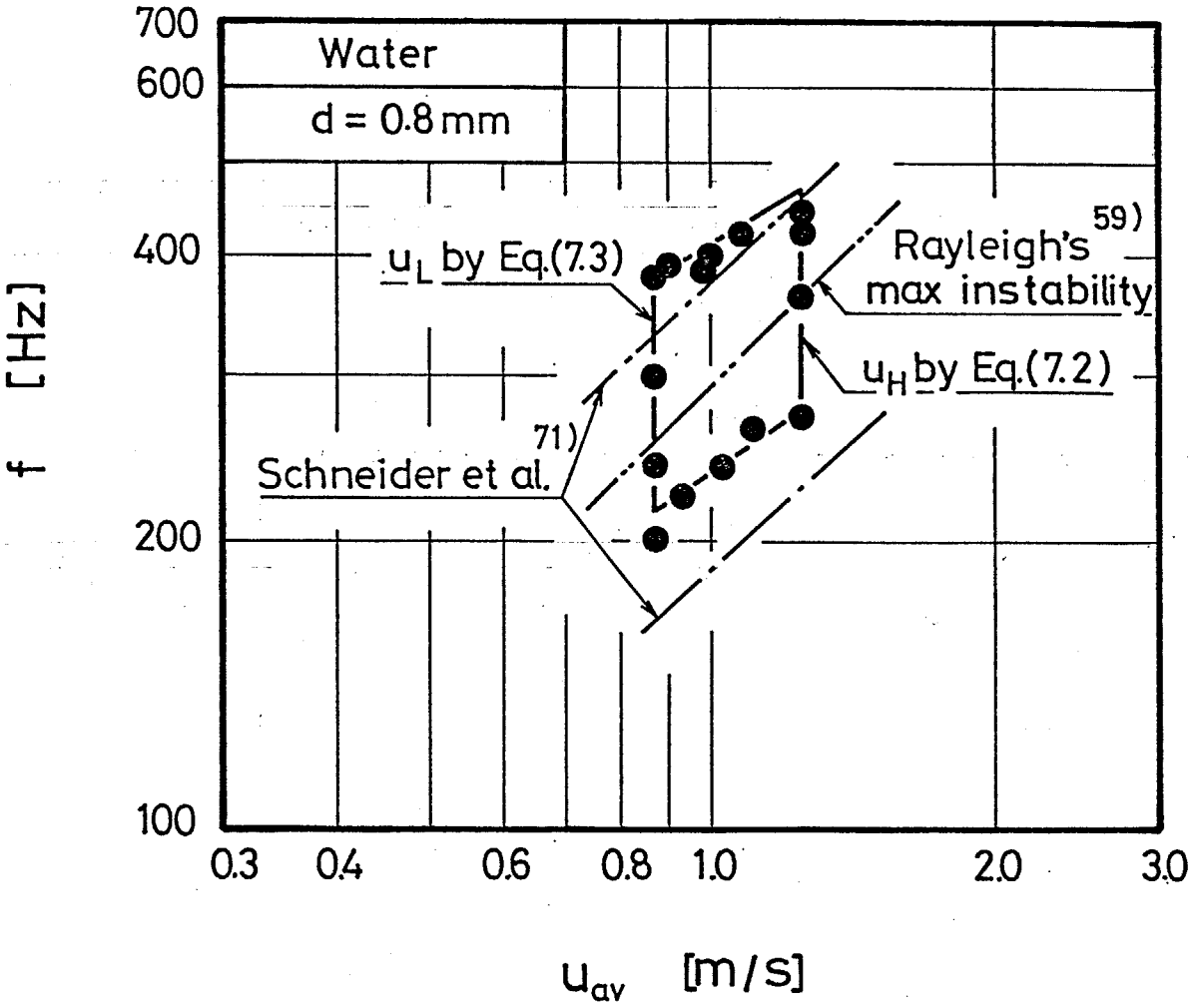


Fig. 7. 2 Uniform droplet region.

される操作域である。また、図には、比較のために均一液滴の領域[2,65,66,71]を探索する場合によく用いられる、Middleman ら[31]による均一液滴生成のノズル流速の上限 u_H :

$$\frac{d \cdot u_H \cdot \rho}{\mu} = 325 \cdot \left(\frac{\mu}{\sqrt{d \cdot \rho \cdot \sigma_{st}}} \right)^{-0.28} \tag{7.2}$$

および、Schneider ら[47]によるノズル下限速度 u_L :

$$\frac{d \cdot u_L^2 \cdot \rho}{\sigma_{st}} = 8.0 \tag{7.3}$$

を示した。また、Rayleigh[59]の最大不安定振動数 :

$$f = u_{av}/4.508d \tag{7.4}$$

を二点鎖線で、Schneider ら[71]の結果を一点鎖線で示した。

サンプリング個数 : 本測定法の場合、均一液滴群が生成されると測定部上部の受け皿を移動させて、測定部に均一液滴群を落下させる。この場合、測定部を通過する初期の液滴群は、本来の液滴群の挙動とは異なる恐れがあると考えられる。そこで、予備実験として 1回の測定でスタートアップセンサーを最初に通過する液滴から 30 番目までの液滴をサンプリングし、この操作を100 回行い1 から30番目までの液滴の抵抗係数を実測した。その結果、15番目以降の液滴の抵抗係数は± 2% 以内で一致した。

抵抗係数に関して実測値のばらつきを検討するために、各センサーにおいて測定した抵抗係数のサンプリング個数に対する標準偏差の変化を検討した。Fig. 7.3は、一例としてセンサー No. 4 (Z =0.68m) の結果を示したものである。図の縦軸における $\overline{C_D}$ は、実測した抵抗係数の平均値であり、横軸は平均に用いたサンプリングの個数である。標準偏差 σ は、サンプリングの個数が 100個以上

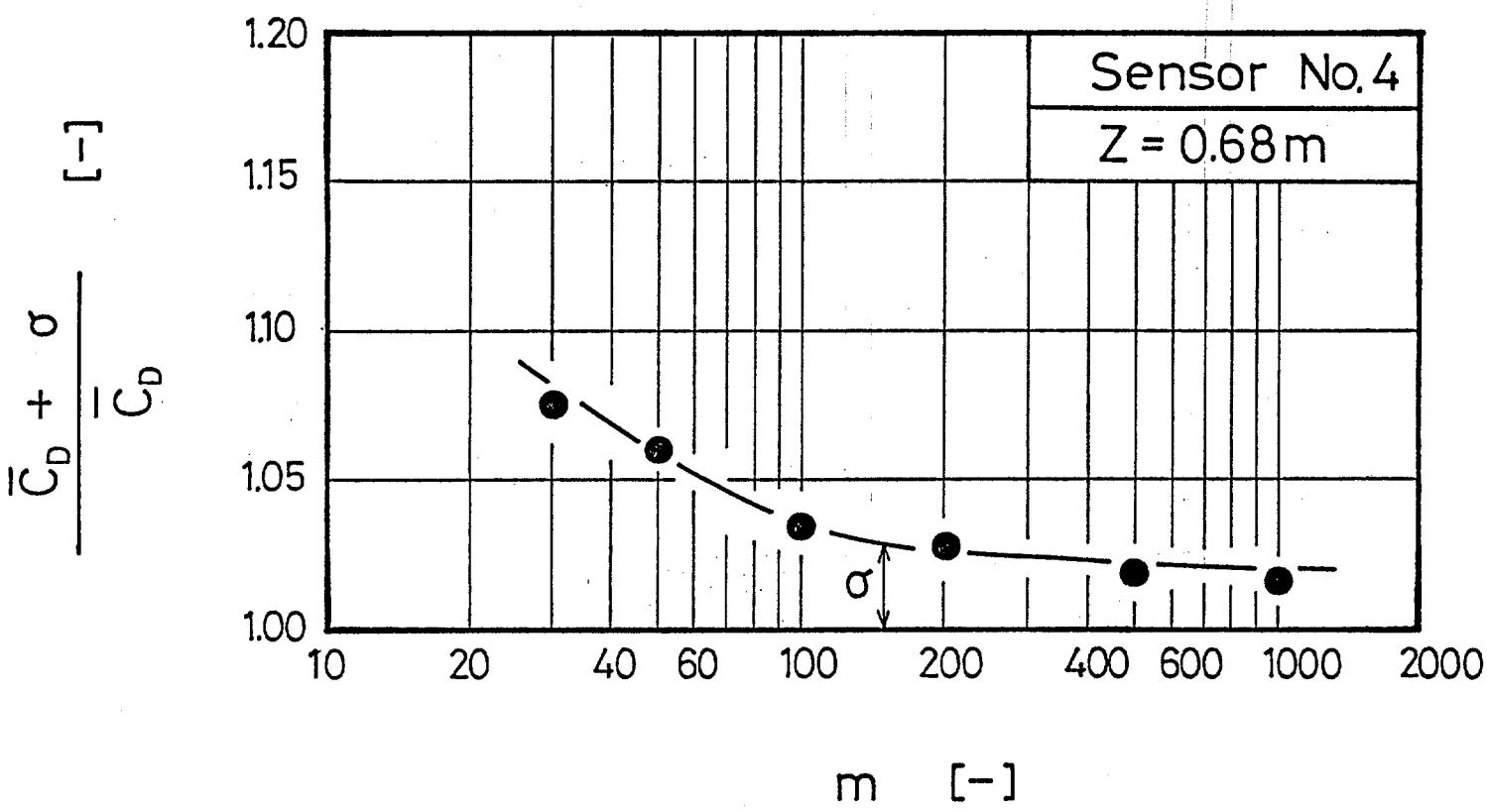


Fig. 7. 3 Changes of standard deviation of drag coefficients with sampling number.

でほとんど変化しないようである。

そこで、以下においては一回の測定で15番目以降の液滴 20 個をサンプリングし、この操作を5 回繰り返して合計100 個の平均値を用いて、実験結果の整理を行った。

7．3　落下速度および滴間距離

落下速度および滴間距離：　Fig. 7.4は、落下距離に対する落下速度および滴間距離の変化を示したものである。実験は、一例として $(L/D_A)_0=4.06$, $U_0=0.54$m/s, $D_{P0}=2.37$mm , $T_{P0}=281$K , $T_\infty=285$K の条件で行った。図の縦軸は落下速度 u および滴間距離 L/D_A であり、横軸は落下距離 Zである。上の図は落下速度の変化を、下の図は滴間距離の変化を示している。

落下速度u は、落下距離の増加とともに液滴に加速度が働くために増加する。

滴間距離 L/D_A は、落下距離が増加するに伴い増加している。すなわち、液滴が落下するに伴い液滴の間隔が広がっていく。これは液滴に加速度が働くためであると考えられる。

7．4　液滴群の抵抗係数

Fig. 7.5は、液滴群の抵抗係数の測定結果を示したものである。図の縦軸は抵抗係数C_Dで、横軸はレイノルズ数 Re_Pである。図中の実線は、Lapple & Shepherd[44]の単一固体球の抵抗係数に関する相関式を表わしている。実測値は、レイノルズ数 Re_Pが小さいところで固体球の抵抗係数より小さくなるが、レイノルズ数が大きくなると固体球のそれに近づいている。これは、Fig. 7.4 から明らかなように、落下初期では液滴間の間隔が比較的小さいために、液滴間の干渉効果の影響が顕著になるためである。また、レイノルズ数の

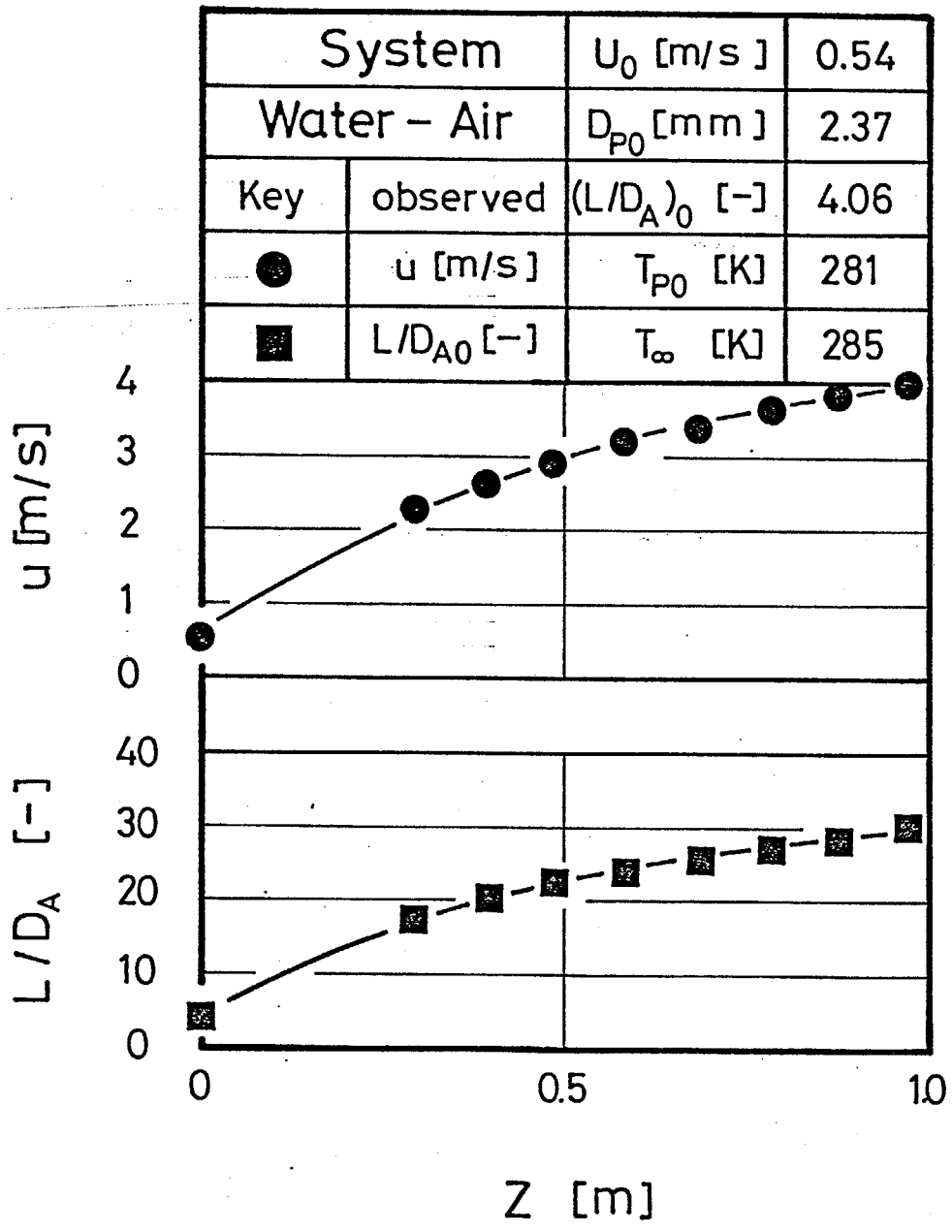


Fig. 7. 4 Changes of falling velocities and distance between drops with falling distance.

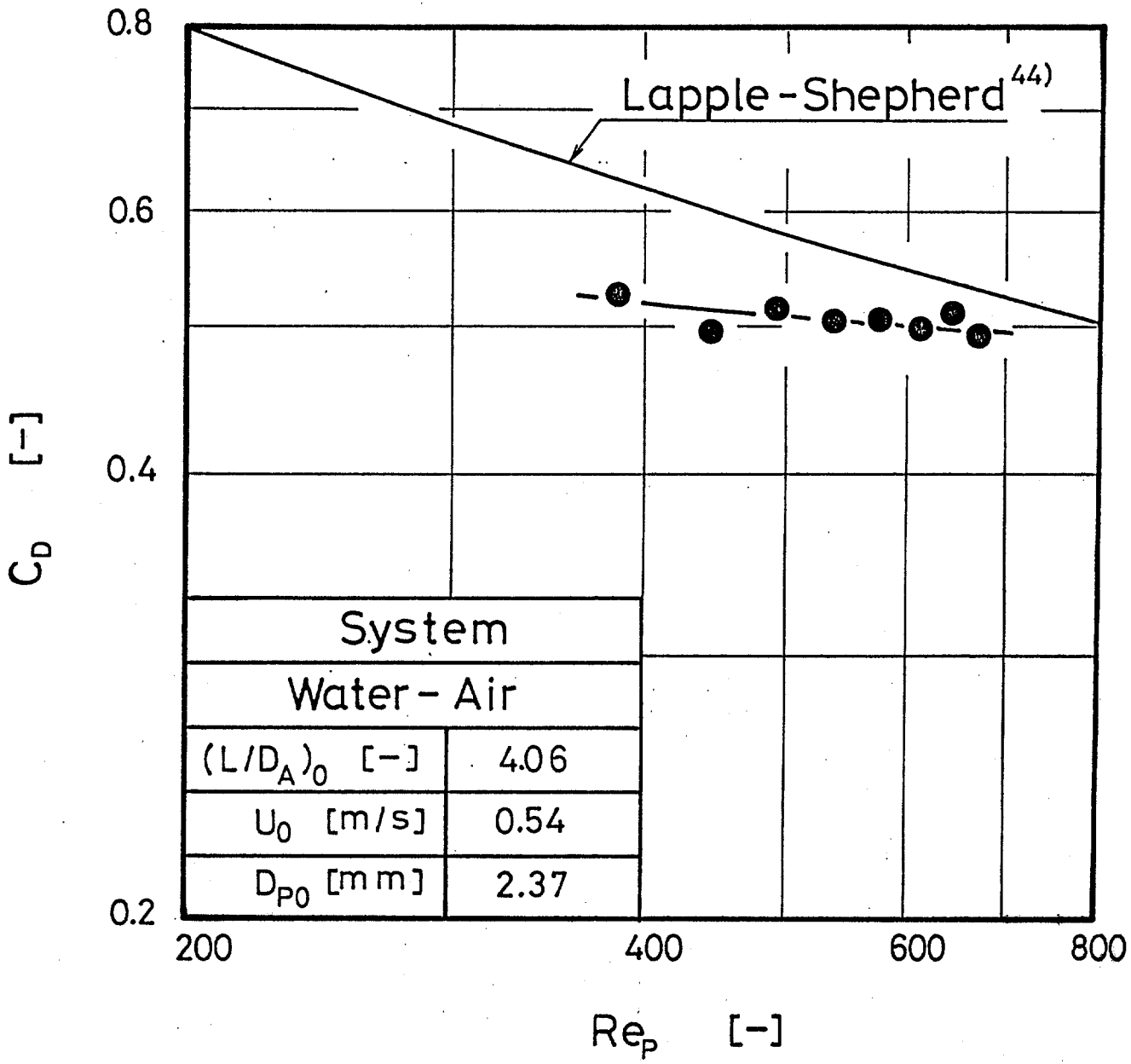


Fig. 7. 5 Drag coefficients of water drops in air.

大きい範囲で固体球のそれに漸近するのは、落下距離が大きくなると滴間距離が増加し、その結果として液滴間の干渉効果が減少するためである。

7．5　抵抗係数に関する相関

抵抗係数に対する滴間距離の影響：　Fig. 7.6は、液滴群の抵抗係数に対する滴間距離の影響を示したものである。図の縦軸は、抵抗係数を単一球の抵抗係数[44] C_{D0} で規格化したものであり、横軸は、無次元の滴間距離 L/D_A である。比較のために、二つの球の抵抗係数に関する数値解の相関において $Re_{PA}=30$以上の範囲の相関式 Eq.(2.26)を実線で示した。抵抗係数は、滴間距離が減少するに伴い単一球のそれより小さくなる。また、実測値は二つの球の抵抗係数の数値解の相関 Eq.(2.26)と良好に一致している。

二つの球の数値解との比較：　Fig. 7.7は、測定した全てのデータを用いて、$Re_{PA} \geq 30$における数値解の相関 Eq.(2.26)と実測値の比較を示したものである。図中の実線は、二つの球の抵抗係数に対する干渉効果の数値解の相関 Eq.(2.26)を示している。実測値は、数値解の相関と良好に一致している。以上の結果より、同軸上を運動する均一液滴群の抵抗係数に対する干渉効果は、次式：

$$\frac{C_D}{C_{D0}} = \frac{1}{1 + 1.52\cdot(L/D_A)^{-0.73}(D_B/D_A)^{-0.43}} \qquad (2.26)$$

で表わすことができる。なお、適用範囲は以下の通りである。

Re_P :　272 - 810

L/D_A :　2.0 - 53

7．6　本章の結論

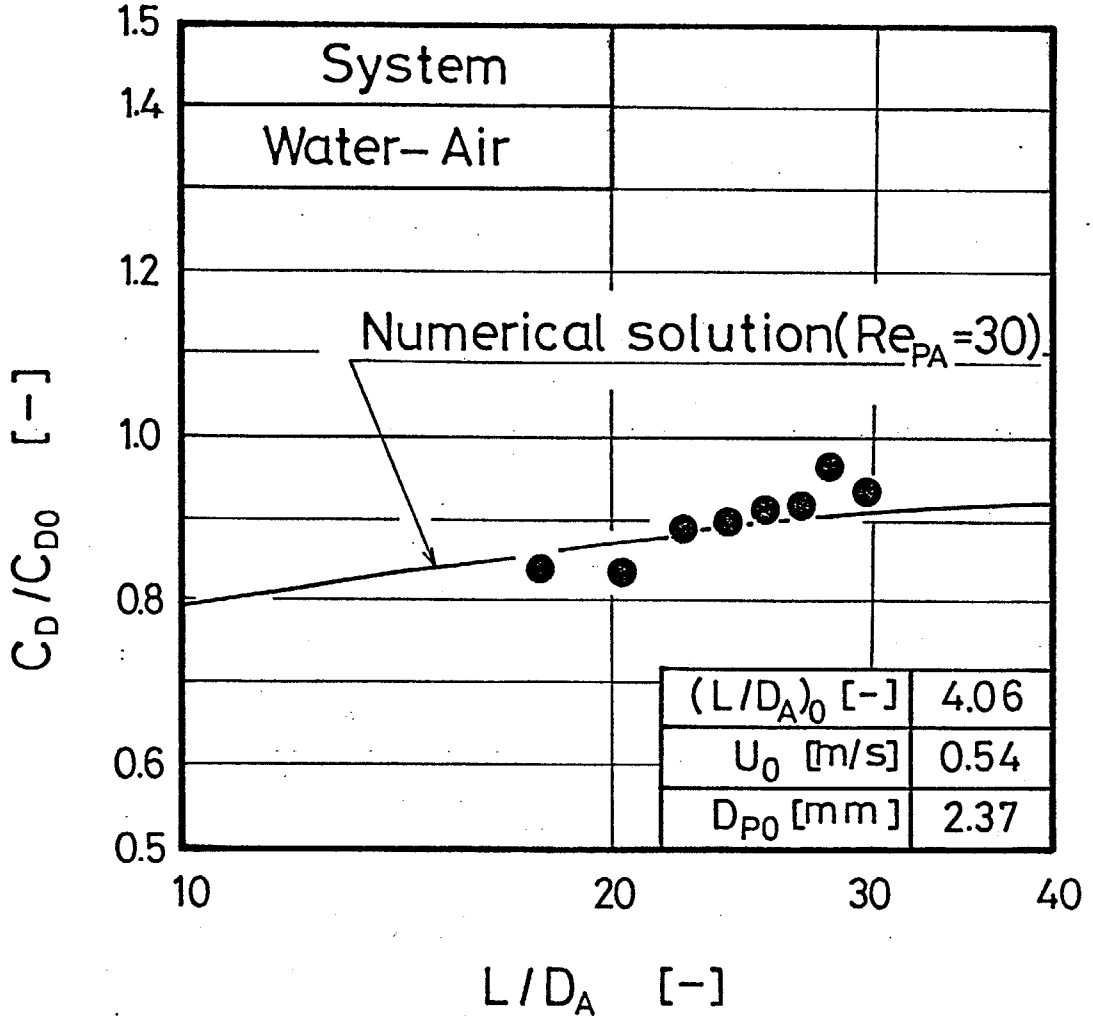


Fig. 7. 6 Effect of distance between drops on drag coefficients of water drops.

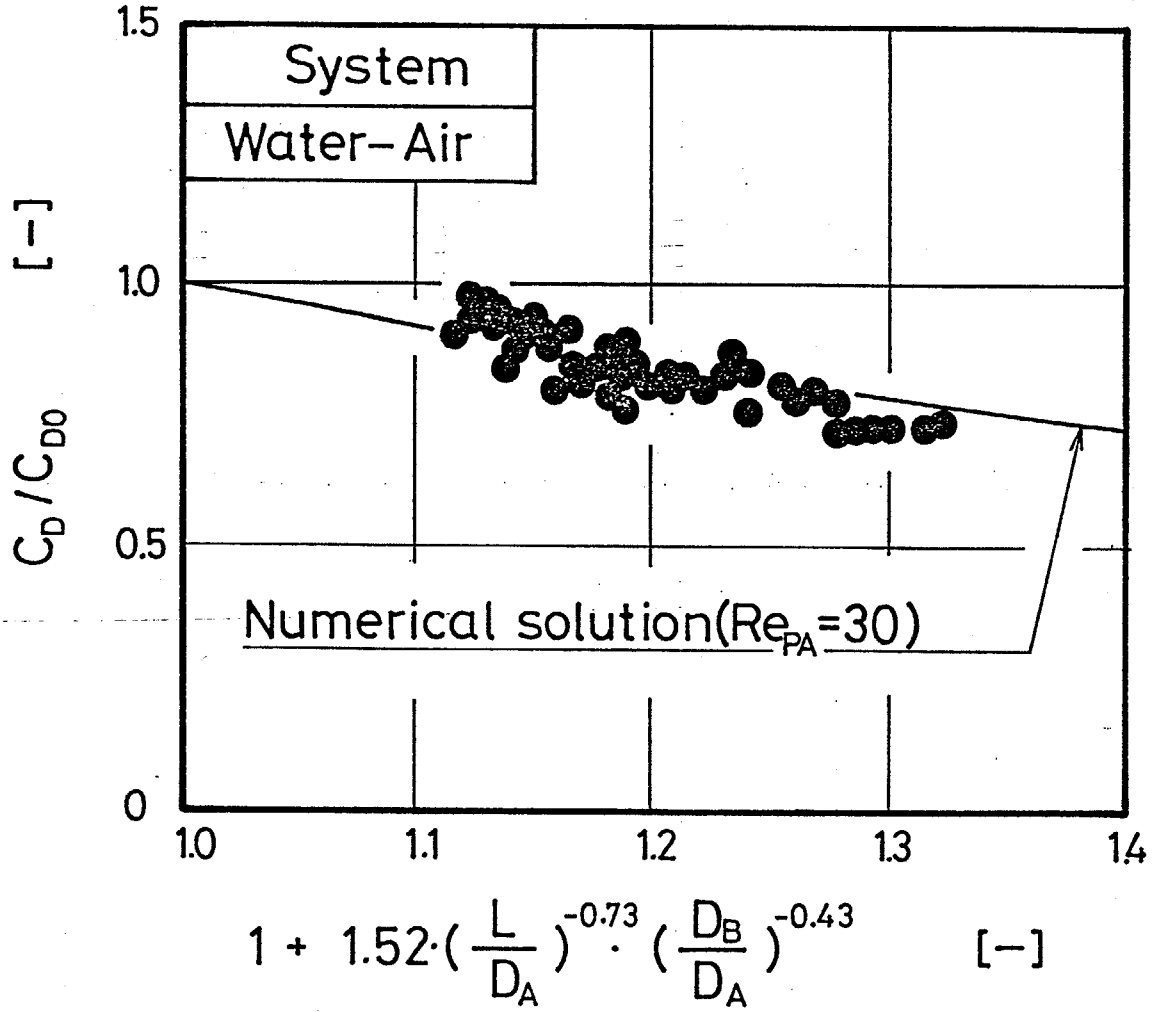


Fig. 7. 7 Comparison with observed data and numerical solution at Re_{PA}=30.

前章で用いた揮発性単一液滴の抵抗係数および物質移動を非定常で同時測定できる装置を改良し、ノズル振動法を用いて生成した均一液滴群の落下速度および抵抗係数を実測した。その結果、同軸上を運動する液滴群の抵抗係数の実測値は、二つの球の抵抗係数に対する数値解の相関の$Re_{PA}=30$における結果と良好一致した。

8章　二つの揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーション

8．1　本章の目的

ディーゼルエンジンなどの噴霧燃焼器の設計におけるチャンバーのスケールを決定するための基礎として、前章までの結果を用いて気相中に射出された二つの揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーションを行い、二つの液滴の衝突に影響する諸因子および二つの液滴の衝突距離に関して検討する。

8．2　計算方法

基礎式：　静止雰囲気中に連続して噴霧される二つの揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーションは、以下の仮定のもとで行った。

1)　液滴の形状は球形で、液滴の振動はない。

2)　液滴内部の温度は、一様である。

3)　液滴の抵抗係数は、定常時のレイノルズ数に対応するそれに等しい。

4)　放射熱の影響は、無視できるほど小さい

Table 8.1 は、シミュレーションの基礎式を示したものである。気相中を運動する液滴の運動方程式は、Eq.(8.1)になる。抵抗係数は、Eq. (8.2) を用いて計算した。ここで、C_{DO} は単一球の抵抗係数で Brauer-Suckerの相関 [6]を用いた。f_{DA} および f_{DB} は、前および後の液滴に対する液滴相互の干渉効果で、2章で提案した数値解の相関 Eqs. (2.27)および(2.26)を適用する。ただし、$Re_{PA}<30$の範囲では後の液滴の場合、Eq. (2.25)を適用する。また、 g_D

Table 8. 1 Basic equations for simulation.

Equation of motion:

$$\frac{du_i}{dt} = g(1-\rho_G/\rho_P) - \frac{3}{4}\cdot\frac{G}{P}\cdot\frac{u_i^2}{D_i}\cdot C_{Di} \qquad (i = A,B) \qquad (8.1)$$

Drag coefficients:

$$C_{Di}/C_{D0} = f_{Di}\cdot g_D \qquad (8.2)$$

$$g_D = 1/(1+B_M)^{0.19Sc^{-0.74}(1+B_M)^{-0.29}} \qquad (8.3)^{15)}$$

Front sphere:

$$f_{DA} = \frac{1}{1 + 0.32\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{2.22}\cdot\left(\frac{L}{D_A}\right)^{-1.40\cdot Re_{PA}^{0.42}}} \qquad (2.27)$$

Rear sphere:

$$f_{DB} = \frac{1}{1 + 1.52\cdot\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{-0.43}\cdot\left(\frac{L}{D_A}\right)^{-0.73}} \qquad (2.26)$$

Heat and Diffusion fluxes:

$$Nu_i/Nu_0 = g(B_H)\cdot f_i \qquad (i= A,B) \qquad (8.4)$$

$$Sh(1-\omega_s)_i/[Sh(1-\omega_s)]_0 = g(B_M)\cdot f_i\cdot(\rho_\infty/\rho_s)^{1/3} \qquad (8.5)$$

Front sphere:

$$f_A = \frac{1}{1 + 0.67\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{1.93}\cdot\left(\frac{L}{D_A}\right)^{-3.0\cdot Re_{PA}^{0.40}}} \qquad (3.10)$$

Rear sphere:

$$f_B = \frac{1}{1 + 0.67\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^{-0.21}\cdot\left(\frac{L}{D_A}\right)^{-1.38\cdot Re_{PA}^{-0.26}}} \qquad (3.9)$$

$$g(B) = 1/\{\ 0.3 + 0.7(\ 1 + B\ )^{0.88}\ \} \qquad (4.7)^{13)}$$

Heat and mass balance:

$$\frac{\pi}{6}D_i^3\cdot\rho_P\cdot c_p\cdot\frac{d}{dt}(T_{Pi}) = (\ \dot{Q}_i - \dot{W}_i\ ) \qquad (i = A,B) \qquad (8.6)$$

$$\dot{W}_i = \frac{d}{dt}(\ \frac{\pi}{6}\cdot D_i^3\,\rho_P\ ) \qquad (8.7)$$

は、抵抗係数に対する高物質流束効果の補正で、単一液滴の数値解の相関[15]を適用する。熱および物質移動は、Eq.(8.4)および Eq.(8.5) を用いて計算した。ここで、Eqs.(8.4),(8.5) における Nu_0 および $[Sh(1-\omega_s)]_0$ は、固体球あるいは低物質流束条件における液滴の熱および物質移動に関する Ranz- Marshall の相関[57]を適用した。f_A および f_B は、前および後の液滴に対する液滴相互の干渉効果で、3章で提案した数値解の相関 Eqs.(3.9), (3.10)を用いた。また、蒸発に伴う高物質流束効果に関しては、4章および5章と同様に単一液滴に関する数値解の相関[13] Eq.(4.7)を適用した。なお、二つの液滴の熱および物質収支は、Eqs. (8.6),(8.7)を用いて計算した。

計算法： Fig. 8.1は、計算のフローチャートを示したものである。計算は、雰囲気温度 T_∞ 一定の条件の下に、二つの液滴の初期滴径 D_{A0} , D_{B0} 、初期滴温 T_{P0}、初速度 U_0 および初期滴間距離 $(L/D_A)_0$ をパラメータにして、Euler 法で計算した。計算は液滴が一定距離を運動するか、あるいは二つの液滴が衝突するまで行った。なお、計算における時間の刻み巾は、0.01s ～0.000015s である。計算は、蒸発速度の小さい物質の代表として水滴と、蒸発速度の大きい物質の代表としてペンタン滴について行った。なお、計算に必要な物性は、液内抵抗を無視し、滴表面における値を用いた。

8．3 実測値との比較

二つの液滴が十分離れた間隔で落下する場合、二つの液滴のそれぞれの挙動は、単一液滴のそれと一致するものと考えられる。そこで本計算法の妥当性を検討するために、ペンタン滴について初期の滴間距離 $(L/D_A)_0 = 22$ の条件で、自由落下液滴のシミュレーションを行った。その結果を示したものが、Fig. 8.2である。

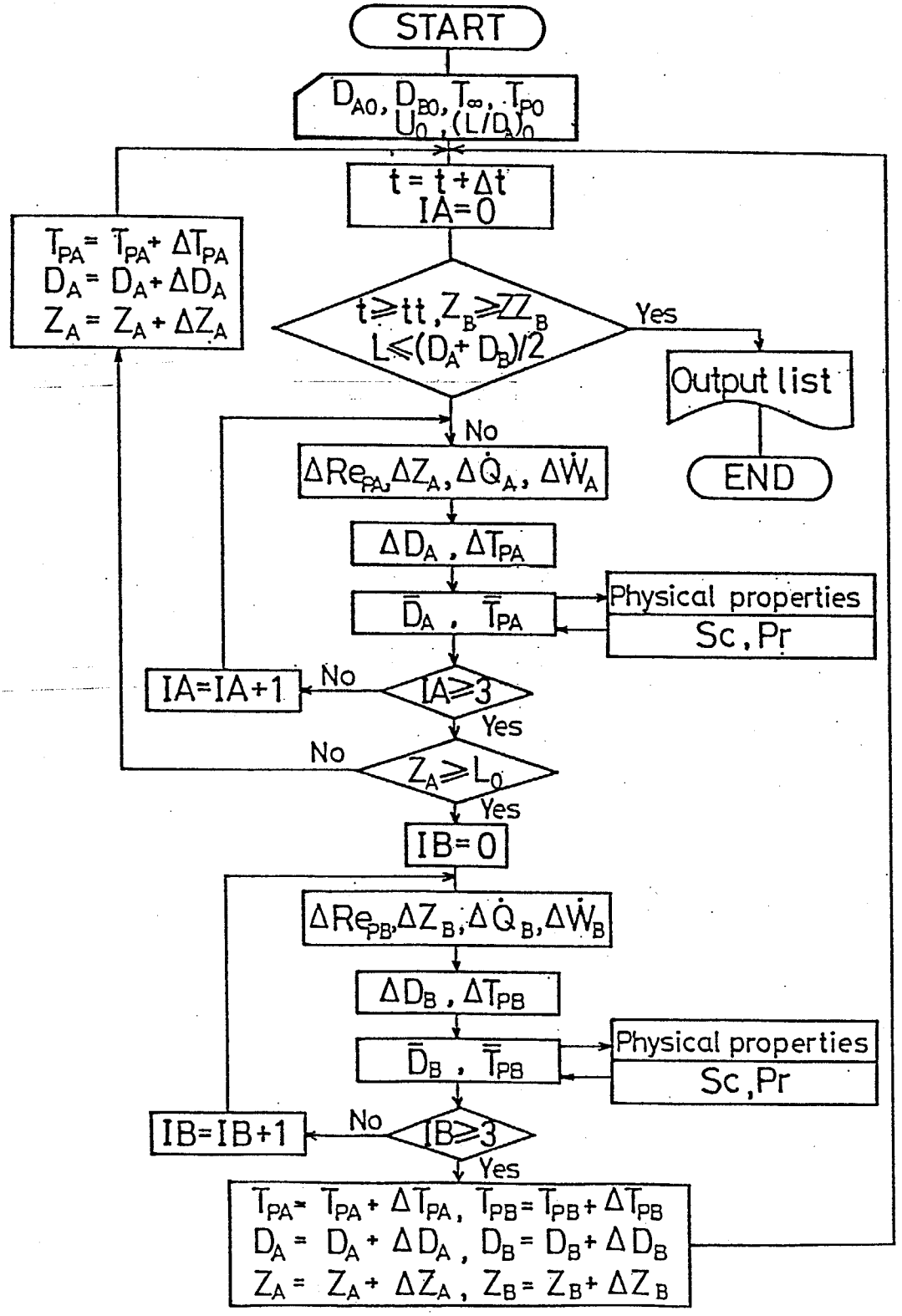


Fig. 8. 1 Flow chart for simulation.

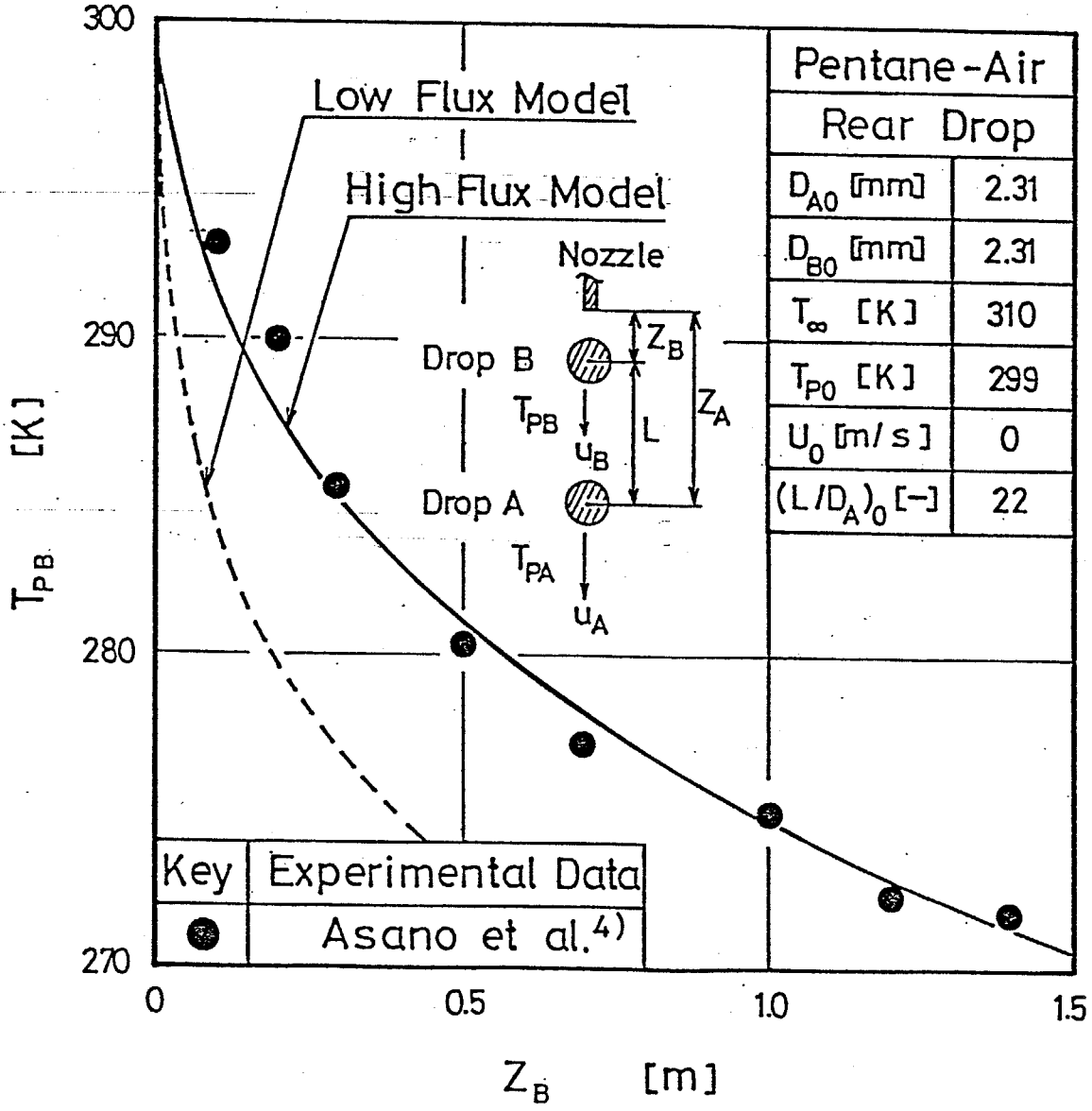


Fig. 8. 2 Comparison of predicted drop temperatures of rear pentane drop in air with the observed ones.

図の縦軸は後の液滴の温度 T_{PB}、横軸は後の液滴の落下距離 Z_B である。図中の実線は、蒸発による抵抗係数、熱および物質移動速度の変化を考慮したいわゆる High Flux Model による結果を、点線はこのような蒸発による効果を考慮しない Low Flux Model による計算結果を示している。図中の●印は、自由落下する単一液滴の滴温の実測値[4]である。実測値はシミュレーションの結果と良好に一致している。すなわち、ペンタン滴のように揮発性の高い物質に対しては、High Flux Modelを適用することが妥当であることが判る。

8．4　二つの液滴の落下速度および滴径変化

落下速度：　Fig. 8.3a は、後の液滴の落下速度におよぼす初期の滴間距離の影響をペンタン滴について示したものである。計算は一例として雰囲気温度 T_∞=473K、初期滴径 D_{AO}=2mm，初速度 U_O=1m/sについて行った。図の縦軸は後の液滴の落下速度 $u_B(Z_B)$ を後の液滴の落下距離と同じ距離だけ落下した場合の単一液滴の落下速度 $u_{SD}(Z_B)$ で規格化したものであり、横軸は落下距離 Z_B を示している。パラメータは、初期の滴間距離 L_O を前の液滴の初期滴径 D_{AO} で規格化した初期滴間距離 $(L/D_A)_O$ である。

落下速度は、初期の滴間距離が小さくなるに従い、干渉効果により後の滴の抵抗係数が減少するため単一液滴の落下速度より大きくなる。とくに、初期の滴間距離 $(L/D_A)_O$=2.5 の場合、後の液滴が前の液滴に追いつき二つの液滴は衝突する。

滴径変化：　Fig. 8.3b は、同じ計算を滴径変化について示したものである。図の縦軸は後の液滴の直径 D_B を初期滴径 D_{BO} で規格化したものであり、横軸は後の液滴の落下距離 Z_B である。パラメータは、初期の滴間距離 $(L/D_A)_O$ である。初期の滴間距離が小さくな

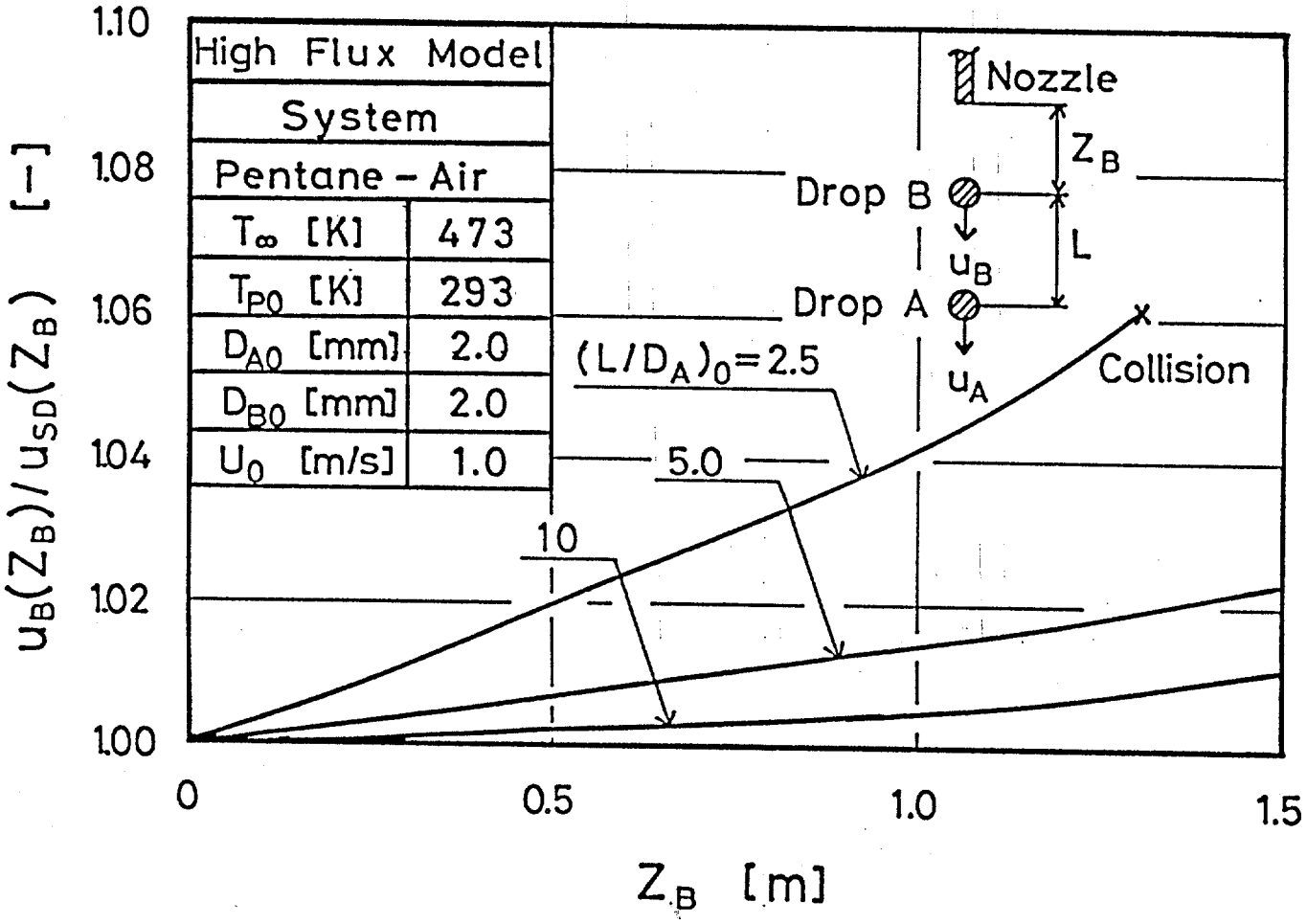


Fig. 8. 3a Effect of initial distance between two drops on the falling velocity of rear pentane drop.

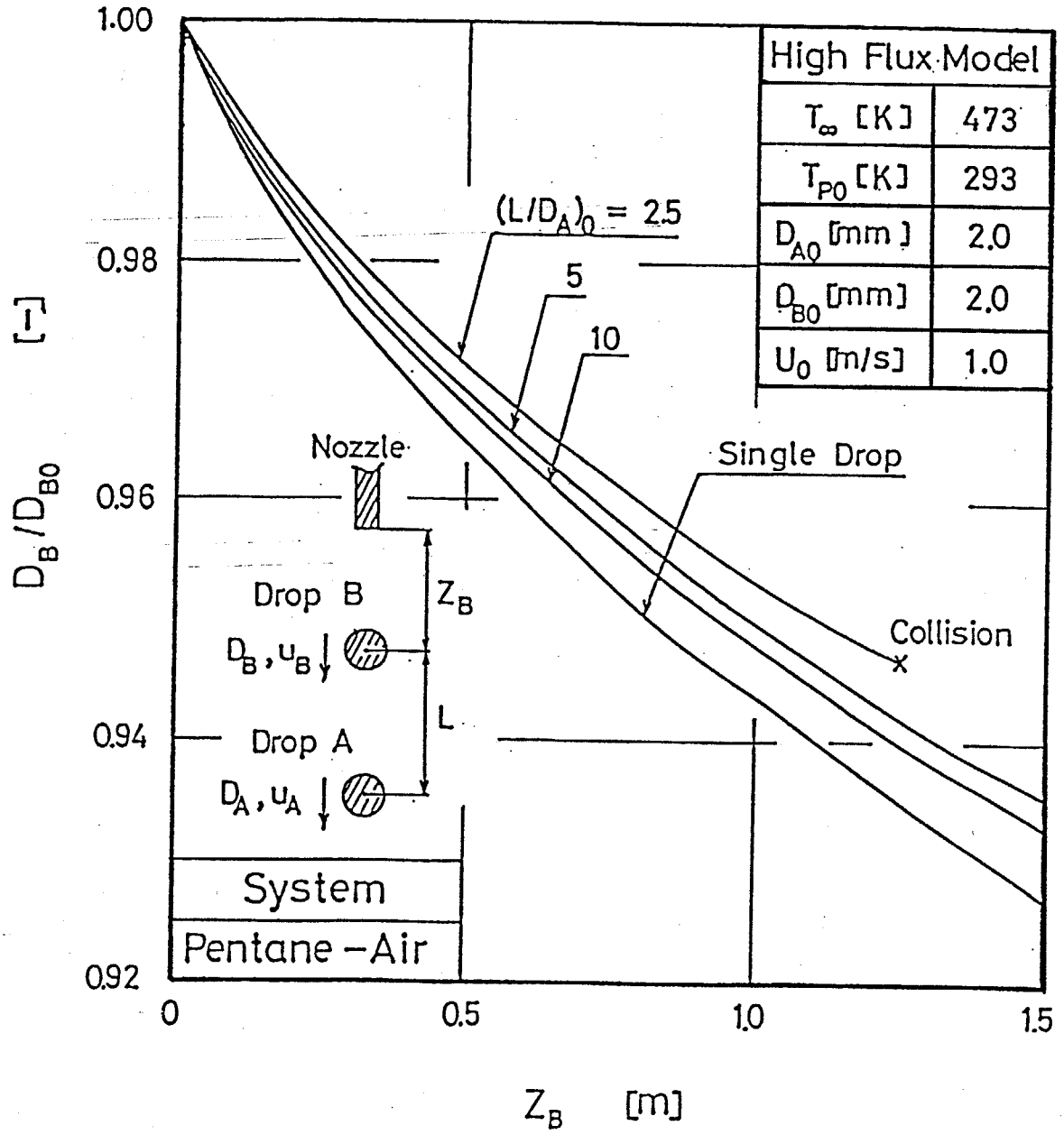


Fig. 8. 3b Effect of initial distance between two drops on variation of drop diameters of rear pentane drop with falling distance.

るに従い滴径変化は小さくなる。これは、初期の滴間距離が小さくなると液滴の干渉効果のため、後の滴の蒸発速度が減少するためである。

8．5　二つの液滴の衝突に影響する諸因子

前節の結果からも明らかなように、初期の滴間距離がある程度以下になると、同軸上を運動する二つの液滴は衝突する。そこで、本節では、ディーゼルエンジンなどの噴霧燃焼器の設計の基礎として重要な揮発性二液滴の衝突距離について検討する。

Fig. 8.4 は、一例として初期の滴間距離 $(L/D_A)_0=2.5$ の場合について、衝突距離に与える諸因子の影響を検討したものである。図の縦軸は、二つの液滴の滴間距離 Lを前の液滴の初期滴径 D_{A0}で規格化したものである。上の図は初期滴径 D_{A0}をパラメータにしており、真ん中の図は雰囲気温度 T_∞、下の図は初速度 U_0 をパラメータとしている。なお、二つの液滴は $L/D_{A0}\leq 1$で衝突し、その領域を図中の斜線の部分で示した。初期滴径 D_{A0}がパラメータの場合、二つの液滴間の距離は最初増加するが、落下距離が増加するに従いピークに達したのち減少し、二つの液滴は衝突する。また、衝突距離は初期滴径が小さくなるに従い減少する。

雰囲気温度 T_∞ がパラメータの場合、中心間距離 L/D_{A0} は初期滴径の場合と同様な傾向を示す。また、衝突距離は、雰囲気温度が増加するに従い減少する。

初速度 U_0 がパラメータの場合、$U_0=1$m/s では、初期滴径および雰囲気温度がパラメータの場合と同様であるが、初速度が大きくなると、二つの液滴の滴間距離 L/D_{A0}はほとんど増加することなしに落下距離の増加に伴い減少する。また、衝突距離は初速度が大きくなるに従い減少する。

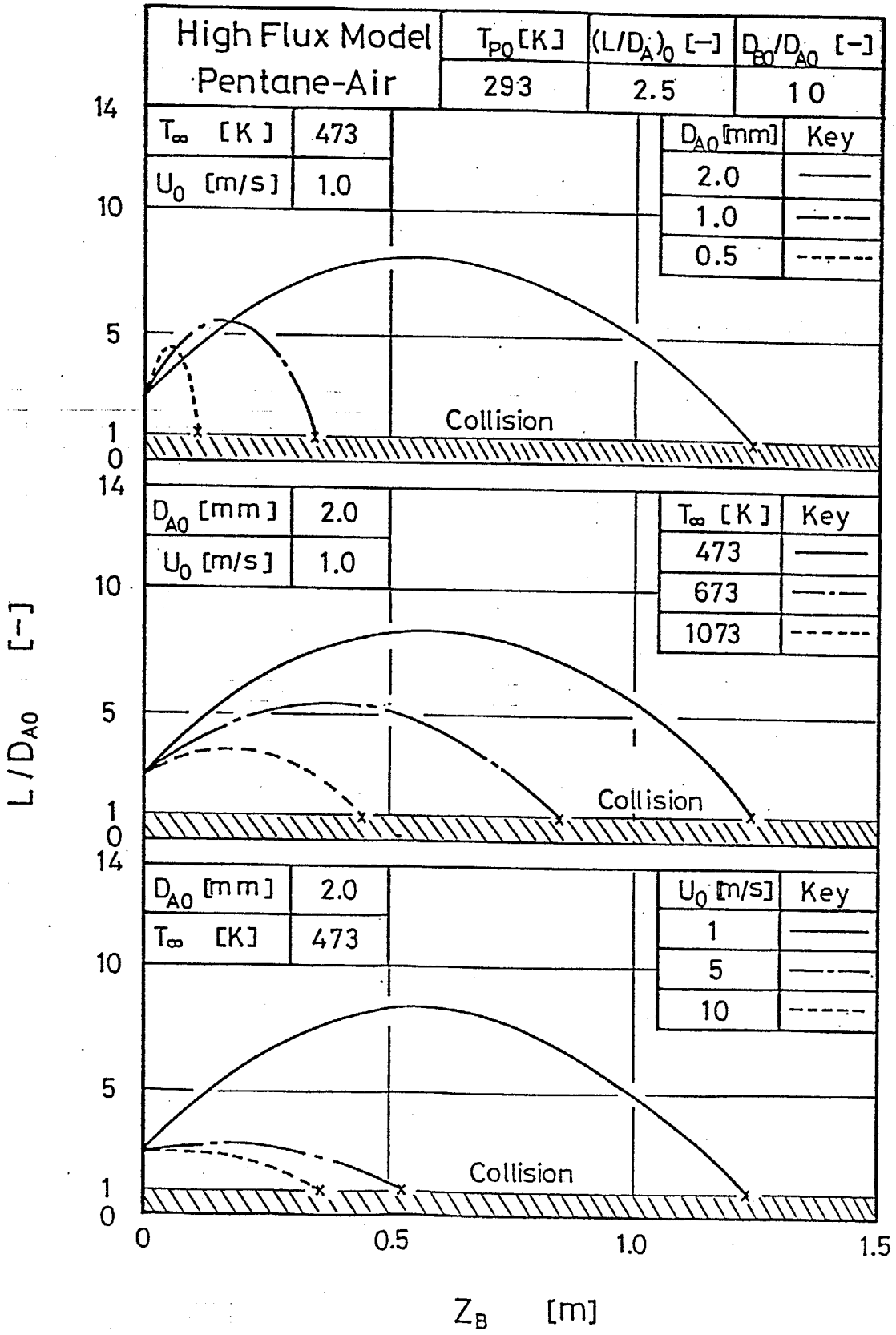


Fig. 8. 4 Effect of initial drop diameters, free stream temperatures and initial drop velocities on collision.

以上の結果より、二つの液滴の衝突に関しては初速度、雰囲気温度および初期滴径が影響を及ぼすものと考えられる。また、二つの液滴が衝突するまでの距離も、これらの因子によって影響を受けるようである。そこで、以下では二つの液滴の衝突距離について検討する。

衝突距離に対する初期滴径の影響：　Fig. 8.5 は、初期滴径の等しい二つの滴の衝突距離に対する初期滴径の影響を示したものである。計算は一例として初速度U_0=10m/s 、初期滴温T_{P0}=293K、雰囲気温度 T_∞=1073Kの条件で行った。図の縦軸は、二つの液滴の衝突距離 l_B を前の液滴の初期滴径 D_{A0}で規格化した無次元の衝突距離であり、横軸は初期の滴間距離である。パラメータは、初期滴径 D_{A0}である。初期滴間距離の増加に伴い衝突距離は増加する。なお初期滴径が減少すると、無次元衝突距離 l_B/D_{A0} は、若干減少する傾向が認められる。

衝突距離に対する雰囲気温度の影響：　Fig. 8.6 は、二つの液滴の衝突距離に対する雰囲気温度の影響を示したものである。計算は一例として、初期滴径D_{A0}=0.1mm 、初速度 U_0=10m/s の条件で行った。パラメータは雰囲気温度T_∞である。Fig. 8.5と同様に、衝突距離は初期の滴間距離 $(L/D_A)_0$が大きくなるに従い増加し、雰囲気温度が 673K, 1073K, 2073K と増加するにつれて衝突距離は減少する傾向が認められる。

衝突距離に対する初速度の影響：　Fig. 8.7は、ペンタン滴の場合について衝突距離に対する初速度の影響を示したものである。パラメータは初速度U_0である。 U_0=1 m/s の場合、衝突距離は初期の滴間距離が増加するに従い大きくなる。また、初速度が 1m/s ～50 m/s と増加するに伴い、無次元の衝突距離は増加する。

ペンタン滴の場合と同様な計算条件で、蒸発速度の小さい水滴の

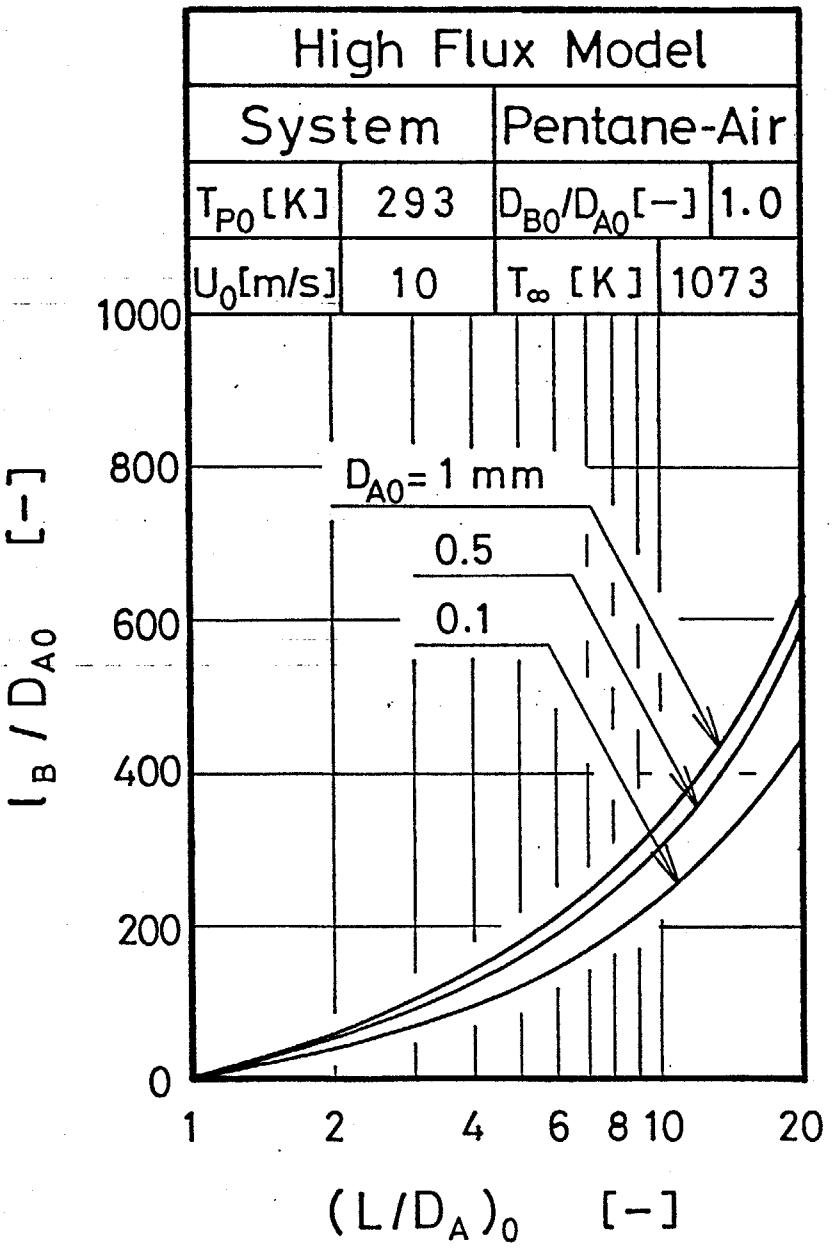


Fig. 8. 5 Effect of initial drop diameters on collision distances of two pentane drops.

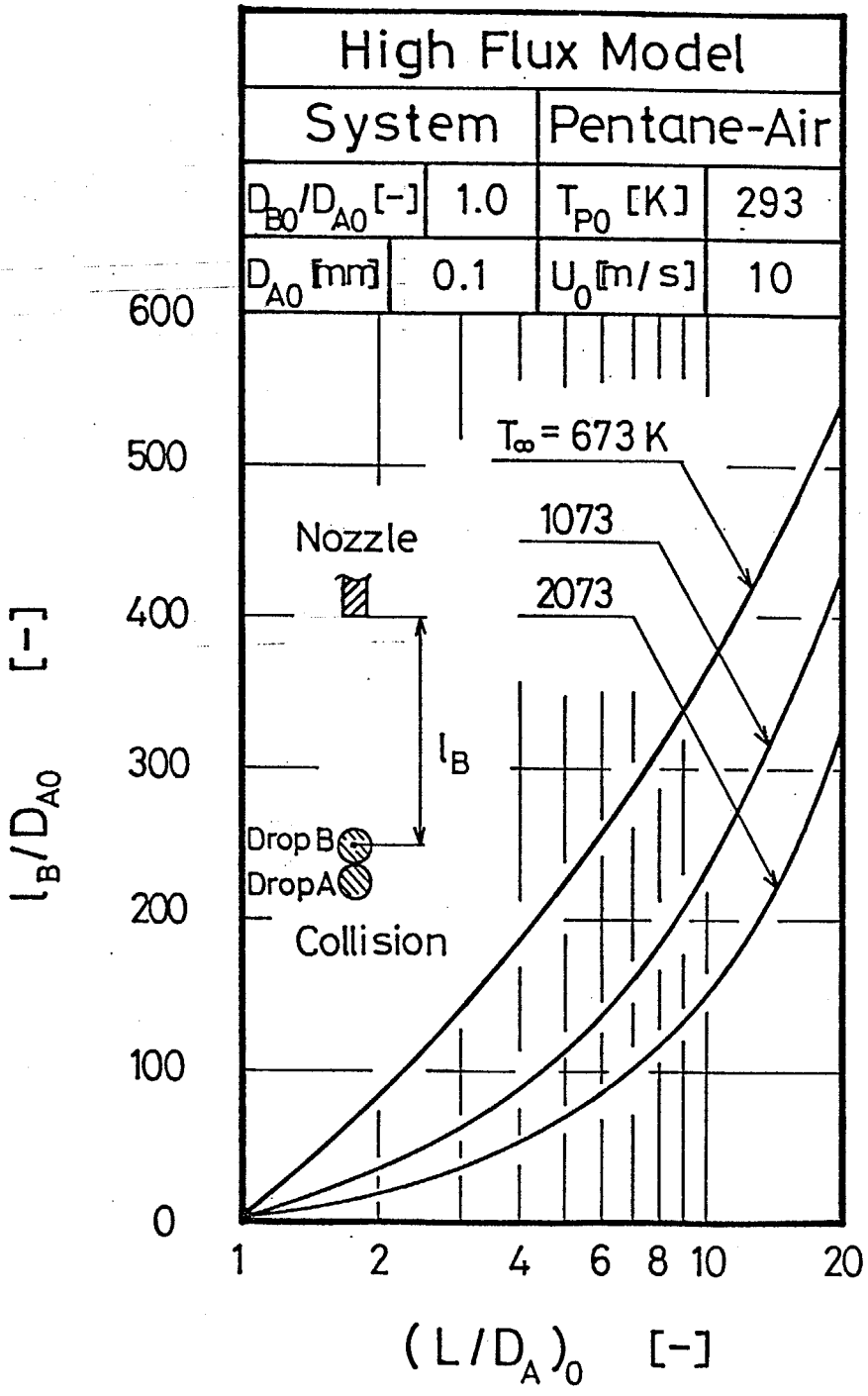


Fig. 8. 6 Effect of free stream temperatures on collision distance of two pentane drops.

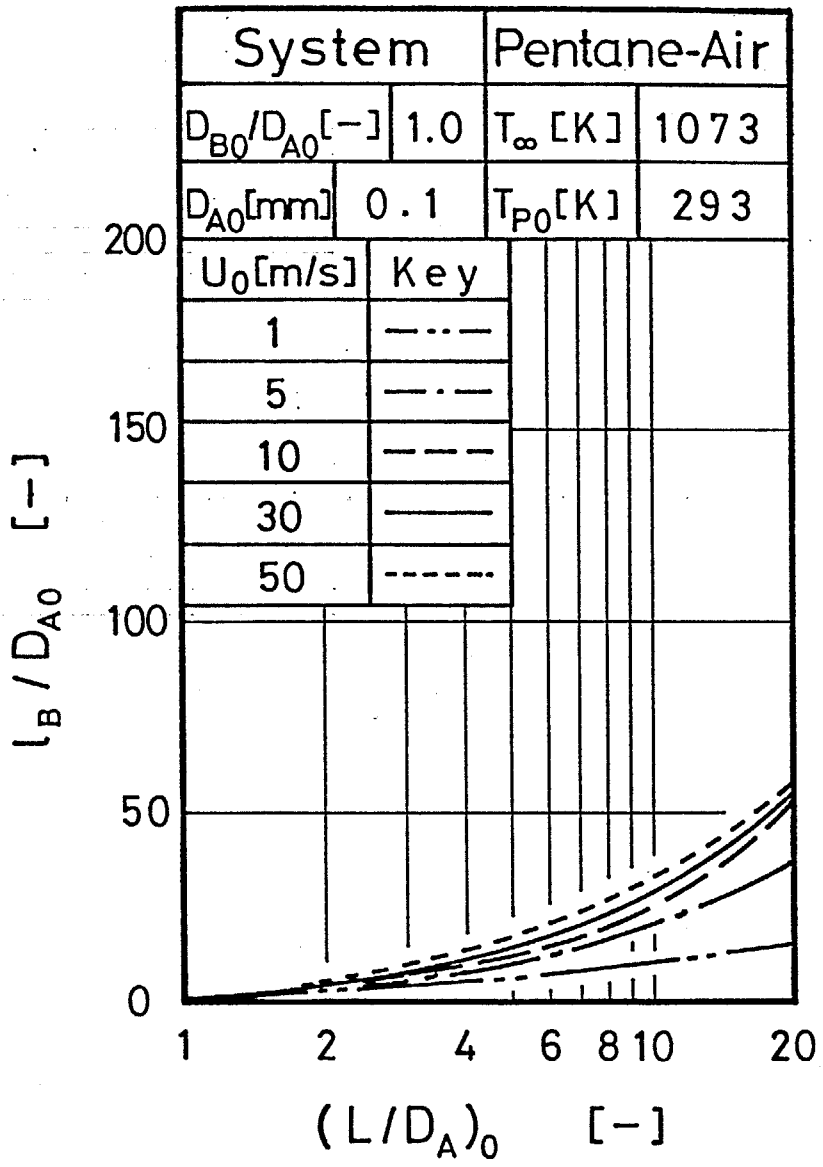


Fig. 8. 7 Effect of initial drop velocities on collision distances of two pentane drops.

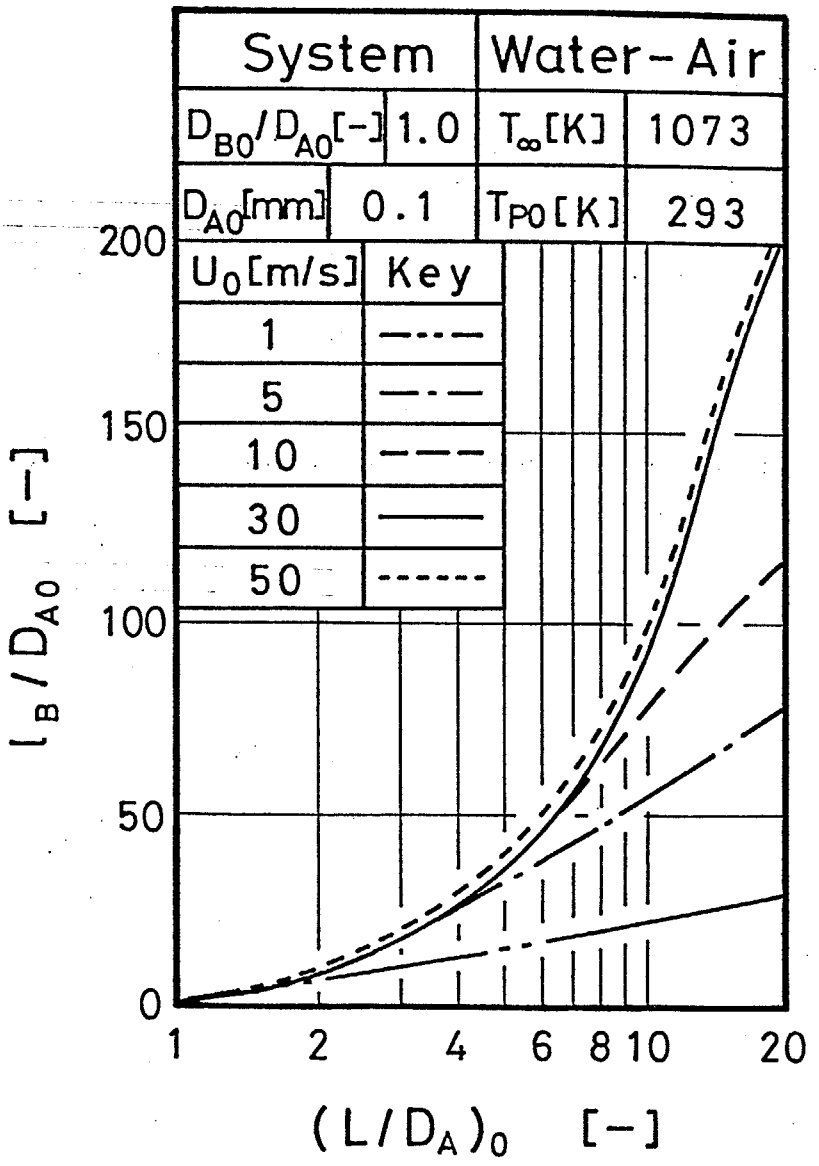


Fig. 8. 8 Effect of initial drop velocities on collision distances of two water drops.

場合の衝突距離を計算した。その結果を示したものが、Fig. 8.8である。ペンタン滴の場合と同様に、初速度の増加とともに衝突距離も増加するが、ペンタン滴の場合より衝突距離が大きくなる。これらは、ペンタンが揮発性の物質のために水滴の場合より早く滴径が小さくなり、落下速度が急速に減少するためである。

8．6　本章の結論

気相中に連続して射出された二つの揮発性液滴の運動および蒸発に関するシミュレーションを行い、液滴の運動および蒸発におよぼす初期の滴間距離の影響および二つの液滴の衝突に関して検討し以下の結論を得た。

1）　初期の滴間距離が小さくなると二つの液滴が衝突する。

2）　二つの液滴の衝突距離は、初期滴径、雰囲気温度および初速度によって影響を受ける。

9章　総括

ガソリンエンジンあるいはディーゼルエンジンなどの噴霧燃焼器の設計の基礎として重要な二つの液滴の蒸発における液滴間の干渉効果について理論および実験的に解明することを目的とし、まず、同軸上を運動する二つの球のまわりの流れ場および濃度場を有限差分法により数値解析し、二つの球の抵抗係数および物質移動に対する球間の干渉効果を理論的に検討した。また、数値解の妥当性を検討するために、懸滴法により蒸発速度の小さい液滴および蒸発速度の大きい揮発性液滴を用いて蒸発実験を行った。滴群の移動現象における液滴間の干渉効果を解明するために、同軸上を運動する均一液滴群の抵抗係数を実測し、二つの液滴と液滴群における干渉効果の関係を明らかにした。さらにこれらの結果を用いて、気相中に射出される二つの液滴の運動および蒸発に関するシミュレーションを行い、噴霧燃焼器などの設計において問題となる液滴の衝突に関して検討した。以下に、本研究の結果を総括する。

1）　同軸上を運動する二つの球の抵抗係数および物質移動は、中心間距離、球径比およびレイノルズ数によって影響を受け、その影響は、前の球より後の球のほうがより大きくなる。

2）　後の球の拡散流束に対する前の球の干渉効果は、主として前の球によって生じる後流の効果によるものである。

3）　二つの球の抵抗係数および物質移動に対する中心間距離、レイノルズ数および球径比の影響に関する相関式を提案した。

4）　液滴の前方に固体球を配置した場合の液滴の蒸発実験を行うことにより、二つの球の干渉効果は、前の球の存在により生じる後流によるものであることを実験的に確かめた。

5）　蒸発速度の小さい液滴を用いた二つの液滴の同時蒸発実験

から得られた実測値は、数値解の結果と良好に一致した。

6） 蒸発速度の大きい揮発性液滴の場合、単一液滴の高物質流束効果の補正および物性変化の影響を考慮することで、実測値は低物質流束下における数値解の結果と良好に一致した。

7） マイクロコンピュータおよび光学的方法を用いることで、気相中を非定常運動する揮発性単一液滴の落下速度および滴径を高精度でかつ短時間で同時測定できる新しい測定法を提案した。

8） 同軸上を運動する均一液滴群の抵抗係数は、二つの球の抵抗係数に関する数値解の相関と良好に一致した。

9） 気相中に射出された二つの液滴の場合、初期の中心間距離が小さくなると二つの液滴が衝突し、この衝突距離は、初期滴径、雰囲気温度および初速度によって影響を受ける。

Nomenclature

a	=	coefficient of Eqs.(6.3),(6.4) and (6.5)	[m/s^2]
B_H	=	transfer number for heat transfer defined by Eq.(6.18)	[-]
B_M	=	transfer number for mass transfer defined by Eq.(4.5)	[-]
b	=	coefficient of Eqs.(6.3) and (6.4)	[m/s]
C	=	focal distance of bipolar coordinate	[m]
C_D	=	total drag coefficient	[-]
C_{DF}	=	friction drag coefficient Eqs.(2.22) and (2.23)	[-]
C_{DP}	=	pressure drag coefficient Eqs.(2.20) and (2.21)	[-]
c	=	coefficient of Eq.(6.3)	[m]
c_P	=	heat capacity at constant pressure	[J/(kg·K)]
$\mathscr{D}$	=	binary diffusion coefficient	[m^2/s]
D_{AS}	=	diameter of solid sphere	[m]
d	=	inner diameter of nozzle	[m]
d_j	=	diameter of liquid jet	[m]
d_s	=	diameter of an optical sensor	[m]
E^2	=	operator defined by Eq.(2.2)	[-]
F	=	function defined by Eq.(4.9)	[-]
f	=	frequency of vibration	[Hz]
f_A	=	function of front drop	[-]
f_B	=	function of rear drop	[-]
G	=	function defined by Eq.(2.10)	[-]

g	=	gravitational acceleration	[m/s^2]
g_D	=	function defined by Eq.(8.3)	[-]
$g(B)$	=	function of B_H or B_M	[-]
K	=	constant for outer boundary	[-]
k	=	constant of calculation or iteration	[-]
L	=	distance between centers of the two spheres	[m]
L_1	=	distance between surface of the two spheres	[m]
l	=	constant of calculation or iteration	[-]
l_B	=	collision distance	[m]
M	=	number of mesh point in the η direction	[-]
m	=	constant of calculation or iteration	[-]
N	=	number of mesh point in the ξ direction	[-]
N_A	=	mass flux of component A	[$kg/(m^2.s)$]
Nu	=	Nusselt number ($=q_G D_P / \kappa_G (T_S - T_\infty)$)	[-]
P	=	dimensionless pressure at surface of sphere	[-]
Pe	=	Peclet number ($=Re_{PA} \cdot Sc$)	[-]
Pr	=	Prandtl number($c_p \mu / \kappa$)	[-]
P'_{st}	=	static pressure of free stream	[Pa]
$\dot{Q}$	=	heat transfer rate	[W]
q	=	heat flux	[W/m^2]
R_∞	=	dimensionless distance defined by Eqs.(2.15.a-c)	[-]
R'_∞	=	dimensional distance from median point connecting two spheres to outer boundary	[m]
Re_c	=	Reynolds number defined by Eq.(2.8d)	[-]
Re_p	=	sphere or drop Reynolds number ($=D_p U_\infty / \nu$)	[-]

Re_{PA}	=	front sphere or drop Reynolds number ($=D_A U_\infty/\nu$)	[-]
Re_{PAS}	=	solid sphere Reynolds number ($=D_{AS} U_\infty/\nu$)	[-]
Sc	=	Schmidt number ($=\nu/\mathcal{D}$)	[-]
Sh	=	Sherwood number ($=N_A \cdot D_P/(\rho_s \mathcal{D}_s(\omega_s-\omega_\infty))$)	[-]
T	=	temperature	[K]
t	=	time	[s]
U_∞	=	free stream velocity	[m/s]
u	=	falling velocity	[m/s]
u_{av}	=	average liquid velocity in nozzle	[m/s]
u_j	=	velocity of liquid jet	[m/s]
u_{sd}	=	falling velocity of a single drop at Z_B	[m/s]
$\dot{W}$	=	mass transfer rate	[kg/s]
X	=	x component of rectangular coordinate	[m]
Y	=	y component of rectangular coordinate	[m]
Z	=	falling distance of a single drop or sphere	[m]
Z_A	=	falling distance of front drop	[m]
Z_B	=	falling distance of rear drop	[m]

Greek alphabet

Δ	=	difference	[-]
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	=	allowable maximum error in the convergence criterion	[-]
ζ	=	vorticity defined by Eq.(2.10)	[-]
η	=	bipolar coordinate, normal to ξ	[-]
θ	=	angle from forward stagnation points	

		in the sphere coordinate	[rad]
θ_c	=	dimensionless concentration ($=(\omega_s-\omega_\infty)/(1-\omega_s)$)	[-]
κ	=	gas phase thermal conductivity	[W/(m·K)]
λ	=	latent heat of vaporization	[J/kg]
μ	=	viscosity	[Pa·s]
ν	=	kinematic viscosity of gas	[m^2/s]
ξ	=	bipolar coordinate, angle	[-]
ρ	=	density	[kg/m^3]
σ	=	standard deviation	[m]
σ_{st}	=	surface tension	[kg/s^2]
ψ	=	dimensionless stream function	[-]
ω_A	=	mass fraction of component A	[-]

Subscripts

A	=	front sphere (or drop)
B	=	rear sphere (or drop)
G	=	gas phase
f	=	front stagnation point
i	=	mesh point in η direction, or measuring point
j	=	mesh point in ξ direction
ob	=	observed value
P	=	liquid drop or sphere
P0	=	initial condition of drop
s	=	surface of drop

0 = a single sphere without mass injection

∞ = free stream

θ = local value in θ direction

Superscript

k = number of iteration

n = number of iteration

$'$ = dimensional quantity

$-$ = average value

Literature Cited

1) Aminzadeh, K., T. R. Al Taha, A. R. H. Cornish, M. S. Kolansky and R. Pfeffer: Int. J. Heat Mass Transfer, 17, 1425(1974).

2) Araki, N. and A. Masuda: Proceedings 1st International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, pp.173-180(1978).

3) Asano, K., I. Taniguchi and T. Kawahara: Proceedings 4th International Conference Liquid Atomization and Spray System, pp.411-418(1988).

4) Asano, K., I. Taniguchi, K. Maeda and H. Kosuge: J. Chem. Eng. Japan, 21, 387(1988).

5) Asano, K., I. Taniguchi and H. Nishimura: Kagaku Kogaku Ronbunshu, 12, 563(1986).

6) Brauer, H. and D. Sucker: Int. Chem. Eng., 18, 367(1978).

7) Brauer, H. and D. Sucker: Int. Chem. Eng., 18, 375(1978).

8) Brzustowski, T. A., E. M. Twardus, S. Wojcicki and A. Sobiesiak: AIAA J., 17, 1234(1979).

9) Chan, S. M. and G. C. Frazier: AIChE Symposium Series, 83, 83(1984).

10) Chen, W. C. and R. Pfeffer: Chem. Eng. Prog. Symp. Ser., 66, 109(1970).

11) Chen, S. J. and A. Y. Tong: AIChE Symposium Series, 83, 230(1987).

12) Chuchottaworn, P., A. Fujinami and K. Asano: J. Chem. Eng. Japan,16, 18(1983).

13) Chuchottaworn, P., A. Fujinami and K. Asano: J. Chem. Eng. Japan, 17, 1(1984).

14) Chuchottaworn, P., A. Fujinami and K. Asano: J. Chem. Eng. Japan, 17, 7(1984).

15) Chuchottaworn, P. and K. Asano: J. Chem. Eng. Japan, 18, 91(1985).

16) Clift, R., J. R. Grace and M. E. Weber: "Bubbles, Drops and Particles," pp. 97-137, Academic Press, New York (1978).

17) Cooley, M. D. A. and M. E. O'Neill : Proc. Camb. Phil. Soc., 66, 407(1969).

18) Cornish, A. R. H. : Trans. Inst. Chem. Engrs., 43, 332(1965).

19) Dabora, E. K. : Rev. Sci. Instr., 38, 502(1967).

20) Davis, A. M., M. E. O'Neill, J. M. Dorrepaol and K. B. Ranger: J. Fluid Mech., 77, 625(1976).

21) Dukowicz, J. K.: Phys. Fluids, 27, 1351(1984).

22) Eisenklam, P. and S. A. Arunachalam: Combust. Flame, 10, 171(1966).

23) Eisenklam, P., S. A. Arunachalam and J. A. Weston: Eleventh Symposium (International) on Combustion,

pp.715-727, Combustion Institute Pittsburgh (1967).

24) Eveson, G. F., E. W. Hall and S. G. Ward: British J. Applied Physics, 10, 43(1959).

25) Fedoseeva, N. V. : Adv. in Aerosol Phys., No. 1, 21(1971).

26) Fedoseeva, N. V. : Adv. in Aerosol Phys., No. 2, 110(1972).

27) Fedoseeva, N. V. : Adv. in Aerosol Phys., No. 3, 27(1973).

28) Fedoseeva, N. V. : Adv. in Aerosol Phys., No. 3, 35(1973).

29) Frazier, G. C. and W. W. Hellier: I & EC Fundam., 8, 807(1969).

30) Goldman, A. J., R. G. Cox and H. Brenner: Chem. Eng. Sci., 21, 1151(1966).

31) Grant, R. P. and S. Middleman: AIChE J., 12, 669(1966).

32) Happel, J. and R. Pfeffer: AIChE J., 6, 129(1960).

33) Hieftje, G. M. and H. V. Malmstadt: Anal. Chem., 40, 1860(1968).

34) Jeffery, G. B.: Proc. Roy. Soc. London, Series A, 87, 115(1912).

35) Johns, W. R. and S. J. Lawn : Int. J. Heat Mass Transfer, 28, 1047(1985).

36) Kanevsky, J.: Jet Propulsion, 26, 788(1956).

37) Kays, W. M. and M. E. Crawford: "Convective Heat and

Mass Transfer," 2nd ed., pp.352-364, McGraw-Hill, New York(1980).

38) Koshland, C. P. and C. T. Bowman: Twentieth Symposium (International) on Combustion, pp.1799-1807(1984).

39) Kyunch, G. J.: J. Fluid Mech., 5, 13(1958).

40) Labowsky, M.: Chem. Eng. Sci., 31, 803(1976).

41) Labowsky, M.: Combust. Sci. Tech., 18, 145(1978).

42) Labowsky, M.: Chem. Eng. Sci., 35, 1041(1980).

43) Labowsky, M.: Combust. Sci. Tech., 22, 217(1980).

44) Lapple, C. E. and C. B. Shepherd: Ind. Eng. Chem., 32, 605(1940).

45) LeClair, B. P. and A. E. Hamielec: I & EC Fundam., 7, 542(1968).

46) Lee, K. C.: Aero. Quarterly, 30, 371(1979).

47) Lindblad, N. R. and J. M. Schneider: J. Sci. Instrum., 42, 635(1965).

48) Marberry, M., A. K. Ray and K. Leung: Combust. Flame, 57, 237(1984).

49) Miura, Y., T. Miura and S. Ohtani : Kagaku Kogaku Ronbunshu, 1 , 241(1975).

50) Miyasaka, K. and C. K. Law: Eighteenth Symposium (International) on Combustion, pp.283-292(1981).

51) Morimoto, M., P. Chuchottaworn and K. Asano: Proceedings of the 3rd International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, 2, BIV/5, pp.1-

8(1985).

52) Pei, D. C. T. and G. Hayward: Proc. 7th Int. Heat Transfer Conference, 3, pp.201-206, Hemisphere, Washington (1982).

53) Pei, D. C. T. and G. Hayward: Int. J. Heat Mass Transfer, 26, 1547(1983).

54) Peltzman, A. and R. Pfeffer: Chem. Eng. Prog. Symp. Ser., 63, 49(1967).

55) Pfeffer, R. and J. Happel: AIChE J., 10, 605(1964).

56) Ramachandran, R. S. and C. Kleinstreuer: Chem. Eng. Commun., 36, 197(1985).

57) Ranz, W. E. and W. R. Marshall Jr.: Chem. Eng. Prog., 48, 141(1952).

58) Ray, A. K. and E. J. Davis: Chem. Eng. Commun., 6, 61(1980).

59) Rayleigh, J. W. S.: Proc. London Math. Soc., 10, 4(1878).

60) Renksizbulut, M. and M. C. Yuen: J. Heat Transfer, 105, 384(1983).

61) Renksizbulut, M. and M. C. Yuen: J. Heat Transfer, 105, 389(1983).

62) Rex, J. F., A. E. Fuhs and S. S. Penner: Jet Propulsion, 26, 179(1956).

63) Reid, R. C., J. Prausnitz and T. K. Sherwood: "The Properties of Gases and Liquids," 3rd ed., pp. 181-222,

391-601, McGraw-Hill, New York (1977).

64) Roache, P. J.: "Computational Fluid Dynamics," Hermosa Publishers Inc., Albuquerque, New Mexico(1976).

65) Sakai, T. and N. Hoshino: J. Chem. Eng. Japan, 13, 263(1980).

66) Sakai, T., M. G Sadakata, M. Saito, N. Hoshino and S. Senuma: Proceedings 2nd International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, pp.37-45(1982).

67) Sangiovanni, J. J. and A. S. Kesten: Sixteenth Symposium (International) on Combustion, pp.577 - 592(1976).

68) Sangiovanni, J. J. and A. S. Kesten: Combust. Sci. Tech., 17, 59(1977).

69) Sangiovanni, J. J. and L. G. Dodge: Seventeenth Symposium (International) on Combustion, pp.455-465(1979).

70) Sangiovanni, J. J. and M. Labowsky: Combust. Flame, 47, 15(1982).

71) Schneider, J. M. and C. D. Hendricks: Rev. Sci. Instr., 35, 1349(1964).

72) Shuen, J. S. : AIAA 25th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada, Jan., AIAA Paper-97-0137(1987).

73) Stimson, M. and G. B. Jeffery: Proc. Roy. Soc., Series A, 111, 110(1926).

74) Tal, R. and W. A. Sirignano: ASME paper 81-WA/HT-44 (1981).

75) Tal, R. and W. A. Sirignano: AIChE J., 28, 233(1982).

76) Tal, R., D. N. Lee and W. A. Sirignano, AIAA-82-0302 (1982).

77) Tal, R., D. N. Lee and W. A. Sirignano: Int. J. Heat Mass Transfer, 26, 1265(1983).

78) Tal, R., D. N. Lee and W. A. Sirignano: Int. J. Heat Mass Transfer, 27, 1953(1984).

79) Taniguchi ,I. and K. Asano: J. Chem. Eng. Japan, 20, 287(1987).

80) Tsuji, Y., Y. Morikawa and K. Terashima: Int. J. Multiphase Flow, 8, 71(1982).

81) Twardus, E. M. and T. A. Brzustowski: Combust. Sci. Tech., 17, 215(1978).

82) Umemura, A., S. Ogawa and N. Oshima: Combust. Flame, 41, 45(1981).

83) Umemura, A., S. Ogawa and N. Oshima: Combust. Flame, 43, 111(1981).

84) Wakiya, S.: J. Physical Society of Japan, 22,1101(1967).

85) Xiong, T. X., C. K. Law and K. Miyasaka : Twentieth Symposium(International) on Combustion, pp.1781-1787, Combustion Institute (1984).

86) Xiong, T. X., C. K. Law and K. Miyasaka: Paper No. 83-45, Fall Technical Meeting of the Western States

Section , The Combustion Institute, Los Angeles, California, Oct.17-18(1983).

謝　辞

本研究を行うにあたり、終始懇切なる御指導を賜りました浅野康一教授に厚く御礼申し上げます。さらに、多大なる御指導と御助言を賜りました小菅人慈助手に深く感謝致します。

また、御鞭達を頂きました本学の化学工学科の諸先生方、7章における均一液滴の生成方法について適切なる助言を賜りました埼玉大学・工学部・環境化学工学科の松本史朗教授、6章および7章の測定装置の製作にあたり御協力いただきました土田和雄氏に厚く御礼申し上げます。

さらに、本研究を行うにあたり実験に御協力していただきました前多一秀氏（現在（株）三菱化成工業勤務）、大学院修士課程2年生の川原隆宏氏、学部4年生の栗山常吉氏、および論文作製に御援助頂きました浅野研究室の皆様に心から感謝します。