T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	工作機械のボルト結合部曲げ静剛性に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	伊東誼
Author(English)	YOSHIMI ITO
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第388号, 授与年月日:1971年10月20日, 学位の種別:論文博士, 審査員:益子正巳
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第388号, Conferred date:1971/10/20, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

工作機械のボルト結合部曲げ静剛性に関する研究

東京工業大学工学部生産機械工学科

伊東　誼

東京工業大学 296794

φ6.10 A

目次

第1章　緒　論

1·1　まえがき ----------1

1·2　本論文の研究範囲及び内容 ----------18

1·3　本論文中に使用している主な記号 -----26

第2章　ボルト結合部曲げ静剛性の一般的な特性

2·1　まえがき ----------33

2·2　実験装置 ----------36

2·3　直列二本ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性 ----------40

2·3·1 曲げ静剛性の曲げ荷重，ボルト締付力依存性 ----------44

2·3·2 一体形の曲げ静剛性との比較 -----50

2·3·3 曲げ静剛性に及ぼすボルト結合部因子の影響 ----------51

2·4　直列二本ボルト締結梁の横曲げ静剛性 ---66

2·4·1 横曲げ静剛性の特異性，並びに剛性の定義 ----------66

2・4・2 曲げ静剛性の一般的な特性---------70

2・4・3 ボルト結合部因子の影響----------74

2・4・4 テーパピン，ガイドキーの効果----81

2・5 多数ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性----87

2・5・1 締結ボルトの配列方法----------88

2・5・2 締結ボルト本数と締結位置の影響--89
（結合部面積一定の場合）

2・5・3 締結ボルト本数と締結位置の影響---99
（結合部面積の変化する場合）

2・5・4 多数ボルト締結における曲げ静剛性の曲げ荷重とボルト締付力依存性----------100

2・6 まとめ----------104

第3章 二平面接合部の垂直方向接触剛性

3・1 まえがき----------111

3・2 実験----------117

3・3 限界面圧力と床の弾性係数の測定方法と測定結果----------126

3・4 床の弾性係数に対する考察----------135

3·5 まとめ ----------146

第4章 垂直荷重作用下の二平面接合部の横方向接触剛性とすべり変位

4·1 まえがき ----------150

4·2 実験装置 ----------153

4·3 横方向接触剛性とすべり変位率の定義 --158

4·4 横方向接触剛性とすべり変位の一般的な挙動 ----------162

4·5 表面性状の横方向接触剛性とすべり変位に及ぼす影響 ----------168

4·6 まとめ ----------185

第5章 近似モデルによるボルト結合部曲げ静剛性の理論解析と適用範囲

5·1 まえがき ----------189

5·2 垂直曲げ静剛性の理論解析 ----------191

5·2·1 ボルト締結片持梁の近似モデル ----191

5·2·2 締結ボルトのばね定数，並びにベース，ベースエッジ部の等価ば

ね定数 ----------194
5・2・3 直列二本ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性の理論解析 ----------203
5・2・4 多数ボルト締結梁の曲げ静剛性の理論解析 ----------219
5・2・5 近似モデルによる曲げ静剛性の理論値と実験値の比較，並びに本モデルに存在する問題点の考察 ----223
5・2・6 近似モデルによる曲げ静剛性の理論解析方法の適用範囲 ----------251
5・3 直列二本ボルト締結梁の横剛性値の理論解析----------260
5・3・1 ボルト締結片持梁の近似モデル ----260
5・3・2 横剛性値の理論解析と考察 --------264
5・4 まとめ ----------270
第6章 ボルト結合部を考慮した模型則
6・1 まえがき ----------275
6・2 模型則の理論的な検討 ----------280

6·2·1 垂直曲げ静剛性の場合 ----------280
6·2·2 横曲げ静剛性の場合 ----------284
6·3 実験 ----------287
6·4 実験結果，並らびに考察 ----------290
6·5 まとめ ----------300
第7章 結 論 ----------303
参考文献 ----------309
附錄 二平面接合部の接触面圧力の超音波による測定 ----------312

第1章 緒論

§1·1 まえがき

近年に於ける半素材部品の寸法向上は高速，軽切削により表面品位の良い高精度な部品加工の可能な性能を具備した工作機械を要求するようになってきたが，一方では加工能率を高めるために高速，重切削加工が可能でしかも加工精度が高く，表面状態の良好な加工の行なえるような性能を具備した重切削工作機械も良く要求されている．

この二つの要求は工作機械に作用する荷重の問題からみると全く相反するものであって，同時に両者の要求性能を満足させうるような工作機械の設計，製造は一般に困難である．これに対して，現在一般の生産工場で良く用いられている汎用工作機械では後者の性能が特に重要視されていて，加工能率を向上して生産を合理化することを効果的に行なうために多くの場合これらの機械は重切削を行なえる他に更に高度に自動化して idle time を少なくしている．しかし，このような工作機械では機械に flexibility がなくなる恐れがあるので，更に以上のような

性能を満足しながら機械が広いflexibilityを有することも要求されている．

以上のような種々の性能に対する要求を満足させるには一般に使用する工作機械の静，動剛性の高いことが必要となってくるが，この場合に問題となるのが数年前迄等閑視されていた工作機械に存在する機構上，運搬上，又は設計，製作上不可欠な結合部であって，この結合部は工作機械の剛性を左，右する基本構造要素部品（大物部品）をボルトにより互に結合したり，案内面として結合する形で工作機械構造のなかに存在する．従って，一台の工作機械の剛性は機種により多少の差はあるが，その骨組を形成する数個ないし数十個の基本構造要素部品の剛性とそれらの結合部の剛性によって定められることになる．しかし，この結合部剛性は基本構造要素部品の剛性にくらべると非常に弱く，いかに基本構造要素部品単体の剛性を上げても工作機械全体の剛性は増加しないと云われる程であるが，逆に結合部が存在すると減衰能が高くなる利点もある．故に，いずれにしろ結合部は工作機械の静，動剛性の大きな影響因子と思われる．

このような結合部は基本構造要素部品が機種によりその構造形態が千差万別であるにもかかわらず数十種に分類できるのと同様に，工作機械構造中では表1-1に示すような4種類に分類できる．すなわち，結合される二つの基本構造要素部品が互に相対運動の不可能な固定結合形式（Stationary Joint）と相対運動のできるすべり結合形式（Sliding Joint）とに大きく分けられ，固定結合形式としては基本構造要素部品を結合する手段としてボルトを用いるボルト結合と溶接継手により結合する溶接結合があり，すべり結合形式としては工作機械に不可欠な案内面の形態をとる案内結合がある．なお，案内結合では多くの場合にクランプ機構を有するので，このクランプ機構が作動しているときには簡単に固定結合形式となる．

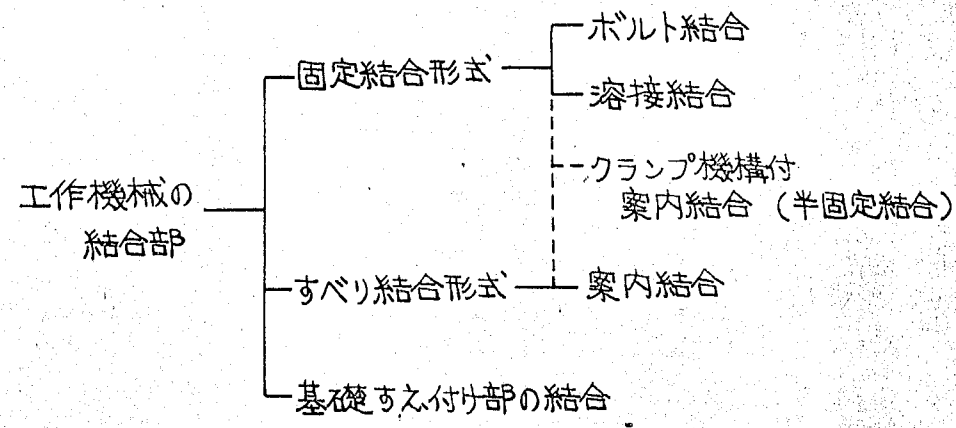


表1-1 結合部の種類

又，工作機械にはこの他に特別な結合部として基礎据え付け部があり，基礎ボルトを用いるボルト結合の他にたんに機械をレベリングブロック上に置くだけの結合方法があって，これはその構造，目的が前述の二つの形式とはだいぶ異なっている．

以上のような結合部のうち良く問題になるのは主にボルト結合部と案内結合部であるが，現状では実際の工作機械でも数多く使用されていて次に述べるように工作機械の設計，製造上の重要性が大きくなってきたボルト結合部に関する研究が要望されている．

1・1・1　ボルト結合部の重要性

従来より工作機械には例えばラジアルボール盤，平削り盤等のコラムとベースの結合部分，旋盤のベッドとレッグの結合部分のようにボルト結合部は存在していたが，これは基本構造要素部品が主に鋳造構造であるため，木型の分割，砂落し等鋳造上の問題やその内部に伝動機構，電気装置等を組込む組立上の問題，更には部品工作上の問題など工作機械の製作上の必要から設けられていたものであり，大型工作機械では運搬上の問題も考慮し

て設けられていた．従って，運搬手段に制約が少なく，一体鋳造の可能な中，小型工作機械では昔から一体形とボルト結合された分割形の得失がいろいろと問題にされている．

このような工作機械の構造構成方法に大きな影響を及ぼしたのが，いわゆるBuilding Block System[1]による工作機械の構成，製造方法である．この方式は良く知られているように「工作機械の主要機能部分及び構造部分を目的とするひとつの機能を持つ標準化されたユニットにまとめ上げ，このユニット同志の間で互に結合しうるような寸法及び構造上の関連を持たせて，特定の工作目的に対してそれぞれに応じた新しい工作機械をこれらユニットの結合により作る」という思想によるものである．このようなB.B.Sの思想は既に1940年頃アメリカ，ドイツに於て問題にされていたが，本格的に取上げられるようになったのは1957年頃アメリカで多量生産を行なう自動車産業の提唱で「標準ユニットによる工作機械の構成法」が熱心に検討され，実際に工場の生産設備として種々の利点が存在することを認めるようになってからである

従って，以上述べたような発展経過よりも判るように，従来このB.B.Sによって構成された工作機械は主に自動車産業に於ける専用工作機械，トランスファーマシンに限定されていたが，近年になりこれを汎用工作機械の製造に用いる傾向が現われてきた.(2)

このようなB.B.Sの使用方法ではユニットの分割，合理的な寸法系列への統一などに専用工作機械，トランスファーマシン以上の設計上の難点が存在するが，この方式によればユーザーの要求仕様に対して安く，短期間に機械を製造することが可能であり，仕掛経費の削減，同一部品使用による価格の低減，設計工数の削減等利点も非常に多い．又，特に比較的汎用性を要求されながら高度の自動化の進んだ自動旋盤，N·C旋盤のような機種をB.B.Sで構成しておけば，目的とする加工品の形状，寸法等が大きく変っても機械の転換が簡単になり，機械のflexibilityを広くすることができるので，汎用機の性格を多分に残している自動化された機種に対してB.B.Sを適用することも近年多くなってきている.(3)

以上のようにB.B.Sが用いられるようになると問題に

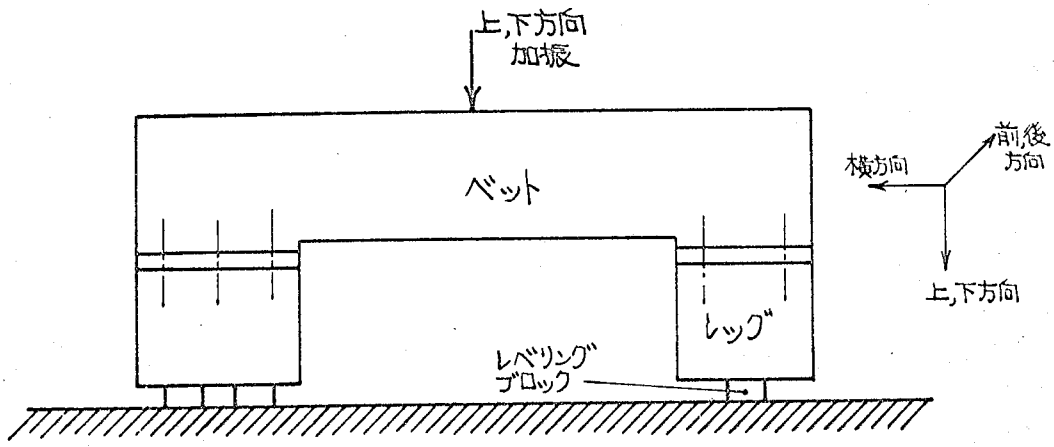
なるのが，分割された各ユニットの結合方法であって，一般にはボルトを用いて結合し，位置決めはガイドキーや駒で行なう方法を用いることが多く，いわゆるボルト結合部となる．又，B.B.Sによる構造では従来の構成方法の場合には不必要と思われる部分もB.B.Sを有効にするために分割されることもあり，一般にボルト結合部が増える傾向になってボルト結合部剛性の影響は大きなものとなってくる．従って，ボルト結合部の一般的な特性を明らかにして工作機械の構造設計に導入することが重要である．

以上のようにボルト結合部の静，動剛性はB.B.Sによる工作機械の構成方法の発展とともに問題になってきているが，この他に古くより問題となっている基本構造要素部品の溶接構造化，並らびに近年問題となってきた工作機械構造のComputer Aided Design（*一般にC.A.Dと略称する）とも関連して問題になってくるので以下にその概略を述べる．

工作機械の溶接構造は主に基本構造要素部品で問題となり，溶接構造にすると鋳造構造にくらべて同一剛性を

持たせるためには重量が軽くて済む，構造の形状，リブの配置は工作上ではなく主に使用目的で定まる等数多くの利点があるにもかかわらず依然として鋳造構造が良く用いられているが，これは単に製造価格の問題だけではなく，溶接構造は減衰性が悪いという点に原因があると一般には云われている．このような減衰能の低さは溶接工法の改良，溶接継手の適正な配置等により改良できることも近年良く報告[4]されている．

しかし，確かに鋼材，鋳物の素材ではその減衰能に差はあるが，その対数減衰率は0.01～0.005であり，ボルト



測定点	溶接ベット	鋳造ベット
前	0.0912	0.0989
横	0.0660	0.0925
上	0.0670	0.0895

図 1-1　溶接ベットと鋳造ベットの対数減衰率の比較

結合部の対数減衰率が0.1～0.2であることにくらべると小さい．従って，一台の工作機械に組立てればボルト結合部が存在するようになるので，例えば図1-1に1例を示す[5]ように溶接ベッドと鋳造ベッドの減衰能は同じ大きさになる．故に，ボルト結合部の減衰能を明確にすれば，高い減衰能を有する溶接構造の研究[4],[6]と相補って基本構造要素部品の溶接構造化が進むものと思われる．

次に工作機械構造のC.A.Dとボルト結合部の関連であるが，近年のように工作機械に要求される性能がその静，動剛性を含めて非常に高度なものになってくると，従来の工作機械設計の一般的な手法である試行錯誤的な方法，すなわち経験により側壁の肉厚，補強リブの位置，案内面の寸法，主軸径等を決定してそれらを組立てた機械全体の剛性は機械が完成した後に確認する方法，又は機械全体を非常に単純化したモデルにより概略計算を行なう方法，では製造原価，設計工数の増加，製造期間の長期化を招くのみで設計仕様の性能を工作機械に備えさせることが困難となり設計方法の合理化が必要となる．

このような目的に対して現在着目されているのが電子

計算機とマトリックス法による構造物の解法[7]の組合せによるC.A.Dであり，これによれば設計図面の段階でその機械の静，動剛性を計算することも可能であり，更に設計仕様の性能を満足させるための修正部分の決定，修正寸法の決定も将来は可能になると思われる．現在はまだ研究例も少なく，ボルト結合部を考慮する段階にはなっていないが，一般的な手法を述べたもの[8]，似たような手法でラジアルボール盤の剛性を図面より求めた例[9]，アナログ計算機により振動特性を計算する方法[10]の例などがある．

しかし，近い将来にはこのC.A.Dによる工作機械構造の設計方法はひとつの重要な課題になってくると思われるが，その際に問題となるのは基本構造要素部品とともに工作機械の剛性を支配するボルト結合部であり，ボルト結合部のマトリックス法に適するモデル化が必要となる．

1・1・2　ボルト結合部の種類と結合部剛性の影響因子

現在製造され，稼動している工作機械に存在する結合部を調査してみると表1-2に示すように非常に数多く存

結合部分	結合方法	結合部分を有する機種の例
ベース－コラム	ボルト結合	• プラノミラー，平削盤，竪旋盤，ラジアルボール盤，フライス盤，横中グリ盤，
ベース－アウターサポート	案内結合	• 横中グリ盤，オープンタイプ竪旋盤，
ベース－テーブル，サドル ベット－サドル ニー－サドル サドル－テーブル	案内結合	• プラノミラー，平削盤，竪旋盤，生産フライス盤，横中グリ盤． • 旋盤 • ニー形フライス盤 • ニー形フライス盤，テーブル形横中グリ盤
コラム－クロスビーム	案内結合	プラノミラー，平削盤，竪旋盤．
コラム－ヘッドストック	ボルト結合	• 竪フライス盤
クロスビーム－サドル コラム－テーブル アーム－サドル コラム－ニー	案内結合	• プラノミラー，平削盤，竪旋盤 • 形削盤 • ラジアルボール盤 • ニー形フライス盤
サドル－ヘッドストック	ボルト結合 案内結合	• ラジアルボール盤 • プラノミラー，平削盤，竪旋盤．
サドル－クロススライド	案内結合	• 旋盤
ベット－テールストック	案内結合	• 旋盤
コラム－トップビーム	ボルト結合	• プラノミラー，平削盤，竪旋盤．
レッグ－ベット		• 旋盤
コラム－アーム	案内結合	ラジアルボール盤
ベット－ヘッドストック	ボルト結合	旋盤
トップスライド－タレット	ボルト結合	タレット旋盤
コラム－オーバーアーム	案内結合	• 横フライス盤
サドル－ラム		• ラム形タレット旋盤
コラム－ラム		• 形削盤，竪削盤．

表1-2 工作機械に存在する結合部の実例

在しているが，このうちボルト結合部は旋盤のベッドとレッグ部にみられるような両端支持梁形式とラジアルボール盤のベースとコラム部にみられるような片持梁形式の結合方法に分類され，両端支持梁形式，片持梁形式とも図1-2に示すように平削り盤，プラノミラー等に存在する結合面が梁の中立軸に平行な場合（*説明の便宜上以下A形式と呼ぶ）とラジアルボール盤，中ぐり盤等に存在する結合面が梁の中立軸に垂直な場合（*以下B形式と呼ぶ）とに細分される．なお，両端支持梁形式の特性は片持梁形式から容易に推定できるものと思われる．

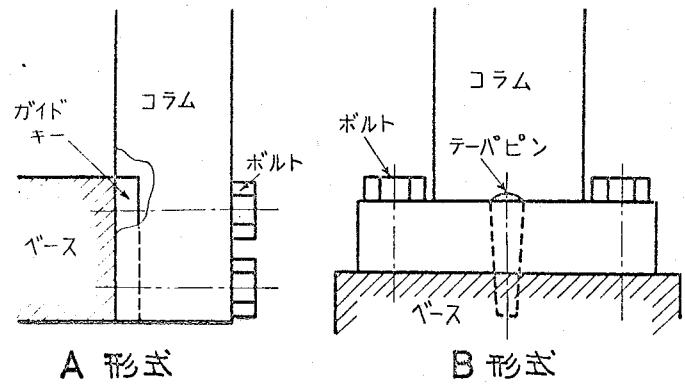


図 1-2 ボルト結合部の種類

一般にこのようなボルト結合部が存在するときには工作機械の剛性は低下するが，剛性低下に関係するボルト結合部剛性は結合面に生ずる接触面圧力分布形状と結合面の圧縮，まがり，並らびに締結ボルトの伸びに関係するものと思われる．

従って，従来の研究よりボルト結合部剛性の影響因子

として考えられるものは(i)結合面に関係する因子と(ii)結合方法に関係する因子とに分けられ，具体的に列記すれば次のようになる．

(1) 結合面に関係する因子

(a)結合面材料の物理的性質

(b)結合面のマクロ，ミクロ的な表面状態，加工方法，表面粗さ，表面のうねり，並びに油脂，プラスチック，金属の薄板等の介在物の有無．

(2) 結合方法に関係する因子

(a)結合面の形状，大きさ

(b)結合面中の接触面の数

(c)締結ボルトの径，機械的性質

(d)ボルト穴の径

(e)締結ボルトの締付け力，並びに締付け力の結合面に於ける有効作用範囲

(f)締結ボルトのねじ精度とねじ穴精度，又はナットのねじ精度

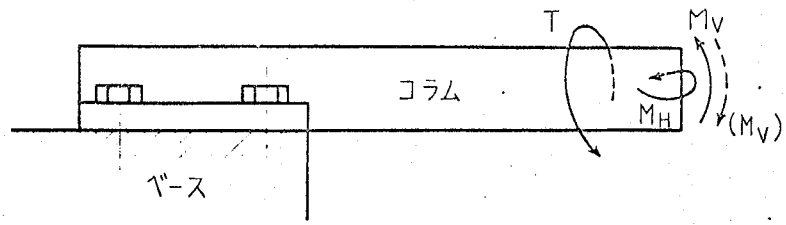
(g)締結ボルトの数，位置，並びに配列方法

(h)テーパピン，ガイドキー等の有無

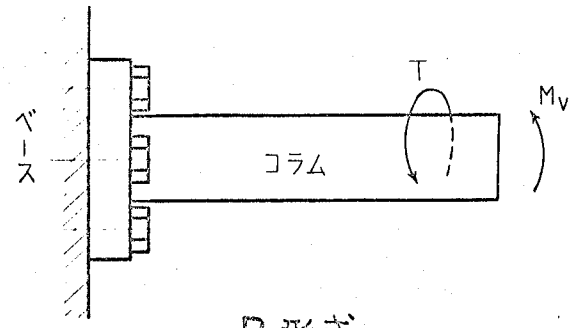
(ん)締結ボルトの頭部形状

1・1・3　ボルト結合部で問題とする作用荷重の方向と結合部剛性の定義

工作機械の剛性を考える場合には通常曲げとねじり作用を問題にするが，結合部剛性に対しても同じように曲げとねじり荷重を問題にする．この荷重の作用状態は図1-2に示したボルト結合部の形式によって多少の差があり，ふつうは図1-3に示すような荷重作用状態を考える．図より判るようにA形式では結合面に垂直に曲げ荷重が作用する他に結合面と平行に曲げ荷重が作用するが，B形式ではこれら二つの曲げ荷重は同時に作用する状態になる．なお，ねじりモーメントの作用は二つの結合形式では異なっている．



A形式



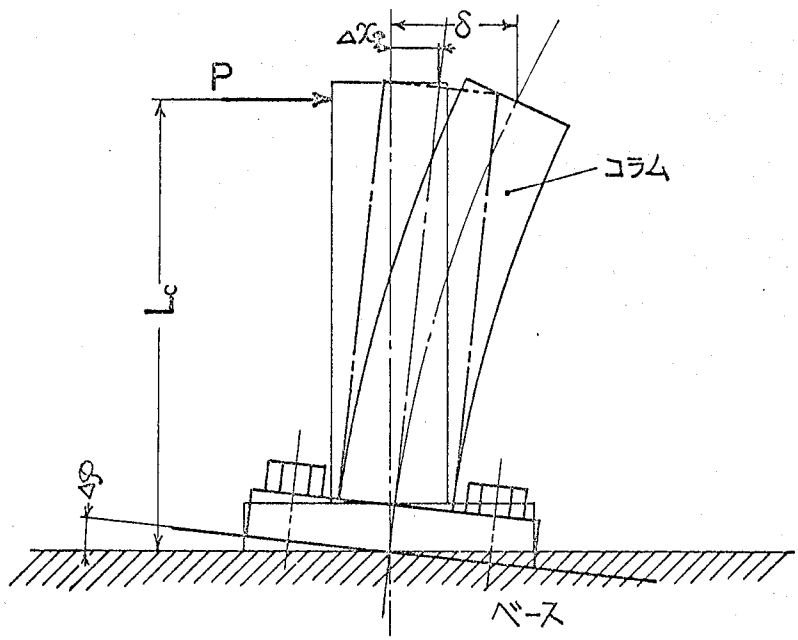
B形式

M_V：垂直曲げモーメント　M_H：横曲げモーメント
T：ねじりモーメント

図1-3 ボルト結合部に作用する荷重の種類

ここで問題となるの

は以上のような作用荷重のときのボルト結合部剛性の定義であり，まだ定まったものはないが，曲げ静剛性では一般に次の二つの定義が用いられている．ひとつはJ.Píč[11]，安井[12]らの用いているもので，図1-4に示すような曲げ荷重が作用したときにボルト結合部であるコラム底面に生ずる傾斜角$\Delta\varphi$，又はこの$\Delta\varphi$によるコラムの撓み$\Delta x_\varphi=\Delta\varphi\cdot L_c$により定義するものであり，他のひとつはSchlosser[13],[14]の用いているもので，図1-4に同時に示してあるようにボルト結合部の存在するコラムに曲げ荷重Pが作用したときの荷重点の撓みδを使用して，従来より工作機械の剛性の定義として用いられているものと同じであるP/δ (kg/μ) なる量により結合部の曲げ静剛性を表わすもので，一体形の剛性と比較して結合部の存在による剛性低下を表わす．



$\Delta x_\varphi=\Delta\varphi\cdot L_c$,　$C_B=P/\delta$　Kg/μ

Píč，安井らによるもの，　Schlosserによるもの

図 1-4　ボルト結合部の曲げ静剛性の定義

本論文ではボルト結合部剛性の定義として後者の方法を用いている．前者の方法によれば，例えば安井らの示しているように傾斜角は $\Delta\varphi=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4$，但し，$\lambda_1$=ボルト及びボルト座の弾性変形による傾斜，$\lambda_2$= 角部の直角のくずれによる傾斜，$\lambda_3$=水平部の弾性変形による傾斜，$\lambda_4$= 結合面の接触状態などの精度的要因による傾斜，で与えられ，ボルト結合部の剛性を一般的に表示できる利点はあるが，実際に設計を行なうときに問題となるボルト結合部の存在による剛性低下に影響する因子が考慮しにくいこと，又，一般的に工作機械で用いられている剛性の概念と一致しにくいという問題点もある．これに対して，後者の方法は剛性低下の割合を示すのに便利であるが，コラム自体の曲げ撓み等も含めて表示しているので結合部剛性のみを表示できない問題がある．

なお，ねじり静剛性，曲げ，ねじり動剛性についても基本的には以上と同じような二つの表示方法が考えられるので，用途によって使用する定義を区別する必要がある．ここで参考として案内結合部の動剛性について研究しているCorbach[15]が用いている動剛性の定義を示すと，二

平面の接合部を図1-5のようなばねとダッシュポットで近似できるものとして，結合部の剛性 $S=S_a+jS_b$ なる複素数表示を考え，実数部 S_a を剛性，虚数部 S_b を減衰剛性（Dämpfungssteifigkeit）と呼び，S_a と位相差 $\eta=S_b/S_a$ で動剛性を表示している．

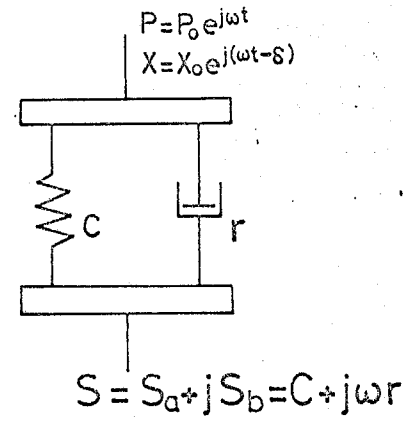


図 1-5 結合面動剛性の定義
(Corbach による)

§1・2　本論文の研究範囲及び内容

以上説明したように工作機械の構成上重要なボルト結合部に関する研究は影響する因子が非常に多いことと解明のむずかしい二平面の接合部が関係することにより従来あまり取扱われていず，前節迄に述べたように曲げ静剛性，ねじり静剛性についてSchlosser[(13),(14)]が簡単な研究を行なっている他は数例の報告がみられるのみであり，それも散発的なものであるため，ボルト結合部の静的，動的な挙動はほとんど不明の状態にある．

従って，本論文ではこのようなボルト結合部の曲げ荷重に対する静的な挙動を明らかにするため，平削り盤のベースとコラム部にみられるようなA形式のボルト結合部の曲げ静剛性について実験的な検討を行ない，ボルト結合部のもす一般的な特性を解明すると同時に以上のような一般的な特性の検討で明らかとなったボルト結合部の基本的な問題点について述べ，それらを解明するための基礎的な研究を行なった結果について述べている．又，更に以上の研究により得られた結果を用いて，ボルト締結された片持梁の曲げ静剛性を近似モデルにより解析

する方法を明らかにして，工作機械構造を設計するときの補助手段である模型則をボルト結合部を考慮して検討を行ない，ボルト結合部が存在しても模型則が成立することを明らかにしている．

すなわち，本論文は7章と附録より構成されていて，各章と附録の概要は次のとおりである．

第1章「緒論」では工作機械のボルト結合部が近年重要視されるようになってきた背景とボルト結合部に関する従来の研究状況を説明して本研究の意義，目的を明らかにすると同時に従来の研究により明らかとなっているボルト結合部の特性，問題点を整理して簡単に説明している．

第2章「ボルト結合部曲げ静剛性の一般的な特性」では従来の研究が系統的なものではなく，まだボルト結合部の静的な挙動がほとんど不明な状態であるため，A形式のボルト結合部を簡単なボルト締結片持梁としてモデル化することによりボルト結合部の垂直曲げ静剛性，横曲げ静剛性に及ぼす結合部の影響因子の効果を一連の系統的な実験により検討している．

研究はボルト結合部曲げ静剛性をボルト締結された梁の曲げ静剛性として考え，その一般的な特性を把握する方法で行なっていて，曲げ静剛性が曲げ荷重依存性，締付力依存性をホし非線形な特性を持つこと，これら依存性はボルト結合部因子により影響されるが特に締結される梁の曲げ剛さに影響されること，又，ボルト締結梁の曲げ静剛性の低下には梁の曲げ剛さが大きく関係すること等従来の研究で認められていない新しい事実を明らかにしている．又，これらの実験的な事実よりボルト結合部のもっとも基本的な要素として考えられる締結ボルトと二平面接合部のホす特異性について検討を行ない，ボルト結合部に存在する基本的な問題点について述べている．

第3章「二平面接合部の垂直方向接触剛性」ではボルト結合部剛性や締結ボルトの締付力が有効に作用する範囲等を支配するボルト結合部のもっとも基本的な要素であり，垂直曲げ静剛性に直接的な影響を及ぼす二平面接合部の垂直方向接触剛性を取扱っている．研究はボルト結合部で生じやすい被締付け材が接合部分の持つ接触剛

性にくらべて相対的に弱い状態，すなわち弾性床上の弾性梁，又は平板とみなせる状態における二平面接合部の垂直方向接触剛性を超音波による接触面圧力測定法を利用して測定する方法についてまず検討を行なっている．この超音波による接触面圧力の測定はこのような二平面接合部に関する研究の補助として別に研究を行ない，開発したもので，その詳細は附録に述べてある．研究の結果，あらたに開発した測定方法を利用することにより表面粗さ，仕上方法，材質等を変えたときの接合面の垂直方向接触剛性が十分測定できることを明らかにしている．又，測定された結果について考察を行ない，このような二平面接合部の垂直方向接触剛性は表面粗さ，仕上方法，表面の硬さ等接合面の性質，状態に大きく影響され，接合面における接触点の多い平面では大きな値を示すが，逆に被締付け材のそり返えりは大きくなること等，接触部の剛性が示す特性を明らかにしている．

更に，これらの考察を行なうことにより明らかとなったこのような二平面接合部に存在する解決すべき数多くのあらたな興味ある問題点，例えば，接触剛性の試片す

法依存性や接合面の存在による剪断応力の乱れによると思われる垂直変位の増加現象，についても述べている．

第4章「垂直荷重作用下の二平面接合部の横方向接触剛性とすべり変位」では第3章で取扱った二平面接合部の接触剛性のもうひとつの問題であり，横曲げ静剛性とボルト結合部の減衰能に関係する垂直荷重が作用するもとでの横方向接触剛性とすべり変位について取扱っている．この種の研究は従来あまり行なわれていないので，本研究ではその一般的な特性を明らかにするため，接合部の示す接触剛性にくらべて相対的に強い剛性を持つ試験片を用いて実験を行ない，横方向接触剛性とすべり変位の非線形な平均接触面圧力依存性，並らびに垂直方向接触剛性と同様に表面粗さ，仕上方法等の接合面の表面の性質，状態が横方向接触剛性とすべり変位に大きく影響すること，特に横方向接触剛性では垂直方向接触剛性と異なり，その値が極大値を示す表面粗さの存在すること等を明らかにしている．又，更に横方向接触剛性の発生機構についても考察を行ない，二平面を形成する材料の流れ圧力と作用する接触面圧力の値によってばね作用

の発生機構が異なること，表面突起部の微少な凝着が主要因と考えられる軟鋼ではその横方向変位に0.1μ程度の微視的な一種のStick-Slipが存在し，その連続として横方向変位が生じること，も明らかにしている．

第5章「近似モデルによるボルト結合部曲げ静剛性の理論解析と適用範囲」では以上のような基礎的な研究の結果と第2章で明らかにしたボルト結合部の一般的な特性を考慮して，ボルト結合部を有する片持梁の曲げ静剛性を等価ばね支点を用いた近似モデル，又は弾性床上の梁とした近似モデルにより求める方法について理論解析を行ない，ボルト締結片持梁の曲げ静剛性の一般的な表示式を次のように与えている．

垂直曲げ静剛性：$K_b = \dfrac{K_o}{F(\lambda,K) - G(\lambda,K)\frac{Q}{P}}$

横曲げ静剛性：$K_{bh} = \dfrac{K_{oh}}{1 + H(\lambda,K)K_{oh}}$

又，解析結果を実験値と比較することにより，曲げ静剛性の近似モデルによる計算方法の妥当性，適用範囲を検討して，このような解析方法が充分実用になること，並びに本解析方法に存在する問題点を明らかにしている．

第6章「ボルト結合部を考慮した模型則」では本研究の実際問題への応用例のひとつとして，工作機械の構造設計の際に補助手段として良く用いられる模型則をボルト結合部を考慮して理論的，実験的に検討を行なっている．従来，このような結合部が存在すると模型則は成立しないと云われていたが，本研究ではボルト結合部が存在しても締結条件によっては模型則が成立することを示し，成立するための条件について説明している．

第7章「結論」では以上のような研究の総括として各章の結論を要約して述べるとともに本研究により新らたに明らかとなったボルト結合部に関する基礎的な問題点，又，ボルト結合部を考慮した工作機械の構造設計に関する今後の問題点について簡単に説明を行なっている．

附録「二平面接合部の接触面圧力の超音波による測定」ではボルト結合部に限らずこのような二平面接合部の問題を解明するのに従来より障害となっていた接触面圧力の非破壊的な測定方法について理論的，実験的な考察を行ない，接合面に於ける超音波の音圧反射特性と接合面の弾，塑性変形を利用した新しい接触面圧力の測定方

法を開発したことを述べている．なお，この測定方法は本論文の第3章で具体的に実際問題へ応用している．

§1・3　本論文中に使用している主な記号

本論文中に使用している主な記号，添字とそれらが示す意味，並らびに無次元量を以下に示す．

a：サドル中心よりの距離

B^*：締結ボルト頭部の対辺寸法

B_s：サドルの幅

b：梁の幅

C^*：締結ボルト頭部の対角寸法

c：音波の伝幡速度

d：締結ボルトの呼び寸法，又は直径

d_1：ボルト穴の直径

E：梁，又はサドルの縦弾性係数

E_b：締結ボルトの縦弾性係数

f：水晶発振子の発振周波数

G：梁の横弾性係数

$H(\lambda,\kappa)$：$L_e/2\beta_n^2 EI \cdot H_0(\lambda,\kappa)$

H_s：サドルの厚さ

H^*：締結ボルト頭部の厚さ

h：梁の厚さ

h_{se}：C.R.T.上のエコー高さ

h_{si}：C.R.T.上の送信パルス波高

h_{max}：表面粗さの最大高さ

I：梁，又はサドルの断面二次モーメント

I_b：締結ボルト首下部の断面二次モーメント

I_{eq}：梁のボルト穴部の平均断面二次モーメント

K：剛性，又はばね定数

K_b：ボルト締結片持梁の曲げ静剛性

K_{bhT}：テーパピンを設けたときの横剛性値

K_0：$3EI/L_0^3$

K_v：一体形の曲げ静剛性

K_{TP}：テーパピンが有効に作用しているときの横剛性値

k^*：二平面接合部の単位面積当りのばね定数又は接触剛性

$\bar{k}$：二平面接合部の単位長さ当りのばね定数

k：近似モデルに於けるベース部の等価ばね定数

k_b：締結ボルトのばね定数

k_{edge}：近似モデルに於けるベースエッジ部の等価ばね定

数

L_e：梁の突出し長さ（図1-6参照）

L_s：サドルの長さ

L_o：仮想片持梁の突出し長さ（図1-6参照），又は近似モデルに於ける subscript n 支点より荷重点迄の距離；曲げ荷重の種類により次のようになる．

$L_{ou} = L_e + l_f$,

$L_{od} = L_e$,

$L_{ov} = L_e$,

$L_{oh} = L_e$,

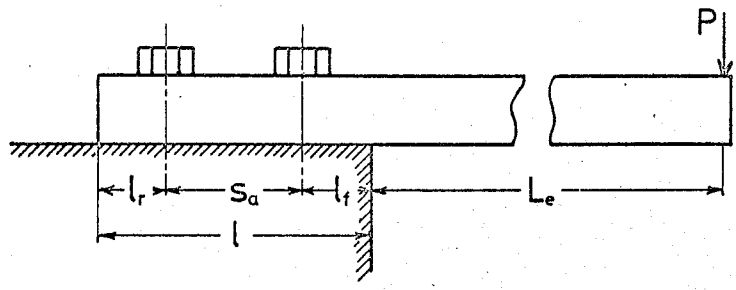


図1-6

l：ボルト結合面の長さ

l_b：締結ボルト首下部の長さ

l_f：ベースエッジ部と前部締結ボルトの距離（図1-6参照）

l_r：後部締結ボルトと梁の後端部の距離（図1-6参照）

M_b：締結ボルト頭部の抵抗モーメント

P：曲げ荷重

P_a：横曲げの限界曲げ荷重

P_s：音圧

p_{cr}：サドルガー様決下する限界面圧力

$\bar{p}_\lambda$：平均締付圧力

p_m：接触面圧力

$\bar{p}_m$：平均接触面圧力

Q：締結ボルトの締付力

Q_{cr}：サドルガー様決下する限界集中荷重

Q_n：二平面接合部に作用する垂直荷重

R：支点反力

r_m：表面の接触点の平均半径

S：サドルの表面積，又は見掛けの接触面積

S_A：梁の横断面積

S_λ：二平面接合部の初期接触面積

S_R：Rötscherの圧力円錐により定まるボルト締付力の作用する接触面積

S_{Rk}：Rötscherの圧力円錐により定まるベース部の等価ばね作用に関係する接合面の範囲

ΔS：垂直荷重Q_nによる接触面積の増加分

S_a：ボルト締付間隔

t：時間

t_1：水１Ｆ波の戻り時間

t_i：C.R.T.上の送信パルス幅

W：荷重

w：弾性撓み

w_b：締結ボルトの伸び

r, θ, z：円筒座標系

x, y, z：直交座標系

β：$\sqrt[4]{k/4EI}$

δ：荷重点の撓み

δ_e：ベースエッジ部の撓み

σ_{eb}：締結ボルト材料の弾性限

無次元量

E_R：反射波高比　h_{se}/h_{si}

$F(\lambda,\kappa), G_r(\lambda,\kappa)$：ボルト締結梁の寸法比，ベースの等価ばね定数$k$，締結ボルトのばね定数$k_b$などにより与えられる関数で，$F(\lambda,\kappa)$はボルト締結梁の垂直曲げ撓みに及ぼす曲げ荷重の影響，$G_r(\lambda,\kappa)$はボルト締付力の影響を示す．添字bは曲げ，sは剪断，θは

ボルト穴の影響を示す．

$F^*(\lambda,K)$, $G^*(\lambda,K)$：$\beta_r l$, $\beta_r L_e$によって定められる関数で$F^*(\lambda,K)$はボルト締結梁の垂直曲げ撓みに及ぼす曲げ荷重の影響，$G^*(\lambda,K)$はボルト締付力の影響を示す．

$H_0(\lambda,K)$：$\beta_h l$, $\beta_h L_e$によって定まる関数で横曲げ撓みに及ぼす曲げ荷重の影響を示す．

m：剪断撓みに及ぼす梁の形状の影響を示す係数

n：近似モデルに於ける等価ばね支点の総数

R_p：音圧反射率

R_s：二平面接合部のすべり変位率

z_m：締結ボルトの本数

α_u：s_a/l_r，α_d：s_a/l_f，γ_u：s_a/L_{ou}，γ_d：s_a/L_{od}，

ε_{1u}：h/L_{ou}，ε_{2u}：l_r/h，ε_{1d}：h/L_{od}，ε_{2d}：l_f/h，

ε_b：$E_b I_b/EI$，ε_{ef}：I_{ef}/I，

K_s：荷重縮尺比

λ_s：寸法縮尺比

μ：摩擦係数

ν：ポアソン比

添字

d：垂直下方向曲げ

h：横方向曲げ，又は横方向

I：入射波

j：ボルト結合部の近似モデルに於ける支点番号

m：模型

max：最大値

R：反射波

T：透過波

th：理論値

u：垂直上方向曲げ

V：垂直曲げ，又は垂直方向

第2章 ボルト結合部曲げ静剛性の一般的な特性

§2·1 まえがき

工作機械構造の静的，動的な特性に大きな影響を及ぼすボルト結合部の静的，動的な挙動を明らかにするとき，もっとも基本的な問題はその静剛性とボルト結合部の各影響因子との関連である．しかし，従来この種の研究はほとんど行なわれていず，緒論でも述べたように，わずかにSchlosser[13],[14]の一連の研究がみられるのみである．

Schlosserの研究は本論文のボルト結合部の分類でB形式に属するものを対象として行なっており，一体型とボルトーナット結合された分離形の比較によりボルト結合部剛性を検討している．しかし，その研究は実際の設計に役立てることを主目的にし過ぎているため，ボルト結合部の示す特異性を充分検討しているとは云えない．又，緒論で述べたボルト結合部の影響因子のうち締結ボルトの数と位置，ボルト締付力，結合面の表面粗さ等その一部分を取扱っているに過ぎないので，ボルト結合部の曲げ，ねじり静剛性の示す特性の概略を知ることができるのみである．

従って，本研究ではSchlosserの研究の足りないところを補って,ボルト結合部曲げ静剛性の示す挙動を明らかにすることとこのようなボルト結合部に存在する基本的な問題点を把握することを目的として研究を行なっているが，そのため従来検討が行なわれていず，又，B形式より荷重状態の複雑な,平削り盤のコラムとベースの結合部にみられるようなA形式のボルト結合部を対象として実験的な研究を行ない，曲げ静剛性の示す特異性，並らびにボルト結合部各影響因子と曲げ静剛性の関係を検討している.

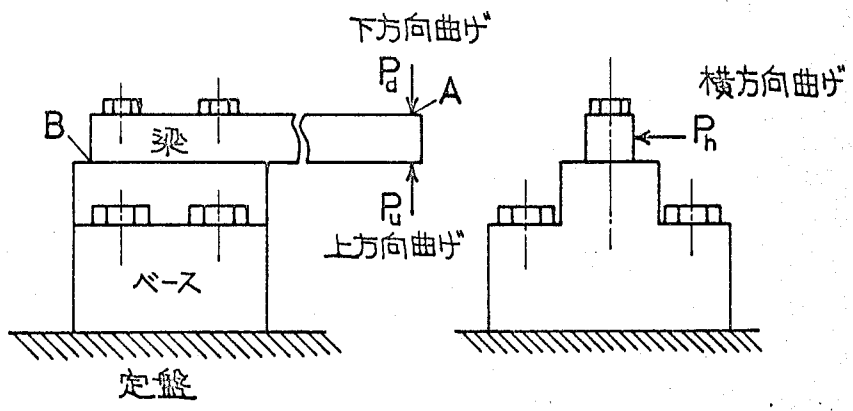


図2-1

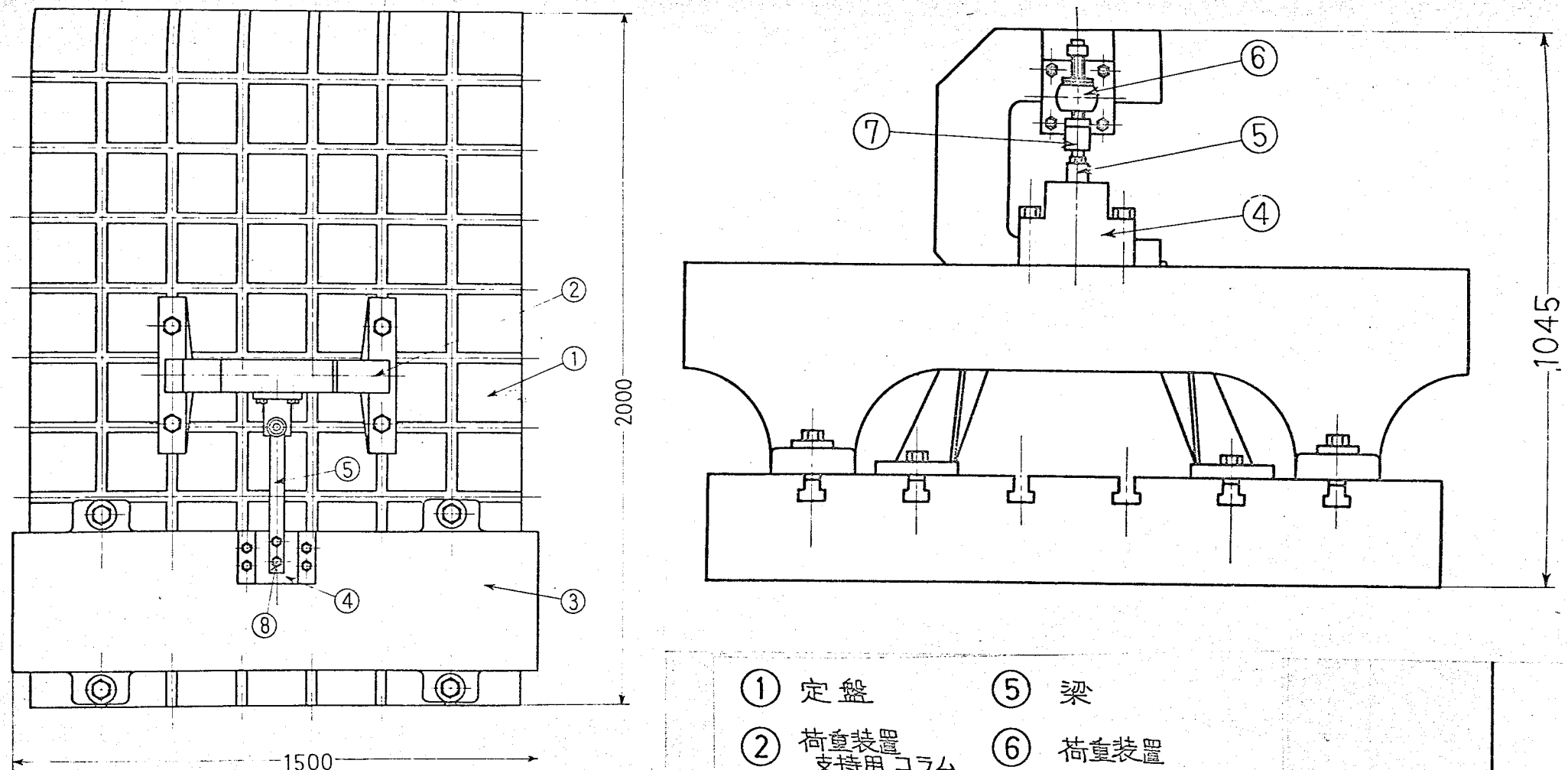
実験の際にはまずA形式ボルト結合部の特性を明確に把握するため，ボルト結合部をそのもっとも基本的な形態である図2-1のような直列二本，又は多数ボルト締結片持梁として模型化を行ない，図示してあるような垂直上，下方向曲げ荷重，並らびに横方向曲げ荷重が作用するときのボルト結合部の示す特異性，並らびにボルト結合部の影

響因子と各曲げ静剛性の関係を明らかにしている．ボルト結合部は二平面の接合部と締結ボルトより構成されていて，二平面の接合部はそのたわみが非線形な挙動を示す[06]ので，ボルト結合部曲げ静剛性は作用曲げ荷重とボルト締付力に依存する特異性を示すものと考えられるので，ここでは特に，これら二つを分離して検討を行ない，ボルト結合部影響因子としては曲げ静剛性に大きく関係すると考えられる次のようなものを検討している．

(i)ボルト締付間隔，(ii)結合面の大きさ，(iii)締結ボルトの径，(iv)テーパピン，ガイドキーの効果，(v)締結ボルトの数，位置，並びに配列，(vi)梁の形状，(vii)結合面の表面粗さ，仕上方法，並びに油等の結合面介在物の効果．

§2·2　実験装置

ボルト結合部の曲げ静剛性を測定するには図2-1に示した各荷重作用点に於ける梁の撓みと作用荷重を正確に測定する必要があるので，これらの測定が精度良く容易にできるような実験装置を設計，製作したが，その概略を図2-2に示す．図には1例として直列二本締結の垂直下方向曲げの状態を示してあるが，①は丁溝付定盤であり，荷重装置支持用コラム②，試験片取付け用ベース③は六角ボルトM24でこれに取付けてある．④，⑤が模型化したベースと梁であり，梁⑤の先端に荷重装置⑥により曲げ荷重が加えられるようになっていて，曲げ荷重は荷重装置先端に装着した抵抗線式荷重計⑦を用いて検出する．又，締結ボルト⑧の締付力はボルト首下部に歪ゲージをはって検出し，所要の値が得られるようにした．この場合，ボルト頭部の傾きや被締付材である梁への頭部エッジ部の喰い込み等によりボルトに曲りが生じる恐れがあるので，それによる締付力の測定誤差を防ぐため，図2-3に示すようなブリッジ回路とした．更に，梁の撓



①	定盤	⑤	梁
②	荷重装置支持用コラム	⑥	荷重装置
③	試験片取付用ベース	⑦	抵抗線式荷重計
④	ベース	⑧	締結ボルト

図 2-2 実験装置

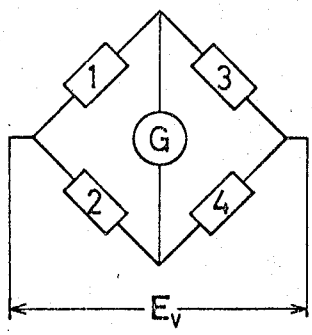
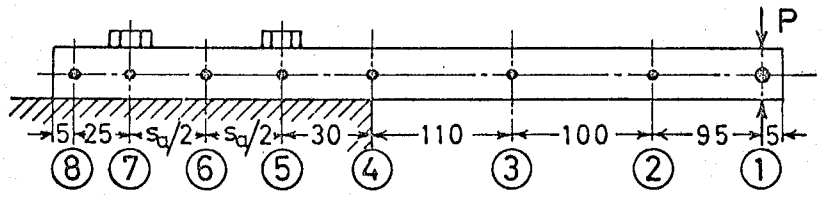


図 2-3 ボルト締付力測定用ブリッジ回路
1,4：測定用歪ゲージ，2,3：温度補償用歪ゲージ
G：ガルバノメータ，　E_V：ブリッジ電源電圧

みは荷重点位置である梁の先端部分のみで測定すれば良いのであるが，梁の撓み状態の測定もダイヤルゲージとUゲージを用いて同時に行なった．測定位置，ならびに使用測定器の感度は図2-4に示す．尚，本装置ではベース㊍の取付けボルトが曲げ荷重の作用時に伸びることによって梁の先端に附加的な撓みが生じることがあり，これによる測定精度の低下が大きな問題となる．従って，ベース㊍は取付け用ベース③に六角ボルトM20，4本で充分強固に締付けてあり，実験の前にあらかじめその伸びを測定して直列二本締結に関する実験の荷重範囲内では梁の先端撓みに影響のないことを確認した．



梁の突出し部分（測定点1,2,3）
1/100mm ダイヤルインジケータ
梁とベースの結合部分（測定点 4,6,8）
1/1000mm ダイヤルインジケータ
Uゲージ（共和電業製 120T-1000A）

注）測定点2,3は梁の突出し長さが短かい場合には省略

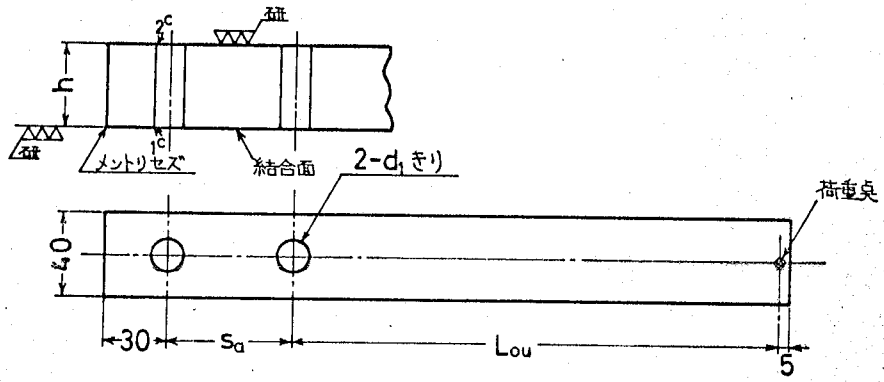
図 2-4 梁の撓み測定位置並びに測定使用計器

しかし，多数締結時には影響が生じるので，この部分のボルトの伸びによる測定誤差を除去できるようにベース④に変位測定器支持用の補助の梁を取付け，これを基準として梁の変位を測定している．

又，このような二平面接合部の存在を問題とするときの弾性撓みの測定では，接合面の表面粗さの微小なつぶれ，いわゆる面のなじみが測定値に影響し，例えばJ.Pi[11]の報告にもあるように表面の仕上方法，材質に関係なく，1回目の荷重時と2回目以降の荷重時に測定される弾性撓みは大きく異なってくる．従って，二平面接合部について基礎的な研究を行なっている第3章，第4章の実験と同じように，本章に於ける実験でもあらかじめ実験条件と同じ曲げ荷重，ボルト締付力を予荷重として数回作用させた後，梁の撓みを測定している．

§2·3　直列二本ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性

ボルト結合部曲げ静剛性の示す一般的な特性を明らかにするために，前節で説明した実験装置を用いてA形式ボルト結合部のもっとも簡単で基本的な形態である図2-1に示した直列二本ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性についてまず実験的な研究を行なった．実験は図2-5，図2-6，図2-7，に示す寸法，形状の梁，ベース，並らびに締結ボルトを使用して行ない，前述の各影響因子のうち垂直曲げ静剛性に大きく影響すると思われる締結ボルト径d，



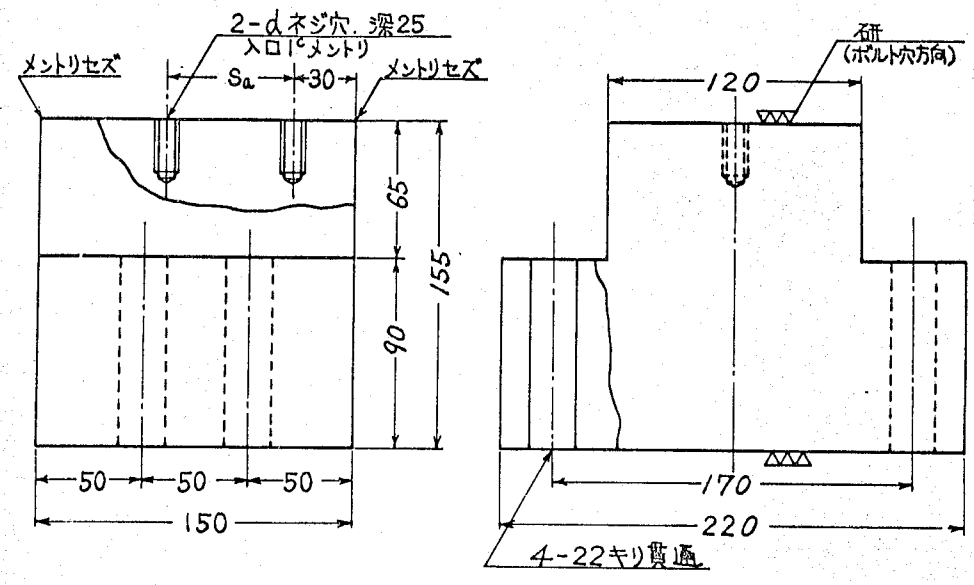
材質 SS41B，結合面表面粗さ h_{max}=1.0 μ

単位 mm

h	Lou	sa	d1
24	335	60	14
40	335	30 70 40 90 60	14
	335	40	7.5 9 20 (7.2 X 8.8)
	130 230	60	14
60	335	60	14

注)(　)内はJISの値

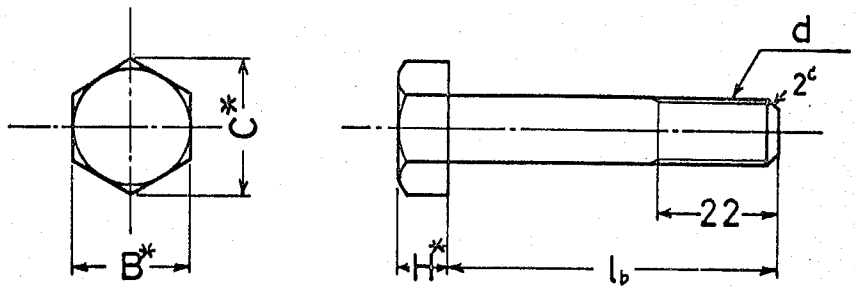
図 2-5 梁の寸法と形状



材質 SS41B，結合面表面粗さ h_{max} 2.5μ

d	s_a mm
M12	$^{30}_{70}$ $^{40}_{90}$ ^{60}
M6, M8, M18	40

図 2-6　ベースの寸法と形状



単位 mm

d	H*	l_b	B*	C*	ピッチ
M6	4	60	10	11.5	1.0
M8	5.5	60	14	16.2	1.25
M12	9	45	21	24.2	1.75
	9	60	21	24.2	1.75
	9	80	21	24.2	1.75
M18	12	60	29	33.5	2.5

ネジ精度 2級，材質 SS41B

図 2-7　締結ボルトの形状と寸法

ボルト締付間隔 S_a，梁の厚さ h，梁の突出し長さ L_e，更に結合面に良く用いられるキサゲ仕上面の坪当り，結合面間の介在物の効果等について検討した．

実験の際には，各締結ボルト径に対して先端の曲げ荷重 P，ボルト締付力 Q，締付間隔 S_a，を表2-1に示すような値として，それらの値のいろいろな組合せについて梁の撓みの測定を行なった．尚，従来の研究によれば，

d	P Kg	Q Kg	S_a mm
M6	25, 50, 75	100, 200	40
M8	50, 100, 150	200, 400	
M12	50, 100, 150, 200	200, 400, 600, 800, 1000	30, 40, 60, 70, 90
M18	50, 100, 150, 200, 300		40

表2-1

結合面の介在物は垂直曲げ静剛性にほとんど影響しないと云われているが[13),(14),(16)]，結合面の介在物の影響を検討する実験のとき以外は実験条件が常に一定となるように，結合面のよごれ，油脂等をトリクレンで完全にぬぐい去って，結合面を清浄な固体接触状態としている．

次にボルト結合部曲げ静剛性の定義としてはSchlosser[13]の用いているものと同じ定義を本論文でも使用する．すなわち，図2-1で曲げ荷重Pが作用するA点の撓みをδとして，先端の曲げ静剛性 $K_b=P/\delta$ (kg/μ) なる値を考え，ボルト結合部の各影響因子によるこの先端曲げ静剛性の変化によりボルト結合部曲げ静剛性の強弱を考えることにする．これによれば先端の曲げ静剛性が大きければ，ボルト結合部曲げ静剛性も高いことになるので，以下の各項ではこのような定義に従って整理した実験結果を用いてボルト締結片持梁の曲げ静剛性が示す特性について述べる．尚，図，表中に用いている記号の意味は次のとおりである．

K_0：下方向曲げではベースエッジ部，上方向曲げでは前部締結ボルト位置を固定端とした仮想の一端固定片持梁が示す曲げ静剛性 $=3EI/L_0^3$，但し，L_0=突出し長さ，E=梁の縦弾性係数，I=梁の断面二次モーメント．

K_{bu}, K_{bd}：ボルト締結片持梁の曲げ静剛性，但し，添字u，dは上方向，下方向を示す．

2·3·1　曲げ静剛性の曲げ荷重，ボルト締付力依存性

工作機械のボルト結合部は梁が弾性体である締結ボルトによって弾性床であるベースに締結されている．このために梁の先端部分の撓みδは先端に作用する曲げ荷重Pによる撓みとボルト締付力Qによる撓みの合計されたものとなっているが，更に，これら二つの荷重によりベースに生ずる撓みはベースのばね作用が非線形なものであり，円錐ばねと同じような挙動を示すため非線形なものとなる．従って，ボルト締結片持梁の曲げ静剛性は曲げ荷重Pとボルト締付力Qに関係した非線形な挙動を示すものと思われる．

図2-8は以上のことを確認した実験結果の一例を曲げ荷重に対する曲げ静剛性の変化として示したものであるが；図示したような傾向はボル

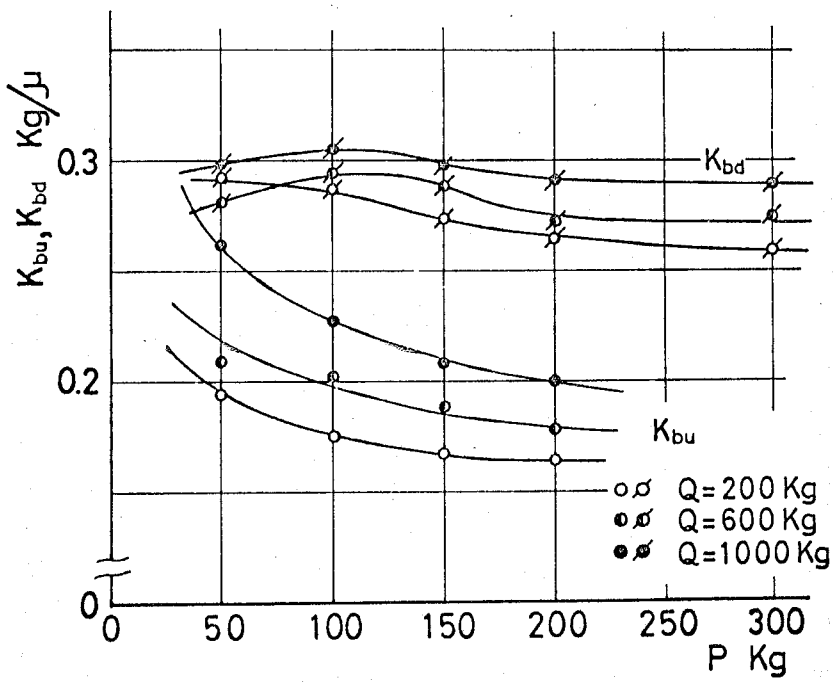


図 2-8 曲げ静剛性に及ぼす曲げ荷重の影響
締結ボルト：d=M12，締付間隔 s_a=60mm，
梁の厚さ h=40mm，梁の幅 b=40mm，
ベースエッジ部よりの突出し長さ L_e=305mm

ト結合部の寸法によって程度の差はあるものの実験したすべての場合について認められるので，これよりボルト締結片持梁の曲げ静剛性は曲げ荷重Pに関係することが明らかである．又，その傾向は図にも示されているように上方向曲げ静剛性では曲げ荷重Pが増加すると剛性は一様に弱くなる．しかし，下方向曲げ静剛性では曲げ荷重の低い範囲では必ずしも剛性は低下しないで多少増加する傾向にあり，曲げ荷重がある値をすぎると一様に低下する特性を示しているが，その曲げ荷重依存性は上方向曲げ静剛性のように強くはない．尚，上，下方向曲げ静剛性の区別なく，曲げ静剛性は曲げ荷重が大きくなると，それぞれ一定値に近づく傾向にある．

更に，図によれば，上方向曲げ静剛性は下方向曲げ静剛性より剛性が約7割程度低くなっているが，これは上方向曲げではボルトをベースエッジ部で締められないため，梁の突出し長さが下方向曲げより長くなるためであり，上述の数値はほぼ上，下方向突出し長さL_0の三乗の比になっている．

ここで，曲げ荷重Pが小さいときに下方向曲げ静剛性

の示す曲げ荷重依存性の特異性を明らかにするため，先端の撓みの測定誤差が少なくなるように考慮して，厚さ $h=24$ mmの梁について曲げ静

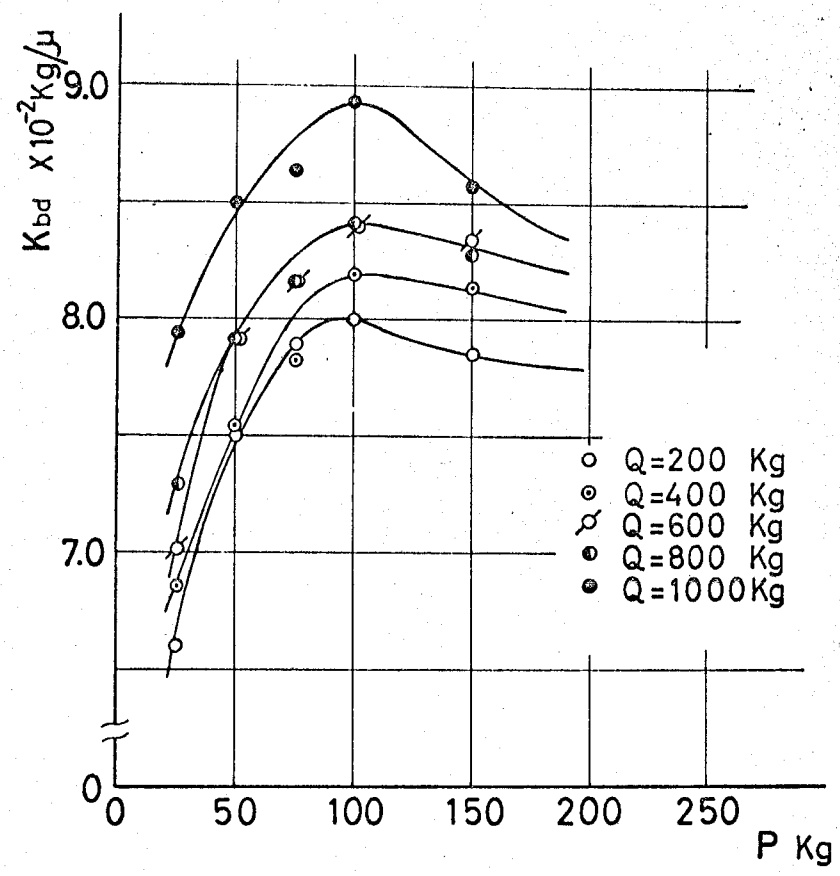


図 2-9 曲げ荷重による下方向静剛性の変化
d=M12, h=24mm, b=40mm, s_a=60mm,
L_e=305mm

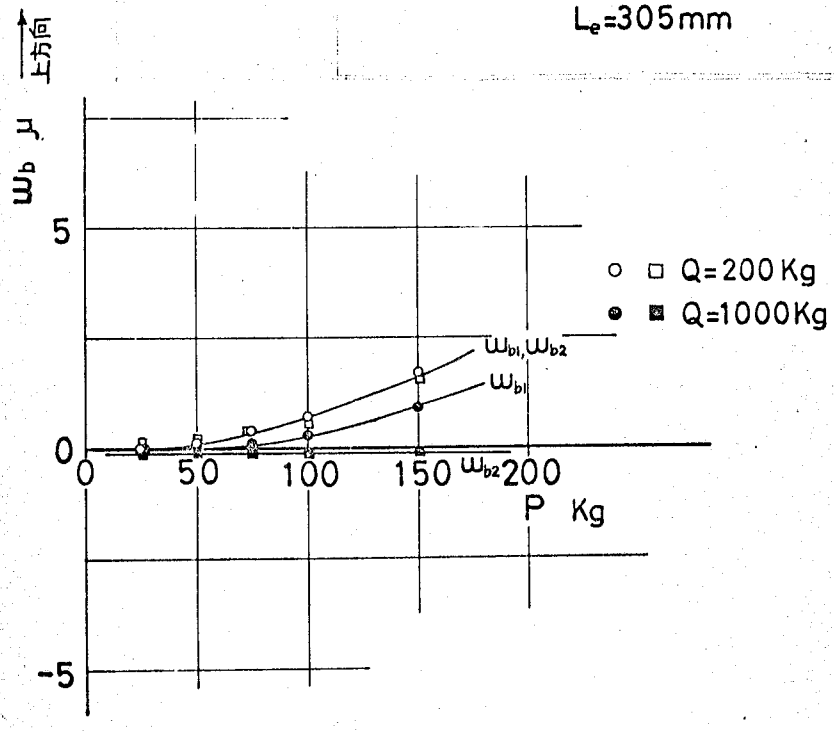


図 2-10 締結ボルトの伸び
w_{b1}：前部ボルトの伸び，w_{b2}：後部ボルトの伸び
d=M12, s_a=60mm, h=24mm, b=40mm,
L_e=305mm

剛性と締結ボルトの伸びを測定したが，その結果を図2-9，図2-10に示す．これらの図より，前部締結ボルト，後部締結ボルト

が伸びにくい状態において前述の特異性が生じていることが判る．この現象は図2-8の場合についてそのボルトの伸びを測定した図2-11に示す結果でも認められる．このことより，例えば図2-8の場合にP=50kgのときの下方向曲げ静剛性がP=100kgのときより低いという現象はベース部の撓みが増加すると，ばね定数も増加するというベースのばね作用の非線形性，並びにボルト締結梁の寸法関係により締結ボルトに生ずる反力の状態に原因があるものと考えられる．すなわち，図2-12に示すベース部における梁の変形状態の模型図より判るように，前部，後部締結ボルトが伸びない状態で結合面に隙間の生じない

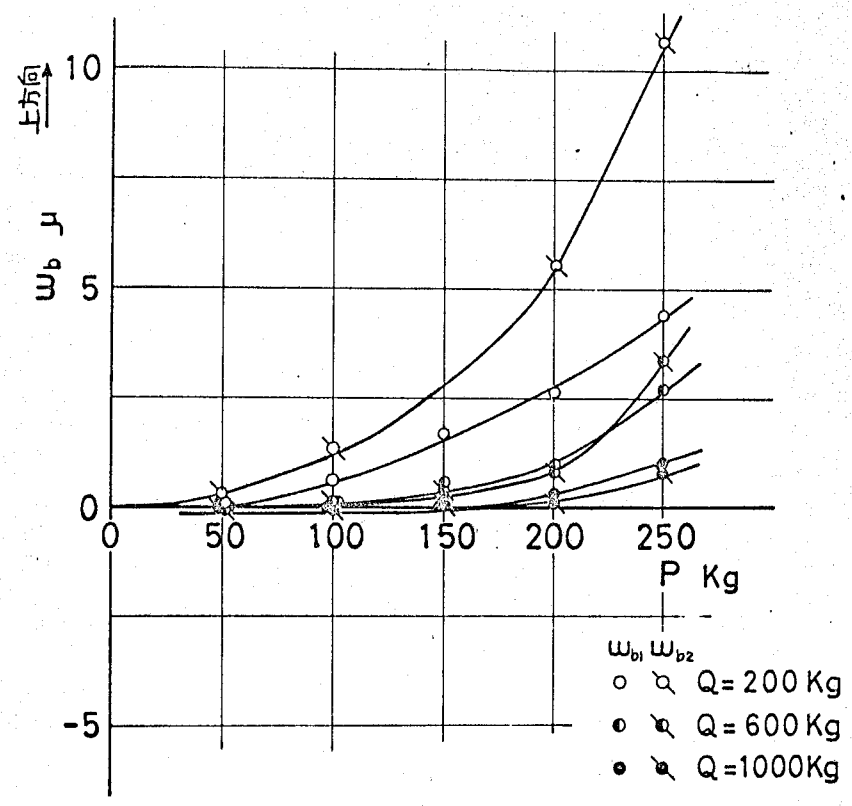


図 2-11 下方向曲げに於ける締結ボルトの伸び
(図2-8の場合)
w_{b1}：前部締結ボルトの伸び，w_{b2}：後部締結ボルトの伸び
d=M12, s_a=60mm, h=40mm, b=40mm,
L_e=305mm

ときは梁の先端撓みδはベースエッジ部の撓みδeに関係する．しかも，δeは荷重Pに対して非直線性があり，曲げ荷重の増加には比例しないので，曲げ荷重が増加すると曲げ静剛性は強くなってくる．しかし，更に曲げ荷重が増加して締結ボルトに作用する反力が増加し，締結ボルトが伸びると，ベースと梁の接触面積の減少によるベースのばね定数の低下，前部締結ボルトの伸びw_{b1}と後部締結ボルトの伸びw_{b2}の差による撓み角の増加により再び剛性は低下する．なお，上方向曲げでは一例を図2-13に示すようにボルト締付力Qが大きくても，前部締結ボルトは曲げ荷重が作用すると必ず伸び，そのばね定数はほぼ線形のため，曲げ静剛性は曲げ荷重の増加とともに一様に減少することになる．

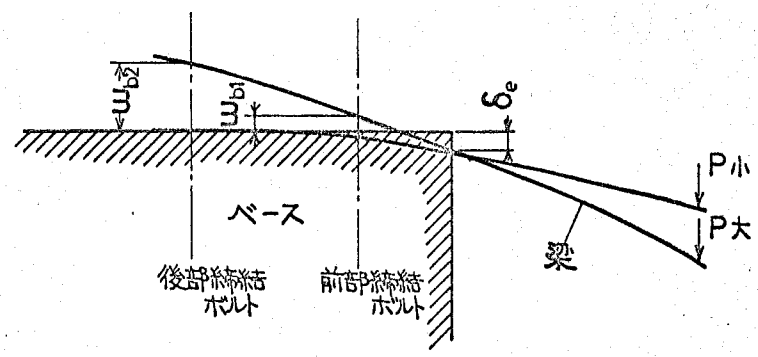


図 2-12 梁のベース部に於ける変形状態の模型図

図2-14には図2-8と同一締結条件で突出し長さのみを200mmと変えた状態のボルト締付力依存性について整理

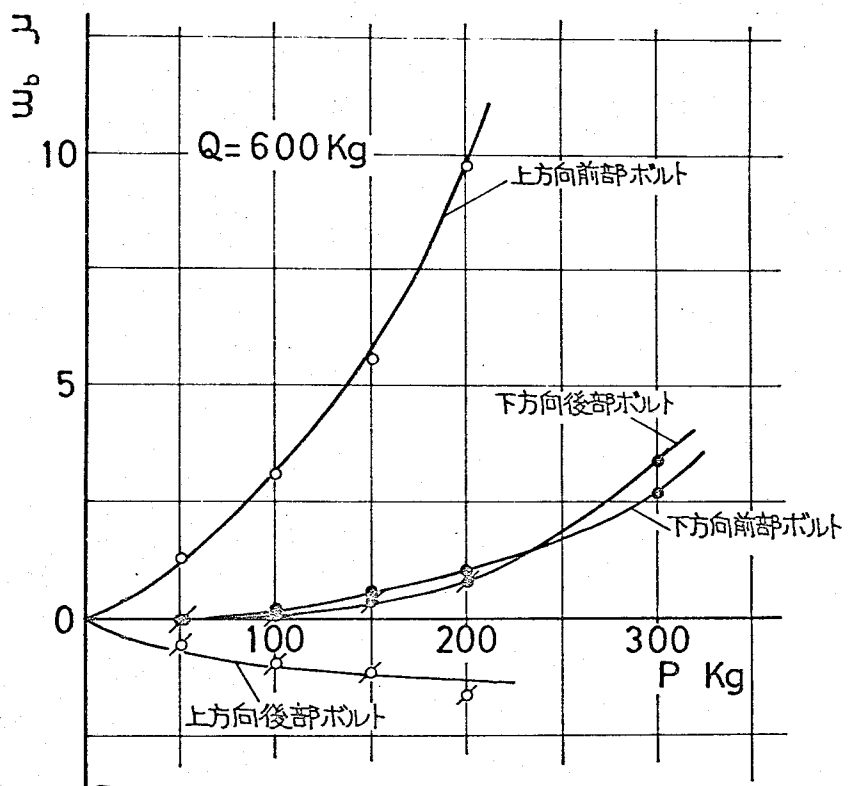


図 2-13 上方向曲げに於ける締結ボルトの伸び
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

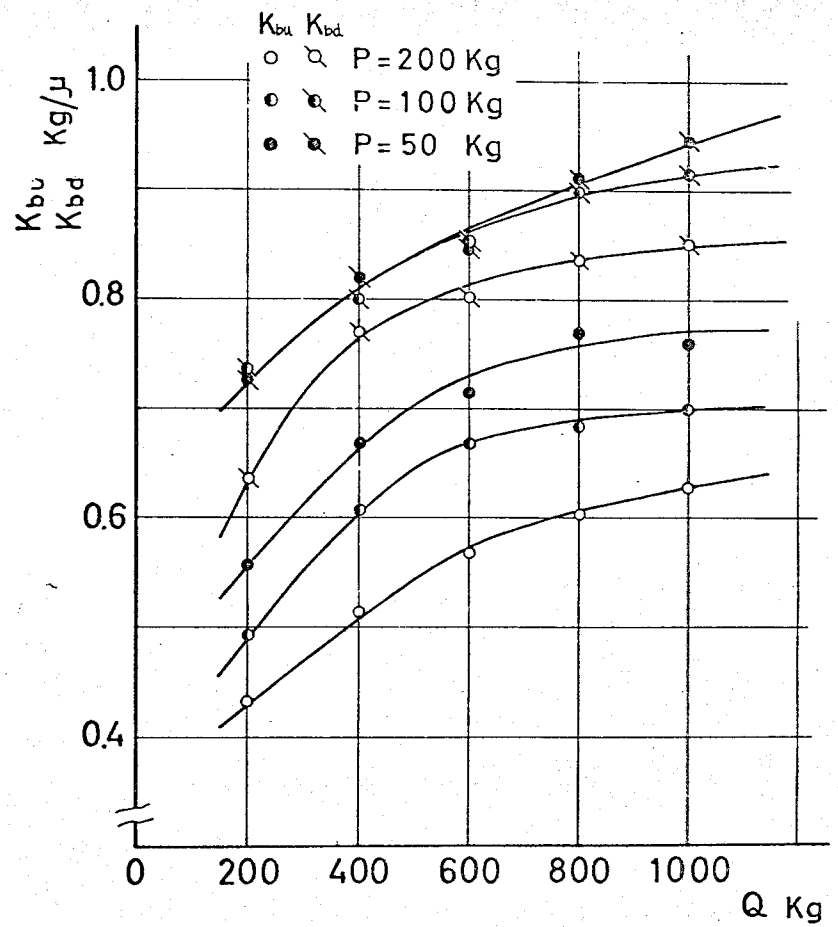


図 2-14 曲げ静剛性に及ぼすボルト締付力の影響
d=M12, s_a=60mm, h=40mm, b=40mm
L_e=200mm

した結果を示す．一般に明らかなようにボルト締付力を増加させれば，曲げ静剛性は増加して一定値に近づく傾向を示す．

尚，以上のような垂直曲げ静剛性の曲げ荷重，ボルト締付力依存性は後で述べるように，締結ボルト径が一定ならば，多くの場合に梁の曲げこわさが大きいもの程強くなる傾向を有している．

2·3·2　一体形の曲げ静剛性との比較

ボルト結合部が存在する片持梁の曲げ静剛性が一体形の曲げ静剛性 K_v，又は一端固定片持梁と仮定したときの曲げ静剛性とどのような関係にあるかを検討しておくことは有意義であると考えられるので，図2-15に示すような厚さ40mmの場合に相当する一体形の試験片を作成して実験を行なった．図2-16にその結果を曲げ荷重に対する剛性比 K_b/K_0，K_v/K_0

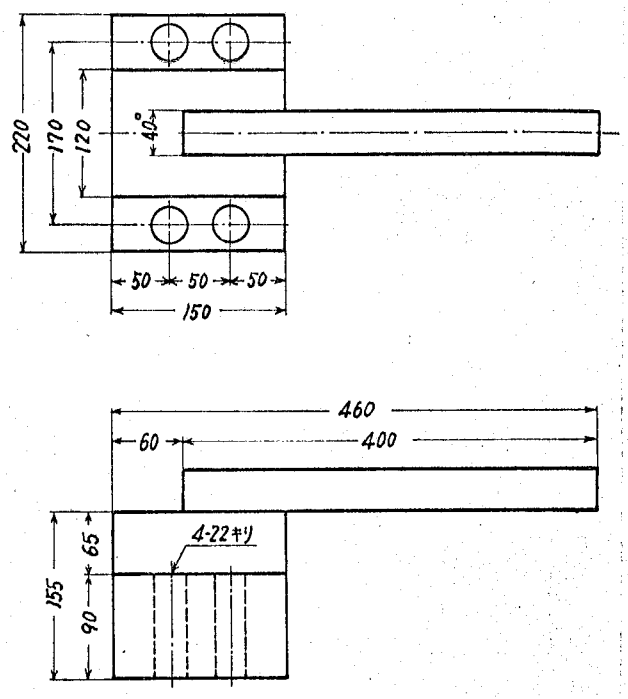


図 2-15　一体形試験片の形状
材質：SS41B

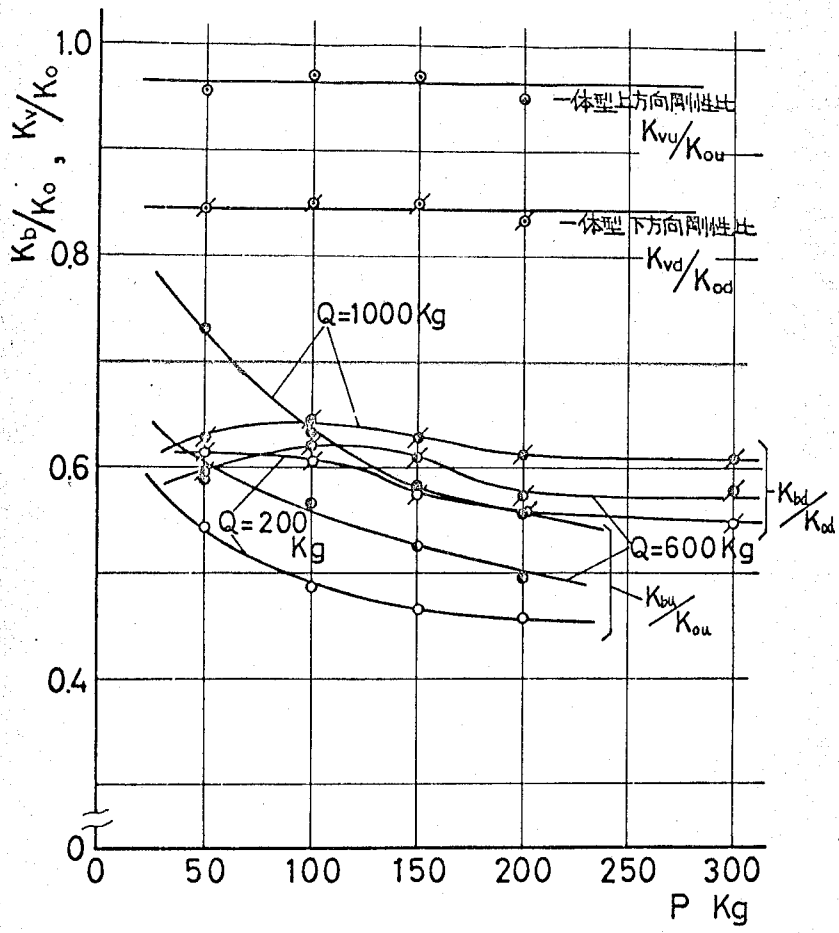


図 2-16 一体形とボルト締結の曲げ静剛性の比較

の変化として示してあるが，ボルト結合部が存在すると曲げ静剛性は一端固定の場合の約0.6の値になり，曲げ静剛性の低下の大きいことが判る．又，この場合，下方向曲げでK_{vd}/K_oは約0.8，上方向曲げではK_{vu}/K_oは約0.9を示していて，一体形の曲げ静剛性はボルト締結片持梁の曲げ静剛性と一端固定片持梁とした理論上の曲げ静剛性の中間の値を示している．

2·3·3　曲げ静剛性に及ぼすボルト結合部因子の影響

前項迄に曲げ静剛性の示す一般的な特性を検討したので，本項では前述のボルト結合部因子と曲げ静剛性の関係について検討した結果を述べる．尚，実際の設計では，ボルト結合部の存在による剛性低下が重要な値なので，

ここでは曲げ静剛性の代わりに剛性比 K_b/K_o を用いて実験結果を示している．

図2-17，図2-18にはボルト締付間隔による剛性比の変化を示してあり，図よりボルト締付間隔は K_b/K_o に大きな影響を及ぼさないが，曲げ荷重とボルト締付力の値によって異なった効果を示すことが判る．すなわち，上方向曲げ静剛性では締付間隔 $S_a=65$ mm 附近に変曲点があり，変曲点より小さい締付間隔では剛性は弱く，逆に変曲点以上では剛性は少し強くなった後再び弱くなる．又，下方向曲げ静剛性では上方向曲げ静剛性とは逆の傾向になり

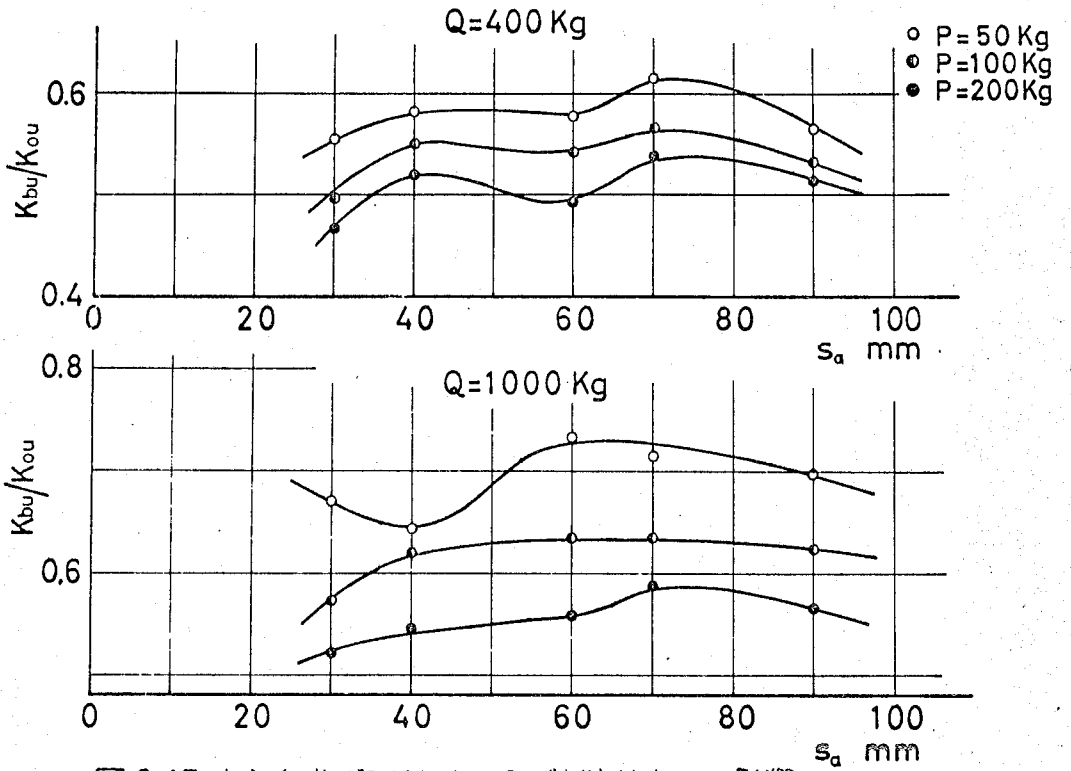


図 2-17 上方向曲げ剛性比に及ぼす締付間隔の影響
d=M12, h=40mm, b=40mm, L_e=305mm

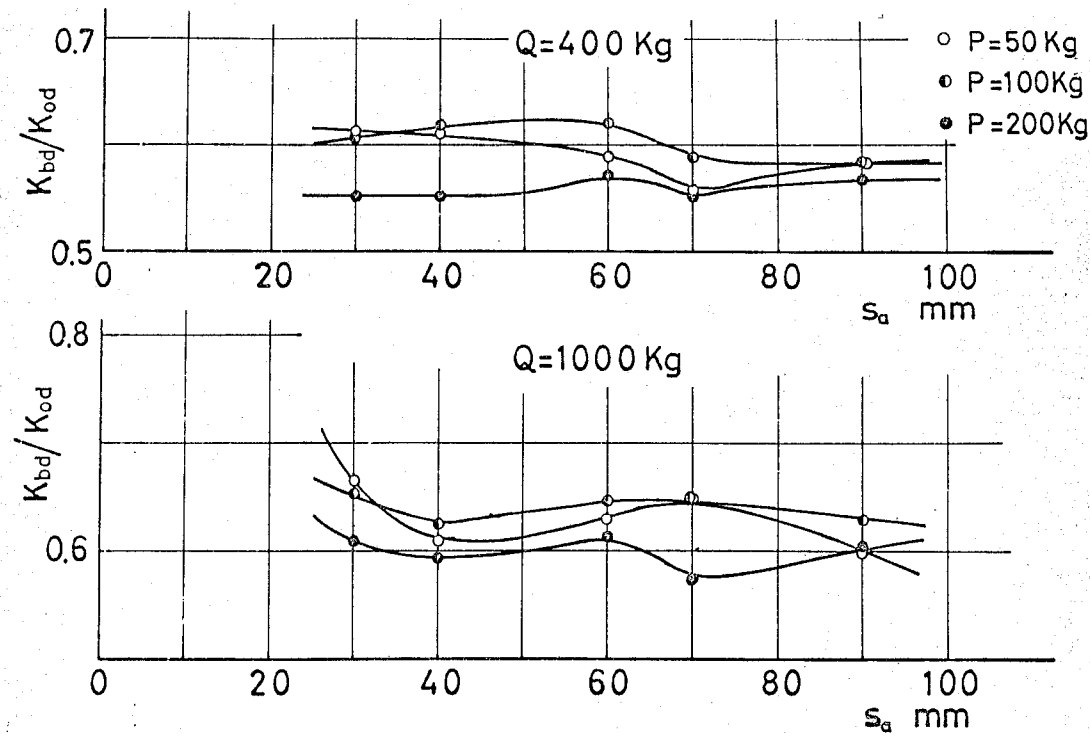


図 2-18 下方向曲げ剛性比に及ぼす締付間隔の影響
d=M12, h=40mm, b=40 mm, L_e=305 mm

, 変曲点附近で剛性が極小になる. この現象はボルト結合部の寸法関係による締結ボルトの伸びの状態を考えると次のように説明できる.

締付間隔が 65 mm より小さい場合, 上方向曲げでは前, 後部締結ボルトに作用する反力が大きく, 締結ボルトが両方とも伸びるので, 撓み角が大きくなり剛性は減少するが, 締付間隔が 65 mm 以上では後部ボルトの反力が逆方向になりボルトが縮むので, 梁とベースの接触面積が増加し, ベースのばね定数がみかけ上高くなって剛性が増してくる. しかし, 締付間隔が更に長い場合は前部締結

ボルトに作用する反力が大きくなり，前部締結ボルトの伸びが大きくなって，再び剛性は低下するようになる．下方向曲げ静剛性ではまったくこれと逆の状態が前部締結ボルトに生じているものと考えられ，これに前に述べたベースエッジ部のばねの非線形な挙動が更に作用して，図示のような状態になると考えられる．

従って，上方向曲げでは後部締結ボルト，下方向曲げでは前部締結ボルトに作用する反力の方向が変わるボルト締付間隔が存在し，その点を境にして剛性値の特性が変わるものと推察される．

図2-19には締結ボルト径による剛性比の変化を示してある．図より，締結ボルト径を大きくすれば剛性は増加し，一定値に近づくこと，並

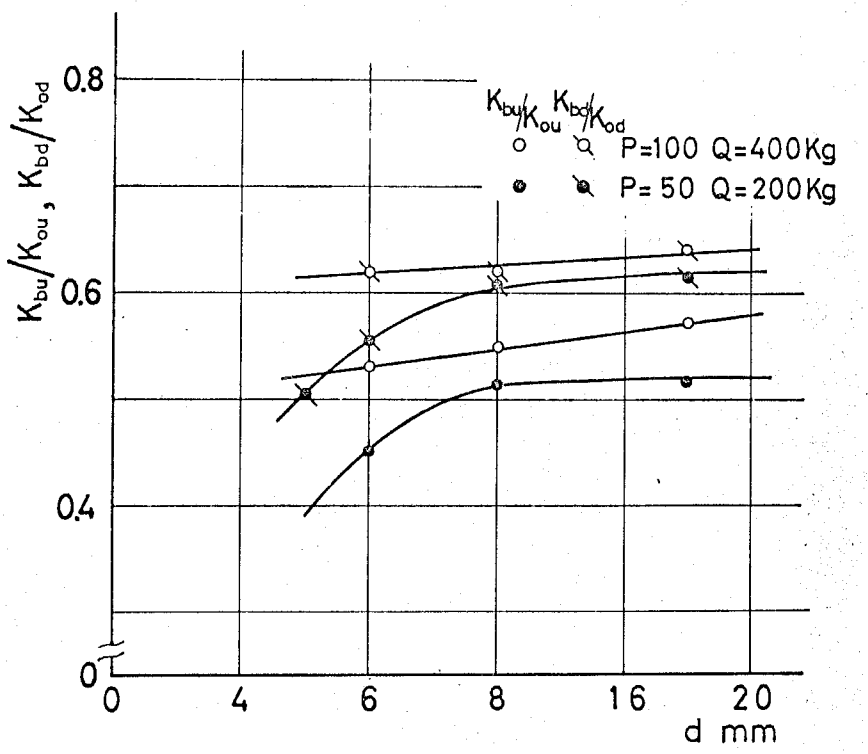


図2-19 曲げ剛性比に及ぼす締結ボルト径の影響
s_a=40mm, L_e=305mm, h=40mm, b=40mm

らびにその傾向は上方向曲げ，下方向曲げとも同じであることが判る．

図示の場合は締結される梁の厚さを一定に保って締結ボルト径を大きくしているので，締結ボルトを大きくするとそのばね定数も大きくなって伸びにくくなる．従って，締結ボルト径が大きくなると曲げ静剛性は増加するものと思われる．しかし，図よりボルト締付力がある値以上であれば，梁の曲げこわさに対して十分な径の締結ボルトを使用すると，K_b/K_0の値に大きな差が生じないことが判る．従って，このような状態では，締結ボルト径よりもボルト締付力が問題になるので，締結ボルトの伸びが問題になりやすい上方向曲げについて

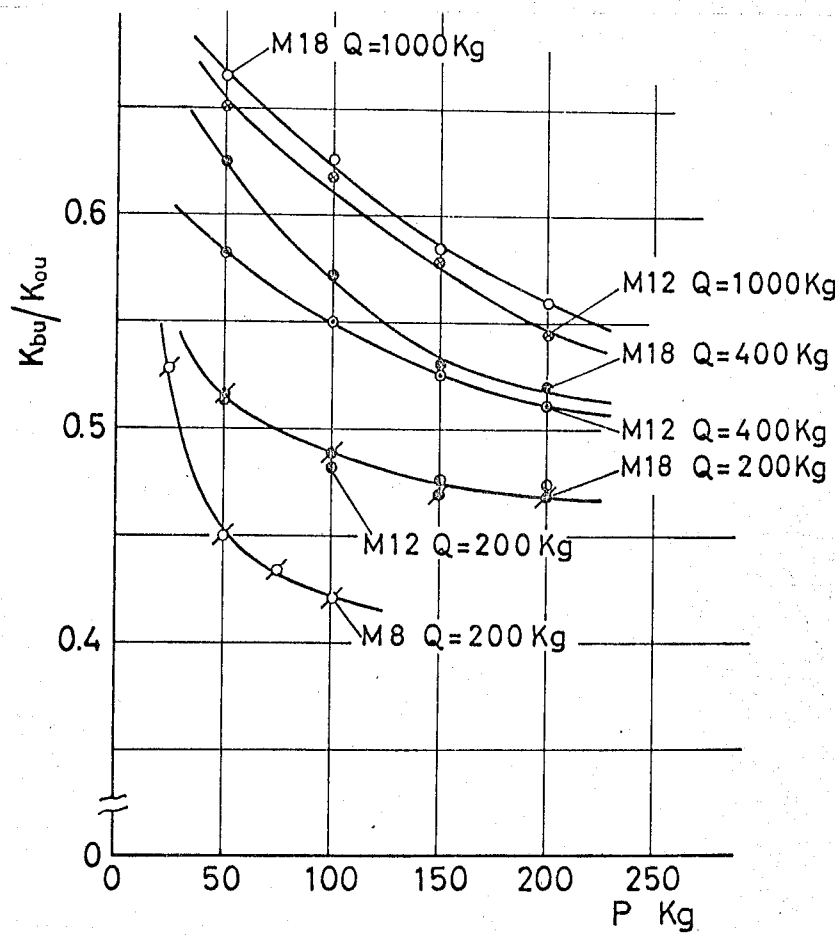


図 2-20 締付力，ボルト径による上方向曲げ剛性比の変化
s_a=40mm, h=40mm, b=40mm, L_e=305mm

のことを確認した結果を曲げ荷重Pによる上方向曲げ剛性比 K_{bu}/K_0 の変化として図2-20に示してある．

図2-21，図2-22には上方向曲げ剛性比 K_{bu}/K_0 と梁の突出し長さLe，梁の厚さhとの関係，図2-23，図2-24には下方向曲げ剛性比 K_{bd}/K_0 と梁の突出し長さLe，梁の厚さhとの関係を示す．

これらの図より，従来の研究で考慮されていないボルト結合部の影響因子である梁の厚さhと突出し長さLeがボルト結合部曲げ静剛性に最も大きな影響を示し，特に梁の厚さの影響が大きいことが判る．又，上方向曲げでは梁の突出し長さLeと梁の厚さhの影響が下方向曲げより大きく，締結ボルトにくらべて梁の曲げこわさが高いときにはボルト締付力の影響が非常に大きくなっている．これはこのような状態では締結ボルトが伸びやすくなるためである．

更に，これらの図より，梁の曲げこわさが大きければ，ボルト締結梁の曲げ静剛性の絶対値は大きくなるもののその剛性比は逆に大きく低下することも判り，梁の曲げこわさはボルト結合部曲げ静剛性の大きな因子と云え

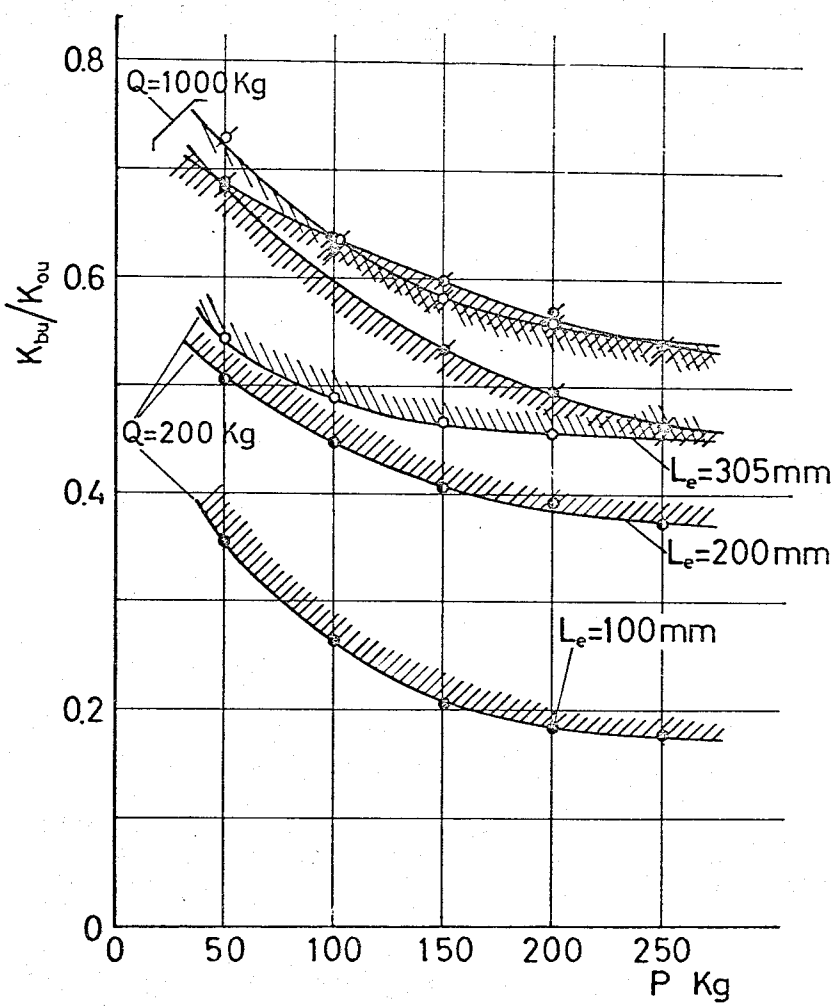


図 2-21 突出し長さによる上方向剛性比の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, h=40mm

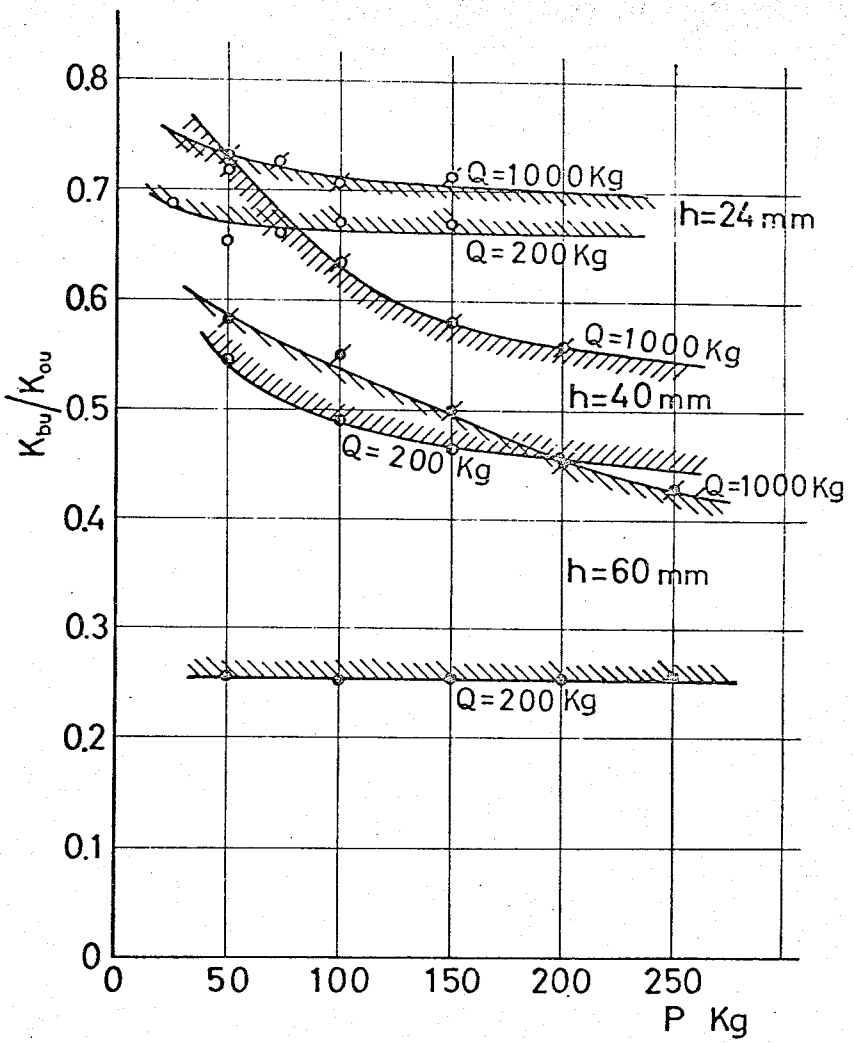


図 2-22 梁の厚さによる上方向曲げ剛性比の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, L_e=305mm

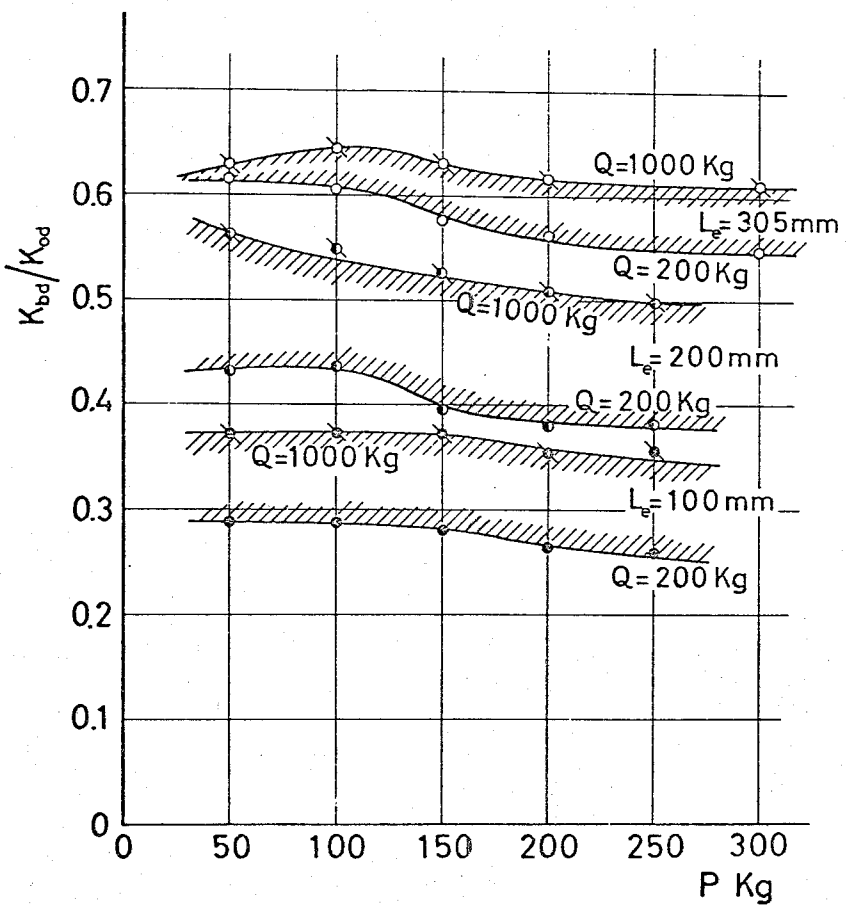


図 2-23 突出し長さによる下方向剛性比の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, h=40mm

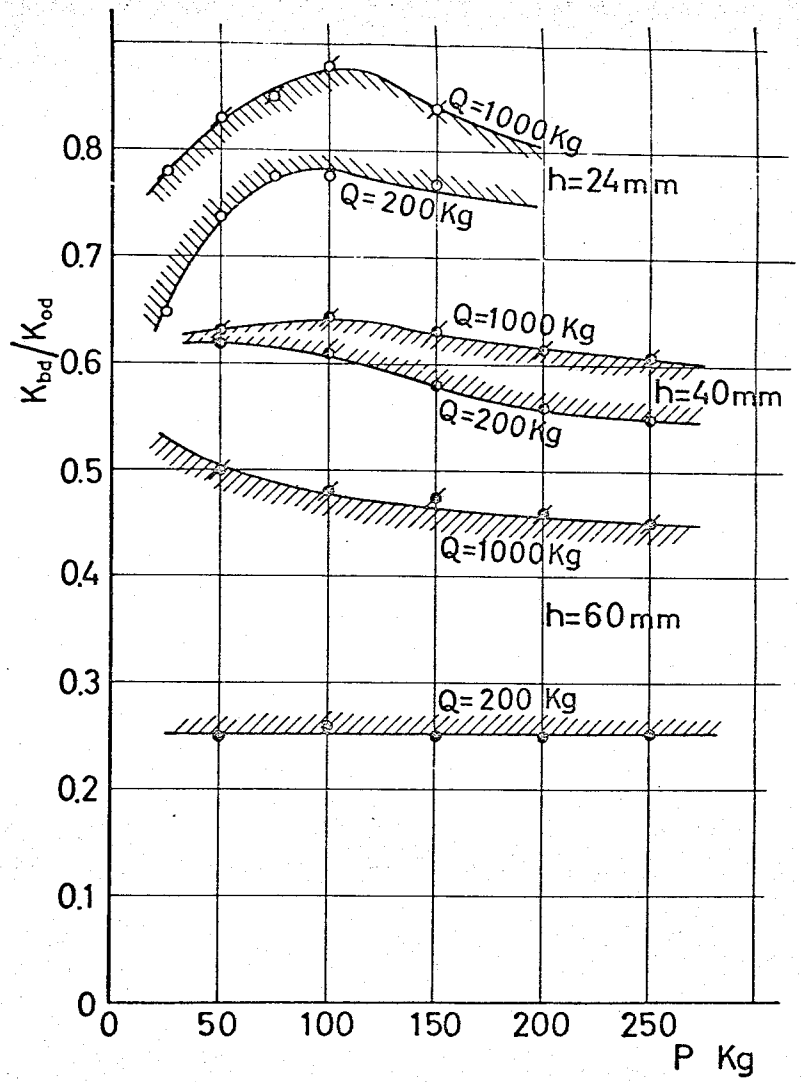
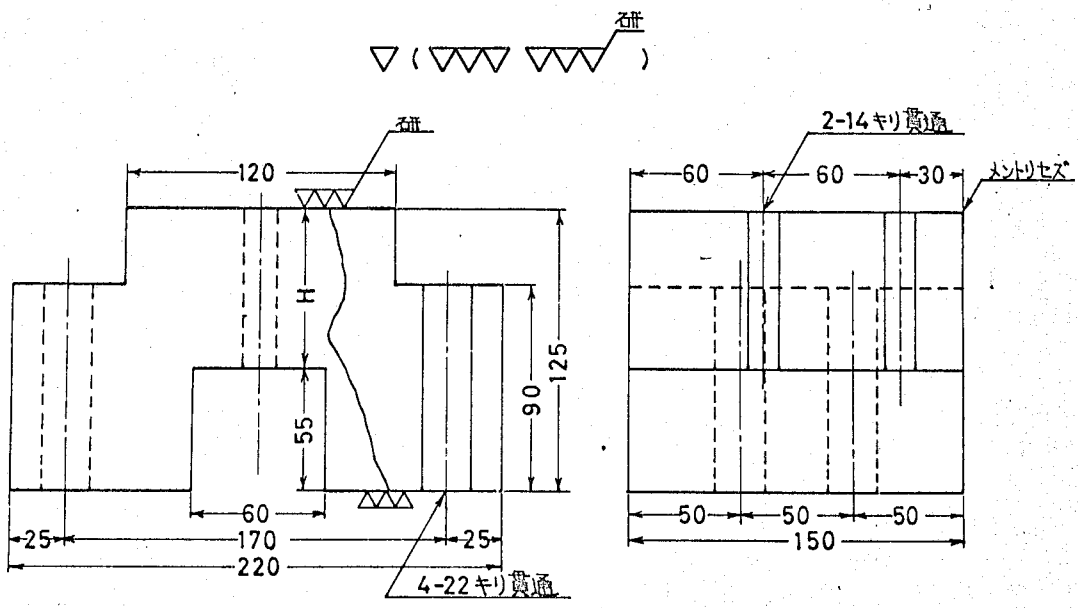


図 2-24 下方向曲げ剛性比の梁の厚さによる変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, L_e=305mm

る.

次に2·3·1項で述べたボルト結合部曲げ静剛性のふす曲げ荷重依存性，締付力依存性に及ぼす梁の厚さ，突出し長さの影響をこれらの図より検討してみると，梁の厚さは上方向曲げ，下方向曲げのいずれの場合でも曲げ荷重依存性と締付力依存性に大きく影響し，梁が厚くなるとこれら依存性は強くなる．しかし，突出し長さはこれらの依存性にあまり影響せず，上方向曲げのときに締付力依存性に大きな影響を示すのみである．又，下方向曲げで梁の薄いときにみられた曲げ静剛性が曲げ荷重の増加とともに増加して，曲げ荷重がある値を過ぎると減少するという挙動は梁が厚くなると認められなくなり，上方向曲げと同様な挙動を示しているので，前述の下方向曲げ静剛性の曲げ荷重依存性の特異性に対する考察の正しいことがこれよりも確認できる．

このようにボルト結合部曲げ静剛性，並びにその曲げ荷重，締付力依存性は締結ボルト径が一定の場合には，締結される梁の厚さに大きく影響されるが，図2-25に示すような形状のベースを製作して，ベースの厚さHの



材質:SS41B

H mm	表面粗さ h_{max} μ
85	2.3
70	1.9
40	1.3

図 2-25

曲げ静剛性に及ぼす影響を検討してみると，図2-26，図2-27に結果を示すように曲げ静剛性はボルト結合部の重要な構成要素と考えられるベースの厚さにはほとんど影響されない．

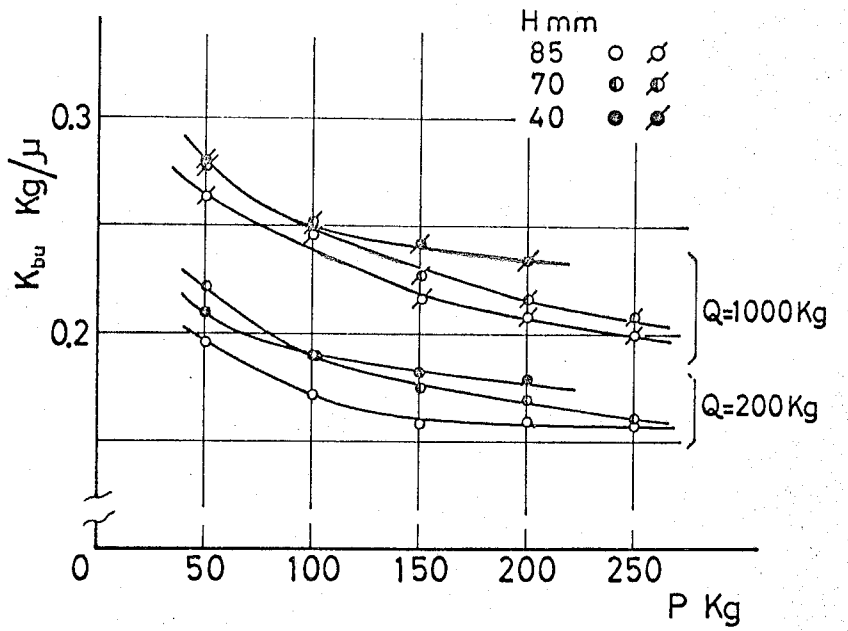


図 2-26 上方向曲げ静剛性に及ぼすベースの厚さの影響
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

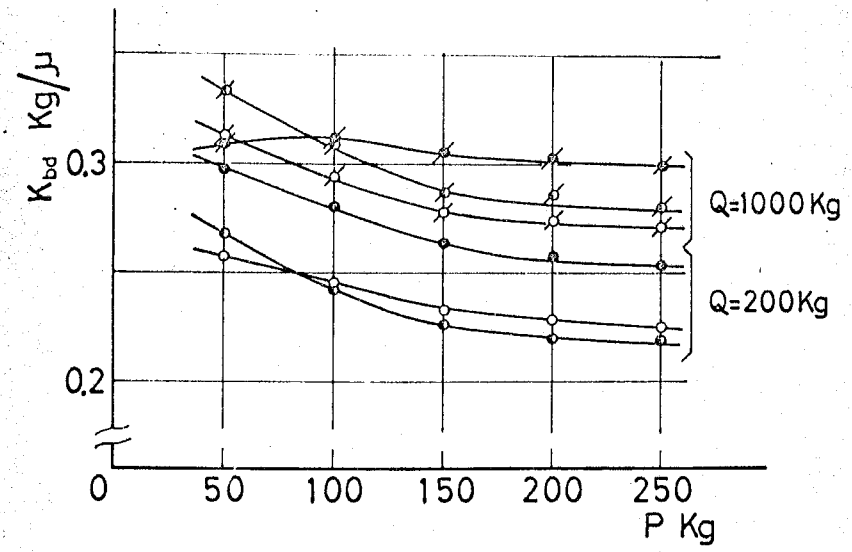


図2-27 下方向曲げ静剛性に及ぼすベースの厚さの影響
（締結条件，図中の記号は図2-26と同じ）

図2-26，図2-27の締結条件では曲げ荷重が作用すると，結合面に隙間のできやすい状態であることを考慮すると，以上述べた結果よりボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性の特性は被締付け材である梁の曲げこわさと締結ボルト径の相対関係により定まり，次のような二つの場合に分けられる．

(1)梁に大きな先端撓み量を許す場合．

梁の曲げこわさが弱いので相対的にこわい締結ボルトによりベースと梁を結合できるので，曲げ荷重が作用しても結合面は離れず，剛性比 K_b/K_0 の値は1に近づいてボルト結合部の存在により生ずる影響は無視できるようになる．又，この状態では曲げ静剛性のもつ曲げ荷重依存性，締付力依存性は小さく，ベースと梁の接合面がもつ

ばね作用が曲げ静剛性を支配する因子になると思われる.

(2)梁の先端撓み量を小さくしたい場合

これは工作機械のように剛性を問題にする場合に相当するが，この状態では梁の曲げこわさに比例して締結ボルトのばね定数を大きくできないので，曲げ荷重が作用するとボルト結合面が離れやすい締結条件となる．従って，剛性比 K_b/K_0 の値は小さくなって，ボルト結合の影響が大きく現われる．すなわち，高い曲げ静剛性の機械を要求する程，ボルト結合部の存在による剛性低下は大きくなり，曲げ静剛性の絶対値は高くなるものの損失も大きくなるので，あご部等を併用してボルト締結の影響をなるべく小さくしたり，一体形を使用するというような設計対策が必要となる．

又，この状態では曲げ静剛性のホす曲げ荷重依存性，締付力依存性は大きく，締結ボルトの径と梁の厚さがボルト結合部の曲げ静剛性を支配する因子になると考えられる．

最後に，図2-28，図2-29には結合面の介在物が曲げ静

剛性に及ぼす効果を検討した結果，図2-30には結合面の仕上方法として良く用いられるきさげ仕上の坪当りの影響について検討した結果を示す．

このうち，結合面の介在物の効果はボルト結合部に関するE. Schlosser の研究[13]によると，曲げ静剛性に対して認められないとされており，ニ

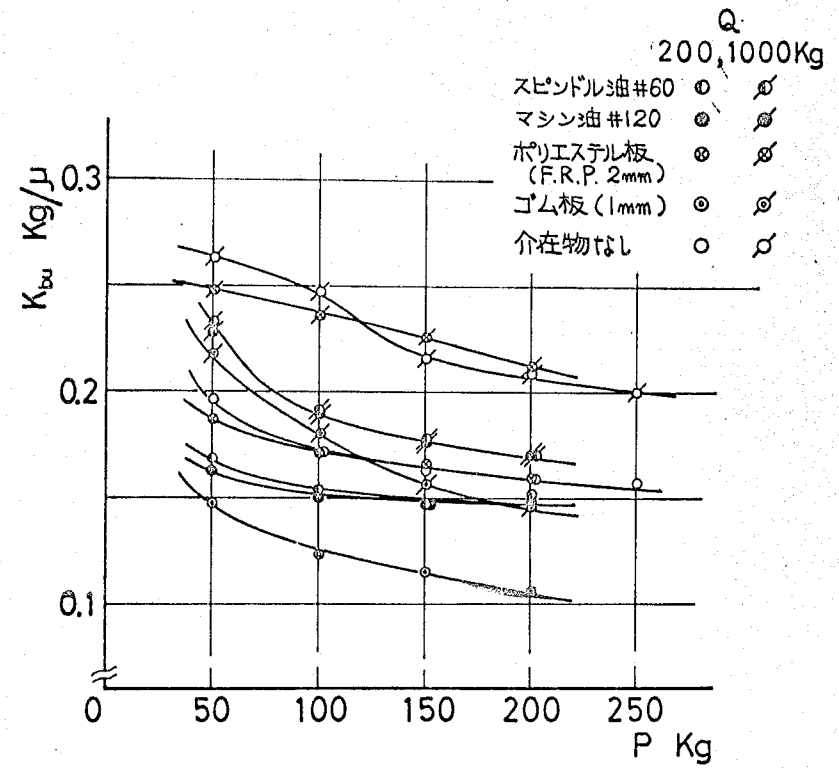


図2-28 上方向曲げ静剛性に及ぼす介在物の影響
d=M12, H=85mm, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

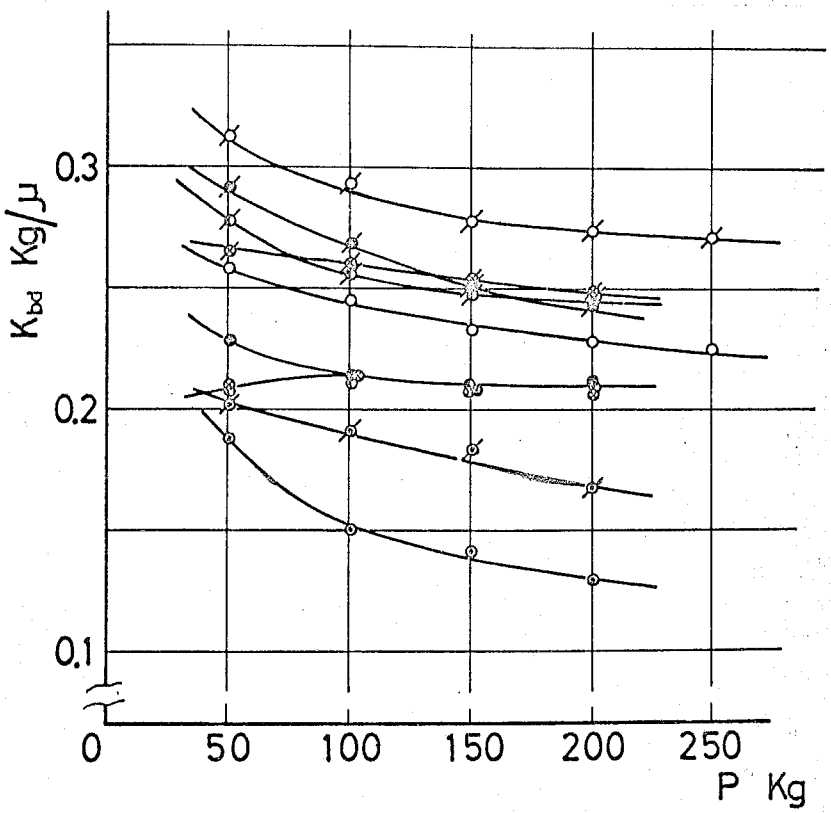


図2-29 下方向曲げ静剛性に及ぼす介在物の影響
(締結条件，図中の記号は図2-28と同じ)

平面接合部の垂直方向ばね作用に関する R. H. Thornley らの研究結果[16]でも介在物は影響しないとされている.

しかし, 図によれば上方向, 下方向曲げ静剛性とも介在物の影響を受け, 剛性は低下していて, ゴム板のようにやわい介在物では剛性の低下が大きく, F.R.P 板のようにこわい介在物では剛性の低下は少ない. 従って, これらの挙動は介在物の存在によりベースの示すばね作用が低下するためと考えられる. 又, 実験した介在物のうち油は実際のボルト結合部に必ず存在するものと考えて良いので, 油の存在による曲げ静剛性の低下は工作機械の設計, 組立時に十分考慮する必要があると思われる.

これに対して結合面の仕上方法, 表面粗さの

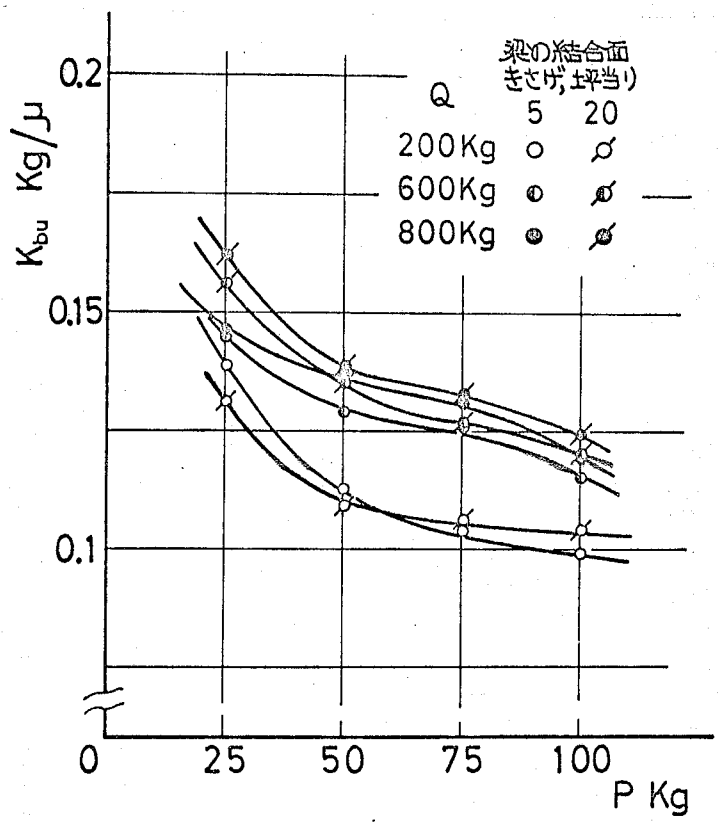


図 2-30 上方向曲げ静剛性に及ぼすきさげ仕上面の1平当りの影響
H=70mm, h=40mm, s_a=60mm, L_e=305mm, d=M12
材質 FC25, ベース: きさげ 20/1平,

曲げ静剛性に及ぼす影響はSchlosserにより検討されており，表面粗さの小さい方が曲げ静剛性は高くなること，平削り仕上面では表面粗さが大きくても接合面の微小噛合作用のため曲げ静剛性はほとんど低下しないこと等が明らかにされている．従って，ここではボルト結合部に良く用いられるにもかかわらず，まだ取扱われていないきさげ仕上面の坪当りの数が曲げ静剛性に及ぼす影響を図2-25に示した形状のベースを用いて検討してみたが，図にみるように影響は認められない．この理由はSchlosserの実験と異なり，本実験の条件では締結ボルトが伸びやすいので接合面の影響を受けにくいためと思われる．

§2·4　直列二本ボルト締結梁の横曲げ静剛性

前節では平削り盤のベースとコラムのボルト結合部のような結合形式を模型化したA形式直列二本ボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性に関して，その一般的な特性，並びにボルト締付間隔，締結ボルト径等ボルト結合部因子の剛性に及ぼす影響を実験的に解明し，その特性を明らかにした．

しかし，図2-1にも示したようにA形式直列二本ボルト締結片持梁では曲げ荷重が結合面と平行に作用する状態があり，その結合状態より考えると，このときにボルト結合部の示す横曲げ静剛性は垂直曲げと大きく異なるものと思われる．従って，本節では横曲げ静剛性の特異性，並びに前節で取扱ったボルト結合部因子の横曲げ静剛性に及ぼす影響を垂直曲げ静剛性の実験に用いたベース，梁，締結ボルトを用いて実験的に研究した結果を述べている．

2·4·1　横曲げ静剛性の特異性，並びに剛性の定義

横曲げ静剛性は図2-31に示すように，ボルト締付力に

よって梁とベースの接合部分に生じる摩擦力でその剛性が定められる.

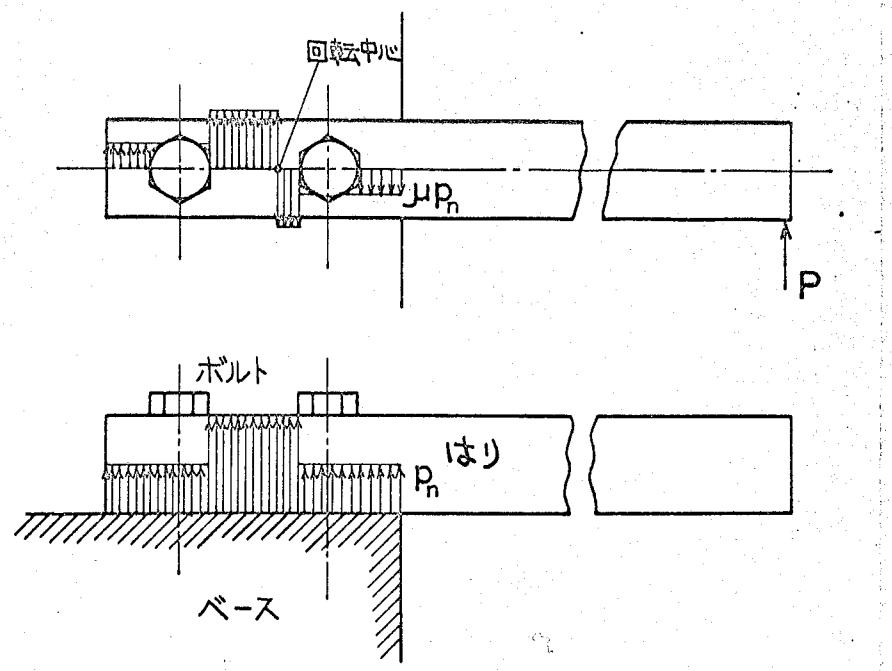


図 2-31

従って, 摩擦力が曲げ荷重の増加に抗しきれなくなると, 結合部に相対的なすべりを生じ, 復元性がなくなる特性を示して, 巨視的には図2-32のような荷重点における撓みの変化を示す. しかし, 梁の荷重点における撓みを細かく測定してみると, 大きなすべり変位を生じない巨視的には直線とみなせる曲げ荷重の範囲でも荷重の増加時には1例を図2-33に示すように微小なすべり変位が存在して, 1種のStick-Slipとみなせる挙動を示していて, これは測定の際に十分確認できる量であった.

従って, 横曲げでは垂直曲げの場合とは撓みの挙動が異なるので, 従来のように簡単に曲げ静剛性を定義でき

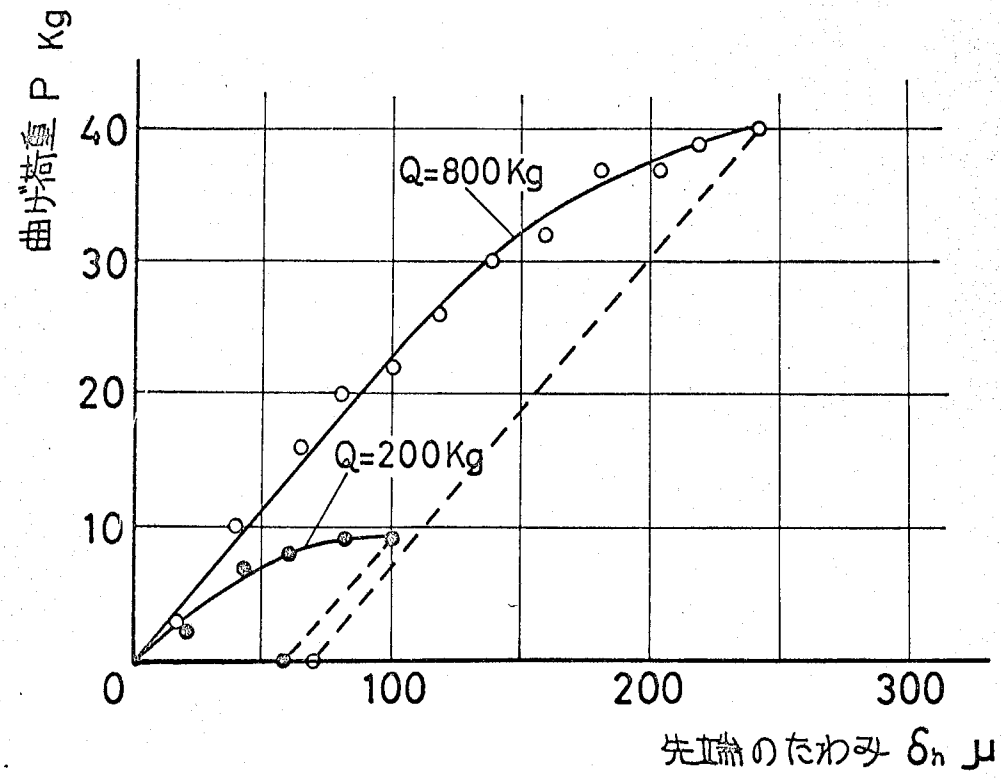


図 2-32 曲げ荷重によるたわみの挙動

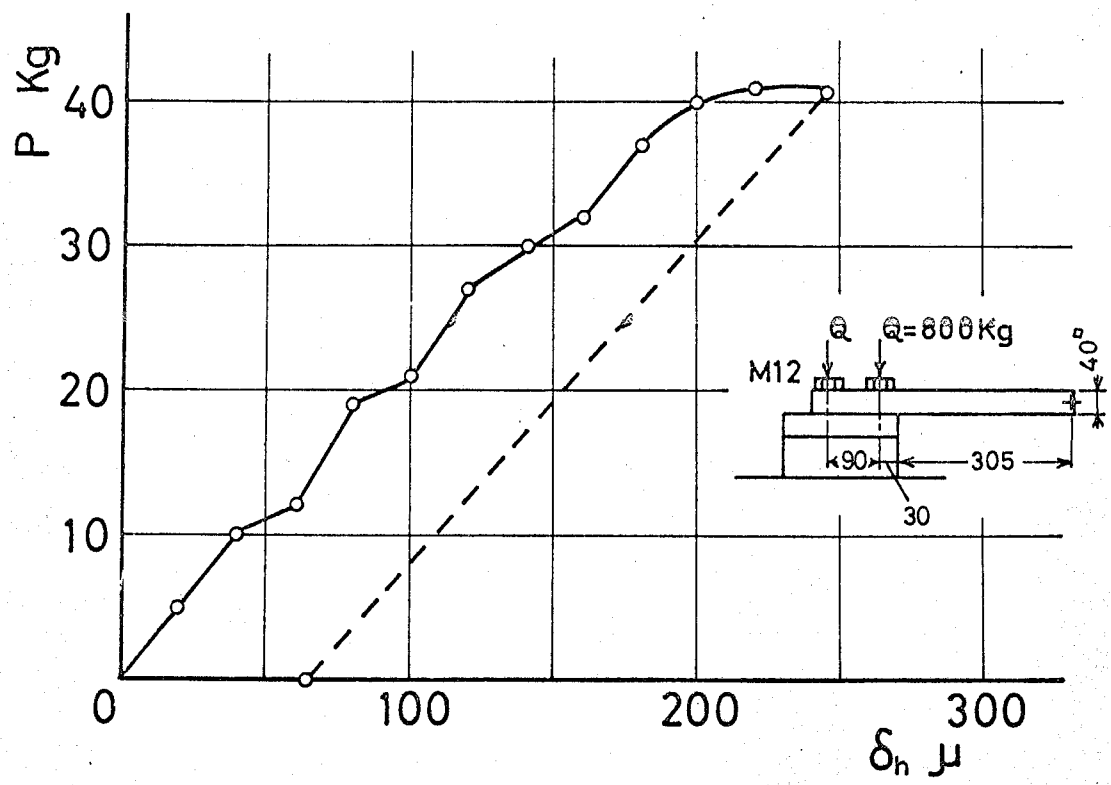


図 2-33

なくなるが，実用上の観点からはこのような小さなすべり変位は無視して，図2-32のような巨視的なすべり変位を問題とする方が便利であると考えられるので，垂直曲げ静剛性と同じように定義できる方法として，図2-34に示すような二つの値を考える．すなわち，次の二つの値により横曲げ静剛性を定義するのが適当である．

(1)横剛性値

$$K_{bh}=\tan\theta_h=P_{he}/\delta_{he}$$

(2)限界曲げ荷重 P_a

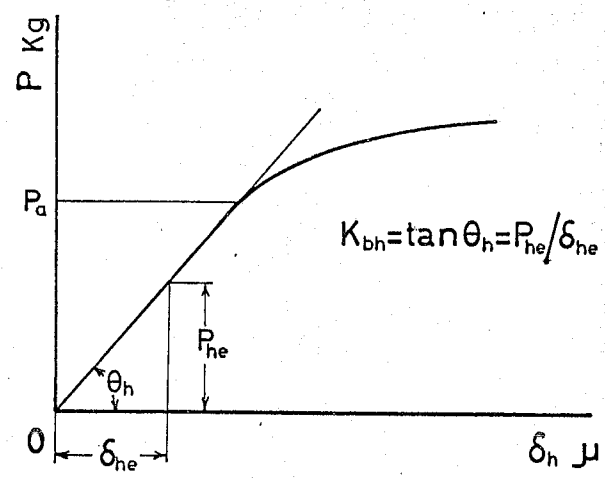


図 2-34 横剛性値の定義の説明図

これによれば，K_{bh}，P_a の両方が大きいものをもって横曲げ静剛性が高いと云えることになり，横剛性値の定義は垂直曲げ静剛性と同様になるので，以下の実験結果はすべてこの定義に従って整理を行なっている．

なお，ボルト締付力の大きいときには明白な弾性部分が存在して横剛性値と限界曲げ荷重の決定は容易であるが，ボルト締付力の小さいときには弾性部分が明らかでないことが多いので，この場合には除荷時の荷重－撓み

の関係が荷重増加時の関係とほぼ平行であることより，除荷直線から横剛性値，限界曲げ荷重を求めている．

2·4·2 曲げ静剛性の一般的な特性

既に図2-32の先端撓みと曲げ荷重の関係にも1例を示したように，横曲げ静剛性は垂直曲げ静剛性とは異なり，限界曲げ荷重の範囲内では撓みと荷重はほぼ直線関係にあるので曲げ荷重依存性は明白に現われず，曲げ荷重依存性はないものとみなせる．

しかし，前項で述べたように結合面の摩擦力により曲げ静剛性が定まることより考えると，大きな締付力依存性は存在すると思われる．図2-35には横剛性値と限界曲げ荷重のボルト締付力による変化を1例としてボルト締付間隔90mmの場合について示してある．横曲げでは結合面の表面状態が大きく関係するため，測定値の再現性は悪く，多少のばらつきはあるが，この図よりボルト締付力が増加すると限界曲げ荷重の値は直線的に増加することが判る．これは限界曲げ荷重が梁とベース間の摩擦力により決定されることを考えれば明らかである．また，横剛性値はわずかであるが，ボルト締付力の増加ととも

に増加する締付力依存性を示すが，これは次のように説明される．

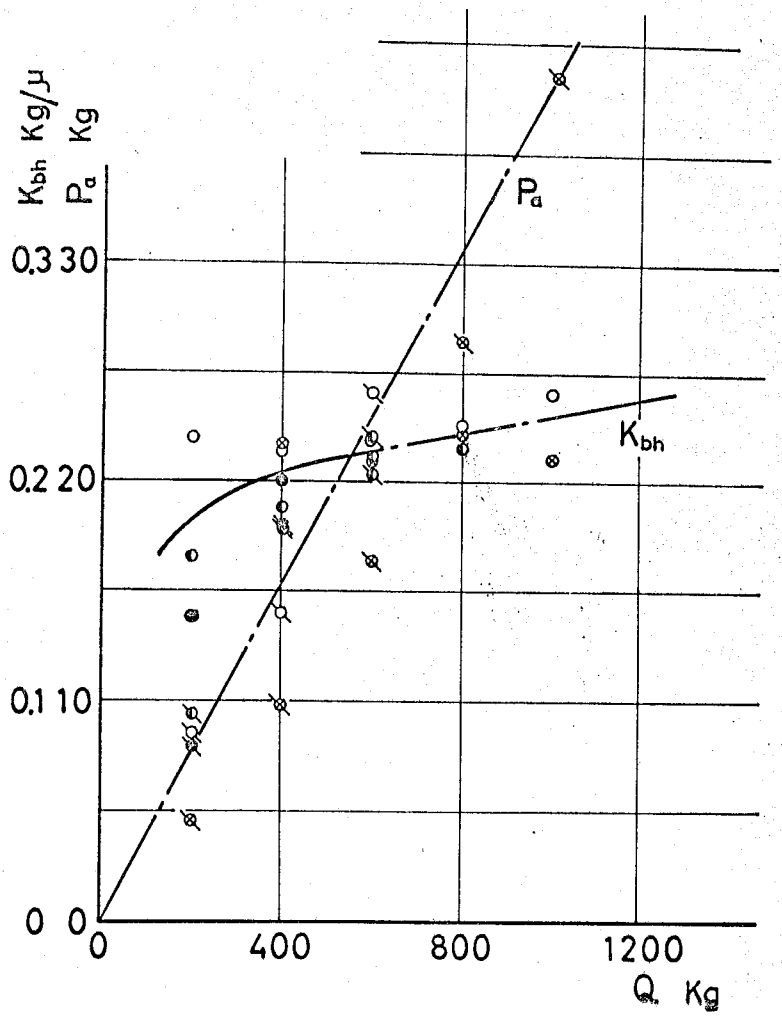


図 2-35 横曲げ静剛性の締付力依存性
締結ボルト d=M12，締付間隔 s_a=90mm，
梁の厚さ h=40mm，梁の幅 b=40mm，
ベースエッジ部よりの突出し長さ L_e=305mm

ボルト締結片持梁は締結ボルトの位置でボルト締付力により ほぼ弾性床上の梁に集中荷重が作用した場合のような変形を示す[17]と考えられるので，梁のベース内にへこんだ部分の側面とベースの間に新らたなる接触部が生じ，ここにばね作用が存在する．又，第4章で詳しく取扱っているが，梁とベースの接合面ではボルト締付力により表面粗さ部分に微小な凝着や噛合いが生じ，この微小な凝着，又は噛合い部分の剪断撓みに起因すると思われるばね作用が生ずる．これら二つのばね作用は一般的

にボルト締付力の増加とともに大きくなると考えられるので，これより横剛性値は図に示したような締付力依存性を示す．なお，ボルト締付力の小さい場合にはこのばね作用が不安定なため，図示のように測定値がばらつくことになると考えられる．

次に，同一締結条件のもとで横剛性値と垂直曲げ静剛性の関係について比較した結果の1例を図2-36に示す．

図によると，横剛性値 K_{bh} は垂直上方向静剛性 K_{bu} と同じ程度の値を示しているが，これは横曲げの場合，梁の突出し長さとみなせる部分が前部締結ボルト位置に近いところからであり，垂直上方向曲げとほぼ同じであることによると思われる．従って，前部締結ボル

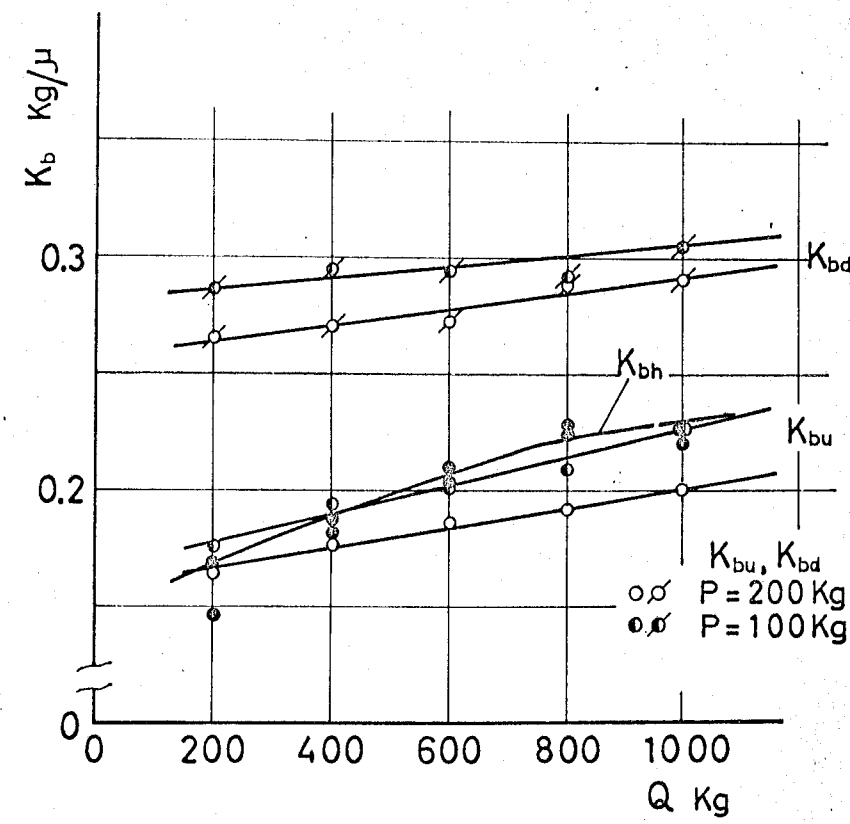


図 2-36 垂直曲げ静剛性と横剛性値の比較
d=M12, s_a=60mm, h=40mm
b=40mm, L_e=305mm

ト位置に等価した微小凝着部分等に起因するばね作用は締結ボルトのばね作用とほぼ等しい値になっていると考えられる．なお，実験した他のボルト締結条件でもこれと同じ結果が得られている．

以上のことより，ボルト結合部の横曲げ静剛性は横剛性値ではなく，限界曲げ荷重によって定まる特性を有することが判るので，横曲げ静剛性の増加には，現在，実際の工作機械で使用しているようなテーパピン，ガイドキーが有効であり，更に他の方法として高抗張力ボルトの使用も適当であると云える．

ここで，実用上の観点からボルト結合部の存在による剛性低下の状態を検討するため，垂直曲げの場合と同様にボルト締結片持梁の横剛性値 K_{bh} を同一形状，寸法の一体形の剛性 K_{uh}，並らびに前部締結ボルト位置を固定端と考えた一端固定梁の理論上の剛性 K_{ou} と比較，検討を行なった．実験は前節の垂直曲げの研究で用いたのと同じ一体形の試験片を使用して行なったが，図2-37にはその結果をボルト締付力に対する剛性比の変化として示す．なお，図中，一体形の剛性比は平均値を用いている．

この図より一体形の剛性比 K_{vh}/K_{ou} は垂直曲げより多少低く，約0.94であり，ボルト締結梁の剛性比 K_{bh}/K_{ou} は0.4～0.6であって，参考のために図に示した上方向曲げで曲げ荷重が200Kg，すなわち上方向曲げのボルト締付力依存性，曲げ荷重依存性が小さくなった場合と一致している．

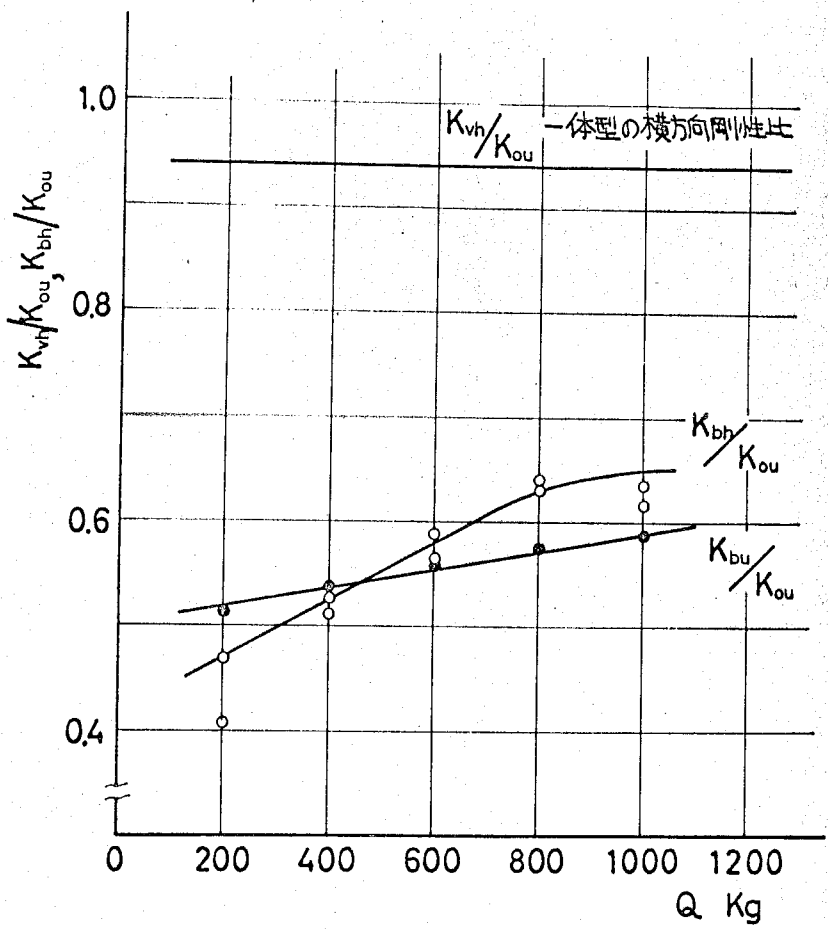


図2-37 一体型とボルト締結梁の横剛性値の比較
d=M12, s_a=60mm, h=40mm, b=40mm,
L_e=305mm

2·4·3 ボルト結合部因子の影響

前項では横曲げ静剛性の一般的な特性にもっとも影響するボルト締付力について検討を行なったので，本項ではボルト結合部の影響因子と横曲げ静剛性の関係について検討した結果を以下に簡単に述べる．

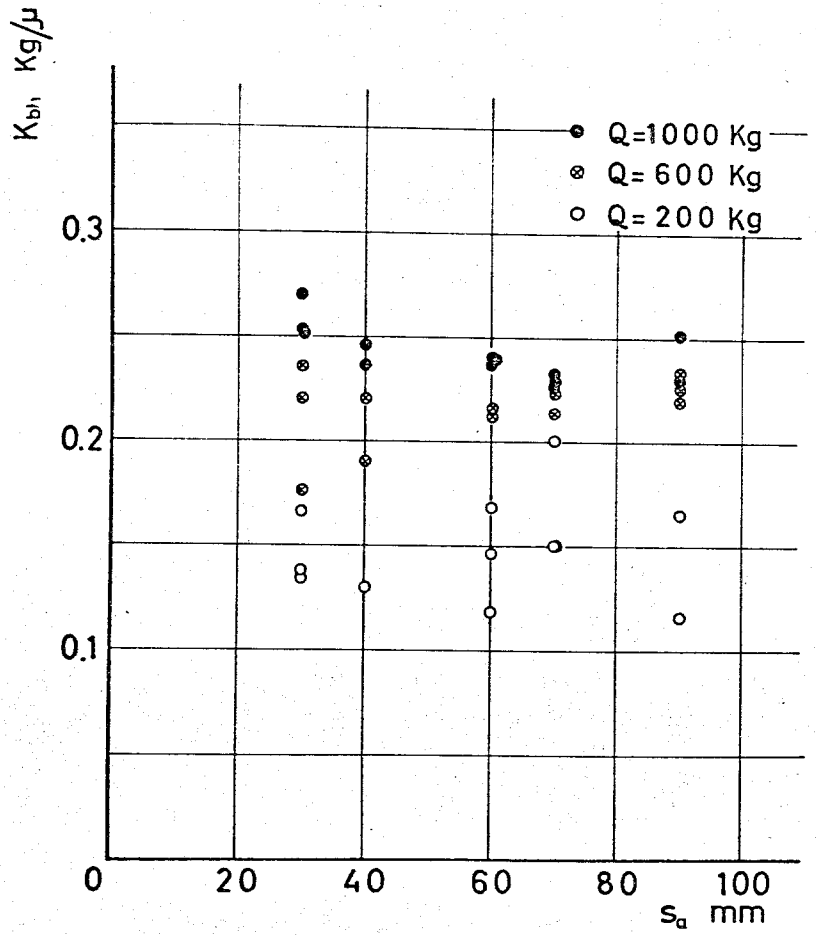


図 2-38 ボルト締付間隔による横剛性値の変化
d=M12, h=40mm, b=40 mm, L_e=305 mm

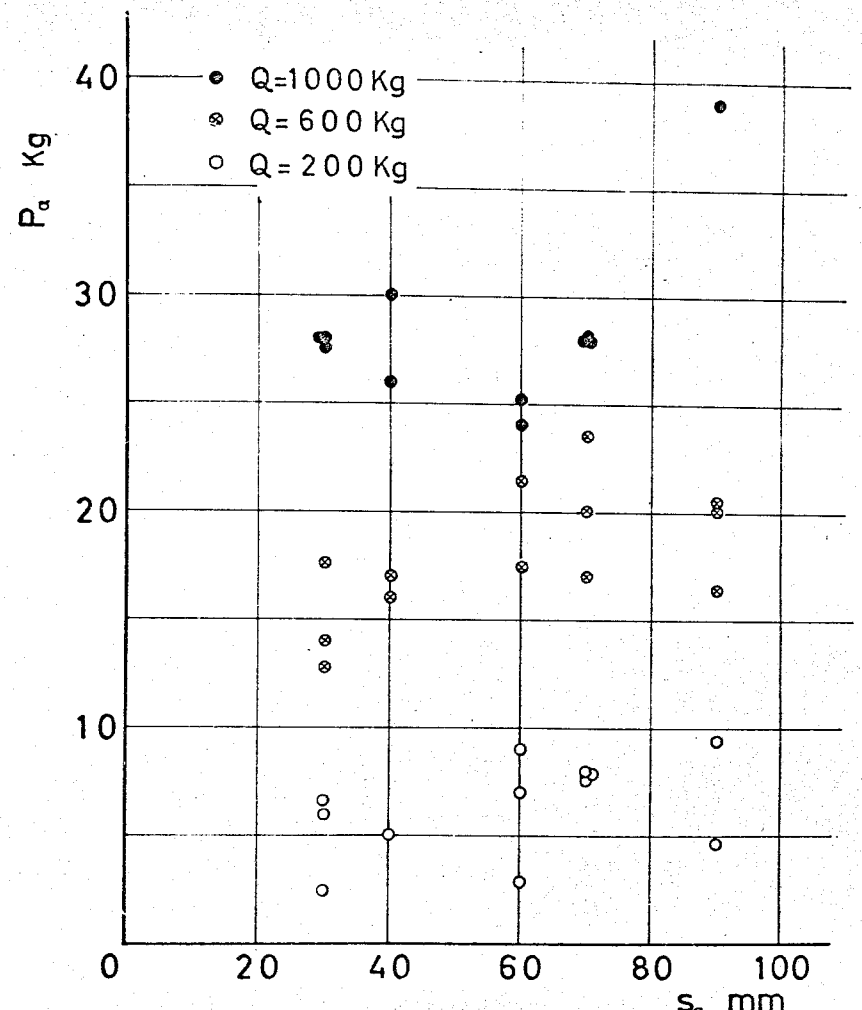


図 2-39 ボルト締付間隔による限界曲げ荷重の変化
締結条件は図 2-38と同じ

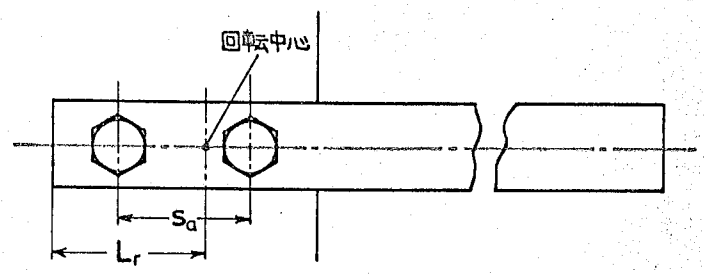
図2-38，図2-39にはボルト締付間隔 S_a による横剛性値 K_{bh}，限界曲げ荷重 P_a の変化の1例を示してある．これらの図によれば，K_{bh}，P_a ともボルト締付力による差異は明らかに認められるが，締付間隔の増加とともに限界曲げ荷重もわずか増加する傾向にあること以外は締付間隔の影響は認められないと云える．

この理由は締結ボルトの締付力の作用する範囲がそのボルトを中心としたある範囲内に限定されるとするRötscherの提唱している圧力円錐を用いてボルト結合部に於ける圧力円錐の重なり状態を考えれば次のように説明される．

横曲げでは結合面の摩擦，凝着等の作用によりその剛性が支配されるので，結合面に於ける締付圧力の値は横曲げ静剛性に大きな影響を及ぼし，その値は圧力円錐の重なり状態により定まるので，締付間隔が甚まく圧力円錐が交叉してボルト締付力の作用範囲が干渉した場合には高くなる．しかし，この場合には締付力の有効に作用する面積は減少するので，締付間隔が変化しても平均的な締付圧力の値にはほとんど差がなくなる．従って，横

剛性値にはボルト締付間隔依存性が生じないものと思われる．これに対して限界曲げ荷重は締付間隔が変化すると，結合面の締付圧力分布状態が変化するので，図2-31に示した回転中心の位置が例えば表2-2に示すように移動するので締付間隔依存性が現われると考えられる．

次に締結ボルト径の横曲げ静剛性に及ぼす影響を検討した結果を図2-40に示すが，図より締結ボルト径を大きくすると横剛性値は漸増する傾向にあり，限界曲げ荷重は締付力が大きくなると直線状に増加する傾向にあることが判る．横剛性値がこのような挙動を示すのは締結ボルト径が大きくなると，その締付力の影響範囲は広がり，接触部分は増えるが結合面に作用する締付圧力は低くなるので，横剛性値を決定する主要因と考えられる凝着部分などの面積増加がボルト径に比例しないためである．なお，このような横剛性値の傾向は垂直曲げの場合と同じであるが，締結す



Q Kg \ Sa mm	30	40	60	70	90
600	39	36	49	45	75
1000	40	38	37	39	60

表2-2 L_rの値(単位mm)

べき梁に対してある径以上のボルトを使用すれば，剛性に対しては締付力よりボルト径の効果の方が大きい点が垂直曲げの場合とは異なっている．

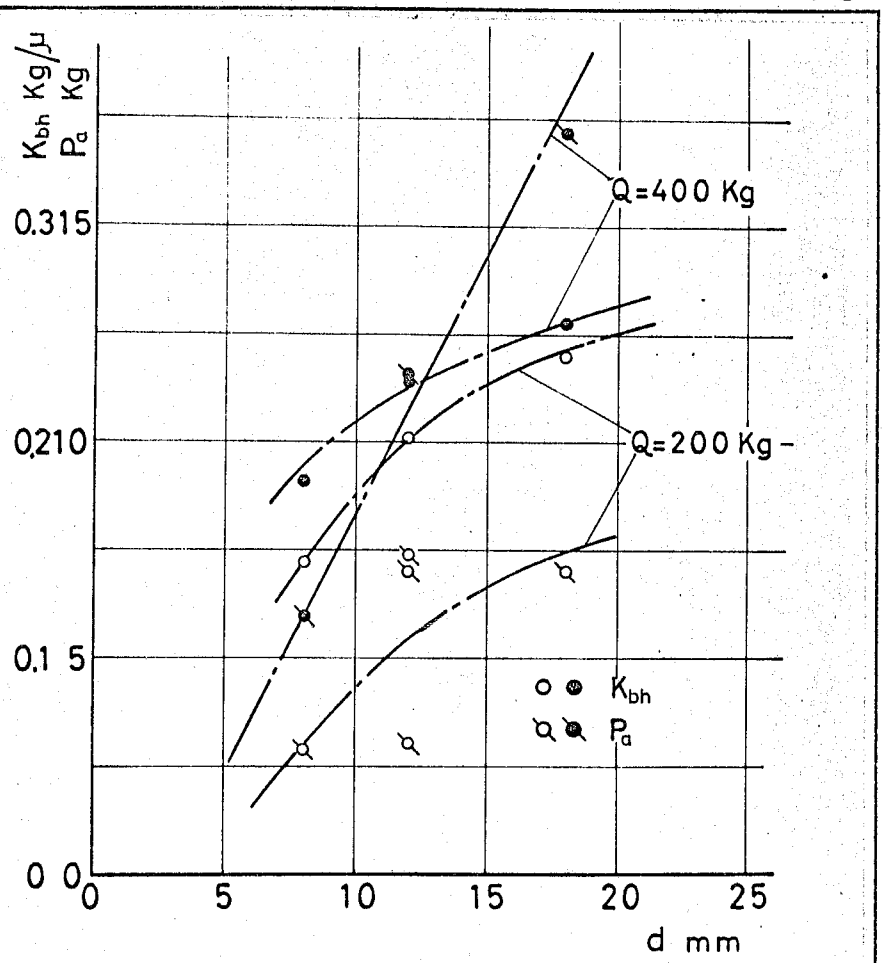
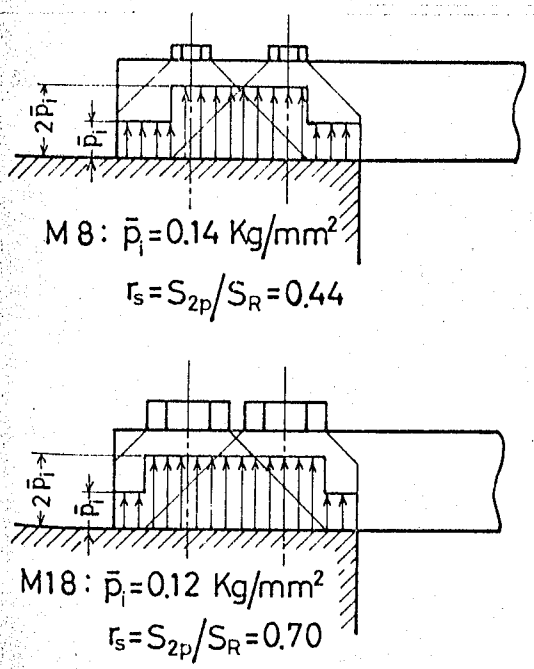


図 2-40 横曲げ静剛性に及ぼす締結ボルト径の影響
s_a=40mm, h=40mm, b=40mm, L_e=305mm



但し，S_R: 全接触面積
S_{2p}: 平均締付圧力が$2\bar{p}_1$の接触面積
$\bar{p}_1$: 一つの圧力円錐内の平均締付圧力

図 2-41

ここで，締結ボルト径がM8，M18のときの圧力円錐状態と締付圧力分布を検討してみると図2-41のようになり，締結ボルト径を変えると平均締付圧力$\bar{p}_1$には大きな差が生じないのに締付圧力の2倍になる面積が大きく違ってくることが判る

従って，限界曲げ荷重が大きな締付力のときに強い締結ボルト径依存性を示すのは，前項で述べたような原因の他に，締付間隔の影響のところでも述べた回転中心の変化によるものであり，回転中心が締付圧力分布形状に影響されるためであることがこれよりも明らかである．

以上述べたことより，横曲げに於ては締付力よりもその締付力により結合面間に生ずる締付圧力分布形状の方が問題であることが判る．

最後に垂直曲げの場合と同様に締結すべき梁の形状の影響をみるため，図2-42に1例として梁の厚さ $h=60$ mmとした場合の横曲げ静剛性を $h=40$ mmと比較して示す．図より梁の曲げこわさを強くしたときの横剛

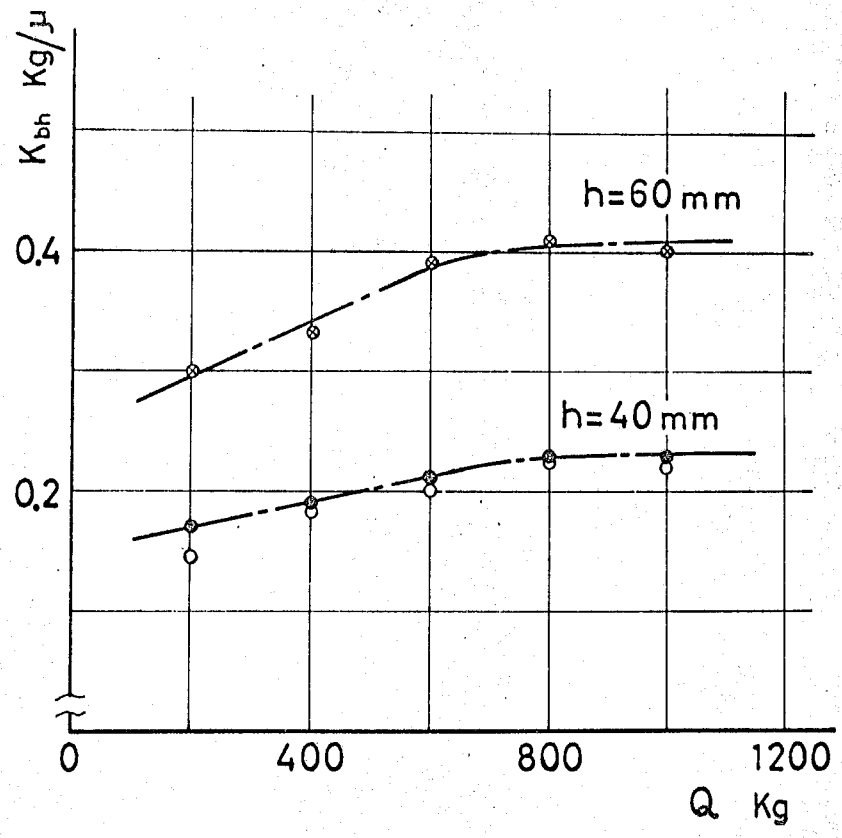


図 2-42 梁の厚さによる横剛性値の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, L_e=305mm

性値の傾向は垂直曲げの場合と全く同じであるが，垂直曲げの場合にみられたような梁の曲げこわさが大きくなると締付力依存性が非常に大きくなる現象はみられない．これは締付力の作用が垂直曲げと横曲げでは異なっていて，横曲げでは接触圧力を保持することが目的であり，横剛性値に大きく影響する横方向ばね作用を定めるためと思われる．このことは図にもみられるように締付力が約800kg以上になると横剛性値が一定になっていることよりも推定できる．

以上，ボルト結合部因子のうち主なものの横曲げ静剛性に及ぼす影響について検討した結果，次のようなことが明らかとなった．

(1) 横剛性値はボルト締付力，締結ボルト径，梁の厚さに影響されるが，これは横剛性値が結合面の締付圧力分布形状に支配されることを示している．従って，結合部因子のうち表面の性質，形状は横剛性値に大きな影響を示すものと考えられる．しかし，その影響をここで行なったような実験により確認するのは図2-35でも判るように測定値のばらつきが多いため，実験上困難な点が多い

と考えられるので，第4章であらためて詳細に検討している．

(2) 横剛性値は垂直曲げ静剛性と同様に梁の曲げこわさにもっとも大きく影響される．すなわち，梁の曲げこわさを大きくすれば横剛性値は大きくなるが，ボルト締結に起因する剛性低下も大きくなる．

(3) 横剛性値はボルト締付間隔には影響されない．

(4) 限界曲げ荷重は数十kg程度であり，ボルト締結のみの結合方法では横曲げ静剛性はこの限界曲げ荷重により決定されるので，テーパピン，ガイドキー，あご部等を使用して限界曲げ荷重を増加させることが必要である．また，この限界曲げ荷重はボルト締付力，締付間隔等ほとんどの結合部因子に影響されるが，特に締付力の影響が大である．

なお，テーパピン，ガイドキーの効果については次項で述べる．

2·4·4 テーパピン，ガイドキーの効果

前項迄の研究で横曲げ静剛性は限界曲げ荷重により定まることが明らかとなったので，ここではこの限界曲げ

荷重を増加する手段として良く用いられるテーパピン，ガイドキーの横曲げ静剛性に及ぼす効果を検討した．

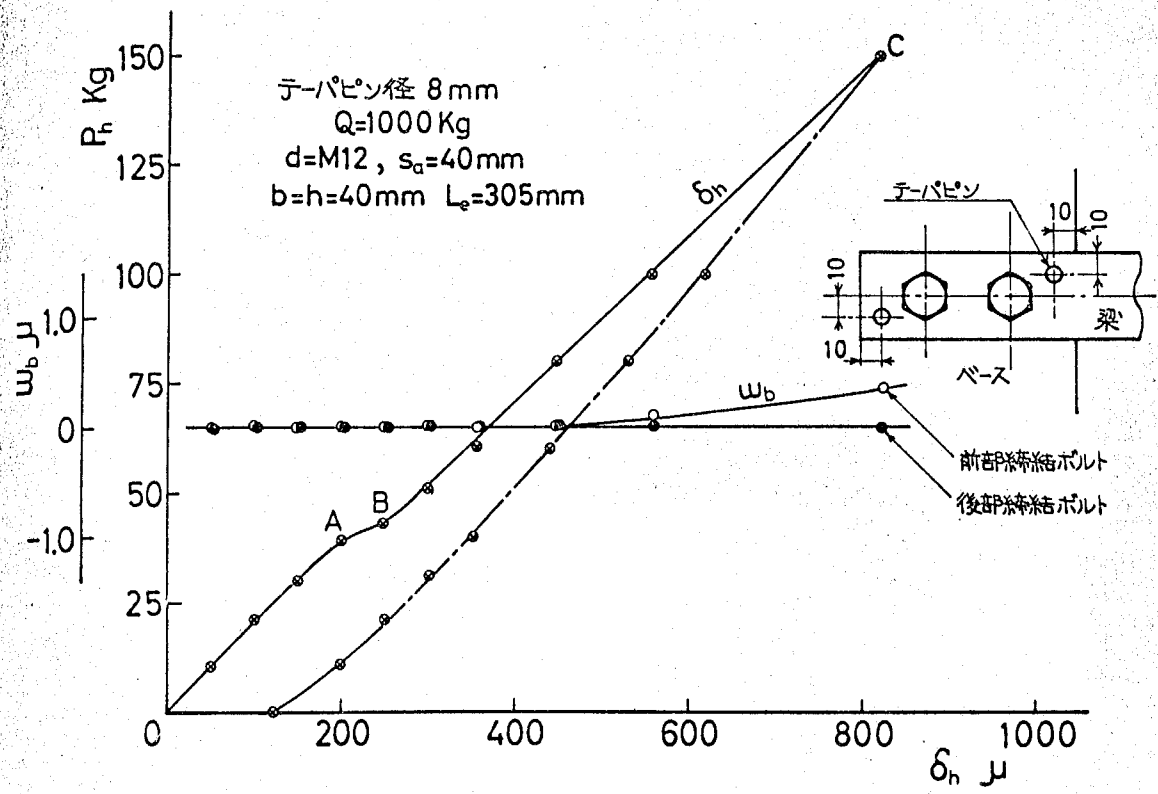


図 2-43

図2-43にはテーパピンを設けたときの曲げ荷重と先端撓みの変化の1例を示してある．図にみられるようにテーパピンを設けたときの先端撓みは曲げ荷重が低いときにはボルト締結のみの撓みと同じ挙動を示すが，ボルト締結のみの限界曲げ荷重点（図のA点）を過ぎるとテーパピン部の「ガタ」に相当する部分（図のA, B点間）だけすべった後テーパピンが有効に作用する状態になる（図のB, C点間）．

このとき図に同時に示してあるようにテーパピンが有効に作用するに従って前部締結ボルトにはわずかであるが伸びが現われてくる．これは梁にねじり変位が生じているためであり，このためテーパピンが有効に作用している場合でも除荷時に残留変位が残ってくる．

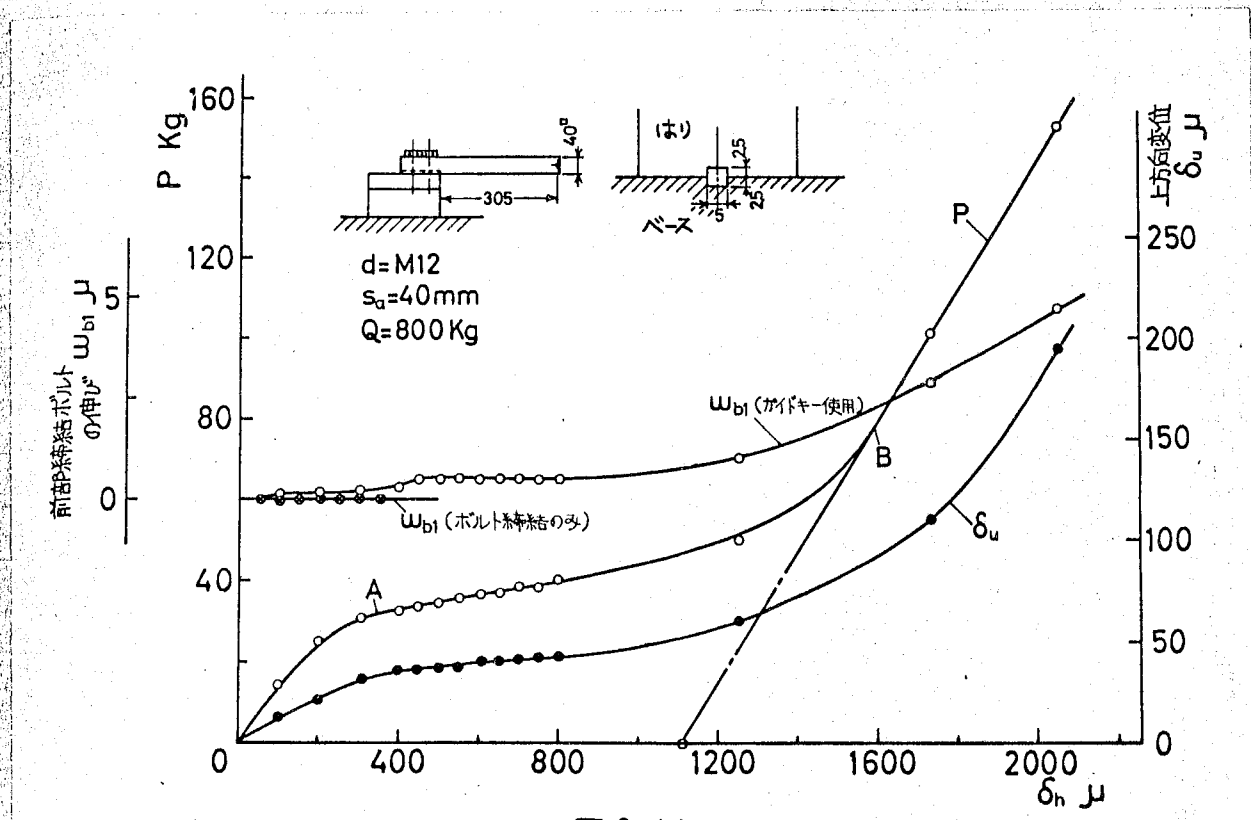


図 2-44

ガイドキーの場合にはこの傾向が図2-44にみられるように更に顕著に現われ，A，B点間に相当する部分が非常に大きく現われる．これはガイドキーがキー溝内で回転を生じながら梁を挽るために起こる現象と考えられる．また，前部締結ボルトの伸びもガイドキーが有効に作用する範囲ではテーパピンの場合より大きく，ボルトの

伸びと梁に生ずる上方向の附加的な変位は密接な関係を示している．しかし，テーパピンと異なり荷重を除荷したときに生ずるガイドキー部に起因する残留変位は認められない．このことはガイドキーの回転は生じやすいが容易に復元しやすいのに対してテーパピンの浮上りは生じにくいが一度浮上ると復元しにくいことに原因があると思われる．

以上より，テーパピン，ガイドキーを用いれば限界曲げ荷重が増加することは明らかであり，横曲げ静剛性は大きく改善されることが判るが，逆にテーパピン，ガイドキーの存在により梁に捩れを生じ，特にガイドキーが存在すると附加的な大きな上方向変位を生じる欠点もある．従って，テーパピン，ガイドキーを使用するときにはこのような附加的な上方向撓みの存在に注意を払い，ボルト締付力を十分大きくしてこれを防ぐ必要があり，この点よりみると，ガイドキーよりテーパピンの方が実際のボルト結合部では有効であると云える．

よって，テーパピンを設けたときの横曲げ静剛性について更に検討を行なったが，その結果を図2-45に示す．

図には同一締結条件でテーパピンを設けないときの横剛性値 K_{bh} も示してあるが，図より横剛性値はボルト締結のみの方がテーパピンを設けたときの横剛性値 K_{bhT} より大きく，テーパピンが有効に作用したときの横剛性値 K_{TP} はもっとも低くなることが判る．この現象は前項で述べた二平面接合部に存在すると考えられる横方向ばねの作用する接触面積がテーパピン穴を設けたために減少すること，また，テーパピンが有効に作用するときには梁がねじれることによって，結合部の接触面積が減少することにより起こるものと考えられる．

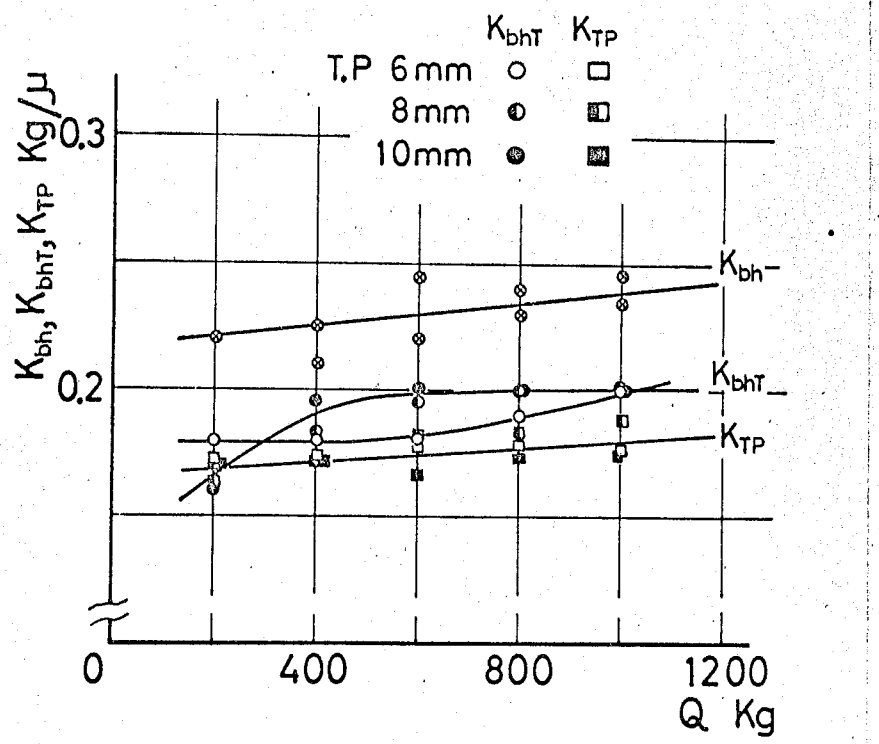


図 2-45 横曲げ静剛性に及ぼすテーパピンの効果
（締結条件，テーパピンの位置は図2-43と同じ）

なお，テーパピン径は横剛性値にほとんど影響を及ぼさないものの，限界曲げ荷重には影響しているので，ボ

ルトの伸びが検出されない部分でもテーパピンが一部分作用して梁にわずかではあるが,こじり現象を起こさせてることが推定され，このようなときにはテーパピンの曲がり，並らびにテーパ穴とテーパピンのはめあい精度が問題になるものと思われる.

§2·5　多数ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性

前節迄は工作機械に存在するボルト結合部のひとつである平削り盤形式締結のもっとも基本的な形態である直列二本締結の場合を取扱い，そのボルト結合部の曲げ静剛性が示す一般的な特性を明らかにした．既に説明したようにボルト結合部には種々の影響因子が存在するが，本研究の結果を工作機械構造の設計に役立てるためには，更に締結本数，締結位置の結合部剛性に及ぼす影響を明らかにする必要があると考えられる．

よって，ここではボルト本数，並びに締結位置の垂直曲げ静剛性に及ぼす影響について実験的に検討した結果を述べているが，前節で述べたように横曲げ静剛性は横剛性値ではなく，限界曲げ荷重でその値が定まる特性を有する．このため，設計の際には締結本数，締結位置よりもガイドキー，テーパピンの効果が問題になると考えられるので，これらの存在する状態で締結本数，締結位置の影響を検討する必要がある．従って，ここでは横曲げ静剛性は取扱っていない．

2·5·1 締結ボルトの配列方法

ボルト結合部に締結ボルトを多数配列する場合には結合部面積を一定にして締結本数を増やす方法と結合部面積を変化させながら締結本数を増やす方法の二通りがあるので，実験は図2-46に示すような締結ボルトの配列方法について行なっている．なお，使用した実験装置は前節の実験に用いているものと同じであり，ベース，梁の結合部分の寸法，形状のみが異っているだけであって，締結ボルト径はM12に統一してある．

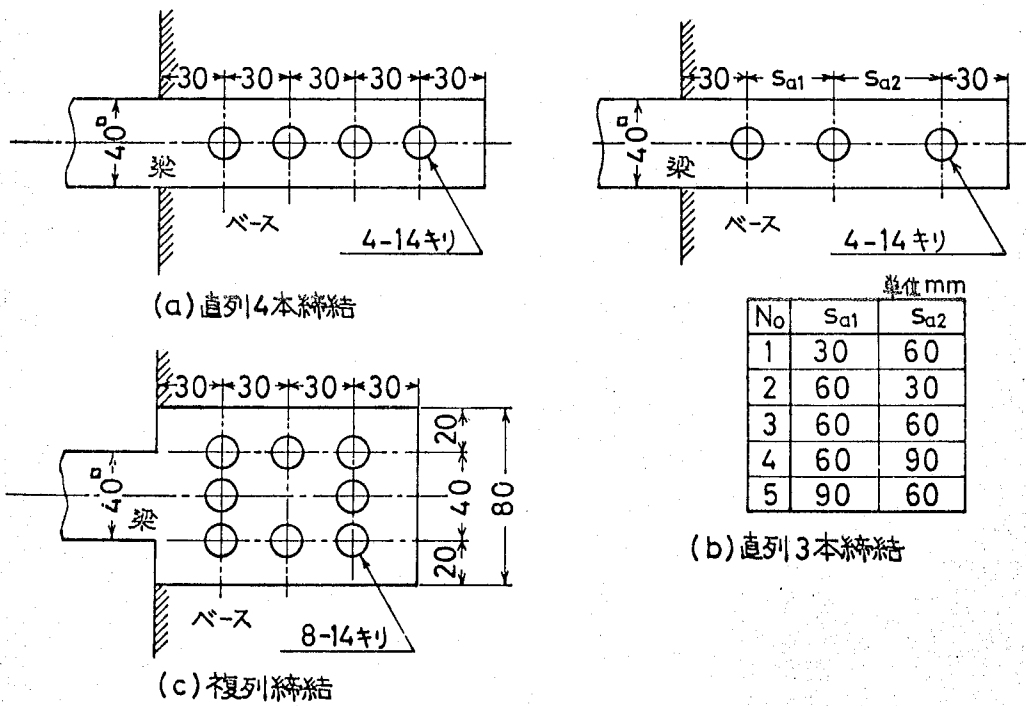


図 2-46 締結ボルトの配列位置

2·5·2 締結ボルト本数と締結位置の影響（結合部面積一定の場合）

一般にみうけられるボルト結合部ではここで述べるような結合部面積を一定として締結ボルト本数を増やす方法が良く用いられるので，ここでは直列多数締結と複列多数締結の場合について検討している．

まず，図2-46(b)に示すように，一定間隔の直列二本締結状態に中間ボルトをあらたに設けたときの曲げ静剛性の増加について検討した結果の1例を図2-47に示す．

図には中間ボルトの効果を明確にするため，縦軸に直列二本締結と三本締結の曲げ静剛性の比をとってあるが，図より中間ボルトによって明らかに剛性が増加すること，並らびに下方向曲げより締結ボルトの伸びが問題となる上方向曲げの場合に中間ボルトの効果が多少大き

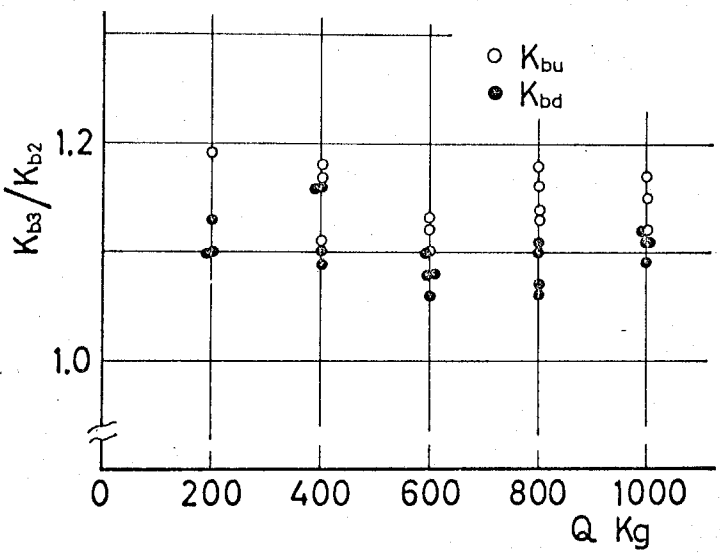


図 2-47 曲げ静剛性の増加に及ぼす中間ボルトの効果
K_{b2}: $z_n=2, s_{a1}+s_{a2}=90mm$ の曲げ静剛性
K_{b3}: $z_n=3, s_{a1}=30mm, s_{a2}=60mm$ の曲げ静剛性

いことが判る．また，図2-48にはこの中間ボルトの位置による曲げ静剛性の曲げ荷重依存性，締付力依存性の変化を示してあるが，図より判るように一定曲げ荷重のもとでは締付力がある値以上であると，中間ボルトの位置によって曲げ静剛性は影響を受けない．しかし，締付力が小さいときには中間ボルトの位置によって曲げ静剛性に差異が生じ，その傾向は上方向曲げと

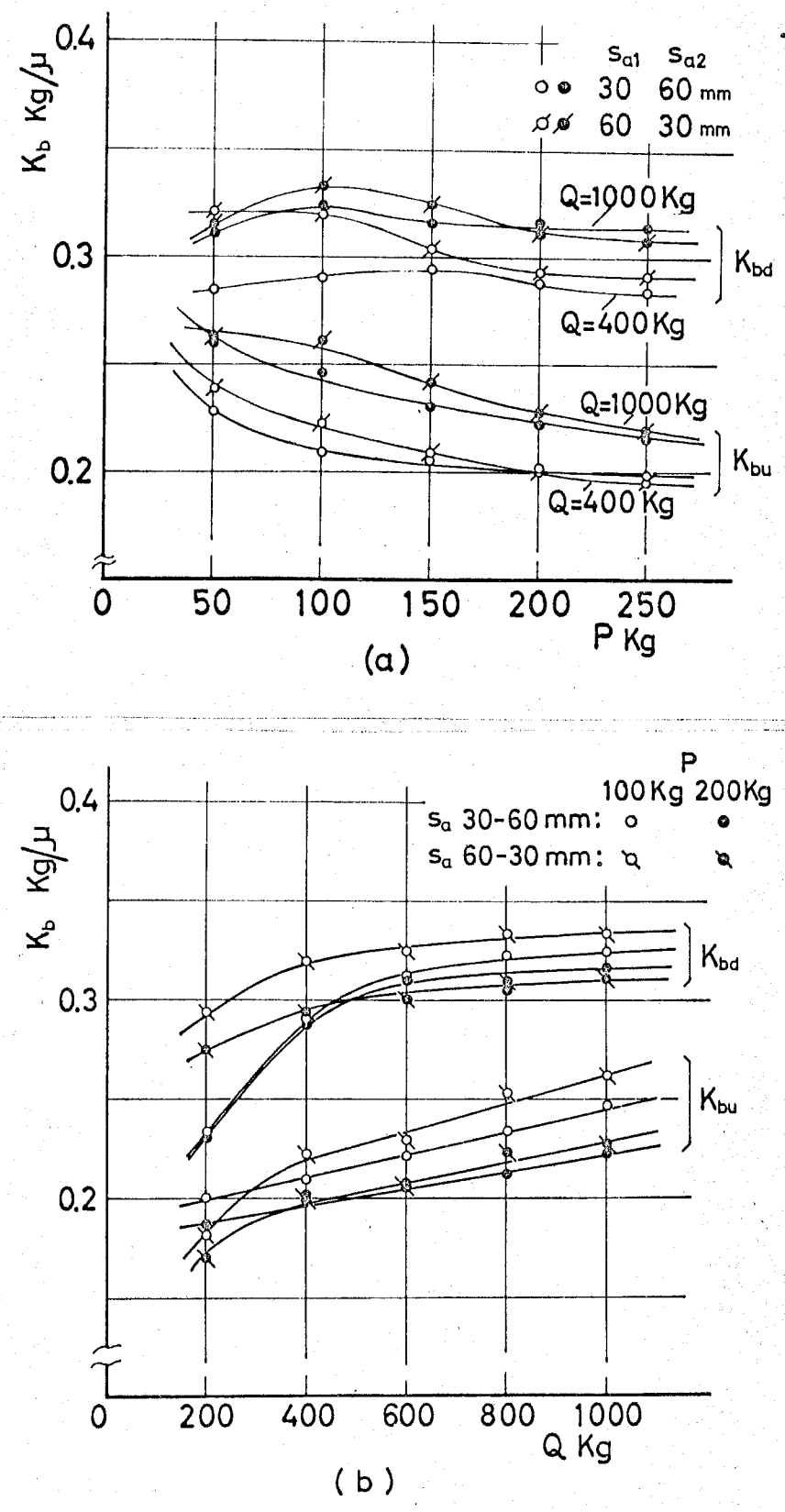
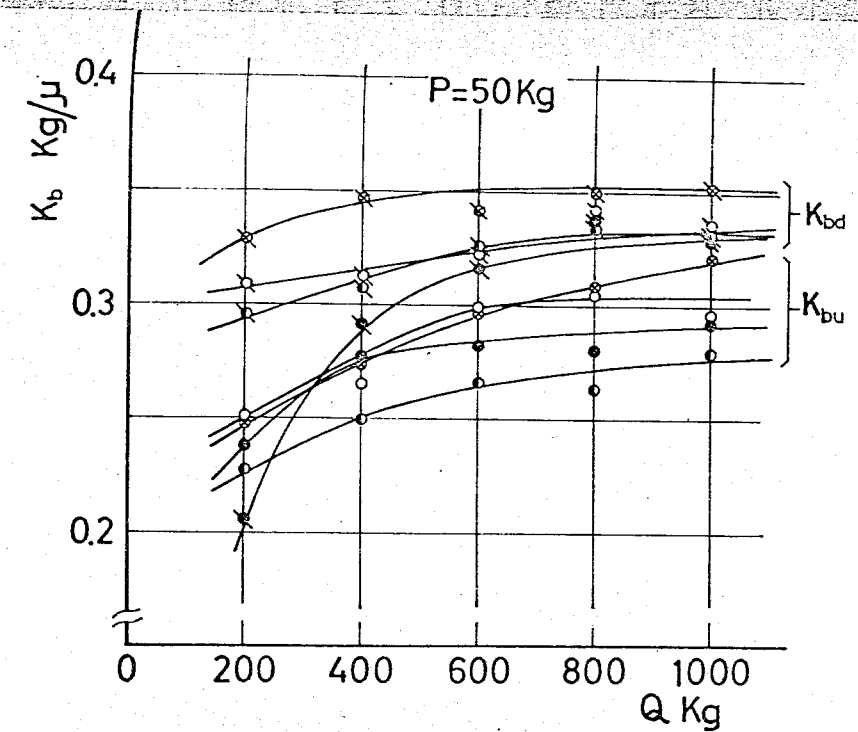


図2-48 曲げ荷重依存性，締付力依存性に及ぼす中間ボルトの影響

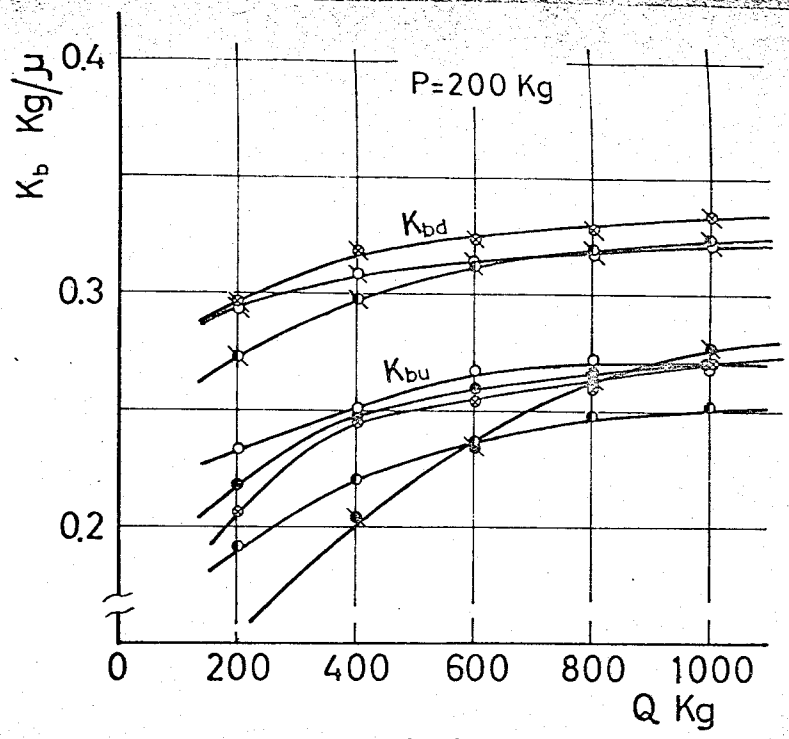
下方向曲げでは逆になり，いずれの場合でも締結ボルトに引張り力の作用する側に近い方へ中間ボルトを設けたときの方が曲げ静剛性は高くなる．

このような結果は複列締結で締結ボルト本数と締結位置を変化させたときにも認められ，その1例を図2-49に示す．図で下方向曲げにおける横二本ボルト締結はボルトに引張り力の作用する位置に締結ボルトの設けられていない例であるが，図に見るようにその曲げ静剛性は他の締結位置の場合にくらべて大きく低下している．また，直列締結と同様にQ/Pが小さいとき，すなわち締結ボルトが伸びやすいときには締結位置による曲げ静剛性の差は大きくなるが，Q/Pが大きいとき，すなわち締結ボルトが伸びにくくなって，梁とベースの接合部の示す接触剛性の曲げ静剛性に及ぼす影響が大きくなると，締結位置による曲げ静剛性の差は小さくなる．しかし，いずれの場合にも締結ボルトに引張り力の作用する側にボルト本数の多い方が曲げ静剛性は大きく，特にこの傾向はQ/Pが小さいときに顕著である．

実際の工作機械のボルト結合部ではボルト締付力は十



(a)



(b)

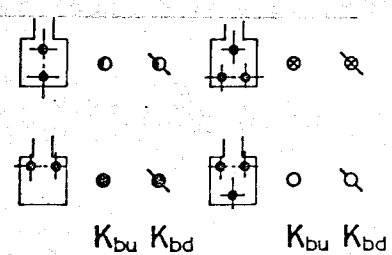


図 2-49 締結ボルトの位置と曲げ静剛性の関係

東京工業大学 296794

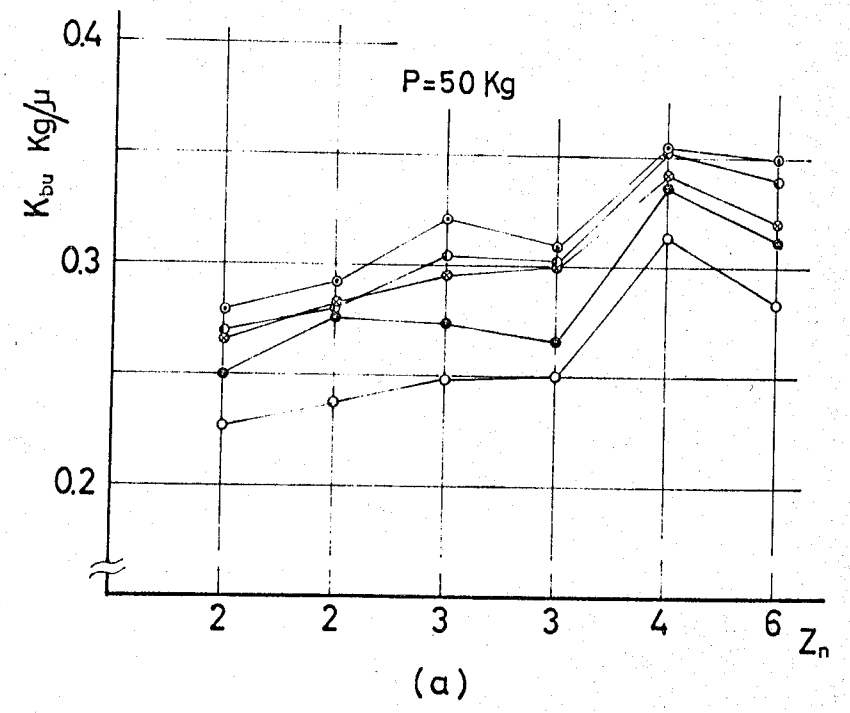
分大きく，かつ締結位置は等分配されていることが多いので，実用上は締結位置の曲げ静剛性に及ぼす効果は小さいものと思われるが，作用荷重の方向が明白なときに結合部剛性を増加するには，結合部で引張り力の作用する側に締結ボルトを増すように設計する必要がある．

次にボルト結合部の設計上もっとも問題となる締結ボルトの有効な本数を検討した結果について述べる．

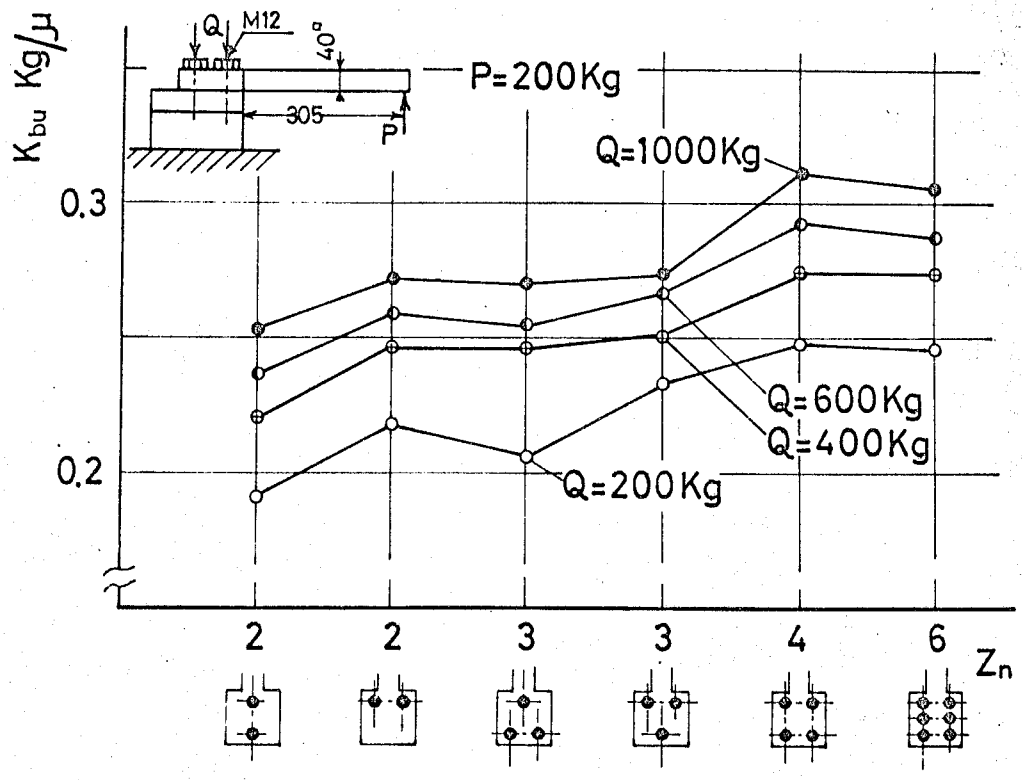
図2-50には一般に良く用いられる複列多数締結について実験した結果の1例を示してある．図より判るように締結ボルト本数の曲げ静剛性に及ぼす影響は上方向曲げと下方向曲げでは多少その傾向は異なっている．既にこれ迄の研究で明らかにしたように上方向曲げでは前部締結ボルトが曲げ静剛性に大きな効果を持っている．従って，曲げ荷重が作用したときに締付力が小さいか，または締結ボルト径が小さいと，締結ボルトは伸び，その結果として結合面に隙間が生じる．このような状態では明らかに締結ボルトのばね定数と本数が曲げ静剛性に影響するようになるが，実験結果はこのことを良く示している．これに対して，締結ボルト本数が4本以上では曲げ

静剛性の増加はほとんどなくなるが，これは結合面に隙間が生じなくなり，曲げ静剛性が主に接触面の接触剛性により定まるようになるためと考えられ，これより有効締結本数は約4本であると云える．

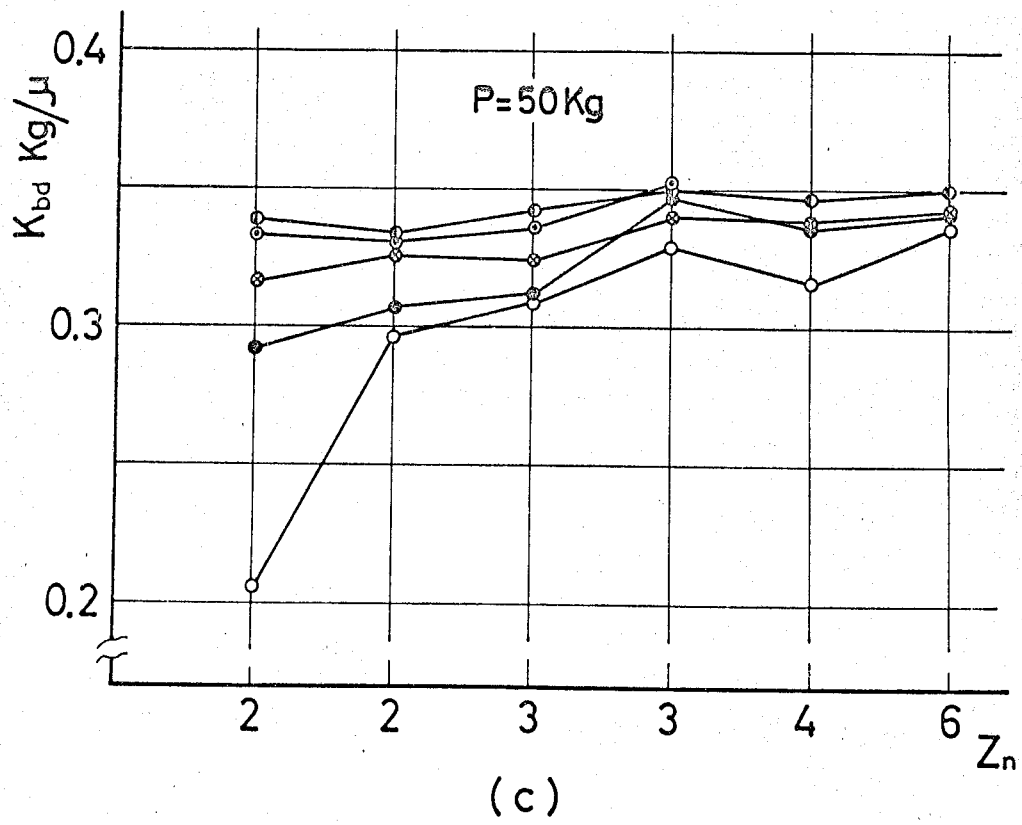
また，下方向曲げでは上方向曲げにくらべると締結本数の曲



(a)



(b)



げ静剛性に与える効果は小さい傾向にあるが，Q/Pが小さく，締結ボルトが伸びやすければ有効締結ボルト本数は約4本程度であると云える

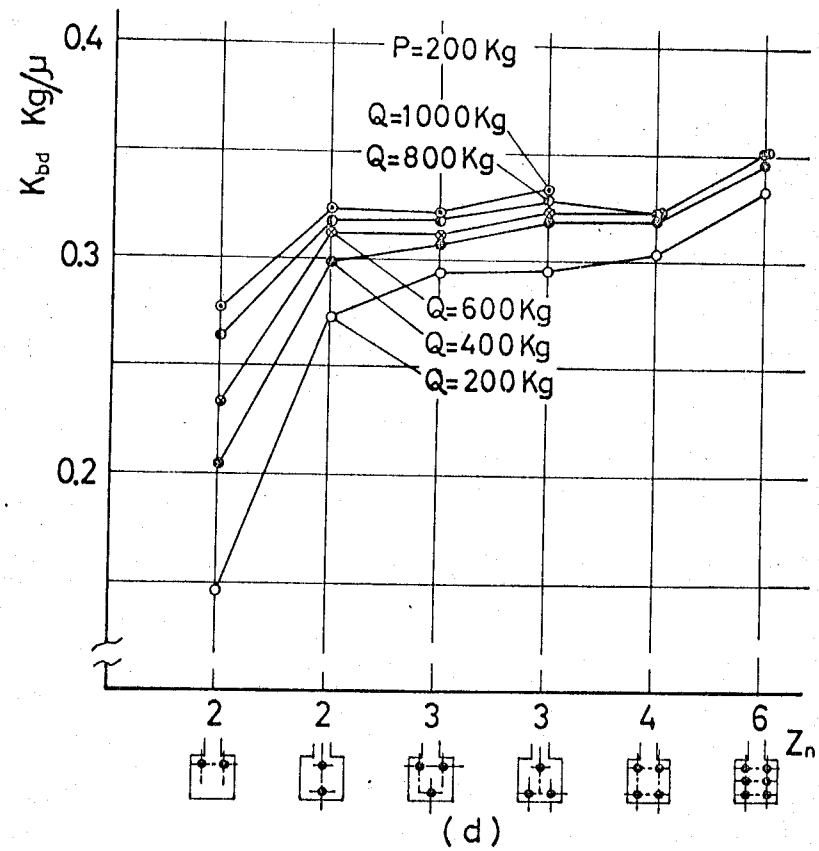


図2-50 曲げ静剛性に及ぼす締結ボルト本数の効果

しかし，Q/Pが大きく締結ボルトが伸びにくい状態，

すなわち結合面に隙間の生じない状態では図2-50(c)の下方向曲げ静剛性の挙動にみられるように締結ボルト本数の曲げ静剛性に及ぼす効果はほとんど認められず，影響は非常に少ない．このことは締付力が有効に作用して結合面に隙間の生じないような荷重条件，締結条件のもとでは曲げ静剛性が結合部の接触面剛性により定まることを示している．

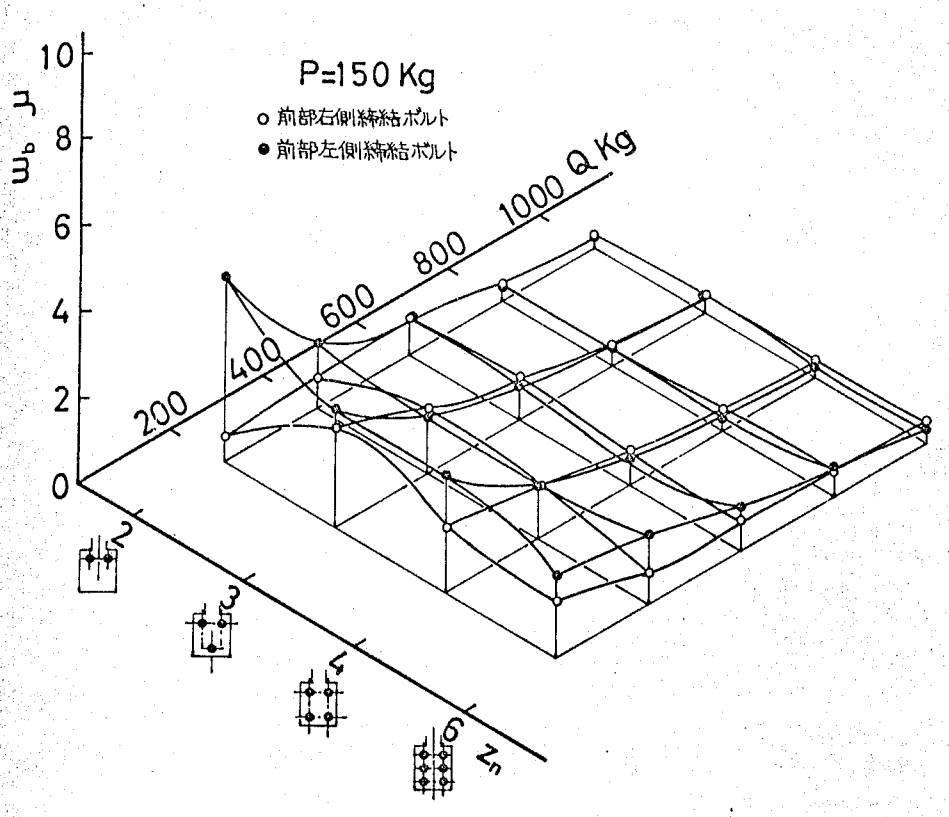
従って，作用する曲げ荷重に対して結合面に隙間が生じないようなボルト締結条件とすれば，締結ボルト本数4本以下でも多数ボルト締結時に到達できる曲げ静剛性の値を得ることができる．なお，ここで述べた締結ボルト本数の曲げ静剛性に及ぼす影響の傾向はここには図示していないが，直列多数締結の場合にも全く同様な傾向になる．

以上，多数ボルト締結における締結位置と締結本数について実験した結果を述べたが，有効締結ボルト本数が約4本であること，並びに曲げ静剛性を増加させるには引張り力の作用する側に締結ボルト本数を数多く設ける必要のあること，は既に他のボルト結合形式（*本研究

の分類ではB形式）について研究したE. SchLosser[13]の結果と良く一致している．従って，工作機械のボルト結合部ではその結合形式にかかわらず有効締結本数は約4本と考えられる．

更に図2-50に示した締結ボルト本数の曲げ静剛性に及ぼす効果を検討してみると，特にボルトの伸び状態が大きく影響する上方向曲げでは締結ボルトの増加による曲げ静剛性の増加割合は同一締付力の状態では作用曲げ荷重が小さい程大きく，曲げ荷重がある値以上になるとこの増加割合は一定になる．これは本実験で取扱ったような複列ボルト締結においてしばしば問題となる各締結ボルト，この場合には前部左，右の締結ボルトの伸びが同一曲げ荷重のもとで締付力の小さい時，または締結本数が少ないときに大きく，且つ非対称になり，締付力が大きくなるか，または締結本数が増すに従って小さく，且つ左，右対称になる挙動によるものと考えられる．

従って，図2-51には上方向曲げにおける前部左，右の締結ボルトの伸びについて測定した結果を示してあるが，図には上記のことが良く示されている．



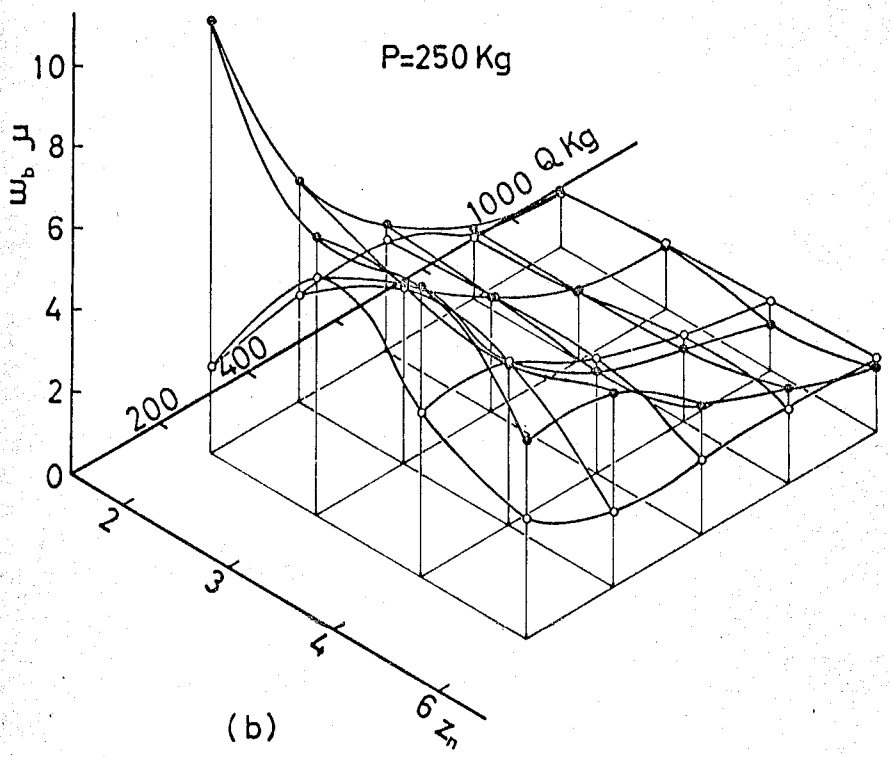


図 2-51 上方向曲げに於ける締結ボルトの伸び

このように締結ボルトに対して左右対称な位置に曲げ荷重が作用した場合にもボルトに非対称な伸びの生じる原因としては，使用する各締結ボルトの形状，すなわちボルト頭部と首下部のなす傾き角，ボルト頭部の角部の面取り，まるみ，ねじとねじ穴のは

めあい精度等を全く同一に製作しえないことの他に実際の締結時にはボルト頭部の六角部が任意の位置にくること等が考えられる.

従って, ボルト締付力が充分大きければボルト頭部は被締付材中に沈み込んでいるためにこれらの影響は少なくなるものの, 締付力がふさいと逆にこれらの影響が大きく現われ, 上記のような挙動を示すものと思われる. 実機のボルト結合部の場合には曲げ荷重が偏心して作用することの方が多いので, 以上の結果よりなるべく曲げ荷重の作用線に対して対称に締結ボルトを配置するように注意すべきであると思われる.

2·5·3 締結ボルト本数と締結位置の影響（結合部面積の変化する場合）

結合部面積を変化させて締結ボルト本数を増加させる方法は結合部面積を一定として中間ボルトを設けることと同じになるので, 前項と同じような結果が得られることは明らかであり, 1例を直列多数締結について確認した結果を図2-52に示してある. 図には $S_{a1}=60mm$ として S_{a2} を $60mm$ と変えたときの直列3本締結の曲げ静剛性と締付

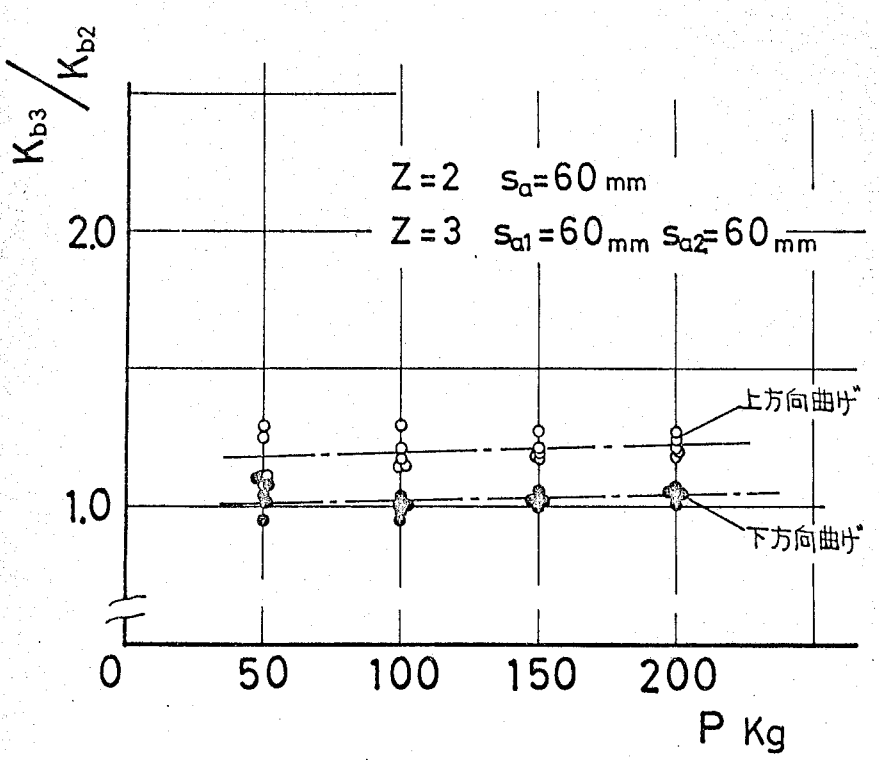


図 2-52 結合部面積が変化するときの中間ボルトの効果

間隔 S_a = 60 mmなる 2本締結の曲げ静剛性の比を縦軸にとってある．図より判るように締結ボルトを一本増すことによる剛性増加の割合は結合部面積を一定として中間ボルトを設ける場合とほぼ同じであり，上方向曲げの方が剛性増加の割合が大きい点も一致している．また，図は省略してあるが，締付間隔 S_{a2}が大きくなると，上方向曲げでは曲げ静剛性の増加割合が多少大きくなり，下方向曲げではほぼ一定な増加割合を示すが，一般的に曲げ静剛性に及ぼす締付間隔 S_{a2}の影響はふさい．

2·5·4 多数ボルト締結における曲げ静剛性の曲げ荷重

とボルト締付力依存性

既に明らかにしたように，もっとも基本的な直列二本ボルト締結片持梁の曲げ静剛性は曲げ荷重依存性，ボルト締付力依存性を有し，その傾向は結合部における梁の曲げこわさと締結ボルト径の相対関係により大きく影響される．

多数ボルト締結の場合におけるこれらの特性について検討した結果の1例を直列多数と複列多数ボルト締結について直列二本締結の場合と比較して図2-53，図2-54に示す．これらの図より多数ボルト締結の場合にも曲げ静剛性の示す曲げ荷重依存性，締付力依存性の傾向は全く直列二本締結の場合と同じであり，単に剛性の絶対値が締結ボルト本数の増加とともに高くなるのみであることが判る．但し，複列締結の場合には同一曲げ荷重が作用するとき直列二本締結にくらべて締結ボルトの伸びが小さくなるため，その上方向曲げにおける曲げ荷重依存性の傾向は直列二本締結にくらべて緩やかになってくる．

しかし，これらの曲げ荷重依存性，締付力依存性の傾向は実験した他のボルト締結条件の場合にも同じように

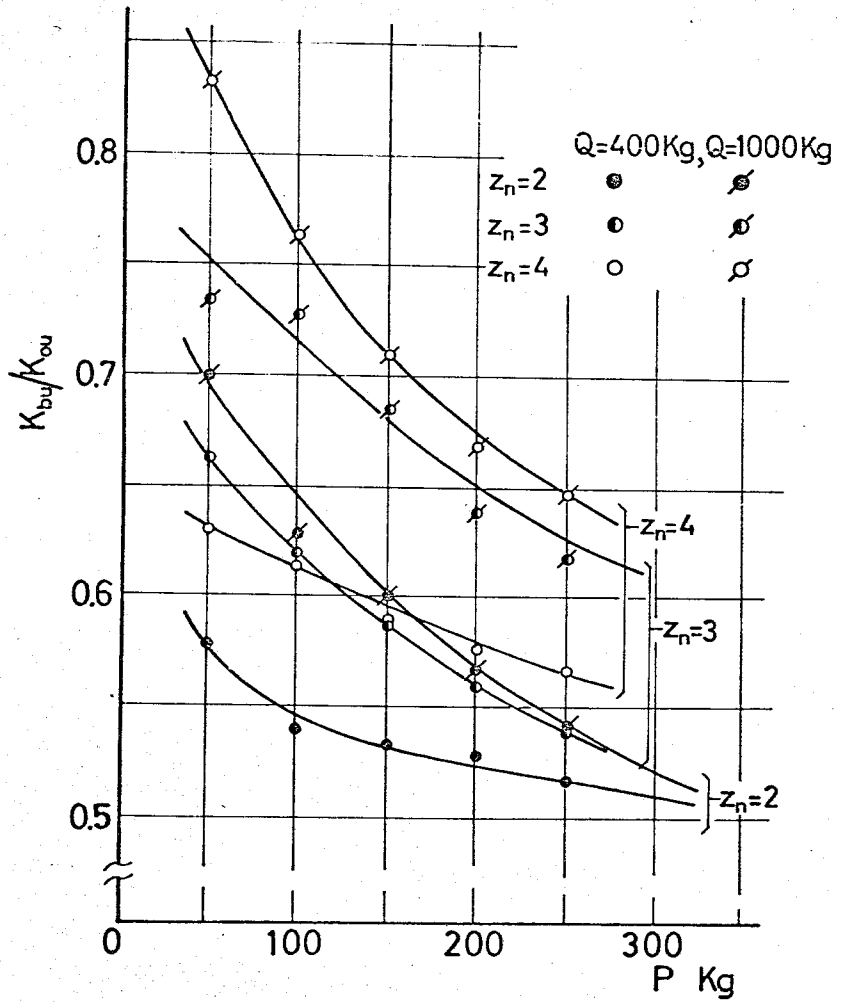


図 2-53 締結本数による上方向曲げ剛性比の変化
(直列多数締結の場合)

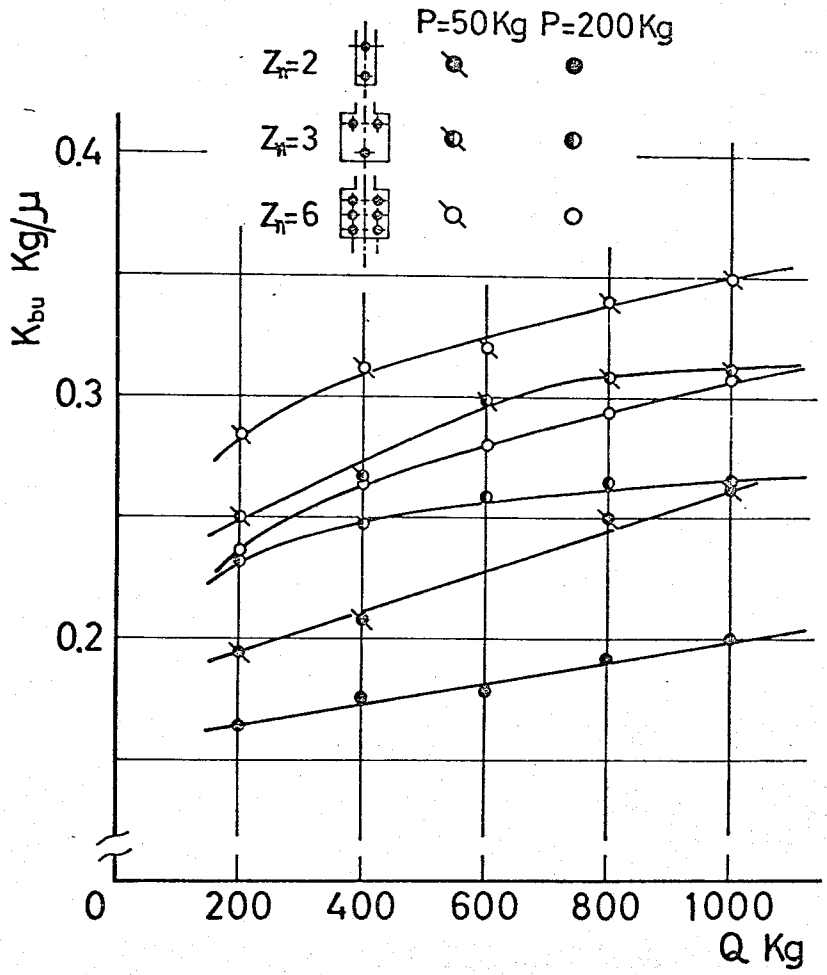


図 2-54 多数ボルト締結に於ける曲げ静剛性の締付力依存性

なることより，今後のボルト結合部に関する研究，すなわち，各ボルト結合部影響因子による曲げ静剛性の挙動の解明はもっとも基本的な直列二本ボルト締結の状態を対象として行なっても十分にその特性を検討できることが判る．

§2·6　まとめ

本章では工作機械の曲げ静剛性を考える場合に問題となるボルト結合部曲げ静剛性に関する実験的研究を平削り盤のコラムとベースの結合部のような結合形式を模型化したボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性と横曲げ静剛性について行ない，ボルト結合部曲げ静剛性の示す一般的な特性，結合部因子の曲げ静剛性に及ぼす影響等を明らかにした．

本研究の結果によれば，ボルト結合部が存在すると，曲げ荷重の種類のいかんにかかわらず一般的にその曲げ静剛性は一体形にくらべて大きく低下する他に，曲げ荷重依存性，ボルト締付力依存性を示し，これらの依存性の傾向，並びに剛性低下の割合はボルト結合部因子により影響される．しかし，その影響の程度は曲げ荷重の種類により異なるので，依存性の傾向，剛性低下の割合は垂直曲げと横曲げでは次のように違ってくる．

(1)　垂直曲げ

垂直曲げ荷重がボルト締結片持梁に作用したときに曲

げ静剛性の示す挙動は次の二つの状態にわけられる.

(a)作用曲げ荷重により結合面が離れにくい締結条件の場合

このような締結条件を満足するボルト結合部では梁とベースの接触部である結合面の接触剛性が曲げ静剛性を支配するので, 曲げ静剛性の示す曲げ荷重依存性, 締付力依存性は小さくなり, 曲げ荷重が増加すると剛性も増加する曲げ荷重依存性を示す.

また, このような締結条件では曲げ静剛性の低下も少なく, ボルト結合部の存在により生ずる影響は小さく, 無視できるようになる. しかし, このような締結条件を満足させるには梁に対して相対的にこわい締結ボルトを使用する必要があるので, 締結される梁の曲げこわさが弱くなり, 梁に大きな先端撓みが生じやすい.

(b)作用曲げ荷重により結合面が離れやすい締結条件の場合

このような締結条件では梁の曲げこわさが締結ボルトのばね定数にくらべて高く, 先端撓み量は小さい状態になるので, 工作機械のボルト結合部に相当する. この締

結条件ではボルト結合の影響は大きく現われ，曲げ静剛性の低下は大きく，曲げ静剛性の示す曲げ荷重依存性と締付力依存性の傾向は強くなり，曲げ荷重が増加すると剛性は減少する曲げ荷重依存性を示す．

これら依存性は実験したすべてのボルト結合部因子により影響されるが，そのうち特に次の因子の影響が大である．

『梁の曲げこわさと締結ボルト径の相対関係』

また，締結する梁のこわさが高いほど曲げ静剛性の絶対値は高くなるが，ボルト結合部の存在による剛性低下は逆に大きくなる．このボルト結合による曲げ静剛性の剛性低下には結合部因子のうち『梁の突出し長さ，梁の厚さと締結ボルト径の関係』がもっとも影響し，ボルト締付間隔，締結ボルト径そのものはあまり影響しない．

従って，この場合には締結ボルト本数を増して剛性の増加を考える必要があるので，多数ボルト締結状態について検討を行なった．その結果によると，締結ボルトの伸びやすい一般的なボルト結合面では結合面に隙間が生じなくなり，曲げ静剛性が締結ボルト本数の増加にかか

わらずほぼ一定となる有効締結本数は約4本と考えられ，この状態では締付力が有効に作用する締結条件となるので曲げ静剛性は結合面の接触剛性により定められること，並らびに締結ボルトの伸びる側，すなわち引張り力の作用側に締結ボルト本数を多く設ける方が曲げ静剛性は大きくなり，その増加の傾向は締結ボルトが伸びやすいときに著るしいこと等が明らかとなった．

しかし，多数ボルト締結にすれば曲げ静剛性は増加するが，次のようなあらたな問題も生ずる．すなわち，複列多数締結でボルトの伸びが大きい荷重作用状態では締結ボルトの伸びが非対称になり，梁に附加的なねじり変位が生じることで，この傾向は同一締付力のもとでは締結本数が少なく，作用する曲げ荷重の大きいとき程強くなる．

なお，多数ボルト締結における締結ボルト本数の効果はB形式のボルト結合部について実験したE. Schlosserの結果とも一致している．

以上，垂直曲げについて本章の結論を述べたが，その他の重要な結果を以下に列記する．

(i) 曲げ静剛性の締付力依存性は締付力が増加すると剛性も増加する傾向を示す．

(ii) 多数ボルト締結の場合でも曲げ静剛性の絶対値が高くなるだけでその曲げ荷重，締付力依存性の定性的傾向はほとんど直列二本締結の場合と同様である．従って，各ボルト結合部因子の曲げ静剛性に及ぼす影響は基本的な直列二本ボルト締結梁を対象として検討しても良い．

(iii) 締結ボルトが結合する梁の曲げこわさに対して十分な寸法の場合には締結ボルト径より締付力のほうが問題になる．

(2) 横曲げ

横曲げ静剛性は結合面のいわゆる巨視的な摩擦により定められるので，結合面の性質，状態は大きな影響を持ち，ボルト締付力は接触圧力を保持する役目を行なうのみであって，垂直曲げ静剛性の場合とは異なった作用をする．

従って，横曲げ静剛性は横剛性値と限界曲げ荷重という二つの特性値で表示する必要があり，横剛性値，限界曲げ荷重とも結合面における締付圧力分布形状に大きく

影響される．このうち横剛性値は垂直曲げ静剛性と同様な特性をボルト結合部各因子に対して示し，その剛性低下は梁の曲げこわさに大きく関係する．しかし，垂直曲げ静剛性でみられた締付間隔依存性は認められない．

また，曲げ荷重依存性は認められないが，締付力依存性は明白に認められ，このような横剛性値に締付力依存性が生じるのは結合面に微小な凝着部分などに起因すると考えられる横方向のばね作用，いわゆる横方向接触剛性が存在するためと推定される．

なお，横曲げ静剛性では横剛性値ではなく，限界曲げ荷重が剛性の支配的な因子である．よって，剛性増加にはボルト結合のみでは数十kg程度である限界曲げ荷重の増加方法を考える必要があり，現在用いられているテーパピン，ガイドキーを設けることは有効である．しかし，これらは主に位置決めを主目的としているので，これらの存在により梁がねじれ，附加的な上方向撓みが生じることを更に考慮する必要があり，この点よりみるとガイドキーよりテーパピンの方が有効である．

以上のように本章の実験的研究ではボルト結合部曲げ

静剛性の示す挙動を明らかにしたが，これら挙動の考察，検討を行なうことによりボルト結合部のもっとも基本的要素である締結ボルトと二平面接合部に存在する曲げ静剛性に関係した次のような基礎的な問題点[18]も明らかとなったので，以下の第3章，第4章では，これらの問題点を解明するうえでもっとも基本的で重要と考えられる(i)項の二平面接合部の接触剛性について基礎的な研究を行なっている．

(i) 二平面接合部の垂直方向接触剛性，横方向接触剛性

(ii) ボルト締付力の結合面における有効作用範囲と締付圧力分布形状

(iii) 締結ボルト，被締付け材のばね定数と非線形性

(iv) 二平面接合部の接触面圧力の測定方法

第3章　二平面接合部の垂直方向接触剛性

§3·1　まえがき

第2章の研究で明らかにしたように，ボルト結合部の基本要素である二平面接合部の示す接触剛性はボルト結合部の静的な挙動のひとつである結合部曲げ静剛性に大きな影響を及ぼす．そして，ボルト結合部では曲げ静剛性の特性が垂直曲げと横曲げで大きく異なることと関連して，この二平面接合部の接触剛性は図3-1に示すような二つの状態が問題になってくる．

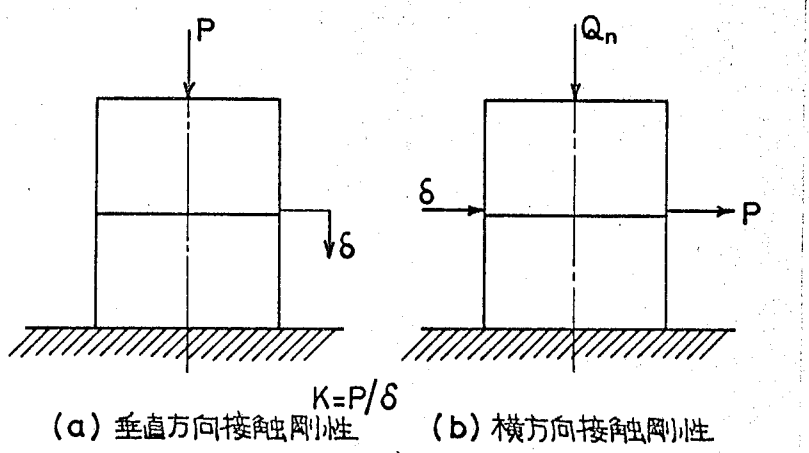


図3-1

ひとつは接合面に垂直荷重が作用するときの接合面の垂直方向の変位を問題とする，いわゆる垂直方向接触剛性の問題であり，他のひとつは接合面に垂直な荷重（ボルト結合部では締付力）が作用するもとで接合面に平行な荷重が作用したときの水平方向の変位を問題とする，いわゆる垂直荷重作用下の横方向接触剛性の問題である．

本章ではこのうち前者の垂直方向接触剛性の静的な問題を取扱っているが，これは，ボルト結合部の場合，主に垂直曲げで問題になるものであり，既に二平面接合部の垂直変位，または垂直方向接触剛性の問題として，その静的な挙動はThornley，Connolly[16),(17),(19)]らにより検討が行なわれつつあり，接触面圧力に対する変位の非線形性や表面仕上方法，表面粗さ，並らびに表面のかたさと接触剛性の関係等が明らかにされている．しかし，これらの研究は接合面の接触剛性に対して相対的に剛体とみなせるうねりのない，平面度の良い試験片を用いているので，その結果をボルト結合部の問題に適用するのは困難である．すなわち，以下に実例を示すように実際のボルト結合部では接触面積が広いので，うねりの存在や結合面の平面度が問題となってくる他に，結合されるコラム等の締結部分は接合面の接触剛性に対して相対的に剛体とはみなせない状態が多く，弾性床上の梁，または平板とみなす方が適切であると考えられる場合が多い．

図3-2～図3-4は大型工作機械のひとつであるプラノミラー，平削り盤を対象として，そのコラムとベースの

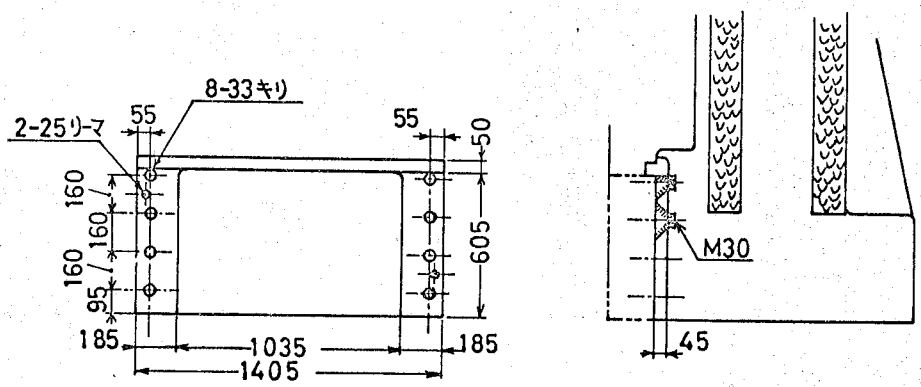


図 3-2 実際の工作機械のボルト結合部(1)
Köllman社門型プラノミラー, テーブル幅1500mm

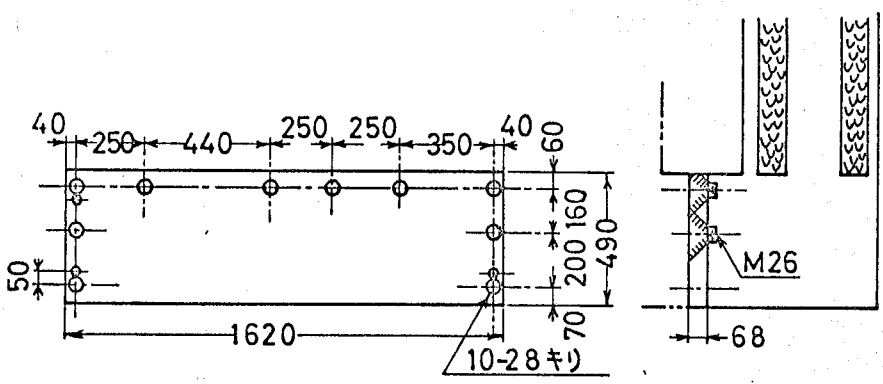


図 3-3 実際の工作機械のボルト結合部(2)
Billeter社門型平削盤, テーブル幅2500mm

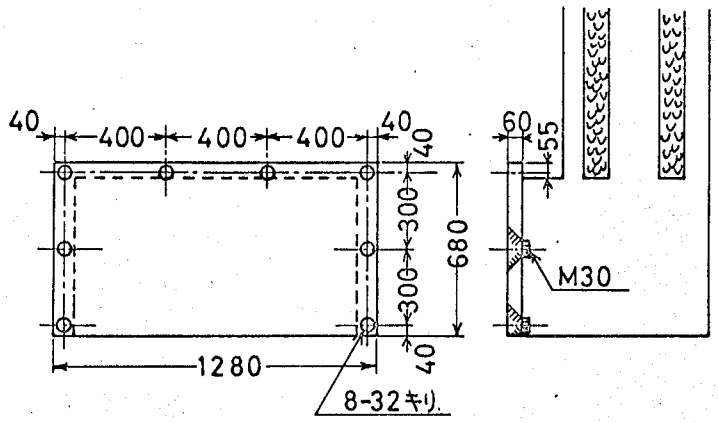


図 3-4 実際の工作機械のボルト結合部(3)
木下鉄工 門型平削盤, テーブル幅1400mm

結合部に存在するボルト結合部について調査した結果の例であるが，これらの図でも判るようにコラムの締結部分は接合面の接触剛性に対して相対的に剛体とはみなしにくい寸法，形状となっている．

また，ボルト結合部に於ける締付力の作用範囲を検討するのに用いられるRötscherの圧力円錐が成立するものとして，図のボルト結合部についてボルト締付力の有効作用範囲を検討してみると，その範囲は図中に斜線を施した部分となり，その範囲内の平均締付圧力の例は表3-1に示すようになる．表3-1にはボルト材質を種々変えてボルト締付力をボルト材質が示す引張り力の半分とした

実機の例	平均締付圧力 $\bar{P}_i$ Kg/mm²			
	締結ボルトの材質			
	SS41B	S45C 焼なまし	S45C 調質	DIN,10K
Köllman 門型プラノミラー (図3-2)	0.58	0.87	1.25	2.24
Billeter 門型平削盤 (図3-3)	0.30	0.46	0.65	1.17
木下鉄工 門型平削盤 (図3-4)	0.46	0.71	1.04	1.81

表3-1 実際の工作機械に於ける平均締付圧力の値
(Rötscherの圧力円錐内の平均値)

ときの値を示してあるが，これは一般に，ボルトのPre-Stress＝(0.4～0.6)σ_B（σ_B：引張り応力），で与えられることを考慮したためである．

これらの結果をみると，ボルト結合部の静的な挙動を解明するための基礎的な研究として行なう二平面接合部の接触剛性に関する研究は使用する試験片が接合面の接触剛性に対して相対的に剛体とはみなしにくいものを用いて，平均接触面圧力が2.0 kg/mm² 以下の条件で行なえば十分であることが判る．

以上のようなことより，本章では使用する試験片が接合面の接触剛性に対して相対的に低い剛性をもつときの垂直方向接触剛性を取扱っているが，試験片が相対的に高い剛性を示すときの垂直方向接触剛性に関する研究とは異なり，この種の問題はまだ検討が行なわれていない．しかも，試験片が接合面の接触剛性に対して相対的に低い剛性を持つときには，試験片は弾性床上の梁，または平板のような変形挙動を示すものと考えられるので，集中荷重が作用したときの垂直方向の変位は各点で異なることになり，荷重点の変位で作用荷重を割るという単

純な剛性の定義では,接触剛性を表わすことは不可能であるうえに，このような場合の接触剛性の測定方法についても検討を行なわねばならない.

従って，ここではこのようなときの接触剛性を単位幅当りの床の弾性係数，すなわち単位面積当りのばね定数 k_v^* $kg/\mu \cdot 1/mm^2$，で表示することにして，この弾性係数を附録に述べてある超音波を利用した接触面圧力測定法を用いて測定する方法についてまず検討を行ない，次いで，実際のボルト結合部で用いられる表面仕上方法，表面粗さ，材質等について床の弾性係数の測定を行ない，ボルト結合部の特異性を考慮した状態での二平面接合部の垂直方向接触剛性の挙動について考察を行なっている.

§3·2　実験

超音波を利用した接触面圧力測定法により二平面接合部の垂直方向接触剛性を単位幅当りの床の弾性係数として測定するために用いた実験装置を図3-5に示す．

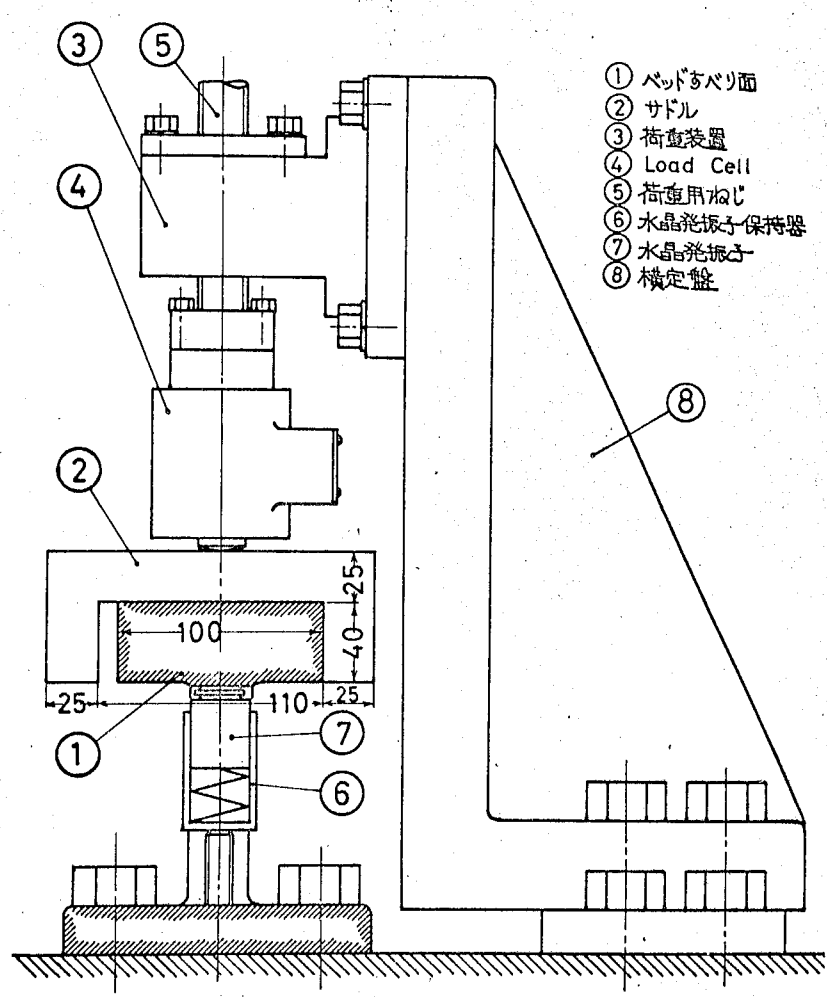


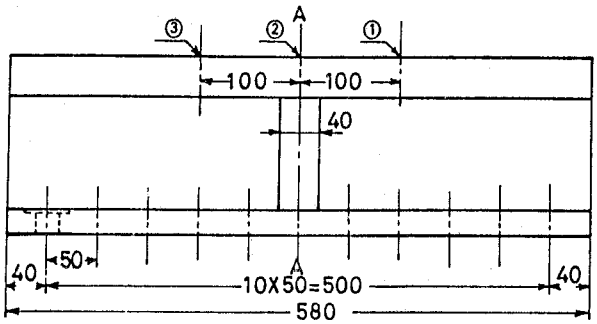
図3-5　実験装置概略図

このような問題では案内結合部を対象として研究を進める方が簡単であるため，この実験装置は大型旋盤，横中ぐり盤等で良くみうけられる平形案内面を超音波接触面圧力測定法に適するように模型化したものである．図について説明すると，①，②が模型化したベッドすべり面，サドルであり，試験片であるサドルは本実験では多くの

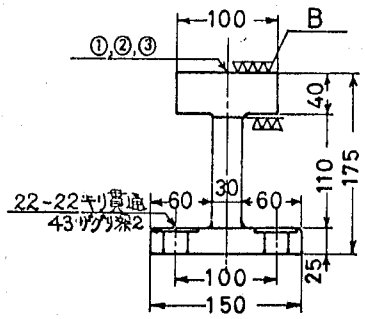
場合に後述する理由により，弾性床上に置かれた無限長の梁とみなしうる寸法としてある．また，横定盤⑧に取付けた荷重装置③に設けられたねじ⑤によりこのサドルに上方より集中荷重が荷重検出用のロードセル④を介して加えられる構造になっている．このように集中荷重，あるいは適当な方法によって分布荷重，が作用したときに案内面に生じる面圧力は⑥の保持器内に保持され，ばねにより一定の測定圧でベッドすべり面の下部に押付けられるようになっている水晶発振子⑦により検出される．この水晶発振子の保持状態は測定結果に大きな影響を及ぼすので，測定条件を一定に保つには，水晶発振子位置を固定して測定を行なう必要があり，このために横定盤⑧はベッドすべり面①に平行に移動できるような構造として，サドル，並らびに荷重装置を移動して面圧力分布を測定できるようにした．なお，実験に際しては接合面が固体接触状態となるようにトリクレンを用いて表面の油や汚れをぬぐい去っている．

以上のように超音波接触面圧力測定法を図3-5に示したような実際の案内面に近い構造に応用して，二平面接

合部の垂直方向接触剛性を測定するには，まず，このような場合に生じる問題点を明確に把握する必要がある．従って，図3-6に示すベッドすべり面と図3-7に示すサドルを用いて，荷重がサドル中央部に作用する中央集中

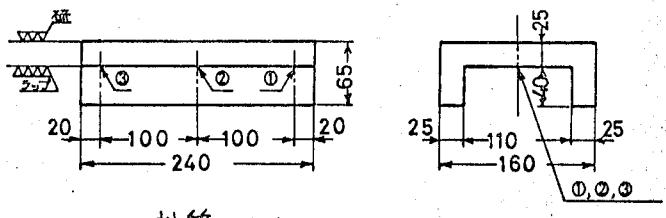


A-A 断面



No	材質	B部表面仕上方法	表面粗さ hmax μ
1	FC25	ラップ仕上 火炎焼入れ，深1 H_B 450~470	① ② ③ 1.6 1.5 1.2 再ラップ仕上後 1.5 2.3 2.0
2	FC35	キサゲ仕上 1平当り30	——

図3-6 ベッドすべり面の寸法と形状



材質：FC25

表面粗さ：

位置	hmax μ
1	0.6
2	1.0
3	0.8

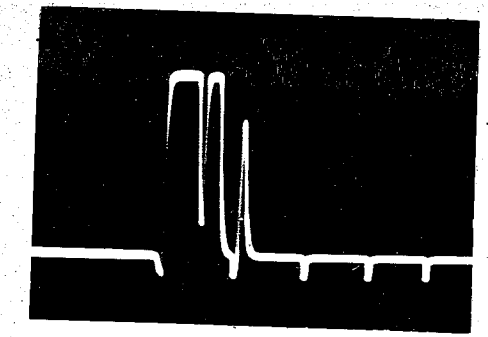
図3-7 予備実験用サドルの形状

荷重状態について予備実験を行ない，面圧力分布形状を測定した．この場合，ベッドすべり面とサドルは合せラップ加工を行ない，その表面粗さは図に示したような値になっている．

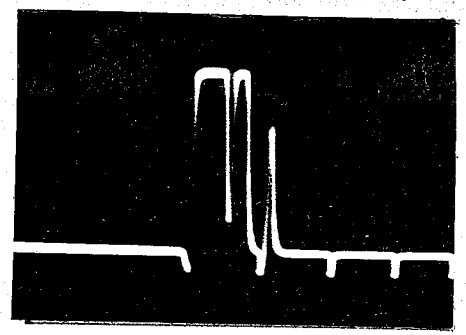
図3-8には前述のような方法でサドルに中央集中荷重Q_mをいろいろと変えて作用させたときに超音波探傷器のC.R.T.上に現われた反射波高の変化を記録した結果の1例を示してある．図には荷重点位置（サドル中央部）と荷重点より50mmの位置に於ける反射波高の変化を示してあるが，この結果より荷重装置を適当に移動して測定を行なえば，サドル長手方向への反射波高の分布が求まることになる．

よって，集中荷重Q_mを増加していったときの図3-8に示すような測定結果を附録に述べている反射波高比なる値を用いて整理すると，図3-9に示すような反射波高比分布が得られる．なお，反射波高比分布はサドル中央に対して左右対称な形状となるので，図にはサドル長さの半分についての分布を示してある．

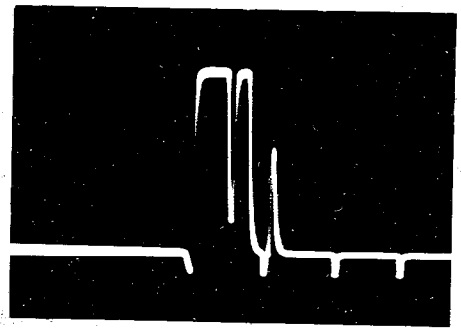
附録で明らかにしているように，この超音波の反射波高



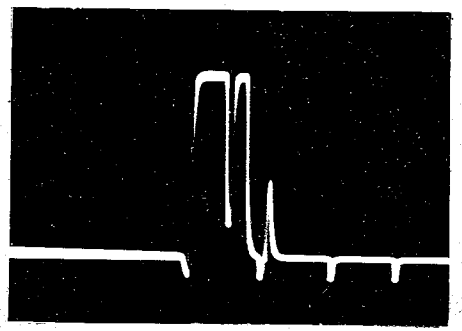
Q_n=500Kg



Q_n=1000Kg

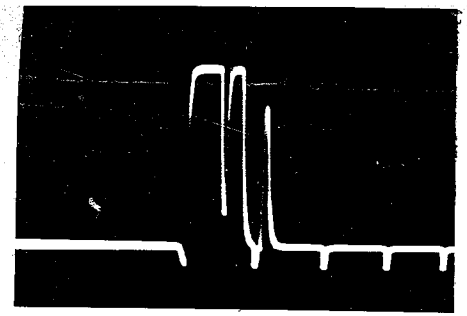


Q_n=1250Kg

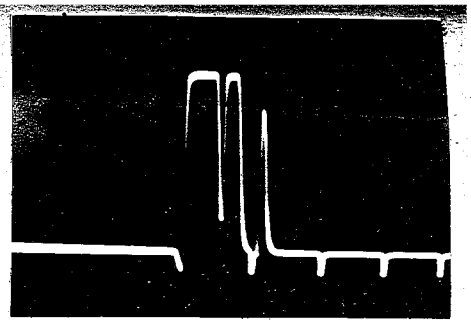


Q_n=1500Kg

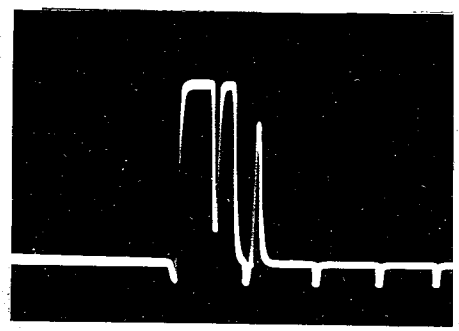
(a) 測定位置：サドル中央



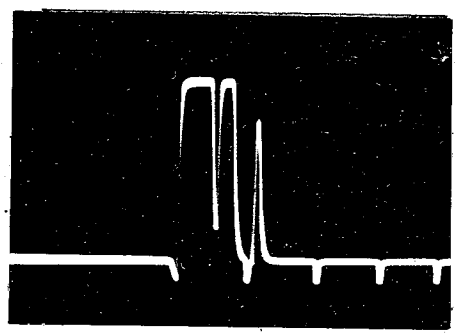
Q_n=500Kg



Q_n=1000Kg



Q_n=1250Kg



Q_n=1500Kg

(b) 測定位置：サドル中央より50mm

図 3-8 反射波高の測定例

f=1MHz, P.W=33μs, gain=9db

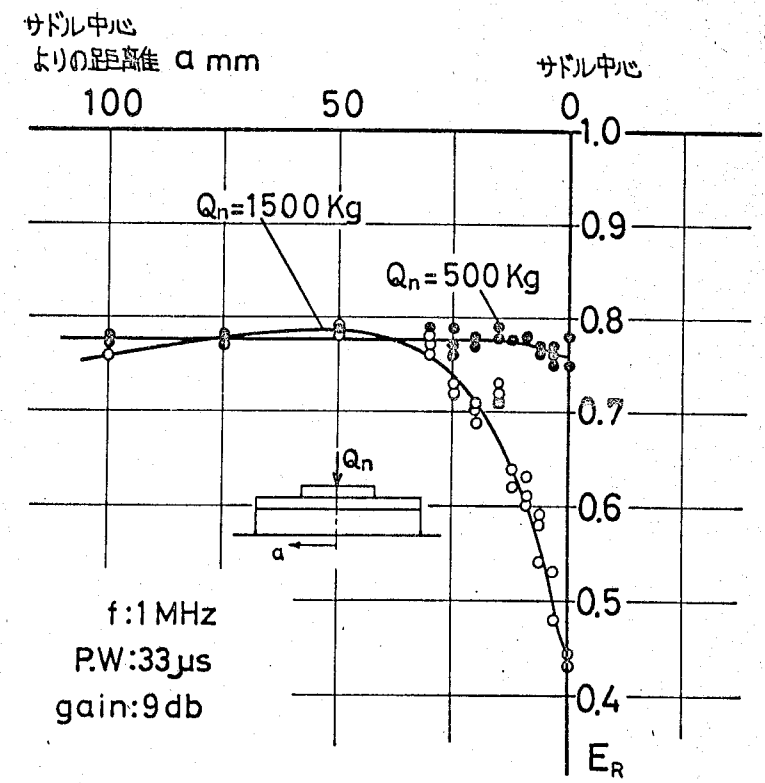


図3-9 集中荷重による反射波高比分布の変化

比は平均接触面圧力とほぼ直線関係にあるので，反射波高比分布は案内面の面圧力分布形状を定性的に示すことになる．

従って，この図よりこのような二平面接合部の垂直方向接触剛性に大きく関係する次の二つの特性値がこの実験装置により簡単に測定できることが判る．

(1)サドルが全面一様な面圧力分布になる面圧力の値，すなわちサドルがベッドすべり面上で全面一様に沈下して，サドルを相対的に剛体とみなせる限界面圧力 p_{cr} の値

(2)作用荷重が大きく，図3-9に示したような非線形な

面圧力分布を生ずるときに問題となる弾性床の弾性係数，すなわち試験片の剛性が接合面の接触剛性より相対的に弱いときの単位面積当りの垂直方向接触剛性 k_v^* の値．

なお，この二つの特性値を求める方法については次節で詳しく説明する．

以上のようにサドルを相対的に剛体とみなせる限界面圧力の値，並らびに床の弾性係数が測定できれば，本研究で目的としている二平面接合部の垂直方向接触剛性は十分に解明できると考えられるが，更にあらかじめ超音波の反射波高比と平均接触面圧力の関係を較正しておき，これを用いて任意の位置の面圧力値を精度良く測定できれば，このような二平面接合部に関するいろいろの問題の解明に非常に有益であると思われる．しかし，現在本研究に使用している測定装置では，反射波高比と平均接触面圧力の較正方法にまだ問題点がある．それは，例えば合せラップ加工後のサドルより一部を切断して較正用試片を作成し，二平面接合部の較正用試片と測定に使用するサドルの間の表面状態の差を極力除去しても，音波の反射量の関係から同じ j 番目のF波を測定に使用で

きないこと，測定部に於ける音波の存在範囲が同一にならないこと等に原因する較正精度の低下の問題である．

このため，定量的な面圧力の測定精度は30～50％と低く，満足すべき値ではない．

この超音波による接触面圧力の定量的な測定精度の向上については，現在研究を続行中であるが，本論文で問題としている接合面の垂直方向接触剛性は前述の二つの特性値によって十分解明できるので，ここではこれに関する記述は除いてある．

§3・3　限界面圧力と床の弾性係数の測定方法と測定結果

前節で超音波接触面圧力測定法により二平面接合部の垂直方向接触剛性の示す挙動を解析するのに必要な限界面圧力 p_{cr}，床の弾性係数 k_v^* が簡単に測定できることを述べたので，ここでは p_{cr}，k_v^* の求め方と工作機械の結合部の加工方法として現在良く用いられている，研削，きさげの各仕上方法，並らびに接合部の表面粗さによる p_{cr}，k_v^* の値の変化を測定した結果について説明する．

本測定方法で Timoshenko[20] により弾性床上の無限長の梁とみなせる形状のサドルを用いて測定を行なえば，図3-9よりも判るように図3-10に示すような反射波高比分

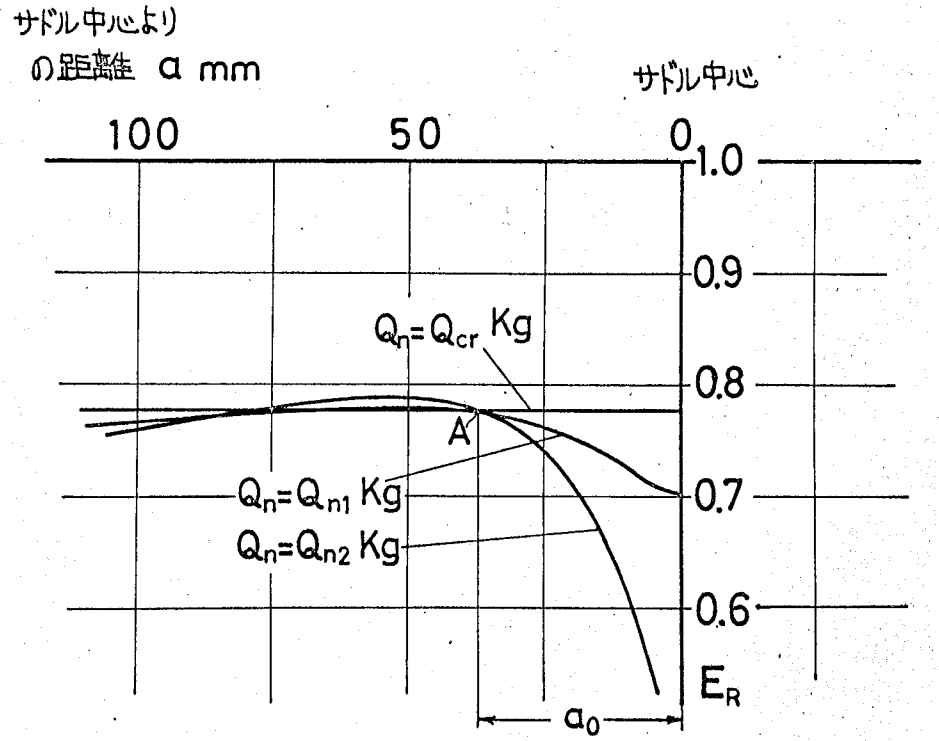


図3-10

布が求まるので，これより次のように p_{cr} と k_v^* が測定できる．

(1) 限界面圧力 p_{cr}

いま，図3-10に示すように集中荷重 Q_n を徐々に増加させていくと，反射波高比分布が一様な分布から非線形な分布形状を示すようになる限界の集中荷重が存在する．よって，このときの値を限界集中荷重 Q_{cr} とすれば，

$$p_{cr} = Q_{cr}/S \quad \text{-------(3-1)}$$

但し，S = サドルの表面積 $= B_s \cdot L_s$

B_s = サドルの幅，L_s = サドルの長さ

(2) 弾性床の弾性係数 k_v^*

図3-10に示したように集中荷重を増加させて，非線形な反射波高比分布状態を生じさせると，その分布曲線は集中荷重 Q_n の値の如何にかかわらず一定点Aを通るようになる．

これは弾性床上の梁のもつ特性として良く知られていて，サドル中央よりこの一定点A迄の距離を l_0 とすると，床の弾性係数は以下のように求まる．

無限長の弾性床上の梁理論より，

$$\Phi(\beta_V a_0) = e^{-\beta a_0}(\cos\beta_V a_0 + \sin\beta_V a_0) = 0$$

ゆえに　$\beta_V a_0 = 2.356$ ----------(3-2)

よって，$\beta_V = \sqrt[4]{\overline{k_V}/4EI}$ を考慮すれば，

$$\overline{k_V} = 4 \cdot E \cdot I \left(\frac{2.356}{a_0}\right)^4 \text{----------(3-3)}$$

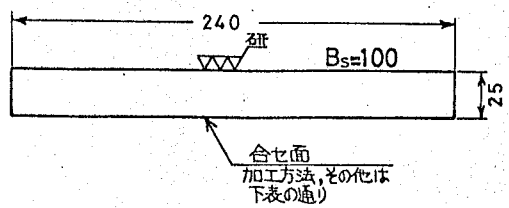
ここで $\overline{k_V}$ は単位長さ当りの床の弾性係数，Eは梁の縦弾性係数，Iは梁の断面二次モーメントである．

故に，サドルの幅方向に $\overline{k_V}$ は一様に分布しているとすれば，

$$k_V^* = \overline{k_V}/B_s \text{----------(3-4)}$$

以上のように p_{cr}，並らびに k_V^* が求まるので，次に表面仕上方法，表面粗さ等の p_{cr}，k_V^* の値に及ぼす影響を測定した結果を述べる．

実験は簡単な形状のサドルを使用して図3-6に示したベッドすべり面との種々の組合せについて行なったが，使用したサドルの形状，表面仕上方法，表面粗さは表3-2に示してあり，測定した結果の1例は図3-11



No	仕上方法	材質	表面粗さ h_{max} μ	その他
1	キサゲ	FC35		坪当り30
2				坪当り60
3	研削	FC25	1.5	
4			4.0	
5	研削	FC25	3.0	表面硬質クロムメッキ 厚さ 0.5mm
6	研削	FC25	3.2	火炎焼入，深1mm H_{RC} 30
7			2.8	火炎焼入，深1mm H_{RC} 40
8	研削	SNCM1	2.8	直接焼入 H_{RC} 53
9	研削	SNC21	2.5	浸炭焼入，深0.5mm H_{RC} 59
10	ラップ	FC25	1.7	

注）試片No5~No9は同時研削加工

表3-2 高式験用サドルの諸元

に示してある．なお，ベッドすべり面No1は予備実験に使用した後に再びラップ加工を施したため，その表面粗さは位置①，②，③，の順にh_{max}＝1.5，2.3，2.0 μとなっていて平均1.9 μである．

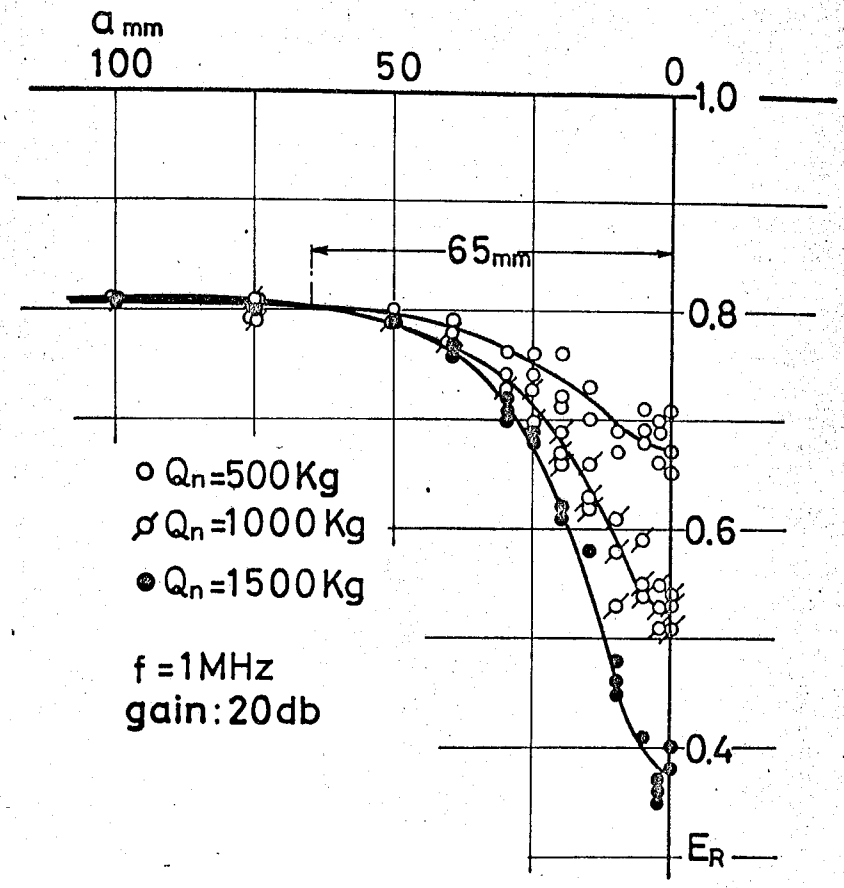


図3-11 反射波高比分布の測定例
サドル:No3，ベッドすべり面:No1

ここで問題になるのは図3-11に示したような測定結果は平均接触面圧力の定性的傾向を示すものであるため，式(3-4)によりk_{tr}^{*}を求める際にはこの分布曲線を補正して真の反射波高比分布を推定する必要がある．よって，本研究ではサドルの幅方向には面圧力が一定であると仮定して，シンプソンの公式を利用することにより真の反射波高比分布を求めた．図3-12には補正した結果を示してあるが，A点の近傍は曲線の傾斜がゆるやかな位置であるの

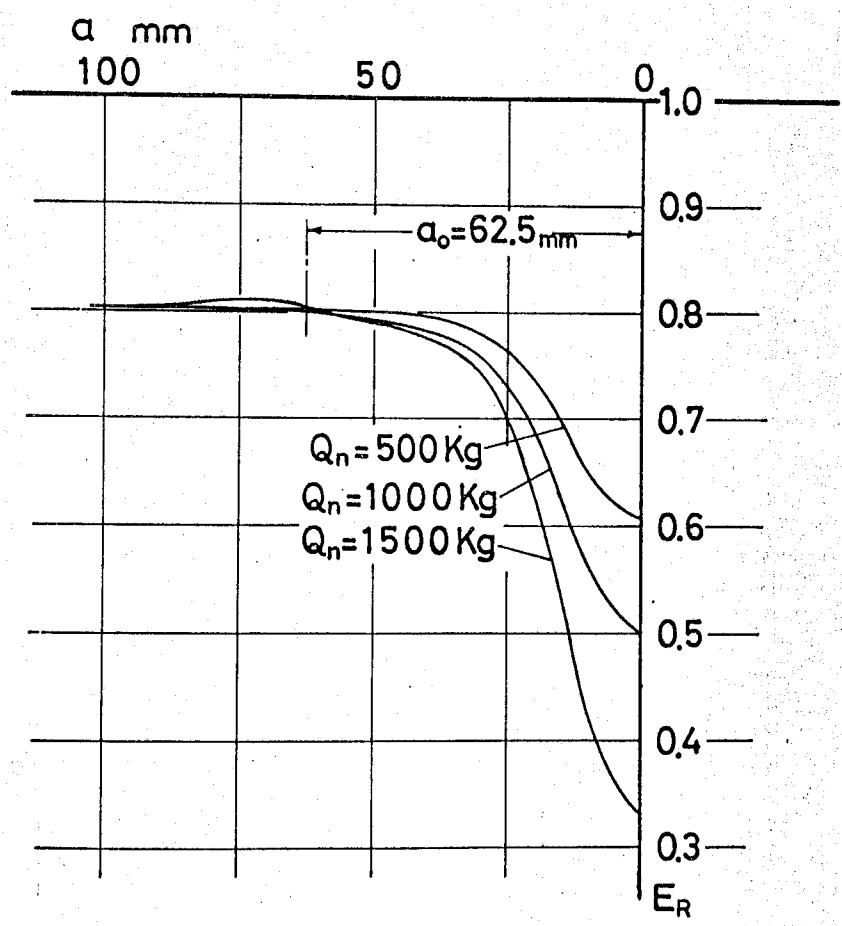


図3-12 補正した反射波高比分布

で，a_oの値は補正前，後でほとんど差がない．よって，k_T^*の算出に必要なa_oの値は測定された反射波高比分布より直接求めても良いことが判る．

また，日時を経た後，異なる測定条件で測定を行なってもν_{cr}，a_oの測定値に差異は認められず，本測定方法には信頼がおけることを確認した結果の1例を図3-13に示す．

なお，このような二平面接合部の垂直方向接触剛性に

は良く知られているように接触面圧力の依存性がある．本測定方法でこの垂直方向接触剛性と接触面圧力の関係を求めるには，図3-10に示したような反射波高比分布を垂直

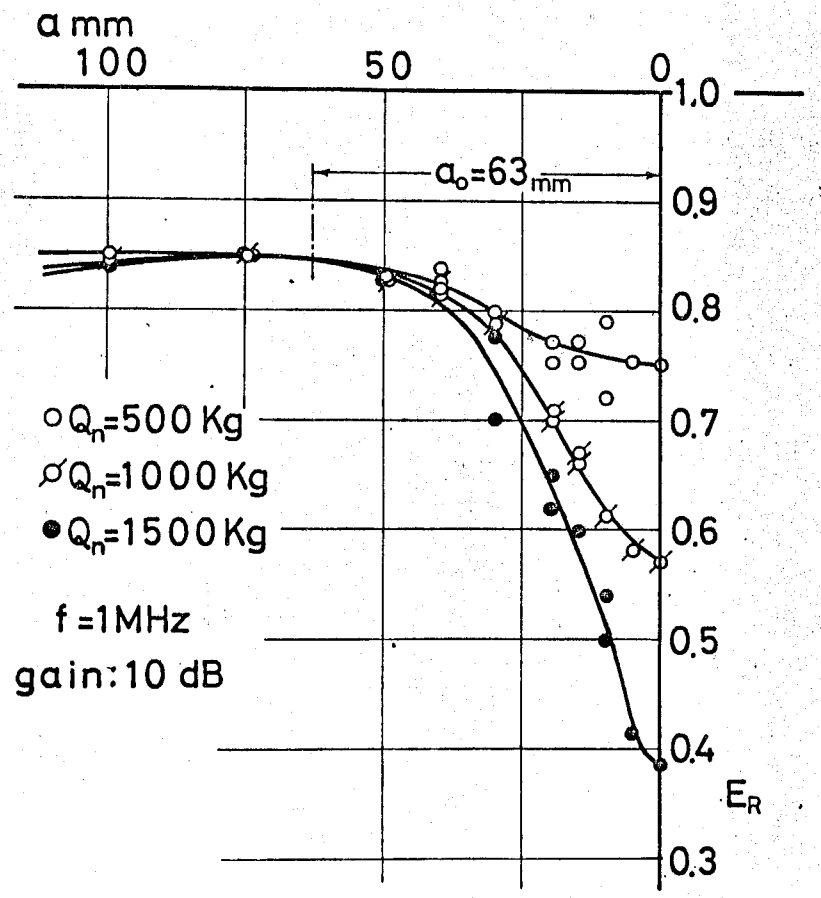


図3-13 日時を経た後の反射波高比分布
サドル:No3，ベッドすべり面:No1

荷重がQ_n，$Q_n \pm \Delta Q_n$の場合について測定してa_0の値を求めれば良い．しかし，ここでは第5章で取扱っているボルト結合部曲げ静剛性への適用を考慮して，弾性論により求めた荷重直下の面圧力が0.15～0.25 kg/mm²の範囲の平均面圧力に対する床の弾性係数を測定した．

図3-14，図3-15には表3-2に示した種々のサドルについて測定したp_{cr}，k_v^*の値を示す．これらの図より床の弾性係数k_v^*，限界面圧力p_{cr}と接合面の仕上方法，表面粗さ

, 並らびに表面処理方法との関係について次のようなことが判る.

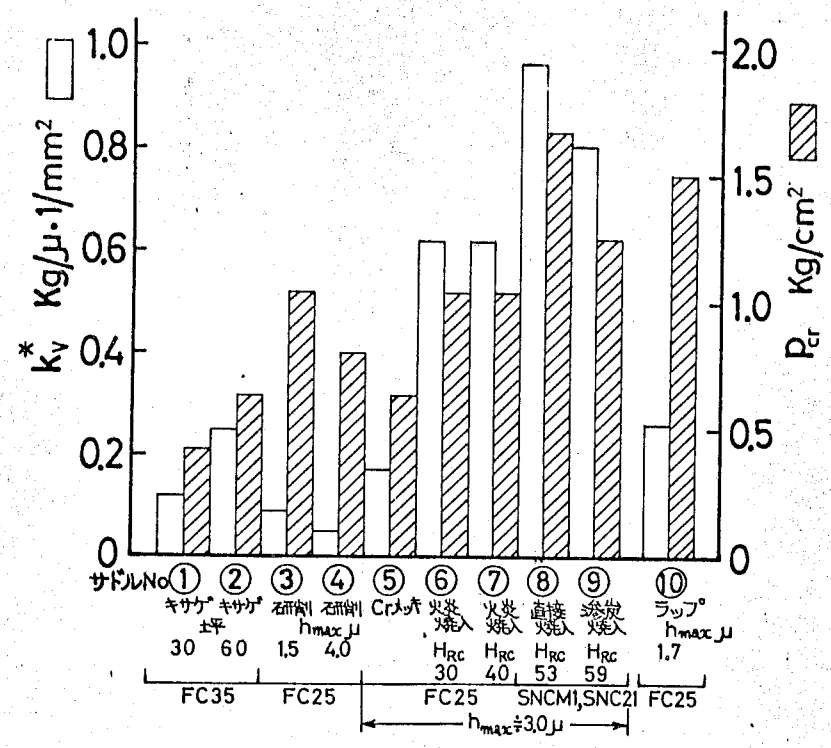


図3-14 床の弾性係数と限界面圧力の測定値
(ベッドすべり面No1：ラップ仕上面)

(1) 床の弾性係数 k_v^* 床の弾性係数は後で述べるようにボルト結合部曲げ静剛性の主要部分を占めるものであるが, 図によると, 接合面の表面粗さ, 表面性状等は床の弾性係数に大きな影響を及ぼすことが判る. すなわち焼入処理した面を組合せた場合には床の弾性係数は大きな値を示すが, 表面処理をしない面を組合せた場合は焼入処理した

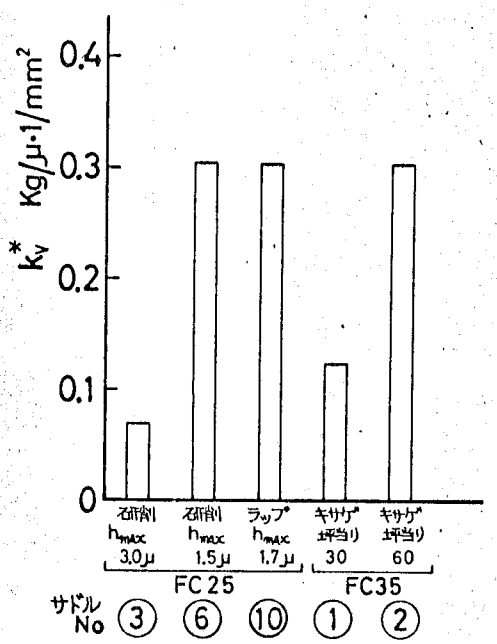


図3-15 床の弾性係数の測定値
(ベッドすべり面No2：キサゲ仕上面)

ときの約1/3～1/4の値を示すのみである．また，ボルト結合部のように表面に焼入処理を行なわない接合面では，研削仕上面よりきさげ仕上面，ラップ仕上面の方が一般的にk_T^*の値は大きく，きさげ仕上面では坪当りの多い面，研削仕上面では表面粗さの小さな面,の方がk_T^*の値は大きい．なお，案内面に用いられる硬質クロムメッキを施した接合面は一般に用いられるきさげ仕上面より良好なk_T^*の値を示す．

(2) 限界面圧力 p_{cr}　この値は接合面に均一な圧力分布の生ずる限界を示すものであって，案内面ではその耐摩耗性，運動の円滑さのうえから重要なものであるが，ボルト結合部ではあまり問題とならない．しかし，図3-14で認められるように，k_T^*の値と同様に表面粗さの良い仕上面，または焼入れを施した面のように表面粗さ部分の変形しにくいと考えられる接合面程大きな値を示す．

すなわち，サドルの曲げ剛さが高いもの程，大きな値を示すことを意味するが，これはサドル形状を変えてp_{cr}を求めてみると，図3-16に示すような結果が得られることよりも明らかである．なお，p_{cr}の値は通常のボルト結

合部では約 0.005～0.015

kg/mm² と推定される.

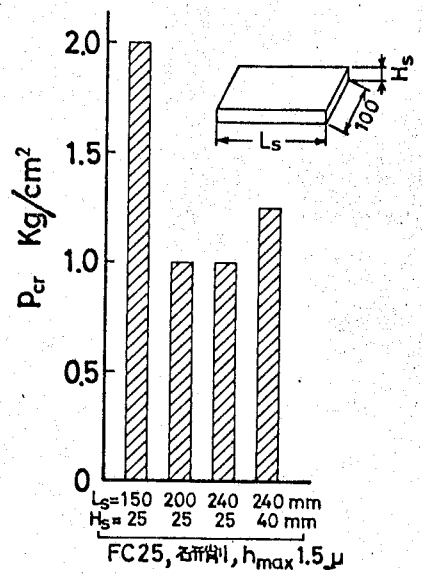


図 3-16 サドルの形状による限界面圧力の変化

§3・4　床の弾性係数に対する考察

前節では二平面接合部で重要な垂直方向接触剛性を床の弾性係数，すなわち単位面積当りのばね定数として二，三測定した結果について述べたが，その結果によると床の弾性係数 k_v^* の値はボルト結合部のように接合面が焼入処理されていない状態では，表面粗さの良い二平面接合部の場合に大きな値を示す．

表面粗さの良い接合面は面の接触機構から考えると，接触点の数が多いことを意味するので，床の弾性係数は接触点の多い仕上面ほど大きな値を示すことになる．一般に，このような接合面の示すばね作用は，例えばThornley[16]らも明らかにしているように，変位の増加とともにば

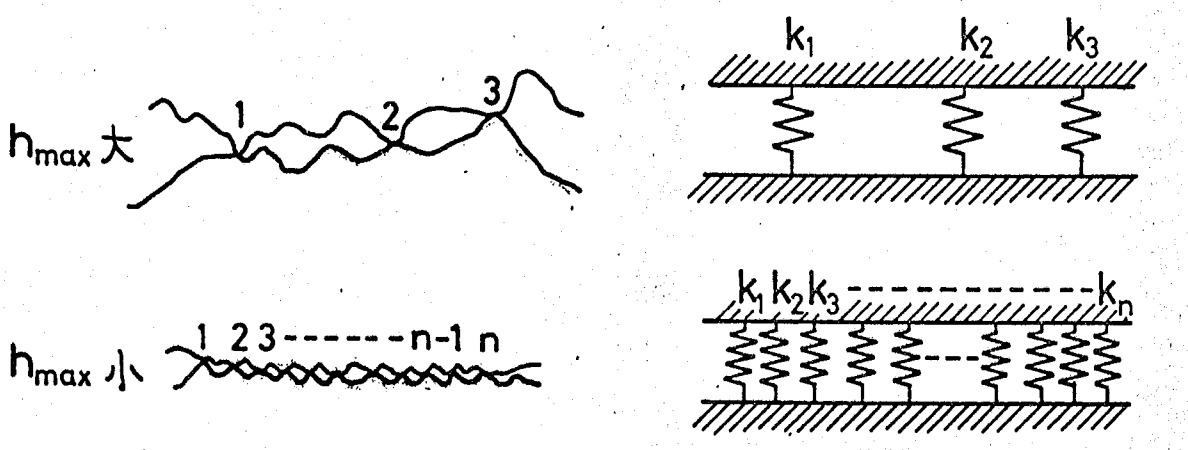


図3-17

ね定数も増加するという非線形特性を示すが，変位が小さいので，ここでは線形化して以上のような床の弾性係数が接触点の増加とともに大きくなる機構について考えることにする．

いま，接触点が増加すると，これは図3-17に模型化して示すように二平面の間に作用する接合部の単位面積当りのばねの数が増えることを意味するので，面の表面粗さが真平面に近付くに従ってこのようなばねが二平面の間に密になってくる．このばねは二平面間に並列結合の形で存在すると考えられるので，接触点の増加とともにばね定数 k_f^* は大きくなり，最終的には真平面の示す値に近付くものと思われる．

接合面に作用する外力が増加するに従って接合面の示す接触剛性，いわゆるばね作用が高くなるのもこれと同様な機構によるものと考えられる．

図3-18はベッドすべり面No1と合せラップ加工を行ない，表面粗さを変えた鋳鉄のサドルについて床の弾性係数を測定して以上のことを確認した例である．図には参考のために研削仕上面の場合も示してあるが，この図よ

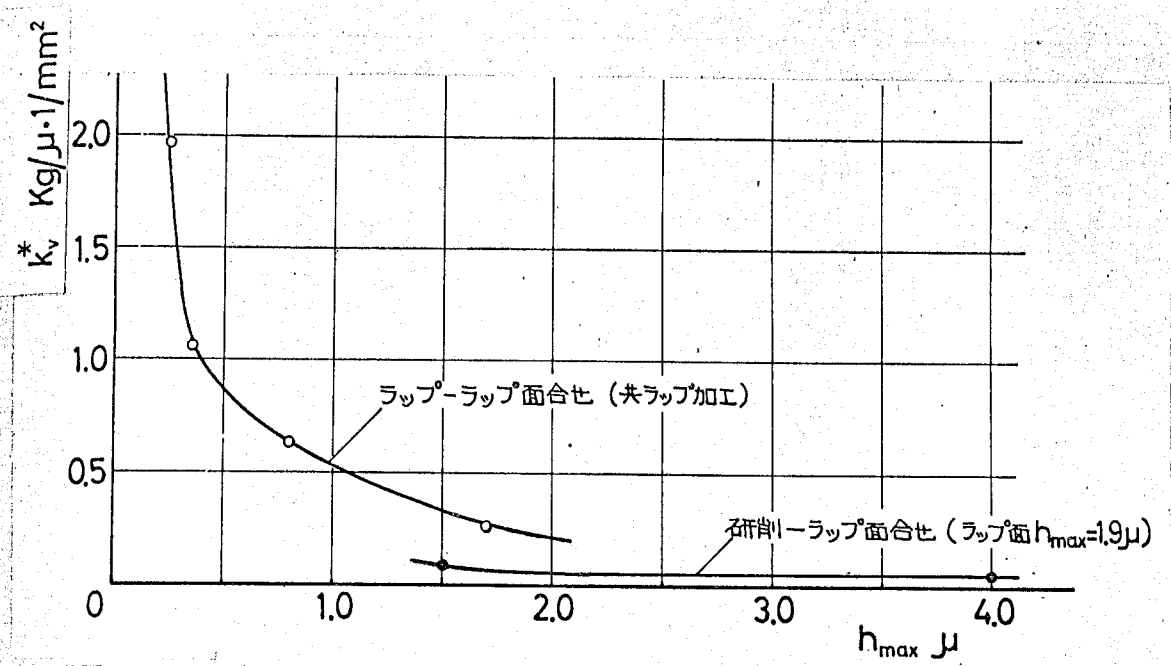


図 3-18 床の弾性係数に及ぼす表面粗さの影響（材質FC25）

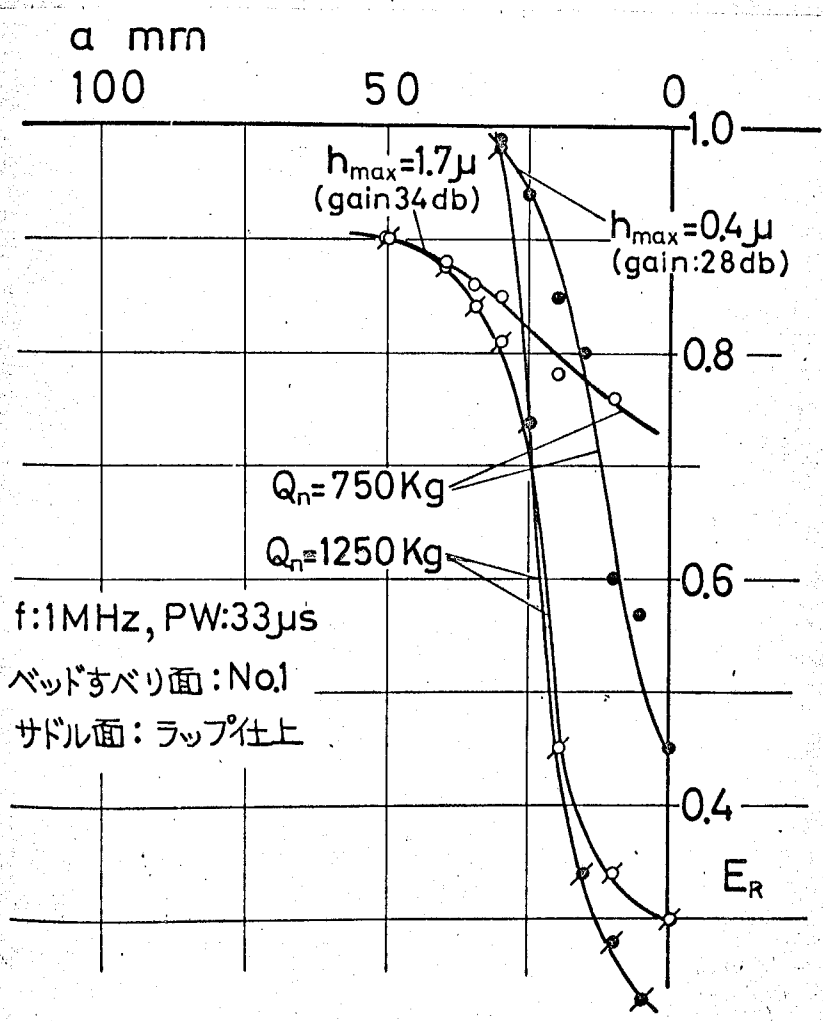


図3-19

り前述のように表面粗さが小さくなり，接合面の接触点の数が増えると床の弾性係数は大きくなってくること，また，h_{max}が0.3μ以下になると床の弾性係数は急激に大きな値を示すようになることが判る．しかし，接合面の表面

粗さが良くなり，床の弾性係数が高くなると，弾性床上の梁の理論よりも容易に推定され，また，図3-19に測定例を示すように，サドルの変形領域は狭くなり，接合面の局部変形が著るしくなるので，実際のボルト結合部では結合部分の曲げこわさを高くして局部変形を小さくする必要がある．

なお，ボルト結合部の結合面仕上方法として一般に用いられるきさげ面，研削面の示す床の弾性係数は小さく，測定結果によれば0.1～0.3 $Kg/\mu\cdot 1/mm^2$ である．

作用荷重が小さく，接合面に生ずる圧力が $\bar{p}_{cr}$ 以下のサドルが一様に沈下する状態では1例を表3-3に示すように，二平面接合部の示すばね作用は非常に弱い．従って，この状態では接合部の表面粗さ部分の一部のみがばね作用を示すが，作用荷重がある値以上になると，残りの表面粗さ部分と本体部分の接合面に近い層の部分，いわゆる弾性床とみなせる部分が大きく作用するようになり，サドルに局部変形が生じると考えられる．

$\bar{p}_n$ Kg/cm²	k^*_{vu} Kg/μ·1/mm²
0.21	0.0015
0.42	0.0022
0.62	0.0028
0.83	0.0038

（ラップ－ラップ面合せ，FC25）

表3-3

よって，二平面接合部の垂直方向接触剛性は図3-20(a)に示すように弾性床と考えられる部分のばねと一様沈下部分のばねにより定められ，これら二つのばねは直列結合されている状態となる．また，これら二つのばねは周

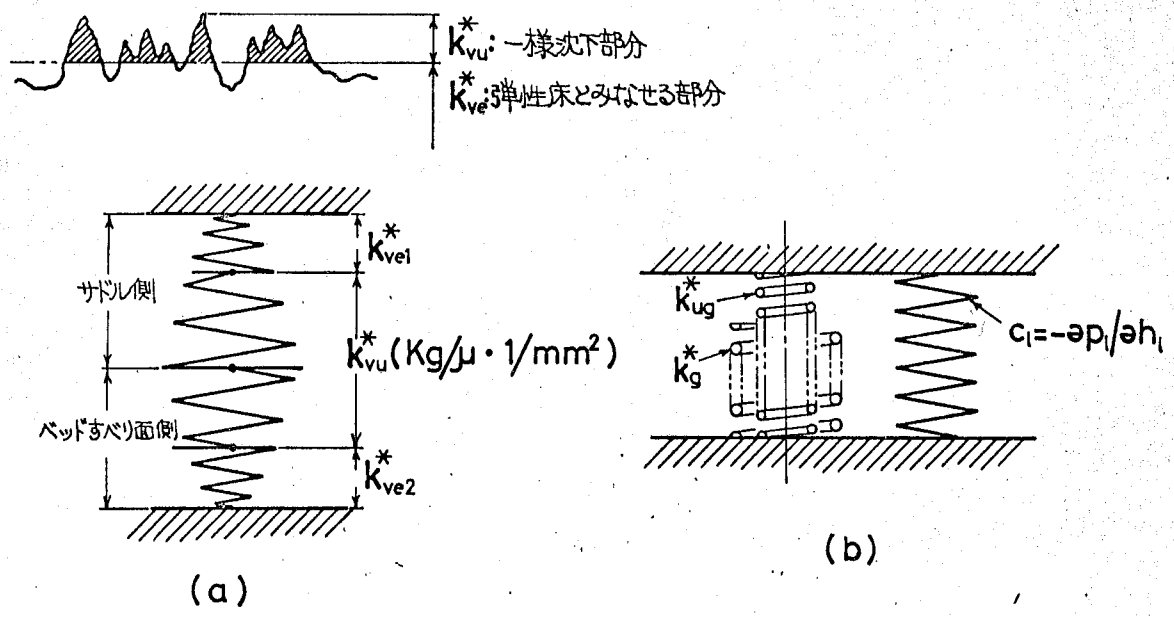


図3-20 二平面接合部のばね作用並びに接合部のモデル

知のように非線形特性を持つばねなので，円錐ばねとして表示されるが，接合面における変位が小さいことより線形ばねとして取扱うと，図3-20(b)に示すように，表面形状，表面粗さ，等により定まる限界面圧力値以内では線形化したばねk^*_{ug}が主に作用し，限界面圧力値以上では線形化したばねk^*_gが主に作用して，サドル全体を支える状態になるとみなせるので，このような親子ばねによ

って二平面接合部の接触剛性を定義するのが良いと考えられる．なお，混合潤滑状態が問題となる場合には，これに更に油膜剛性 $C_f = -\partial p_f / \partial h_f$ （p_f：油膜圧力，h_f：油膜厚さ）が k_g^*, k_{ug}^* の親子ばねと並列結合していると考えれば良いので，図に同時に示してあるようになる．

次に，従来の研究で測定されている二平面接合部の垂直方向接触剛性と比較，検討を行なってみる．従来の研究では接合面の示す接触剛性にくらべて相対的に剛性のある試片を用いて，一様沈下する状態でのばね定数を測定しているので，例えばCorbachの案内結合部剛性に関する結果から k_{vu}^* を求めてみると表3-4に示すようになる．この値を表3-3に示した本研究で測定した値と比較してみると，大きな差のあることが判る．

$\bar{P}_n$ Kg/cm²	k_{vu}^* Kg/μ·1/mm²
1.0	0.025
2.0	0.036
3.0	0.043

GG26（キサゲ仕上）－GG26（焼入，研削）合せ

表3-4
（K.Corbachによる）

このような現象は接合面に作用する面圧力が高くなると，接合部の接触剛性が指数関数状に大きくなる，いわゆる非線形ばね作用だけでは説明できず，接触剛性に対する試片の相対的な剛性が測定される接触剛性の値に大

をな影響を及ぼす恐れのあること，すなわち，使用する試験片の剛性が高いときには表面粗さの先端部分だけでなく，粗さの下側の部分，更には本体部分のたわみまで k_{vu}^{*} に含まれて測定されることを考慮する必要がある．

図3-21はこのような k_{vu}^{*} の試片寸法依存性について実験を行なうのに使用した装置の概略である．図中の①，②

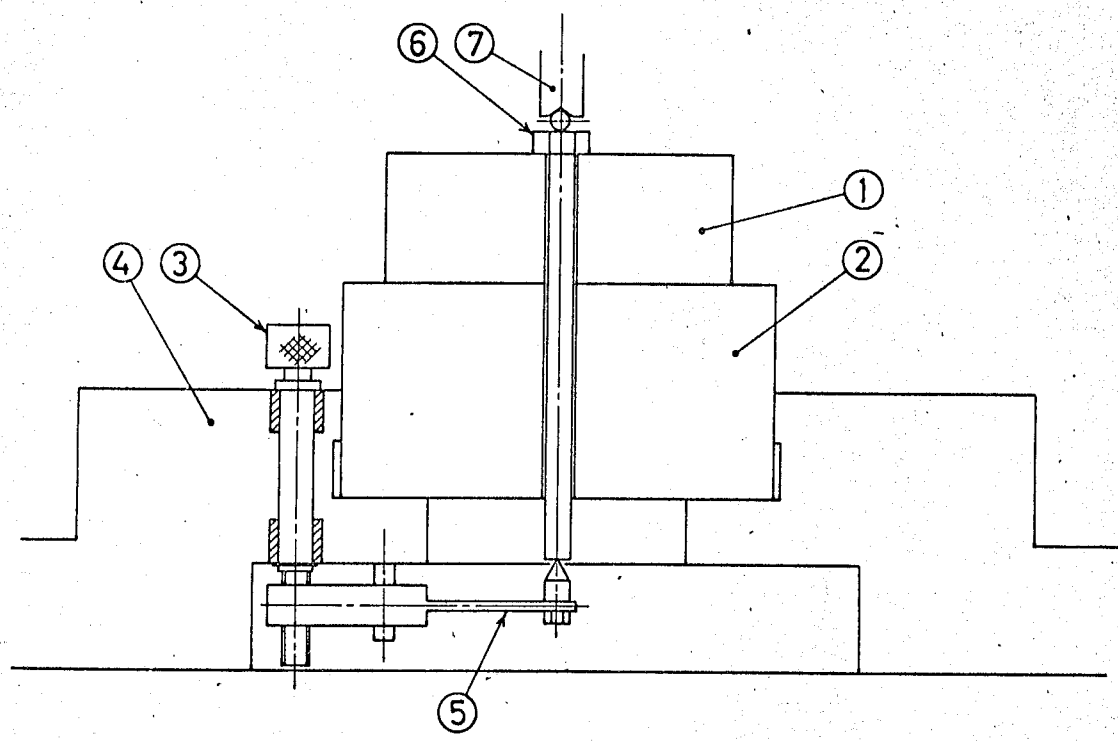


図3-21 実験装置

が試験片であり，上部試験片①の直径と厚さをいろいろと変えたときの二平面接合部の垂直方向接触剛性を測定した．実験をボルト結合された二平面接合部と等価な状態で行なうために，集中荷重はロードバー⑦と球を介し

てボルト頭部を持つ棒⑥に加えるようにして，このとき二平面接合部に生ずる変位はねじ③により位置調整の可能な，歪ゲージを貼りつけた変位検出子⑤で測定している．この実験では，測定される変位が小さいので，正確な測定を行なえるように試験片と変位検出子は同一の試験片保持ベース④に組込んであり，更に上部試験片と下部試験片を合わせた形状を持つ一体形の試験片を製作して分離形との比較，検討を行なっている．なお，変位検出子の歪みと変位の較正はマイクロメータヘッド（1div=2/1000 mm）を別に製作した特殊な保持具により試験片保持ベースに取付けて行なっている．

図3-22は分離形の示す垂直方向接触剛性を測定した1例であり，図より明らかな試片寸法依存性が認められる．従って，従来の二平面接合部に関する研究結果をボルト結合部のように結合部が変形しやすい問題に適用するのは問題があり，ボルト結合部のような二平面接合部の垂直方向接触剛性は本章で述べたような方法で測定される，試験片が局部変形を示す状態での値，すなわち床の弾性係数，を対象にする必要のあることが，これよりも

明らかである．

また，本章で取扱った超音波を利用した接触剛性の測定方法では，前述のように k_m^* と k_v^* が分離して測定される利点がある他に，その測定方法からも明らかなように測定される k_v^* の値は測定に使用した試験片の寸法に依存しない利点もある．これは例えば図3-23に示すようにサドルを厚くすると，k_v^* の測定ができなくなることよりも確認される．

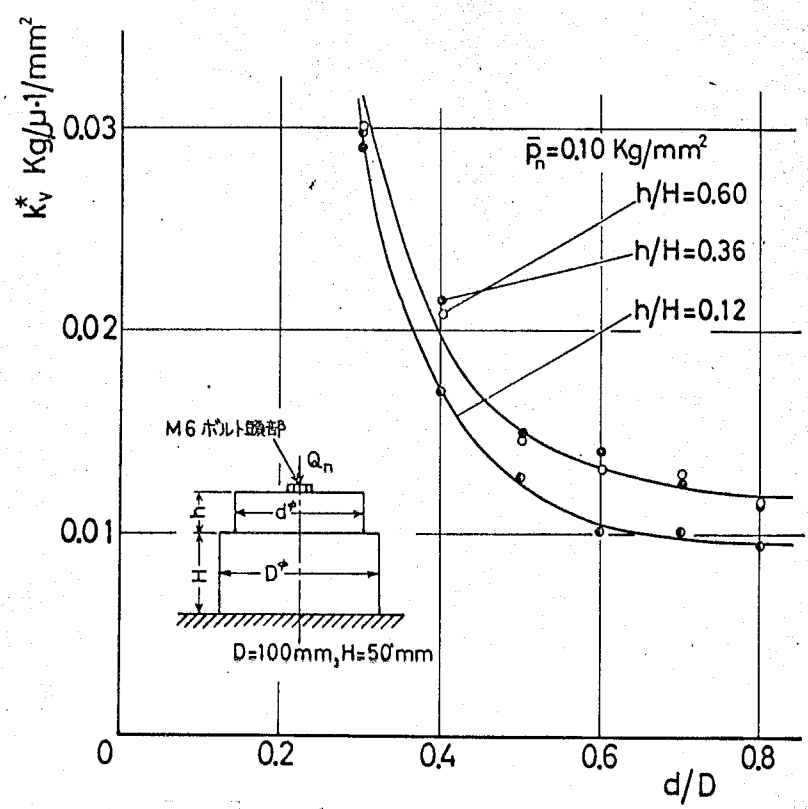


図3-22 垂直方向接触剛性の試片寸法依存性
材質 S45C，石研削仕上面，h_{max}=5.0μ

更に，このような試験片のまがりやすい状態では1例を図3-24にも示すように，接合面が

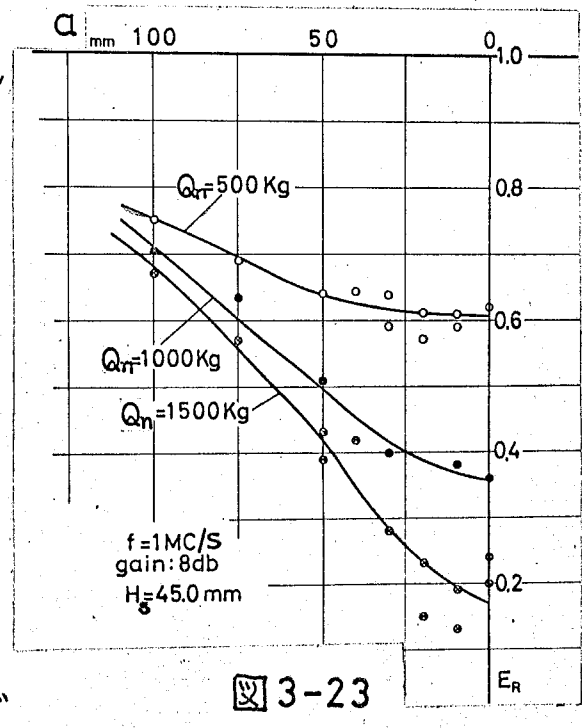
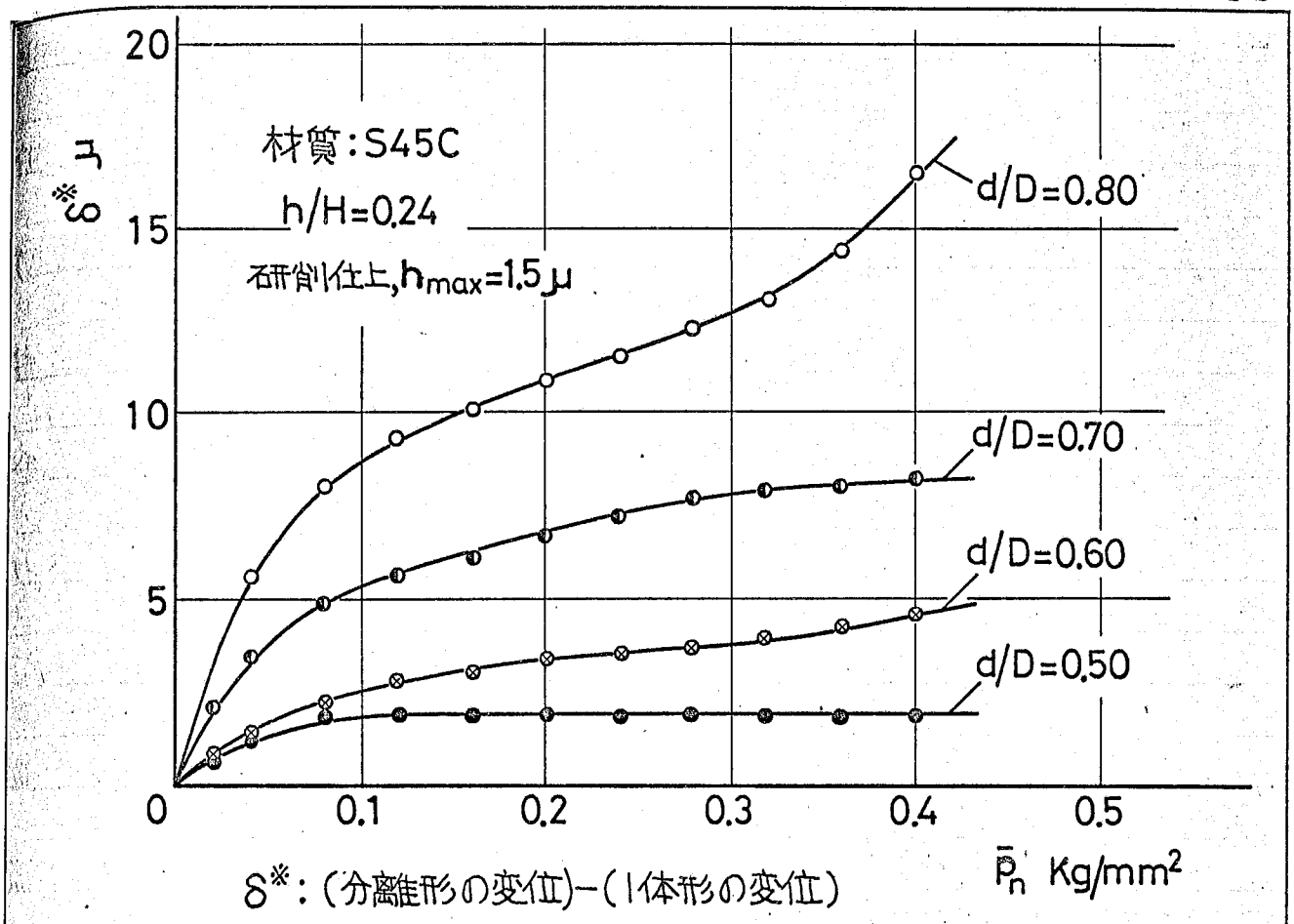


図3-23



δ*: (分離能形の変位)−(1体形の変位)

図 3-24

存在することにより生じると考えられる垂直方向変位，すなわち，真の接合面の垂直方向変位，が表面粗さの値より大きくなるという興味ある現象が認められる．このことより，ボルト結合部のような二平面接合部の垂直方向接触剛性は接合面が存在するようになったために生ずる剪断応力の流れ（Schubspannungsflup）の乱れに起因すると考えられる附加的な弾性変位により定められ，表面粗さ，表面処理方法等の二平面接合部の表面性状はこの剪断応力の乱れを決定する二次的な因子であると考える方が

妥当と思われる．この剪断応力の乱れによる附加的な変位の増加という考えはH. Opitzら[21]によって，コラムのような構造要素単体の鋳抜き穴の効果を説明するために既に提唱されているもののまだその詳細は不明であるので，今後，このような二平面接合部を三次元軸対称荷重を受ける二体問題として研究する必要がある．

また，以上に述べた二平面接合部の接触剛性の特性，並びに前節迄に示した測定例でも判るように，ボルト結合部で重要な床の弾性係数 k_v^* の値は接合面の仕上方法，材質，熱処理などいわゆる表面の性状に影響される他に接触する二つの部品の相対剛さにも影響される．従って，これらについて詳細な検討を行なわないと，表面粗さを考慮して床の弾性係数 k_v^* の値を理論的に求めることは現状では困難である．

§3·5 まとめ

本章ではボルト結合部のホす種々の静的な挙動を解明するうえで重要な二平面接合部のホす垂直方向接触剛性が現状では理論解析の困難なことを考慮して，このような二平面接合部の垂直方向接触剛性をボルト結合部に生ずる特異性，すなわち，結合部の形状が結合面のホす接触剛性に対して相対的に弱い剛性を持ち，簡単に局部変形しやすいこと，を考慮して測定する方法について実験的な検討を行ない，実際のボルト結合部の結合面に用いられている仕上面についてその値を測定した．

また，更に測定結果よりこのような二平面接合部のホす垂直方向接触剛性についても考察を行ない，その特性とこの種の研究に存在する今後の問題点についても明らかにしたが，本研究により得られた結論を要約すると，次のようになる．

(1) 附録で述べている超音波を利用した接触面圧力測定法を実際の接合面に応用した場合には，現状ではまだ測定誤差が大きく，定量的な面圧力の測定は困難である．し

かし，定性的な測定，すなわち反射波高比分布を測定することによって，ボルト結合部の結合面に生ずる面圧力分布やボルト結合部の結合部剛性を知る上でもっとも重要な二平面接合部の単位面積当りの垂直方向接触剛性を弾性床の弾性係数として精度良く簡単に測定することは十分可能であり，このような測定には現状の超音波面圧力測定法は十分有効な手段である．また，本測定法では測定されたk_v^*の値に試片寸法の依存性が生じない特長もある．

(2) 実際のボルト結合部に良く用いられているきさげ仕上面と研削仕上面，更に表面処理の有，無も考慮して，限界面圧力と床の弾性係数を測定した結果，焼入鋳鉄研削面，焼入鋼板研削面のように焼入処理した面はこの二つの特性値について非常に良い値を示し，接合面の接触剛性の点で秀れている．また，ボルト結合部のように焼入処理を施さない面ではきさげ仕上面が大きな床の弾性係数を示す．

このような床の弾性係数は表面粗さに大きく影響され表面粗さが小さく，面の接触点の多い仕上方法ほど大

きな値を示す傾向にあり，きさげ仕上面の方が研削仕上面より大きな値を示す．なお，通常のボルト結合部に用いられるきさげ仕上面，研削仕上面では床の弾性係数は約0.1～0.3 $kg/\mu \cdot 1/mm^2$ である．

(3) 以上のような測定結果より，このような二平面接合部の示すばね作用についても考察を行なったが，その結果，今後解明すべき次のような問題点の存在することが明らかとなった．

(i) 表面処理層，例えば焼入層の接触剛性に及ぼす影響

(ii) 接触剛性の試片寸法依存性

(iii) 接合面の接触点の数と接触剛性の定量的な関係

更に，これらの研究を基礎として，

(iv) 表面粗さ，表面のうねり等を考慮した垂直方向接触剛性の理論解析，すなわち軸対称荷重を受ける二体問題の解析．

(v) 接合面の存在による剪断応力の乱れに起因すると考えられる附加的な弾性変位の解明

なお，以上のような研究を効果的に進めるために，附録で述べている超音波接触面圧力測定法の定量的な測定精

度の向上も今後の研究課題として考える必要がある.

第4章　垂直荷重作用下の二平面接合部の横方向接触剛性とすべり変位

§4·1　まえがき

前章ではボルト結合部の基本要素のひとつである二平面接合部の接触剛性のうち，垂直曲げに関係する垂直方向接触剛性に関する研究の結果を述べたが，本章ではこのような二平面接合部のもうひとつの問題であり，横曲げ静剛性に関係するボルト締付力のような垂直荷重が作用するもとでの二平面接合部の横方向接触剛性，すなわち横方向ばね作用，と横方向のすべり変位について取扱っている．

このような横方向ばね作用の存在は測定はできなかったものの，第2章の横曲げ静剛性の実験でボルト結合部に僅かな弾性変形が存在したことにより推定され，また，既にSchlosserもこのような弾性変形の存在を認めたことを報告している.[13] しかし，その定性的，定量的な取扱いは従来行なわれていないので，二平面接合部の横方向接触剛性の特性はほとんど判っておらず，次章で述べるようなボルト結合部の横剛性値の理論的な算出方法や第

2章で得られたような横曲げ静剛性の挙動の説明を行なうのに大きな障害となっている.

従って，本章ではボルト結合部に良く用いられる結合面の材質，仕上方法を対象として，二平面接合部の表面粗さ，仕上方法，材質等によって横方向接触剛性の示す挙動とすべり変位の示す挙動を垂直荷重を変えて実験的に研究した結果を述べている.

既に前章でも説明したように，ボルト結合部に関する基礎研究としては，前章で用いたものと同じ状態である接合面の垂直方向接触剛性に対して相対的に弱い曲げこわさを持つ試験片を用いて実験を行なう必要がある．しかしながら，現状ではまだその前段階である試験片が相対的に高い曲げこわさを持つときに横方向接触剛性が示す挙動すら明らかとなっていないので，ここでは接合面の接触剛性に対して相対的に曲げこわさの高い試験片を用いて研究している.

なお，ここで同時に取扱っている垂直荷重作用下の横方向すべり変位は具体的にはボルト結合部の示す動的な挙動のうち特に重要な減衰能を決定する重要な因子であ

り，本論文ではその記述は除いてあるが，既に別に行なった研究でその関連を報告している．[22),(23)]

§4・2　実験装置

垂直荷重が作用する状態のもとでの横方向接触剛性と横方向すべり変位を測定するのに用いた実験装置の構造概略を図4-1に示す．

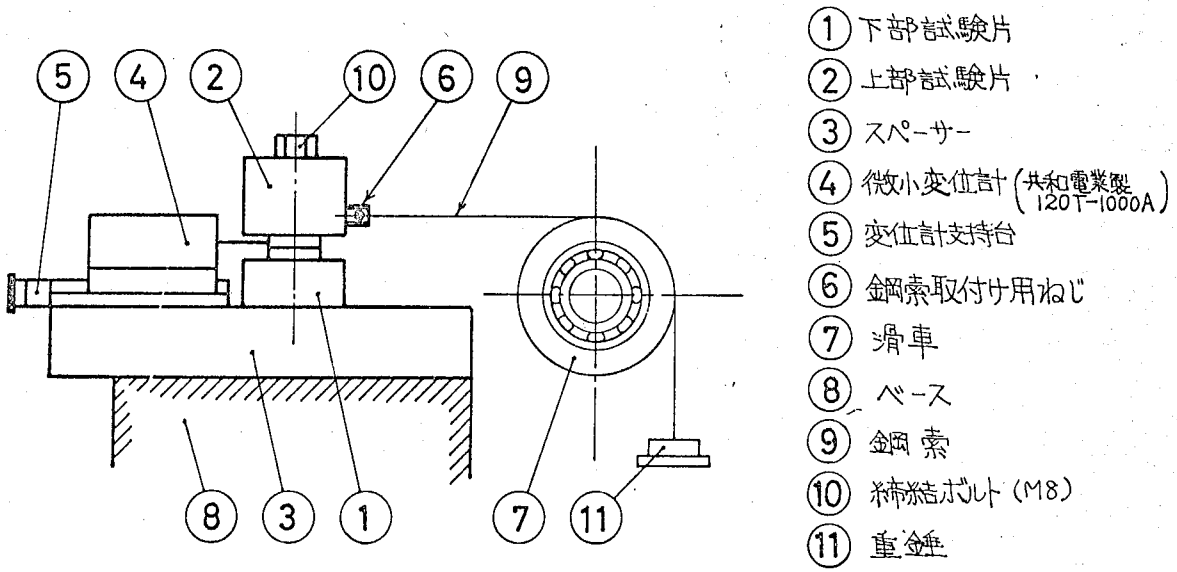
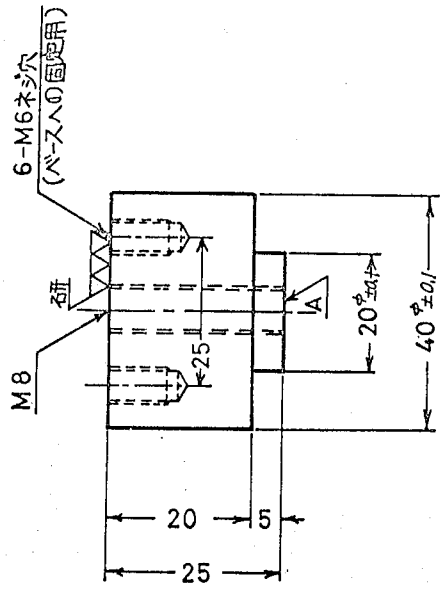


図4-1 横方向接触剛性，すべり変位測定装置の概略図

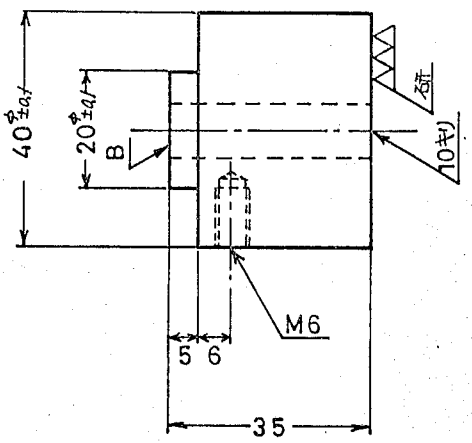
図で①，②が試験片であり，この二つの試験片を⑩の締結ボルトで結合して，締付力を①，②の試験片面に形成される二平面接合部に垂直荷重として作用させる．このとき締結ボルト⑩の締付力は第2章の実験と同じようにボルト首下部に歪ゲージを貼って測定し，その値は第3章で説明したようにボルト結合部に於けるRötscherの圧力円錐内の平均締付圧力が約20 kg/mm^2 以下であることを

考慮して，50～600kgとしている．本実験で用いた試験片の形状，寸法は図4-2に示してあるが，この場合にRötscherの提唱した圧力円錐が成立するものとすると，面圧力は接合部に一様に分布することになるので，前述のボルト締付力をこの接合面上で平均面圧力σ_mに換算すると約0.2～2.6 kg/mm² となる．

また，横方向に作用させる荷重は重錘⑪により鋼索⑨，滑車⑦を介して上部試験片②に与え，1kgずつ10kg迄作用させた．この場合，接合面に傾斜が生じないようにするため，横方向荷重はなるべく接合面に近いところに作



下部試験片



上部試験片

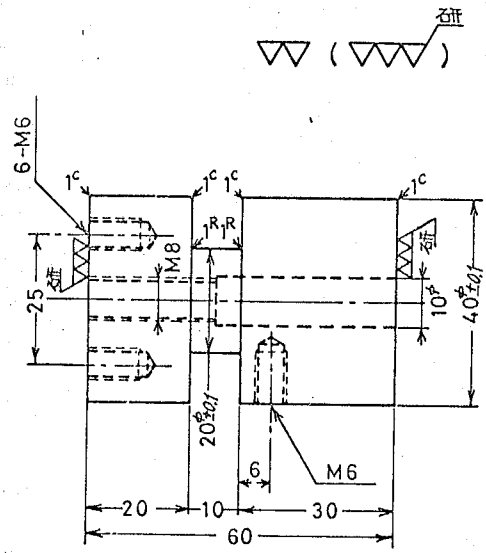
図4-2 試験片の寸法と形状

注) A,B面の仕上方法は表4-1を参照のこと．

用させる必要があるので，図に示したような位置に横方向荷重を作用させた．また，このように横方向荷重が接合面より少し上部に作用することによる接合面の傾斜は本実験の範囲では問題にならないことは予備実験で確認してある．

実験は図4-2に示したような試験片のひとつ①をスペーサー③にM6ボルト6本で十分強固に締付けた後，試験片②を試験片①に締結ボルト⑩で一定の締付力で締付け，前述のように横方向荷重を加えて行なった．

このように横方向荷重を作用させたときに生ずる横方向変位の測定は微細な位置調整のできる機構を有する変位計支持台⑤の上に取り付けられた歪ゲージを用いた微小変位計④で行なった．しかし，測定される横方向変位は最大値でも1μ程度であるため，以上のような方法でも目的とする二平面接合部以外の接合面の変位，例えば試験片①とスペーサー③の間に存在するわずかな遊隙，を完全に除去できないので，別に図4-3に示すような一体形の試験片を作成して，この試験片の示す横方向変位との比較測定も行なっている．なお，下部試験片①の荷重時



No.	材質
S_{mono}	SS41B
C_{mono}	FC25
B_{mono}	B_SBM2
A_{mono}	A2B3T4

図4-3 一体形試験片

に於ける横方向変位も上部試験片と同様な方法で同時に測定して，その影響を調らべ，本実験では無視できる程度であることも確認してある．

本研究では，このような横方向変位を測定することにより横方向接触剛性とすべり変位に及ぼす二平面接合部の表面粗さ，表面仕上方法，材質等の影響を実験的に明らかにすることを目的としているが，特に工作機械のボルト結合部を対象としているので，試験片の材質としては表4-1にも示すように主にSS41BとFC25の2種を用いていて，表面仕上方法としてはボルト結合部で良く問題になる研削仕上ときさげ仕上を主に検討している．但し，このような横方向変位の機構を明らかにするため，ラップ仕上面，並らびに材質がアルミ合金，黄銅の場合についても更に検討を行なっている．

また，研削仕上面の場合には表にも示したように研削方向を考慮して試験片を組合わせている．

なお，接合面は前章迄の研究と同様にトリクレンを用いて油やよごれ等を取り去り，十分に乾燥させて完全固体接触状態として実験を行なった．

No.	材質	仕上方法 A面	仕上方法 B面	表面粗さ h_{max} μ，又は平均 A面	表面粗さ h_{max} μ，又は平均 B面	仕上面研削方向の組合せ
Sg-1	SS41B	研削	研削	1.0	1.0	平行 ⇉W
Sg-2						直交 ⊞W
Sg-3		研削	研削	1.8	1.5	平行 ⇉W
Sg-4						直交 ⊞W
Cg-1	FC25	研削	研削	1.0	1.0	平行 ⇉W
Cg-2						直交 ⊞W
Cg-3						斜交 ⊠W
Cg-4						平行 ⫼W
Cs-1	FC25	きさげ	きさげ	7~8	7~8	
Cs-2				13~15	13~15	
Cs-3				16~18	16~18	
Cs-4				22~23	22~23	
Cs-5				32~34	32~34	
Sl-1	SS41B	ラップ	ラップ	1.6	1.6	
Sl-2				1.0	1.0	
Sl-3				0.7	0.7	
Sl-4				0.3	0.3	
Sl-5				0.1	0.1	
Bg-1	BsBM2	研削	研削	1.8	2.4	平行 ⇉W
Bg-2						直交 ⊞W
Ag-1	A3B2T4	研削	研削	1.8	2.0	平行 ⇉W
Ag-2						直交 ⊞W

表4-1 試験片の表面状態

§4・3　横方向接触剛性とすべり変位率の定義

前節で述べたような方法で垂直荷重が作用するもとでの横方向変位を測定した結果の1例を図4-4に示す．

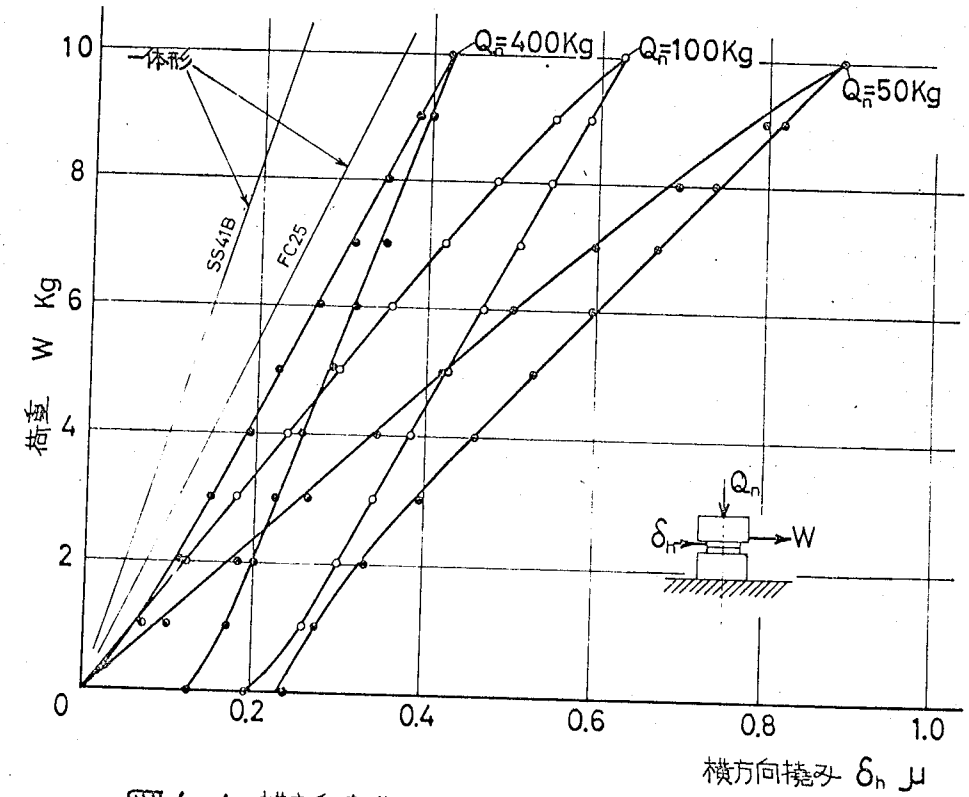


図4-4　横方向変位の測定例（材質:SS41B,研削仕上,研削方向平行合せ㊡）

図より，荷重増加時には荷重と横方向変位はほぼ直線関係になっていて，除荷時には垂直荷重の大きさにより異なるが，変位にヒステリシスの存在すること，また，垂直荷重が強い場合には横方向変位はほぼ弾性的な挙動を示し，一体形の変位に近い値を示すが，垂直荷重の弱い場合には横方向変位は顕著なヒステリシス現象を示し，接合面に相対すべりの生じていること，が判る．なお

，この図では明白に現われていないが，締付力の大，小にかかわらず0.1μ以下の非常に微小な一種のStick-Slip現象の存在が横方向変位の測定中に常に認められた．

以上のように二平面接合部では微小なすべりが存在するため，垂直荷重が大きくても横方向荷重に対して横方向変位は完全な直線関係にならないので，横方向変位には横方向荷重依存性が現われることになる．

更に，この図よりも判るように測定する横方向変位は最大でも0.6～0.8μと非常に小さいので，測定に使用した微小変位計は最小読取値0.1μの万能顕微測定器（三井精機K·K U.M.D形）により20±0.2℃，湿度70%の恒温室内で較正を行ない，実験も同じ恒温室内で行なっている．しかし，現在の装置で測定精度を高めるためには，繰返し測定を行なう他に，横方向荷重10kgのときの測定値を用いて比較するのが良いと考えられる．

従って，本論文では横方向接触剛性の定義を図4-5に示すように定める．すなわち，横方向荷重W=10kgのときの横方向変位をδ_{h10}，接合面積をS_h，とすると，

みかけの横方向接触剛性

$$k_h^* = 10/\delta_{h10} \cdot 1/S_h \quad Kg/\mu \cdot 1/mm^2 \quad \text{------(4-1)}$$

また，横方向変位 δ_{h10} より一体形の変位を補正した二平面接合部の変位を δ_{hr} として，真の横方向接触剛性

$$k_{hr}^* = 10/\delta_{hr} \cdot 1/S_h \quad Kg/\mu \cdot 1/mm^2 \quad \text{------(4-2)}$$

ここで，以上の横方向接触剛性の定義を単位面積当りとしたのは他の研究結果との比較を容易にするためである．

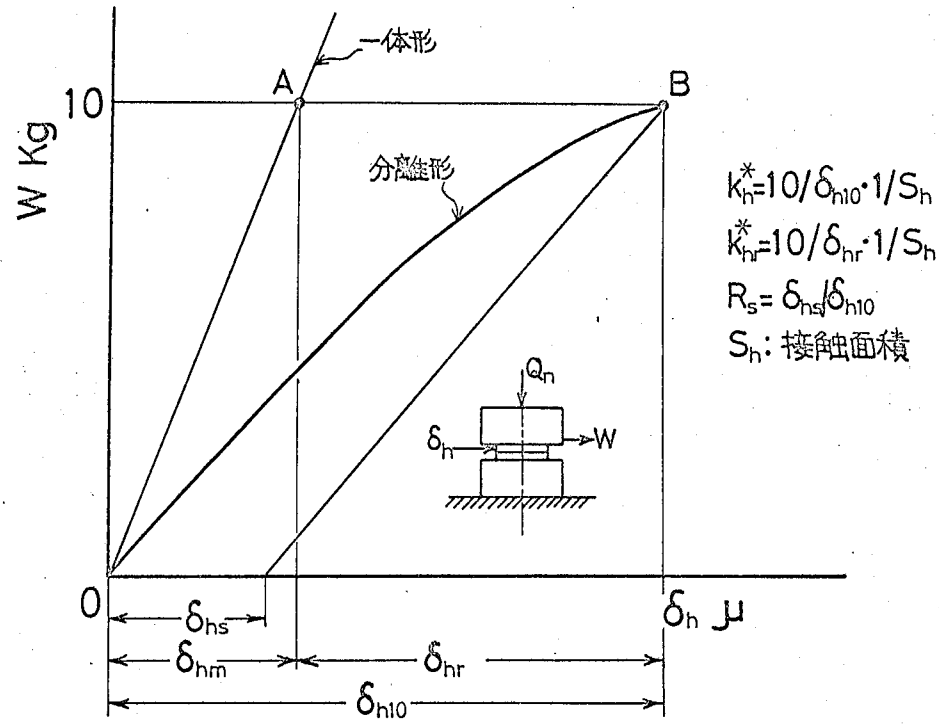


図4-5 横方向接触剛性とすべり変位率の定義

次に，ボルト結合部に於ける高い減衰能の主な発生原因である横方向すべり変位と表面粗さ，表面仕上方法等の関係は，本論文ではすべり変位率 R_s を用いることにす

る．これは図4-5に示すように，横方向荷重が作用したときの全横方向変位中に占めるすべり変位量の割合を表わすもので，除荷後に残るすべり変位量をδ_{hs}としたとき，

$$R_s = \delta_{hs}/\delta_{h10} \quad \text{---------(4-3)}$$

で定義する．

これによれば，二平面接合部に相対すべりが生じやすいもの程R_sの値が大きくなる．

§4-4 横方向接触剛性とすべり変位の一般的な挙動

垂直荷重が作用している二平面接合部に横方向荷重が作用したときの図4-4に示したような横方向変位の測定結果より前節で述べた定義に従って横方向接触剛性 k_h^*, k_{hr}^*, 並らびにすべり変位率 R_s を求めた結果の1例を横軸に平均接触面圧力 $\bar{p}_m$ をとって図4-6, 図4-7, 図4-8に示す. これらの図より横方向接触剛性, 横方向すべり変位の一般的な挙動は次のようなものであることが判る.

みかけの横方向接触剛性 k_h^* は接合面に作用する平均接触面圧力の増加とともに大きく直線状に増加するが, ある平均接触面圧力の値を過ぎると増加の割合が小さくなって漸増する曲線となり, 一体形の横方向剛性に近付いて行く. しかし, 完全に一体形と同じ値にはならず, 工作機械のボルト結合部に於ける通常の締付圧力と考えられる $\bar{p}_z \leqq 2.0\ kg/mm^2$ 以下では一体形にくらべると約70~80%の値を示すのみである.

横方向接触剛性 k_h^* の平均接触面圧力に対する一般的な挙動は以上のような傾向となるが, この傾向は後述する

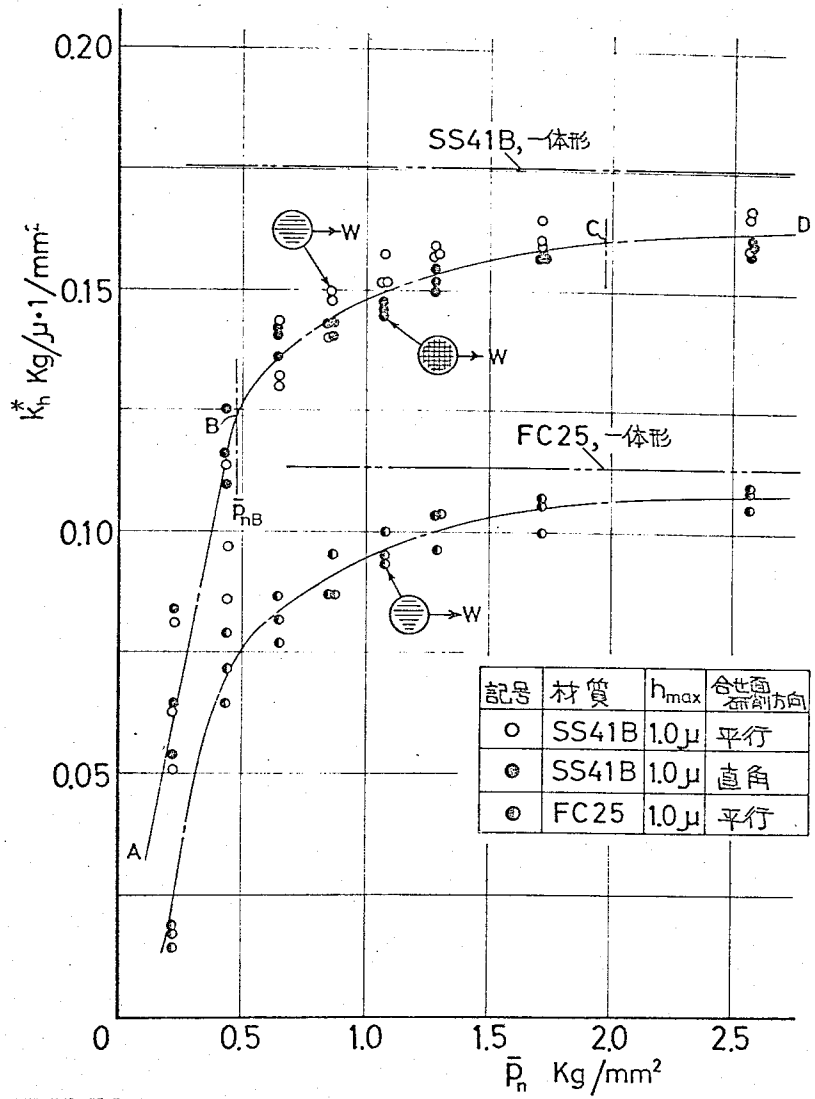


図 4-6 みかけの横方向接触剛性に及ぼす平均接触面圧力の影響

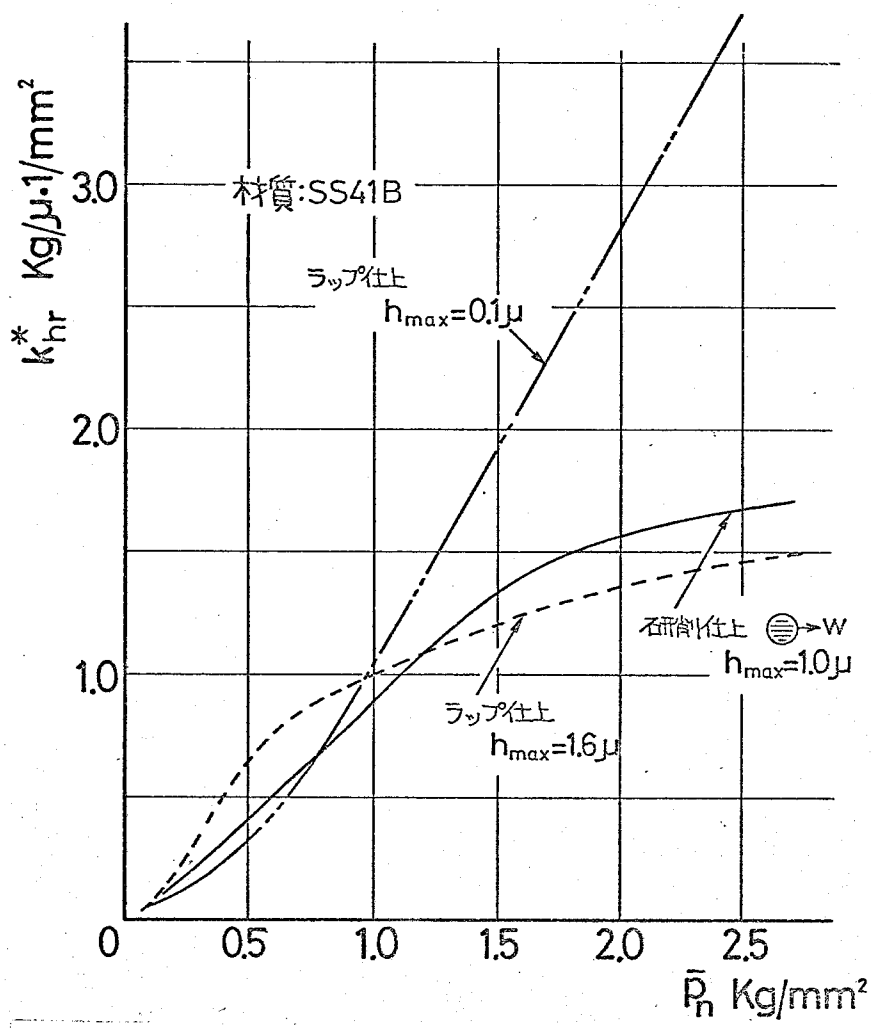


図 4-7 横方向接触剛性に及ぼす平均接触面圧力の影響

ように接合面の材質，仕上方法，表面粗さ等により影響を受ける．従って，k_n^*の示す挙動はこれら表面性状により差異が生じ，具体的には図4-6に示したAB間の勾配，BC間の曲線の曲率，CD間の一体形への近付き方，並びにB点で示してある直線部分より曲線へ移行する平均接触面圧力$\bar{p}_{mB}$の値，に影響が現われる．

また，定義よりも判るように真の接触剛性k_{nr}^*の示す挙動は全くk_n^*と同じものとなって，表面性状の影響も同じであり，k_{nr}^*の値は最終的には無限大に近付く．しかし，二平面接合部の横方向ばね作用について説明するには一体形の値と対比させる方が理解しやすいこと，並びに第5章で取扱っているような横剛性値の理論的な計算にはk_n^*の方が便利なこと，により本章では主にk_n^*を用いて説明する．従って，これ以下の説明では，横方向接触剛性は断わらない限りみかけの横方向接触剛性の意味で使用している．

次に横方向すべり変位の一般的な傾向は図4-8のすべり変位率と平均接触面圧力の関係，並びに図4-9に示す残留変位量と平均接触面圧力の関係より判るように，

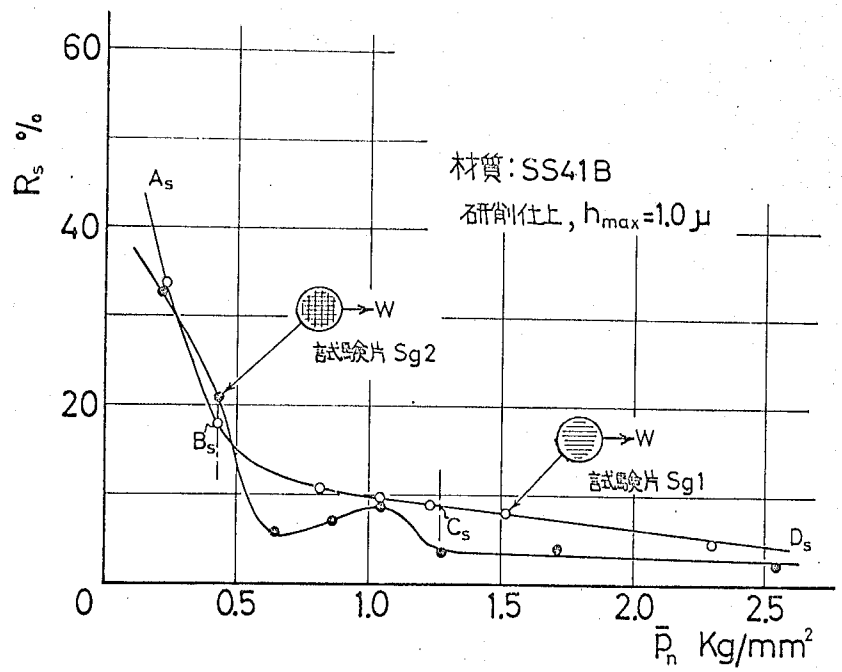


図4-8 すべり変位率に及ぼす平均接触面圧力の影響

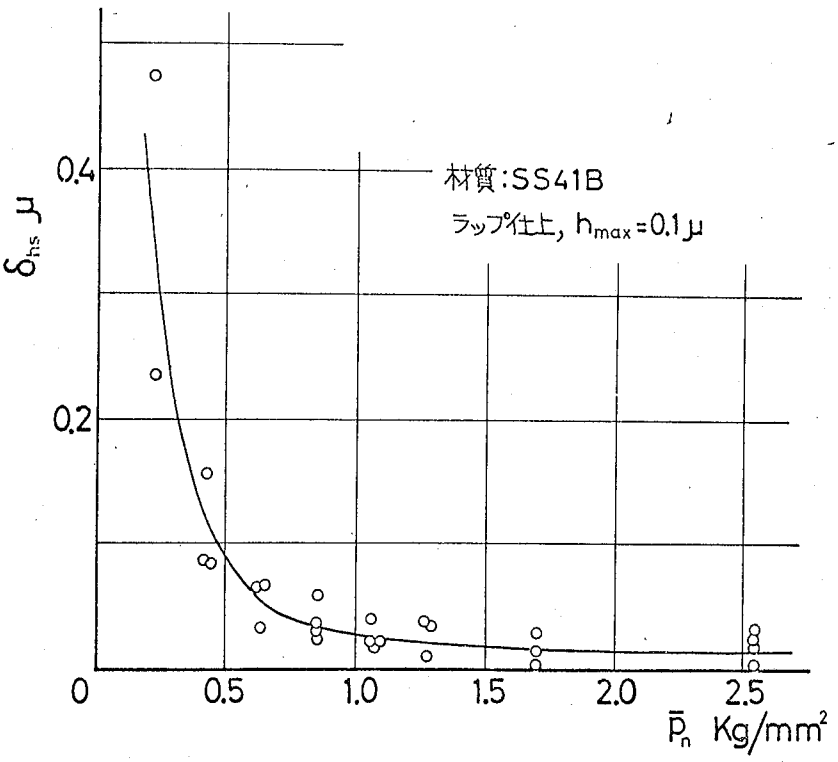


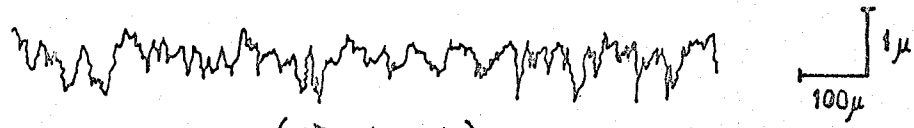
図 4-9 すべり変位と平均接触面圧力の関係

接触面圧力の増加とともにすべり変位率は減少してくる．すなわち，接合面間の相対すべりが少なくなり，横方向変位のヒステリシスが小さくなる．しかし，図4-6と

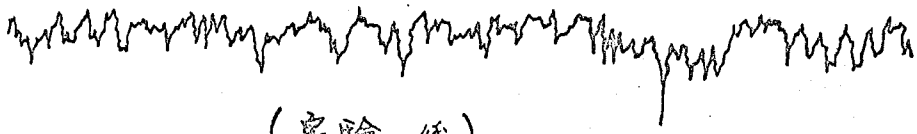
比較してみると，すべり変位率の場合には図に示す A_sB_s 間のように横方向接触剛性より小さな平均接触面圧力の位置で急激な減少を示し，これ以後は平均接触面圧力を増加させてもすべり変位率の減少はわずかであり，一定値に近付いていくが完全に零とはならない．

このすべり変位率の挙動も横方向接触剛性と同様に接合面の表面性状により，図4-8に示す A_sB_s 間の勾配，B_sC_s 間の漸減の傾向，C_sD_s 間の一定値への近付き方，並びに B_s 点を示す平均接触面圧力 $\bar{p}_{mB_s}$ に影響を受けるので，それぞれの表面仕上方法，粗さ，材質等により異なった傾向を示す．しかし，一般的には平均接触面圧力の増加とともに直線状に減少し，ついで漸減した後一定値に近付く．

なお，k_h^*，R_s には二平面接合部の表面性状が以上のように大きく響くので，垂直荷重，横方向荷重の作用前と作用後に於ける接合面の表面粗さの変化は大きな問題となる．よって，各試験片とも実験の前，後には表面粗さ計で接合面の表面粗さを測定したが，図4-10にその結果の1例を示す．



（実験 前）



（実験 後）

図4-10 荷重の前，後に於ける表面粗さの変化（研削仕上面）

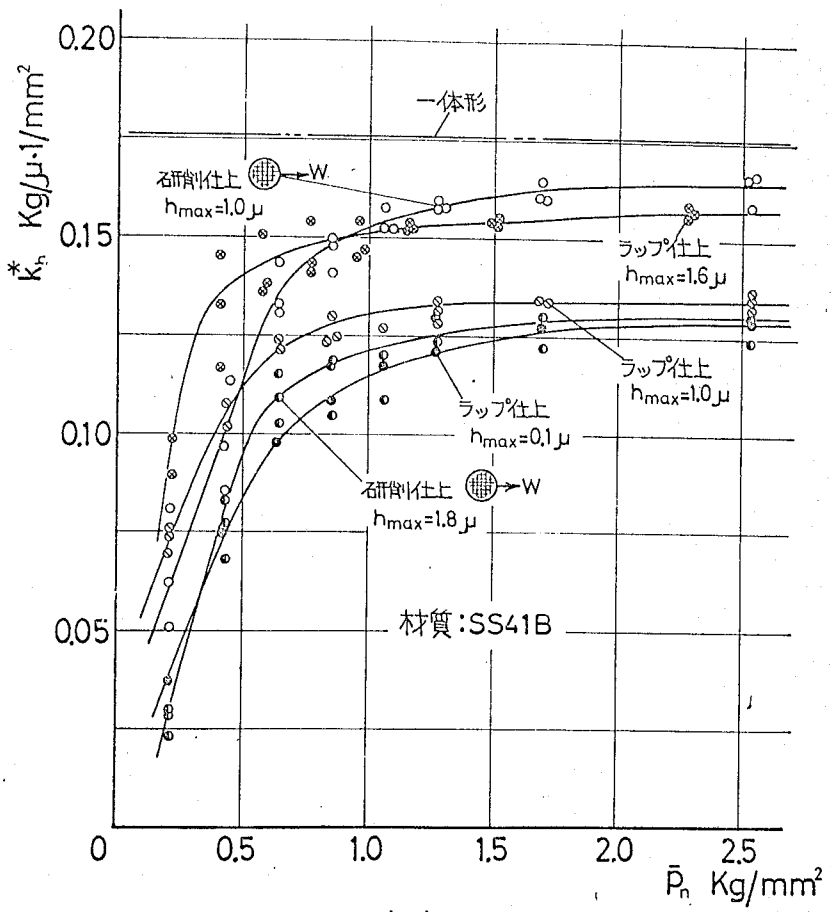
図によれば，本実験のような低い荷重範囲では表面粗さ形状は変化していないものと考えて良く，これはThornleyら[16]の研究結果とも一致している．

§4·5 表面性状の横方向接触剛性とすべり変位に及ぼす影響

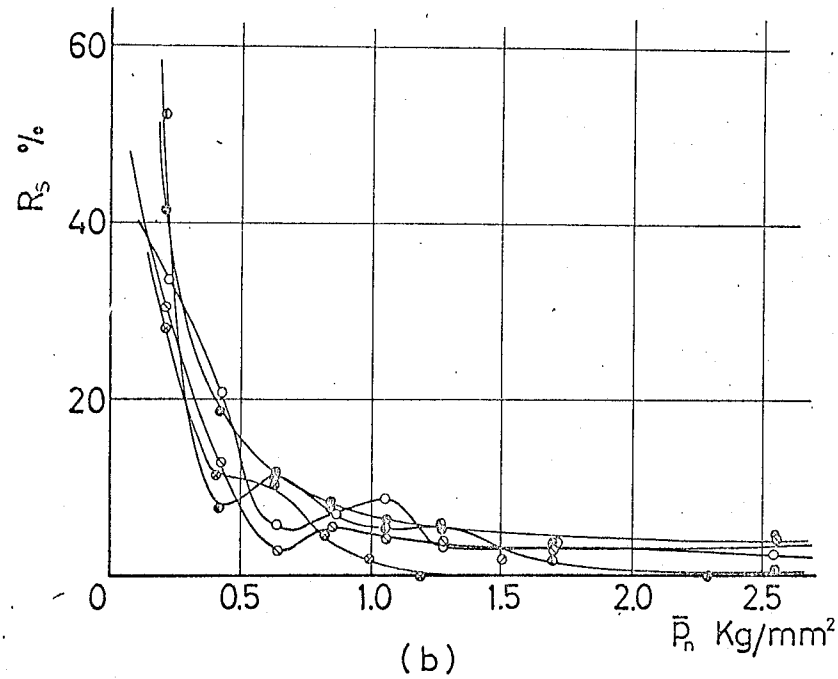
前節で明らかにしたように，垂直荷重作用下の二平面接合部に存在する横方向の接触剛性とすべり変位は垂直荷重に大きく影響されるが，更に二平面の表面性状に大きく影響されるものと思われる．従って，本節では接合面の表面性状に関係する因子の横方向接触剛性とすべり変位に及ぼす効果について各因子毎に実験的な検討を行なった結果を述べている．

まず，接合面の代表的な因子と考えられる表面粗さ，表面仕上方法の影響について検討した結果を図4-11に示す．なお，本章では多くの場合に，図のはん雑さを省けるためにこのような測定値の平均値を用いた図の表示法を使用している．

図4-11(a)には材質がSS41Bの試験片にラップ加工と研削加工を施して表面粗さを変えた場合の横方向接触剛性の挙動，図(b)には同じ状態での横方向すべり変位率の挙動を示してあるが，図より次のようなことが判る．



(a)



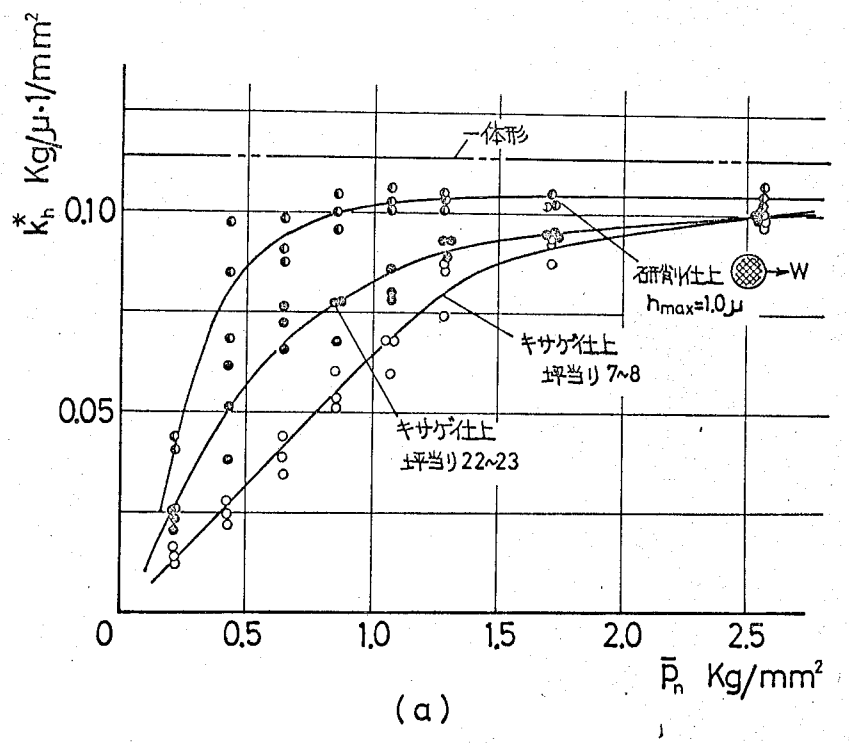
(b)

図4-11 表面仕上状態の横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす影響

前節で述べた横方向接触剛性とすべり変位の接触面圧力依存性の傾向，すなわち，接触剛性が直線的に増加する範囲，一体形の示す剛性への近付き方等，は接合面の仕上方法，並らびに同じ仕上方法でも表面粗さにより大きく異なってくる．また，ラップ仕上面では表面粗さが良くなると横方向接触剛性は弱くなるのに，研削仕上面では逆に横方向接触剛性が強くなること，すべり変位率に及ぼす表面粗さ，仕上方法の影響は横方向接触剛性の場合とほぼ逆の傾向にあるものの,横方向接触剛性で認められた大きな差がすべり変位率ではあまりみられないこと，表面粗さ 1.0μの研削仕上面ではすべりが大きいにもかかわらず横方向接触剛性が表面粗さ 0.1μのラップ仕上面より大きいこと，などの興味ある現象が図に認められる．

材質を鋳鉄として同様のことを研削仕上面ときさげ仕上面について検討してみると，その結果の1例は図4-12に示すようになる．

図より材質がSS41Bの場合と同様に横方向接触剛性とすべり変位の接触面圧力依存性が表面粗さ，仕上方法に



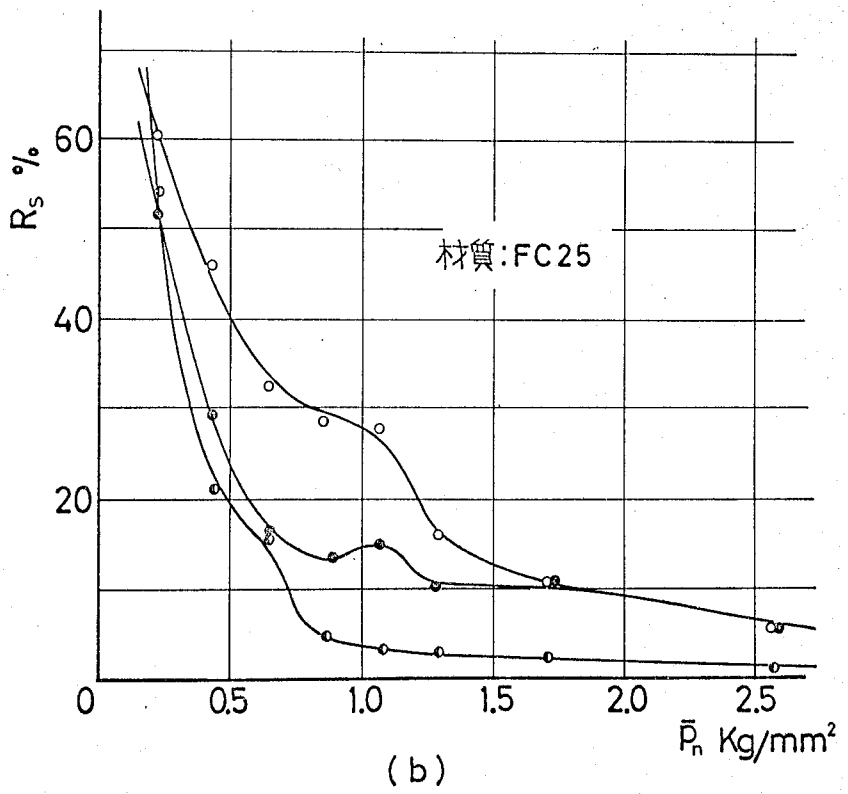


図 4-12 表面仕上状態の横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす影響

大きく影響されることが認められる. しかし, 鋳鉄の場合には横方向接触剛性とすべり変位率は完全に逆の関係

にあり，横方向接触剛性の高い面はすべり変位率が小さく，すべりにくくなっている．また，平均接触面圧力を増加したときに横方向接触剛性が示す一体形の剛性への漸近状態とすべり変位率の減少状態の傾向は材質がSS41Bの場合とは異なり良く一致している．

二平面接合部の横方向接触剛性とすべり変位が示す以上のような複雑な挙動は従来よりこの種の問題に関連ある摩擦の研究分野でしばしば論じられている凝着説と微小噛合説に大きな関連があるものと思われる．よって，研削仕上面の研削方向を考慮したときの横方向接触剛性とすべり変位について実験を行なった．

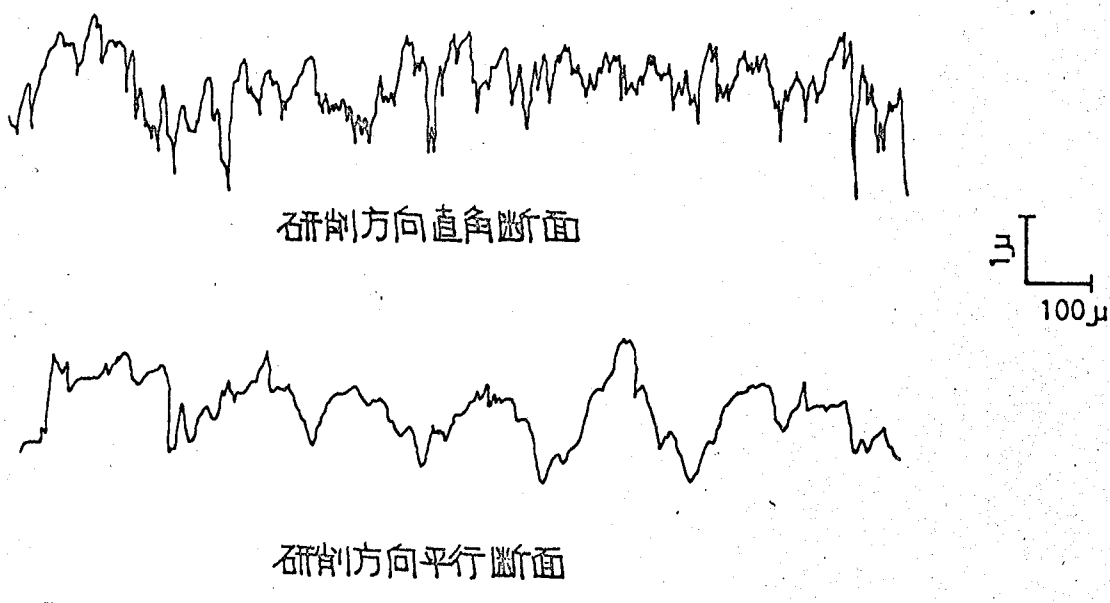


図4-13 研削仕上面の表面粗さ形状

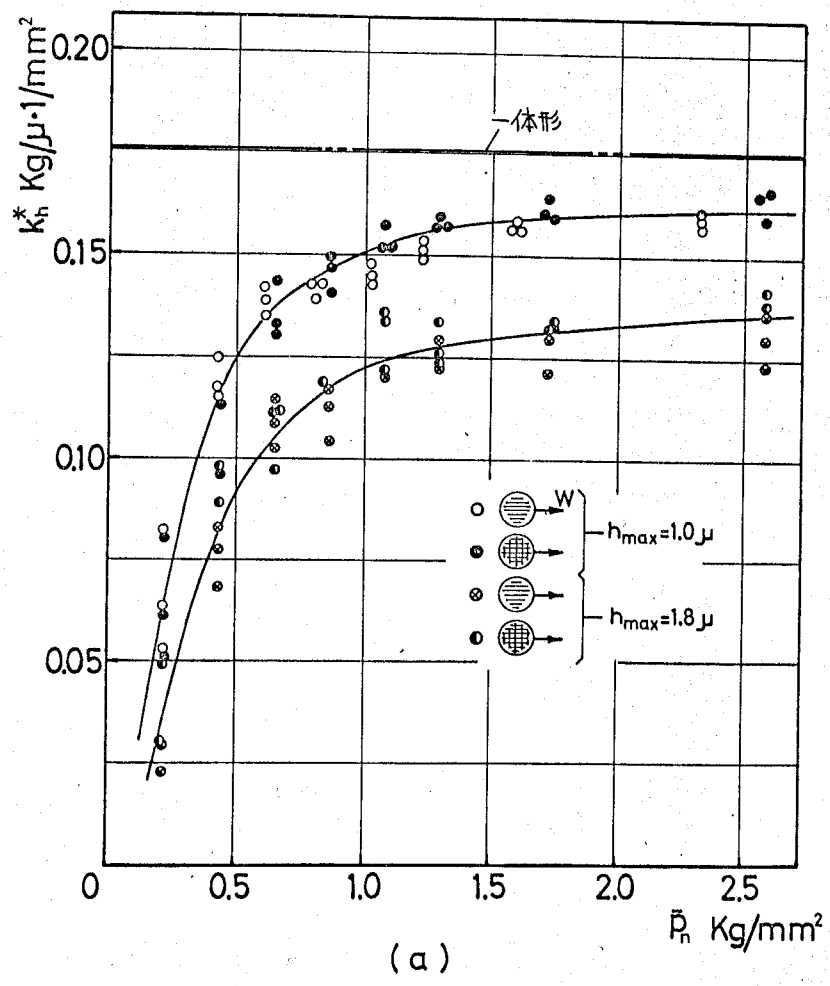
この場合，研削仕上面に於ける方向性の存在が問題となるが，従来の研削加工面組さに関する研究[24]や図4-13に示す本実験に用いた試験片の表面組さの測定結果よりみると，方向性は存在すると考えて良いものと思われる．

図4-14，図4-15には研削面の組合せ方向を考慮して横方向接触剛性とすべり変位率を測定した結果を示す．

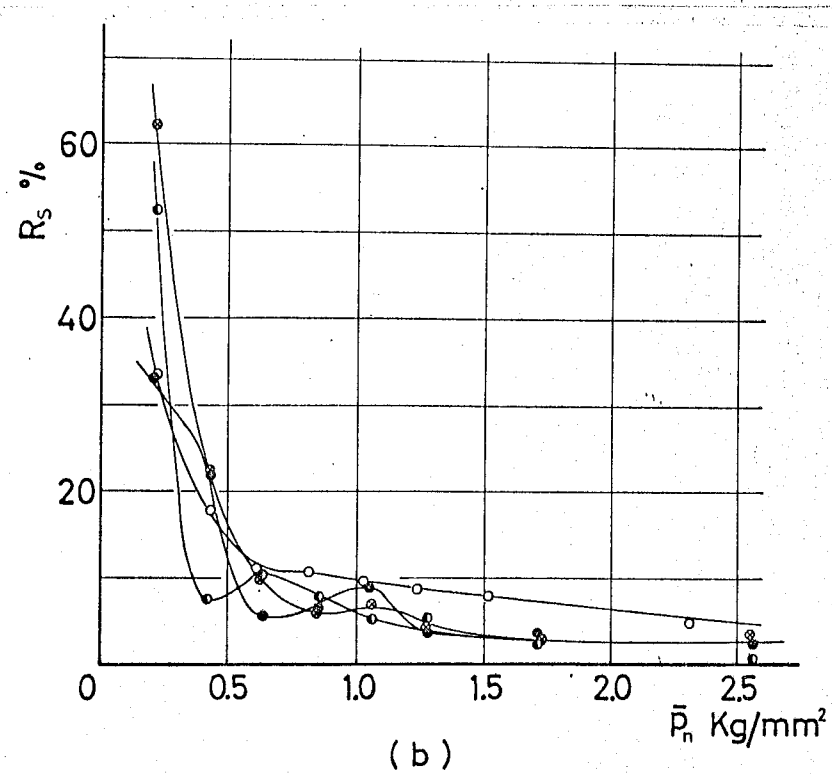
図4-14は材質がSS41B，図4-15はFC25の場合であるが，接合面の仕上方法を変えた場合と異なり，研削面の組合せ方向により多少の差はあるものの，前述の横方向接触剛性とすべり変位率の接触面圧力依存性の傾向は組合せ方向に関係なくほとんど同じであり，これら二つの特性値が示す挙動は完全に逆の関係になっていて，横方向接触剛性が高い研削面の組合せ方向はすべり変位率が小さい．

しかし，研削面の組合せ方向の横方向接触剛性，またはすべり変位率に及ぼす影響は材質により次のように異なっている．

図4-14に示した材質がSS41Bの場合には研削面の組合せ方向の大きな影響は認められないが，図4-15に示した



(a)



(b)

図 4-14 横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす研削方向の影響（材質：SS41B，研削仕上）

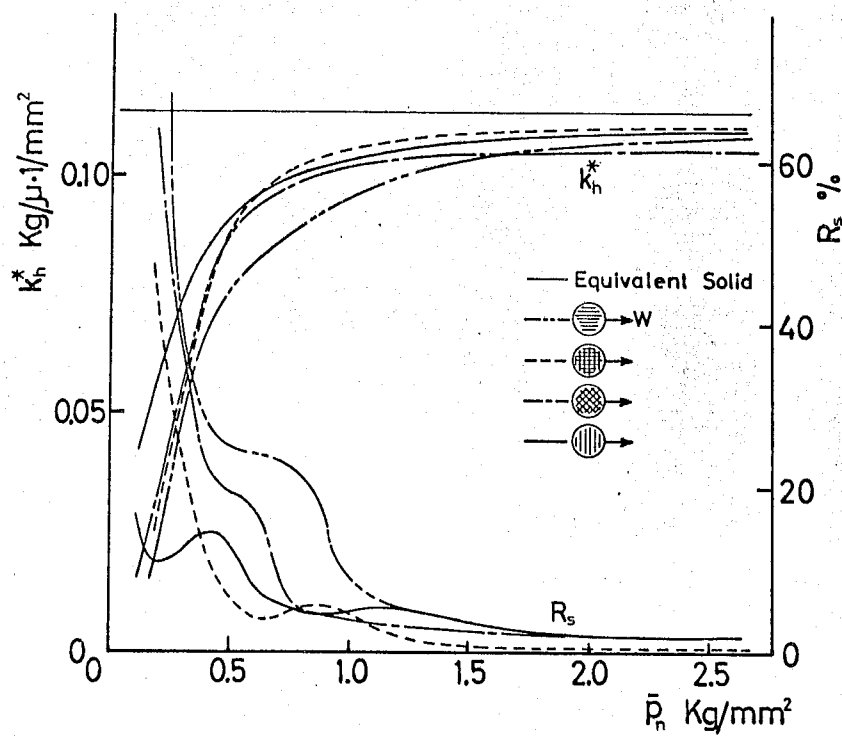


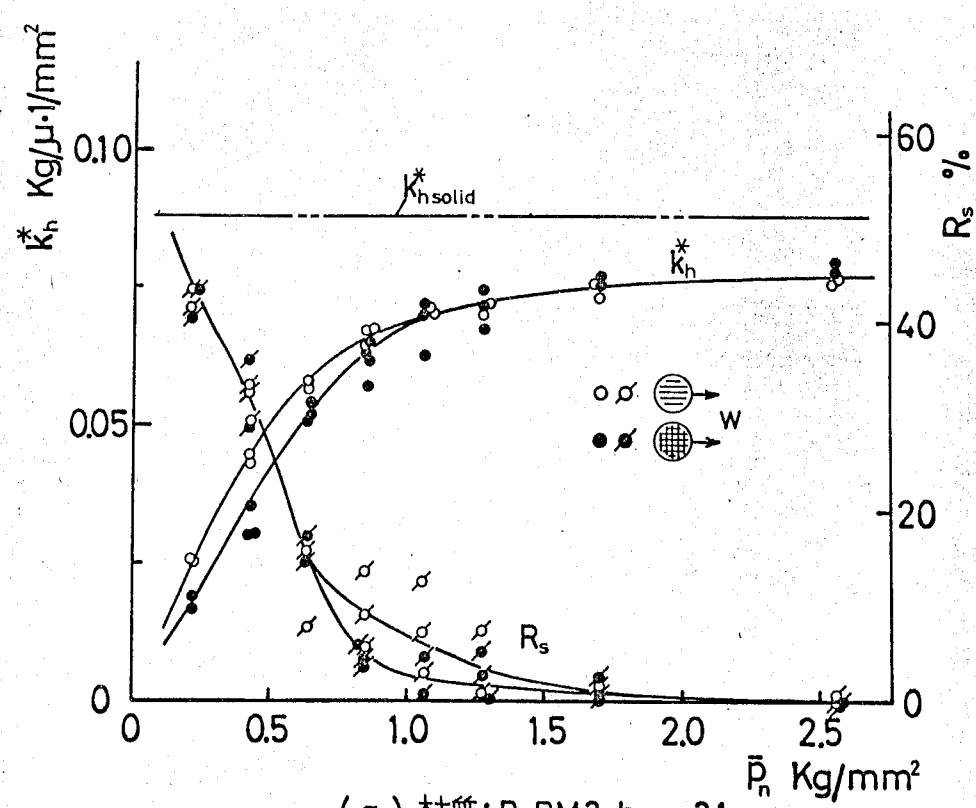
図4-15 横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす研削方向の影響
(材質:FC25, 研削仕上, h_{max}=1.0μ)

材質がFC25の場合は,平均接触面圧力が約1.6 Kg/mm²以下のときに研削面平行合せがもっとも弱い横方向接触剛性と大きなすべり変位率を示し,研削面直交合せの方が横方向接触剛性は大きい. また, 同じ研削面平行合せでも研削方向に直角に横方向荷重を作用させた場合は, 以上の組合せの場合より更に大きな横方向接触剛性と小さなすべり変位率を示し, 図にも認められるように低い平均接触面圧力ではこの挙動が特に顕著である. しかし, 平均接触面圧力が1.6 Kg/mm² 以上になると, 以上のような研削面の組合せ方向による横方向接触剛性とすべり変位率の

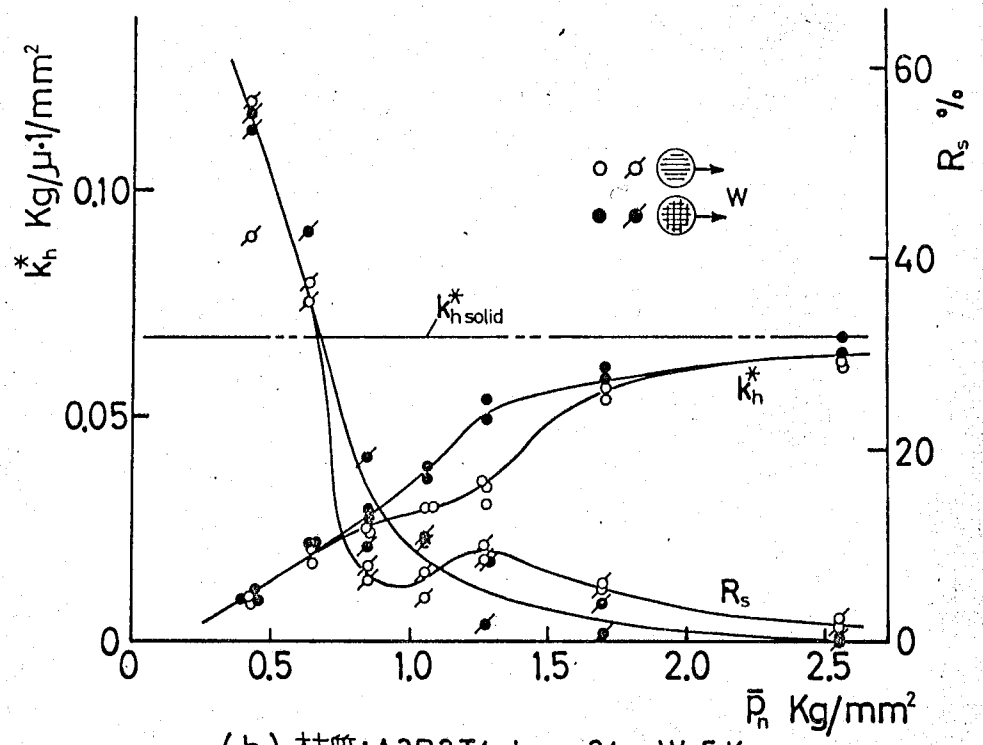
差異はほとんど認められなくなるが，傾向としては研削面平行合せ（荷重方向直角），研削面直交合せの剛性が大きい．

従って，鋳鉄の方が軟鋼より流れ圧力の高いこと[25]を考慮すると，以上のことより，二平面接合部が鋳鉄の研削仕上面では平均接触面圧力の低いときは主に表面の微小な突起部の相互噛合により横方向接触剛性が定められるので，研削面の組合せ方向の影響が現われ，平均接触面圧力の高いときは主に表面の微小な突起部の凝着により横方向接触剛性が定められるので，研削面の組合せ方向の影響が現われないものと考えられる．

これに対して軟鋼（SS41B）の研削仕上面では，研削方向の影響が大きくなく，また，図4-11の実験結果の例にも認められるように平均接触面圧力の低い状態では，実験値のばらつきが大きいので，横方向接触剛性は主に表面の微小な突起部の凝着により定まるものと思われる．このことは本章の実験のすべての場合に，材質がSS41Bの試験片では横方向変位に0.1μ程度の微細な一種のStick-Slipの存在することが認められたことよりも確められる．



(a) 材質: $B_S BM2$, h_{max}=2.1μ



(b) 材質: A3B2T4, h_{max}=2.4μ, W=5 Kg

図4-16 材質が異なるときの研削方向の影響

図4-16は同様な実験を流れ圧力の比較的高い黄銅と低いアルミニウム合金について行なった結果であり，材質

が異なるために剛性の絶対値は低いが，図より研削面の組合せ方向の効果は，黄銅は鋳鉄に，アルミ合金は軟鋼の場合と良く似ていることが判る．しかし，アルミ合金試験片では微小凝着部分が弱いため前述の軟鋼のように顕著な微細なStick-Slipの存在は認められず，また，黄銅では研削面の組合せ方向の効果は認められるが，鋳鉄の場合とその効果は違っている．

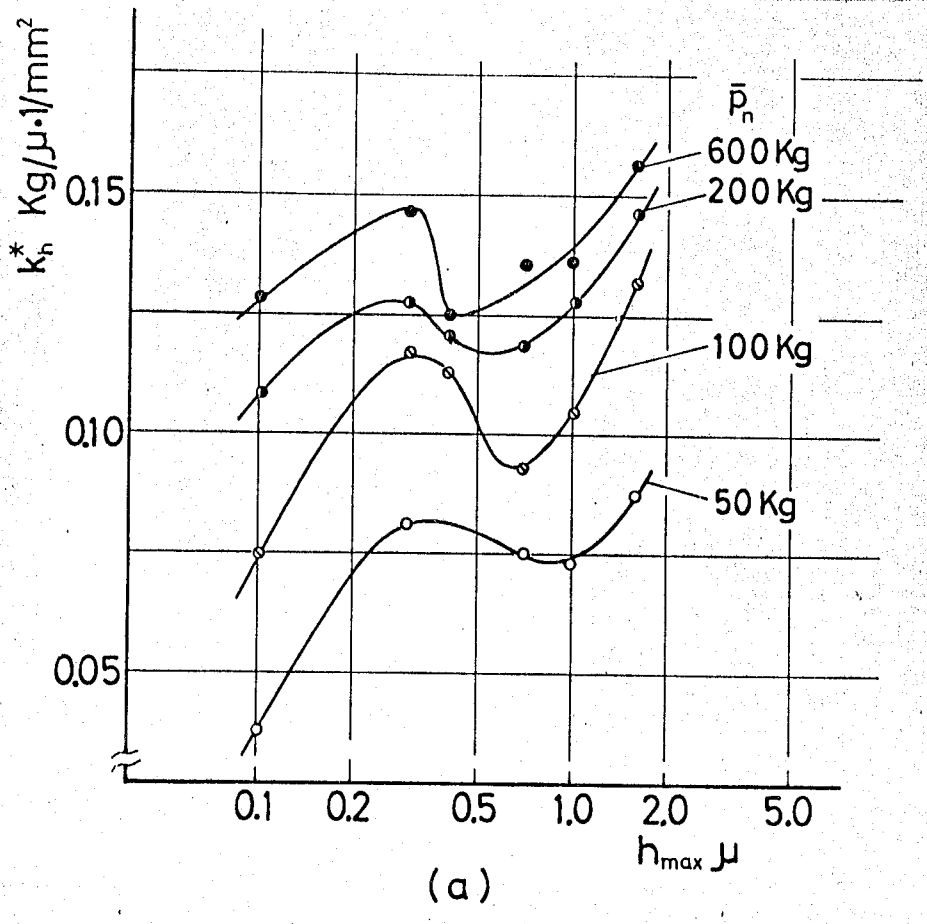
従って，試験片材料の流れ圧力の値と二平面接合部に作用する平均接触面圧力の値によって横方向接触剛性の発生機構は異なり，例えば鋳鉄のように流れ圧力の高いものは,低い平均接触面圧力の範囲では，接合面の微小な噛合により横方向接触剛性が定まるが，軟鋼のように流れ圧力の小さいものではこのような低い接触面圧力の範囲でも接合面の微小凝着部により横方向接触剛性が定まるものと考えられる．また，平均接触面圧力が高いときには試験片の材質に関係なく接合面の微小凝着部により横方向接触剛性が定まるようになる．

以上のことより，図4-11に示した仕上方法により横方向接触剛性に及ぼす表面粗さの影響が異なる現象は二平

面の接触部に於ける微小凝着部の多少により説明できる．すなわち，研削仕上面のようにうねりが存在しやすく，平面度の狂いやすい面では表面粗さを良くすると，真実接触面積が増加して微小凝着部も増えるので，横方向接触剛性は高くなるが，ラップ仕上面のように当りの良い面では表面粗さを良くしていくと，真実接触面積が大きく増加するので，各接触点に作用する圧力は逆に減少して微小凝着部が減るようになり，横方向接触剛性は小さくなる．従って，同一仕上方法の場合，横方向接触剛性が極大点を示す表面粗さの存在することが推定されるので，表面粗さの制御しやすいラップ仕上面とボルト結合部で良く用いられるきさげ仕上面について，表面粗さ，坪当りの効果を検討したが，図4-17，図4-18に結果を示す．

多少のばらつきがあるとは云え，これらの図より横方向接触剛性が極大点を，すべり変位率が極小点を示す表面粗さ，またはきさげの坪当りが存在することが明らかである．

この横方向接触剛性が極大点を示す表面粗さの値は仕



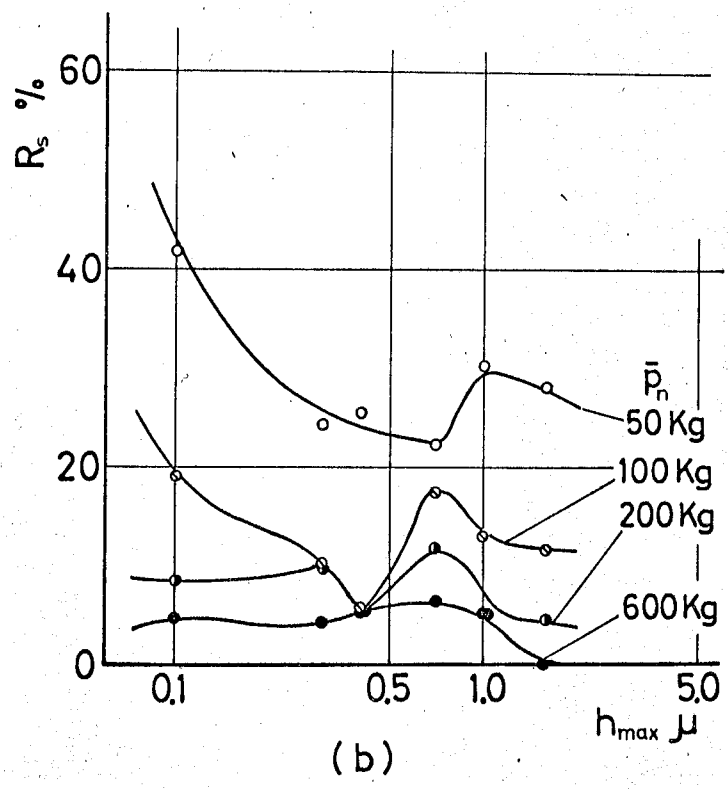


図 4-17 横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす表面粗さの影響（材質: SS41B, ラップ仕上面）

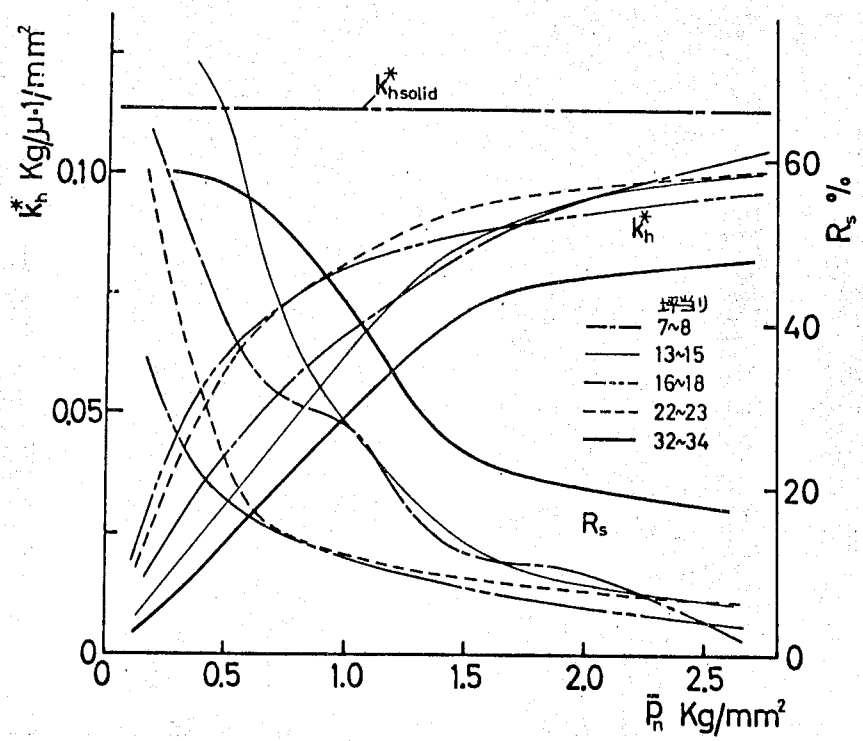


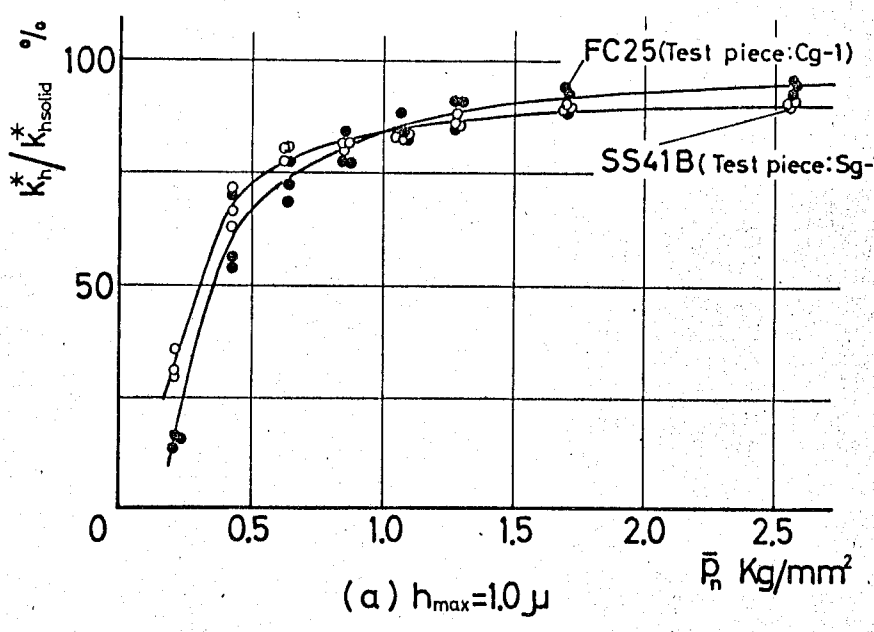
図4-18 きさげ仕上面の坪当りが横方向接触剛性とすべり変位率に及ぼす影響(材質:FC25)

上方法により異なると考えられるので，その仕上方法が通常用いられる表面粗さの範囲ではみかけ上の挙動が前述のラップ面と研削面のように逆の現象として現われることになる．

なお，表面粗さを小さくしたり，きさげの坪当りを多くしたりすると，例えば図4-18に示すように，横方向接触剛性とすべり変位率の平均接触面圧力依存性は大きく違ってきて，すべりが多く存在する二平面接合部の横方向接触剛性は接触面圧力を増加しても一定値へ漸近する傾向がゆるやかとなり，一定のすべりも常に残るように

なる.

このように二平面接合部の横方向接触剛性は表面の仕上方法，表面粗さにより影響を受け，二平面間の表面粗さ部に於ける微小な噛合，または微小な凝着により定められると考えられる．従って，横方向接触剛性は二平面を構成する材質にも影響されることになるが，既に図示したように，材質が違うと一体形の剛性が異なるので，みかけの横方向接触剛性では比較ができない．よって，一体形の横方向剛性 k^*_{hsolid} とみかけの横方向接触剛性 k^*_h の比を用いて材質の影響を検討してみると，図4-19に示すように流れ圧力の大きい材料の方が横方向接触剛性は大きくなる傾向にあるが，前述の表面性状の影響にくらべ



(a) h_{max}=1.0μ

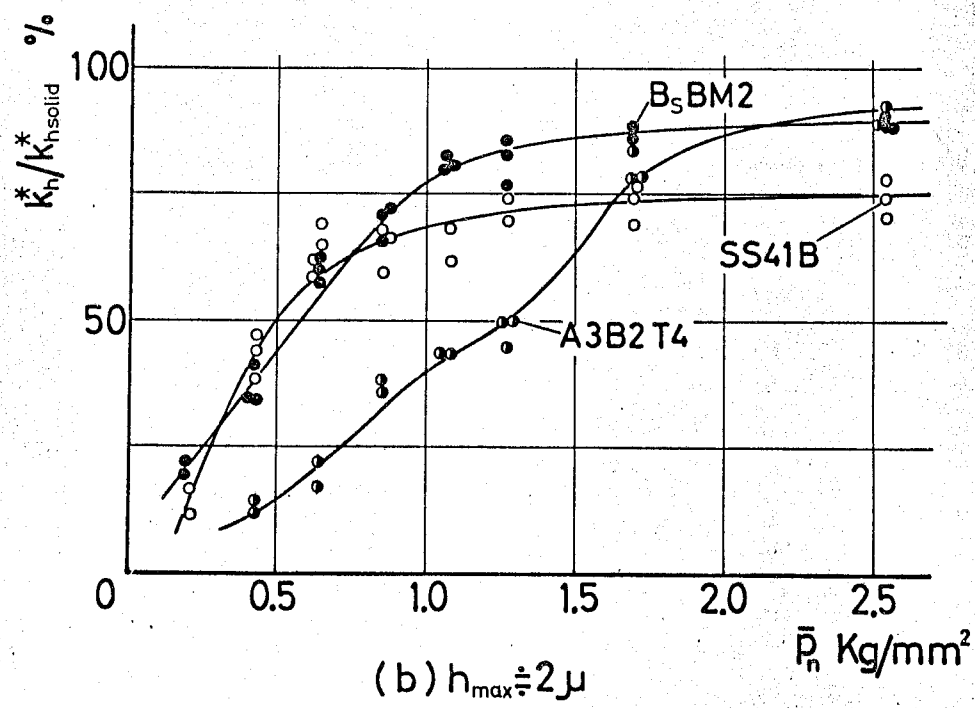
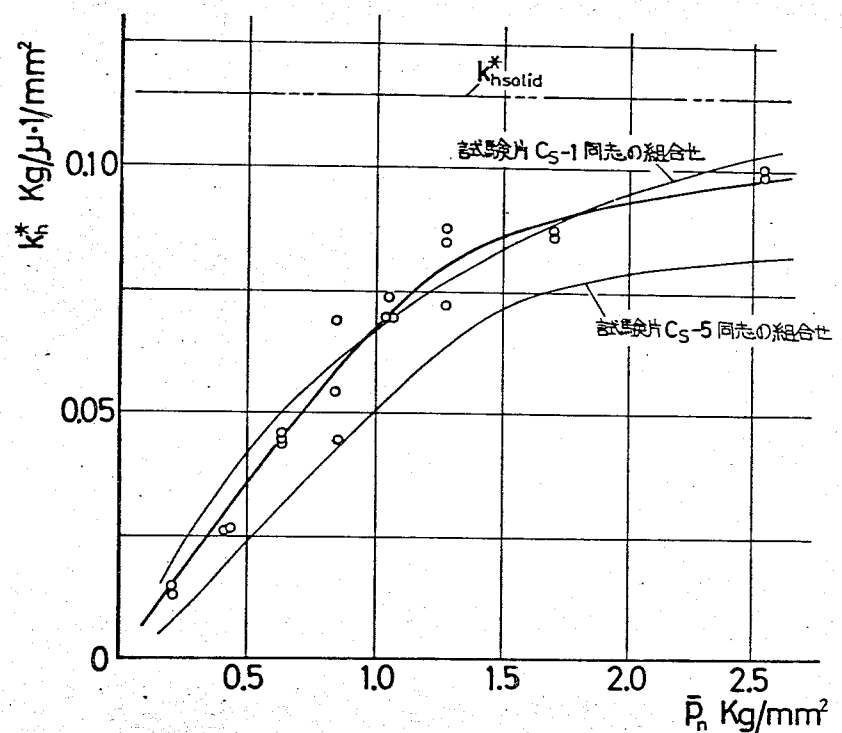


図 4-19　横方向接触剛性に及ぼす材質の影響
(研削仕上面, ⊜→W)

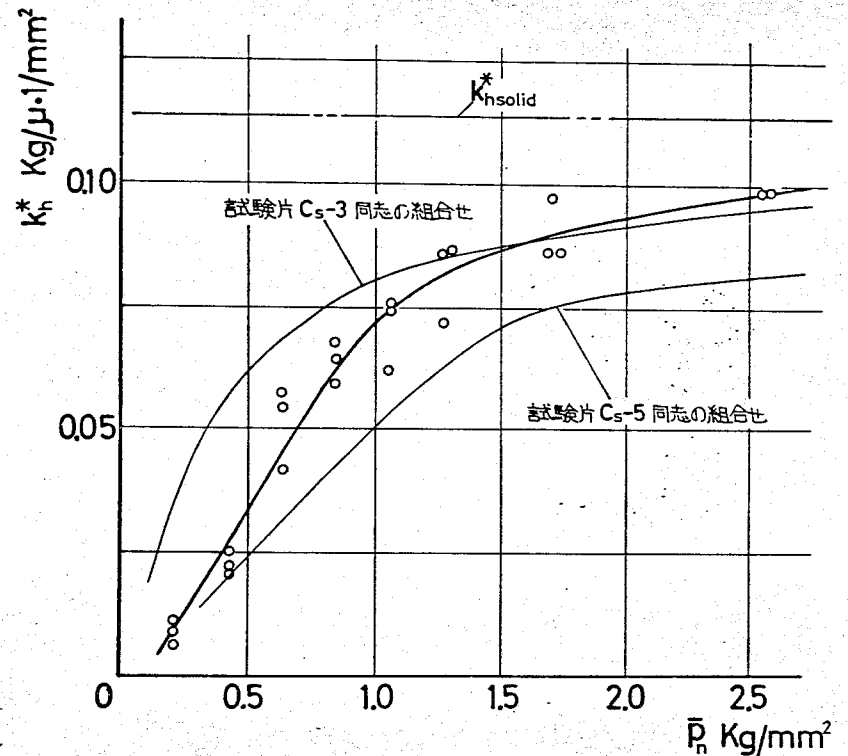
ると，その影響は小さいと云える．

最後に，現在実際のボルト結合部で良く用いられているきさげ仕上面では二つの面の坪当りを変えて結合させることが多いので，この場合の横方向接触剛性とすべり変位率について簡単に触れる．

図4-20は上，下試験片の坪当りを変えたときの横方向接触剛性とすべり変位率を示してあるが，平均接触面圧力を増加したときに，これら二つの特性値が示す挙動はすべりにくい坪当りの面の場合と一致するか，または各試験片同志を組合せたときの中間の傾向を示す．



(a) 上部試験片: Cs-1, 坪当り 7~8
下部試験片: Cs-5, 坪当り 32~34



(b) 上部試験片: Cs-3, 坪当り 16~18
下部試験片: Cs-5, 坪当り 32~34

図 4-20 坪当りの異なるきさげ面を組合せたときの横方向接触剛性

§4・6　まとめ

本章では第2章のボルト結合部の横曲げ静剛性に関する実験，並らびに，別に行なったボルト結合部の減衰能に関する研究でその存在が推定された二平面接合部の横方向接触剛性とすべり変位について，その存在を実験的に確認すると同時にこれら二つの値が平均接触面圧力に対して示す一般的な挙動を明らかにした．

また，更にこれら二平面接合部に存在する横方向接触剛性に及ぼす二平面接合部の表面性状についても，代表的な因子として考えられる表面粗さ，仕上方法，材質を変えて検討を行ない，横方向接触剛性の発生機構についても考察を行なったが，その結果次のような結論が得られた．

(1) 二平面接合部の横方向接触剛性は平均接触面圧力が増えると，初め直線状に増加するが，特定の平均接触面圧力の値を過ぎると増加の割合が小さくなって漸増する曲線となり，一体形の示す横方向剛性に近付いて行く挙動を示す．このような挙動の傾向は実

験した表面粗さ，仕上方法，材質のすべてに影響され，特に仕上方法と表面粗さの影響が大きい．

また，表面の性質，状態で多少の差はあるが，一般的に横方向接触剛性とすべり変位率は平均接触面圧力に対して逆の挙動を示す．

(2) 前章で述べた実際のボルト結合部の平均締付圧力と考えられる $\bar{p}_m < 2.0\ kg/mm^2$ の条件では，横方向接触剛性とすべり変位率は垂直方向接触剛性と同様に接合面の仕上方法，表面粗さに大きく影響される．しかし，表面粗さが良く，当りの良い面が必ずしも高い横方向接触剛性を示

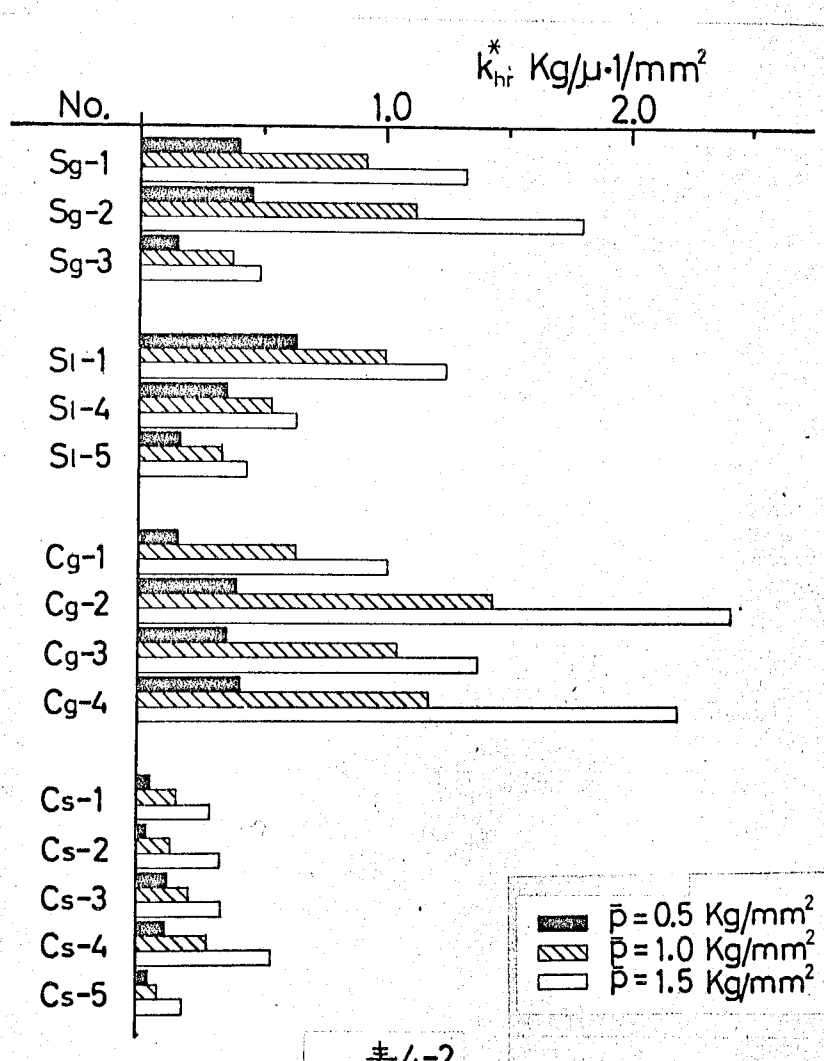


表4-2

さない点が異なっていて，ある特定の表面粗さ，または坪当りで極大値を示す現象がある．

本章で求めた真の横方向接触剛性の値をまとめると表4-2に示すようになる．なお，実機のボルト結合部に良く用いられるきさげ仕上面の場合には，横方向接触剛性は他の仕上方法と同じ挙動を示すが，その剛性値は低い．これは図4-21に示すようにきさげ面の表面状態が他の仕上方法と非常に異なっていることによるものと考えられるので，これに関する今後の研究が必要である．

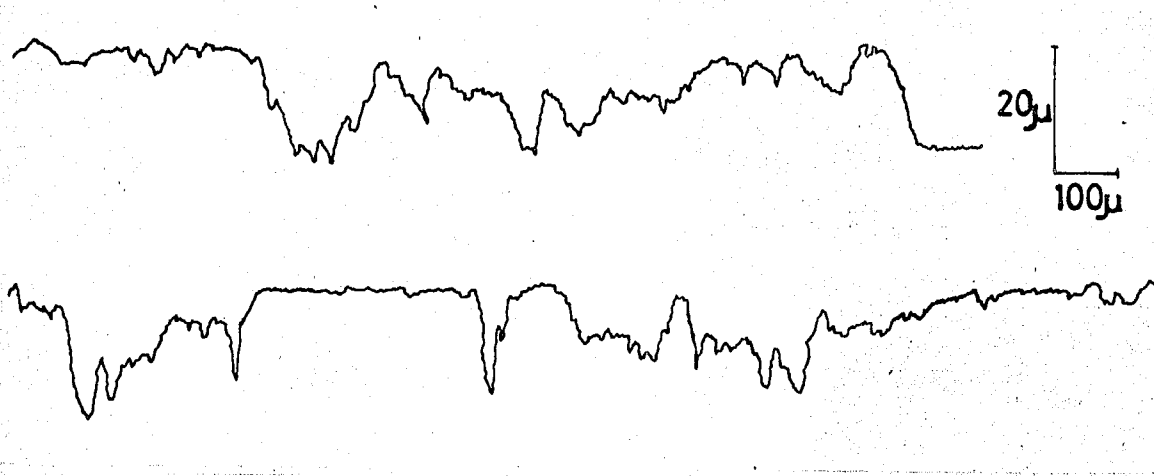


図4-21　きさげ仕上面の表面状態

以上のように本章では二平面接合部に存在する横方向接触剛性とすべり変位率についてその一部分を明らかにしたが，本章の実験結果によれば二平面接合部にこのよ

うな横方向のばね作用が存在するのは材料の流れ圧力によって異なるが，表面突起部の微小な噛合や微小な凝着によるものと考えられ，このことは本文中にも述べたような横方向変位に0.1μ程度の微小なStick-Slipの存在すること，研削面の仕上方向の効果が接触面圧の低い範囲では違ってくること等の事実によっても認められた．

しかし，まだ横方向接触剛性の発生機構に対する解明は十分でなく，ここで明らかにした諸現象を更に詳細に検討して今後引続き解明する必要がある．

また，垂直方向接触剛性と同様に通常のボルト結合部の特長，すなわち接合面の接触剛性に対して試験片が相対的に弱い剛性を有するときのこの種の問題についても今後検討する必要があり，その必要性はここで取扱ったような方法で測定した値を用いて計算した横剛性値の理論値と実験値の比較を行なった第5章でも確認されている．

第5章　近似モデルによるボルト結合部曲げ静剛性の理論解析と適用範囲

§5·1　まえがき

第2章に於て従来ほとんど明らかでなかったボルト結合部の曲げ静剛性の示す一般的な特性，各ボルト結合部因子と剛性との関連，並らびにボルト結合部に存在する基本的な問題点を明らかにし，第3章，第4章，ではその一部について検討を行ない，いろいろな有益な結果を明らかにしてきたが，それらの結果を実際の工作機械構造の設計に役立てるためには，その前段階としてボルト結合部曲げ静剛性を理論的に算出できるようにする必要がある．

これ迄述べてきたように，ボルト結合部には数多くの結合部因子が存在するので，そのすべてを考慮して曲げ静剛性を解析することは困難であると思われ，例えば，この種の問題を取扱っている従来の研究についてみてもわずかにJ. Pitel[11]のものがみうけられるのみであり，この研究では締結されるコラムは剛体であると仮定している

ので，実際のボルト結合部とは異なった問題を取扱っていると云え，その報告で述べている最適締付力の算出方法も不十分のようである．

しかしながら，前章迄に明らかにした実験結果，考察を参考にすれば，ボルト結合部の近似モデルを考えることにより曲げ静剛性の理論解析が相当良い精度でできるものと考えられるので，本章ではボルト結合部を近似モデルで置き換えて，ボルト締結片持梁の曲げ静剛性を理論解析する方法について検討することにする．

曲げ静剛性の理論解析は垂直曲げの場合と横曲げの場合を取扱っているが，いずれの解析結果も第2章で述べた実験結果と比較，検討を行なっており，その結果からこのような近似モデルを用いた曲げ静剛性の解析方法の妥当性とその適用範囲を明確に把握するようにしている．また，同時にこれらの比較，検討を通してボルト結合部曲げ静剛性を更に精度よく，理論的に算出するための問題点についても考察を加えている．

§5·2　垂直曲げ静剛性の理論解析

5·2·1　ボルト締結片持梁の近似モデル

ボルト結合部の近似モデルを考える場合には曲げ荷重が作用したときのボルト締結片持梁の変形状態を明らかにする必要があるので，第2章で用いた梁についてその変形を測定した．図5-1に測定結果の1例を示してあるが，その変形曲線は下方向曲げではベースエッジ部より先端側で，上方向曲げでは前部締結ボルトより先端側で二次曲線になっている．また，図5-2には結合面，すなわち，梁とベースの結合部分の変形を拡大して示してあ

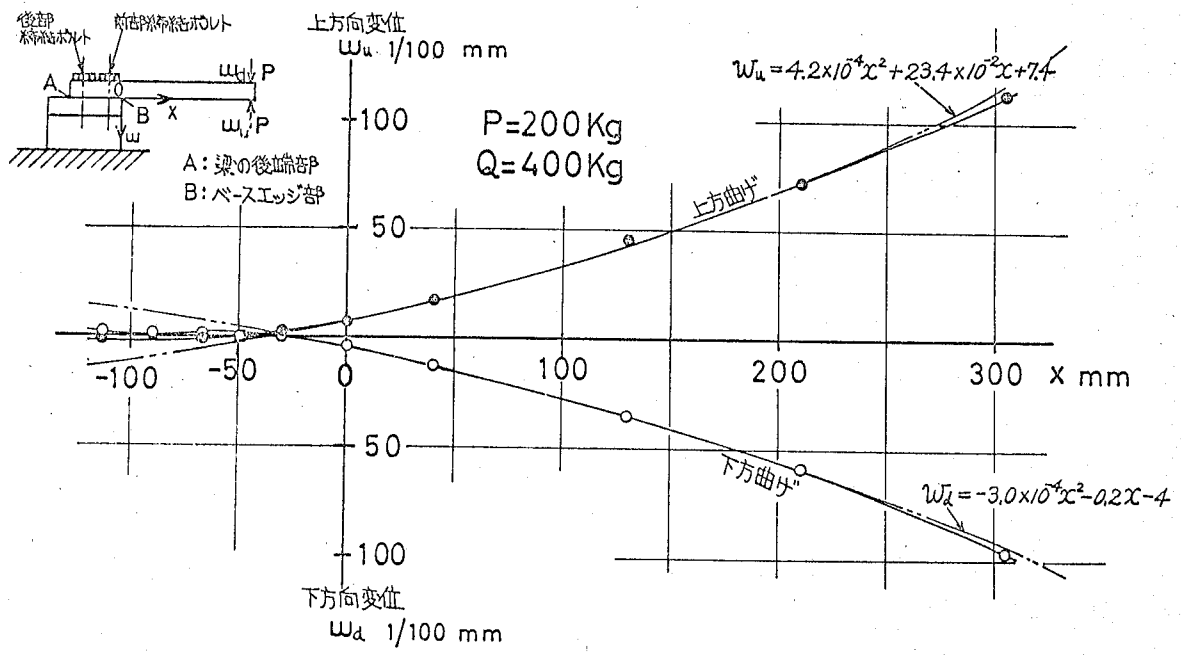


図5-1 直列二本ボルト締結梁の変形曲線
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

るが，ボルト締付力が大きく，曲げ荷重が小さい場合の他は締結ボルトが伸びている．

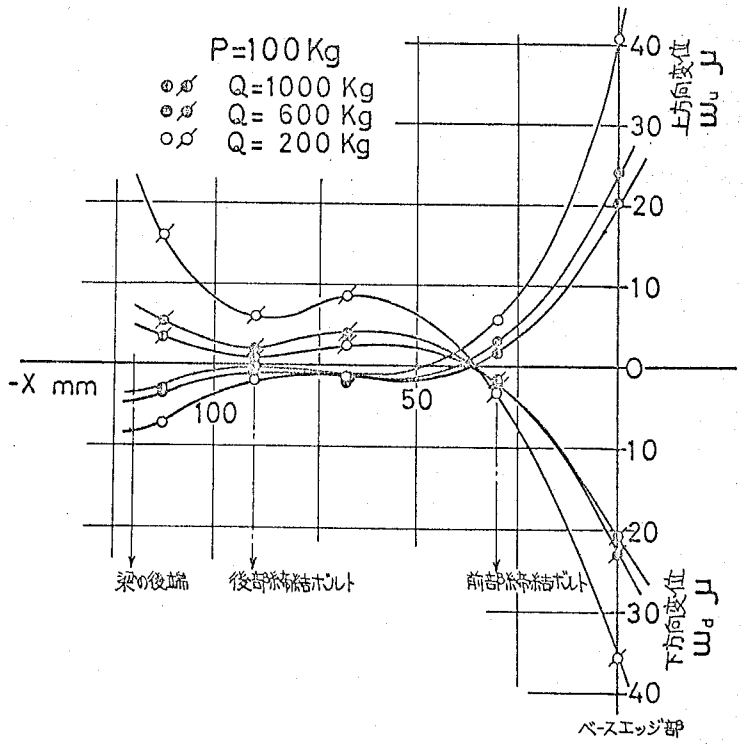
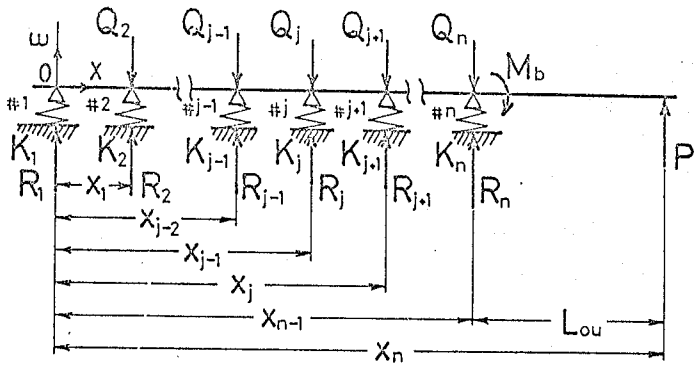
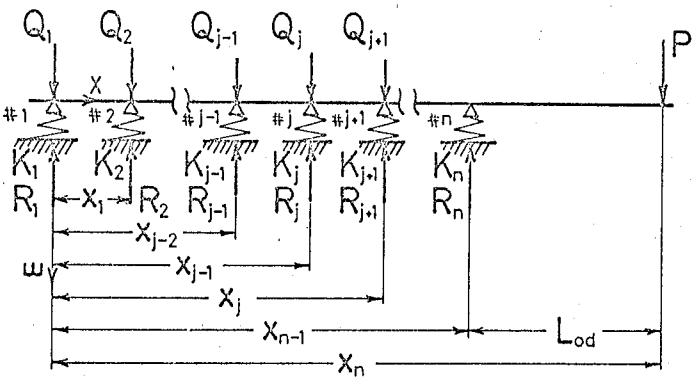


図5-2 結合面に於ける直列二本ボルト締結梁の変形状態
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

従って，梁は下方向曲げではベースエッジ部，締結ボルトの位置が，上方向曲げでは締結ボルト，梁の後端部の位置が，支点となったような変形を示している．これらのことより，ベース部，並らびにベースエッジ部の等価ばね定数という考えを導入すれば，ボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性は多数ばね支点支持片持梁の先端撓みを求めることによって近似的に理論解析ができるものと考えられる．すなわち，図5-3に示すように，上方向曲げでは各締結ボルトの位置と梁の後端部をばね支点と考えた直列多数ばね支点支持片持梁を，下方向曲げではベースエッジ部と各締結ボルトの位置をばね支点と



上方向曲げ



下方向曲げ

P: 曲げ荷重, Q_j: 第j支点のボルト締付力
R_j: 第j支点に作用する反力
K_j: 第j支点のばね定数 $\begin{cases} R_j>0,\ K_j=k \text{ 又は } k_{edge} \\ R_j<0,\ K_j=k_b \end{cases}$

図5-3

考えた直列多数ばね支点支持片持梁を近似モデルとして考える．但し，締結ボルト位置の支点では支点反力R_jの正，負により締結ボルトのばね定数，またはベース部の等価ばね定数のいずれかをとるものとするが，一般のボルト結合部は$x=x_j$なる位置で梁の幅方向（y方向）に複数以上の締結ボルトを有するのが普通である．

よって，支点反力$R_j<0$，すなわち，締結ボルトが反力を受けて伸びるときには，その反力は$x=x_j$の幅方向に存在するz_m本のボルトが各々均一に受けるものとして，$R_j>0$のときにはベース部が受けるものとする．

さらに，締結ボルト位置以外の支点（参照 図5-1，A,B点）は常に支点反力が正の状態，すなわち，上方向曲げではベース部の等価ばね定数 k，下方向曲げではベースエッジ部の等価ばね定数 k_{edge} が作用する状態になるものと仮定する．ここで，本章で取扱うボルト締結片持梁についてみると，図5-1にも示したように，A点とB点は同じような平面と角部の接触状態となっているので，A点とB点の等価ばね定数は同じものと一般には考えられるが，A点の接触状態は図5-2にも示したように多くの場合に図5-4のような接触状態を示すことが多い．従って，その等価ばね定数は平面と平面の接触の場合と同じものとして取扱う方が妥当と思われ，また計算も簡単になるので，上述の仮定のように本モデルではA点とB点のばね定数は異なるものとして取扱うことにする．

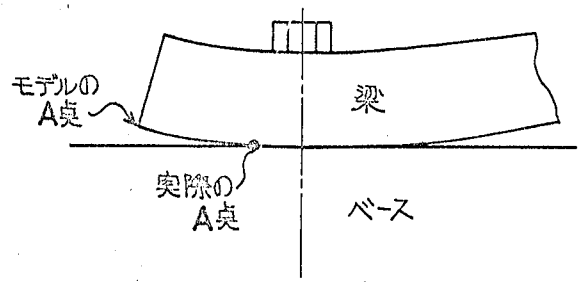


図5-4

5・2・2 締結ボルトのばね定数，並びにベース，ベースエッジ部の等価ばね定数

前項で述べたようにボルト結合部を多数のばね支点と

してモデル化すると問題になるのが，このような支点のばね定数，すなわち締結ボルトのばね定数，並らびにベース，ベースエッジ部の等価ばね定数の算出方法である．従って，以下に本モデルで用いた方法を述べる．

(1) 締結ボルトのばね定数 k_b

締結ボルトの伸び縮みにはボルトねじ込み深さ，ねじの精度に関係するボルトねじ部とねじ穴のはめあい，ボルト頭部とボルト首下部との直角度等が影響するので，実際の場合に問題となるボルトの伸びは荷重に対して図5-5のような非線形な特性を示すものと思われる．すなわち，図のOA間ではねじとねじ穴のはめあい精度に関連して存在する遊隙のために小さな荷重でボルトが見掛け上大きな伸びを示し，この遊隙が除去されるとAB間のような直線関係となり，更に作用荷重が大きくなると，BC間のようにねじ穴周辺部がボルトと共に盛上るため見掛けの伸びが小さくなってくる．

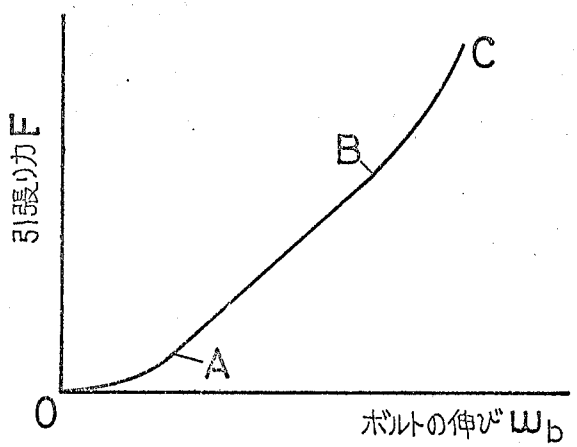


図5-5

このような締結ボルトのばね定数は振動や衝撃荷重に対するボルトのゆるみに関連した締結ボルトの適正締付力の問題として，従来よりいろいろと取扱われているが，前述のような種々の因子がボルトのばね定数に影響するため，その解明がむずかしくまだ厳密な計算方法は確立されていないようである．又，行なわれている研究も主にボルトーナット結合に於けるナットの撓み[31]の影響を検討していて，その結果をボルトーねじ穴結合に適用している.[28]

しかし，実用されるボルト結合部の作用荷重，締付力の範囲では多くの場合にＡＢ間の状態にあると考えられるので，ここでは近似的な解法として，締結ボルトの撓みは図5-6に示すようにベース表面とボルト頭部間，すなわち，梁の厚さの部分で生じるものとする.

いま，d=ボルト首下部の直径，h=梁の厚さ，とすれば，引張り力Ｆによる首下部の応力，

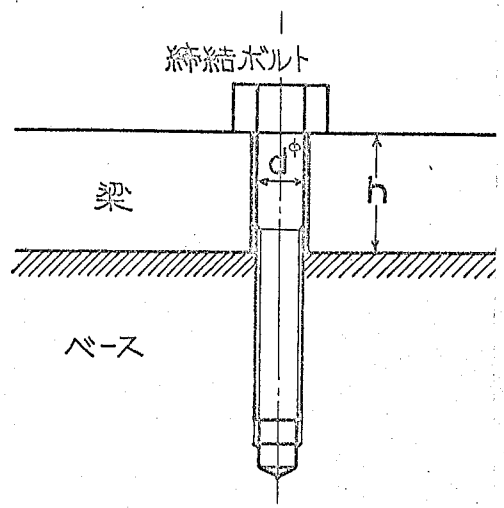


図5-6

$\sigma_z = E_b \cdot \varepsilon$, $\varepsilon = w_b/h$ より $w_b = h \cdot (\sigma_z/E_b)$.

よって, $w_b = (h/E_b) \cdot \left(\frac{F}{\frac{1}{4}\pi d^2}\right)$.

故に, 締結ボルトのばね定数は式(5-1)で与えられる.

$$k_b = \frac{\pi E_b d^2}{4h} \text{----------(5-1)}$$

なお, 一般にはめあいねじ部の弾性変位に対するボルトねじ部の等価長さ l_s は $(0.5 \sim 0.6)d$ と考えれば良く, 図5-6の場合は $l_s = 0.5d$ である.[28] 従って, 本章で主に検討している d=M12, h=40 mm の場合, 式(5-1)で与えられるばね定数は約10%程高くなる.

(2) ベース, ベースエッジ部の等価ばね定数

ベース, ベースエッジ部の等価ばね定数は締結ボルトより更にその理論的な算出は困難であるので, 第3章で明らかにしたような方法によって測定される二平面接合部の単位面積当りのばね定数 k_v^* を用いて算出する.

この場合に問題となるのが締結ボルトのばね定数とともに従来より論議されているこのようなボルト結合された被締付け材のばね定数の計算に用いられる圧力影響円錐の半頂角, 又は締付圧力影響範囲である. この圧力影響円錐の半頂角, 圧力影響範囲については G. Junker[29] が解

説しているように従来より例えばRötscher, Weiß u Wallner, Fritscheと多くの説が提唱されている．これらのうち，Rötscherの半頂角を45°として，締付圧力はこの範囲内に分布[28]し，この圧力影響円錐の母線を二等分して得られる等価円筒により被締付け材のばね定数が与えられるとする考えは古くから良く知られているが，Weiß, Fritsche, Birger[27], 柴原[26]らはRötscherの方法により計算されるばね定数は値が大きすぎるとしている．又，被締付け材のばね定数を実測しているH. Wiegandら[30]の研究結果もRötscherの提唱が成立しないことを示している．

しかしながら，Rötscherの等価円筒が成立しないとしている以上の研究はすべて問題を三次元軸対称荷重を受ける円筒，又は円板という一体問題として理論的，実験的に取扱っている．既に第3章，第4章でも明らかにしたように，ボルト結合部のような二平面接合部では表面粗さ，表面仕上方法等の表面性状が接合部の示す挙動に及ぼす影響は大きく，例えば図3-11，図3-19に示すように表面粗さ，仕上方法により接合面の面圧力分布形状は大きく変わる．又，Thornleyの実験結果[16]や図3-24に示される

ように，単純な円筒でも二平面接合部が存在する分割形は一体形にくらべてその圧縮変形は大きくなる．例えば，図3-24の場合，分割形と一体形のばね定数比 k_c/k_{co} は寸法により異なるが，$\bar{p}_m = 0.3\ kg/mm^2$，$d/D = 0.80$ のとき 0.4，$d/D = 0.60$ のとき 0.6 となり，Thornley の結果によると接合部の仕上方法により異なるものの k_c/k_{co} は約 0.2～0.3 である．

このようにボルト結合部では二平面接合部の影響が大きいので，ボルト結合部のばね定数は被締付け材のばね定数と接合面のばね定数の合計されたものとして考える必要があり，前章迄の結果でも判るように被締付け材のばね定数より接合面のばね定数がボルト結合部のばね定数の支配的な因子となる．

従って，接合面のばねがボルト結合部のばねとして有効に作用する範囲が問題となるので，締付圧力の分布形状及び範囲が重要となる．図3-19の例より推定してみると，接合面が存在すればボルト結合部の締付圧力分布は Rötscher の提唱している範囲より広くなる傾向にある．しかし，その詳細はまだ明らかではないので，ここでは締付圧力影響範囲に関する Rötscher の説が成立するものと仮

定する．

よって，ボルト結合部のばね作用に関係する接合面の範囲は図5-7に示すように圧力円錐の母線を二等分して得られる斜線で示した部分となるので，この範囲内に存在するばね k_V^* がベースの等価ばね定数を与えるものとする．

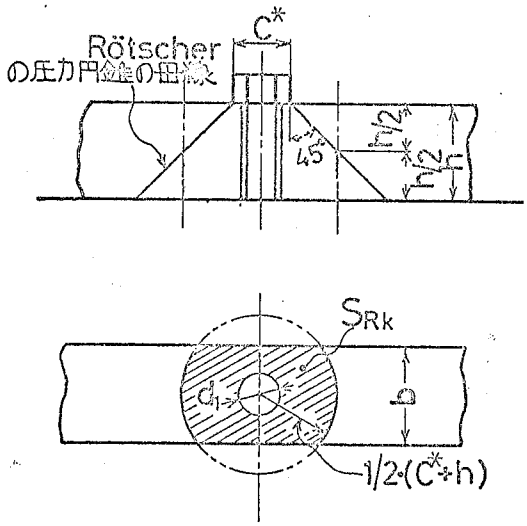


図5-7 Rötscherの説により定まる接合面がボルト結合部のばね作用に関係する範囲

従って，S_{Rk} = ベース部の等価ばね作用に関係する接合面の範囲，とすると，

$$k = S_{Rk} \cdot k_V^* \text{ --------(5-2)}$$

式中の S_{Rk} は図5-7にも示したように半径 $\frac{1}{2}(C^*+h)$ の円と梁の幅 b で囲まれる面積よりボルト穴の面積 $\frac{1}{4}\pi d_1^2$ を引いたものである．但し，C^*：締結ボルト頭部の対角寸法，h：梁の厚さ．

ここで，第2章で用いたボルト締結片持梁の結合面と同じ表面粗さ，材質，並らびに仕上方法を持つ試験片を

製作して第3章で述べた方法により k_V^* を測定してみると，$k_V^* = 0.05 \sim 0.06$ Kg/μ·1/mm² である．よって，実験に用いた寸法のひとつである梁の幅と厚さが40mmの場合について，式(5-2)により締結ボルト径を変えてベースの等価ばね定数 k の値を計算した結果の1例は図5-8に斜線部で示すようになり，締結ボルト径M12のとき約120 Kg/μである．なお，参考のために図には $k_V^* = 0.1$ Kg/μ·1/mm² のときの k の値も示してある．

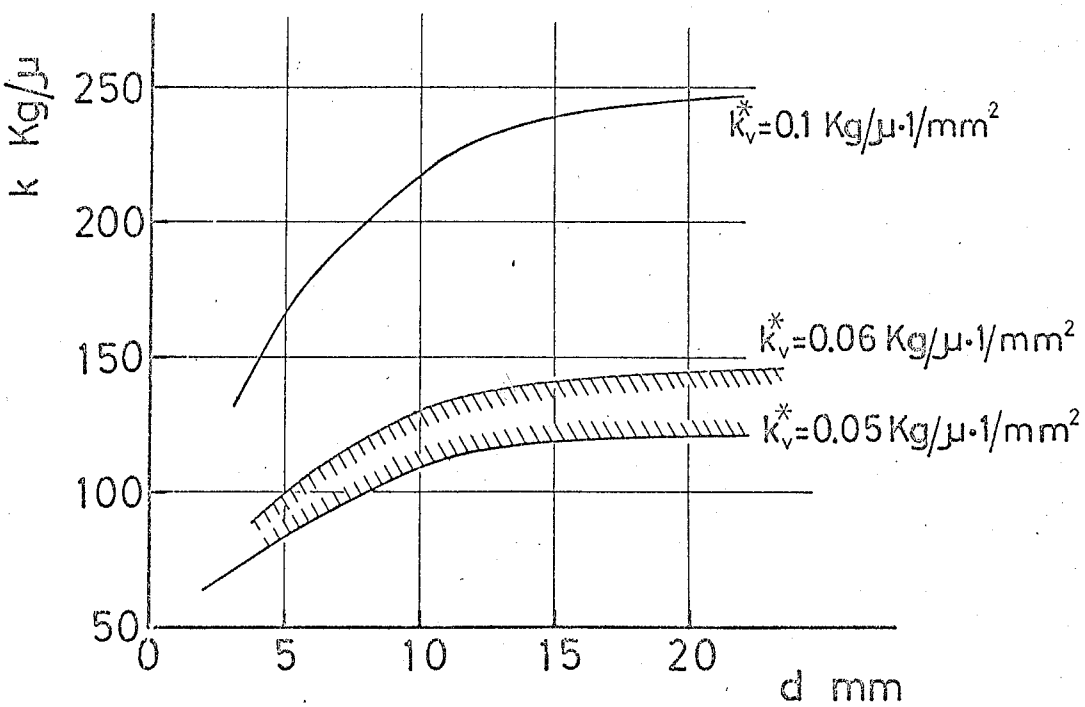


図5-8 ベースの等価ばね定数
b=h=40mm

次に下方向曲げで問題となるベースエッジ部の等価ばね定数 k_{edge} はベース部の等価ばね定数 k の理論的な算出より更にむずかしいが，ボルト締結された片持梁の結合

面に於ける変形状態を測定してみると，図5-9に示すようにベースエッジ部分で梁はある接触長さ l_s を示すので，ここではこの接触長さ l_s の部分に前述の k_V^* がバー様に作用して，これによってベースエッジ部の等価ばね定数 k_{edge} が与えられるものとする．

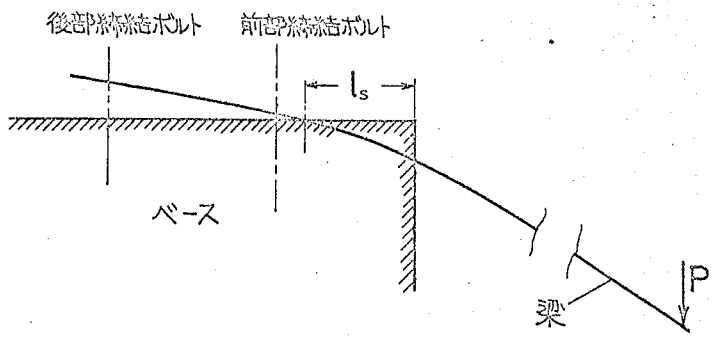


図5-9

よって，
$$k_{edge} = b \cdot l_s \cdot k_V^* \quad \text{--------} \quad (5\text{-}3)$$

ここで，梁の接触長さ l_s について測定してみると，そ

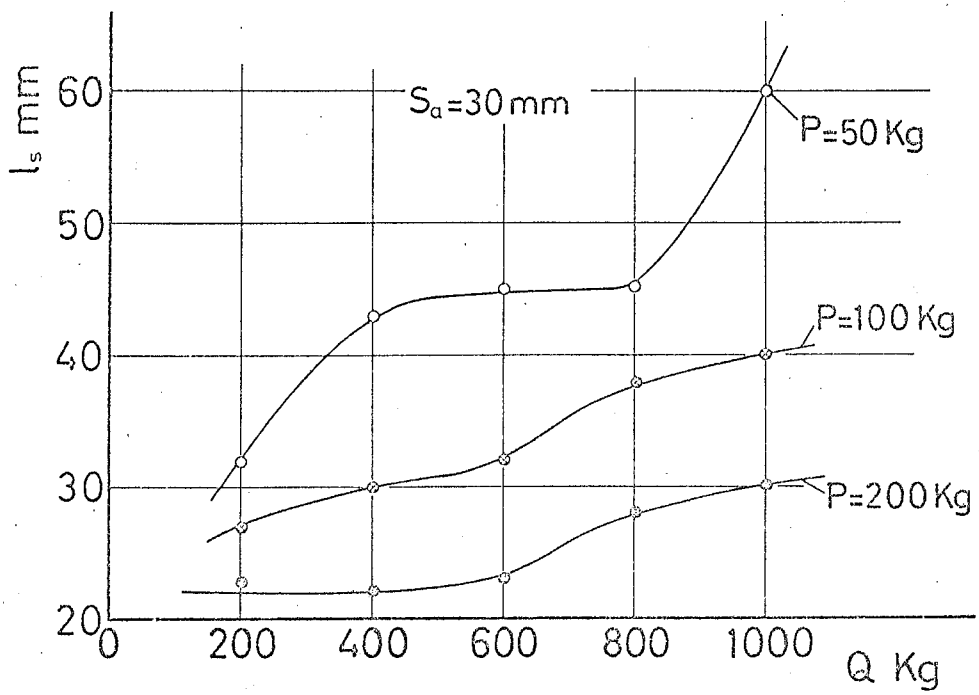


図5-10 ベースエッジ部における梁の接触長さ l_s（下方向曲げ）
d=M12, z_n=2, b=40mm, h=40mm, L_e=305mm

の1例は図5-10に示すようになり，締結ボルトの伸びやすい状態では $l_s \fallingdotseq 30$mm とみなせる．従って，式(5-3)より

$k_{edge} = (60 \sim 72)$ kg/μ となる．

5·2·3 直列二本ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性の理論解析

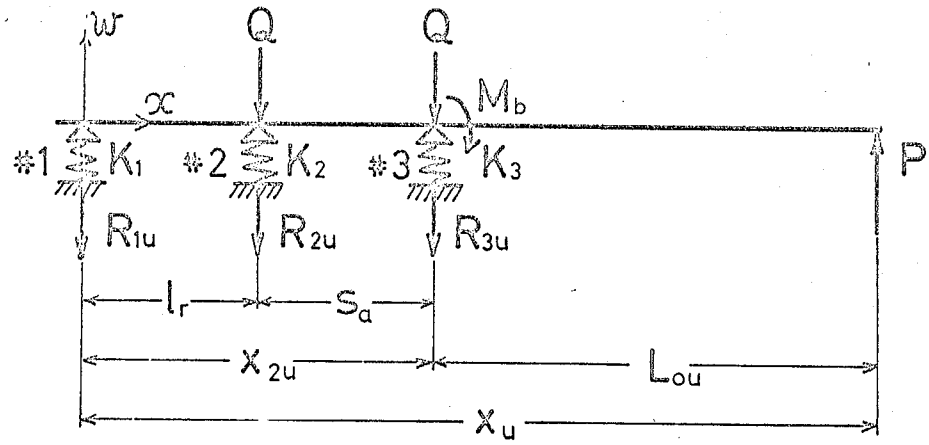
前項迄に述べたように等価ばね支点を考えてボルト結合部をモデル化すれば，ボルト締結された片持梁の垂直曲げ静剛性は簡単に計算できるようになるが，本2章の実験的研究で明らかにしたように，多数ボルト締結の場合に垂直曲げ静剛性が示す一般的な特性は直列二本ボルト締結片持梁で検討を行なっても十分なことより，ここではもっとも基本的なボルト結合形態である直列二本ボルト締結片持梁を対象として解析を行なうのが良いと考えられる．

従って，本項では直列二本ボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性について解析を行ない，ボルト結合部を有する梁の曲げ静剛性の表示式を明らかにすると同時に，本解析方法の妥当性を理論値と実験値の比較を行なうことにより検討して，その適用限界，並らびに本解析方法に存

在する問題点について考察している．

(1) 上方向曲げ静剛性 K_{bu} の解析

5·2·1 項で述べたボルト結合部の一般的なモデルを直列二本ボルト締結片持梁に適用すると図5-11のようになるので，①曲げによる撓み，②剪断による撓み，③ボル



$K_2, K_3 = k \ (R<0)$
$= k_b \ (R>0)$
$K_1 = k \ (R<0)$

図5-11 直列二本ボルト締結梁の近似モデル
(上方向曲げの場合)

ト穴の存在による附加撓みを考慮すると，上方向曲げ静剛性は以下のように求まる．なお，ボルト締結片持梁の剛性は梁の突出端にもっとも近い支点に大きく影響されるので，上方向曲げ静剛性の解析に際しては上記3項の他に，前部締結ボルト頭部が梁の撓みを減少させるように作用するモーメント M_b (*ここではボルト頭部の抵抗モ

ーメントと呼ぶ）を更に考慮する．

(a) 曲げによる撓み

図5-11より，力の釣合方程式

$$R_{1u}+R_{2u}+R_{3u}-P=0 \quad \text{-------(5-4)}$$

モーメントの釣合方程式

$$-l_r R_{2u}-x_{2u}R_{3u}+Px_u-M_b=0 \quad \text{-------(5-5)}$$

梁の撓み曲線の微分方程式

(i) $0 \leqq x \leqq l_r$ のとき

$$\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{1}{EI}R_{1u}x$$

$$\frac{dw}{dx}=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}R_{1u}x^2+C_{u11}\right) \quad \text{-------(5-6)}$$

$$w=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}R_{1u}x^3+C_{u11}x+C_{u12}\right) \quad \text{------(5-7)}$$

(ii) $l_r \leqq x \leqq x_{2u}$ のとき

$$\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{1}{EI}\left\{(R_{1u}+R_{2u})x-R_{2u}l_r\right\}$$

$$\frac{dw}{dx}=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{2}(R_{1u}+R_{2u})x^2-R_{2u}l_r x+C_{u21}\right\} \quad \text{-------(5-8)}$$

$$w=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{6}(R_{1u}+R_{2u})x^3-\frac{1}{2}R_{2u}l_r x^2+C_{u21}x+C_{u22}\right\} \quad \text{---(5-9)}$$

(iii) $x_{2u} \leqq x \leqq x_u$ のとき

$$\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{1}{EI}\left\{Px-R_{2u}l_r-R_{3u}x_{2u}-M_b\right\}$$

$$\frac{dw}{dx}=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{2}Px^2-R_{2u}l_r x-R_{3u}x_{2u}x-M_b x+C_{u31}\right\} \quad \text{----(5-10)}$$

$$w=-\frac{1}{EI}\left\{\frac{1}{6}Px^3-\frac{1}{2}R_{2u}l_r x^2-\frac{1}{2}R_{3u}x_{2u}x^2-\frac{1}{2}M_b x^2+C_{u31}x+C_{u32}\right\}$$

-------(5-11)

ここで，C_{u11}, C_{u12}, C_{u21}, C_{u22}, C_{u31}, C_{u32} は積分定数である．

いま，簡単のため，締結ボルトは前，後部とも同一締付力で締付けられている場合を考える．

境界条件：　$x=0$ にて，　$w_{x=0}=R_{1u}/k$

$x=l_r$ にて，　$w_{x=l_r}=(R_{2u}/K_2)-(Q/k)$

$x=x_{2u}$ にて，　$w_{x=x_{2u}}=(R_{3u}/K_3)-(Q/k)$

梁の連続条件：

$x=l_r$ にて，撓み w，撓み角 $\frac{dw}{dx}$ は連続

$x=x_{2u}$ にて，撓み w，撓み角 $\frac{dw}{dx}$ は連続

故に，以下の式が得られる．

$$C_{u12}=-EI\cdot(R_{1u}/k) \text{ ----------(5-12)}$$

$$(R_{2u}/K_2)-(Q/k)=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}R_{1u}l_r^3+C_{u11}l_r+C_{u12}\right) \text{ ------(5-13)}$$

$$C_{u11}l_r+C_{u12}=-\frac{1}{3}R_{2u}l_r^3+C_{u21}l_r+C_{u22} \text{ --------(5-14)}$$

$$C_{u11}=-\frac{1}{2}R_{2u}l_r^2+C_{u21} \text{ -------(5-15)}$$

$$(R_{3u}/K_3)-(Q/k)=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}Px_{2u}^3-\frac{1}{2}R_{2u}l_r x_{2u}^2-\frac{1}{2}R_{3u}x_{2u}^3-\frac{1}{2}M_b x_{2u}^2+C_{u31}x_{2u}+C_{u32}\right) \text{ ------(5-16)}$$

$$C_{u21}x_{2u}+C_{u22}=-\frac{1}{3}R_{3u}x_{2u}^3+C_{u31}x_{2u}+C_{u32}-\frac{1}{2}M_b x_{2u}^2 \text{ ----(5-17)}$$

$$C_{u21}=-\frac{1}{2}R_{3u}x_{2u}^2-M_b x_{2u}+C_{u31} \quad \text{------(5-18)}$$

式(5-12)～式(5-18)に於て積分定数を消去し，支点反力 R_{1u}, R_{2u}, R_{3u}, について整理すれば，式(5-19)となる．

$$\left\{\frac{x_{2u}}{l_r}\cdot\frac{1}{k}-\frac{l_r^2x_{2u}}{6EI}-\frac{1}{k}\right\}R_{1u}+\left\{-\frac{l_rx_{2u}^2}{2EI}+\frac{l_r^2x_{2u}}{2EI}-\frac{x_{2u}}{l_r}\cdot\frac{1}{K_2}-\frac{l_r^3}{6EI}\right\}R_{2u}+\left\{\frac{1}{K_3}-\frac{x_{2u}^3}{6EI}\right\}R_{3u}+\left\{-\frac{Q}{k}+\frac{Px_{2u}^3}{6EI}+\frac{x_{2u}}{l_r}\cdot\frac{Q}{k}\right\}=0 \quad \text{----(5-19)}$$

次に上方向曲げの場合には前述のように前部締結ボルト頭部の抵抗モーメントが剛性に大きく影響するので，$x=x_{2u}$では梁の撓み角はボルト頭部の傾き角になるものとする．すなわち，次の境界条件が成立するものとする

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=x_{2u}}=\Theta_b \quad \text{------(5-20)}$$

ここで，Θ_b＝締結ボルトの曲りによる頭部の傾き角

いま，図5-12に示すように，締結ボルトのベース表面位置を固定端とし，ボルト中心線COCは曲げモーメントM_bによりCO′C′になるものとする．このときO点はO′点，A点はA′点に移行するが，O′点ではCO′とA′O′は直角を保つものと

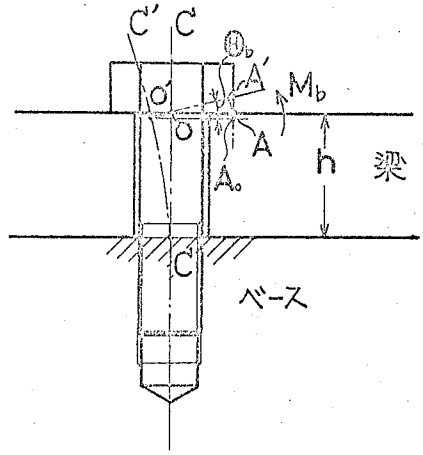


図5-12

すれば，$\angle A'O'A_0 = \textcircled{H}_b$ となる．

よって，h = 梁の厚さ，E_b = ボルトの縦弾性係数，I_b = ボルト首下部の断面二次モーメント，とすれば，

$$\textcircled{H}_b = -\frac{h}{E_b I_b} M_b \quad \text{------(5-21)}$$

$\varepsilon_b = (E_b I_b)/(EI)$ とおけば，式(5-20)，式(5-21)より，

$$M_b = \frac{\varepsilon_b}{h}\left\{\frac{1}{2}R_{1u}x_{2u}^2 + \frac{1}{2}R_{2u}x_{2u}^2 - R_{2u}l_r x_{2u} + \frac{1}{2}R_{2u}l_r^2 - \frac{EI}{l_r}\cdot\frac{R_{2u}}{K_2} + \frac{EI}{l_r k}(Q+R_{1u}) - \frac{1}{6}R_{1u}l_r^2\right\} \quad \text{------(5-22)}$$

式(5-22)を式(5-5)に代入すると，

$$\frac{\varepsilon_b}{2h}\left\{-\frac{2EI}{k\cdot l_r} - x_{2u}^2 - \frac{l_r^2}{3}\right\}R_{1u} + \frac{\varepsilon_b}{2h}\left\{2l_r x_{2u} - l_r^2 - x_{2u}^2 + \frac{2EI}{K_2 l_r} - \frac{2h}{\varepsilon_b}l_r\right\}R_{2u} - x_{2u}R_{3u} + \left(Px_u - \frac{\varepsilon_b}{h}\cdot\frac{EI}{k l_r}Q\right) = 0 \quad \text{---------(5-23)}$$

ここで，K_{ou}：仮想片持梁のばね定数 $= (3EI)/L_{ou}^3$，$\alpha_u = \frac{S_a}{l_r}$，$\gamma_u = \frac{S_a}{L_{ou}}$，$\varepsilon_{1u} = \frac{h}{L_{ou}}$，$\varepsilon_{2u} = \frac{l_r}{h}$，なる記号を導入し，無次元化を行なうと，式(5-4)，式(5-19)，式(5-23)より各支点反力は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned} R_{1u} &= \frac{1}{\varphi_u}(\psi_{1u}P - \xi_{1u}Q) \\ R_{2u} &= \frac{1}{\varphi_u}(\psi_{2u}P - \xi_{2u}Q) \\ R_{3u} &= \frac{1}{\varphi_u}(\psi_{3u}P - \xi_{3u}Q) \end{aligned}\right\} \quad \text{------(5-24)}$$

式(5-24)中の φ_u，ψ_{1u}，ξ_{1u} 等はボルト締結梁の寸法比と支点ばね定数の影響を示す補助関数であり，以下に示すよ

うになる．

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_u = \varphi_{bu} + \varphi_{\varepsilon u}\\
&\varphi_{bu} = \frac{1}{k}\alpha_u^2 + \frac{1}{K_2}(1+\alpha_u)^2 + \frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_{ou}}\gamma_u^3\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\\
&\varphi_{\varepsilon u} = \frac{1}{3}\varepsilon_b\left[\frac{1}{k}\left\{\frac{K_{ou}}{K_3}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_{1u}} - 2\alpha_u^3\varepsilon_{2u}\right\} + \frac{1}{K_2}\left\{\frac{K_{ou}}{k}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right.\right.\\
&\qquad -(\alpha_u^3+3\alpha_u^2+\alpha_u+1)\varepsilon_{2u} + \frac{2K_{ou}}{k}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^3\alpha_u\varepsilon_{2u}\Big\} - \frac{1}{K_3}\Big\{\varepsilon_{2u}\\
&\qquad \left.\left.+\frac{K_{ou}}{K_2}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right\} - \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{K_{ou}}\varepsilon_{2u}\gamma_u^3(4+\alpha_u)\right]
\end{aligned}\right\}\text{---(5-25)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_{1u} = \psi_{b1} + \psi_{\varepsilon 1}\\
&\psi_{b1} = \alpha_u\left\{\gamma_u^2\frac{1}{2K_{ou}} - \frac{1+\alpha_u}{\gamma_u}\cdot\frac{1}{K_2} - \left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)\frac{1}{K_3}\right\}\\
&\psi_{\varepsilon 1} = \frac{\varepsilon_b}{2}\left\{\alpha_u^2\varepsilon_{2u} - \frac{2}{3}\cdot\frac{K_{ou}}{K_2}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right\}\frac{1}{K_3}
\end{aligned}\right\}\text{-----(5-26)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\xi_{1u} = \xi_{b1} + \xi_{\varepsilon 1}\\
&\xi_{b1} = \frac{1}{k}\alpha_u^2\\
&\xi_{\varepsilon 1} = -\frac{\varepsilon_b}{2}\cdot\frac{1}{k}\left[\alpha_u^3\varepsilon_{2u} - \frac{2}{3}\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\left(\frac{\gamma_u^3}{2} - \frac{K_{ou}}{K_2} - \frac{K_{ou}}{K_3}\right)\right]
\end{aligned}\right\}\text{-----(5-27)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_{2u} = \psi_{b2} + \psi_{\varepsilon 2}\\
&\psi_{b2} = -\frac{1}{k}\cdot\frac{\alpha_u^2}{\gamma_u} + \left\{1+\alpha_u\left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)\right\}\frac{1}{K_3} - \frac{1}{K_{ou}}\cdot\gamma_u^2\left(\frac{\alpha_u}{2}+\frac{1}{\alpha_u}+\frac{3}{2}\right)\\
&\psi_{\varepsilon 2} = \frac{\varepsilon_b}{2}\cdot\frac{1}{K_3}\cdot\left\{\frac{2}{3}\cdot\frac{K_{ou}}{k}\cdot\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\cdot\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}+2\alpha_u+\alpha_u^2\right)\varepsilon_{2u}\right\}
\end{aligned}\right\}\text{---(5-28)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\xi_{2u} = \xi_{b2} + \xi_{\varepsilon 2}\\
&\xi_{b2} = -\frac{1}{k}\alpha_u(1+\alpha_u)\\
&\xi_{\varepsilon 2} = -\frac{\varepsilon_b}{2}\cdot\frac{1}{k}\left[\frac{2}{3}\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\cdot\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\cdot\left\{-\frac{K_{ou}}{K_3} + \frac{\gamma_u^3}{2}\left(1+\frac{3}{\alpha_u}+\frac{2}{\alpha_u^2}\right)\right\}\right.\\
&\qquad \left.+\frac{4}{3}\cdot\frac{K_{ou}}{k}\cdot\alpha_u\cdot\left(\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)^2\cdot\frac{1}{\varepsilon_{1u}} - \frac{2}{3}\alpha_u\left(\frac{2}{3}+2\alpha_u+\alpha_u^2\right)\varepsilon_{2u}\right]
\end{aligned}\right\}\text{-----(5-29)}$$

$$\psi_{3u}=\varphi_u-(\psi_{1u}+\psi_{2u})\text{------(5-30)}$$

$$\xi_{3u}=-(\xi_{1u}+\xi_{2u})\text{--------(5-31)}$$

式(5-25)～式(5-31)のうち添字εのついた項はε_bを式中に含んでいるので，締結ボルト頭部の影響を示すことになる．

式(5-24)を式(5-11)に代入し，$x=L_{ou}+l_r+S_a$とすれば，求める曲げによる先端撓みδ_{vb}が得られ，式(5-32)のようになる．

$$K_{ou}\delta_{vb}=F_{bu}(\lambda,K)P-G_{\tau bu}(\lambda,K)Q\text{------(5-32)}$$

ここで，$F_{bu}(\lambda,K)$, $G_{\tau bu}(\lambda,K)$はボルト締結梁の曲げ撓みに及ぼす荷重の影響を示す係数であり，前者は曲げ荷重，後者はボルト締付力の影響を示し，いずれも寸法比入と反力係数Kの関数であり，次式のようになる．

$$\left.\begin{aligned}F_{bu}(\lambda,K)&=-\frac{1}{2}\left\{1+\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\right\}^3+(f_{1u}+g_{1u})\frac{\psi_{1u}}{\varphi_u}\\&\quad+(f_{2u}+g_{2u})\frac{\psi_{2u}}{\varphi_u}+f_{3u}\frac{\psi_{3u}}{\varphi_u}\\G_{\tau bu}(\lambda,K)&=(f_{1u}+g_{1u})\frac{\xi_{1u}}{\varphi_u}+(f_{2u}+g_{2u})\frac{\xi_{2u}}{\varphi_u}+f_{3u}\frac{\xi_{3u}}{\varphi_u}\\&\quad+(f_{4u}+g_{4u})\end{aligned}\right\}\text{----(5-33)}$$

但し，

$$f_{1u}=-\frac{K_{ou}}{k}\alpha_u\left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_u}{\alpha_u}\right)^2\left\{1+\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\right\}$$

$$g_{1u}=-\frac{\varepsilon_b}{2}\left[2(1+\alpha_u)\varepsilon_{2u}\left\{1+\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\right\}\left\{\gamma_u^2\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{\alpha_u}+\frac{1}{\alpha_u^2}\right)+\frac{K_{ou}}{k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right\}\right.$$
$$\left.-\left\{1+2\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)+2\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\right\}\left\{\gamma_u\left(\frac{1}{\alpha_u}+3+\frac{3}{2}\alpha_u\right)\varepsilon_{2u}+\frac{K_{ou}}{k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right\}\right]$$

$$f_{2u}=\left\{1+\alpha_u\left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)\right\}\frac{K_{ou}}{K_2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\gamma_u}{\alpha_u}\cdot(1+\gamma_u)\left\{1+\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\right\}+\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_u}{\alpha_u}\right)^3$$

$$g_{2u}=-\frac{\varepsilon_b}{2}\left[6\varepsilon_{2u}(1+\alpha_u)\cdot\left\{1+\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\right\}\left(\frac{1}{2}\gamma_u^2-\frac{K_{ou}}{3K_2}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right)-\alpha_u\gamma_u\left(\frac{3}{2}\varepsilon_{2u}\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{K_{ou}}{K_2}\cdot\frac{1}{\gamma_u^2}\cdot\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right)\left\{1+2\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)+2\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\right\}\right]$$

$$f_{3u}=\frac{1}{2}\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)\left\{3+3\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)+\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\right\}$$

$$f_{4u}=\left\{1+\alpha_u\left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)\right\}\frac{K_{ou}}{k}$$

$$g_{4u}=-\frac{\varepsilon_b}{2}\left[\frac{K_{ou}}{k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\cdot\frac{1}{\varepsilon_{1u}}\left\{1+2\gamma_u\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)+2\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\right\}-2\varepsilon_{2u}(1+\alpha_u)\right.$$
$$\left.\times\frac{K_{ou}}{k}\left\{1+\alpha_u\left(1+\frac{1}{\gamma_u}\right)\right\}\right]$$

(b)剪断による撓み

式(5-24)により各支点反力R_jが求まるので，各支点間の剪断力線図より剪断により梁の先端に生ずる撓みは次のようになる．

いま，G_r：梁の横弾性係数，S_A：梁の横断面積$=b\cdot h$，m：剪断撓みに及ぼす梁の断面形状の影響を示す係数，とすると，剪断による撓み角$\theta_s=m\cdot\frac{R_j}{S_A G_r}$より，

第1，第2支点間の反力による撓みw_{01}は

$$w_{\theta 1} = -m \cdot \frac{R_{1u}}{S_A \cdot G_T}(L_{ou} + S_a + \ell_r)$$

次に，第3支点間の反力による撓み $w_{\theta 2}$ は

$$w_{\theta 2} = -m \cdot \frac{R_{1u}+R_{2u}}{S_A \cdot G_T}(L_{ou} + S_a)$$

同様に突出し部分では，

$$w_{\theta 3} = m \cdot \frac{P}{S_A \cdot G_T} \cdot L_{ou}$$

故に，剪断による先端撓み δ_{vs} は式(5-34)のようになる．

$$\delta_{vs} = w_{\theta 1} + w_{\theta 2} + w_{\theta 3}$$

$$= m \cdot \frac{1}{S_A G_T}\{-R_{1u}(L_{ou} + S_a + \ell_r) - (R_{1u}+R_{2u})(L_{ou}+S_a) + PL_{ou}\} \text{------(5-34)}$$

$G_T = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ ，$K_{ou} = \dfrac{3EI}{L_{ou}^3}$ ，並びに式(5-24)より

$$K_{ou}\delta_{vs} = F_{su}(\lambda,\kappa)P - G_{Tsu}(\lambda,\kappa)Q \text{------(5-35)}$$

但し，$F_{su}(\lambda,\kappa)$，$G_{Tsu}(\lambda,\kappa)$ は剪断による撓みの影響を示す係数で寸法比入と反力係数 κ の関数であり，次式で与えられる．

$$F_{su}(\lambda,\kappa) = \frac{1}{2}m(1+\nu)\varepsilon_{1u}^3\left[-\frac{\psi_{1u}}{\varphi_u}\left\{\frac{1}{\varepsilon_{1u}} + (1+\alpha_u)\varepsilon_{2u}\right\} - \frac{1}{\varphi_u}(\psi_{1u}+\psi_{2u}) \times\left(\frac{1}{\varepsilon_{1u}} + \alpha_u\varepsilon_{2u}\right) + \frac{1}{\varepsilon_{1u}}\right]$$

$$G_{Tsu}(\lambda,\kappa) = -\frac{1}{2}m(1+\nu)\varepsilon_{1u}^3\left[\frac{\xi_{1u}}{\varphi_u}\left\{\frac{1}{\varepsilon_{1u}} + (1+\alpha_u)\varepsilon_{2u}\right\} + \frac{1}{\varphi_u}(\xi_{1u}+\xi_{2u})\left(\frac{1}{\varepsilon_{1u}} + \alpha_u\varepsilon_{2u}\right)\right]$$

(C)ボルト穴による撓み

梁をベースに締付けるために，梁にはボルト穴が存在するので，これにより梁は弱くなる．いま，この影響は前部締結ボルトの位置にて梁の附加撓み角 $\Delta Ⓗ$ として現われるものとする．よって，断面二次モーメントの減少分だけ撓み角が増加するものと仮定すれば，

$$\Delta Ⓗ = \left(1 - I_{eq}/I\right) Ⓗ_b \quad \text{------(5-36)}$$

但し，$Ⓗ_b$：ボルト穴を無視したときの $x = x_{2u}$ での撓み角（参照式(5-21)），I_{eq}：ボルト穴のある場合の平均断面二次モーメント．

ここで，I_{eq} は図5-13のように座標軸X，Yをとれば，Xの位置に於ける穴の幅 $B_0 = 2Y = 2\sqrt{r_1^2 - X^2}$ より，

$$I_{eq} = \int_0^{r_1} I_x \cdot \frac{1}{r_1}\, dX \ , \qquad I_x = \frac{\left(b/2 - \sqrt{r_1^2 - X^2}\right) h^3}{6}$$

故に，$$I_{eq} = I\left(1 - \frac{\pi d_1}{4b}\right)$$

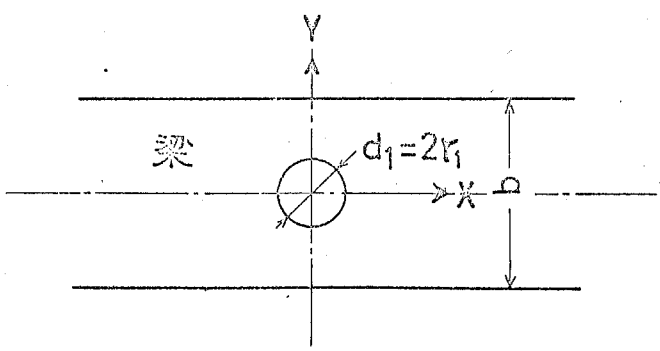


図5-13

式(5-10)，式(5-36)を用い，$\varepsilon_{eq} = I_{eq}/I$ とすれば，附加撓み角 $\Delta Ⓗ$ による先端撓みは式(5-37)で与えられる．

$$K_{ou}\delta_{v\textcircled{B}} = F_{\textcircled{B}u}(\lambda,K)P - G_{T\textcircled{B}u}(\lambda,K)Q \quad \text{------(5-37)}$$

但し，$F_{\textcircled{B}u}(\lambda,K)$，$G_{T\textcircled{B}u}(\lambda,K)$ はボルト穴による撓みの影響を示す係数で，寸法比 λ と反力係数 K の関数であり，次式のようになる．

$$F_{\textcircled{B}u}(\lambda,K) = 3(1-\varepsilon_{eq})\left[\left\{\frac{1}{6}\left(\frac{\gamma_u}{\alpha_u}\right)^2 - \frac{K_{ou}}{3k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right\}\frac{\psi_{1u}}{\varphi_u} + \left(\frac{K_{ou}}{3K_2}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u} + \frac{\gamma_u^2}{\alpha_u}\right)\frac{\psi_{2u}}{\varphi_u} + \frac{1}{2}\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\frac{\psi_{3u}}{\varphi_u} - \frac{1}{2}\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\right]$$

$$G_{\textcircled{B}u}(\lambda,K) = 3(1-\varepsilon_{eq})\left[\left\{\frac{1}{6}\left(\frac{\gamma_u}{\alpha_u}\right)^2 - \frac{K_{ou}}{3k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right\}\frac{\xi_{1u}}{\varphi_u} + \left(\frac{K_{ou}}{3K_2}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u} + \frac{\gamma_u^2}{\alpha_u}\right)\frac{\xi_{2u}}{\varphi_u} + \frac{1}{2}\gamma_u^2\left(1+\frac{1}{\alpha_u}\right)^2\frac{\xi_{3u}}{\varphi_u} + \frac{K_{ou}}{3k}\cdot\frac{\alpha_u}{\gamma_u}\right]$$

(d)上方向曲げ静剛性

式(5-32)，式(5-35)，式(5-37)で与えられる①曲げによる撓み，②剪断による撓み，③ボルト穴による撓み，を加えれば，ボルト締結片持梁の上方向曲げ静剛性は次式のようになる．

$$K_{bu} = \frac{K_{ou}}{F_u(\lambda,K) - G_u(\lambda,K)\frac{Q}{P}} \quad \text{------(5-38)}$$

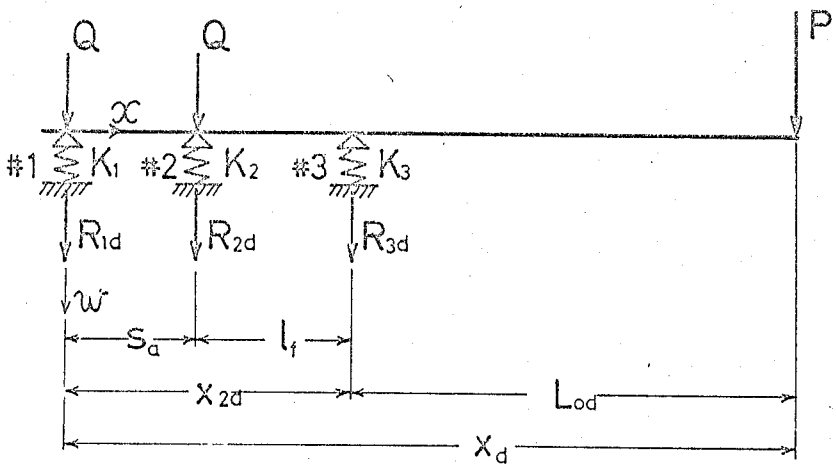
但し，

$$F_u(\lambda,K) = F_{bu}(\lambda,K) + F_{su}(\lambda,K) + F_{\textcircled{B}u}(\lambda,K)$$

$$G_u(\lambda,K) = G_{Tbu}(\lambda,K) + G_{Tsu}(\lambda,K) + G_{T\textcircled{B}u}(\lambda,K)$$

(2) 下方向曲げ静剛性 K_{bd} の解析

直列二本ボルト締結梁の下方向曲げに対するモデルは図5-14のようになり，梁の突出端に一番近い支点がベー



$K_1, K_2 = k \quad (R<0)$
$= k_b \quad (R>0)$
$K_3 = k_{edge} \quad (R<0)$

図5-14 直列二本ボルト締結梁の近似モデル
(下方向曲げの場合)

スエッジ部であるため，上方向曲げの場合とは異なり，①曲げによる撓み，②剪断による撓み，の二つの因子を考慮すれば良い．よって，下記の条件のもとに上方向曲げと全く同様に解析すると，

境界条件： $x=0$ にて $\quad w_{x=0} = -R_{1d}/K_1 + Q/k$

$x=S_a$ にて $\quad w_{x=S_a} = -R_{2d}/K_2 + Q/k$

$x=x_{2d}$ にて $\quad w_{x=x_{2d}} = -R_{3d}/k_{edge}$

連続条件： $x=S_a$ にて 撓み w，撓み角 $\frac{dw}{dx}$ は連続

$x=x_{2d}$ にて　撓み w，撓み角 $\frac{dw}{dx}$ は連続

下方向曲げ静剛性は式(5-39)で与えられる．

$$K_{bd}=\frac{K_{od}}{F_d(\lambda,\kappa)-G_{\tau d}(\lambda,\kappa)Q/p} \qquad \text{-------(5-39)}$$

但し，$F_d(\lambda,\kappa)=F_{bd}(\lambda,\kappa)+F_{sd}(\lambda,\kappa)$

$G_{\tau d}(\lambda,\kappa)=G_{\tau bd}(\lambda,\kappa)+G_{\tau sd}(\lambda,\kappa)$

ここで，$F_{bd}(\lambda,\kappa)$，$G_{\tau bd}(\lambda,\kappa)$ は曲げによる撓み，$F_{sd}(\lambda,\kappa)$，$G_{\tau sd}(\lambda,\kappa)$ は剪断による撓みの影響を示す寸法比と反力係数の関数であり，次式で与えられる．

$$F_{bd}(\lambda,\kappa)=-\frac{1}{2}\left\{1+\gamma_d\left(1+\frac{1}{\alpha_d}\right)\right\}^3+f_{1d}\frac{\psi_{1d}}{\varphi_d}+f_{2d}\frac{\psi_{2d}}{\varphi_d}+f_{3d}\frac{\psi_{3d}}{\varphi_d}$$

$$G_{\tau bd}(\lambda,\kappa)=f_{1d}\frac{\xi_{1d}}{\varphi_d}+f_{2d}\frac{\xi_{2d}}{\varphi_d}+f_{3d}\frac{\xi_{3d}}{\varphi_d}+f_{4d}$$

$$F_{sd}(\lambda,\kappa)=\frac{1}{2}m(1+\nu)\varepsilon_{1d}^3\left[\left\{\frac{1}{\varepsilon_{1d}}+(1+\alpha_d)\varepsilon_{2d}\right\}\frac{\psi_{1d}}{\varphi_d}-\left(\frac{1}{\varepsilon_{1d}}+\varepsilon_{2d}\right)\frac{\psi_{3d}}{\varphi_d}-\varepsilon_{2d}\right]$$

$$G_{\tau sd}(\lambda,\kappa)=\frac{1}{2}m(1+\nu)\varepsilon_{1d}^3\left[\left\{\frac{1}{\varepsilon_{1d}}+(1+\alpha_d)\varepsilon_{2d}\right\}\frac{\xi_{1d}}{\varphi_d}-\left(\frac{1}{\varepsilon_{1d}}+\varepsilon_{2d}\right)\frac{\xi_{3d}}{\varphi_d}\right]$$

但し，

$$\varphi_d=\frac{1}{K_1}\cdot\frac{1}{\alpha_d^2}+\left(1+\frac{1}{\alpha_d}\right)^2\frac{1}{K_2}+\frac{1}{k_{edge}}+\frac{1}{K_{od}}\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)^3(1+\alpha_d)$$

$$\psi_{1d}=-(\varphi_d+\psi_{2d}+\psi_{3d})$$

$$\xi_{1d}=-(\xi_{2d}+\xi_{3d})$$

$$\psi_{2d}=\frac{1}{K_1}\cdot\frac{\alpha_d^3}{\gamma_d}-\left\{1+\left(\frac{1}{\alpha_d}+\frac{1}{\gamma_d}\right)\right\}\cdot\frac{1}{k_{edge}}+\frac{1}{2K_{od}}\cdot\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)^2\cdot\left(3+\frac{1}{\alpha_d}+2\alpha_d\right)$$

$$\xi_{2d}=-\left(1+\frac{1}{\alpha_d}\right)\frac{1}{k}$$

$$\psi_{3d}=-\frac{1}{K_1}\left(\frac{1}{\alpha_d}\right)^2\left(1+\frac{\alpha_d}{\gamma_d}\right)-\left(1+\frac{1}{\alpha_d}\right)\left\{1+\left(\frac{1}{\alpha_d}+\frac{1}{\gamma_d}\right)\right\}\frac{1}{K_2}-\frac{1}{2K_{od}}\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)^2\left\{(3+2\alpha_d)+2\frac{\gamma_d}{\alpha_d}(1+\alpha_d)\right\}$$

$$\xi_{3d}=1/k$$

$$f_{1d}=-\frac{K_{od}}{K_1}-\left\{1+\frac{\gamma_d}{\alpha_d}(1+\alpha_d)\right\}\left\{-\frac{K_{od}}{K_1}\cdot\frac{1}{\gamma_d}+\frac{1}{2}\gamma_d^2\right\}$$

$$f_{2d}=-\frac{3}{2}\gamma_d\left\{1+\frac{\gamma_d}{\alpha_d}(1+\alpha_d)\right\}^2+\left\{1+\frac{\gamma_d}{\alpha_d}(1+\alpha_d)\right\}\left\{\frac{3}{2}\gamma_d^2-\frac{K_{od}}{K_2}\cdot\frac{1}{\gamma_d}\right\}-\frac{1}{2}\gamma_d^3$$

$$f_{3d}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)^3(1+\alpha_d)^3+\frac{3}{2}\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)^2(1+\alpha_d)^2\left\{1+\frac{\gamma_d}{\alpha_d}(1+\alpha_d)\right\}-\frac{3}{2}\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)(1+\alpha_d)\left\{1+\left(\frac{\gamma_d}{\alpha_d}\right)(1+\alpha_d)\right\}^2$$

$$f_{4d}=-K_{od}/k$$

また，各支点反力は以下のようになる．

$$\left.\begin{aligned}R_{1d}&=\frac{1}{\varphi_d}(\psi_{1d}P-\xi_{1d}Q)\\R_{2d}&=\frac{1}{\varphi_d}(\psi_{2d}P-\xi_{2d}Q)\\R_{3d}&=\frac{1}{\varphi_d}(\psi_{3d}P-\xi_{3d}Q)\end{aligned}\right\}\text{------(5-40)}$$

なお，上式中 $K_{od}=\frac{3EI}{L_{od}^3}$ ，$\alpha_d=S_a/l_f$ ，$\gamma_d=S_a/L_{od}$ ，$\varepsilon_{1d}=h/L_{od}$ ，$\varepsilon_{2d}=l_f/h$ である．

(3) 曲げ静剛性の理論式の成立範囲

以上の解析により求まった式(5-38)，式(5-39)の曲げ静剛性を計算する際には，支点反力 R_f の正，負を仮定して支点ばね定数を k_b，または k，k_{edge} のいずれかに定め

て行なう．このため，反力の正，負の条件より曲げ荷重P，ボルト締付力Qの範囲が定まるが，その他に支点反力が締結ボルトの弾性限界を越えないこと，並びにボルト締結片持梁の剛性は，二平面接合部の垂直方向接触剛性が一体形の剛性より常に小さいという実験事実[16]より，仮想片持梁の剛性を越えないこと，という制限がある．

いま，σ_{eb}＝締結ボルト材料の弾性限，とすると，

$$P_e=\frac{1}{4}\pi d^2\sigma_{eb}$$

よって，締結ボルトが弾性限界を越えないためには，

$$P_e \geqq R_j$$

式(5-24)，式(5-40)より

$$P\leqq\frac{\varphi}{\psi_j}\sigma_{eb}\frac{1}{4}\pi d^2-\frac{\xi_{ij}}{\psi_j}Q \qquad (j=1,2,3)$$

また，$K_b \leqq K_0$ より

$$P\geqq\frac{G_T(\lambda,\kappa)}{1-F(\lambda,\kappa)}Q$$

故に，

$$\frac{G_T(\lambda,\kappa)}{1-F(\lambda,\kappa)}Q\leqq P\leqq\frac{\varphi}{\psi_j}\sigma_{eb}\frac{1}{4}\pi d^2-\frac{\xi_{ij}}{\psi_j}Q \qquad \text{-------(5-41)}$$

通常，上方向曲げでは第3支点（$j=3$），下方向曲げでは第1支点（$j=1$）の締結ボルトが問題になる．

よって，上方向曲げでは，

$$\frac{G_{Tu}(\lambda,K)}{1-F_u(\lambda,K)}Q \leqq P \leqq \frac{\mathcal{P}_u}{\psi_{3u}}\sigma_{eb}\frac{1}{4}\pi d^2 - \frac{\xi_{3u}}{\psi_{3u}}Q$$

下方向曲げでは，

$$\frac{G_{Td}(\lambda,K)}{1-F_d(\lambda,K)}Q \leqq P \leqq \frac{\mathcal{P}_d}{\psi_{1d}}\sigma_{eb}\frac{1}{4}\pi d^2 - \frac{\xi_{1d}}{\psi_{1d}}Q \cdot$$

5·2·4 多数ボルト締結梁の曲げ静剛性の理論解析

前項では；ボルト結合部のもっとも基本的な形態である直列二本ボルト締結梁の示す曲げ静剛性の近似モデルを用いた理論解析について取扱ったが，実際のボルト結合部に数多く見受けられる多数ボルト締結状態の垂直曲げ静剛性が前項に述べたような方法を拡張，応用して理論的に求められれば，工作機械構造の設計上，非常に便利であると思われる．

既に5·2·1項で述べたように多数ボルト締結の近似モデルは一般に図5-3のようになるので，本項ではこの近似モデルを用いた曲げ静剛性の解析を前項と同様な手法で直列多数締結，複列多数締結に拡張，応用した結果を述べている．しかし，もっとも簡単な直列二本締結の場合でも前項に示したように解析解を求めることは相当面倒であるので，ここではたんに一般表示式を与えること

に留めていて，次項のように計算値を出す必要のあるときには電子計算機で数値解を求めている．

(1) 上方向曲げ静剛性

前項で述べたように上方向曲げでは，①曲げ，②剪断，による梁の撓みの他に，ボルト頭部の抵抗モーメント M_b，ボルト穴の存在による附加的な撓みを考慮すれば良いので，梁の荷重点に於ける撓みを求める基礎方程式の一般的な表示は図5-3より次のようになる．

(a) 曲げによる撓み δ_{vb}

次の境界条件，梁の連続条件のもとで式(5-42)～式(5-45)を解けば，曲げによる荷重点の撓みが得られる．

境界条件： $x=0$ にて $w_{x=0}=R_1/k$

$x=x_{j-1}$ (第 j 支点) にて $w_{x=x_{j-1}}=R_j/\Sigma_{nj}K_j-Q_j/k$

連続条件： $x=x_{j-1}$ にて $w_{x=x_{j-1}}$, $\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=x_{j-1}}$ 連続

力の釣合条件，

$$\sum_{j=1}^{n}R_j-P=0 \quad \text{------(5-42)}$$

モーメントの釣合条件，

$$\sum_{j=2}^{n}R_jx_{j-1}-x_nP+M_b=0 \quad \text{------(5-43)}$$

梁の撓み曲線の微分方程式

$x_{j-1}\leqq x\leqq x_j$ にて $E_jI_j\frac{d^2w}{dx^2}=-\sum_{j=1}^{i}R_j(x-x_{j-1})$ ----- (5-44)

ボルト頭部の抵抗モーメント

$$\Theta_b = \left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=x_{m-1}} = -\frac{h_m}{E_b I_b} M_b \quad \text{--------(5-45)}$$

(b)剪断による撓み δ_{vs}

以上の基礎方程式を解けば，各支点反力 R_j が求まるので，剪断による撓み δ_{vs} は次式で与えられる．

$$\delta_{vs} = 2m(1+\nu)\sum_{j=1}^{n}\left\{\sum_{k=1}^{j} R_k (x_{j-1} - x_m)\frac{1}{S_{Aj} E_j}\right\} \quad \text{------(5-46)}$$

(c)ボルト穴の存在による附加撓み

I_{eq} = 最前部ボルト穴位置の平均断面二次モーメントとすると，附加撓み角 $\Delta\Theta = (1 - I_{eq}/I_{m-1})\Theta_b$，$I_{eq}/I_{m-1} = (1 - \pi d_m/4b_m)$ より，

$$\delta_{v\Theta} = (\pi d_m/4b_m)\Theta_b L_{ou} \quad \text{--------(5-47)}$$

ここで，$K_{ou} = 3E_m I_m / L_{ou}$ なる量を導入すると，線形構造を取扱っていることから判るように，δ_{vb}，δ_{vs}，$\delta_{v\Theta}$ は前項で述べた式(5-32)のような表示になる．

従って，多数ボルト締結の上方向曲げ静剛性は次式で与えられる．

$$K_{bu} = \frac{K_{ou}}{F_u(\lambda,\kappa) - G_u(\lambda,\kappa)Q/p} \quad \text{--------(5-48)}$$

(2)下方向曲げ静剛性

下方向曲げでは①曲げによる撓み，②剪断による撓みを考慮すれば良いので，基礎方程式の一般表示は次の

ようになる．

(a)曲げによる撓み δ_{vb}

力の釣合方程式

$$\sum_{j=1}^{n} R_j + P = 0 \quad \text{-------(5-49)}$$

モーメントの釣合方程式

$$\sum_{j=2}^{n} R_j x_{j-1} + x_n P = 0 \quad \text{-------(5-50)}$$

梁の撓み曲線の微分方程式

$$x_{j-1} \leqq x \leqq x_j \text{ にて} \quad E_j I_j \frac{d^2w}{dx^2} = \sum_{j=1}^{k} R_j (x - x_{j-1}) \quad \text{-----(5-51)}$$

また，境界条件，梁の連続条件はみ j 支点，

$x = x_{j-1}$ にて $w_{x=x_{j-1}} = -R_j / z_{nj} K_j + Q_j / k$，撓み w と撓み角 $\frac{dw}{dx}$ は連続

みn支点，$x = x_{n-1}$ にて，$w_{x=x_{n-1}} = -R_n / k_{edge}$

式(5-49)～式(5-51)をこれらの条件のもとで連立させて解けば，δ_{vb} が求まる．

(b)剪断による撓み δ_{vs}

上方向曲げと同様に次式で与えられる．

$$\delta_{vs} = \sum_{j=1}^{n} w_{0j} = 2m(1+\nu) \sum_{j=1}^{n} \left\{ \sum_{k=1}^{j} R_k (x_{j-1} - x_n) \frac{1}{S_{Aj} E_j} \right\} \quad \text{----(5-52)}$$

従って，下方向曲げでも上方向曲げと同じ理由により曲げ静剛性は式(5-53)のように表示される．

$$K_{bd}=\frac{K_{od}}{F_d(\lambda,K)-G_{Td}(\lambda,K)Q/P} \qquad \text{--------(5-53)}$$

5·2·5　近似モデルによる曲げ静剛性の理論値と実験値の比較，並らびに本モデルに存在する問題点の考察

等価ばね定数という考えを用いてボルト結合部の近似モデルを考えることにより，ボルト締結梁の垂直曲げ静剛性を理論的に算出する方法について前項迄に述べたが，このような理論解析方法の妥当性と適用限界，並らびにこのような近似モデルに存在する問題点を明らかにするため，本項では近似モデルを用いて解析した結果得られる垂直曲げ静剛性を与える式，例えば直列二本ボルト締結梁では式(5-38)，式(5-39)，に第2章の実験で用いた梁，ベースの寸法，並らびに実験条件等の諸数値を代入して得られる理論値と第2章で測定した実験値の比較を行なった．

比較した結果は理論値を実線で実験値を点で示して以下に図示してあるが，全体的にみて理論値と実験値の傾向は良く一致し，定量的にも最大約20％の誤差を示して

いるのみであり，この種の問題に対する解析としては非常に良い結果を与えている．なお，理論値を算出する際に問題となる締結ボルトのばね定数は式(5-1)により算出し，ベースのばね定数 k，ベースエッジ部のばね定数 k_{edge} は5·2·2項に述べた方法で算出したが，本項の計算条件では大きな差がないので，多くの場合に $k=120\ kg/\mu$，$k_{edge}=60\ kg/\mu$ としている．

まず，ボルト結合部の曲げ静剛性が示す大きな特徴である曲げ荷重依存性について検討した結果について述べる．

図5-15は直列二本ボルト締結の上方向曲げについての1例であるが，この図より次のような比較結果が得られる．

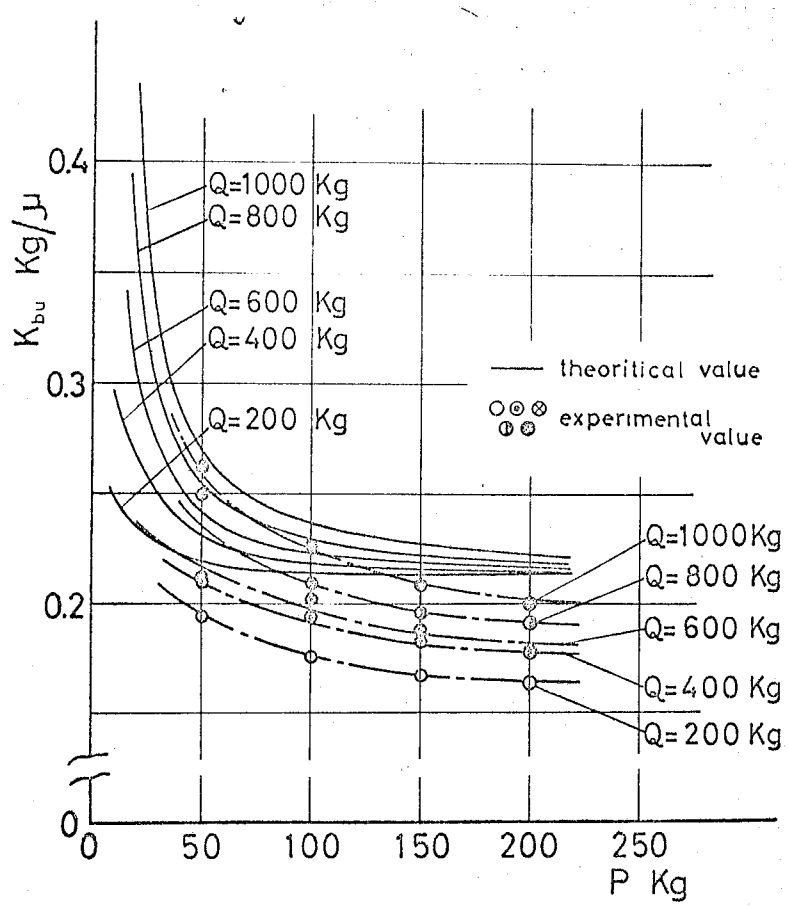


図5-15 曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較(1)
d=M12, z_n=2, s_a=60mm, b=h=40mm, L_c=305mm

(i) 理論値と実

験値の差は10～20％であり，ボルト締付力の小さいときにこの差が多少大きくなる．これはThornleyも指摘している[17]ように，ボルト結合部を弾性床上の梁と考えると，結合部にはボルト締付力の大，小によって図5-16に示すような変形が生じるので，ボルト締結による初期撓みに誤差が生じるためと考えられる．

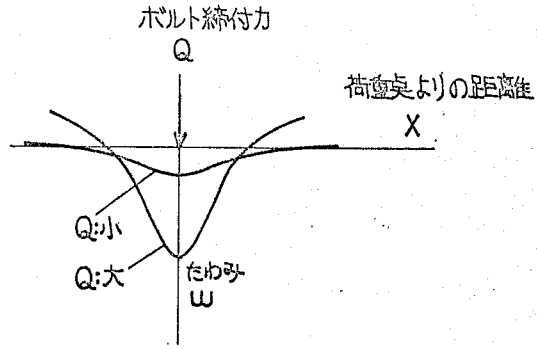


図5-16

(ii) 理論値は実験値と同様な曲げ荷重依存性の傾向を示し，締付力が大きくなれば，その傾向が強くなる点も良く合っている．しかし，曲げ荷重が200kg程度になると，理論値ではボルト締付力の影響がほとんどなくなるのに対して，実験値では約0.05kg/μの幅でボルト締付力の影響が残った状態で曲げ静剛性が一定値に近付く傾向にある．この差異は本理論解析では，ベースのばね作用，締結ボルトのばね作用を線形としていること，並びに実際のボルト結合面では梁の後端部，締結ボルトの位置だけでなく，曲げ荷重の値によって結合面にあらたな接触部分を生じ，附加的なばね作用が関与すること，によるも

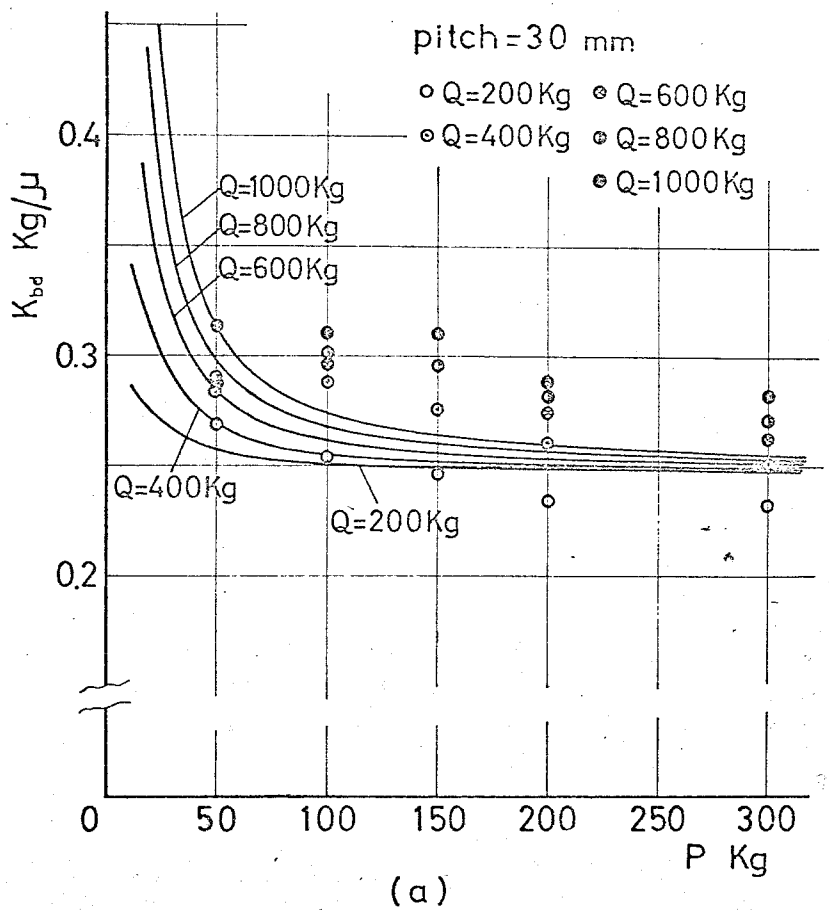
のと考えられる．これらの原因のうち，特に前者に関しては，既に明らかにされているように，結合部のベースのばね作用は実際の場合には非線形ばねとなる．また，後述するように，ねじ部のはめあい精度に関連して締結ボルトのばね作用も非線形性を示す．

しかし，以上述べた現象は,図示していないが,ボルト締付間隔が変化しても，ほとんど同じ傾向になる．

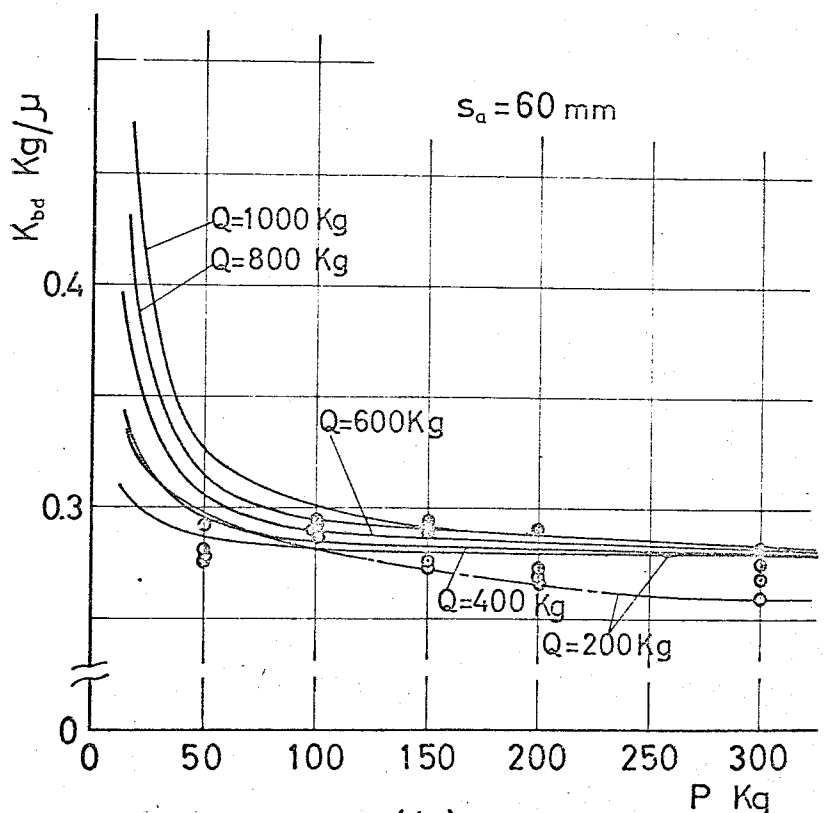
従って，実験値の実験誤差が約10％程度あること，並らびに実際の工作機械ではボルト締付力が大きいこと，を考慮すると，ボルト締付力Qと曲げ荷重Pの比Q/Pが小さいときには，理論値と実験値の差は多少大きくなるが，近似モデルを用いた理論解析方法は直列二本ボルト締結梁の垂直上方向曲げに及ぼす曲げ荷重の影響を十分良く説明し，理論値と実験値は一致していると云える．

次に，同一締結条件のもとに於ける下方向曲げ静剛性について曲げ荷重依存性の理論値と実験値を比較した結果を図5-17に示す．上方向曲げの場合と同様に，これらの図について検討すると，次のようなことが判る．

(1) 理論値と実験値の差は約15％程度であり，上方向曲


pitch=30 mm
Q=200Kg
Q=400Kg
Q=600Kg
Q=800Kg
Q=1000Kg
Q=1000Kg
Q=800Kg
Q=600Kg
Q=400Kg
Q=200Kg
K_{bd} Kg/μ
0.4
0.3
0.2
0
50
100
150
200
250
300
P Kg

(a)


s_a=60 mm
Q=1000Kg
Q=800 Kg
Q=600Kg
Q=400 Kg
Q=200Kg
K_{bd} Kg/μ
0.4
0.3
0
0
50
100
150
200
250
300
P Kg

(b)

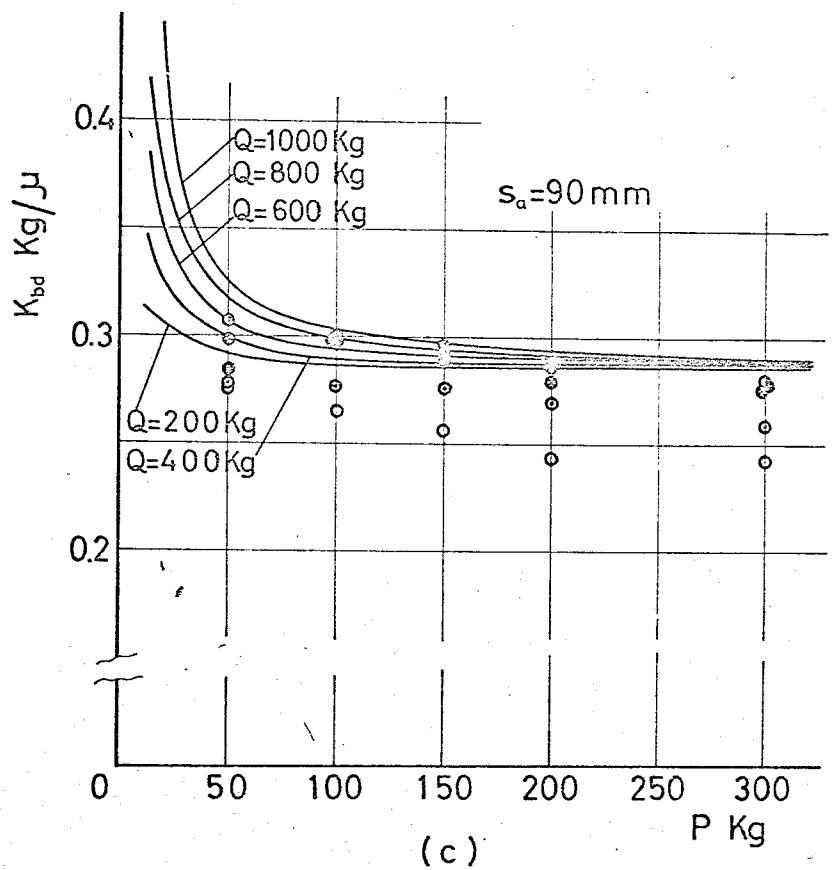


図5-17 曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較(2)
d=M12, b=h=40mm, L_e=305mm

げの場合と大差はないが，上方向曲げと異なり理論値と実験値の関係がボルト締付間隔により変わる．すなわち，ボルト締付間隔が短かいときは実験値の方が高く，ボルト締付間隔の長いときは実験値の方が低くなる傾向になっている．

(ii) 曲げ荷重が100kg以下ではQ=200kgの場合，すなわちQ/Pが小さい場合を除き，理論値と実験値の曲げ荷重依存性の傾向は合わない．しかし，上方向曲げにくらべ，下方向曲げでは曲げ荷重依存性が少なく，曲げ荷重の変化に対して曲げ静剛性の変化が少ない傾向は良く合っている．

以上述べたように，下方向曲げの場合は上方向曲げに比較すると，近似モデルによる理論解析方法の近似度は幾分低下するので，以下にこれらの現象の原因について考察してみる．

まず，曲げ荷重が100kg以下のときに理論値と実験値の傾向の合わない現象であるが，これは既に第2章でも触れたように，締結ボルトに作用する反力の関係から前部締結ボルトが伸びないで，逆に縮み，図5-18に示すよ

うに，梁とベースが広い部分で接触し，モデルのような三ばね支点支持状態にならないためである．次に理論値と実験値の

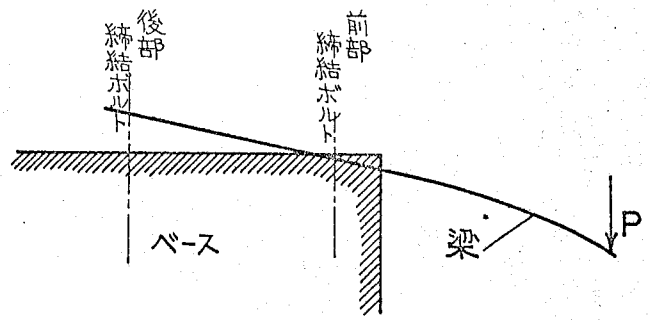


図5-18

関係がボルト締付間隔により変化する現象は図5-19に示す締結ボルトの伸びの測定結果から次のように説明できる．図によると，このような現象は締付力に対してボルトの伸びが非線形になった場合に生じ，このとき締付間隔30mmの場合では梁の変形状態が図5-20(a)に示すようになる．従って，ベースエッジ部のばねが円錐ばね状の非線形特性であると考えられることから，ベースエッジ部のばね定数が理論計算に用いた値より大きくなっているものと考えられる．また，締付間隔90mmの場合には図5-20(b)に示すような梁の変形状態となるので，実験値の方が理論値より低くなるものと思われる．

このことは，図5-21(a)に1例を示すように，ベースエッジ部の等価ばね定数を30 kg/μ より200 kg/μ迄変化させて，そのときの曲げ静剛性を計算してみると，等価ばね定

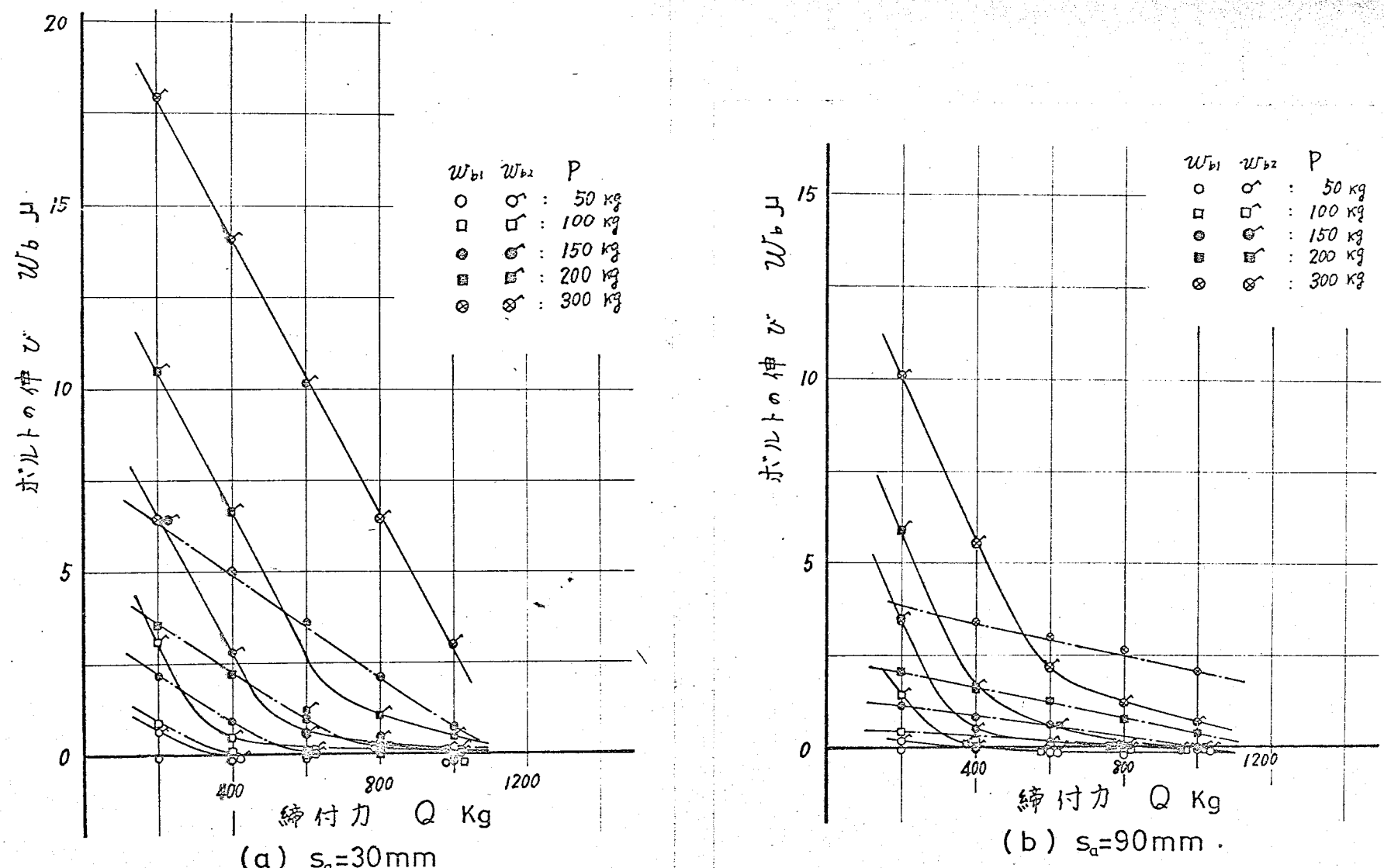
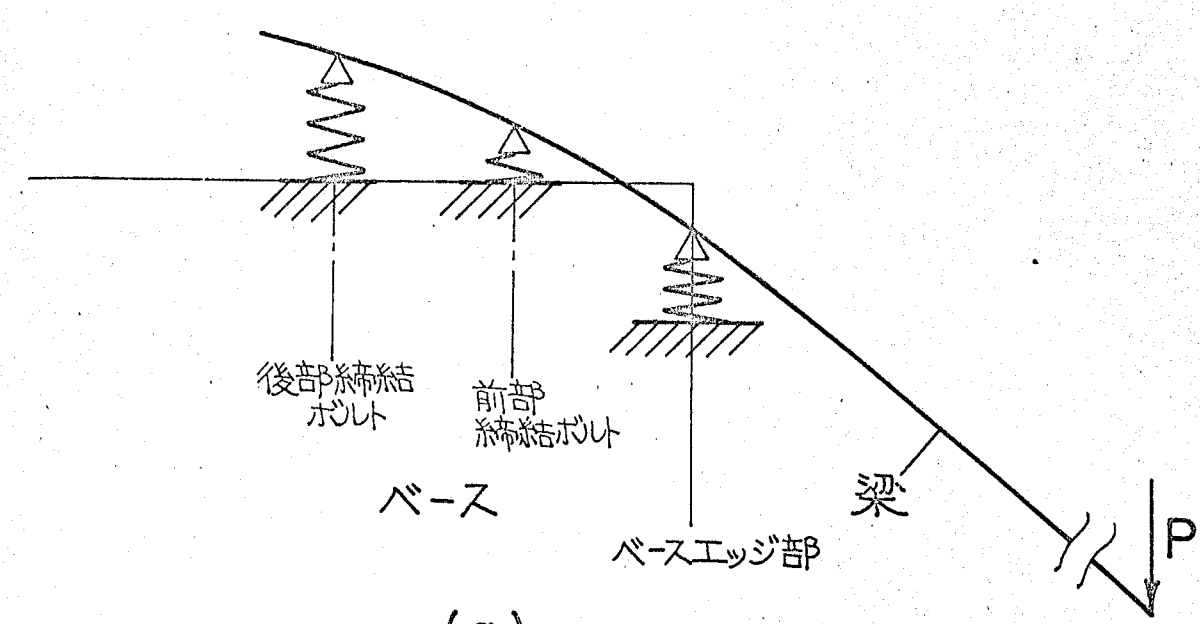
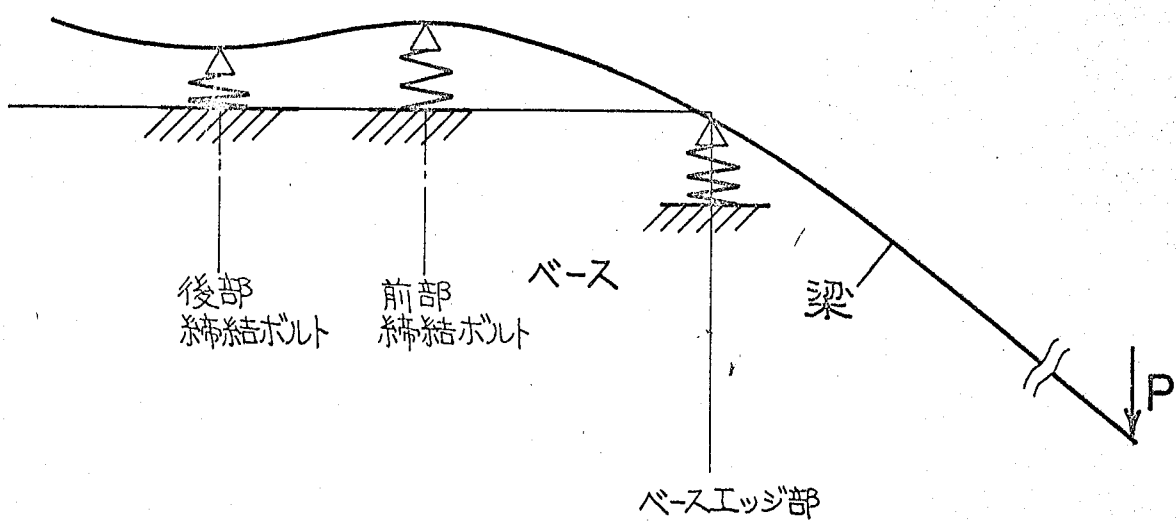


図5-19

締結条件：図5-17と同じ，ω_{b1}：前部締結ボルトの伸び
ω_{b2}：後部締結ボルトの伸び



(a)

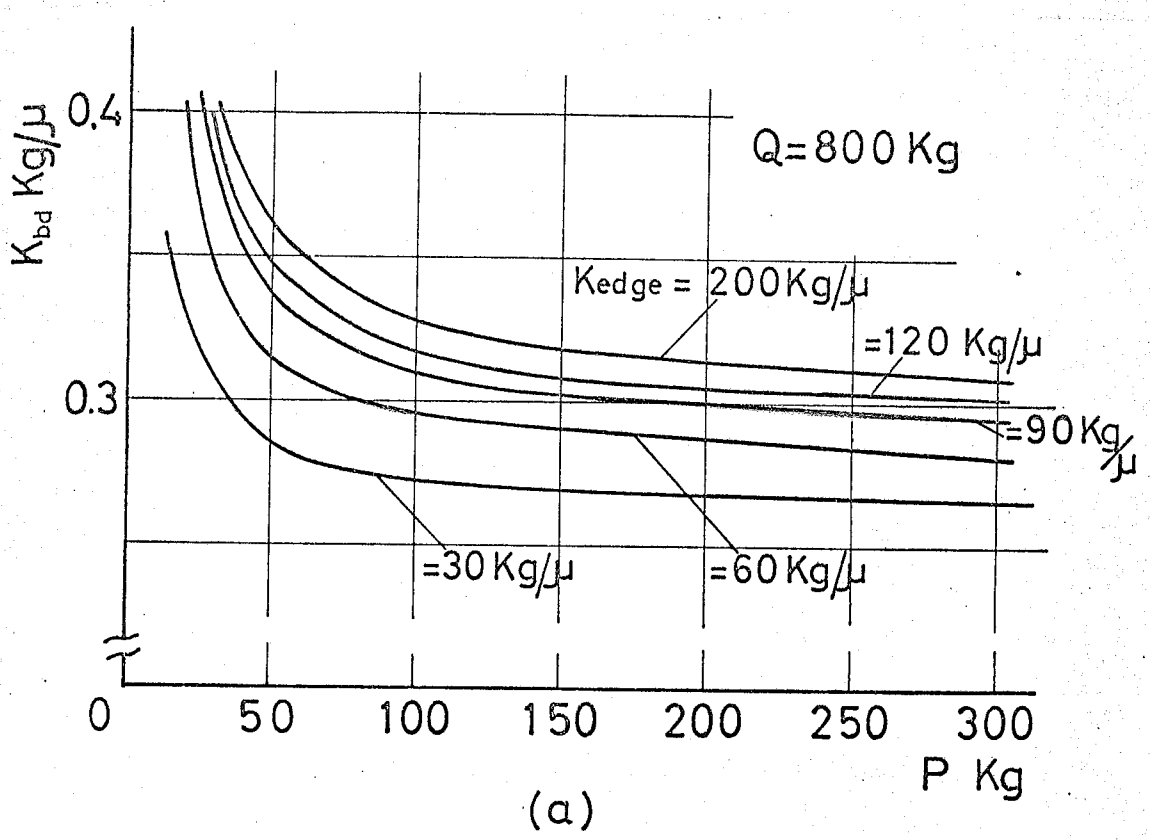


(b)

図5-20

数の小さい方が曲げ静剛性の小さいことよりも確認できる.

また, この図より第3章で測定したように, 二平面接合部の垂直方向接触剛性は表面粗さ, 仕上方法によりそ



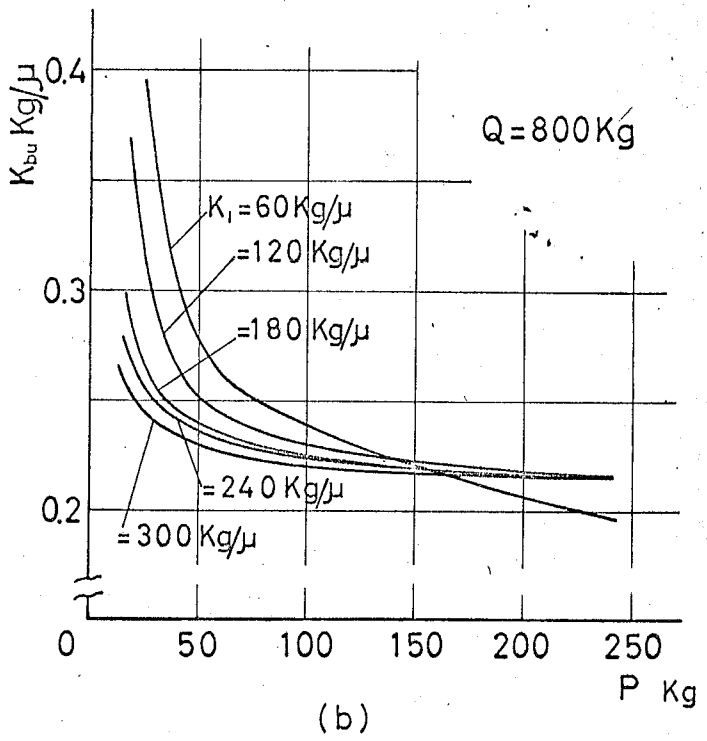


図5-21 Base edge 部, Base部の等価ばね定数の曲げ静剛性に及ぼす影響
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

の値が少なくても2~3倍と大きく変わるものの，このようなボルト締結梁として考えるときにはその影響が小さくなってくることが判る．従って，第2章で例えばきさげ仕上面の坪当りを変えたときに曲げ静剛性に大きな差がないこともこれにより説明できる．このことは上方向曲げでも同様であり，図5-21(b)に1例を示すようになる．

以上のことより，下方向曲げ静剛性に大きく影響するベースエッジ部の等価ばね定数は5·2·2項で考慮したエッジ部分に於ける接触面積だけでなく，更にその部分の撓みに関係することが判るので，下方向曲げ静剛性を更に厳密に理論解析するには，今後図5-18に示したような一部分が弾性床上の梁となるようなモデルにより検討を行なう必要のあることが判る．しかし，上記のことを進展させるには，特にベースエッジ部のばね定数に関する基礎的な研究が必要となるので，この問題点については今後の研究課題とし，ここではこれ以上言及しない．

図5-22にはボルト締付力依存性の傾向をみるため，横軸をボルト締付力として，直列二本ボルト締結の上方向曲げについて整理した結果の1例を示す．図より締付力

依存性の理論値と実験値は良く合っていると云え，図と同様な結果は上方向曲げに於ける他のボルト締結条件の場合，並びに下方向曲げに於いても前述の曲げ荷重が100kg以下のときを除いた場合に得られる．

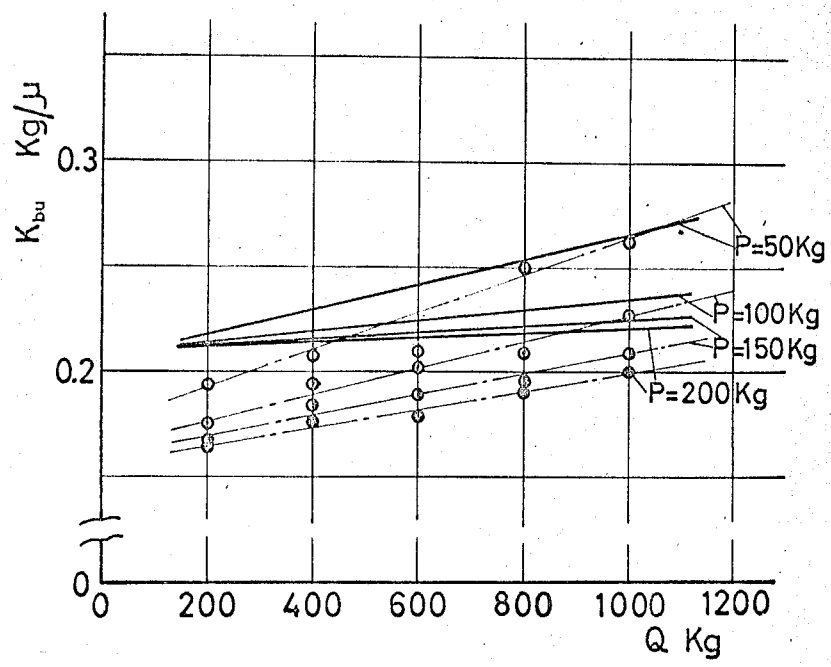


図5-22 締付力依存性の理論値と実験値の比較
d=M12, s_a=60mm, b=h=40mm, L_e=305mm

次に，多数ボルト締結の曲げ荷重依存性を電子計算機で数値計算した結果と実験値を比較した例を図5-23～図5-26に示す．なお，計算の際には剪断による撓み，ボルト穴による附加撓みは小さいので無視してある．

図5-23，図5-24には直列3本，直列4本締結の比較例を示してあるが，これらの図より計算値と実験値の差は10～20%であり，ボルト締付力の小さいときの方がこの差が大きいこと，曲げ荷重Pが200kg程度になると計算値では締付力依存性がないのに実験値では存在すること

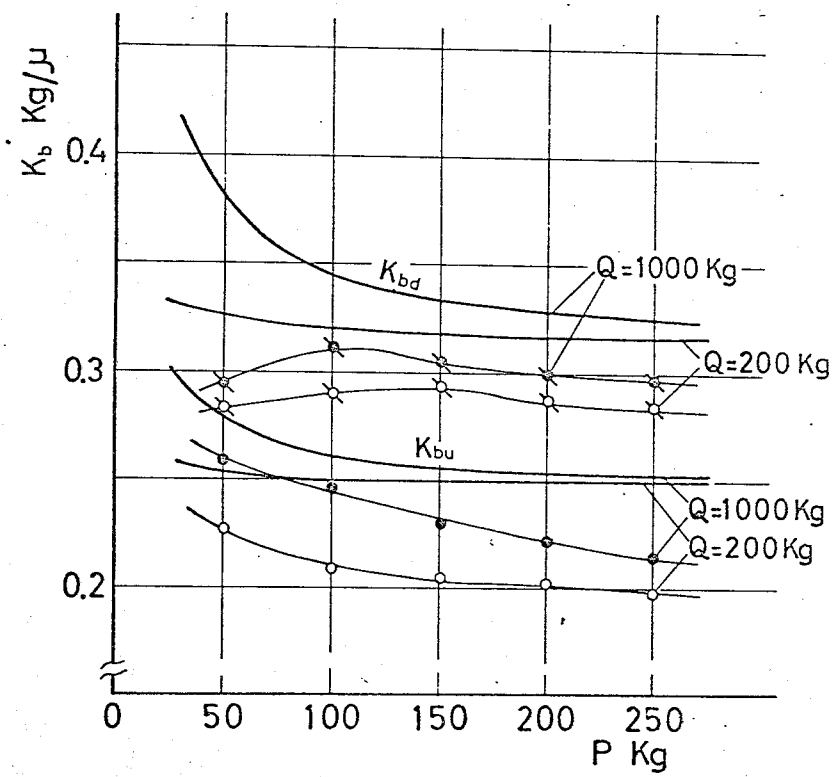
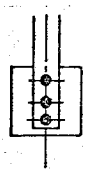


図5-23 多数ボルト締結時の曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較



d=M12, s_{a1}=30mm, s_{a2}=60mm, L_e=305mm

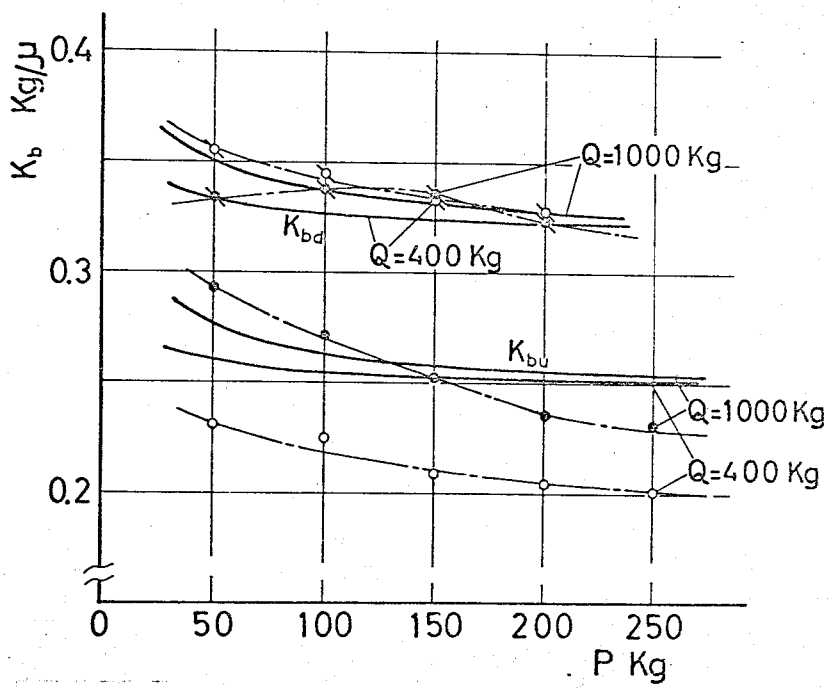
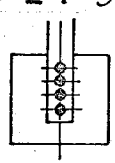


図5-24 多数ボルト締結時の曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較



d=M12, s_a=30mm, L_e=305mm

，並らびに，下方向曲げで Q/P が大きいときに曲げ静剛性の曲げ荷重依存性の傾向が合わないこと等既に基本的な直列二本ボルト締結を対象として明らかにしたことと全く同様な傾向が多数ボルト締結に近似モデルによる解析方法を適用した場合にも存在することが判る．

複列多数締結について応用した結果は上方向曲げについて図5-25，図5-26に示してある．この場合，下方向曲げでは本解析方法は誤差が大きくて定量的には一致しないので，図は省略してある．例えば，複列4本締結で締付力 Q=600㎏，曲げ荷重 P=200㎏ の場合，理論値 0.55㎏/㎛ に対して実験値は 0.32㎏/㎛ であり，その差は50％にも達する．下方向曲げに於てこのように大きな差が生ずるのは，各締結ボルトの伸びを測定してみると，締結ボルトがほとんど伸びないことより，ここで取扱っている近似モデルが成立しないことに原因があるのは明らかである．従って，これについては直列二本締結の下方向曲げに於ける Q/P が大きいときと合わせて後で検討している．

図5-25，図5-26の上方向曲げ静剛性の比較例では，曲げ荷重依存性の実験値と理論値の差異は直列二本ボルト

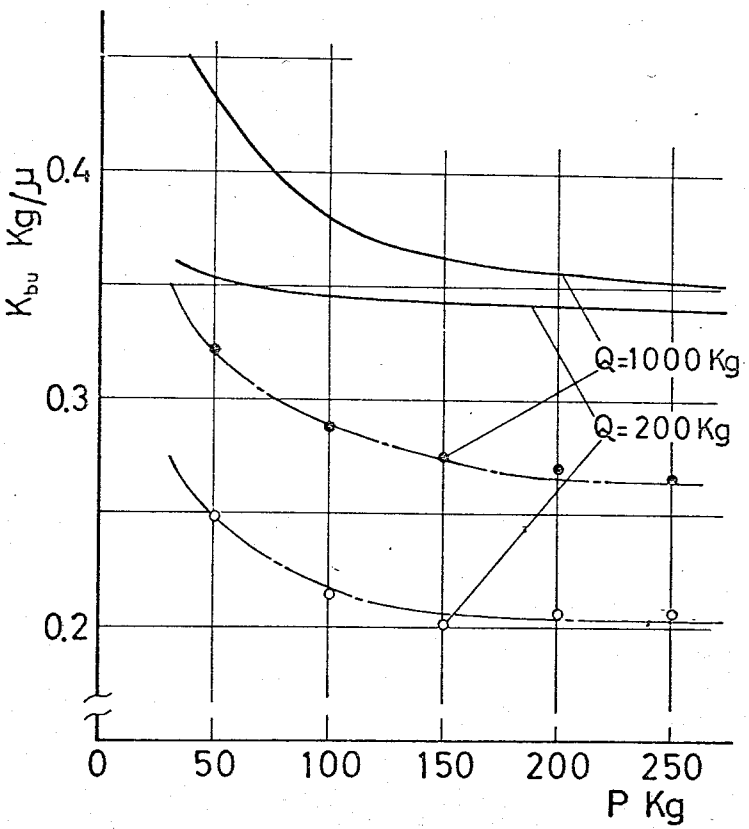
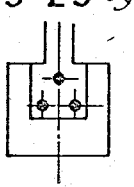


図 5-25 多数ボルト締結時の曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較 d=M12



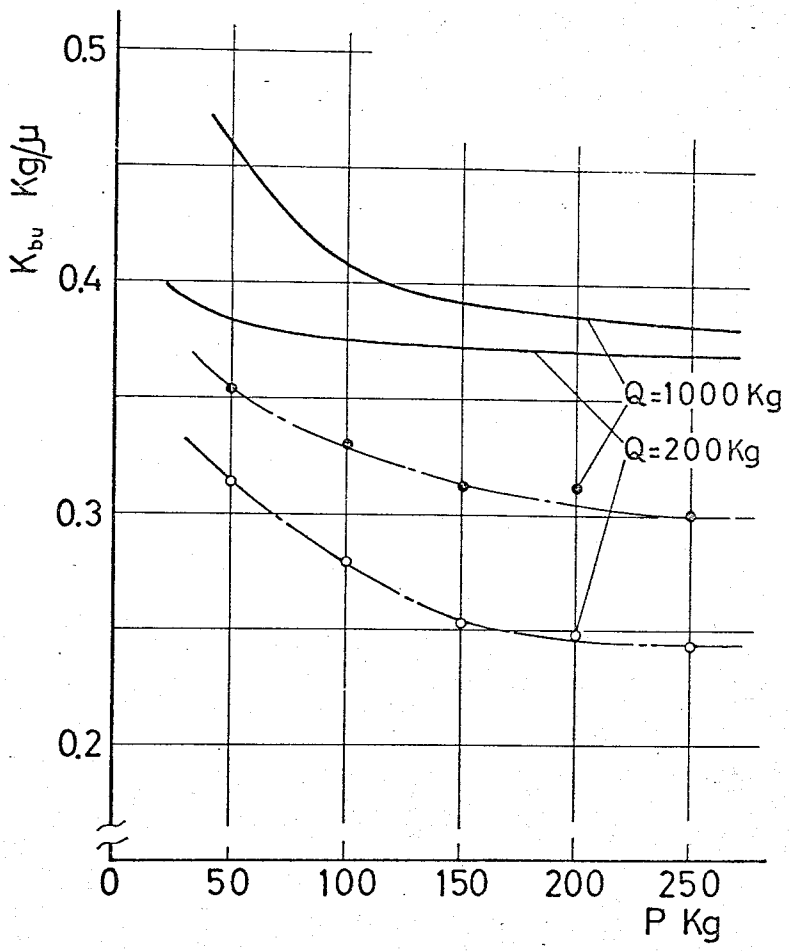
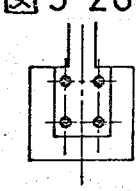


図 5-26 多数ボルト締結時の曲げ荷重依存性の理論値と実験値の比較 d=M12



締結の場合にくらべて大きくなり，25～35％である．しかし，複列締結のように締結ボルト本数が多くなると，第2章でも述べたような締結ボルトの伸びの非対称なことによって，解析の近似度が低下したり，前述の直列多数締結に於けるのと同様な問題点が存在するものの，曲げ荷重依存性の傾向は良く合っている．また，多数ボルト締結時に問題となる有効締結ボルト本数について検討した結果は，例えば1例を図5-27に示すようにボルト本数による剛性増加の傾向，有効ボルト本数がほぼ第2章で示した実験値と一致している．従って，このような近似モデルによる解析方法は，特にボルトの伸びが問題となる上方向曲げに対して良い計算結果を与え，多数ボルト締結の場合にも近似計算式として十分使用できることがわかる．

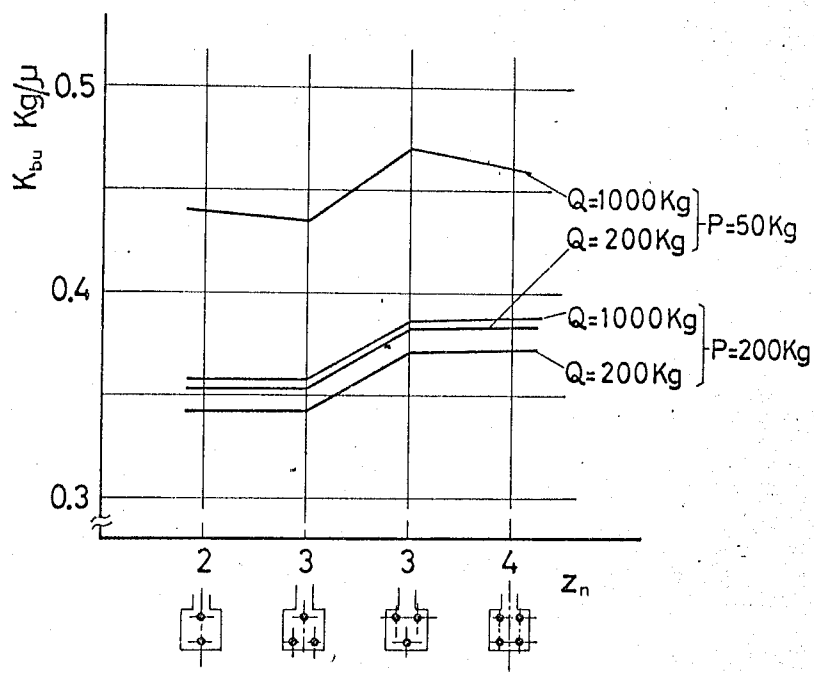
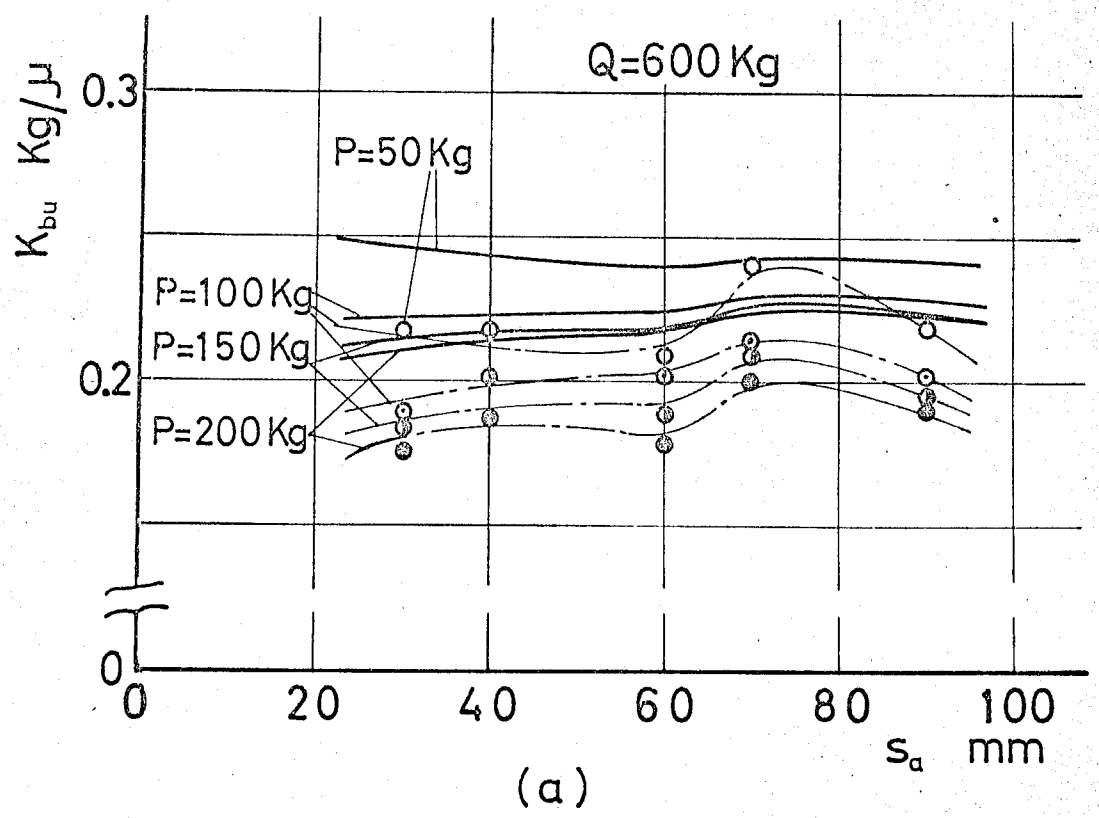


図5-27 締結ボルト本数の効果(計算値)

以上のようにボルト結合部曲げ静剛性の示す特徴的な挙動である曲げ荷重依存性について理論値と実験値を比較した結果，このような近似モデルによる曲げ静剛性の解析には多少の問題点はあるものの，曲げ静剛性の近似計算式として十分使用できることが判ったので，更に，直列二本ボルト締結を対象として，各ボルト結合部因子と曲げ静剛性の関係について検討した結果を以下に示す．

(a) ボルト締付間隔

図5-28には上方向曲げ静剛性のボルト締付間隔による変化を示してあるが，ボルト締付力が1000kg以下の条件のもとでは(a)図に示すように理論値と実験値の傾向は良く合っていて，第2章でも述べたように $S_a \fallingdotseq 65$ mm附近で変曲点を生じる傾向も良く合う．この変曲点は数値計算の結果によると，前部締結ボルトに作用する反力の方向が変化する位置であり，これより曲げ静剛性の締付間隔依存性に関する第2章の考察は理論的にも正しいことが判る．なお，(b)図に示したボルト締付力1000kgの場合には，曲げ荷重 $P=50$ kg のときに曲げ静剛性の締付間隔依存性の傾向が合わない点も生じるが，これはこのような締



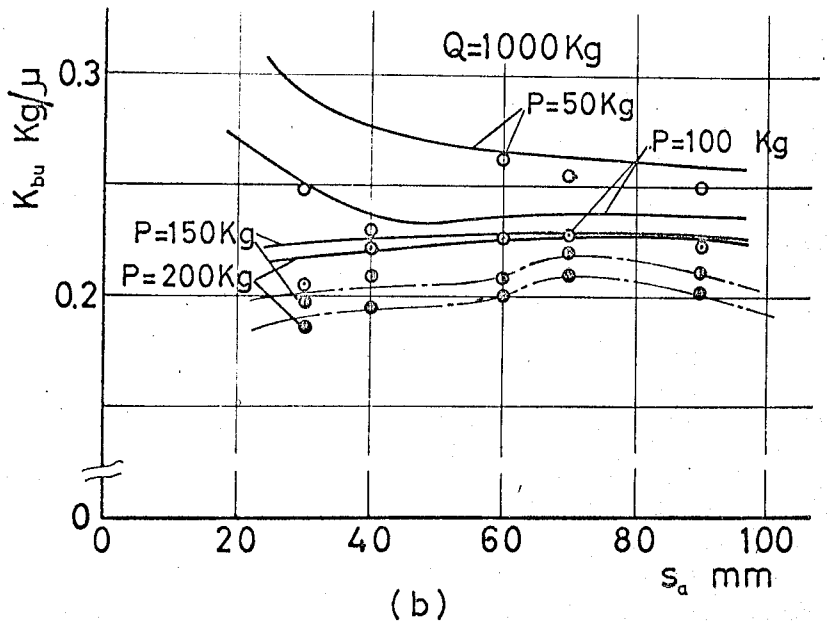
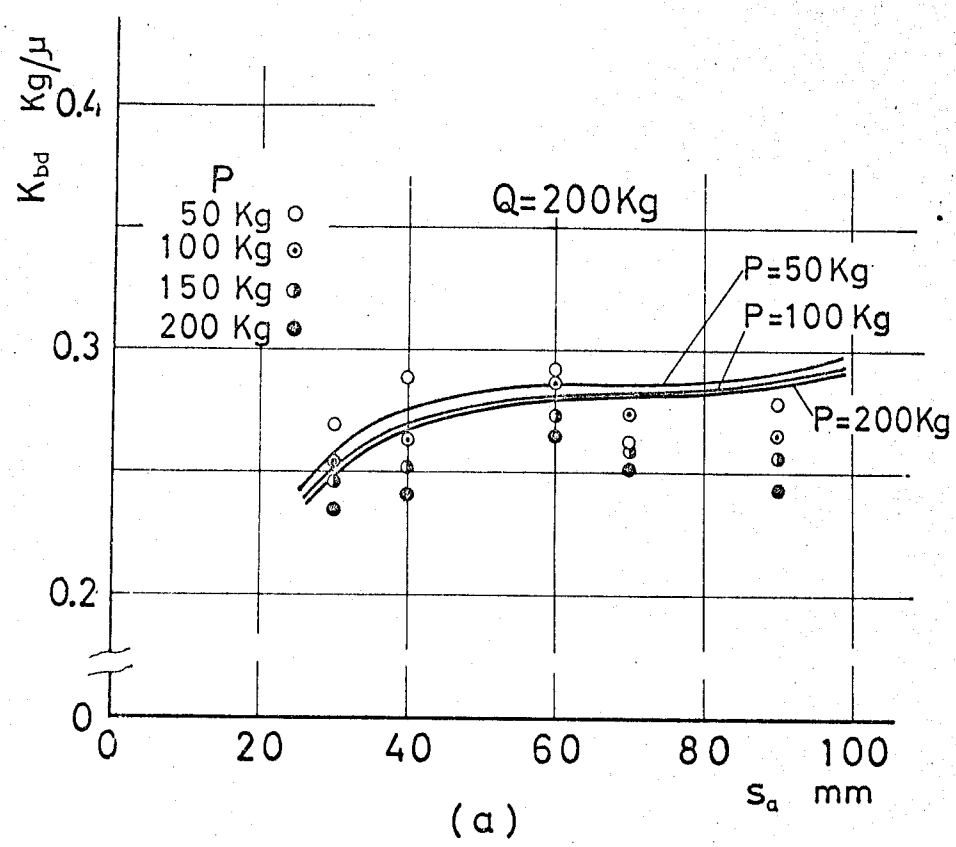


図5-28 曲げ静剛性の締付間隔依存性の理論値と実験値の比較(1)
d=M12, b=h=40mm, L_e=305mm



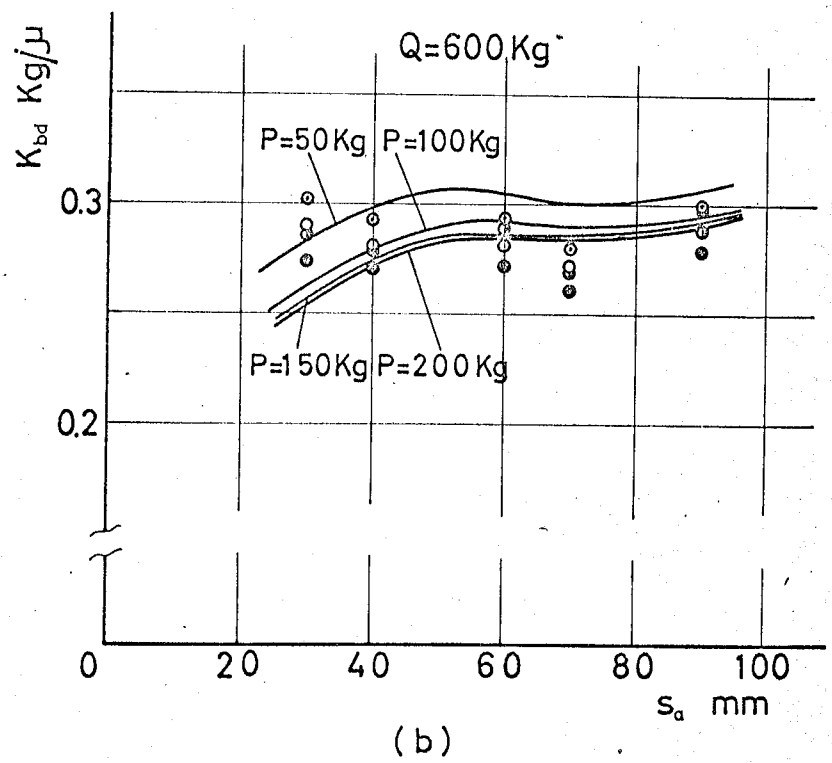


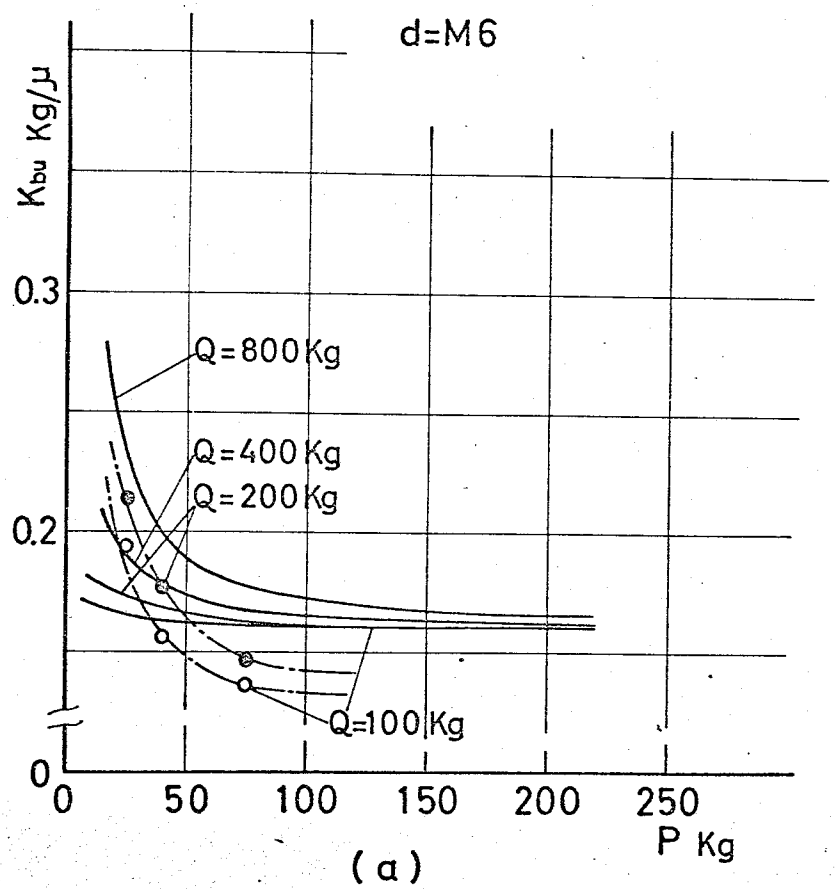
図 5-29 曲げ静剛性の締付間隔依存性の理論値と実験値の比較(2)
d=M12, b=h=40mm, L_e=305mm

結条件では前部締結ボルトが伸びず，本論文で用いているような近似モデルが成立しないためである．

下方向曲げの場合は図5-29に示してあり，ボルト締付力 Q=200kg のときは(a)図に示すように理論値と実験値は良く合っている．しかし，ボルト締付力がこれより大きい場合には，既に曲げ荷重依存性のところで明らかにしたことと同じ理由で近似モデルによる理論値の傾向は多少実験値と異なってくる．

(b)締結ボルト径

図5-30には上方向曲げの場合について，各締結ボルト径に於ける曲げ荷重依存性の理論値と実験値を比較した結果を示す．図より，理論値と実験値の差は約15～30%であり，締結ボルト径がM6, M18 の場合で締付力が小さいときにこの差が大きい．この理由としては，ボルト締結による初期撓みに誤差のあることも関係するが，締結ボルト径M6の場合には締結ボルトねじ山部のたわみが大きくなり，理論解析で用いた式(5-1)が成立しなくなり，ボルトのばね定数が理論値より弱くなるためと考えられる．従って，図にみるように曲げ静剛性の実験値は曲げ



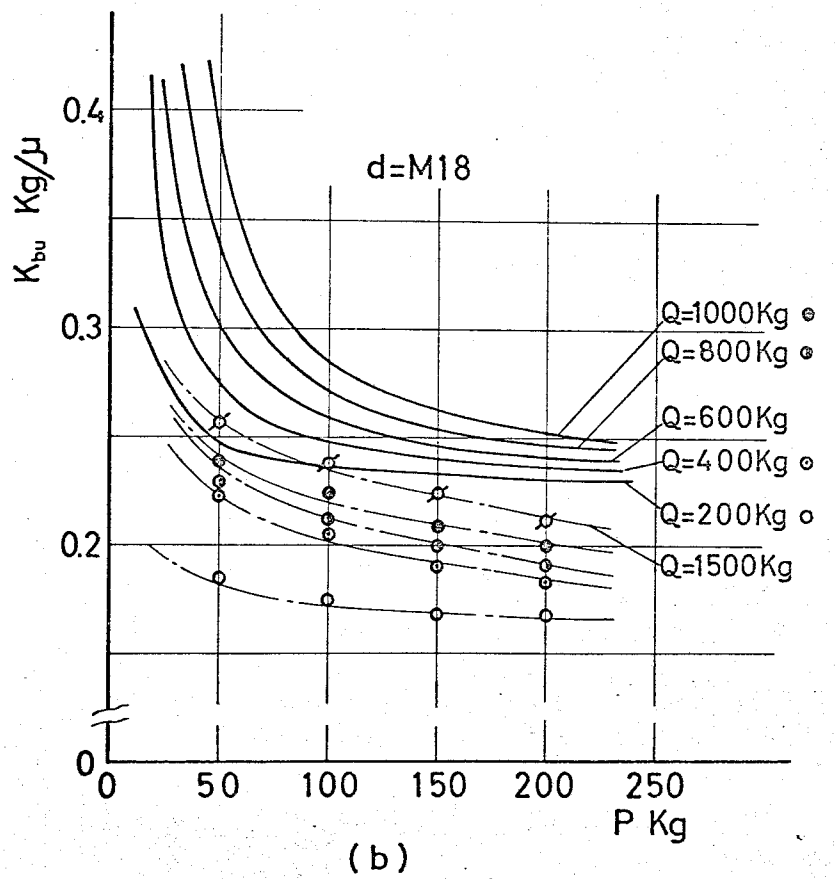


図5-30 締結ボルト径を変えたときの曲げ荷重依存性(1)

s_a=40mm, b=h=40mm, L_e=305mm

荷重の増加とともに急激に減少する．

次に，締結ボルト径M18の場合には理論値で考慮している締結ボルト頭部の抵抗モーメントM_bが実際には頭部エッジ部に「だれ」が生じるため作用しなくなることが考えられ，このために理論値と実験値に図のような差が生じるものと思われる．このことは図5-31に示すボルト頭部の効果を理論的に検討した結果よりも推定できる．ここで，図中$M_b=0$がボルト頭部の効果を無視した場合，$M_b \neq 0$がボルト頭部の効果を考慮した場合であって，点は実験値を参考迄に示したものである．

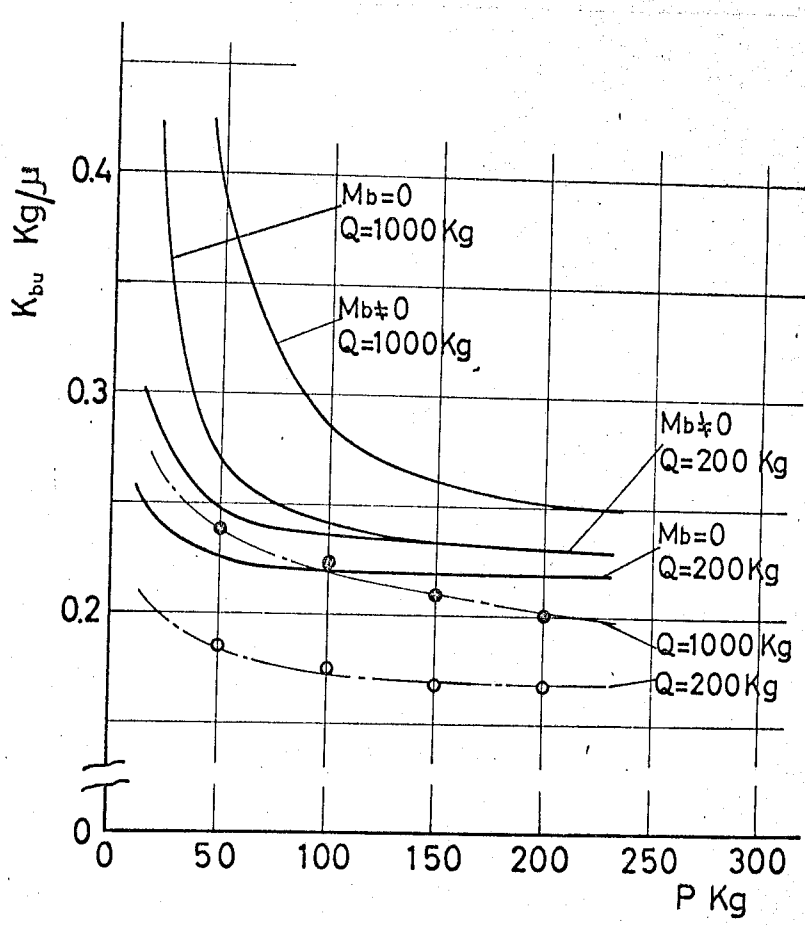


図5-31 ボルト頭部抵抗モーメントの曲げ静剛性に及ぼす影響
d=M18, s_a=40mm, b=h=40mm, L_e=305mm

なお，以上のことより上方向曲げのように前部締結ボルトの伸び，押え込み効果が問題となるような場合にはボルト

頭部の抵抗作用の大きい締結ボルト形状が有効であるという示唆が近似モデルによる本解析方法から得られる.

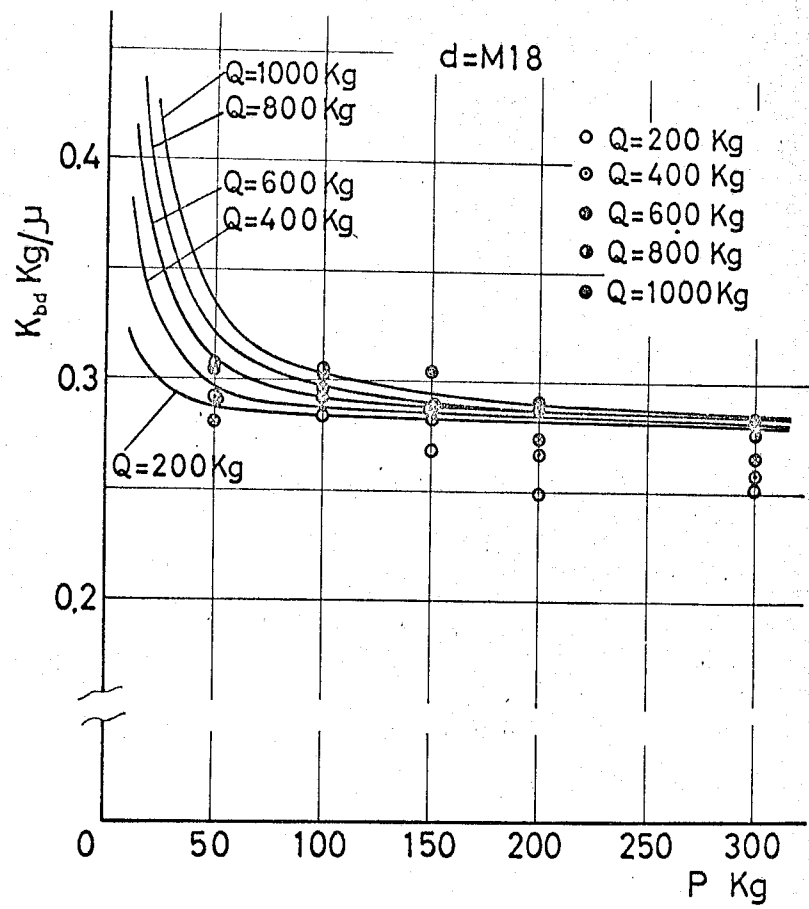
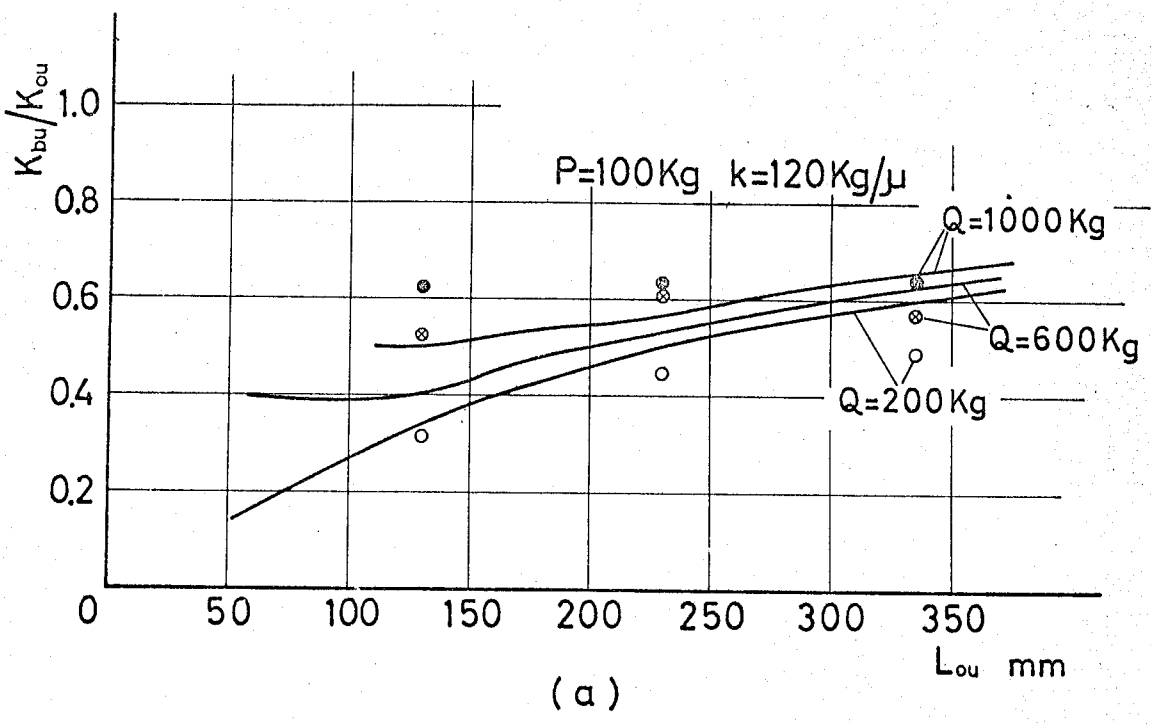


図5-32 締結ボルト径を変えたときの曲げ荷重依存性(2)
s_a=40mm, b=h=40mm, L_e=305mm

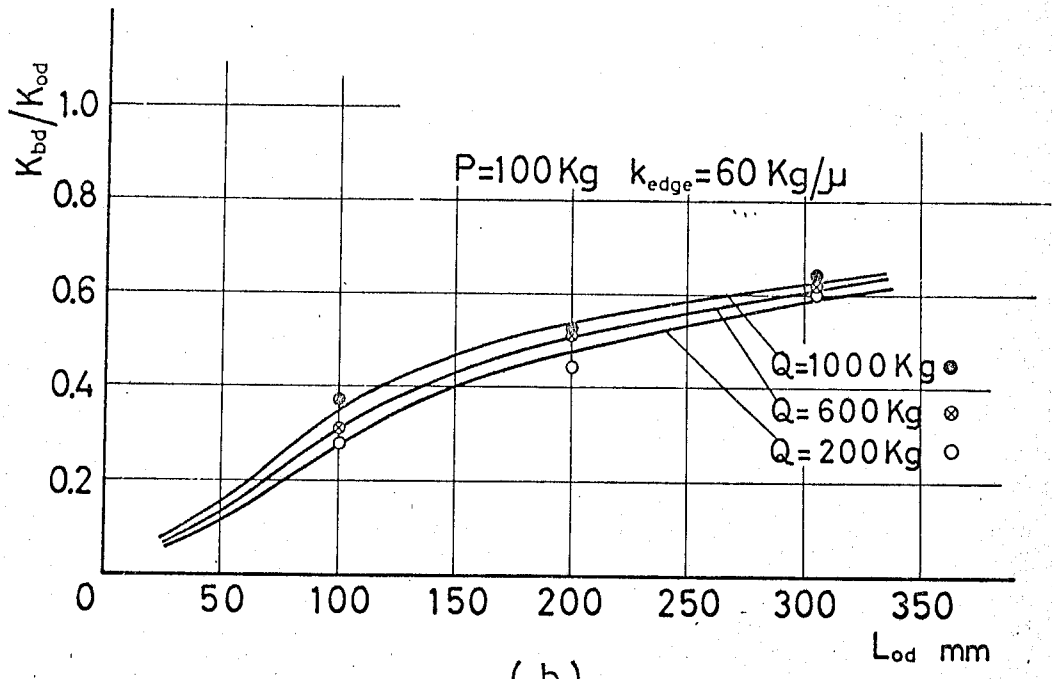
図5-32には下方向曲げの場合について同様な検討を行なった結果の1例を示すが, 既に説明したQ/Pが大きい場合を除き曲げ荷重依存性の理論値と実験値はほぼ合っていると考えられる.

(C)梁の曲げ剛さ

梁の曲げ剛さを変化させたときの理論値と実験値の差を検討するため, ここでは梁の突出し長さ L_{ou}, L_{od}, 並びに梁の厚さhを変えた場合の曲げ剛性比の変化について理論値と実験値を比較した結果の例を図5-33, 図5-34

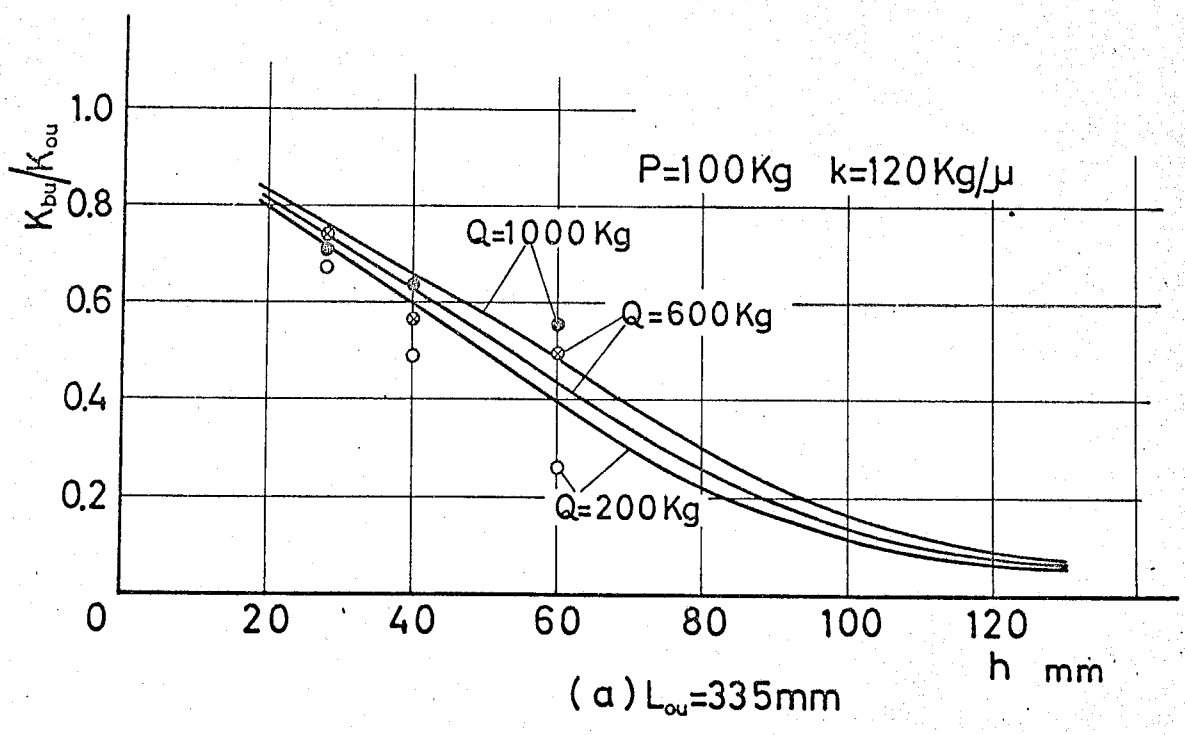


(a)

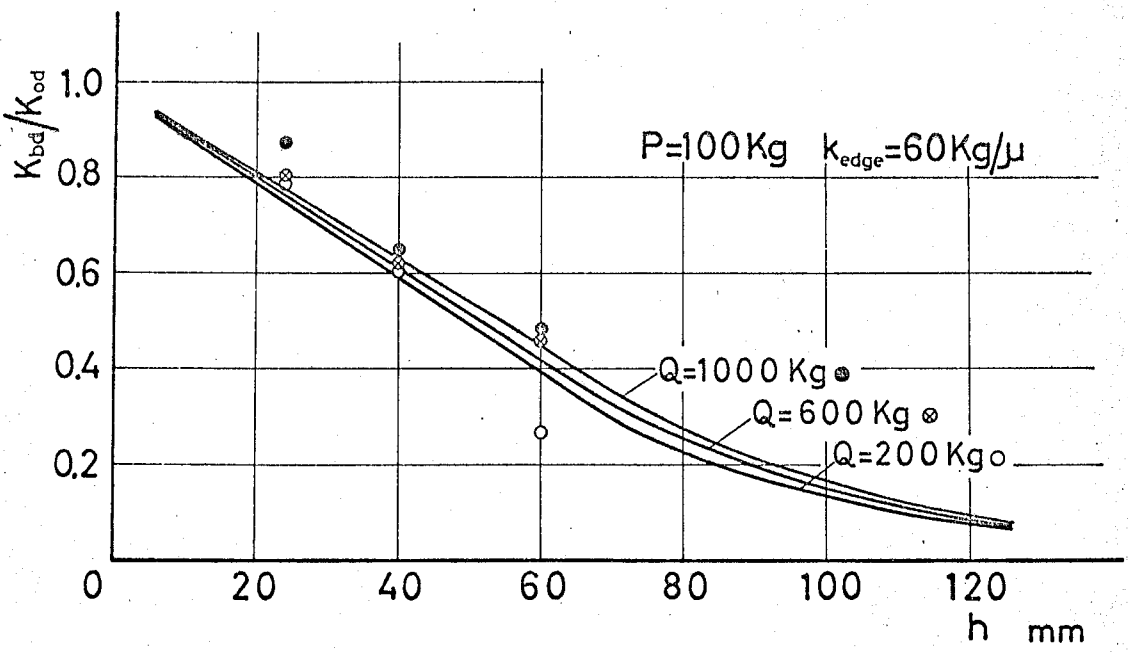


(b)

図5-33 突出し長さによる曲げ剛性比の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, h=40mm



(a) L_{ou}=335mm



(b) L_{od}=305mm

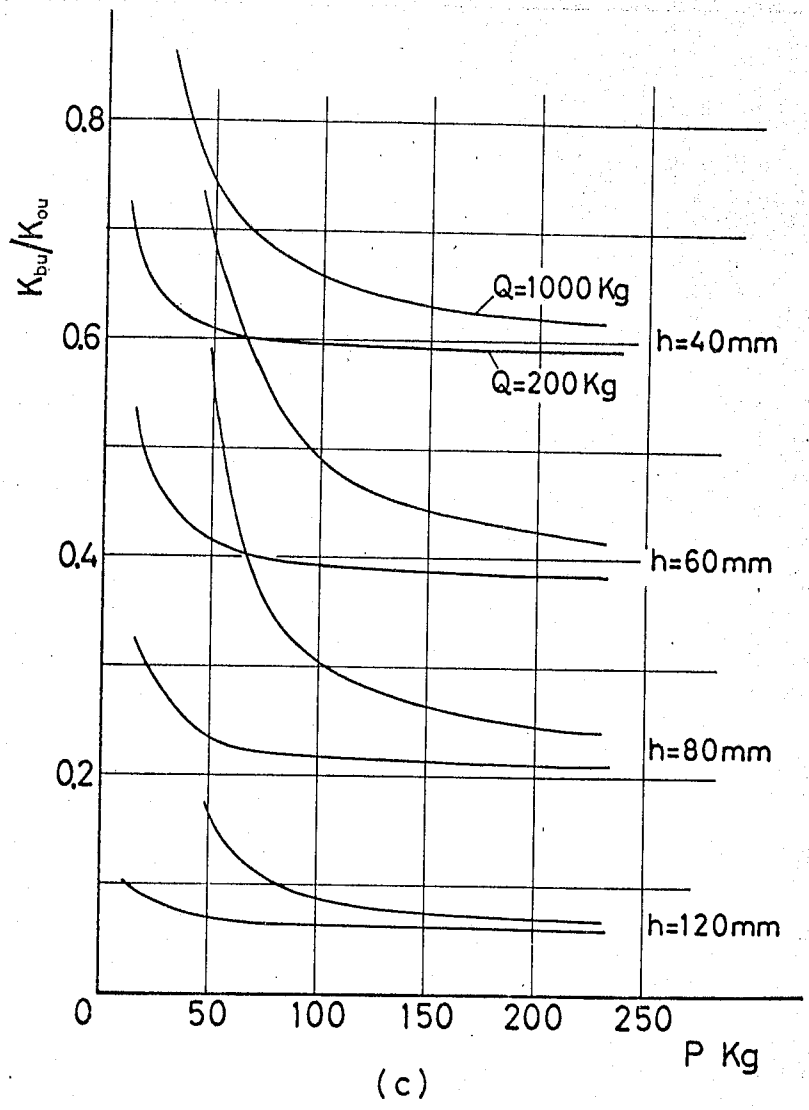


図5-34 梁の厚さによる曲げ剛性比の変化
d=M12, s_a=60mm, b=40mm

に示す．これらの図より梁の突出し長さ，梁の厚さを変えたときの理論値と実験値の関係はその誤差に多少の差はあるもののいずれの場合でもほとんど同じ状態にあるとみなせ，近似モデルによる理論解析方法はほぼ成立すると云える．また，これらの図よりも判るように梁の突出し長さを短かくしたり，梁を厚くするに従って剛性比

は小さくなり,ボルト締結による剛性の低下の大きいことが理論的にも示され，これは第2章の実験結果とも一致する．故に，第2章で述べたボルト結合部の垂直曲げ静剛性にもっとも大きく影響する因子は梁の曲げ剛さと締結ボルト径の相対関係であると云う結論は理論的にも証明されたことになる．

ここで，図5-34の場合にボルト締付力 200kg，梁の厚さ 60mmのとき，実験値が理論値にくらべ低くなっているが，この現象は既に説明した締結ボルトM6の場合と同様なボルトねじ部等の附加撓みが梁の厚いために生じやすくなったことによるものと考えられる．また，この現象は梁の突出し長さを短かくした場合よりも梁を厚くしたときの方が幾分大きくあらわれる．

更に，本理論の成立しやすい上方向曲げについて締結される梁の厚さと突出し長さの影響を検討してみると，その結果の1例は図5-34(c)に示すようになり，梁の厚さが非常に薄いとき，または非常に厚いときには締付力依存性が弱くなり，ある厚さの範囲内で締付力依存性が強くなること，曲げ荷重依存性も同様な傾向を示すこと，

並らびに，これら依存性は突出し長さを短かくした場合に顕著となること，が判り，締結される梁自体の持つ曲げ剛性と締結ボルト径の相対関係が曲げ荷重依存性，締付力依存性にも大きく影響することが判る．

5·2·6　近似モデルによる曲げ静剛性の理論解析方法の適用範囲

近似モデルを用いて算出された曲げ静剛性の理論値と実験値の比較結果によると，本節で取扱った近似モデルによるボルト結合部の垂直曲げ静剛性の理論解析方法は，多数締結のように締結ボルト本数が多くなると解析の近似度は低下してくるとは云え，作用する曲げ荷重により結合面に隙間の生じやすい締結状態，すなわち，締結ボルトの伸びやすいボルト結合部に実用上十分な近似度で適用できる方法であり，容易に各ボルト結合部因子の影響を理論的に検討できる方法であることが判った．

しかし，前項でも既に説明したように，次のような二つの範囲では理論値と実験値の差が大きく，また，その傾向も合わなくなり，本解析方法を適用することに問題がある．

(i) 締結される梁の一端固定状態の曲げ静剛性 K_{ou}, K_{od} と締結ボルトのばね定数 k_b の比である K_{ou}/k_b, K_{od}/k_b が小さく，且つ Q/P が大きい範囲内の下方向曲げ静剛性．

(ii) K_{ou}/k_b が大きく，Q/P がふさい範囲内の上方向曲げ静剛性．

以上のような近似モデルによる解析方法を適用できない二つの範囲のうち実用上問題になるのは締結ボルトの締付力が大きいときに生じやすい前者の範囲である．この範囲で本節で取扱った解析方法の適用できない原因は既に説明したとおりであり，図5-18に示したようなモデルを用いて解析すれば，解決されると考えられる．但し，その際には前項でも考察したように，ベース，ベースエッジ部のばね作用が結合面の表面粗さ，結合面の形状，寸法等に関係するうえに，更に撓みにも関係する非線形なものであることを考慮する必要があり，これらを考慮して解析するには第3章，第4章で述べたような基礎研究を更に詳細に行なった上でないと，現状では困難である．

しかし，このような状態は主に曲げ荷重が作用したと

きに結合面が離れない状態なので，図5-35に示すような，梁とベースの間に結合面全体にわたって一様な垂直方向のばねが密に作用する，いわゆる弾性床上の梁としてボルト結合部をモデル化すれば，簡単にボルト締結片持梁の曲げ静剛性を近似的に解析できると考えられる．

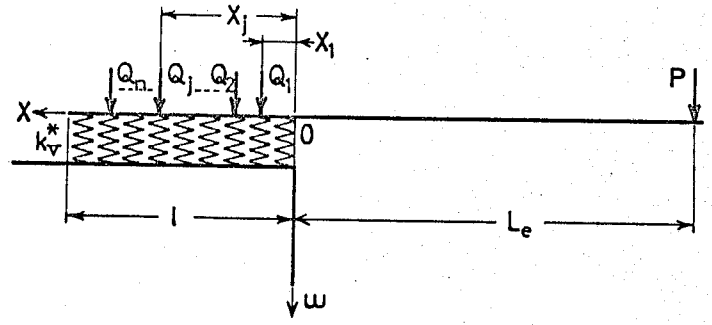


図5-35

なお，このモデルで重要な床の弾性係数 k_v^* は第3章で説明した方法により容易に測定できる．

いま，図示のようなボルト結合部のモデルを考えると，曲げ荷重の作用点に於ける梁の曲げによる撓みはボルト締付力 Q_j による撓みと曲げ荷重Pによる撓みを加えたものとなるので，初めにボルト締付力 Q_j による梁の先端撓み w_a について解析する．

計算の便宜上図5-35に同時に示したような座標系をとると，梁の撓み曲線は次のように与えられる[20]．

$$w=e^{\beta_v x}(A\cos\beta_v x+B\sin\beta_v x)+e^{-\beta_v x}(C\cos\beta_v x+D\sin\beta_v x) \qquad \text{--------(5-54)}$$

但し，$\beta_V=\sqrt[4]{k_V/4EI}$ ，$I=bh^3/12$ ，$k_V=b\cdot k_V^*$ ，E：梁の縦弾性係数，b：梁の幅，h：梁の厚さ，A, B, C, D：積分定数．

従って，ボルト締付力 Q_j による梁の先端撓みは

$$w_{Q_j}=(A+C)+(A+2B-C)L\beta_V \text{ --------(5-55)}$$

となる．

ここで問題としているのは締付力 Q_j の右側，すなわち，$0\leqq x\leqq x_j$ であるので，積分定数は次の境界条件より求まる．

$x=0$ にて　$EI\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)_{x=0}=0$ ，$EI\left(\frac{d^3w}{dx^3}\right)_{x=0}=0$

$x=x_j$ にて　$\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=x_j}=0$ ，$EI\left(\frac{d^3w}{dx^3}\right)_{x=x_j}=-Q_j/2$

これらの条件を式(5-54)に代入すると，次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}
&B-D=0\\
&-A+B+C+D=0\\
&e^{\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j-\sin\beta_V x_j)A+e^{\beta_V x_j}(\sin\beta_V x_j+\cos\beta_V x_j)B\\
&\quad -e^{-\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j+\sin\beta_V x_j)C+e^{-\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j-\sin\beta_V x_j)D=0\\
&-e^{\beta_V x_j}(\sin\beta_V x_j+\cos\beta_V x_j)A+e^{\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j-\sin\beta_V x_j)B\\
&+e^{-\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j-\sin\beta_V x_j)C+e^{-\beta_V x_j}(\cos\beta_V x_j+\sin\beta_V x_j)D=-\frac{Q_j}{2EI}\cdot\frac{1}{2\beta^3}
\end{aligned}\right\}\text{----(5-56)}$$

式(5-56)よりA, B, C, D, を求め, 式(5-55)に代入すると,

$$w_{Qj}=\frac{Q_j}{4\beta_V^3 EI}\cdot\frac{\{\cos\beta_V x_j\cosh\beta_V x_j+\beta_V L_e(\sin\beta_V x_j\cosh\beta_V x_j-\cos\beta_V x_j\sinh\beta_V x_j)\}}{(\sinh\beta_V x_j\cos\beta_V x_j+\cosh\beta_V x_j\sin\beta_V x_j)}$$

------(5-57)

一般のボルト結合部では締結ボルトが多数存在するので, いま同一締付力状態を考えると, z_{nj} を $x=x_j$ の位置に於ける締結ボルト本数として, これらすべてのボルト締付力による梁の先端撓み w_{Qmax} は

$$w_{Qmax}=\sum_{j=1}^{n}w_{Qj}=\frac{Q}{4\beta_V^3 EI}G_{on}^*(\lambda,K)\quad\text{-------(5-58)}$$

但し,

$$G_{on}^*(\lambda,K)=\sum_{j=1}^{n}z_{nj}\frac{\{\cos\beta_V x_j\cosh\beta_V x_j+\beta_V L_e(\sin\beta_V x_j\cosh\beta_V x_j-\cos\beta_V x_j\sinh\beta_V x_j)\}}{(\sinh\beta_V x_j\cos\beta_V x_j+\cosh\beta_V x_j\sin\beta_V x_j)}$$

次に, 作用する曲げ荷重による撓み w_{Pmax} は次節で詳しく述べてあるが, 式中の β_h を β_V におきかえれば, 式(5-59)のようになる.

$$w_{Pmax}=\frac{PL_e^3}{3EI}+H^*(\lambda,K)P\quad\text{-------(5-59)}$$

従って, 梁の曲げによる撓みのみを考慮した場合には, 梁の荷重点に於ける撓み δ_V は次のようになる.

$$K_{oV}\delta_V=F^*(\lambda,K)P-G_{on}^*(\lambda,K)Q\quad\text{-------(5-60)}$$

但し，

$$F^*(\lambda,\kappa)=1+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{(\beta_T L_e)^2}\cdot\frac{1}{\cosh(2\beta_T l)-1}\left[L_e\beta_T\{\sin(2\beta_T l)+2\sinh(2\beta_T l)-2\cos(2\beta_T l)\}-\frac{1}{(\beta_T L_e)}\{\sinh(2\beta_T l)-\sin(2\beta_T l)\}\right]$$

$$G_m^*(\lambda,\kappa)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{(\beta_T L_e)^3}\cdot G_{on}^*(\lambda,\kappa)$$

よって，もっとも基本的な直列二本ボルト締結梁の結合面が離れない状態における曲げ静剛性は上方向曲げ，下方向曲げとも同じ表示となり，次式で与えられる．

$$K_{bT}=\frac{K_{oT}}{F^*(\lambda,\kappa)-G_2^*(\lambda,\kappa)Q/P} \qquad \text{-------- (5-61)}$$

以上のような理論解析の妥当性を検討するため，第2章の実験で曲げ荷重が作用したときに結合面が離れなかった典型的な例である梁の厚さ24mmの下方向曲げについて，式(5-61)を用いて数値計算

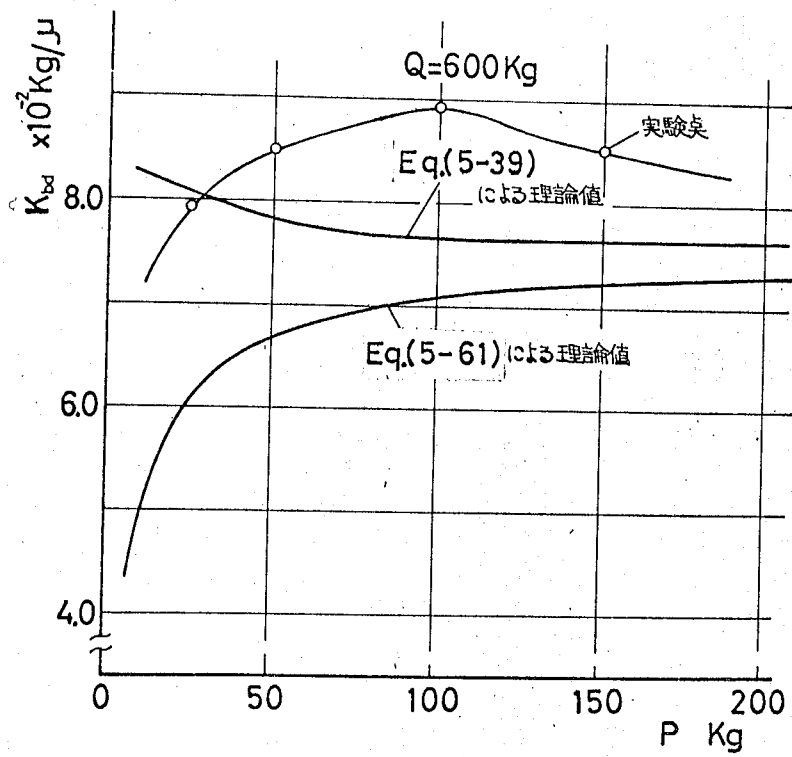


図5-36 結合面が離れないことを考慮したときの曲げ荷重依存性
d=M12, s_a=60mm, b=40mm, h=24mm, L_e=305mm

した結果を図5-36に示す．なお，図には参考のため，式(5-39)による計算結果と実験点も同時に示してある．

図によれば，式(5-61)による理論値は定量的な誤差は20~30％と多少大きいが，曲げ荷重依存性の傾向は実験値と良く合っていて以上のようなモデルはほぼ妥当と考えられる．

以上の考察より，近似モデルを用いてボルト締結梁の垂直曲げ静剛性を理論的に算出する方法の適用範囲は作用する曲げ荷重により結合面が離れるか，否かによって定まり，本節で取扱った等価ばね支点のモデルは図5-37に示すBの部分が適用範囲となることが判る．

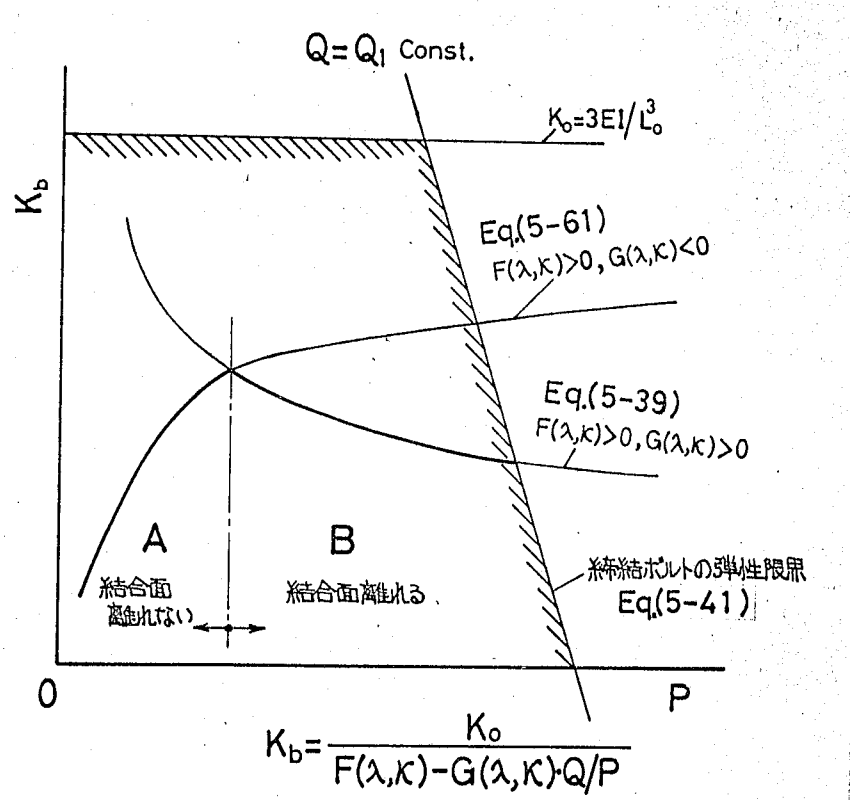


図5-37 曲げ静剛性の近似モデルによる理論解の適用範囲

図5-37は近似モデルの適用範囲を定性的に説明したものであって，斜線内が締結ボルトの弾性限界等の制約条

件により定まる適用限界の範囲であり，太い実線が曲げ静剛性の理論値を示している．

一般的に下方向曲げではAの部分が広く，Bの部分は狭くなるが，上方向曲げでは締結ボルトが伸びやすいのでこれと逆になり，Aの部分はほとんどなくなる．従って，本節で取扱った等価ばね支点のモデルが上方向曲げでは広い範囲にわたって使用できることになる．なお，添字を省略して曲げ静剛性を与える式の一般的な表示を

$$K_b=\frac{K_0}{F(\lambda,\kappa)-G_r(\lambda,\kappa)Q/p}$$

とすると，Aの部分では$G_r(\lambda,\kappa)$は負の値を示し，Bの部分では正の値を示す．

以上述べたように，本節で取扱った近似モデルを考えてボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性を理論解析する方法は多くの仮定にもかかわらず比較的良い結果を示すが，5.2.5項の実験値との比較のところでも明らかにしたように，解析の仮定の妥当性や近似モデル化に起因する問題点はまだ存在している．例えば，具体的には，上方向曲げでもっとも問題となる式(5-1)で与えられる締結ボルトのばね定数は実際の値より大きいので，図5-15に示すように理論値は実験値より高くなる．又，下方向曲げ

で問題となるベースエッジ部のばね定数 k_{edge} は式(5-3)で与えられ，l_s により大きく影響されるが，計算の際に一定と仮定しているこの l_s の値は曲げ荷重，締付力，締付間隔等により変わるので，図5-17に示すように理論値と実験値の相互関係は変わる．しかし，仮定した締結ボルトのばね定数，ベース，ベースエッジ部のばね定数を実際の値に近付ければ，理論値は実験値と一致する傾向にあるので，今後これらの点について研究を進めれば解析の近似度は更に良くなるものと考えられる．

§5·3 直列二本ボルト締結梁の横剛性値の理論解析

第2章の実験的な研究で明らかにしたようにA形式のボルト結合部の横曲げ静剛性は垂直曲げ静剛性とその挙動が大きく異なるので，横剛性値と限界曲げ荷重でその特性を把握する必要があるが，このうち限界曲げ荷重はテーパピン，ガイドキー等を用いることにより実用上問題のない値に迄増加させ得る．また，テーパピン，ガイドキーを使用したときの横剛性値はほぼボルト締結のみの横剛性値に近いので，横曲げ静剛性の解析は基本的には直列二本ボルト締結梁の横剛性値について検討すれば十分と思われる．

従って，本節ではボルト結合部の横曲げに対する近似モデルを考え，これを直列二本締結状態に適用して横剛性値の理論的な検討を行なっている．

5·3·1 ボルト締結片持梁の近似モデル

既に明らかにしたようにボルト締結片持梁の横剛性値はボルト締付力によって結合面に生ずる締付圧力分布形状に支配される．従って，横剛性値の理論解析を行なう

際には数多いボルト結合部影響因子を簡単な代表的な因子，すなわち締付圧力作用範囲と締付圧力の二因子に整理できれば便利である．

よって，良く知られているRötscherの圧力円錐を用いてボルト結合部の近似モデルを考えることにするが，この方法によれば，ボルト結合部に於ける締結ボルト径，締付間隔，締結ボルト位置，並びに梁の幅と厚さが締付圧力作用範囲として，また，ボルト締付力はこの作用範囲内の平均締付圧力として処理できる．

また，第4章で実験的に確認したボルト締結された二平面接合部に存在する横方向のばね作用は締付圧力作用範囲内に存在すると考えられる．従って，ボルト締結梁はこの部分において横方向ばねに支えられることになり，いわゆる弾性床上におかれた片持梁としてモデル化するのが妥当であると考えられる．

この場合，次の二つの状態が考えられる．

(i) 結合面積に対して締付圧力作用範囲が小さい場合

この状態では締結ボルト位置に集中ばねが存在するものと考えられ，垂直曲げの場合と同様にボルト締結梁は

直列多数ばね支点支持片持梁としてモデル化するのが妥当である.

(ii) 結合面積に対して締付圧力作用範囲が十分な大きさの場合. この状態は実際の工作機械に於けるボルト結合部や他の多くのボルト結合部に相当し, 圧力円錐の重なり状態によって, 各位置において異なる床の弾性係数を有する弾性床上の梁としてモデル化できる.

本研究の場合は後者に相当する状態なので, いま, 1例として第2章の実験に用いた締結ボルトM12, 締付間隔40mm, 90mmの場合についてその圧力円錐状態を検討してみると, 図5-38に示すようになるので, これらの各々

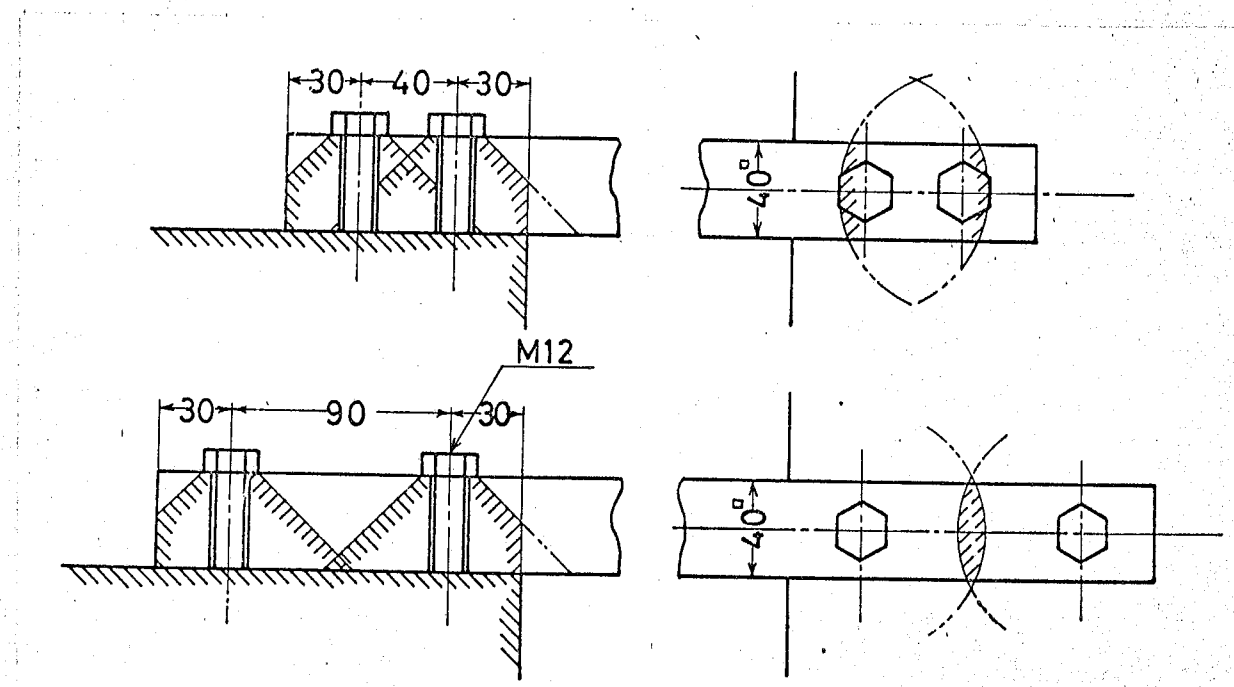


図5-38

についてモデル化を行なうと図5-39のような二つのモデルが考えられる.

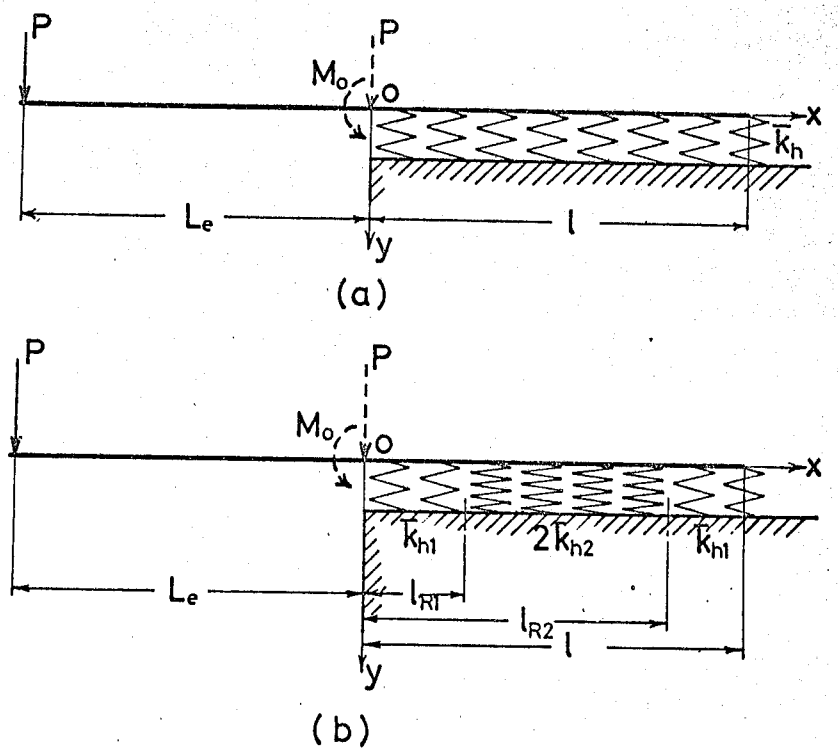


図5-39 横曲げにおける直列二本ボルト締結梁の近似モデル

このモデルで問題になるのは床の弾性係数k_hの値，並びに圧力円錐が重なっていない部分の床の弾性係数k_{h1}と重なっている部分のk_{h2}の比であるが，このような横方向のばね作用については既に第4章で取扱っているので，ここではその結果を用いて床の弾性係数k_hの値を次のように定める.

実際の工作機械のボルト結合部では多くの場合に平均締付圧力$\bar{p}_c$が約2.0 kg/mm² 以下のことが多いので，横方向

ばねのばね定数 $\bar{k}_h$ と $\bar{p}_z$ は第4章の例でも判るように必ずしも直線関係ではないが，ここで取扱っているボルト締結梁では $\bar{p}_z \leqq 0.5\ kg/mm^2$ なので，$\bar{k}_h$ と $\bar{p}_z$ は直線関係を示す範囲である．従って，このモデルでは圧力円錐の重なる範囲で床の弾性係数は圧力円錐単一のときの2倍になるものと考え，$\bar{k}_{h2} = 2\bar{k}_{h1}$ とし，更にボルト穴の存在による接触面積の減少は無視することにする．また，$\bar{k}_h$ の値としては第4章で説明したような測定方法により得られる単位面積当りのばね定数 k_h^* を使用して，$\bar{k}_h = b \cdot k_h^*$ とする．

5·3·2　横剛性値の理論解析と考察

ボルト結合部を前項のようにモデル化すると，次のように弾性床上の梁の理論から横剛性値が簡単に求まる．なお，このモデルより判るように本理論では横剛性値に曲げ荷重依存性があらわれない．

(1) 締付圧力影響範囲が一様とみなせる場合（図5-39a）

図示のように座標系をとり，P：横曲げ荷重，$\bar{k}_{h1}$：床の弾性係数，b：梁の幅，h：梁の厚さ，とすると，$x \geqq 0$ の範囲では弾性床上の有限梁とみなせる．

よって，

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = -\bar{k}_{h1}y \quad \text{------(5-62)}$$

但し， E:梁の縦弾性係数， $I = bh^3/12$

従って，この梁の荷重点に於ける撓みは $PL_e^3/3EI$ に $(y)_{x=0}$ と $(dy/dx)_{x=0}\cdot L_e$ を加えたものとなる．

いま， $x \geqq 0$ の部分について考えると， $\beta_h = \sqrt[4]{\bar{k}_h/4EI}$ として式(5-62)の一般解は次のようになる．

$$y = e^{\beta_h x}(A\cos\beta_h x + B\sin\beta_h x) + e^{-\beta_h x}(C\cos\beta_h x + D\sin\beta_h x) \quad \text{-----(5-63)}$$

ここで， A, B, C, D, は積分定数であり，梁が有限であるための次の境界条件により定まる．

$$EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0} = -PL_e, \quad EI\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0} = -P,$$

$$EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=l} = 0, \quad EI\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=l} = 0.$$

式(5-63)を微分してこの境界条件を代入すると式(5-64)が得られる．

$$\left.\begin{aligned}
&\{-e^{\beta_h l}\sin\beta_h l\}A + \{e^{\beta_h l}\cos\beta_h l\}B + \{e^{-\beta_h l}\sin\beta_h l\}C + \{-e^{-\beta_h l}\cos\beta_h l\}D = 0 \\
&-\{e^{\beta_h l}(\sin\beta_h l + \cos\beta_h l)\}A + \{e^{\beta_h l}(\cos\beta_h l - \sin\beta_h l)\}B \\
&\quad + \{e^{-\beta_h l}(-\sin\beta_h l + \cos\beta_h l)\}C + \{e^{-\beta_h l}(\cos\beta_h l + \sin\beta_h l)\}D = 0 \\
&B - D = -PL_e/2\beta_h^2 EI \\
&-A + B + C + D = -P/2\beta_h^3 EI
\end{aligned}\right\} \text{----}$$

----(5-64)

式(5-64)を解いて積分定数を求め，式(5-63)より $(y)_{x=0}=A+C$，$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}=\beta_h(A+B-C+D)$ であることを考慮すると，先端撓み δ_h は次のように与えられる．

$$\delta_h=y_{max}=PL_e^3/3EI+(A+C)+L_e\beta_h(A+B-C+D)$$

故に，結合部の寸法関係，締付力により定まる関数として次のような $H(\lambda,K)$ を導入すると，

$$\delta_h=PL_e^3/3EI+H(\lambda,K)P \quad \text{------(5-65)}$$

但し，$H(\lambda,K)=\frac{L_e}{2\beta_h^2EI}H_0(\lambda,K)$

$$H_0(\lambda,K)=\frac{1}{\cosh(2\beta_hl)-1}\left[L_e\beta_h\{\sin(2\beta_hl)+2\sinh(2\beta_hl)-2\cos(2\beta_hl)\}-\frac{1}{\beta_hL_e}\{\sinh(2\beta_hl)-\sin(2\beta_hl)\}\right]$$

よって，横剛性値 K_{bh} は次のようになる．

$$K_{bh}=\frac{K_{oh}}{1+H(\lambda,K)K_{oh}} \quad \text{-------(5-66)}$$

ここで，$K_{oh}=3EI/L_e^3$

(2) 締付圧力影響範囲が重なる場合（図5-39b）

以上の解析でも判るように横剛性値はばね定数 K_h に大きく影響される．すなわち，β_h によって支配されるが，例えば図5-38の例について圧力影響範囲の重なる場合の β_{h2} と重ならない場合の β_{h1} について比較すると，$\beta_{h2}/\beta_{h1}\fallingdotseq1.2$

となる．従って，各々の場合に於けるβ_nの値には大きな差はないと考えられるので，これよりも本2章の実験で明らかにした横剛性値には締付間隔依存性が明白にあらわれないことが証明される．

故に，概略計算には圧力影響範囲が重なる場合でも式(5-66)を用いれば良いことが判る．しかし，厳密に計算するには次のように行なう必要がある．

いま，このような状態について図5-39(b)のように座標系をとると，撓みについて各部分で式(5-63)が成立する．このとき積分定数は下記のような境界条件，連続条件により決定される．

境界条件：$x=0$にて $EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}=-PL_e$，$EI\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}=-P$，

$x=l$にて $EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=l}=0$，$EI\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=l}=0$，

連続条件：$x=l_{R1}$，$x=l_{R2}$にて y，dy/dx，d^2y/dx^2，d^3y/dx^3 は連続．

ここでは，以上の条件により求まる積分定数は計算が面倒なため，電子計算機によるものとし，横剛性値の式は省略する．

図5-40には以上の解析結果を適用した1例として，締

付間隔 40mm, 90mm の場合について求めた理論値と実験値とを比較した結果を示す.

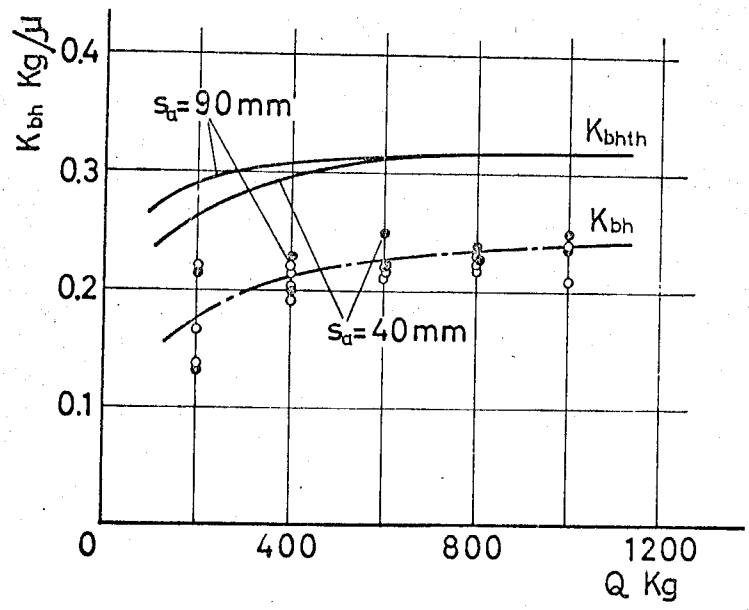


図5-40 横剛性値の理論値と実験値の比較
d=M12, z_n=2, h=40mm, b=40mm, L_e=305mm

図より, 以上のようなモデルによる理論値は実験値と傾向は良く合うが, 定量的には 20~40% 高い値を示すことが判る. この誤差は締付力が小さいとき, 並びに圧力円錐が重ならないときの方が大きいので, 解析に用いたような理想的な横方向ばねは実際の結合面ではうねり, 接合部の形状誤差, 被締付け材の変形等のために実現しにくいことを示している. 従って, 第3章の垂直方向接触剛性で取扱ったのと同様な, ボルト結合部の特性を考慮した横方向接触剛性について今後研究を進め, このような状態での k_h^* の低下について明らかにすれば, 解析の精度は高くなると思われる.

しかしながら締付力が低い場合を除けば，本章で述べたモデルによる横剛性値の解析方法は第2章で述べた実験結果とも良くその傾向が一致するので，横剛性値の近似理論解析として適しているものと考えられる．なお，計算を行なう際に必要なk_hの値は本実験にできるだけ等しい表面状態の試片について第4章で述べた方法により測定したk_h^*の値から計算しているが，表5-1に計算に使用したk_h^*の値を示す．

平均締付圧力 $\bar{P}_1$ Kg/mm²	単位面積当りの横方向接触剛性 k_h^* Kg/μ·1/mm²
0.07 (200)	0.023
0.14 (400)	0.043
0.21 (600)	0.058
0.28 (800)	0.069
0.35 (1000)	0.078

注)（ ）内はボルト締付力の値

表 5-1 計算に使用したk_h^*の値

§5·4　まとめ

ボルト結合部の曲げ静剛性が示す特異性，並らびに曲げ静剛性とボルト結合部各因子との関係，について検討した第2章の実験結果，更にボルト結合部の基本要素である二平面接合部の接触剛性に関する第3章，第4章の研究結果を参考にして，本章ではボルト結合部の近似モデルを考えることにより，その曲げ静剛性の理論的な算出方法について解析を行なった．

その結果によると，まだ多少の問題点はあるものの，各曲げ静剛性は以下に説明するような簡単な式として表示され，この式を用いることにより第2章で述べた多くの実験結果や梁の曲げこわさと締結ボルトのばね定数との相対関係がボルト結合部曲げ静剛性の支配的な要因であること等を良く説明できる他にボルト締結梁の曲げ静剛性の示す非線形性などの挙動の考察も理論的にできることが明らかとなった．

垂直曲げ静剛性は曲げ荷重の方向等を示す添字を省略すると，一般的に

$$K_b = \frac{K_0}{F(\lambda,\kappa) - G(\lambda,\kappa)Q/P}$$

として表示され，曲げ荷重が作用したときに結合面が離れる締結状態か否かによりその適用範囲は定まり，本文中で説明した曲げ静剛性を与える各式は図5-41に示すような適用範囲となる．

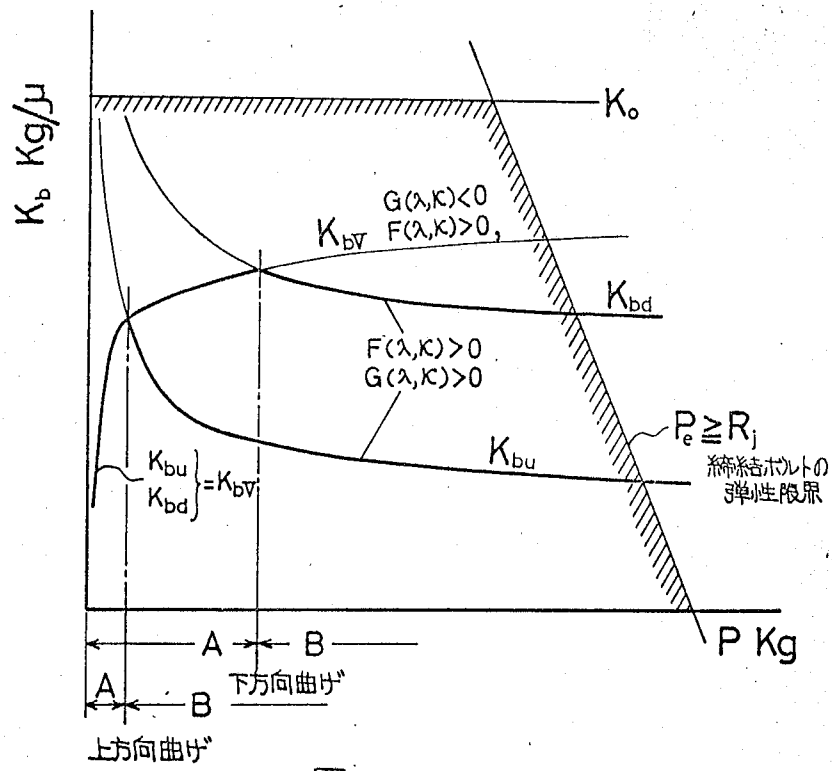


図5-41

A: 曲げ荷重の作用により結合面の離れない範囲
B: 曲げ荷重の作用により結合面の離れる範囲

本章で主に取扱った等価ばね支点を導入した近似モデルにより解析される垂直曲げ静剛性は図中のBの部分，すなわち，結合面が離れやすい状態に適用できるものである．従って，この範囲内では理論値と実験値の傾向は

良く一致し，定量的にも最大約20％程度の差を示すのみであり，数値計算の結果でも$F(\lambda,\kappa)$, $G(\lambda,\kappa)$は正の値になって，ボルト締結片持梁の垂直曲げ静剛性を上述の式により実用上十分な近似度で解析できる．

しかし，このような理論解析は図中のAの部分には適用できず，本研究の場合には具体的に下方向曲げでK_{od}/k_bが小さく，Q/Pが大きい条件，又は締結本数の多い条件のときがこれに相当する．

また，この他に等価ばね支点を用いた近似モデルによる垂直曲げ静剛性の解析方法には次のような問題点が存在する．

(i) 上方向曲げに於てK_{ou}/k_bが大きく，Q/Pが小さい締結条件のときに解析の近似度が低下してくる．これは主に締結ボルトのばね作用が示す非線形性に関係するものと思われる．

(ii) 複列多数ボルト締結のように締結ボルト本数が多くなると，各締結ボルトの伸びが左右で不均一になるため，解析の近似度は低下してくる．

従って，今後の課題は，以上のような問題点を解決す

るため，本章で述べた解析方法の修正と本章では簡単に触れているだけである曲げ荷重が作用したときに結合面に隙間の生じない状態に於ける垂直曲げ静剛性の詳細な理論解析を行なうことである．そのためには，第3章で考察したような二平面接合部の接触剛性の特性に関する更に基礎的な研究や結合面に於ける締結ボルトの締付力の有効作用範囲と分布形状の再検討等を行なうこと，並らびに本章では測定値を使用しているベース，ベースエッジ部の等価ばね定数の理論的な算出方法を研究することが必要である．

次に横剛性値は

$$K_{bh}=\frac{K_{oh}}{1+H(\lambda,k)K_{oh}}$$

として表示されるが，現状ではほとんど解明されていない二平面接合部に存在する横方向ばね作用のばね定数により計算値が主に与えられるので，本解析方法による理論値の近似度はまだ十分とは云えない．しかし，多少の誤差を認めれば十分実用になるものと思われ，今後横方向ばね作用に及ぼす接合面のうねり，ボルト締付力によ

る締結部分の変形等の影響を明らかにして，これらを考慮したばね定数を上式に用いれば，解析の近似度は高くなると考えられる．

第6章　ボルト結合部を考慮した模型則

§6・1　まえがき

一般にボルト結合部を考慮して工作機械の構造設計を行なうときに問題となるのは，(1)最適締結条件の決定方法，(2)ボルト結合部を考慮したC.A.D，(3)ボルト結合部を考慮した模型則の確立，の三つであると思われる.[18]

これらのうち実際に工作機械の構造設計を行なうときに問題となるのは，ボルト結合部の静剛性，または動剛性が最大となるような締結ボルトの締付力，締結位置等を決定する方法で，いわゆる(1)項の最適締結条件の決定方法である．しかし，実際に稼動している工作機械のボルト結合部には静的，動的な曲げ，ねじり荷重が単独な状態ではなくいろいろ組合わさった複雑な状態で作用する．従って，基本的な荷重状態のひとつ，例えば曲げ静荷重に対する最適締結条件は定められるとしても，実際の複雑な，組合わさった荷重状態に対しては同時に各々の結合部静，動剛性を最大にしたり，更に減衰能，周波数特性等を最良の状態にするような最適締結条件は定めにくいと思われる．しかしながら，組合わさった荷重状

態に対して結合部の静，動剛性などを最良の状態とはいかない迄も同時に良好な状態にする締結条件は存在すると考えられ，このような考えによる最適締結条件の存在の可能性は別の研究[22]で検討を行なっている．

また，工作機械構造のC.A.Dとボルト結合部の関連については「緒論」でその概略を説明したが，マトリックス法を用いたC.A.Dにボルト結合部を導入するときのもっとも大きな問題点はボルト結合部の静的，動的な挙動をマトリックス法に適するようにモデル化することである．ボルト結合部の基本要素である締結ボルトと接合面はいずれもその弾性変形が非線形であるので，静剛性に関するモデル化でも相当面倒なものとなり，動剛性ともなればボルト結合部の減衰能，周波数特性等が更に加わるので，モデル化は一層困難になることが予想されるものの，マトリックス法のひとつであるDirect Stiffness Methodを用いたり，Finite Element Methodを用いれば，工作機械構造を梁，トラス，平板等の部材の集合体として取扱い，ボルト結合部を考慮したC.A.Dは可能であると考えられる．

しかし，これらの問題について実用に供しうるような結果を提出するには本論文の研究だけでは不可能であり，今後研究を重ねた結果として導びけるものと思われる．

以上のような二つの問題点に対して才(3)項の模型則の問題は前章迄に述べた本論文の結果を用いれば検討ができ，実際の工作機械の構造設計の面でも十分有効である．また，ボルト結合部の特性を検討する際には，実際の機械を用いると研究上いろいろと困難な点が多いので，基礎的な実験，研究は実際の機械を縮尺した小さな形状の試験片を用いて行なうことが多い．従って，得られた多数の有益な結果を実際の工作機械に適用する際の法則，すなわち模型と実機の関連を示す模型則，を確立しなければ，これらの基礎的な研究の結果を有効に利用することはできないので，このような点からも模型則の確立が必要である．

従来より，このような模型を使用して曲げ，ねじり荷重が作用するときの剛性を実験的に求め，その結果を設計に応用する模型実験は簡単に，比較的良好な結果を得

ることができるので，工作機械を設計するときの補助手段として，しばしば用いられている．

この場合に問題となる模型則に関しては，基本構造要素部品単体を対象として，従来よりThornley[32]，Opitz[21]らにより詳細に研究されている．それらの結果によると，模型実験で高い精度の結果が得られるのは，例えばコラム，ベースのような構造要素単体で縮尺比が1/3位迄の場合であることが明らかにされている．この実機と模型の縮尺比が1/3という値は種々の機械について調らべると十分実用になる値であり，模型則が実用上有効である裏づけとなっている．

しかし，案内結合，ボルト結合のような結合部のある場合には，模型則の精度は大きく低下し，模型則は成立しないと云われているのみで，結合部の存在する状態での模型則は従来ほとんど研究されていないので，その特性は判っていないが，模型則を更に有効なものとして工作機械全体の剛性を模型実験によって求めるためには，このような結合部の模型則に及ぼす影響を研究する必要がある．

従って，本章ではボルト結合部の存在するときの曲げ静剛性の模型則について，前章迄の結果を用いて理論的に検討すると同時に，図6-1に示すようなもっとも基本的な直列二本ボルト締結片持梁を用いて，実験的にも検討した結果を述べている．

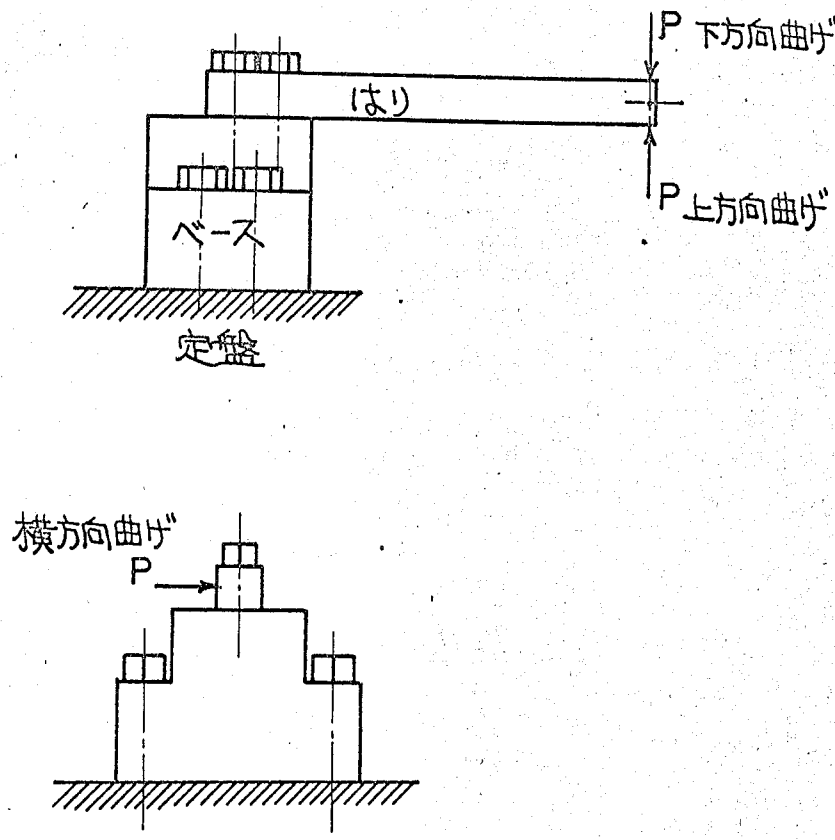


図6-1

§6・2　模型則の理論的な検討

一般にボルト結合部を有する梁の示す曲げ静剛性は第5章で述べたように近似モデルを用いて計算され，ボルト締結本数，配列位置等に関係なく，直列二本ボルト締結片持梁の近似モデルが示す結合部曲げ静剛性と同じ形の式で与えられる．よって，それらの結果を参考にして以下のようにボルト結合部の存在を考慮した模型則について理論的な検討を行なった．

6・2・1 垂直曲げ静剛性の場合

(a) 作用曲げ荷重により結合面の離れる場合

前章で明らかにしたように，上方向曲げ，下方向曲げのような垂直曲げの場合には，曲げ静剛性は次式で与えられる．

$$K_b = \frac{K_0}{F(\lambda,\kappa) - G_r(\lambda,\kappa)\,Q/P} \qquad \text{--------(6-1)}$$

但し，P：作用曲げ荷重，Q：ボルト締付力

K_0：仮想片持梁のばね定数 $= 3EI/L_0^3$

K_b：ボルト締結梁の曲げ静剛性

L_0：仮想片持梁の突出し長さ

下方向曲げでは $L_0=L_e$，上方向曲げでは $L_0=L_e+l_f$.

I：梁の断面二次モーメント

E：梁の縦弾性係数

ここで，$F(\lambda,K)$，$G(\lambda,K)$ はボルト締結梁の寸法比，ベースの等価ばね定数と締結ボルトのばね定数等により与えられる関数であって，無次元量であり，$F(\lambda,K)$はボルト締結梁の撓みに及ぼす曲げ荷重の影響，$G(\lambda,K)$ はボルト締付力の影響を示している.

更に，第 j 番目の締結ボルト，またはベース部の等価支点に作用する反力は式(6-2)のようになる.

$$R_j=\frac{1}{\varphi}(\psi_j P-\xi_j Q)\quad j=1,2,3,\cdots n \qquad \cdots\cdots (6-2)$$

但し，nは近似モデルにおける支点の総数を示し，$n-1$が締結ボルト本数となる．また，φ，ψ_j，ξ_jは寸法比と各支点のばね定数の関数であり，ψ_j/φ，ξ_j/φは無次元量である.

いま，寸法長さの縮尺比（以後は寸法縮尺比と呼ぶ）λ_s，荷重の縮尺比（以後は荷重縮尺比と呼ぶ）K_s，として各記号に添字 m をつけて模型の場合を示すことにする

と,

$$I_m=\lambda_s^4 I \quad より \quad K_{om}=\frac{E_m}{E}\lambda_s K_o ,$$

更に, $F_m(\lambda,K)=F(\lambda,K)$, $G_{rm}(\lambda,K)=G_r(\lambda,K)$ より

$$K_{bm}=\frac{K_{om}}{F_m(\lambda,K)-G_{rm}(\lambda,K)Q_m/P_m}=\frac{(E_m/E)\lambda_s K_o}{F(\lambda,K)-G_r(\lambda,K)K_sQ/K_sP}$$

故に, $$K_{bm}=(E_m/E)\lambda_s K_b \quad ---------(6-3)$$

もし, 実機と模型の材質が同じならば, $E=E_m$ であるから, 模型則は簡単になり, 式(6-4)で与えられる.

$$K_{bm}=\lambda_s K_b \quad ---------(6-4)$$

次に, 締結ボルトの伸びについては, 式(6-2)より j 番目の支点反力について, $R_{jm}=(\psi_j/\varphi)P_m-(\xi_j/\varphi)Q_m=K_sR_j$ となるから, 例えば下方向曲げでは j 番目の締結ボルトの伸び w_{bj} は次のようになる.

$$w_{bj}=-R_j/k_{bj}+Q/k \quad --------(6-5)$$

ここで, k_{bj} は j 番目締結ボルトのばね定数, k はベース部の等価ばね定数, であるから, いま $k_{bm}=\lambda_s k_b$, $k_m=\lambda_s k$ なる関係が成立するものとすれば, 式(6-5)より

$$w_{bjm}=-K_sR_j/\lambda_s k_{bj}+K_sQ/\lambda_s k=(K_s/\lambda_s)w_{bj} \quad ------(6-6)$$

なお, 上方向曲げでは締結ボルトの撓み w_{bj} は $w_{bj}=R_j/k_{bj}$

$-Q/k$ で与えられるので，模型則は式(6-6)と同じになる．よって，$\lambda_s=\kappa_s$ ならば $w_{bjm}=w_{bj}$ となる．

以上より，作用曲げ荷重により結合面の離れる場合の垂直曲げに対しては，模型と実機が同一材質でかつ $\lambda_s=\kappa_s$ なる条件を満足するとき，模型則は次のような簡単な関係になる．

(1) 曲げ静剛性は寸法縮尺比 λ_s だけ減少する．

(2) 締結ボルトの伸びは縮尺比に関係なく，模型と実機で同じ値になる．

(b) 作用曲げ荷重により結合面が離れない場合

作用曲げ荷重により結合面が離れない場合の垂直曲げ静剛性は次式で与えられる．

$$K_{bv}=\frac{K_{ov}}{F^*(\lambda,\kappa)-G_m^*(\lambda,\kappa)Q/p} \qquad \text{--------(6-7)}$$

ここで，k_v を二平面接合部に存在する垂直方向ばねの単位長さ当りのばね定数とすると，$\beta_v=\sqrt[4]{k_v/4EI}$ であるので，更に，l = 梁とベースの接触部分の長さ，L_e = 梁の突出し長さ，とすれば，上式中の $F^*(\lambda,\kappa)$，$G_m^*(\lambda,\kappa)$ は $\beta_v l$，$\beta_v L_e$ 等によって定められる無次元量として与えられる．

従って，模型と実機の材質を同じものとし，更に結合

面の表面状態を同一として，$\bar{k}_{vm}=\bar{k}_v$が成立するようにすれば，$\beta_{vm}=\sqrt[4]{\bar{k}_{vm}/4EI_m}=\frac{1}{\lambda_s}\beta_v$ となるので，

$$(\beta_v l)_m=\beta_v l\ ,\quad (\beta_v L_e)_m=\beta_v L_e\ ,$$

よって，$F_m^*(\lambda,K)=F^*(\lambda,K)$，$G_{mm}^*(\lambda,K)=G_m^*(\lambda,K)$

故に，式(6-7)より

$$K_{bvm}=\frac{\lambda_s K_{ov}}{F_m^*(\lambda,K)-G_{mm}^*(\lambda,K)K_s Q/K_s P}=\lambda_s K_{bv} \quad \text{------(6-8)}$$

すなわち，$\bar{k}_{vm}=\bar{k}_v$を満足するならば，結合面の離れる場合と同様な模型則が成立する．

ここで問題となる$\bar{k}_{vm}=\bar{k}_v$の成立する条件は，このようなばね作用が垂直方向でも横方向でも本質的な特性は同じものであると考えられることより，次項の横曲げの模型則で検討を行なっているが，その結果によると$\lambda_s^2=K_s$のときに成立する．

6・2・2 横曲げ静剛性の場合

図6-1に示すように曲げ荷重が結合面と平行に作用する横曲げでは，表面性状，表面粗さがその曲げ静剛性に大きな影響を及ぼすが，その剛性は次式で与えられる．

$$K_{bh}=\frac{K_{oh}}{1+H(\lambda,K)K_{oh}} \quad \text{--------(6-9)}$$

ここで$\bar{k}_h$を二平面接合部に存在する横方向ばねのばね

定数とすると，

$$H(\lambda,K)=\frac{L_e}{2\beta_h^2 EI}H_0(\lambda,K)$$

但し，L_e：梁の突出し長さ，$\beta_h:\sqrt[4]{\bar{k}_h/4EI}$.

$H_0(\lambda,K)$：$\beta_h l$, $\beta_h L_e$によって定まる無次元量，

l：梁とベースの接触部分の長さ

故に，模型と実機の材質を同じものとして，更に結合面の表面性状，粗さ等を同一にすることにより$\bar{k}_{hm}=\bar{k}_h$が成立するようにすれば，$\beta_{hm}=\beta_h/\lambda_s$，$(\beta_h l)_m=\beta_h l$，$(L_e\beta_h)_m=(L_e\beta_h)$より　$H_{0m}(\lambda,K)=H_0(\lambda,K)$

よって，　$H_m(\lambda,K)=\frac{1}{\lambda_s}H(\lambda,K)$

故に，　$$K_{bhm}=\frac{\lambda_s K_{oh}}{1+\frac{1}{\lambda_s}H(\lambda,K)\lambda_s K_{oh}}=\lambda_s K_{bh}\text{-------(6-10)}$$

すなわち，$\bar{k}_{hm}=\bar{k}_h$を満足するならば，横曲げの場合にも垂直曲げと同様な模型則が成立することになる．

従って，次に$\bar{k}_{hm}=\bar{k}_h$が成立するための条件について検討する．いま，Rötscherの圧力円錐により定まるボルト締付力Qの作用する接触面積をS_R，その部分の平均締付圧力を$\bar{p}_i$とすると，$\bar{p}_i=Q/S_R$，

よって，$\bar{p}_{im}=(K_s/\lambda_s^2)\bar{p}_i$

また，A，ηを表面の性質，状態により定まる定数で

ηは1.0以下とすると，一般に明らかなように$\bar{k}_h = A\bar{\sigma}_x^{\eta}$であるから，

$$\bar{k}_{hm} = (\kappa_s/\lambda_s^2)^{\eta}\bar{k}_h \quad \text{--------(6-11)}$$

故に，$\lambda_s^2 = \kappa_s$なる条件のもとで$\bar{k}_{hm} = \bar{k}_h$が成立する．

従って，横曲げの場合には模型と実機が同一材質であって，かつ$\lambda_s^2 = \kappa_s$なる条件を満足するときに模型則は次のような簡単な関係になる．

「曲げ静剛性は寸法縮尺比λ_sだけ減少する」

§6·3　実験

前章で述べた理論的な検討の結果を確認するため，第2章のボルト結合部曲げ静剛性の実験的な研究に用いた実験装置を使用して，図6-2に示すような基本的な直列二本ボルト締結梁を用いて，寸法縮尺比 $\lambda_s = 1/1.5$，$1/3$ の二通りの場合に関して実験を行なった．実験は垂直曲げの場合，$\lambda_s = \kappa_s$，横曲げの場合，$\lambda_s^2 = \kappa_s$ なる条件が満足されるように，図6-2(a),(b)に示した寸法の梁とベースを用いて，表6-1に示す荷重，締付力条件のもとで行なっ

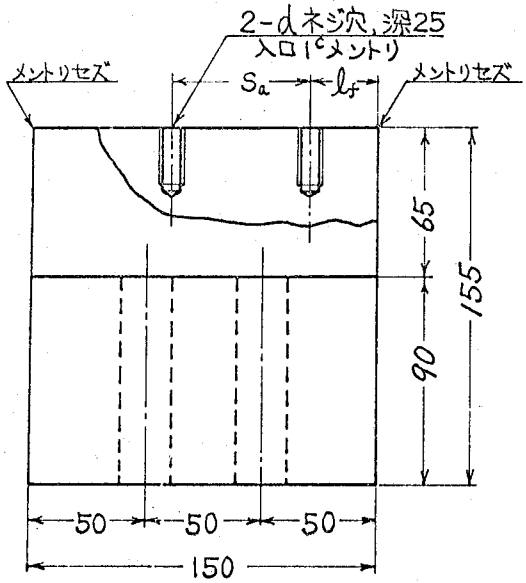
(a) 垂直曲げ

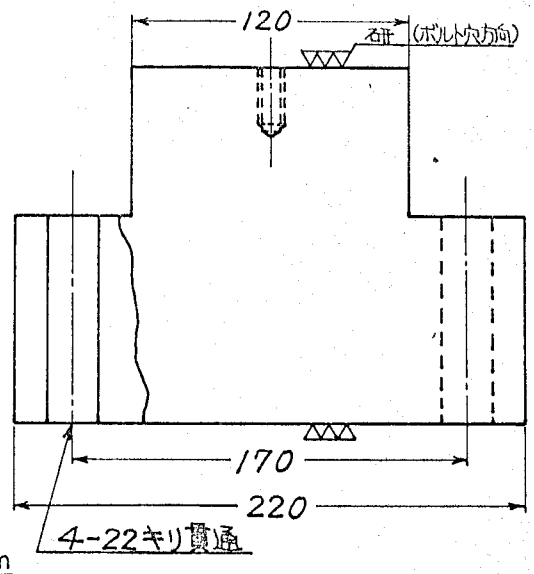
締結ボルト	曲げ荷重 P Kg，ボルト締付力 Q Kg					
M6	P	25	50	75	100	125
	Q	100	200	300	400	500
M12	P	50	100	150	200	250
	Q	200	400	600	800	1000
M18	P	75	150	225	300	375
	Q	300	600	900	1200	1500

(b) 横曲げ

締結ボルト	ボルト締付力 Q Kg				
M6	50	100	150	200	250
M12	200	400	600	800	1000
M18	450	900	1350	1800	2250

表6-1　荷重条件

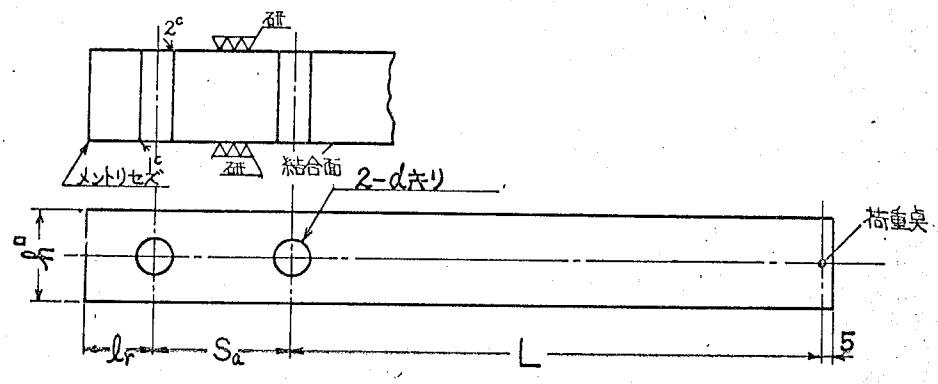




単位 mm

d	s_a	l_f
M6	30	15
M12	60	30
M18	90	45

材質：SS41B
結合面粗さ：h_{max}=2.5μ，研削



材質:SS41B，　結合面粗さ：h_{max}=1.0μ，研削

単位 mm

締結ボルト径	s_a	h	l_r	d_1
M6	30	20	15	7.2
M12	60	40	30	14
M18	90	60	45	20

注) Lは曲げ静剛性を変化させるため適当に変更した．

図 6-2　実験に使用したベースと梁の形状

ている．また，梁とベースの結合面は清浄な固体接触とするため，トリクレンで汚れ，油等をぬぐい去っている．

§6·4　実験結果，並らびに考察

前節で述べた方法により得られた実験結果は以下に締結ボルトM18を用いて結合する場合を実物とみなし，実験値を点で，理論値を実線で示してある．これらの結果よりわかったボルト結合を考慮したときの模型則の一般的特性は以下のとおりである．

6·4·1　垂直曲げ静剛性の場合

図6-3，図6-4に上方向曲げ，下方向曲げの場合について模型則の検討を行なった結果を，作用曲げ荷重により

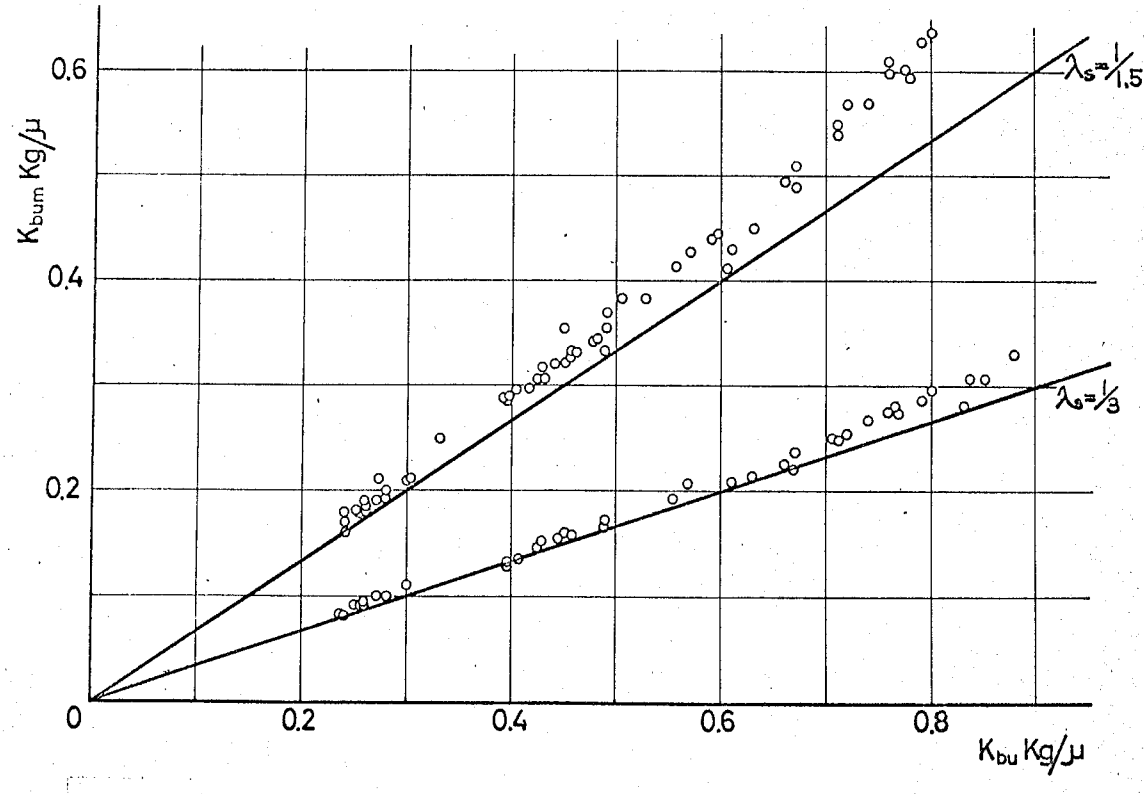


図6-3　模型則の理論値と実験値の比較（上方向曲げ静剛性）

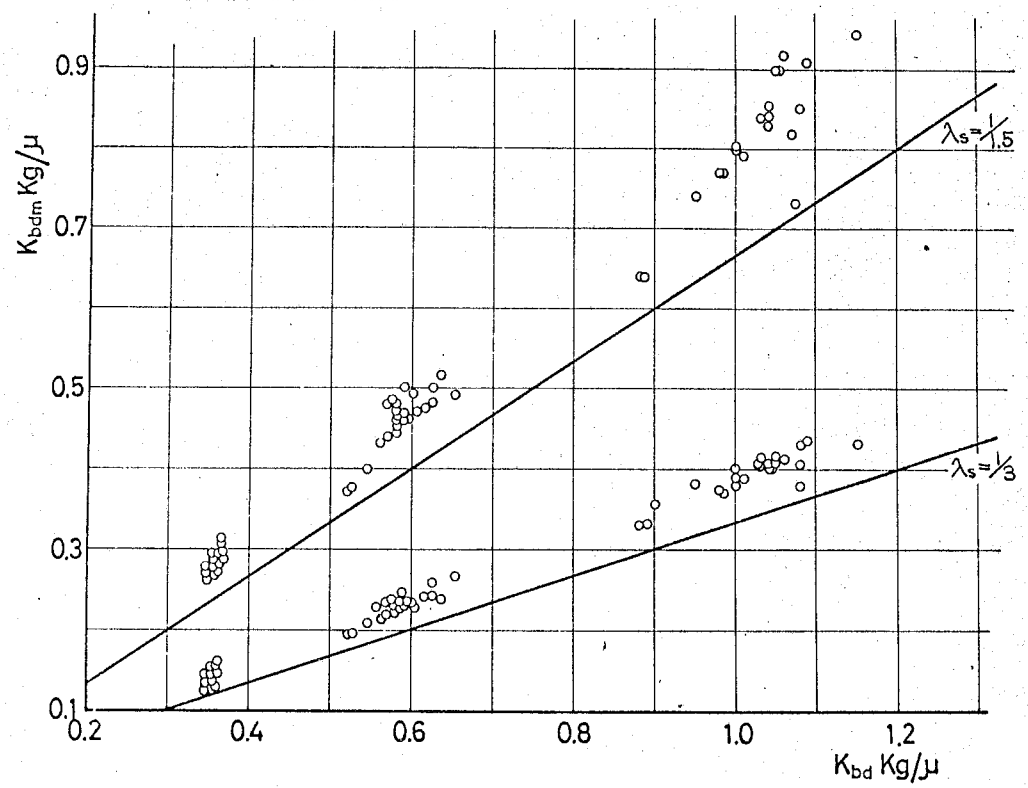


図6-4 模型則の理論値と実験値の比較（下方向曲げ静剛性）

結合面が離れるとした場合の理論値と実験値を比較して示してある．これらの図によると，理論値と実験値の差は上方向曲げで10％程度，下方向曲げで20％程度であり，実物と模型では常に模型のほうが高い剛性を示している．従って，垂直曲げの模型則について一般的に次のことがいえる．

(1) 垂直曲げのうち，上方向曲げに関しては模型則が理論値のとおり成立する．

(2) 下方向曲げに関する模型則はほぼ成立すると考えら

れるが，上方向曲げにくらべると，精度が多少低下する．

一般にボルト締結片持梁では，すでに前章で明らかにしたように，上方向曲げでは前部締結ボルト，下方向曲げではベースエッジ部のばね作用が曲げ静剛性に影響する．従って，荷重ー撓みの関係が比較的簡単であるボルトが影響する上方向曲げでは模型則は成立しやすくなり，撓みが複雑な挙動を示すベースエッジ部が問題となる下方向曲げでは模型則が成立しにくくなるものと考えられる．このことは理論的検討のときに仮定した $k_{bm}=\lambda_s k_b$ なる条件は成立するが，$k_{edgem}=\lambda_s k_{edge}$ の成立に問題があることを示している．

ここで模型則の精度が低下する原因について検討してみると，まず締結ボルトの伸びについて模型則を検討した結果の1例は図6-5に示すようになる．図より理論値と実験値には約10％の差があり，模型を締結するボルトの方が伸びやすくなっている．これは締結ボルトの呼び径を寸法縮尺比 λ_s に従って縮尺しても締結ボルトの伸び，並びに頭部の押え込み効果に関係するねじのピッチ

ねじ山高さ，ボルト頭部寸法が寸法縮尺比に従って縮尺されないためである．このことを実験に用いた締結ボルトについて検討すると，表6-2に示すようになるが，この表よりボルト呼び径の大きい方が伸びにくい寸法になっていることが判る．更に実験の際には締結ボルトのねじ込み深さ $h_M \fallingdotseq 1.7d$ となるような首下長さの締結ボルトを使用したが，これよりボルトのばね作用に影響する噛合ねじ山数は表6-3に示すようになり，ボルト呼び径の大きい方が山数が多く，伸びにくい傾向にある．

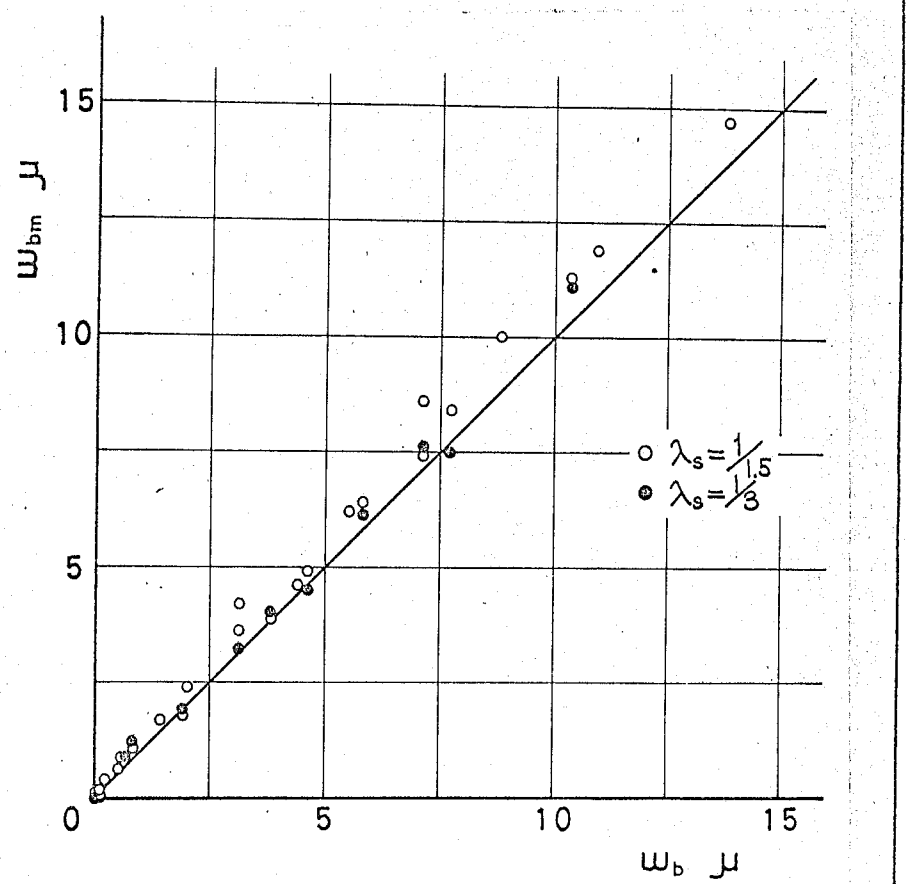


図 6-5　前部締結ボルトの伸びに関する模型実験の結果（上方向曲げの場合）

ボルト呼び径 d	ボルト頭部対辺寸法 mm	λ_s	ボルト頭部対角寸法 mm	λ_s
M6	10	1/2.9	11.5	1/2.9
M12	21	1/1.38	24.2	1/1.38
M18	29	—	33.5	—
ボルト呼び径 d	ネジのピッチ mm	λ_s	ネジ山の高さ mm	λ_s
M6	1.0	1/2.5	0.65	1/2.5
M12	1.75	1/1.43	1.137	1/1.43
M18	2.5	—	1.624	—

表6-2 締結ボルト各部寸法の比較

ボルト呼び径 d	ネジ込み深さ h_M mm	噛合ネジ山数 n_t
M6	10.0	10
M12	20.0	11.4
M18	30.0	12

表6-3 噛合ネジ山数の比較
($h_M \fallingdotseq 1.67d$)

これに対して本研究の理論的な検討に用いた曲げ静剛性の近似式では上記のような点について考慮していないため，図のような理論値と実験値の差がボルトの伸びに関する模型則に生じたものと考えられる．また，以上のように締結ボルトは模型の方が伸びやすいにもかかわらず，模型の曲げ静剛性が理論値より高くなる理由としては後で述べる下方向曲げの場合のベースエッジ部と同様なことが，梁の後端部分とベースの接触部で生じて，全体として模型の曲げ静剛性が高くなるためと思われる．

従って，ボルトの伸びが直接関係する上方向曲げ静剛性に関する模型則の精度は締結ボルトの細部寸法にまで完全な縮尺を行なってもこれ以上良くなるとは思われず，また，この程度の誤差ならば実用上は問題ないとみなせるので，締結ボルトは呼び寸法のみ縮尺すれば良いと考えられる．なお，図6-3で $\lambda_s = 1/1.5$ の方が $\lambda_s = 1/3$ よりも誤差が大きくなっている現象も上記の二つの原因に関連

しているものと推察され，例えば図6-6に示すように，ボルト形状がほぼ比例している締結ボルトM12とM6で比較すると，模型則は良く成立する．しかし

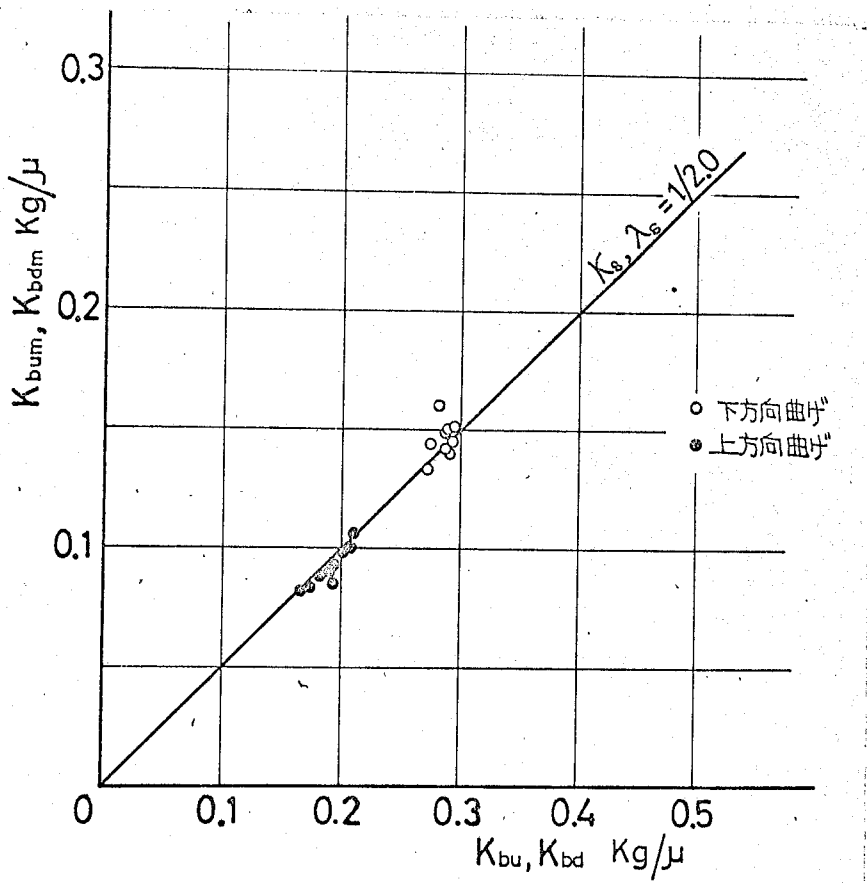


図6-6 垂直曲げ静剛性の模型実験の結果
（実物を締結ボルトM12とした場合），$\lambda_s = K_s = 1/2.0$

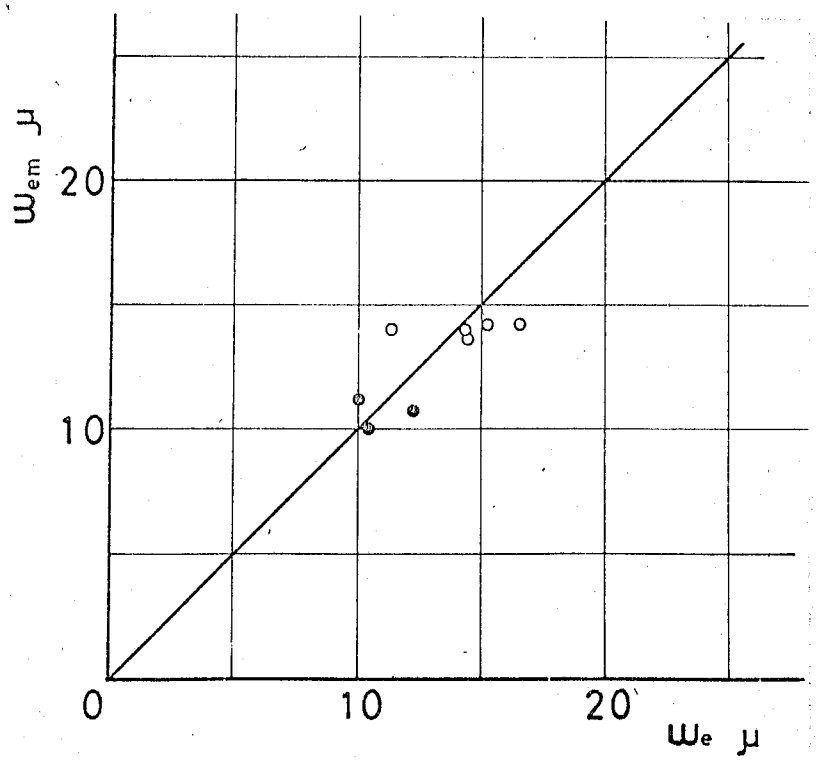
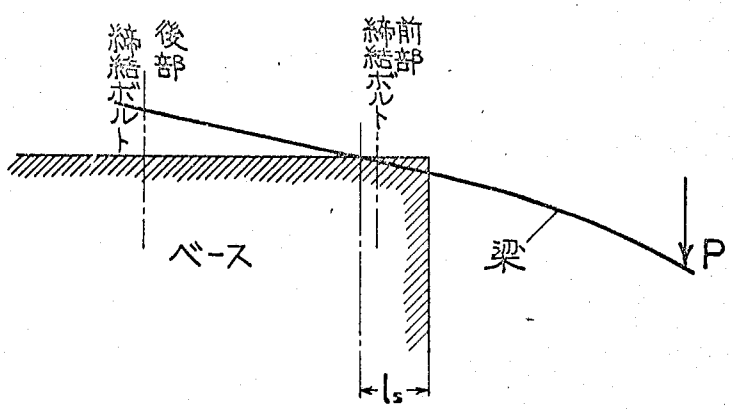


図6-7 Base edge部の撓み
$\lambda_s = K_s = 1/1.5$

，その詳細な理由については今後明らかにする必要がある．

次に，下方向曲げに影響するベースエッジ部の撓みについて模型則を検討すると，図6-

7に1例を示すようになり，その模型則は理論と良く一致して成立する．しかし，梁の変形状態を測定すると，図6-8に示すようにベースエッジ部よりある長さだけ梁とベースは接触していて，その接触長さ l_s に関する模型則は図に同時に示してあるように成立しないで，模型の接触長さは寸法縮尺比で与えられる値より長いことが判る．



Q Kg	l_s mm	l_{sm} mm	λ_{sac}
300	38	33	1/1.15
600	40	30	1/1.33
1200	43	30	1/1.43

実物：締結ボルトM18，P=300 Kg

$\lambda_{sac} = l_{sm}/l_s$，$\lambda_s = 1/1.5$

図6-8 ベース部に於ける梁の接触長さ

故に，前述のような下方向曲げ静剛性の模型則の精度が低下するのは，曲げ剛性に影響するベースエッジ部の等価ばね定数が接触面積に関係するにもかかわらず，他の部分を縮尺してもこの点についての模型則が成立しないためと考えられる．更に，本実験では，結合面の表面粗さを実物と模型で同じ値にしているが，表面粗さもベースの等価ばね

定数に影響すること，並らびにベースエッジ部に加工上存在する小さな丸味を模型と実物で縮尺比どおりにできないことも模型則の精度を低下させる原因と思われる．なお，模型の剛性が理論値より高くなる理由は，以上の考察よりベースエッジ部の等価ばね定数が縮尺比に従って小さくならないためであるといえる．

以上より，下方向曲げ静剛性の模型則の精度をあげることは困難であるが，一般にボルト結合部では下方向曲げの方が上方向曲げより剛性が高いので，垂直曲げ静剛性を模型により検討する際には，ボルトの伸びる上方向曲げに模型則を適用して検討を行ない，設計の補助手段とすれば良いと思われる．

6·4·2 横曲げ静剛性の場合

図6-9に横曲げ静剛性について模型則の検討を行なった結果を示すが，図より明らかなように曲げ剛性値のばらつきが大きく，模型則は成立しない．一般に，横曲げでは結合面の接触状態が模型則に大きく影響するので，その模型則の検討は模型則の満足されやすい条件，すなわち実物と模型を同じ接触面の状態にして行なっている．

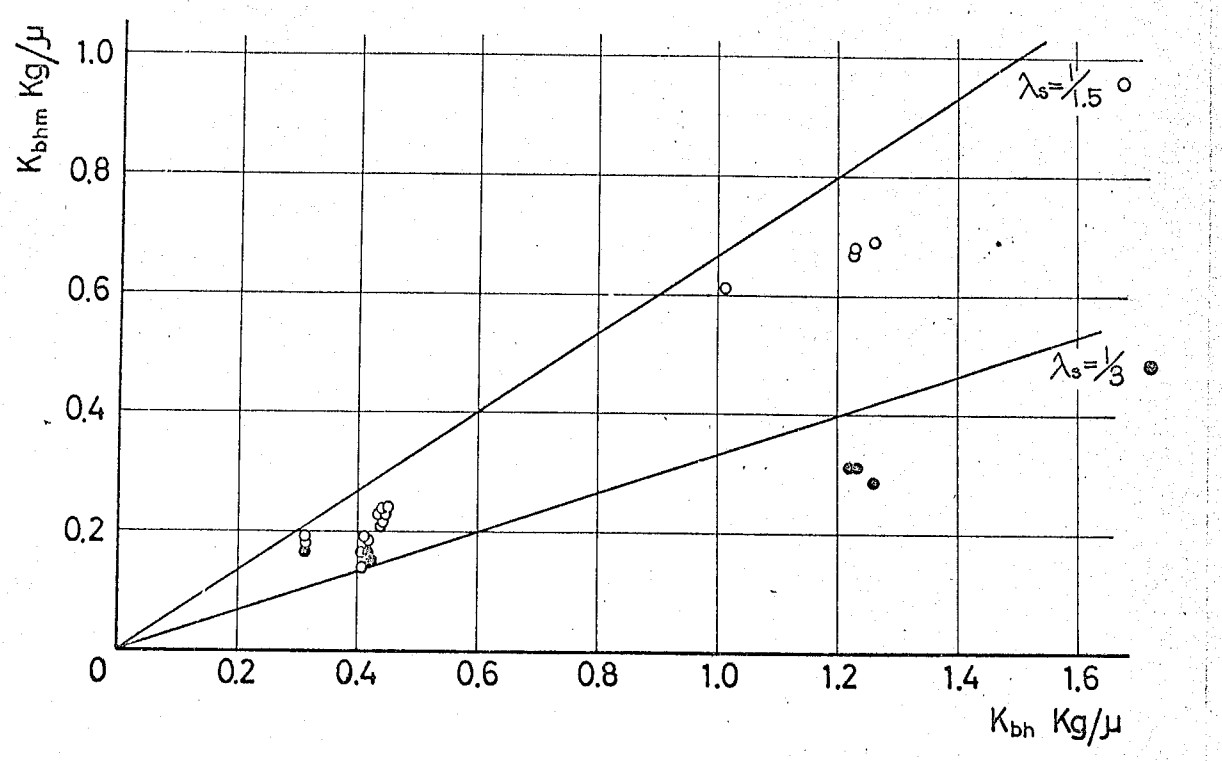


図6-9 模型則の理論値と実験値の比較（横曲げ静剛性）

従って，実験のときもこの条件が満足されるように実物と模型の梁，並らびにベースを同じように研削加工を行なって，表面粗さ状態が同一になるようにしてある．

しかしながら前述のように模型則は成立しないが，これは理論的な検討のときに仮定した $\overline{k}_{hm}=\overline{k}_h$ なる関係を成立させることは以上のような方法でも困難であることを示している．その原因としては表面粗さの細部形状まで正確に同一に出来ないこと，並らびにばね作用に関係する真実接触面積中に占める凝着部分の割合を同じ値にできないこと等，表面状態を正確に同一状態にできない

ことが考えられる.

§6·5 まとめ

工作機械の設計の際に補助手段として良く用いられる模型則を更に有効なものとするため，従来の模型則では考慮されていないボルト結合部の模型則に及ぼす影響を，平削り盤形式のボルト結合部の基本的な形状であるボルト締結梁について，前章の解析結果を応用することにより，理論的に検討した．

その結果によると，ボルト結合部が存在しても模型則は次のような簡単な関係で与えられる．

(1) 垂直曲げ静剛性

(a)作用曲げ荷重により結合面の離れる場合

$E_m=E$, $\lambda_s=K_s$ なる条件のとき，$K_{bm}=\lambda_s K_b$，$W_{bjm}=W_{bj}$

(b)作用曲げ荷重により結合面に隙間の生じない場合

$E_m=E$, $\lambda_s^2=K_s$ として結合面の表面状態を同一にした条件のとき，　$K_{brm}=\lambda_s K_{br}$

(2) 横曲げ静剛性

$E_m=E$, $\lambda_s^2=K_s$ として結合面の表面状態を同一にした条件のとき，$K_{bhm}=\lambda_s K_{bh}$

すなわち，条件は異なるがいずれの場合でも曲げ静剛性は寸法縮尺比 λ_s だけ減少する．

また，以上の理論的な検討の結果を確認するためにもっとも基本的な直列二本ボルト締結梁を用いて実験を行ない，作用曲げ荷重により結合面が離れるとしたときの垂直曲げ静剛性の理論値と実験値，並らびに横曲げ静剛性の理論値と実験値について比較，検討を行なったところ，次のような結果が得られた．

(1) 垂直曲げのうち，上方向曲げ静剛性では理論値と実験値は良く一致し，模型則は精度良く成立する．しかし，下方向曲げ静剛性では模型則の精度が上方向曲げより多少低下する．

(2) 結合面の表面状態が大きく影響する横曲げ静剛性の模型則は理論では簡単な関係で与えられるものの実際には成立しない．

しかし，第2章でも明らかにしたように，一般に下方向曲げ静剛性は上方向曲げ静剛性より大きく，横曲げ静剛性は上方向曲げ静剛性とほぼ同じ値を示す．従って，模型則の良く成立する上方向曲げ静剛性について模型実

験を適用すれば，ボルト結合部が存在しても模型則は工作機械の構造設計の補助手段として有効に使用できる．

また，結合面の表面状態が大きく影響する場合の模型則については，第3章，第4章で述べたような二平面接合部の接触剛性について更に研究を行ない，今後検討する必要があり，これにより模型則はより一層有効な手段になるものと思われる．

第7章 結論

工作機械構造の主要な構成要素であり，工作機械全体の静的，動的な挙動を支配するといわれる程重要なボルト結合部に関する研究はその現象が複雑なため，これ迄ほとんど行なわれていず，ボルト結合部の示す静的，動的な挙動はほとんど判っていない状態なので，工作機械構造の設計上大きな障害となっている．

従って，本論文ではこのようなボルト結合部の曲げ静剛性が示す挙動を明らかにして工作機械の性能向上の一助とするため，工作機械に存在するボルト結合部の一形式である平削り盤のコラムとベースの結合部にみられるようなボルト結合部の曲げ静剛性に関する一連の系統的な研究を行なった．本研究により得られた結論は各章のまとめに今後の研究課題とともに詳しく述べてあるが，本論文の結論は次のように要約される．

工作機械のボルト結合部の工作機械全体の曲げ静剛性に及ぼす影響は大きく，ボルト結合部が存在すると曲げ荷重の種類に関係なく一体形にくらべてその曲げ静剛性は大きく低下する．しかも，ボルト結合部が存在すると

曲げ静剛性に曲げ荷重依存性，ボルト締付力依存性等いわゆる非線形な挙動が現われる．これら依存性の傾向，並らびに剛性の低下状態はすべてのボルト結合部因子に影響されるが，曲げ荷重の種類，大きさにより各因子の影響程度は異なってくる．しかし，一般的に，垂直曲げの場合にはボルト結合部の基本要素と考えられる締結ボルトのばね定数と本数，並らびに被締付け部分のこわさと作用する曲げ荷重，締付力の相互関係によって，曲げ静剛性が二平面接合部の垂直方向接触剛性に主に支配される状態と締結ボルトのばね定数に主に支配される状態になり，横曲げの場合には二平面接合部の横方向接触剛性と結合面に於ける締付圧力分布により曲げ静剛性が支配される状態になる．

従って，ボルト結合部の挙動を更に解明するには，ボルト結合部の基本要素である締結ボルトのばね定数，二平面接合部の垂直方向，横方向接触剛性の挙動，並らびにボルト締付力の有効作用範囲等を明らかにする基礎的な研究が必要となるので，本論文ではこれらのうち現状ではまだその特性のほとんど不明な二平面接合部の接触

剛性を取上げ，ボルト結合部の垂直曲げで問題となる垂直方向接触剛性と横曲げで問題となる横方向接触剛性について研究を行なった．

その結果によると，垂直方向接触剛性は接合面の仕上方法，表面粗さに大きく影響され，表面粗さが小さく，面の接触点の多い仕上方法の接合面ほど大きな値を示すが，接触剛性の高い接合面ほど逆に局部変形を生じやすくなること，一般のボルト結合部では接触剛性は約0.1～0.3 $Kg/\mu \cdot 1/mm^2$ 程度であること，又，このような二平面接合部に関する研究の補助として別に開発した超音波による接触面圧力測定法を応用すると，ボルト結合部の特性を考慮した二平面接合部の垂直方向接触剛性は簡単に測定できること等が明らかとなった．横方向接触剛性についても，その値は垂直方向接触剛性と同じように,表面の仕上方法，表面粗さ等接合面の表面性状の影響を受けるが，ある特定の表面粗さで極大値を示す特異な現象を示し，表面粗さの良い面が必ずしも接触剛性は高くないこと，又，このような接触剛性は接合面の粗さ部における微小凝着，又は微小噛合により生じること等を明らかにした．

そして，以上の実験的な研究と基礎的な研究の結果を参考にしてボルト結合部の近似モデルを考え，これを用いてボルト結合部の曲げ静剛性が次のような式で与えられることを導いた．

(i)垂直曲げ静剛性

$$K_b = \frac{K_0}{F(\lambda,\kappa) - G_r(\lambda,\kappa)\,Q/p}$$

(ii)横曲げ静剛性

$$K_{bh} = \frac{K_{0h}}{1 + H(\lambda,\kappa)K_{0h}}$$

更に，これらの式で計算される理論値と実験値を比較することにより，これらの式の適用範囲について検討を行なって，垂直曲げの場合には作用する曲げ荷重により結合面が離れる場合と離れない場合では近似モデルと適用範囲は異なり，図5-41に示したような関係になること，横曲げの場合にはまだ理論式に多少の問題点が存在すること等を明らかにした．

最後に，本研究の実際問題への応用例として，工作機械構造の設計の際に補助手段として良く用いられる模型則を以上の式を用い，ボルト結合部を考慮して検討を行ない，その結果を実験により確認することによって，従

来ボルト結合部が存在すると成立しないと云われていた模型則が,垂直曲げの場合には非線形挙動を示すボルト結合部が存在しても構造要素単体の場合と同様に次のように簡単な関係として精度良く成立することを明らかにした.　$E_m=E$, $\lambda_s=K_s$ なる条件のとき　$K_{bm}=\lambda_s K_b$, $w_{bjm}=w_{bj}$

従って, ボルト結合部の下方向曲げ静剛性が上方向曲げ静剛性より高く, 横剛性値は上方向曲げ静剛性と同じ程度であることを考慮すると, 上方向曲げ静剛性を対象として模型則を適用すれば工作機械の構造設計の補助手段である模型則はボルト結合部が存在しても有効に使用できることが明らかとなった.

以上述べたように本論文ではボルト結合部の曲げ静剛性に関する一連の実験的, 基礎的, 並らびに応用的な研究により, 従来不明であったボルト結合部の曲げ静剛性について種々の特性を明らかにしたが, 本研究はボルト結合部の静的, 動的な特性の一部分のみを解明したに過ぎず, 工作機械構造で問題となるねじり静剛性, 動的な挙動はまだほとんど解明されていない状態にある. 又, 本論文で取扱った基礎的な問題である二平面接合部の接

触剛性についてもまだ数多くの問題点が存在する他に，各章で明らかにした問題点，例えばボルト締付力の結合面に於ける有効作用範囲と分布形状，のような解明すべき問題点は数多いので，これらについても今後研究を行ない，ボルト結合部の静的，動的な挙動を更に詳細に解明する予定である．

この研究は東京工業大学益子正巳教授の長年にわたる御指導のもとに行ない，東京工業大学林国一助教授からも常に激励と御教示を頂いて完成したものである．又，本研究の実験を遂行するにあたっては当時の卒論学生漆山信之氏（現，日立精機KK），大学院生藤本千敏氏（現，池貝鉄工KK）の熱心な御協力を頂いた．ここに記して，厚く御礼の言葉を申し上げる．

参考文献

(1) 近藤,「独乙における工作機械の積木式構成法」, マシナリー, 1960-5-1, P819.

(2) W. Hölscher,「Die Anwendung des Baukastenprinzips bei der Konstruktion und Herstellung von Werkzeugmaschinen」, Werkstatt. und Betrieb, 95 Jg., 1962, Heft 9, S586.

(3) V.D.F社, DP250型旋盤カタログ

(4) M. Kronenberg他2名,「Practical Design Techniques for Controlling Vibration in Welded Machines」, Machine Design, 1956-7-12, P103.

(5) 明智,「EC16型旋盤における溶接構造ベッド」, 池貝技報, 1966-10, P3.

(6) 阿武, 他4名,「鋼板熔接構造の減衰能に関する研究」, 日本機械学会論文集, Vol.36, No284, (昭45-4), P663.

(7) H.C. Martin (吉識監訳),「マトリックス法による構造力学の解法」, 昭42, 培風館.

(8) A.C. Stephen and S. Taylor,「Computer Analysis of Machine Tool Structures by the Finite Element Method」, 9th M.T.D.R. Conf., Reprint.

(9) J.C. Maltbaek,「Classical Beam Method for the Prediction of Vibration Characteristics of Machine Tool Structure」, 5th M.T.D.R. Conf., (1965), P23, Pergamon Press.

(10) 背戸, 富成,「機械構造物の振動特性計算法 (アナログ計算機による方法)」, 日本機械学会論文集, Vol.36, No.289, (昭45-9), P1463.

(11) J. Píč,「Die Starrheit der Schraubenverbindung」, Konstruktion, Jg.19, Nr.1 (1967-1), S7.

(12) 安井他3名,「工作機械の締結部の剛性について (第1報)」, 機械試験所所報, Vol.22, No.3, (昭43), P93.

(13) E. Schlosser,「Der Einfluß ebener verschraubter Fugen auf das statische Verhalten von Werkzeugmaschinengestellen」, Werkstatt. und Maschinenbau, Jg.47, Nr.1, (1957-1), S35.

(14) E. Schlosser,「Feinmessungen elastostatischer Formänderungen an ebenen verschraubten Fugen von Werkzeugmaschinen-

Versuchsgestellen」, Werkstatt. und Masch., Jg.47, Nr.2, (1957-2), S81.
(15) K. Corbach,「Die Dynamische Steifigkeit ruhender und beweglicher Verbindungen an Werkzeugmaschinen」, Maschinenmarkt, Jg.72, Nr.79, (1966), S19.
(16) R.H. Thornley, 他3名,「The Effect of Surface Topography upon the Static Stiffness of Machine Tool Joints」, Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol.5, No.½, (1965-9), P57.
(17) R. Connolly and R.H. Thornley,「The Significance of Joints on the overall Deflection of Machine Tool Structures」, Proc. 6th Int. M.T.D.R. Conf., (1965), P139, Pergamon Press.
(18) 伊東,「工作機械のボルト結合部の静,動剛性」, 日本機械学会誌, Vol.73, No.619, (昭45-8), P1168
(19) R. Connolly, 他2名,「The Approach of Machined Surfaces with Particular Reference to their Hardness」, Proc. 8th Int. M.T.D.R. Conf., (1968), P759, Pergamon Press.
(20) Timoshenko (鵜戸口訳),「材料力学 (中巻)」, 昭37, P1, 東京図書.
(21) H. Opitz and J. Bielefeld,「Modellversuche an Werkzeugmaschinenelementen」, Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen, Nr.900, (1960), Westdeutscher Verlag.
(22) 伊東, 益子,「ボルト結合部の減衰能に関する研究 (第1報)」, 日本機械学会論文集, Vol.37, No.295, (昭46-3).
(23) 伊東, 他2名,「ボルト結合部の減衰能に関する研究 (第2報)」日本機械学会講演論文集, No.704-11, (昭45-11), P13.
(24) 織岡,「研削加工面のあらさ」, 精密機械, Vol.28, No.3, (昭37-3), P155.
(25) 岡村, 他2名,「しゅう動面油膜挙動に関する基礎解析」, 精密機械, Vol.35, No.8, (昭44-8), P490.
(26) 柴原, 尾田,「ボルト結合体における被締付け材のばね定数について」, 日本機械学会誌, Vol.72, No.611, (昭44-12), P1611.
(27) I.A. Birger,「Determining the Yield of Clamped Components in Threaded Connections」, Russian Engineering Jour. Vol.XL1, No.5, (1961), P35.
(28) 山本,「ねじ締結の理論と計算」, 昭45, P55, 養賢堂.

(29) G. Junker, 「Neue Prinzipien der Schraubenberechnung」, Maschinenmarkt, Jg.71, Nr74, (1965), S16.

(30) H. Wiegand, 他2名, 「Einfluß der Federkonstanten und der Anzugsbedingungen auf die Vorspannung von Schraubenverbindungen」, Konstruktion, Jg.20, Heft.4, (1968), S130.

(31) 例えば, E.G. Paland, 「Gewindelastverteilung in der Schrauben-Muttern-Verbindung」, Konstruktion, Jg.19, Heft 9, (1967), S345.

(32) R.H. Thornley, 「Models in Machine Tool Design」, Jour. Inst. Prod. Engr., Vol.40, No.8, (1961-8), P520.

附録「二平面接合部の接触面圧力の超音波による測定」

§1. まえがき

工作機械のボルト結合部や案内結合部だけでなく，二つの面が接触している，いわゆる二平面接合部はいろいろな機械にも見受けられるが，二平面の接合部に存在する種々の問題を解明するときにもっとも重要なのは，このような接合面に生じている接触面圧力を知ることであり，それには有効な接触面圧力の測定方法が必要である．しかし，現状では接合面に生じている接触面圧力を測定面に改造を施すことなくそのままの状態で検出する方法はなく，従来より考案され，用いられている方法，例えば測定面に小孔を明けてピンを埋込んでその変形を測定する Sensitive pin method や電極を組込み接触抵抗の変化を測定する方法，では一種の破壊測定となるため，表面粗さや接触面の剛性等の接合面の微妙な特性を変化させる恐れが多分にあり，このような接触面の問題に対する有効な測定方法とはなり得ない．

従って，工作機械のボルト結合部について基礎的な研

究を行なうには，このような接合面の特性を損うことなく接触面圧力や接触面圧力分布を測定できる有効な手段を開発する必要があり，そのひとつの方法として材料の非破壊検査に使用される超音波を利用することが考えられる．

この超音波を利用して二平面接合部の接触面圧力を測定する方法は既に1958年にKrächter(附1)により射出成形機の型締め圧力のように高圧のものについて試みられた例もある．Krächterの研究によると接触面圧力は超音波のエコー高さの関数として与えられることが示されているが，対象としている接触面が研削面の組合せで200～2000 kg/cm² という大きな圧力下にあるため，ボルト結合部や案内結合部のように接触面圧力が最大でも200 kg/cm²程度の場合について使用できるかどうかは不明である．また，種々の表面の仕上方法，状態については取扱っていず，本測定方法の詳細な特性やその測定原理等はまだ解明されていない．

また，本研究と同じ時期にRudy(附2)が本章の測定原理の節で明らかにしたのと同じ原理である接触面における超音

波の音圧反射特性を利用してエンジンのシリンダーとピストンリングの接触状態を表面波を用いて測定し，ピストンリングの接触パターンをX-Yプロッターに描かせることも行なっている．但し，Rudyの方法は表面波を利用しているので，測定方法としては不完全のようである．

以上のようなことより，ここではボルト結合部に関する基礎研究を行なうのに必要な接触面圧力の測定が超音波探傷器を利用して行なえることを理論的，実験的に検討した結果を説明するとともに，測定法としての一般的な特性，並びにボルト結合部，案内結合部のような二平面接合部に本測定方法を適用するための基礎研究として,試験片の表面仕上方法，表面処理方法，材質等を種々変えたときの平均接触面圧力と超音波のエコー高さの関係を実験的に検討した結果を述べている．

§2 接触面圧力の測定原理

媒質中における音波の状態を示す一般波動方程式は次式で与えられる.(附3)(附4)

$$\Delta\Phi = \frac{\rho}{K_{bulk}} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \text{----------(1)}$$

ここで, Φ = 速度ポテンシャル

ρ = 音波の伝幡する媒質の密度

K_{bulk} = 媒質の体積弾性率

通常, 音波は時間大について複雑な形であっても, 実際上は正弦波の重畳と考えて良いので, 速度ポテンシャルは次式のようになる.

$$\Phi = e^{j\omega t}\Psi \quad \text{----------(2)}$$

式(2)でΨは時間に関係しない項, $e^{j\omega t}$は時間の項である.

式(1), 式(2)より

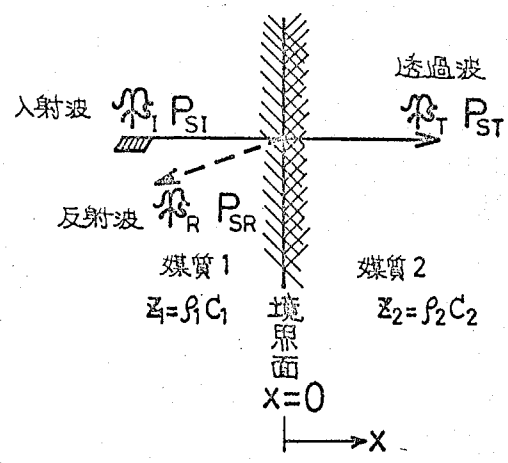
$$(\Delta + K^2)\Phi = 0 \text{-------(3)}$$

但し $K^2 = \rho\omega^2/K_{bulk}$, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

いま, 媒質内の諸量がx方向にだけ変化する状態である平面波を考えると, 式(3)は次のようになる.

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+k^2\right)\Psi=0 \qquad \text{----------(4)}$$

一般に，このような平面波が附図-1に示すような音響的性質の異なる二媒質の境界平面に垂直入射すると，一部は反射され，一部は透過する．このとき次のような条件のもとに境界面を$x=0$にとって，式(4)を解くと，式(5)が得られる．ここで以下の式中の添字1,2は媒質を示す．



附図-1 境界面に於ける平面波の反射

(i) 圧力がすべての瞬間に連続である．

(ii) 粒子速度Vがすべての瞬間に連続である．

$$\left.\begin{aligned}\Psi_1&=\Psi_I+\Psi_R=A_1\exp j(\omega t-kx)+B_1\exp j(\omega t+kx)\\ \Psi_2&=\Psi_T=A_2\exp j(\omega t-kx)\end{aligned}\right\}\text{----(5)}$$

音圧 $P_s=\rho\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial t}$ より

$$\left.\begin{aligned}P_{s1}&=j\omega\rho_1\Psi_I+j\omega\rho_1\Psi_R\\ P_{s2}&=j\omega\rho_2\Psi_2\end{aligned}\right\}\text{-------(6)}$$

境界条件 $(P_{s1})_{x=0}=(P_{s2})_{x=0}$，$(V_1)_{x=0}=(V_2)_{x=0}$ より

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{A_2}{2}\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}+\frac{C_1}{C_2}\right) \\ B_1 &= \frac{A_2}{2}\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}-\frac{C_1}{C_2}\right) \end{aligned}\right\} \text{----------(7)}$$

但し，C = 音波の伝幡速度

よって，境界面での音圧振幅比，すなわち音圧反射率 R_p，は次のようになる．

$$R_p = \frac{\rho_2 C_2 - \rho_1 C_1}{\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2} \text{----------(8)}$$

媒質の音響インピーダンス密度Zは音圧と粒子速度の比によって与えられ，$Z=\rho C$ であるから，式(8)より

$$R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \text{----------(9)}$$

よって，P_{SR} = 反射波音圧，P_{SI} = 入射波音圧とすれば，

$$P_{SR} = R_p P_{SI} \text{----------(10)}$$

媒質1を鉄，鋼であるとして，種々の媒質2に対する音圧反射率 R_p の値を附表-1に示す．附表-1より，音波が鉄，鋼より鉄，鋼に入射する場合は完全透過，空気中に入射するときはほぼ完全反射するものとみなして良いことが判る．

相手媒質	R_p
空気	≒1.0
油	0.94
水	0.88
鉄，鋼	0

附表-1 音圧反射率の値

次に，機械加工された二平面の接触状態を考えると，加工により生ずる表面粗さ，並らびにうねりのため，附

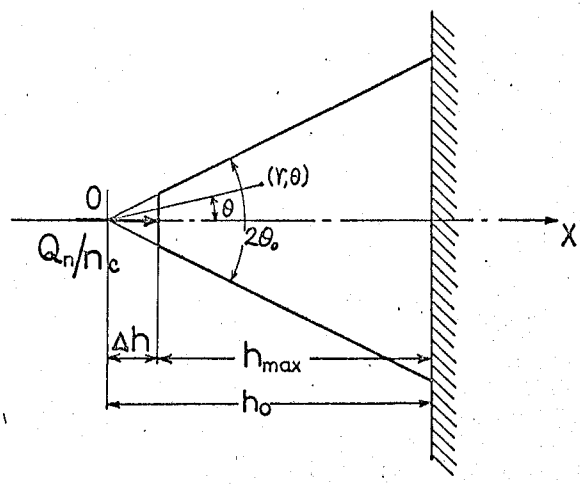
図-2に示すような状態になる．

附図-2 二平面の接触状態

このような二平面接合部に垂直荷重Q_nが作用したときの接触機構については従来よりいろいろと研究されているが，まだ確定したものはないので，ここでは接触機構が完全に弾性的である場合と塑性的である場合の二つについて垂直荷重Q_nと真実接触面積の関係を検討してみる．

ここで，理論的な考察を簡単にするため，真平面と粗い面の接触を考え，垂直荷重Q_nが作用して真平面が粗い面に喰い込んだときの接触点の数をn_cとすれば，垂直荷重による弾性変形は次のようになる．

接触点近傍の形状を附図-3のように単純化して，各接触点が均一に垂直荷重を受けるものとすると，図のような梁の弾性圧縮を考えれば，Δhが非常に小さいことより単位



附図-3

幅に対して (r,θ) における応力は近似的に次式で与えられる.

$$\sigma_r = \frac{Q_n \cdot 2\cos\theta}{n_c r(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0)} \quad , \quad \sigma_\theta = 0 \; , \quad \tau_{r\theta} = 0$$

よって, r 方向の変位 u_r は次式で与えられる.

$$u_r = \int \varepsilon_r dr = \int \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta)\, dr$$

$$= \frac{2}{E} \cdot \frac{Q_n \cos\theta}{n_c(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0)} \int \frac{1}{r} dr$$

但し, ε_r = 半径方向ひずみ, ν = ポアソン比

故に

$$u_x = (u_r)_{\theta=0} = \frac{2Q_n}{n_c E(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0)} \int_{\Delta h}^{h_0} \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{2Q_n}{n_c E(\sin 2\theta_0 + 2\theta_0)} \ln \frac{h_0}{\Delta h} \quad \text{--------(11)}$$

荷重 Q_n による接触面積の増加を ΔS_e とすると, 式(11)より,

$$\Delta S_e = 2 n_c u_x \tan\theta_0$$

$$= \frac{4Q_n \tan\theta_0}{E(2\theta_0 + \sin 2\theta_0)} \ln\left(1 + \frac{h_{max}}{\Delta h}\right) \text{------(12)}$$

従って, 接触部の表面状態, 材質が一定ならば, $\Delta S_e = A_e Q_n$ A_e: 定数, となる.

また, 接触点近傍の接触機構が完全に塑性的であるとすれば, 例えば築添(附5)によると,

$$n_c \fallingdotseq A_2 Q_n^{n_2} \quad (n_2 \fallingdotseq 0.8) \text{----------(13)}$$

更に，接触点の平均半径 $r_m = \sum_{i=1}^{n_c} r_i / n_c$ ，

ここで，$\sum_{i=1}^{n_c} r_i \fallingdotseq A_3 Q^{\eta_3}$ （$\eta_3 \fallingdotseq 0.9$）----------(14)

従って，垂直荷重 Q_n による接触面積の増加 ΔS_p は

$$\Delta S_p \fallingdotseq n_c \pi r_m^2 = n_c \pi \cdot \left(\sum_{i=1}^{n_c} r_i\right)^2 / n_c^2$$

式(13),(14)より $$\Delta S_p = \frac{\pi A_3^2 Q^{2\eta_3}}{A_2 Q_n^{\eta_2}}$$

よって，接触部の表面状態，材質が一定ならば，

$\Delta S_p = A_p Q_n^{2\eta_3 - \eta_2} \fallingdotseq A_p Q_n$　A_p：定数　となり，弾性変形により接触面積が増加するとした場合と同じになる．

ここで，二平面の接触部分を詳細にみると，清浄な固体接触面は $R_p = 0$ なる溶着状態部分，$R_p = R_{p0}$ なるたんなる接触部分，並びに $R_p \fallingdotseq 1$ なる空気との接触部分より構成されていると考えられる．よって，垂直荷重 Q_n の増加に従って ΔS が増加すれば，$R_p = 0$ の部分と $R_p = R_{p0}$ なる接触部分が増し，音波の透過量はふえて反射波の量は減少することになるので，超音波により接触面積の変化を測定することによって接触面圧力の測定ができる．

故に，単なる接触部の音圧反射率は空気との接触部にくらべればほとんど0とみなせるものとして，二平面の接触部は $R_p \fallingdotseq 1$，$R_p \fallingdotseq 0$ なる部分より構成されていると考

え，更に音波の減衰は考えないものとすれば，反射波音圧と接触面圧力の定性的な関係は次のようになる．

いま，附図-2のような接触状態で，新しい接触が起きないものとすれば，粒子速度Vが同一媒質中では等しいことより，音波の入，反射量を考えることによって接触面積の増加を考慮した場合の反射波音圧は式(15)で与えられる．

$$P_{SRmax}=P_{SImax}\cdot\frac{(S_0-S_i)-\Delta S}{S_0}=P_{SImax}\cdot\left\{1-\frac{S_i+\Delta S}{S_0}\right\}\text{-----(15)}$$

ここで，S_0＝理想化した表面粗さ0の接触面上に超音波の存在する面積

S_i＝初期接触面積

P_{SImax}, P_{SRmax}＝音圧波高値，I，Rは入射，反射を示す添字

式(15)より，$$\frac{P_{SRmax}}{P_{SImax}}=1-\frac{1+\Delta S/S_i}{S_0/S_i}$$

超音波発振子の接触状態，発振子電圧等，並らびに接触部の初期表面状態が一定であるものとすれば，

$$\Delta S/S_i=B_1Q_n\ ,\quad P_{SImax}=Const.$$

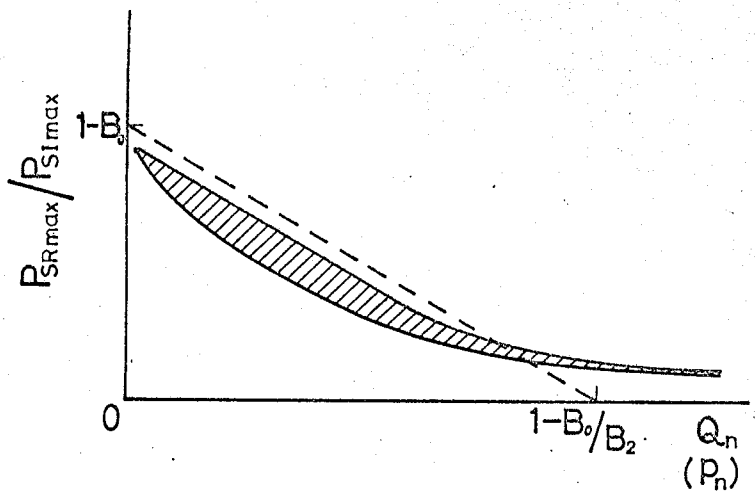
よって，$$\frac{P_{SRmax}}{P_{SImax}}=1-\frac{1+B_1Q_n}{S_0/S_i}=(1-B_0)-B_2Q_n\text{------(16)}$$

または，

$$\frac{P_{SRmax}}{P_{SImax}} = (1-B_0)-B_3 p_n \quad \text{----------(16·a)}$$

ここで，p_n＝接触面圧力，B_0, B_1, B_2, B_3＝定数，$B_0<1$，

上式より，理想的な場合には反射波音圧と接触面圧力の関係は附図-4に破線で示すような直線関係になることが判る．しかし，実際の場合には次のような理由により，附図-4の斜線内範囲の傾向を示すものと考えられる．



附図-4 反射波音圧と接触面圧力の定性的関係

(i) 荷重Q_n，または面圧力p_nを非常に大きくしても，$R_p \fallingdotseq 1$なる部分は除去できない．(16)

(ii) 式(16)のB_0はS_i/S_0，すなわち，初期真実接触面積を示し，1にくらべて非常に小さいので，$1-B_0 \fallingdotseq 1$と考えられる．これより接触面圧力0で反射波音圧比は1となる．

(iii) ここで述べた理論的検討では新しい接触部分ができないものとしているが，実際はQ_nまたはp_nの増加に従っ

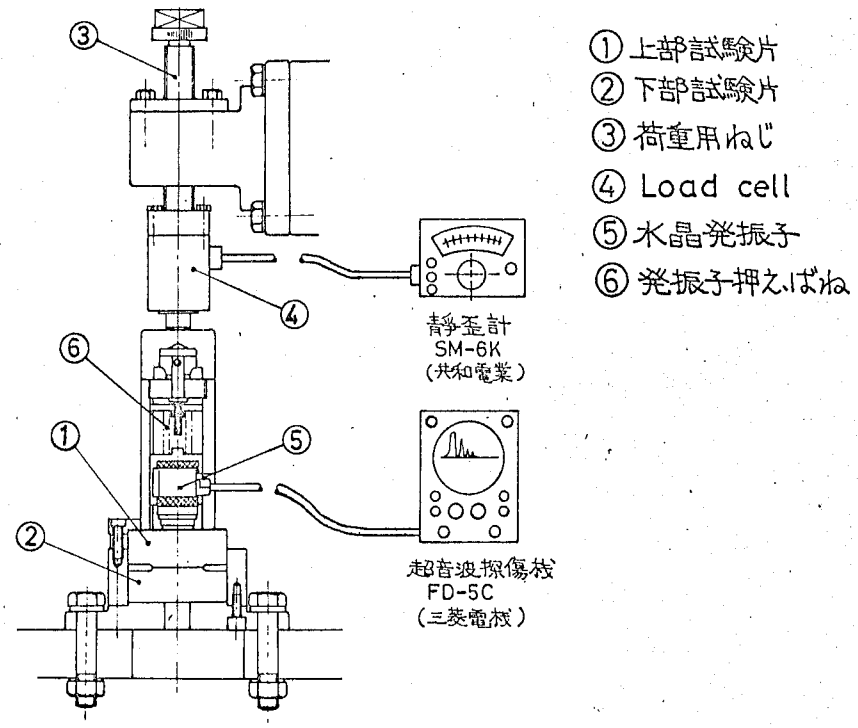
て接触部の表面粗さ，うねりにより新しい接触部分の生じる恐れがある．この場合には音波の透過量は大きくふえ，反射波音圧の減少は大きくなる．

(iv)超音波が物質内を通過するときには，散乱，内部摩擦等により減衰が生じる．

§3　実験

3·1　実験装置，並らびに測定結果

前章に述べた原理により接触面圧力が測定できることの確認，並らびに測定方法としての特性を検討するために用いた実験装置の概略を附図-5に示す．

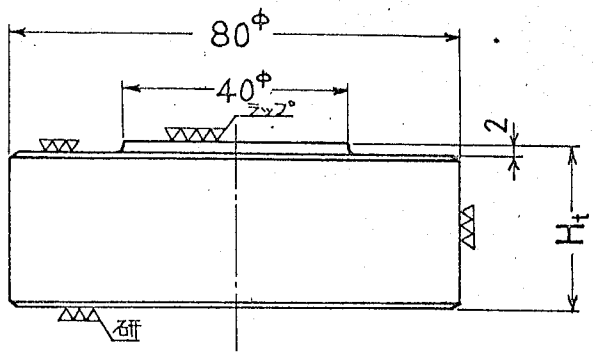


附図-5　実験装置

図で①，②が試験片であり，この二面間にねじ③により荷重を加えて生じさせた接触面圧力による超音波の反射波音圧の変化を⑤の水晶発振子で検出する構造になっている．本実験では，接触面圧力は試験片の接触面に均一分布しているものとして，平均接触面圧力 $\bar{p}_m$ を考える

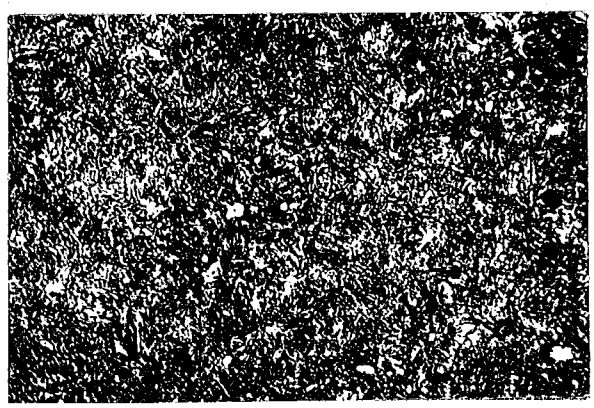
ことにする．

使用した試験片の要目は附表-2に一例を示すが，接触面の表面状態，材質，顕微鏡組織は超音波の状態に大きく影響するので，特に注意を払い，表面はラップ仕上としてうねりのない状態にしてあり，実験に際してはトリクレンで油やよごれをぬぐい去っている．また，材質による超音波の反射波音圧変化を検討している実験を除いて，すべての試験片の顕微鏡組織は焼戻しトルースタイト一相として，音波の散乱，多重反射がな



No	試験片の位置	Ht mm	発振子の接触面の粗さ h_{max}	接触部 平面度 μ	接触部 表面粗さ h_{max}	材質	熱処理	顕微鏡組織
1	上部	20	3.0	2.0	0.6	SK5	800℃, 1hr保持後水焼入, 400℃ 1hr焼戻し	焼戻しトルースタイト一相
	下部	30	—	0.5	0.5			
2	上部	30	3.0	2.7	0.8			
	下部	30	—	0.5	0.5			
3	上部	40	3.0	1.5	0.9			
	下部	30	—	0.5	0.5			
4	上部	60	4.0	2.0	0.6			
	下部	20	—	2.0	0.6			

附表-2 試験片の形状



附図-6

るべく少なくなるようにしたが，附図-6に試験片の顕微鏡写真を示す．

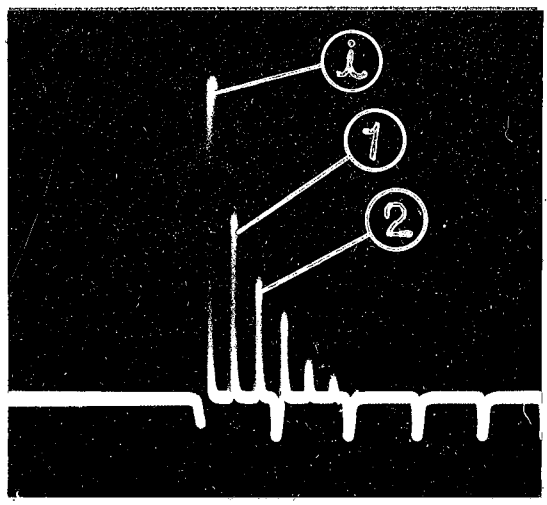
なお，本実験で超音波の発信用に水晶発振子を利用したのは，1個で送，受信ができることと，現在一般に市販されている超音波探傷器を利用するためである．更に，超音波探傷器ではブラウン管上の反射波高 h_{se} は音圧 $P_{SR\,max}$ に比例するようになっているので，反射波高 h_{se} により平均接触面圧力 $\bar{p}_m$ が測定できるため，測定結果の処理が容易である．実験に使用した水晶発振子の周波数，並びに水晶板径は附表-3に示す．

f MHz	水晶板の径 φmm
1	25
2	20
3	20
5	20

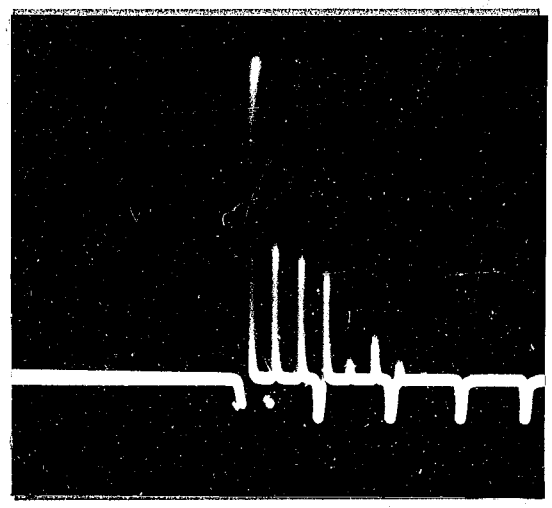
附表-3 使用した水晶発振子の径

次に，測定結果の1例として附図-7にはC.R.T.上に現われた平均接触面圧力による反射波高の変化状態を示してあり，附図-8には附図-7よりの整理結果を示してある．

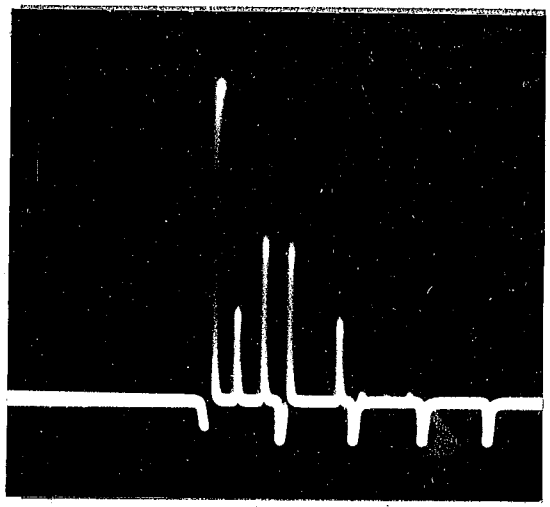
ここで，試験片①と②の接合部で反射してくる第1番めの波を第1F波（F_1波），下部試験片②の底面で反射してくる2番めの波を第1B波（B_1波）とすると，附図-8より判るように B_1 波は反射波高に対して平均接触面圧力



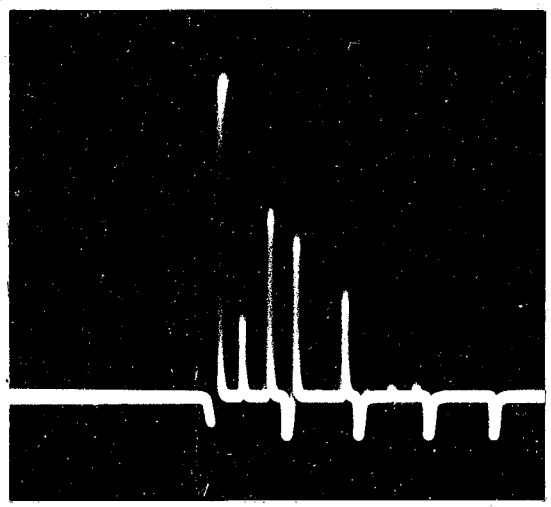
$\bar{p}_n$=7.9 Kg/cm²



$\bar{p}_n$=13.7 Kg/cm²



$\bar{p}_n$=27.0 Kg/cm²

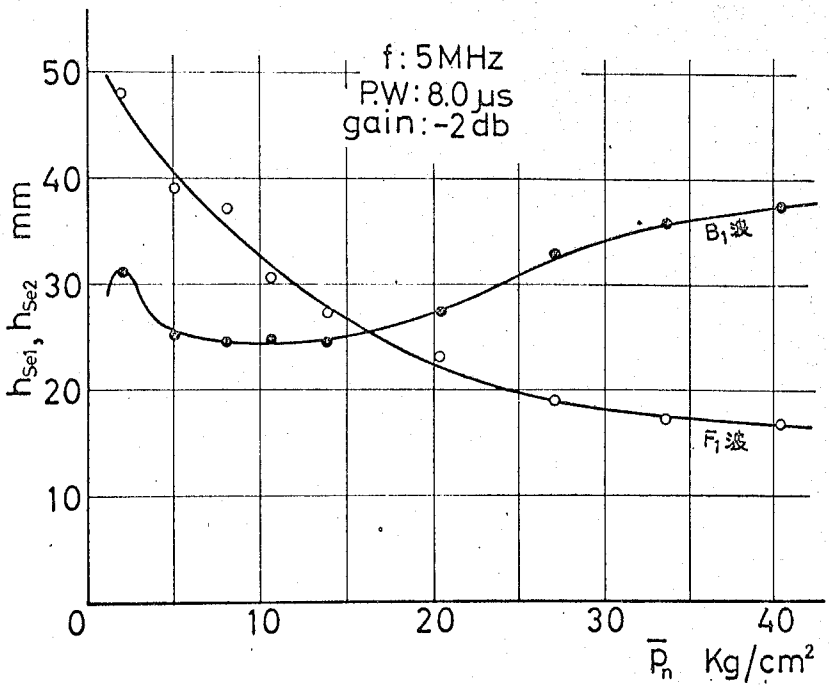


$\bar{p}_n$=40.3 Kg/cm²

①：オ1F波，②：オ1B波，ⓘ：送信パルス波

附図-7 平均接触面圧力による反射波高の変化

がニつ定まる多価関数となり，測定には使用できない．これは音波が底面で反射後，再び試験片の接合部で透過，反射をするので複雑な音圧変化を生じるためと考えられる．



附図-8 F_1 波高 h_{se1}, B_1 波高 h_{se2} の特性
(Test piece: No.2)

このことより，以下に述べる実験では，F_1波を用いている．また，結果の整理に際しては次式で与えられる反射波高比 E_R なる値を用いることにする．

h_{si} = 送信パルス波高，h_{se1} = F_1 波高　とすると，

$$E_R = h_{se1} / h_{si} \quad \text{----------(17)}$$

ところで，附図-8に示された平均接触面圧力による F_1 波高の変化は，$P_{SRmax} \propto h_{se1}$，$P_{SImax}$ = Const. より，式(16·a)または附図-4に示した関係と定性的に良く一致する．このことより，前章で述べたような原理に従って接触面圧

力が測定されることが判る.

3·2 測定用機器に関係する測定影響因子の検討

本研究では測定方法としての汎用性を重んじているため, 市販の超音波探傷器を利用して実験を行なっているので, 次のような測定用機器に関係する影響因子が考えられる.

(i) 超音波発振子の発振周波数

(ii) 発振子の出力電圧 (gain)

(iii) 送信パルス幅

(iv) 発振子の接触する面の仕上程度と面に塗付する油の種類

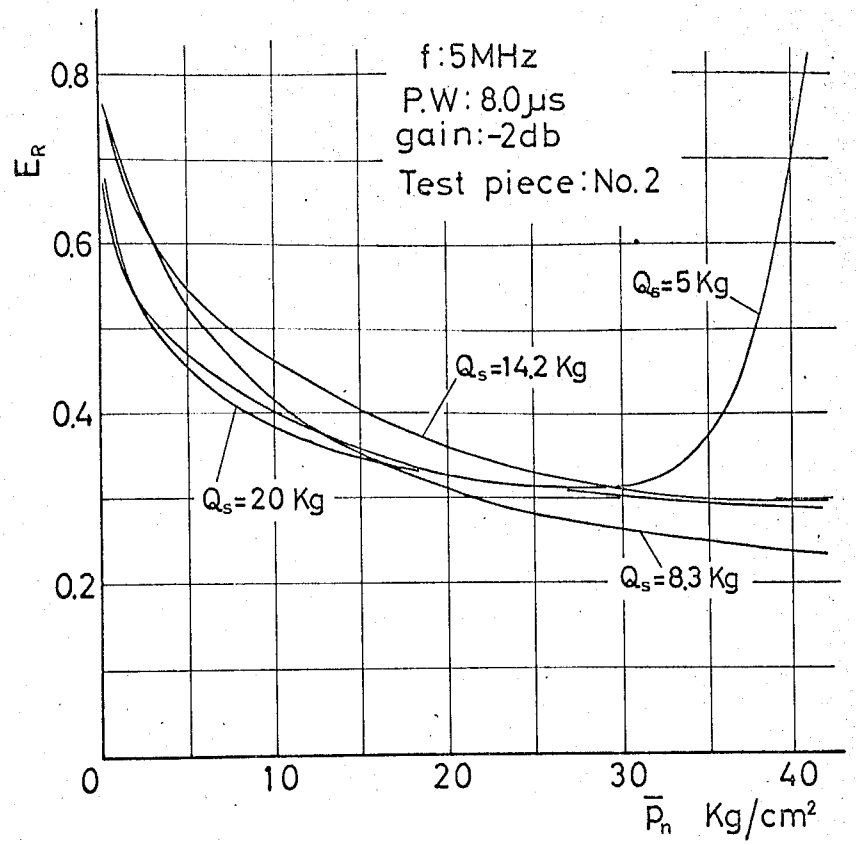
(v) 発振子の接触圧力

(vi) 発振子の径

従って, 測定法としての一般的な特性を明らかにする前に, 以上の影響因子のうち実際に本測定法を使用するときにもっとも問題となる発振子押えばねのばね力, 発振子塗付油, 超音波探傷器の gain, 送信パルス幅, 並びに水晶発振子の発振周波数について検討を行なった.

附図-9 には発振子押えばね (参照附図-5 ⑥) のばね力 Q_s

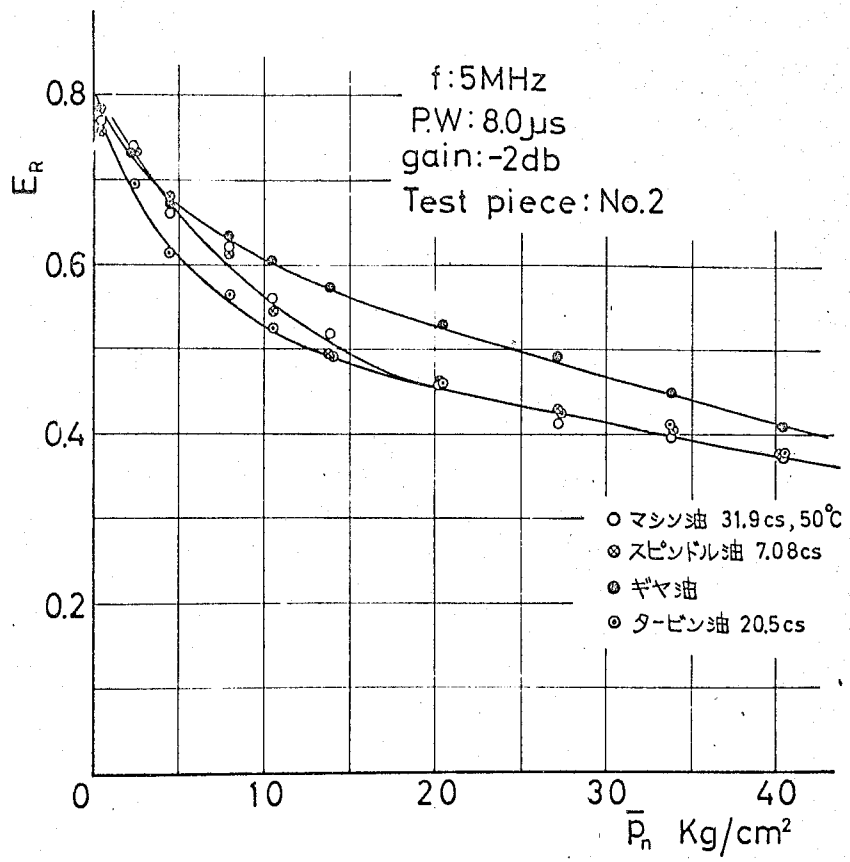
と反射波高比 E_R の関係を測定値の平均値で表示してあるが，押えばね力が弱いと発振子の被測定位置への接触が不十分となり，測定される E_R の値に「ふらつき」が大きくなる．従って，図示のように $Q_s=5$ kg では E_R の値に対して平均接触面圧力 $\bar{p}_n$ の値が二つ定まるような傾向となり，測定法として不適当となる．



附図-9 発振子押えばね力の反射波高比に及ぼす影響

故に，発振子押えばね力は少なくとも $Q_s=10$ kg 以上とする必要があるので，本章の実験では $Q_s=24$ kg としている．

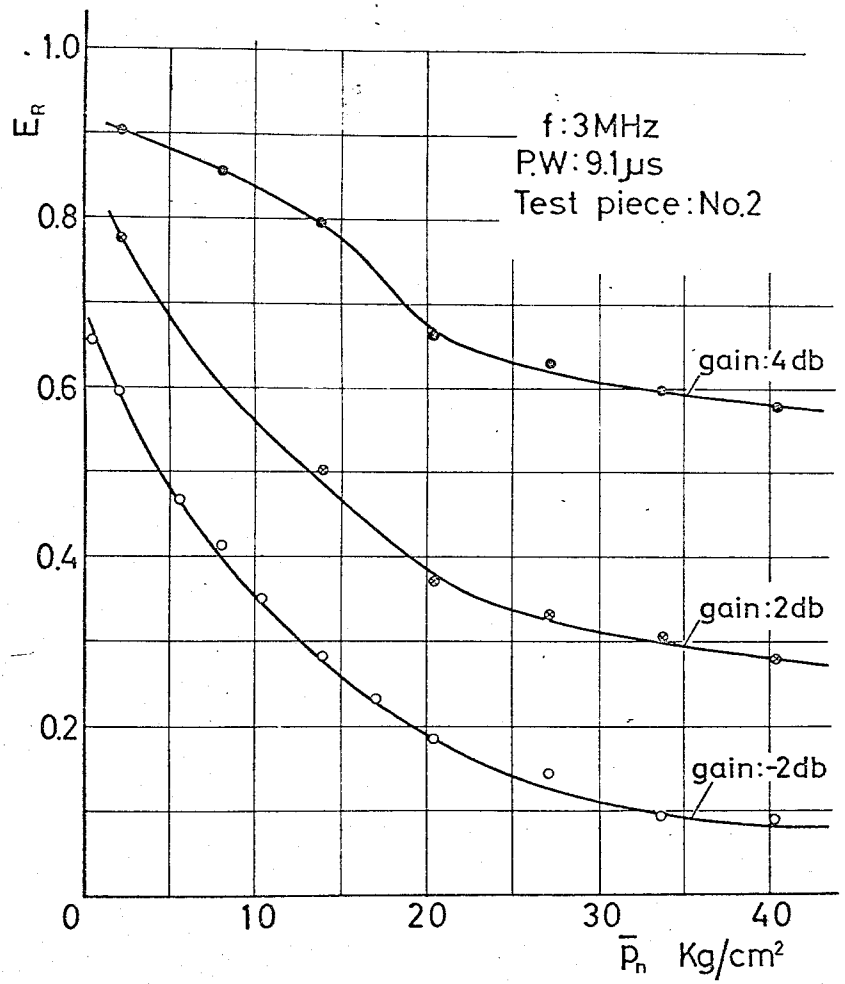
附図-10には被測定位置へ超音波の縦波のみを入射して，横波，表面波の存在による測定精度の低下を防ぐために発振子へ塗付する油の E_R の値に及ぼす影響を検討した



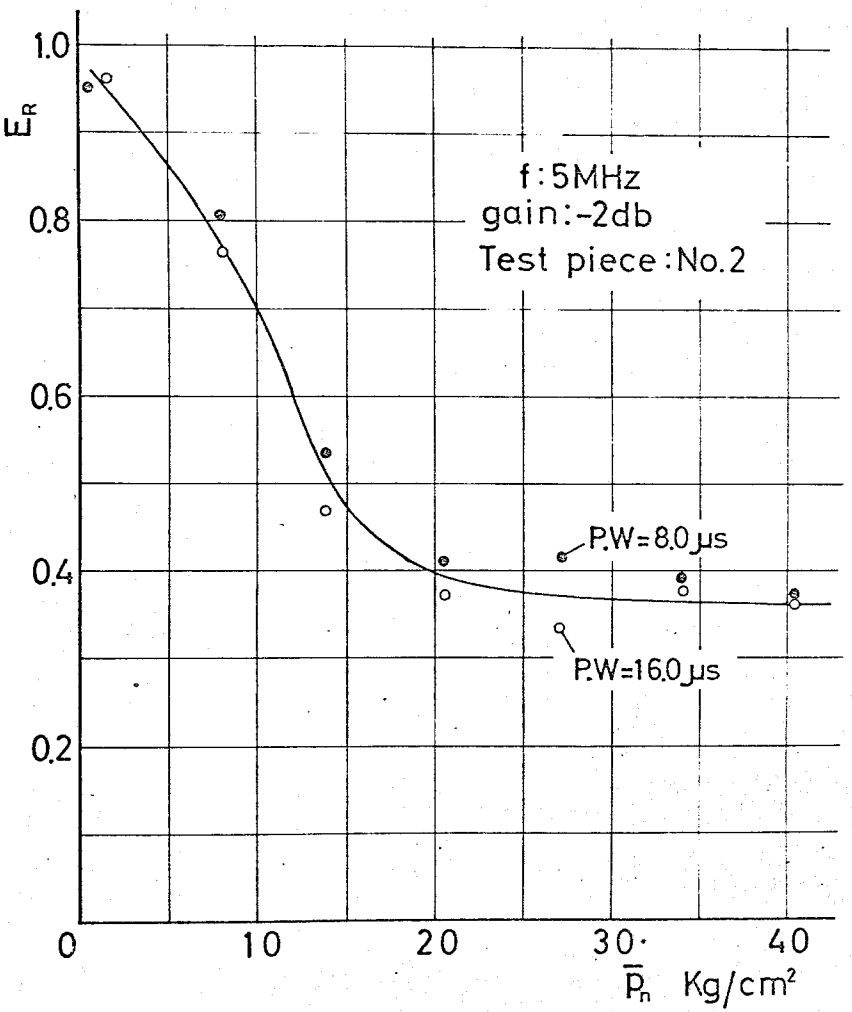
附図-10 発振子塗付油の反射波高比に及ぼす影響

結果を示してある．図より，発振子塗付油の影響は無視できるものと考えられるが，測定中の油の保持状態を考慮すると，従来より超音波探傷で良く用いられている粘度の高いマシン油#120が使用に適していると思われる．

附図-11，附図-12には本実験で使用している超音波探傷器の発振子出力（gain）と送信パルス幅のE_Rに及ぼす影響を示してあるが，gainの効果は他の電気測定器と同様であり，gainが高くなるとE_Rの値も大きくなる傾向を示す．また，送信パルス幅はE_Rの値にほとんど影響しない．

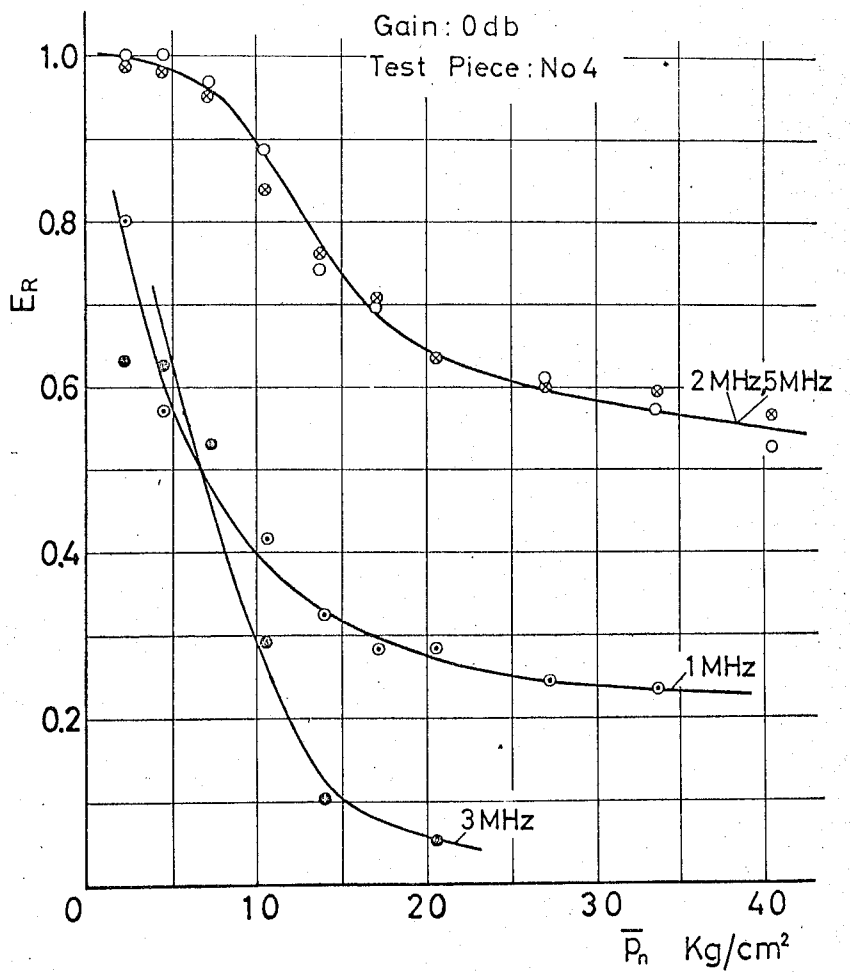


附図-11 発振子出力の反射波高比に及ぼす影響



附図-12 送信パルス幅の反射波高比に及ぼす影響

最後に，附図-13には同一条件下における水晶発振子の発振周波数の影響について検討した結果を示す．図より使用周波数によって反射波高比E_Rの値に大きな差の生ずることが判る．これは周波数により試験片材質の示す散乱，多重反射，減衰等の傾向が異なることによるものと推定される．また，図で周波数が5MHz，2MHzの場合に面圧力の低い範囲で曲線の勾配がゆるやかになっているが，これは超音波探傷器のRejection調整によるものであり，gainを上げ過ぎたためである．



附図-13 発振周波数による反射波高比の変化

以上の測定用機器に関する因子の検討結果より，発振子の固定を確実にして超音波探傷器のgain，送信パルス

幅，発振周波数等を適当に選らべば，本測定法は十分使用できるものと思われるので，次節以降ではこれらを最適な状態に設定した後，測定法として必要な一般的な特性について検討を行なっている．但し，発振子押えばね力 Q_s は 24kg，発振子塗付油はマシン油 #120 として，試験片は乾燥，固体接触状態としている．なお，上記の条件によらない場合は図中に明示してある．

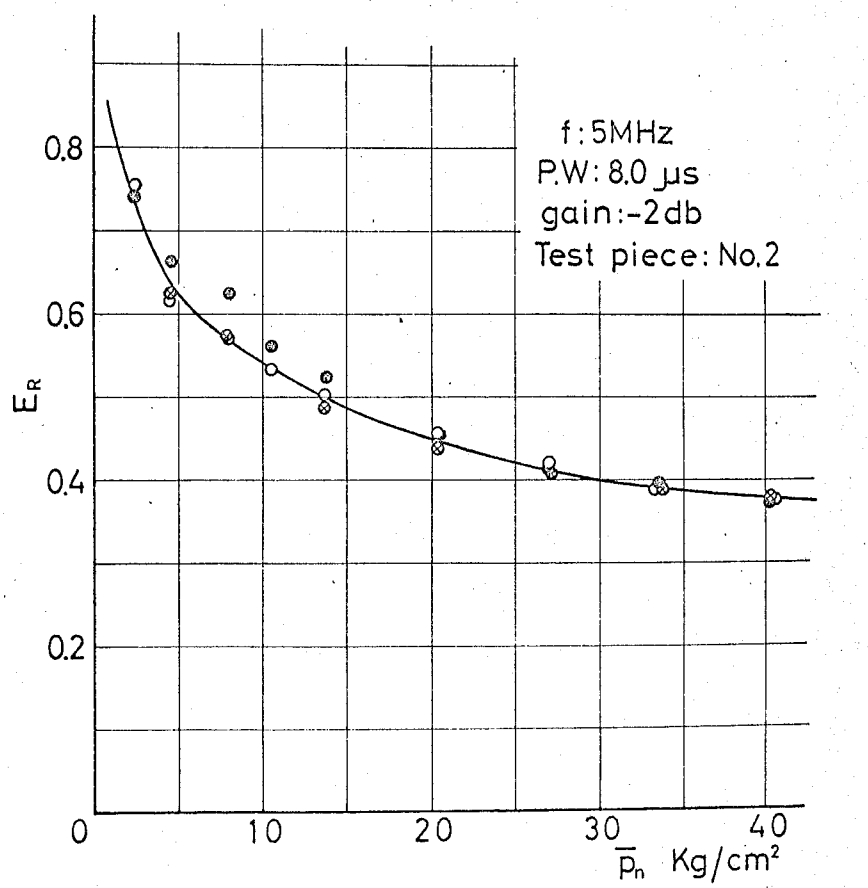
§4　接触面圧力測定法としての特性

前節迄に超音波により接触面圧力の測定ができることを確認したので，本節では測定法として必要な繰返し測定精度，材質による影響等を検討した結果について述べる．

4·1　繰返し測定精度

繰返し測定を行なったときの平均接触面圧力に対する反射波高比のばらつきについて検討した結果の1例を附図-14に示す．

超音波によるこの測定方法では，接触面の弾，塑性変形を利用しているため，平均接触面圧力が低い場合には測定値のばらつきが大きくな



附図-14　繰返し測定精度

る傾向があり，図でも判るように平均面圧力が20 kg/cm² 以上ではほとんどばらつきはなくなるが，20 kg/cm² 以下では多少ばらつきが大きくなる．しかし，その程度は約±5％であり，十分実用になることが判る．

なお，低い圧力範囲（20 kg/cm² 以下）における繰返し精度の低下には表面粗さの局所的なつぶれ，いわゆる塑性変形，が大きく影響すると考えられるので，実験の際にはあらかじめ荷重を数回加えて表面状態を安定させてから測定を行なうように考慮した．

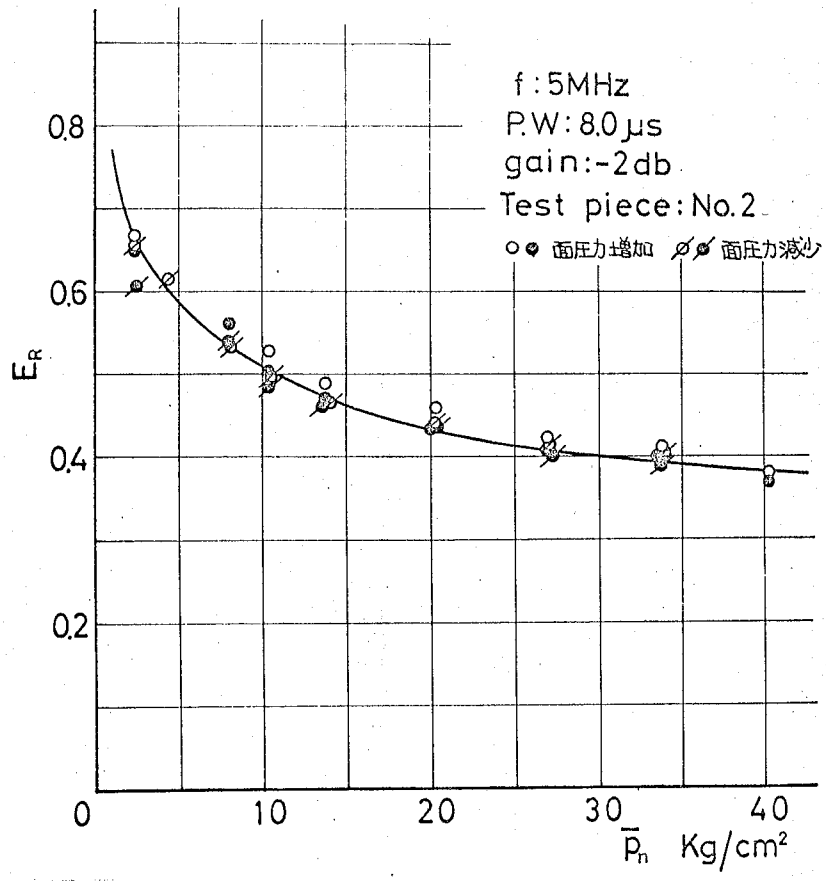
しかし，前述のように平均面圧力 20 kg/cm² 以下では測定精度が20 kg/cm² 以上のときより悪くなっている．この程度の面圧力ではThornley[16]や築添[附5]らにより報告されているように表面粗さ部のつぶれはあまり認められないが，わずかとは云え上記のような局所的な表面粗さのつぶれが再荷重のときにも多少は生ずること，並らびに試験片への水晶発振子の接触状態が常に同じにならないので透過波の量が少ない，低い面圧力の範囲では検出誤差が大きいこと等がこのような現象の原因として考えられる．

しかし，詳細な原因については今後の研究が必要と思

われる.

4·2 面圧力の増減による反射波高比の変化

附図-15には接触面圧力の増加，減少によるE_Rの変化を示してある．図によると，面圧力の増加，減少によるヒステリシス効果はみられないが，これは前項でも述べたように，反射波高の変化が主に接触面微小部分の弾性変形に基因しているためであると考えられる．



附図-15 接触面圧力の増減による反射波高比の変化

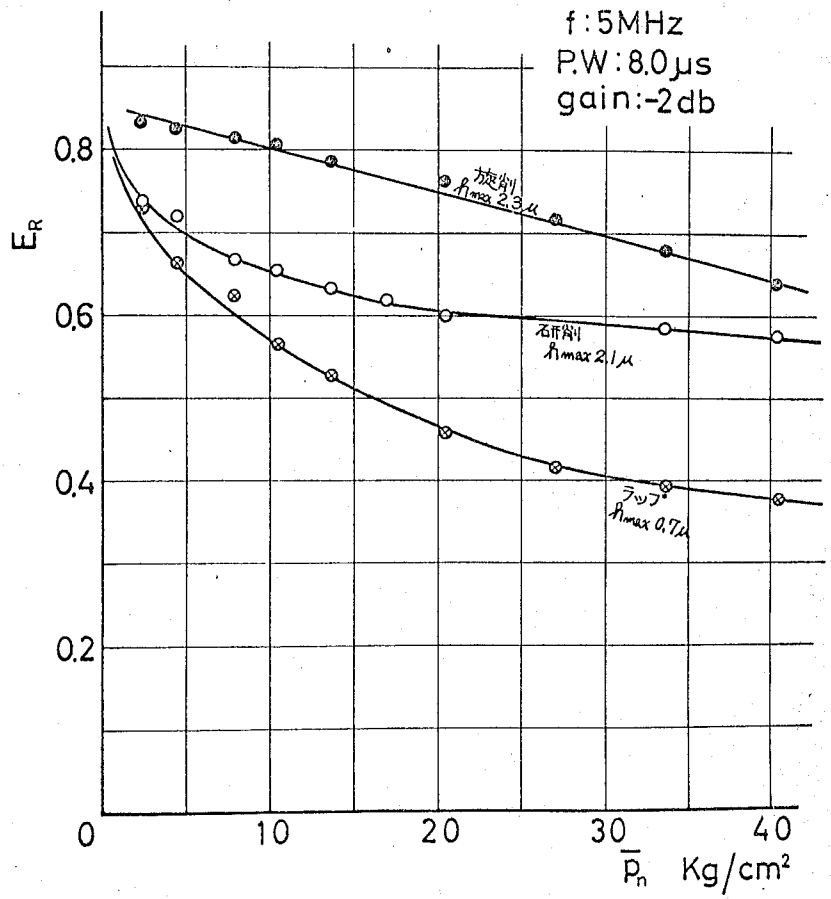
また，附図-15を附図-14と比較すると，平均値で最大約10%の差がある．これは繰返し測定精度の実験と本実験の場合では試験片の組合せ位置を90°回転したため接触状態が変化したことによると考えられる．従って，このことより，実用する場合には較正用試験片は測定部分と同じ

ような表面状態に作成するほかに，その表面状態が均一になるよう注意しなければならないことが判る．

4·3 接触面の表面粗さの影響

式(16)によれば，反射波高比E_Rと平均接触面圧力$\bar{p}_n$の定性的な関係はB_2，またはB_3によって決定される．このB_2，またはB_3の値は初期の表面接触状態によって定まるから，本測定方法では接触面の表面粗さは測定値に直接影響する因子となるので，これについて検討した結果の1例を附図-16に示す．

図によると，旋削，研削仕上面の場合は測定に簡単に使用できる程明白な傾向を示さないが，これは旋削，研削では三角形状の表面粗さ状態になりやすい



附図-16 表面粗さと反射波高比の関係
(Test piece: No.2，但し上部試験片の粗さは図示のとおり)

ことと，このような仕上面では透過する音波の量が少ないためである．この傾向は式（16）でB_2，またはB_3について検討すると，$B_{2旋削} < B_{2研削} < B_{2ラップ}$，となることよりも説明できる．

一般に工作機械の結合部は研削仕上，またはきさげ仕上を行なってあるが，きさげ仕上面の表面形状は良く知られているように超仕上面の表面状態を拡大したものに似ていて，このような表面形状はラップ仕上面より仕上面の接触状態は良好であると考えられる．(附6)(附7) このことより本測定方法はきさげ仕上面に対しても十分精度良く使用でき，研削仕上面に対しては注意深く測定すれば使用できるものと考えられる．

4·4 試験片厚さの影響

試験片の厚さは発振子の周波数，超音波の固体中の減衰と関連して，反射波高比に直接影響するので以下のような検討を行なった．

(1) オ1反射波戻り時間と送信パルス幅の関連

試験片の厚さH_t，音波の伝播速度C，オ1F波戻り時間t_1，ブラウン管（C.R.T.）上の送信パルス幅t_i，とすると

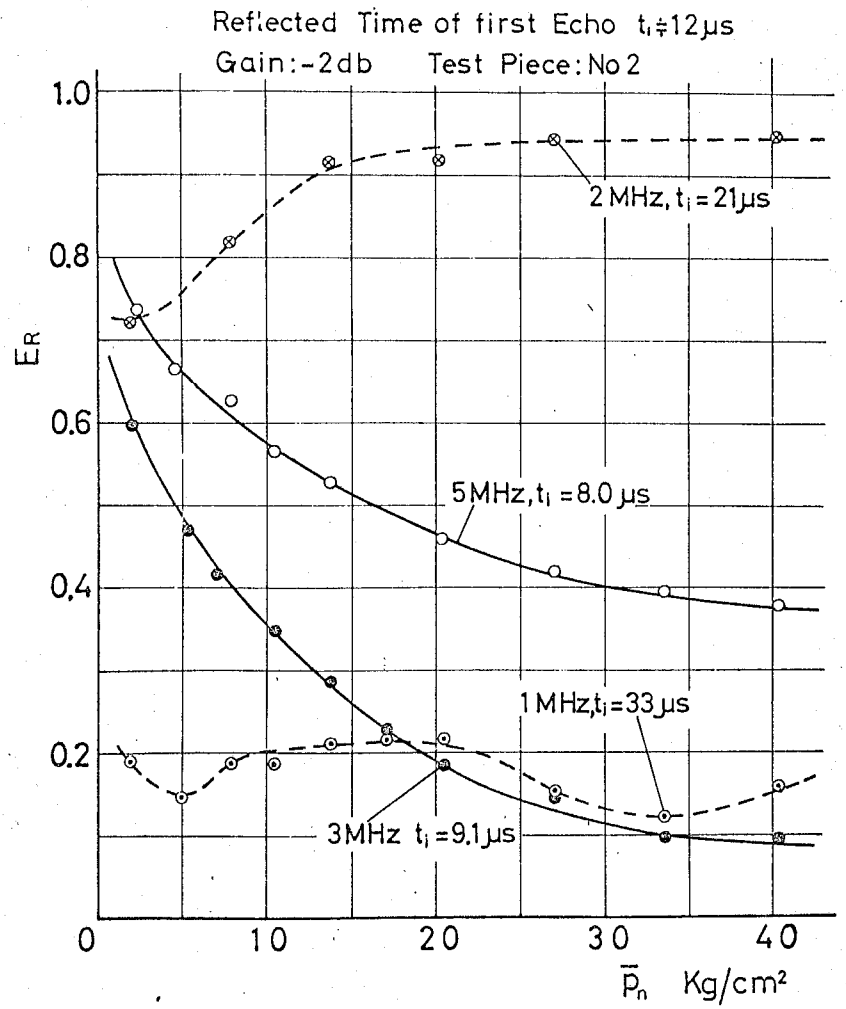
$$t_1 = 2H_t/C \quad \text{----------(18)}$$

従って，式(18)で計算されるt_1が$t_1 > t_i$を満足するならば，第1反射波をF_1波としてC.R.T.上に観測できるが，$t_1 < t_i$ならばF_1波は送信パルス幅の中にはいり，測定できなくなる．

本実験でのC.R.T.上の送信パルス幅の値は附表-4に示すとおりであり，附図-17には上記のことを確認した結果を示す．

f MHz	P.W μs
1	33.0
2	21.0
3	9.1
5	8.0

附表-4 C.R.T上の送信パルス幅の値



附図-17 第1反射波戻り時間と送信パルス幅の関係

Hₜ=30㎜ の場合，C=5180 m/s とすれば，$t_1 \fallingdotseq 12\,\mu s$となり，附表-4より発振周波数fが1MHz，2MHzでは第1反射波は送信パルス

幅内にはいり，C.R.T.上に表示されない．図にはこのことが良く示されていて，周波数1MHz，2MHzでは第1反射波がB_1波の特性を示している．

なお，第1反射波発り時間のほかに音波の指向角が問題になるが，本実験のようにH_tが小さいときは無視することができるので，ここでは考えないことにする．

(2) 超音波の減衰

超音波が金属中を伝幡すると，金属の内部摩擦，結晶粒界における散乱等のために超音波は減衰する．金属では散乱減衰が主であるが，その減衰量はそれ程大きくなく，超音波探傷枝のgainを上げれば十分補える程度であるから，本測定方法では多くの場合無視できるものと思われる．

例えば，木村(附4)の提唱している次式により算出してみる

$$P_{sx} = P_{s0} e^{-\alpha_s x}, \quad \alpha_s = H D_c f^2$$

但し，P_{sx} = xなる距離を伝幡後の音圧

P_{s0} = ($x=0$)なるときの音圧

α_s = 減衰定数

H = 結晶組織の異方性係数

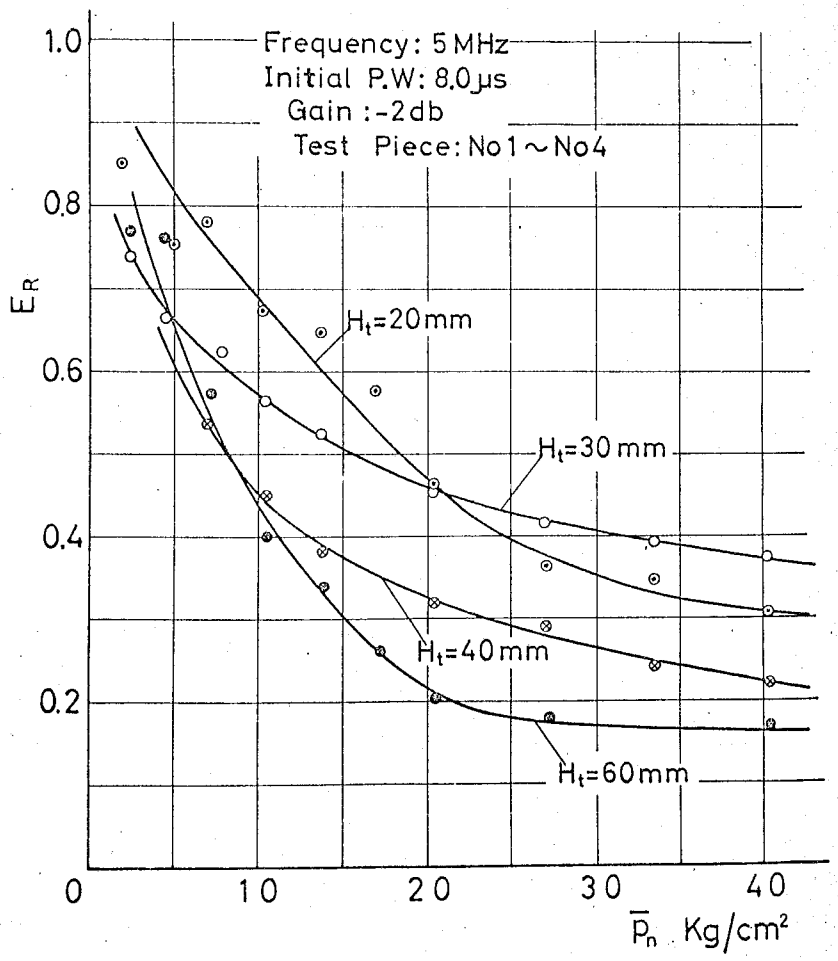
パーライト組織では $6\ db/cm^2\cdot(MHz)^2$

D_c = 結晶粒の平均直径

いま，$D_c = 0.10\ mm$，$f = 5\ MHz$，とすると，$\alpha_s = 1.5\ db/cm$．よって，$x = 60\ mm$ にて 9db の減衰を示すのみとなる．しかし，鋳鉄のように黒鉛の存在するものは減衰が大きいので，使用する周波数を小さくするか，gain を上げる必要がある．

以上の検討に従って，上記のような現象の起こりにくい 5MHz を使用して，附表-2 に示した種々の試験片の厚さについてその影響を検討した結果を附図-18 に示す．

図では厚さによる明白な傾向はみられないが，これは反射波



附図-18 試験片の厚さによる反射波高比の変化

高に影響する接合面の表面状態を実験に使用した試験片のすべてについて同一にできなかったためであると考えられる．このことより，実際の測定に使用するときには，表面状態に注意して試験片を作成し，厚さごとに較正を行なう必要のあることがわかる．

4·5 接合面の材質の影響

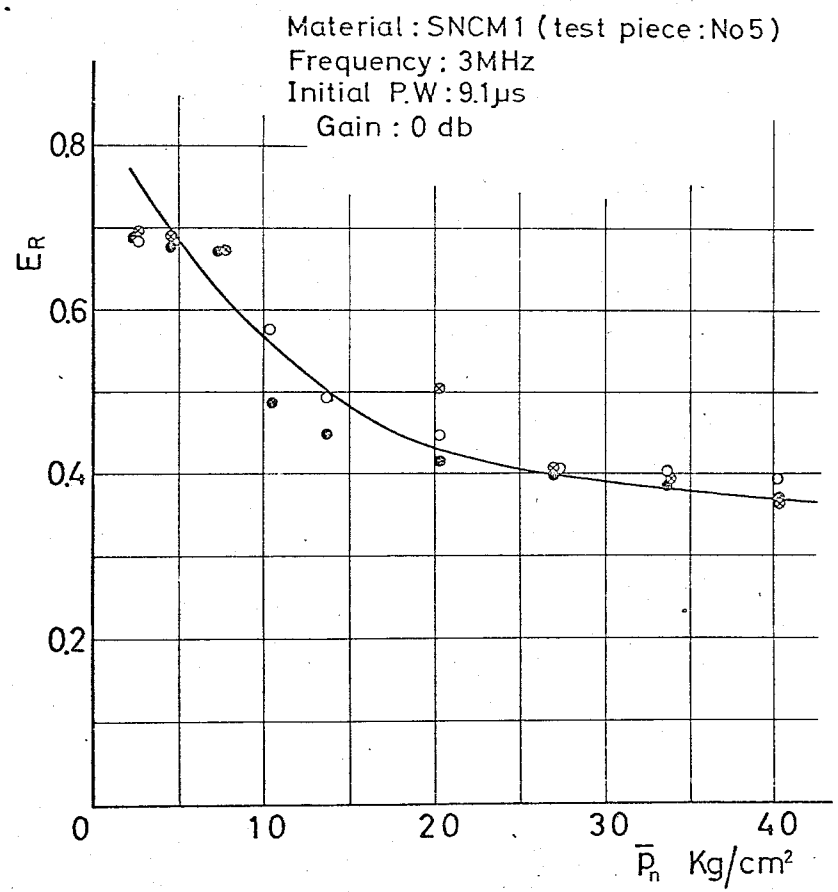
一般にボルト結合部や案内面に使用される材質は鋳鉄や焼入鋼であり，表面処理としては鋳鉄にクロムめっきや合成樹脂のはり付け等を行なう．これらのうちもっとも良くこれら結合面に使用される附表-5に示す材質について反射波高比 E_R と平均接触面圧力の関係を検討した結果を附図-19より附図-23に示す．

No	H_t mm	発振子の接触面の粗さ h_{max}	接触部(ラップ仕上) 平面度 μ	接触部(ラップ仕上) 表面粗さ h_{max} μ	材質
5	60	1.5	2.2	1.0	SNCM1
6	40	1.5	4.0	0.8	FC25
7	60	2.5	2.4	0.6	共晶黒鉛鋳鉄
8	60	1.4	3.2	0.5	SNCM1 直接焼入れ
9	60	1.3	1.2	0.7	FC25 高周波焼入れ

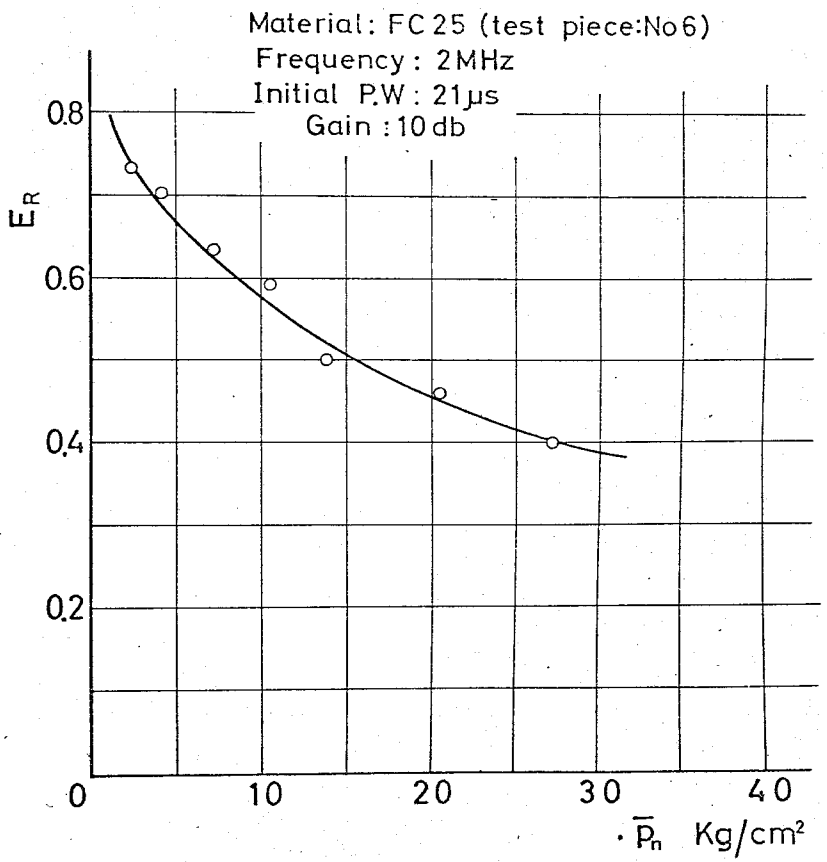
下部試験片：接触部ラップ仕上，平面度 2.0μ h_{max} 0.6μ；材質 SK5（焼入れ，焼戻し，トルースタイト一相）；H_t 20 mm

附表-5

一般的に鋳鉄では，黒鉛の存在による減衰のため，発振子の出力電圧を高くする必要があったり，また，材質の結晶組織により音波の多重散乱，吸収等が増減するため，ある周波数で急激な減衰を示す傾向があったりする

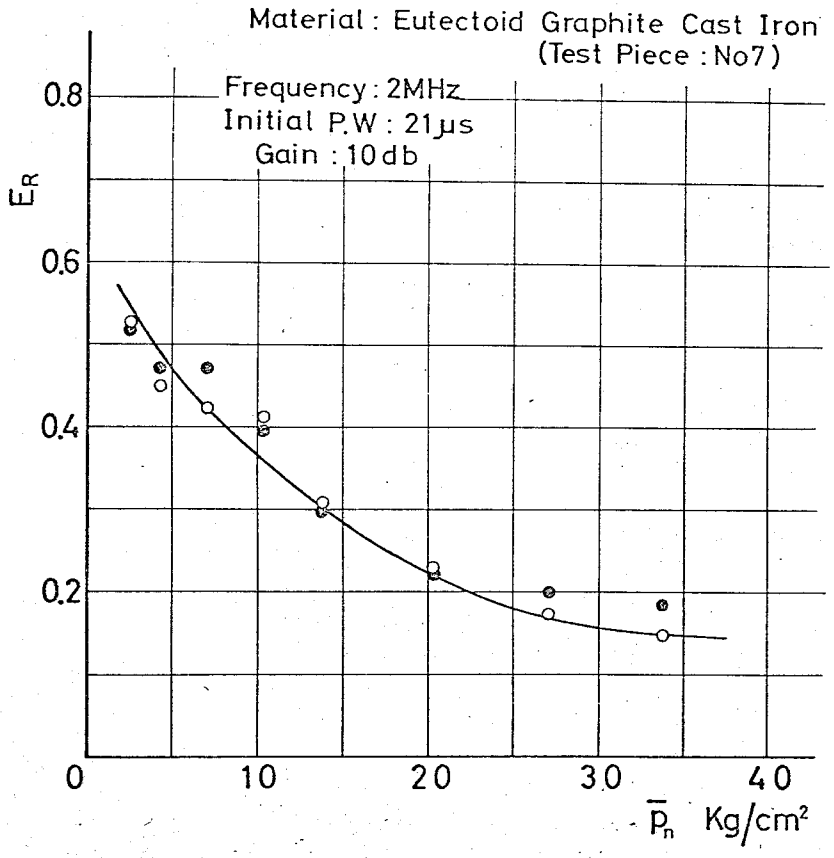


附図-19 材質による反射波高比の変化(1)



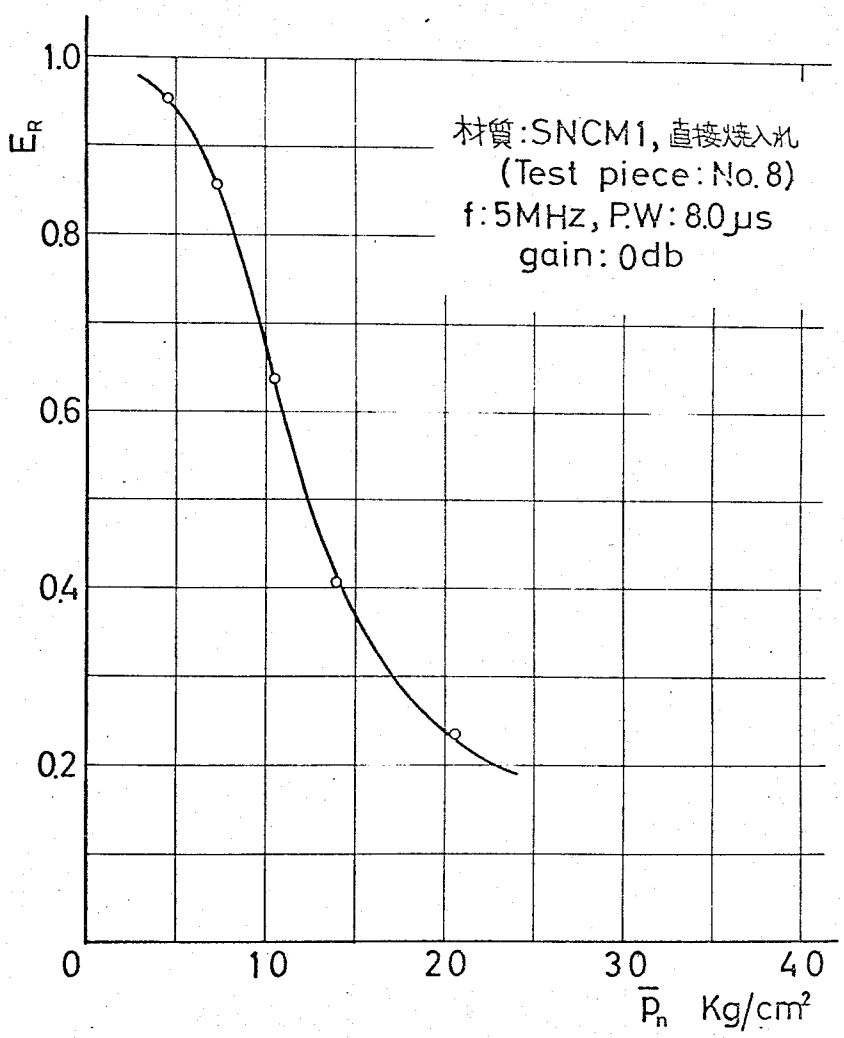
附図-20 材質による反射波高比の変化(2)

発振子塗付油：スピンドル油 #60

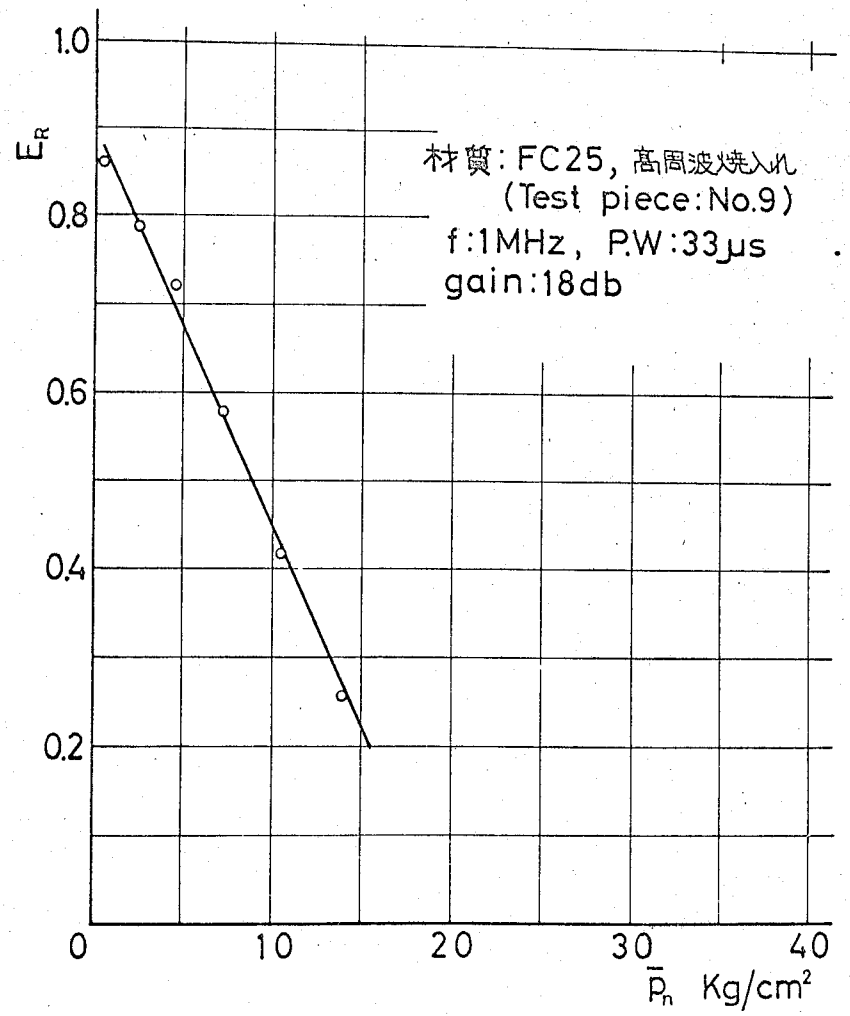


附図-21 材質による反射波高比の変化(3)

発振子塗付油：スピンドル油 #60



附図-22 材質による反射波高比の変化(4)



附図-23 材質による反射波高比の変化(5)

発振子塗付油：スピンドル油＃60

が，これらの図より測定しようとする材質について，同一状態のもとで較正を行なっておけば，実際の測定には十分使用できることが判る．また，以上の図でも多少使用しているが，試験片の材質によっては高い周波数を使用できない場合もあり，このようなときにはF₁波は送信パルス幅内に入いるので，接触面圧力の測定は不能となる．しかし，n番目のF波（Fₙ波）を用いると接触面

圧力は測定できるようになるので，このようなときには

$E_R = h_{sej} / h_{si}$ として結果を整理すれば良い．

§5 まとめ

本章では工作機械のボルト結合部に関する基礎的な研究を行なうのにもっとも重要な二平面接合部の接触面圧力を,超音波を用いて非破壊で測定する方法について研究を行ない，使用した超音波探傷器のgain，送信パルス幅等を適当に調整すれば，40 kg/cm² 以下というような低い値の範囲でも接触面圧力は十分測定できることを確認すると同時に，その測定原理について理論的な考察を加えて，二平面の接合部における超音波の音圧反射と垂直荷重が作用したときの接合部の弾，塑性変形による接触面積の増加を利用した接触面圧力の測定方法であることを明らかにした.

また，平均接触面圧力 $\bar{p}_m$ と反射波音圧 P_{SRmax} の定性的な関係は，

$$P_{SRmax}=\{(1-B_0)-B_3\bar{p}_m\}P_{SImax}$$

で与えられるが，超音波探傷器を用いるとC.R.T.上の反射波高は音圧に比例するので，実用上は送信パルス波高とF1波高の比である反射波高比 E_R によって平均接触面圧

力が表示され，測定できることを理論と実験で示した．

更に，本測定法の特性について実験を行ない，本測定法の一般的な特性は次のようなものであることを明らかにした．

(1) 接触面の表面粗さ，表面の性質，状態は本測定方法に大きな影響を及ぼすが，工作機械の結合面の加工方法として良く用いられている研削仕上，きさげ仕上面に対しては十分実用になる反射波高比の変化を示す．

(2) 測定器として必要な繰返し測定精度は高く，面圧力の増減による測定値のヒステリシス効果はふさい．また，測定値のばらつきは約±5%であり，今後の結合部に関する研究に十分使用できる．

(3) 本測定方法では，(i) F1波戻り時間と送信パルス幅との関係，(ii) 測定部の厚さ，を考えて使用する発振子周波数を選択する必要がある．この場合，周波数が高いと，例えば鋳鉄のように材質によって超音波の減衰の大きいこともあるが，これは多くの場合にgain（発振子出力電圧）を上げることにより測定可能となる．

(4) 二平面を構成する材質，表面処理の方法により反射

波高比の示す傾向はそれぞれ異なるが，一般に工作機械の結合部に存在するような二平面接合部の状態では十分実用になる反射波高比の変化があらわれる．

また，反射波高比 E_R は平均接触面圧力 $\bar{p}_m$ と理論的には直線関係にあるが，実際には多くの場合に指数関数状の関係になる．

(附1) H. Krächter,「Ein neuartiges Verfahren zur Messung von Druck-Kräften mit Ultraschall」, Werkstatt. und Betrieb, Jg.91, Nr.5, (1958-5), S246.

(附2) T. Rudy,「An Ultrasonic Method of Measuring Piston Ring Bore-Contact Patterns」, Soc. of Auto. Engr., No.670027.

(附3) 熊野,「超音波探器の設計」, 昭40, P12, オーム社.

(附4) 日本学術振興会編,「超音波探傷法」, 昭39, P72, 日刊工業新聞社

(附5) 築添,「表面あらさと面の接触機構について」, 潤滑, Vol.13, No.3, (昭43), P101.

(附6) 三上,「きさげ仕上に就て」, 日本機械学会論文集, Vol.5, No.20, (昭14-8), P1.

(附7) 田中,「手仕上作業」, 昭36, P47, 産業図書.