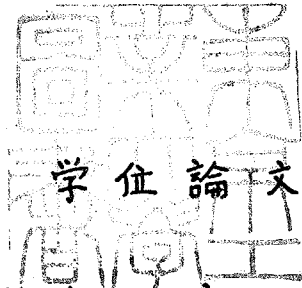


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	円管内旋回流の流動に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	黒田千秋
Author(English)	CHIAKI KURODA
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第971号, 授与年月日:1978年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第971号, Conferred date:1978/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



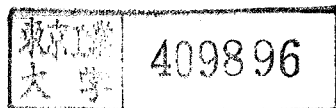
円管内旋回流の流動に関する研究

1978年 1月

東京工業大学大学院 理工学研究科

博士課程 化学工学専攻 5047

黒田 千秋



目 次

第1章	緒 論	
1-1	序	1
1-2	既往の研究	2
1-3	本研究の目的と論文の構成	15
第2章	旋回流の流速分布	
2-1	序	17
2-2	実験的考察	17
2-2-1	実験装置	17
2-2-2	流速測定法と測定条件	20
2-2-3	実験結果および考察	27
2-3	本章の結論	53
第3章	旋回の強さとその減衰過程	
3-1	序	54
3-2	理論的考察	54
3-3	実験的考察	61
3-4	本章の結論	70
第4章	旋回流の静圧分布	
4-1	序	72
4-2	理論的考察	72
4-3	実験的考察	77
4-4	円管内旋回流のエネルギー損失	89
4-5	本章の結論	96

第5章	乱流旋回流における乱れの統計的性質	97
5-1	序	97
5-2	強制渦と自由渦の乱れの構造	102
5-3	実験的考察	127
5-4	本章の結論	
第6章	乱流旋回流の旋回流動	128
6-1	序	128
6-2	旋回の摩擦速度	130
6-3	実験的考察	135
6-4	循環 Γ の推算法	141
6-5	本章の結論	142
第7章	総合的結論	
	使用記号	146
	参考文献	150
	附記	

第1章 緒 論

1-1 序

装置内の一定の軸のまわりを回転しつつ、同軸方向に進行してゆく螺旋状の流れは、旋回流 (Swirling flow)、あるいは、渦流れ (Vortex flow) と呼ばれ、サイクロン分離器、熱分離用ボルテックスチューブなどは勿論、攪拌槽内やターボ式流体機械を含む管路内においても、よく見られる流動である。

本研究は、これらの旋回流の基本と考えられる平滑円管内の軸対称旋回流の流動機構を解明することを目的とした。

なお、本章では、円管内旋回流に関する既往の研究を概観して、これらの研究の位置づけを行なうとともに、本研究を行なうに至った経緯を明らかにし、その目的を明らかにするとともに、本論文の構成について述べる。

1-2 既往の研究

種々の実用装置で発生する旋回流は、装置の形状などの影響を受け、それぞれ異なった流動状態をとるため、従来、各装置ごとに、別々の取り扱いを行なうというのが一般的であった。例えば、旋回流を応用した代表的な装置であるサイクロン分離器を設計するための設計基準に関しては、Linden³⁹⁾、北浦^{30~32)}、井伊谷^{13~18)}らの研究報告があるが、実用面に重点が置かれ、その装置に限定された結果が多く、すべての装置に共通した一般的な旋回流の取り扱い方を確立するという観点からは論じられていない。

旋回流の基本的な流動状態を明らかにするには、複雑な実用的装置内の旋回流を論ずるまえに、最も簡単な円管内の軸対称の旋回流について、基礎的な研究をすることが順序であろう。このような基礎的研究は比較的少ないが、以下、その主要なもので得られている知見を項目別に論ずることとする。

1-2-1 接線方向流速成分 U_{θ} の分布形

接線方向流速成分 U_{θ} の半径 r 方向分布形は、いわゆる Rankine の組合せ渦を基本にしていられるように思われる。すなわち、Rankine の組合せ渦は、広い領域で軸方向の流れのなり旋回流の接線方向の流速成分を、中心部の固体的回転部分と、これに接する周辺部の自由回転部分の組合せとして表現したもので、Fig. 1-1 の実線によって

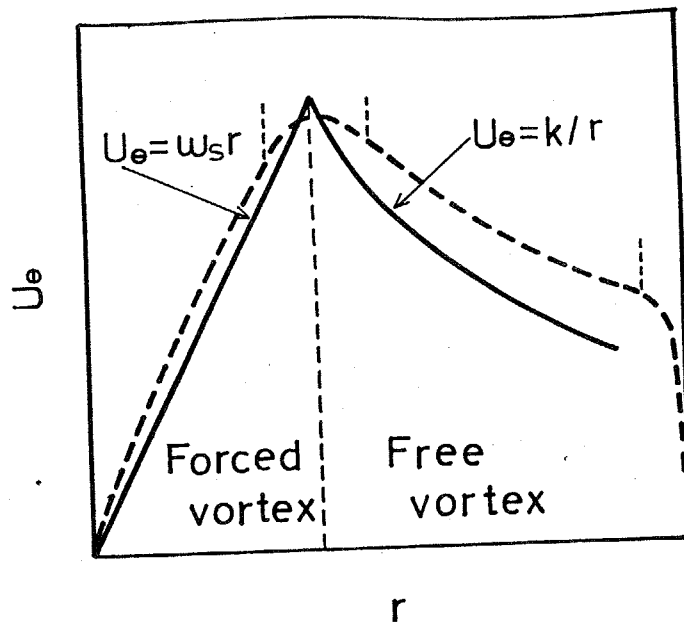


Fig. 1-1 U_e vs. r

示される。すなわち、中心部の固体的回転部分の流速分布は、

$$U_e = \omega_s r \quad (1-1)$$

と表わされ、強制渦領域と呼ばれている。また、その外側の領域の流速分布は、

$$U_e = k / r \quad (1-2)$$

と表わされ、自由渦領域と呼ばれている。

自由渦は、理想流体で、エネルギー損失のない場合に生ずる渦運動であるが、粘性流体の場合でも、粘性抵抗に打ち勝つだけのエネルギーが外部から補給されれば、この渦に近い渦となりうる。

しかし、通常の装置内の旋回流における U_e の分布は、器壁の影響もあって、Rankine の組合せ渦とは多少の相違を示し、Fig. 1-1 で破線によって示すような分布形と

なる。Nissan⁴⁸⁾ (1961) は、 U_θ の分布形により円管内旋回流を次の4領域に分けて考察した。

(1) 強制渦領域 : $U_\theta = \omega_s r^m$ ($0 < m \leq 1$) (1-3)

(2) 遷移領域 : U_θ が最大値をとる半径位置を含む領域

(3) 自由渦領域 : $U_\theta = k/r^m$ ($0 < m \leq 1$) (1-4)

(4) 境界層領域 : 壁面附近

(3)の自由渦領域は、正しい呼び方ではなく、 $m \neq 1$ の時にはむしろ、準(半)自由渦領域と呼ばれるべきであろう。 m は、ほぼ1となるのが普通であるが、 m は、1より小さな種々の値を示すからである。Eqs. (1-3), (1-4) は、変形された Rankine の組合せ渦と解釈してもよいであろう。

一方、以上のような組合せ渦の考え方とは異なり、単一の分布式で U_θ の全体の分布形を表わすため、Burgers⁶⁾ (1948) は、Navier - Stokes の運動方程式の解の一例を示している。すなわち、同方程式の θ 成分において、定常、軸対称($\partial/\partial\theta = 0$)を仮定し、また、流速分布について、 $U_r = -a r$ ($a > 0$)および U_θ が r のみの関数であることを仮定し、 $\Gamma = 2\pi r U_\theta$ と変数変換すれば、解を求めることができ、

$$\Gamma = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{a}{2\nu} r^2\right) \right\} \quad (1-5)$$

$$U_0 = \frac{C}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{a}{2\nu} r^2\right) \right\} \quad (1-6)$$

となる。Cは積分定数である。Eq. (1-6)で表わされる渦は、Burgersの渦と呼ばれている。Rott (1958)⁵⁸⁾は、 $\Gamma < 0$ すなわち内向流の仮定から、トロネイドや吸込み流の型の渦に適用できることを明らかにした。しかし、この仮定が成立しないような旋回流においても、Eq. (1-6)の関数形によって、近似的に U_0 の分布形を表わせることを妹尾ら (1972)⁵⁹⁾、小川 (1975)⁵⁰⁾が報告している。

通常、

$$U_0 = \frac{k_1}{r} \left\{ 1 - \exp(-k_2 r^2) \right\} \quad (1-7)$$

として使用され、定数 k_1, k_2 は実験的に決定される。上式で、 r を小とすると U_0 は $k_1 k_2 r (= \omega_s r)$ に、また、 r を大とすると U_0 は k_1/r に漸近する。つまり、Burgersの渦は、Rankineの組合せ渦では表わすことのできない強制渦と自由渦の間の遷移領域の U_0 分布形を表わすのに有効であると考えられる。

軸方向流速成分 U_z と比較して、 U_0 が特に小さな旋回流においては、 U_0 の分布形がほぼ管壁附近まで強制渦になることが、村上ら (1975)⁴⁵⁾によって示されている。このように旋回が弱い旋回流については、比較的、数値解析の結果が適用されやすく、Smithbergら (1964)⁶⁴⁾、Kreithら (1965)³⁴⁾、Lavanら (1969)³⁶⁾の報告がある。

以上説明してきたいずれの分布式においても、実験的に決定せざるまゝなり定数が含まれており、その決定法など、 Γ_0 の半径方向の分布形に関しては、多くの問題点が残されている。

1-2-2 旋回の強さ

円管内旋回流の旋回流動が、軸方向の流速成分を持つ場合、当然、管軸方向の下流において、旋回が減衰してゆくが、この減衰過程を検討するにあたり、各位置の断面における旋回の強さを表示するため、Table 1-1に示すような諸量が提案されている。

Table 1-1に示す諸量のうち、通常、無次元の旋回数 (Swirl number) が用いられることが多いが、この無次元の量が、回転場の流動状態を表現する代表的な無次元数であるロスビー数 (Rossby number) の逆数に相当することは、Yajnikら⁷³⁾(1973)の指摘するところである。また旋回数が指数関数的に管軸方向へ減衰してゆくことが、木谷ら³³⁾(1970)、妹尾ら⁵⁹⁾(1972)、村上ら⁴⁵⁾(1975)によって、明らかにされた。

しかし、旋回数を算出するには、 Γ_0 以外に Γ_2 も考慮せねばならず、やや簡潔さに欠けている感がある。また、これ以外の諸量は、理論的根拠に乏しいように思われる。

従って、簡潔かつ理論的根拠のある旋回の強さの表示法を提案し、その減衰過程を検討することが必要である。

Table 1-1 Swirl parameter (Intensity of swirl)

Swirl parameter	Literature
<p>Average tangential velocity :</p> $\int_0^R U_{\theta} dr / R$	<p>Nissan et al. (1961)⁴⁸⁾</p>
<p>Average swirl : angular velocity of blade of swirl vortex meter</p>	<p>Kreith et al. (1965)³⁴⁾</p>
<p>Weighted tangential velocity :</p> $\int_0^R 2\pi r U_{\theta} dr / \pi R^2$	<p>King et al. (1969)²⁸⁾</p>
<p>Flow angle : angle between pipe axis and mean flow direction near wall</p>	<p>Senoo et al. (1972)⁵⁹⁾ Yajnik et al. (1973)⁷³⁾</p>
<p>Swirl number : (angular momentum flux) / R x (axial momentum flux)</p> $\int_0^R U_z U_{\theta} r^2 dr / R \int_0^R U_z^2 r dr$	<p>Kiya et al. (1970)³³⁾ Lilley et al. (1971)³⁸⁾ Senoo et al. (1972)⁵⁹⁾ Yajnik et al. (1973)⁷³⁾ Murakami et al. (1975)⁴⁵⁾</p>

1 - 2 - 3 軸方向流速成分 U_z の分布形

円管内旋回流の軸方向流速成分 U_z の半径方向分布形について、Nuttal (1953)⁴⁹⁾ は、3つの型の分布形があることを染料拡散の視察実験により明らかにし、また、Binnie (1957)²⁾ は、この3つの型の流れを以下に示す Type I ~ III として検討した。

Type I : 管断面全体にわたり、流れが下流側に向いている。

Type II : 中心軸附近の領域で、流れが上流側に向き、その外側の管壁までの環状領域では、流れが下流側に向いている。

Type III : 中心軸附近および管壁附近の領域で、流れが下流側に向き、その中間の環状領域では、流れが上流側に向いている。

管断面平均流速 U_{av} の等しい条件で、旋回が強いほど、II ないし III の型の流れとなりやすい。

管の上流側に向かう流れは、逆流 (Reverse flow) と呼ばれている。

Type I の流動状態で、特に旋回が弱い場合には、 U_z の分布形を旋回を伴わない一般的な円管内流水の U_z 分布式で近似できる。また、この場合、1 - 2 - 1 項で述べたように、 U_0 分布形は、管壁附近まで強制渦となっていることが多い。従って、旋回の弱い旋回流の流速分布を数値解析的に検討することは、比較的容易であると考えられ

る。しかし、旋回が強まるとともに、 Ω の分布形はIIな
いしIIIの型になり、一定の関数式で表わすことは難しく、
未だ、明確な結論は示されていない。

Type I から Type II へ移る過渡的状态では、流れが不安
定となり、この状態を渦の崩壊 (Vortex breakdown) と
して、考えている報告例^(1,5,9)もある。

Nissanら⁽⁴⁸⁾(1961)は、逆流が生ずる原因を、位置水頭
圧を相殺した静圧の管軸方向への増加に帰着させて考察
したが、Kingら⁽²⁸⁾(1969)は、同増加領域の中に逆流とな
っていない領域が含まれていることを実験的に示した。
すなわち、装置上流部の中心軸附近での静圧の低下が逆
流を誘発する主要原因であると考えられるが、静圧の分布
形だけで、逆流領域を判断することには無理がある。

逆流を生じている旋回流の静圧分布に関しては、第4
章で論ずる。

1-2-4 半径方向流速成分 U_r の分布形

内径一定の円管での旋回流においては、装置入口附近の一部の領域を除けば、半径方向流速成分 U_r が、 U_θ 、 U_z と比較し、微小量であると報告している研究例が多い。^{41,45)} 高浜⁶⁵⁾ (1964)、King²⁸⁾ (1969)、村上⁴⁶⁾ (1965, 1975) は、軸対称場での非圧縮性流体の連続の式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (1-8)$$

を用いて、 U_z の実測値から U_r を概算したが、その絶対値は、 U_θ 、 U_z のほぼ 1% 以下であると述べている。村上⁴⁵⁾ (1975) は、円筒形 3 孔ピット管を用いて U_r を実測し、上記の概算値とよく一致していることを示した。

U_r は、通常、微小量として無視する例が多いが、 U_r を零とすれば、Eq. (1-8) から $\partial U_z / \partial z$ も零となり、 U_z の分布形の z 方向へのわずかな変化を検討しようとする場合には、矛盾を生ずる。このように、 U_r の省略に際しては、問題点に対する U_r の影響の程度を考慮する必要があると考える。

ピット管等による流速測定においては、 U_r による測定誤差を無視して、 U_θ と U_z のみを測定している例が多く、 U_r の実測例は、円管内旋回流に関しては、極めて少ないと言える。従って、流速を三次元的に測定し、 U_r の正確な分布形を示すことが必要であると考える。

なお、King²⁸⁾ (1969) は、管壁に接する方向から流体

が流入するように設けた入口管による形式の旋回流発生装置の場合、入口管から装置内径の約3~6倍の距離を隔てた下流で、 U_r が U_0 、 U_z のほぼ1%以下となると報告しているが、これは、装置入口構造が流れへ影響を及ぼす範囲を決める上の一基準になるものと考えられる。

1-2-5 静圧Pの分布形

静圧Pは、主に回転運動による遠心力との釣り合いから、半径方向に分布を生ずる。Navier-Stokes方程式のr成分において、定常、軸対称および $U_r = 0$ が仮定できるとすると、

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \cdot \frac{U_\theta^2}{r} \quad (1-9)$$

となり、 U_θ の実測値よりPを円積分で求めることが可能である。Reynolds (1961)⁵⁵⁾、Kingら (1969)²⁸⁾は、円管内旋回流について、Navier-Stokes方程式のr成分の各項のオーダーを検討し、Eq. (1-9)で省略した他項による誤差が1~2%であることを示した。通常、静圧Pの推算には、Eq. (1-9)が近似式として使用されている。

しかし、乱流場でのNavier-Stokes方程式を用いて、時間平均された静圧を流速測定値から推算する時、流速変動によるレイノルズ応力項の影響については、明確な資料が少ない。従って、流速変動についての実験的検討が、まず必要になると考えられる。

旋回流のエネルギー損失に関して、Nissan⁴⁸⁾ (1961) は、管壁での静圧の軸方向への差圧を測定し、Fanningの式を用いて管摩擦係数を求められているが、この値は、旋回を伴わない一般的な管内流れの場合の数倍～数10倍の大きさとなる。しかし、半径方向に静圧の分布を示す旋回流において、エネルギー損失を管壁の静圧差だけを用いて表わしている点には、考慮の余地がある。妹尾⁴⁹⁾ (1972) は、管断面での面積平均静圧を用いて、静圧の軸方向変化について検討しているが、静圧分布の管軸方向変化についての一般的な検討法は、確立されていないと考えるよりである。

1-2-6 旋回流の流速変動

実用装置内の旋回流は勿論、実験的に検討されている旋回流の多くは、乱流状態にあると思われる。しかし、旋回流の流速変動に関する報告例は少なく、特に、乱水の統計的性質を実験的に明らかにしようとする試みは、ほとんど無かったように思われる。

乱流旋回流に関する既往の研究の主な問題点は、レイノルズ応力の取り扱い方に関することである。例えば、Boussinesqの考え方に基づく乱流動粘性係数 (Eddy viscosity) ϵ を定量的にどのように表わすかという問題である。円管内旋回流の ϵ に関する主な報告例を Table 1-2 に示した。ここで示した ϵ のモデルの妥当性については、レイノルズ応力自体の実測例が不足しているため、結論を出しにくく、従って、まず流速変動の実験的検討が必要であると考えられる。

1-2-7 装置入口構造の影響

装置流入端附近を除外した下流においては、旋回流発生方式の相違によらず、前項までで説明してきたような流動状態となり、またそのような立場から検討するというのが通常である。入口構造が影響する範囲は、King²⁹⁾ら (1969), 妹尾ら (1972)⁵⁷⁾ の見解を総括すれば、装置流入端より、管内径 D の 7 ~ 9 倍程度の距離範囲であると推定される。

Table 1-2 Model of eddy viscosity in swirling flow

Eddy viscosity	Literature
$\epsilon = \chi \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} r \quad \tau : \text{local shear stress}$	Hoffmann et al. (1963) ¹⁰⁾
$\epsilon \propto Re^{0.86} \quad (\text{independent of } r, z)$	Kreith et al. (1965) ³⁴⁾
$\epsilon_{re} = K r^2 \left \left(\frac{\partial U_e}{\partial r} - \frac{U_e}{r} \right) \right \quad \text{etc.}$ <p>(extension of von Kármán's similarity hypothesis)</p>	Kinney (1967) ²⁹⁾ Rochino et al. (1969) ⁵⁷⁾
$\epsilon_{ij} = l_{ij}^2 \sqrt{2(\mathbf{e} : \mathbf{e})}$ <p>l_{ij} : mixing length \mathbf{e} : mean rate of deformation tensor</p>	Lilley et al. (1971) ³⁸⁾
$\epsilon = c k^2 / \eta$ <p>$k : \frac{1}{2} (\overline{u_r^2} + \overline{u_\theta^2} + \overline{u_z^2})$ η : dissipation rate of turbulent kinetic energy</p>	Kubo et al. (1975) ³⁵⁾

1-3 本研究の目的と論文の構成

本研究においては、旋回流の基本と考えられる平滑円管内の軸対称旋回流の流動について、

- 1) 電極反応流速計で測定した三次元平均流速の分布形を考察する。
- 2) 旋回の強さの管軸方向への減衰過程を検討する。
- 3) 管壁および管内の静圧分布を求め、逆流現象、旋回流のエネルギー損失と関連させて考察する。
- 4) 乱流旋回流について、乱れの統計的性質を実験的に検討する。
- 5) 乱流旋回流の旋回流動機構について、乱流境界層理論の壁法則に類似した方法を用いて検討する。

以上の5項目を本研究の目的とした。

第1章では、円管内旋回流に関する既往の研究を概観して、これらの研究の位置づけを行なうとともに、本研究を行なうに至った経緯を明らかにし、その目的を明らかにするとともに、本論文の構成について述べる。

第2章では、電極反応流速計によって三次元的に平均流速を測定した結果を示し、各平均流速成分の分布形の特徴を把握する。また、ここで得られた実測値を、後章の考察で使用する基礎データとする。

第3章では、従来、適当な方法が確立されていなくとも考えられる旋回の強さの表示法として、渦管の強さを示

すのにも用いられてゐる循環を適用することにし、その管軸方向への減衰過程を、渦度方程式を用いて理論的に検討するとともに、第2章で示された実測値によつて、実験的に検討する。

第4章では、管壁位置での静圧が、管軸方向へいかに変化してゆくかという点について検討し、さらに、管内の静圧分布を乱流場での時間平均化された *Navier-Stokes* 方程式の数値積分により算出し、この得られた静圧分布を用いて、逆流を生じてゐる旋回流の巨視的エネルギーバランスについて説明する。また、旋回流のエネルギー損失^{3.19)}について、流体の運動方程式のエネルギー積分式を用いて検討する。

第5章では、電極反応流速計によつて、三次元的に流速変動を測定し、その統計的性質を考察して、強制渦と準自由渦との乱れの構造上の相違を明らかにする。

第6章では、乱流旋回流の循環の半径方向分布形を、乱流境界層理論の壁法則と類似した方法を用いて検討し、さらに、第3章で得られた結果と考え合せることにより、任意の位置での循環もしくは接線方向平均流速成分の値を推定する方法を示す。

第7章では、本研究の結論を総括して述べる。

第2章 旋回流の流速分布

2-1 序

従来、円管内旋回流の平均流速を三次元的に実測した報告例は比較的少数である。本章においては、鉛直に設置された平滑円管内の軸対称旋回流について、電極反応流速計を用いて三次元的に平均流速成分を測定し、その各分布形の特徴を把握し、円管内旋回流の流動状態を実験的に知ることを目的とした。なお、本章で得られた実測値を、後章の考察で使用する基礎データとした。

2-2 実験的考察

2-2-1 実験装置

実験装置全体の概略を Fig. 2-1 に、また、旋回流発生装置を Fig. 2-2 に示した。試験円管は、内径 D が 160 mm のアクリル樹脂製平滑円管であり、鉛直に設置されている。管全長 L_t は、2.5 m および 5.5 m とし、 L_t の影響を検討した。管断面は、誤差約 $\pm 0.5\%$ で真円と見なせることを確かめた。装置の配管は、すべて PVC プラスチック円管によって行ない、試験流体として用いた電解質水溶液による腐蝕および電気的測定時の漏電を防止した。

試験流体は、ケミカルポンプで供給タンクより装置の

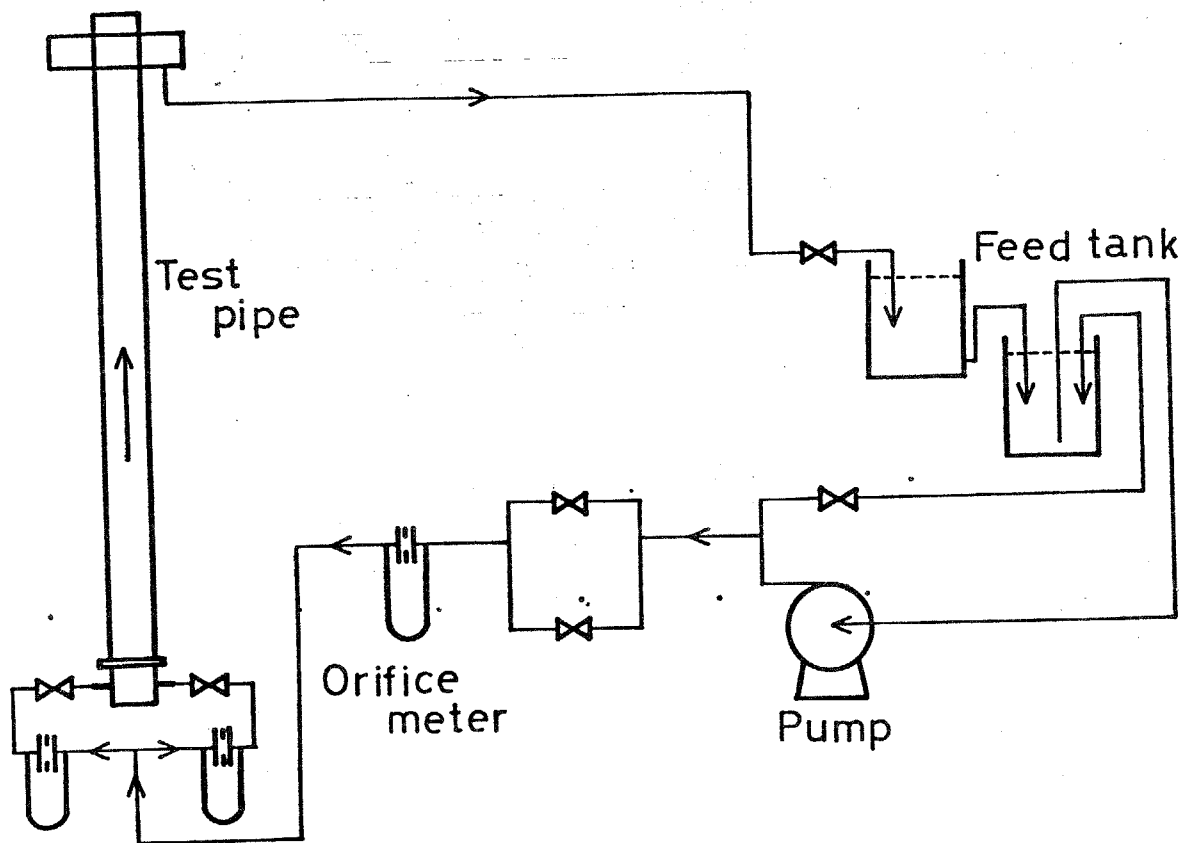


Fig. 2-1 Schematic diagram of experimental apparatus

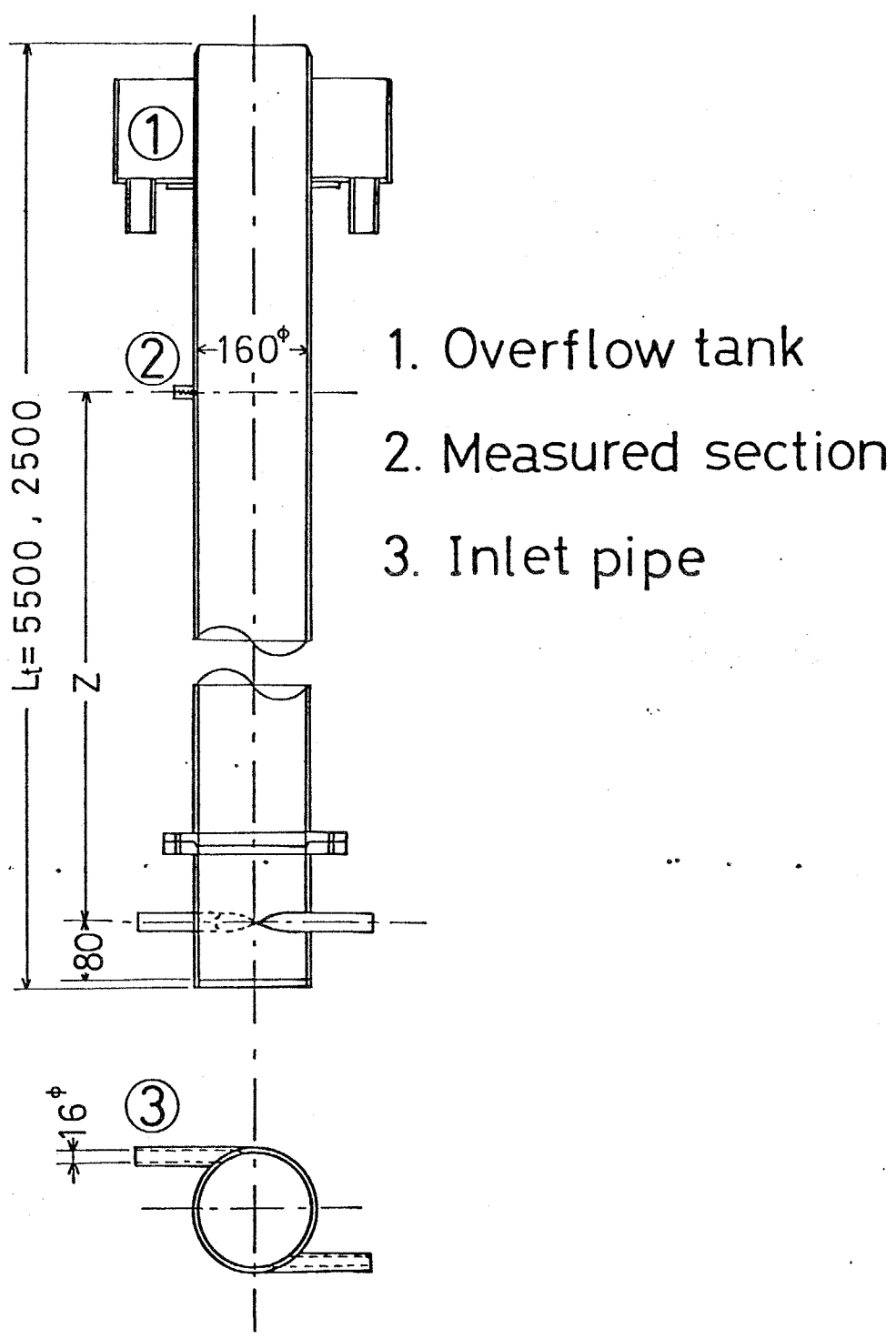


Fig. 2-2 Experimental apparatus

塔底部に送られ、塔底より80mm上方の管壁に、接線方向に向けて取り付けられた一対の入口管(内径 $D_i = 16$ mm)より、それぞれ同流量で試験円管内に流入し、旋回流を発生させた後、大気開放の最上端よりオーバーフローして再び供給タンクにもどされる。流量は、3箇所、オリフィス流量計を用いて測定した。

本装置で採用した一対の入口管から流体を流入させて旋回流を発生させる機構は、Nissan⁴⁸⁾ (1961)、高浜ら(1964, 1965, 1966)^{65~67)}、King²⁸⁾ (1969) によって用いられており、安定で軸対称な旋回流を発生させられることは確かめられている。なお、 D と D_i の比については、使用したポンプの最大安定供給流量(約100 l/min.)の範囲で、第1章の1-2-3項で説明したType I~IIIのすべての流動状態が現われるように、Binnie²⁾ (1957) の報告結果を参照して、 $D/D_i = 10$ と決定した。

2-2-2 流速測定法と測定条件

液流速は、電極反応流速計^{20~22, 51)}を用いて測定した。試験流体としては、 $K_3Fe(CN)_6$ および $K_4Fe(CN)_6$ の各 3.0×10^{-3} mol/l と支持電解質としての KCl の 1.0×10^{-1} mol/l とを含む電解質水溶液を用いた。この溶液の動粘性係数 ν が純水のそれとほぼ同一であると見なしてよいことは、既に確かめられている。²¹⁾

測定用プローブの概形を Fig. 2-3 に示した。①のプロ

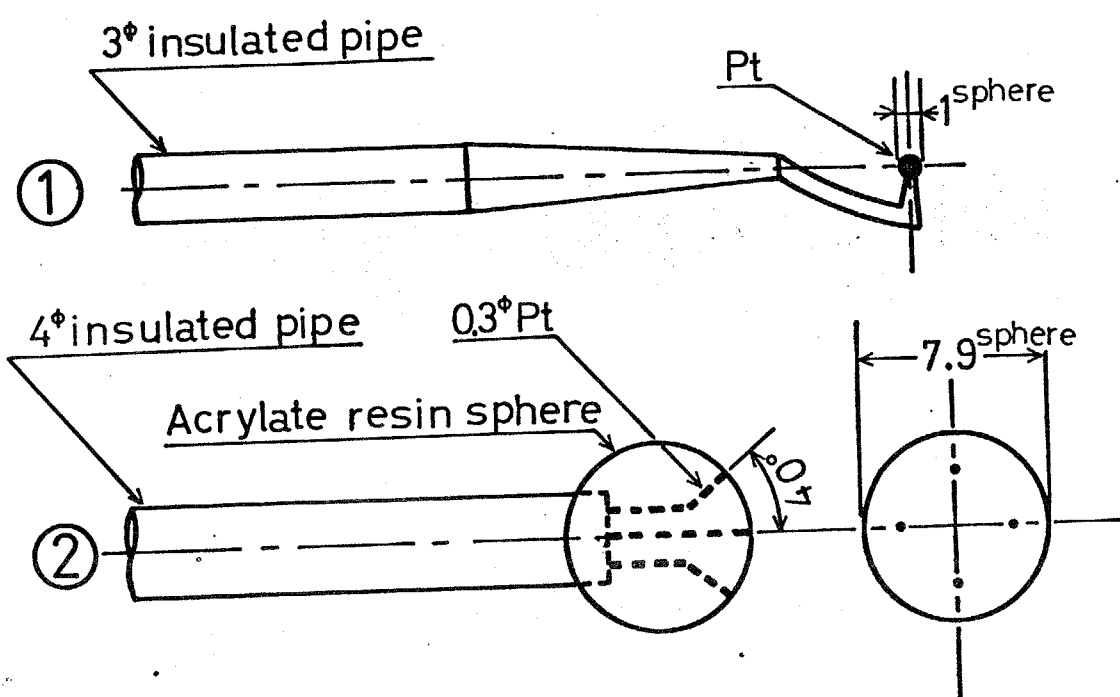


Fig. 2-3 Probes for measuring velocity

ーブは、径1mmの白金球のほぼ全面を電極面とする単電極プローブであり、その流れ方向に対する角特性のために、支持軸に対して約30度以内の前方から来る流水の流速を測定できる。②のプローブは、径7.9mmのアクリル樹脂製の球の表面上に、4つの白金点電極を配置した球状多電極プローブであり、その角特性のために、球の支持軸に対して約28度以内の前方から来る流水の流速を三次元的に測定できる。本実験では、主に②のプローブを使用した^{22,69)}が、同プローブによる流速測定可能範囲は、約0.3~130 cm/s であり、^{22,69)} 実測に際しては、Fig. 2-4に示

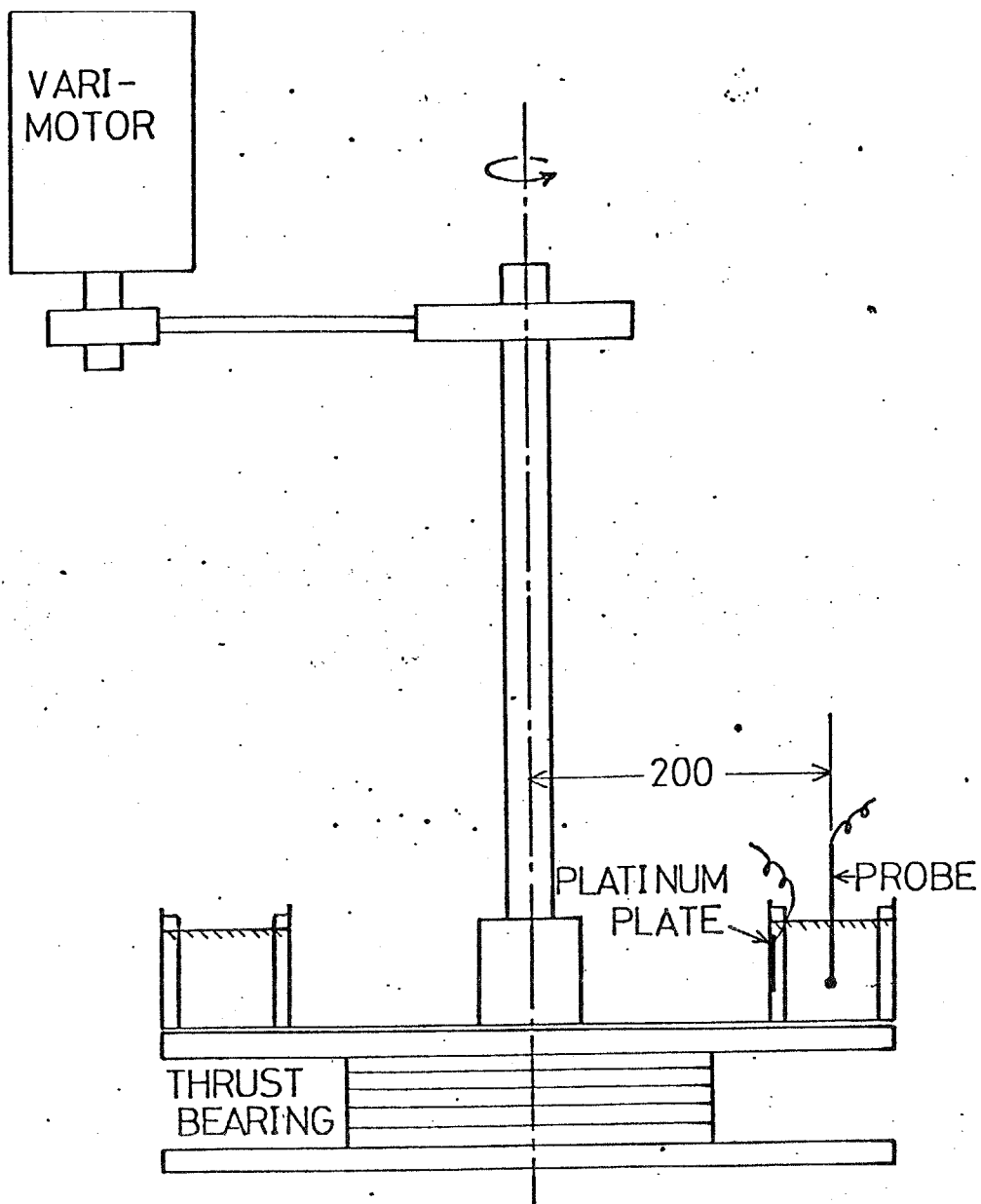


Fig. 2-4 Calibration apparatus

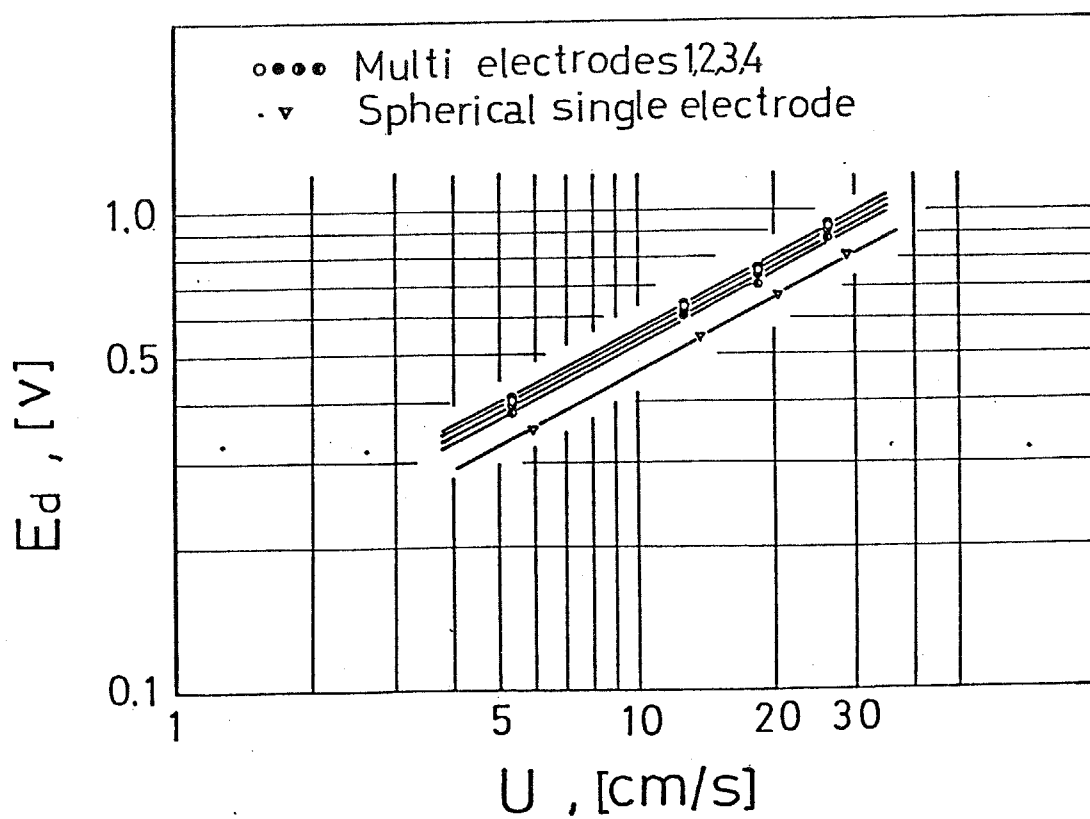


Fig. 2-5 Calibration curves

したプローブ検定装置によって、流速 U と拡散電流 I_d （電圧に変換して E_d ）との関係を検定しておき、この検定した流速範囲で測定を行なった。検定線の一例をFig. 2-5に示したが、 $E_d(I_d)$ が $U^{1/2}$ に比例する関係が示されている。

上記の両プローブとも、その角特性のために、支持軸を主流とほぼ同じ方向に向けておくことが必要となるが、このため、流速を測定する前にあらかじめ、各測定点でのおおよその主流の方向を知っておかねばならない。そこで、本実験では、水の電気分解で発生する水素気泡をトレーサーとして用い、その飛跡から主流のおおよその方向を決定する方法をとることにした。この場合、試験流体として希硫酸水溶液を用い、Fig. 2-6に示した円柱状の白金電極プローブと対極との間に約60~160 Vの直流電圧を加え、プローブ先端の白金露出部から発生する微小な水素気泡の飛跡を観察した。

流速測定用プローブおよび水素気泡発生用プローブは、いずれも、試験円管の壁面に設けられたプローブ挿入口より装置内部に挿入され、管中心軸と交わる直径軸上の任意の位置に設置された。さらに、流速測定用プローブは、直径軸のまわりに回転させて、主流のおおよその方向に向けられた。プローブ挿入口は、一對の入口管の管軸位置を $Z=0\text{ cm}$ として、それより下流側、 $Z=190.5\text{ cm}$ ($L_t=2.5\text{ m}$ の装置)、 $Z=70, 140, 210, 280, 350, 500$

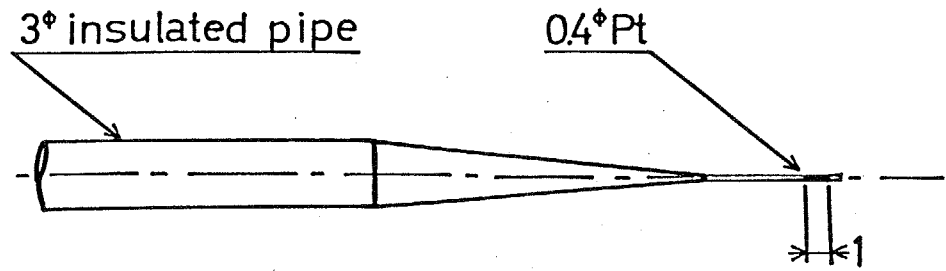


Fig. 2-6 Electrolysis probe

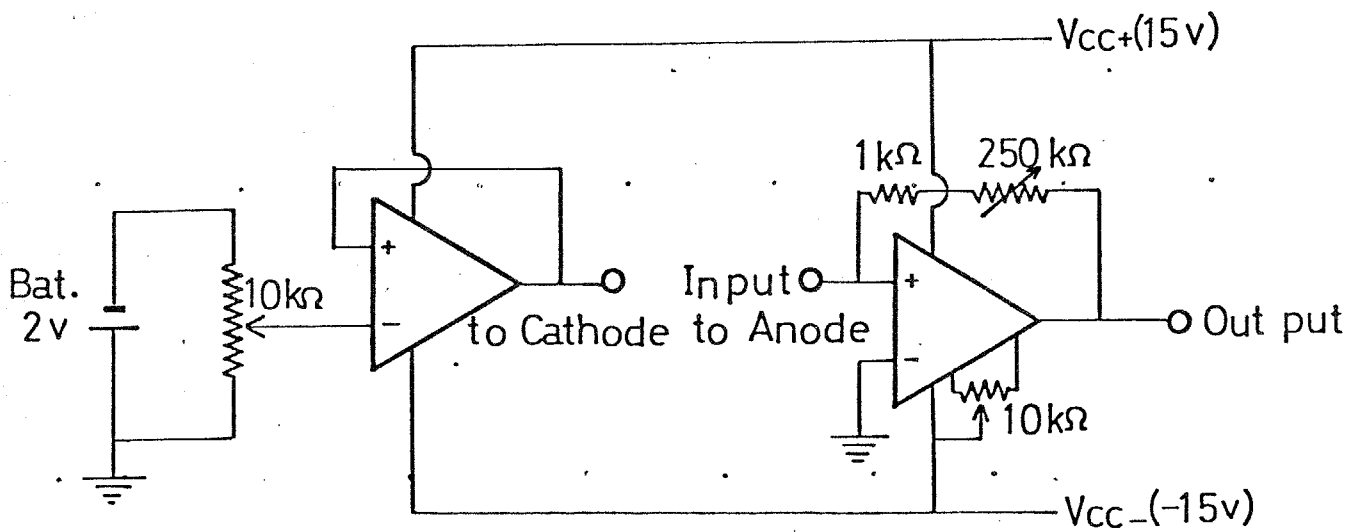
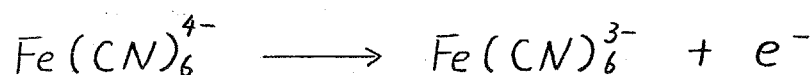


Fig. 2-7 Electric circuit

cm ($L_t = 5.5$ m の装置) に設けた。

流速測定用電気回路を Fig. 2-7 に示した。定電圧回路側のカソード極には白金板 (4 cm \times 4 cm) の対極を接続し、増幅回路側のアノード極にはプローブを接続し、1 電極ごとに別々の増幅回路を設けた。プローブの電極表面上での反応は、



の酸化反応である。

出力信号はデータ集録機で磁気テープに記録され、次に、アナログ-デジタル変換機でデジタル信号に変換され、計算機によって処理された。なお、この過程で、出力信号を乱流信号として統計的に解析するわけであるが、この点に関しては、第 5 章で述べることにする。

実験条件は、Table 2-1 に示した通りである。供給流量 $Q = 8.33 \times 10^1 \sim 1.17 \times 10^3$ cm³/s (管断面平均流速 $U_{av} = Q/\pi R^2 = 4.14 \times 10^{-1} \sim 5.80$ cm/s, 入口管断面平均流速 $U_i = 2.07 \times 10^1 \sim 2.90 \times 10^2$ cm/s) とした。動粘性係数 ν は、試験流体の温度によって変化させたが、温度制御は、誤差約 ± 1 °C 以内で行なえた。レイノルズ数 Re は、一応、旋回を伴わない一般的な円管内流水の場合と同じく、 $Re \equiv U_{av} D / \nu$ と定義した。

Table 2-1 Experimental conditions

Lt [m]	Re [-]	Uav [cm/s]	ν [cm ² /s]	z [cm]	
2.5	4900	2.49	0.81×10^{-2}	190.5	X -1
	5700	4.14	1.16	190.5	-2
	8200	4.14	0.81	190.5	-3
5.5	660	0.41	1.00	70,140,280	Y -1
	1300	0.83	1.00	70,140,280,500	-2
	1900	1.16	1.00	70,140,280	-3
	2300	1.45	1.00	70,140,280	-4
	2700	1.66	1.00	70,140,280	-5
	4000	2.49	1.00	70,140,280,500	-6
	4900	3.07	1.00	70,140,280	-7
	5300	3.32	1.00	70,140,280	-8
	5400	4.14	1.22	70,140,210,280	-9
	6600	4.14	1.00	70,140,210,280,350,500	-10
	8000	4.97	1.00	70,140,280	-11
	9300	5.80	1.00	70,140,210,280,500	-12

2-2-3 実験結果および考察

(1) 流れの方向角 φ

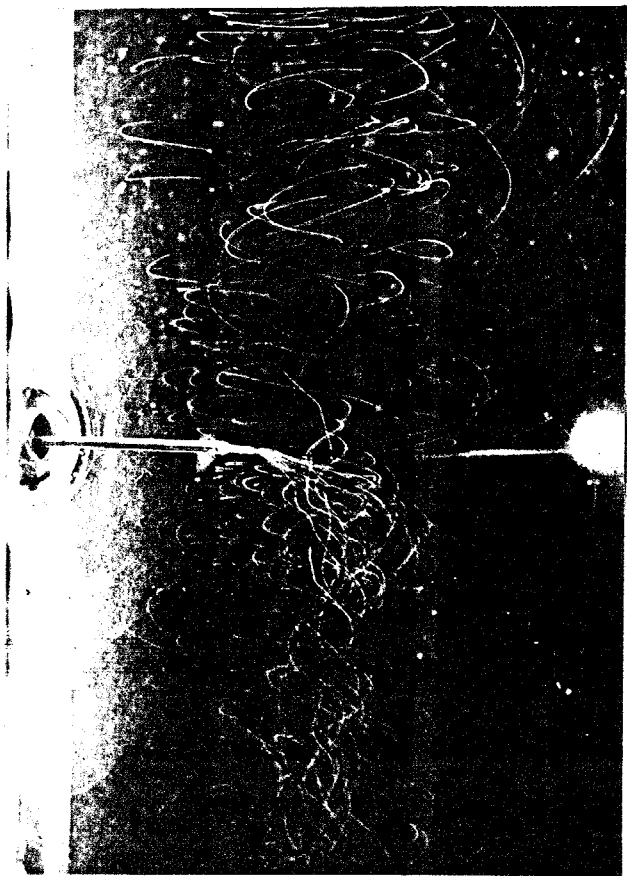
水素気泡発生用プローブの先端の白金露出部を各半径位置に固定し、そこから発生する水素気泡の飛跡を、実験条件 Y-9, $Z = 280$ cm において写真撮影したものを Fig. 2-8 (a)~(d) に示した。(a) は、気泡が装置内全体に広がった状態で撮影したものであり、(b)~(d) は、各半径位置で、気泡発生直後に撮影したものである。写真の上が装置下流側であり、流れは、中心部で下向きの螺旋状の流れ、外側環状部で上向きの螺旋状の流れとなっている。以上のような水素気泡による観察実験を他の実験条件、測定位置についても行った。

半径方向流速成分 U_r が、接線方向および軸方向流速成分 U_θ , U_z と比較し微小であることが推察されたため、流れの方向角として $\varphi \equiv \tan^{-1}(U_z / U_\theta)$ を定義し、水素気泡実験によって、 φ のおおよその値を求め、この φ の方向に流速測定用プローブを設置することにした。

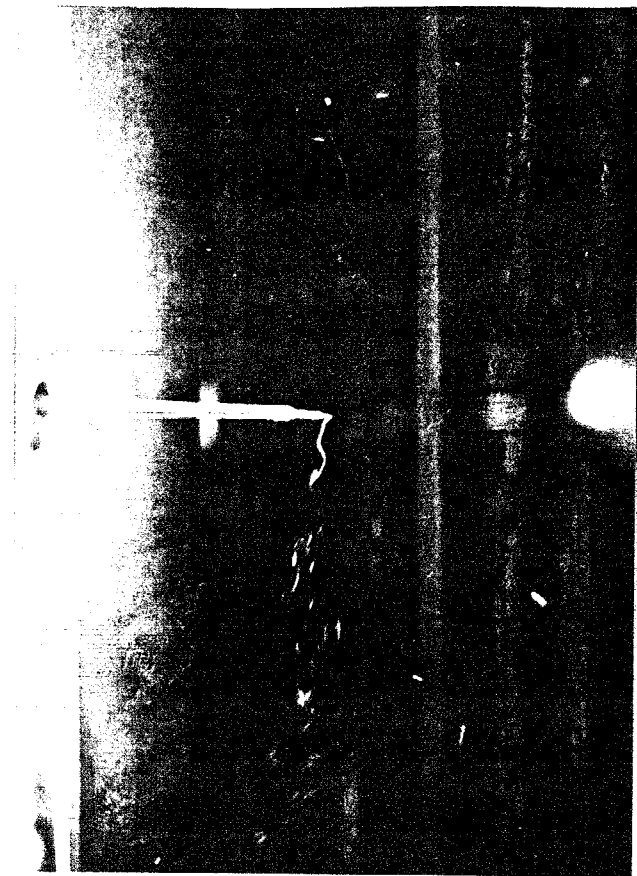
なお、Fig. 2-9 (a)~(c) には、実験条件 X-1, 3; Y-2, 10 において、平均流速 \bar{U}_θ , \bar{U}_z の実測値から算出した φ の分布を示した。水素気泡実験によって求めた φ は、平均流速実測値から算出した φ と約 ± 10 度以内で一致していた。

$\varphi > 0$ は上昇流を、 $\varphi < 0$ は下降流すなわち逆流を意

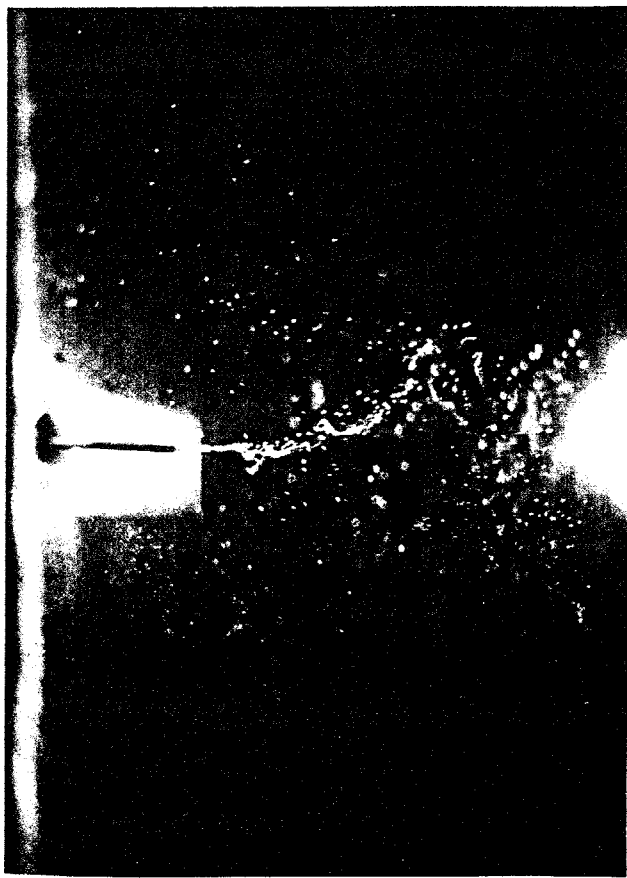
味してゐる。実験条件 X-2, 3 ($L_t = 2.5m$, $Re = 5700, 8200$) では、1-2-3項で説明した Type III の流動状態となり、他の実験条件では、Type II もしくは I の流動状態となっていることがわかった。 $\varphi = 0$ 度すなわち $\bar{U}_z = 0 \text{ cm/s}$ となる半径位置 r_0 は、測定位置 z と共に減少し、低レイノルズ数の実験条件においては、装置上部で逆流領域がなくなり、Type I の流動状態となっている。また、同じ測定位置 z においては、 Re が大きいほど r_0 も大きな値を示している。管全長 L_t の相違によって、 φ の分布形がやや異なっているが、この点に関しては、平均流速分布の項で説明することにする。



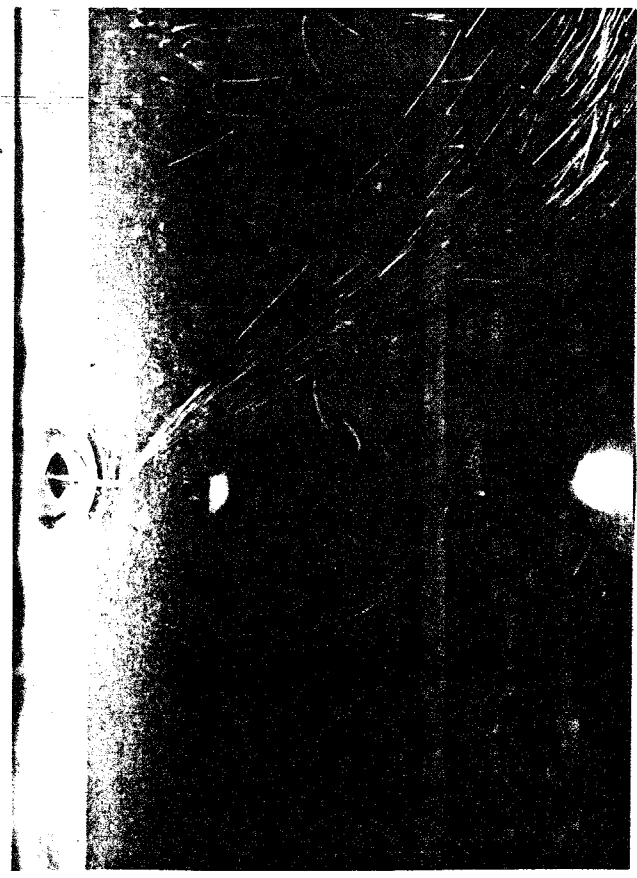
(a) Whole of r



(b) r = 0 cm

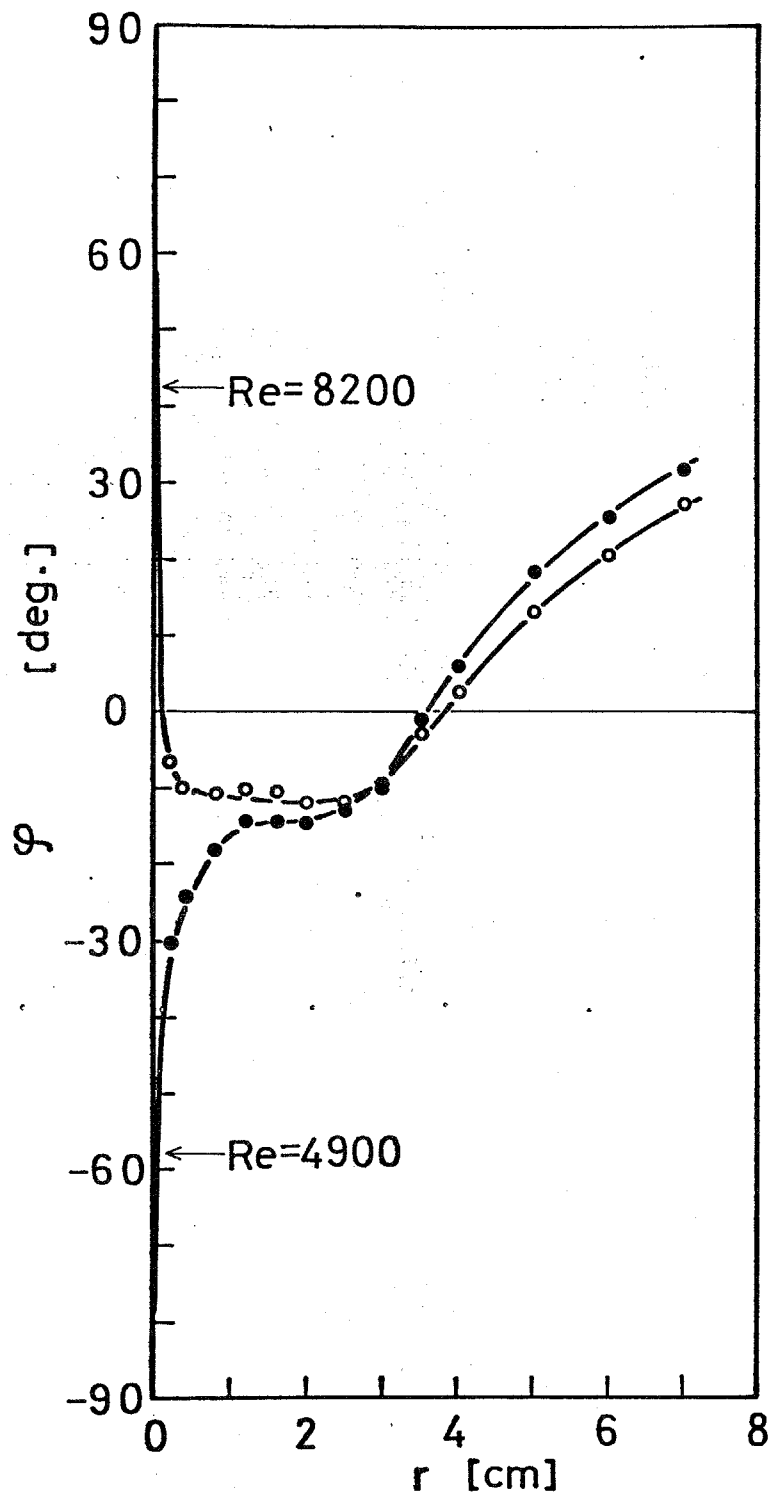


(c) r = 3.5 cm



(d) r = 6.0 cm

Fig. 2-8 (a)-(d) Trajectory of hydrogen bubbles
($L_t=5.5m$; $Re=5400$; $z=280cm$; Y-9)

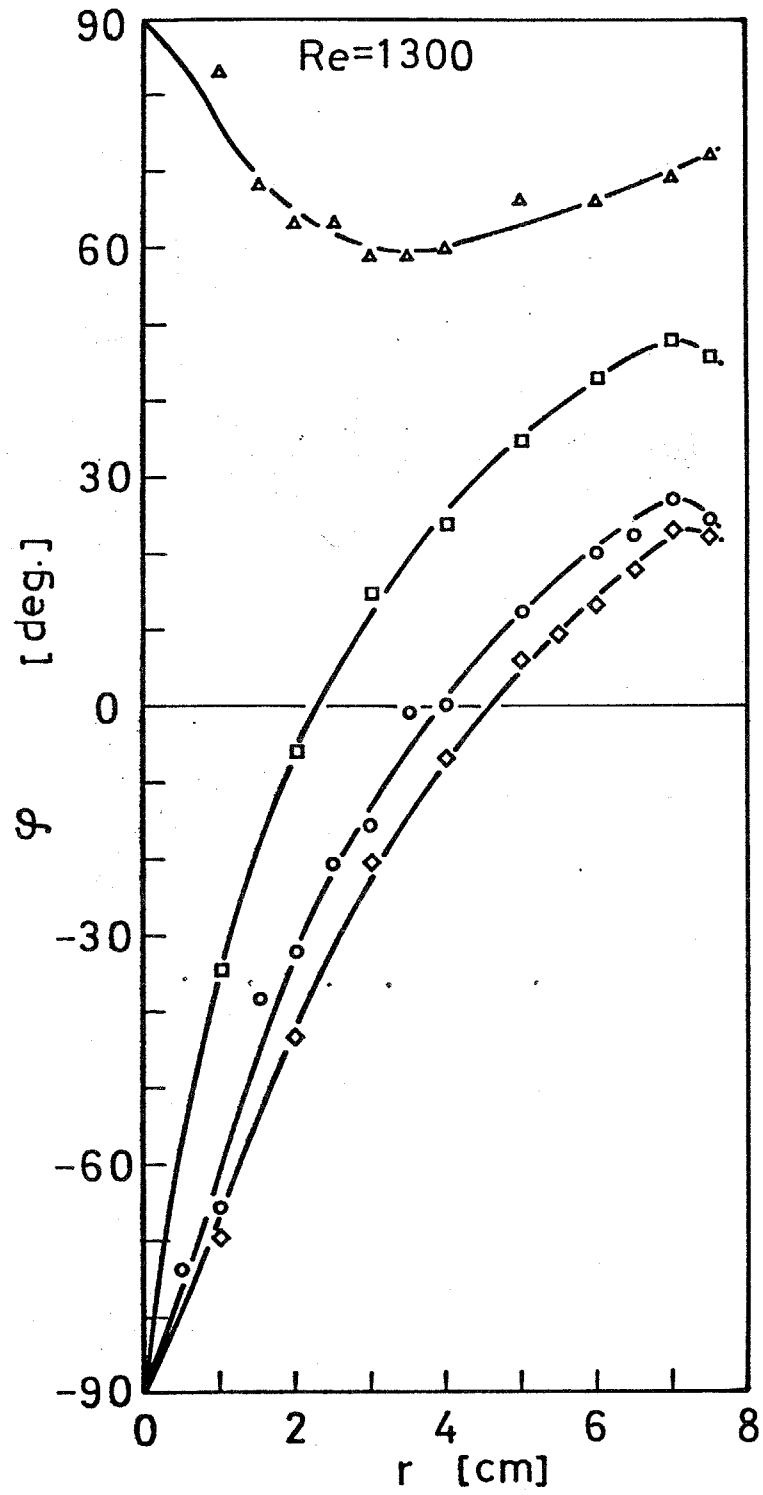


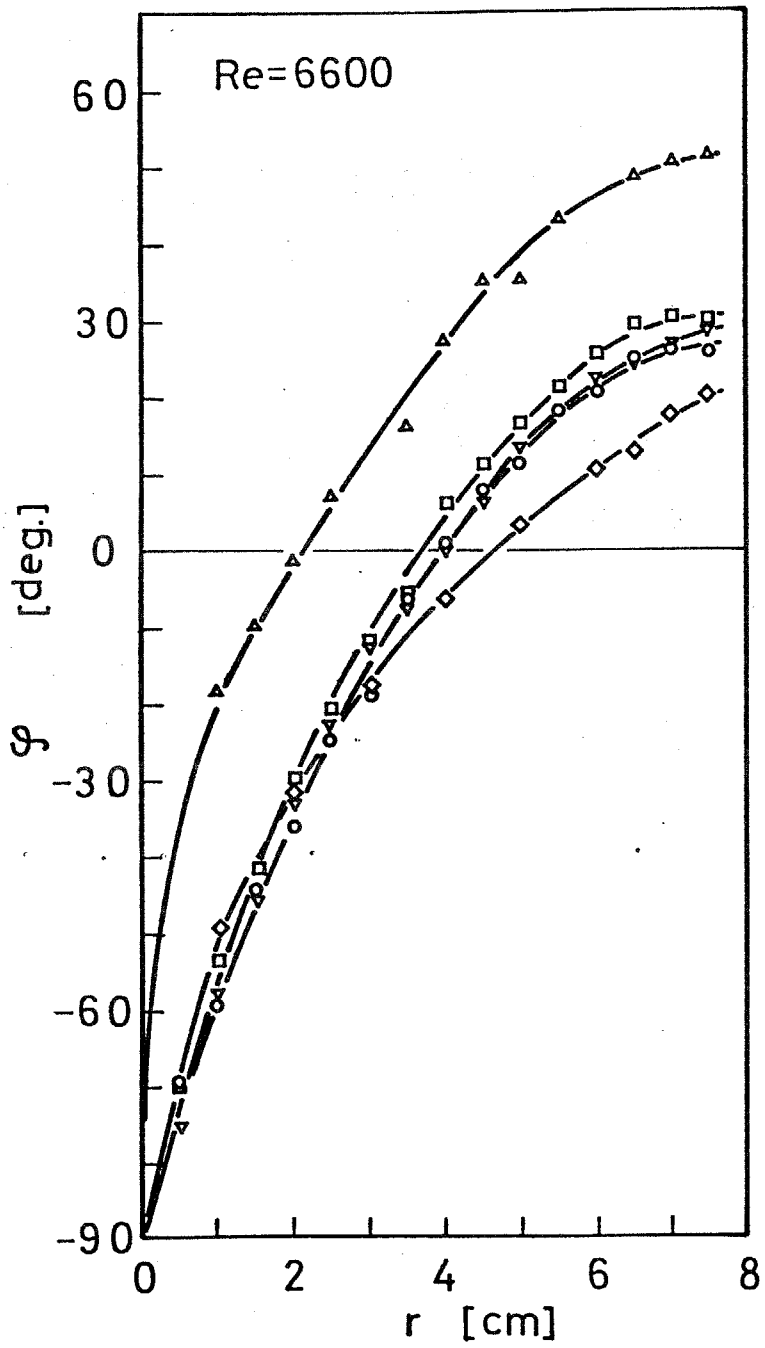
(a) $L_t=2.5\text{m}; Re=4900, 8200; z=190.5\text{cm}; X=1,3$

Fig. 2-9 (a)-(c) Distributions of φ

L_t = 5.5m

Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500

(b) L_t = 5.5m; Re = 1300; Y-2



(c) $L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$

(2) 軸対称性について

本研究で用いた装置内には、流入端附近の限られた領域を除けば、管軸のまわりに軸対称と見なせる旋回流が発生していることを、水素気泡の観察によってほぼ確認した。なお、軸対称性については、本装置と同型の装置を用いて実験的検討を行なった既往の研究^{28,48)}でも、一応確認されている。

ここでは、さらに、実験条件 Y-9, 10 において、90度および180度方向の異なる3つの半径方向について、平均流速 \bar{v} の各分布形を比較し検討した。Fig. 2-10 に示したように、3方向の分布形は良く一致している。

以上より、入口管を取り付けた流入端附近を除けば、軸対称が満足されていると考えられ、本研究では、測定を1半径方向について行なうことにした。また、理論的考察に際しては、 $\partial/\partial\theta = 0$ を仮定することにした。

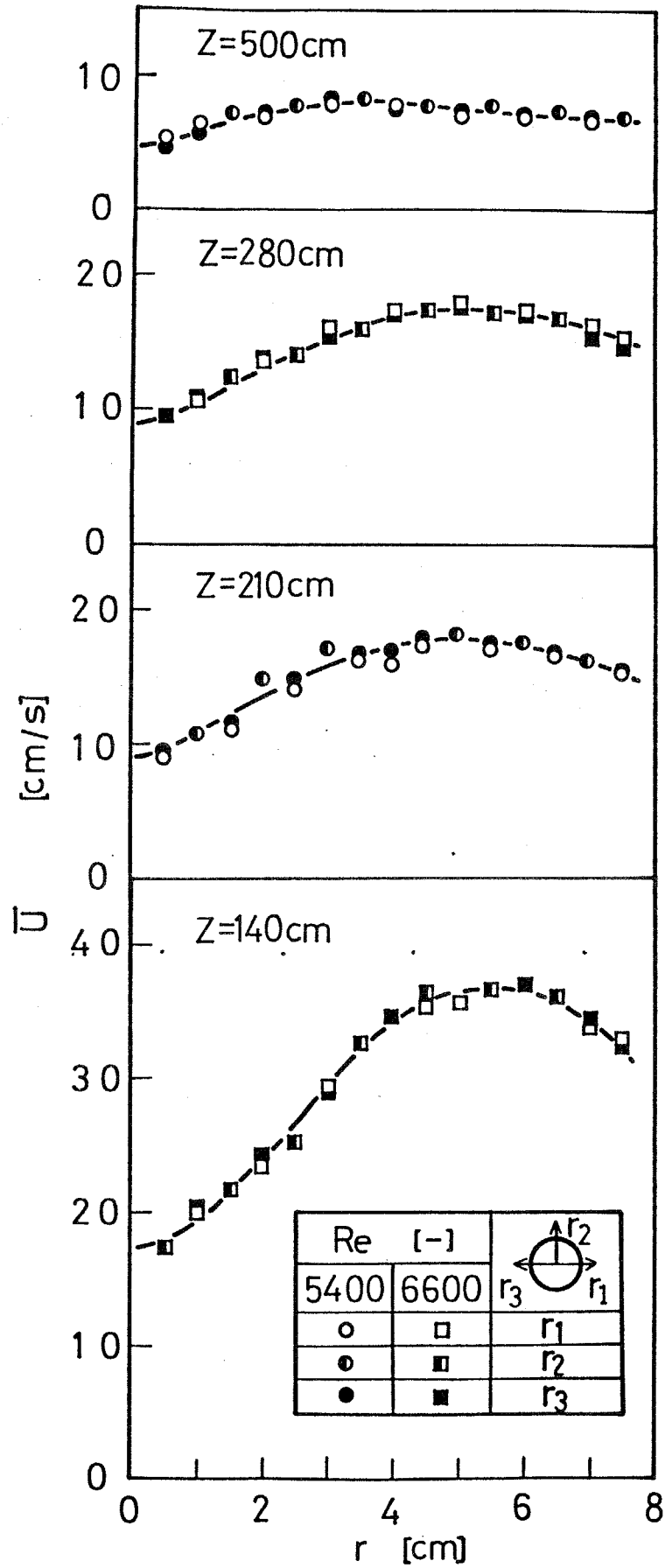


Fig. 2-10 Axisymmetry of swirling flow

(3) 平均流速 \bar{U}

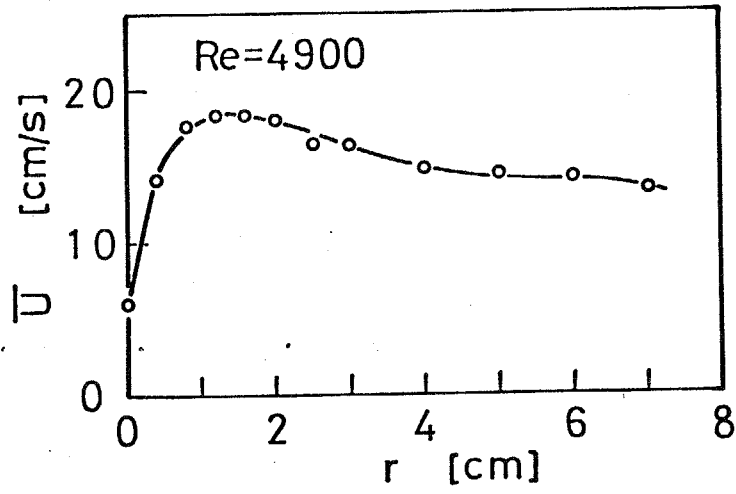
平均流速 \bar{U} の分布について、実験条件 X-1, 3 ; Y-2, 10, 12 を代表例として、Fig. 2-11(a)~(e) に示した。

\bar{U} が最大値をとる半径位置は、 Z と共に管壁附近から中心軸側に移動し、 \bar{U} の分布形は、十分下流において、旋回を伴わない一般的な円管内流れの流速分布形に近づかずである。

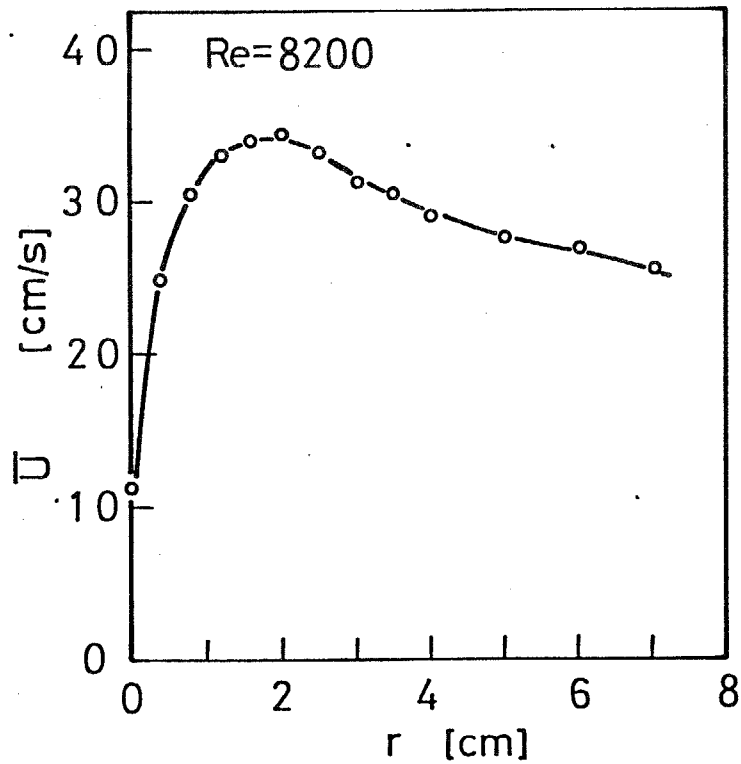
管全長 L_t によって、分布形に差違が見られ、 L_t の流動状態への影響が示されたが、主に、接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ の分布形によるところが大きく、次項で説明することにする。

$Z = 70 \text{ cm}$ での分布形が他の測定位置での分布形と、その管軸方向への減衰の仕方において、やや傾向を異にしているが、これは、 $Z = 70 \text{ cm}$ での流動状態が、装置流入端での流れの影響を、若干受けた状態にあるためであると推定される。

$Re < 2100$ の低レイノルズ数の実験条件においても、装置上流域では、流速変動が検出された。しかし、 $Re = 1300$ (Y-2)では、ほぼ $Z > 280 \text{ cm}$ で、また、 $Re = 660$ (Y-1)では、ほぼ $Z > 140 \text{ cm}$ で、流速変動がほとんど検出されなくなり、この範囲では、層流旋回流として検討できると考えられる。



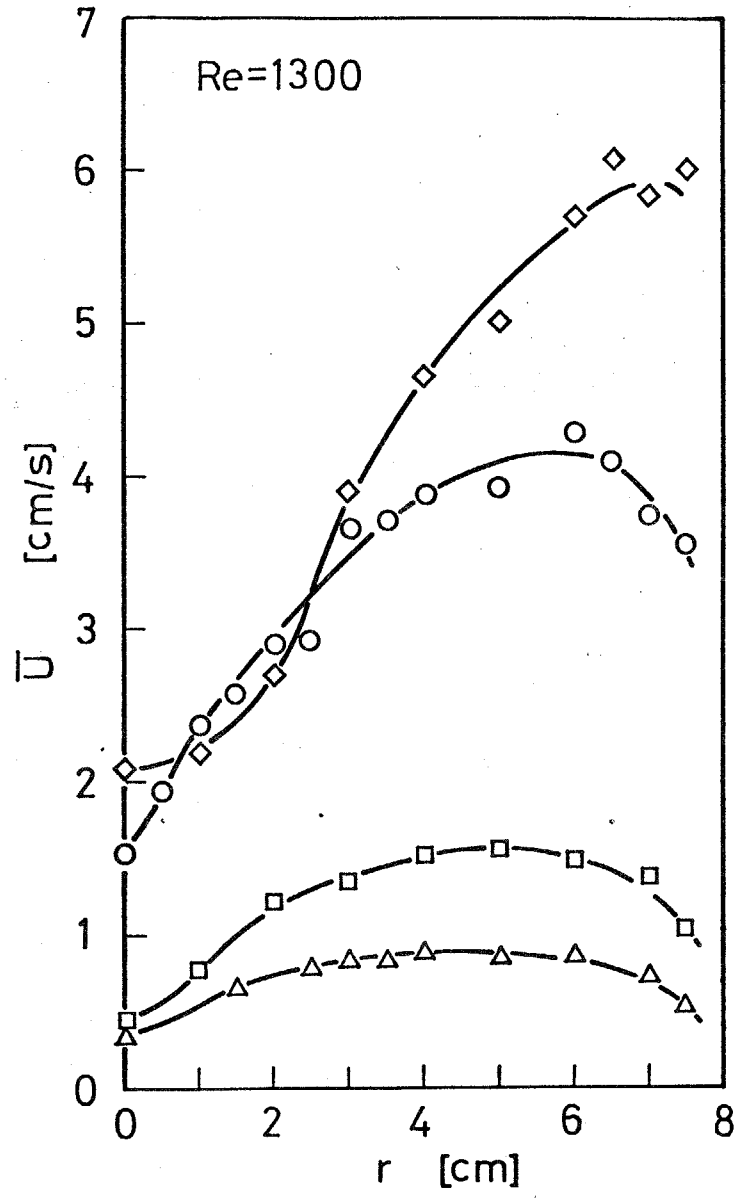
(a) $L_t=2.5\text{m}; Re=4900; z=190.5\text{cm}; X-1$



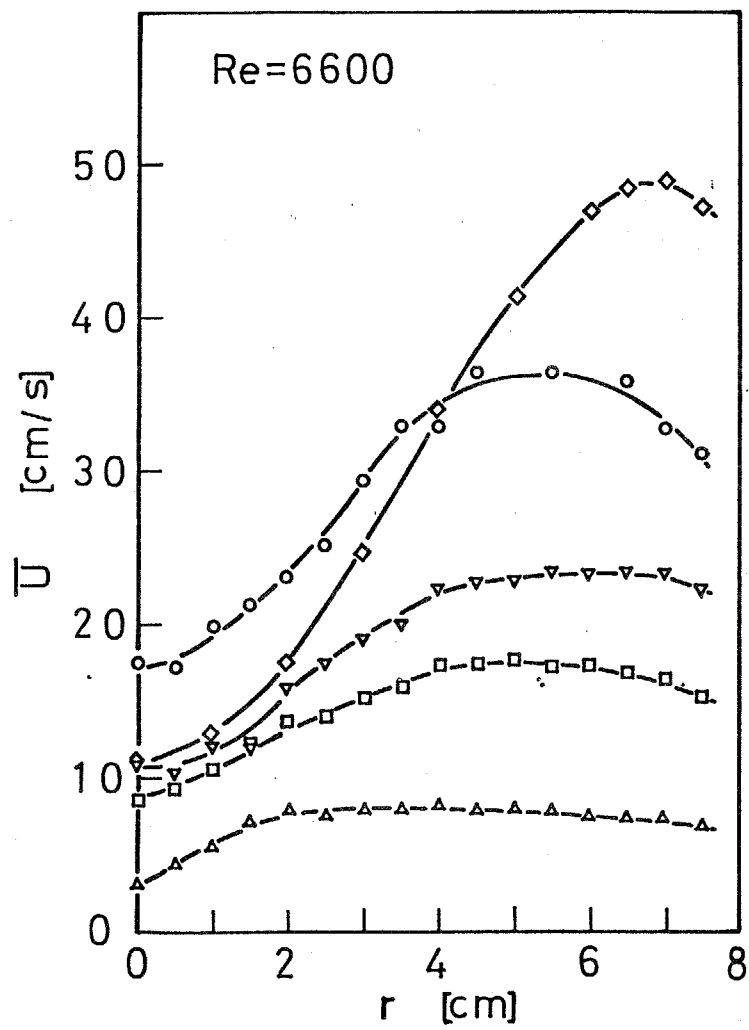
(b) $L_t=2.5\text{m}; Re=8200; z=190.5\text{cm}; X-3$

Fig. 2-11 (a)-(e) Distributions of \bar{U}

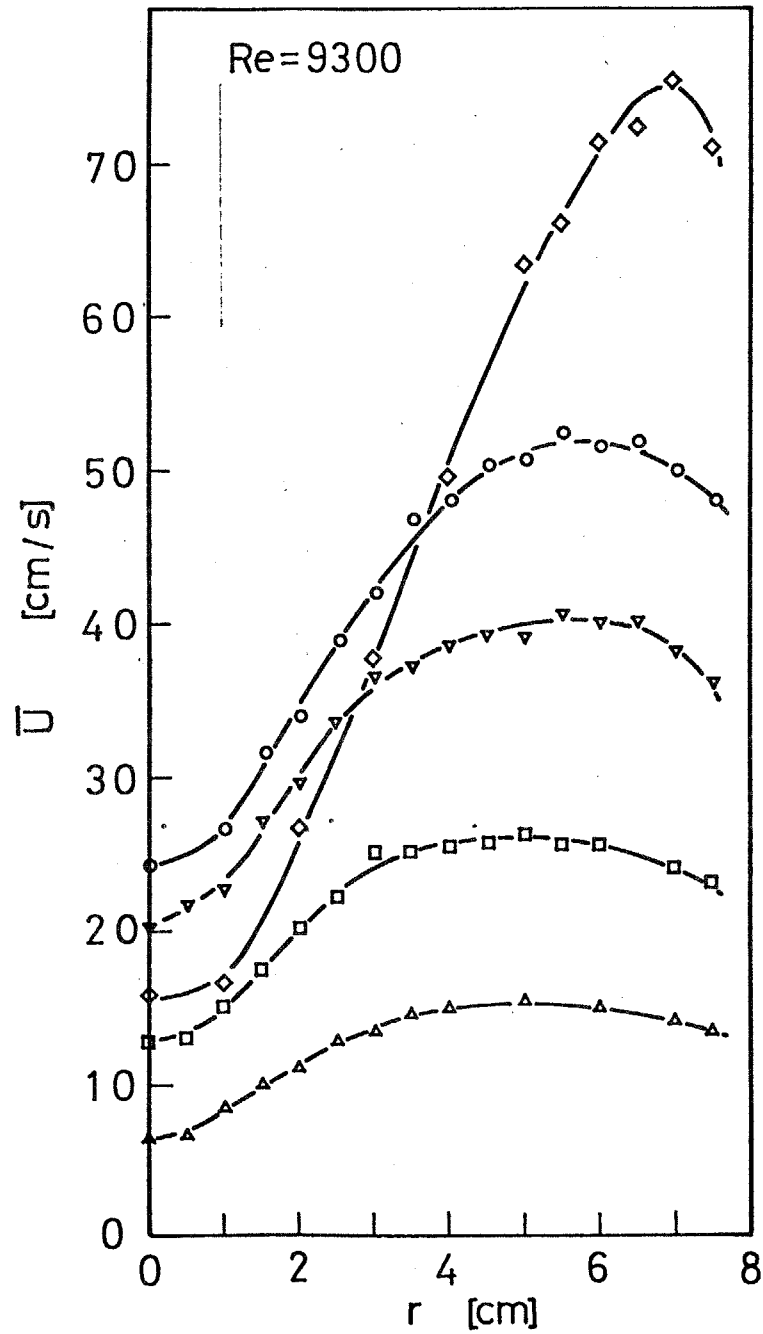
Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500



(c) $L_t = 5.5m$; $Re = 1300$; Y-2



(d) $L_t=5.5\text{m}; \text{Re}=6600; \text{Y}-10$



(e) $L_t=5.5\text{m}; \text{Re}=9300; \text{Y-12}$

(4) 接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ

接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ の分布について、実験条件 X-1, 3; Y-2, 10, 12 を代表例として、Fig. 2-12 (a) ~ (e) に示した。

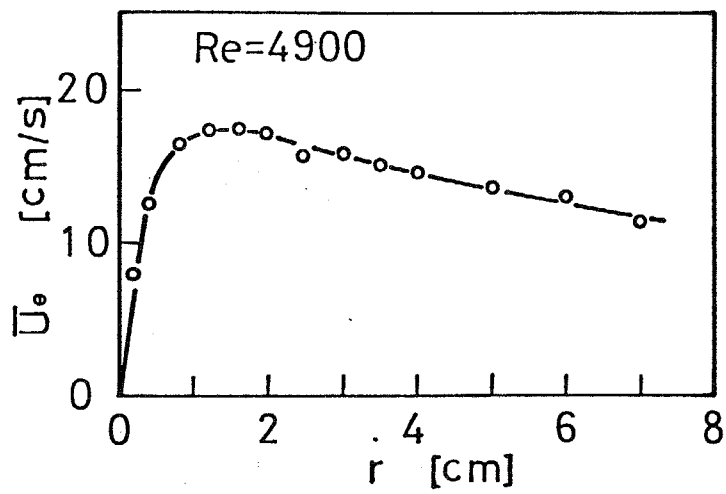
管中心部は強制渦領域、外側環状部は準自由渦領域となるが、両領域の境界位置は明確ではない。本研究では一応、 \bar{U}_θ が最大値 $U_{\theta b}$ をとる半径位置 r_b を、両領域を区別する半径位置の代表値として考えることにする。 r_b は α と共に減少し、強制渦領域が狭まってゆくが、 $\alpha = 70$ cm では、他の測定位置と比較し、 r_b がかなり管壁に接近しており、管壁に取り付けた入口管による旋回流発生方法の影響が残っているものと考えられる。

実験条件 X ($L_t = 2.5$ m) においては、実験条件 Y ($L_t = 5.5$ m) と比較し、 r_b は小さく、中心部に角速度 ω_s の大きな強制渦が生じている。 L_t の相違によるこのような \bar{U}_θ の分布形の相違は、次のような理由によるものと考えられる。 L_t が小さいため、旋回が十分減衰していきなり所で流れが大気に開放されると、装置が鉛直に設置されているため、遠心力の効果により大気開放面は中心部が落ちくぼんだ形状となる。その結果、下方の測定面においては、大気開放面からの位置水頭圧の差が半径方向に生じ、静圧を P とすると、中心部では $\partial P / \partial r$ が大きな流動状態になる。このことは、近似的に、Eq. (1-9) から \bar{U}_θ^2 / r が大きくなることを意味し、このため、中心部に角速度 $\omega_s (= \bar{U}_\theta / r)$

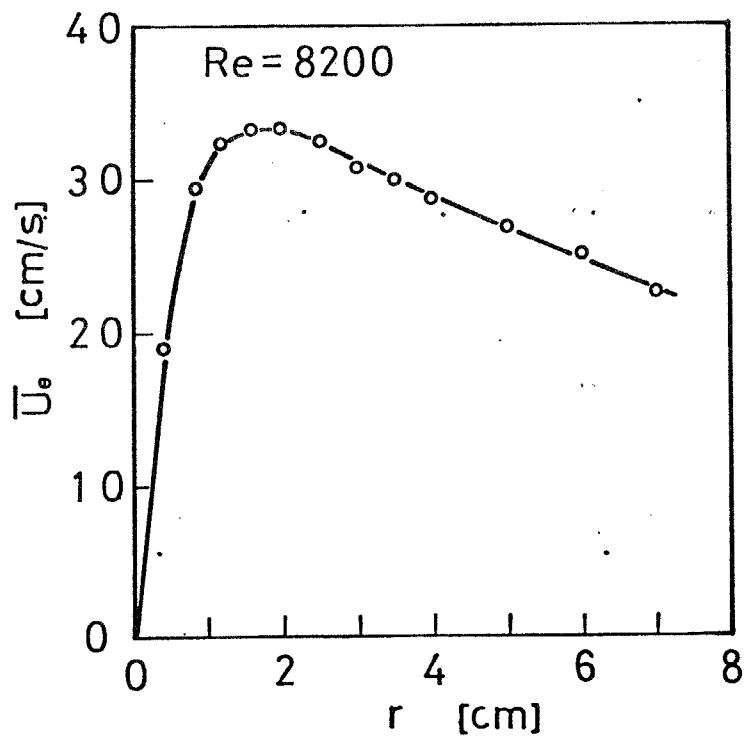
の大きな強制渦が発生するものと推定される。一方、 L_t が十分に大きく、旋回がほぼ減衰しきった所で、流水が大気に開放される場合は、大気開放面はほぼ水平となり、下方の測定面において、位置水頭圧の差を半径方向へ考慮する必要がなくなる。本研究の実験条件範囲では、 $L_t = 2.5m$ の実験条件 X は前者に、 $L_t = 5.5m$ の実験条件 Y は後者に相当してゐると考えられる。

旋回の減衰過程については、次章で考察する。

\bar{U}_0 の半径方向分布形については、第 6 章で改めて考察するが、一応、Eqs. (1-3), (1-4) を考えてみることにする。強制渦領域での m は、実験条件によらず、ほぼ 1 とすることが出来る。一方、準自由渦領域での m は、実験条件、測定位置により、それぞれ異なる値を示し、実験条件 X では、 $m \doteq 0.3 \sim 0.4$ 、実験条件 Y の Re の大きい条件では、 $m \doteq 0.6 \sim 0.8$ 、 $Re = 660, 1300$ で r が大きい位置での層流状態の旋回流では、 $m \doteq 1$ であり、ほぼ自由渦と考えることができる。 m の値の推定を实测値なしに行なうことは困難である。

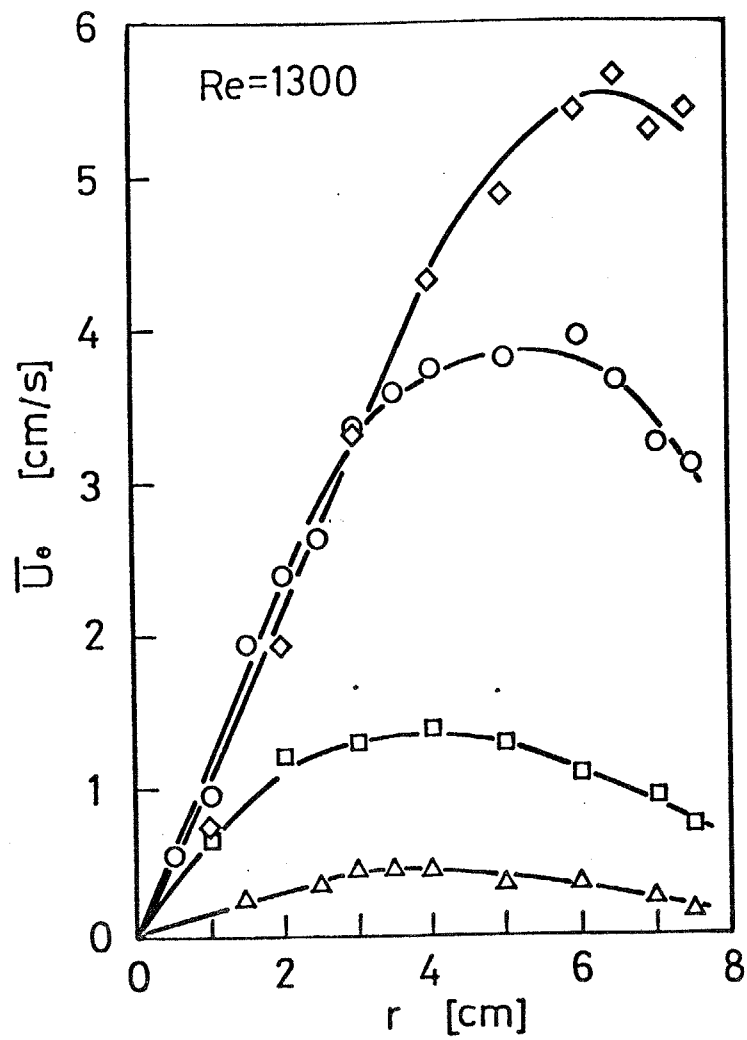


(a) $L_t=2.5\text{m}; \text{Re}=4900; z=190.5\text{cm}; X-1$



(b) $L_t=2.5\text{m}; \text{Re}=8200; z=190.5\text{cm}; X-3$

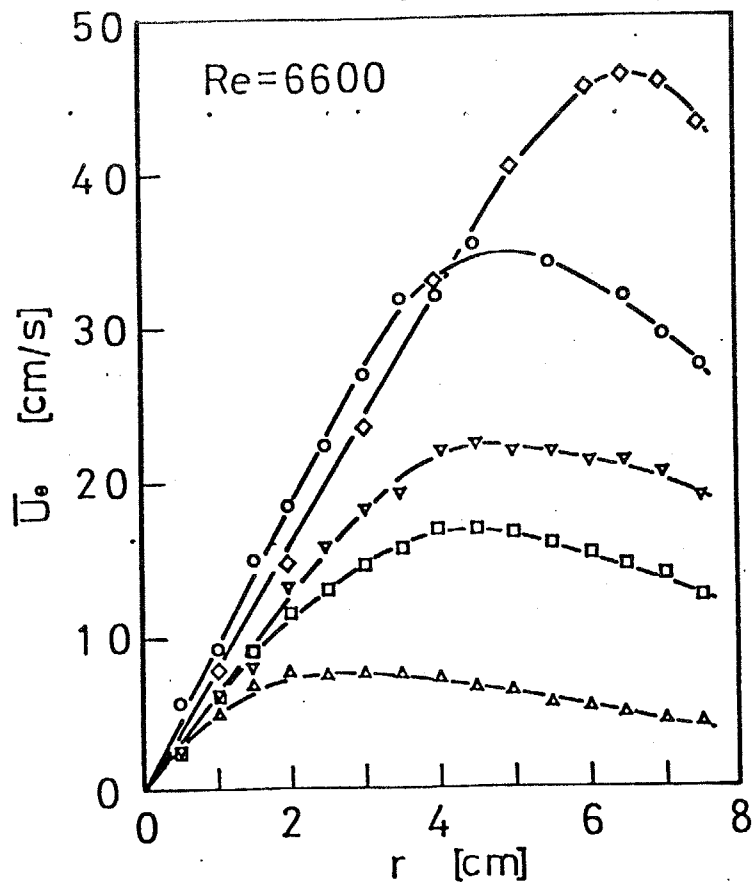
Fig. 2-12 (a)-(e) Distributions of \bar{U}_e



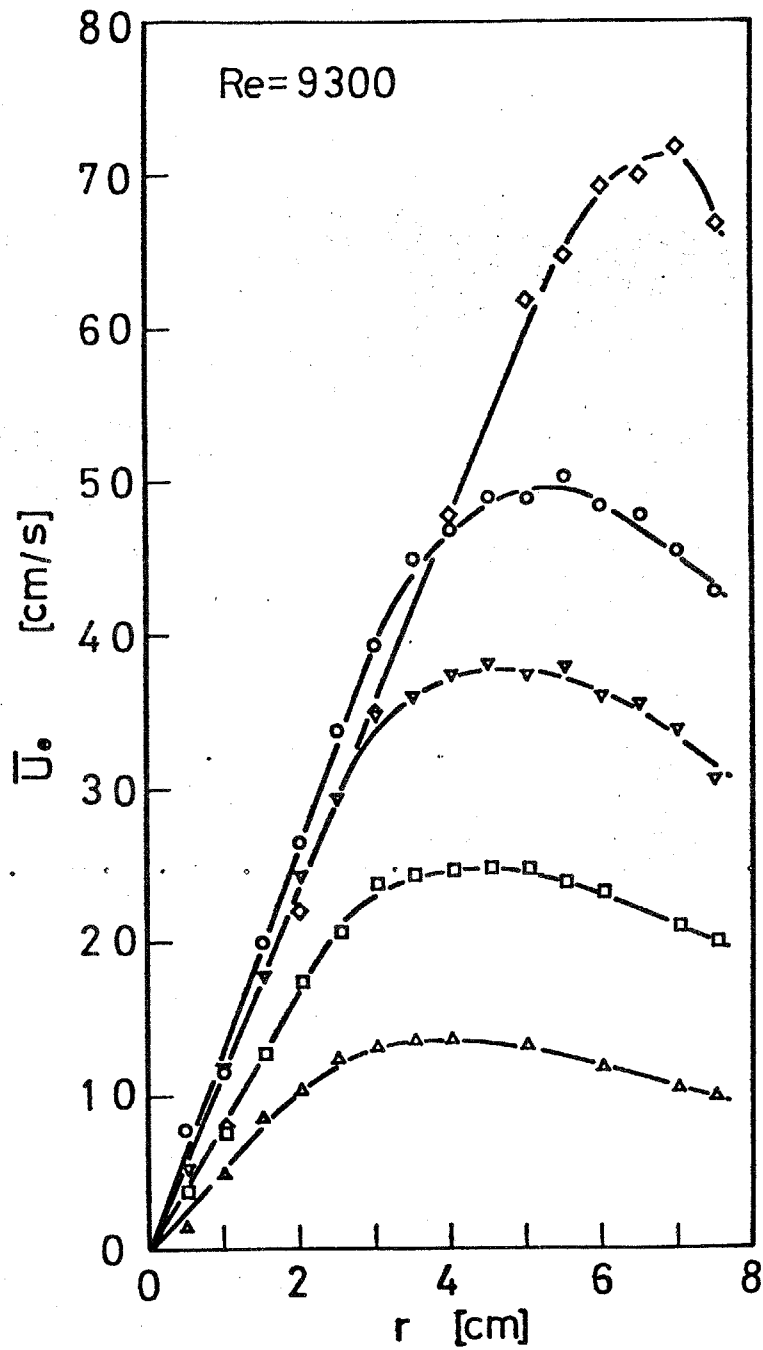
L_t = 5.5m

Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500

(c) L_t = 5.5m; Re = 1300; Y-2



(d) L_t = 5.5m; Re = 6600; Y-10



(e) $L_t=5.5m; Re=9300; Y-12$

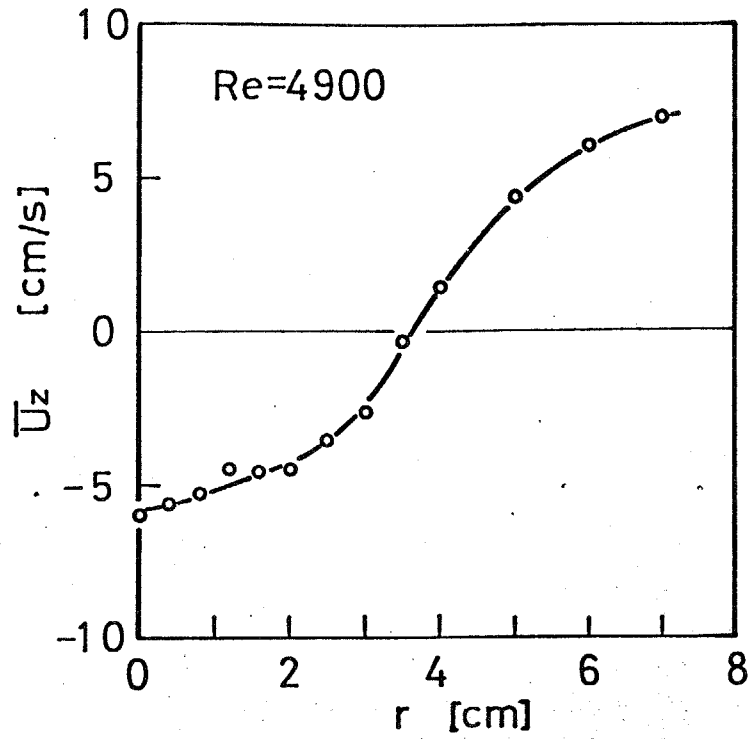
(5) 軸方向平均流速成分 \bar{U}_z

軸方向平均流速成分 \bar{U}_z の分布について、実験条件 X-1, 3 ; Y-2, 10, 12 を代表例として、Fig. 2-13 (a)~(e) に示した。

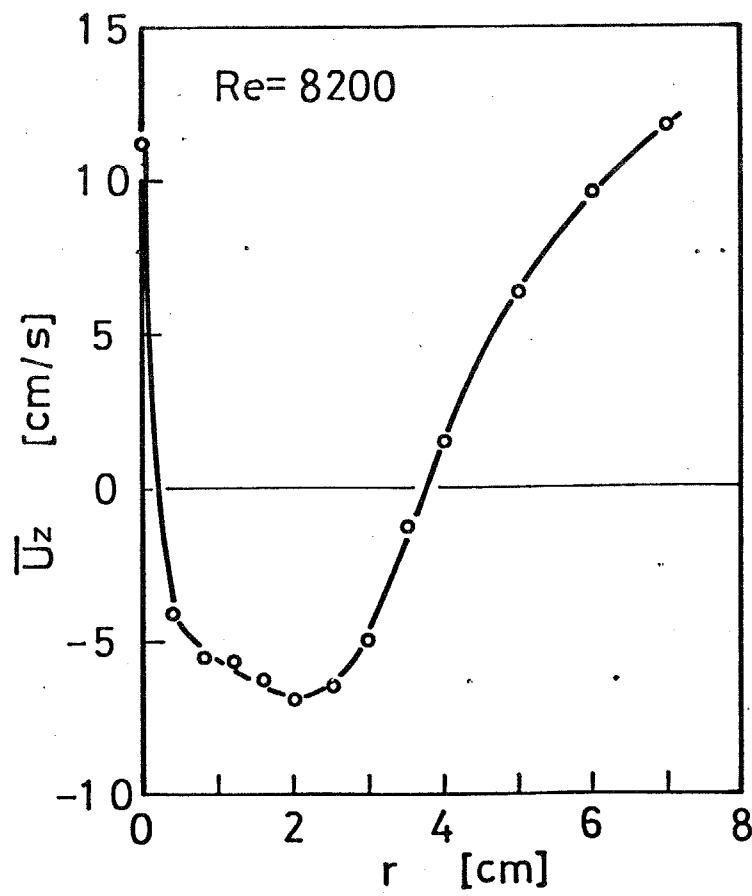
$\bar{U}_z > 0$ の領域では、流れは上昇流であり、 $\varphi > 0$ の領域に相当し、 $\bar{U}_z < 0$ の領域では、流れは下降流（逆流）であり、 $\varphi < 0$ の領域に相当する。 \bar{U}_z が零となる半径位置 r_0 については、流れの方向角 φ に関する項で説明した通りであり、逆流領域は、 Re が大きいほど、より下流域まで及んでいる。

実験条件 Y ($L_t = 5.5m$) においては、本研究の実験条件範囲では、Type II または I の流動状態となり、Type III の流動状態が生じたのは、実験条件 X ($L_t = 2.5m$) の $Re = 5700, 8200$ の場合だけである。同流量の実験条件の場合、旋回が強いほど、すなわち角速度 ω_s の大きな強制渦が生じているほど、Type III の流動状態になりやすいため、²⁾ Binnie (1957) の報告とここで得られた実験結果とは矛盾している。

実験条件 X-2 において、管中心軸上で下向きに染料（黒インク）を注入した直後に、染料が上昇流により上向きに流れてゆく瞬間を写真撮影した結果を Fig. 2-14 に示した。中心軸附近の上昇流の存在を視的にとらえることができた。



(a) $L_t=2.5m; Re=4900; z=190.5cm; X-1$

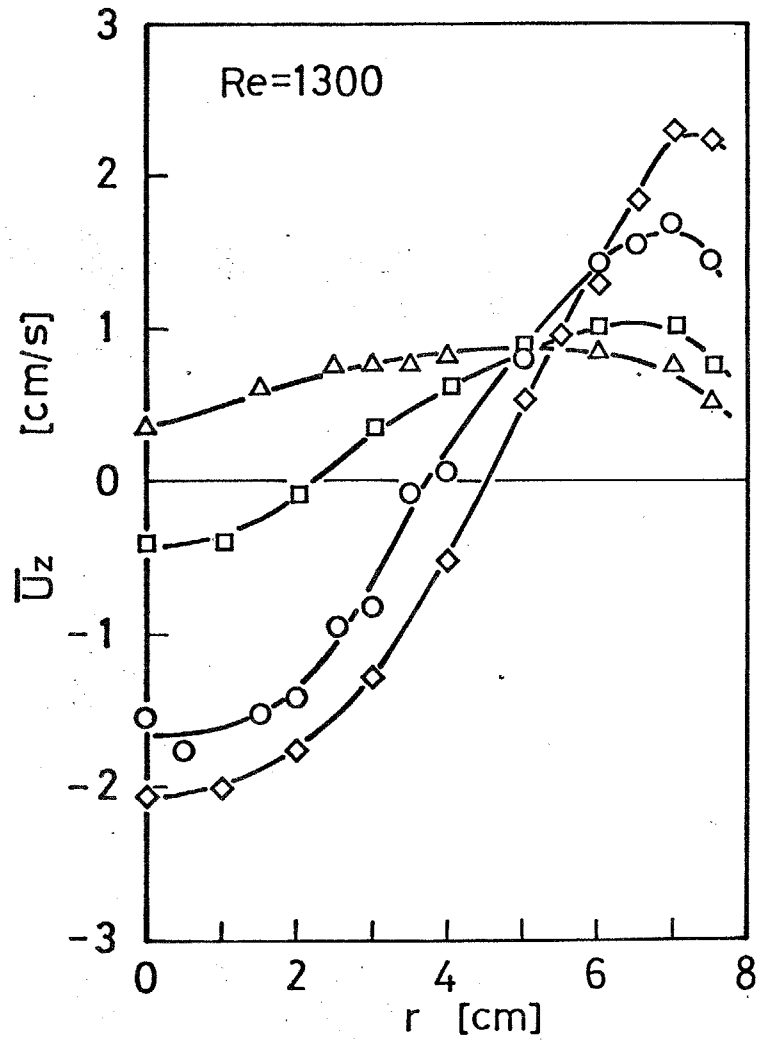


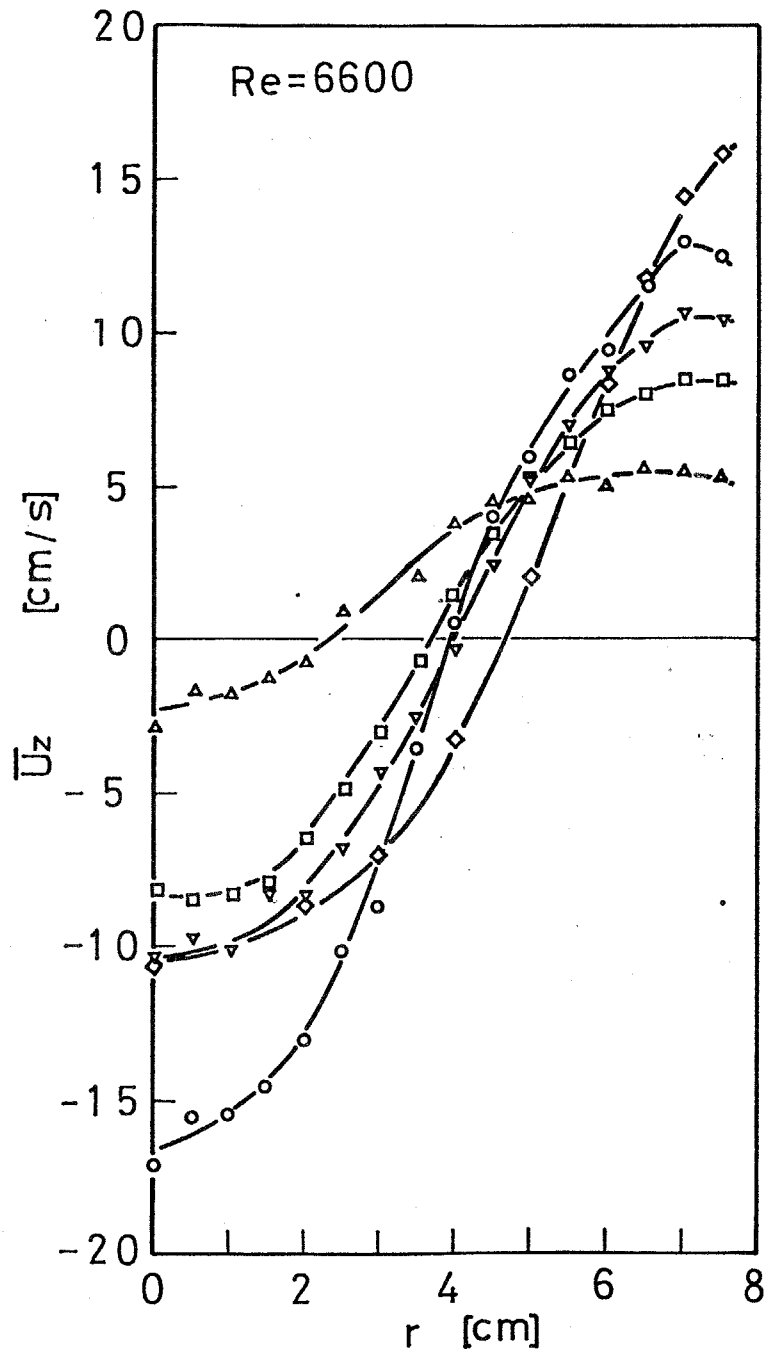
(b) $L_t=2.5m; Re=8200; z=190.5cm; X-3$

Fig. 2-13 (a)-(e) Distributions of \bar{U}_z

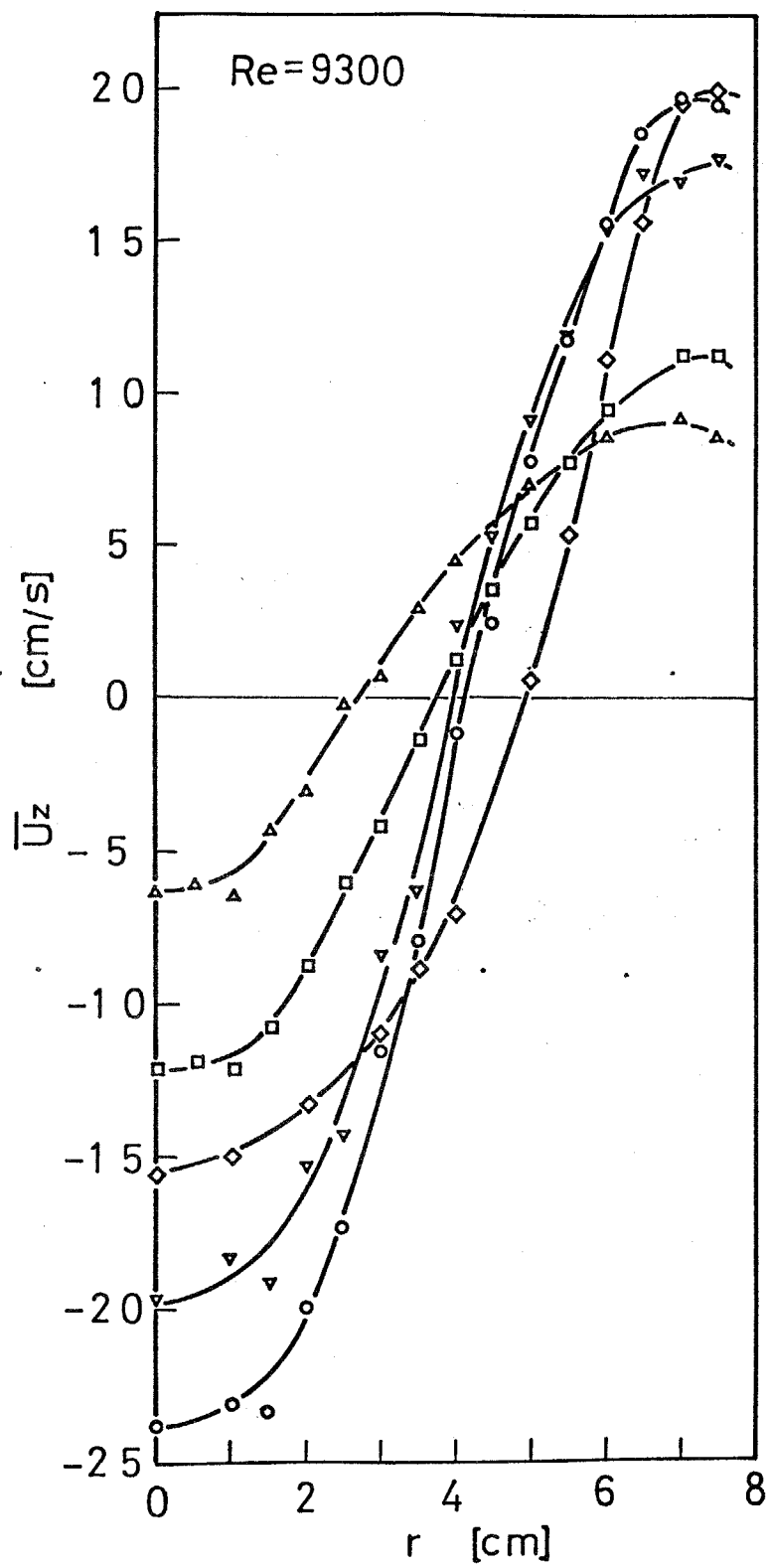
Lt = 5.5m

Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500

(c) $L_t=5.5m; Re=1300; Y-2$



(d) $L_t = 5.5\text{m}$; $Re = 6600$; Y-10



(e) $L_t=5.5\text{m}; \text{Re}=9300; \text{Y-12}$

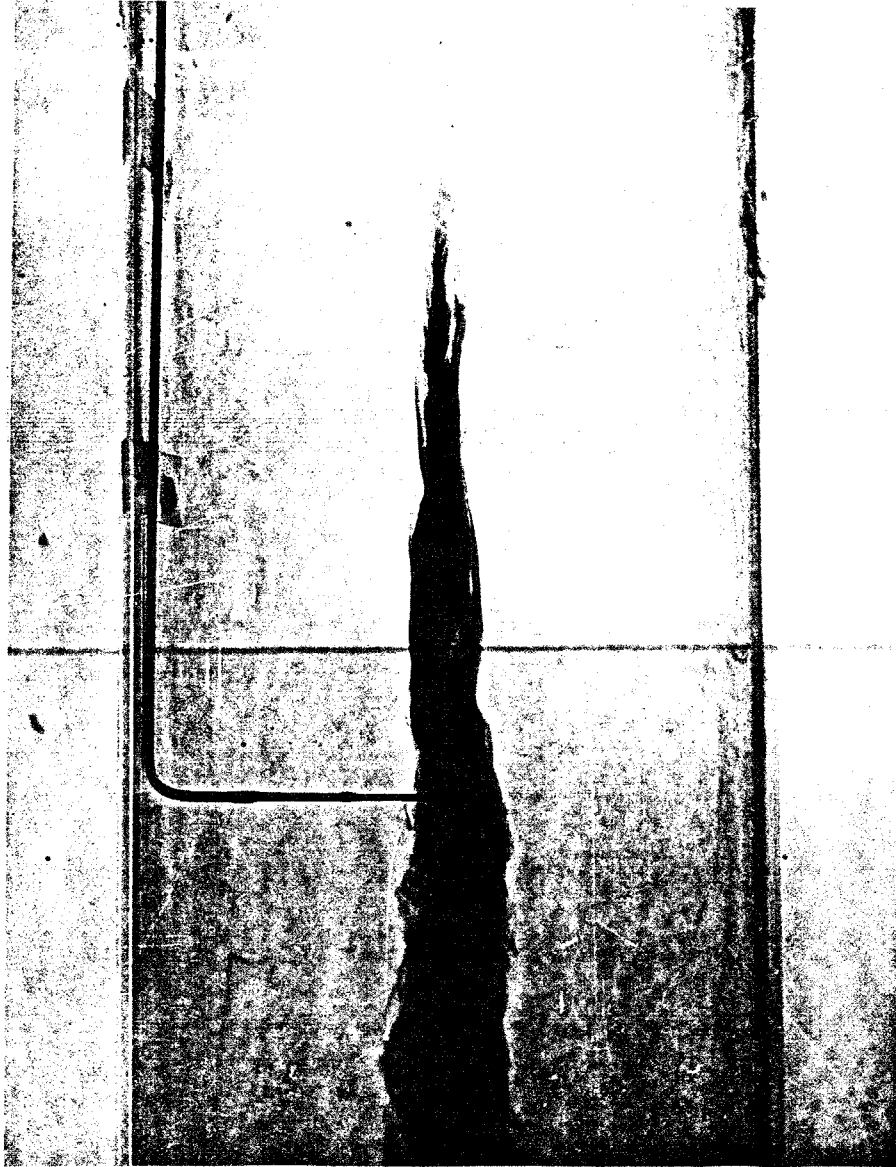


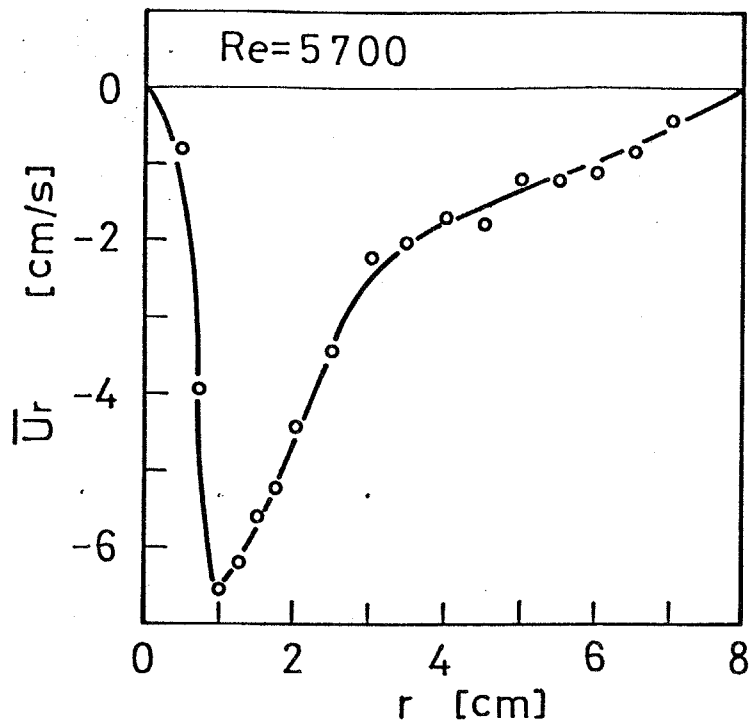
Fig. 2-14 Ascending flow near center axis
($L_t=2.5m$; $Re=5700$; X-2)

(6) 半径方向平均流速成分 \bar{U}_r

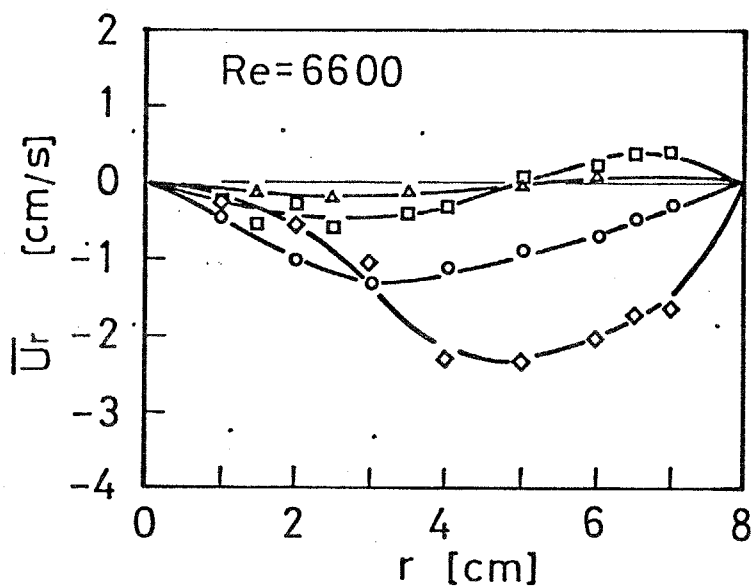
半径方向平均流速成分 \bar{U}_r の分布について、実験条件 X-2 ; Y-10, 12 を代表例として、Fig. 2-15 (a)~(c) に示した。

半径正方向は中心軸より外向きであり、装置内のほとんどの場所で $\bar{U}_r < 0$ の内向流となっている。中心部に向かって流れ込む流体は、下降流(逆流)により装置上流へ流れ、各測定断面での総逆流量は、装置上流域ほど多くなっている。そして、装置流入端と $Z=70$ cm の測定位置との間の限られた狭い領域で、 $\bar{U}_r > 0$ の外向流が生じ、流体は管壁附近の上昇流領域に流れ、再循環するが、このような流動状態は、水素気泡実験によって確認された。

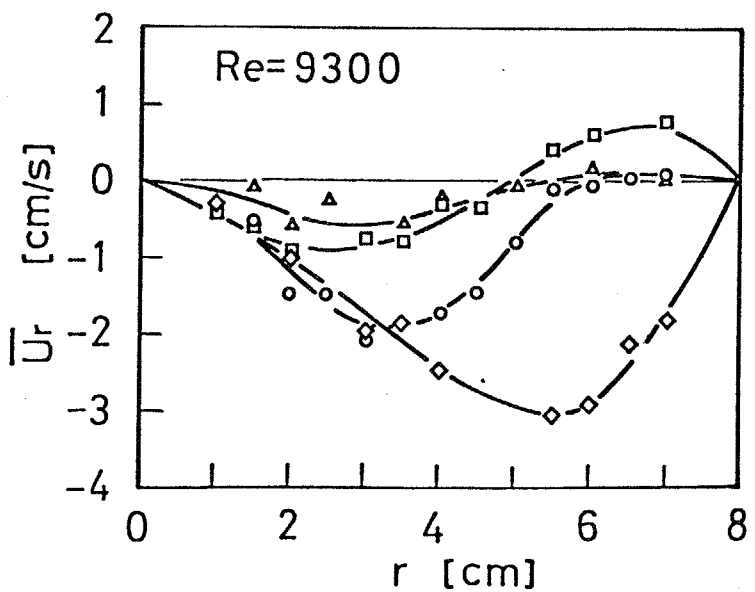
実験条件 Y ($L_t=5.5m$) の $Z \geq 140$ cm では、各半径位置での $|\bar{U}_r/\bar{U}|$ が最大で 0.03 程度であり、特に管壁や管軸附近では微小である。 $Z=70$ cm でも、一部で $|\bar{U}_r/\bar{U}|$ が 0.05 程度になるが、全体としては、 \bar{U}_r は他方向成分と比較し微小であると考えられる。実験条件 X ($L_t=2.5m$) では、強制渦領域と準自由渦領域の境界付近で $|\bar{U}_r|$ が大きくなり、 $|\bar{U}_r/\bar{U}|$ は 0.2 程度にも達している。しかし、この一部の領域を除けば、やはり \bar{U}_r は他方向成分と比較し微小であると考えられる。装置流入端附近の領域と一部の限られた領域を除けば、 \bar{U}_r を近似的に無視することが可能であるが、常に零とすることができないことは明らかであり、その取り扱い方には注意を要する。



(a) $L_t=2.5m; Re=5700; z=190.5cm; X-2$



(b) $L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$



(c) $L_t=5.5m; Re=9300; Y-12$

$L_t = 5.5m$

Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500

Fig. 2-15 (a)-(c) Distributions of \bar{U}_r

2 - 3 本章の結論

(1) 鉛直に設置した管全長の異なる 2 種類の平滑円管内に発生させた軸対称旋回液流の平均流速を、電極反応流速計を用いて三次元的に測定し、流れ方向角 φ 、平均流速 \bar{U} 、接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ 、軸方向平均流速成分 \bar{U}_z 、半径方向平均流速成分 \bar{U}_r の各分布形の特徴を把握し、円管内旋回流の流動状態を実験的に明らかにした。

なお、本章で得られた実測値を、後章の考察の項で使用する基礎データとした。

(2) 半径方向平均流速成分 \bar{U}_r は、装置流入端附近および限られた一部の領域を除けば、他方向成分と比較し、微小量として無視できることを実験的に明らかにした。

第3章 旋回の強さとその減衰過程

3-1 序

従来、簡単明瞭に旋回の強さを表示する適当な方法は確立されていないと考えてよいであろう。そこで、本章においては、渦管の強さを示すのにも用いられている循環 (Circulation) を、円管内旋回流の旋回の強さの表示法に適用し、その管軸方向への減衰過程について、渦度方程式を用いて理論的に検討するとともに、前章で得られた \bar{U}_0 の実測値を用いて実験的に検討した。

3-2 理論的考察

半径位置 r における流速ベクトルが U である旋回流の場合において、渦度ベクトルを Ω とすれば、一般に次式が成立する。

$$(\nabla \cdot \Omega) = (\nabla \cdot [\nabla \times U]) = 0 \quad (3-1)$$

Fig. 3-1 のように、非圧縮性流体の軸対称で定常な旋回流で、軸に垂直な同一半径の2平面 S_1, S_2 で区切られた円筒状領域 V を考え、上式を体積積分して Gauss の発散定理を用いれば、 n を境界面 S の領域外に向けて立てた単位法線ベクトルとして、

$$\iiint_V (\nabla \cdot \Omega) dV = \iint_S (\Omega \cdot n) dS = 0 \quad (3-2)$$

となる。ここに、 $S = S_1 + S_2 + S_0$ で、 S_0 は側面の面積で

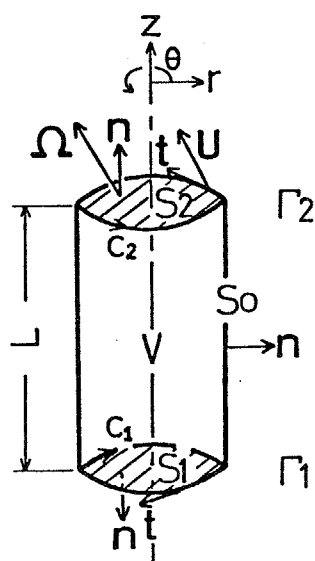


Fig. 3-1 Integral space
in swirling flow

ある。 S_1 および S_2 を囲む閉曲線をそれぞれ C_1 , C_2 とし、この閉曲線の単位接線ベクトルを t とすれば、Stokes の定理を用い、

$$\begin{aligned}
 & \iint_S (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{n}) dS \\
 &= \iint_{S_1} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{n}) dS + \iint_{S_2} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{n}) dS + \iint_{S_0} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{n}) dS \\
 &= \oint_{C_1} (\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{t}) dC + \oint_{C_2} (\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{t}) dC + \iint_{S_0} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{n}) dS \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3-3}$$

となる。 t と n とは右ネジの関係にあるものとする。

円 C_1 , C_2 上の接線方向流速成分を $U_{\theta 1}$, $U_{\theta 2}$ とすれば、

$$\oint_{C_1} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{t}) dC = -2\pi r U_{\theta 1} \equiv -\Gamma_1 \quad (3-4)$$

$$\oint_{C_2} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{t}) dC = 2\pi r U_{\theta 2} \equiv \Gamma_2 \quad (3-5)$$

となる。ここで、 Γ_1 、 Γ_2 は C_1 、 C_2 上の循環で、これを各断面における旋回の強さと定義する。 Γ は、Eq.(3-3)からわかるように、断面 S に垂直方向の渦度成分を S 内全体にわたって面積分した量という意味を持っている。

S_1 と S_2 の間の旋回の強さの減衰量は、2断面間の Γ の差 $\Delta\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2$ で表わすことができる。Eqs.(3-3),(3-4),(3-5)によって、 $\Delta\Gamma$ は、

$$\Delta\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 = \iint_{S_0} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n}) dS = \iint_{S_0} \omega_r dS \quad (3-6)$$

となる。ここで、 ω_r は半径方向渦度成分である。

上式を円管内の旋回流に適用するにあたって、積分領域 ∇ の半径 r をどこにとるかは重要な問題である。円管の内半径を R とし、もし $r = R$ とすれば、一般に管壁における流速は零であるから、上式の適用は無意味である。そこで、本研究では、実験的に求められる準自由渦領域での接線方向流速成分 U_θ において、管壁附近のものを除外して求めた U_θ 分布曲線を管壁まで外挿して外挿値を求め、これから計算した Γ を用いることにする。外挿値の求め方は、実験的考察のところで説明する。今、このような方法で、積分範囲を R まで拡張できるものとする。

ここで、Eq. (3-6) を渦度方程式を用いて考察する。渦度方程式は、

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \Omega - (\Omega \cdot \nabla) \mathbf{U} = \nu \nabla^2 \Omega \quad (3-7)$$

である。⁷⁰⁾ Γ_1, Γ_2 は断面 S_1, S_2 に垂直方向の渦度成分、すなわち z 方向渦度成分 ω_z の面積分という意味を持ち、この Γ の z 方向への減衰過程を検討するために、Eq. (3-7) の z 成分、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_z}{\partial t} + U_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + U_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_r \frac{\partial U_z}{\partial r} - \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} - \omega_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \\ = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (3-8)$$

を考慮することにする。ここで、定常で軸対称な旋回流を考慮、また、既に前章で説明したように $U_r \neq 0$ を仮定すると、上式は ω_r について書き改められ、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \omega_r = U_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} / \frac{\partial U_z}{\partial r} - \nu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right) \right\} / \frac{\partial U_z}{\partial r} \\ - \nu \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} / \frac{\partial U_z}{\partial r} \end{aligned} \quad (3-9)$$

上式右辺の各項の大きさを概算し比較すると、第3項は他項と比較して無視しうるので、これを省略することにし、上式を Eq. (3-6) に代入すると、

$$\Delta \Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2$$

$$= \iint_{S_0} \left(U_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} / \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) dS - \nu \iint_{S_0} \left[\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right) \right\} / \frac{\partial U_z}{\partial r} \right] dS \quad (3-10)$$

となる。

ここで、流れ場を代表する量である管内半径 R 、 $S_1 \sim S_2$ 間の距離 L 、入口管内の管断面平均流速 U_i によって決定される装置流入端での角速度 ω_i を用いて、次式のような無次元量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Gamma^* &\equiv \Delta \Gamma / 2\pi R^2 \omega_i \quad (\omega_i = U_i / R) \\ r^* &\equiv r / R \\ z^* &\equiv z / L \\ S^* &\equiv S / 2\pi R L \\ \omega_z^* &\equiv \omega_z / \omega_i \\ U_z^* &\equiv U_z / R \omega_i \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

これらの無次元量を用いれば、Eq.(3-10)は次式のように無次元化される。

$$\Delta \Gamma^* = \Gamma_1^* - \Gamma_2^*$$

$$= \iint_{S_0^*} \left(U_z^* \frac{\partial \omega_z^*}{\partial z^*} / \frac{\partial U_z^*}{\partial r^*} \right) dS^* - \frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i} \iint_{S_0^*} \left[\left\{ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \omega_z^*}{\partial r^*} \right) \right\} / \frac{\partial U_z^*}{\partial r^*} \right] dS^* \quad (3-12)$$

上式右辺の第1, 第2項の無次元積分項をそれぞれ、 g^* , f^* と置けば、

$$\Delta \Gamma^* = g^* - \frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i} f^* \quad (3-13)$$

と表わされる。旋回の強さの無次元減衰量 $\Delta \Gamma^*$ は、無次元距離 L/R と一種のレイノルズ数の逆数である $\nu/R^2\omega_i$ の積 $(L/R)(\nu/R^2\omega_i)$ を定めれば、Eq. (3-13) で決定される量であり、 $(L/R)(\nu/R^2\omega_i)$ の関数として表わされると考えられるが、ここで、Eq. (3-13) の右辺の内、第2項が、 $(L/R)(\nu/R^2\omega_i)$ の関数であると考えられ、第1項の g^* は、 $(L/R)(\nu/R^2\omega_i)$ と無関係で、装置形状や旋回流発生方式などの他の因子により決まる量になると推定される。従って、次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}\Delta \Gamma^* &= g^* - f\left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2\omega_i}\right) \\ &= F\left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2\omega_i}\right) \quad (3-14)\end{aligned}$$

ここで、 f, F は実験的に決められる $(L/R)(\nu/R^2\omega_i)$ の関数を表わしている。

本研究では、一応、断面 S_1 の位置を装置流入端にとることにするが、この時、 $U_{01} = U_i$ であるから $\Gamma^* = 1$ となり、従って、

$$\Gamma_2^* = 1 - \Delta \Gamma^* = 1 - F\left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2\omega_i}\right) \quad (3-15)$$

となる。すなわち、 $1 - \Delta \Gamma^*$ を検討することが、 Γ_2^* を検討することと同じになっている。

また、 Γ_2 は管断面全体の旋回の強さとして、積分領域を管壁まで拡張して求めた管壁への外挿値をとることに

してゆく点については、既に述べた通りである。従って、以下の実験的考察においては、 $\sqrt{2}^*$ を \sqrt{w}^* ($=1-\Delta\sqrt{w}^*$) と書いて検討することにする。

3-3 実験的考察

第2章で得られた接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ を用いて、旋回の強さ Γ_w の減衰過程を実験的に検討した。実験条件は、Table 2-1 に示した通りである。

3-3-1 循環 Γ の分布形

旋回の減衰状態を明らかにするため、種々のレイノルズ数における各測定位置での r と $\bar{U}_\theta (= \Gamma / 2\pi r)$ と r の関係を Fig. 3-2 に示した。 Γ は r と共に増加するが、増加率は外周部の準自由渦領域では小さくなる。これは、同領域での渦度成分 ω_z が小さくなっていくからである。なお、管壁付近では、 Γ は急激に減少して $r = R$ で零となるはずである。しかし、本研究では、この管壁付近の境界層内での流速測定はできなかった。

理論的考察で説明したように、管断面全体の旋回の強さ Γ_w の値は、管壁付近の Γ を除外して、管壁への外挿値として決めることにしたが、その方法は次のようなものである。準自由渦領域での \bar{U}_θ の分布形が、近似的に $\bar{U}_\theta = k / r^m$ で表わされることは、既に第1章で述べたが、ここでは、この分布形を用いることにし、第2章で得られた実測値を用いて決定した k および m の値は Fig. 3-2 内に示してある。この k, m を用いて、 $\bar{U}_{\theta w} = k / R^m$ を求め、 $\Gamma_w = 2\pi R \bar{U}_{\theta w} = 2\pi k R^{1-m}$ とした。 Fig. 3-2 内の破線は、上記の方法による外挿曲線に相当している。

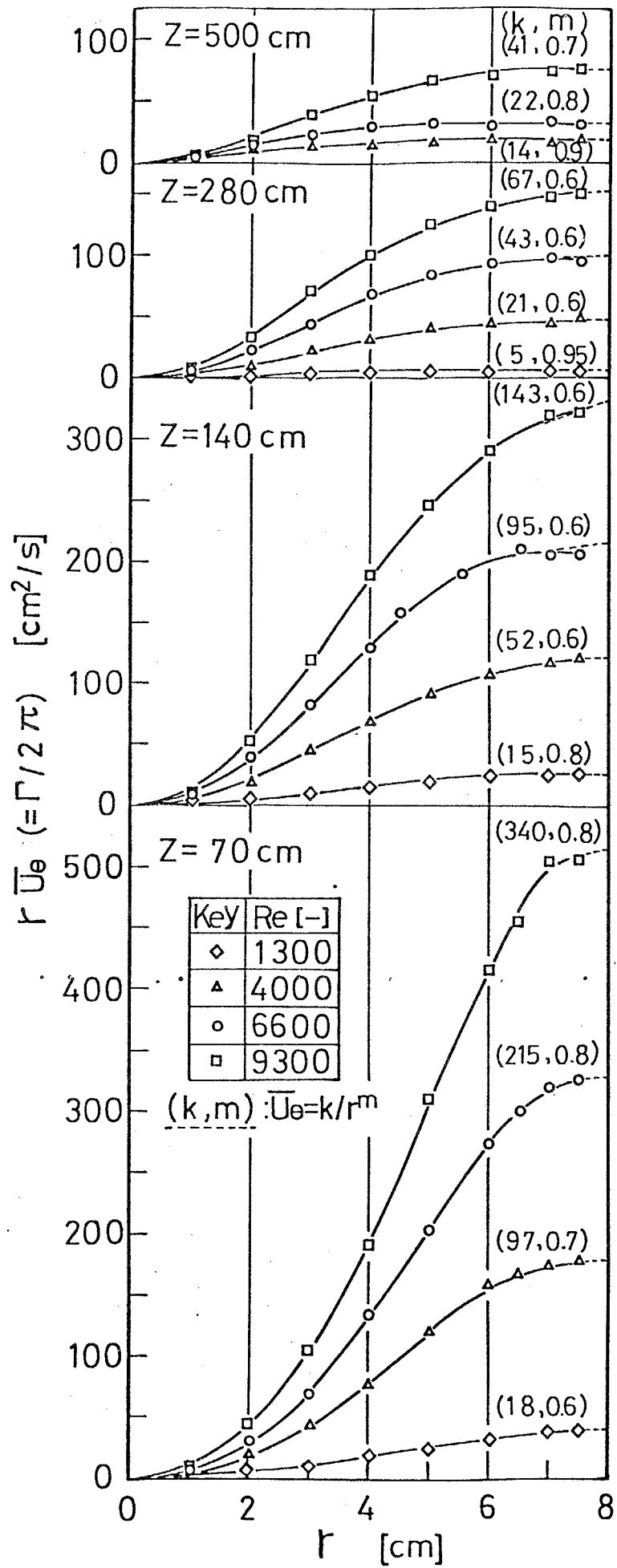


Fig. 3-2 Distributions of circulation ($L_t=5.5m$)

3-3-2 旋回の強さ Γ_w の減衰過程

$\Gamma_w^* (= 1 - \Delta \Gamma_w^*)$ と $(z/R)(\nu/R^2 \omega_i)$ との関係は Fig. 3-3 に示した。但し、断面 S_1 の位置を装置流入端 $z = 0$ cm としておくことになるため、Eq. (3-15) の L は、 z で置き換えられた。 Γ_w^* は、おおよそ、 $Re > 5000$ の範囲の A 曲線、および $Re < 2000$ の範囲の B 曲線の 2 本の曲線で表わすことができた。なお、これら 2 つのレイノルズ数範囲では、それぞれ異なった流動状態であると推定される。

3-3-3 レイノルズ数と流動機構

おおよそ $2000 < Re < 5000$ の範囲の測定値は、Fig. 3-3 の 2 本の曲線上にはのらず、それらの間に位置しているが、この様子を明瞭に示すため、 Γ_w^* と $(z/R)(\nu/R^2 \omega_i)$ との関係は改めて片対数紙に示したのが、Fig. 3-4 である。これより、上述のレイノルズ数範囲は、関係曲線が Re と共に B 曲線から A 曲線に遷移する過渡的な段階であると考えられる。

なお、本研究の実験条件範囲では、 $Re < 2000$ においても、装置上流域では流速変動が検出され、従って、 $Re < 2000$ を旋回流が層流状態にある範囲と考えることはできない。しかし、 $2000 < Re < 5000$ のレイノルズ数範囲が、旋回を伴わない一般的な円管内流れにおいて、流動状態が層流から乱流に遷移するレイノルズ数範囲とはほぼ一致していることから考え、十分下流において、旋回が減衰し

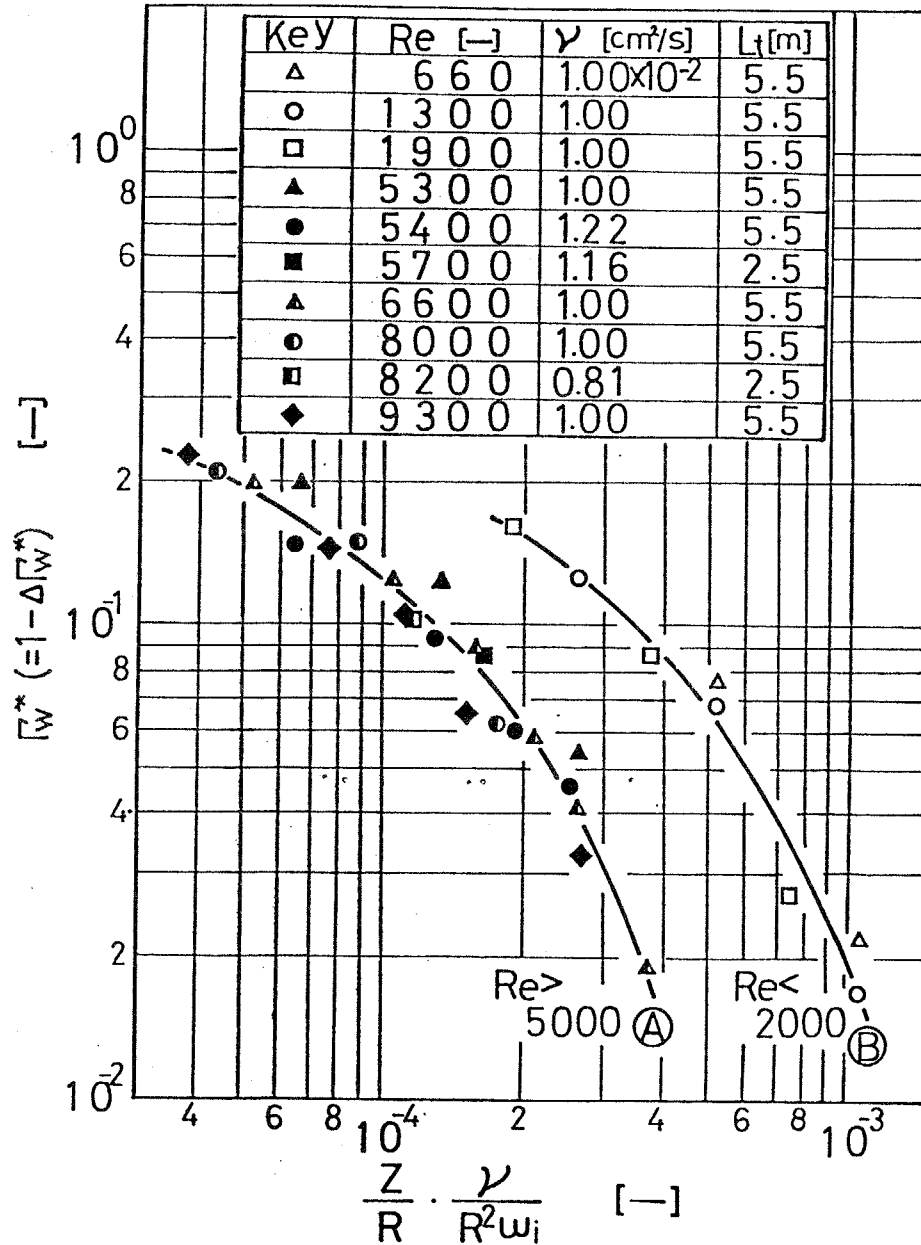


Fig. 3-3 Decay of intensity of swirl

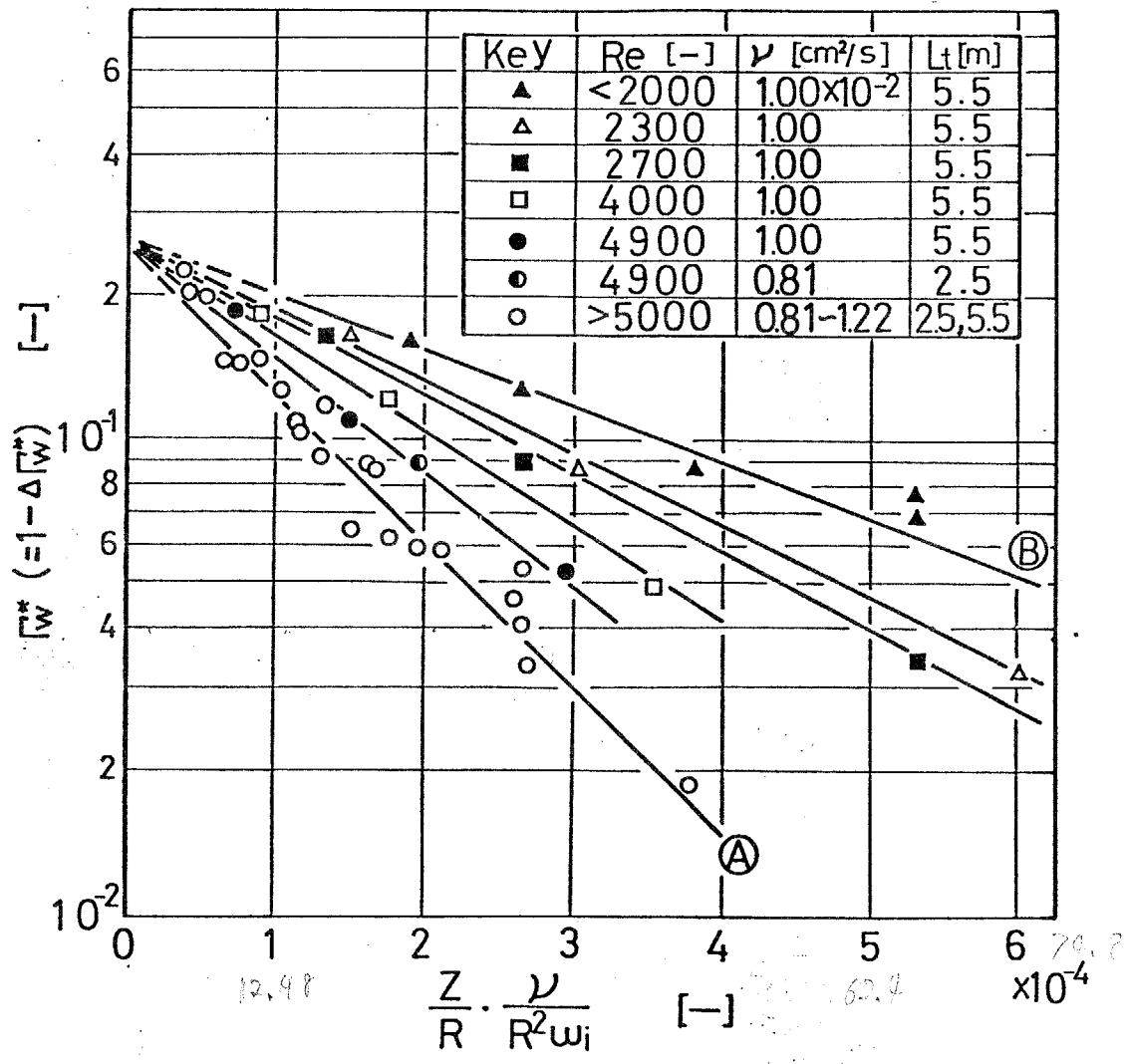


Fig. 3-4 Relationship between Re and decay of intensity of swirl

て、最終的に一般的円管内流れに近づいた状態が層流か乱流かの違いにより、その元の旋回流の流動状態が、それぞれ異なった過程で下流に向かって変化してゆくものと推定される。最終的に、完全乱流の一般的円管内流れに近づいてゆく旋回流は、その旋回の減衰してゆく全過程を通じ、流動状態がやはり完全な乱流状態にあるものと考えられる。そこで、一応、 $Re > 5000$ の旋回流を完全な乱流旋回流と考えることにする。

以上のような観点から考えると、旋回流においても、 $U_{av} D / \nu$ で定義したレイノルズ数 Re が、十分意味のあるものであることがわかる。

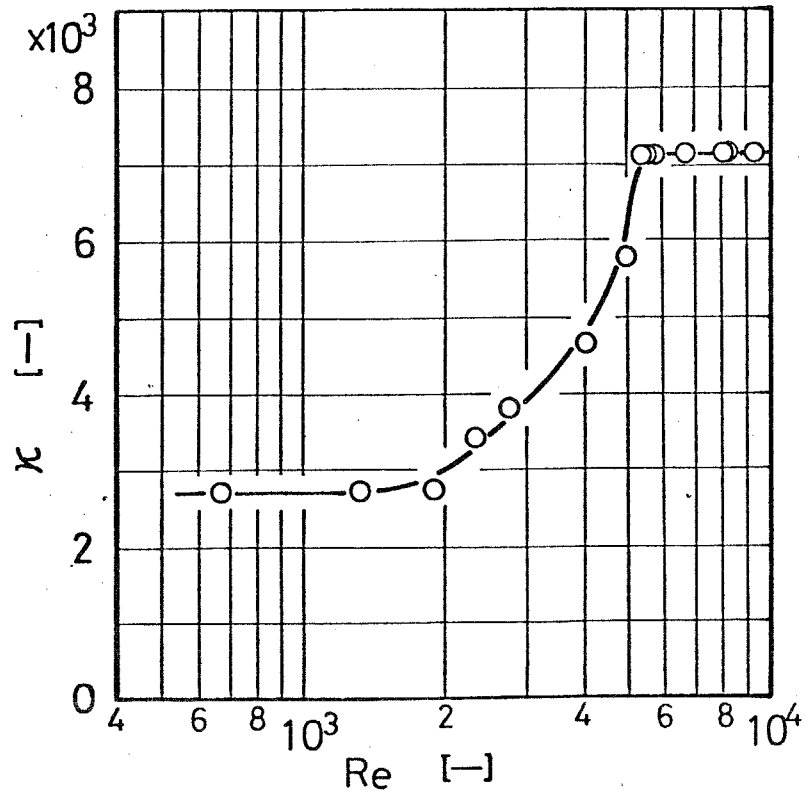
3-3-4 Γ_w^* の関数形

装置流入端よりある程度下流においては、Fig. 3-4 に示したように、 Γ_w^* と $(z/R)(\nu/R^2\omega_i)$ とは、ほぼ指数関数の関係にあり、それらを $(z/R)(\nu/R^2\omega_i)$ の零に外挿すると、 Re によらず、 Γ_w^* はおおよそ 0.26 となる。従って、 κ を各々の直線に固有な定数とすれば、

$$\Gamma_w^* = 1 - \Delta \Gamma_w^* = 0.26 \exp \left\{ -\kappa \left(\frac{z}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i} \right) \right\} \quad (3-16)$$

と表わされる。 κ と Re との関係を Fig. 3-5 に示した。 Re による流動状態の相違を定量的に示すことができた。

ここで、Eqs. (3-13), (3-14), (3-16) から、

Fig. 3-5 κ vs. Re

$$\left. \begin{aligned} g^* &= 0.74 \\ f &= 0.26 \exp \left\{ -\kappa \left(\frac{Z}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i} \right) \right\} - 0.26 \end{aligned} \right\} (3-17)$$

であると考えられる。 $1 - g^* = 0.26$ は、Eq. (3-16) の係数 0.26 であり、本研究で用いた装置に固有な定数であると考えられる。

3-3-5 旋回の強さの減衰過程

における仮想の流入端

z を零に近づけると、Eq. (3-15) で、 $\Delta \Gamma_w^*$ は零、 Γ_w^* は 1 に近づく。すなわち、 Γ_w は、 U_0 の管壁への外挿値が U_i であるとした装置流入端での旋回の強さ $2\pi R U_i$ に近づくはずである。しかし、実験的考察によって求めた Eq. (3-16) は、このような装置流入端附近での Γ_w の減衰過程を説明することができない。そこで、装置入口構造の影響を受けていると考えられる流入端附近の減衰過程を考慮せずに、そこに Eq. (3-16) がそのまま適用されると仮定し、関係直線を $(z/R)(\omega_i/R^2)$ の負側へ外挿し、 $\Gamma_w^* = 1$ となる $(-z_0/R)(\omega_i/R^2)$ から、各実験条件における“仮想の流入端、 $-z_0$ ” を考えることにする。また、仮想の流入端においては、 $U_0 = \omega_i r$ で表わされる強制渦が管壁まで広がっていると考えることにするが、この点に関しては、第 6 章で改めて検討する。Fig. 3-6 に、 $Re > 5000$ について、この仮想の流入端の考え方を示した。 $Re < 5000$ においても、 $(-z_0/R)(\omega_i/R^2)$ の値が異なるだけで、考え方は同じである。

以上のような仮想の流入端から、 Γ_w の減衰過程を検討することにすれば、入口構造の異なる他の装置においても、その流入端での代表角速度 ω_i が決定されれば、 $U_0 = \omega_i r$ なる流速分布を持つ仮想の流入端から、 Γ_w^* の減衰過程を指数関数的に統一して検討できると推定される。

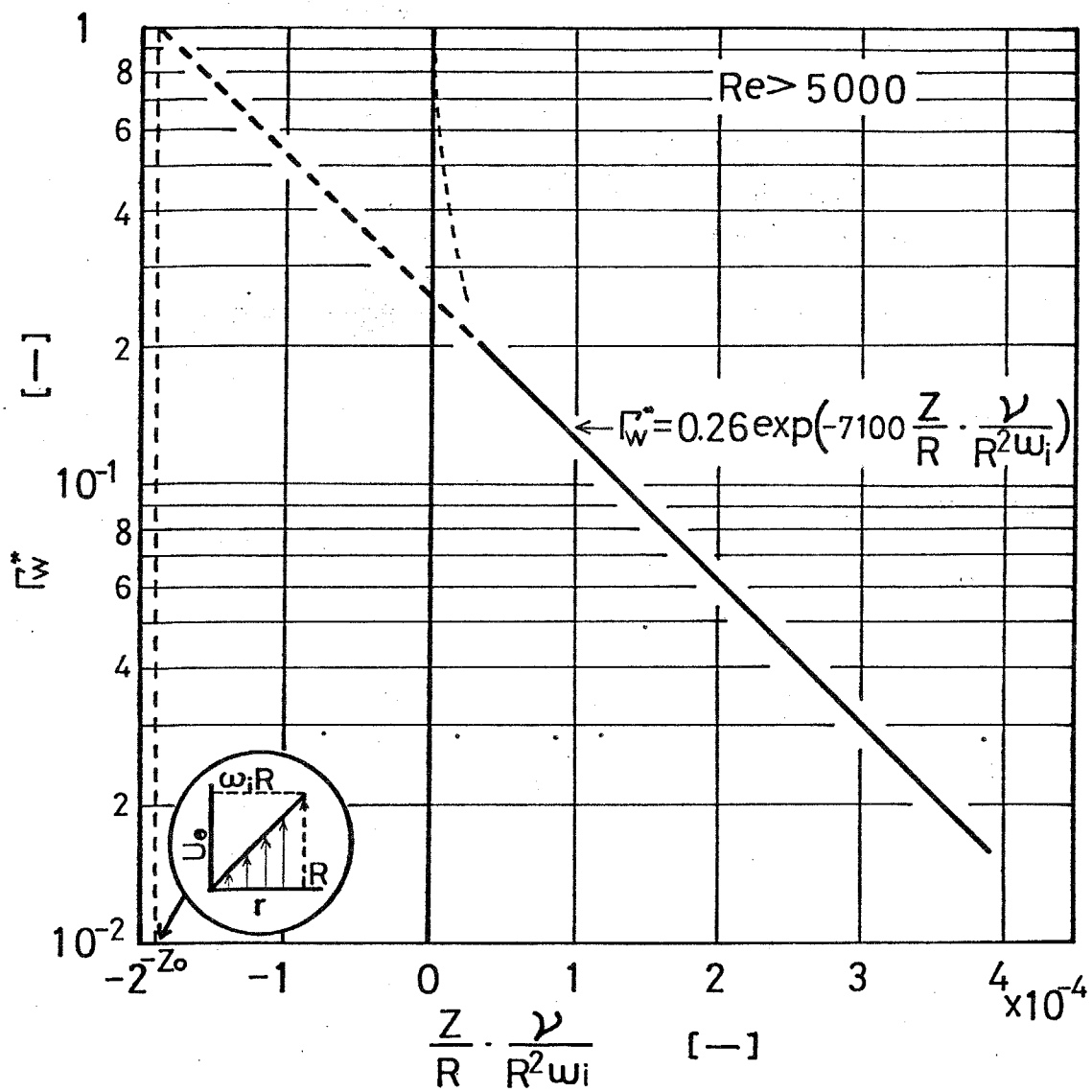


Fig. 3-6 Imaginary inlet section of swirling flow

3-4 本章の結論

(1) 管軸に垂直な断面における旋回の強さを循環 Γ で表示すれば、その管軸方向への減衰過程を旋回流動機構と関連させて検討できることを示した。

(2) 管断面全体の旋回の強さ Γ_w の無次元の減衰量 $\Delta\Gamma_w^* = \Delta\Gamma_w / 2\pi R^2 \omega_i$ が無次元距離 L/R と一種のレイノルズ数の逆数 $\nu / R^2 \omega_i$ の積の関数となることを理論的に示し、一応、装置流入端からの減衰量を考えることにすれば、上述の関数関係が、流入の方法が影響する流入端附近を除いて、

$$\Gamma_w^* = 1 - \Delta\Gamma_w^* = 0.26 \exp\left\{-\kappa\left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i}\right)\right\}$$

となることを実験的に明らかにした。なお、係数0.26は本研究で用いた装置に固有な定数であると考えられる。

(3) 上式中の κ は、ほぼ $Re > 5000$ および $Re < 2000$ の両範囲で、それぞれ一定値を示すが、ほぼ $2000 < Re < 5000$ の範囲では、 Re により異なる値を示し、このレイノルズ数範囲は、流動状態が $Re < 2000$ から $Re > 5000$ に遷移する過渡的な段階であると考えられる。また、旋回を伴わない一般的な円管内流れと比較して、一応、 $Re > 5000$ の旋回流を全減衰過程を通じて完全な乱流旋回流であると推定した。

(4) Γ_w^* の指数関数的減衰過程に基づいた仮想の流入端の考え方を示し、旋回の強さの減衰過程についての、装

置入口構造によらな、統一的な検討法を説明した。

第4章 旋回流の静圧分布

4-1 序

円管内旋回流において、静圧 P は、主に回転運動による遠心力との釣合りから、半径方向に分布を生じ、また、この分布形は、旋回の減衰と共に管軸方向へ変化してゆく。本章においては、まず、円管内旋回流の静圧分布形を明らかにすることとを主な目的としており、管壁での静圧の管軸方向変化、および管内静圧分布の数値積分による算出法について検討した。

さらに、得られた静圧分布と第2章の平均流速分布とを用いて、逆流を生じている旋回流の巨視的エネルギーバランス、および旋回流のエネルギー損失について考察した。

4-2 理論的考察

4-2-1 管壁での静圧 P_w

管壁での静圧 P_w の管軸方向への変化を、Navier-Stokes 方程式の z 成分を用いて考察する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_z}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right) + g_z \end{aligned} \quad (4-1)$$

定常で軸対称な旋回流を仮定する。 $g_z = -g$ (装置は鉛直に設置され、 z の正方向は鉛直上向きとしている) であり、管壁付近では U_r を零とおくことができるから、Eq.(4-1) を管壁上で考えることにすれば、

$$\frac{\partial P_w}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) - \rho g \quad (4-2)$$

となる。上式を z_1 から z_2 まで ($z_2 > z_1$)、定積分すると

$$P_{w2} - P_{w1} = \mu \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) dz - \rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_{w1} - P_{w2} - \rho g (z_2 - z_1) = -\mu \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) dz \quad (4-3)$$

となる。上式の左辺は、 $z_1 \sim z_2$ 間の静圧差から重力による位置水頭圧の差を相殺したものであり、これを ΔP_w と表わすことにすれば、

$$\Delta P_w = -\mu \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) dz \quad (4-4)$$

となる。 ΔP_w は、管壁における圧力損失と考えることもできるが、半径方向に静圧分布を生じている旋回流の全エネルギー損失と見なすことはできないであろう。

前章での検討法と同じように、流れ場を代表する量である管内半径 R 、 $z_1 \sim z_2$ 間の距離 L および入口管内の管断面平均流速 U_i (装置流入端での代表旋回流速と考える) によって、次式で表わされるような無次元量を定義する。

$$\begin{array}{l}
 \Delta P_w^* \equiv \Delta P_w / \rho U_i^2 \\
 U_z^* \equiv U_z / U_i \\
 r^* \equiv r / R \\
 z^* \equiv z / L
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \Delta P_w^* \\ U_z^* \\ r^* \\ z^* \end{array}} \right\} (4-5)$$

これらの無次元量を用いれば、Eq. (4-4)は次式のように無次元化される。

$$\Delta P_w^* = -\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} \int_{z_1^*}^{z_2^*} \left(\frac{\partial^2 U_z^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial U_z^*}{\partial r^*} \right) dz^* \quad (4-6)$$

ΔP_w^* は、 $(L/R)(\nu/R U_i)$ の関数として表わされると考えられる。Gを実験的に決定される関数とすれば、

$$\Delta P_w^* = G \left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} \right) \quad (4-7)$$

となる。

ここで、前章の ΔP_w^* の検討法と同じように、一応、 z_1 を装置流入端 $z = 0 \text{ cm}$ にとって実験的考察を行なうことにすれば、Lは z と置き換えられ、

$$\Delta P_w^* = G \left(\frac{z}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} \right) \quad (4-8)$$

となる。

4-2-2 管内静圧分布の算出法

静圧 P の半径方向分布形は、第1章の Eq.(1-9) の数値積分によって、ある程度の精度で求められることは既に述べた。しかし、乱流状態にある旋回流において、時間平均化された平均静圧 \bar{P} を、やはり時間平均化された流速成分値の数値積分によって算出しようとする時、流速変動に基づくレイノルズ応力項の影響を検討しておく必要があると考えられる。

乱流場での時間平均化された Navier-Stokes 方程式⁹⁾ の r 成分は、 u を流速変動として、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial t} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial z} - \frac{\bar{U}_\theta^2}{r} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial z^2} - \frac{\bar{U}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} \right) \\ & \quad - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u_r^2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \overline{u_r u_\theta} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{u_r u_z} + \frac{\overline{u_\theta^2}}{r} + g_r \quad (4-9) \end{aligned}$$

である。ここで、定常で軸対称な旋回流を仮定し、 g_r は零であるとして、上式を書き改めると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} & = \underbrace{\rho \frac{\bar{U}_\theta^2}{r}}_{O(\eta_0)} - \underbrace{\rho \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r}}_{O(\eta_1)} - \underbrace{\rho \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial z}}_{O(\eta_2)} \\ & \quad + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial z^2} - \frac{\bar{U}_r}{r^2} \right)}_{O(\eta_3)} \\ & \quad - \underbrace{\rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u_r^2})}_{O(\eta_4)} + \underbrace{\rho \frac{\overline{u_\theta^2}}{r}}_{O(\eta_5)} - \underbrace{\rho \frac{\partial}{\partial z} \overline{u_r u_z}}_{O(\eta_6)} \quad (4-10) \end{aligned}$$

となる。各項の絶対値のオーダーを $\eta_0 \sim \eta_6$ とした。

第2章および第5章の流速測定値より、 $\eta_0 \sim \eta_6$ を概算すると、ほぼ全域で η_0 が最大となり、 $\eta_1 \sim \eta_6$ は、

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 / \eta_0 &\div \eta_2 / \eta_0 \div 10^{-3} \\ \eta_3 / \eta_0 &\div 10^{-5} \\ \eta_4 / \eta_0 &\div \eta_5 / \eta_0 \div 10^{-2} \\ \eta_6 / \eta_0 &\div 10^{-6} \sim 10^{-5} \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

である。Eq. (4-10) の右辺を数値積分して \bar{P} の分布を求めるとき、項を省略したことによる誤差を約1%以内にとどめるためには、右辺の第5、第6項のレイノルズ応力項を無視することができない。そこで、Eq. (4-10) の右辺の第1、第5、第6項の3項を残して、他項を省略することにすれば、

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial r} = \rho \frac{\overline{U_\theta^2} + \overline{u_\theta^2} - \overline{u_r^2}}{r} - \rho \frac{\partial}{\partial r} \overline{u_r^2} \quad (4-12)$$

となる。上式を r から壁面 ($r=R$) まで定積分すると、壁面では $\overline{u_r^2}$ は零であるから、

$$\Delta \bar{P} = \bar{P}_w - \bar{P} = \rho \int_r^R \left(\frac{\overline{U_\theta^2} + \overline{u_\theta^2} - \overline{u_r^2}}{r} \right) dr + \rho \overline{u_r^2} \quad (4-13)$$

$$\bar{P} = \bar{P}_w - \rho \int_r^R \left(\frac{\overline{U_\theta^2} + \overline{u_\theta^2} - \overline{u_r^2}}{r} \right) dr - \rho \overline{u_r^2} \quad (4-14)$$

となる。

\bar{P}_w が測定されていれば、上式を用い、数値積分によって \bar{P} の半径方向分布を求めることができる。

4 - 3 実験的考察

4 - 3 - 1 実験装置および測定法

実験装置としては、第2章で使用した管全長 $L_t = 5.5m$ のものを用いた。装置の概要は2 - 2 - 1項で説明した通りである。

試験流体としては水を用い、水温によって動粘性係数 ν を変化させたが、温度制御は、誤差約 $\pm 1^\circ C$ 以内で行なえた。

管壁静圧測定用の圧力測定孔（孔径 $0.7mm$ ）は、 $z = 0, 70, 140, 210, 280, 350 cm$ にあけられ、 $z = 0 cm$ 以外は、流速測定用プローブ挿入口と同一円周上にあることになる。大気開放面からの位置水頭圧を相殺した管壁位置での静圧 \bar{P}_w を、水-四塩化炭素系U字管マノメーター（管内径 $15mm$ ）を用いて測定した。メニスカス位置の読み取りは、カセットメーターによって行ない、 $1/20mm$ まで読み取った。

管内の静圧 \bar{P} については、Eq.(4-14) による計算値と実測値との比較を行なうため、ピトー管（外径 $1.0mm$, 内径 $0.5mm$ ）で総圧を測定し、これより動圧を差し引いて静圧を求める実験を一部の条件で行なった。ピトー管の設置角は、流水の方向角 θ とし、 \bar{U}_r によって生ずる測定誤差は、 $|\tan^{-1}(\bar{U}_r/\bar{U}_0)|$ が最大で5度程度であることから、無視することにした。

4-3-2 実験結果および考察

(1) 管壁での静圧 \bar{P}_w

大気開放面を基準として、そこからの位置水頭圧を差し引いて示した管壁での静圧を \bar{P}_w とする。

\bar{P}_w の実測値と r との関係を Fig. 4-1 に示した。装置流入端より、ある程度下流においては、 \bar{P}_w が r に対して、ほぼ指数関数的に減少していきと見なせそうである。 $Re < 5000$ の特に r の大きな位置での \bar{P}_w は、極めて微小であるため、測定誤差が大きく、従って、主に $Re > 5000$ の条件での結果を検討することにした。

\bar{P}_w の装置流入端からの減少量 $\Delta \bar{P}_w$ を Eq. (4-8) によって検討した結果を Fig. 4-2 に示した。おおよそ $Re > 5000$ において、 $\Delta \bar{P}_w^*$ と $(r/R)(\nu/RU_i)$ との間に、実験条件によらず、一定の関数関係が成立していることが明らかにされた。しかし、 $Re < 5000$ においては、 $\Delta \bar{P}_w^*$ の同関数関係からのずれが生じており、このような Re による関数関係変化の傾向は、前章で考察した ΔP_w^* の場合と良く類似している。

ここで、装置流入端での P_w^* (P_{wi}^*) は、旋回の強さ Γ_w の場合と異なり、一定値 (Γ_{wi}^* は 1 であった) とはならない。従って、 $\Delta \bar{P}_w^*$ が $(r/R)(\nu/RU_i)$ と一定の関数関係にあっても、 P_w^* は必ずしも $(r/R)(\nu/RU_i)$ の一定の関数で表わされるとはかぎらない。しかし、一応、3-3-5

項で説明した P_w^* の減衰過程における仮想の流入端の考え方を、 P_w^* の減衰過程においても適用しうるかどうかを検討したのが Fig. 4-3 である。装置流入端附近を除けば、 P_w^* は $(Z/R)(\omega/R\sigma_i)$ に対し、ほぼ指数関数的に減少し、仮想の流入端を、 P_w^* の減衰過程においても適用できるものと考えられる。

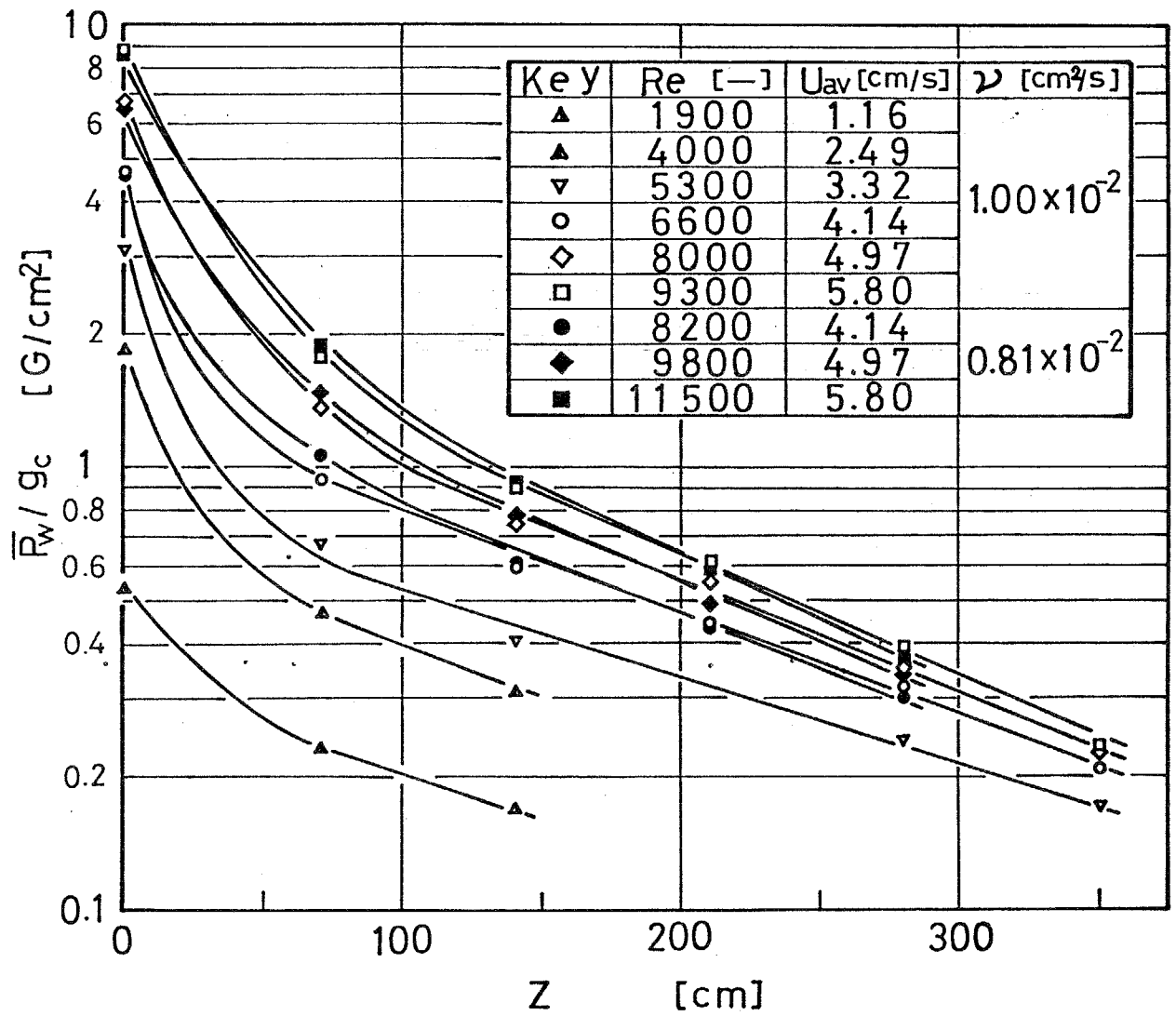


Fig. 4-1 \bar{P}_w vs. z

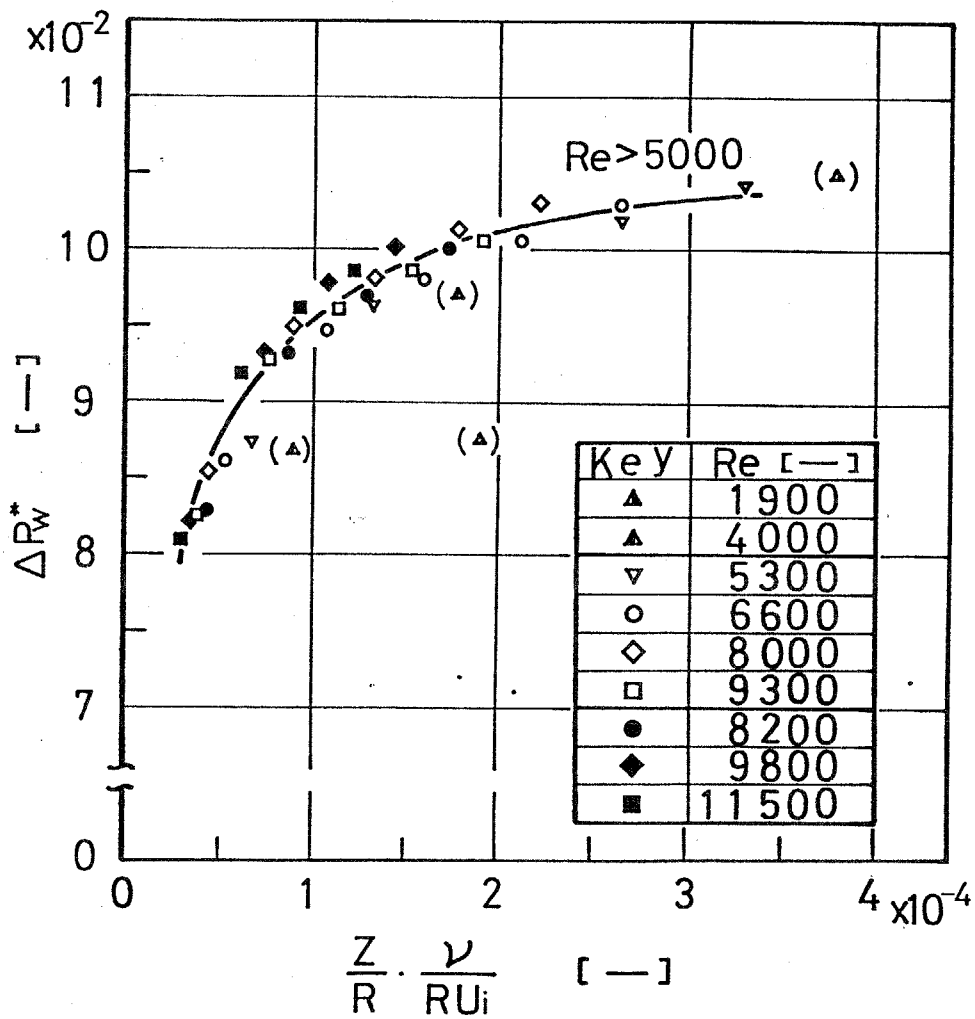


Fig. 4-2 Decay of \bar{P}_w

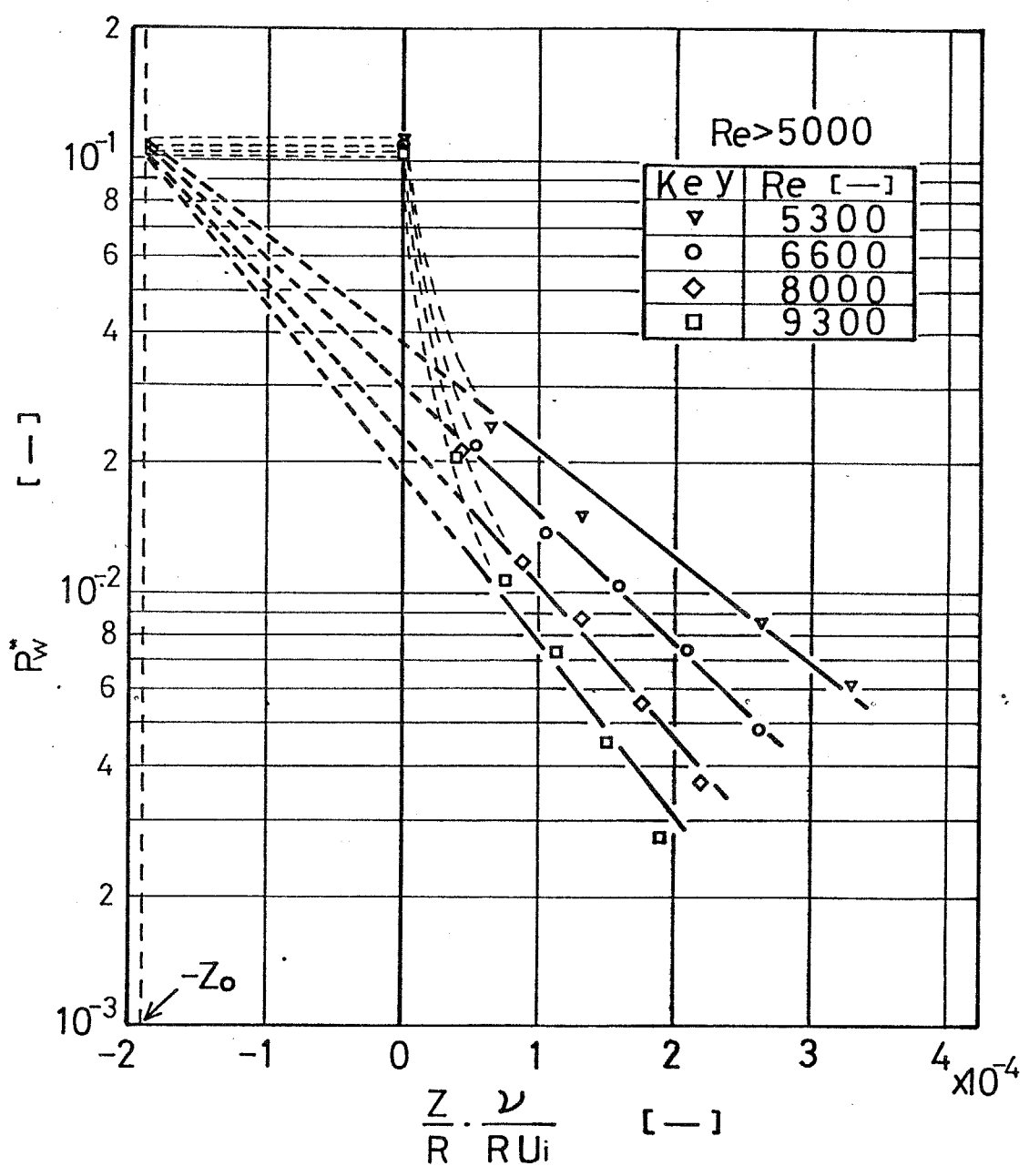


Fig. 4-3 Imaginary inlet section and decay of \bar{P}_w

(2) 管内の静圧分布

管内の静圧 \bar{p} の分布を、Eq. (4-14) を用いて求めた。なお、 \bar{U}_0 は第 2 章で、 $\overline{u_0^2}$ および $\overline{u_1^2}$ は第 5 章で与えられる。数値積分には、Simpson の公式を用い、測定値の図からの読み取り幅は 0.25 cm とし、管壁 ($r = 8 \text{ cm}$) での値は零、また、 $r = 7.75 \text{ cm}$ での値は一応 $r = 7.5 \text{ cm}$ の値の $1/2$ とした。

各半径位置での $\bar{p} - \bar{p}_w$ について、Eq. (4-13) で求めた計算値とピット管による実測値とを比較した結果を Fig. 4-4 に示した。両者は良く一致している。

$Re = 6600, 9300$ における \bar{p} の分布を代表例として Fig. 4-5 (a), (b) に示した。 \bar{p} は管軸上で最小値を、また、管壁位置で最大値をとり、両者の差は、下流で旋回が減衰するに伴って、減少してゆく。

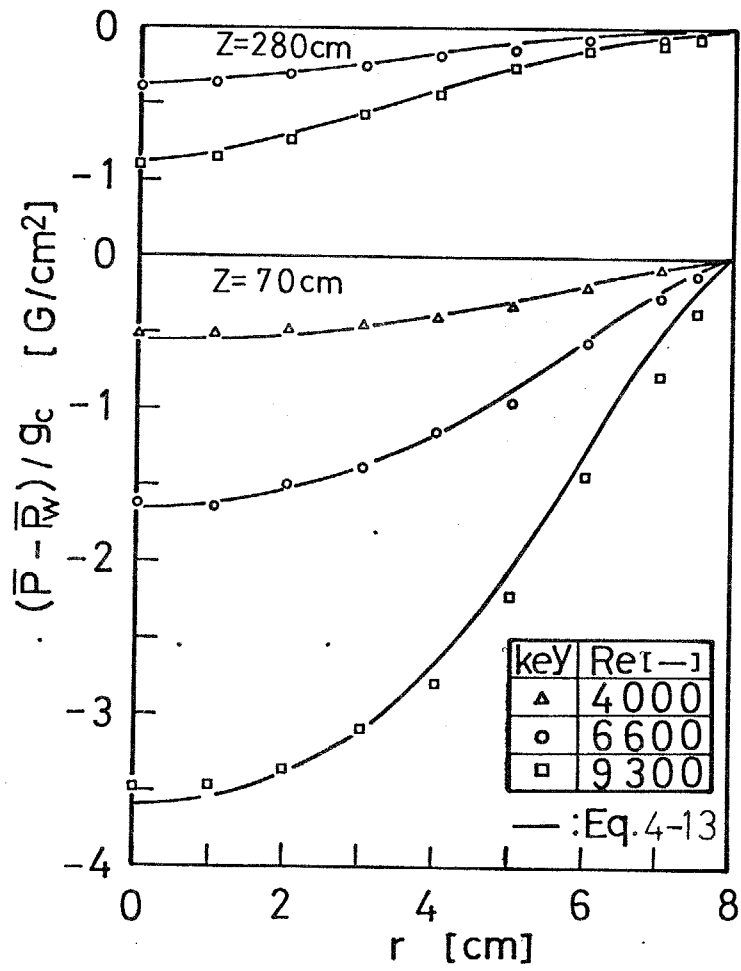
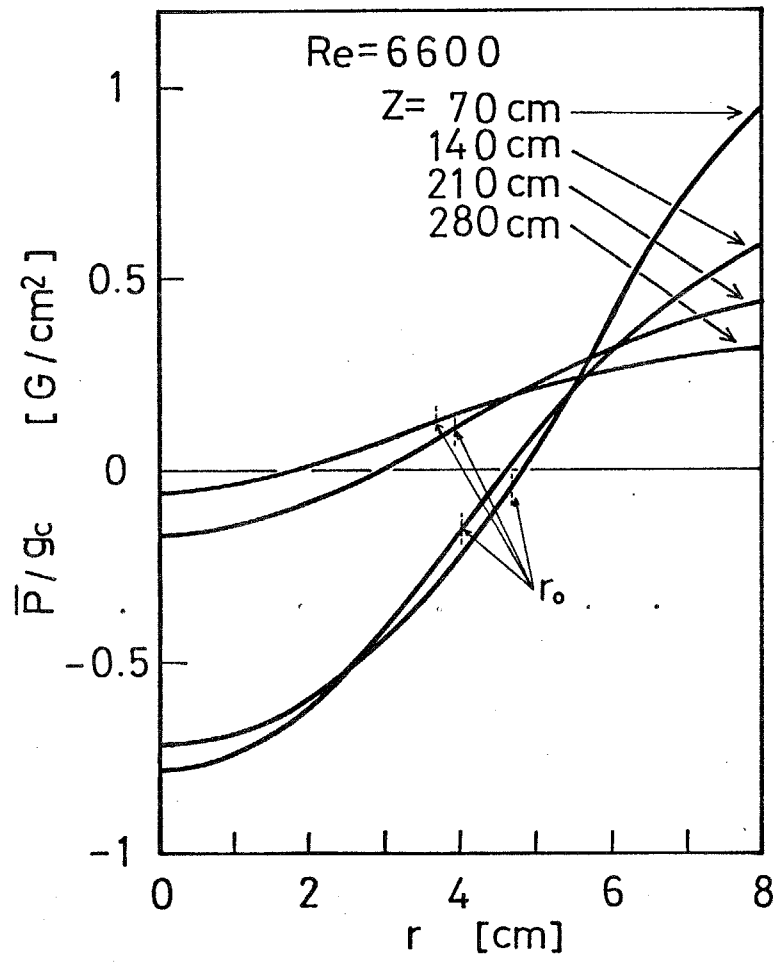
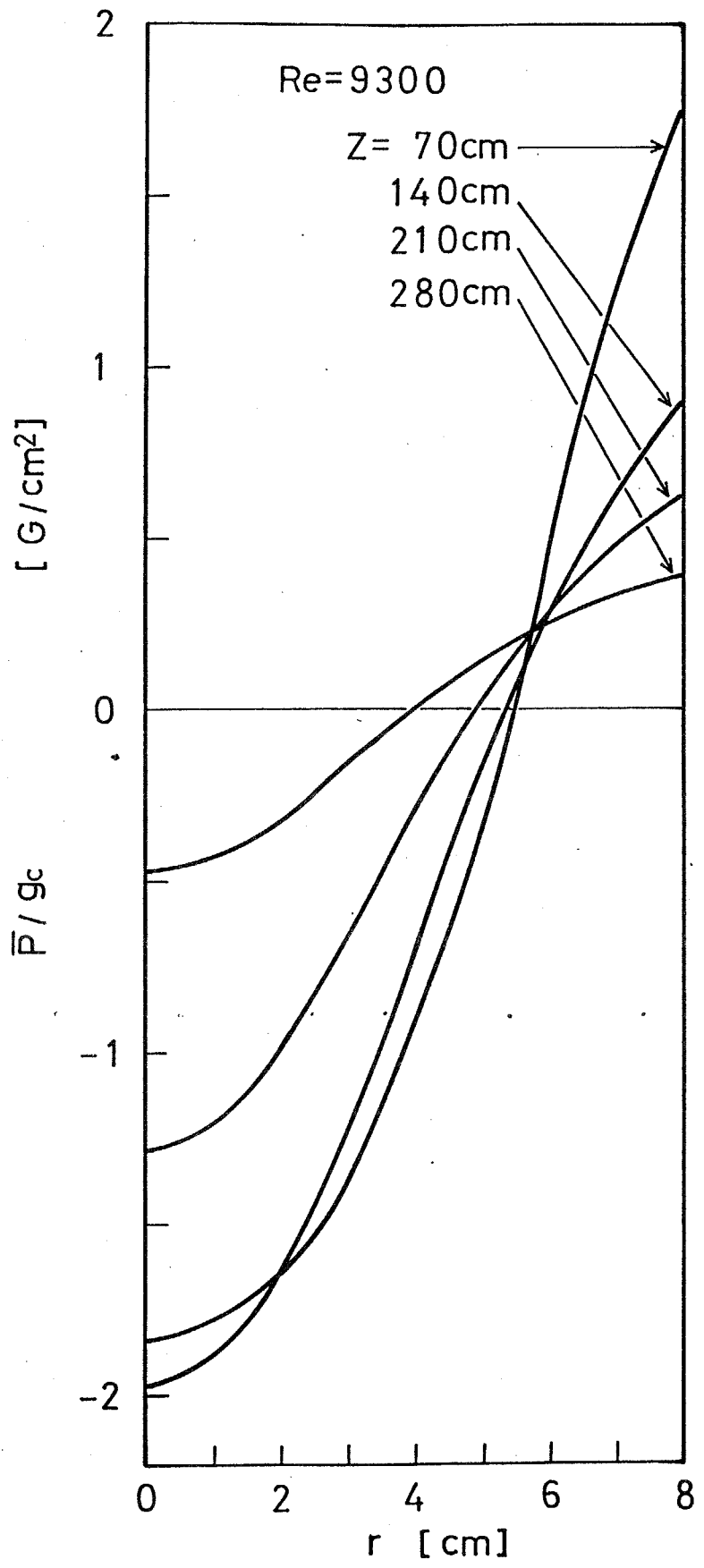


Fig. 4-4 Comparison of experimental results with calculated results, $\bar{P} - \bar{P}_w$



(a) Re=6600 ; Y-10

Fig. 4-5 (a)(b) Distributions of \bar{P}



(b) $Re=9300$; Y-12

(3) 逆流と静圧分布

装置上流域の中心軸付近で、静圧が著しく低下し、下流域の流体を吸い込むことによって、いわゆる逆流現象が引き起されるものと推定される。

逆流を生じている旋回流の一例として $Re = 6600$ の場合をとりあげ、 \bar{P} , \bar{U} , \bar{U}_z の各分布 (Figs. 4-5(a), 2-11(d), 2-13(d)) を対比させて、巨視的エネルギーバランスについて考察を行なう。なお、半径方向への流れは無視できるものとする。Fig. 4-5(a) において、 \bar{U}_z が零となる半径位置 r_0 を破線で示しておいた。

管軸のまわりの逆流領域においては、装置上流域へ \bar{P} が減少しており、その分、動圧が増加し \bar{U} が大きくなる。しかし、 $r = 140 \text{ cm}$ と $r = 70 \text{ cm}$ の間では、動圧の減少に伴う \bar{P} の増加が起こり、流れの方向へ \bar{P} が増加してゆく領域が現われてくる。このように、管中心部では、粘性によるエネルギー損失が小さく、ほぼ、動圧と静圧との間でエネルギーバランスが保たれているようである。

一方、上昇流となっている管壁側の領域では、装置下流域へ \bar{P} が減少すると同時に、動圧も減少している。これは、管壁付近で粘性によるエネルギー損失が著しく大きくなっていくためと考えられる。しかし、管壁から離れるほど、エネルギー損失が小さくなってゆくものと思われ、 r がおよそ $4 \text{ cm} \sim 6 \text{ cm}$ では、動圧の減少に伴う \bar{P} の増加が起こっており、流れの方向へ \bar{P} が増加してゆ

く領域が現われている。

流れの方向へ \bar{P} が増加してゆく領域が、円管内旋回流に存在することは、Kingら(1969)²⁸⁾によって報告されているが、これが、上述したようなエネルギーバランスのもとで、生じていることが明らかとなった。従って、静圧の軸方向への圧勾配の正負のみによって、逆流現象を論ずることには無理があると考えられる。

4-4 円管内旋回流のエネルギー損失

定常で軸対称でかつ半径方向流速 U_r が無視できるような円管内旋回流のエネルギー損失について、流体の運動方程式のエネルギー積分式^{3,19)}を用いて考察した。流体は、非圧縮性ニュートン流体と考えた。

試験円管において、Fig. 4-6に示したような断面 $S_1 \sim S_2$ 間の円筒領域 ∇ を考える。

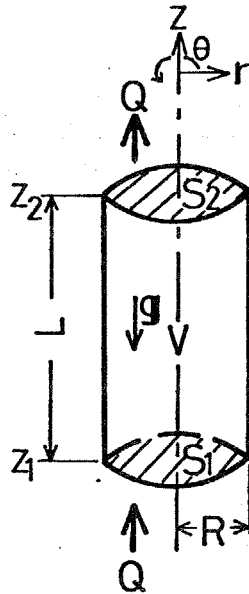


Fig. 4-6 Integral space
in swirling flow

領域 ∇ 内で、単位時間に粘性によって散逸されるエネルギー F_μ は、

$$F_\mu = \mu \iiint_{\nabla} e_{II} dV$$

$$= \mu \iiint_V \left[\left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) \right\}^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right)^2 \right] dV \quad (4-15)$$

となる。 e_H は散逸関数である。

重力が系内の流体に対してなす単位時間あたりの仕事量 F_g は、

$$\begin{aligned} F_g &= \rho \iiint_V (\mathbf{U} \cdot \mathbf{g}) dV \\ &= -\rho g Q L \end{aligned} \quad (4-16)$$

となる。 Q は流量、 L は $S_1 \sim S_2$ 間の距離である。

流体が単位時間に系外に運び出す運動エネルギーと、系内に運び込む運動エネルギーの差 F_e は、

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{\rho}{2} \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{U}^2 \mathbf{U}) dV \\ &= \frac{\rho}{2} \iint_S (\mathbf{m} \cdot \mathbf{U}^2 \mathbf{U}) dS \\ &= \frac{\rho}{2} \iint_{S_2} U^2 U_z dS - \frac{\rho}{2} \iint_{S_1} U^2 U_z dS \end{aligned} \quad (4-17)$$

となる。 \mathbf{m} は境界面 S の領域外に向けて立てた単位法線ベクトルである。

系内の流体が、境界面 S での応力によって、単位時間になす仕事量 F_s は、

$$F_s = \iint_S \{ (\mathbf{m} \cdot \mathbf{P} \mathbf{U}) - (\mathbf{m} \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{U}]) \} dS \quad (4-18)$$

であるが、ここで、位置水頭圧を考慮した静圧 $\mathcal{P} = P + \rho g z$ を改めて P と書くことにすれば、 F_s は、

$$F_s = -\rho g Q L + \iint_{S_2} (P U_z - \tau_{z\theta} U_\theta) dS \\ - \iint_{S_1} (P U_z - \tau_{z\theta} U_\theta) dS \quad (4-19)$$

となる。

ここで、定常な系を考えれば、

$$F_\mu = F_g - F_f - F_s \quad (4-20)$$

の関係が成立しており、Eqs. (4-16), (4-17), (4-19) を代入すると、

$$F_\mu = \iint_{S_1} \left(\frac{\rho}{2} U^2 U_z + P U_z - \tau_{z\theta} U_\theta \right) dS \\ - \iint_{S_2} \left(\frac{\rho}{2} U^2 U_z + P U_z - \tau_{z\theta} U_\theta \right) dS \quad (4-21)$$

となる。上式の右辺を実測値を用いて数値積分すれば、 F_μ を求めることができる。

ここで、

$$\Delta E \equiv F_\mu / Q \quad (4-22)$$

と定義すると、 ΔE は、旋回を伴わない一般的な円管内流れの場合、いわゆる圧力損失に相当している量であり、ここでは、 $z_1 \sim z_2$ 間で、流体が単位体積あたり損失するエネルギー量を表わしている。

Eq. (4-15) の右辺の被積分項の内、第3項は他項と比較

し、微小であるので、これを無視して考察することにし、Eqs. (4-15), (4-22) より

$$\Delta E = 2\pi\mu \int_{z_1}^{z_2} \int_0^R \left[\left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) \right\}^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} \right)^2 \right] r dr dz / Q \quad (4-23)$$

となる。

ここで、 ΔP_w の検討の場合と同様に、流れ場を代表する量である R 、 L 、 U_i によって次式で表わされるような無次元量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \Delta E^* &\equiv \Delta E / \rho U_i^2 \\ U_\theta^* &\equiv U_\theta / U_i \\ U_z^* &\equiv U_z / U_i \\ r^* &\equiv r / R \\ z^* &\equiv z / L \end{aligned} \right\} \quad (4-24)$$

これらの無次元量を用いれば、Eq. (4-23) は次式のように無次元化される。但し、 $Q = \pi R^2 (U_i / \xi)$ と表わす。

$$\Delta E^* \rho U_i^2 = 2\pi \xi \mu U_i^2 L \int_{z_1^*}^{z_2^*} \int_0^1 \left[\left\{ r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{U_\theta^*}{r^*} \right) \right\}^2 + \left(\frac{\partial U_z^*}{\partial r^*} \right)^2 \right] r^* dr^* dz^* / \pi R^2 U_i$$

$$\Delta E^* = 2\xi \frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} I_\mu \quad (4-25)$$

I_μ は上式の無次元積分項を表わしている。 ξ は装置の形状によって決まる量であり、本研究の装置の ξ は 50 である。異なる形状の装置で比較検討する際には、 ξ を考慮する必要があるが、一応、本章においては、一定値と考へ、変数として考へないことにする。

Eq. (4-25) より、 H を実験的に決定される関数とすれば、

$$\Delta E^* = H \left(\frac{L}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} \right) \quad (4-26)$$

と表わされると考えられる。

ここで、 $\Delta \Gamma_w^*$ および ΔP_w^* の検討法と同じように、 S_1 を装置流入端 $z=0 \text{ cm}$ にとって考察することにする。この時、

$$\Delta E^* = H \left(\frac{z}{R} \cdot \frac{\nu}{R U_i} \right) \quad (4-27)$$

となる。

しかしながら、Eq. (4-27) を実験的に考察するにあたり、装置流入端での U , U_θ , U_z および P の半径方向分布形の詳細が必要になるが、本研究においては不明である。そこで、一応ここでは、 Γ_w^* および P_w^* の減衰過程で説明した仮想の流入端を基準にして ΔE を算出することにする。なお、仮想の流入端での流速および静圧の分布は、次式のように考える。

$$U_\theta = (U_i / R) r = \omega_i r \quad (4-28)$$

$$U_z = U_{av} \quad (4-29)$$

$$U = \sqrt{\omega_i^2 r^2 + U_{av}^2} \quad (4-30)$$

$$\begin{aligned} P &= P_w + \rho \int_R^r \frac{U_\theta^2}{r} dr \\ &= P_w + (\rho \omega_i^2 / 2) (r^2 - R^2) \end{aligned} \quad (4-31)$$

ΔE の算出にあたり、Eq.(4-21)の数値積分には、Simpsonの公式を用いた。但し、 $\tau_{z0} U_0$ の値は、他項と比較し、通常、微小であるので、近似的に無視することにした。

ΔE^* と $(z/R)(\nu/R U_i)$ との関係を示した。 ΔW^* および ΔP_w^* の場合と同様に、おおよそ $Re > 5000$ において、一定の関数関係が示された。

円管内流れの管摩擦係数に相当するものとして、旋回流のエネルギー損失係数 f_e を次式で定義する。

$$f_e \equiv \frac{\Delta E}{4(\rho U_i^2/2)(z/D)} = \frac{\Delta E^*}{(z/R)} \quad (4-32)$$

f_e と $(z/R)(\nu/R U_i)$ との関係を示したのが Fig. 4-8 である。 f_e の値のオーダーは管摩擦係数の値のオーダーとほぼ一致している。また、Fig. 4-8 において、各 Re ごとの関係を直線と見なし、各直線を仮想の流入端まで外挿した値 f_{e0} は、同 Re での管摩擦係数とほぼ一致しており、両係数の大きさの比較基準になると考えられる。

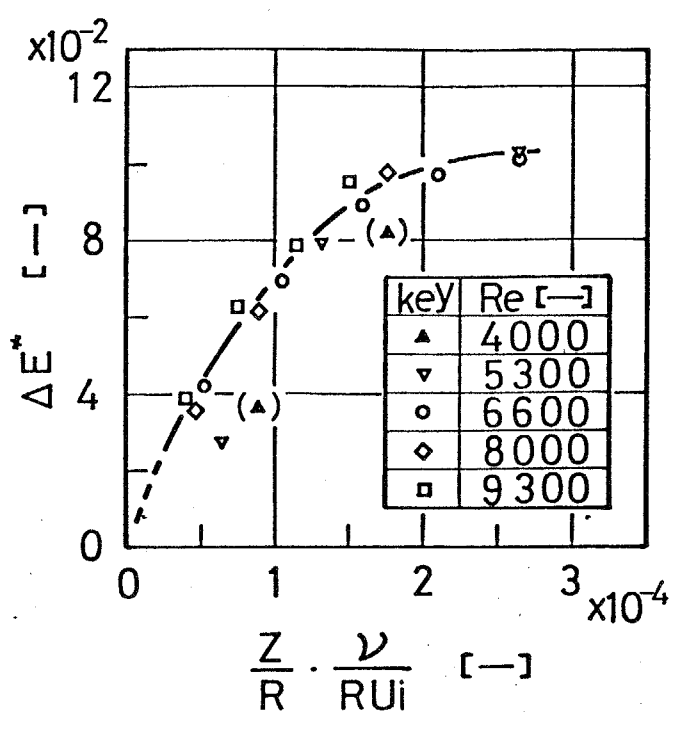


Fig. 4-7 Energy dissipation in swirling flow

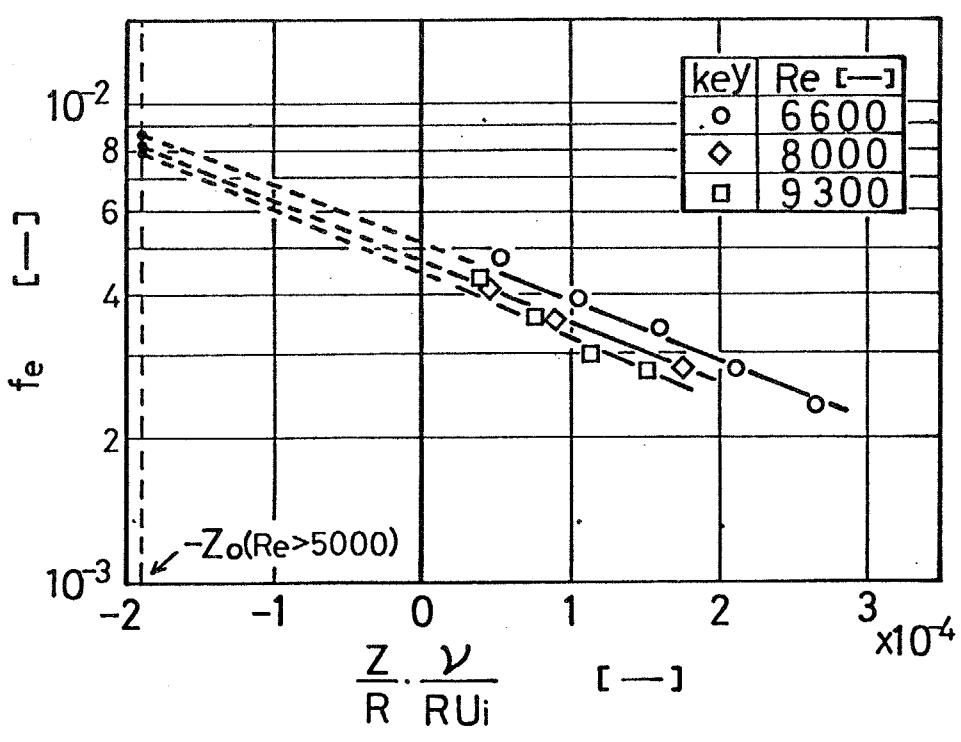


Fig. 4-8 Coefficient of energy dissipation

4-5 本章の結論

(1) 鉛直に設置した平滑円管内の軸対称旋回流の静圧分布について検討した。その結果、管壁での静圧 P_w の装置流入端からの減衰過程が、無次元量 $(z/R)(\omega/RU_i)$ の関数として表わされることを、理論、実験の両面から明らかにし、また、旋回の高さの減衰過程における仮想の流入端の考え方を、 P_w の減衰過程に対し、そのまま適用できることを示した。さらに、管内の平均静圧 \bar{P} の分布を、乱流場での *Navier-Stokes* 方程式の数値積分によって求める手法を示し、実際に、流速の実測値を用いて、 \bar{P} の分布形を算出した。

(2) 逆流を生じている旋回流における巨視的エネルギーバランスについて、 \bar{U} 、 \bar{U}_z および \bar{P} の分布形を對比させて考察した。

(3) 流体の運動方程式のエネルギー積分式を用いて、円管内軸対称旋回流のエネルギー損失 ΔE およびエネルギー損失係数 f_e を定義し、その値について検討した。その結果、無次元のエネルギー損失 ΔE^* が、 $(z/R)(\omega/RU_i)$ の関数として表わされることを示し、また、 f_e の値が管摩擦係数の値とほぼ同じ程度になることを示した。

第5章 乱流旋回流における乱れの統計的性質

5-1 序

本章においては、従来、報告例の少ない円管内乱流旋回流の乱れの構造について実験的考察を行なうことを目的としており、流速変動を電極反応流速計によって三次元的に測定し、その統計的性質を明らかにし、また、強制渦と準自由渦との乱れの構造上の相違を示した。

なお、第3章の結論に基づき、完全な乱流旋回流の実験条件を、 $Re > 5000$ と考えることにした。

5-2 強制渦と自由渦の乱れの構造

5-2-1 乱流場での Navier - Stokes

方程式による考察

強制渦領域と(準)自由渦領域の区別は、 \bar{U}_θ の半径方向分布形によってなされているが、この両領域での乱れの構造上の相違を、乱流場での時間平均化された Navier - Stokes 方程式⁹⁾の θ 成分を用いて考察する。同成分は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial t} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial \theta} + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} + \frac{\bar{U}_r \bar{U}_\theta}{r} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{U}_\theta) \right\} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial z^2} \right] \\ & \quad - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \overline{u_\theta^2} - \frac{\partial}{\partial r} \overline{u_r u_\theta} - 2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{u_z u_\theta} + g_\theta \quad (5-1) \end{aligned}$$

である。\$u\$ は流速変動を表わす。

定常で軸対称な旋回流を仮定し、\$\theta\$ は零であるとするれば、上式は、

$$\begin{aligned} \bar{U}_r \left(\frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_\theta}{r} \right) + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} = & \underbrace{\nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{U}_\theta) \right\} + \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial z^2} \right]}_{\text{(粘性応力項)}} \\ & - \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial r} \overline{u_r u_\theta} + 2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{u_z u_\theta} \right)}_{\text{(レイノルズ応力項)}} \quad (5-2) \end{aligned}$$

となる。

\$\bar{U}_\theta\$ の分布形は、強制渦領域では \$\bar{U}_\theta = \omega_s r\$ であり、また、準自由渦領域では \$\bar{U}_\theta = k / r^m\$ であるが、\$m = 1\$ の自由渦で近似することにする。

粘性応力項中の \$\nu (\partial^2 \bar{U}_\theta / \partial z^2)\$ が、他項と比較し微小であることは実験的に確認されているため、これを省略した上で、両領域で \$\bar{U}_\theta\$ の分布形を考慮してみれば、粘性応力項は、両領域でいづれも零となり無視される。

一方、Eq. (5-2) の左辺は、強制渦領域で、

$$\bar{U}_r \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\omega_s r) + \frac{\omega_s r}{r} \right\} + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} = 2\omega_s \bar{U}_r + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} \quad (5-3)$$

であり、(準)自由渦領域で、

$$\bar{U}_r \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{r} \right) + \frac{k}{r^2} \right\} + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} = \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} \quad (5-4)$$

である。従って、Eqs. (5-2), (5-3), (5-4) により、両領域でのレイノルズ応力項は、

$$\text{(強制渦領域)} \quad \text{レイノルズ応力項} = 2\omega_s \bar{U}_r + \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} \quad (5-5)$$

$$\text{(自由渦領域)} \quad \text{レイノルズ応力項} = \bar{U}_z \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial z} \quad (5-6)$$

となる。

両領域において、 $|\bar{U}_z (\partial \bar{U}_\theta / \partial z)|$ の値に大差がないため、両領域において、レイノルズ応力の分布形に相違が生じ、レイノルズ応力項の値に差が現われるとすれば、それは、 $2\omega_s \bar{U}_r$ に依存するところが大きいものと考えられる。ここで、 \bar{U}_r は微小ではあるが、一律に零と置けなうことは、既に述べた通りである。

従って、角速度 ω_s の値の大きい強制渦を生じる旋回流においては、両領域で、乱れの統計量の分布形に相違が生じていると推定される。なお、 ω_s の値が大きいほど、顕著な相違が現われると考えられ、本研究の場合、実験条件 Y ($L_t = 5.5m$) より、実験条件 X ($L_t = 2.5m$) において、特に期待される。

5-2-2 染料による拡散実験

強制渦領域で、染料（黒インク）が拡散する様子を観察した。実験条件 X-2 ($L_t = 2.5m$, $Re = 5700$) において、染料を、管軸附近で軸方向下向きに注入したところ、染料は軸方向へ流れると同時に、半径正方向へも急速に拡散し、染料で着色された円柱状の領域が形成された。これを写真撮影したのが Fig. 5-1 である。この着色領域の半径は、強制渦領域と準自由渦領域とを区別する代表境界半径 r_b とほぼ一致している。強制渦領域内で $\bar{u}_r < 0$ であること (Fig. 2-15(a) 参照) を考慮すれば、半径方向の乱流拡散効果が大きいことが推定され、流速変動の統計的性質と大いに関連していると考えられる。

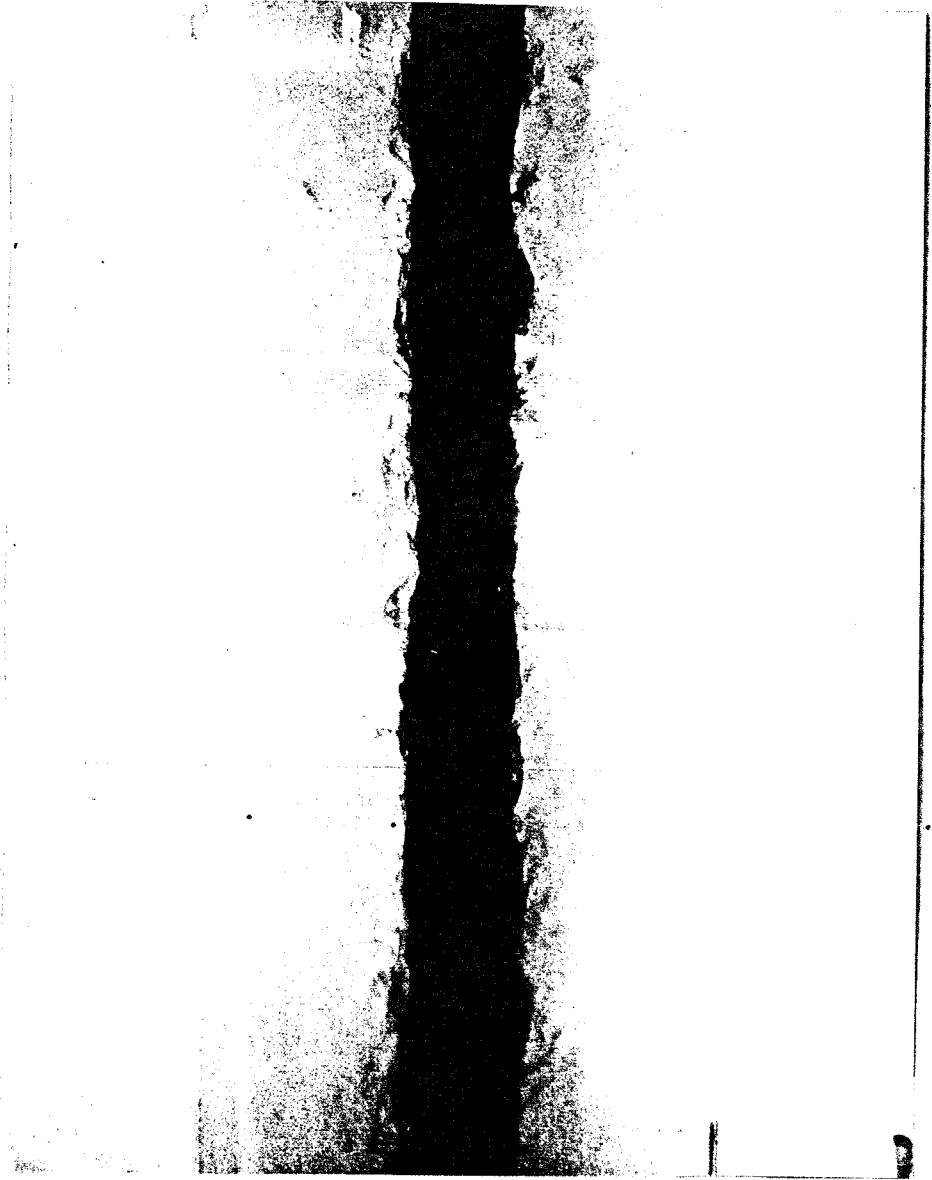


Fig. 5-1 Diffusion of dye ($L_t=2.5m; Re=5700; X-2$)

5-3 実験的考察

流速変動の統計的処理は、Table 2-1 に示したすべての実験条件において行なったが、本章では、完全な乱流旋回流であると考えた $Re > 5000$ の場合について、主に検討した。

5-3-1 流速変動の測定法

第2章で平均流速を測定するために用いた電極反応流速計は、同時に、流速変動を検出することができる。

Fig. 2-3 に示した流速測定用プローブの内、①の単電極プローブの流速変動に対する応答性能範囲が、本研究の測定条件範囲において、約数 $10 \sim 100$ Hz 程度であることは、伊藤ら²¹⁾(1973)により確認されている。しかし、②の多電極プローブの応答性能は、正確には確認されていない。そこで、多電極プローブによる三次元的流速変動の測定の前に、まず、旋回流中の同位置で、両プローブによって測定して得られたそれぞれの流速変動出力波形を比較検討してみることにした。高周波数の変動が強く現われる管壁附近において、多電極プローブ中の1電極と単電極プローブで記録された流速変動出力波形を比較した一例が Fig. 5-2 である。ここで用いた高速ペン書きレコーダーの応答性能は 75 Hz である。旋回流中の流速変動液に見られる最高周波数は $20 \sim 30$ Hz 程度であり、これは、単電極プローブの応答性能範囲内に十分入って

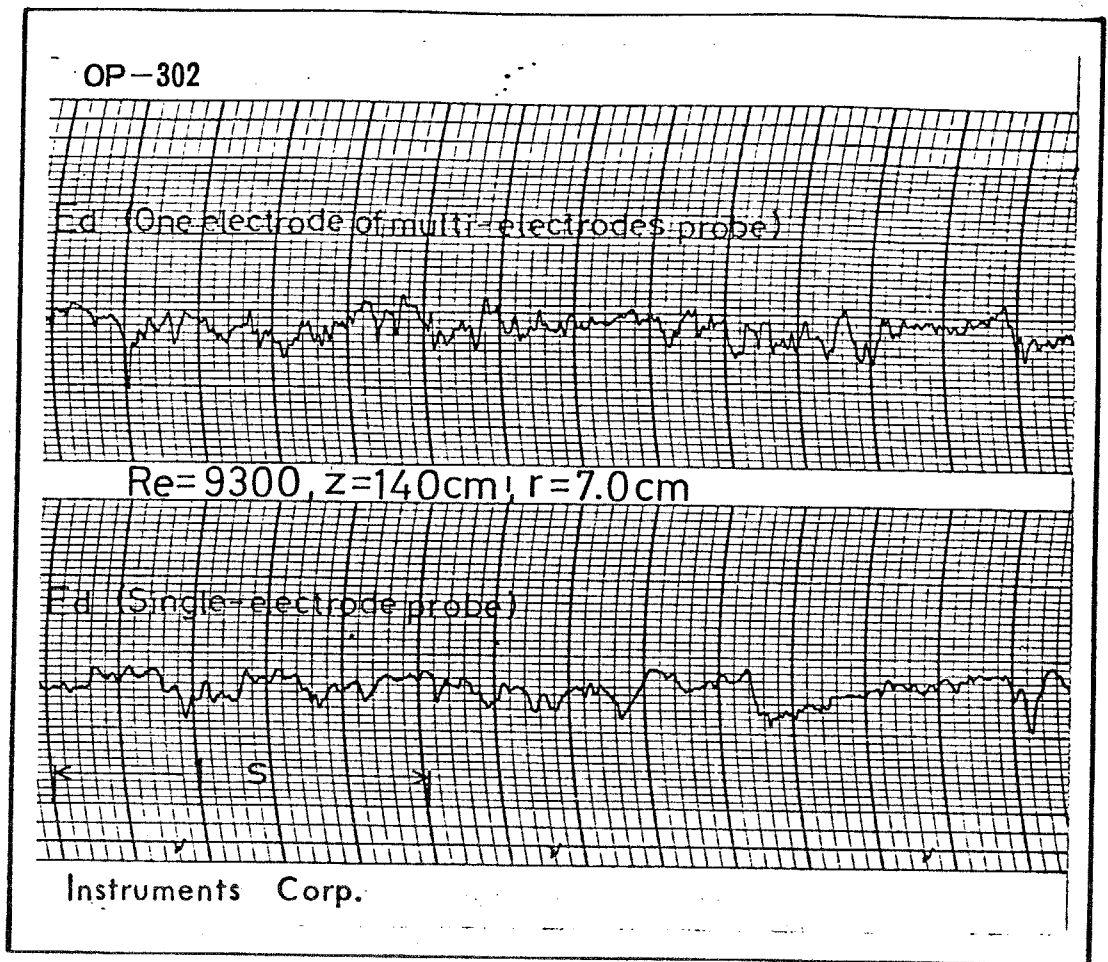


Fig. 5-2 Comparison of waves of velocity fluctuation by two probes

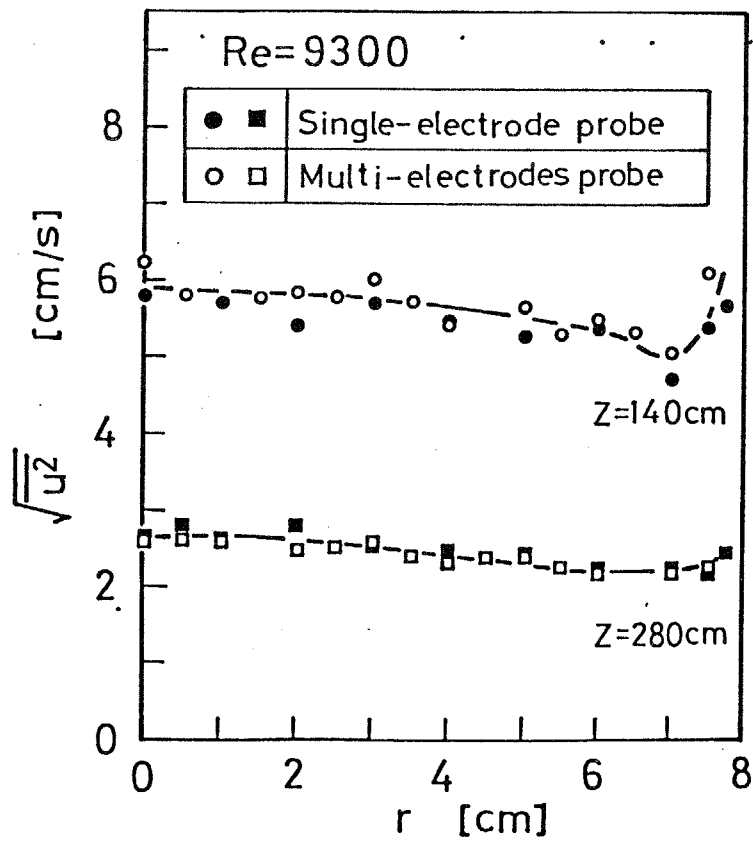


Fig. 5-3 Comparison of distributions of $\sqrt{u^2}$

いる。そして、両プローブによって得られた波形が、Fig. 5-2 のみならず、他条件においても良く類似していることから、本研究の実験条件範囲では、多電極プローブが流速変動に対し十分に応答しているものと考えられる。さらに、両プローブによって求めた乱水の強度 $\sqrt{u^2}$ の分布を比較した一例を Fig. 5-3 に示したが、やはり、両者は良く一致している。

流速変動信号は、ローパスフィルターによって約 150 Hz 以上の高周波雑音を削除し (-40 dB/decade)、75 ~ 150 Hz のサンプリング周波数でデジタル信号に変換した後、計算機によって統計的に処理した。なお、計算機による統計的処理法は、従来の一般的方法¹⁾に従った。

5-3-2 実験結果および考察

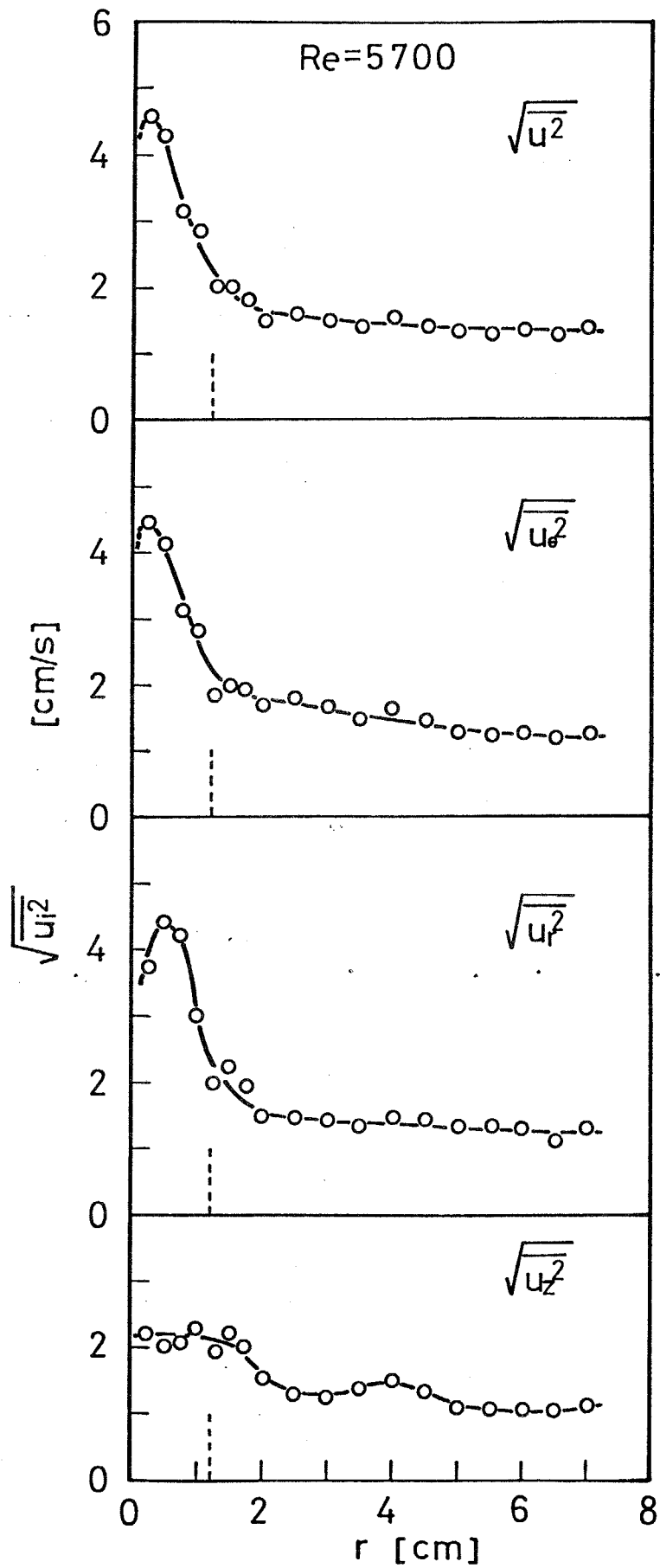
(1) 乱水の強度 $\sqrt{u_i^2}$

乱水の強度 $\sqrt{u^2}$, $\sqrt{u_0^2}$, $\sqrt{u_r^2}$, $\sqrt{u_z^2}$ の分布について、実験条件 X-2, 3 ; Y-10, 12 を代表例として、Fig. 5-4 (a)~(j) に示した。強制渦、準自由渦両領域を区別する代表境界半径 r_b を、図中に破線で示した。

管軸附近を除いた強制渦領域においては、乱水強度の内、特に、接線方向および半径方向の乱水強度 $\sqrt{u_0^2}$, $\sqrt{u_r^2}$ が、準自由渦領域と比較し、大きな値を示している。この傾向は、角速度 ω_s の大きい強制渦を生じる実験条件 X

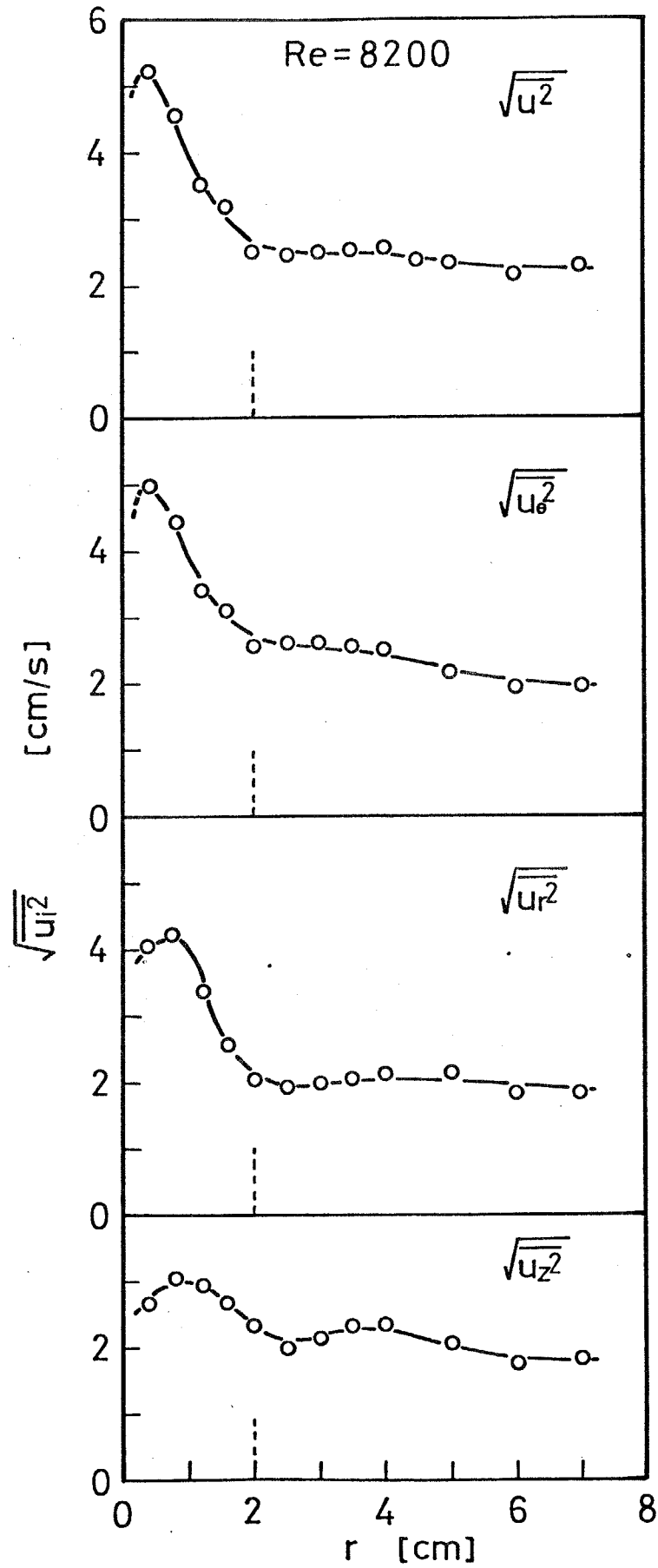
($L_t=2.5m$)において、より顕著に現われている。実験条件 Y ($L_t=5.5m$)においては、 ω_3 が比較的小さい上に、準自由渦領域が狭いため、両領域での乱れの強度の分布の相違は、実験条件 X ほど明瞭ではない。なお、Fig. 5-4 (a), (b) で見る限り、準自由渦領域では、各半径位置で $\sqrt{u_6^2} \doteq \sqrt{u_r^2} \doteq \sqrt{u_z^2}$ である。

管軸付近では、平均流速自体が小さくなっているため、乱れの強度も減少している。そこで、相対的な乱れの強度の分布を示すため、変動係数 $\sqrt{u^2}/\bar{u}$ を検討したのが Fig. 5-5 (a)~(c) である。強制渦領域では、変動係数が大きな値を示し、一方、準自由渦領域では、半径位置によらず、おおよそ 0.08~0.1 の一定値を示している。



(a) $\sqrt{u_i^2}$ ($L_t=2.5m; Re=5700; z=190.5cm; X-2$)

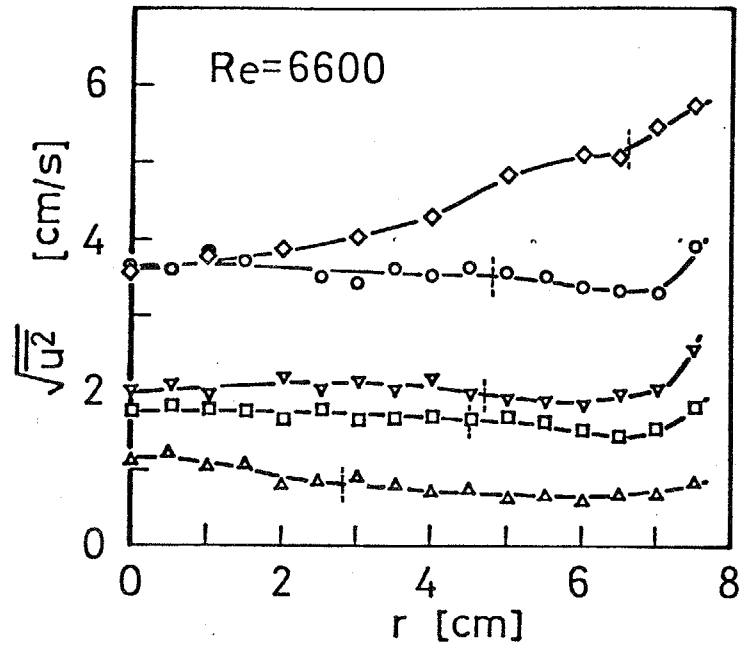
Fig. 5-4 (a)-(j) Distributions of turbulent intensity



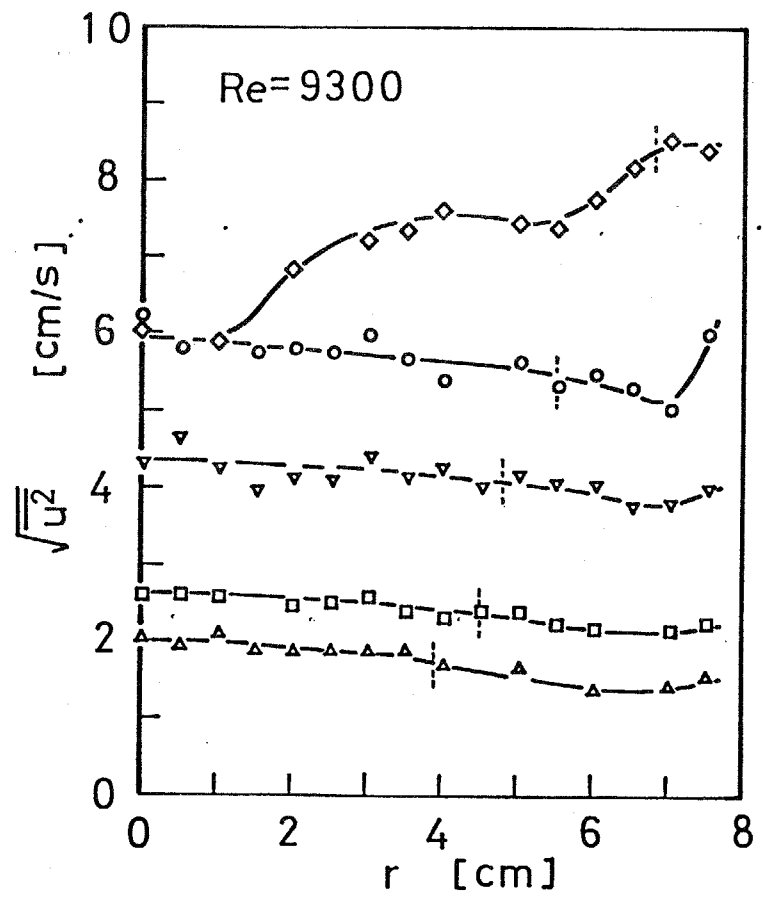
(b) $\sqrt{u_i^2}$ ($L_t=2.5\text{m}$; $Re=8200$; $z=190.5\text{cm}$; $X=3$)

Lt = 5.5m

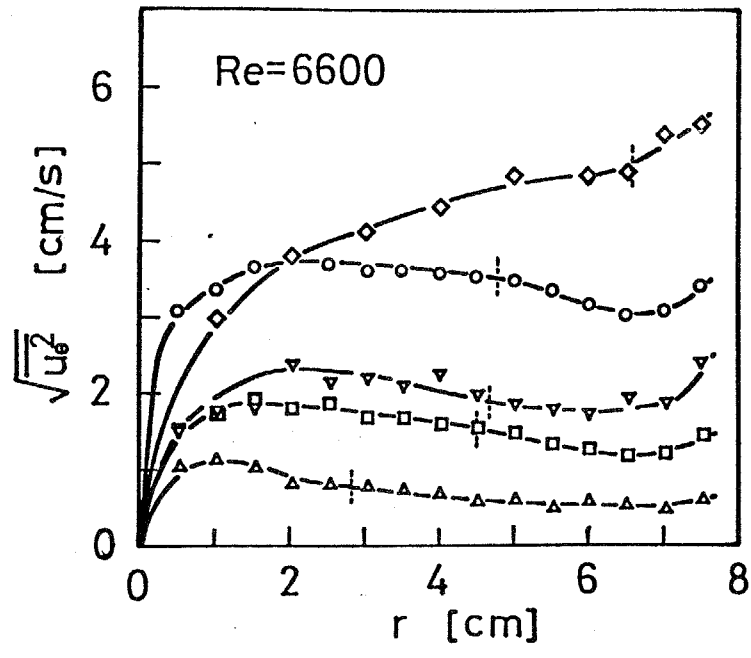
Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500



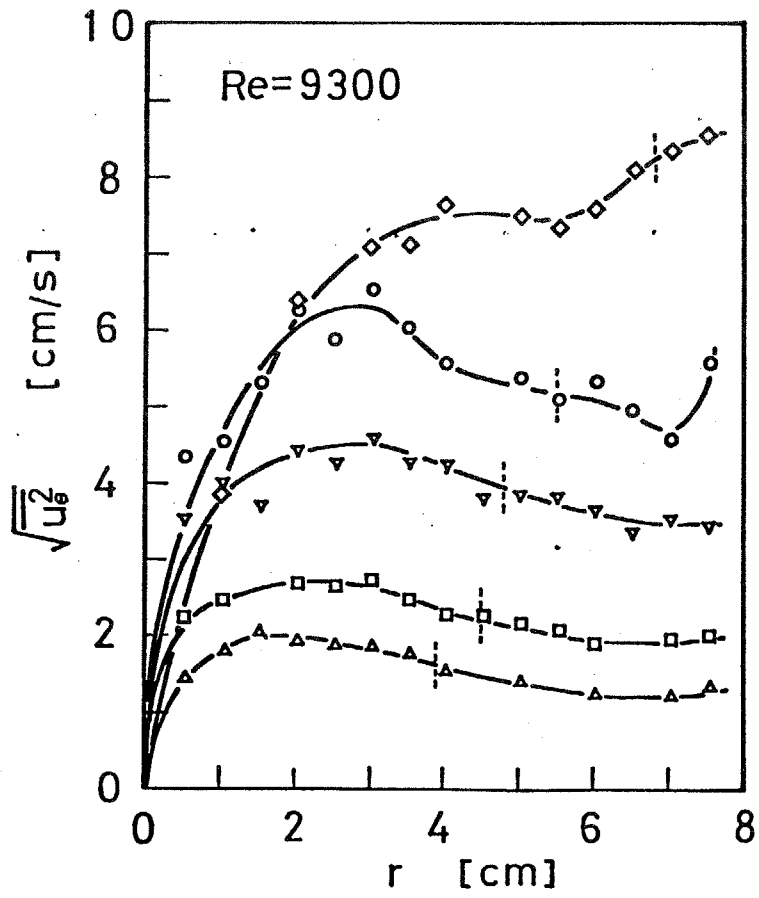
(c) $\sqrt{u^2}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$)



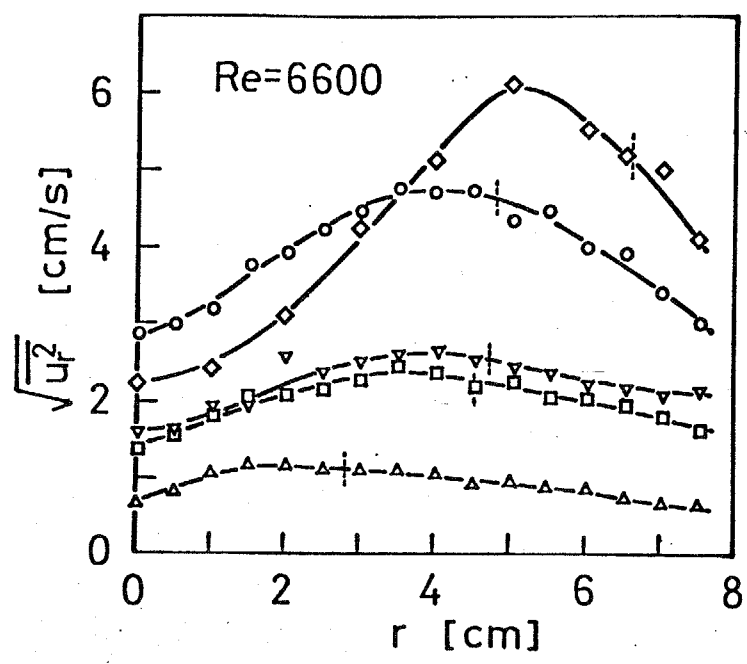
(d) $\sqrt{u^2}$ ($L_t=5.5m; Re=9300; Y-12$)



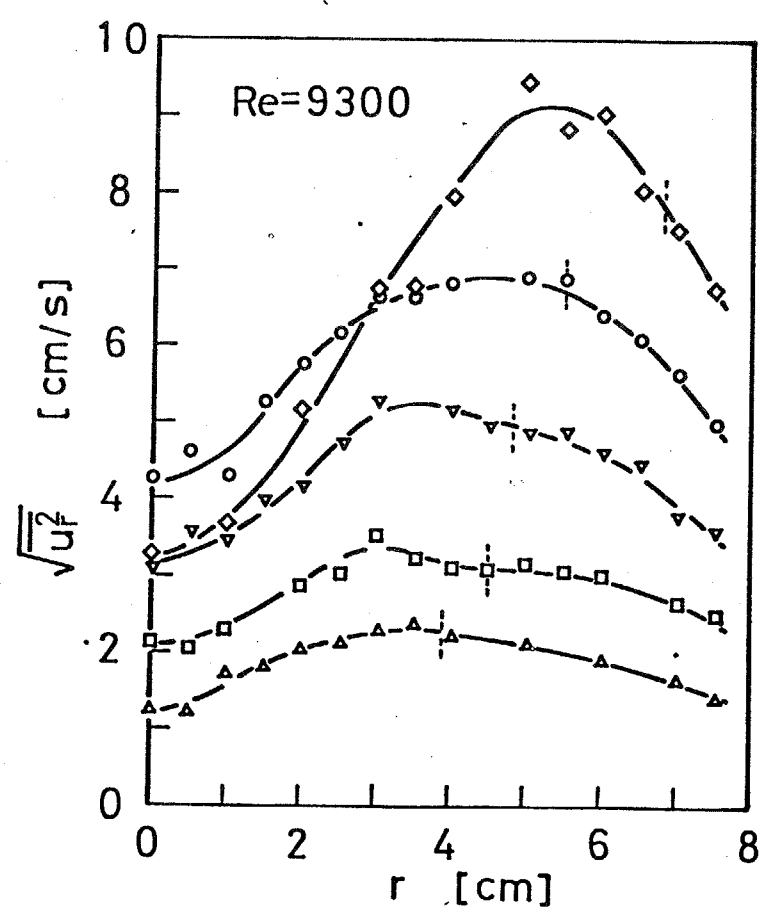
(e) $\sqrt{u_e^2}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y=10$)



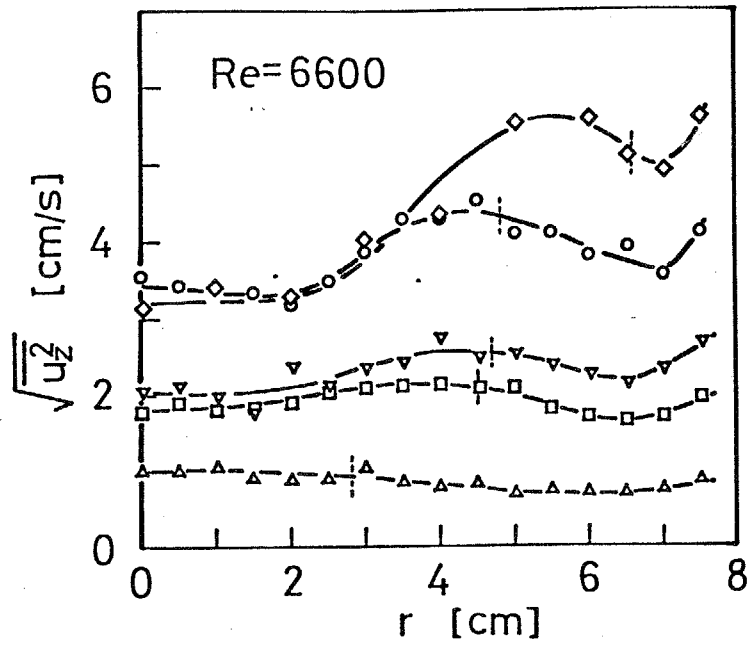
(f) $\sqrt{u_e^2}$ ($L_t=5.5m; Re=9300; Y=12$)



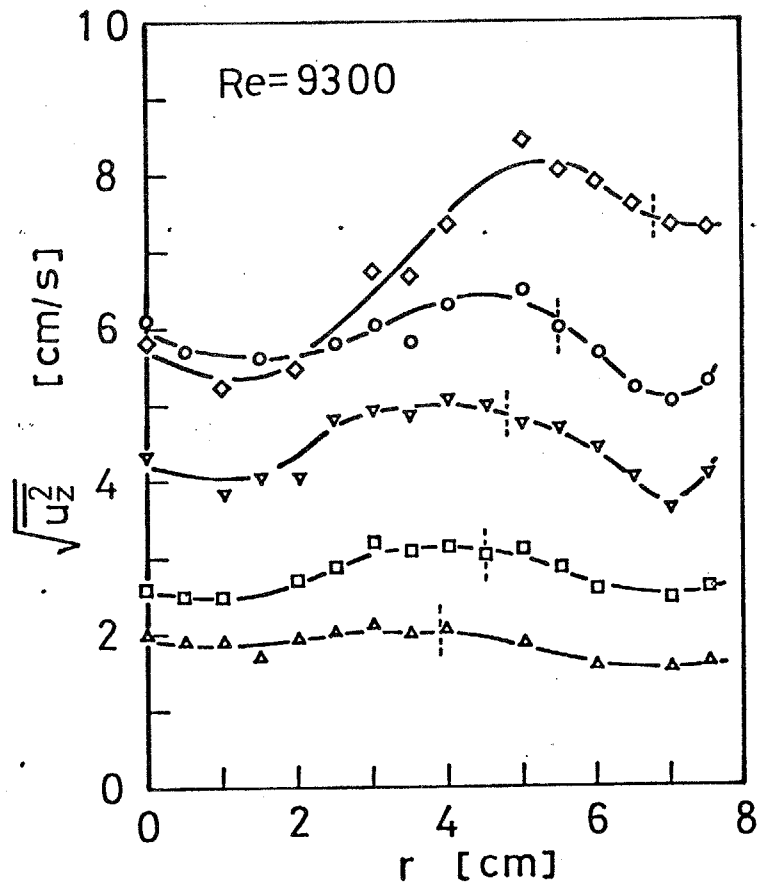
(g) $\sqrt{u_r^2}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$)



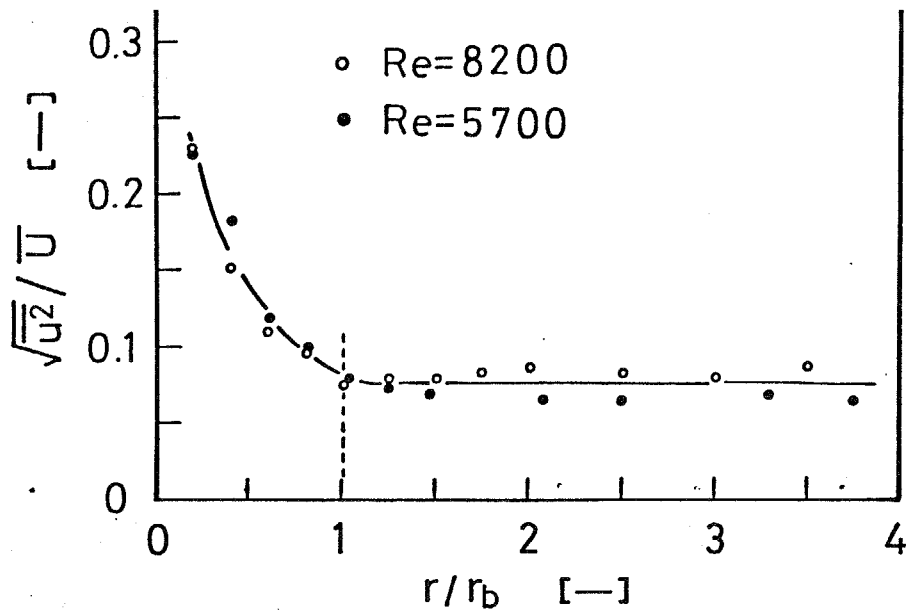
(h) $\sqrt{u_r^2}$ ($L_t=5.5m; Re=9300; Y-12$)



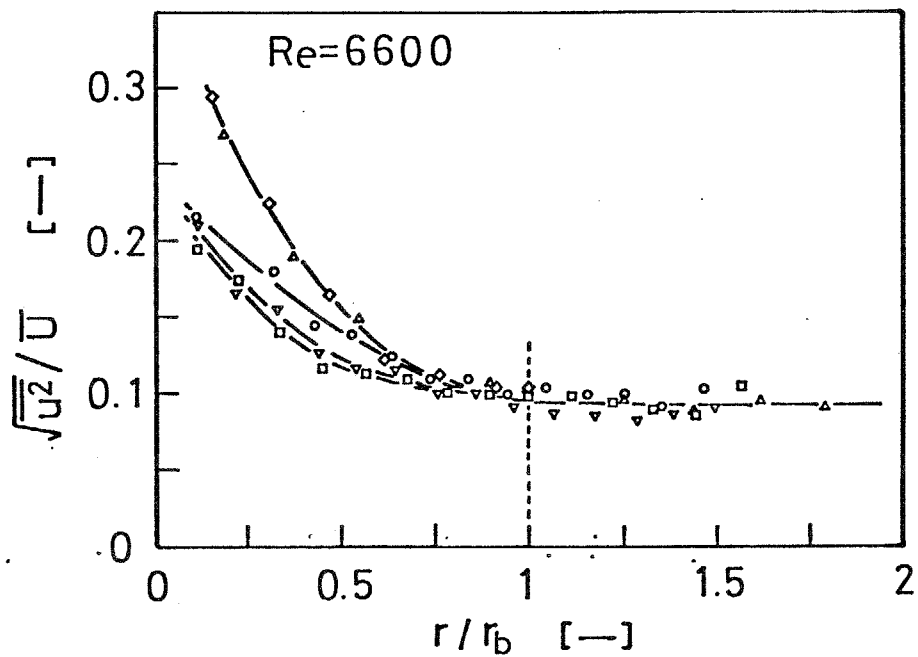
(i) $\sqrt{u_z^2}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$)



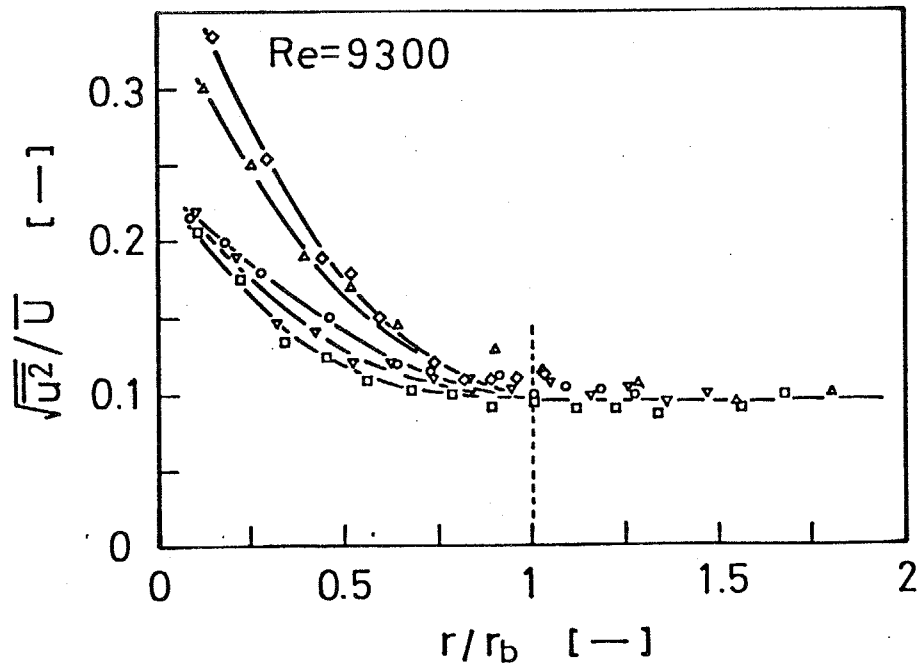
(j) $\sqrt{u_z^2}$ ($L_t=5.5m; Re=9300; Y-12$)



(a) $L_t = 2.5\text{m}; \text{Re} = 5700, 8200; z = 190.5\text{cm}; X = 2, 3$



(b) $L_t = 5.5\text{m}; \text{Re} = 6600; Y = 10$



(c) $L_t = 5.5\text{m}; \text{Re} = 9300; Y = 12$

$L = 5.5\text{m}$

Key	z [cm]
◇	70
○	140
▽	210
□	280
△	500

Fig. 5-5 (a)-(c) Distributions of $\sqrt{u^2} / \bar{u}$

(2) 1点2重相関 $\overline{u_i u_j}$

$-\rho \overline{u_i u_j}$ は、レイノルズ応力と呼ばれている。 $i=j$ の場合は乱れの強度の2乗に相当するので、検討を省略し、 $i \neq j$ の場合について検討した。

$\overline{u_r u_\theta}$, $\overline{u_r u_z}$, $\overline{u_z u_\theta}$ の分布について、実験条件 X-2, 3 ; Y-10, 12 を代表例として、Fig. 5-6 (a)~(f) に示した。 r_b を、図中に破線で示した。

管軸附近を除いた強制渦領域においては、 $\overline{u_r u_\theta}$ の絶対値 $|\overline{u_r u_\theta}|$ が、準自由渦領域と比較し、大きな値を示しており、また、 r_b 附近において零となっている。 $\overline{u_r u_\theta} > 0$ は、半径方向外側の流体によって旋回が押えられような負のレイノルズ応力が働いていることを意味しており、逆に、 $\overline{u_r u_\theta} < 0$ は、半径方向外側の流体によって旋回が助長されるような正のレイノルズ応力が働いていることを意味している。従って、管壁附近では、壁面の境界層の影響が現われ、 $\overline{u_r u_\theta}$ は正の大きな値を示すようになる。強制渦領域と準自由渦領域とで、 $\overline{u_r u_\theta}$ の正負の符号が逆転し、両領域の境界附近 (r_b) で、 $\overline{u_r u_\theta}$ が零となることが、実験的に明らかにされた。

実験条件 X ($L_t = 2.5m$) においては、 $|\overline{u_r u_z}|$, $|\overline{u_z u_\theta}|$ も、 $|\overline{u_r u_\theta}|$ と同じく、強制渦領域で大きな値を示しているが、実験条件 Y ($L_t = 5.5m$) においては、両領域での分布形の相違が明瞭でない。これは、乱れの強度の分布形からもわかるように、 u_θ と u_r についての両領域における

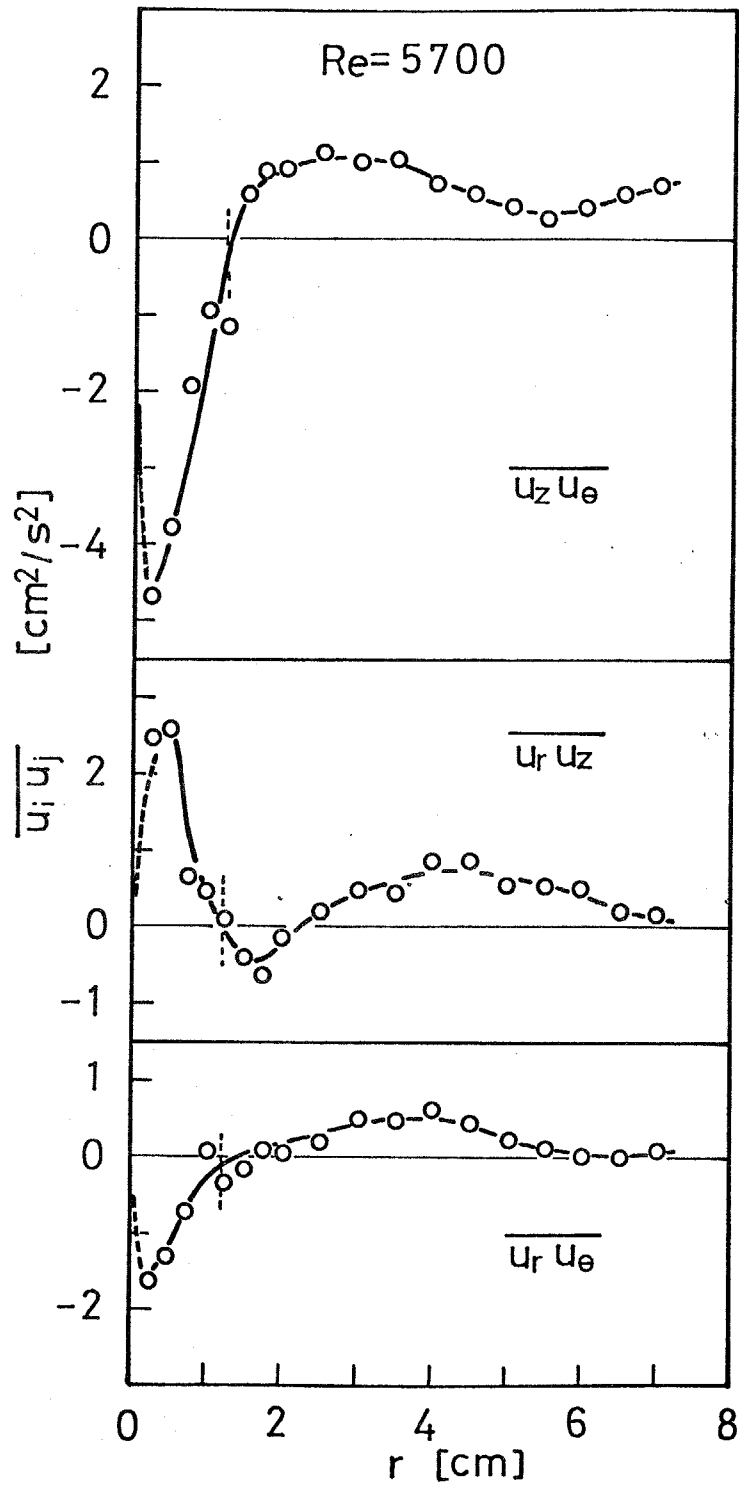
流動状態の相違が、より顕著に現われる実験条件 \times において、この u_θ と u_r の性質が、 u_z と相関させた後にも、明瞭に現われてきたためと推定される。

Boussinesq の考え方に基づく乱流動粘度 (Eddy viscosity) ϵ_{ij} は、次式によって定義されている。

$$\left. \begin{aligned} -\overline{u_r u_\theta} &= \epsilon_{r\theta} \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}_\theta}{r} \right) \\ -\overline{u_r u_z} &= \epsilon_{rz} \left(\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \right) \\ -\overline{u_z u_\theta} &= \epsilon_{z\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} (5-7)$$

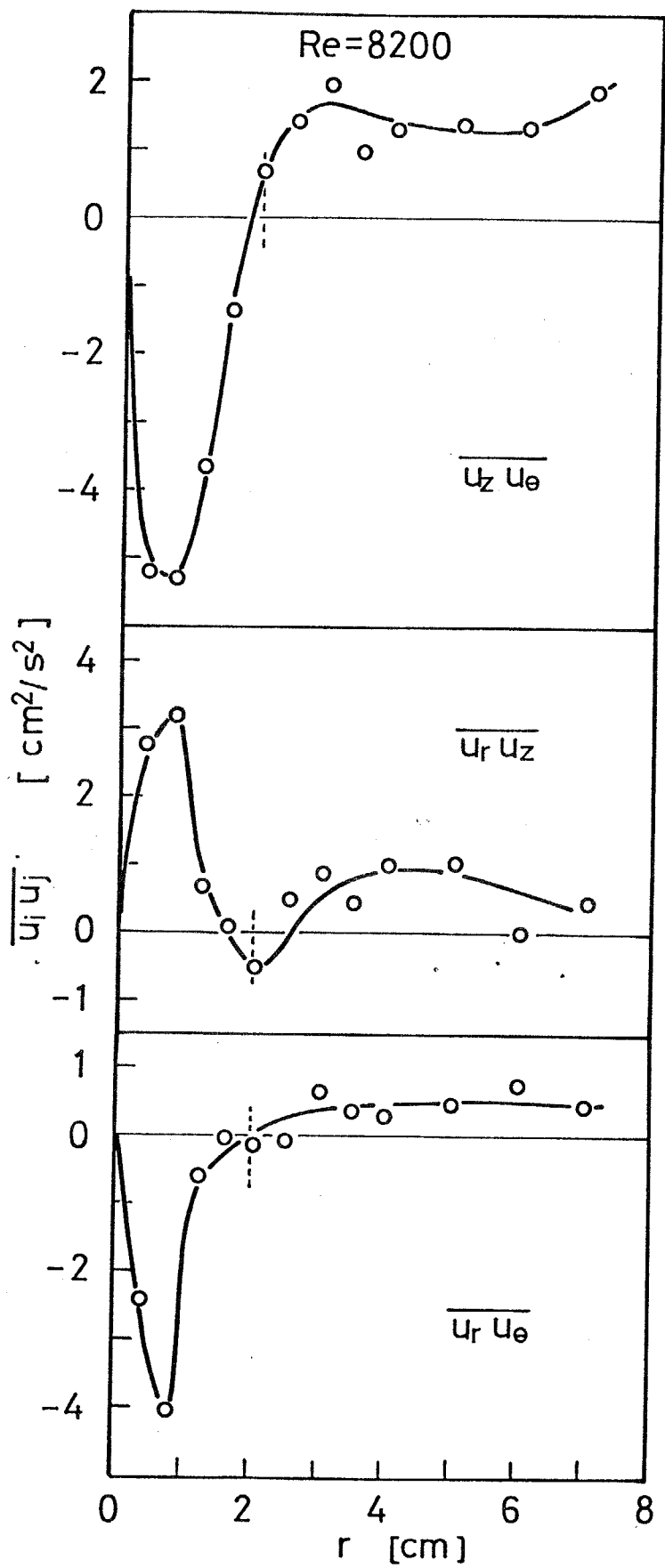
上式において、軸対称性を仮定し、 $\partial \bar{u}_r / \partial z \div 0$ として、実測値に基づき算出した $\epsilon_{r\theta}$, ϵ_{rz} の分布を Fig. 5-7 (a), (b) に示した。なお、 $\partial \bar{u}_\theta / \partial z$ の正確な算出が困難であったので、 $\epsilon_{z\theta}$ の検討は省略することにした。強制渦領域で、 $|\epsilon_{r\theta}|$ が極めて大きな値を示すことは、レイノルズ応力および \bar{u}_θ の分布形より明らかである。

ϵ_{ij} は、実験条件、位置により異なり、また、方向性を持ってゐるばかりでなく、負の値にもなることが示された。このように、円管内旋回流では、 ϵ_{ij} を一定のスカラー量として取り扱えないことは明らかであり、 ϵ_{ij} の定量的推定には、より一層の検討が必要である。



(a) $\overline{u_i u_j}$ ($L_t=2.5m; Re=5700; z=190.5cm; X=2$)

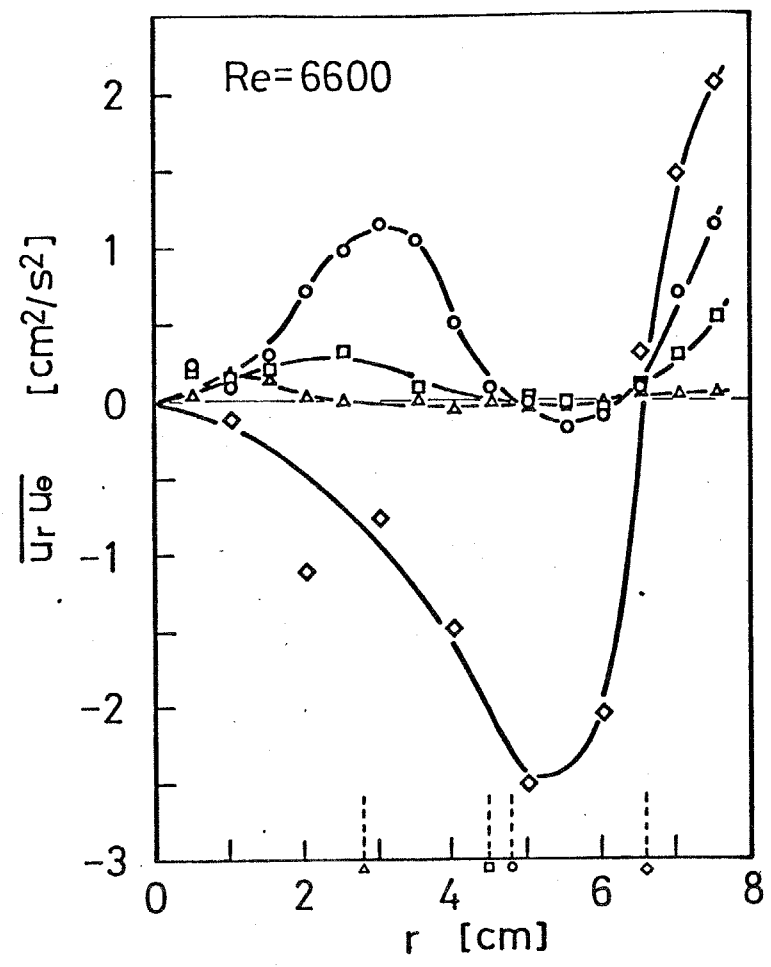
Fig. 5-6 (a)-(f) Distributions of one-point double correlation



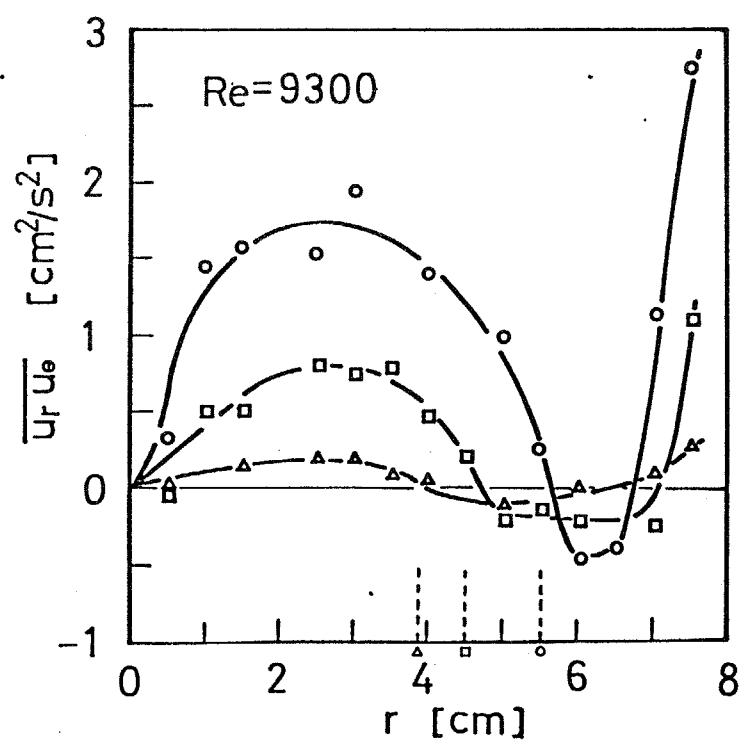
(b) $\overline{u_i u_j}$ ($L_t=2.5\text{m}$; $\text{Re}=8200$; $z=190.5\text{cm}$; $X=3$)

Lt = 5.5m

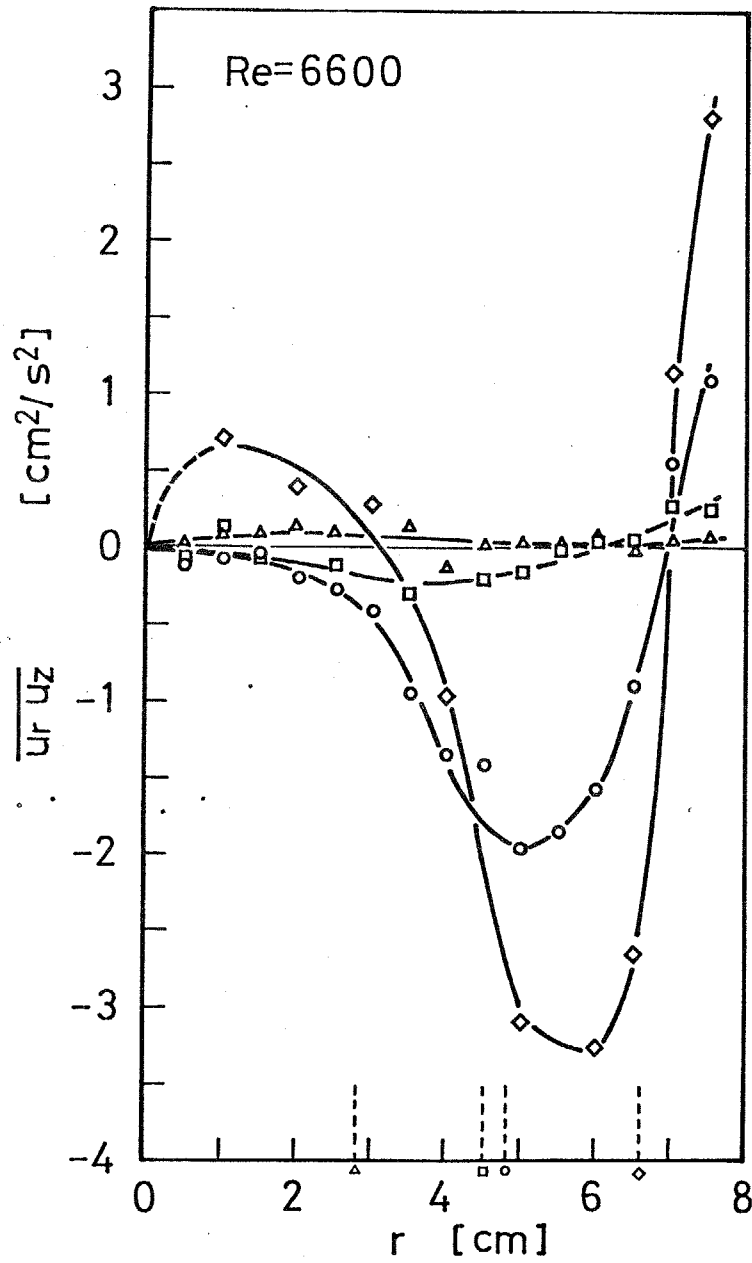
Key	z [cm]
◇	70
○	140
□	280
△	500



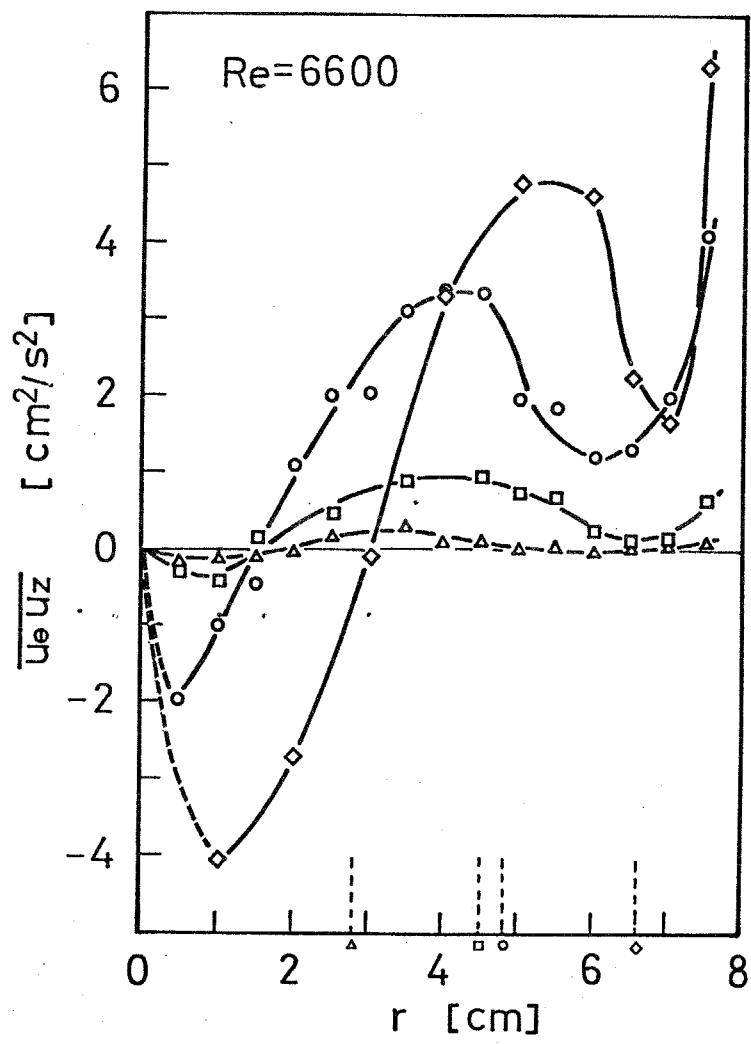
(c) $\overline{u_r u_e}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y=10$)



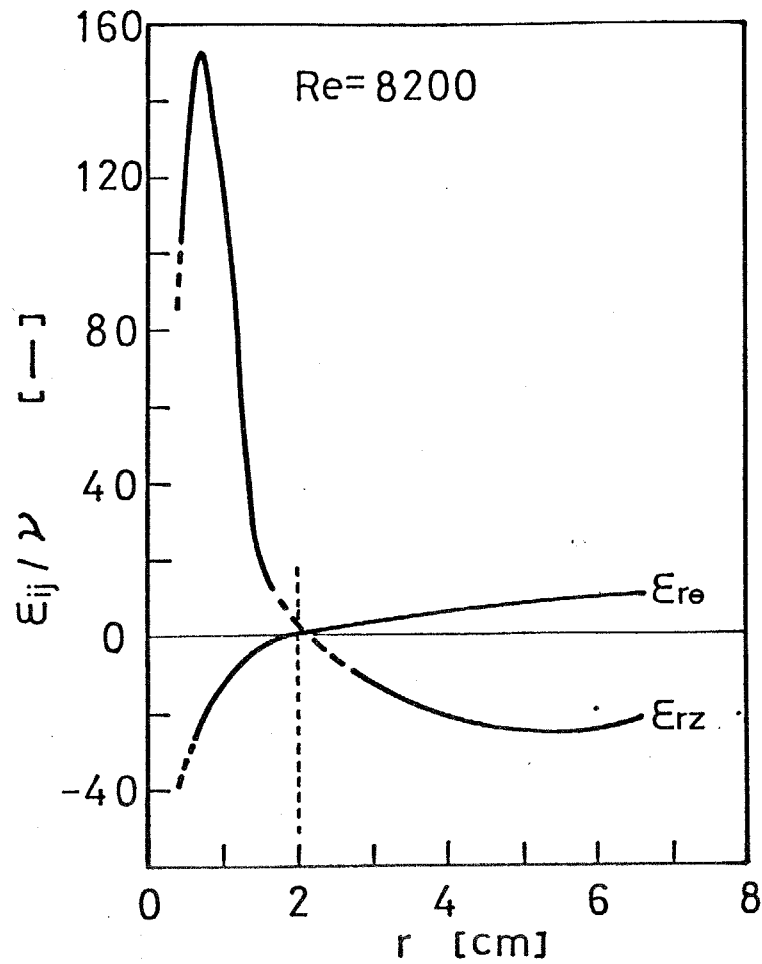
(d) $\overline{u_r u_e}$ ($L_t=5.5m; Re=9300; Y=12$)



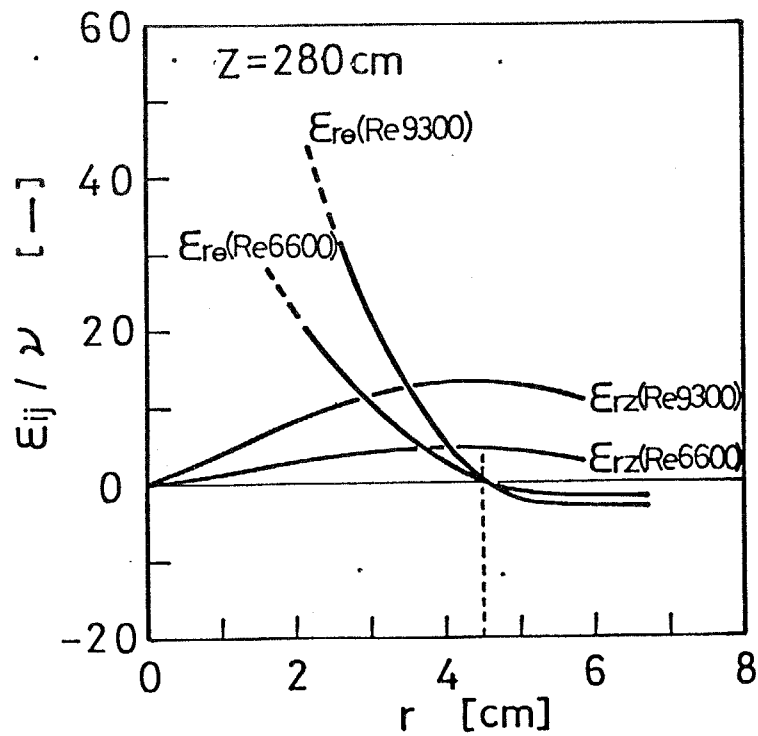
(e) $\overline{u_r u_z}$ ($L_t=5.5\text{m}$; $\text{Re}=6600$; $Y=10$)



(f) $\overline{u_e u_z}$ ($L_t=5.5m; Re=6600; Y-10$)



(a) $L_t=2.5m; Re=8200; z=190.5cm; X-3$



(b) $L_t=5.5m; Re=6600, 9300; z=280cm; Y-10, 12$

Fig. 5-7 (a)(b) Distributions of eddy viscosity

(3) 1点3重相関 $\overline{u_i u_j u_k}$

流速変動の1点3重相関を次式のようにまとめて考察した。

$$\left. \begin{aligned} \overline{u_r^3} + \overline{u_\theta^2 u_r} + \overline{u_z^2 u_r} &= \overline{q^2 u_r} \\ \overline{u_r^2 u_\theta} + \overline{u_\theta^3} + \overline{u_z^2 u_\theta} &= \overline{q^2 u_\theta} \\ \overline{u_r^2 u_z} + \overline{u_\theta^2 u_z} + \overline{u_z^3} &= \overline{q^2 u_z} \\ q^2 &= u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2 \end{aligned} \right\} (5-8)$$

$\overline{q^2 u_i}$ は、乱水の運動エネルギーが、流速変動 u_i によって、単位時間、単位面積あたり i 方向へ拡散される量を代表してゐると考えられる。

5-2-2項で検討した染料の拡散実験と比較するため、実験条件 $\times - 2$ ($L_t = 2.5\text{m}$, $Re = 5700$) における $\overline{q^2 u_i}$ の分布を Fig. 5-8 に示した。

$|\overline{q^2 u_i}|$ は、強制渦領域において、大きな値を示すが、 r_b 付近で減少し、準自由渦領域においては、ほぼ零となっている。強制渦領域において、 $\overline{q^2 u_r}$ が正の大きな値を示しているが、これは、乱水の運動エネルギーが u_r によって半径正方向へ急速に乱流拡散されることを意味しており、管軸付近に注入された染料が半径正方向へ r_b 付近まで急速に拡散し、染料で着色された円柱状の領域が形成されることと大いに関連しているものと考えられる。

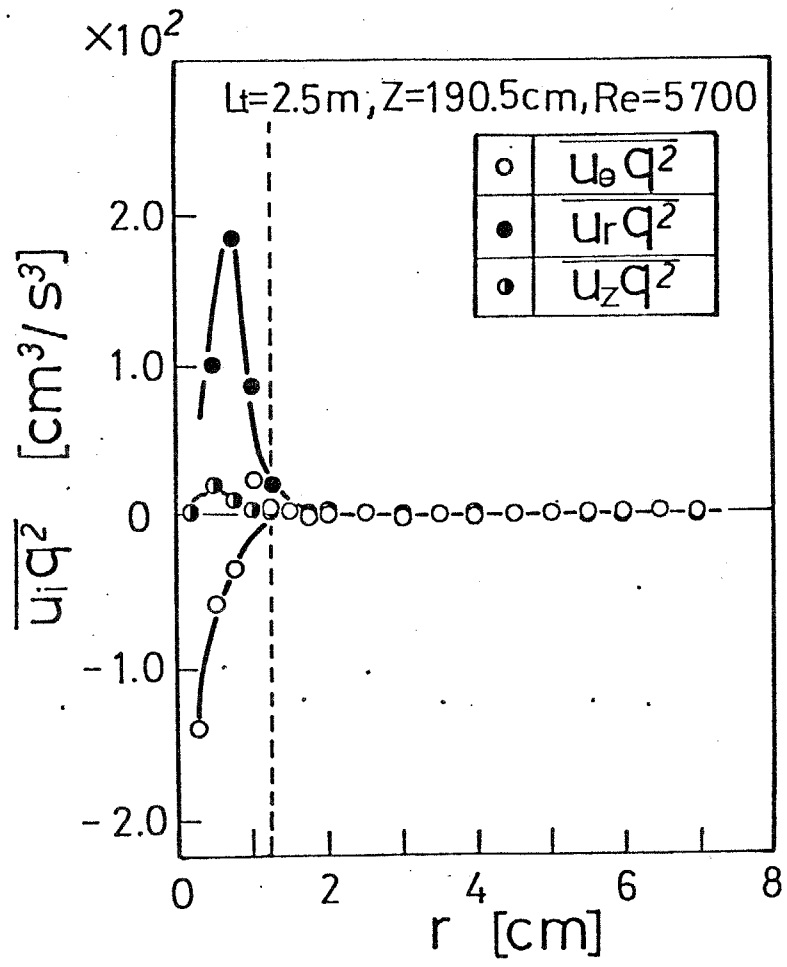


Fig. 5-8 Distributions of $\overline{u_i q^2}$
($L_t=2.5m; Re=5700; z=190.5cm; X-2$)

(4) 低レイノルズ数における流速変動

レイノルズ数 Re の減少と共に、乱水の諸統計量の絶対値自体も減少するが、同時に、強制渦、準自由渦両領域での分布形の相違が顕著でなくなり、半径方向分布形が全体として平滑化される傾向を示している。実験条件 X-1 ($L_t = 2.5m$, $Re = 4900$) における乱水の強度と 1 点 2 重相関の分布を Figs. 5-9, 5-10 に示した。Fig. 5-4 (a), (b) および Fig. 5-6 (a), (b) と比較すると、上記の傾向を、一応、確認することができる。実験条件 Y ($L_t = 5.5m$) においても同様である。

本研究の実験条件範囲では、 $Re < 2000$ においても、装置上流域で、流速変動が検出され、その統計的性質は、 $Re > 2000$ の場合と大きな差がなかった。しかし、旋回が減衰してゆく装置下流域では、流水が次第に層流状態になり、 $Re = 1300$ (Y-2) のおおよそ $Z > 280cm$ 、 $Re = 660$ (Y-1) のおおよそ $Z > 140cm$ では、流速変動がほとんど検出されなかった。

$Re = 1900$ (Y-3) の $Z = 280cm$ では、層流～乱流遷移域に見られる散発的な乱水が生じており、完全な層流状態になるのは、さらに下流域であるが、このような乱流から層流への遷移域において、乱水の減衰は特に管壁附近で顕著であった。Fig. 5-11 には、 $Re = 1900$ での乱水の強度 $\sqrt{u^2}$ の分布を示したが、管壁附近で、軸方向への $\sqrt{u^2}$ の減少速度の大きいことがわかる。

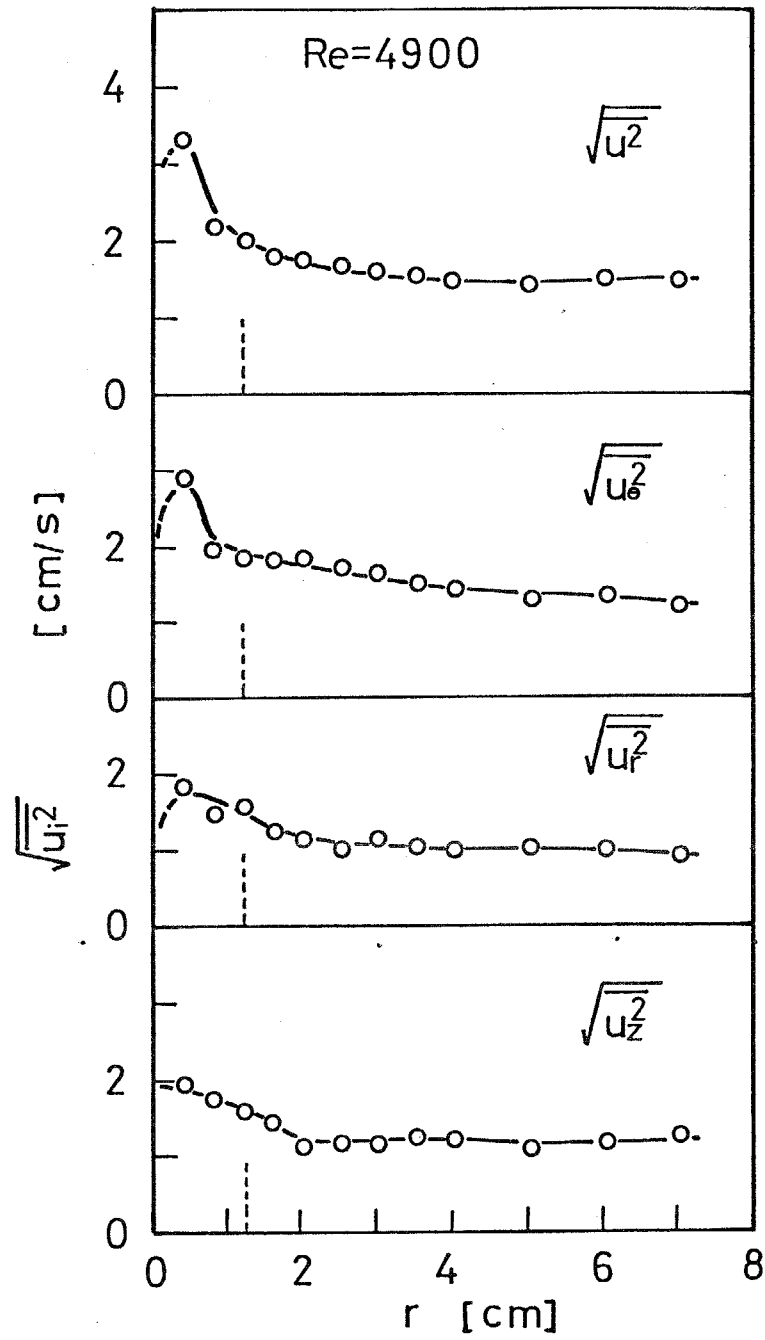


Fig. 5-9 Distributions of turbulent intensity
at low Re ($L_t=2.5\text{m}$; $\text{Re}=4900$; $z=190.5\text{cm}$; X-1)

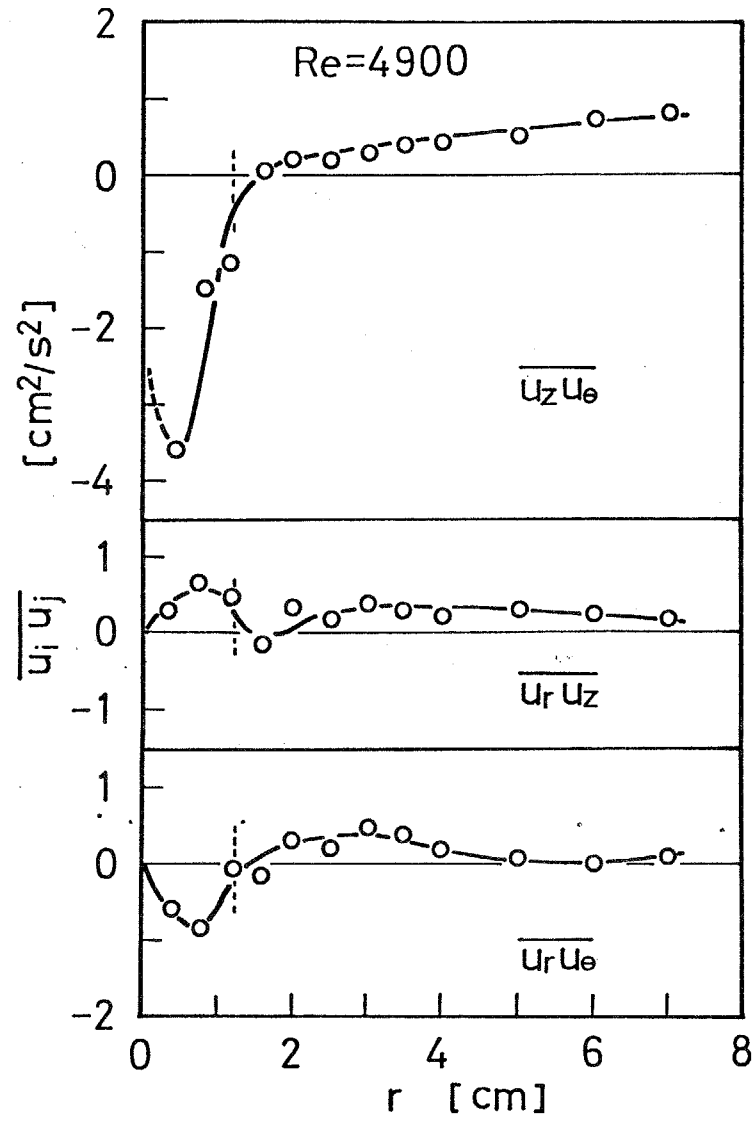


Fig. 5-10 Distributions of one-point double correlation at low Re
 ($L_t=2.5\text{m}$; $\text{Re}=4900$; $z=190.5\text{cm}$; X-1)

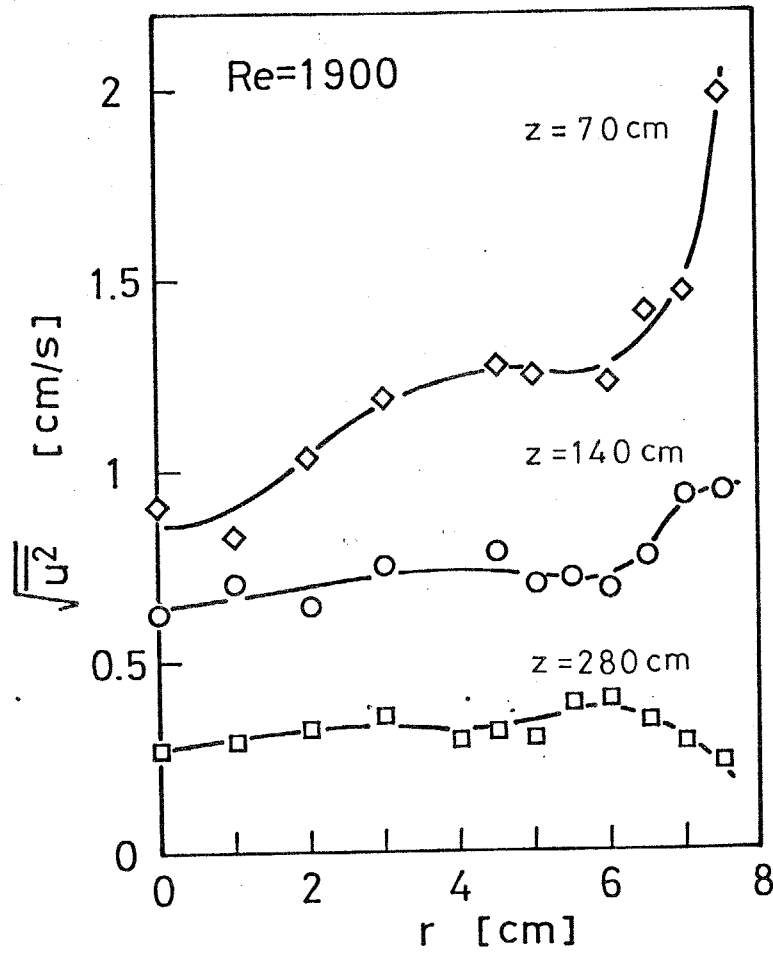


Fig. 5-11 Distributions of $\sqrt{u^2}$ at low Re
 ($L_t=5.5\text{m}; Re=1900; Y-3$)

5-4 本章の結論

(1) 乱流旋回液流の流速変動を電極反応流速計を用いて三次元的に測定し、その諸統計量（乱れの強度、変動係数、1点2重相関、1点3重相関）の分布形を実験的に明らかにした。

(2) 強制渦領域と準自由渦領域とでは、単に接線方向平均流速成分 \bar{u}_θ の分布形だけでなく、乱れの統計的性質においても、相違点があることが示された。すなわち、強制渦領域においては、主に接線方向と半径方向の流速変動成分 u_θ , u_r に基づく諸統計量の絶対値が、準自由渦領域と比較し、より大きな値を示すことが明らかにされた。但し、強制渦の角速度 ω_s が小さいほど、また、低レイノルズ数になるほど、両領域での分布形の相違は、不明瞭となった。

(3) 強制渦、準自由渦両領域を区別する代表境界半径 r_b 付近において、レイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$ の値が零となることを実験的に明らかにした。

第6章 乱流旋回流の旋回流動

6-1 序

本章においては、レイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$ に関して前章で得られた実験的事実に基づき、円管内乱流旋回流の循環の半径方向分布形を、乱流境界層理論の壁法則と類似した方法を用いて検討し、さらに、第3章で得られた結果と考え合せることにより、任意の位置での循環もしくは接線方向平均流速成分の値を推算する方法を示した。

6-2 旋回の摩擦速度

ニュートン流体の乱流場での剪断応力 $\tau_{r\theta}$ は、次式によって表わされる⁹⁾。

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial \theta} - \frac{\overline{u_\theta}}{r} \right) - \rho \overline{u_r u_\theta} \quad (6-1)$$

ここで、軸対称性を仮定すると、

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial r} - \frac{\overline{u_\theta}}{r} \right) - \rho \overline{u_r u_\theta} \quad (6-2)$$

となる。前章の実験的考察により、強制渦、準自由渦両領域を区別する代表境界半径 r_b 附近では、

$$\overline{u_r u_\theta} \Big|_{r=r_b} = 0 \quad (6-3)$$

となることが明らかにされており、また、 r_b は、 $\overline{u_\theta}$ が最大値 $\overline{u_{\theta b}}$ をとる半径位置として定義されているので、 $\overline{u_\theta}$ の分布形より、

$$\left. \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} \right|_{r=r_b} = 0 \quad (6-4)$$

となる。

従って、 r_b での剪断応力 $\tau_{r\theta,b}$ は、

$$\tau_{r\theta,b} = -\mu \frac{U_{\theta b}}{r_b} \quad (6-5)$$

と表わすことができる。このように、レイノルズ応力が無くなり、粘性応力が支配的となる r_b 附近の領域を、乱流境界層における粘性底層と同じようなものと想定し、 r_b にあたかも円筒壁面が存在しているように仮想して、ここに、壁法則と同じような考え方による方法を導入することにする。すなわち、壁面上での剪断応力 τ_w に相当するものとして Eq. (6-5) で表わされる $\tau_{r\theta,b}$ を考え、次式で表わされるような摩擦速度を定義する。

$$U_{\theta f} \equiv \sqrt{\frac{|\tau_{r\theta,b}|}{\rho}} = \sqrt{\frac{\nu U_{\theta b}}{r_b}} \quad (6-6)$$

ここで、 $U_{\theta f}$ を旋回の摩擦速度と呼ぶことにする。

第3章において旋回の強さとして考察した循環 Γ の半径方向分布形を検討するため、 r および Γ を $U_{\theta f}$ によって無次元化し、

$$r^+ \equiv \frac{U_{\theta f}}{\nu} r = \sqrt{\frac{U_{\theta b}}{\nu r_b}} r \quad (6-7)$$

$$\Gamma^+ \equiv \frac{\Gamma}{2\pi r_b U_{\theta f}} = \frac{r \bar{U}_\theta}{\sqrt{\nu r_b U_{\theta b}}} \quad (6-8)$$

と定義する。ここで、 r_b の仮想の内筒壁面を境として、内外両領域を別々に検討することにし、 $r < r_b$ の強制渦領域においては、 $r_b^+ - r^+$ と $r_b^+ - r^+$ との関係を、また、 $r > r_b$ の準自由渦領域においては、 $r^+ - r_b^+$ と $r^+ - r_b^+$ との関係を実験的に検討する。但し、 $r_b = 2\pi r_b U_{0b}$ である。

6-3 実験的考察

Table 2-1に示した実験条件の内、完全な乱流旋回流であると考えた $Re > 5000$ の場合について、主に検討を行った。

6-3-1 レイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$

r_b 附近で、 $\overline{u_r u_\theta}$ が零となるという実験的事実が示されているが、ここでは、改めて $\overline{u_r u_\theta} / U_{0b}^2$ と r / r_b との関係をFig. 6-1に示した。明らかに、 r_b 附近で $\overline{u_r u_\theta}$ が零となっている。

6-3-2 無次元の循環 Γ^+ の分布形

第2章で求めた U_0 の実測値を用いて Γ^+ を算出した。

$Re > 5000$ の実験条件において、 Γ^+ と r^+ との関係を示したのがFig. 6-2である。両領域で、それぞれ一定の関数関係が成立しており、近似的に、

$$\text{(強制渦領域)} \quad r_b^+ - r^+ = (r_b^+ - r^+)^{1.06} \quad (6-9)$$

$$\text{(準自由渦領域)} \quad r^+ - r_b^+ = (r^+ - r_b^+)^{0.92} \quad (6-10)$$

と表わされる。

準自由渦領域において、 $r^+ - r_b^+ \doteq 40 \sim 70$ に、Eq. (6-10)の関数関係から、ややはずれた数個の測定点があるが、これらは、いづれも管壁附近($r = 7.5 \text{ cm}$)での測定値によるものであり、管壁での境界層の影響が現われていると考えられる。

なお、 $2000 < Re < 5000$ の実験条件においても、同様の検討を行なった結果、ほぼ同じ関数関係が示された。しかし、 $Re < 2000$ においては、装置下流域で、流れが次第に層流状態になるため（管壁に近い領域で、より早く層流状態になると考えられる）、特に準自由渦領域において、Eq. (6-10)で表わされる関数関係からのずれが大きくなっている。 $Re < 5000$ の場合については、数例をもって、Fig. 6-3に示した。

通常、壁法則の考え方は、完全な乱流境界層に対し適用されている。従って、本章での取り扱い方を、おおよそ $Re < 5000$ の低レイノルズ数条件において適用することには、考慮の余地が残されている。

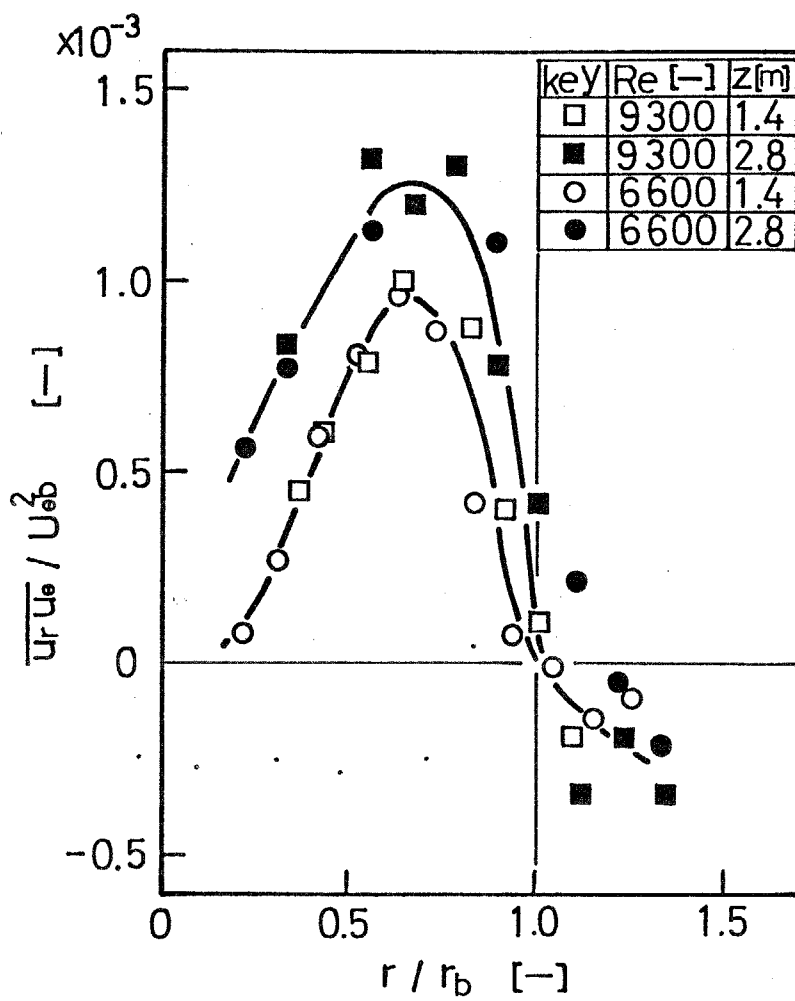


Fig. 6-1 $\overline{u_r u_e} / U_{eb}^2$ vs. r / r_b

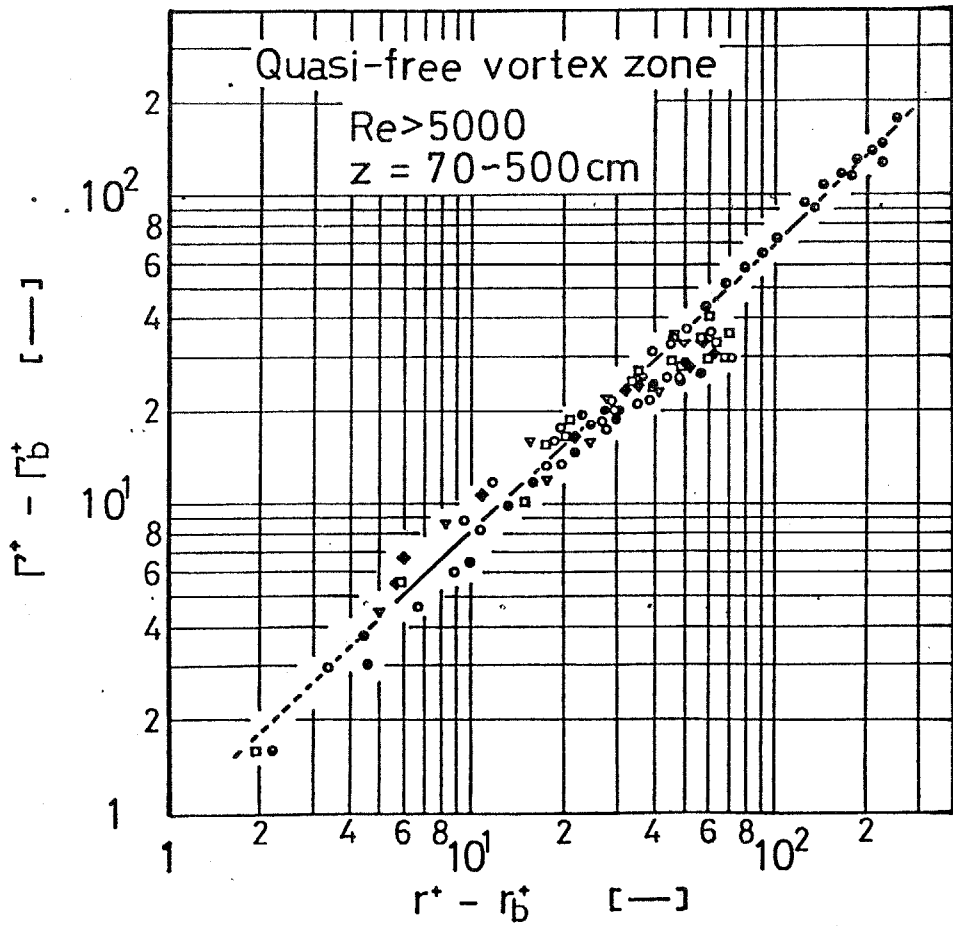
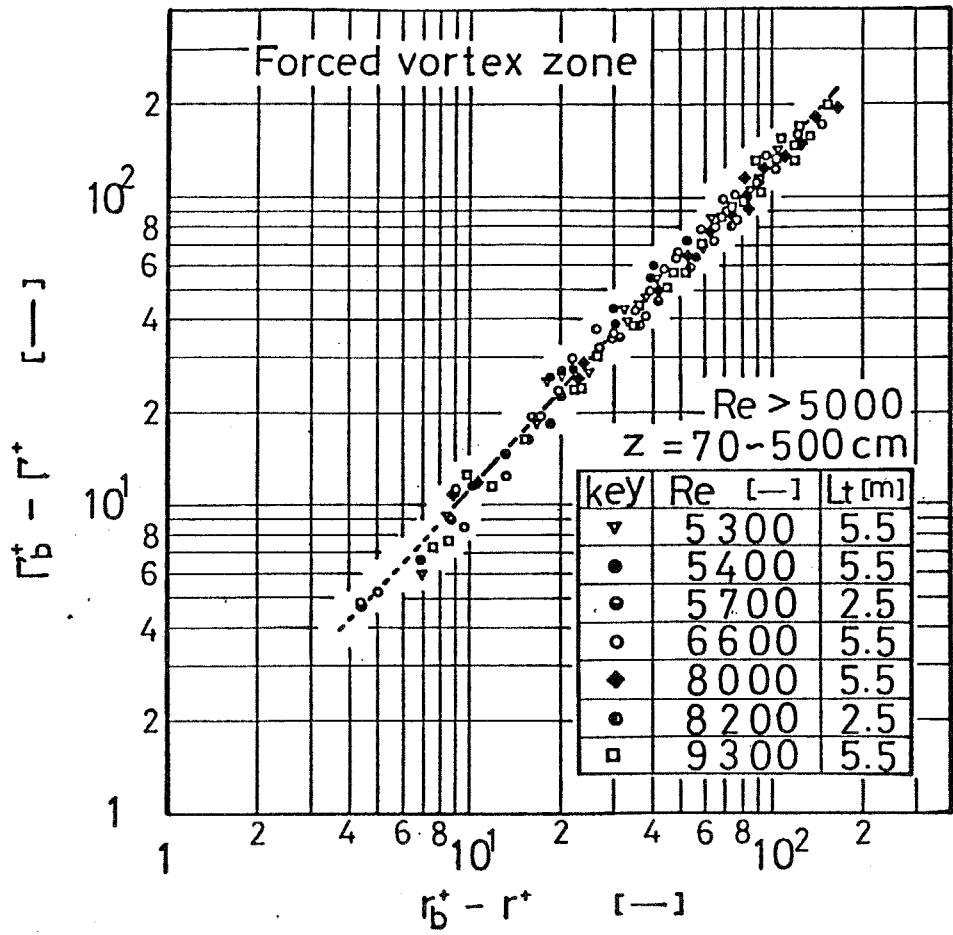


Fig. 6-2 Γ^+ vs. r^+ (Re > 5000)

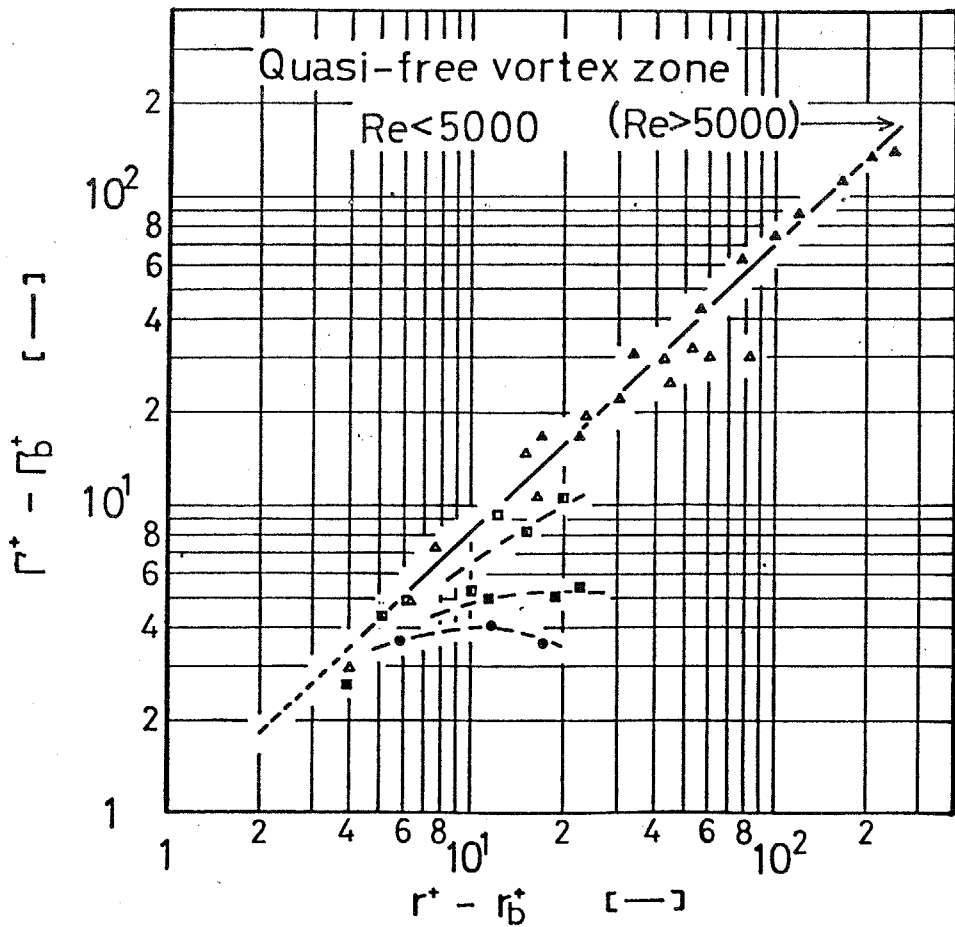
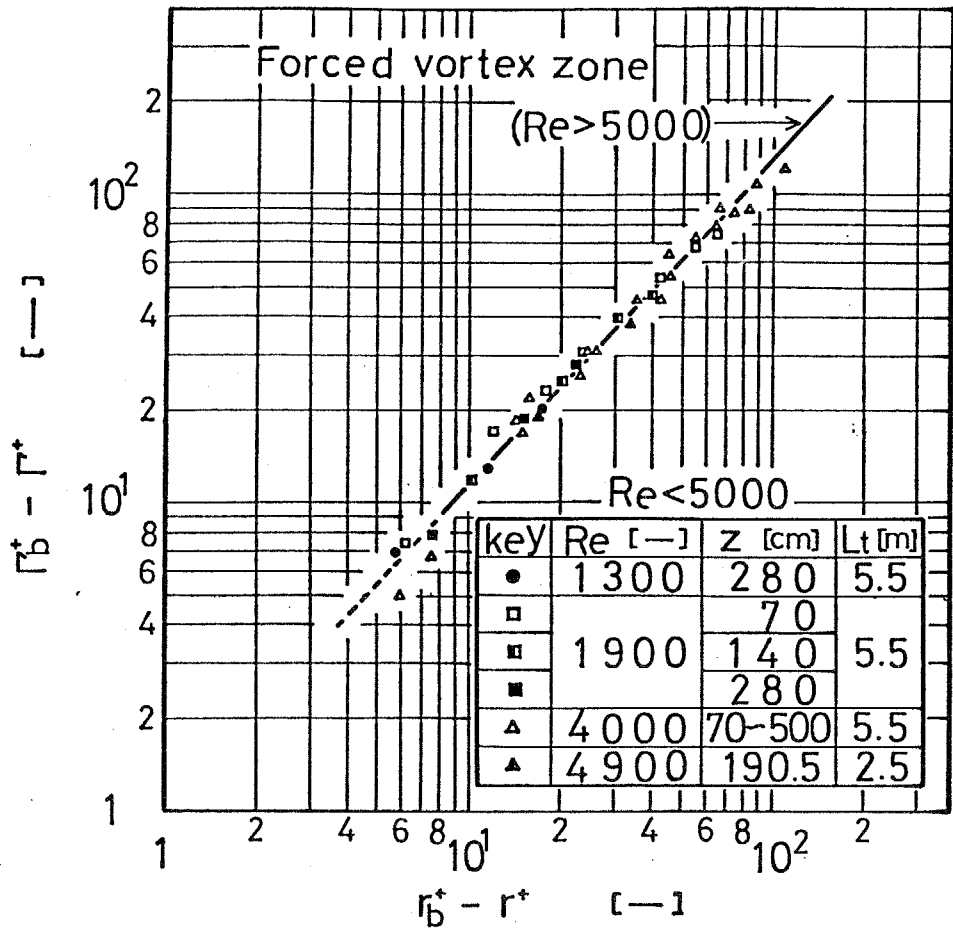


Fig. 6-3 Γ^+ vs. r^+ (Re < 5000)

6-4 循環 Γ の推算法

$Re > 5000$ の完全な乱流旋回流においては、強制渦、準自由渦両領域で、それぞれ一定の Γ^+ と Γ^- との関数関係が存在している。そこで、 Γ および Γ の無次元化に用いた r_b および U_{0b} の値を実験条件から推定できれば、任意の位置での Γ もしくは \bar{U}_0 の値を知ることができる。

ここでは、まず、 r_b , U_{0b} によって決まる循環 $\Gamma_b = 2\pi r_b U_{0b}$ の管軸方向への減衰過程について検討し、さらに、任意の位置での Γ もしくは \bar{U}_0 の値を推定する方法を示すことにする。

6-4-1 強制渦領域の旋回の高さ Γ_b の減衰過程

Rankine の組合せ渦において、自由渦領域での軸方向渦度成分 ω_z は零であるから、旋回の高さの循環 Γ は、強制渦領域だけの値で決定される。実際の旋回流の準自由渦領域においても、 ω_z は強制渦領域と比較すれば小さなものであり、従って、管断面全体の旋回の高さ Γ_w は、主に強制渦領域の旋回の高さによって支配されていると考えられる。

そこで、 Γ_w と同じく、強制渦領域の旋回の高さを

$$\Gamma_b = 2\pi r_b U_{0b} \quad (6-11)$$

で表わすことにすれば、 Γ_w が Γ_b によって支配されていると考えてもよいであろう。

従って、Eq.(3-11)と同じように無次元化した

$$\Gamma_b^* \equiv \Gamma_b / 2\pi R^2 \omega_i \quad (6-12)$$

と $(Z/R)(\nu/R^2\omega_i)$ との間には、 Γ_w^* の場合と同様に、ある一定の関数関係が存在するものと推定される。

Γ_b^* と $(Z/R)(\nu/R^2\omega_i)$ との関係を Figs. 6-4, 6-5 に示した。 Γ_w^* の場合の関数と係数の値が異なる以外は、ほぼ同様の結果を得た。 $Re > 5000$ での関数関係は、

$$\Gamma_b^* = 0.22 \exp \left\{ -8000 \left(\frac{Z}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \omega_i} \right) \right\} \quad (6-13)$$

となる。但し、実験条件 $\times (L_t = 2.5m)$ においては、 Γ_b^* の減衰過程は Eq.(6-13) によって一括して示すことができず、係数の値の異なる同様の指数関数によって表わされると推定されるものの、なお一層の実験的検討を必要としている。

ここで、 Γ_w^* の減衰過程における仮想の流入端は、Fig. 6-6 に示したように、Eq.(6-13) で、 $\Gamma_b^* = 1$ として求めた位置とほぼ一致している。このことより、仮想の流入端では、角速度 ω_i の強制渦が管壁まで広がっていると仮定した考え方が妥当であると推定される。

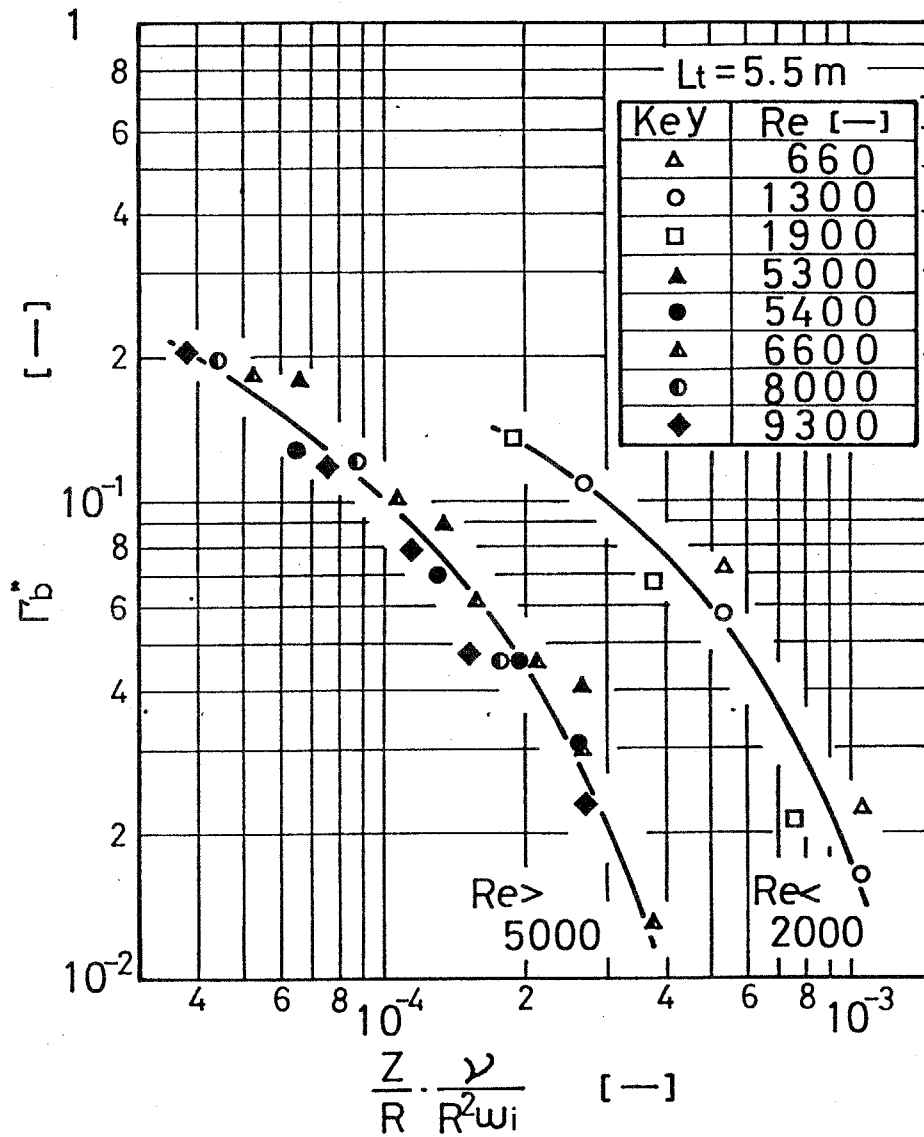


Fig. 6-4 Decay of intensity of swirl in forced vortex zone

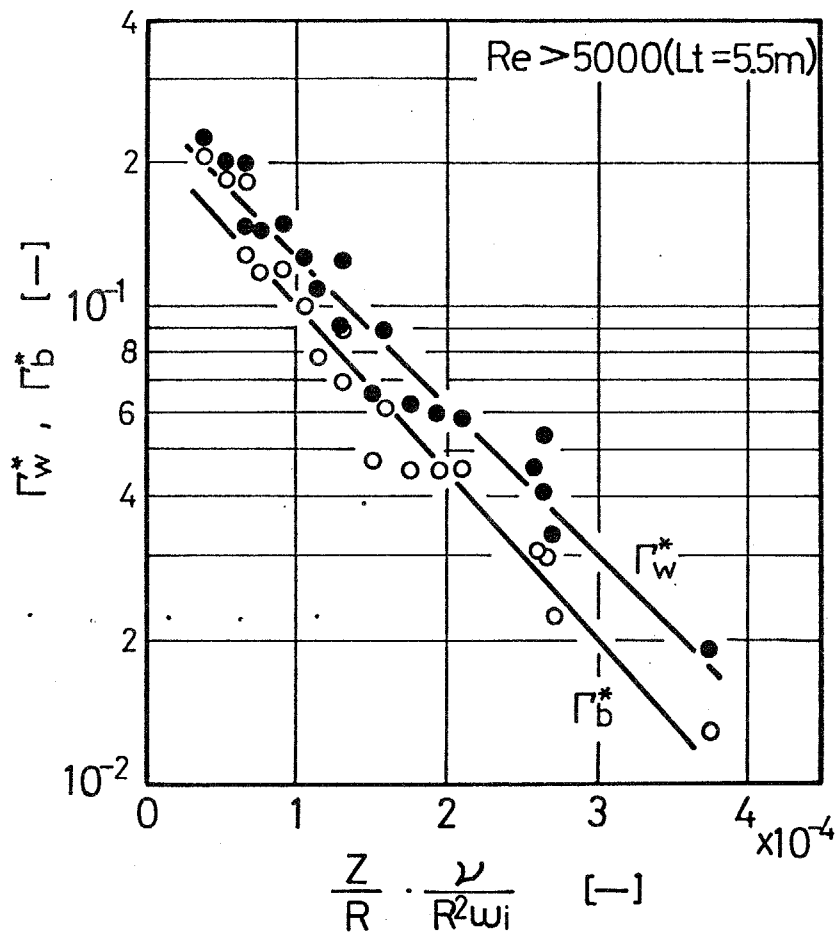


Fig. 6-5 Comparison of Γ_b^* with Γ_w^* ($Re > 5000$)

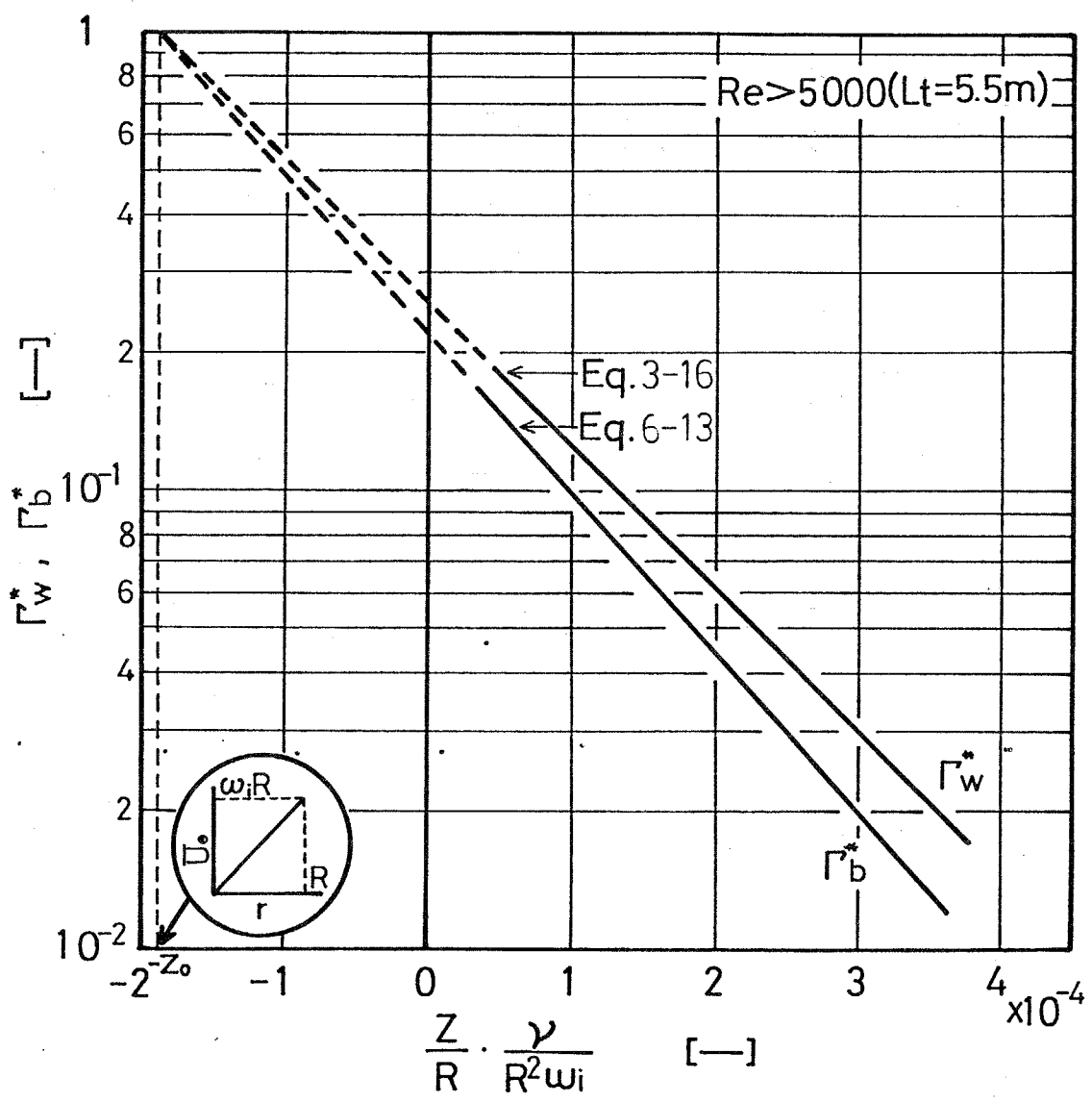


Fig. 6-6 Imaginary inlet section and decay of Γ_b

6-4-2 Γ もしくは \bar{U}_0 の推算法

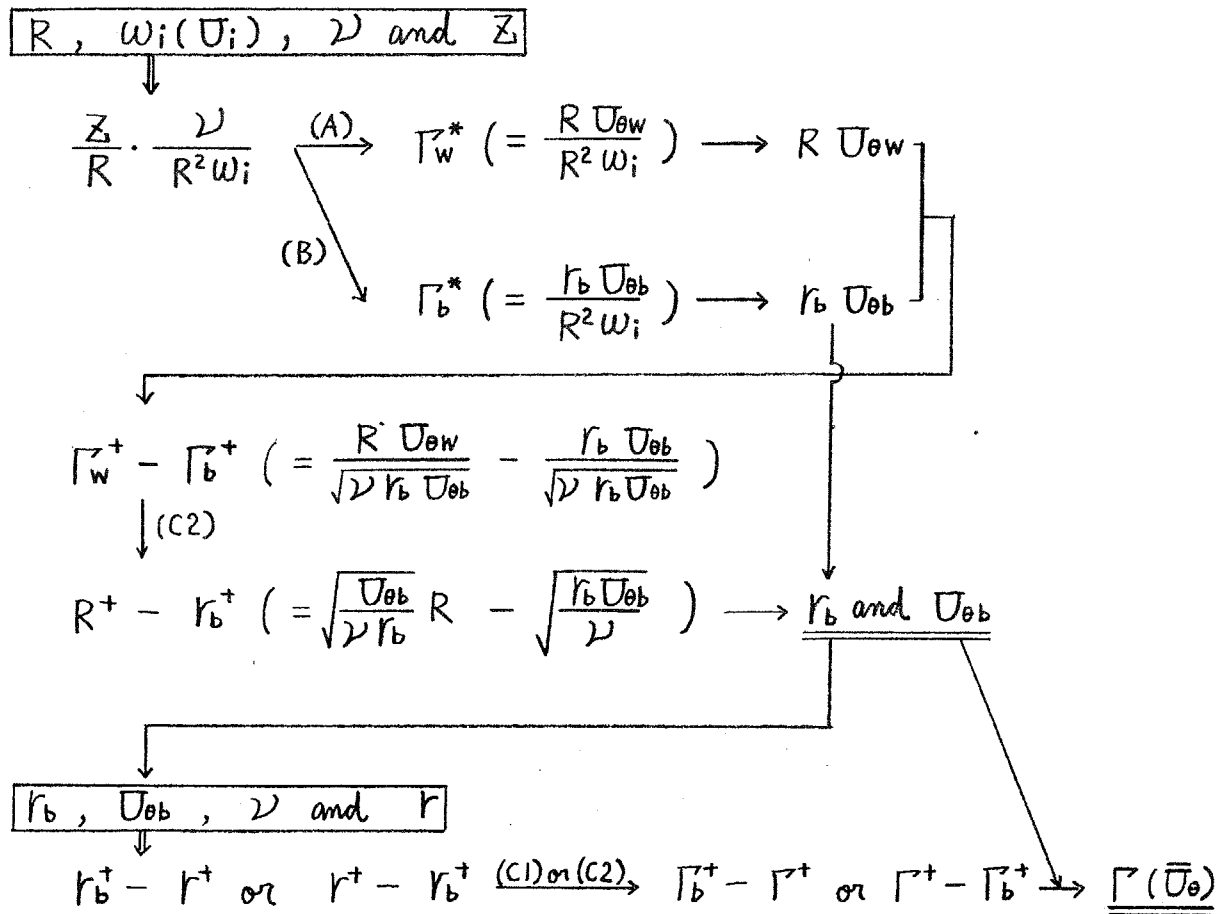
(A) $\Gamma_w^* \leftrightarrow (Z/R)(\nu/R^2 \omega_i)$: Eq. (3-16) ; Figs. 3-3, 3-4

(B) $\Gamma_b^* \leftrightarrow (Z/R)(\nu/R^2 \omega_i)$: Eq. (6-13) ; Figs. 6-4, 6-5

(C1) $\Gamma^+ \leftrightarrow r^+$ (強制渦領域) : Eq. (6-9) ; Fig. 6-2

(C2) $\Gamma^+ \leftrightarrow r^+$ (準自由渦領域) : Eq. (6-10) ; Fig. 6-2

以上の関数関係をを用いて、 $Re > 5000$ ($-\infty, L_t = 5.5m$) の実験条件において、任意の位置での Γ もしくは \bar{U}_0 の値を推算する手順を次に示した。



実験条件 $\times (L_t = 2.5m)$ においても、Eq. (6-13) と同様の関数関係が実験的に決定されれば、以上の推算法の適用が可能となる。

6-5 本章の結論

(1) 強制渦、準自由渦両領域を区別する代表境界半径 r_b 附近で、レイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$ が零になるという実験事実に基づき、 r_b での剪断応力 $\tau_{r,\theta} = -\mu U_{\theta b} / r_b$ によって、旋回の摩擦速度 $U_{\theta f} \equiv \sqrt{|\tau_{r,\theta}| / \rho}$ を定義した。

(2) $U_{\theta f}$ を用いて無次元化した半径位置 r^+ と循環 Γ^+ との間に、強制渦、準自由渦両領域において、それぞれ一定の関数関係の存在することが示された。同関数関係は、 $Re > 5000$ において、近似的に、

$$\text{(強制渦領域)} \quad r_b^+ - r^+ = (r_b^+ - r^+)^{1.06}$$

$$\text{(準自由渦領域)} \quad r^+ - r_b^+ = (r^+ - r_b^+)^{0.92}$$

となった。

(3) 循環 Γ の管軸方向への減衰過程に関して明らかにされた結果と、 Γ の半径方向分布形に関する本章の結論(2)とを考え合せ、 $Re > 5000$ の実験条件において、任意の位置での Γ もしくは $\overline{U_\theta}$ の値を推算する方法を示した。

第7章 総括的結論

本研究は、種々の実用装置内に発生している旋回流の基本と考えられる平滑円管内の軸対称旋回流の流動機構を解明して、旋回流動に関する基礎的資料を示すことを目的としたものである。

第1章では、円管内旋回流に関する既往の研究を概観して、これらの研究の位置づけを行なうとともに、本研究を行なうに至った経緯を明らかにし、本研究の目的と本論文の構成を明らかにした。

第2章では、鉛直に設置した管全長の異なる2種類の平滑円管内に発生させた軸対称旋回流の平均流速を、電極反応流速計を用いて三次元的に測定し、その結果、求められた流れ方向角 φ 、平均流速 \bar{U} 、接線方向平均流速成分 \bar{U}_θ 、軸方向平均流速成分 \bar{U}_z 、半径方向平均流速成分 \bar{U}_r の各分布形の特徴を把握して、円管内旋回流の流動状態を実験的に明らかにした。

なお、ここで得られた実測値は、他の章の考察で使用する基礎データとした。

第3章では、円管内旋回流の旋回の強さの表示法として、渦管の強さを示すのにも用いられている循環 Γ を適

用し、その管軸方向への減衰過程について、渦度方程式を用いて理論的に検討するとともに、第2章で得られた実測値を用いて実験的に検討した。その結果、管断面全体の旋回の強さ Γ_w の無次元減衰量 $\Delta\Gamma_w^*$ が、無次元距離 z/R と一種のレイノルズ数の逆数 $\nu/R^2\omega_i$ の積の関数となることを理論的に示し、ここで、装置流入端からの減衰量を考えることにすれば、 $\Gamma_w^* = 1 - \Delta\Gamma_w^*$ が、無次元量 $(z/R)(\nu/R^2\omega_i)$ の指数関数として表わされることを、実験的に明らかにした。但し、同指数関数は、レイノルズ数 Re がおおよそ5000以上と2000以下の両範囲で、その係数 K の値を異にしており、 $2000 < Re < 5000$ の範囲は、流動状態が、 $Re < 2000$ の状態から $Re > 5000$ の状態に遷移する過渡的な段階であると推定され、一応、 $Re > 5000$ を完全な乱流旋回流の範囲と考えることにした。また、 Γ_w の指数関数的減衰過程に基づく仮想の流入端の考え方を示し、装置入口構造によらなり統一的な Γ_w の減衰過程の検討法について説明した。

第4章では、鉛直に設置した平滑円管内の軸対称旋回流の静圧分布およびエネルギー損失について検討した。その結果、管壁での静圧 P_w の装置流入端からの減衰過程が、無次元量 $(z/R)(\nu/R\omega_i)$ の関数として表わされることを、理論、実験の両面から明らかにし、また、 Γ_w の減衰過程における仮想の流入端の考え方を、 P_w の減衰過程に

おいても、そのまま適用できることを示した。さらに、管内の平均静圧 \bar{p} の分布を、乱流場での *Navier-Stokes* 方程式の数値積分によって求める手法を示し、実際に、流速の実測値を用いて \bar{p} の分布形を算出し、平均流速の分布形と対比させて、逆流を生じている旋回流における巨視的エネルギーバランスについて考察した。また、流体の運動方程式のエネルギー積分式を用いて、円管内旋回流のエネルギー損失 ΔE およびエネルギー損失係数 f_e を定義し、無次元のエネルギー損失 ΔE^* が、 $(z/R)(v/RU_0)$ の関数として表わされること、および、 f_e の値が管摩擦係数の値とほぼ同じ程度になることを示した。

第5章では、乱流旋回流の流速変動を、電極反応流速計を用いて三次元的に測定し、その諸統計量（乱れの強度、変動係数、1点2重相関、1点3重相関）の分布形について、実験的に検討した。その結果、強制渦領域と準自由渦領域とで、乱れの統計的性質に相違があることを明らかにした。すなわち、強制渦領域においては、主に接線方向と半径方向の流速変動成分 u_θ , u_r に基づく諸統計量の絶対値が、準自由渦領域と比較し、より大きな値を示し、また、両領域を区別する代表境界半径 $1/6$ 附近で、レイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$ の値が零となり、正負の符号が逆転することを明らかにした。但し、強制渦の角速度 ω_s が小さいほど、また低レイノルズ数の実験条件は

ど、両領域での分布形の相違は不明瞭となった。

第6章では、乱流旋回流における循環 Γ の半径方向分布形を、乱流境界層理論の壁法則と類似した方法を用いて検討し、さらに、 Γ の管軸方向への減衰過程に関して明らかにされた結果と考え合せ、 $Re > 5000$ の実験条件において、任意の位置での Γ もしくは \bar{U}_0 を推算する方法を示した。なお、 r_b での剪断応力 $\tau_{r,b} = -\mu U_{0b}/r_b$ によって定義した旋回の摩擦速度 $U_{0+} \equiv \sqrt{|\tau_{r,b}|/\rho}$ を用いて無次元化した半径位置 r^+ と循環 Γ^+ の間には、強制渦、準自由渦両領域において、それぞれ一定の関数関係が存在していることを明らかにした。

第7章では、本研究の結論を総括して述べた。

Nomenclature

C	= closed curve surrounding S	[cm]
D	= inner diameter of test pipe	[cm]
D_i	= inner diameter of inlet pipe	[cm]
ΔE	= energy dissipation rate / Q	[g/cm s ²]
E_d	= output voltage	[V]
e_1	= dissipation function	[1/s ²]
F, f	= function of (L/R) ($v/R^2\omega_i$)	[-]
f_e	= coefficient of energy dissipation	[-]
G	= function of (L/R) (v/RU_i)	[-]
g	= acceleration vector of gravity	[cm/s ²]
g	= acceleration of gravity	[cm/s ²]
g_c	= unit conversion factor	[g cm/G s ²]
H	= function of (L/R) (v/RU_i)	[-]
I_d	= diffusional electric current	[A]
k	= constant ; Eq. (1-4)	[cm ^{1+m} /s]
L	= distance between two measured sections	[cm]
L_t	= total length of test pipe	[m]
m, n	= constant ; Eq. (1-3) and Eq. (1-4)	[-]
n	= unit normal vector to S	[-]
P	= static pressure	[g/cm s ²]
P_w	= static pressure at wall	[g/cm s ²]
Q	= flow rate	[cm ³ /s]
q^2	= $u_i u_i$	[cm ² /s ²]
R	= inner radius of test pipe	[cm]
Re	= Reynolds number ; $U_{av} D / \nu$	[-]
R_i	= inner radius of inlet pipe	[cm]

r	= radius (cylindrical co-ordinates)	[cm]
r_b	= radial position of maximum \bar{U}_e (boundary between forced vortex zone and quasi-free vortex zone)	[cm]
r_o	= radial position of zero \bar{U}_z	[cm]
S	= surface surrounding V	[cm ²]
t	= unit tangential vector along C	[-]
t	= time	[s]
U	= velocity vector	[cm/s]
U	= velocity	[cm/s]
U_{av}	= cross-sectional average velocity ; $Q/\pi R^2$	[cm/s]
U_i	= initial tangential velocity ; $Q/2\pi R_i^2$	[cm/s]
U_{eb}	= maximum value of \bar{U}_e (at r_b)	[cm/s]
U_{ef}	= friction velocity of swirl ; $\sqrt{ \tau_{re,b} / \rho}$	[cm/s]
U_{ew}	= extrapolating value of \bar{U}_e to wall	[cm/s]
u	= velocity fluctuation	[cm/s]
V	= closed region in space surrounded by S	[cm ³]
z	= axial distance (cylindrical co-ordinates , z = 0 cm at inlet section)	[cm]
z_o	= distance between inlet section and imaginary inlet section	[cm]

Γ	=	circulation (intensity of swirl)	[cm^2/s]
Γ_b	=	$2\pi r_b U_{\theta b}$	[cm^2/s]
Γ_w	=	$2\pi R U_{\theta w}$	[cm^2/s]
ε	=	eddy viscosity	[cm^2/s]
η	=	value of order	[-]
θ	=	tangential distance (cylindrical co-ordinates)	[rad]
κ	=	coefficient of swirl decay	[-]
μ	=	molecular viscosity	[$\text{g}/\text{cm s}$]
ν	=	kinematic viscosity	[cm^2/s]
ξ	=	U_i / U_{av}	[-]
ρ	=	density	[g/cm^3]
τ	=	stress tensor	[$\text{g}/\text{cm s}^2$]
τ	=	stress	[$\text{g}/\text{cm s}^2$]
$\tau_{re,b}$	=	$-\mu U_{\theta b} / r_b$	[$\text{g}/\text{cm s}^2$]
φ	=	flow angle ; $\tan^{-1}(\bar{U}_z/\bar{U}_\theta)$	[degree]
Ω	=	vorticity vector	[$1/\text{s}$]
ω	=	component of vorticity	[$1/\text{s}$]
ω_i	=	initial angular velocity ; U_i / R	[$1/\text{s}$]
ω_s	=	angular velocity of forced vortex	[$1/\text{s}$]

<Subscripts>

- b = boundary position between forced vortex zone
and quasi-free vortex zone
- i , j = direction (r , θ , z)
- r = radial direction
- z = axial direction
- w = wall position
- θ = tangential direction

<Superscripts >

- * = dimensionless quantity defined by Eqs.(3-11),(4-5),(4-24)
- + = dimensionless quantity defined by Eqs.(6-7),(6-8)
- = time mean value
- Δ = difference
- | | = absolute value

Literature cited

- 1) Bellamy-Knights, P.G.: Trans. ASME I, J. Fluids Eng., 98, 322 (1976)
- 2) Binnie, A.M.: Quart. J. Mech. and Appl. Math., 10, 276 (1957)
- 3) Bird, R.B.: Chem. Eng. Sci., 6, 123 (1957)
- 4) Bird, R.B., W.E. Stewart and E.N. Lightfoot: Transport Phenomena (1960)
- 5) Bossel, H.H.: Phys. Fluids, 12, 498 (1969)
- 6) Burgers, J.M.: Advances in Appl. Mech., 1, 171 (1948)
- 7) Fabian, J.M. and G.C. Oates: Trans. ASME E, J. Appl. Mech., 43, 564 (1976)
- 8) Harvey, J.K.: J. Fluid Mech., 14, 585 (1962)
- 9) Hinze, J.O.: Turbulence (1959)
- 10) Hoffmann, E.R. and P.N. Joubert: J. Fluid Mech., 16, 395 (1963)
- 11) Horikawa, A.: Randamuhendoo no Kaiseki (1965)
- 12) Iinoya, K.: Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 18-66, 90 (1952)
- 13) Iinoya, K.: *ibid.*, 18-69, 42 (1952)
- 14) Iinoya, K.: *ibid.*, 19-81, 78 (1953)
- 15) Iinoya, K.: *ibid.*, 19-81, 83 (1953)
- 16) Iinoya, K.: *ibid.*, 19-81, 90 (1953)
- 17) Iinoya, K.: *ibid.*, 20-89, 38 (1954)
- 18) Iinoya, K.: *ibid.*, 23-125, 54 (1957)
- 19) Ito, S.: Ryutai Kogaku (1972)
- 20) Ito, S. and S. Urushiyama: Kagaku Kogaku, 32, 267 (1968)
- 21) Ito, S., K. Ogawa and T. Yuhara: Kagaku Kogaku, 37, 698 (1973)
- 22) Ito, S., S. Urushiyama and K. Ogawa: J. Chem. Eng. Japan, 7, 462 (1974)
- 23) Ito, S., K. Ogawa and C. Kuroda: Kagaku Kogaku Ronbunshu, 1, 121 (1975)
- 24) Ito, S., K. Ogawa and C. Kuroda: *ibid.*, 4, (1978)
- 25) Ito, S., K. Ogawa and C. Kuroda: Preprints of the 7th Autumn Meeting of The Soc. of Chem. Engrs., Japan, 57 (1973)
- 26) Ito, S., K. Ogawa and C. Kuroda: Preprints of the 42th Annual Meeting of The Soc. of Chem. Engrs., Japan, 67 (1977)

- 27) Ito, S., K. Ogawa and C. Kuroda: Preprints of the 11th Autumn Meeting of The Soc. of Chem. Engrs., Japan, 363 (1977)
- 28) King, M.K., R.R. Rothfus and R.I. Kermod: AIChE J., 15(6), 837 (1969)
- 29) Kinney, R.B.: Trans. ASME E, J. Appl. Mech., 34, 437 (1967)
- 30) Kitaura, Y.: Kagaku Kikai, 15-5, 206 (1951)
- 31) Kitaura, Y.: ibid., 16-8, 249 (1952)
- 32) Kitaura, Y.: ibid., 16-8, 254 (1952)
- 33) Kiya, M., S. Fukusako and M. Arie: Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 36, 1865 (1970)
- 34) Kreith, F. and O.K. Sonju: J. Fluid Mech., 22, 257 (1965)
- 35) Kubo, I. and F.C. Gouldin: Trans. ASME I, J. Fluids Eng., 97, 310 (1975)
- 36) Laban, Z., H. Nielsen and A.A. Fejer: Phys. Fluids, 12, 1747 (1969)
- 37) Lighthill, M.J.: Proc. Roy. Soc. London, 224 A, 1 (1954)
- 38) Lilley, D.G. and N.A. Chigier: Int. J. Heat and Mass Trans., 14, 573 (1971)
- 39) Linden, A.J.T., Engineering, 167, 165 (1949)
- 40) Love, W.J.: AIAA J., 12, 959 (1974)
- 41) Murakami, M. and N. Heya: Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 31, 1091 (1965)
- 42) Murakami, M. and N. Heya: ibid., 31, 1099 (1965)
- 43) Murakami, M. and N. Heya: ibid., 31, 1106 (1965)
- 44) Murakami, M. and N. Heya: ibid., 31, 1222 (1965)
- 45) Murakami, M., O. Kito, Y. Katayama and Y. Iida: ibid., 41, 1793 (1975)
- 46) Murakami, M. and K. Kikuyama: ibid., 42, 828 (1976)
- 47) Murakami, M., K. Kikuyama, A. Yokoyama, T. Noda and S. Araki: ibid., 42, 1784 (1976)
- 48) Nissan, A.H. and V.P. Bresan: AIChE J., 7, 543 (1961)
- 49) Nuttal, J.B.: Nature, 172, 582 (1953)
- 50) Ogawa, A.: Ryutai Kogaku, 11, 33 (1975)

- 51) Ogawa, K. and S. Ito: Turbo Kikai, 4(9), 566(1976)
- 52) Ooyama, Y.: Kagaku Kogaku 2 (Iwanami) (1963)
- 53) Ragsdale, R.G.: NASA Technical Note D-288(1960)
- 54) Ranz, W.E.: AIChE J., 4, 338(1958)
- 55) Reynolds, A.: ZAMP, 12, 149(1961)
- 56) Reynolds, A.J.: ZAMP, 12, 343(1961)
- 57) Rochino, A. and Z. Lavan: Trans. ASME E, J. Appl. Mech., 36, 151(1969)
- 58) Rott, N.: Z. Angew. Math. Phys., 9 B, 543(1958)
- 59) Senoo, Y. and T. Nagata: Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 38, 759(1972)
- 60) Senoo, Y., N. Takesue and T. Nagata: *ibid.*, 43, 1803(1977)
- 61) Sibulkin, M.: J. Fluid Mech., 12, 148(1961)
- 62) Sibulkin, M.: *ibid.*, 12, 269(1962)
- 63) Sigi, T.: Master's thesis of Tokyo Inst. of Tech. (1968)
- 64) Smithberg, E. and F. Landis: Trans. ASME C, J. Heat Trans., 86, 39(1964)
- 65) Takahama, H.: Trans. Soc. Mech. Eng. Japan, 30, 1419(1964)
- 66) Takahama, H. and N. Soga: *ibid.*, 31, 788(1965)
- 67) Takahama, H.: *ibid.*, 32, 503(1966)
- 68) Talbot, L.: J. Appl. Mech., 21, 1(1954)
- 69) Thom, J.: A.R.C. Reports and Memoranda, No. 8, 1176(1928)
- 70) Tomita, S.: Ryutai Rikigaku Josetsu (1971)
- 71) Turner, J.S.: J. Fluid Mech., 25, 377(1966)
- 72) Uberoi, M.S.: Phys. Fluids, 20, 719(1977)
- 73) Yajnik, K.S. and M.V. Sabbaiah: J. Fluid Mech., 60, 665(1973)
- 74) Yeh, H.: Trans. ASME, 80, 767(1958)

附 記

本研究を行なうにあたり、懇篤なる御教授、御指導を賜わりました教授伊藤四郎先生に、心から感謝の意を表します。

本論文の作製にあたり、種々の御指導、御教示を賜わりました教授井上一郎先生・助教授神沢 淳先生・助教授梶内俊夫先生・助教授小川浩平先生に、深く御礼申し上げます。

また、絶えず温かく見守り、御助力いただきました助手宮田保教氏、上司ふじ女史をはじめとする伊藤、小川研究室の方々に深く感謝いたします。