

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	複合材料積層板の損傷進展シミュレーション手法の構築
Title(English)	
著者(和文)	島村佳伸
Author(English)	YOSHINOBU SHIMAMURA
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3440号, 授与年月日:2000年5月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3440号, Conferred date:2000/5/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

# 複合材料積層板の損傷進展 シミュレーション手法の構築

2000年5月

東京工業大学 工学部 機械宇宙学科

島村 佳伸

<b>第一章 「緒論」</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに	1
1.2 従来の研究及び研究目的	2
1.3 本論文の構成	5
参考文献	7
<b>第二章 「損傷進展シミュレーション結果に及ぼす諸因子の検討」</b>	<b>13</b>
2.1 緒言	13
2.2 損傷進展シミュレーション手法	13
2.3 損傷進展シミュレーション手法の検討	15
2.3.1 試験片, 実験手法及び実験結果	16
2.3.2 要素分割の検討	16
2.3.3 破壊則の検討	17
2.3.4 弾性係数低下手法の検討	17
2.4 多方向強化積層板への適用	18
2.5 結言	20
参考文献	21
<b>第三章 「マトリックス割れ損傷のフラクタル性と破壊マイクロメカニズム」</b>	<b>31</b>
3.1 緒言	31
3.2 試験片及び実験手法	31
3.3 マトリックス割れ実験結果	31
3.4 マトリックス割れ位置のフラクタル性の検討	32
3.5 初期欠陥分布のフラクタル性	33
3.6 結言	37
参考文献	38
<b>第四章 「シミュレーションへの破壊マイクロメカニズムの組み込み」</b>	<b>47</b>
4.1 緒言	47
4.2 シミュレーション手法	47
4.3 損傷モードの影響	47
4.3.1 縦割れ	48

4.3.2	マトリックス割れ	48
4.3.3	せん断変形の非線形性	49
4.4	マトリックス割れの弾性係数低下手法	49
4.4.1	複数き裂のマトリックス割れによる損傷	49
4.4.2	隣接層のブリッジングによる拘束	50
4.4.3	有孔積層板の損傷解析	51
4.5	結言	52
	参考文献	53
<b>第五章 「層間はく離進展シミュレーション」</b>		<b>70</b>
5.1	緒言	70
5.2	層間はく離発生 of 判定手法	70
5.3	シミュレーション手法	73
5.4	実験方法と解析方法	73
5.5	シミュレーション手法の有効性の検討	74
5.5.1	層間はく離の進展過程の予測	74
5.5.2	試験片の剛性低下の予測	75
5.6	結言	76
	参考文献	77
<b>第六章 「結論」</b>		<b>83</b>
	印刷論文	86
	その他の業績一覧	87
	謝辞	89
<b>付録</b>		<b>A1</b>
A1	異方性体の理論	A1
A2	古典積層理論	A5
A3	複合材料積層板の有限要素法解析	A8

# 第一章

## 緒論

## 1.1 はじめに

現在、一体成形技術の進歩により航空宇宙分野を中心とした複合材料の大型構造への適用が拡大している。これらの構造は複雑な形状であり単価が高いため、複合材料構造のより長期の利用を可能とすることは、メンテナンスを含めた製品のトータルコストの削減に大きく寄与する。また一般に、複合材料構造のリサイクルは困難なため、複合材料のより長期にわたる利用が可能となれば、資源の有効利用という観点からも大変有益である。

現在、商用航空機・軍用機などの航空宇宙機器では、主に炭素繊維強化複合材料の積層構造・積層ハニカム構造が採用されている<sup>(1)</sup>。これは、炭素繊維を一方向に並べて樹脂（一般にはエポキシ樹脂）を含浸させたプリプレグと呼ばれる厚さ 0.1~0.2mm 程度のシートを型の上で積層し、オートクレーブにて硬化成型したものである。

航空宇宙機器において複合材料積層構造を採用する最大の利点は、まず、その比強度・比剛性の高さであり、従来材料構造に比べて大幅に軽量化が可能である。さらに、大型一体成形部品であるため、部品点数を大幅に減らすことが可能であり、工程管理の簡略化がはかれる。

ところが、複合材料積層構造の一体成形部品であるが故に、製造から運用にいたるトータルコストが極めて高くつく。その理由は以下の通りである。炭素繊維強化複合材料積層構造の使用期間を決定する支配因子は、損傷による構造の強度低下である<sup>(2)</sup>。航空宇宙機器における主要な損傷の種類を表 1. 1<sup>(3)</sup>に示す。現在では、成形時や運用時に生じる損傷を目視検査やX線探傷法や超音波探傷法などの非破壊検査で発見し、微小な引っ掻き傷を除きどのような小さい損傷であろうとも、補修あるいは部品交換が実施される<sup>(3)(4)</sup>。この補修の可否の判断及び補修方法は、航空機メーカーによって提供されるSRM（Structural Repair Manual）で指定されているが、SRMに示される補修の可否の判断や補修法の指示は、従来材料におけるLBB概念などとは大きく異なり、力学的な観点からの判断ではなく、過剰安全側に実施されているのが現状である。そのため、損傷を発見した場合には、損傷の危険性にかかわらず補修作業、あるいは部品交換が実施される。補修作業は完全な人手による作業であり熟練を必要とし、また多様な設備・工具を必要とするためメンテナンスコストを上昇させる。補修法の例を図 1. 1<sup>(4)</sup>にしめす。また、部品単価が極めて高いため、部品交換は当然のことながら運用コストを押し上げる。これにより、複合材料積層構造では、製造から運用にいたるトータルコストが上昇する。

そのため、損傷を有する複合材料積層構造の補修や交換の必要性が個々の部品について判断可能であれば、部品の補修・交換の回数を減らすことが可能であり、結果として複合材料構造のトータルコストの削減がはかれる。ところが、一体成形複合材料積層構造は不均質材料の積層構造であり、その損傷進展の特徴は、マトリックス割れ・繊維破

断・繊維座屈・層間はく離などの複数の損傷モードが、それぞれ多数のき裂を伴って相互に干渉しあい進展していく点にある。このように従来材料と比較して材料として使用経験に乏しいため、その破壊メカニズムや破壊挙動が十分に明らかにされているとは未だいえない。そのため、損傷を有する部品の構造健全性の評価に、従来の破壊力学の直接的な適用は困難である。また、一体成形積層構造は複雑な形状と複数のボルト穴を有しており、負荷に伴う構造の応力・ひずみの理論解析的な算出は困難であることも考慮すると、有限要素法を用いたシミュレーション手法による構造健全性の評価手法の構築が新たに期待される。これが本研究の第一の意義である（図1. 2(a)参照）。

第二の意義は、設計段階における構造最適化の一部としての損傷許容性評価手法の有用性である。現在、複合材料積層構造の形状および積層構成の決定は、設計者及び製作者の経験に基づくところが極めて多い。そのため、有限要素法に基づく複合材料積層構造の最適設計の研究が盛んに行われている。その強度設計の指針としては、First Ply Failure（最初期破壊を構造の破壊と判定する手法）が一般に用いられている。この判定はあきらかに過剰安全側であるが、それに代わる指針がないのが現状である。そこで、構造最適化に有限要素法に基づく損傷許容性評価シミュレーションを組み込むことが可能となれば、より最適な構造設計が可能になりうる（図1. 2(b)参照）。たとえば、構造が脆性的な破壊を起こすことなく、想定最大荷重においても95%の剛性を維持するというような条件の下に構造最適化を図るだけでも、現在よりもより軽量の構造の製作が可能となることはあきらかである。

そこで、本研究では、有限要素法に基づく複合材料積層板の損傷進展シミュレーション手法の構築を目的として、シミュレーション手法の提案と構築を実施し、損傷を模擬した有孔を有する積層平板の引張による損傷進展の実験結果とシミュレーション結果を比較し、その有効性を明らかにした。

## 1.2 従来の研究及び研究目的

有限要素法に複合材料を組み込む動きは1960年代後半から実施されており、1970年代に入ってから積層平板・積層シェルの研究が活発化した<sup>(5)(6)</sup>。これらの平板・シェル要素の剛性マトリックスの計算には、最初期には古典積層理論が適用されていたが、その後、厚さ方向のせん断を考慮した1次せん断積層理論を適用した要素の研究が進み、1980年代には、現在の汎用有限要素法アプリケーションソフトに採用されている型の積層複合材料シェル要素<sup>(7)</sup>が完成している。また、それ以降も、主に振動分野などでの必要性に応えるべく高次せん断理論やLayer-wise理論にもとづく要素の研究<sup>(8)</sup>が現在まで続いている。

上述のように、汎用有限要素法アプリケーションソフトへの複合材料積層シェル要素の採用により、設計現場における複合材料積層構造の弾性解析・座屈解析・振動解析は

一般化している。それに比べて、従来材料での弾塑性解析・破壊力学解析に相当する、複合材料積層板の逐次損傷進展解析手法は現在に至るまで一般化していない。この理由の一つは、複合材料の複雑な損傷進展のモデル化が困難であることと、そのプログラムへの組み込みが煩雑であるためである。

有限要素法に基づく逐次損傷進展解析の研究は大きく2つに分けられる。ひとつは微視スケールでの複合材料の破壊進展の解析を目的としたもの<sup>(9)~(15)</sup>であり、もうひとつは構造レベルでの複合材料の破壊進展の解析を目的としたもの<sup>(8),(16)~(41)</sup>である。

微視スケールでの破壊進展解析を目的とするものは、強化材と母材といった構成物質スケールからプライ程度までを要素としてモデル化するものであり、擬3次元モデルによる曲げ<sup>(9)</sup>および円筒の横圧縮の解析<sup>(10)</sup>、3次元織物の複合材料の2次元モデルによる強度解析<sup>(11)</sup>、層間はく離進展解析<sup>(12)~(15)</sup>、層間破壊メカニズムの解明<sup>(16)</sup>、微視破壊の不規則過程論的取り扱い<sup>(17)</sup>、単繊維/母材界面相特性の解明<sup>(18)</sup>、織物複合材料の3次元モデルによる損傷進展<sup>(19)</sup>などに重点をおいているものである。必要に応じて様々なモデル化手法が取られており、所望の破壊現象を子細に追うことが可能であるが、必要な計算量が必然的に多くなるため、大規模な構造の損傷進展解析には適していない。

それに対して構造レベルの破壊進展解析は、構造全体を有限要素分割していくものであり、複合材料構造の損傷進展に伴う力学的挙動の変化、たとえば剛性低下や固有振動数変化、の予測に重点をおいているものである。構造健全性の評価手法としてはこちらがより重要である。

構造レベルの破壊進展解析に関する従来の研究は、有孔積層板を対象としたものが多く、金原らが引張負荷による損傷進展解析<sup>(20)</sup>を実施したのを皮切りに、小林らが要素損傷後の弾性率低下手法の検討<sup>(21)</sup>を、Chang and Lessard が圧縮破壊の検討<sup>(22)</sup>を、Chang et al. が要素寸法の影響の検討<sup>(23)</sup>を、Tan が温湿挙動を考慮した破壊進展解析<sup>(24)</sup>を、Tsau and Plunkett が3次元モデルによる損傷進展解析<sup>(25)</sup>を実施している。また、平板を対象に、Reddy et al.<sup>(8)</sup>と Sleight et al.<sup>(26)</sup>が座屈後損傷進展解析を実施している。Chamis et al.は円孔・中央切欠き試験片の引張破壊<sup>(27)</sup>、座屈後損傷解析<sup>(28)~(30)</sup>、温湿挙動<sup>(31)</sup>、圧力容器の損傷進展解析<sup>(32)~(34)</sup>、ボルト継手<sup>(35)</sup>などを、座古・辻上らが複合材料構造の崩壊シミュレーション<sup>(36)(37)</sup>、損傷異方性を考慮した曲げによる損傷進展解析<sup>(38)(39)</sup>を、高野・座古が均質化手法に基づく損傷進展解析<sup>(40)(41)</sup>を実施している。なかでも、NASA Lewis Research Center の Chamis のグループと、大阪大学の座古のグループが精力的に研究を進めている。以下にその研究の詳細を示す。

Chamis et al.は、CODSTRAN (COmposite Durability STRuctural ANalysis) と呼ばれる、複合材料構造の損傷許容性解析コードの開発を実施している。母体となるコードは1978年に開発されているが、実際にさまざまな検討が始まるのは1986年<sup>(27)</sup>以降である。CODSTRANは有限要素法ソルバー(MHOST)と複合材料メカニズム解析(ICAN<sup>(43)</sup>)と、損傷進展解析部の3つの組み合わせからなる。MHOSTは四辺形1次せん断積層シ



エル要素を用いた有限要素法ソルバーであり、ICAN において、古典積層理論を基礎として、複合材料のマイクロメカニズム（温湿挙動と破壊）を考慮した剛性マトリックスを算出し、MHOST にフィードバックする。破壊の判定は最大応力則 ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{23}$ ,  $\sigma_{31}$ )・Jones の修正せん断ひずみエネルギー則、隣接層繊維角の相対変化による（モード III）はく離発生の判定の 3 種である。これらにより各節点において、繊維方向の引張・圧縮破壊、繊維直交方向の引張・圧縮破壊、面内せん断破壊、面外せん断による層内面外せん断破壊、層間はく離が判定される。

破壊判定後の取り扱い、節点周りの要素の剛性を低下させるとともに、その節点のすべての方向の拘束が破壊された後は、その節点を有する辺の要素間結合を分離する。さらに、隣接する 2 節点が上記のように判定された場合には、その 2 節点を有する要素を消去する。このように、Chamis らの研究は、繊維破断の進展による（荷重負担部の逐次消失による）構造の破壊進展に着目している。

Chamis らは、円孔・中央切欠き試験片の引張破壊、座屈後損傷解析、温湿挙動、圧力容器の損傷進展解析、ボルト継手などの CODSTRAN の適用を実施しているが、実験結果との比較は文献 27 における円孔・中央切欠き試験片への適用だけであり、それも破断荷重とせん断破壊の進展の比較のみに終わっている。さらに、その他の解析においては実験結果との比較は全く行われていない。また、層間はく離の判定・評価手法ではモード II が考慮されておらず、あきらかに問題があるうえ、実験結果との比較・検討が全くされていない。

座古らのグループは、古典積層理論に基づく三角形定ひずみ要素および 3 次元異方性ソリッド要素の有限要素法ソルバーを用いた損傷進展シミュレーションを開発し、複合材料構造の崩壊シミュレーション、損傷異方性を考慮した曲げによる損傷進展解析を実施している。破壊の判定は Hofman 則に基づいており、層間はく離は考慮されていない。実験結果との比較は、崩壊シミュレーションにおいて荷重-変位関係を比較する程度にとどまっており、さらに、破壊のマイクロメカニズムはほとんど考慮されていない。さらには近年、より詳細な解析が可能な、均質化手法に基づく損傷進展解析を実施しているが、計算機容量と計算時間を考慮すると、現在のところ、構造全体の解析には適さない。

従来の研究を総括すると、構造健全性の評価を目的とした逐次損傷進展シミュレーションの基本的な枠組みは提案されているが、その実構造への応用に向けての問題点の解決がまだまだ十分でないといえる。それを整理した結果が図 1. 3 である。

まず、損傷進展シミュレーションシステムは、有限要素法ソルバー、層の損傷判定部、損傷を反映した剛性マトリックスの作成部、に分けることができる。第一の有限要素法ソルバーについては十分な精度で計算が可能である。第二の層の損傷判定部は、複合材料の破壊則を適用するわけであるが、損傷進展に及ぼす破壊則の影響を系統的に研究を実施した例はなく、また実験結果との比較にも乏しい。第三の損傷を反映した剛性マト

リックスの作成であるが、Chamis らが温湿挙動を組み込んだ以外には、破壊のマイクロメカニズムの考慮はなく、破壊判定後、一律に弾性係数をステップ状に低下させるものがほとんどである。実際には複合材料のさまざまな破壊マイクロメカニズムに応じて、それらの影響の考慮が必要であると考えられる。

次に、シミュレーション結果に影響を及ぼす諸因子の検討が、特に実験結果との比較の観点からは不十分である。これらの因子として、要素分割、破壊則、弾性係数低下手法が挙げられる。要素分割については、要素寸法については Chang et al. が、弾性係数低下手法については小林らが実施しているが、これらはいずれも実験結果との比較検討が不十分である。

最後に、構造健全性評価を目的とした従来の研究のほとんどすべてが層内破壊のみを考慮したものであり、簡便な層間はく離進展の評価手法の研究は現在までほとんど実施されていない。

そこで、本研究では、構造健全性評価を行うためのシミュレーション手法の構築を目的として、シミュレーション結果に影響を及ぼす諸因子の子細な検討、シミュレーション手法への破壊マイクロメカニズムの組み込み、そして簡便な層間はく離進展評価手法の検討をおこなった。

### 1.3 本論文の構成

本論文は、構造健全性評価目的とした複合材料構造の損傷進展シミュレーション手法の提案と、その有効性の検討を特に実験結果との比較の観点から実施したものであり、以下の6章からなる。

第一章では「緒論」では、従来の研究と本研究の意義・目的について述べた。

第二章「損傷進展シミュレーション結果に及ぼす諸因子の検討」において、複合材料積層板の損傷進展シミュレーション手法の詳細を示し、シミュレーション結果に影響を及ぼす諸因子の検討を、有孔積層板の実験結果と比較して検討した。

第三章「マトリックス割れ損傷のフラクタル性と破壊マイクロメカニズム」において、その損傷進展過程において著しい非線形性を示すマトリックス割れを対象とし、GFRP直交積層板に生じるマトリックス割れ損傷のフラクタル性に着目して、マトリックス割れの破壊マイクロメカニズムの検討を実施した。

第四章「シミュレーションへの破壊マイクロメカニズムの組み込み」において、縦割れ、マトリックス割れ、せん断変形の非線形性、の三種類の破壊マイクロメカニズムの

シミュレーション手法への組み込みを検討し、その有効性を有孔積層板の実験と比較して検討した。

第五章「層間はく離進展シミュレーション」において、第二章で提案した解析手法に組み込める、簡便な層間はく離進展シミュレーション手法を提案し、有孔積層板の実験結果と比較してその有効性を検討した。

第六章「結論」では、以上の各章における本研究の成果をまとめて述べた。

## 参考文献

- (1) 例えば, 戸井, 中村, 日本複合材料学会誌, 23, 1, (1997), 31
- (2) 三木, 福田, 元木, 北條, 複合材料, (1997), 164, 共立出版
- (3) 田草川, 日本複合材料学会誌, 25, 6, (1999), 211
- (4) Armstrong, K.B and Barrett, R.T., *Care and Repair of Advanced Composites*, SAE, PA, (1997)
- (5) Reddy, J.N., *Shock and Vibration Digest*, 13, 12, (1981), 3
- (6) Reddy, J.N., *Shock and Vibration Digest*, 17, 4, (1985), 3
- (7) 例えば, Yunus, S.M. and Kohnke P.C., *Int.J.Numer.Methods.Eng.*, 28, (1989), 2777
- (8) Ochoa, O.O. and Reddy, J.N., *Finite Element Analysis of of Composite Laminates*, Kluwer Academic Publisher, Boston, (1992)
- (9) 西脇, 横山, 前川, 濱田, 森, 日本複合材料学会, 21, 1, (1995), 15
- (10) 西脇, 横山, 前川, 濱田, 森, 日本複合材料学会, 21, 1, (1995), 21
- (11) 長井, 横山, 前川, 日本複合材料学会誌, 22, 1, (1996), 2
- (12) 座古, 辻上, 津村, 材料, 43 (1994), 265
- (13) 神谷, 関根, 山田, 機論, 62, 593, A (1996), 18
- (14) Chen, D.J., Chan, W.S. and Wang, B.P., *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 15, 9, (1996), 944
- (15) Rinderknecht, S. and Kröplin, B., *Computers & Structures*, 64-1-4, (1997), 359
- (16) 荒井, 立石, 足立, 松本, 機論, 64, 627, A (1998), 2686
- (17) 合田, 材料, 47, 5, (1998), 464
- (18) 西藪, 横山, 座古, 材料, 48, 5, (1999), 446
- (19) 上辻, 座古, 48, 9, (1999), 1029
- (20) 金原, 西浦, 竹鼻, 日本複合材料学会誌, 5, 2 (1979), 73
- (21) 小林, 小山, 吉岡, 第 29 回構造強度に関する講演会講演集, (1987), 252
- (22) Chang, K.Y. and Rensard, L.B., *J.Comp.Mater.*, 25 (1991), 2
- (23) Chang, K.Y., Liu, S. and Chang, F.K., *J.Comp.Mater.*, 25 (1991), 274
- (24) Tan, S.G., *J.Comp.Mater.*, 25 (1991), 556
- (25) Tsau, L.R. and Plunkett, R., *Engng.Frac.Mech.*, 45, 4, (1993), 529
- (26) Sleight, D.W., Knight, Jr., N.F. and Wang, J.T., *AIAA*, 1187, (1997), 2257
- (27) Irvin, T.B. and Ginty, C.A., *J.Comp.Mat.*, 20, (1986), 166
- (28) Minnetyan, P.L. and Chamis C.C., *Computers & Structures*, 37, 2, (1990), 175
- (29) Minnetyan, P.L., Chamis, C.C. and Murthy, P.L.N., *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 11, (1992), 413
- (30) Minnetyan, P.L., Rivers, J.M., Chamis, C.C. and Murthy, P.L.N., *Journal of Reinforced*

Plastics and Composites, 14,(1995), 85

- (31) Minnetyan, P.L., Murthy, P.L.N. and Chamis, C.C., International Journal of Damage Mechanics, 1,(1992),60
- (32) Minnetyan, P.L., Chamis, C.C. and Murthy, P.L.N., Journal of Reinforced Plastics and Composites, 11,(1992), 1251
- (33) Minnetyan, P.L. and Chamis, C.C., Journal of Composite Technology & Research, 19,2,(1997), 65
- (34) Gotsis, P.K., Chamis, C.C. and Minnetyan, L., International Journal of Damage Mechanics, 7,(1998),332
- (35) Minnetyan, P.L., Chamis, C.C. and Gotsis, P.K., Journal of Thermoplastic Composite Materials, 11, (1998),231
- (36) 座古,辻上,材料,42,474,(1993),250
- (37) 座古,辻上,材料,44,498,(1995),327
- (38) 座古,辻上,津村,材料,43,486,(1994),265
- (39) 座古,辻上,高野,津村,材料,44,502,(1995),921
- (40) 高野,座古,機論,94,1487,A(1995),589
- (41) 高野,座古,材料,44,505,(1995),1231
- (42) 座古,辻上,材料,39,438,(1990),242
- (43) Murthy, P.L.N and Chamis, C.C., Journal of Composites Technology & Research, 8,1, (1986),8

表 1. 1 航空機複合材料部品の損傷のタイプと検査方法<sup>(3)</sup>

損傷のタイプ	検査方法	
	目視検査	非破壊検査
衝撃による損傷	○	X線/ボンドテスター
雷による損傷	○	X線
エロージョン	○	—
クラック	○	—
変形	○	—
層間はく離	×	(コインタッピング), 超音波探傷, ボンドテスター
デイスボンド	△~×	(コインタッピング), 超音波探傷, ボンドテスター
水の浸入	×	X線, サーモグラフィー
熱による損傷	○	X線, ボンドテスター

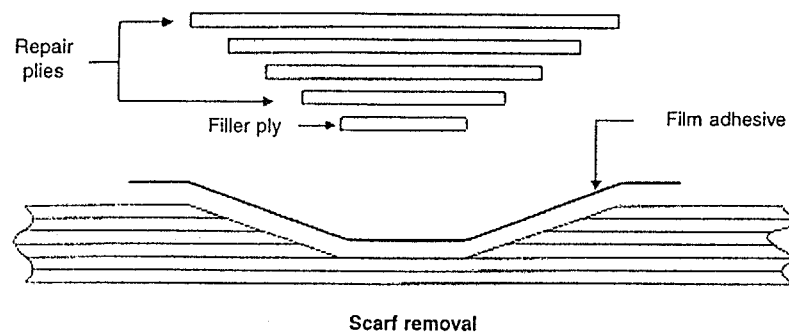
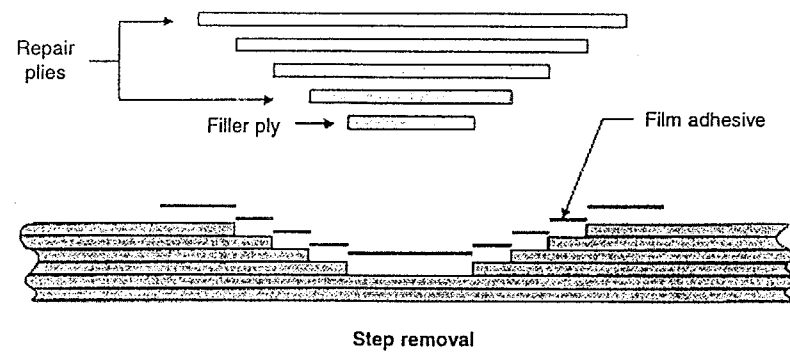
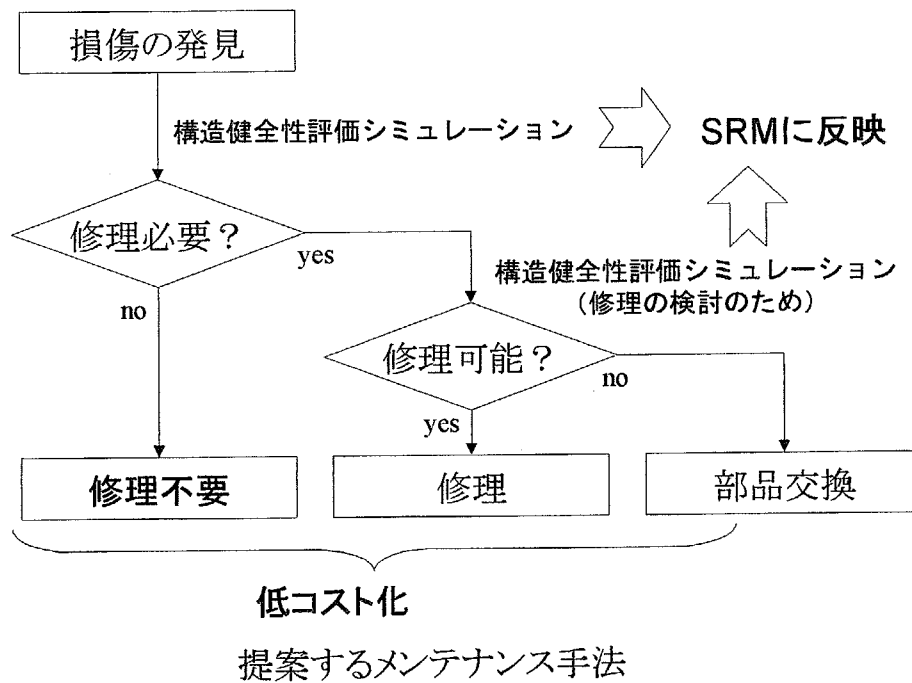
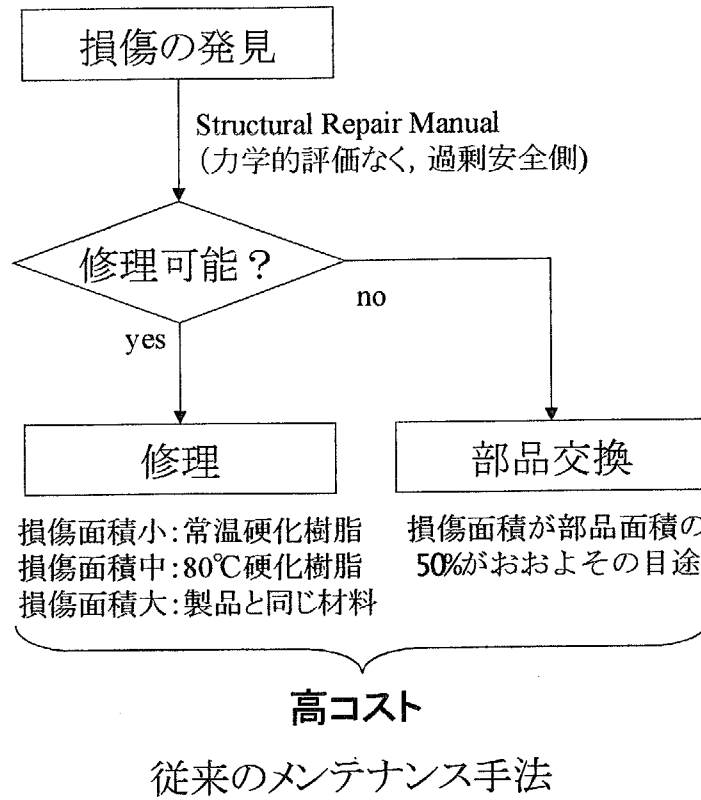
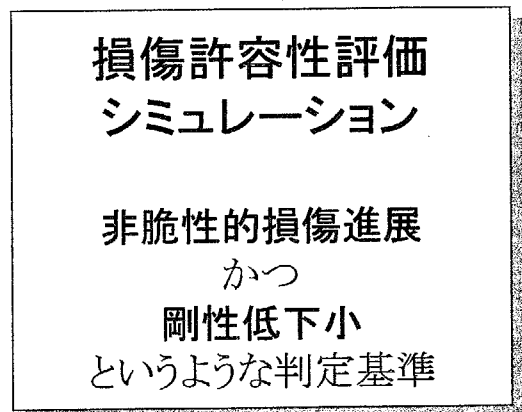
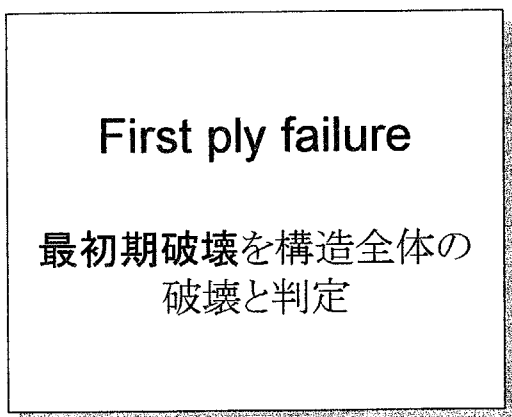


図 1. 1 補修法の例<sup>(4)</sup>



(a) 損傷を有する複合材料積層構造の構造健全性評価

図1. 2 研究の意義



繊維直交方向強度が低いため  
過剰安全側の評価になりがち

従来手法

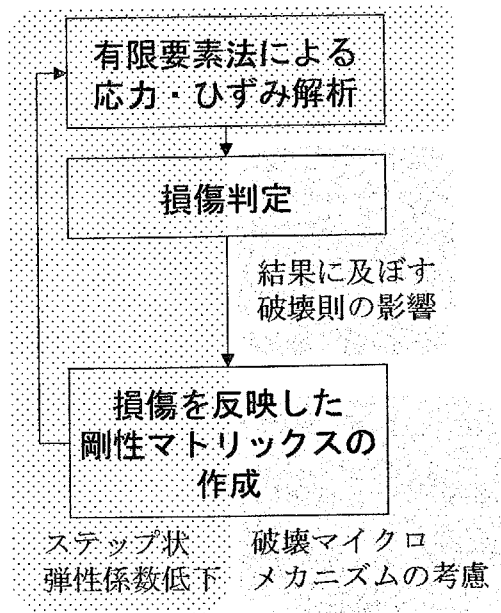
適切な判定基準の設定により、  
より軽量な構造最適化が可能

提案手法

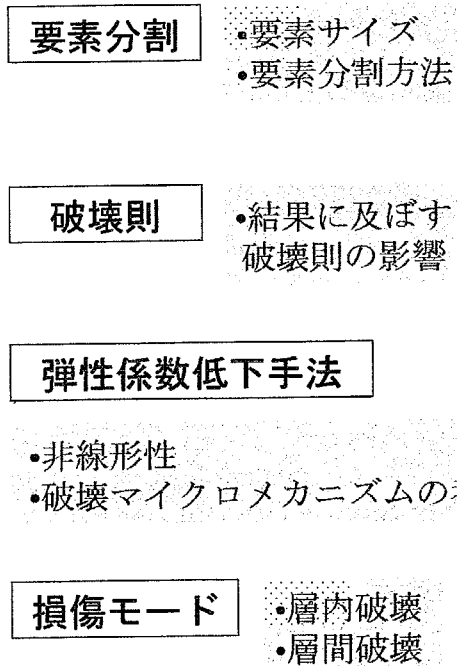
(b) 構造最適化のための損傷許容性評価

図 1. 2 研究の意義





## システム



## 結果に影響を及ぼす諸因子



図1. 3 本研究の目的

## 第二章

損傷進展シミュレーション結果に及ぼす  
諸因子の検討

## 2.1 緒言

第1章で述べたように、複合材料積層構造のより長期にわたる利用を可能とするためには、成形時の初期欠陥や運用時の損傷を非破壊検査で検出した後、その有害性や補修の有用性・必要性を判定する必要がある。このため、この判定に損傷進展過程を確認可能な損傷進展シミュレーション手法が有望視されている。

これにたいし、FRPの損傷進展シミュレーションの研究は既にくつか報告されている<sup>(1)~(6)</sup>。しかしそのほとんどが最終破壊強度の予測を重点にしており、損傷進展過程の詳細に実験と比較検討した研究は少ない。小林ら<sup>(2)</sup>およびF.K.Changら<sup>(5)</sup>は有限要素法のメッシュ分割の影響を比較し、また小林らは損傷評価手法としての弾性係数の低下方法をいくつか検討しているが、いずれも系統的観点からは十分ではない。構造健全性の判定用の損傷進展シミュレーションでは、損傷進展過程(損傷の種類・領域)を正確に模擬する必要があり、従来の損傷進展シミュレーション手法をこれに適用するには、損傷進展過程に及ぼす諸因子を検討する必要がある。そこで本研究では、有限要素法によるFRPの損傷進展シミュレーションの損傷進展過程に重点をおいて、要素分割、破壊則、弾性係数低下手法の影響を評価した。具体的には、各種条件下で損傷進展シミュレーションを実施し、その影響をGFRP一方向有孔積層板(積層構成 $[0_s]_T$ )および直交有孔積層板(積層構成 $[0_2/90_2]_s$ )の引張試験結果と比較・検討した。

## 2.2 損傷進展シミュレーション手法

本研究で実施した損傷進展シミュレーションは、基本的原理は文献(1)~(7)とほぼ同様である。これは、有限要素法を用いて応力解析し、破壊則を用いて各要素の各層で損傷判定を行い、損傷発生が判定された要素中の層で弾性係数を低下させ、応力再配分による他要素への損傷進展をシミュレートするものである。本研究では有限要素解析には三角形定ひずみ要素を用い、ソルバーには座古ら<sup>(7)</sup>と同様にスカイライン法とコレスキー法の併用型を用いた。損傷発生時の弾性係数低下による応力再配分の非線形解析が必要であるが、これには直接反復法<sup>(8)</sup>を用いた。以下に本シミュレーション手法の詳細を示す。

- (1) 解析対象は薄い積層板であり、平面応力状態を仮定する。外力は端部の強制変位荷重であり、積層板中央に円孔がある場合を想定する。対称性を考慮し、1/4面だけを解析する。
- (2) FRPの損傷は、マトリックス割れ(引張、せん断)繊維破断だけであり、層間はく離は考慮しない。なお、本研究では損傷のマイクロメカニズムは無視し、繊維/樹脂界面のはく離を弾性係数低下の観点からはマトリックス割れと同一とした。

- (3) 古典積層理論に基づき各要素の弾性マトリックスを解析する。面内変形だけを解析するので、積層順序は重要でなく、繊維方向の含有率だけが重要となる。損傷発生後も層間はく離は生じないと仮定して、損傷層と未損傷層との積層板として古典積層理論で各要素の弾性マトリックスを解析した。
- (4) 解析結果の各要素のひずみから古典積層理論を用いて各層の応力を解析し、破壊則に基づいて損傷の発生の判定を行い、損傷モードを決定した。
- (5) 損傷要素の選択は山田の方法<sup>(9)</sup> ( $r_{\min}$ 法)で行う。つまり、初めは最大負荷まで弾性的に負荷し、応力解析を実施する。解析後、最も低い負荷で損傷が発生する要素を一つだけ選択し、その負荷まで解析上強制的に除荷する。損傷要素の弾性係数を低下させて、応力再配分を解析する。応力再配分によって損傷が他要素に拡大する場合、破壊則で最も損傷が容易に発生する要素順に弾性係数を低下させる。応力再配分で損傷が発生する要素がなくなると、再び最大負荷まで弾性的に負荷し、この操作を繰り返す。
- (6) 要素の破壊判定には破壊則を用いる。破壊則の影響を検討するため、本研究では(A)Tsai-Hill, (B)最大応力, (C)最大ひずみの三種類の破壊則を用いて解析し、比較を行った。先に述べたように、本研究の損傷モードはマトリックス割れと繊維破断の2種である。最大応力則と最大ひずみ則では、例えば繊維破断は繊維方向の破断強度あるいは破断ひずみなどで判定するため、容易に損傷モードが決定できる。これに対してTsai-Hill則では、損傷モードは決定できない。そこで、本研究ではTsai-Hill則で損傷が判定された場合、さらに繊維方向応力 $\sigma_L$ が繊維方向引張強度 $F_{LT}$ 以上であれば繊維破断と判定し、それ以外はマトリックス割れと判定した。つまり、Tsai-Hill則ではマトリックス割れにだけ多軸応力の影響を考慮した。
- (7) 損傷判定後の要素の弾性係数は各損傷モードに応じて低下させた。マトリックス割れは繊維方向の弾性係数 $E_L$ には影響を及ぼさず、繊維直角方向の弾性係数 $E_T$ 、せん断弾性係数 $G_{LT}$ 、ポアソン比 $\nu_{LT}$ だけ低下させる。従ってポアソン比も同様である。繊維破断時には全ての方位の弾性係数を低下させる。弾性係数の低下手法として、本研究では以下の3種類を検討した。

(i) 損傷発生直後に弾性係数を一定値まで低下させる手法

[マトリックス割れ]

$$E_T^* = \frac{E_T}{100}, G_{LT}^* = \frac{G_{LT}}{100}, \nu_{LT}^* = 0$$

[繊維破断]

$$E_L^* = \frac{E_L}{100}, E_T^* = \frac{E_T}{100}, G_{LT}^* = \frac{G_{LT}}{100}, \nu_{LT}^* = 0$$

ここで、上付き\*印は損傷後の弾性係数を意味する。

(ii) 損傷発生後、ひずみに対して線形に弾性係数を低下させる手法

[マトリックス割れ]

$$E_T^* = \xi \frac{E_T}{100}, G_{LT}^* = \xi \frac{G_{LT}}{100}, \nu_{LT}^* = 0$$

[繊維破断]

$$E_L^* = \eta \frac{E_L}{100}, E_T^* = \xi \frac{E_T}{100}, G_{LT}^* = \xi \frac{G_{LT}}{100}, \nu_{LT}^* = 0$$

ここで、 $\xi, \eta$ は次式で与えられる。

$$\xi = \frac{1 - \{(\varepsilon_T - \varepsilon_{Tf}) + (|\gamma_{LT}| - |\gamma_{LTf}|)\}}{S}$$

$$\eta = \frac{1 - (\varepsilon_L - \varepsilon_{Lf})}{S}$$

ただし、 $\varepsilon_{Lf}, \varepsilon_{Tf}, \gamma_{LTf}$ は損傷発生判定時のひずみであり、 $S$ は一定値である。

(iii) 要素面積に反比例して弾性係数を低下させる手法

上記(ii)の手法で $S$ を要素面積 $A$ に比例させる。

なお、(ii)および(iii)での弾性係数の下限界は(i)と同様に初期値の1/100とした。ここで、荷重負担を請け負わないという意味では、損傷発生後、弾性係数を0にするのが望ましいが、FEMの計算の都合上0にはできないので、1/100とした。

### 2.3 損傷進展シミュレーション手法の検討

前節で示した損傷進展シミュレーションを用いて、CFRP有孔積層板の損傷進展シミュレーションに及ぼす要素分割、破壊則、弾性係数低下法の検討を行った。要素分割は4種の要素分割でシミュレーションを実施した。破壊則と弾性係数低下法の検討は、前述のようにそれぞれ3種づつの方法でシミュレーションを実施した。

損傷進展シミュレーションに用いたCFRPの材料定数を表2.1に示す。解析対象は長さ30mm×幅15mm×厚さ2mmの0°積層板(積層構成[0<sub>s</sub>]<sub>T</sub>)の中央に直径6mmの円孔がある0°有孔積層板である。対称性からその1/4を要素分割した。負荷外力は試験片上端部で強制変位を負荷した。

さらにGFRP有孔積層板の引張試験を実施し、実験結果と定性的に比較・検討した。ただし、損傷進展シミュレーションには全ての力学的特性値(弾性係数、強度)が必要であるので、文献等により入手が容易なCFRPを用いた。比較のための実験には、表2.1と完全に同一特性のCFRPが入手困難であること、最終破壊強度よりもむしろマトリックスの損傷過程に重点をおいていること、マトリックス割れの観察が容易であるなどの理由から一方向GFRPプリプレグ積層板を用いた。

表中、 $F$  は破壊強度、 $\varepsilon$  は破断ひずみであり、添字の L は繊維方向、T は繊維垂直方向、LT はせん断、t は引張、c は圧縮を示す。

### 2.3.1 試験片，実験手法および実験結果

供試材には化成ファイバーライト製の一方方向 GFRP プリプレグ：HyE-9134B (S-2Glass/Epoxy： $E_L=52\text{GPa}$ ， $\sigma_L=1.2\text{GPa}$ ) を積層構成 $[0_8]_T$ で $170^\circ\text{C}$ ，2時間オートクレーブ成形した $0^\circ$ 積層板を用いた。この $0^\circ$ 積層板から長さ $130\text{mm}$ ×幅 $30\text{mm}$ ×厚さ $1\text{mm}$ の短冊型積層板を作成し，試験片中央に直径 $6.4\text{mm}$ の円孔をダイヤモンドドリルで加工した。この試験片上下端部に厚さ $2\text{mm}$ のアルミニウム合金製タブをエポキシ系接着剤で接着し，つかみ部を作成した。引張試験にはMTS製電気油圧式サーボ試験機を用い，治具には島津製油圧チャックを用いて変位制御（引張速度 $0.3\text{mm}/\text{min}$ ）で試験を実施した。GFRP試験片は半透明で，内部損傷も外部からの観察が可能なので，試験中に $8\text{mm}$ ビデオで損傷過程を記録観察した。

引張試験で得られた荷重 $P$ －荷重点変位 $\delta$ 関係を図2.1に示す。負荷後しばらくすると，円孔縁から片側ずつ縦割れが発生する（図中A部）。縦割れはすぐに両側に発生し（図中B部），縦割れが急速にタブに達する過程で，急激な荷重低下が生じる（図中C部）。縦割れ発生後の試験片を図2.2に示す。縦割れ発生時に円孔縁近傍での繊維破断は認められなかった。

### 2.3.2 要素分割の検討

4種の要素分割で損傷進展シミュレーションを実施し，要素分割法が損傷進展シミュレーション結果に及ぼす影響を検討した。その結果を図2.3～図2.6に示す。図2.3では円孔近傍を特に細かく分割し，荷重端付近は粗く分割した。要素数は687，節点数は344である。図2.4では解析領域全域をほぼ同一形状・同一面積の要素で分割した。要素数は844，節点数は466である。図2.5は円孔中心から放射状に要素分割した。要素数は167，節点数は104である。図2.6は荷重端近傍を除き図2.3と同様だが，要素が大きい場合である。ただし，粗く分割した荷重端近傍も繊維と垂直方向の要素幅は変化しないように分割した。要素数は344，節点数は199である。図でそれぞれ(a), (b), (c)の順に負荷が増大している。ここで縦線が引かれている要素はマトリックス割れであり，黒塗り要素は繊維破断を表している。なお，ここでは破壊則としてTsai-Hill則を用い，破壊要素の弾性係数は(i)の手法を用いて破壊後ただちに $1/100$ に低下させた。

図2.3の要素分割の場合，要素面積が急激に大きくなる位置で，せん断によるマトリックス割れが一時停止している。この結果から，マトリックス割れ進行方向の要素面

積，特にマトリックス割れに対する幅（繊維垂直方向の要素幅）が大きくなるとマトリックス割れ先端のせん断応力集中の効果が平均化され減少すると考えられる．応力集中部だけ要素を細分割してもシミュレーション結果の向上には直結しないことがわかる．

図 2. 5 の放射状の要素分割の場合にはマトリックス割れがわずかに進展した後，繊維破断に移行している．損傷は要素の辺を共有する隣接要素に進展しやすいので，円孔の放射線方向に損傷が進展し，損傷領域先端部がせん断応力集中の生じている円孔縁上部から離れたことが原因と考えられる．実際の損傷進展方向（繊維方向）と要素配列が一致しない場合には不適切な結果が得られる可能性がある．

図 2. 4，図 2. 6 の要素分割ではマトリックス割れ損傷進展過程が実験結果と良く一致しており，損傷進展は要素分割の大きさによる影響が少ないことがわかる．また，いずれの要素分割の場合も初めに円孔縁で繊維破断を生じており，実験結果と異なる．これはせん断応力集中は引張の応力集中に比較して局所的であり，要素大きさによるせん断応力集中の過小評価が原因と考えられる．

以上から，損傷進展シミュレーションで良好な結果を得るためには，要素配列と損傷進展方向とが一致，もしくは互いのなす角を小さくするようにして同一形状・同一面積の要素を用いて解析領域全域を分割する必要がある．ここで損傷進展方向が予測できない場合，後者の条件を最もよく満たすのは隣接する要素配列が互いに  $45^\circ$  をなす図 2. 4 に示す要素分割であると判断される．

### 2.3.3 破壊則の検討

破壊則を前述の(A)Tsai-Hill，(B)最大応力，(C)最大ひずみの 3 種でシミュレーションを実施した結果をそれぞれ図 2. 4，図 2. 7，図 2. 8 に示す．シミュレーションでは 3.3.2 節の結論から図 2. 4 の要素分割を用い，損傷発生後の弾性係数低下は手法 1) を用いた．前述のように Tsai-Hill 則を用いた場合は実験結果とほぼ一致する．最大応力則，最大ひずみ則を用いた場合，初期に繊維方向にマトリックス割れが進展するのは Tsai-Hill 則の場合と同じだが，その後繊維破断が進行するとその先端でマトリックス割れが繊維方向に進み，マトリックス割れが停止すると繊維破断が進展するという挙動を繰り返す（図 2. 7 (b)，図 2. 8 (b)参照）．これは，最大応力，最大ひずみの破壊則では多軸応力効果を見逃していることが原因だと考えられる．以上の事から，多軸応力効果を評価できる Tsai-Hill 則を用いると，損傷進展の傾向をほぼ正確に評価できることがわかる．

### 2.3.4 弾性係数低下手法の検討

弾性係数変更法を(i)，(ii)，(iii)の 3 種で解析した結果をそれぞれ図 2. 4，図 2. 9，

図 2. 10 に示す。ここで、3.3.3 節の結果から破壊則は Tsai-Hill 則を用いた。

手法(ii)は損傷発生後のひずみの増加分に比例して弾性係数を低下させる手法であり、実際のマトリックス割れ損傷による弾性係数低下を損傷力学的に近似している。図 2. 4 と図 2. 9 を比較すると結果はほぼ同じであり、弾性係数変更方法の違いによる大きな差異は認められない。

手法(iii)の場合には手法(ii)に加えて要素面積差を考慮したものであり、その影響を評価するために、シミュレーション結果に要素分割の影響が見られた図 2. 5 の要素分割を用いた。手法(iii)を用いた場合には図 2. 5 の場合と異なり、要素面積が変化する領域でのマトリックス割れの破損領域の拡大が発生せず、実験結果とほぼ一致する傾向を示している。要素分割の際に面積差のある場合には、弾性率低下変更方法として手法(iii)を用いると解析結果がある程度改善される。

## 2.4 多方向強化積層板への適用

前述の結論から、図 2. 3 の要素分割、破壊則は Tsai-Hill 則、弾性係数変更方法に手法(i)を用いて $[0_2/90_2]_s$  積層板の損傷進展をシミュレートし、実験結果と定性的に比較して本研究の損傷進展シミュレーションの有効性を検討した。解析に用いた材料定数・解析領域および実験に用いた試験片材料・寸法、実験方法は  $0^\circ$  積層板の場合と同じである。

実験結果を図 2. 11 に示す。(a), (b), (c), (d)の順に負荷が増大している。損傷は初めに  $90^\circ$  層に円孔縁からマトリックス割れが発生する(図 2. 11(a))。荷重増加に伴い、応力集中部を中心としてマトリックス割れ損傷の領域は広がる。これと平行して  $0^\circ$  層の円孔縁に縦割れが発生する(図 2. 11(b))。さらに荷重を増加させると、円孔上下を除く試験片全域にマトリックス割れ損傷の領域が拡大する。縦割れは安定的に進展し、その後縦割れを起点として  $0^\circ/90^\circ$  界面に層間はく離が発生する(図 2. 11(c))。この後、縦割れはさらに進展し、縦割れを起点として  $0^\circ/90^\circ$  界面のリガメント側に層間はく離が拡大する(図 2. 11(d))。

損傷進展シミュレーション結果を図 2. 12 に示す。左が  $0^\circ$  層、右が  $90^\circ$  層の損傷の様子であり、(a), (b), (c)の順に負荷が増大している。図 2. 12(a)で  $0^\circ$  層で繊維破断が進展し、 $90^\circ$  層で  $0^\circ$  層と同じ領域にマトリックス割れが生じた後、円孔縁からマトリックス割れが進展している。負荷を増大させた図 2. 12(b)で  $0^\circ$  層は変化がなく、 $90^\circ$  層はマトリックス割れ損傷領域が拡大している。さらに図 2. 12(c)で  $90^\circ$  層はリガメント部全域にマトリックス割れ損傷領域が広がり、 $0^\circ$  層で繊維破断が生じた。

実験結果と解析結果を比較するとマトリックス割れ損傷進展の傾向はほぼ同様である。層間はく離の発生は本研究の損傷進展シミュレーションでは解析できないが、多方向強化積層板の場合、 $90^\circ$  層のマトリックス割れは負荷の増加に伴いその密度が増加している。また、損傷進展シミュレーションでは  $90^\circ$  層中のマトリックス割れに飛び地が



生じているが、実際には円孔周囲で発生したマトリックス割れはただちに試験片側面に達しており、実際の傾向と異なる。これらは、さらに複雑な形状、積層構成の部材の損傷進展シミュレーションを実施した場合に従来の方法では十分な結果が得られない可能性が否定できない。これらの結果は、FRPのさまざまな破壊モードのマイクロメカニズムに基づいた損傷進展手法を考案する必要があることを示唆している。

## 2.5 結言

以上 FRP の有限要素法による FRP の損傷進展シミュレーションに及ぼす諸因子を検討するため、損傷進展過程に重点をおいて要素分割、破壊則、弾性係数低下手法の影響を評価した。得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 三角形要素を用いた損傷進展シミュレーションでは、微小な直角二等辺三角形要素を用いて、積層板内で最も含有率の高い層の繊維方向に垂直にかつ均一に分割するのが適当である。
- (2) 破壊則は多軸応力効果を評価できる Tsai-Hill 則が適当である。
- (3) 弾性係数の変更方法を損傷発生と同時にほぼ 0 と近似しても、損傷進展傾向は実験結果とほぼ一致する。しかし、き裂密度変化などの詳細な情報はマトリックス割れのマイクロメカニズムに基づいた損傷進展シミュレーションが必要である。

## 参考文献

- (1) 金原,西浦,竹鼻,日本複合材料学会誌,5,2(1979),73
- (2) 小林,小山,吉岡,第 29 回構造強度に関する講演会講演集,(1987),252
- (3) 座古,辻上,津村,材料,43(1994),265
- (4) 神谷,関根,機論,89-750,A(1990),930
- (5) Chang, K.Y., Liu, S. and Chang, F.K., J.Comp.Mater.,25(1991),274
- (6) Tan, S.C., J.Comp.Mater.,25(1991),556
- (7) 座古,数値複合材料力学,(1989),養賢堂, 46
- (8) Owen, D.R.J. and Hinton, E.,塑性の有限要素法,(1988),科学技術出版, 20
- (9) 三好,白鳥,座古,坂田,有限要素法,(1976),実教出版株式会社, 39

表 2. 1 T300/Epoxy の材料定数

	$E_L$	$E_T$	$G_{LT}$	$\nu_{LT}$	
GPa	1.25	0.082	0.044	0.32	
	$F_{Lt}$	$F_{Lc}$	$F_{Tt}$	$F_{Tc}$	$F_{LT}$
MPa	1280	801	54.2	145	83.5
	$\varepsilon_{Lt}$	$\varepsilon_{Tt}$	$\gamma_{LT}$		
%	1.03	0.66	1.89		

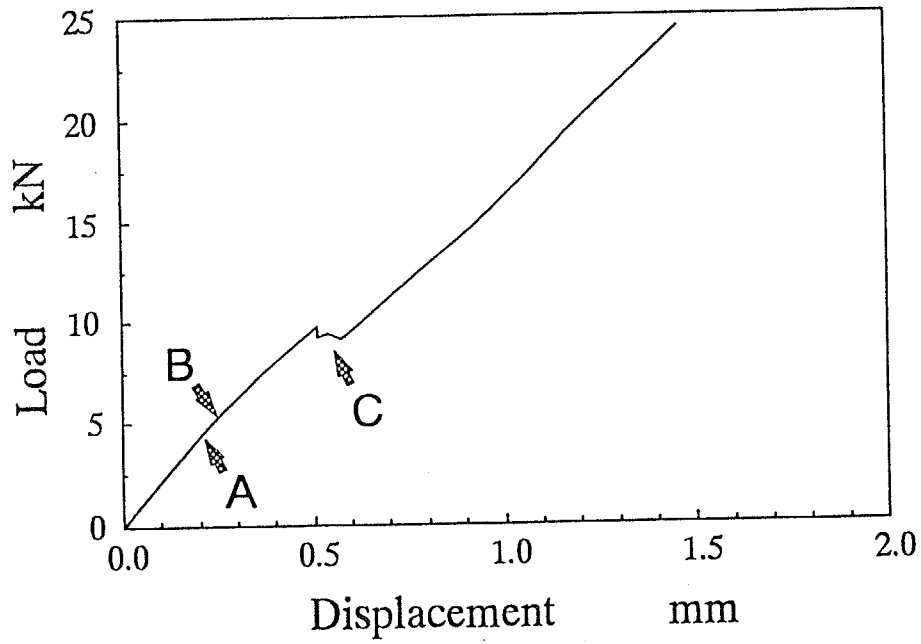


図 2. 1 荷重-変位関係 ( $[0_8]_T$  有孔積層板)

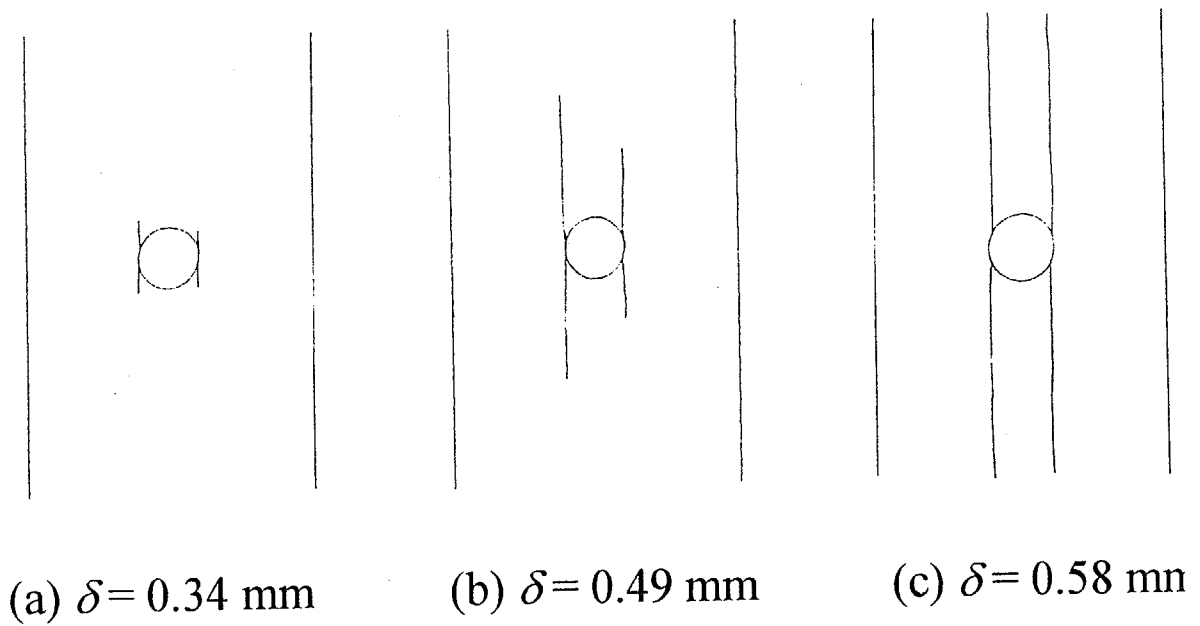


図 2. 2 円孔縁応力集中部からの縦割れ進展

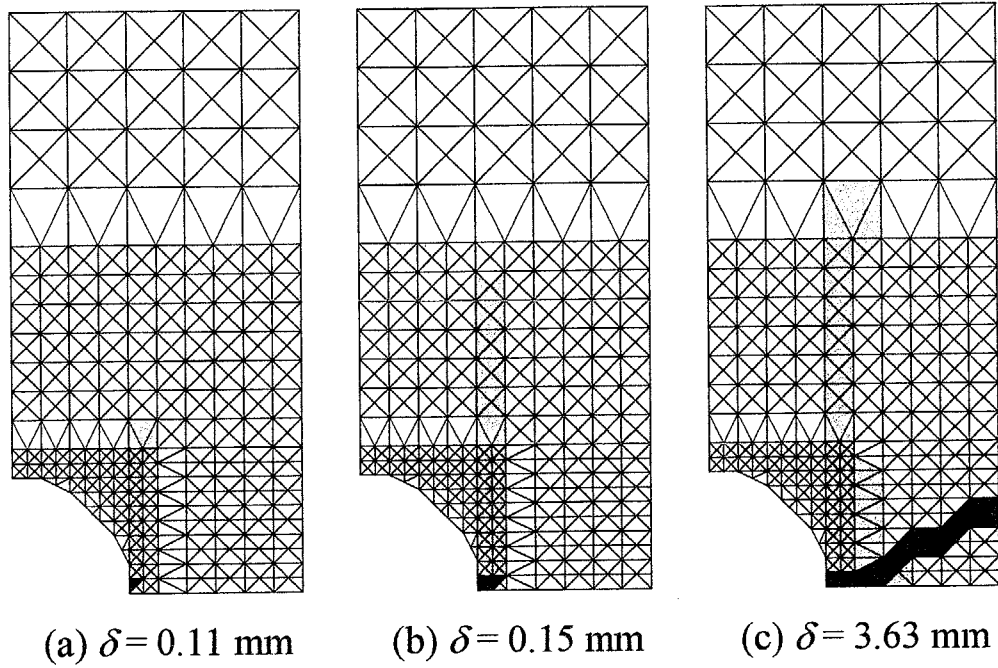


図 2. 3 要素分割の影響 (円孔縁を細かく)

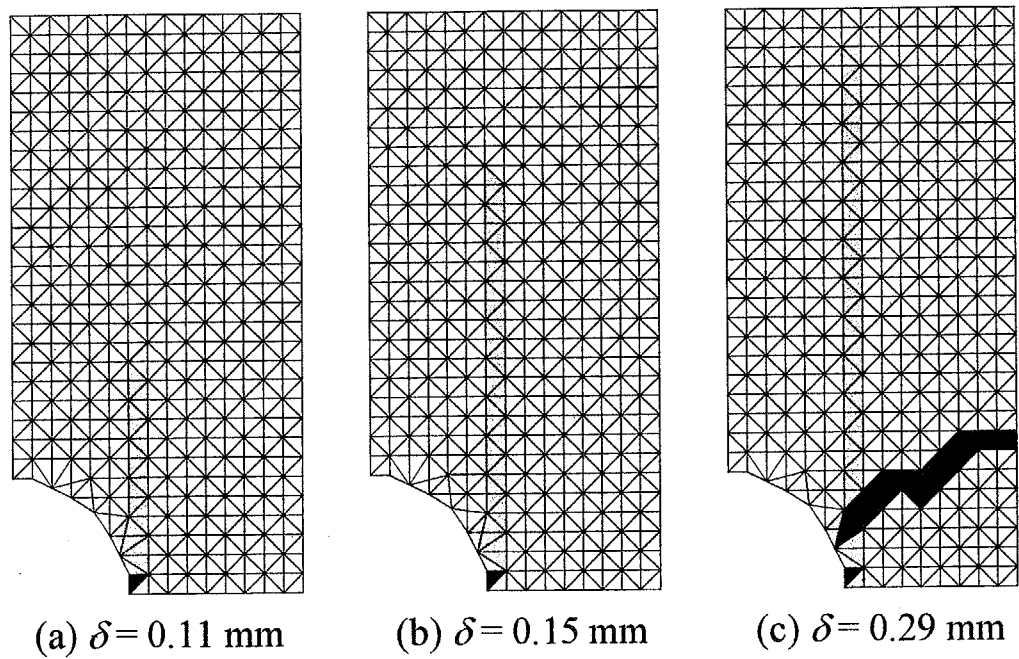
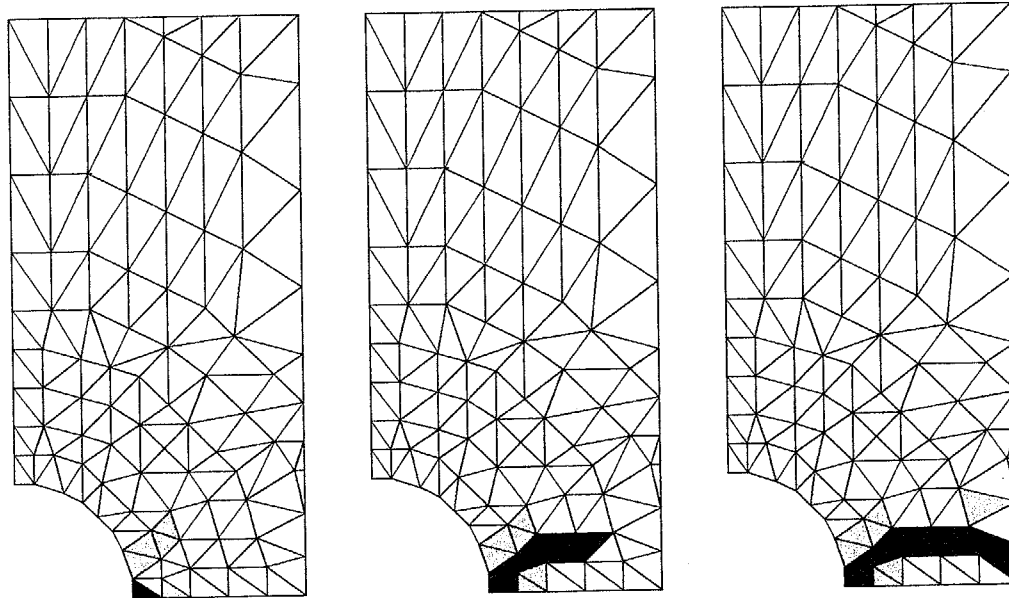
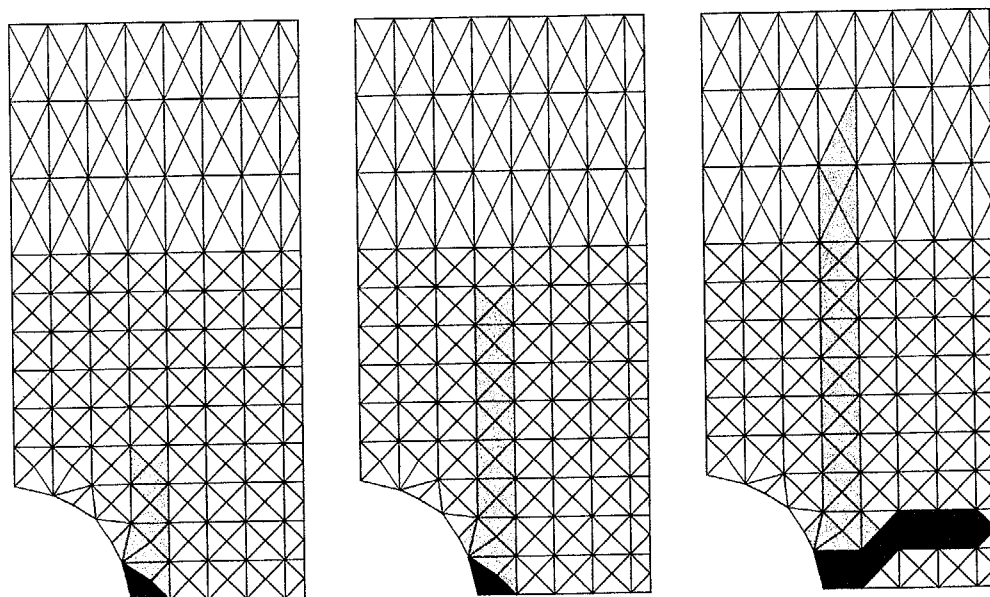


図 2. 4 要素分割の影響 (同一形状・面積)



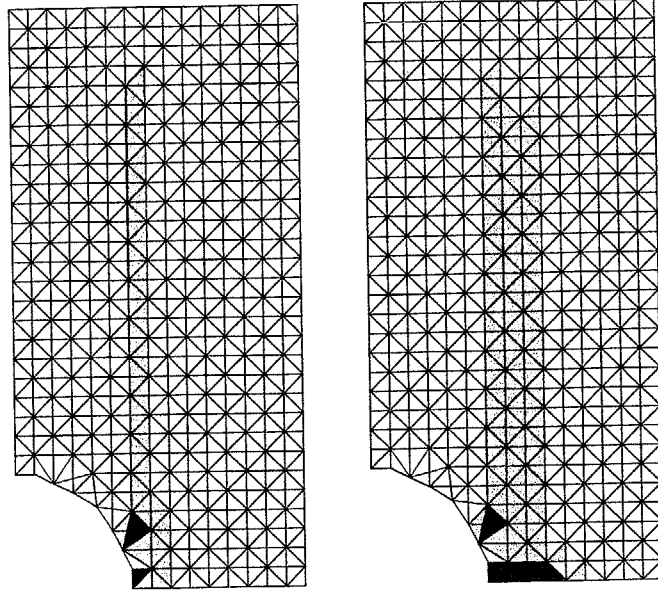
(a)  $\delta = 0.10 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.13 \text{ mm}$       (c)  $\delta = 0.16 \text{ mm}$

図 2. 5 要素分割の影響 (放射状)



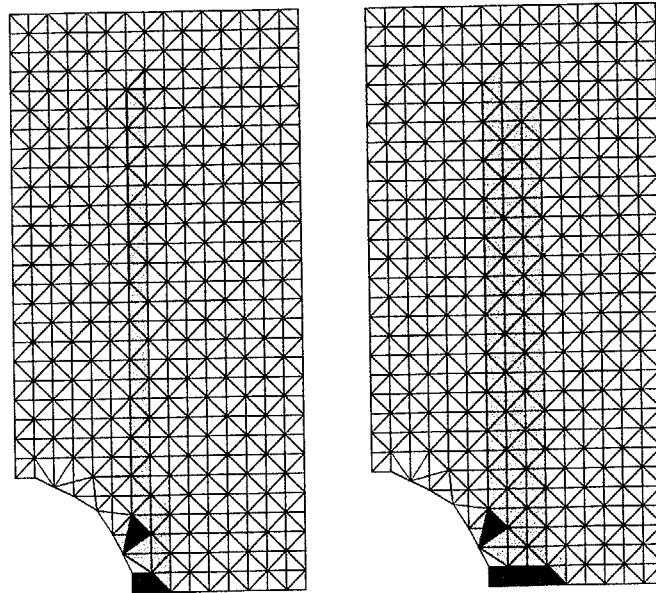
(a)  $\delta = 0.13 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.15 \text{ mm}$       (c)  $\delta = 0.23 \text{ mm}$

図 2. 6 要素分割の影響 (粗く)



(a)  $\delta = 0.25 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.29 \text{ mm}$

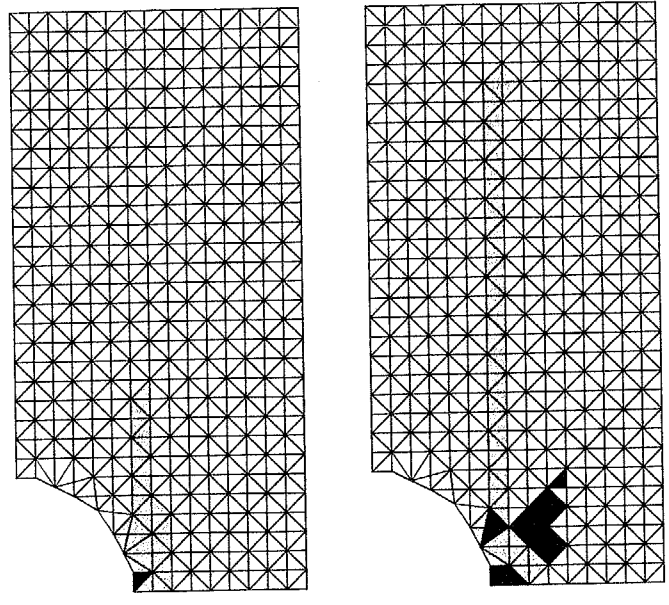
図 2. 7 破壊則の影響 (最大応力)



(a)  $\delta = 0.25 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.29 \text{ mm}$

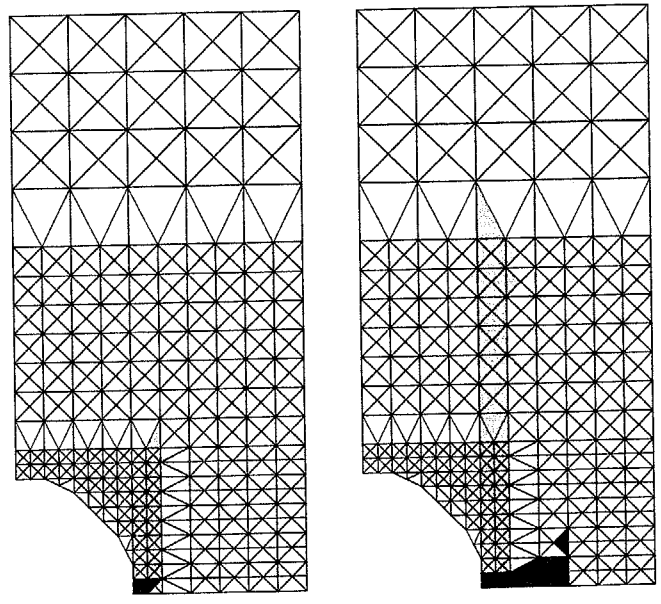
図 2. 8 破壊則の影響 (最大ひずみ)





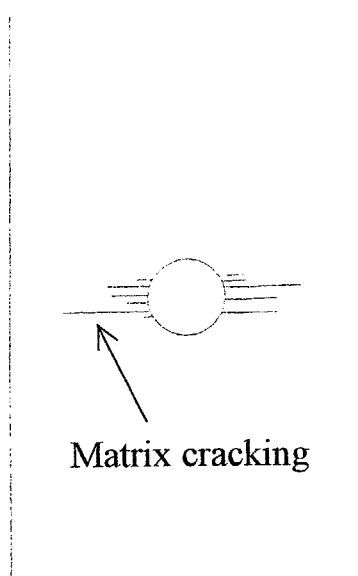
(a)  $\delta = 0.25 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.29 \text{ mm}$

図 2. 9 弾性係数低下法の影響 (ひずみ増分に比例)

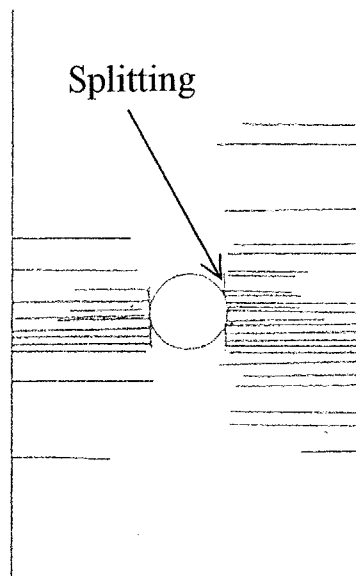


(a)  $\delta = 0.10 \text{ mm}$       (b)  $\delta = 0.24 \text{ mm}$

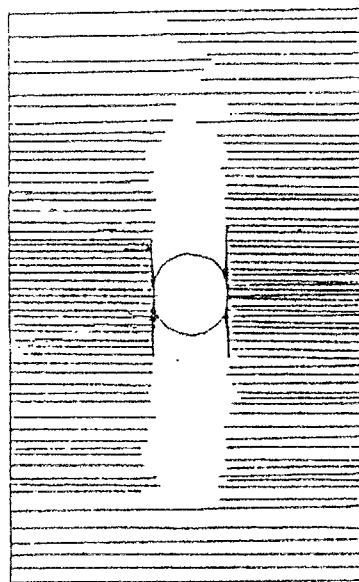
図 2. 10 弾性係数低下法の影響 (要素面積差を考慮)



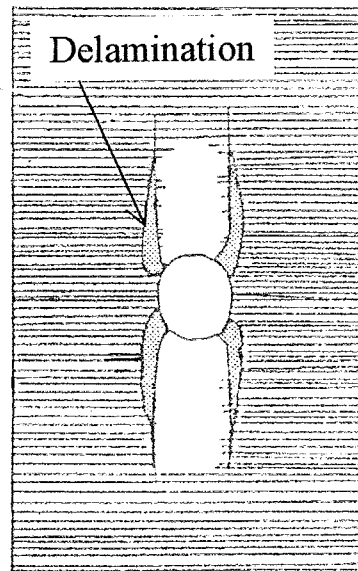
(a)  $\delta = 0.28$  mm



(b)  $\delta = 0.40$  mm

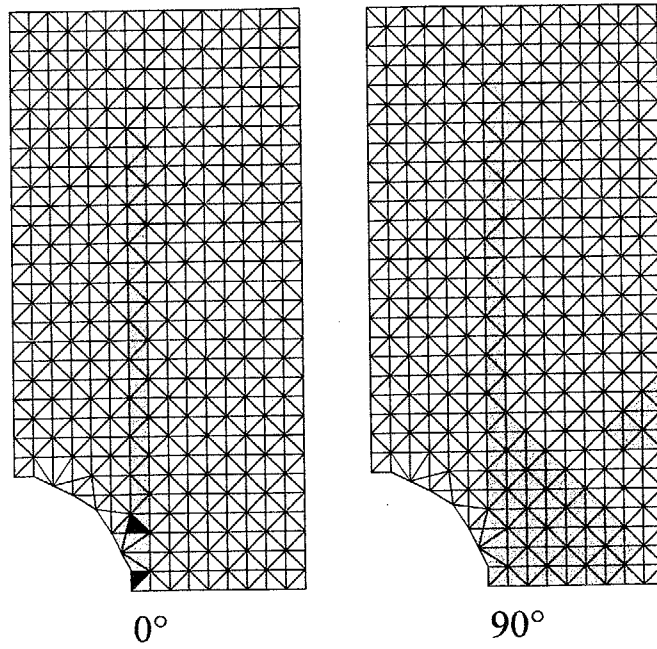


(c)  $\delta = 0.50$  mm

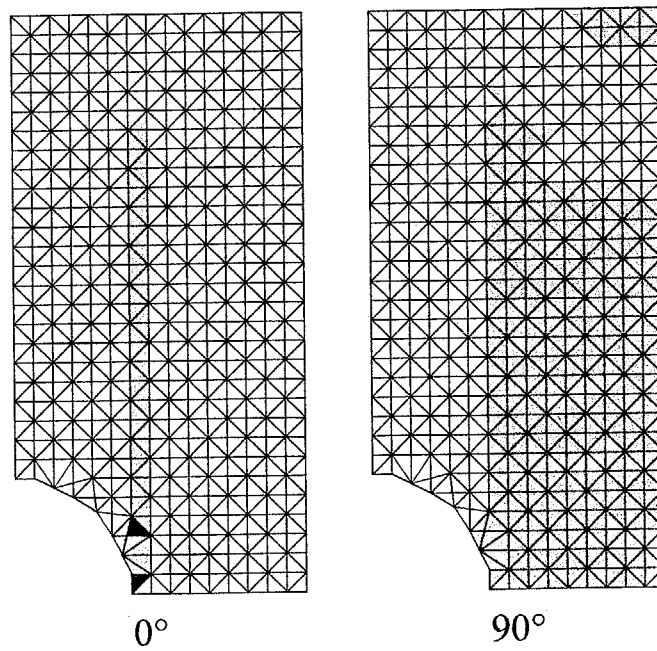


(d)  $\delta = 1.00$  mm

図 2. 1 1  $[0_2/90_2]_s$  有孔積層板の損傷進展(実験)

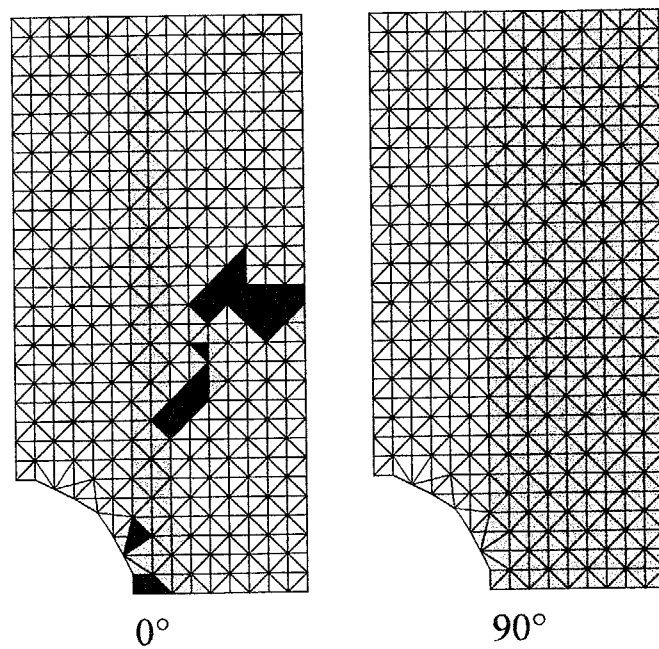


(a)  $\delta = 0.20$  mm



(b)  $\delta = 0.21$  mm

図 2. 1 2  $[0_2/90_2]_s$  有孔積層板の損傷進展(解析)



0°

90°

(c)  $\delta = 0.86 \text{ mm}$

図 2. 1 2  $[0_2/90_2]_s$  有孔積層板の損傷進展(解析)

## 第三章

# マトリックス割れ損傷のフラクタル性と 破壊マイクロメカニズム

### 3.1 緒言

第2章において、損傷進展シミュレーション手法を提案し、シミュレーション結果に影響を及ぼす諸因子について検討したが、破壊のマイクロメカニズムについては考慮していない。FRPの破壊マイクロメカニズムは複雑だが、なかでもマトリックス割れは損傷初期に発生し、マトリックス割れの増加によって非線形な剛性低下をもたらす、また層間はく離の起点となる重要な損傷である。このため、マトリックス割れを扱う実験や解析が近年盛んに実施されている<sup>(1)~(11)</sup>。これは解析的にはシェアラグモデル<sup>(2)</sup>や変分モデル<sup>(3)</sup>などにに基づき評価されてきた。しかし、これらのモデルでは、損傷発生の起点に関する研究背景が少ない。このため、混合モード負荷や繰返し荷重による疲労、熱疲労、多層積層、円孔縁からのマトリックス縦割れの影響などへの拡張が困難などの問題点を有している。

そこで本研究では、一方向GFRPの直交積層板の90°層マトリックス割れ(図3.1参照)に着目して、潜在微小欠陥(初期欠陥)の位置および寸法の分布を実験的に検討した。この実験結果に基づいて初期欠陥位置、寸法分布をモデル化した。このモデルに基づき、損傷力学を用いてマトリックス割れの影響を評価する手法を提案し、評価・検討した。具体的には、GFRP直交積層板の引張試験時にレプリカ法によりマトリックス割れをその場観察し、その発生位置、密度の関係を実験的に求めた。さらに、近年複雑な図形を非整数次元を用いてその特徴をとらえるフラクタル<sup>(12)</sup>が注目されているが、本研究では、マトリックス割れ発生位置および初期欠陥寸法分布についてフラクタル解析し、その分布のフラクタル性を実験的に検討した。この実験結果に基づき、フラクタルモデルを構築し、解析的検討を行った。

### 3.2 試験片及び実験手法

FRPマトリックス割れの観察には東燃製のGFRP:E-Glass/Epoxy(プリプレグFRP-1-041: $E_L=38.2\text{GPa}$ ,  $E_T=9.6\text{GPa}$ ,  $\sigma_L=1.03\text{GPa}$ ,  $\sigma_T=64\text{MPa}$ )を積層構成 $[0/90_4]_s$ で130°C×2hrオートクレーブ成形した板から作成した短冊型試験片(長さ250mm×幅15mm×厚さ約1.3mm)を用いた。この平板を電気油圧式サーボ試験機で変位制御で引張試験した(引張速度0.3mm/min)。負荷途中で変位を保持し、試験片側面の40mmの領域でレプリカを作成し、各負荷段階におけるマトリックス割れ発生をこのレプリカから観察した。

### 3.3 マトリックス割れ実験結果

マトリックス割れは、Highsmithらの実験<sup>(2)</sup>でも明らかなように、初期には90°層内を厚さ・幅方向に貫通する直線き裂が発生し、これは荷重増加に伴い増加するが、ある値で飽和する。この飽和状態はCDS(Characteristic damage Stage)として知られている<sup>(2)</sup>、<sup>(7)</sup>、<sup>(9)</sup>。CDS状態の前後から、0°層と90°層の界面近傍を起点としてマトリックス中あ

るいは直線き裂に向かって進展する斜行き裂が多く発生するようになる<sup>(8)</sup>。この斜行き裂は、直線き裂と異なり、厚さ・幅方向に貫通することは少ない(図3.2参照)。

そこで本研究では、まずマトリックス割れの定義を検討するため、直線き裂だけを数えたき裂密度と、斜行き裂も含めて(未貫通き裂も含めて)数えたき裂密度をレプリカから実測した。その結果を図3.3に示す。図において、横軸は負荷応力(荷重を断面積で除した平均応力)、縦軸はき裂密度 $c_d$ (1/m)である。図から直線き裂だけの場合(○印)、50MPa程度で発生後、80MPa程度でき裂密度が飽和しており、CDS状態になっているのに対して、斜行き裂も含めた場合(●印)には負荷応力の増大に伴って単調に増大している。実測した荷重 $P$ -荷重点変位 $\delta$ 関係の非線形部分を全て弾性係数の低下と近似した場合の実測弾性係数の変化を図3.4に示す。図中横軸は負荷応力、縦軸はき裂がない場合の積層板 $0^\circ$ 方向弾性係数を $E_0$ とし、この $E_0$ で規格化した弾性係数の変化である。図から、およそ50MPa程度から弾性係数は急減し始めるが、約80MPaで弾性係数の低下が緩やかになっていることがわかる。このことから、弾性係数の減少に寄与するのは直線き裂と判断できる。したがって、以後は斜行き裂を含む実際のき裂を直線き裂にモデル化する。これを図3.5に模式化して示す。

### 3.4 マトリックス割れ位置のフラクタル性の検討

$90^\circ$ 層のマトリックス割れ位置のフラクタル性を検討するため、測定したマトリックス割れ総数 $N$ を粗視化の度合 $r$ を変える方法<sup>(12)</sup>により検討した。この方法は、川の総長さ $N$ を測定するような2次的に分布している図3.6の場合を例にとると、一辺 $r$ の四角形に分割した部分で、内部に川を含む場合にその部分を数え、分割の大きさ( $r$ )を変化した場合に長さ $N$ (数えた四角の個数)の変化が次式で表示される場合に、フラクタル次元 $D$ の分布と判断する簡便な手法である。

$$N(r) \propto r^{-D} \quad (1)$$

これは、 $\log(N)$ と $\log(r)$ の関係から、直線の傾きとしてフラクタル次元 $D$ が求められることを意味している。

観察結果を粗視化の度合いを変える方法により検討した結果を図3.7(a), (b), (c)に示す。図3.7において、横軸は粗視化の度合 $r$ の対数 $\log(r)$ 、縦軸はマトリックス割れ総数 $N$ の対数 $\log(N)$ である。図中、○印が実測値を粗視化した結果であり、破線は比較のため、実測値と同数のマトリックス割れを完全に乱数で発生させた場合のシミュレーション結果であり、一点鎖線は同様に完全に等間隔に並んだ場合の結果である。図3.7(a)は、負荷が小さく( $\sigma_a=61.7\text{MPa}$ ,  $c_d=489\text{m}^{-1}$ )マトリックス割れ発生直後のすぐ後であり、図3.7(b)は負荷が比較的大きく大きく( $\sigma_a=80.1\text{MPa}$ ,  $c_d=729\text{m}^{-1}$ )、マトリックス割れの発生過程、図3.7(c)は負荷が大きく( $\sigma_a=152.4\text{MPa}$ ,  $c_d=921\text{m}^{-1}$ )、マトリックス割れの発生がCDS(飽和)状態にある場合である。図3.7(a), (b), (c)から、全ての場合で粗視化の度合 $r=0.001\text{m}$ の近傍で実測結果はほぼ直線上にあり、マトリックス割れ総数つまりき裂間隔(き裂位置)がフラクタル分布であることがわかる。ただし、

図から明らかであるように、直線部分は非常に狭い範囲であり、フラクタル性を示す領域は狭いことがわかる。最小2乗法を用いてこのフラクタル次元 $D$ を、各負荷応力で測定した結果を図3.8に示す。図中横軸が負荷応力、縦軸がフラクタル次元であり、図から負荷応力に無関係にフラクタル次元 $D$ はほぼ0.45であることがわかる。マトリックス割れ間隔がフラクタル性を示す範囲とき裂密度の関係を図3.9に示す。図中横軸がき裂密度であり、縦軸が粗視化の度合 $r$ である。フラクタル性を示す最大 $r_{\max}$ を◇印、最小 $r_{\min}$ を◆印で示す。図から、CDSに近づくにつれて両者は漸近しているが、 $r_{\max}$ の最小値はほぼ試験片厚さの程度であることがわかる。 $r_{\min} < r < r_{\max}$ の領域では、マトリックス割れ総数が粗視化の程度によって変化するため、き裂密度 $c_d$ も同様に粗視化の度合で変化する。実測している $c_d$ はこの上限（マトリックス割れ間隔の下限 $r_{\min}$ での総数 $N$ をレプリカの長さで割ったもの）である。この上限・下限はマトリックス割れ間隔のばらつきの上限・下限に相当する。フラクタル分布の領域では、繰り込み群理論を用いて、分布形不変のまま巨視化することが可能である<sup>(125)</sup>。この繰り込み群をフラクタル分布の上限まで用いると、近接き裂をまとめて一つのき裂と見なすような仮想き裂密度が得られる。これは、低倍率の顕微鏡で観察したき裂密度に相当し、ほぼ試験片厚さ以下の近接き裂は一つのまとまったき裂と見なすことに等しい。

き裂密度 $c_d$ と弾性係数比 $E_x/E_0$ の関係を、実測き裂密度—実測弾性係数比とHashinの変分法による解析式(3)の結果と比較して図3.10に示す。図中横軸がき裂密度、縦軸が弾性係数比であり、実線はHashinの解析結果、○印が実測き裂密度—実測弾性係数比、□印が仮想き裂密度—実測弾性係数比である。Hashinらは、マトリックス割れを完全直線き裂が等間隔に無限に並ぶモデルを用いて変分法によって解析した。この手法では、 $E_x$ の下限値が得られる。図中破線で示したPly discount predictionは、90°層弾性係数の寄与が無いと見なした場合の $E_x$ の最下限値である。き裂密度の低い領域では○印の実測き裂密度の結果と比較して、□印の仮想き裂密度の結果が実線の結果と良く一致している。き裂密度が高い場合には、斜行き裂が数多く発生し、弾性係数はこの効果を考慮していないHashinの解析結果より低下する。この影響も仮想き裂密度の結果が良く対応している。以上から、繰り込み群理論を用いて粗視化された仮想き裂密度の方が実測き裂密度よりも現実の弾性係数低下を反映しており、実用的であることがわかる。しかし、この粗視化が物理的にどのような意味を有するかは今後の詳細な検討が必要である。このため、本論文ではとりあえず直線き裂の実測き裂密度を以下で用いる。

### 3.5 初期欠陥分布のフラクタル性

FRPのボイドやマトリックス—繊維間の部分的はく離などの様々な初期欠陥は原子間距離のオーダーでは可算無限個あり、寸法が大きい欠陥数は減少すると考えられる。このような初期欠陥に対する認識から、本研究では寸法分布の確率密度関数 $\text{Pr}(r)$ を以下のようにした。



$$\Pr(a) = \frac{D}{a_{\min}^{-D} - a_{\max}^{-D}} a^{-D-1} \quad (2)$$

ここで欠陥寸法  $2a$  である。初期欠陥寸法分布として正規分布を用いる場合もあるが、極大値を有する分布を使用する場合には下限値の打ち切りを極大値より大きくする必要があり、あえて極大値を持つ分布を使う必然性が無い。試験片はハンドレイアップで製作されているため、上限  $2a_{\max}$  をプライ厚さとし、下限  $2a_{\min}$  は繊維直径とする。ここで欠陥寸法が  $2a$  より大きい確率  $\Pr(A > a)$  は次式となる。

$$\Pr(A > a) = \frac{a^{-D} - a_{\max}^{-D}}{a_{\min}^{-D} - a_{\max}^{-D}} \quad (3)$$

この式は、粗視化の度合を変化させた際、観察可能な初期欠陥総数がべきの形で変化することを意味している。すなわち、初期欠陥寸法分布がフラクタル次元  $D$  のフラクタル分布であると仮定することに他ならない。

以下では、マトリックス割れが初期欠陥を起点して発生すると考え、式(3)に基づいて負荷応力-き裂密度関係を導出する。これを実験結果と比較検討し、初期欠陥寸法分布のフラクタル性の仮定の検証を行う。

マトリックス割れを有する直交積層板の座標系と寸法を図3. 11に示すように定める。添字の 0, 1, 2 はそれぞれ積層板,  $90^\circ$  層,  $0^\circ$  層を意味する。初期欠陥を初期き裂と見なすと、マトリックス割れの発生は初期欠陥が破壊靱性値に達したときであり、次式で表される。

$$\sigma \sqrt{\pi a} \geq K_{IC} \quad (4)$$

$K_{IC}$  はモード I の破壊靱性である。また、マトリックス割れの起点初期欠陥数と発生マトリックス割れ数は等しく、以下の式を満足する欠陥寸法  $2a$  より大きな欠陥はすべてマトリックス割れに成長したとみなす。

$$(N \cdot 2t_1 W) \cdot \Pr(A > a) = c_d \quad (5)$$

$N$  は単位体積当りの初期欠陥数である。式(5)はいいかえると、き裂密度  $c_d$  の際の  $90^\circ$  層に残留する初期欠陥最大寸法が  $2a$  であることを意味している。この最大の欠陥がマトリックス割れに成長する応力  $\sigma_a$  は式(3)を式(5)に代入後、式(5)を式(4)に代入すれば次式として得られる。

$$\sigma_a = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{c_d (a_{\min}^{-D} - a_{\max}^{-D})}{N \cdot 2t_1 W} + a_{\max}^{-D} \right\}^{\frac{1}{2D}} \quad (6)$$

き裂間の応力分布として成形残留応力を考慮している Nairn の式<sup>(5)</sup>を用いると、き裂密度  $c_d$  の時にマトリックス割れが発生するには  $90^\circ$  層の応力  $\sigma_x(1)$  が以下の式を満足する必要がある。

$$\begin{aligned}
\text{Max}(\sigma_x^{(90)}) &= \text{Max}\left\{\left(\sigma_0 \frac{E_T}{E_0} - \frac{\Delta\alpha T}{C_1}\right)(1-\phi)\right\} \\
&= \left(\sigma_0 \frac{E_T}{E_0} - \frac{\Delta\alpha T}{C_1}\right)(1-A_1(\rho=\rho_{\max})) \\
&\geq \sigma_a
\end{aligned} \tag{7}$$

$\Delta\alpha=\alpha_T-\alpha_L$ ,  $T$ =室温-成形温度,  $C_1=1/E_T+t_1/(t_2E_L)$ ,  $\rho=s/t_1$ ,  $A(\rho)$ はNairnらが解析した応力分布を決定する定数である.  $\rho_{\max}$ はそれぞれのき裂密度のときの最大き裂間隔を規格化したものであり, 最大き裂間隔は前述のようにフラクタル性を示す上限に等しいので実験結果(図3.9参照)から決定できる.

式(7)で最も安全側の評価は等号が成立するときであるので, 式(6), 式(7)から  $c_d$  と  $\sigma_0$  の関係は次式となる.

$$\left(\sigma_0 - \frac{\Delta\alpha T}{C_1} \frac{E_1 0}{E_T}\right)(1-A_1(\rho=\rho_{\max})) = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a_0}} \frac{E_0}{E_T} \left\{ \frac{c_d}{N \cdot 2t_1 W} + \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^D \right\}^{\frac{1}{2D}} \tag{8}$$

$c_d$ に比較して  $(a_{\min}/a_{\max})D$ は無視できるので, き裂密度  $c_d$ と左辺で両対数をとるとその勾配からフラクタル次元  $D$ が得られる. き裂密度と式(8)の左辺の両対数の関係を図3.12に示す. 図中横軸がき裂密度であり, 縦軸がき裂の相互作用を考慮した  $90^\circ$ 層内の応力である. 斜行き裂が少ないき裂密度の時には明らかに直線関係があり, その直線部分の傾きから  $D \approx 1.6$ が得られた. 初期欠陥寸法分布が  $D \approx 1.6$ のフラクタル分布であることがわかる.

また, マトリックス割れ発生時の応力と初期欠陥寸法の上限  $a_{\max}$ および式(4)から  $K_{IC}$ を計算するとその値は約  $0.6\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ である.  $N=10^9 [1/\text{m}^3]$ としたときの, き裂密度  $c_d$ と負荷応力  $\sigma_0$ の関係を図3.13に示す. 図中横軸はき裂密度, 縦軸が負荷応力である. 実線が解析値であり, ○印は実験結果である. 実験結果とよく一致している.

以上から, 初期欠陥寸法分布がフラクタル分布であることが明らかになった.  $D \approx 1.6$ という値はフラクタル次元が取り得る範囲 ( $0 < D < 3$ )内であるが, 月のクレーター径分布の  $D \approx 2.0$ や小惑星帯の小惑星の大きさ分布の  $D \approx 2.1$ に比較して小さい. フラクタルの視点からマトリックス割れ増加を考察すると, 応力増加が粗視化の度合いが小さくなることに対応し, またCDSはマトリックス割れの増加によって負荷応力の増加にも関わらず  $90^\circ$ 層の応力が増加せず, 粗視化の度合いが変化しなくなることを意味している.

さらに, 式(8)と前章で用いたHashinの式(3)を用いて, 負荷応力と試験片平均ひずみの関係を計算し, 実験結果と比較した(図3.14参照). 図中横軸が平均ひずみであり, 縦軸が負荷応力である. また実線が実験値, 破線が解析値である. 実験値と解析値は良く一致している. 以上からフラクタルモデルを用いてマトリックス割れ損傷評価が可能になったことがわかる. また, このモデルを用いると, せん断によるマトリックス割れ発生等についても式(4)をモードIIの場合に, 応力分布をNairnの式からせん断の場合のHashinの式(3)に置き換えることで同様の解析が可能になる. このモデルによって

引張及びせん断によるマトリックス割れの発生・進展が統一的に解釈できる事からも、モデルの有効性は明らかである。

### 3.6 結言

以上GFRP直交積層板を用いて、マトリックス割れのフラクタル性を実験的に検討し、フラクタルモデルに基づく損傷解析を実施した。得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) マトリックス割れ発生位置は、フラクタル次元  $D \approx 0.45$  のフラクタル分布である。ただし、フラクタル性を示す範囲は非常に狭い。
- (2) き裂位置のフラクタル分布の上限まで繰り込み変換を実施した仮想き裂密度を用いると実測値と解析値が良く一致した。
- (3) き裂密度と負荷応力の関係から、初期欠陥の寸法分布は  $D \approx 1.6$  のフラクタル分布であることが明らかになった。
- (4) 初期欠陥のフラクタル分布に基づくマイクロメカニズムモデルにより、負荷応力とき裂密度の関係が解析可能となった。

## 参考文献

- (1) Garret, K.W. and Bailey, J.E., J.Mater.Sci.,12,(1977),157
- (2) Highsmith, A.L. and Reifsnider, K.L., ASTM STP, 775, (1982), 103
- (3) Hashin, Z., Mechanics of Materials, 4,(1985),121
- (4) Charewicz, A. and Daniel, I.M., ASTM STP, 907,(1986),274
- (5) Nairn, J.A., J.Comp.Mater., 23,(1989)1106
- (6) Boniface, L., Ogin, S.L. and Smith, P.A., ASTM STP, 1110, (1991), 9
- (7) Liu, S. and Nairn, J.A., J.Reinf.Plas.&Comp.,11,(1992),158
- (8) Hu, S., Bark, J.S. and Nairn, J.A., Comp.Sci.&Tech., 47, (1993), 321
- (9) 元木,ほか2名,材料,41-464,(1992),694
- (10) 楊,ほか2名,第70期全国大会講演論文集,日本機械学会,920-78,(1992),199
- (11) 元木信弥,福田武人,第21回FRPシンポジウム講演論文集,日本材料学会,(1992),221
- (12) 高安秀樹,「フラクタル」,朝倉書店

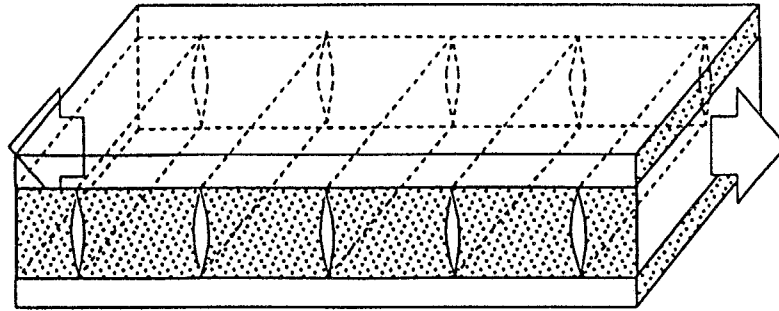


図 3. 1 マトリックス割れ

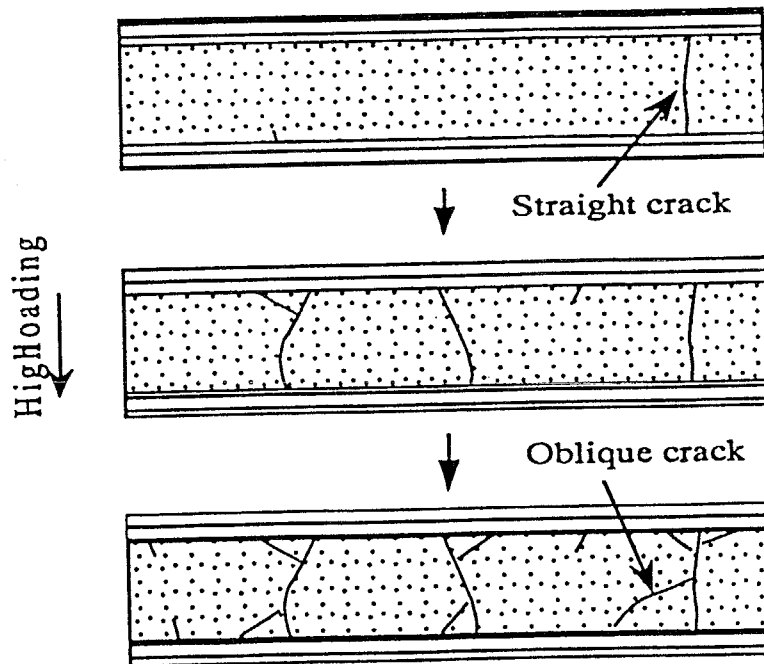


図 3. 2 マトリックス割れの進展

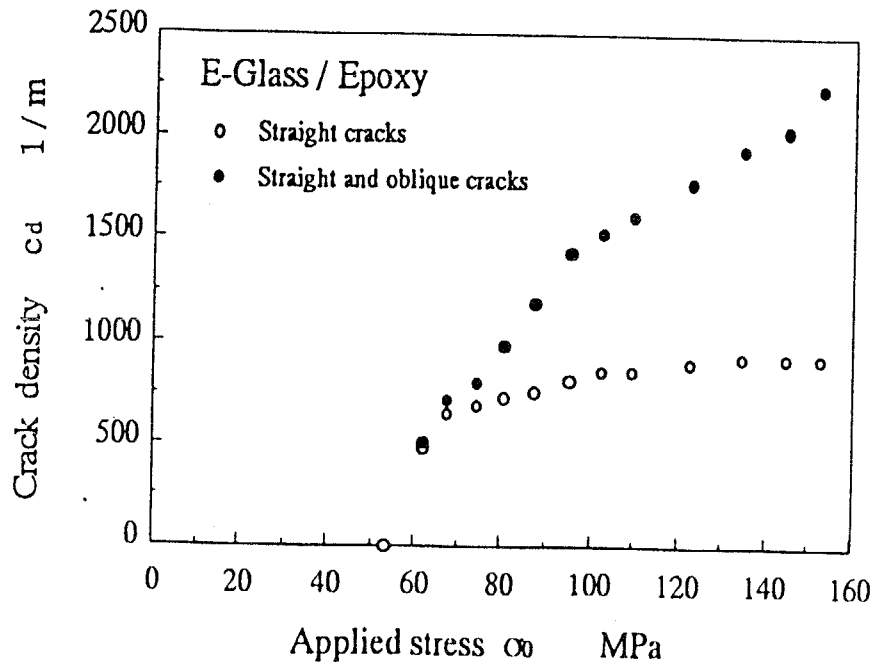


図 3. 3 き裂密度—負荷応力関係

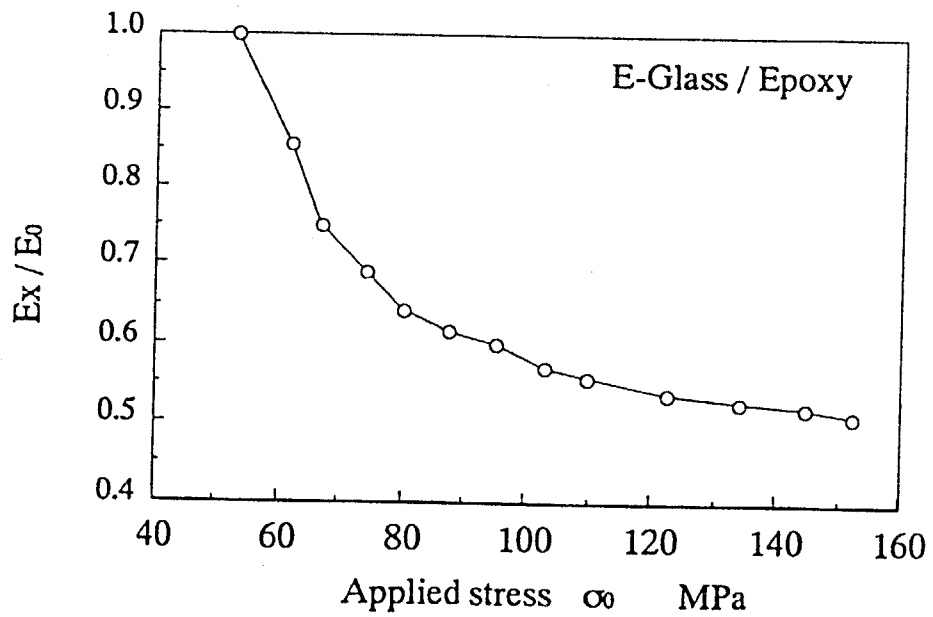


図 3. 4 弾性係数—負荷応力関係

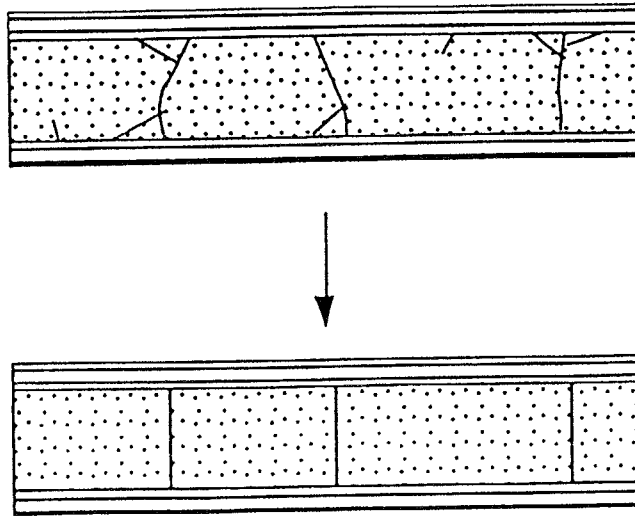


図 3. 5 マトリックス割れのモデル化

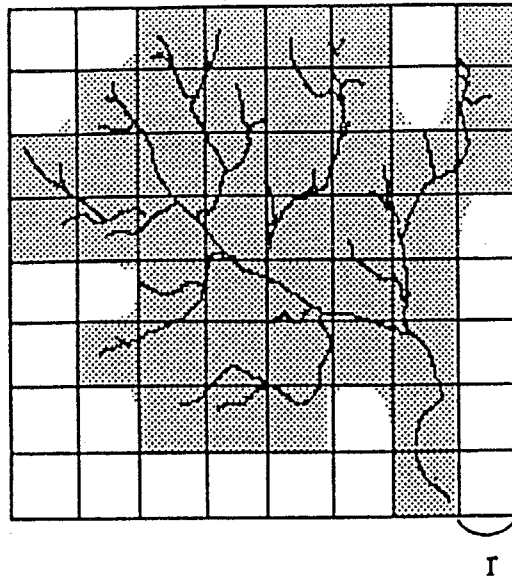
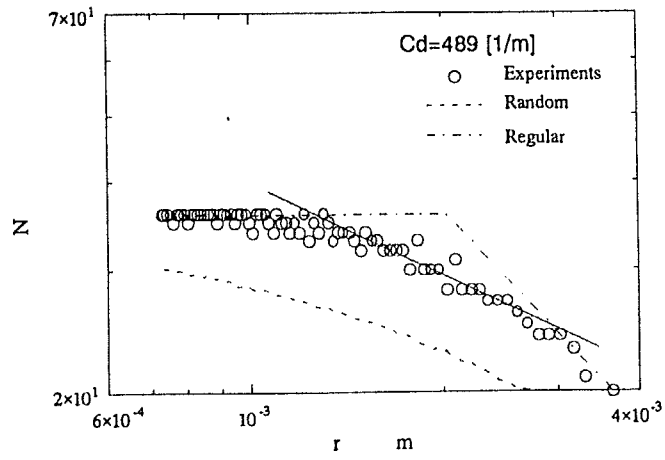
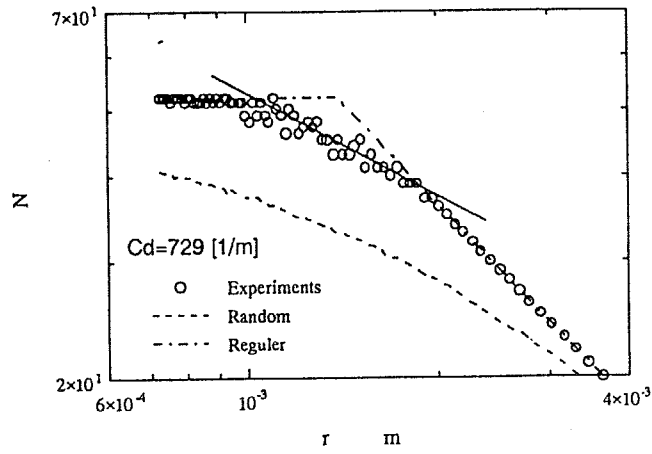


図 3. 6 粗視化とフラクタル次元の測定

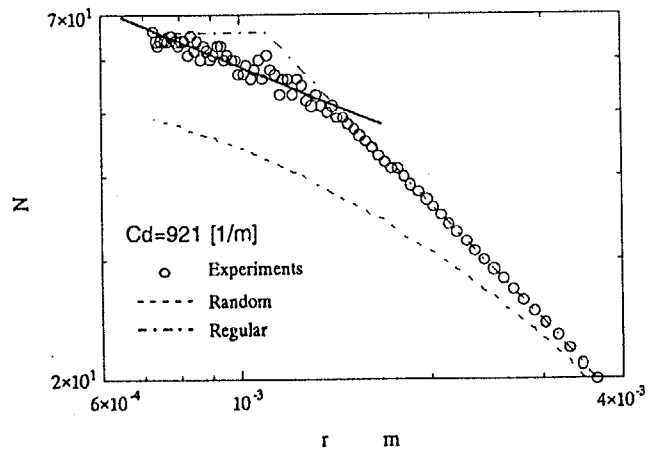




(a)  $c_d=489$  1/m



(b)  $c_d=729$  1/m



(c)  $c_d=921$  1/m

図3. 7 粗視化の度合いを変える方法による  
フラクタル次元の測定

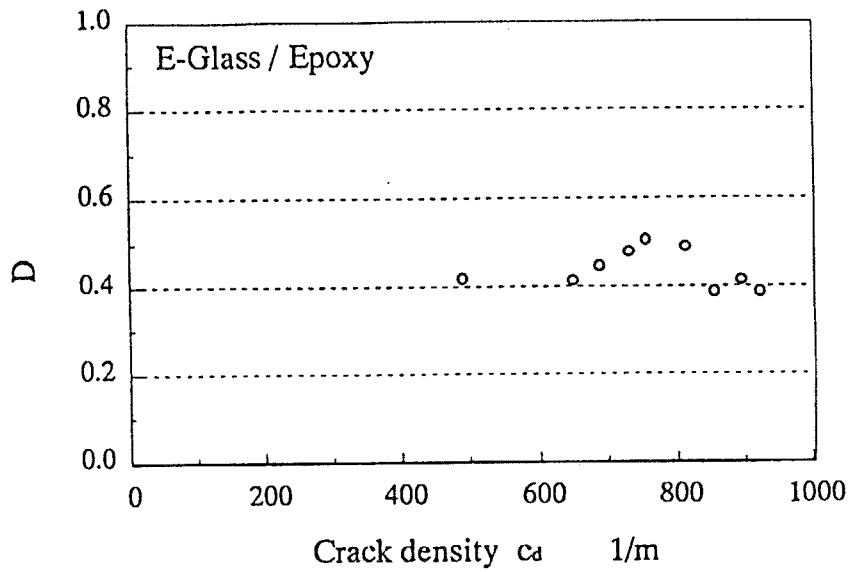


図 3. 8 フラクタル次元-き裂密度関係

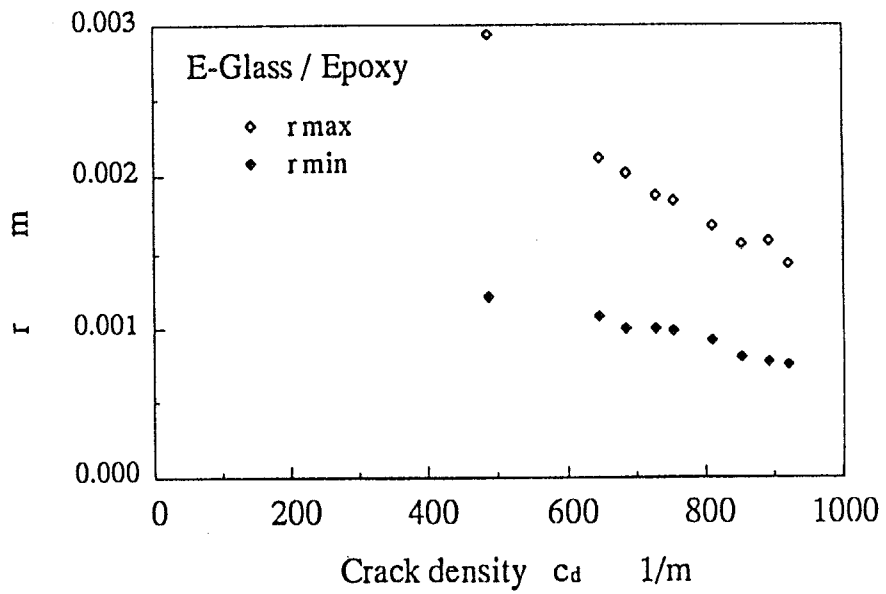


図 3. 9 マトリックス割れがフラクタル性を示す範囲

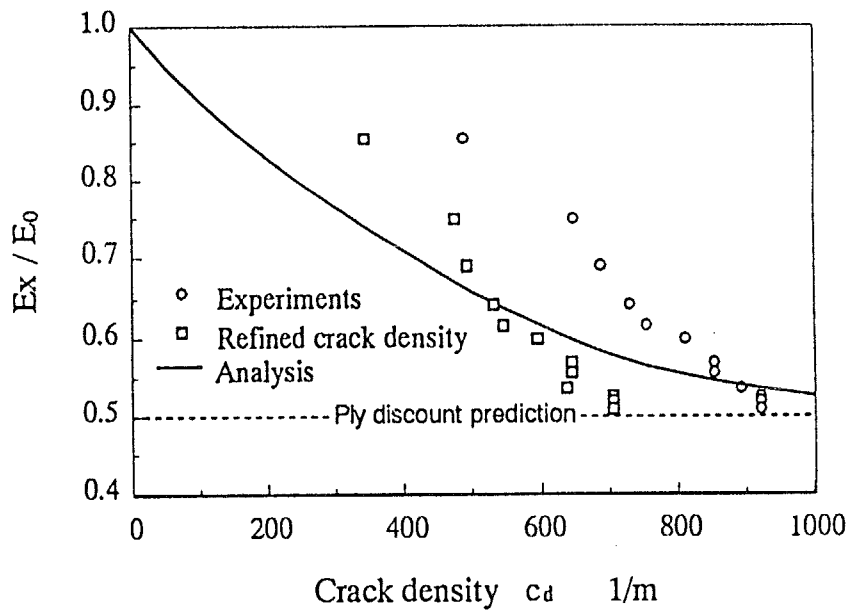


図3. 10 弾性係数—き裂密度関係

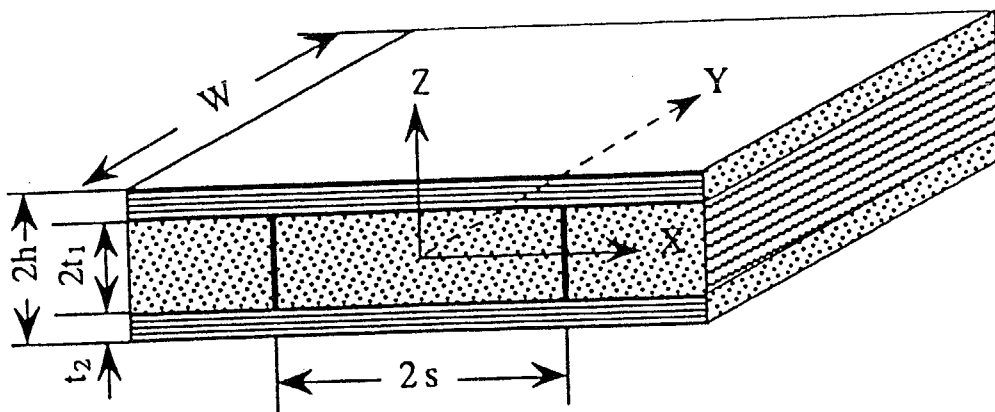


図3. 11 マトリックス割れのある直交積層板の座標系と寸法

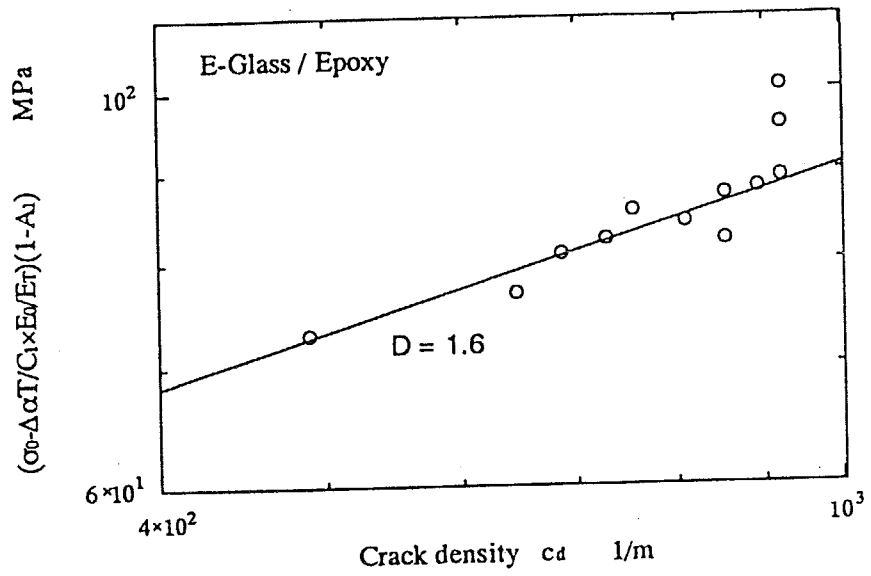


図 3. 1 2 フラクタル次元  $D$  の決定

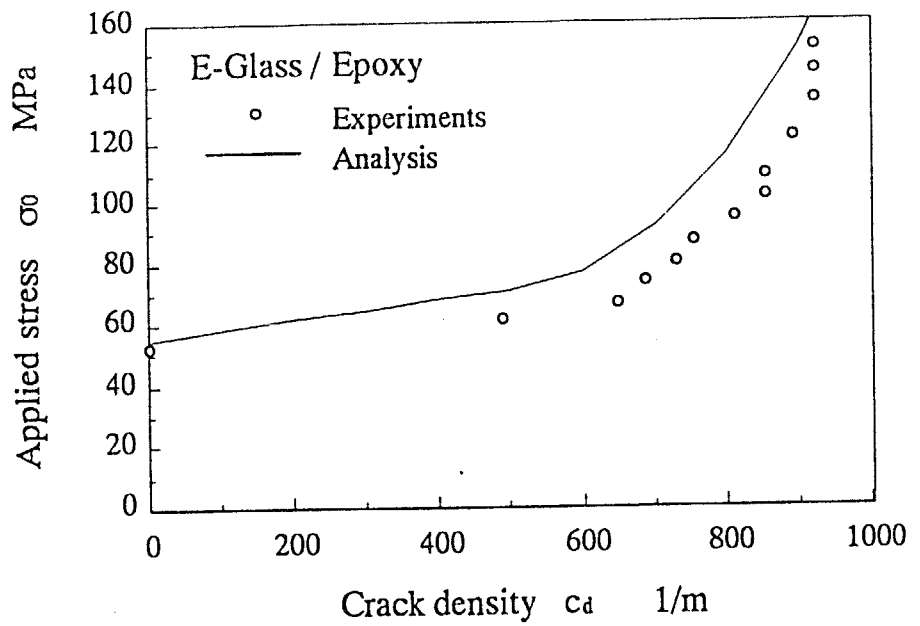


図 3. 1 3 負荷応力—き裂密度関係

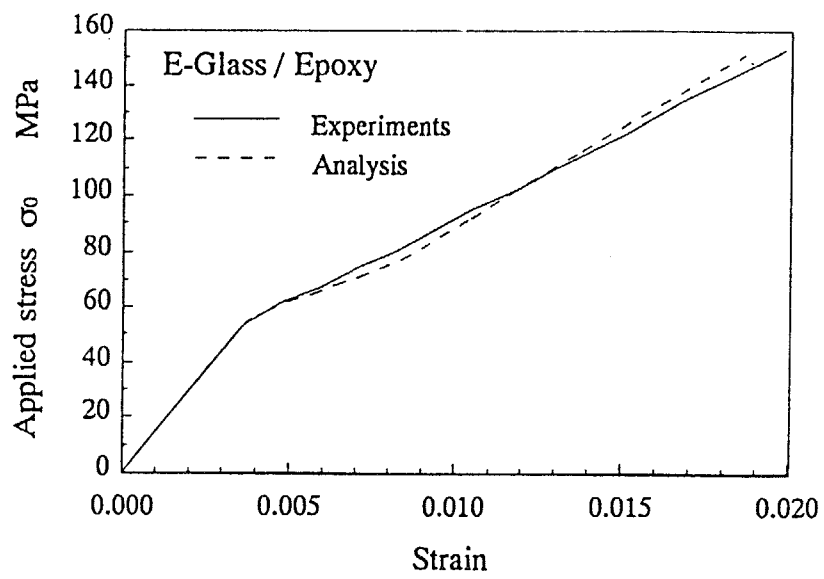


図 3. 1 4 負荷応力-ひずみ関係

## 第四章

シミュレーションへの  
破壊マイクロメカニズムの組み込み

## 4.1 緒言

第2章において、損傷進展シミュレーション手法の提案と、シミュレーション結果に及ぼす諸因子の検討を実施し、より複雑な荷重条件下では破壊のマイクロメカニズムの考慮が必要であることを示した。また、第3章において、マトリックス割れの損傷進展過程に伴う非線形な剛性低下について、そのフラクタル性を考慮した検討を実施した。

そこで本章では、FRPの損傷モードの中でも初期に発生し積層板の剛性低下を引き起こす縦割れ、マトリックス割れ、せん断変形の非線形性の三種類の損傷モードに着目し、有孔積層板での実験結果とシミュレーション結果を損傷進展と積層板の剛性低下の観点から比較することとする。

そこで、まず4.3節において、従来のシミュレーション手法の各損傷モードに対するシミュレーションの有効性を検討した。その後、4.4節において、破壊マイクロメカニズムとそのフラクタル性を考慮した損傷評価モデルを構築し、これを基にマトリックス割れによる剛性低下を解析し、逐次損傷進展シミュレーションに組込んで、損傷進展シミュレーション手法の有効性を検討した。

## 4.2 シミュレーション手法

まず、第2章で提案した損傷進展シミュレーション手法を、縦割れ、マトリックス割れ、せん断変形の非線形性に適用して、その有効性を検討した。そのため、4.3節で用いられているシミュレーション手法は第2章で提案したものと同一である。

ただし、破壊則にはTsai-Hill則を、弾性係数低下手法は、破壊直後に弾性係数を1/100に低下させる方法を用いている。

## 4.3 損傷モードの影響

供試材には化成ファイバーライト製の一方向GFRPプリプレグ:HyE-9134B(S-2Glass/Epoxy)を $[0_8]_T$ ,  $[0_2/90_2]_T$ ,  $[0_2/45/-45]_S$ の3種に積層し、170°C, 2時間オートクレーブ成形した積層板を用いた。ここで、添字Tは全積層、添字Sは対称積層を意味する。この積層板から長さ130mm×幅30mmの短冊型積層板を作成し、試験片中央に直径6.4mmの円孔をダイヤモンドドリルで加工した。この試験片上下端部に厚さ2mmのアルミニウム合金製タブをエポキシ系接着剤で接着し、つかみ部を作成した。試験片外形を図4.1に、各部寸法を表1に示す。引張試験にはMTS製電気油圧式サーボ試験機を用い、島津製油圧チャックを用いて変位制御(引張速度0.3mm/min)で試験を実施した。円孔から30mmの位置にねじで治具を取り付け、この点の変位をクリップゲージで測定した。また、GFRP試験片は半透明で、内部損傷も外部からの観察が可能なので、試験中に8mmビデオで損傷過程を記録観察した。

解析対象は長さ60mm×幅30mm、円孔直径6.4mmとし、 $[0_8]_T$ ,  $[0_2/90_2]_S$ では対称性を

考慮して 1/4 領域を,  $[0_2/45/-45]_S$  では全領域を要素分割した (図 4. 2 参照). 図 4. 2 の上端面を変位拘束し負荷を加える場合について解析を行った.  $[0_8]_T$ ,  $[0_2/90_2]_S$  では節点数 227, 要素数 393 であり,  $[0_2/45/-45]_S$  では節点数 1008, 要素数 556 である. 計算に用いた材料定数を表 2 に示す. 表中, 添字の L, T はそれぞれ繊維方向, 繊維垂直方向を表し, c は圧縮を表す.

#### 4.3.1 縦割れ

本解析には  $[0_8]_T$  有孔積層板を用いた. 実験で観察された有孔積層板の損傷進展を図 4. 3 に, 解析で得られた損傷進展を図 4. 4 に示す. 図 4. 4 において, 灰色領域はマトリックス割れで破壊した領域である. また, 実験及び解析で得られた荷重-変位関係を図 4. 5 に示す. 横軸は変位, 縦軸は荷重であり, 実線は実験結果, 点線は解析結果である. また, 本研究では損傷初期の剛性低下を検討するために, 荷重-変位関係を図示するにあたり変位 1mm までの範囲を示すものとする.

損傷進展では実験結果・解析結果ともに荷重の増加に伴い円孔縁から縦割れが引張方向に進展していく様子が観察される. この結果, リガメント部のみが荷重を負担し, 積層板全体の剛性が低下する. よって, 本積層板の剛性低下の主原因は縦割れである. この縦割れの進展は解析によって予測可能である. また, 実験では変位が 0.5mm を越えた時点で荷重がいったん低下するが, これは縦割れが変位測定位置を越えて進展するためである. 解析では変位測定位置に相当する図 4. 2 中の上端面を変位拘束して解析しており, 実験で見られた荷重低下は生じ得ない. その点を考慮すると, 縦割れに対して本シミュレーション手法が有効であるといえる.

#### 4.3.2 マトリックス割れ

本解析には  $[0_2/90_2]_S$  有孔積層板を用いた. 実験で観察された有孔積層板の損傷進展を図 4. 6 に, 解析で得られた損傷進展を図 4. 7 に示す. 図 4. 7 において灰色領域はマトリックス割れで破壊した領域である. また, 実験及び解析で得られた荷重-変位関係を図 4. 8 に示す. 横軸は変位, 縦軸は荷重であり, 実線は実験結果, 点線は解析結果である.

実際の損傷進展では, 荷重の増加にともない円孔縁で発生した  $90^\circ$  層のマトリックス割れがリガメント部から試験片全体に拡大していくと同時に,  $0^\circ$  層の縦割れが円孔縁から進展していく. しかし,  $[0_8]_T$  積層板と異なり,  $0^\circ$  層の縦割れがタブまで進展していくことはなく, 本積層板の剛性低下の主原因は  $90^\circ$  層のマトリックス割れであることがわかる. 解析による損傷進展では  $0^\circ$  層の縦割れが進展してしまっており, 実験結果と一致しない. これはマトリックス割れと判定された要素の弾性係数が判定と同時に 1/100 に低下してしまい, 実質的に  $0^\circ$  層のみの積層板とみなされることと, 縦割れの評価時に隣接層による拘束の影響が全く考慮されていないことが原因だと考えられる. 結



果として、荷重－変位関係に 3.5kN 付近で平坦部が発生してしまう。以上のことから、マトリックス割れの弾性係数低下手法に問題があると考えられ、破壊マイクロメカニズムに基づく弾性係数低下手法を検討する必要がある。

#### 4.3.3 せん断変形の非線形性

本解析には $[0_2/45/-45]_s$  有孔積層板を用いた。実験で観察された有孔積層板の損傷進展を図 4. 9 に、解析で得られた損傷進展を図 4. 10 に示す。図 4. 10 において灰色領域はマトリックス割れで破壊した領域である。また、実験及び解析で得られた荷重－変位関係を図 4. 11 に示す。横軸は変位、縦軸は荷重であり、実線は実験結果、点線は解析結果である。

実験結果をみると、試験片破断の直前まで大きな損傷は観察できないが、荷重－変位曲線をみると負荷の初期段階から積層板の剛性がゆるやかに低下している。このことから、 $\pm 45^\circ$  層でせん断による非線形な変形が発生していると考えられ、本積層板の剛性低下の主原因がせん断変形の非線形性であることがわかる。解析による損傷進展を見ると、荷重の増加に伴い $\pm 45^\circ$  層において円孔を中心に X 型にせん断によるマトリックス割れが進展しており実験結果と明らかに異なる。それにも関わらず、荷重－変位関係では実験結果と解析結果がほぼ一致している。本シミュレーションではせん断変形の非線形性を考慮していないが、せん断変形の非線形な弾性係数低下が、せん断で生じるマトリックス割れによる弾性係数のステップ状の低下として近似されて表現されており、実際にはせん断変形の非線形性がシミュレーションに組み込まれているのと同じ効果を持っている。よって、せん断変形の非線形性にたいして本シミュレーション手法は有効である。さらに、せん断変形の非線形性を厳密に考慮する事で更なる改善が見込まれるが、その物理的背景は未だ明らかではなく、その検討は今後の課題である。

### 4.4 マトリックス割れの弾性係数低下手法

#### 4.4.1 複数き裂のマトリックス割れによる損傷

従来のシミュレーション手法ではマトリックス割れによる損傷進展が正確に評価できない。そこで、マトリックス割れの破壊マイクロメカニズムを基にその損傷進展を予測する必要がある。本研究ではまず、複数き裂のマトリックス割れについて、第 3 章で提案したフラクタル性を考慮した損傷評価手法を基にマトリックス割れによる剛性低下を解析し、シミュレーションに適用した。

直交積層板に生じるマトリックス割れ（図 4. 12 参照）に対して、マトリックス中に存在する初期き裂の寸法分布をフラクタル分布と仮定し、変分法を用いて解析すると、き裂密度  $c_d$  と負荷応力  $\sigma_0$  の関係が次式で与えられる。

$$\left\{ \left( \sigma_0 - \frac{\Delta\alpha T}{C_1} \frac{E_0}{E_T} \right) (1 - A(\rho = \rho_{\max})) \right\} = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a_0}} \frac{E_0}{E_T} \left\{ \frac{C_d}{N \cdot 2t_1 W} + \left( \frac{a_0}{a_1} \right)^D \right\}^{\frac{1}{2D}} \quad (1)$$

$\Delta\alpha$  = 繊維方向弾性係数 - 繊維垂直方向弾性係数,  $T$  = 室温 - 成形温度,  $E_T$ ,  $E_0$  はそれぞれ繊維垂直方向弾性係数, 積層板の引張方向弾性係数,  $\rho = s/t_1$ ,  $K_{IC}$  はモード I の破壊靱性,  $a_0$ ,  $a_1$  はそれぞれ初期き裂寸法の下限, 上限,  $D$  は初期き裂寸法分布のフラクタル次元,  $N$  は単位体積辺りの初期き裂数,  $C_1$ ,  $A(\rho)$  は Nairn が解析した定数<sup>(1)</sup>である。

さらに, 積層板の見かけの引張方向弾性係数  $E_x$  は次式で与えられる<sup>(2)</sup>。

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_0} + \frac{E_T^2}{E_0} \frac{C_3 t_1}{h} \frac{\sum \chi(\rho_i)}{\sum \rho_i} \quad (2)$$

式(1), 式(2)およびマトリックス割れの位置のフラクタル分布から破断ひずみからの伸び  $\varepsilon - \varepsilon_f$  と  $90^\circ$  層の繊維垂直方向弾性係数の低下率  $E_T^*/E_T$  の関係を解析できる。[0/90<sub>4</sub>]<sub>s</sub> 直交積層板 ( $W=30\text{mm}$ ,  $2h=1.54\text{mm}$ ) の  $90^\circ$  層の損傷を解析した結果を図 4. 13 の●に示す。解析に用いたパラメータは第 3 章に基づき決定した。マトリックス割れによるみかけの弾性係数の低下は指数的事であることがわかる。また, 同様にせん断弾性係数もマトリックス割れのき裂密度に依存する<sup>(2)</sup>。そこで, マトリックス割れによる繊維垂直方向弾性係数とせん断弾性係数の低下を次式の指数関数であると仮定する。

$$E_T^* = E_T \times e^{-a(\varepsilon - \varepsilon_f)}, G_{LT}^* = G_{LT} \times e^{-a(\tau - \tau_f)} \quad (3)$$

[0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 有孔積層板の  $90^\circ$  層の損傷の場合, 先の解析結果を基に  $a=240$  と近似できる (図 4. 13 ■)。

#### 4.4.2 隣接層のブリッジングによる拘束

[0<sub>8</sub>]<sub>T</sub> 有孔積層板や [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 有孔積層板に発生する  $0^\circ$  層の縦割れはせん断によって生じている。[0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 有孔積層板のような多方向積層板の場合, き裂が隣接層に接している箇所ではせん断によって局所的なブリッジングがおき, せん断方向の変形が拘束される。例えば [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 積層板の  $0^\circ$  層に縦割れが入った場合には, せん断によって  $90^\circ$  層に図 4. 14 に示すようなブリッジングが生じる。ある程度縦割れが長くなると, ブリッジングにより縦割れ先端でのせん断応力が緩和され, 縦割れの進展が停止すると考えられる。そこでこの拘束による硬化を評価するために, まず変形後の各層の繊維方位を計算し, 繊維方位の変化が臨界角  $\theta_{crit}$  を越えた層はブリッジングが生じていると判定する。ここで, 材料主軸での  $\mathbf{D}$  マトリックス中のせん断剛性を表す項である  $\bar{C}_{33}$ <sup>(3)</sup> は次式で与えられる。

$$\bar{C}_{33} = (C_{11} + 2C_{12} - 2C_{33}) \cos^4 \theta \sin^4 \theta + C_{33} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (4)$$

$C_{ij}$ は繊維主軸における  $\mathbf{D}$  マトリックスの各成分,  $\theta$ は繊維方位である. 第1項が繊維方位の変化に敏感な項であり,ブリッジングが判定された場合には,第1項の  $\cos^4\theta\sin^4\theta$  の代わりにその最大値である  $1/4$  を代入する.

$$\bar{C}_{33} = (C_{11} + 2C_{12} - 2C_{33}) \times \frac{1}{4} + C_{33} (\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (4')$$

これによりせん断変形が拘束される. 臨界角  $\theta_{\text{cri}}$  は要素寸法に依存するが, 本研究では  $2^\circ$  とした. 各層の繊維方位の計算には, 三角形定ひずみ要素の変形がアフィン変換<sup>(4)</sup>であることを利用した.

#### 4.4.3 有孔積層板の損傷解析

そこで,  $[0_2/90_2]_s$  有孔積層板を対象に再び解析を行い, 実験結果と比較してマトリックス割れによる損傷の評価手法についてさらなる検討を行った. 解析で得られた損傷進展を図4.15に示す. 図4.15において, 灰色領域はマトリックス割れで破壊した領域である. 図4.16に, 縦割れ進展量の比較を示す. ここで, 縦割れ進展量とは, 円孔縁からの縦割れの長さを意味する. また, 実験及び解析で得られた荷重-変位関係を図4.17に示す. 横軸は変位, 縦軸は荷重であり, 実線は実験結果, 点線は従来手法による解析結果, 一点鎖線は破壊マイクロメカニズムを考慮した解析結果である.

図4.7と図4.15を比較すると, 図4.7では  $0^\circ$  層の円孔縁に発生したマトリックス割れが引張方向に進展しつづけるのに対し, 図4.15ではその進展が途中で抑制されており, 実験結果と一致している. さらに,  $90^\circ$  層のマトリックス割れ進展も図4.15では上端部左側まで拡大しており, 実験結果と一致する. 縦割れ進展量を比較すると, 明らかに過大であった縦割れの進展量が抑止されていることがわかる. また, 荷重-変位関係を比較すると, 破壊マイクロメカニズムを考慮した手法では, 3.5kN 付近での平坦部の発生が回避されている. また, 破壊マイクロメカニズムを考慮した手法の破断荷重は 8kN であり, 実験値よりもかなり低い. 本手法では層間はく離を考慮していないが, 実験ではこの段階で層間はく離が発生しており, 実際には, せん断変形の拘束によって生じる円孔縁での応力集中がはく離の発生によって緩和されることが推察される. 本シミュレーションへの層間はく離の組込みは今後の課題である.

本研究の対象とする初期剛性低下の予測の観点からは, マトリックス割れの破壊マイクロメカニズムを考慮する手法が解析結果の改善により効果があることがわかる.

## 4.5 結言

以上有限要素法に基づく損傷進展シミュレーション手法の構造健全性の予測手法としての有効性を検討するために、縦割れ・マトリックス割れ・せん断変形の非線形性に着目し、各損傷モードにおける損傷進展と荷重-変位関係を実験結果と比較検討した。得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 従来のシミュレーション手法を用いた積層板の損傷予測は、一方向積層板の縦割れに対し有効であり、せん断変形の非線形性に対してもその影響を評価できる。
- (2) マトリックス割れの破壊マイクロメカニズムを考慮した損傷進展シミュレーションによる積層板の損傷予測は、マトリックス割れを原因とする損傷に対しても有効である。

## 参考文献

- (1) Nairn, J.A., *J.Comp.Mater.*,23,(1989),1106
- (2) Hashin, Z., *Mechanics of Materials*,4,(1985),121
- (3) 座古,数值複合材料力学,(1989),養賢堂, 46
- (4) 水上,コンピュータ・グラフィクス,(1989),朝倉書店, 125

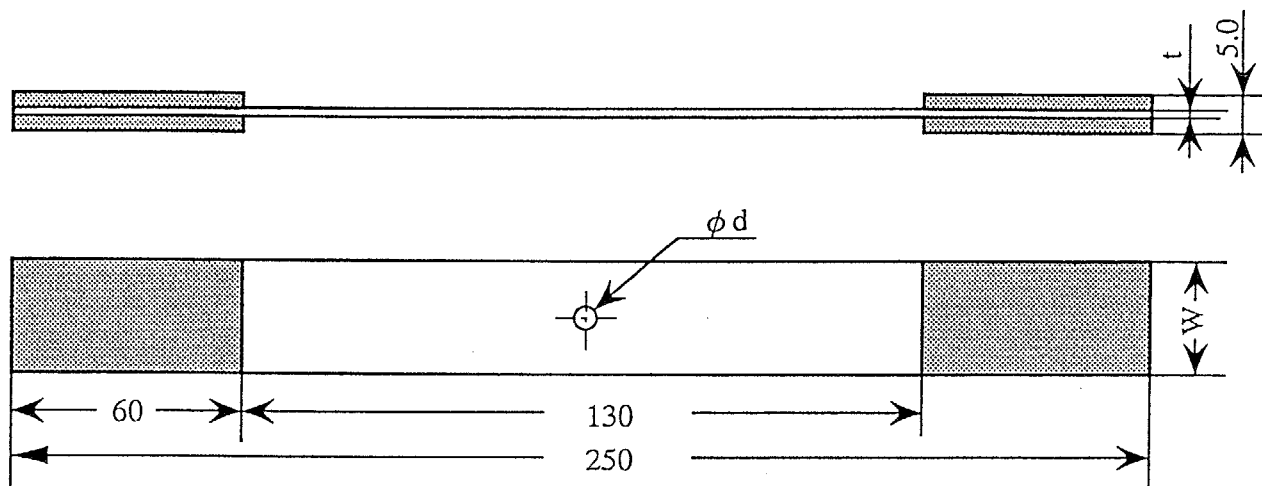


図 4. 1 試験片形状

表 4. 1 試験片寸法

Laminate construction	Thickness $t$ [mm]	Width $W$ [mm]	Diameter $d$ [mm]
$[0_3]_T$	0.98	30.2	6.4
$[0_2/90_2]_S$	0.85	30.1	6.4
$[0_2/45/-45]_S$	0.98	30.2	6.4

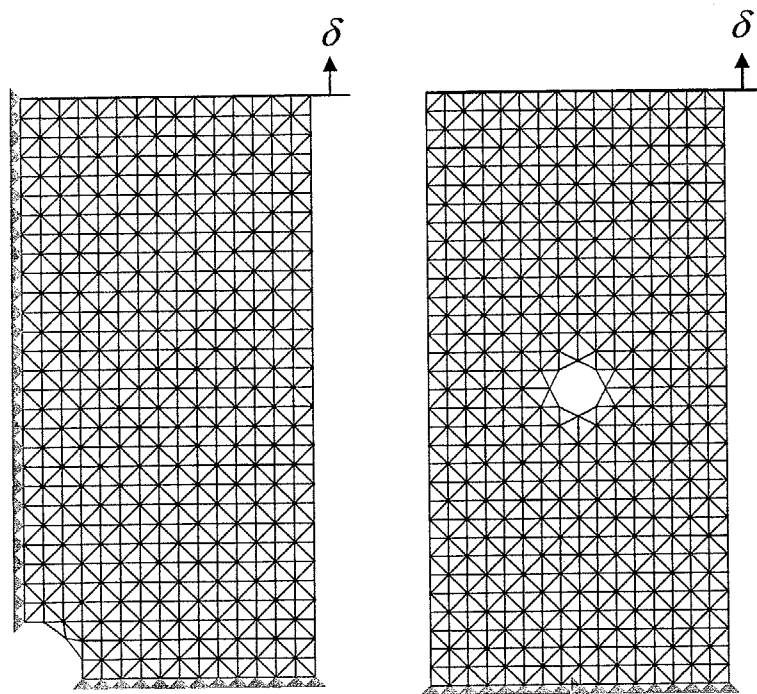


图 4. 2 要素分割図

表 4. 2 材料物性値

$E_L$ [GPa]	52	$\sigma_L$ [MPa]	1220
$E_T$ [GPa]	16	$\sigma_T$ [MPa]	80
$G_{LT}$ [GPa]	5	$\sigma_{Lc}$ [MPa]	550
$\nu$	0.25	$\sigma_{Tc}$ [MPa]	160
		$\sigma_{LT}$ [MPa]	60

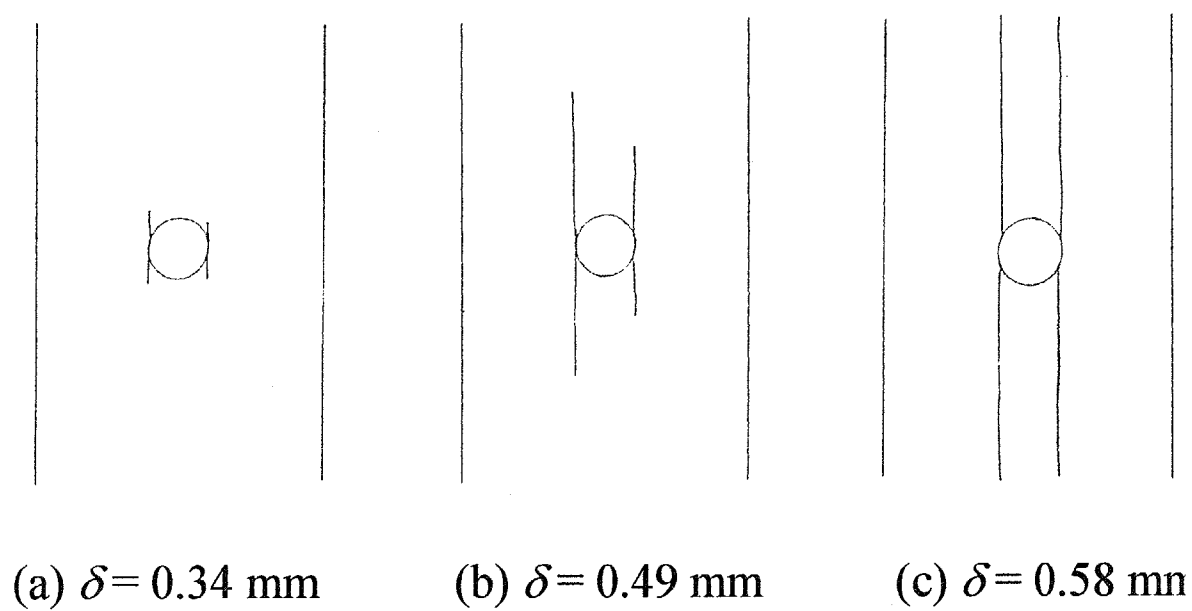


図4. 3  $[0_8]_T$ 積層板の損傷進展 (実験)



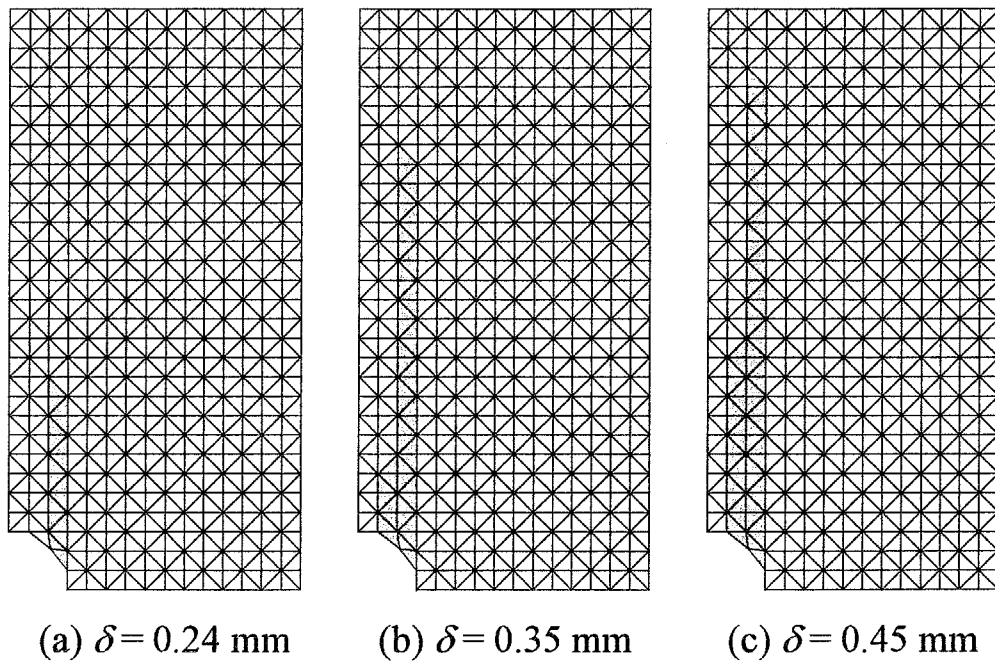


図4. 4  $[0_8]_T$ 積層板の損傷進展 (解析)

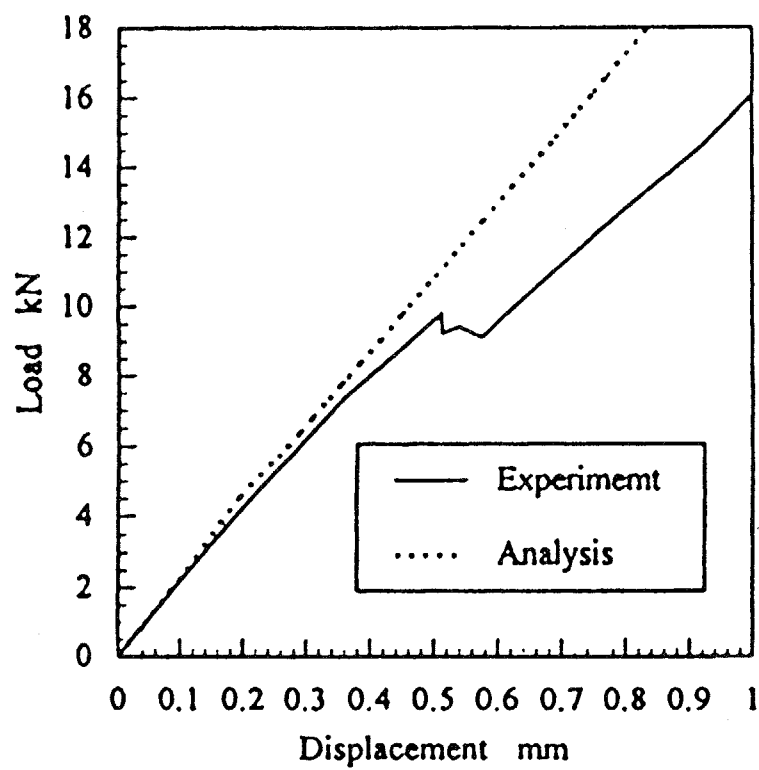
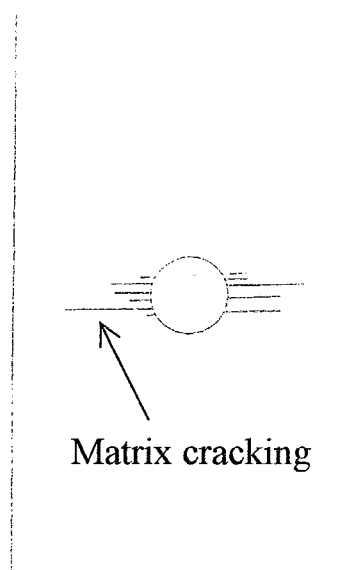
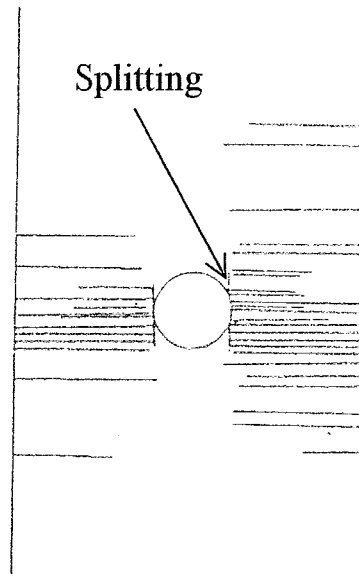


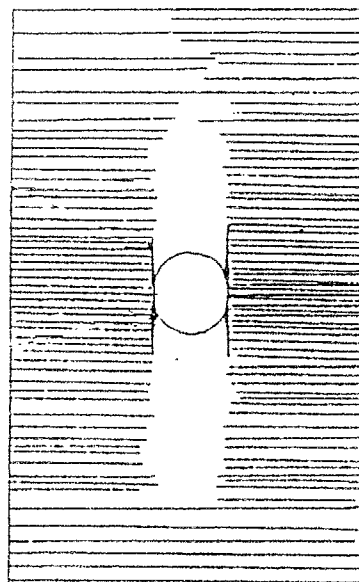
図4. 5  $[0_8]_T$  積層板の荷重-変位関係



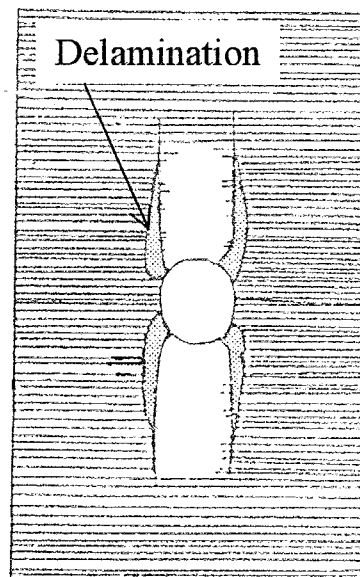
(a)  $\delta = 0.28$  mm



(b)  $\delta = 0.40$  mm

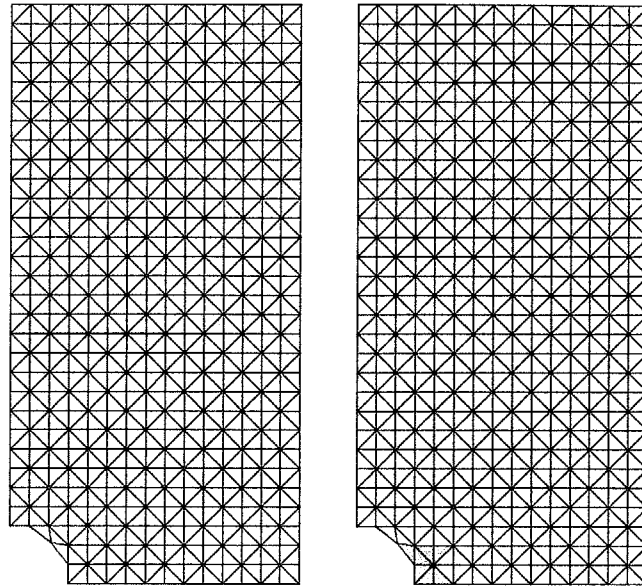


(c)  $\delta = 0.50$  mm



(d)  $\delta = 1.00$  mm

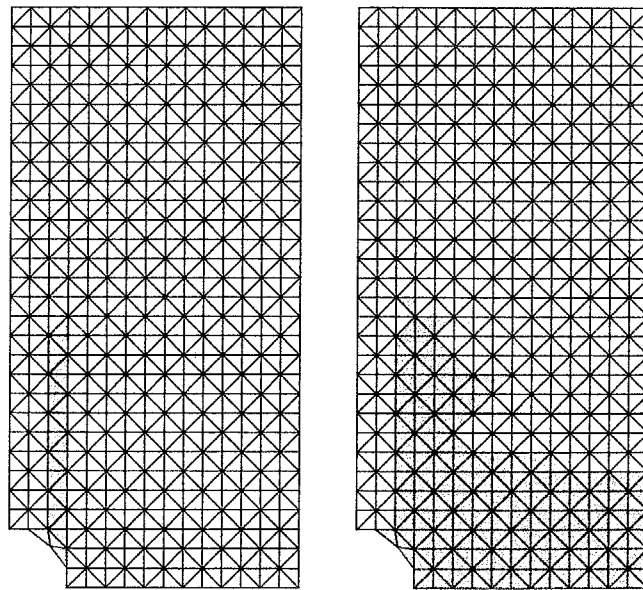
図4.6  $[0_2/90_2]_s$  積層板の損傷進展 (実験)



0°

90°

(a)  $\delta = 0.19$  mm



0°

90°

(b)  $\delta = 0.30$  mm

図4.7  $[0_2/90_2]_s$  積層板の損傷進展 (解析)

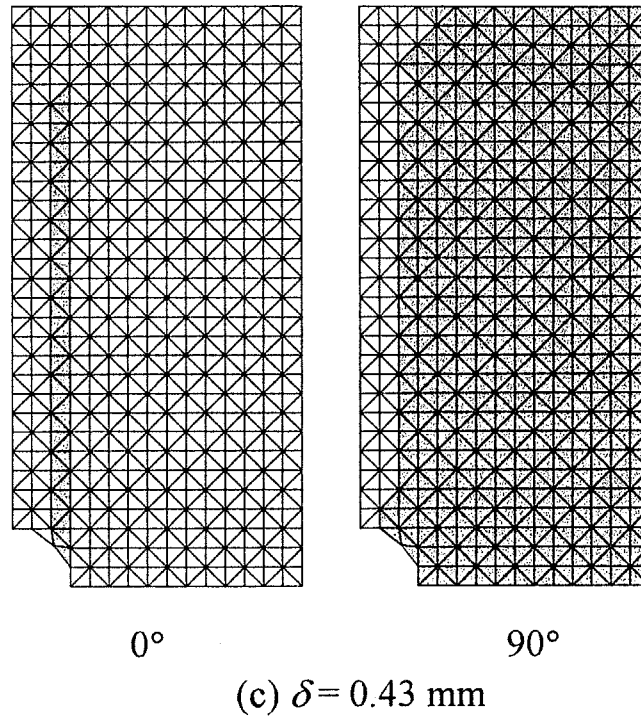


図4. 7  $[0_2/90_2]_s$  積層板の損傷進展 (解析)

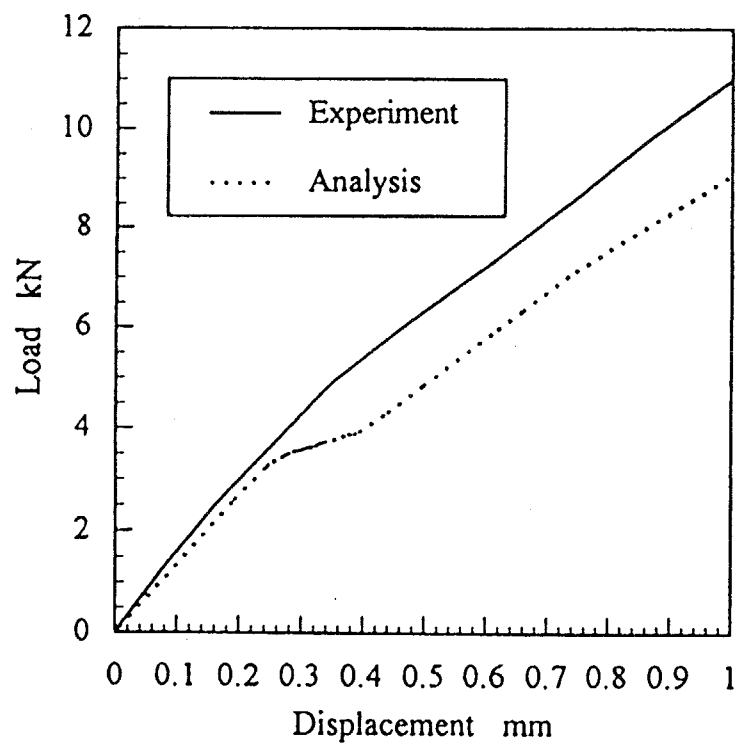


図4. 8  $[0_2/90_2]_s$  積層板の荷重-変位関係

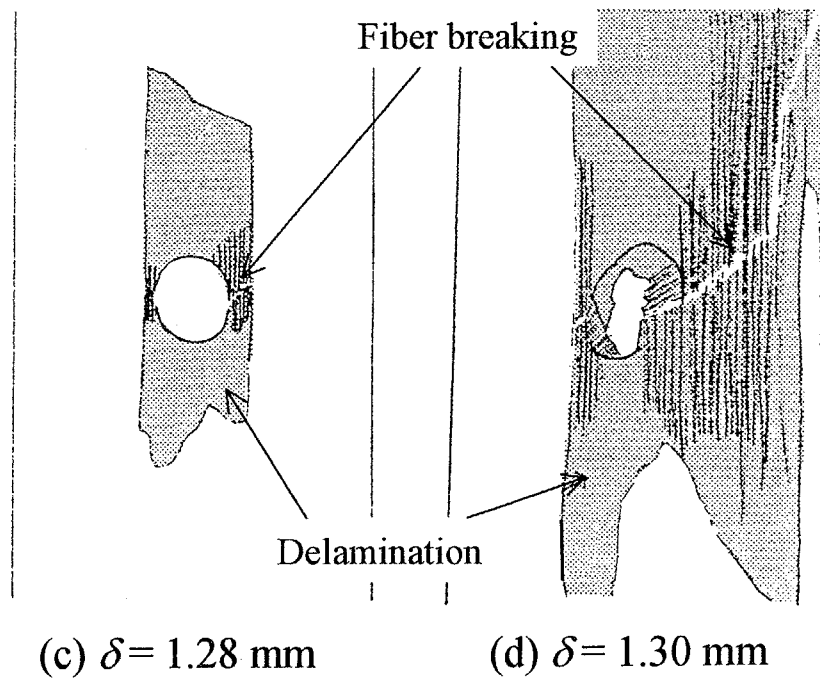
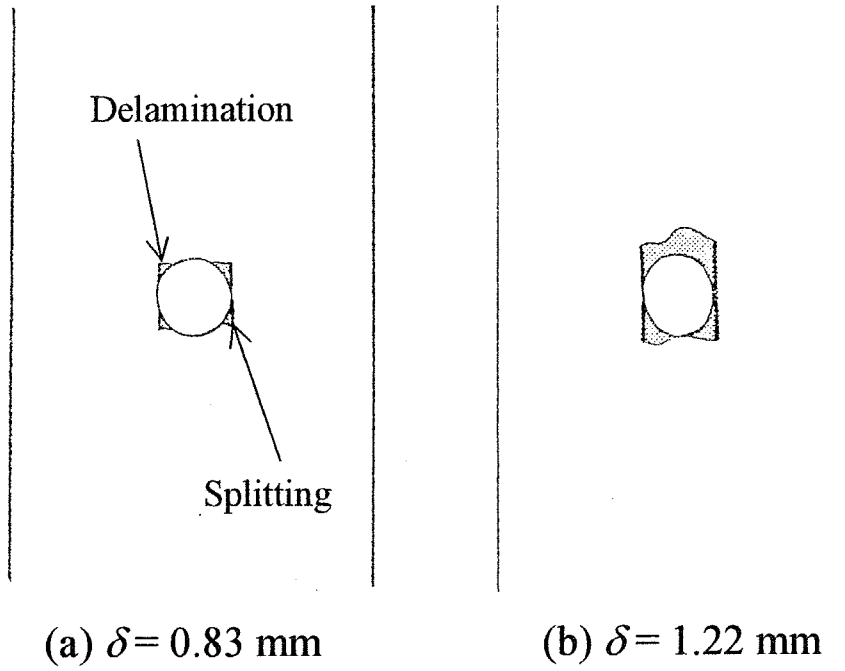
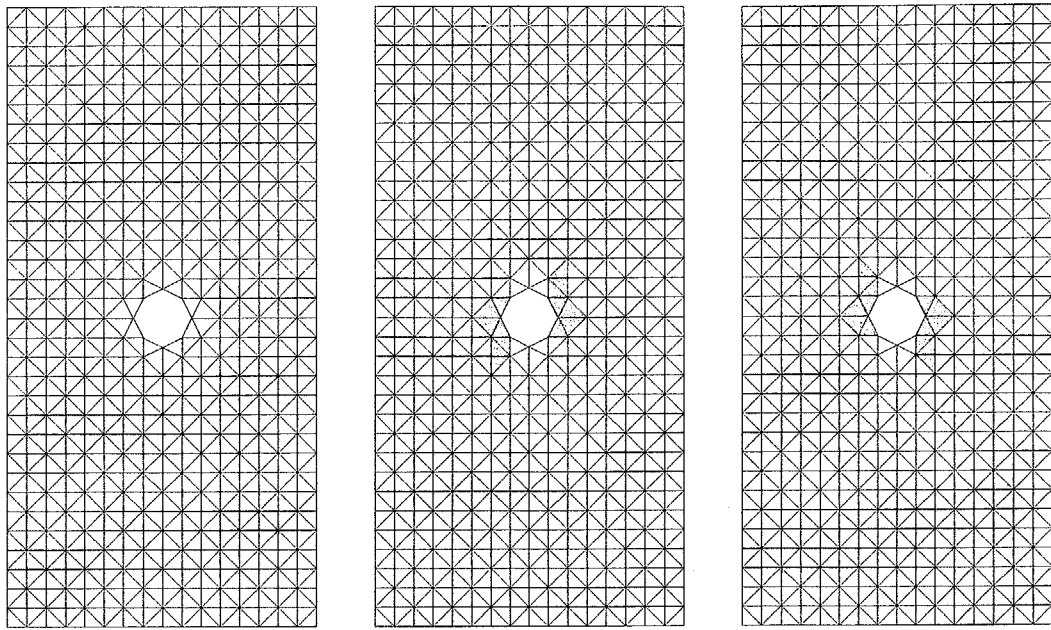


図4.9  $[0_2/45/-45]_s$  積層板の損傷進展 (実験)

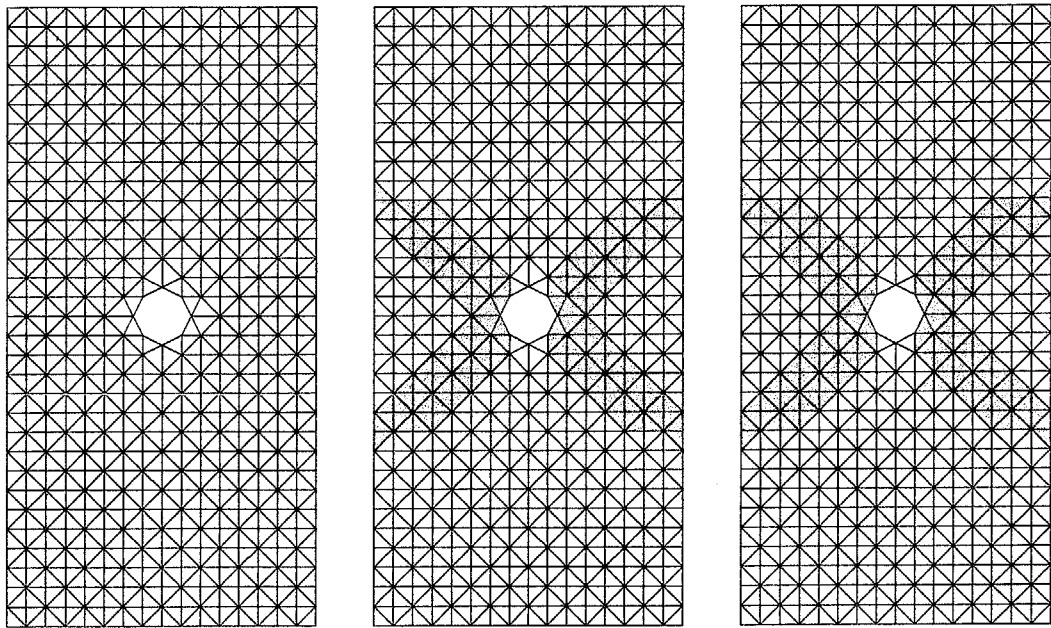


0°

45°

-45°

(a)  $\delta = 0.16 \text{ mm}$



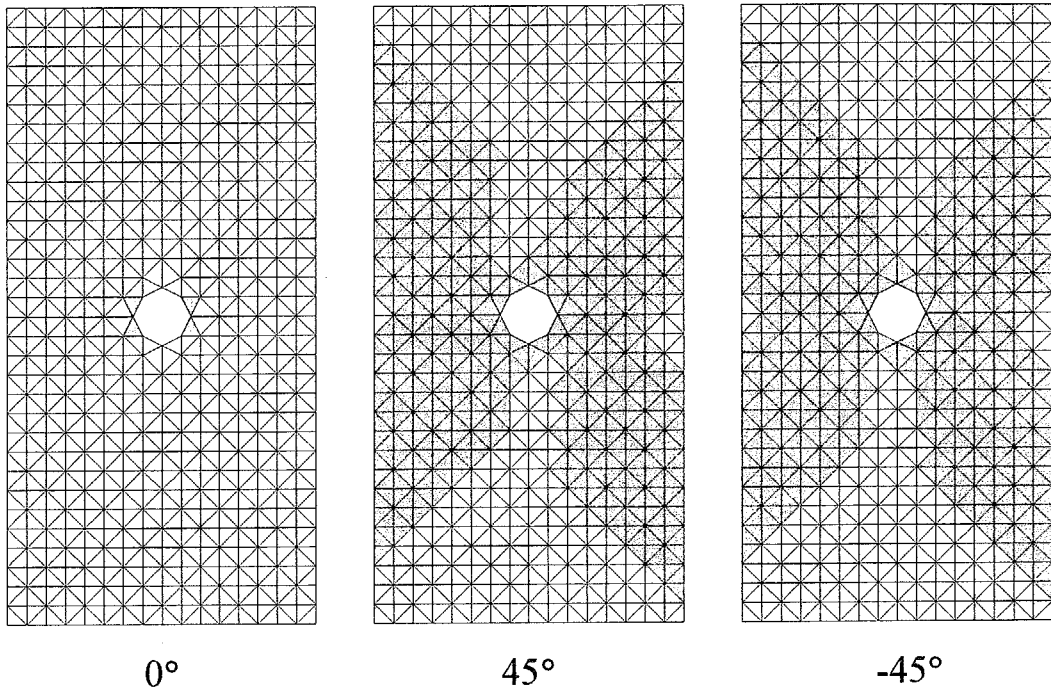
0°

45°

-45°

(b)  $\delta = 0.20 \text{ mm}$

図4. 10  $[0_2/45/-45]_s$  積層板の損傷進展 (解析)



0°

45°

-45°

(c)  $\delta = 0.25 \text{ mm}$

図 4. 1 0  $[0_2/45/-45]_s$  積層板の損傷進展 (解析)



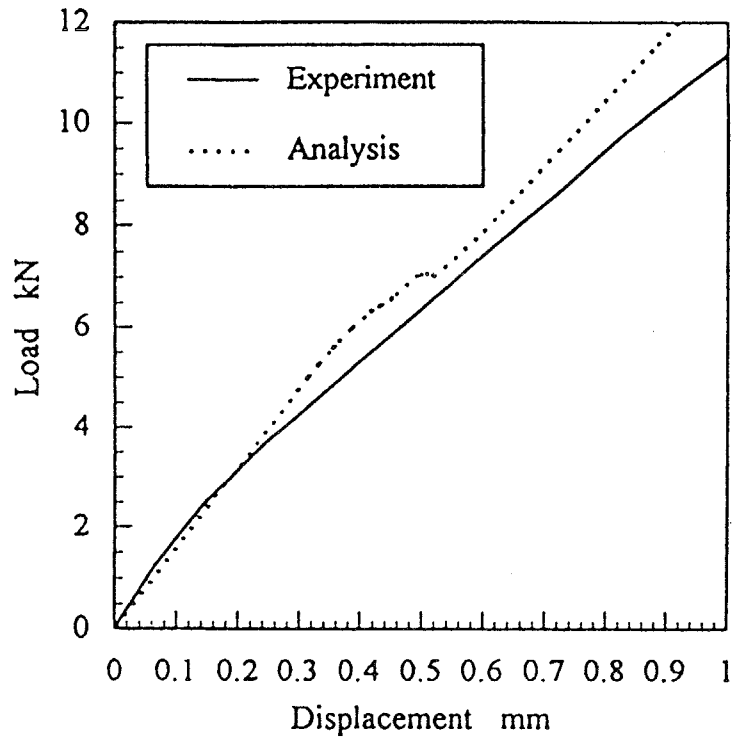


図4. 1 1  $[0_2/45/-45]_s$ 積層板の荷重—変位関係

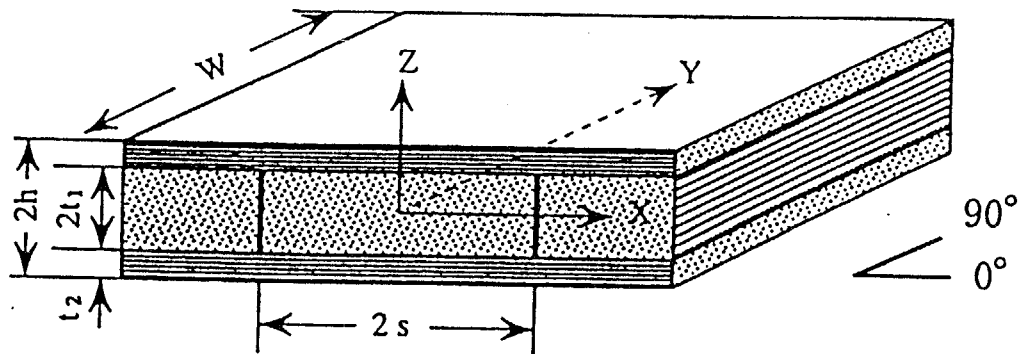


図4. 1 2 直交積層板のマトリックス割れ

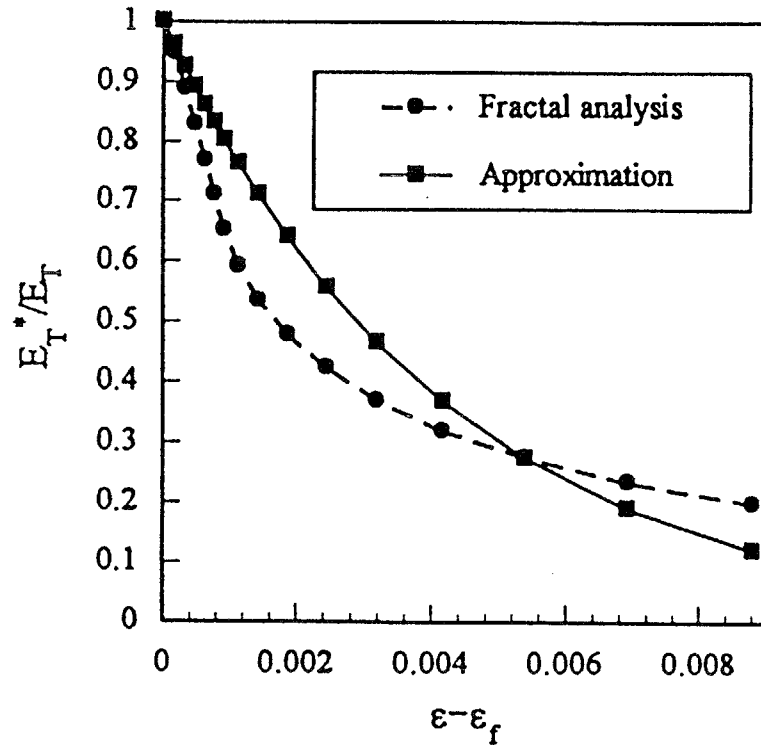


図4. 13 直交方向弾性係数の低下

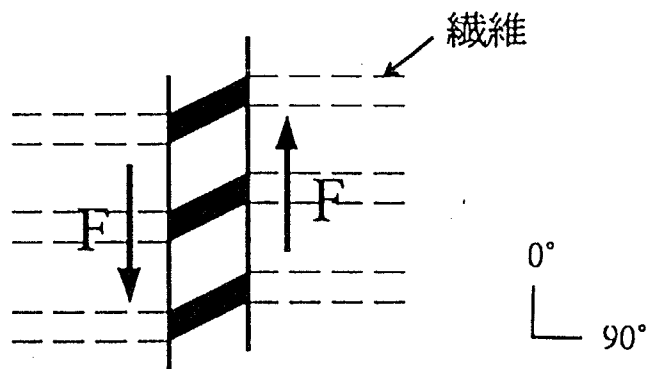
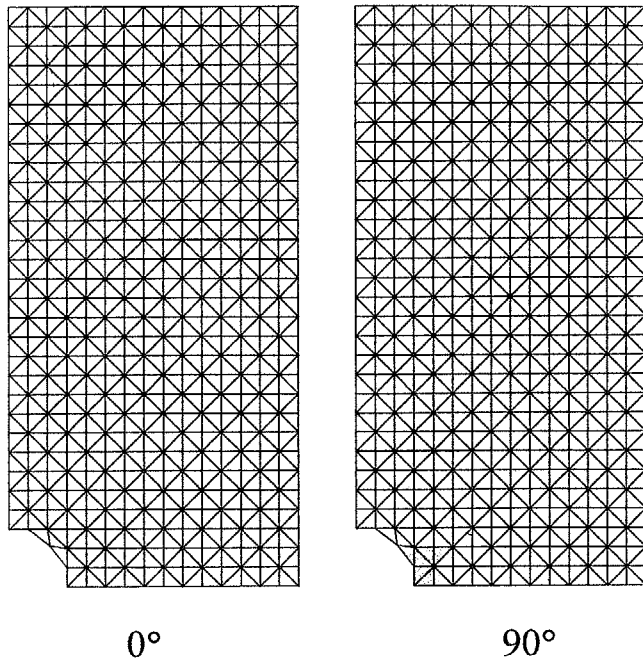
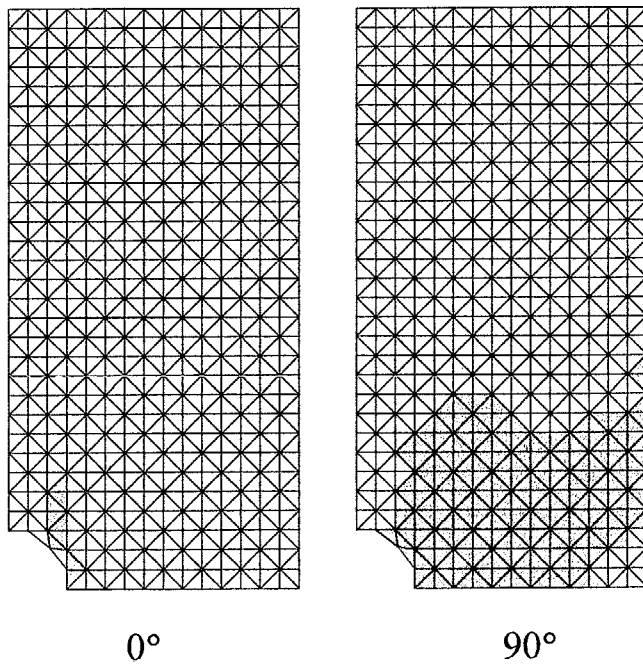


図4. 14 せん断変形による90°層のブリッジング



(a)  $\delta = 0.19 \text{ mm}$



(b)  $\delta = 0.30 \text{ mm}$

図 4. 15  $[0_2/90_2]_s$  積層板の損傷進展 (解析)

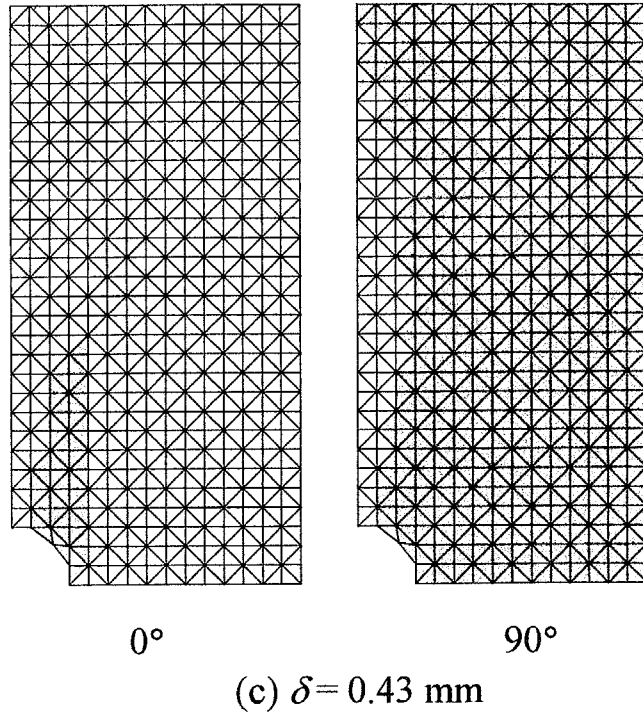


図 4. 1 5 [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 積層板の損傷進展 (解析)

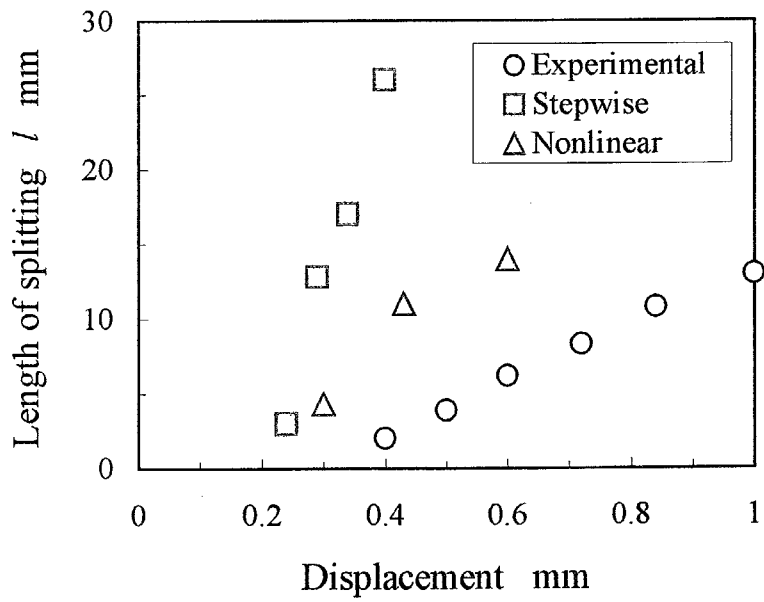


図 4. 1 6 縦割れ進展量の比較

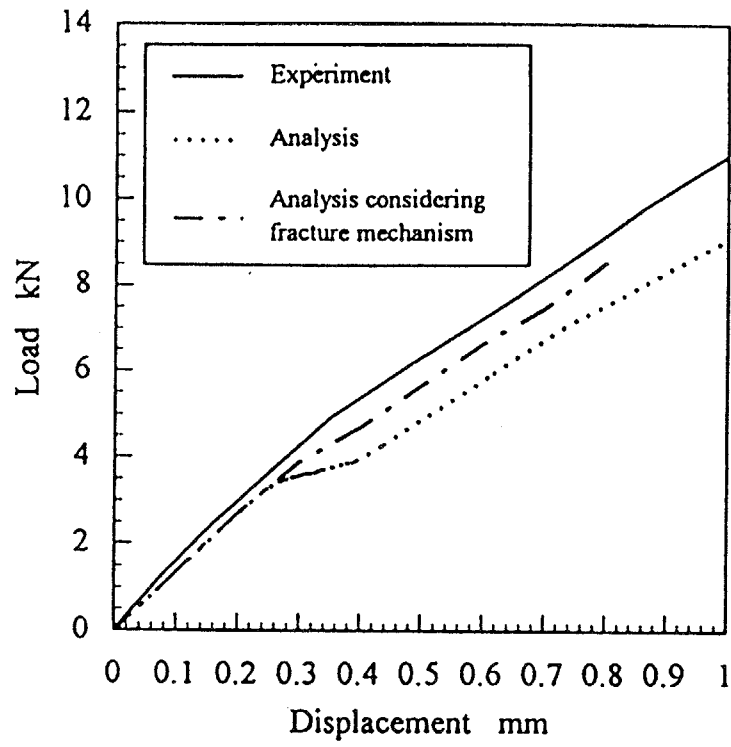


図4. 17  $[0_2/90_2]_s$  積層板の荷重-変位関係

## 第五章

### 層間はく離進展シミュレーション

## 5.1 緒言

第4章まで、損傷モードとしてマトリックス割れ、繊維破断などの層内破壊を扱う損傷進展シミュレーション手法について検討を実施した。それにたいし、層間破壊である層間はく離の発生も、構造の剛性低下をもたらすためにその予測は重要である。しかし、従来のシミュレーションで扱われていた損傷モードは層内破壊であるマトリックス割れと繊維破断が多く、層間はく離のシミュレーションはいまだ少ない。さらに層内破壊であるマトリックス割れ・繊維破断と層間破壊である層間はく離を同時に扱える手法についての研究はほとんど実施されていない。

層間はく離のシミュレーション手法として、3次元ビーム要素を用いた手法<sup>(1)</sup>や、2次元要素を積層したマルチレイヤー有限要素法<sup>(2)(3)</sup>、3次元ソリッド要素を用いた手法<sup>(4)</sup>が検討されているが、それらの手法は計算時間・計算機容量を必要とし、大型構造物の解析にはより簡便な手法が必要である。そこで本章では平面応力要素を用いた損傷進展シミュレーション手法に適用可能な層間はく離の簡便な予測手法を提案し、その手法に基づく層間はく離の進展シミュレーションを実施しその有効性と簡便性を検討した。

具体的には次の通りである。層間はく離の発生・進展はエネルギー解放率を用いて説明できることが従来の研究で明らかにされている。そこで本研究では平面応力要素を用いた有限要素法への適用を考慮して、層間はく離を要素の剛性低下とみなしエネルギー解放率を計算する層間はく離発生・進展の簡易評価手法を提案した。この手法の利点は、積層板の板厚方向の解析が不要なため、要素分割や計算に要するコストを大幅に削減できる点である。[+30<sub>2</sub>/-30<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> 有孔試験片の引張試験を実施し、特に損傷初期段階の層間はく離の進展過程と試験片の剛性低下に着目して層間はく離進展シミュレーションの結果と比較し、本手法の有効性を検討した。

## 5.2 層間はく離発生・進展の判定手法

古典積層理論を用いると平面応力状態における応力-ひずみマトリックス  $\mathbf{D}$  は次式のように表わせる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{26} \\ C_{61} & C_{62} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、 $C_{ij}$  は  $\mathbf{D}$  マトリックスの各成分であり、 $C_{ij}=C_{ji}$  である。これは、複合材料積層板を6つの独立な弾性係数  $E_1, E_2, E_6, \nu_{12}, \eta_{16}, \eta_{26}$  を持つ均質異方性弾性体とみなすことと等価であり、弾性係数と  $\mathbf{D}$  マトリックスの関係は次式で表わされる<sup>(5)</sup>。

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{\eta_{16}}{E_6} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{\eta_{26}}{E_6} \\ \frac{\eta_{16}}{E_6} & \frac{\eta_{26}}{E_6} & \frac{1}{E_6} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\nu_{21}$  は Poisson 比、 $\eta_{16}$ 、 $\eta_{26}$  は Chentsov の係数であり、添字の第一の指標が収縮あるいは伸びの生じる方向を表わし第二の指標は力の作用する方向を表わす。そこで本研究では、図 5. 1 に示すように層間はく離の発生を要素の剛性低下とみなすことで平面応力要素を用いた有限要素法への組み込みを可能とする。

まず最初に、図 5. 2 に示すような一方向にひずみ $\varepsilon_0$ を負荷された板厚 $t$ の積層板について考える。図中の、 $E$  ははく離発生前の積層板の X 軸方向のみかけ上の縦弾性係数、 $E^*$  ははく離発生後の積層板の X 軸方向のみかけ上の縦弾性係数である。以下、 $*$  ははく離後を表わすものとする。みかけ上の引張方向弾性係数 $E$ 、 $E^*$ は古典積層理論に基づいて次式のように計算される。

$$E = \frac{\sum_{i=1}^m E_i t_i}{t} \quad (3)$$

$$E_i = \frac{N_{xi}}{t_i \varepsilon_0} \quad (4)$$

ここで $t_i$ 、 $E_i$  ははく離発生後の第 $i$ 層の板厚、引張方向の縦弾性係数であり、 $N_{xi}$  は第 $i$ 層の X 軸方向の合応力である。 $N_{xi}$  は古典積層理論から計算できる。はく離によってそれぞれの層が非対称な積層構成になった場合にも Whitcomb and Raju は合応力の計算に面内剛性のみならずカップリング剛性・曲げ剛性を考慮することで、より正確にはく離層間の予測が可能であることを明らかにしている<sup>(6)</sup>。そこで本研究では、式(4)中の合応力 $N_{xi}$ を Whitcomb and Raju の方法に従い次式のように計算する。

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y = 0 \\ N_{xy} = 0 \\ M_x \\ M_y = 0 \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x = \varepsilon_0 \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \kappa_x = 0 \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} = 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Whitcomb and Raju の用いた境界条件は一軸引張負荷時の自由端はく離を表わすものであり、異なる弾性拘束状態の場合には異なる境界条件を用いる必要があるが、2 次元平面応力要素を用いた本手法では各要素の弾性拘束条件を層間はく離の進展に伴い逐次判定していくことは難しい。そこで本研究では、層間はく離による剛性低下が著しい一軸引張負荷の場合を表わす Whitcomb and Raju の方法を一次近似として採用する。

次に、面内にひずみ $\{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_{xy}\}$ が負荷されている場合にも、層間はく離を有する積層板



のX,Y方向のみかけ上の縦弾性係数 $E_x^*$ ,  $E_y^*$ および横弾性係数 $E_{xy}^*$ が式(1)によって計算できると仮定する. ただし  $E_y^*$ および  $E_{xy}^*$ の場合, 式(5)での境界条件はそれぞれ  $N_x=N_{xy}=M_x=\kappa_y=\kappa_{xy}=0$ ,  $N_x=N_y=\kappa_x=\kappa_y=M_{xy}=0$ とした. また本研究では,  $\nu_{12}$ ,  $\eta_{16}$ ,  $\eta_{26}$  をはく離発生の前線で一定と仮定した.

ここで, はく離発生前の積層板の応力-ひずみマトリックス  $\mathbf{D}$ , はく離発生後の積層板の応力-ひずみマトリックス  $\mathbf{D}^*$ とすると, はく離による剛性低下に相当する等価な  $\mathbf{D}_{\text{degrade}}$  マトリックスが以下の様に定義できる.

$$\mathbf{D}_{\text{degrade}} = \mathbf{D} - \mathbf{D}^* \quad (6)$$

ある要素の第  $i$  層の応力-ひずみマトリックスを  $\mathbf{D}_i$  とすると, この要素の  $\mathbf{D}$  マトリックスは結局次式の様に表わせる.

$$\mathbf{D} = \frac{1}{t} \sum_i \mathbf{D}_i t_i - \mathbf{D}_{\text{degrade}} \quad (7)$$

右辺第一項はマトリックス割れや繊維破断などの各層内の剛性低下であり, 第二項は層間はく離による剛性低下である. 右辺第二項は言い換えると, 層間の持つみかけの剛性とみなせる. ただし, この層間剛性は仮想的なものであり, はく離がさらに同じ要素の異なる層間に発生した場合や, 新たな層内破壊が発生した場合には,  $\mathbf{D}_{\text{degrade}}$  マトリックスの再計算が必要となる.

層間はく離の発生を要素のコンプライアンス変化とみなす本手法の場合, 層間はく離の全ひずみエネルギー解放率  $G$  とコンプライアンスの変化による全ひずみエネルギー解放率は等価であり, はく離前後で要素のひずみ一定を仮定すると次式のように表わせる.

$$\begin{aligned} G &= \frac{dU}{dA} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \{ (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_6 \varepsilon_6) - (\sigma_1^* \varepsilon_1 + \sigma_2^* \varepsilon_2 + \sigma_6^* \varepsilon_6) \} \cdot St}{S} \\ &= \{ (\sigma_1 - \sigma_1^*) \varepsilon_1 + (\sigma_2 - \sigma_2^*) \varepsilon_2 + (\sigma_6 - \sigma_6^*) \varepsilon_6 \} \cdot \frac{t}{2} \end{aligned}$$

ここで,  $\sigma - \sigma^* = \mathbf{D} \varepsilon - \mathbf{D}^* \varepsilon = \mathbf{D}_{\text{degrade}} \varepsilon$  であるので,

$$\begin{aligned} &= \{ (C_{11} \varepsilon_1 + C_{12} \varepsilon_2 + C_{16} \varepsilon_6) \varepsilon_1 + (C_{12} \varepsilon_1 + C_{22} \varepsilon_2 + C_{26} \varepsilon_6) \varepsilon_2 \\ &\quad + (C_{16} \varepsilon_1 + C_{26} \varepsilon_2 + C_{66} \varepsilon_6) \varepsilon_6 \} \cdot \frac{t}{2} \\ &= (C_{11} \varepsilon_1^2 + C_{22} \varepsilon_2^2 + C_{66} \varepsilon_6^2 + \\ &\quad 2C_{12} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + 2C_{16} \varepsilon_1 \varepsilon_6 + 2C_{26} \varepsilon_2 \varepsilon_6) \cdot \frac{t}{2} \quad (8) \end{aligned}$$

ここで,  $t$  は板厚,  $S$  は要素面積である. 式(8)を用いることで, 各要素の各層間の層間はく離の全ひずみエネルギー解放率を簡便に評価することができる. 層間はく離進展の

破壊則として本研究では、

$$G > G_c \quad (9)$$

を採用した。  $G_c$  は限界エネルギー解放率であり、本研究では  $G_c$  は積層構成によらずどの層間でも一定とした。この結果、層間はく離の破壊則がひずみによる 2 次破壊則となり、平面応力要素を用いた有限要素法への適用が可能になる。

### 5.3 シミュレーション手法

本章で用いる損傷シミュレーションは、基本的には、第 2 章で説明した層内破壊のシミュレーション過程と同一である。本シミュレーションでは平面応力状態を仮定し面内変形のみを解析する。また、損傷モードは層間はく離のみであり、計算の簡略化のため一度層間はく離が発生した要素にはさらなるはく離は発生しないものとした。シミュレーション過程の概要を以下に簡単に示す。

- (1) 第 2 節の手法に基づき要素の応力-ひずみマトリックス ( $\mathbf{D}$  マトリックス) を均質異方性板として計算し、2 次元有限要素法による応力解析を行う。
- (2) 得られた各要素のひずみから式(8)を用いて各要素の各層間のエネルギー解放率を計算する。
- (3) 山田の方法<sup>(7)</sup>を用いて破壊要素と層の位置を判定し、その要素の弾性係数を変更する。
- (4) 以上のステップを、負荷を増大させながら所定の負荷に達するまで繰り返す。

### 5.4 実験方法と解析方法

実験では、供試材として三菱レイヨン製の一方向 CFRP プリプレグ:MR50/#982 (T-800 相当/変性 Epoxy 樹脂) を  $[+30_2/-30_2/0_2/90_2]_s$  に積層し、オートクレーブ成形した積層板を用いた。 $[+30_2/-30_2/0_2/90_2]_s$  積層板を用いたのは、破壊モードがほぼ層間はく離のみに限られ、かつ斜交積層による非線形性があまり現れないようにするためである。この積層板から長さ 250mm×幅 25mm×厚さ 2.2mm の短冊型積層板を作成し、試験片中央に半径 6.0mm の円孔をクリスタルドリルで加工した。この試験片上下端部に厚さ 3mm の GFRP 織物材のタブをエポキシ系接着剤で接着し、つかみ部を作成した。試験片外形および寸法を図 5. 3 に示す。引張試験には MTS 製電気油圧式サーボ試験機を用い、島津製油圧チャックを用いて変位制御 (引張速度 0.3mm/min) で試験を実施した。試験片には標点間距離 50mm の伸び計を取り付け、荷重-変位関係を測定した。いくつかの試験片については負荷途中で除荷し、超音波探査映像装置 (日立建機製 AT5000) を用いて試験片内部の損傷進展を観察した。

解析対象は標点間である長さ 50mm×幅 25mm の領域を要素分割した。第 2 章で示した通り、損傷シミュレーションでは均等な要素分割が適切であり、また要素寸法が結果に及ぼす影響は小さいので、本研究では図 5. 4 に示す要素分割を採用した。節点数 1178、

要素数 2176 である。解析では図 5. 4 の上端面を変位拘束し負荷を加える場合について計算を実施した。計算に用いた CFRP の材料定数を表 1 に示す。表中、添字の L, T はそれぞれ繊維方向, 繊維直交方向を表わす。また、計算に用いた限界エネルギー解放率  $G_c$  は  $120\text{J/m}^2$  である。

## 5.5 シミュレーションの有効性の検討

本研究では、損傷を有する実構造の安全性の評価に最も重要な負荷初期段階の層間はく離の進展過程と試験片の剛性低下（荷重－変位関係の予測）の 2 つの観点から実験と解析を比較し、シミュレーションの有効性を検討した。

図 5. 5 に実験で観察された損傷進展過程を、図 5. 6 に解析によって得られた層間はく離の進展過程を示す。図 5. 5 中の白色の領域は層間はく離であり、 $90^\circ$  方向にみられる黒い線は  $90^\circ$  層に生じたマトリックス割れである。図 5. 5 中、(a) は  $90^\circ$  層に、(b)~(f) ははく離の発生した  $0^\circ/90^\circ$  界面に焦点を合わせたものである。また図 5. 6 中の黒色の要素は層間はく離の発生が判定された要素である。図 5. 7 に荷重－伸び関係を示す。縦軸が荷重で、横軸が伸び計で測定した伸び  $\delta$  である。破断に至った伸びは  $\delta=0.65\text{mm}$  であるが、 $\delta=0.24\text{mm}$  ではく離が伸び計取り付け位置の下をこえて進展し、試験片全体に拡大するので、伸びは  $\delta=0.24\text{mm}$  までを示した。図 5. 8 に負荷に伴う層間はく離面積の増加を示す。縦軸は層間はく離の面積を標点間内の面積で除して規格化したものであり、横軸は伸び  $\delta$  である。

### 5.5.1 層間はく離の進展過程の予測

実験では、 $\delta=0.08\text{mm}$  付近から  $90^\circ$  層の円孔縁応力集中部にマトリックス割れが発生し、その後、 $\delta=0.130\text{mm}$  でリガメント部の  $0^\circ/90^\circ$  層間に自由端から層間はく離がまず発生する。この  $0^\circ/90^\circ$  層間の層間はく離は荷重増加に伴い、荷重方向に進展していく。損傷の最初期において、層間はく離は加工及び試験片のつかみの問題から円孔中央に対して点対称には進展しないが、さらなる荷重の増加に伴いほぼ点対称に進展している。その後、 $\delta=0.24\text{mm}$ ,  $P=14.0\text{kN}$  で試験片全体にはく離が進展し、 $\delta=0.65\text{mm}$ ,  $P=22.7\text{kN}$  で最終破断した。そこで本研究では、損傷を有する構造の安全性の保証に必要な損傷段階まで、すなわちはく離が試験片全体に進展する  $\delta=0.24\text{mm}$  までを解析との比較の対象とする。

解析では、 $\delta=0.054\text{mm}$  で円孔縁応力集中部に  $0^\circ/90^\circ$  層間に層間はく離が発生したのち (図 5. 6 (a),(b)), 層間はく離が実験結果と同様に自由端から発生し (図 5. 6 (c),(d),(e)), 荷重方向に進展していく (図 5. 6 (f))。本シミュレーションではマトリックス割れを考慮していないため、マトリックス割れの発生の代わりに層間はく離が応力集中部で発生しているが、円孔縁から発生した層間はく離はほとんど進展せず、自由端から発生した層間はく離を起点として層間はく離が  $\delta=0.13\text{mm}$  以降に急に進展していく様子は実験

結果と一致している。層間はく離面積の増加を示す図5. 8からも、自由端から急激に層間はく離が進展していく様子は明らかであり、実験結果と解析結果は良く一致している。

### 5.5.2 試験片の剛性低下の予測

図5. 7に示される荷重-変位関係において、実線は実験結果であり、破線は解析結果である。実験ではまず $\delta=0.13\text{mm}$ 以前に $90^\circ$ 層でマトリックス割れが円孔縁応力集中部近傍に生じるが、そのマトリックス割れの剛性低下への寄与はほとんど無視できる。その後、 $\delta=0.13\text{mm}$ で $0^\circ/90^\circ$ 層間にはく離が発生し、剛性低下が始まる。 $\delta=0.20\text{mm}$ までの荷重-変位関係の解析結果は実験結果と良く一致している。実験ではその後もはく離が進展しつづけて $\delta=0.24\text{mm}$ ではく離が試験片全体に進展するが、解析では上端面で強制変位を加えており、実験のようなはく離進展は生じ得ず、解析では剛性を過大評価している。この点を考慮すると、実験結果と本シミュレーションによる解析結果は良く一致している。

また、本研究では CPU: Pentium166MHz, メモリー: 64MB, OS: WindowsNT4.0 Workstation を搭載した PC/AT 互換機上で Microsoft Fortran PowerStation 4.0 でコンパイルしたプログラムを用いて計算を実施した結果、上記の計算に要した時間は約 220 分程度であり、3 次元ソリッド要素を用いたものなどに比べてはるかに計算時間・計算機容量を必要とせず、かつ簡便に計算が可能である。

## 5.6 結言

平面応力要素を用いた有限要素法に適用可能な層間はく離の簡便評価手法を提案し、層間はく離シミュレーションを実施して、損傷進展と剛性低下（荷重－変位関係）の観点からその有効性と簡便性を検討した。得られた結果を要約すると以下の通りである。

- (1) エネルギー解放率を用いた層間はく離発生層間の簡便評価手法を提案した。
- (2) その手法に基づく簡便な層間はく離進展シミュレーションを実施し、 $[+30_2/-30_2/0_2/90_2]_s$  CFRP 有孔試験片のはく離進展について実験結果と解析結果を比較し、本手法の有効性および簡便性を明らかにした。

## 参考文献

- (1) 座古,辻上,材料,43,489,(1994),684
- (2) 神谷,関根,山田,機論,62,593,A(1996),18
- (3) Chen, D.J., Chan, W.S. and Wang, B.P., Journal of Reinforced Plastics and Composites, 15,9,(1996),944
- (4) Rinderknecht, S. and Kröplin, B., Computers & Technology, 66,1,4,(1997),359
- (5) Ambartsumyan, S.A., 異方性弾性体の理論, (1975),9,森北出版
- (6) Whitcomb, D.J. and Raju, I.S., *Delamination and Debonding of Materials*, ASTM STP 876, ASTM, Philadelphia, (1985), 69
- (7) 三好,白鳥,座古,坂田,有限要素法,(1976),39,実教出版

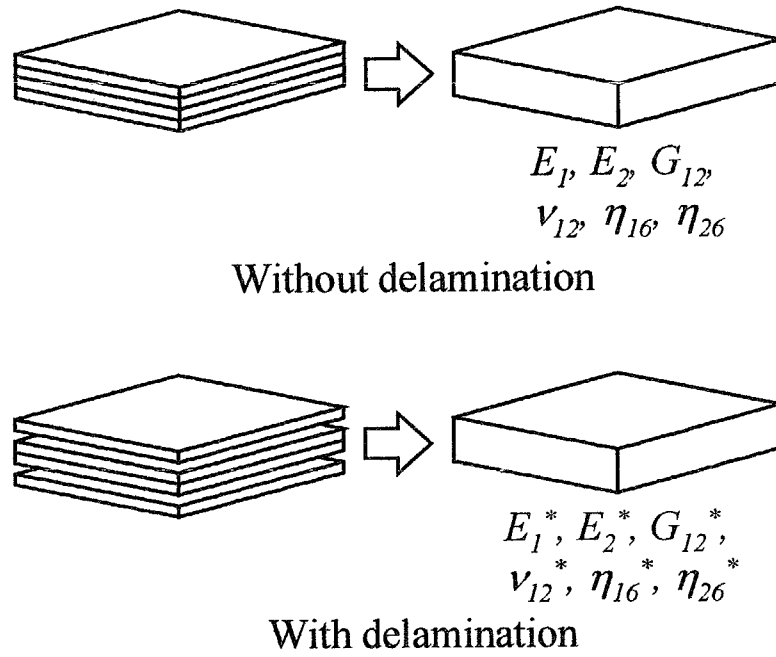
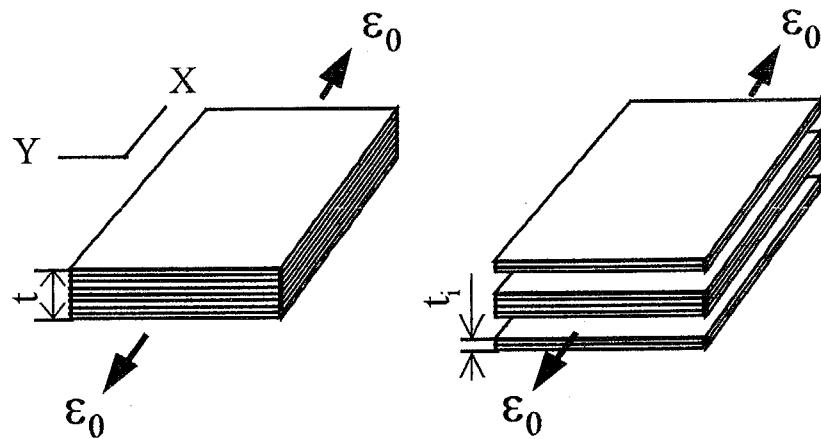


図 5. 1 複合材料積層板の層間はく離にともなう剛性低下



(a) Without delamination (b) With delamination

図 5. 2 一軸引張をうける積層板

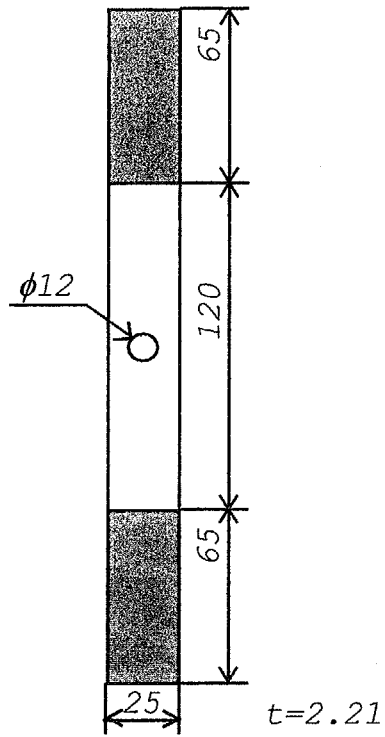


图 5. 3 試驗片形状

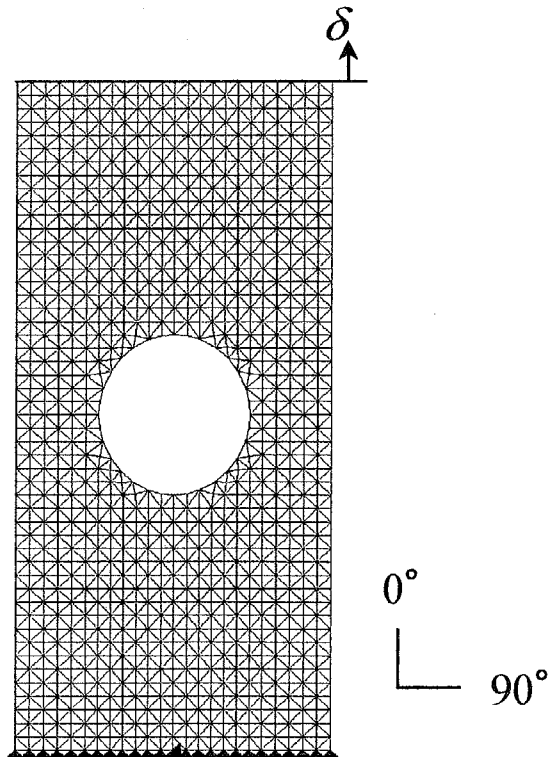


图 5. 4 要素分割



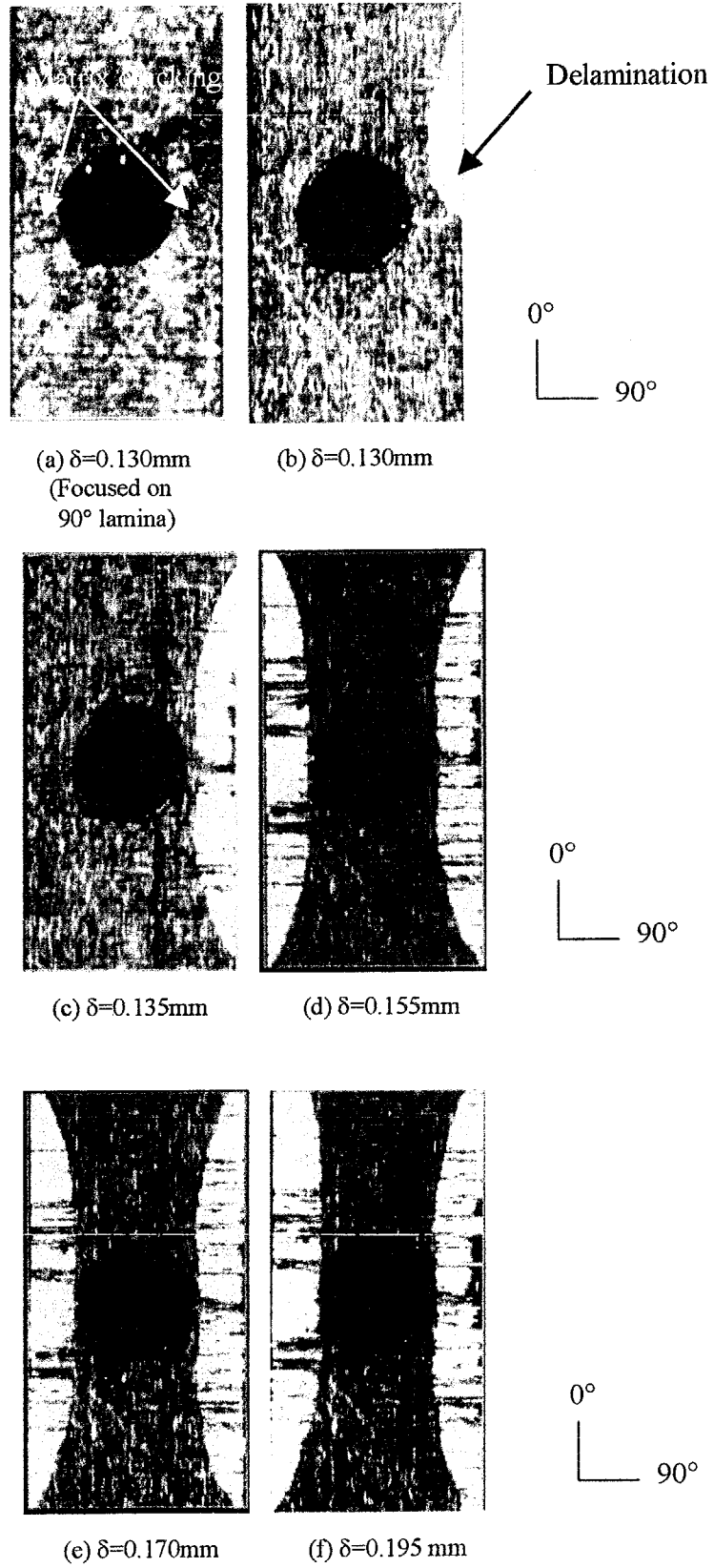


図 5. 5 損傷進展過程  
 ((a)は 90° 層に焦点, (b)~(f) は 0°/90°はく離に焦点)

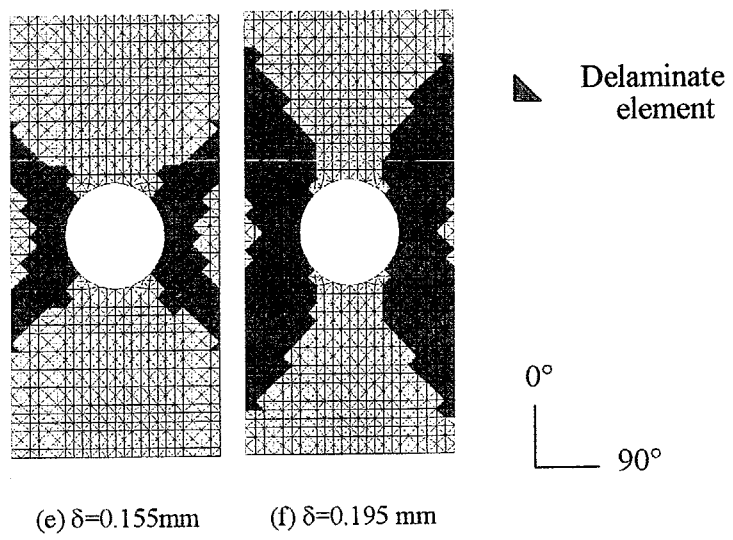
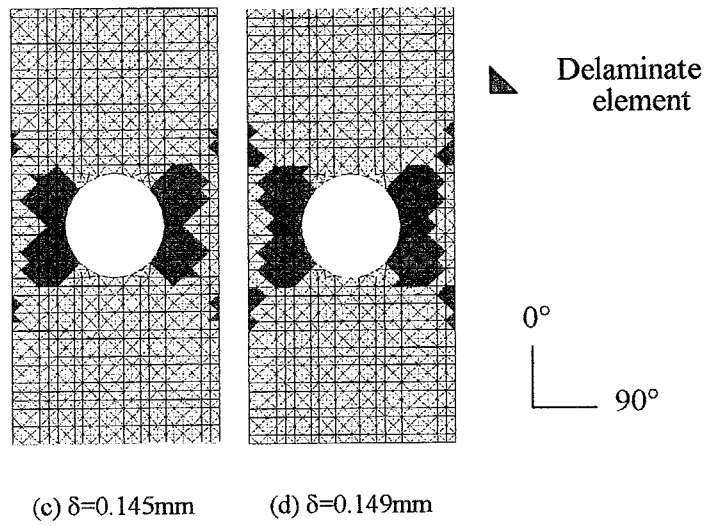
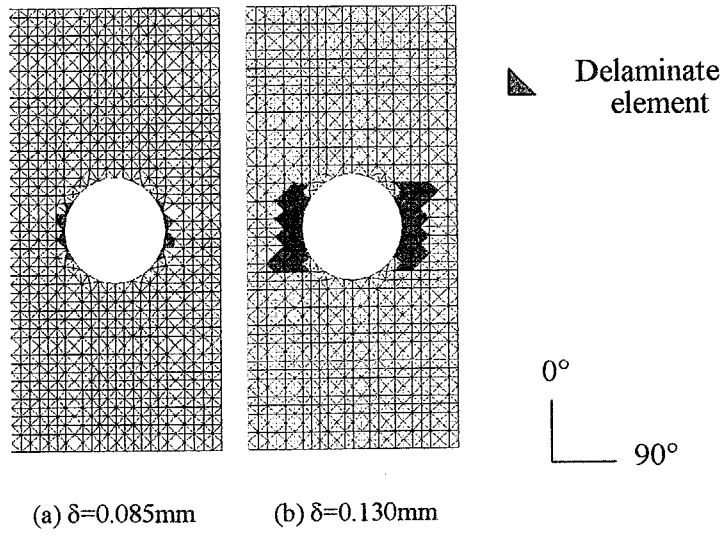


図5.6 はく離進展過程 (解析)

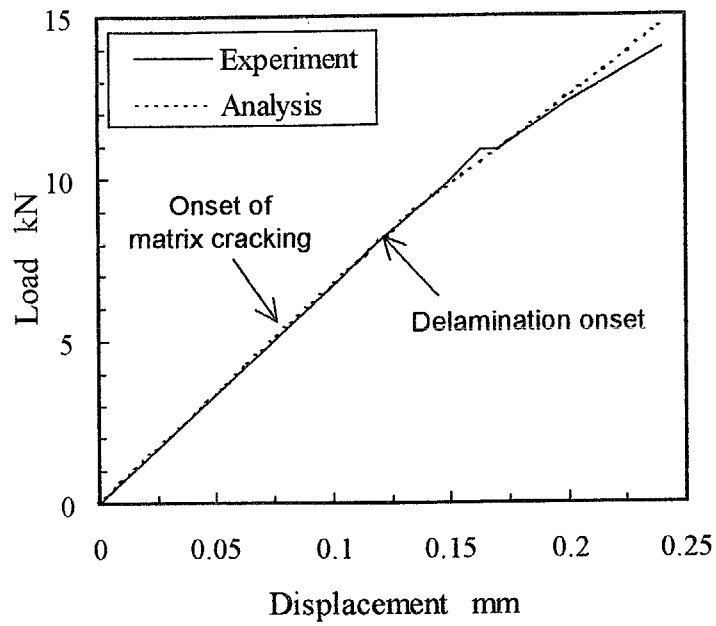


図5. 7 荷重-変位関係

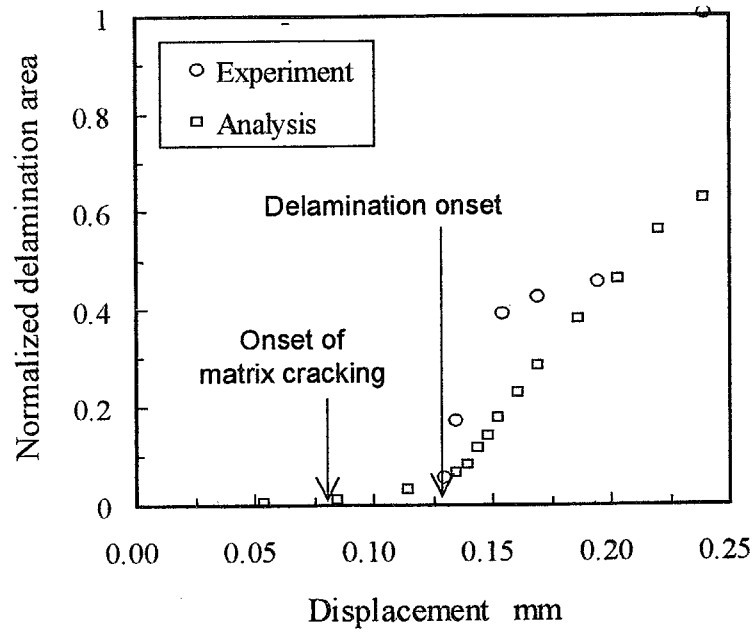


図5. 8 はく離面積の増加

## 第六章

### 結論

本研究では、複合材料積層構造の構造健全性の評価を目的とする損傷進展シミュレーション手法の構築を目的として、その有効性の検討を特に実験結果との比較の観点から実施したものである。得られた結果については各章の結言で示したが、以下で再度総括して示す（図6.1参照）。

第一章において、複合材料積層板の損傷シミュレーション手法の必要性とその意義について述べ、従来の研究の概観を示し、本研究の目的を示した。

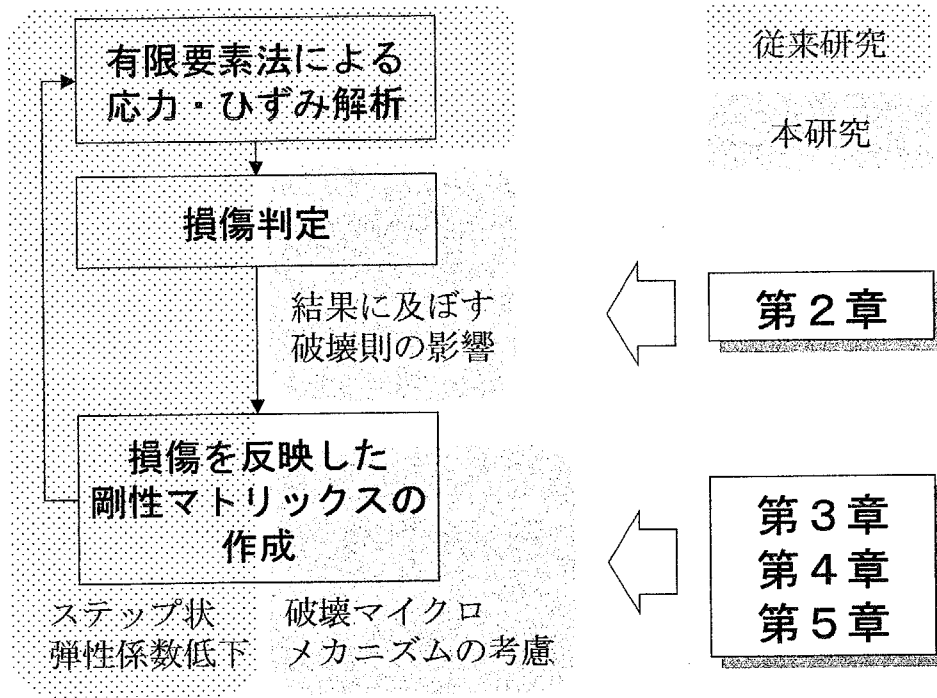
第二章において、FRPの損傷進展シミュレーションに及ぼす諸因子を検討するため、損傷進展過程に重点をおいて要素分割、破壊則、弾性係数低下手法の影響を評価した。その結果、三角形要素を用いた損傷進展シミュレーションでは、微小な直角二等辺三角形要素を用いて、積層板内で最も含有率の高い層の繊維方向に垂直にかつ均一に分割するのが適当であること、破壊則は多軸応力効果を評価できるTsai-Hill則が適当であることを明らかにした。それにたいし、弾性係数の変更方法を損傷発生と同時にほぼ0と近似しても、損傷進展傾向は実験結果とほぼ一致するが、き裂密度変化などの詳細な情報はマトリックス割れのマイクロメカニズムに基づいた損傷進展シミュレーションが必要であることを明らかにした。

第三章では、前章の考察から、GFRP直交積層板を用いて、マトリックス割れのフラクタル性を実験的に検討し、フラクタルモデルに基づく損傷解析を実施した。その結果、マトリックス割れ発生位置は、フラクタル次元 $D \approx 0.45$ のフラクタル分布であるが、フラクタル性を示す範囲は非常に狭いこと、き裂位置のフラクタル分布の上限まで繰り込み変換を実施した仮想き裂密度を用いると実測値と解析値が良く一致すること、き裂密度と負荷応力の関係から、初期欠陥の寸法分布は $D \approx 1.6$ のフラクタル分布であることを明らかにした。これに基づき、初期欠陥のフラクタル分布に基づくマイクロメカニズムモデルにより、負荷応力とき裂密度の関係を解析した。

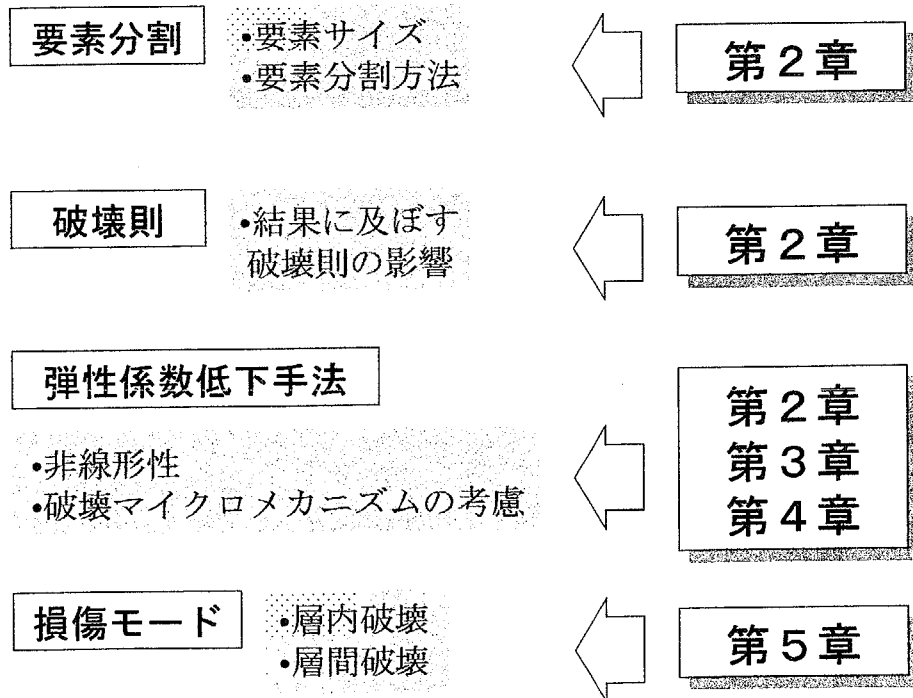
第四章では、破壊マイクロメカニズムとして縦割れ・マトリックス割れ・せん断変形の非線形性に着目し、各損傷モードにおける損傷進展と荷重-変位関係を実験結果と比較検討した。その結果、第二章で提案したシミュレーション手法を用いた積層板の損傷予測は、一方向材の縦割れ、せん断変形の非線形性に対してはその影響を評価できるが、直交積層板に生じる縦割れ、複数き裂のマトリックス割れに対しては不十分であることを明らかにした。そこで、マトリックス割れについては、第三章で得られた破壊マイクロメカニズムを考慮した損傷解析手法を組み込んだ損傷進展シミュレーション手法を提案し、縦割れについては新たに隣接層のブリッジングを考慮したシミュレーション手法を提案し、その有効性を実験結果と比較検討して示した。

第五章では、第二章で提案した平面応力要素を用いた有限要素法に基づく損傷進展シミュレーション手法に適用可能な層間はく離の簡便評価手法を提案し、有孔積層板の層間はく離シミュレーションを実施して、損傷進展と剛性低下の観点からその有効性と簡便性を検討した。その結果、はく離前後の要素のコンプライアンス変化から全ひずみエネルギー解放率を推定する本手法が、層間はく離進展の予測と、それに伴う試験片の剛性低下の予測に対して有効であること、また本手法が簡便であることを明らかにした。

以上から、従来の複合材料積層構造の損傷許容性評価を目的とした研究において不十分であった、シミュレーション結果に影響を及ぼす諸因子の子細な検討、シミュレーション手法への破壊マイクロメカニズムの組み込み、そして簡便な層間はく離進展評価手法の提案を実施し、損傷を模擬した有孔を有する平板試験片の損傷進展シミュレーションを行い、損傷進展および剛性低下の観点からの実験結果との比較検討を実施して、本提案手法が損傷許容性評価手法として有用であることをあきらかにした。さらに、本研究の成果はそのまま、シェル要素を用いた3次元複合材料構造積層構造の損傷許容性評価手法としての適用が可能であるため、企業との連携が可能であれば、さらに複雑な構造、応力分布、損傷を有する大型一体成形部品にたいする構造健全性の評価が可能であることを述べて、本論文の結論とする。



### システム



### 結果に影響を及ぼす諸因子

図6. 1 構造健全性評価のための損傷進展シミュレーション手法

## 印刷論文

### 第二章

1. FRP 積層板の損傷シミュレーション手法の評価 (島村佳伸, 轟章, 小林英男, 中村春夫, 箕輪智夫), 日本機械学会論文集 (A 編), 60 巻 579 号, (1994), pp.2498-2503

### 第三章

2. GFRP 直交積層板に生じるマトリックス割れのフラクタル性 (島村佳伸, 轟章, 小林英男), 日本機械学会論文集 (A 編), 60 巻 572 号, (1994), pp.972-977
- 2'. "Fractal Property of Matrix Cracking in GFRP Cross-Ply Laminates", Shimamura, Y., Todoroki, A. and Kobayashi, H., JSME International Journal, series A, 38, 4, (1995), pp.446-452

### 第四章

3. FRP 損傷シミュレーションへの破壊モードの影響 (島村佳伸, 轟章, 小林英男, 中村春夫), 日本機械学会論文集 (A 編), 62 巻 594 号, (1996), pp.328-334

### 第五章

4. 平面要素 FEM による複合材料積層板の簡便層間はく離過程解析 (島村佳伸, 稲田貴臣, 轟章, 小林英男, 中村春夫), 日本機械学会論文集 (A 編), 64 巻 624 号, (1998), pp.2046-2051



## その他の業績一覧

### 印刷論文

1. フラクタル分岐限定法を用いた複合材料積層板の積層構成最適化, (寺田雄一郎, 轟章, 島村佳伸), 日本機械学会論文集 (A 編), 66 巻 644 号, (2000), pp.714-720
2. "Damage Monitoring for Semi-Transparent Composites using Luminance of EL Backlight", Todoroki,A. and Shimamura,Y., JSME International Journal, series A, 43,1 (2000), pp.76-82
3. PC クラスタ上での並列処理による FRP 破壊シミュレーションの高速化, (島村佳伸, 山村庸介, 轟章, 小林英男, 中村春夫), 材料システム, 18 巻, (1999), pp.37-43
4. 複数電極電気抵抗変化の応答曲面を用いた CFRP はく離検出知的構造の開発, (田中雄樹, 轟章, 島村佳伸), 日本機械学会論文集 (A 編), 65 巻 640 号, (1999), pp.2432-2438
5. 応答曲面法を用いた固有振動数変化による CFRP 積層梁の損傷同定, (稲田貴臣, 島村佳伸, 轟章, 小林英男, 中村春夫), 日本機械学会論文集 (A 編), 65 巻 632 号, (1999), pp.776-782
6. 電気ポテンシャル法を用いた CFRP はく離検出手法における電気抵抗異方性の評価, (轟章, 鈴木洋之, 小林英男, 中村春夫, 島村佳伸), 日本機械学会論文集 (A 編), 64 巻 622 号, (1998), pp.1654-1659
7. 電気ポテンシャル法を用いた CFRP はく離検出に及ぼす電極位置の影響, (轟章, 鈴木洋之, 島村佳伸), 日本複合学会誌, 24 巻 5 号, (1998), pp.176-182
8. 屈曲型光ファイバーシステムによるひずみ計測, (轟章, 島中隆, 小林英男, 中村春夫, 島村佳伸), 日本機械学会論文集 (A 編), 63 巻 615 号, (1997), pp.3710-3714
9. 織物 SiC/SiC 複合材料の破壊靱性評価手法, (小林英男, 轟章, 中村春夫, 大竹健一, 島村佳伸), 日本機械学会論文集 (A 編), 62 巻 594 号, (1996), pp.335-340

### 会議録

1. "Acceleration of Fracture Simulation of Composite Structures Using a PC Cluster", Shimamura,Y., Yamamura,Y., Todoroki,A., Kobayashi,H. and Nakamura,H., Proc.6th Japan

International SAMPE Symposium, (1999), pp.567-570

2. "Health Monitoring of Glass/Epoxy Composites Using Electro-Luminescent Backlight", Akira,T., Shimamura,Y. and Yoshida,S., Proc. 6th Japan International SAMPE Symposium, (1999), pp.971-974
3. "Delamination Identification in Smart Composite Structures with Piezoelectric Patches", Inada,T., Shimamura,Y, Todoroki,A., Kobayashi,H. and Nakamura,H., Proc. 6th Japan International SAMPE Symposium, (1999), pp.983-986
4. "Inexpensive Damage Propagation Analysis of Composite Laminates by Using FEM with Plane Elements", Shimamura,Y., Todoroki,A., Kobayashi,H. and Nakamura,H., Proc.ICCM-12, (1999), p.655
5. "Inexpensive Simulation of Delamination Growth in Composite Plates by Using FEM with Two-dimensional Elements", Shimamura,Y., Todoroki,A., Kobayashi,H., Nakamura,H. and Inada,T., Computer Methods in Composite Materials VI CADCOMP98, (1998), pp.237-244
6. "Application of FEM Damage Simulation for Composite Laminates with Open Hole", Shimamura,Y., Todoroki,A., Kobayashi,H., Nakamura,H. and Inada,H., Proc. 5th Japan International SAMPE Symposium, (1997), pp.1115-1118
7. "Damage Propagation Simulation Based on 2-D FEM for Composite Laminates", Shimamura,Y., Todoroki,A., Kobayashi,H. and Nakamura,H., Proc. ICCE/3, (1996), pp.755-756

## 謝辞

本論文は、著者が東京工業大学工学部および大学院修士課程在学中から平成7年に東京工業大学工学部機械宇宙学科に奉職後も継続して遂行した研究成果をまとめたものである。研究遂行にあたり、多くの方々のご助力をいただいた。ここに記して謝意を表する。

東京工業大学 小林英男教授，中村春夫教授，轟章助教授には現在に至るまで親切なご指導をいただいた。特に，轟助教授には，研究内容について日々ご指導とご鞭撻をいただき，感謝の念に絶えないものである。また，同学の渋谷教授，青木教授には，本論文について有益な御討論をいただいた。

また，東京工業大学 小出孝道技官には，実験方法などについていろいろとご指導いただいた。

さらに，GFRP 平板試験片を提供いただいた日本機械学会研究協力部会「機械構造部品への複合材料の適用に関する調査研究分科会：主査金原勲（東大教授）」の非破壊検査WG（G主査影山和郎（東大教授））の関係各位および，CFRP 供試材を提供いただいた三菱重工業株式会社の田北勝彦氏および石川島播磨重工業株式会社の盛田英夫氏に感謝の意を表する。

各位に心から感謝いたします。

2000年2月10日  
島村佳伸

# 付録

## A1 異方性体の理論

ここでは、複合材料積層板の有限要素法解析の基礎となる、異方性体における一般化した Hook の法則から直交異方性弾性板の Hook の法則を導き、その工学弾性係数の導出方法について簡単に説明する。

### A1.1 一般化した Hook の法則

任意の異方性を有する弾性体の一般化した Hook の法則は以下の通りである。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{15} & Q_{25} & Q_{35} & Q_{45} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & Q_{46} & Q_{56} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{A1.1})$$

ここで、 $\sigma_{ij}$  は応力、 $\varepsilon_{ij}$  はひずみであり、 $i$  は応力あるいはひずみの作用する面の法線ベクトル方向、 $j$  は応力あるいはひずみの方向を表す。また  $Q_{ij}$  は剛性マトリックスである。添字を一つだけ用いる Voigt 表示では式(A1.1)は以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{15} & Q_{25} & Q_{35} & Q_{45} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & Q_{46} & Q_{56} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.2})$$

ひずみエネルギーを考えると、剛性マトリックスは対称となり、独立な弾性係数は 21 個となる。

### A1.2 直交異方性板の Hook の法則

図 A1.1 に示す長繊維強化複合材料のような、1 軸、2 軸、3 軸に関して 3 つの弾性対称面をもつ直交異方性材料のばあい、1 軸、2 軸、3 軸に関して  $180^\circ$  回転しても、その特性は同一であることを考えると、式(A1.2)は次式となる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

このとき、独立な弾性係数は9個である。

さらに、直交異方性板（平面応力状態）の場合を考えると、式(A1.3)は次式のように簡略化される。

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

または、

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A1.4}')$$

このとき、独立な弾性係数は4個である。

ちなみに、等方性板の場合は、内2つの弾性係数が従属となり、一般に知られているとおり、独立な弾性係数は2つとなる。

### A1.3 任意の配向角を有する一方向積層板

図 A1.2 に任意の配向角を有する一方向積層板を示す。このように座標軸から角 $\theta$ 回転した方向に材料主軸を持つ場合の応力-ひずみ関係を導出する。まず、応力の変換は次式で表せる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

または、

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{T}_\sigma \boldsymbol{\sigma} \quad (\text{A1.5}')$$

ただし、 $\mathbf{T}_\sigma$ は応力に関する座標変換行列である。また、同様にひずみの変換は次式で表せる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.6})$$

または,

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \mathbf{T}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A1.6}')$$

ただし,  $\mathbf{T}_\varepsilon$  はひずみに関する座標変換行列である.

式(A1.5), (A1.6)を式(A1.4)に代入することで, 任意の配向角を有する積層板の応力-ひずみ関係を導出できる.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{13} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{23} \\ Q'_{13} & Q'_{23} & Q'_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

あるいは,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Q}' \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A1.7}')$$

#### A1.4 工学弾性係数

式(A1.7)をひずみについて解くと次式のようなになる.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

式(A1.7)は工学弾性係数を用いて, 次式のようにも表せる.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\eta_{16}}{E_6} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{\eta_{26}}{E_6} \\ \frac{\eta_{16}}{E_6} & \frac{\eta_{26}}{E_6} & \frac{1}{E_6} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

ここで,  $E_1, E_2, E_6$  はそれぞれ負荷方向, 負荷直交方向, せん断のみかけの工学弾性係数であり,  $\nu_{12}, \eta_{16}, \eta_{26}$  はそれぞれ Poisson 比, Chentsov の係数である. Poisson 比, Chentsov の係数は, 第一添字方向に負荷を加えたときの, 第一添字方向のひずみと第二添字方向のひずみの比の絶対値である.

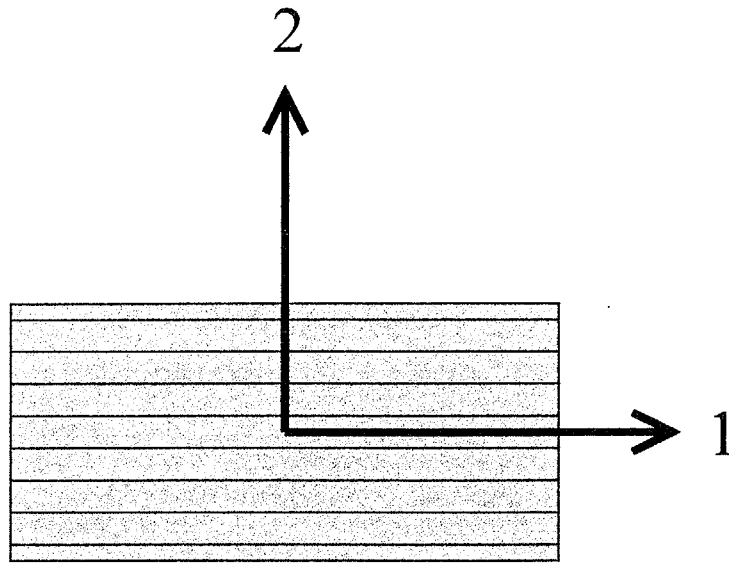


図 A1.1 積層板の座標系

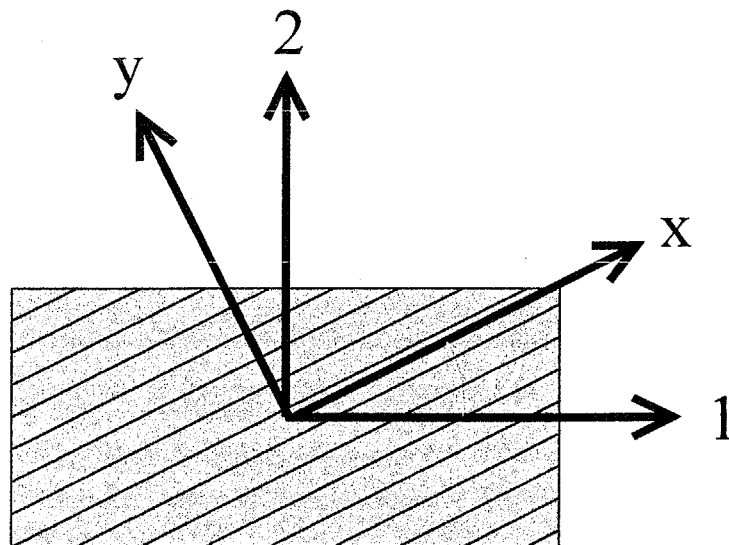


図 A1.2 任意の配向角を有する積層板の座標系



## A2 古典積層理論

ここでは、2枚以上のプライを積層した積層板の理論のなかでも、一般に用いられている古典積層理論について簡単に説明する。

### A2.1 仮定

古典積層理論においては、次の仮定がおかれている。

1. 層間は完全接着
2. 積層板は十分薄い
3. 中央面に対して垂直な面は、変形後も、中央面に対して垂直である。
4. 積層板の厚さは変わらない

### A2.2 剛性マトリックス

図 A2.1 に示す積層板を考える。まげによるひずみ分布を考える。中央面でのひずみを  $\varepsilon^0$ 、曲率を  $\kappa$  とすると、

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \varepsilon_6^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_6 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.1})$$

積層板の単位幅あたりの面内力を  $\mathbf{N}$ 、モーメントを  $\mathbf{M}$  とすると、応力およびモーメントの釣り合いから、

$$\begin{aligned} N_i &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i dz \quad (i=1,2,6) \\ M_i &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i z dz \quad (i=1,2,6) \end{aligned} \quad (\text{A2.2})$$

式(A2.2)に式(A1.7)(A2.1)を代入すると、

$$\begin{aligned}
N_i &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij} \varepsilon_i^0 + Q_{ij} \kappa_i z) dz \\
&= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz \varepsilon_i^0 + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z dz \kappa_i \\
&= A_{ij} \varepsilon_i^0 + B_{ij} \kappa_i
\end{aligned} \tag{A2.3}$$

$$\begin{aligned}
M_i &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij} \varepsilon_i^0 z + Q_{ij} \kappa_i z^2) dz \\
&= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z dz \varepsilon_i^0 + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z^2 dz \kappa_i \\
&= B_{ij} \varepsilon_i^0 + D_{ij} \kappa_i
\end{aligned}$$

または,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{pmatrix} \tag{A2.3'}$$

**A** は面内剛性マトリックス, **B** はカップリングマトリックス, **D** は曲げ剛性マトリックスと呼ばれる。これらは, 積層板を等価な均質異方性板に置き換えて, 剛性マトリックスを表記したことに等しい。

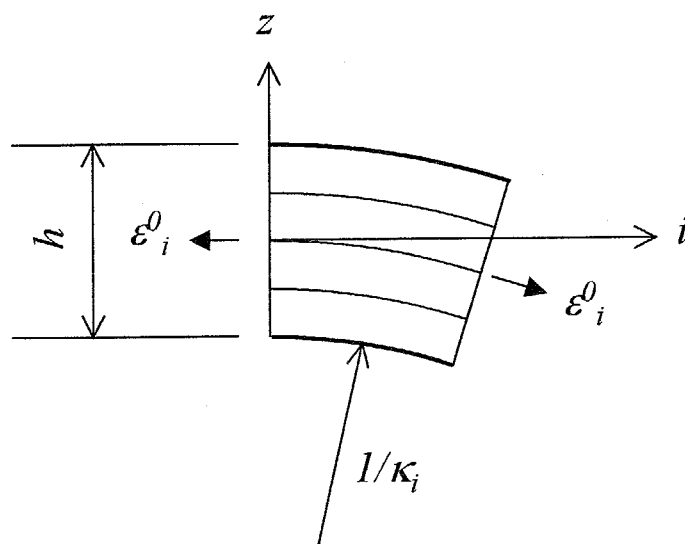


図 A2.1 積層板の座標系 (断面)

### A3 複合材料積層板の有限要素法解析

ここでは、平面要素を用いた複合材料積層板の有限要素法解析について簡単に説明する。

#### A3.1 応力-ひずみマトリックスの導出

平面要素を用いて面内変形しか考慮しない場合、式(A2.3)は次式となる。

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A3.1})$$

ここで、面内剛性マトリックス  $\mathbf{A}$  は、複合材料積層板を等価な均質異方性板に置き換えた場合の剛性マトリックスに相当するが、 $\mathbf{N}$  および  $\mathbf{M}$  は単位幅あたりの面内力、モーメントであるため、これを板厚  $h$  で除することで、等価な均質異方性板の見かけの応力-ひずみマトリックスの導出が可能である。

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{h}\mathbf{N} = \frac{1}{h}\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A3.2})$$

ここで、 $\mathbf{D}$  は応力-ひずみマトリックスを意味し、式(A2.4)の面外剛性マトリックスを意味しないことに注意せよ。要素の応力-ひずみマトリックスにこの  $\mathbf{D}$  を用いることで、有限要素法に用いられる全体剛性マトリックス  $\mathbf{K}$  の導出が可能である。

#### A3.2 各層の応力の導出

以上から、有限要素法解析によって要素の応力、ひずみが計算できるが、この場合の応力は、等価な均質異方性板に生じる応力、あるいは積層板の平均応力でしかない。そのため、各層の応力は、得られた要素のひずみ  $\boldsymbol{\varepsilon}$  から、古典積層理論を用いて計算する必要がある。

まず、各層について、得られたひずみ  $\boldsymbol{\varepsilon}$  を式(A1.7)に代入することで、各層の座標軸方向の応力  $\boldsymbol{\sigma}$  が計算できる。次に、式(A1.5)を用いて、最終的に各層の材料主軸方向の応力  $\boldsymbol{\sigma}'$  が計算できる。