

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	対偶の遊びを考慮した不等速運動機構の動的総合
Title(English)	
著者(和文)	堀江三喜男
Author(English)	MIKIO HORIE
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第1830号, 授与年月日:1988年7月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第1830号, Conferred date:1988/7/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

対偶の遊びを考慮した不等速運動機構
の動的総合

堀 江 三喜男

目 次

第1章 緒論

1・1 研究目的	(1)
1・2 従来の研究	(3)
1・3 本論文の構成	(6)

第2章 対偶すきまを考慮した機構の静的解析

2・1 緒言	(8)
2・2 一自由度平面機構の解析	(9)
2・2・1 従動節変位領域に関する条件	(9)
2・2・2 対偶すきまを考慮した変位変換関数	(9)
2・2・3 対偶すきまと節長誤差を考慮した変位変換関数	(14)
2・2・4 機構の変位解析例	(15)
2・3 一自由度運動成分拘束機構の解析	(24)
2・3・1 中間節の姿勢が変わらない機構の変位解析	(24)
2・3・2 対偶にすきまのある機構の自由度および運動伝達性	(26)
2・3・3 誤差を含む変位解析	(27)
2・3・4 解析例	(29)
2・4 一自由度空間4節機構の解析	(40)
2・4・1 対偶素間接触位置の解析	(40)
2・4・2 空間4節機構における座標変換マトリックス	(43)
2・4・3 対偶すきまを考慮した変位変換関数	(45)
2・4・4 対偶すきまと節長誤差を考慮した変位変換関数	(47)
2・4・5 空間4節機構の変位解析例	(47)
2・4・6 オフセットを有する平面4節機構の変位解析	(49)
2・5 結言	(56)

第3章 対偶の遊びを考慮した機構の動的解析

3・1 緒言	(58)
3・2 平面多節機構の運動方程式	(59)
3・2・1 2対偶素節の運動方程式	(59)
3・2・2 多対偶素節の運動方程式	(59)
3・2・3 対偶の拘束条件式	(60)
3・3 スライダクランク機構の解析	(63)
3・3・1 機構の運動方程式	(63)

3・3・2	理論解析	(63)
3・3・3	実験および検討	(64)
3・4	平面4節機構の解析	(72)
3・4・1	機構の運動方程式	(72)
3・4・2	理論解析	(73)
3・4・3	実験および検討	(75)
3・5	平面4節機構の加減速時の動特性	(88)
3・5・1	理論解析	(88)
3・5・2	実験および検討	(90)
3・6	結言	(95)

第4章 節の弾性を考慮した機構の動的解析

4・1	緒言	(97)
4・2	動節の理想運動平面内の弾性変形を考慮した機構の解析	(98)
4・2・1	機構の運動方程式	(98)
4・2・2	平面4節機構の理論解析	(99)
4・2・3	解析例	(100)
4・2・4	実験および検討	(101)
4・2・5	動特性の改善	(102)
4・3	動節の理想運動平面直角方向の弾性変形を考慮した機構の解析	(111)
4・3・1	弾性節のモデル化	(111)
4・3・2	座標系の設定	(111)
4・3・3	弾性節および対偶の運動方程式	(113)
4・3・4	対偶の拘束条件式	(114)
4・3・5	平面4節機構の理論解析	(115)
4・3・6	実験および検討	(116)
4・4	動節の理想運動平面直角方向の弾性変形と対偶の遊び を考慮した機構の解析	(125)
4・4・1	機構の運動方程式	(125)
4・4・2	平面4節機構の理論解析および実験	(126)
4・4・3	対偶の遊びと機構の動特性	(127)
4・4・4	オフセットと機構の動特性	(128)
4・5	結言	(134)

第5章 対偶の遊びを考慮した機構の動的総合

5・1 緒言	(136)
5・2 対偶素間分離の発生条件	(137)
5・2・1 対偶の振動モデル	(137)
5・2・2 スライダクランク機構に関する振動モデルの運動方程式	(138)
5・2・3 平面4節機構に関する振動モデルの運動方程式	(139)
5・2・4 対偶素間分離と励振力	(140)
5・3 対偶すきまの決定	(146)
5・3・1 対偶すきまと励振力	(146)
5・3・2 対偶素間分離が発生しない限界対偶すきまの決定	(147)
5・4 動節の形状寸法・質量分布の決定	(149)
5・4・1 目的関数	(149)
5・4・2 節形状の決定	(151)
5・4・3 スライダクランク機構の最適化例	(152)
5・4・4 平面4節機構の最適化例	(153)
5・4・5 平面4節機構の加減速時の動特性	(154)
5・5 外力による対偶素間分離の抑制	(165)
5・6 結言	(167)

第6章 結論 (168)

文献 (171)

謝辞 (177)

付録 (178)

記 号

本論文で用いる主な記号は次のとおりである。ここに示す意味以外で使用する記号およびここに示されていない記号は本文中で説明してある。

a_i	空間機構における節 i の長さ
C	円筒対偶の名称
C_r	対偶の半径方向のすきま
C_s	対偶の軸線方向のすきま
c_{ni}, c_{ti}	法線, 接線方向の粘性減衰係数
$D I, D II, \dots, D VII$	対偶すきまと節長誤差を考慮した変位変換関数
d	軸または穴の直径
$E I, E II, \dots, E VII$	対偶すきまを考慮した変位変換関数
e	対偶素間相対変位
e_x, e_y	e の X, Y 方向成分
F	対偶作用力
F_x, F_y, F_z	F の X, Y, Z 方向成分
f	関数記号または振動数
G_i	節 i の重心
g	重力の加速度
H	関数の名称
h	スライダの片寄り量
I_i	節 i の重心回りの慣性モーメント
i	節および対偶の番号
J	対偶の名称
K	定数または係数
k	ばね定数
L	対偶の軸線方向の長さ
l_i	平面機構における節 i の長さ
M	モーメントまたは機構の自由度
M_i	節 i の質量
M_x, M_y, M_z	モーメント M の X, Y, Z 方向成分
m_i	弾性節における i 番目の質点の質量
N	原動節回転速度
n_i	節 i の弾性部分の分割数

O	静止座標系の原点
o	動座標系の原点
P	進み対偶または描点の名称
Q	描点の名称
R	回り対偶または描点の名称
r_{ij}	節 i 上の対偶 j における対偶素半径
S	球対偶または描点の名称
s	対偶軸長
T	トルク
t	時間
U	マトリックス
V	速度
V_n, V_t	V の法線方向および接線方向成分
X, Y, Z	静止直交座標
x, y, z	動直交座標
α	圧力角またはねじれ角
β	重心位置を表す角度
γ	描点の位置を表す角度
Δ	偏差
δ	弾性変形量
ε	偏心率
ζ	1 または 0 を表す記号
θ_i	節 i の角変位
κ	対偶すきまの比
λ	1 または 0 を表す記号あるいは係数
μ	運動摩擦係数
σ	標準偏差
Φ	目的関数
φ	従動節角変位
ψ	偏心角
Ω	角速度
ω	角速度

第1章 緒 論

1・1 研究目的

21世紀まであと10数年となった今日、生産工程における搬送機械、組立機械、包装機械等の自動化が進展し、その機械の高性能化がよりいっそう望まれている。これを実現するためには機械の頭脳にあたる制御・情報処理部分の知能化もさる事ながら、機械の手足となる機構の信頼性の向上が必要不可欠である。

機構を構成する節同士が互いに直接接触する対偶部分には、節間の相対運動を滑らかにし、運動伝達の効率低下を防ぐために、多かれ少なかれ遊びが存在し、これが機構の信頼性を低下させる大きな因子の一つとなっている。対偶の遊びの量は、対偶すきまと対偶素表面の弾性変形を加味したものによって定まるが、この遊びは、通常の機構の設計にあたっては極力小さくとられ、また理論解析や制御演算にあたってはその強い非線形特性からくる取り扱いの困難さから微小量として無視されている場合が多い。

人間の手の感覚は意外に鋭く、数 μm のすきまでもその存在を十分感知できると言われている。機構に使われている対偶部分に存在するすきまは小さいと言っても数 μm ～数十 μm であり、これは生身の人間から見ても無視できる微小量とは言えないオーダーであろう。ここに一つのモデル実験のデータがある。図 1・1 は直径すきま250 μm と65 μm の回り対偶について、軸側を水平に固定し、質量4kgの円筒穴をすきまの範囲内で自由落下させ、軸と円筒穴との作用力を実測した結果で、たとえ数十 μm のわずかな落下距離でも、静止時の約10倍という大きなパルス状の衝撃力が発生することを示している⁽¹⁾。

個々の対偶もさる事ながら、機構全体さらには作動状態や環境まで考え合せたとき、事情はさらに複雑になり、対偶の遊びの影響が直接的・間接的に大きく機構に現われてくる場合を考えると次の(1)～(3)が挙げられる。

(1)機構に多数の対偶がある場合

(2)機構が高速作動する場合

(3)対偶の摩耗が大きい場合

(1)の機構に多数の対偶がある場合では、個々の対偶の遊びが微小でも、節の位置関係によってはそれらが累積・拡大され、機構出力に大きな誤差をもたらす。多節機構に要求される複雑な運動と汎用性という要求から考えれば、この誤差は高速作動時よりもむしろ、低速あるいは静止時の誤差範囲として正確に把握しておく必要がある。たとえば、昨今、産業界で広く使用されている多関節ロボットマニプレータの例を挙げれば、名称から精度等に至るまで統一・規格化の作業が世界的な規模で進められているにもかかわらず、肝心の位置決め精度、径路精度に関して公表されるのは相変わらず繰り返し精度のみであることが多い。規格の中で明示が義務付けられようとしている絶対精度を製造業者が表示したがないあるいは表示出来ない理由は、すでに研究段階を終えて価格競争段階に入っていると言われているロボットの分野でさえ、対偶の遊びを積極的に考慮した解析、設計、制

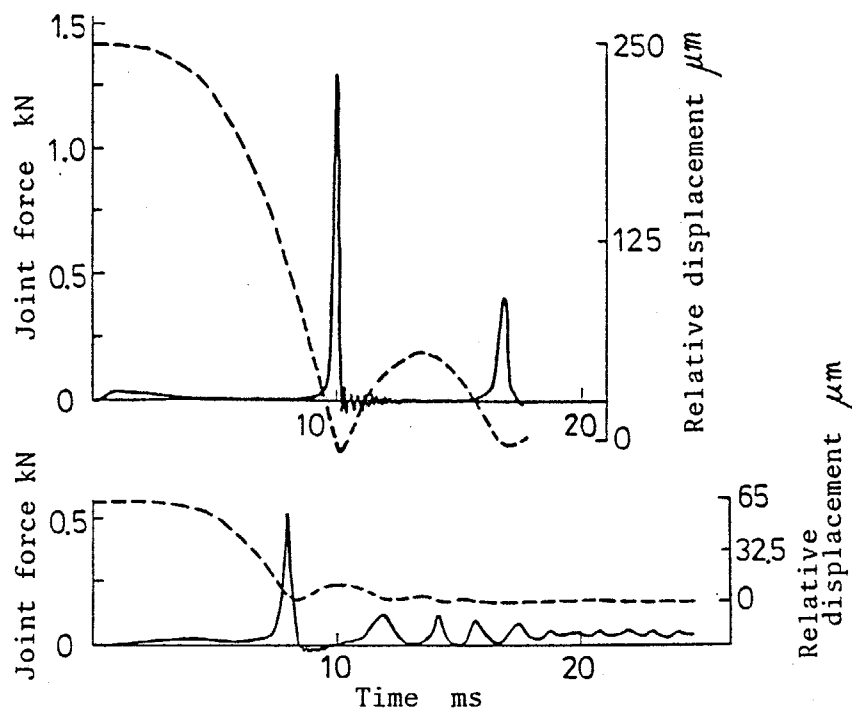


図 1.1 対偶作用力（実線）と対偶素間相対変位（破線）

御が十分に行われていないからである。

(2)の機構が高速作動する場合には、図 1.1に示したデータからも明らかなように、機構の入出力への直接的影響だけでなく、振動、騒音等広範囲にわたる多くの問題について考慮すべきであるが、遊びのある個々の対偶について対偶素間の動的な挙動でさえ十分に把握できていないのが現状である。

最後の摩耗については、建設、土木機械等悪環境下で使用される機械では特に問題となり、機構を設計し軸受寿命を設定するに当り、軸受摩耗量と機構の出力精度、動き易さ、入力の大さき等との定量的関係を知っておく必要がある。

なお、対偶の遊び以外にハードウェアの面で機構の特性に影響を及ぼす因子としては、(1)の場合では主に節の製作時の寸法誤差が、また(2)の動的な場合には機構の高速度化、軽量化に伴う節の弾性変形があり、対偶の遊びだけでなく、これらの因子をも同時に考慮した解析、総合が必要な事は言うまでもない。

そこで、本研究では、不等速運動機構において、特にハードウェアの信頼性が強く要請されていることを背景として、対偶の遊びを考慮した、合理的および組織的な機構の静的解析ならびに動的解析について論じ、機構の高速度化と高精度化に貢献し得る動的総合を可能にすることを目的としている。

この目的を達成するためには、幾多の問題を解決しなければならない。その主なものは次のとおりである。

- (1) まず、対偶すきまや節長誤差が機構の出量誤差に及ぼす影響を組織的に把握しなくてはならない。
- (2) 対偶の遊びを考慮した機構の動的解析を可能にし、対偶の遊びが対偶素間相対変位、機構出量、入力トルク変動等へ及ぼす影響を解明しなければならない。
- (3) 小形化・軽量化の要求される機構においては、対偶の遊びおよび節の弾性が対偶素間相対変位、対偶作用力、弾性節の振動に及ぼす影響を明らかにするとともに、機構の運動中における動節のたわみやねじれを把握し、それらが機構出量に及ぼす影響を解明しなければならない。
- (4) さらに、対偶素間の分離の発生条件を明らかにし、対偶素間の分離の抑制を図らなければならない。

以上にかんがみ本論文の研究では、機構の高速度化、高精度化に関する問題点のうち、対偶すきまと節長誤差が機構の静特性に及ぼす影響ならびに対偶の遊びと節の弾性が機構の動特性に及ぼす影響を明らかにするとともに、対偶の遊びを考慮した機構の動的総合を可能にしている。まず、対偶すきまおよび節の寸法精度が機構の静的精度に及ぼす影響を把握するために、機構の静的変位について、その組織的な解析法を提案し、変位解析を行っている⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。つぎに、対偶の遊びならびに遊びのある対偶の数と位置が機構の動特性に及ぼす影響を定量的に捉えるために、複数の対偶に遊びのある平面多節機構の運動方程式の簡潔な表示を行うとともに、具体例として、平面4節機構を取り上げ、それらの動特性を理論的に解析し、実験的検討を加えている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。ついで、動節がその理想運動平面内ならびに理想運動平面外へ弾性変形する平面4節機構について、理論解析を行い、実験的検討を加え、対偶の遊びならびに節の弾性とオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を解明している⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。さらに、平面4節機構を具体例として、対偶素間の分離の発生条件を求めるとともに、その条件を支配する要因を明らかにし⁽¹⁰⁾、これに基づいて、最適な対偶すきまおよび動節の形状寸法・質量分布を決定することによって対偶素間の分離の抑制を行い、さらに、対偶素間に外力を作用させて対偶素間の分離の抑制を行っている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。

なお、本研究では、原動節が変位するにもかかわらず従動節が変位しない時あるいは従動節が変位するにもかかわらず原動節が変位しない時、機構に遊びが存在するといひ、その遊びが対偶に起因するときこれを対偶の遊びと呼び、対偶素間の幾何学的寸法差を対偶すきまと呼んで両者を区別している。

1・2 従来の研究

機構の高速度化、高精度化に関して、機構の運動伝達性や加速度特性を考慮した量の総合があり⁽¹³⁾、節の弾性を利用した径路創成機構に関する動的総合⁽¹⁴⁾もなされているが、これらの研究では、対偶すきまを考慮して解析するまでには至っていない。対偶の遊びに関する研究は、機構の静特性を取り扱った研究と動特性を取り扱った研究の二つに大きく分けられる。静特性を取り扱った研究では、まず、Garretらは、対偶すきまと節長誤差が、

$y = x^2$, $y = \log x$, $y = \sin x$ 等の平面4節関数創成機構の出量誤差に及ぼす影響を明らかにし⁽¹⁵⁾, Chakrabortyらは対偶素間の相対位置が確率論的に密度関数によって定まるとして平面4節関数創成機構の解析ならびに総合を行い⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾, 特に, 総合においては, 関数創成誤差がある範囲にあるための最適な対偶すきまおよび節長誤差を求めている. Bakthavachalamらは, 対偶すきまと節長誤差を考慮して, 最適化法を用いて平面4節機構の径路創成誤差を最小化する機構の総合を行い⁽¹⁸⁾, 木内らは, 中間節両端の対偶にのみすきまのある平面4節機構について, 対偶すきまと節長誤差による従動節角変位誤差の分類を行い, 原動節角変位に対する従動節角変位誤差を求めている⁽¹⁹⁾. また, Kolhatkarらは, 平面4節機構の従動節角変位誤差を近似的に数式表示し, 平面4節機構の中間節に2連節を付加した平面6節機構を具体例として取り上げ, 機構内の4節機構における伝達角と4節機構の従動節角変位誤差の最大値とを比較し伝達角が $20^\circ \sim 160^\circ$ においては, 従動節角変位誤差を上述の数式により把握できることを示した⁽²⁰⁾. Cepreebらは, 二つの平面4節機構を直列に連結してできた平面6節機構について, 従動節角変位が休止する区間を有する場合を取り上げ, 節長誤差が従動節角変位誤差に及ぼす影響を論じている⁽²¹⁾. しかしながら, 以上のいずれの解析法も, 解析対象の機構に対して逐一对偶すきまを含む閉回路方程式を導出しなければならず, かつ従動節角変位誤差についてのみ論じているにすぎず, 対偶すきまと節長誤差を考慮して, 平面4節機構はもちろんのこと, 種々の平面多節機構に対して, 従動節角変位誤差と中間節変位誤差の両者を組織的に解析するまでには至っていない.

空間機構に関しては, 下嶋らは, 回対偶と進み対偶からなる14種類の1ループ自由度運動成分拘束連鎖から節の交替によって得られる機構のうちの一つの機構について変位と力の解析および所要の径路を満たす量の総合を可能にし⁽²²⁾, 舟橋らは, 静止対偶および原・従動節間の自由度が1である36種類の空間4節機構の変位解析を若干の変換関数を用いるだけで行い得ることを示した⁽²⁵⁾が, これらの研究では, 対偶すきまを考慮して組織的に解析するまでには至っておらず, わずかにTavkhelidzeら⁽²³⁾およびKelerら⁽²⁴⁾が, 空間機構内の対偶すきまを三次元的に捉えて機構の変位誤差を論じているにすぎない. このいずれの研究も一つの空間機構について閉回路方程式を用いて解析したものであり, その解析法によって, 対偶すきまや節長誤差を考慮した他の空間機構の解析を組織的に行うことはできない.

機構の動特性を取り扱った研究として, Cepreeb⁽²⁶⁾, 下嶋⁽²⁷⁾およびMansour⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾らが対偶素間の衝突現象を運動量保存則と反発係数を用いて記述し, 解析を行ったが, いずれも衝突時間を見積ることができず, 衝突時の現象を詳細に把握するまでには至らなかった. 森田らは対偶素が互いに常時接触しているとして平面4節機構の解析を行い, 対偶素間には接触しながらの高調波振動のあることを示した^{(30)~(33)}. ついで, Dubowsky^{(34)~(36)}, Strümpfel⁽³⁷⁾およびHaines⁽³⁸⁾らが, それぞれ, 対偶モデルやただ一つの対偶に遊びのある平面4節機構, 二つの平面4節機構を直列に連結した平面6節機構および対偶

モデルを取り上げて、対偶素間の分離、衝突現象を解析し、遊びのある対偶が一つの場合の対偶素間の挙動がある程度解明されるようになった。しかしながら、複数個の対偶に遊びのある機構を取り上げ、対偶の遊びが機構の動特性に及ぼす影響を詳細に論じたものはほとんどない。さらに対偶素間の相対変位は、対偶素の寸法精度、表面あらさ、機構の組立精度、運動摩擦、粘性摩擦などの多くの因子によって支配されており、すべての因子を考慮するのは困難であり、実験的検討によって理論結果を検証する必要があるが、従来、実験解析を行った研究⁽²⁷⁾⁽³¹⁾⁽³²⁾⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾は極めて少ない。

また、節の理想運動平面内の弾性を考慮して機構の動特性を論じた研究として、弾性節の振動に関する研究がある。すなわち、Sadler⁽³⁹⁾らは、スライダクランク機構の中間節が弾性節の場合を取り上げ、弾性節の振動について集中定数法により解析を行い、中間節に作用する応力が一定となるような節の形状の決定法を提案した。また、Golebiewski⁽⁴⁰⁾らは、平面4節機構の弾性節の振動について集中定数法を用いて解析し実験的検討を加え、節の弾性が節中央の横振動に及ぼす影響を明らかにしたが、実験においてたわみの変動に現われる自然振動数成分についての詳細な解明はなされていない。弾性節を含む機構を可変弾性系と考え、具体例として平面4節機構を取り上げ、弾性節の横振動の理論解析を行い、節が剛体の場合と弾性体の場合との比較を行い、実験的検討を加えた研究⁽⁴¹⁾、解析法に有限要素法を用いて平面4節機構の中間節の横振動を解析し、節の弾性と横振動との関係を明らかにした研究^{(42)~(45)}および節の部材の改良による節の横振動の低減を行った研究⁽⁴⁶⁾があるが、理論結果と実験結果は定量的に一致しておらず、現象を詳細に把握するまでには至っていない。節の理想運動平面直角方向の弾性変形を考慮して機構の動特性を論じた研究としては、Thompsonらが、各動節が水平面内に置かれた平面スライダクランク機構について、その支持台からの加振力によって薄形化された中間節の振動特性を変分法を用いて解析し^{(47)~(49)}、新たな弾性節を含む機構の解析法を示したが、節の理想運動平面間のオフセットを考慮して論じるまでには至っていない。この他に、弾性節およびオフセットを有する平面4節機構について有限要素法による理論解析を行ったSunadaらの研究⁽⁵⁰⁾およびStampsらの研究⁽⁵¹⁾がある。このうち、前者の研究では、節が任意の形状をしていても適用可能な解析法が示されたが、実験的検討を加えておらず節の弾性変形による機構の動特性についての詳細な検討はなされていない。また、後者の研究では、実験解析を行い原動節角変位に対する節のたわみが解明されたが、理論結果には実験結果に現れる高調波の波形が現れておらず、現象を詳細に把握するまでには至っていない。

対偶の遊びと節の弾性の両者を考慮して、これらが機構の入力源や出量に及ぼす影響を論じた研究は極めて少ない。Dubowskyらは、遊びのある対偶をばねとダッシュポットでモデル化し、理想運動平面内を運動する弾性節の運動方程式について変数分離法による解析法を示し、これを平面4節機構およびスコッチヨーク機構に適用し、節の弾性と対偶作用力の関係を論じた^{(52)~(55)}が、機構内の弾性節の振動の詳細については述べていない。対偶素間の接触および分離を解明するために、対偶素間相対変位ベクトルの向きと対偶に

遊びのない機構の対偶作用力ベクトルの向きとの類似性に着目し、実験結果に基づいて対偶素間の分離条件式を導出し、対偶素間の分離を予測しようとした研究^{(56)~(57)}がある。しかしながら、その条件式では把握することのできない場合があることを振動モデルによって指摘した研究⁽³⁸⁾⁽⁵⁹⁾⁽⁶⁰⁾もあり、一般の機構における対偶素間の分離現象を十分に解明し、それに基づいた機構の動的総合を行った研究はなく、また、対偶作用力の低減を目的にして行われた研究^{(61)~(64)}があるが対偶の遊びを考慮して動的総合を行うまでには至っていない。

以上述べたように、対偶すきまと節長誤差を考慮した機構の静的解析については、ある一つの機構が与えられた場合、機構の閉回路条件から対偶すきまや節長誤差を含む変位方程式を誘導すれば、実行可能となった。しかし、より高速で、より高精度の機構を得ようとするれば、多種類の機構について解析を行い、比較検討して最適機構を選択しなければならない。また、機構の設計・製作のコンピュータ支援による合理化の観点からも、機構の種類にとらわれることなく、対偶すきまや節長誤差が機構の静的精度に及ぼす影響を明らかにするための組織的な解析法を開発する必要がある。また、対偶の遊びや節の弾性を考慮した動的解析が行われ、それらが機構の動特性に及ぼす影響もある程度明らかとなった。しかしながら、機構の高速化、高精度化を図るためには、機構の動的総合に適用可能な、対偶の遊びを考慮した組織的な動的解析法を確立し、対偶素間の分離の発生条件を解明して、対偶素間の分離を抑制しなければならない。

1・3 本論文の構成

第2章 対偶すきまを考慮した機構の静的解析

本章では、まず、対偶すきまおよび節長誤差を考慮した平面多節機構の組織的な変位解析を可能にする。ついで、回り対偶と進み対偶からなる14種類の1ループ自由度運動成分拘束連鎖から節の交替によって得られるすべての機構について、中間節の運動を解析し、中間節の姿勢が変わらない機構を求めるとともに、これらの機構を連節に分解して各連節の創成図形と機構の中間節の変位を解析し、さらに対偶すきまによる機構の変位誤差に関して運動成分拘束機構と拘束のない一般の空間機構との違いを明らかにし、対偶形状をモデル化して運動成分拘束機構の変位誤差を解析する。さらに、対偶すきまと節長誤差を考慮して、一自由度空間4節機構の組織的な変位解析を若干の変換関数を用いるだけで可能にするとともに、対偶にすきまがあり、対偶軸方向にオフセットを有する平面4節機構の変位誤差に関して、空間4節機構の変位誤差との関係を明らかにする。

第3章 対偶の遊びを考慮した機構の動的解析

本章では、まず、複数の対偶に遊びのある平面多節機構の動的解析を可能にするために、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して、対偶素間の接触、分離にかかわらず適用できる運動方程式を導くとともに、原動節が等速回転し、原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構を取り上げて、理論的ならびに実験的解析を行い、対偶の遊びが対偶素間相対変位、機構出力および入力トルク変動へ及ぼす影響を明らかにする。つい

で、原動節が等速回転し、複数の対偶に遊びのある平面4節回転揺動機構において、遊びのある対偶の数および位置が対偶素間相対変位、機構出量および入力トルク変動に及ぼす影響について論じる。さらに、原動節が加速、等速および減速運動する平面4節回転揺動機構を取り上げ、機構の動特性について理論的ならびに実験的検討を加える。

第4章 節の弾性を考慮した機構の動的解析

本章では、対偶に遊びのある平面4節機構に関して、さらに節の弾性を考慮した場合の動的解析を可能にし、それらが機構の動特性に及ぼす影響を明らかにする。まず、動節がその理想運動平面内に弾性変形する機構を取り上げ、対偶の遊びと節の弾性が対偶素間相対変位、対偶作用力および弾性節の横振動に及ぼす影響について理論的ならびに実験的検討を加えるとともに、動節の共振時の振幅の低減を図る。ついで、動節が平行平面上にオフセットして配置された機構について、理論的ならびに実験的に解析を行い、対偶の遊び、節の弾性およびオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を論じる。

第5章 対偶の遊びを考慮した機構の動的総合

本章では、まず、対偶に遊びのある一自由度平面多節機構について、対偶作用力の法線方向成分を表す式が、質点、ダッシュポットおよびばねからなる一自由度振動モデルの強制振動とみなせることを示し、この振動モデルによって対偶素間の分離の発生条件を求め、その条件を支配する要因を明らかにする。つぎに、具体例としてスライダクランク機構ならびに平面4節回転揺動機構を取り上げ、振動モデルの運動方程式を導出し、この式に含まれる励振力によって対偶素間の分離を解明できることを示し、対偶素間の分離を抑制するために、機構の総合時に対しては、対偶すきまおよび動節の形状寸法・質量分布の決定を可能にし、既存の機構に対しては、対偶素間に外力を作用力させて対偶素間の分離の抑制を可能にする。

第6章 結論

本研究で得られた結論をまとめて述べる。

第2章 対偶すきまを考慮した機構の静的解析

2・1 緒言

複雑な不等速運動を高い精度で実現可能な多節機構では、対偶および節の数が大であるので、機構設計時にそれらのすきまや寸法精度に関して十分に配慮しなければならない。従来、対偶すきまを考慮した機構の解析は、機構の閉回路方程式を用いて行われており、解析対象の機構が変わるごとに逐一それらの閉回路方程式を導く必要があった。このために、機構の節数や対偶の種類にとらわれることなく適用できる組織的な変位解析法の確立が強く要請されている。

そこで、本章では、平面多節機構、運動成分拘束機構および空間4節機構について対偶すきまおよび節長誤差を考慮した組織的な変位解析を可能にする。

まず、2・2において回り対偶からなる自由度1の平面多節機構について、これを構成する基本連節の変位を、対偶すきまを考慮して変換関数で表示し、原動節動対偶を除くすべての対偶にすきまを有する平面多節機構の組織的な変位解析を可能にするとともに、対偶すきまと節長誤差を考慮した平面多節機構の変位解析を可能にする。

ついで、2・3において、回り対偶と進み対偶からなる14種類の1ループ一自由度運動成分拘束連鎖から節の交替によって得られるすべての機構について中間節の運動を解析し、中間節の姿勢が変わらない機構を求めるとともに、これらの機構を連節に分解して各連節の創成図形と機構の中間節の変位を解析し、さらに対偶すきまによる機構の変位誤差に関して運動成分拘束機構と拘束のない一般の空間機構との違いを明らかにし、対偶形状をモデル化して運動成分拘束機構の変位誤差を解析する。

さらに、2・4において、対偶すきまと節長誤差を考慮して、回り対偶、進み対偶、円筒対偶、球対偶および球筒対偶からなる一自由度空間4節機構の組織的な変位解析を若干の変換関数を用いるだけで可能にするとともに、対偶軸方向にオフセットを有する平面4節機構を空間4節機構とみなして、変位誤差に関して平面4節機構と空間4節機構の関係を明らかにする。

2・5では、本章で得られた結果をまとめて述べる。

2・2 一自由度平面機構の解析

2・2・1 従動節変位領域に関する条件

自由度1の機構において対偶にすきまが存在すれば，原動節角変位 θ に対して従動節角変位 φ は一義的に定まらず，一般にある領域内の値， $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$ をとる．従動節角変位がその限界値 $\varphi_{\max}, \varphi_{\min}$ をとる条件は各節に作用する力をもとにして知ることができる．各節の角変位を基準位置から反時計まわりに測るものとする．すきまのない対偶によって静止節に結合されている原動節をある位置に固定しておき，従動節に反時計まわりのトルクをかけながら変位させて $\varphi = \varphi_{\max}$ となる位置，また逆に時計まわりのトルクをかけて $\varphi = \varphi_{\min}$ となる位置においては，機構内の静止節，原動節および従動節を除く2対偶素節および3対偶素節には，次の条件を満足する力が作用する．ただし対偶素間には摩擦が作用しないものとする．

2・2・1・a 2対偶素節における条件

$\varphi = \varphi_{\max}$ ， $\varphi = \varphi_{\min}$ となる位置においては，機構内の各節に作用する力はつりあい状態にあり，2対偶素節では次の【条件I】または【条件II】が満たされている．

【条件I】 両対偶作用力ベクトルの方向が一致している．

【条件II】 両対偶作用力ベクトルが零ベクトルである．

【条件II】は多対偶素節を含む複ループ機構において生じる．たとえば図2・2・1のように3対偶素節 i に連なる2対偶素節 $i+1, i+2$ には力が作用せず，原・従動節に加わるトルクは節 $i-1, i, i+3$ を含むループにおいて，つりあいが保たれる．

2・2・1・b 3対偶素節における条件

力のつりあい条件より， $\varphi = \varphi_{\max}$ ， $\varphi = \varphi_{\min}$ となる位置において，3対偶素節には次の【条件III】または【条件IV】を満たす力が作用している．

【条件III】 三つの対偶作用力ベクトルが一点で会しているか平行である．

【条件IV】 三つの対偶作用力ベクトルのうち，二つの作用力ベクトルの方向が一致し，他の一つが零ベクトルである．

【条件IV】は図2・2・1のように三つの対偶作用力 F_{i-1} ， F_i および F_{i+1} のうち，二つの対偶における作用力たとえば F_{i-1} と F_i の方向が一致し，他の一つの対偶において対偶作用力 F_{i+1} が生じていない状態を表している．この対偶作用力が生じていない状態に連なる2対偶素節には前述の【条件II】が適用される．

以上の【条件I】～【条件IV】は次項で述べるように機構の変位領域の決定に重要な役割を果たす．

2・2・2 対偶すきまを考慮した変位変換関数

回り対偶からなる平面機構のうち，4節機構，6節機構およびそれらの機構から誘導される節数8以上の多節機構には，図2・2・2に示す2対偶素節または3対偶素節の連節が含まれている．同図において機構を構成する i 番目の節が2対偶素節の場合には l_i がその節長を表し，3対偶素節の場合には $l_{i,1}$ ， $l_{i,2}$ ， $l_{i,3}$ がその節長を表す．

J_i は節 i と $i+1$ を連結する対偶, $J_{i,1}$ および $J_{i+1,1}$ は対偶 J_i の節 i 側および $i+1$ 側の対偶素中心を表し, $\beta_{i,1}$, $\beta_{i,2}$, $\beta_{i,3}$ は 2 対偶素節上の描点 P または 3 対偶素節における対偶素中心 $J_{i,1-2}$ と対偶素中心 $J_{i,1}$, $J_{i+1,1}$ から構成される三角形の内角を表す. なお対偶 J_i において $\overrightarrow{J_{i,1} J_{i+1,1}}$ と静止直交座標系の X 軸とのなす角を $\psi_i (= \arg(\overrightarrow{J_{i,1} J_{i+1,1}}))$ とする.

対偶にすきまのある平面多節機構を数個の節が連なったグループ, すなわち連節に分割する. この分割を適当に細かくしていくと各機構を構成している連節は若干の種類に分類することができる. ここでは 4 節および 6 節機構を構成するのに必要な図 2.2.3 の 2 連節, 3 連節および 4 連節を基本連節としてとりあげることにする.

2.2.2.a 2 連節の変位変換関数

(1) 変換関数 D I 図 2.2.3(a)において, 原動節静止対偶点 J_{i-1} を原点 O とし, 静止節 $i-1$ 上の対偶素中心 $J_{i-1,1-2}$ を通る直線を X 軸とする直交座標系 $O-XY$ を考えると, 節長 l_i の原動節 i の角変位 θ_i とその対偶素中心 $J_{i,1}$ の座標 $(X_{i,1}, Y_{i,1})$ の間には,

$$\begin{bmatrix} X_{i,1} \\ Y_{i,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_i \cos \theta_i \\ l_i \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

がなりたつ. 上式の右辺を角変位 θ_i を座標 $(X_{i,1}, Y_{i,1})$ に変換する関数と考え, 変換関数 D I と呼ぶことにする.

(2) 変換関数 D II 図 2.2.3(b)において, 対偶素中心の座標 $(X_{i,1}, Y_{i,1})$ および $(X_{i+3,1+2}, Y_{i+3,1+2})$ を一定値として節 $i+2$ にトルクを加えて変位させ, その角変位 θ_{i+2} が最大および最小値をとる状態を考える. 前項の [条件 I] を節 $i+1$ に適用すれば角変位 θ_{i+2} が最大値 $(\theta_{i+2})_{\max}$ をとるのは,

$$\begin{aligned} \arg(\overrightarrow{J_{i+1,t} J_{i,t}}) &= \arg(\overrightarrow{J_{i+2,t+1} J_{i+1,t+1}}) \\ &= \arg(\overrightarrow{J_{i+3,t+2} J_{i+2,t+2}}) = \arg(\overrightarrow{J_{i+1,t} J_{i+1,t+1}}). \end{aligned} \quad (2.2.1a)$$

かつ

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{J_{i,t} J_{i+2,t+1}}| &= l_{i+1,1} - \sum_{j=i}^{i+1} C_j \\ |\overrightarrow{J_{i+3,t+2} J_{i+2,t+2}}| &= C_{i+2} \end{aligned} \quad (2.2.1b)$$

の時であり, 最小値 $(\theta_{i+2})_{\min}$ をとるのは,

$$\begin{aligned} \arg(\overrightarrow{J_{i,t} J_{i+1,t}}) &= \arg(\overrightarrow{J_{i+1,t+1} J_{i+2,t+1}}) \\ &= \arg(\overrightarrow{J_{i+2,t+2} J_{i+3,t+2}}) = \arg(\overrightarrow{J_{i+1,t} J_{i+1,t+1}}) \end{aligned} \quad (2.2.1c)$$

かつ

$$|\overrightarrow{J_{i,t} J_{i+2,t+1}}| = l_{i+1,1} + \sum_{j=i}^{i+1} C_j, \quad |\overrightarrow{J_{i+2,t+2} J_{i+3,t+2}}| = C_{i+2} \quad (2.2.1d)$$

の時である. ここに C_j ($j=i, i+1, i+2$) は対偶 J_j における半径すきまである. これらの関係を用いて $(\theta_{i+2})_{\max}$ および $(\theta_{i+2})_{\min}$ を求めれば, 次式となる.

$$\begin{bmatrix} (\theta_{i+2})_{\max} \\ (\theta_{i+2})_{\min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(b/a) - \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + b^2 + l_{i+2,1}^2 - \left(l_{i+1,1} - \sum_{j=i}^{i+2} C_j \right)^2}{(2l_{i+2,1}\sqrt{a^2+b^2})} \right] + \pi \\ \tan^{-1}(b/a) - \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + b^2 + l_{i+2,1}^2 - \left(l_{i+1,1} + \sum_{j=i}^{i+2} C_j \right)^2}{(2l_{i+2,1}\sqrt{a^2+b^2})} \right] + \pi \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

ここに, $a = X_{i+3,i+2} - X_{i,i}$, $b = Y_{i+3,i+2} - Y_{i,i}$ である. 式(2.2.2)の右辺を $(X_{i,i}, Y_{i,i})$, $(X_{i+3,i+2}, Y_{i+3,i+2})$ から $(\theta_{i+2})_{\max}$, $(\theta_{i+2})_{\min}$ への変換関数 DII とする.

(3) 変換関数 DIII 図2.2.3(b)において点 $J_{i,i}$ および $J_{i+3,i+2}$ を固定するとき, 対偶すきまのために節 $i+1$ 上の任意の点 $P(X_P, Y_P)$ を基準に考えれば, この点がりうる最大領域の境界線は, 対偶 J_i の偏心角 ψ_i を独立変数として,

(i) $(\psi_i)_1 \leq \psi_i \leq (\psi_i)_2$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i,i} + (l_{i+1,3} + C_i) \cos \psi_i \\ Y_{i,i} + (l_{i+1,3} + C_i) \sin \psi_i \end{bmatrix}$$

(ii) $(\psi_i)_2 \leq \psi_i \leq (\psi_i)_3$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+3,i+2} + \left(l_{i+2,1} + \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j \right) \cos \theta_{i+2,i+3} + l_{i+1,2} \cos (\theta_{i+2,i+3} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+1,3}) \\ Y_{i+3,i+2} + \left(l_{i+2,1} + \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j \right) \sin \theta_{i+2,i+3} + l_{i+1,2} \sin (\theta_{i+2,i+3} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+1,3}) \end{bmatrix}$$

(iii) $(\psi_i)_3 \leq \psi_i \leq (\psi_i)_4$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i,i} + (l_{i+1,3} - C_i) \cos \psi_i \\ Y_{i,i} + (l_{i+1,3} - C_i) \sin \psi_i \end{bmatrix}$$

(iv) $(\psi_i)_4 \leq \psi_i \leq (\psi_i)_1 + 2\pi$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+3,i+2} + \left(l_{i+2,1} - \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j \right) \cos \theta_{i+2,i+3} + l_{i+1,2} \cos (\theta_{i+2,i+3} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+1,3}) \\ Y_{i+3,i+2} + \left(l_{i+2,1} - \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j \right) \sin \theta_{i+2,i+3} + l_{i+1,2} \sin (\theta_{i+2,i+3} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+1,3}) \end{bmatrix}$$

(2.2.3)

となる. (i), (iii) は中心が $(X_{i,i}, Y_{i,i})$ で, 半径 $l_{i+1,3} \pm C_i$ の円弧, (ii), (iv) は静止節長 $\sqrt{a^2 + b^2}$, 原動節長 C_i , 中間節長 $l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j$ の4節機構の中間節曲線の一部である. 複号は(i), (ii)に対して+, (iii), (iv)に対して-を採用する.

$(\psi_i)_1$ および $(\psi_i)_2$ はベクトル $J_{i,i}P$ の絶対値が $l_{i+1,3} + C_i$ に等しく, 3点 $P, J_{i+1,i}, J_{i,i}$ がこの順序に一直線上にあり, 節 $i+2$ が【条件I】を満たし, さらに線分 $J_{i+1,i+1} J_{i+3,i+2}$ がそれぞれ $l_{i+2,1} - \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j$ および $l_{i+2,1} + \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j$ となっている時のベクトル $J_{i,i} J_{i+1,i}$ の向きを表す. $(\psi_i)_3$ および $(\psi_i)_4$ はベクトル $J_{i,i}P$ の絶対値が $l_{i+1,3} - C_i$ に等しく, 3点 $P, J_{i,i}, J_{i+1,i}$ がこの順序に一直線上にあり, 節 $i+2$ が【条件I】を満たし, さらに線分 $J_{i+1,i+1} J_{i+3,i+2}$ がそれぞれ $l_{i+2,1} + \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j$ および $l_{i+2,1} - \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j$ となっている時のベクトル $J_{i,i} J_{i+1,i}$ の向きを表す. $(\psi_i)_j$ ($j=1 \sim 4$) を式で表せば,

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} (\psi_i)_1 \\ (\psi_i)_2 \end{bmatrix} &= \tan^{-1} \frac{b}{a} + \cos^{-1} \frac{(l_{i+1,3}+C_i)^2 + l_{i+1,1}'^2 - l_{i+1,2}^2}{2(l_{i+1,3}+C_i)l_{i+1,1}'} + \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 + l_{i+1,1}'^2 - \left(l_{i+2,1} \mp \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j\right)^2}{2\sqrt{a^2 + b^2} l_{i+1,1}'} \\ \begin{bmatrix} (\psi_i)_3 \\ (\psi_i)_4 \end{bmatrix} &= \tan^{-1} \frac{b}{a} + \cos^{-1} \frac{(l_{i+1,3}-C_i)^2 + l_{i+1,1}''^2 - l_{i+1,2}^2}{2(l_{i+1,3}-C_i)l_{i+1,1}''} + \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 + l_{i+1,1}''^2 - \left(l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j\right)^2}{2\sqrt{a^2 + b^2} l_{i+1,1}''} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

ここに,

$$\begin{bmatrix} l_{i+1,1}' \\ l_{i+1,1}'' \end{bmatrix} = \sqrt{l_{i+1,1}^2 + C_i^2 \pm (l_{i+1,1}^2 + l_{i+1,3}^2 - l_{i+1,2}^2) C_i / l_{i+1,3}}$$

となる。複号は $(\psi_i)_2, (\psi_i)_3$ および $l_{i+1,1}'$ に対して-を採用する。なお(iii)の ψ_i の変域において不等号が逆向きになっているのは、点Pのとりうる領域の境界曲線を一方方向から連続して描く時にこの区間で ψ_i が減少しながら変化するためである。

また、 $\theta_{i+1, i+2}$ および $\theta_{i+2, i+3}$ はそれぞれベクトル $\vec{J_{i+1,1}}, \vec{J_{i+2, i+1}}$ と $\vec{J_{i+2, i+1}}, \vec{J_{i+2, i+2}}$ のなす角およびベクトル $\vec{J_{i+2, i+2}}, \vec{J_{i+2, i+1}}$ とX軸のなす角であり次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_{i+1, i+2} &= \cos^{-1} \frac{a'^2 + b'^2 - l_{i+1,1}^2 - \left(l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j\right)^2}{2l_{i+1,1} \left(l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j\right)} \\ \theta_{i+2, i+3} &= \tan^{-1} \frac{l_{i+1,1} a' \sin \theta_{i+1, i+2} + \left(l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j + l_{i+1,1} \cos \theta_{i+1, i+2}\right) b'}{l_{i+1,1} b' \sin \theta_{i+1, i+2} - \left(l_{i+2,1} \pm \sum_{j=i+1}^{i+2} C_j + l_{i+1,1} \cos \theta_{i+1, i+2}\right) a'} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.5)$$

ここに $a' = X_{i+3, i+2} - X_{i+1,1} - C_i \cos \psi_i$, $b' = Y_{i+3, i+2} - Y_{i+1,1} - C_i \sin \psi_i$ で、複号は(ii)の時+, (iv)の時-を採用する。式(2.2.3)の右辺を $(X_{i+1,1}, Y_{i+1,1})$, $(X_{i+3, i+2}, Y_{i+3, i+2})$ から (X_p, Y_p) への変換関数DIIIとする。

(4) 変換関数DIV 図2.2.3(b)において、対偶すきまのために節 $i+2$ 上の点Q (X_q, Y_q) がとりうる領域は式(2.2.3)と同様に対偶 J_{i+2} の偏心率 ψ_{i+2} を独立変数として、

(1) $(\psi_{i+2})_1 \leq \psi_{i+2} \leq (\psi_{i+2})_2$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+3, i+2} + (l_{i+2,2} + C_{i+2}) \cos \psi_{i+2} \\ Y_{i+3, i+2} + (l_{i+2,2} + C_{i+2}) \sin \psi_{i+2} \end{bmatrix}$$

(ii) $(\phi_{i+2})_2 \leq \phi_{i+2} \leq (\phi_{i+2})_3$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i,i} - \left(l_{i+1,i} - \sum_{j=i}^{i+1} C_j \right) \cos \theta_{i,i+1} - l_{i+2,3} \cos (\theta_{i,i+1} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+2,2}) \\ Y_{i,i} + \left(l_{i+1,i} - \sum_{j=i}^{i+1} C_j \right) \sin \theta_{i,i+1} + l_{i+2,3} \sin (\theta_{i,i+1} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+2,2}) \end{bmatrix}$$

(iii) $(\phi_{i+2})_3 \geq \phi_{i+2} \geq (\phi_{i+2})_4$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+3,i+2} + (l_{i+2,2} - C_{i+2}) \cos \phi_{i+2} \\ Y_{i+3,i+2} + (l_{i+2,2} - C_{i+2}) \sin \phi_{i+2} \end{bmatrix}$$

(iv) $(\phi_{i+2})_4 \leq \phi_{i+2} \leq (\phi_{i+2})_1 + 2\pi$ のとき

$$\begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i,i} - \left(l_{i+1,i} + \sum_{j=i}^{i+1} C_j \right) \cos \theta_{i,i+1} - l_{i+2,3} \cos (\theta_{i,i+1} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+2,2}) \\ Y_{i,i} + \left(l_{i+1,i} + \sum_{j=i}^{i+1} C_j \right) \sin \theta_{i,i+1} + l_{i+2,3} \sin (\theta_{i,i+1} + \theta_{i+1,i+2} - \beta_{i+2,2}) \end{bmatrix}$$

(2.2.6)

で表される曲線によって囲まれた領域となる。ここに $(\psi_{i+2})_j$ ($j=1 \sim 4$) は式(2.2.4)と同様に a , b および機構定数によって定まり, $\theta_{i,i+1}$, $\theta_{i+1,i+2}$ は式(2.2.5)と同様に a , b , 機構定数および ψ_{i+2} によって与えられる。式(2.2.6)の右辺を $(X_{i,i}, Y_{i,i})$, $(X_{i+3,i+2}, Y_{i+3,i+2})$ から (X_Q, Y_Q) への変換関数 DIV とする。

2.2.2.b 3 および 4 連節の変位変換関数

(1) 変換関数 DV 図2.2.3(c)は対偶 J_j ($j=i \sim i+5$) にすきまのある4連節を表す。2.2.1 項で示した [条件 I], [条件 II] を考慮すればベクトル $J_{i,i}, J_{i+2,i+1}, J_{i+1,i+3}, J_{i+2,i+2}$ が表2.2.1 に示す六通りの上限値および下限値に対して節 $i+4$ の角変位 θ_{i+4} は最大値 $(\theta_{i+4})_{\max}$ または最小値 $(\theta_{i+4})_{\min}$ をとる。同表中の①~④の場合には対偶 J_i, J_{i+1} の両対偶素中心は節 $i+1$ の節中心線上にあり, J_{i+2}, J_{i+3} の両対偶素中心も節 $i+3$ の節中心線上にあるから, 節 $i+1, i+3$ の節長が対偶すきまの大きさの分だけ増加または減少したものと考えれば, 対偶 J_j ($j=i \sim i+3$) のすきまを考慮する必要はない。さらに節 $i+4$ の両対偶作用力の方向が平行となり, $(\theta_{i+4})_{\max}, (\theta_{i+4})_{\min}$ は, 対偶 J_{i+4} のすきまを $C_{i+4} + C_{i+5}$, 対偶 J_{i+5} のすきまを零とみなして算出することができる。すなわち対偶 J_i, J_{i+3}, J_{i+5} を静止節にもち, 節 $i+2$ および節長 $l_{i+2} + \sum_{j=i}^{i+1} C_j$ または $l_{i+1} - \sum_{j=i}^{i+1} C_j$, $l_{i+3} + \sum_{j=i+2}^{i+3} C_j$ または $l_{i+3} - \sum_{j=i+2}^{i+3} C_j$, $C_{i+4} + C_{i+5}$, l_{i+4} の動節をもつ対偶すきまのない平面6節機構 (図2.2.6, Type E) の角変位として $(\theta_{i+4})_{\max}, (\theta_{i+4})_{\min}$ を求めることができる。また表2.2.1 の⑤および⑥の場合にはそれぞれ節 $i+3$ および $i+1$ が無いものとして取扱うことができるから, $(\theta_{i+4})_{\max}$ と $(\theta_{i+4})_{\min}$ は図2.2.3(b)の2連節に対するDIIの導出と同様にして算出することができる。

そこで図2.2.3(c)において $(X_{i,i}, Y_{i,i}), (X_{j,i+3}, Y_{j,i+3}), (X_{k,i+5}, Y_{k,i+5})$ から $(\theta_{i+4})_{\max}, (\theta_{i+4})_{\min}$ を求める関数を形式的に

$$\begin{bmatrix} (\theta_{i,t})_{\max} \\ (\theta_{i,t})_{\min} \end{bmatrix} = DV(X_{i,t}, Y_{i,t}, X_{j,t+3}, Y_{j,t+3}, X_{k,t+5}, Y_{k,t+5}) \quad (2.2.7)$$

で表し、これを変換関数DVとする。

(2) 変換関数DVI, DVII 図2.2.3(c)に示す連節において、対偶 J_i の ψ_i ($0 \leq \psi_i \leq 2\pi$)を独立変数として、 $(X_{i,i}, Y_{i,i}), (X_{j,i+3}, Y_{j,i+3}), (X_{k,i+5}, Y_{k,i+5})$ を点Rのとり得る領域の境界線上の点の座標 (X_R, Y_R) へ変換する関数を

$$\begin{bmatrix} X_R \\ Y_R \end{bmatrix} = DVI(X_{i,t}, Y_{i,t}, X_{j,t+3}, Y_{j,t+3}, X_{k,t+5}, Y_{k,t+5}; \psi_i) \quad (2.2.8)$$

で表し、これを変換関数DVIとする(付録(1)参照)。また同図(d)に示す連節において対偶 J_i の偏心角 ψ_i ($0 \leq \psi_i \leq 2\pi$)を独立変数として、 $(X_{i,i}, Y_{i,i}), (X_{j,i+3}, Y_{j,i+3}), (X_{k,i+4}, Y_{k,i+4})$ を点Sのとり得る領域の境界線上の点の座標 (X_S, Y_S) へ変換する関数を

$$\begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \end{bmatrix} = DVII(X_{i,t}, Y_{i,t}, X_{j,t+3}, Y_{j,t+3}, X_{k,t+4}, Y_{k,t+4}; \psi_i) \quad (2.2.9)$$

で表し、これを変換関数DVIIとする(付録(2)参照)。

2.2.3 対偶すきまと節長誤差を考慮した変位変換関数

一般に入力変数が X_j ($j=1, 2, \dots, J$)、出力変数が Y_k ($k=1, 2, \dots, K$)である変換関数をDとすれば、Dは、

$$Y_k = Y_k(X_1, X_2, \dots, X_J; p_1, p_2, \dots, p_{N+I}; \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_I) \quad (2.2.10)$$

ここに、 $p_1, p_2, \dots, p_{N+I} = l_1, l_2, \dots, l_N, C_1, C_2, \dots, C_I$ を満足する K 個の関数 $Y_1, Y_2, \dots, Y_K$ を要素とするベクトルとなる。式(2.2.10)において p_n ($n=1, 2, \dots, N+I$)は機構定数 l_j ($j=1, 2, \dots, N$)と対偶すきま C_i ($i=1, 2, \dots, I$)であり、 ψ_i は対偶素間の接触方向を示す偏心角である。

さて、 X_j を p_n の関数として式(2.2.10)を p_n について全微分すると、

$$dY_k = \sum_{n=1}^{N+I} g_{k,n} dp_n \quad (2.2.11)$$

$$g_{k,n} = \sum_{j=1}^J \frac{\partial Y_k}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial p_n} + \frac{\partial Y_k}{\partial p_n} \quad (2.2.12)$$

を得る。式(2.2.12)の右辺に X_j 、 $\partial X_j / \partial p_n$ を代入すれば各パラメータの微小変化に対する出力 Y_k の変化率 $\partial Y_k / \partial p_n$ を得ることができる。さらに数多くの機構を製作するとき p_n が平均値 $\bar{p}_n$ 、分散 σ_{pn}^2 の分布をなすとすれば、 Y_k は

$$\text{平均値: } \bar{Y}_k = Y_k(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_J; \bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_N; \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_I) \quad (2.2.13)$$

$$\text{分散: } \sigma_{Y_k}^2 = \sum_{n=1}^{N+I} g_{k,n}^2 \sigma_{p_n}^2 \quad (2.2.14)$$

の分布をなす。ここに $\bar{X}_j$ は p_n が $\bar{p}_n$ をとるときの X_j である。

そこで2.2.2項で求めた変換関数D I ~ DVII に対応してその入力変数である X_j およびその節長と対偶すきまに関する1階微分係数 $\partial X_j / \partial p_n$ を入力とし, $Y_k, \partial Y_k / \partial p_n$ を出力とする関数を考え, これを新たな変換関数E I ~ EVII として定義する。

たとえば式(2.2.1)で定義されたD I に対応する新たな変換関数E I は, 式(2.2.1)より $\partial X_{1,1} / \partial l_1 = \cos \theta_1$, $\partial X_{1,1} / \partial \theta_1 = -l_1 \cos \theta_1$, $\partial Y_{1,1} / \partial l_1 = \sin \theta_1$, $\partial Y_{1,1} / \partial \theta_1 = l_1 \cos \theta_1$ であるから, 次式となる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_{i,t} \\ Y_{i,t} \\ \frac{\partial X_{i,t}}{\partial p_n} \\ \frac{\partial Y_{i,t}}{\partial p_n} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_i \cos \theta_i \\ l_i \sin \theta_i \\ \delta_i \cos \theta_i - l_i \sin \theta_i \frac{\partial \theta_i}{\partial p_n} \\ \delta_i \sin \theta_i + l_i \cos \theta_i \frac{\partial \theta_i}{\partial p_n} \end{bmatrix} \\ \delta_i &= \begin{cases} 1 & (p_i \equiv p_n) \\ 0 & (p_i \neq p_n) \end{cases} \quad (n=1, 2, \dots, N+I) \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

2.2.4 機構の変位解析例

2.2.2項および2.2.3項で求めた各変換関数を電算機サブプログラムとして記述しておけば, 機構形状に従って各プログラムを組合せることにより対偶すきまおよび節の寸法誤差を考慮した機構の変位解析を行うことができる。

2.2.4.a 対偶すきまを考慮した変位解析

(1) 平面4節機構 図2.2.4(a)の平面4節機構において, 節1を静止節, 節2を原動節とし, 原動節角変位 $\theta (= \theta_2)$ に対する従動節4の角変位の限界値 $\varphi_{\max} = (\theta_4)_{\max}$, $\varphi_{\min} = (\theta_4)_{\min}$ および中間節3上の点Pのとり得る領域 (X_p, Y_p) を求める場合を考える。この機構を同図(b)のように節1と2および節3と4からなる二つの2連節に分解すれば, これらはそれぞれ図2.2.3(a), (b)に示す2連節と同じである。したがって図2.2.4(c)のブロック線図を得る。

一例として $l_1=4$, $l_2=2$, $l_{3,1}=4$, $l_{3,2}=4$, $\beta_{3,3}=45^\circ$, $l_4=5$ である回転揺動機構において対偶すきまを $C_i=0.001 (i=2, 3, 4)$ とし, このすきまによる従動節角変位および中間節点変位の誤差を求めればそれぞれ図2.2.5の破線および実線となる。同図において,

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varphi_{\max} &= \varphi_{\max} - \varphi_0 \\ \Delta \varphi_{\min} &= \varphi_{\min} - \varphi_0 \\ \Delta X_{p,\max} &= (X_p)_{\max} - X_{p,0} \\ \Delta X_{p,\min} &= (X_p)_{\min} - X_{p,0} \\ \Delta Y_{p,\max} &= (Y_p)_{\max} - Y_{p,0} \\ \Delta Y_{p,\min} &= (Y_p)_{\min} - Y_{p,0} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.16)$$

である。 $(X_p)_{\max}$, $(X_p)_{\min}$ などは、図2・2・4(c)から算出される X_p の最大値、最小値などを表し、 $X_{p,0}$, $Y_{p,0}$ および φ_0 は $C_i=0$ の時の X_p , Y_p および φ ($=\varphi_{\max}=\varphi_{\min}$) である。

(2) 平面6節機構 平面6節機構には図2・2・6 に示すA～H形の8種類の機構があり、このうち、F～H形の3種類をのぞくA～E形の5種類の機構⁽⁶⁵⁾の入出力角関係は6節機構固有のものである。一例として図2・2・7(a)に示すE形を取りあげる。この機構を基本連節に分解すれば同図(b)になり、同図(c)のブロック線図を得る。ここで、

$$\begin{aligned} l_{1,1}=5, \quad l_{1,2}=3, \quad l_{1,3}=4, \quad l_2=2 \\ l_{3,1}=5, \quad l_{3,2}=3, \quad l_{3,3}=7, \quad l_4=4 \\ l_{5,1}=7, \quad l_{5,2}=3, \quad l_6=7, \quad \beta_{5,3}=30^\circ \end{aligned}$$

である機構の従動節6 および中間節5 上の点Pの変位誤差を求めてみる。これらの機構定数に対して4組の従動節角変位曲線および中間節曲線が描かれるが、付録(3)に示す文献(25)の図8および図9のNo.1の曲線について、 $C_i=0.001$ ($i=2,3,\dots,7$) とて対偶すきまによる変位誤差を求めれば図2・2・8 となる。なお、このE形機構以外の機についても表2・2・2 のように変換関数を適切に組合せることにより対偶すきまを考慮した従動節角変位および中間節変位を求めることができる。

図2・2・8から、 $120^\circ \leq \theta_2 \leq 270^\circ$ の区間の $\angle\varphi_{\max}$, $\angle X_{p,\max}$ および $\angle Y_{p,\max}$ は他の区間の値に比べて小さく、この区間を機構総合時の区間にとれば、機構出量誤差の小さな精度の高い機構が得られることが期待できる。

(3) 平面8節機構 回対偶からなる自由度1の平面8節連鎖は16種類存在し、これから167種類の機構が誘導されるが、これらのうち平面4節および6節機構から誘導される136種類の機構は2・2・2項で求めた七つの変換関数で記述できる。一例として図2・2・9(a)の機構において、同図(b)のように基本連節に分解すれば、その解析は同図(c)のブロック線図によって実行される。各節の呼び寸法が

$$\begin{aligned} l_{1,1}=10, \quad l_{1,4}=4, \quad l_{1,5}=7, \quad l_{2,1}=2, \quad l_{2,2}=3 \\ l_{2,3}=2, \quad l_3=5, \quad l_{4,1}=6, \quad l_{4,2}=3, \quad l_{4,3}=8 \\ l_{5,1}=7, \quad l_{5,2}=3, \quad l_{5,3}=5, \quad l_6=6, \quad l_{7,1}=8 \\ l_{7,2}=8, \quad l_8=8, \quad \beta_{7,3}=30^\circ \end{aligned}$$

である機構を取りあげれば8組の従動節角変位曲線および中間節曲線が存在するが、付録(4)に示す文献(25)の図10および図11のNo.1の従動節角変位および中間節曲線について、対偶すきま $C_i=0.001$ ($i=2,3,\dots,10$) による変位誤差を求めれば図2・2・10となる。

2・2・4・b 対偶すきまおよび節長誤差を考慮した変位解析

多数の機構を製作する場合には対偶すきまと節の寸法誤差を分布変量とみなし、2・2・3項に述べた変換関数 $E\text{I} \sim E\text{VII}$ を $D\text{I} \sim D\text{VII}$ の代りに用いれば、機構出量の分布状態を把握することができる。

平面4節機構について、その従動節角変位の解析例を示すことにする。図2・2・4(c)においてDI, DIIをEI, EIIで置換すれば、EIIより $\varphi_{\max}$, $\varphi_{\min}$ および $\partial\varphi_{\max}/\partial p_i$, $\partial\varphi_{\min}/\partial p_i$ ($p_i = l_1, l_2, l_3, l_4, C_2, C_3, C_4$) が得られる。

したがって p_i が平均値 $\bar{p}_i$, 分散 $\sigma_{p_i}^2$ の分布をなすとするれば、式(2・2・13), (2・2・14)より $\varphi_{\max}$, $\varphi_{\min}$ の平均値 $\bar{\varphi}_{\max}$, $\bar{\varphi}_{\min}$ と分散 $\sigma_{\varphi_{\max}}^2$, $\sigma_{\varphi_{\min}}^2$ は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{\max} \\ \bar{\varphi}_{\min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{\max}(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_7) \\ \varphi_{\min}(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_7) \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 2 \cdot 17)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_{\max}}^2 \\ \sigma_{\varphi_{\min}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^7 (\partial\varphi_{\max}/\partial p_i)^2 \sigma_{p_i}^2 \\ \sum_{i=1}^7 (\partial\varphi_{\min}/\partial p_i)^2 \sigma_{p_i}^2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 2 \cdot 18)$$

ゆえに対偶すきまおよび節長誤差のない機構に対する $\varphi_{\max}$, $\varphi_{\min}$ の偏差 $\Delta\varphi_{\max}$, $\Delta\varphi_{\min}$ は式(2・2・16)より

$$\text{平均値: } \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{\max} \\ \Delta\varphi_{\min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{\max} - \varphi_0 \\ \bar{\varphi}_{\min} - \varphi_0 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 2 \cdot 19)$$

$$\text{分散: } \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta\varphi_{\max}}^2 \\ \sigma_{\Delta\varphi_{\min}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_{\max}}^2 \\ \sigma_{\varphi_{\min}}^2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 2 \cdot 20)$$

の分布をなす。

図2・2・5の結果を得た機構と同一の機構において、各節の節長に対する寸法誤差を節長の $\pm 0.05\%$, 対偶すきま $0 \sim 0.002$ とする時、節長誤差を平均値 0 , 分散 $\sigma_{l_n}^2 = (5 l_n \times 10^{-4}/3)^2$, 対偶すきまを平均値 0.001 , 分散 $\sigma_{c_i}^2 = (0.001/3)^2$ の正規分布とみなせば99.7%の機構の従動節角変位誤差は図2・2・11の実線 $\Delta\varphi_{\max} + 3\sigma_{\varphi_{\max}}$ と $\Delta\varphi_{\min} - 3\sigma_{\varphi_{\min}}$ で囲まれた領域内に入る。一点鎖線は平均値 $\Delta\varphi_{\max}$ および $\Delta\varphi_{\min}$ を表し、 $\Delta\varphi_{\max}$, $\Delta\varphi_{\min}$ はこの一点鎖線のまわりに分布する。たとえば $\theta = 0^\circ$ における $\Delta\varphi_{\max}$ の分布は図2・2・12の実線のとおりである。

図2・2・11の○印および図2・2・12のヒストグラムは電算機によって上述の正規分布をなす節長誤差および対偶すきまを有する機構を1000個発生させ、変位解析を行った結果であって、変換関数による解析結果はこの電算機による実験結果と一致している。なお理論結果と実験結果の比較に関しては、図2・2・9の8節機構について $C_i = 0.005$ まで検討し、両結果が一致することを確認している。

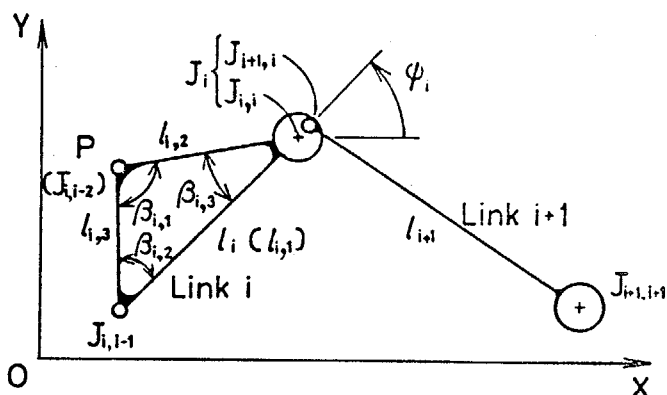
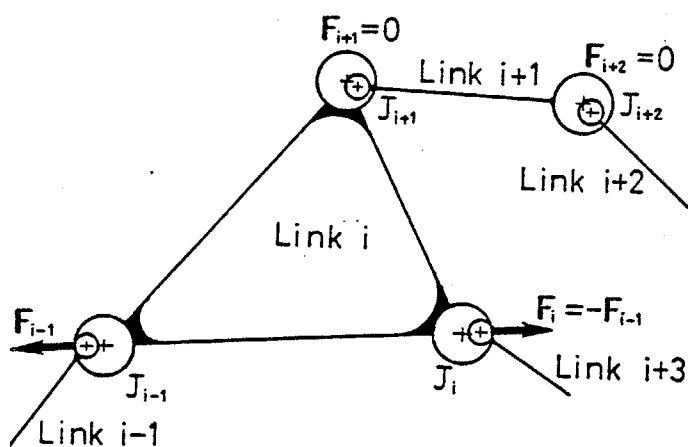


図 2.2.1 3 対偶素節における対偶作用力 図 2.2.2 すきまのある対偶で連結された 2 連節

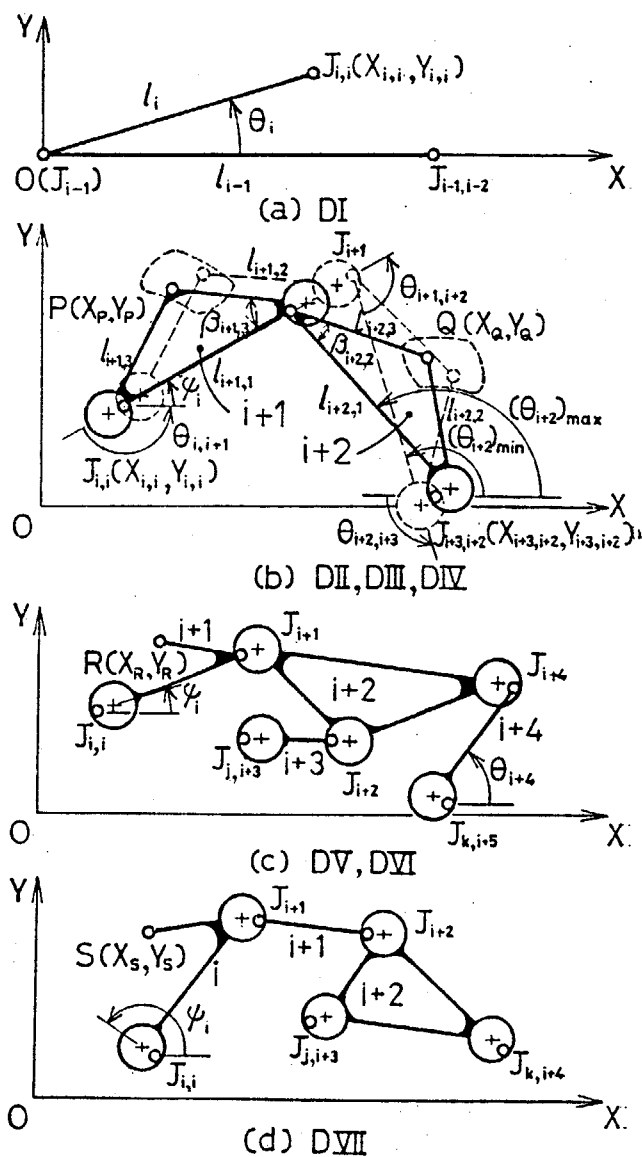


図 2.2.3 基本連節と変位変換関数

表 2.2.1 出力角が限界値をとる条件

	節 $i+1$		節 $i+3$		節 $i+2$ の条件
	$\overline{J_{i,i}} \overline{J_{i+2,i+1}}$	条件	$\overline{J_{j,i+3}} \overline{J_{i+2,i+2}}$	条件	
①	上限値	I	上限値	I	Ⅲ
②	上限値	I	下限値	I	Ⅲ
③	下限値	I	上限値	I	Ⅲ
④	下限値	I	下限値	I	Ⅲ
⑤	上限値	I	中間値	Ⅱ	Ⅳ
⑥	中間値	Ⅱ	上限値	I	Ⅳ

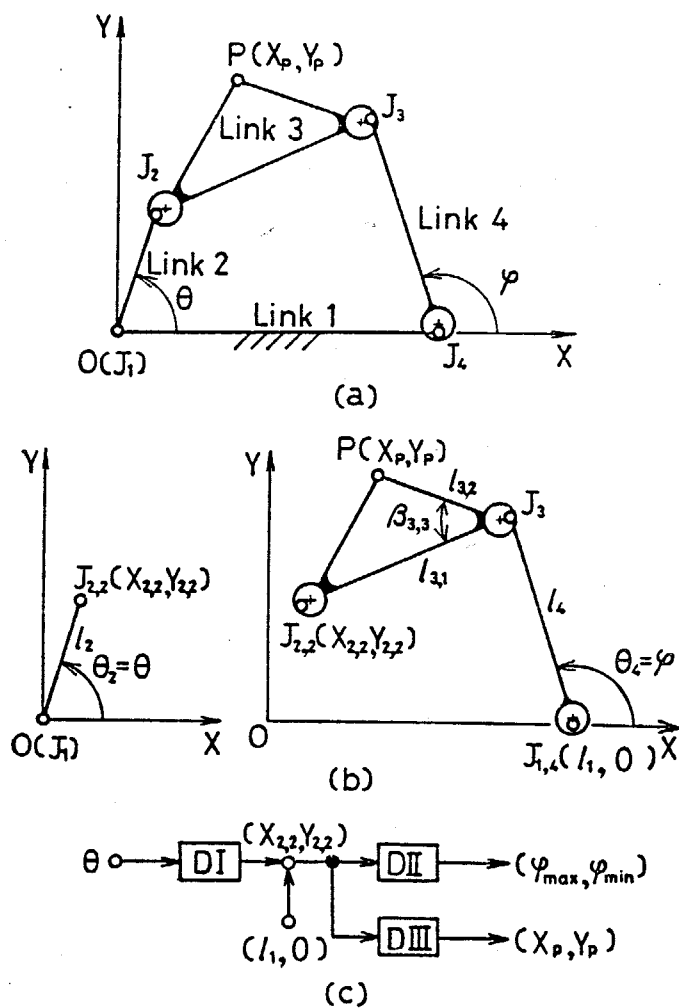


図 2.2.4 平面 4 節機構のブロック線図表示

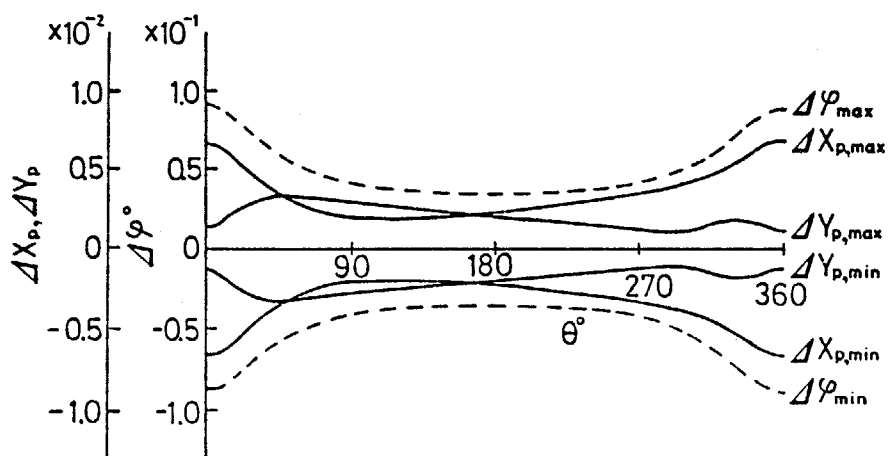


図 2.2.5 4 節機構の対偶すきまによる出量誤差

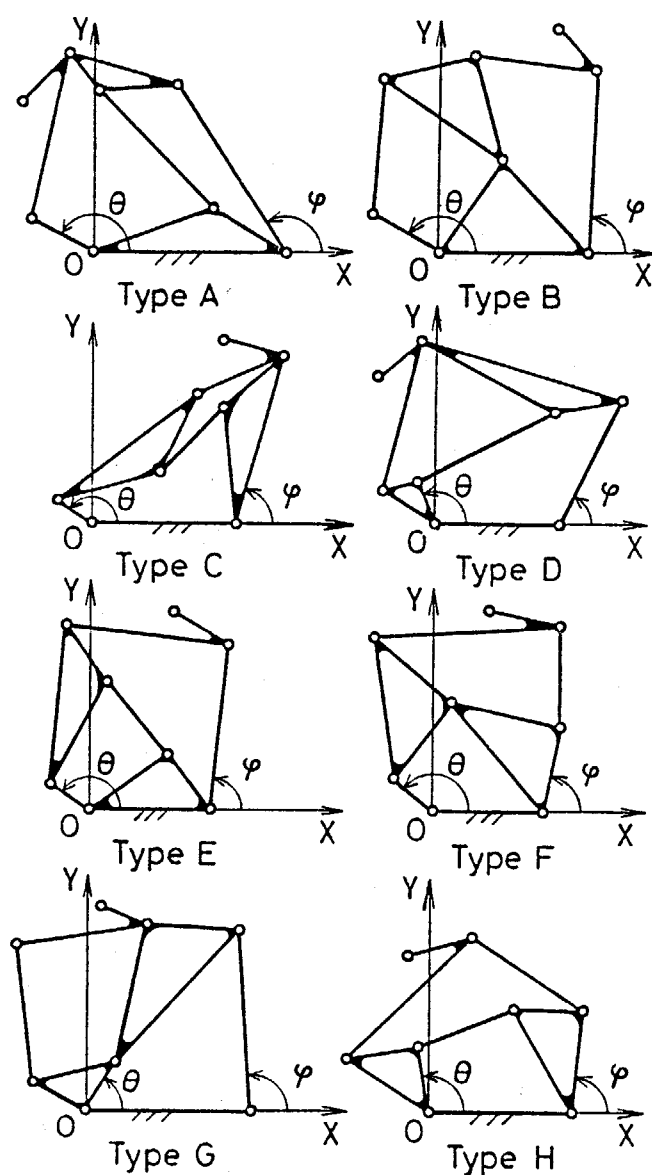


図 2.2.6 平面 6 節機構

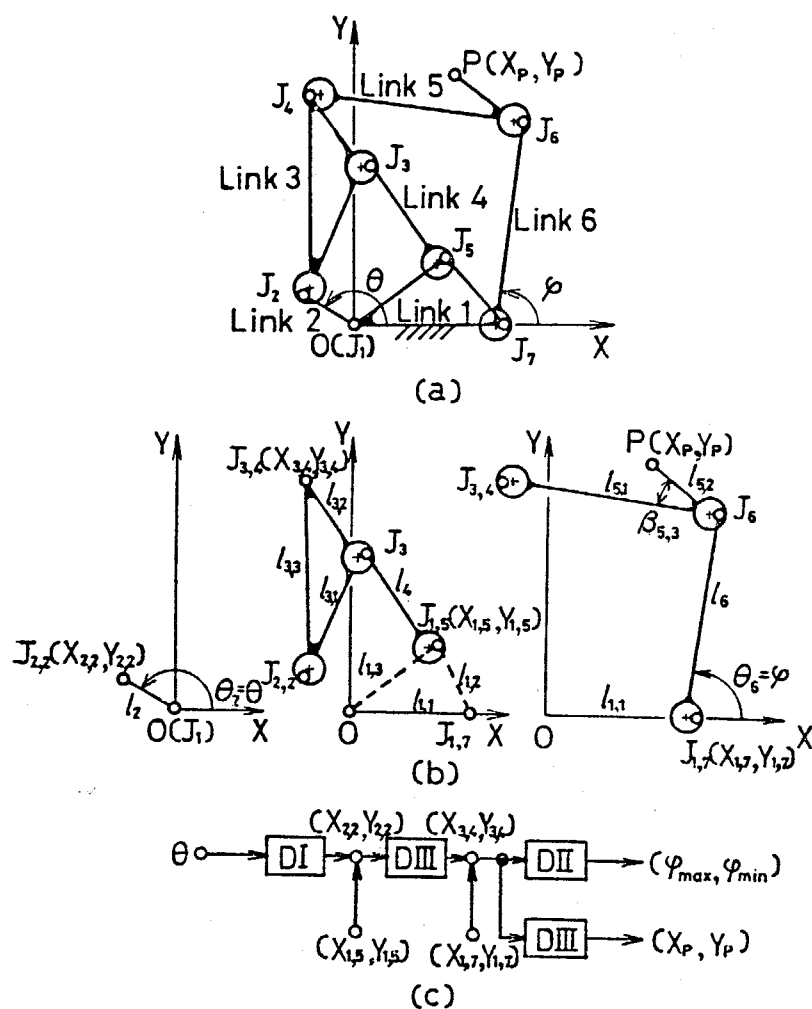


図 2.2.7 E 形 6 節機構

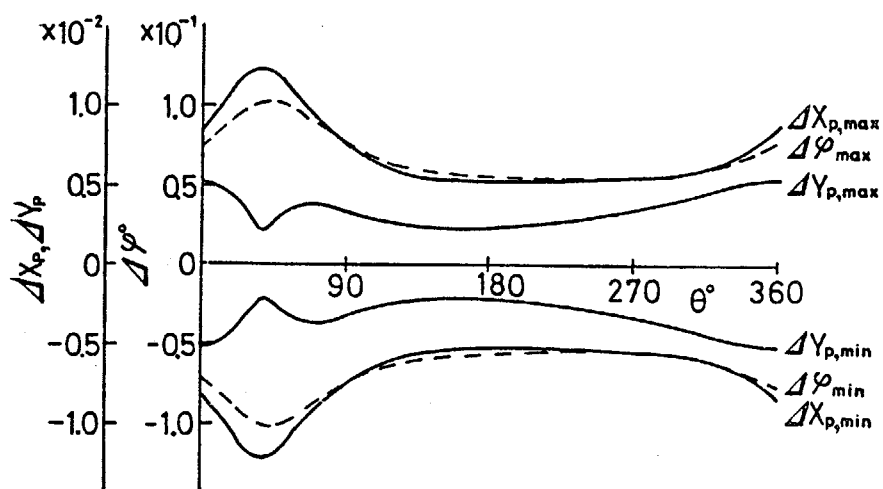


図 2.2.8 E 形 6 節機構の対偶すきまによる出量誤差

表 2.2.2 6 節機構の変換関数

形	従動節角変位変換関数	中間節変位変換関数
A	$D I \rightarrow D V$	$D I \rightarrow D VI$
B	$D I \rightarrow D IV \rightarrow D II$	$D I \rightarrow D IV \rightarrow D III$
C	$D I \rightarrow D V$	$D I \rightarrow D VI$
D	$D I \rightarrow D V$	$D I \rightarrow D VI$
E	$D I \rightarrow D III \rightarrow D II$	$D I \rightarrow D III \rightarrow D III$
F	$D I \rightarrow D II$	$D I \rightarrow D III \rightarrow D VI$
G	$D I \rightarrow D II$	$D I \rightarrow D III \rightarrow D IV$
H	$D I \rightarrow D II$	$D I \rightarrow D IV \rightarrow D III$

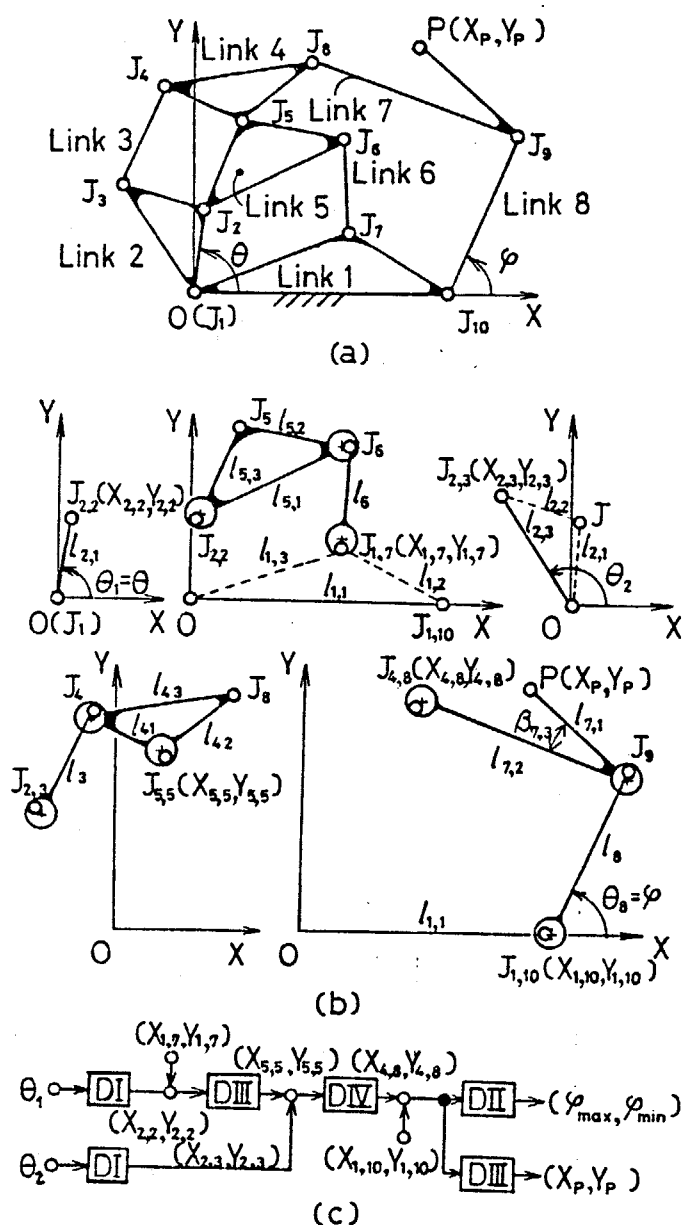


図 2.2.9 平面 8 節機構のブロック線図表示

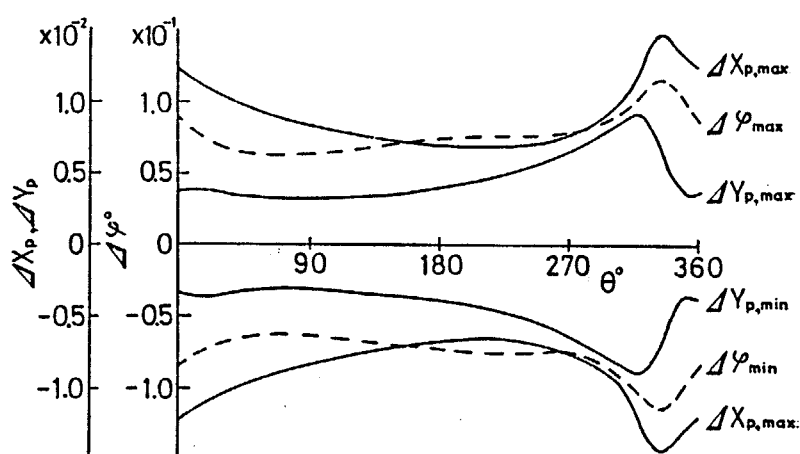


図 2-2-10 8 節機構の対偶すきまによる出量誤差

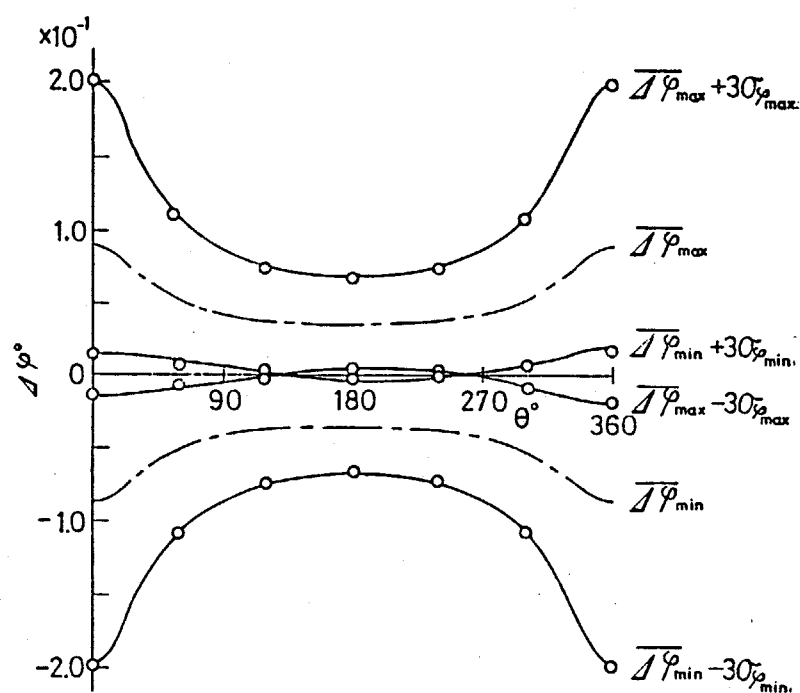


図 2-2-11 対偶すきまおよび節長誤差の分布を考慮した 4 節機構の従動節角変位誤差 (曲線: 理論結果, ○印: 実験結果)

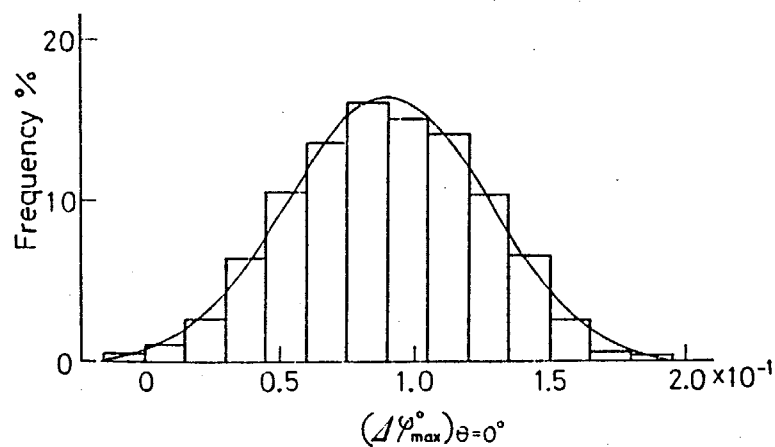


図 2-2-12 4 節機構における従動節角変位誤差の分布 (曲線: 理論結果, ヒストグラム: 実験結果)

2・3 一自由度運動成分拘束機構の解析

本節では、まず回り対偶、進み対偶からなる14種類の1ループ一自由度運動成分拘束連鎖から節の交替によって得られるすべての機構について中間節の運動を解析し、中間節の姿勢が変わらない機構を求める。ついでこれらの機構を連節に分解して各連節の創成図形を明らかにし、その結果を使って機構の中間節の変位を解析する。さらに対偶すきまによる機構の変位誤差に関して運動成分拘束機構と拘束のない一般の空間機構の違いを明らかにし、対偶形状をモデル化して運動成分拘束機構の変位誤差を解析する。

2・3・1 中間節の姿勢が変わらない機構の変位解析

2・3・1・a 中間節の運動を考慮した機構の分類

一般に空間機構が閉回路を構成するための条件式（閉回路方程式）は互いに独立な三つの回転成分の式と三つの並進成分の式からなるが、この三つの回転成分の式または三つの並進成分の式のうち変数を含む独立な式が3に満たない機構を運動成分拘束機構といい、変数を含む式の数を3から引いた数をそれぞれ回転（または並進）の運動成分拘束数という⁽⁶⁶⁾。運動成分拘束機構は、拘束のない一般の空間機構と異なり、動節の運動に特徴のあるものが多い。すなわち一般に剛体の空間機構は瞬間的には一つのらせん運動であり、そのらせん軸は時間とともに方向を変えていくが、運動成分拘束機構の動節にはこのらせん軸または回転軸の方向を変えずに運動するもの、あるいは回転軸がなく並進運動だけを行うものがある。このような動節の運動は回転成分の式と一対一に対応する球面射影を用いることによって容易に把握できる。すなわち機構を球面射影した時に、中間節に対応する大円の弧が静止節に対応する大円の弧に対して相対的に変位しなければ、中間節はその姿勢を全く変えずに並進運動だけを行い、それが相対的に1定点回りに回転すれば、中間節のらせん軸または回転軸の方向が変わらないことがわかる。すでに数の総合によって得られている14種類の1ループ運動成分拘束連鎖⁽⁶⁷⁾について、静止節および中間節を決めて機構を構成し、球面射影を用いて中間節が回転運動を行わない機構、および中間節の瞬間らせん軸または瞬間回転軸の方向が変わらない機構を選択し、それらをさらに中間節上の点の運動空間の次元で分類すれば表2・3・1のようになる。連節を結合している一印の部分がその左欄の運動を行う中間節であり、各機構の両端の対偶が静止対偶になっている。たとえば*印を付けた3種類の機構を図示すれば図2・3・1のようになる。同図(a)および(b)は中間節がらせん軸をもたずに直線運動および空間運動を行い、同図(c)は中間節のらせん軸の方向が一定でそれが空間運動を行う場合である。同図で、R(Revolute pair)は回り対偶、P(Prismatic pair)は進み対偶を表す。

したがって同図(a)の機構は物体を直線的に搬送する場合に適し、(b)の機構は物体のある場所からその姿勢を変えずに空間内で搬送する場合に適している。また(c)の機構は空間内で1軸回りだけの回転を許して物体を搬送する場合に用いることができる。

以上の結果から、逆に搬送物体の運動が与えられれば、表からそれを満足し得る機構

の形式を容易に決定することができる。

2・3・1・b 中間節の姿勢が変わらない機構の変位

表2・3・1 で分類された機構のうちでらせん軸のないものは中間節の姿勢が全く変わらないという特徴があり，機構の種類も多いので次にこの形式の機構について中間節の変位を解析する。

機構を構成する連節とそれが描く中間節曲面との関係は表2・3・2 で表される。同一番号の二組の連節を結合することによって右端の欄の16種類の機構が得られる。中間節の姿勢が変わらないこれらの機構では，機構定数および変数に関する条件がそれぞれの連節に独立に与えられる場合が多く，したがって連節の創成曲面も表2・3・2 および図2・3・2 に示したように4次以下の比較的簡単な5種類の曲面で表される。

いま連節の i 番目の節に図2・3・3 の動座標系をとり，図2・3・2 の各曲面を連節の独立変数で数式表示すれば，次のようになる。ただし X_j は曲面上の点の位置を表し， C_{1x} ， C_{1y} ， C_{1z} ($j=1 \sim 5$) は定数である。

(1) 平面 (PP 連節)

$$X_j = \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_2 \sin \theta_1 \sin \alpha_1 + C_{1x} \\ -s_2 \cos \theta_1 \sin \alpha_1 + C_{1y} \\ s_1 + s_2 \cos \alpha_1 + C_{1z} \end{pmatrix} \quad (2.3.1)$$

(2) だ円柱面 ($R_1 R_1 P$ 連節) 回転成分の条件； $\theta_1 + \theta_2 = \text{一定}$ ， $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

$$X_j = \begin{pmatrix} a_1 \cos \theta_1 + s_3 \sin (\theta_1 + \theta_2) \sin \alpha + C_{2x} \\ a_1 \sin \theta_1 - s_3 \cos (\theta_1 + \theta_2) \sin \alpha + C_{2y} \\ s_3 \cos \alpha + C_{2z} \end{pmatrix} \quad (2.3.2)$$

(3) 単葉双曲面 ($R_1 P R_1$ 連節) 回転成分の条件； $\theta_1 + \theta_2 = \text{一定}$ ， $\theta_2 = \pi$ ， $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

$$X_j = \begin{pmatrix} (a_1 - a_2) \cos \theta_1 + s_2 \sin \theta_1 \sin \alpha + C_{3x} \\ (a_1 - a_2) \sin \theta_1 - s_2 \cos \theta_1 \sin \alpha + C_{3y} \\ s_2 \cos \alpha + C_{3z} \end{pmatrix} \quad (2.3.3)$$

(4) トーラス ($R_1 R_2 R_2 R_1$ 連節) 回転成分の条件； $\theta_2 + \theta_3 = \text{一定}$ ， $\theta_1 + \theta_4 = \text{一定}$ ， $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

$$X_j = \begin{pmatrix} a_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \alpha) + (a_1 - a_3) \cos \theta_1 + (s_2 + s_3) \sin \theta_1 \sin \alpha + C_{4x} \\ a_2 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \alpha) + (a_1 - a_3) \sin \theta_1 - (s_2 + s_3) \cos \theta_1 \sin \alpha + C_{4y} \\ a_2 \sin \theta_2 \sin \alpha + C_{4z} \end{pmatrix} \quad (2.3.4)$$

(5) 4次曲面 ($R_1 R_1 R_2 R_2$ 連節) 回転成分の条件； $\theta_1 + \theta_2 = \text{一定}$ ， $\theta_3 + \theta_4 = \text{一定}$

$$X_J = \begin{pmatrix} a_1 \cos \theta_1 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \cos \theta_3 - a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \sin \theta_3 \cos \alpha_2 + C_{3X} \\ a_1 \sin \theta_1 + a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \cos \theta_3 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \sin \theta_3 \cos \alpha_2 + C_{3Y} \\ a_3 \sin \theta_2 \sin \alpha_2 + C_{3Z} \end{pmatrix} \quad (2.3.5)$$

式(2.3.1) ~ (2.3.5) の各連節の独立変数の数はいずれも2であり、連節の静止対偶の位置を移動しても未知数の数は変わらないから、連節を組合せてできる機構の変数の数は4になる。一方、式(2.3.1) ~ (2.3.5) のいずれか二つを等置してできる機構の閉回路方程式は三つの式で構成されるから、入力変位を与えれば残りの三つの変数をすべて求めることができる。

2.3.2 対偶にすきまのある機構の自由度および運動伝達性

2.3.2.a 対偶すきまと機構の自由度の関係

対偶にすきまがあればそれだけ対偶の自由度が増加する。この増加量を f とする。従来から用いられている余剰の自由度⁽⁶⁶⁾ (Redundant freedoms) f_R および対偶拘束数⁽⁶⁶⁾ (Passive freedoms) f_P を考慮すれば、対偶すきまによって生じる機構の入出力間の自由度の増加量 ΔM は

$$\Delta M = f_C - f_R - f_P \quad (2.3.6)$$

で表され、 $\Delta M \geq 1$ ならば機構は多自由度となって変位誤差を生じることになる。そこで運動成分に拘束のない通常の機構と拘束のある機構に分け、式(2.3.6)を用いて対偶すきまと変位誤差の関係を求める。

(1) 運動成分に拘束のない機構 運動成分に拘束がなければ $f_P = 0$ であるから式(2.3.6)は、

$$\Delta M = f_C - f_R \quad (2.3.7)$$

となる。したがって対偶にすきまがあってもそれらがすべて余剰の自由度になれば、変位誤差は生じないことになる[図2.3.4(a)]。

(2) 運動成分拘束機構 対偶拘束がない場合とある場合に分けて考える。

(i) 対偶拘束のない場合 通常の機構と同様に $f_P = 0$ であるから式(2.3.7)が成り立つ。たとえば次の機構がこれに該当する。

- (a) 対偶の半径方向にすきまがある平面機構
- (b) 対偶の半径方向にすきまがある球面機構
- (c) 対偶軸方向にすきまがある Sarrus 機構 [図2.3.4(b)]

(ii) 対偶拘束のある場合

すきまを考慮した対偶の自由度の総和を ΣF_i とすれば

$$\Sigma F_i - f_R \leq 7 \quad (2.3.8)$$

ならばすきまがあっても自由度は増加せず変位誤差を生じない。しかしながら、

$$\Sigma F_i - f_R \geq 8 \quad (2.3.9)$$

ならば通常の空間機構と同様に変位誤差を生じる。

式(2・3・8)を満足する機構例として、次の(a),(b)などが考えられ、この場合すきまのある対偶が対偶拘束を受ける。

(a) 一つの回り対偶に軸方向のすきまのある平面(または球面)4節機構、あるいは一つの回り対偶にその対偶軸回り以外に動き得るすきまのある平面(または球面)4節機構

(b) 一つの回り対偶にその対偶軸回り以外に動き得るすきまのある Sarrus 機構式(2・3・9)を満足する機構の一例として、次の機構が考えられる。

二つ以上の回り対偶にその対偶軸回り以外に動き得るすきまのある Sarrus 機構 [図2・3・4(c)]

以上の式(2・3・6)～(2・3・9)により対偶すきまによって機構に変位誤差が生じるか否かを判別することができる。

2・3・2・b 対偶すきまが機構の運動伝達性に及ぼす影響

対偶にすきまがあると中間節から従動節に作用する力とモーメントがすきまのない場合と異なるから、それに伴って運動伝達性も変化する。運動伝達性とは原動節から従動節に伝達される動力の割合を示すものであり、量的にはたとえば伝達係数⁽⁶⁸⁾で表すことができる。

いま図2・3・5のように対偶Jを通じて中間節から従動節に作用する力を F 、モーメントを M とし、従動節の速度を V 、角速度を Ω とする。図2・3・3にしたがって動座標系 $J-x y z$ をとり F, M, V および Ω の各動座標軸方向成分を添字 x, y, z を付けて表示する。速度と力については、たとえば x 軸方向にすきまがあれば対偶素がその方向に相対的に並進運動できるから $V_x \neq 0, F_x = 0$ である。また角速度とモーメントについては x 軸回りに対偶素が相対的に回転できれば $\Omega_x \neq 0, M_x = 0$ となる。このようにして対偶Jが回り対偶の場合と進み対偶の場合について対偶すきまと速度、角速度、力およびモーメントの各成分との関係をまとめれば表2・3・3となる。

(1) 対偶拘束のない場合 すきまの有無に関係なく、力およびモーメントが存在し、伝達係数はすきまのない状態から連続的に変化するから、すきまが小さければ運動伝達性に大きな差は生じない。

(2) 対偶拘束のある場合 表の回り対偶の場合のNo. 2～5がこれに該当し、これは2・3・2・aの(2)で示した式(2・3・8)を満足する場合に対応する。これらとNo. 1に示すすきまのない場合を比較すると、両者は力およびモーメントが大きく異なることから、たとえすきまが小さくても伝達係数は全く異なる値になってしまうことがわかる。

本項で得た対偶すきまと機構の自由度および運動伝達性の関数をまとめて示せば表2・3・4となる。同表において、たとえば上段のすきまのある対偶が対偶拘束を受けない場合、すきまによって増加する自由度に無関係に機構の自由度は増加する。またその運動伝達性はすきまのない場合に比べて急激には変化しないが機構の変位に誤差が生じる。

2・3・3 誤差を含む変位解析

前項で対偶すきまと機構の変位の間の定性的な関係を明らかにしたが、ここでは対偶形状をモデル化することによって対偶すきまによる機構の変位誤差を定量的に把握する。

2.3.3.a 対偶形状のモデル化

回り対偶および進み対偶の形状を図2.3.6のように軸と円筒穴によりモデル化する。すなわち同図(a)において、軸方向および半径方向のすきまを C_{si} , C_{ri} , 穴の長さを $2L_i$ とし、 C_{si} および軸中心線と穴の中心線との傾き角 β_{imax} を

$$C_{si} = \sqrt{L_i^2 + C_{ri}^2} - L_i \quad (2.3.10)$$

$$\beta_{imax} = \tan^{-1}(C_{ri}/L_i) \quad (2.3.11)$$

で与える。また同図(b)において、半径方向のすきまおよび穴の長さをそれぞれ C_{ri} および $2L_i$ とし、軸と穴のすきまによる相対的な回転角を γ_i とし、 β_{imax} は式(2.3.11)で与えるものとする。

2.3.3.b 対偶すきまによる機構の変位誤差

表2.3.2の機構のうちで式(2.3.9)を満たすものについて具体的に変位誤差を求める。原動節の位置を固定して、従動節に力またはトルクを作用させたときに、対偶すきまによって軸中心線と穴の中心線が相対的に傾かない場合と傾く場合がある。一般の対偶では前者の場合、変位解析は比較的容易であるが、後者の場合には解析がきわめて困難である。そこで2.3.3.aでモデル化した対偶を用いて、対偶軸が傾かない場合と傾く場合を含めて解析する。表2.3.1から運動成分拘束機構を構成する連節は基本的には次の6種類であることがわかる。

- (i) PP, (ii) $R_1 R_1 R_1$, (iii) $R_1 R_1 P$
(iv) $R_1 P R_1$, (v) $R_1 R_2 R_2 R_1$, (vi) $R_1 R_1 R_2 R_2$

ただし、各連節の右端または左端の静止対偶にはすきまがないものとする。

(1) PPの場合 図2.3.7は二つの進み対偶 J_i , J_{i+1} をもつ連節を表し、静止対偶 J_{i+1} にはすきまがないものとする。この連節において、対偶 J_i のすきま C_{ri} によって生じる出力変位誤差 ΔP_i は

$$\Delta P_i = C_{ri} / \sin \alpha_i \quad (2.3.12)$$

で表される。ここに、 α_i は対偶軸のねじれ角である。

(2) $R_1 R_1 R_1$ の場合 図2.3.8は回り対偶 J_{i+1} にすきまがなく、 J_i , J_{i+1} にすきまのある2連節である。いま、対偶 J_{i-1} , J_{i+1} の座標をそれぞれ $(X_{i-1}, Y_{i-1}, Z_{i-1})$, $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$ とし、節 $i+1$ に反時計回りおよび時計回りにトルクをかけた時の節 $i+1$ の角変位 φ の最大値および最小値を φ_{max} および φ_{min} とする。このとき対偶 J_i の対偶素間の半径方向変位を r_i とすれば、 φ_{max} および φ_{min} は r_i の最大変位 r_{imax} および最小変位 r_{imin} を用いて

$$\begin{bmatrix} \varphi_{max} \\ \varphi_{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(B_i/A_i) - \cos^{-1} \left\{ \left(A_i^2 + B_i^2 + a_{i+1}^2 - \left(a_i - \sum_{j=i-1}^i r_{jmax} \right)^2 \right) / (2a_{i+1} \sqrt{A_i^2 + B_i^2}) \right\} + \pi \\ \tan^{-1}(B_i/A_i) - \cos^{-1} \left\{ \left(A_i^2 + B_i^2 + a_{i+1}^2 - \left(a_i + \sum_{j=i-1}^i r_{jmin} \right)^2 \right) / (2a_{i+1} \sqrt{A_i^2 + B_i^2}) \right\} + \pi \end{bmatrix} \quad (2.3.13)$$

ここに、 $A_i = X_{i+1} - X_{i-1}$, $B_i = Y_{i+1} - Y_{i-1}$

で与えられる。式(2.3.13)においてすきまのある対偶に2.3.3.aの対偶のモデル化を行えば、 φ が最大値および最小値をとるときの各対偶は平行を保つから、対偶素間の変位量は $r_{\max} = r_{\min} = 2C_{ri}$ で与えられる。

(3) $R_1 R_1 P$ の場合 進み対偶 P を静止対偶とし、図2.3.9のように二つの回り対偶を結ぶ節上に動座標系 $o-xz$ をとり、この平面内で穴に対して軸が変位した時の軸中心の存在範囲を求めれば、軸の傾き角 β_i に対して同図(b)の斜線部分になる。この限界線は

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a_i}{2} \cos \beta_i \pm (C_{ri} \cos \beta_i - L_i \sin \beta_i) \\ z &= \frac{a_i}{2} \sin \beta_i \pm (C_{ri} + L_i - C_{ri} \sin \beta_i - L_i \cos \beta_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.14)$$

で与えられる。

さらに β_i が変化すれば存在領域は同図の曲線と線分で囲まれた部分になる。このグラフ上で $(a_i/2, 0)$ から進み対偶軸に平行に変位ベクトルを引き、限界線との交点を求めれば連節の変位誤差が求められる。一般に変位ベクトルと対偶軸が同一平面内でない場合には、同図(c)の座標変換を行って xz 平面内の方向 (λ, ν) を求め、これを用いればよい。(1)～(3)以外の他の連節についても、対偶のモデル化によってすきまによる変位誤差が求められる(付録(5)参照)。

2.3.4 解析例

図2.3.10は、原動節2が回転したとき従動節4が揺動する運動成分拘束数3の $R_1 C_1 C_2 R_2$ 機構⁽⁶⁹⁾で、二つの回り対偶と二つの円筒対偶から成っている。これは表2.3.2のNo.11の機構の特別な場合で、基本的には $R_1 R_1 P_1 P_2 R_2 R_2$ 機構で表される。いま機構定数を表2.3.5のように与え原動節角変位 $\theta (= \theta_2)$ に対する従動節角変位 $\varphi (= 2\pi - \theta_1)$ および対偶 J_2, J_3 の変位 s_4, s_5 ($R_1 C_1 C_2 R_2$ 機構を $R_1 R_1 P_1 P_2 R_2 R_2$ 機構に置き換えているため、節および対偶がそれぞれ二つ増加し、添字がずれている)を求める。この機構では、原動節静止対偶側から $R_1 R_1 P_1$ の順に、また、従動節静止対偶側から $R_2 R_2 P_2$ の順に対偶が配置されているから、その解析は式(2.3.2)に適切な座標変換を行って求めた原動節側からの描点の座標と、従動節側からの描点の座標を等置することにより可能となる。その際、ねじれ角 $\alpha_1 = \alpha_4 = 90^\circ, \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0^\circ$, 節長 $a_3 = 0, a_5 = 0$, 軸長 $s_1 = \text{一定}, s_2 = \text{一定}, s_3 = 0, s_4 (= \text{未知数}), s_5 (= \text{未知数}), s_6 = 0$, 角変位 $\theta_1 + \theta_6 = \pi, \theta_2 = \text{原動節角変位}(=\text{既知}), \theta_2 + \theta_3 = \pi, \theta_4 = 0, \theta_5 = 0, \theta_6 = \text{従動節角変位}(=\text{未知数})$ を考慮して等置した式を整理すれば

$$\begin{bmatrix} a_1 + a_2 \cos \theta_2 - a_6 \cos(\pi - \theta_6) - a_4 \\ -a_6 \sin(\pi - \theta_6) - s_2 - s_4 \\ -a_2 \sin \theta_2 - s_1 - s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.15)$$

となる。

この式を s_4, s_5, θ_6 について解き、 $a_1 = a_{41}, a_2 = a_{12}, a_4 = a_{23}, a_6 = a_{34}, \pi - \theta_6 = \theta_1$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \cos^{-1} \left(\frac{a_{41} - a_{23} + a_{12} \cos \theta_2}{a_{34}} \right) \\ s_4 &= -a_{34} \sin \theta_1 - s_2 \\ s_5 &= -a_{12} \sin \theta_2 - s_1 \end{aligned} \right\}$$

(2・3・16)

を得る。この式中の θ_1 は図2・3・10に示す従動節角変位 φ と、 $\varphi = 2\pi - \theta_1$ の関係にあり、これを考慮して、原動節角変位 $\theta (= \theta_2)$ に対する φ 、 s_4 および s_5 を求めて、図示すれば、図2・3・11(a), (b)となる。

また従動節角変位誤差の最大値 $\angle\varphi_{\max}$ 、最小値 $\angle\varphi_{\min}$ は

$$\begin{bmatrix} \angle\varphi_{\max} \\ \angle\varphi_{\min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^{-1} \left\{ \frac{-\{a_{41} + a_{12} \cos \theta_2 - (a_{23} - C_{r2} - C_{r3})\}}{a_{34}} \right\} - \cos^{-1} \left\{ \frac{-(a_{41} + a_{12} \cos \theta_2 - a_{23})}{a_{34}} \right\} \\ \cos^{-1} \left\{ \frac{-\{a_{41} + a_{12} \cos \theta_2 - (a_{23} + C_{r2} + C_{r3})\}}{a_{34}} \right\} - \cos^{-1} \left\{ \frac{-(a_{41} + a_{12} \cos \theta_2 - a_{23})}{a_{34}} \right\} \end{bmatrix}$$

(2・3・17)

で与えられ、この式から θ に対する $\angle\varphi_{\max}$ 、 $\angle\varphi_{\min}$ を求めれば、図2・3・11(c)となる。図2・3・11に示す解析結果から、この機構は回転揺動機構であり、従動節角変位は原動節角変位 $\theta = 0^\circ$ または 180° に関して対称であり、その誤差の変動は θ の全域において小さいことがわかる。

表 2・3・1 中間節の運動形式による機構の分類

中間節の運動	機構 (連節-連節)
一次元	$R_1R_1R_1-R_2R_2R_2^*$
らせん軸なし	二次元
	$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} PP- \\ R_1R_1R_1, R_1PR_1, R_1R_1P \\ R_1R_1R_1, R_1R_1R_2R_2, R_1R_2R_2R_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} PP \\ PPR_2R_2, PR_2PR_2, PR_2R_2P, R_2PPR_2, R_2R_2PP \\ PR_2P_2R_2, R_2PR_2R_2, R_2R_2PR_2, R_2R_2R_2P \\ R_1R_1R_1-PR_2R_2, R_2PR_2, R_2R_2P \end{array} \right] \\ & PR_1R_1-PR_2R_2, R_2PR_2, R_2R_2P \\ & R_1PR_1-PR_2R_2, R_2PR_2 \\ & R_1R_1P-PR_2R_2^* \end{aligned}$
	三次元
回転軸方向が一定	二次元
	$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} PPR_1, PR_1P, R_1PP \\ PR_1R_1, R_1PR_1, R_1R_1P \\ PR_1R_2R_2, R_1PR_2R_2, R_1R_2PR_2, R_1R_2R_2P \\ R_1R_2R_2R_2 \end{array} \right] \\ & \left[\begin{array}{l} PPR_1, PR_1P, R_1PP \\ PR_1R_1^*, R_1PR_1, R_1R_1P \\ PR_1R_2R_2, R_1PR_2R_2, R_1R_2PR_2, R_1R_2R_2P \\ R_1R_2R_2R_2 \end{array} \right] \\ & \left[\begin{array}{l} R_1R_1R_2 \\ R_2R_1R_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} PPR_2, PR_2P, R_2PP \\ PR_2R_2, R_2PR_2, R_2R_2P \end{array} \right] \end{aligned}$
らせん軸方向が一定	三次元

(注) 上表において添字の同じ対偶は対偶軸が平行

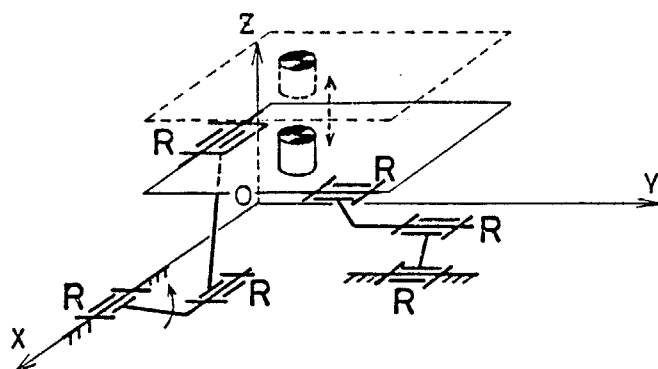
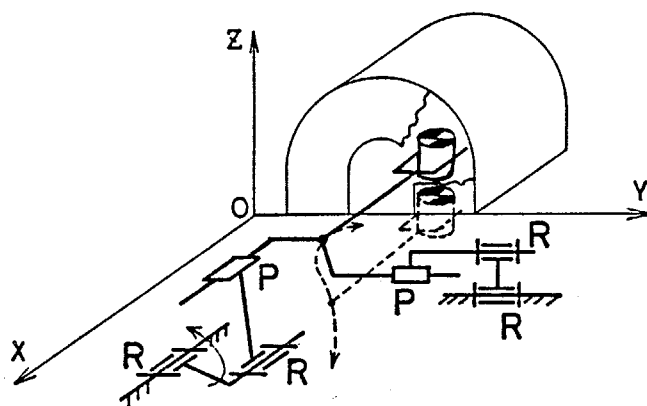
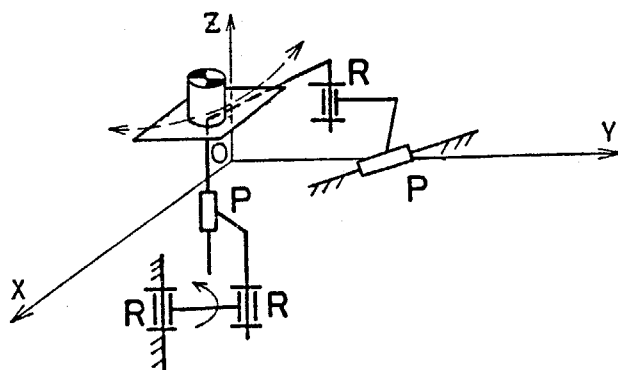
(a) $R_1R_1R_1R_2R_2R_2R_2$ 機構(b) $R_1R_1P_1P_2R_2R_2R_2$ 機構(c) $PR_1PR_1R_1$ 機構

図 2・3・1 中間節の姿勢または瞬間らせん軸の方向が変わらない機構

表 2.3.2 連節およびその創成曲面

No.	連 節	創成曲面	連 節	創成曲面	構 機
1	PP	平 面	PP	平 面	PPPP
2	PP		$R_1R_1R_1$		$PPR_1R_1R_1$
3	$R_1R_1R_1$		$R_2R_2R_2$		$R_1R_1R_1R_2R_2R_2$
4	PP	平 面	R_1R_1P	だ円柱面	$PPPR_1R_1$
5	PP		PR_1R_1		PPR_1R_1P
6	$R_1R_1R_1$		R_2R_2P		$R_1R_1R_1PR_2P_2$
7	PP	平 面	R_1PR_1	単葉双曲面	PPR_1PR_1
8	$R_1R_1R_1$		R_2PR_2		$R_1R_1R_1R_2PR_2$
9	PP	平 面	$R_1R_2R_2R_1$	ト ー ラ ス	$PPR_1R_2R_2R_1$
10	PP	平 面	$R_2R_2R_1R_1$	四 次 曲 面	$PPR_1R_1R_2R_2$
11	R_1R_1P	だ円柱面	R_2R_2P	だ円柱面	$R_1R_1PPR_2R_2$
12	PR_1R_1		PR_2R_2		$PR_1R_1R_2R_2P$
13	R_1R_1P		PR_2R_2		$R_1R_1PR_2R_2P$
14	R_1R_1P	だ円柱面	R_2PR_2	単葉双曲面	$R_1R_1PR_2PR_2$
15	PR_1R_1		R_2PR_2		$PR_1R_1R_2PR_2$
16	R_1PR_1	単葉双曲面	R_2PR_2	単葉双曲面	$R_1PR_1R_2PR_2$

(注) 上表中, “平面”のうち PP 連節は全平面, $R_1R_1R_i$ 連節 ($i=1,2$) は平面の一部である.

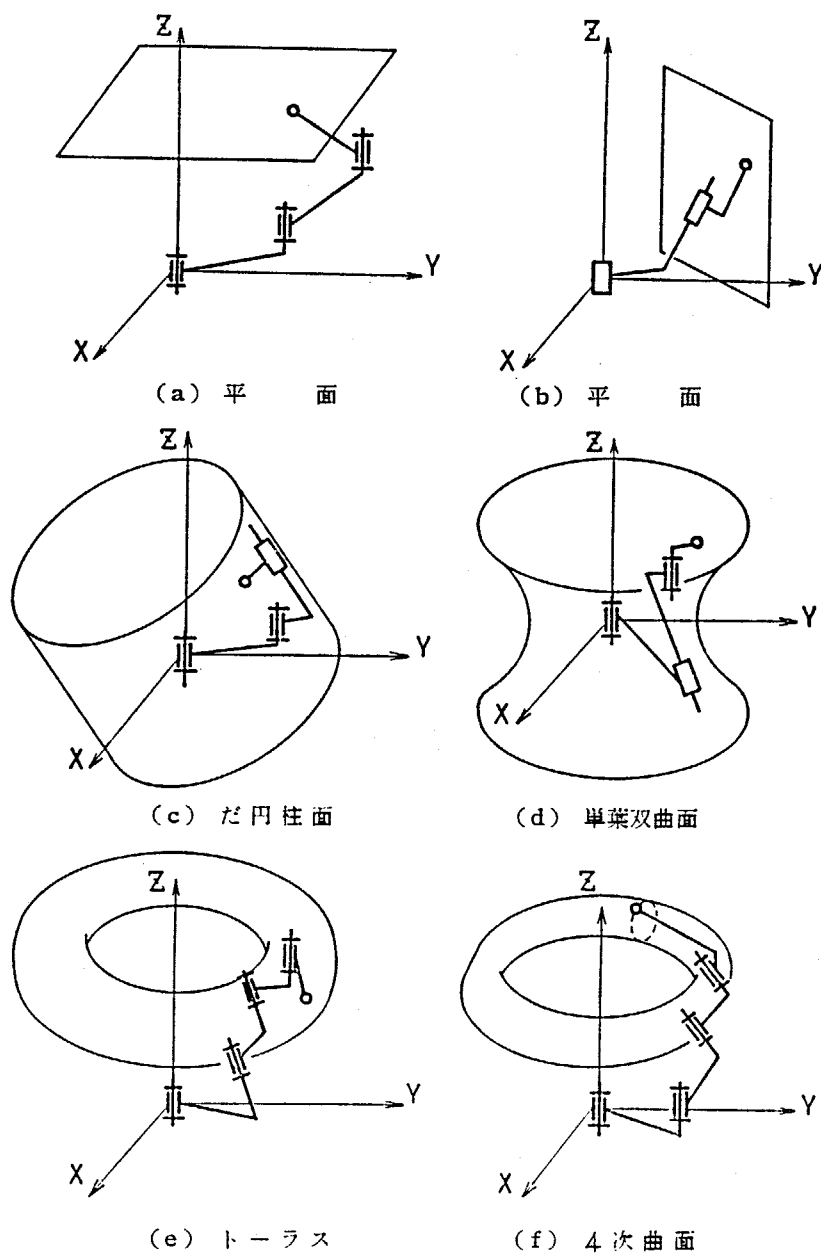


図 2.3.2 連節とその創成曲面

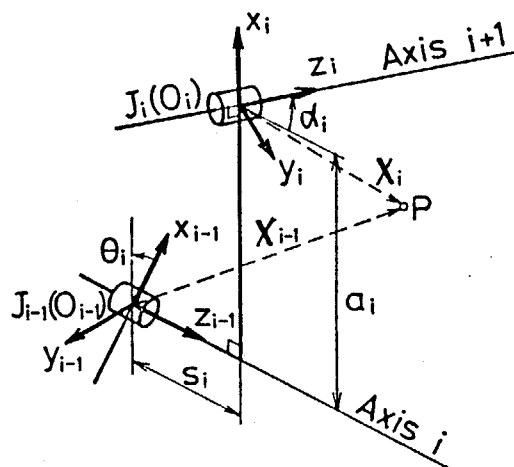
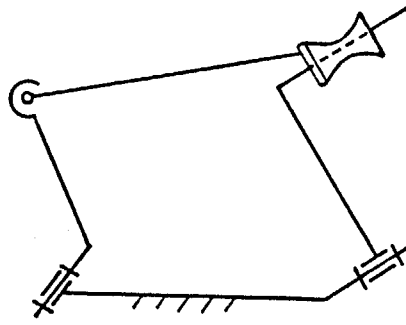
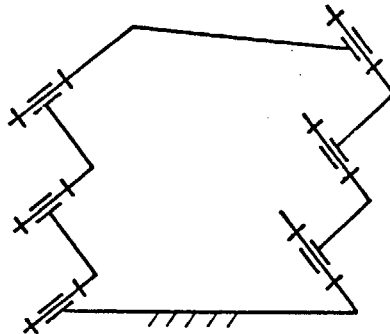


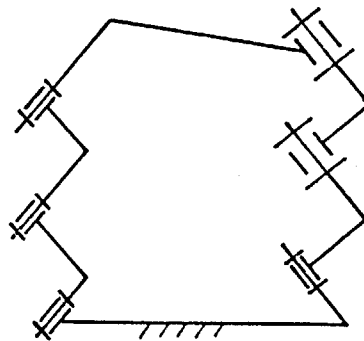
図 2.3.3 節上の動座標系



(a) RSCR 機構 (円筒対偶に中間節回りの回転のすきまあり)



(b) $R_1R_1R_1R_2R_2R_2$ 機構 (回り対偶の対偶軸方向にすきまあり)



(c) $R_1R_1R_1R_2R_2R_2$ 機構 (二つの対偶軸を回転させるすきまあり)

図 2.3.4 対偶すきまを有する機構

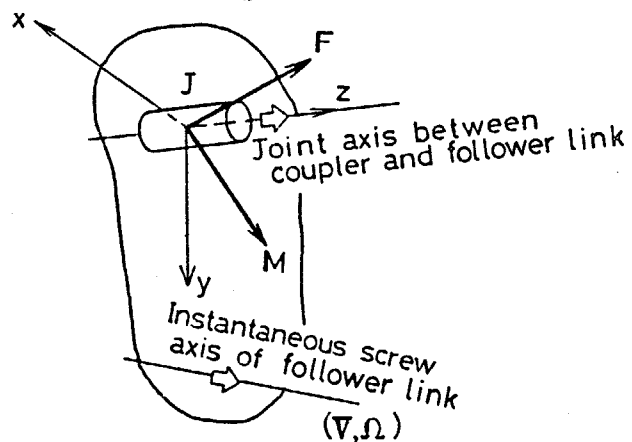
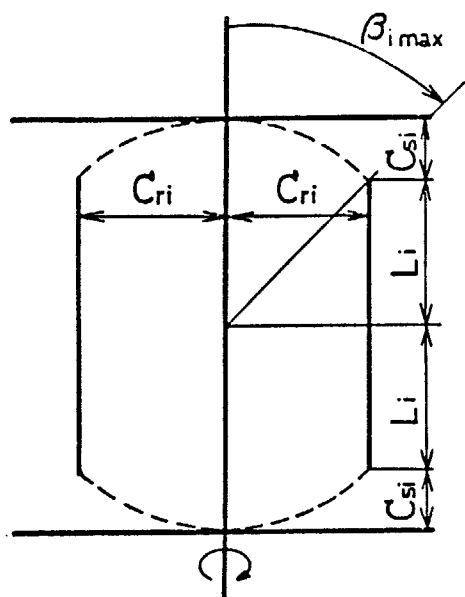
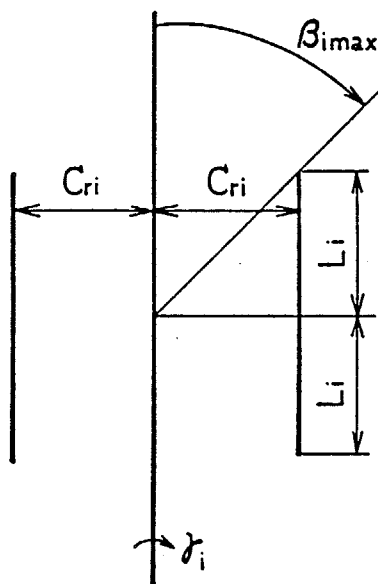


図 2.3.5 中間節から従動節に作用する力およびモーメント



(a) 回対偶



(b) 進み対偶

図 2.3.6 対偶形状のモデル化

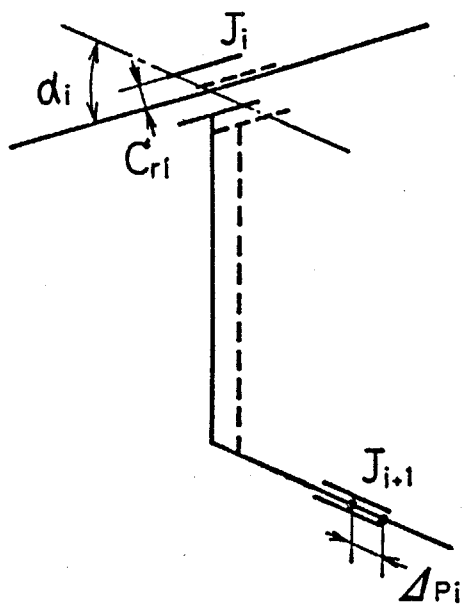


図 2.3.7 PP 連節における変位誤差

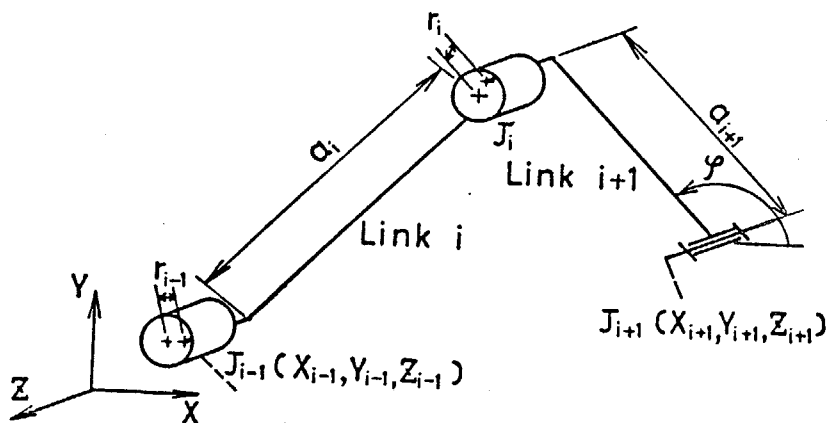


図 2.3.8 RRR 連節における変位誤差

表 2-3-3 対偶すきまの有無に対する速度，力，角速度およびモーメント成分の条件

対偶	No.	すきまの有無	速度成分	力成分	角速度成分	モーメント成分
回 り 対 偶	1	x, y, z すべての方向 になし	$V_x=0, V_y=0, V_z=0$	$F_x \neq 0, F_y \neq 0, F_z \neq 0$	$\Omega_z \neq 0$	$M_z=0$
	2	x 方向だけあり (y 方向だけあり)	$V_x \neq 0$ ($V_y \neq 0$)	$F_x=0$ ($F_y=0$)	$\Omega_z \neq 0$	$M_z=0$
	3	z 方向だけあり	$V_z \neq 0$	$F_z=0$	$\Omega_z \neq 0$	$M_z=0$
	4	$x-z$ 平面内だけあり ($y-z$ 平面内だけあり)	$V_x \neq 0, V_z \neq 0$ ($V_y \neq 0, V_z \neq 0$)	$F_x=0, F_z=0$ ($F_y=0, F_z=0$)	$\Omega_y \neq 0, \Omega_z \neq 0$ ($\Omega_x \neq 0, \Omega_z \neq 0$)	$M_y=0, M_z=0$ ($M_x=0, M_z=0$)
	5	$x-y$ 平面内だけあり	$V_x \neq 0, V_y \neq 0$	$F_x=0, F_y=0$	$\Omega_z \neq 0$	$M_z=0$
	6	x, y, z すべての方向 にあり	$V_x \neq 0, V_y \neq 0, V_z \neq 0$	$F_x=0, F_y=0, F_z=0$	$\Omega_x \neq 0, \Omega_y \neq 0, \Omega_z \neq 0$	$M_x=0, M_y=0, M_z=0$
進 み 対 偶	1	x, y, z すべての方向 になし	$V_z \neq 0$	$F_z=0$	$\Omega_x=0, \Omega_y=0, \Omega_z=0$	$M_x=0, M_y=0, M_z=0$
	2	x 方向だけあり (y 方向だけあり)	$V_x \neq 0, V_z \neq 0$ ($V_y \neq 0, V_z \neq 0$)	$F_x=0, F_z=0$ ($F_y=0, F_z=0$)	$\Omega_y \neq 0$ ($\Omega_x \neq 0$)	$M_y=0$ ($M_x=0$)
	3	x, y, z すべての方向 にあり	$V_x \neq 0, V_y \neq 0, V_z \neq 0$	$F_x=0, F_y=0, F_z=0$	$\Omega_x \neq 0, \Omega_y \neq 0, \Omega_z \neq 0$	$M_x=0, M_y=0, M_z=0$

表 2-3-4 対偶すきまと機構の自由度および特性の関係

すきまの種類	すきまによって 増加する自由度	機構の自由度	運動伝達性	変位誤差
対偶拘束を受けない 場合	任 意	増 加	緩 変	有
対偶拘束を受ける場 合	小	不 変	急 変	無
	大	増 加	急 変	有

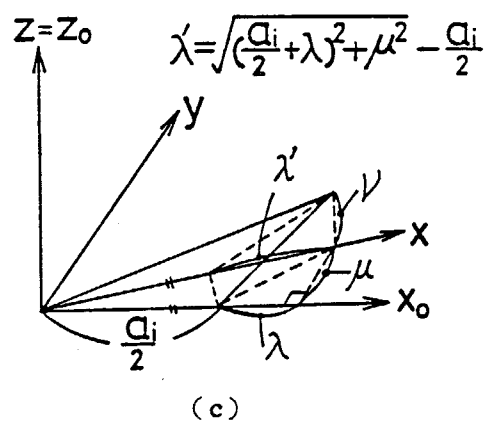
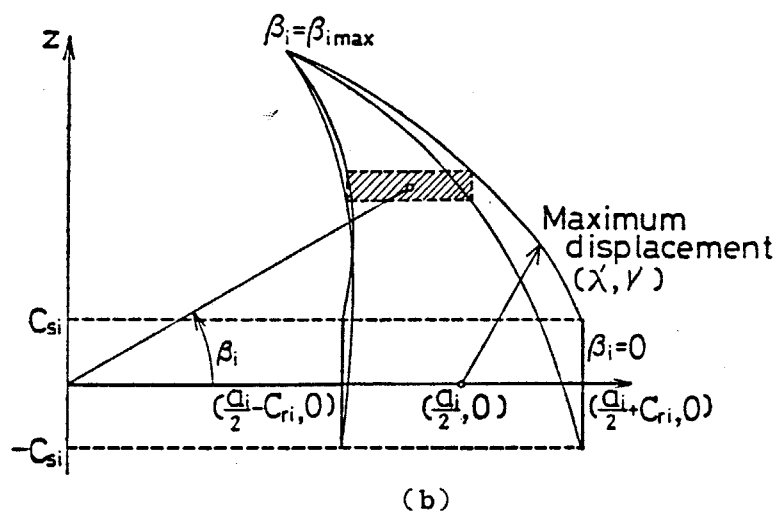
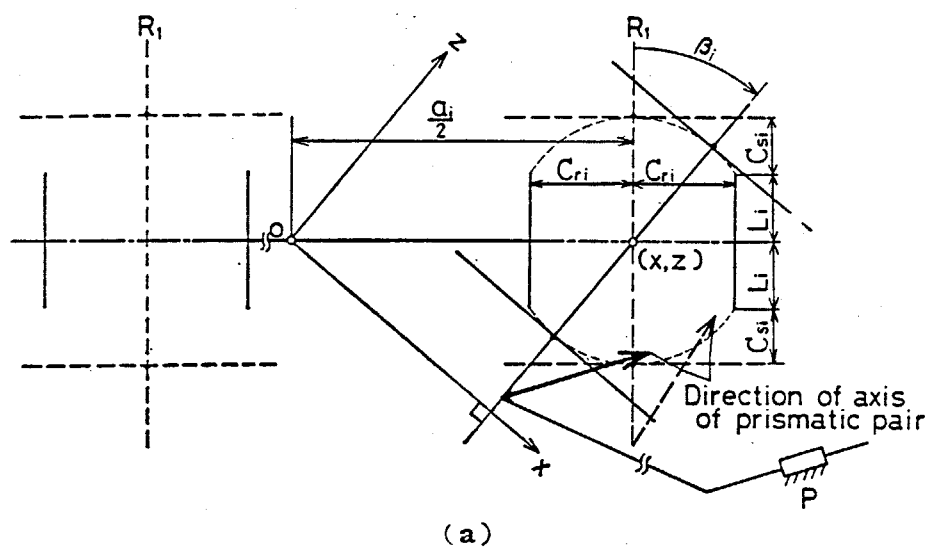


図 2・3・9 R_1R_1P 連節における変位誤差

表 2・3・5 機構の諸元

a_{12} mm	100.0	a_{41} mm	22.5
a_{23} mm	52.0	C_{r2} mm	0.01
a_{34} mm	200.0	C_{r3} mm	0.01

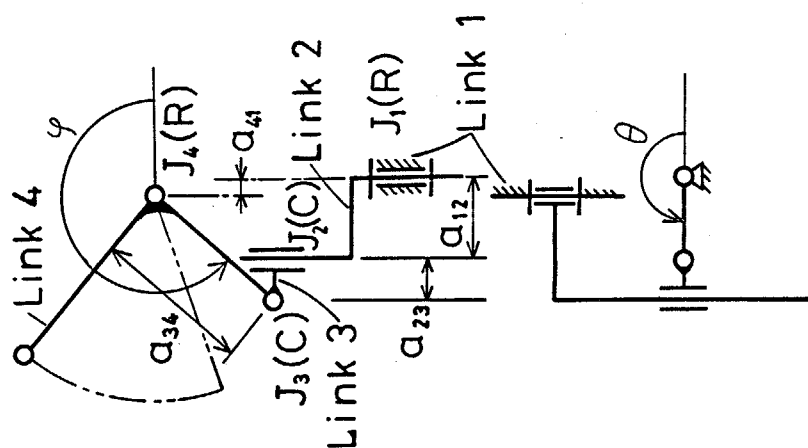
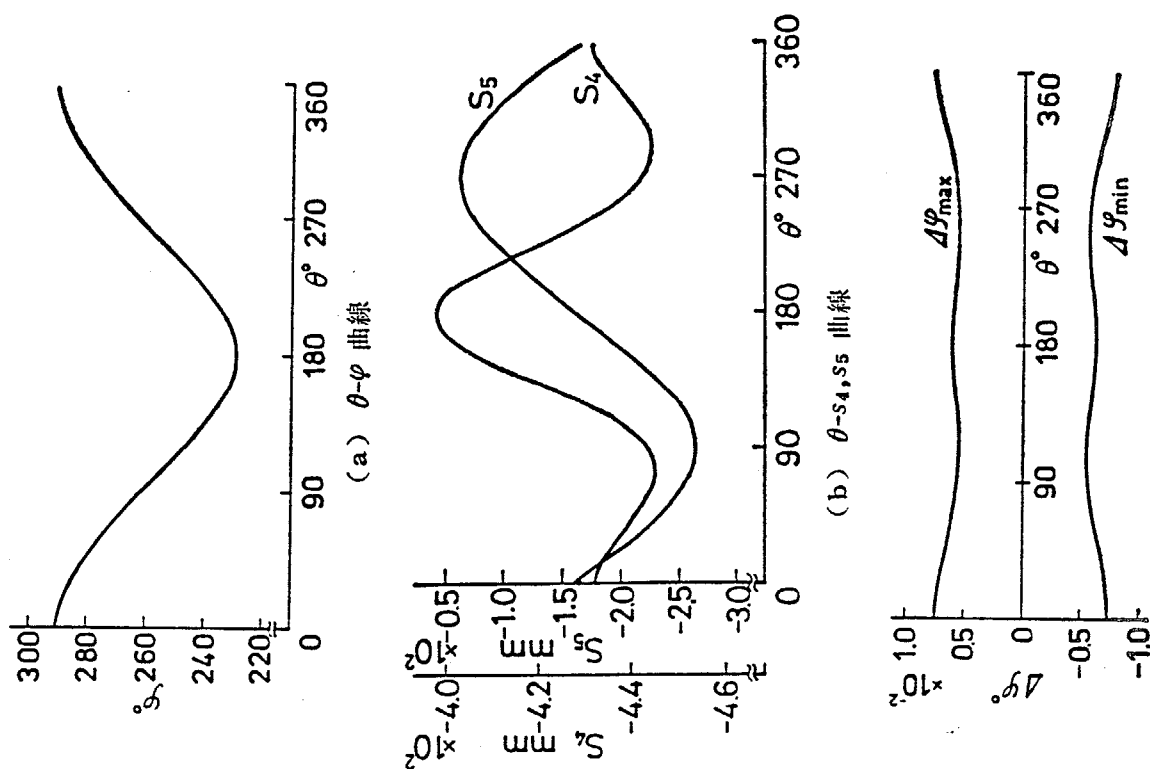


図 2・3・10 $R_1R_1P_1P_2R_2R_2$ 機構



(c) $\theta - \Delta\varphi$ 曲線

図 2・3・11 $R_1R_1P_1P_2R_2R_2$ 機構の変位および変位誤差

2・4 一自由度空間4節機構の解析

本節では、対偶すきまと節長誤差を考慮して、一自由度空間4節機構の変位解析を若干の変換関数を用いるだけで可能にするとともに、対偶軸方向にオフセットを有する平面4節機構を空間4節機構とみなしてその変位誤差を明らかにする。

2・4・1 対偶素間接触位置の解析

自由度1の機構において対偶にすきまが存在すれば原動節変位に対して従動節変位は一般にある領域内の値をとる。従動節変位がその領域の限界値をとる時の機構内の各対偶の対偶素間接触位置は、対偶に作用する力およびモーメントより求めることができる。

そこで空間機構に用いられる基本的な対偶として、回り対偶R，進み対偶P，円筒対偶C，球対偶S，球筒対偶S_sを取り上げ、それらの形状のモデル化を行い、対偶に作用する力およびモーメントと対偶素間接触位置との関係を求め、さらに対偶素間の接触位置を各対偶素に設けた座標系間の変換マトリックスを用いて表すことにする。

2・4・1・a 回り対偶，円筒対偶

回り対偶は図2・4・1(a)のように軸と円筒穴からなり、穴の中心線方向の運動は軸に取付けられた二つのフランジで拘束されている。すきまは半径方向，軸方向に存在し、穴は軸の回りを三次元的に自由に運動できる。同図において、軸の軸心に原点Oをとり、軸中心線をz軸とする直交座標系O-x-y-zを考え、軸の直径、穴の内径、外径、軸方向長さおよび両フランジ間の距離をそれぞれ $2r_1, 2r_2, 2r_3, L_{R1}$ および L_{R2} とし、穴から軸に作用する力およびモーメントのx, y, z成分をそれぞれ $F(F_x, F_y, F_z)$ および $M(M_x, M_y, M_z)$ とする。このような対偶では、軸に対して穴を最大に傾けた時

(1) 穴がフランジに接触しない場合 ($L \leq L_{R2}$)

(2) 穴がフランジに接触する場合 ($L > L_{R2}$)

の二つの場合が考えられる。ただし、Lは

$$L = \{ (L_{R1}^2 + 4r_2r_3) \sqrt{4(r_2^2 - r_1^2) + L_{R1}^2} - 4L_{R1}r_1(r_3 - r_2) \} / (L_{R1}^2 + 4r_2^2) \quad (2\cdot4\cdot1)$$

である。各場合に対する力およびモーメントと対偶素間の接触位置の関係は次のようになる。

(1) 穴がフランジに接触しない場合

(a) $M_x \neq 0, M_y \neq 0$ の時 この時の対偶素の接触状態を図2・4・1(a)に示す。軸とフランジの接触点をAおよびB，穴とフランジの接触点をCとする。A, Bにおける力 F_A, F_B は軸中心線に向かい、 F_C は軸に平行に作用するから、力およびモーメントのつりあい式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 -F_A \cos \phi_A - F_B \cos \phi_B &= F_x \\
 -F_A \sin \phi_A - F_B \sin \phi_B &= F_y \\
 F_C &= \sigma F_z \\
 (L_{R3}/2)(F_A \cos \phi_A - F_B \cos \phi_B) \\
 + \sigma x_C F_C &= -M_y \\
 (L_{R3}/2)(F_A \sin \phi_A - F_B \cos \phi_B) \\
 + \sigma y_C F_C &= M_x
 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.2)$$

$F_z \geq 0$ の時 $\sigma = 1$, $F_z < 0$ の時 $\sigma = -1$

$$\left. \begin{aligned}
 L_{R3} &= \{\sqrt{L_{R1}^2 + 4(r_2^2 - r_1^2)} - L_{R1}\} \\
 &\times \{1 - \cos(\phi_A - \phi_B)\} / 2 + L_{R1} \\
 \psi' &= \begin{cases} (\phi_A + \phi_B - \pi)/2 & (\phi_A \geq \phi_B) \\ (\phi_A + \phi_B + \pi)/2 & (\phi_A < \phi_B) \end{cases} \\
 m_C &= \cos(\phi_A - \psi'), \quad m_S = \sin(\phi_A - \psi') \\
 n_C &= \cos(\gamma_1 + \gamma_2), \quad n_S = \sin(\gamma_1 + \gamma_2) \\
 a &= \sqrt{r_2^2 m_C^2 + (L_{R3}^2 - L_{R1}^2)/4} \\
 b &= \sqrt{r_2^2 + L_{R1}^2/4}, \quad \gamma_2 = \tan^{-1}(2r_2/L_{R1}) \\
 \gamma_1 &= \cos^{-1}\{L_{R3}/(2\sqrt{a^2 + L_{R1}^2/4})\} \\
 &+ \tan^{-1}\{L_{R1}/(2a)\} - \gamma_2 \\
 p &= (L_{R1}/2)n_C \\
 q &= r_1 m_S - \sqrt{4r_2^2 - (r_1 m_C - p)^2/n_S^2} \\
 x_C &= (p - r_2 n_S) \cos \psi' - q \sin \psi' \\
 y_C &= (p - r_2 n_S) \sin \psi' + q \cos \psi'
 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.2), (2.4.3) から接触位置を表す ψ_A および ψ_B ならびに p および q が求まる。これらを用いて、図2.4.1の穴の両端面の中心 O_A, O_B の座標が次のように求まる。

$$\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \cos \psi' - q \sin \psi' \\ p \sin \psi' + q \cos \psi' \\ (L_{R1} n_S + \sigma L_{R2})/2 - \sigma b \sin(\gamma_1 + 2\gamma_2) \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p \cos \psi' - q \sin \psi' \\ -p \sin \psi' + q \cos \psi' \\ (-L_{R1} n_S + \sigma L_{R2})/2 - \sigma b \sin(\gamma_1 + 2\gamma_2) \end{bmatrix} \quad (2.4.5)$$

(b) $M_x = 0$, $M_y = 0$ の時 この場合、穴と軸は線接触し、穴とフランジは面接触するので、図2.4.1の ψ_A , ψ_B は

$$\psi_A = \psi_B = \tan^{-1}(F_y/F_x) + \pi \quad (2.4.6)$$

となり、(a) で述べた O_A, O_B の座標は

$$\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_2 - r_1) \cos(\psi_A + \pi) \\ (r_2 - r_1) \sin(\psi_A + \pi) \\ (2\xi - 1)L_{R2}/2 + (1 - \xi)L_{R1} \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ (2\xi - 1)L_{R2}/2 - \xi L_{R1} \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

となる。ただし、 $F_z \geq 0$ の時 $\zeta = 1$, $F_z < 0$ の時 $\zeta = 0$ である。

(2) 穴がフランジに接触する場合 軸、穴およびフランジ間で4通りの接触状態があり、それぞれについて(1)の場合と同様に対偶に作用する力およびモーメントと接触位置の関係式が求められ、穴の両端の中心 O_A , O_B を求めることができる。

以上の(1),(2)の場合を合せて、対偶素に設けた二つの座標系間の座標変換マトリックスを求める。図2.4.1(a)において、 θ_0 と $O_1 - x_1 \ y_1 \ z_1$ および θ と $O_2 - x_2 \ y_2 \ z_2$ は、それぞれ対偶すきまがない時およびある時の穴の回転角と穴に固定された座標系を表す。この座標系 $O_2 - x_2 \ y_2 \ z_2$ から座標系 $O - x \ y \ z$ への座標変換マトリックス U_R は、次式で表される。

$$U_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ e_{xR} & l_{xR} & m_{xR} & n_{xR} \\ e_{yR} & l_{yR} & m_{yR} & n_{yR} \\ e_{zR} & l_{zR} & m_{zR} & n_{zR} \end{bmatrix} \quad (2.4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad e_{xR} &= (x_A + x_B)/2, \quad e_{yR} = (y_A + y_B)/2 \\ e_{zR} &= (z_A + z_B)/2, \quad l_{xR} = A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta \\ l_{yR} &= B_2 \cos \theta, \quad l_{zR} = A_3 \cos \theta + B_3 \sin \theta \\ m_{xR} &= -A_1 \sin \theta + B_1 \cos \theta, \quad m_{yR} = B_2 \cos \theta \\ m_{zR} &= -A_3 \sin \theta + B_3 \cos \theta, \quad n_{xR} = x_{AB}/w_1 \\ n_{yR} &= y_{AB}/w_1, \quad n_{zR} = z_{AB}/w_1 \\ A_1 &= z_{AB}/\sqrt{x_{AB}^2 + z_{AB}^2}, \quad B_1 = -x_{AB}y_{AB}/w_2 \\ B_2 &= \sqrt{x_{AB}^2 + z_{AB}^2}/w_1, \quad A_3 = -x_{AB}\sqrt{x_{AB}^2 + z_{AB}^2} \\ B_3 &= -y_{AB}z_{AB}/w_2, \quad x_{AB} = x'_A - x'_B \\ y_{AB} &= y'_A - y'_B, \quad z_{AB} = z_A - z_B \\ x'_A &= x_A \cos \theta_0 - y_A \sin \theta_0 \\ y'_A &= x_A \sin \theta_0 + y_A \cos \theta_0 \\ x'_B &= x_B \cos \theta_0 - y_B \sin \theta_0 \\ y'_B &= x_B \sin \theta_0 + y_B \cos \theta_0 \\ w_1 &= \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2} \\ w_2 &= \sqrt{x_{AB}^2 y_{AB}^2 + (x_{AB}^2 + z_{AB}^2)^2 + y_{AB}^2 z_{AB}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.10)$$

円筒対偶は回り対偶のフランジを取り除いて軸方向運動の拘束をなくしたものである。対偶に作用する力およびモーメントと接触位置との関係式は、式(2.4.2)において、 $F_c=0$ としたものとなる。また対偶素間座標変換マトリックス U_c は式(2.4.9)と同形式のマトリックスで表される。ここに、 e_{zc} は未知数である。

2.4.1.b 球対偶、球筒対偶

球対偶は図2.4.2のように球と球殻からなり、それらの半径を r_{s1} , r_{s2} とする。いま、図2.4.2に示すように球と球殻が点Aで接し、力 $F_A(F_x, F_y, F_z)$ が作用してつりあっている状態を考える。この時球殻の中心 O_1 の座標 (e_{xs}, e_{ys}, e_{zs}) を球に固定された座標系 $O - x \ y \ z$ で表せば、

$$\begin{bmatrix} e_{xs} \\ e_{ys} \\ e_{zs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_{s2} - r_{s1})F_x / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ (r_{s2} - r_{s1})F_y / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ (r_{s2} - r_{s1})F_z / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \end{bmatrix} \quad (2.4.11)$$

となる。上式を用いて、座標系 $O_1 - x_1 y_1 z_1$ から座標系 $O - x y z$ への座標変換マトリックス U_s を求めれば、式(2.4.9)と同形式のマトリックスを得る。ここで、 $l_{xs} \sim n_{zs}$ は未知数である。

球筒対偶は球対偶の球殻を円筒に置き換えたものであり、回転運動および軸方向の並進運動は自由であるので、球筒対偶の二つの対偶素に作用する力は図2.4.2の F_x, F_y だけである。したがって球筒対偶の対偶素間座標変換マトリックス U_{sg} は式(2.4.9)と同形式のマトリックスで表される。ただし、この場合、 $F_z = 0$, $e_{zsg}, l_{xsg}, n_{zsg}$ は未知数となる。

2.4.1.c 進み対偶

内筒、外筒ともに断面が正方形をなしている進み対偶では、二つの対偶素がつりあい状態にある時、内筒と外筒の接触状態には、

- (1) 3点接触, (2) 4点接触, (3) 線接触, (4) 面接触

の4通りがある。各場合について、対偶に作用する力およびモーメントから対偶の接触位置を表す角変位によって定まる $e_{xp}, e_{yp}, l_{xp} \sim n_{zp}$ を用いて、外筒に固定された座標系 $O_1 - x_1 y_1 z_1$ から内筒に固定された座標系 $O - x y z$ への座標変換マトリックス U_p を求めれば、式(2.4.9)と同形式のマトリックスを得る。ただし、 e_{zp} は未知数である。

2.4.2 空間4節機構における座標変換マトリックス

静止節上の対偶の自由度および原・従動節間の自由度が1であり、R, P, C, S および S_g の5種類の対偶で構成される空間4節機構は、表2.4.1に示す36種類存在する⁽⁷⁰⁾。同表において、 J_1 は原動節側対偶、 J_4 は従動節側対偶であり、 $C = S_g, S_g = C, S = S$ の $=$ は余剰の自由度1を表す⁽⁷⁰⁾。図2.4.3は対偶にすぎまのある空間4節機構を表す。同図の各座標系はすべて直交座標系であり、主な記号の意味は次のとおりである。

Y軸 : 対偶 J_1 と J_4 の軸中心線間の共通垂線

Z軸 : 対偶 J_4 の軸中心線, X' 軸 : X軸に平行

x_i 軸 : $i=2 \sim 7$ の時節中心線に一致, 軸 x_1 と x_8 は $O - XZ$ 平面に平行な平面および $O - XZ$ 平面内にある。

z_3, z_6 軸 : すきまのない対偶 J_2, J_3 の軸中心線に一致

a_1, a_2, a_3, a_4 : 節長, s_1, s_2 : 軸長

(e_{xj}, e_{yj}, e_{zj}) : 点 O_{2j} と O_{2j-1} の間の変位 ($j=1 \sim 4$)

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 軸 X' と z_1, z_2 と z_3, z_6 と z_7 のなす角

$\theta (= \theta_1)$: $x_2 y_2$ 平面および $X z_1$ 平面の交線と x_2 軸のなす角

θ_2, θ_3 : 対偶すきまがない場合の中間節3と原動節2, 従動節4とのなす角

$\varphi (= \theta_4)$: $x_7 y_7$ 平面および XZ 平面の交線と x_7 軸のなす角

図2.4.3において、座標系 $O_i - x_i y_i z_i$ から $O_j - x_j y_j z_j$ への座標変換

マトリックスを U_{ij} で表し、 $O_0 - x_0 y_0 z_0$ を静止座標系 $O - XYZ$ とすれば、 U_{01} , U_{23} , U_{08} および U_{76} はそれぞれ次のようになる。

$$U_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 \sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 & 0 & \cos \alpha_1 \\ -a_1 & 0 & 1 & 0 \\ S_1 \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 & 0 & \sin \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (2.4.12)$$

$$U_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 \\ 0 & 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2.4.13)$$

$$U_{08} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.14)$$

$$U_{76} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_3 & -\sin \alpha_3 \\ 0 & 0 & \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (2.4.15)$$

また、 U_{12} および U_{87} は J_1, J_4 が回り対偶であれば U_R , 進み対偶であれば U_P が用いられ、 U_{34} , U_{65} は、対偶の種類によって U_R, U_P, U_C, U_S および U_{S9} が用いられる。ただし、対偶 J_j ($j=1 \sim 4$)にすぎまがなければ、 U_{12} , U_{34} , U_{65} および U_{87} は、これらを U_1, U_2, U_3 および U_4 としてそれぞれ

$$U_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_j & -\sin \theta_j & 0 \\ 0 & \sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ e_{zj} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.16)$$

で表される。ここに、 $e_{z1} = 0$, $e_{z4} = 0$ である。

以上の座標変換マトリックス U_{ij} を用いて、点 O_i ($i=4 \sim 5$)の静止座標系における位置(X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i})と z_i 軸方向の単位ベクトル(k_{xi}, k_{yi}, k_{zi})を原動節側、従動節側からそれぞれ表示すれば、 $t = x, y, z$ として次のようになる。ただし、式中の記号 T は転置を表す。

$$\begin{aligned} [1 \ X_{04} \ Y_{04} \ Z_{04}]^T &= U_{01} U_{12} U_{23} [1 \ e_{x2} \ e_{y2} \ e_{z2}]^T \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ L_x & l_{xA} & m_{xA} & n_{xA} \\ L_y & l_{yA} & m_{yA} & n_{yA} \\ L_z & l_{zA} & m_{zA} & n_{zA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e_{x2} \\ e_{y2} \\ e_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ P_x + e_{x2} n_{xA} \\ P_y + e_{x2} n_{yA} \\ P_z + e_{x2} n_{zA} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

$$P_i = L_i + l_{iA} e_{x2} + m_{iA} e_{y2} \quad (2.4.18)$$

$$k_{iA} = n_{x2} l_{iA} + n_{y2} m_{iA} + n_{z2} n_{iA} \quad (2.4.19)$$

$$\begin{aligned} [1 \ X_{05} \ Y_{05} \ Z_{05}]^T &= U_{08} U_{87} U_{76} [1 \ e_{x3} \ e_{y3} \ e_{z3}]^T \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ N_x & l_{xB} & m_{xB} & n_{xB} \\ N_y & l_{yB} & m_{yB} & n_{yB} \\ N_z & l_{zB} & m_{zB} & n_{zB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e_{x3} \\ e_{y3} \\ e_{z3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ Q_x + e_{x3}n_{xB} \\ Q_y + e_{y3}n_{yB} \\ Q_z + e_{z3}n_{zB} \end{bmatrix} \quad (2.4.20)$$

$$Q_t = N_t + l_{tA}e_{x3} + m_{tB}e_{y3} \quad (2.4.21)$$

$$k_{t5} = n_{x3}l_{tB} + n_{y3}m_{tB} + n_{z3}n_{tB} \quad (2.4.22)$$

2.4.3 対偶すきまを考慮した変位変換関数

表2.4.1 に示す36種類の機構について、対偶 J_2 および J_3 の間の結合条件から、原動節変位および対偶素間の座標変換マトリックスを入力とし、対偶すきまを考慮した出量変位を出力とする変換関数を導出する。この時、すきまのない場合の出量変位は、対偶 J_4 が回り対偶では角変位 θ_4 ，進み対偶では並進量 s_4 であるが、すきまのある場合は角変位 θ_4 と並進量 $s_4 + e_{z4}$ の二つとなる。

2.4.3.a 変換関数 T I

対偶 J_2 が回り対偶である機構（表2.4.1 のNo. 1～4）および J_2 が球対偶で、 J_3 が円筒対偶である機構（No. 9～12）の8種類の機構の従動節変位を求める場合を考える。 J_2 が回り対偶である機構の結合条件は

$$\overrightarrow{O_4O_5} = a_3, \quad \overrightarrow{O_4Z_4} \perp \overrightarrow{O_4O_5} \quad (2.4.23)$$

J_2 が球対偶である機構の結合条件は、

$$\overrightarrow{O_4O_5} = a_3, \quad \overrightarrow{O_5Z_5} \perp \overrightarrow{O_4O_5} \quad (2.4.24)$$

である。ただし、 $\overrightarrow{O_l Z_l}$ ($l=4,5$) は Z_l 軸方向の単位ベクトルを表す。これらの結合条件をもとにして、従動節変位 θ_4 および $s_4 + e_{z4}$ を求めれば次式となる。

$$\begin{bmatrix} \theta_4 \\ s_4 + e_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ (D_{10} \pm \sqrt{D_{10}^2 - D_9 D_{11}}) / (D_9 + E_1) \end{bmatrix} \quad (2.4.25)$$

ここに、 $E_1 = -e_{x3}l_{zB} - e_{y3}m_{zB} - a_4l_{x3}$

$$(2.4.26)$$

$H_1 (= \theta_4)$ は次式の解である。

$$(Q_x + e_{x3}n_{xB} - X_{04})^2 + (Q_y + e_{y3}n_{yB} - Y_{04})^2 + (Q_z + e_{z3}n_{zB} - Z_{04})^2 - a_3^2 = 0 \quad (2.4.27)$$

ただし、 J_2 が回り対偶の場合

$$\left. \begin{aligned} e_{x3} &= \frac{-k_{x4}(Q_x - X_{04}) - k_{y4}(Q_y - Y_{04}) - k_{z4}(Q_z - Z_{04})}{k_{x4}l_{zB} + k_{y4}m_{zB} + k_{z4}n_{zB}} \\ D_1 &= \frac{-k_{x4}(Q_x - X_{04}) - k_{y4}(Q_y - Y_{04}) + k_{z4}Z_{04}}{k_{x4}l_{zB} + k_{y4}m_{zB} + k_{z4}n_{zB}} \\ D_2 &= k_{x4} / (k_{x4}l_{zB} + k_{y4}m_{zB} + k_{z4}n_{zB}), \quad D_3 = Q_x + D_1n_{zB} - X_{04} \\ D_4 &= D_2n_{zB}, \quad D_5 = Q_y + D_1n_{yB} - Y_{04}, \quad D_6 = D_2n_{yB} \\ D_7 &= D_1n_{zB} - Z_{04}, \quad D_8 = D_2n_{zB} - 1, \quad D_9 = D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 \\ D_{10} &= D_3D_4 + D_5D_6 + D_7D_8, \quad D_{11} = D_3^2 + D_2^2 + D_1^2 - a_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.28)$$

J_2 が球対偶の場合

$$\left. \begin{aligned} e_{23} &= \frac{-k_{25}(Q_x - X_{04}) - k_{25}(Q_y - Y_{04}) - k_{25}(Q_z - Z_{04})}{k_{25}l_{2B} + k_{25}m_{2B} + k_{25}n_{2B}} \\ D_1 &= \frac{-k_{25}(Q_x - X_{04}) - k_{25}(Q_y - Y_{04}) + k_{25}Z_{04}}{k_{25}l_{2B} + k_{25}m_{2B} + k_{25}n_{2B}} \\ D_2 &= k_{25}/(k_{25}l_{2B} + k_{25}m_{2B} + k_{25}n_{2B}), \quad \alpha_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.29)$$

式(2.4.25)の右辺を変換関数 T I とする.

2.4.3.b 変換関数 T II

対偶 J_2 および J_3 が進み対偶あるいは球筒対偶である機構 (No. 5 ~ 8 および No. 21 ~ 24) ならびに対偶 J_2 および J_3 が円筒対偶あるいは球筒対偶である機構 (No. 13 ~ 20) の従動節変位 θ_4 および $s_4 + e_{z4}$ は, 結合条件

(1) J_2 が P, J_3 が S_9 の場合

$$\overrightarrow{a_3 O_4 X_4} = \overrightarrow{O_4 O_5} \quad (2.4.30)$$

(2) J_2 が S_9 , J_3 が P の場合

$$-\overrightarrow{a_3 O_5 X_5} = \overrightarrow{O_4 O_5} \quad (2.4.31)$$

(3) J_2 が C, J_3 が S_9 の場合

$$\overrightarrow{a_3 O_4 Z_4} = \overrightarrow{O_4 O_5} \quad (2.4.32)$$

(4) J_2 が S_9 , J_3 が C の場合

$$-\overrightarrow{a_3 O_5 Z_5} = \overrightarrow{O_4 O_5} \quad (2.4.33)$$

から, 次式のように求められ, その右辺を変換関数 T II とする. ただし, (i_{x4}, i_{y4}, i_{z4}) ($i = 4, 5$) は x_4 軸方向の単位ベクトルを意味し, $t = x, y, z$ とする.

$$\begin{bmatrix} \theta_4 \\ s_4 + e_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2 \\ (P_x + e_{x2} - e_{23}n_{2B})/a_3 E_2 + E_1 \end{bmatrix} \quad (2.4.34)$$

ここに, $H_2 (= \theta_4)$ は次式の解である.

$$Q_x - P_x + e_{23}n_{2B} - e_{22}n_{2A} + a_3 E_2 = 0 \quad (2.4.35)$$

ただし, (1) の場合は,

$$E_2 = i_{x4}$$

$$e_{22} = \frac{(a_3 i_{x4} + P_x - Q_x)n_{2B} - (a_3 i_{y4} + P_y - Q_y)n_{2B}}{n_{2A}n_{2B} - n_{2A}n_{2B}}, \quad e_{23} = \frac{(a_3 i_{x4} + P_x - Q_x)n_{yA} - (a_3 i_{y4} + P_y - Q_y)n_{xA}}{n_{yA}n_{2B} - n_{xA}n_{yB}}, \quad (2.4.36)$$

$$i_{t4} = l_{22}l_{tA} + l_{y2}m_{tA} + l_{z2}n_{tA}$$

(2), (3), (4) の場合は, 式(2.4.36)において, (i_{x4}, i_{y4}, i_{z4}) の代わりにそれぞれ $(-i_{x5}, -i_{y5}, -i_{z5}), (k_{x4}, k_{y4}, k_{z4}), (-k_{x5}, -k_{y5}, -k_{z5})$ とすればよい. ここに, $i_{t5} = l_{x3}l_{tB} + l_{y3}m_{tB} + l_{z3}n_{tB}$ である.

2.4.3.c 変換関数 T III 対偶 J_2 および J_3 がともに球対偶の機構 (No. 33 ~ 36) の従動節変位 θ_4 および $s_4 + e_{z4}$ は結合条件 $O_4 O_5 = a_3$ より, 次式となりその右辺を変換関数 T III とする.

$$\begin{bmatrix} \theta_4 \\ s_4 + e_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_3 \\ -D_{12} \pm D_{13} \end{bmatrix} \quad (2.4.37)$$

ただし, $H_3 (= \theta_4)$ は次式の解である.

$$(X_{04}-X_{05})^2+(Y_{04}-Y_{05})^2+(Z_{04}-Z_{05})^2-a_3^2=0 \quad (2.4.38)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{12} &= e_{z3}n_{zB} - P_z - e_{z2}n_{zA}, \quad a_2=0 \\ D_{13} &= \sqrt{a_3^2 - (X_{04}-X_{05})^2 - (Y_{04}-Y_{05})^2}, \quad a_3=0 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.39)$$

2.4.3.d 変換関数TIV 対偶 J_2 が円筒対偶で J_3 が球対偶の機構(No.29~32)および対偶 J_2 が球筒対偶で J_3 が回対偶の機構(No.25~28)の従動節変位 θ_4 および $s_4 + e_{z4}$ は、結合条件

(1) J_2 がC, J_3 がSの場合

$$\overline{O_4O_5} = a_3, \quad \overline{O_4Z_4} \perp \overline{O_4O_5} \quad (2.4.40)$$

(2) J_2 が S_9 , J_3 がRの場合

$$\overline{O_4O_5} = a_3, \quad \overline{O_5Z_5} \perp \overline{O_4O_5} \quad (2.4.41)$$

を考慮し、次式のように求まり、右辺を変換関数TIVとする。

$$\begin{bmatrix} \theta_4 \\ s_4 + e_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_4 \\ (D_{10} \pm \sqrt{D_{10}^2 - D_9 D_{11}}) / D_9 + E_1 \end{bmatrix} \quad (2.4.42)$$

ただし、 E_1 は式(2.4.26)で与えられ、 $H_4(=\theta_4)$ は、

$$(X_{05}-P_x-e_{z2}n_{xA})^2+(Y_{05}-P_y-e_{z2}n_{yA})^2+(Z_{05}-P_z-e_{z2}n_{zA})^2-a_3^2=0 \quad (2.4.43)$$

の解である。ここに、 e_{z2} , $D_1 \sim D_{11}$ は、(1)および(2)の場合に対して、それぞれ式(2.4.28)および(2.4.29)において e_{z3} を e_{z2} , (Q_x, Q_y, Q_z) を (P_x, P_y, P_z) , (X_{04}, Y_{04}, Z_{04}) を (X_{05}, Y_{05}, Z_{05}) , (n_{xB}, n_{yB}, n_{zB}) を (n_{xA}, n_{yA}, n_{zA}) , (l_{xB}, l_{yB}, l_{zB}) を (l_{xA}, l_{yA}, l_{zA}) に置き換えた式で与えられる。

2.4.4 対偶すきまと節長誤差を考慮した変位変換関数

前節で求めた変換関数は X を入力変数として

$$\begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ F_2(X_1, X_2, \dots, X_N) \end{bmatrix} \quad (2.4.44)$$

$H: F_1(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_N; H) = 0$ の解

の形をしているので、入力を $\partial F / \partial X_j$, 出力を dY / dX_j とする変換関数を付け加えれば、次式となる。

$$\begin{bmatrix} Y \\ Z \\ \frac{dY}{dX_j} \\ \frac{dZ}{dX_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ F_2(X_1, X_2, \dots, X_N) \\ \sum_{j=1}^J \frac{-\partial F_1 / \partial X_j}{\partial F_1 / \partial Y} \\ \sum_{n=1}^N \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \end{bmatrix} \quad (2.4.45)$$

変換関数T I ~ T IVから式(2.4.45)の形の変換関数を求め、それらを変換関数V I ~ V IVとする。これらは対偶すきまと節長誤差を考慮して変位誤差を解析する場合に用いる。

2.4.5 空間4節機構の変位解析例

変位誤差を解析するための流れ図を図2.4.4に示す。まず対偶にすきまのない機構において、従動節静止対偶が回対偶の場合にはトルクを、進み対偶の場合にはその対偶軸線方向力をそれぞれ従動節に加えて、機構内の対偶に作用する力およびモーメントを

求め、2・4・3 項で導出した変換関数 T I ~ T IV を用いることにより、表2・4・1 に示すすべての機構について対偶すきまを考慮した変位解析が可能となる。また2・4・4 項で導出した変換関数 V I ~ V IV を用いれば、対偶すきまと節長誤差を考慮した変位誤差解析が可能となる。各機構の変位誤差解析に必要な変換関数を示せば 表2・4・2 のようになる。この各変換関数を電算機サブプログラムとして記述しておき、与えられた機構に対して、

〔サブプログラム化された変換関数の選択〕→〔演算〕 の手順により、対偶すきまと節長誤差を考慮した空間4節機構の解析が可能となる。

2・4・5・a 対偶すきまを考慮した変位誤差解析

解析例として、図2・4・5(a)に示すR S S R機構を取り上げ、従動節変位誤差を解析する。機構定数は、 $a_1=0$, $a_2=10$, $a_3=6$, $a_4=10$, $s_1=5$, $s_4=5$, $\alpha_1=60^\circ$ とし、対偶素寸法は、球対偶 J_2, J_3 : $r_{s2}-r_{s1}=0.001$, 回り対偶 J_4 : $r_1=0.5$, $r_2=r_3=0.5005$, $L_{R1}=1.0$, $L_{R2}=1.001$ とする。ただし、対偶 J_1 の回り対偶には原動節の基準位置を与えるためにすきまはないものとする。この機構では、変位曲線は二つ存在するが、ここでは同図(b) の太実線で示される変位曲線について解析する。同図(b) の破線が圧力角、細実線が変位誤差を表す。ただし、 $\Delta\varphi_{\max} = \varphi_{\max} - \varphi_0$, $\Delta\varphi_{\min} = \varphi_{\min} - \varphi_0$ である。なお同図(b) の○印は電算機によって対偶素間の接触位置をランダムに発生させ、1000組の対偶素間の接触状態の異なる機構をつくり、それらの変位誤差の最大値、最小値を表したものであり、これをシミュレーション結果とした。同図(c) に従動節角変位が上限値をとる時の対偶 J_4 の対偶素間の相対変位 x_{07} , y_{07} , z_{07} および接触角 ψ_A , ψ_B を示す。

同様に、図2・4・6(a)に示すR P S₀ R機構について解析した結果を同図(b) に示す。機構定数は $a_1=3$, $a_2=4$, $a_3=6$, $a_4=8$, $s_1=10$, $s_4=5$, $\alpha_1=60^\circ$, $\alpha_2=120^\circ$, $\alpha_3=100^\circ$, $\theta_2=-90^\circ$ であり、対偶素寸法は、進み対偶 J_2 : $r_{P1}=1$, $r_{P2}=1.002$, $L_{P1}=1$, 球筒対偶 J_3 : $r_{sg2}-r_{sg1}=0.001$, 回り対偶 J_4 : $r_1=0.5$, $r_2=r_3=0.501$, $L_{R1}=1.0$, $L_{R2}=1.002$ である。

2・4・5・b 対偶すきまと節長誤差を考慮した変位誤差解析

多数の機構を製作する場合には、対偶素や節の寸法誤差を分布変量とし、変換関数 V I ~ V IV を用いれば機構出量の分布状態を把握することができる。

解析例として図2・4・5(a)に示すR S S R機構を取り上げることにする。機構定数は $a_1=0$, $a_2=10$, $a_3=6$, $a_4=10$, $s_1=5$, $s_4=5$, $\alpha_1=60^\circ$, 対偶素寸法は、球対偶 J_2, J_3 : $r_{s2}-r_{s1}=0.001$, 回り対偶 J_4 : $r_1=0.5$, $r_2=r_3=0.5005$, $L_{R1}=1.0$, $L_{R2}=1.001$ とする。

ここで使用する変換関数は V III であり、これにより、 $\varphi_{\max}$, $\varphi_{\min}$ の偏差 $\Delta\varphi_{\max}$, $\Delta\varphi_{\min}$ は

$$\text{平均値: } \begin{bmatrix} \Delta\bar{\varphi}_{\max} \\ \Delta\bar{\varphi}_{\min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{\max} - \varphi_0 \\ \bar{\varphi}_{\min} - \varphi_0 \end{bmatrix}$$

(2・4・46)

$$\text{分散: } \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta\varphi_{\max}}^2 \\ \sigma_{\Delta\varphi_{\min}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_{\max}}^2 \\ \sigma_{\varphi_{\min}}^2 \end{bmatrix}$$

(2.4.47)

の分布として得られる。

いま、各節の節長に対する寸法誤差を $\pm 0.05\%$ 、回り対偶の軸の半径の寸法誤差および穴の内半径、外半径の寸法誤差を $\pm 0.5 \times 10^{-3}$ 、穴の中心線方向長さの誤差をその長さの $\pm 0.05\%$ とし、球対偶の半径すきまを $0 \sim 0.002$ とする。このとき、節長および回り対偶における穴の中心線方向の呼び寸法を l_n として、その誤差が平均値 0 、分散 $(5 l_n \times 10^{-4}/3)^2$ の正規分布、軸および穴の各半径の誤差が平均値 0 、分散 $(0.5 \times 10^{-3}/3)^2$ の正規分布、球対偶の半径すきまが平均値 0.001 、分散 $(0.001/3)^2$ の正規分布とみなせば、99.7%の機構の従動節角変位誤差は図2.4.7(a)に示す最大値 $\Delta\varphi_{\max} + 3\sigma_{\varphi_{\max}}$ と最小値 $\Delta\varphi_{\min} - 3\sigma_{\varphi_{\min}}$ で囲まれた領域内に入る。

同図(a)において、 $\Delta\varphi$ は平均値、 σ^2 は分散を表す。同図(a)の下図は誤差の最大値と最小値の絶対値の差を表しており、その値が正であることから $\Delta\varphi$ の最大値のほうが最小値の絶対値より大きく、それらの差は変位誤差が大きくなるほど大きくなることがわかる。同図(a)の○印および同図(b)のヒストグラムは電算機によって上述の正規分布をなす寸法誤差のある機構を1000個発生させて変位解析を行ったシミュレーション結果であり、これは変換関数VIIIによる解析結果とほぼ一致している。なお同図(b)は $\theta = 0^\circ$ の時のみの $\Delta\varphi_{\max}$ の分布を表す。

2.4.6 オフセットを有する平面4節機構の変位解析

平面機構内の各節は、現実には同一平面内に配置されず、オフセットを有して三次元的に配置される。このようなオフセットを有する平面機構において対偶すきまを考慮した場合、その変位誤差を解析するためには機構を平面機構と仮定したのでは精密な誤差解析を行うことができないと予想される。そこで、図2.4.8のように静止対偶にすきまがなく、中間節上の二つの対偶にすきまがあり、対偶軸方向にオフセットを有する四つの回り対偶からなる平面4節機構を空間機構とみなし、変換関数TIIIを使用して理論解析を行い、実験的検討を加える。機構の諸量は次のとおりであり、対偶 J_i の節 i 側の対偶素半径を r_{ij} とする。

$$\begin{aligned} a_1 &= 216.40, & a_2 &= 85.87, \\ a_3 &= 180.33, & a_4 &= 215.25 \\ r_{22} &= 4.900, & r_{32} &= 5.242, \\ r_{33} &= 4.900, & r_{43} &= 5.242 \\ L_2 &= 6.00, & L_3 &= 6.00 \quad (\text{単位 mm}) \end{aligned}$$

図2.4.9 および 2.4.10 が解析結果である。図2.4.9 は L_2 で無次元化したオフセット s_2/L_2 を5.075とし、原動節を固定して、従動節にトルクを作用させた時の従動節角変位誤差の最大値であり、実線が理論結果、一点鎖線が2.2で述べた解析法による機

構を平面機構として取り扱った理論結果，○印が実験結果である．図2・4・10は，オフセット s_2/L_2 に対する $\angle\varphi_{\max}$ の一周期における最大値を表す．同図から $s_2/L_2 = 0 \sim 1$ の範囲では $\angle\varphi_{\max}$ の最大値は一定であり，対偶 J_2 と対偶 J_3 における各対偶素はそれぞれ線接触しており，平面機構としての理論を用いて従動節角変位誤差を求めることができるが，本解析例の場合， $s_2/L_2 = 1$ 以上の範囲では本節で述べた解析法を用いなければならない．

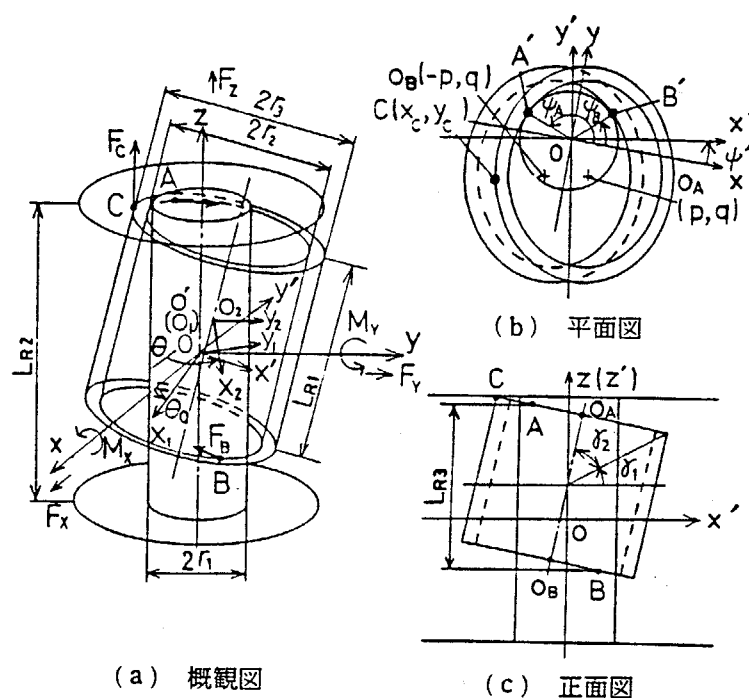


図 2-4-1 回対偶

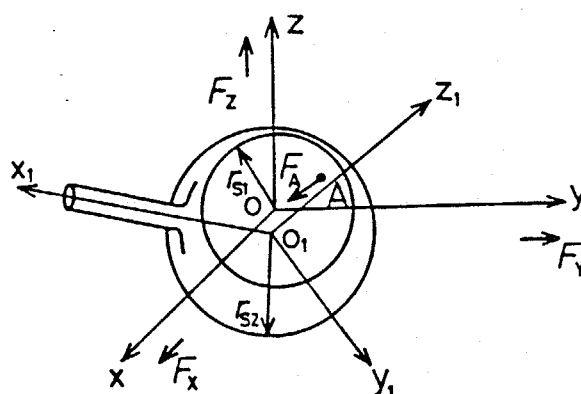


図 2-4-2 球対偶

表 2-4-1 空間 4 節機構

No.	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	No.	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	No.	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄
1	R	R	Sg	R	13	R	C	=Sg	R	25	R	Sg	R	R
2	R	R	Sg	P	14	R	C	=Sg	P	26	R	Sg	R	P
3	P	R	Sg	R	15	P	C	=Sg	R	27	P	Sg	R	R
4	P	R	Sg	P	16	P	C	=Sg	P	28	P	Sg	R	P
5	R	P	Sg	R	17	R	Sg	=C	R	29	R	C	S	R
6	R	P	Sg	P	18	R	Sg	=C	P	30	R	C	S	P
7	P	P	Sg	R	19	P	Sg	=C	R	31	P	C	S	R
8	P	P	Sg	P	20	P	Sg	=C	P	32	P	C	S	P
9	R	S	C	R	21	R	Sg	P	R	33	R	S	=S	R
10	R	S	C	P	22	R	Sg	P	P	34	R	S	=S	P
11	P	S	C	R	23	P	Sg	P	R	35	P	S	=S	R
12	P	S	C	P	24	P	Sg	P	P	36	P	S	=S	P

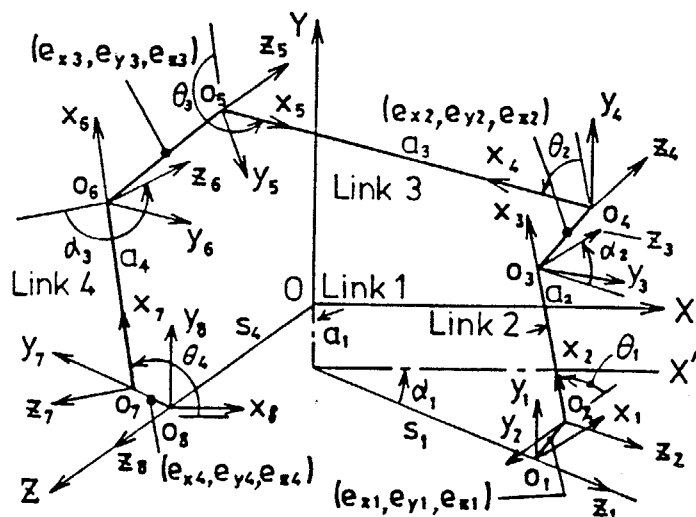


図 2-4-3 対偶すきまを有する空間 4 節機構

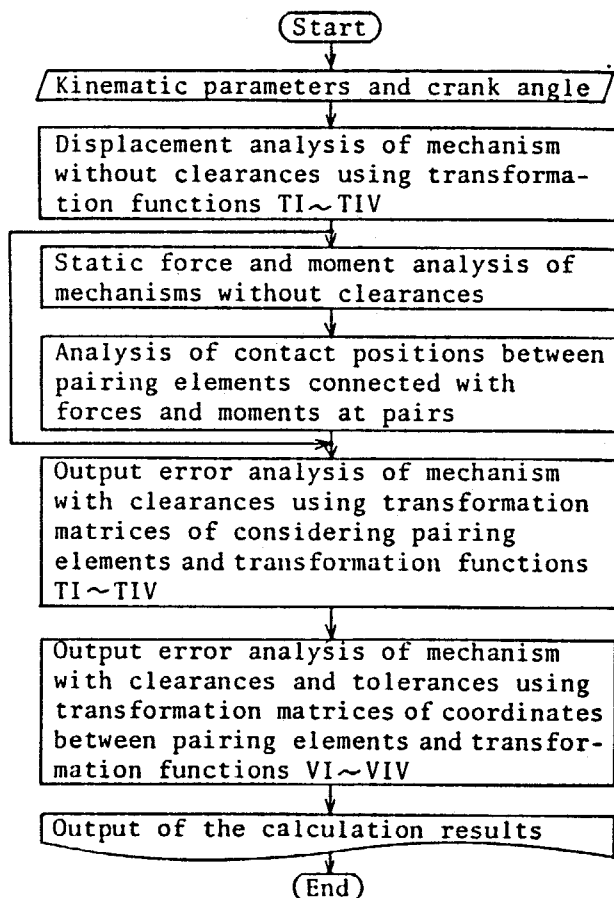
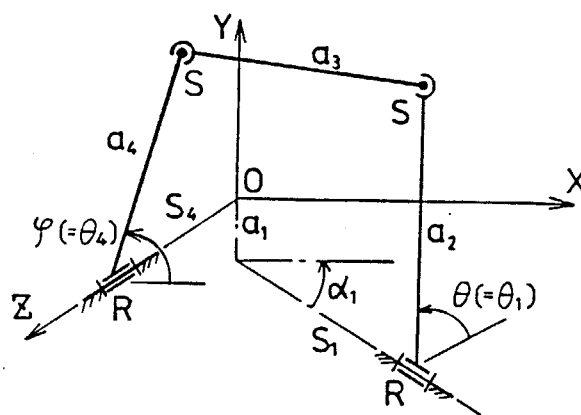


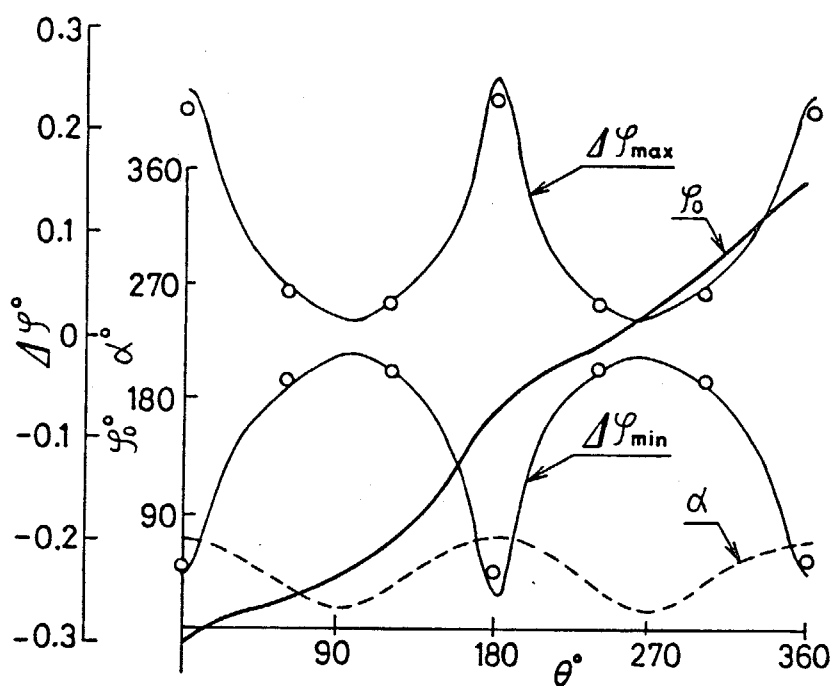
図 2-4-4 変位誤差解析の流れ図

表 2-4-2 変換関数と機構の対応

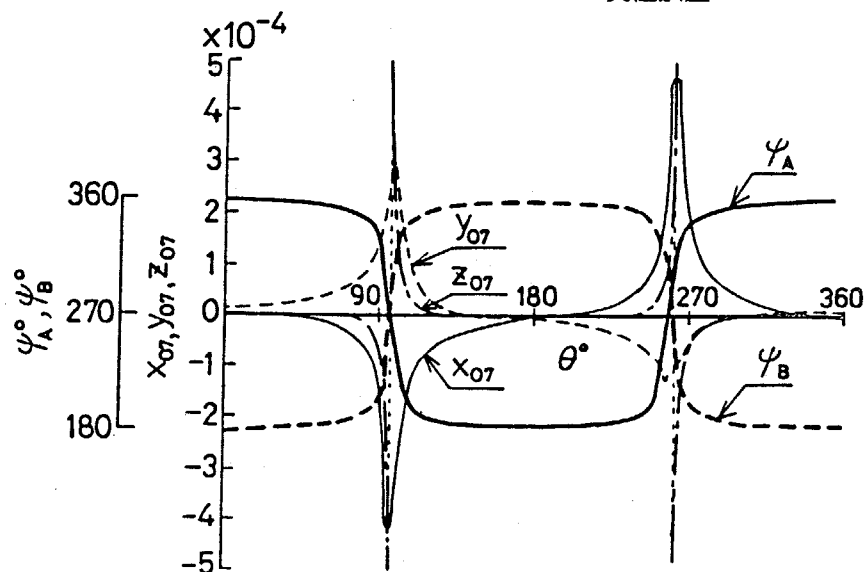
Trans. functions		Mechanisms
TI	VI	1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12
		5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16
TII	VII	17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24
TIII	VIII	33, 34, 35, 36
TIV	IV	25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32



(a) 機構図

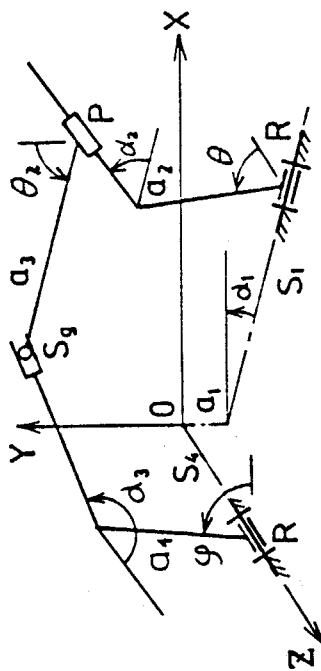


(b) 圧力角, 従動節角変位および変位誤差

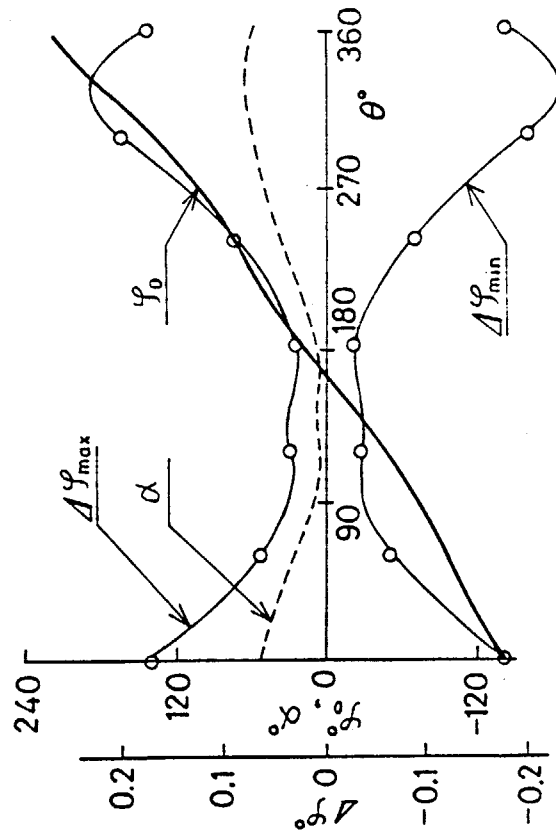


(c) 対偶 J1 の対偶素間相対変位および接触角

図 2.4.5 RSSR 機構

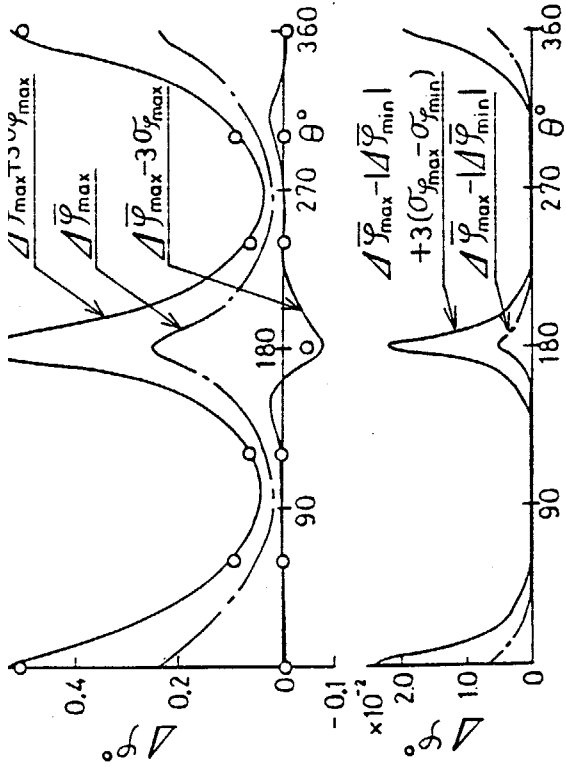


(a) 機構図

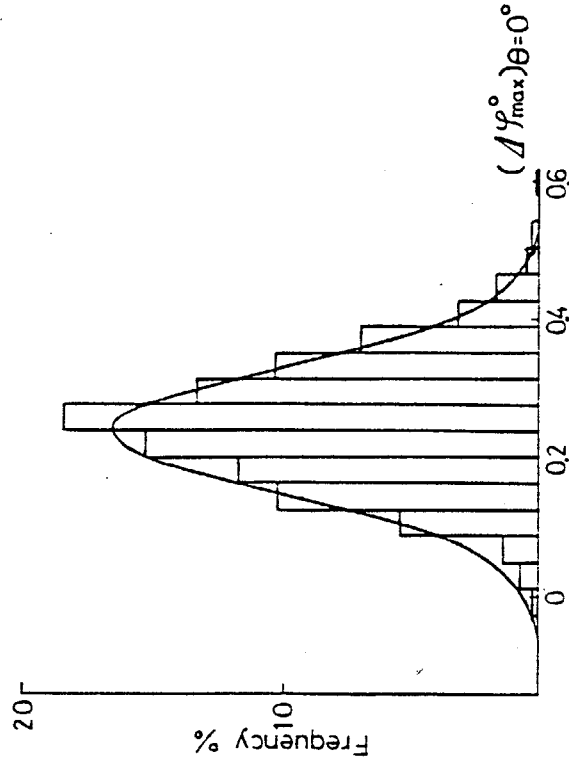


(b) 圧力角, 従動節角変位および変位誤差

図 2-4-6 RPS₉R 機構



(a) 従動節角変位誤差 (○印: シミュレーション結果)



(b) 変位誤差分布 (ヒストグラム: シミュレーション結果)

図 2-4-7 対偶すきまと節長誤差を考慮した RSSR 機

構の変位誤差 (曲線: 理論結果)

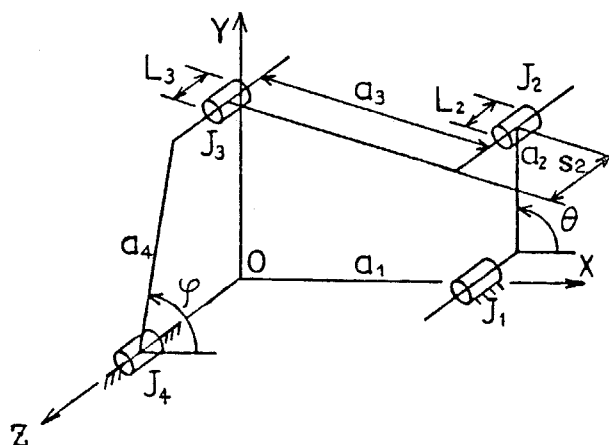


図 2・4・8 オフセットを有する平面 4 節機構

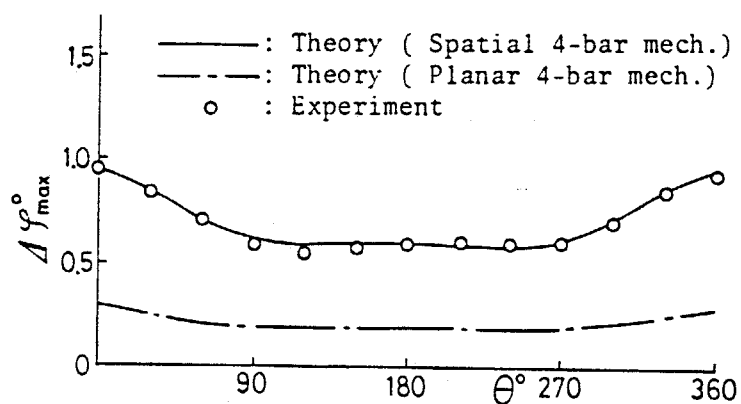
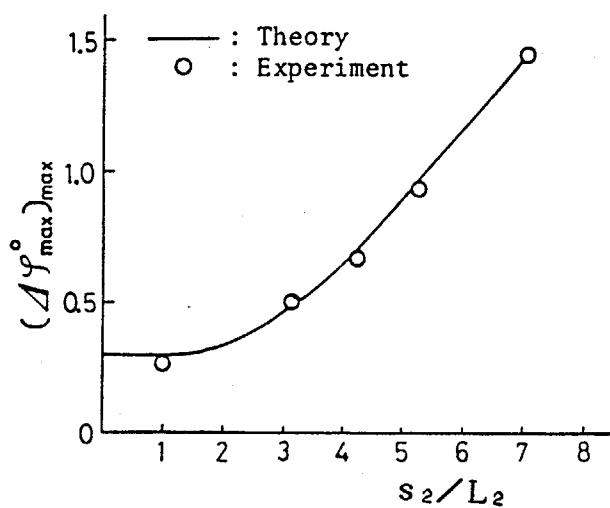
図 2・4・9 従動節角変位誤差 ($s_2/L_2=5.075$ の場合)

図 2・4・10 オフセット量に対する従動節角変位誤差

2・5 結言

機構内の節数や対偶の種類にとらわれることなく適用できる組織的な機構の変位解析法の確立を目的として、まず、回り対偶からなる自由度1の平面多節機構について、対偶すきまと節長誤差を考慮した組織的な変位解析を可能にした。ついで、回り対偶と進み対偶からなる14種類の1ループ自由度運動成分拘束連鎖から節の交替によって得られるすべての機構について、中間節の運動を解析し中間節の姿勢が変わらない機構を求めるとともに、中間節の変位および機構の変位誤差の解析を可能にした。さらに、対偶すきまと節長誤差を考慮して、回り対偶、進み対偶、円筒対偶、球対偶および球筒対偶からなる36種類の1自由度空間4節機構の組織的な変位解析を若干の変換関数を用いるだけで可能にするとともに、変位誤差に関して平面4節機構と空間4節機構の関係を明らかにした。得られた結果は次のとおりである。

(1) 回り対偶からなる自由度1の平面多節機構について、これを構成する基本連節の変位を、対偶すきまを考慮して変換関数で表示し、原動節静止対偶を除くすべての対偶にすきまを有する平面多節機構の組織的な変位解析を行い、次の結果を得た。

(i) 従動節がその対偶すきまによる変位領域の限界値をとる位置を対偶作用力の条件として表示した。この対偶作用力の条件を用いれば、基本連節内の対偶すきまによる相対変位の限界値を容易に求めることができる。平面多節機構では、基本連節として、2対偶素節または3対偶素節からなる2連節、3連節および4連節を取り上げ、これらの相対変位の限界値を変換関数で表示した。

(ii) 各変換関数を電算機サブプログラムとして記述しておけば、[機構の基本連節への分割] → [サブプログラムの選択と組合せ] → [演算] の手順により、対偶すきまを有する機構の変位解析を行うことができる。

(iii) (i)の変換関数の節長および対偶すきまに関する導関数を求めてそれらを要素とするベクトルを作り、これを新たな変換関数とすれば、(ii)と同様な手順によって節の寸法誤差および対偶すきまの分布を考慮した変位誤差の解析が可能である。

(iv) これらの変換関数による変位解析では、各機構ごとに変位の方程式を導出する必要がなく、入力データとして、機構定数、節の寸法誤差および対偶すきまの分布を与えることにより、機構出量を求めることができる。

(v) 平面多節機構において採用した四つの基本連節に関する変換関数を用いれば、自由度1のすべての4節および6節機構、およびそれらから誘導される節数8以上の機構の解析が可能である。

(2) 運動成分拘束機構について得られた結果をまとめると次のようになる。

(i) 1ループ自由度運動成分拘束機構を中間節の運動形式について分類したことにより、径路創成のための機構の形式の決定が容易になった。

(ii) 特に中間節の姿勢が変わらない機構について、それらを構成する連節の創成図形を解析したところ、それらはいずれも2次または4次曲面で表されることがわかり、曲面を

数式表示することによって、二組の連節を結合して得られる機構の変位解析を可能にした。

(iii) 対偶すきまを考慮して、運動成分拘束機構と拘束のない機構の両方に適用できる自由度の判別式を導出し、これにより機構の変位誤差が生じるか否かの判別が可能になった。

(iv) 運動成分拘束機構の運動伝達性について、対偶拘束のない場合とある場合に分けてその違いを明らかにした。特に対偶拘束のある場合はさらに対偶すきまによって変位誤差の生じる場合と生じない場合があり、前者の場合の伝達係数はすきまが小さければすきまのない場合に比べてその変化量も小さく、後者の場合の伝達係数はすきまの大小にかかわらず大きく変化することがわかった。

(v) 運動成分拘束機構を構成する基本的な連節について、対偶すきまによる連節の変位誤差を数式表示し、それらを結合することにより機構の変位誤差の数値解析が可能になった。

(vi) (ii) および (v) で述べた解析法を具体的に中間節の姿勢の変らない $R_1 R_1 P_1 P_2 R_2 R_2$ 機構に適用して、原動節角変位に対する従動節角変位、中間節変位および従動節角変位誤差を求め、機構の変位特性を明らかにすることができた。

(3) 原・従動節間の自由度が1である空間4節機構について、従動節変位を対偶すきまおよび節の寸法誤差を考慮して変換関数で表示し、原動節静止対偶を除くすべての対偶すきまを有する機構の組織的な変位解析を行い、次の結果を得た。

(i) 空間機構に用いられる基本的な5種類の対偶を取り上げ、それらの形状をモデル化し、対偶素間接触位置を与える対偶素間座標変換マトリックスを導出した。このマトリックスを用いて、各機構の従動節変位を4種類の変換関数で表示した。

(ii) 各変換関数を電算機サブプログラムとして記述しておき、与えられた機構に対応して、【サブプログラム化された変換関数の選択】→【演算】の手順により、対偶すきまを有する空間4節機構の解析を行うことができる。

(iii) (i) の変換関数の対偶すきまおよび節長に関する導関数を求めて、これらを要素に含む新たな変換関数を用いれば、(ii) と同様の手順により、対偶すきまおよび節の寸法誤差を考慮した変位誤差の解析が可能である。

(iv) 対偶にすきまがあり、各節が対偶軸方向にオフセットを有する平面4節機構では、オフセットが特定の値をこえると従動節角変位誤差が急激に増大すること、およびその誤差を把握するためには空間4節機構の変位誤差解析法を用いなければならないことが明らかになった。したがって、機構設計時にはオフセットの値に留意して従動節角変位誤差の増大を防ぐことが肝要である。

第3章 対偶の遊びを考慮した機構の動的解析

3・1 緒言

前章の変位誤差解析により、機構の静的変位誤差の最大、最小値が求まるが、これらの値は機構が運動中の動的変位誤差の限界値の目安となるものである。しかし、実際の機構の動的変位誤差は、慣性力や外力を受けて対偶素が弾性変形するので、静的変位誤差よりも大きくなる場合もありうる。また、変動を伴う慣性力、外力により機構に振動が発生し、対偶作用力の増大をまねく恐れもある。

そこで、本章では、対偶の遊びを考慮した機構の動特性を把握するために、まず、3・2において、複数の対偶に遊びのある平面多節機構について、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して、機構内の任意の動節について成立する運動方程式と対偶の遊びの有無や対偶素間の接触、分離にかかわらず適用できる対偶の拘束条件式を求めて、両式の組み合わせによる平面多節機構の動的解析を可能にする。

ついで、3・3において、3・2で求めた方程式と条件式を、原動節が等速回転し、原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構に適用して、解析を行うと共に、実験を行い、対偶の遊びが対偶素間の相対変位、入力トルク変動および機構出量への影響を明らかにする。

3・4では、原動節が等速回転し、複数の対偶に遊びのある平面4節回転揺動機構を取り上げて、その理論的ならびに実験的解析を行い、遊びのある対偶の数および位置が対偶素間相対変位、機構出量および入力トルク変動に及ぼす影響について論じる。

さらに、3・5において、3・4で取り上げた平面4節回転揺動機構について、原動節が加速、等速および減速運動する場合の対偶素間相対変位、入力トルク変動等の機構の動特性を理論的ならびに実験的に明らかにする。

3・6では、本章で得られた結果をまとめて述べる。

3・2 平面多節機構の運動方程式

本節では、複数の対偶に遊びのある平面多節機構の動的解析を可能にするために、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して、対偶素間の接触、分離にかかわらず適用可能な運動方程式を導出する。

3・2・1 2対偶素節の運動方程式

各節が鉛直面内を運動する平面 n 節機構において、原動節静止対偶に遊びがなく、原動節が等速回転する場合を考える。静止節を1、原動節を2として各節に順次番号を付すとき、その寸法、対偶に作用する力およびトルクを図3・2・1に示す。同図において鉛直上向きに Y 軸をとり、原動節静止対偶点を原点 O として静止直交座標系 $O-XY$ をつくる。節 i と $i+1$ を連結する対偶を J_i 、節 i の重心を $G_i(X_i, Y_i)$ とし、対偶 J_{i-1} 、 J_i の節 i 側の対偶素の中心および半径をそれぞれ J_{i-1-1} 、 J_{i-1} 、 r_{i-1-1} 、 r_{i-1} とする。 J_{i-1-1} 、 J_{i-1} と G_i の相対位置を $\overline{J_{i-1-1} G_i} = l_{gi}$ 、 $\angle J_{i-1-1} J_{i-1} G_i = \beta_{gi}^\circ$ で表し、節 i の長さを $\overline{J_{i-1-1} J_{i-1}} = l_i$ 、ベクトル $\overrightarrow{J_{i-1-1} J_{i-1}}$ と X 軸とのなす角を θ_i とする。なお、静止節上の対偶 J_1, J_n の対偶素の中心および半径を J_{1-1}, J_{1-n} 、 r_{1-1}, r_{1-n} とする。

また対偶 J_i における作用力の X, Y 方向成分を F_{xi} 、 F_{yi} 、駆動トルクを T_i とし、対偶 J_i における作用力、摩擦トルクおよび偏心角をそれぞれ (F_{xi}, F_{yi}) 、 T_i および ψ_i とする。さらに各節の質量、重心まわりの慣性モーメントおよび重力の加速度をそれぞれ M_i 、 I_i および g 、対偶 J_i における粘性減衰係数を c_{Ti} とする。このとき動節 i の並進および重心まわりの回転の運動方程式は次式となる。

$$M_i \ddot{X}_i = F_{xi} - F_{xi-1} \quad (3.2.1)$$

$$M_i \ddot{Y}_i = F_{yi} - F_{yi-1} - M_i g \quad (3.2.2)$$

$$\begin{aligned} I_i \ddot{\theta}_i = & -F_{xi-1} \{ l_{gi} \sin(\theta_i + \beta_{gi}) + \zeta_{i-1} r_{i-1} \sin \phi_{i-1} \} \\ & + F_{yi-1} \{ l_{gi} \cos(\theta_i + \beta_{gi}) + \zeta_{i-1} r_{i-1} \cos \phi_{i-1} \} \\ & - F_{xi} \{ l_i \sin \theta_i - l_{gi} \sin(\theta_i + \beta_{gi}) + \zeta_i r_{i-1} \sin \phi_i \} \\ & + F_{yi} \{ l_i \cos \theta_i - l_{gi} \cos(\theta_i + \beta_{gi}) + \zeta_i r_{i-1} \cos \phi_i \} \\ & + T_i - T_{i-1} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

ここに、 ζ_i は対偶 J_i に遊びがある場合は1、ない場合は0である。なお節 i 上の対偶 J_{i-1} および J_i の対偶素が軸の場合には、式(3.2.3)中の ϕ_{i-1} および ϕ_i は、 $\phi_{i-1} + \pi$ および $\phi_i + \pi$ で置き換える。

式(3.2.1)～(3.2.3)について i を2から n まで変えることにより、対偶に遊びがあるか否かにかかわらず、機構内のすべての動節について運動方程式を得ることができる。

3・2・2 多対偶素節の運動方程式

一自由度平面多節機構には多対偶素節が少なくとも一つは含まれている。多対偶素節の運動方程式は前述の2対偶素節の運動方程式において第3、第4の対偶素に作用する力およびトルクを付け加えることによって得られる。

たとえば図3・2・1の動節 i に第3の対偶 J_i が付け加わった場合、すなわち図3・2・2

の3対偶素節iの運動方程式は対偶J_iに作用する力(F_{xi} , F_{yi})と摩擦トルク T_i を式(3.2.1)~(3.2.3)の右辺に付加することにより次式となる.

$$\begin{aligned}
 M_i \ddot{X}_i &= F_{xi} - F_{xi-1} + F_{xi} \\
 M_i \ddot{Y}_i &= F_{yi} - F_{yi-1} + F_{yi} - M_i g \\
 I_i \ddot{\theta}_i &= -F_{xi-1} \{l_{Gi} \sin(\theta_i + \beta_{Gi}) + \zeta_{i-1} r_{i,i-1} \sin \phi_{i-1}\} \\
 &\quad + F_{yi-1} \{l_{Gi} \cos(\theta_i + \beta_{Gi}) + \zeta_{i-1} r_{i,i-1} \cos \phi_{i-1}\} - F_{xi} \{l_i \sin \theta_i - l_{Gi} \sin(\theta_i + \beta_{Gi}) \\
 &\quad + \zeta_i r_{i,i} \sin \phi_i\} + F_{yi} \{l_i \cos \theta_i - l_{Gi} \cos(\theta_i + \beta_{Gi}) + \zeta_i r_{i,i} \cos \phi_i\} \\
 &\quad - F_{xi} \{l_{i,j} \sin(\theta_i + \gamma_i) + \zeta_{i,j} r_{i,j} \sin \phi_j\} \\
 &\quad + F_{yi} \{l_{i,j} \cos(\theta_i + \gamma_i) + \zeta_{i,j} r_{i,j} \cos \phi_j\} + T_i - T_{i-1} + T_j
 \end{aligned} \tag{3.2.4}$$

3.2.3 対偶の拘束条件式

上述の運動方程式を解くためには, さらに対偶の拘束条件式を付け加えなければならない. この拘束条件式は対偶に遊びがあるか否かにより次のようになる.

3.2.3.a 対偶に遊びがある場合

図3.2.3の対偶J_iにおいて, 対偶素中心間の相対変位を e_i , そのX, Y成分を e_{xi} , e_{yi} , 半径すきまを C_i とすれば次式が成立する.

$$\begin{aligned}
 C_i e_{xi} &= \ddot{X}_{i+1} - l_{Gi+1} \cos(\theta_{i+1} + \beta_{Gi+1}) - \dot{X}_i - l_i \cos \theta_i + l_{Gi} \cos(\theta_i + \beta_{Gi}) \\
 C_i e_{yi} &= \ddot{Y}_{i+1} - l_{Gi+1} \sin(\theta_{i+1} + \beta_{Gi+1}) - \dot{Y}_i - l_i \sin \theta_i + l_{Gi} \sin(\theta_i + \beta_{Gi}) \\
 e_{xi} &= e_{xi}/C_i, \quad e_{yi} = e_{yi}/C_i
 \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

対偶素J_{i+1}に対する対偶素J_{i+1}の偏心率 ε_i および偏心角 ϕ_i は式(3.2.5)を次式に代入することによって得られる.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i &= \sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2} = e_i/C_i \\
 \phi_i &= \tan^{-1}(e_{yi}/e_{xi})
 \end{aligned} \tag{3.2.6}$$

また式(3.2.6)を時間微分すれば, $\dot{\varepsilon}_i$ および $\dot{\phi}_i$ が得られる.

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_i &= \dot{e}_{xi} \cos \phi_i + \dot{e}_{yi} \sin \phi_i \\
 \dot{\phi}_i &= (\dot{e}_{xi} \sin \phi_i - \dot{e}_{yi} \cos \phi_i) / \varepsilon_i \\
 C_i \dot{e}_{xi} &= \dot{X}_{i+1} + l_{Gi+1} \dot{\theta}_{i+1} \sin(\theta_{i+1} + \beta_{Gi+1}) - \dot{X}_i + l_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i - l_{Gi} \dot{\theta}_i \sin(\theta_i + \beta_{Gi}) \\
 C_i \dot{e}_{yi} &= \dot{Y}_{i+1} - l_{Gi+1} \dot{\theta}_{i+1} \cos(\theta_{i+1} + \beta_{Gi+1}) - \dot{Y}_i - l_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i + l_{Gi} \dot{\theta}_i \cos(\theta_i + \beta_{Gi})
 \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

さて, 対偶に作用する力は対偶素が互いに接触しているか, 分離しているかにより次のようになる.

(1) 対偶素が接触している場合 対偶J_iにおける作用力 F_i の対偶素接触面に対する法線および接線方向成分 F_{ni} , F_{ti} を次式で表す.

$$F_{ni} = P(\delta_i) + c_{ni} V_{ni} \tag{3.2.8}$$

$$F_{ti} = \mu_i \sigma_i F_{ni} + c_{ti} V_{ti} \tag{3.2.9}$$

ここに $P(\delta_i)$ は対偶素の弾性変形量 $\delta_i = C_i(\varepsilon_i - 1)$ の関数であってヘルツの接

触理論によって定められる。また c_{ni} , c_{ti} はそれぞれ法線および接線方向の粘性減衰係数であり, μ_i は接線方向運動摩擦係数, V_{ni} , V_{ti} は接触点における対偶素間対速度の法線および接線方向成分であって, $\sigma_i = \text{sgn}(V_{ti})$ である。なお対偶の摩擦トルク T_i は式(3.2.9)で考慮されているので, この場合には式(3.2.3) または (3.2.4) において $T_i = 0$ とする。

対偶作用力 F_i の X , Y 成分 F_{xi} , F_{yi} と対偶素接触面に対する法線および接触方向成分 F_{ni} , F_{ti} の間の関係は図3.2.3 から次式となる。

$$\begin{aligned} F_{xi} &= F_{ni} \cos \phi_i - F_{ti} \sin \phi_i \\ F_{yi} &= F_{ni} \sin \phi_i + F_{ti} \cos \phi_i \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

(2) 対偶素が分離している場合 この場合には対偶に力が作用しないので次式が成立する。

$$\begin{aligned} F_{xi} &= 0 \\ F_{yi} &= 0 \\ T_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

3.2.3.b 対偶に遊びがない場合

図3.2.3 において節 i と $i+1$ を連結する対偶 J_i に遊びがないとし, $e_i = \overline{J_{i,i} J_{i+1,i+1}} = 0$ とすれば, その対偶素中心 $J_{i,i} (= J_{i+1,i+1})$, 節 i の重心 $G_i(X_i, Y_i)$ および節 $i+1$ の重心 $G_{i+1}(X_{i+1}, Y_{i+1})$ を頂点とする三角形の幾何学的関係から次式がなりたつ。

$$\begin{aligned} X_{i+1} - l_{gi+1} \cos(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) &= X_i + l_i \cos \theta_i - l_{gi} \cos(\theta_i + \beta_{gi}) \\ Y_{i+1} - l_{gi+1} \sin(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) &= Y_i + l_i \sin \theta_i - l_{gi} \sin(\theta_i + \beta_{gi}) \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

これらの式を時間微分すれば節 i と節 $i+1$ の重心の加速度間の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{i+1} + l_{gi+1} \dot{\theta}_{i+1}^2 \cos(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) + l_{gi+1} \ddot{\theta}_{i+1} \sin(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) \\ = \ddot{X}_i - l_i \dot{\theta}_i^2 \cos \theta_i - l_i \ddot{\theta}_i \sin \theta_i + l_{gi} \dot{\theta}_i^2 \cos(\theta_i + \beta_{gi}) + l_{gi} \ddot{\theta}_i \sin(\theta_i + \beta_{gi}) \\ \ddot{Y}_{i+1} + l_{gi+1} \dot{\theta}_{i+1}^2 \sin(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) - l_{gi+1} \ddot{\theta}_{i+1} \cos(\theta_{i+1} + \beta_{gi+1}) \\ = \ddot{Y}_i - l_i \dot{\theta}_i^2 \sin \theta_i + l_i \ddot{\theta}_i \cos \theta_i + l_{gi} \dot{\theta}_i^2 \sin(\theta_i + \beta_{gi}) - l_{gi} \ddot{\theta}_i \cos(\theta_i + \beta_{gi}) \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

なお対偶に遊びがない場合の摩擦トルク T_i は対偶素間の相対角速度に比例すると仮定し, 次式で与えることにする。

$$T_i = c_{\tau i} (\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_i) \quad (c_{\tau i}: \text{定数}) \quad (3.2.14)$$

以上により平面 n 節機構の動節 i について式(3.2.1) ~ (3.2.3) のほかに, 対偶 J_i に遊びがあれば式(3.2.10)または(3.2.11)を, 遊びがなければ式(3.2.13)を加えて合計五つの方程式が得られる。機構全体では動節の数が $n-1$ であるから $5(n-1)$ の方程式が得られる。これらの方程式には $T_i, F_{xi}, F_{yi}, X_j, Y_j, \theta_j$ ($i=1, 2, \dots, n; j=3, 4, \dots, n$) の $5(n-1)$ の未知数が含まれている。また機構が多対偶素節を含む場合は, 方程式の数には上記 $5(n-1)$ の他に対偶の X, Y 方向の拘束条件式(3.2.10) [または(3.2.11)] あるいは式(3.2.13)が加わり, 未知数には上記の $5(n-1)$ の他に X, Y 方向の対偶作用力が加わり両者の数は相等しい。したがってこれらの方程式を解けば各節の作用力および運動を知ることができる。

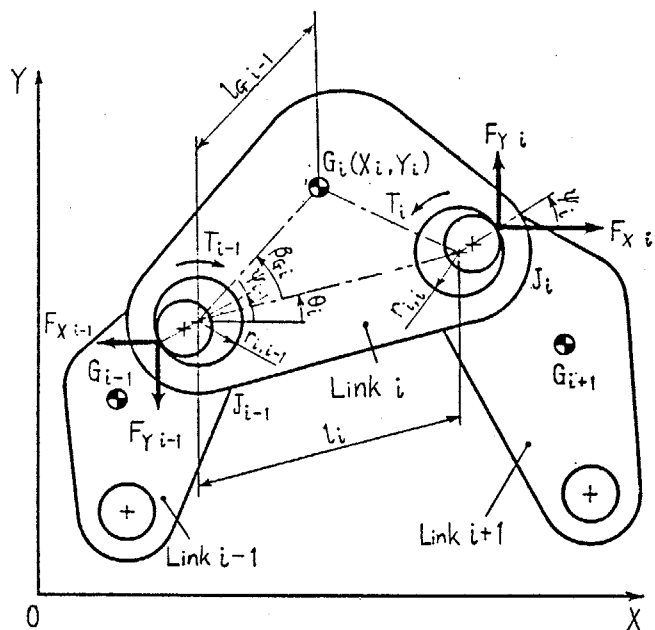


図 3.2.1 2 対偶素節 i に作用する力およびトルク

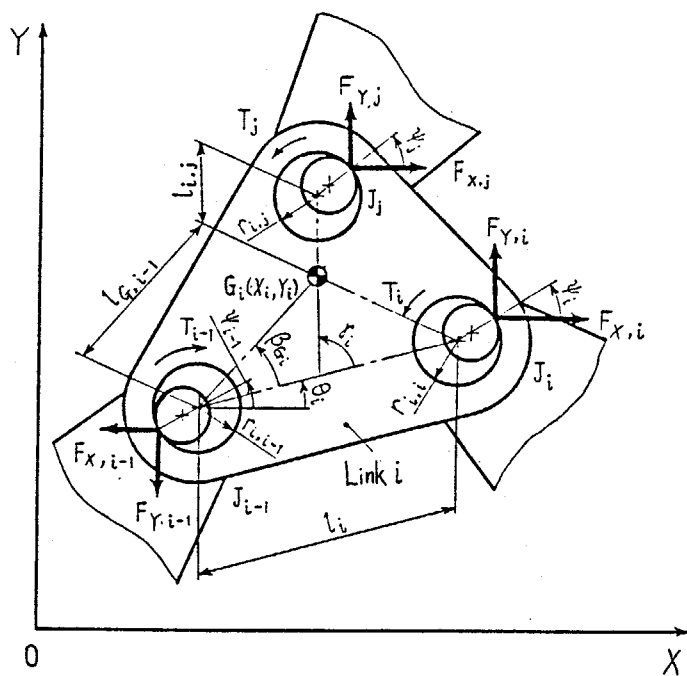


図 3.2.2 3 対偶素節 i に作用する力およびトルク

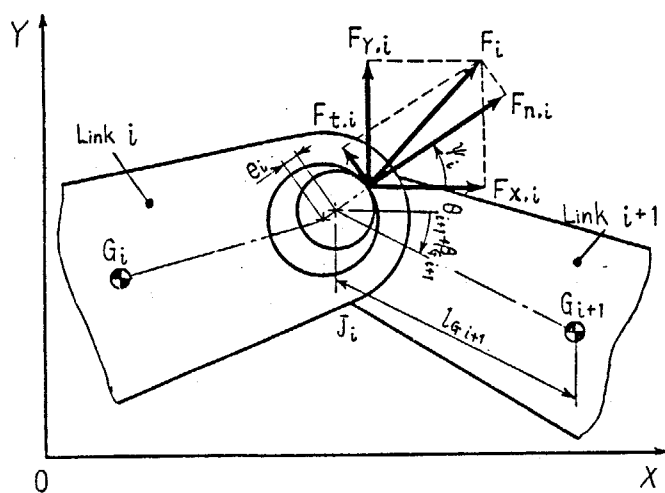


図 3.2.3 遊びのある対偶における作用力

3・3 スライダクランク機構の解析

本節では、前節で述べた運動方程式を用いてスライダクランク機構の運動方程式を具体的に示すとともに、スライダクランク機構の動特性を解析することにする。

3・3・1 機構の運動方程式

図3・3・1に示す原動節動対偶 J_2 に遊びのあるスライダクランク機構において、原動節が等速回転する場合を考えれば、その運動方程式は式(3・2・1)～(3・2・3)において $i=2$, $\xi_1=0$, $\xi_2=1$, $\beta_{G2}=0$ として得られ、中間節の運動方程式は式(3・2・1)～(3・2・3)において $i=3$, $\xi_2=0$, $\xi_3=1$, $\beta_{G3}=0$ として得られる。スライダの運動方程式は、式(3・2・1)～(3・2・3)において $i=4$, $\xi_3=0$, $\xi_4=1$, $\beta_{G4}=0$ とし、節4の質量をスライダ質量として対偶 J_3 に集中させ、 $l_1=\infty$, $l_4=\infty$, $\theta_4=\text{一定}$, $Y_4=h=\text{一定}$, $\psi_4=\text{一定}$ とすれば、 $\dot{\theta}_4=\ddot{\theta}_4=0$, $\dot{Y}_4=\ddot{Y}_4=0$ であり、スライダクランク機構の運動方程式が次式のように求まる。

$$\begin{aligned}
 M_2 \ddot{X}_2 &= F_{X2} - F_{X1}, \quad M_2 \ddot{Y}_2 = F_{Y2} - F_{Y1} - M_2 g \\
 &- F_{X1} l_{G2} \sin \theta_2 + F_{Y1} l_{G2} \cos \theta_2 - F_{X2} (l_2 \sin \theta_2 - l_{G2} \sin \theta_2 - r_{22} \sin \psi_2) \\
 &+ F_{Y2} (l_2 \cos \theta_2 - l_{G2} \cos \theta_2 - r_{22} \cos \psi_2) + T_1 = 0 \\
 F_{X2} &= F_{n2} \cos \psi_2 - F_{t2} \sin \psi_2 \\
 F_{Y2} &= F_{n2} \sin \psi_2 + F_{t2} \cos \psi_2 \\
 M_3 \ddot{X}_3 &= F_{X3} - F_{X2}, \quad M_3 \ddot{Y}_3 = F_{Y3} - F_{Y2} - M_3 g \\
 I_3 \ddot{\theta}_3 &= -F_{X2} (l_{G3} \sin \theta_3 + r_{32} \sin \psi_2) + F_{Y2} (l_{G3} \cos \theta_3 + r_{32} \cos \psi_2) \\
 &- F_{X3} (l_3 \sin \theta_3 - l_{G3} \sin \theta_3) + F_{Y3} (l_3 \cos \theta_3 - l_{G3} \cos \theta_3) - C_{T3} \dot{\theta}_3 \\
 \ddot{X}_4 &= \ddot{X}_3 - (l_3 - l_{G3}) \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 - (l_3 - l_{G3}) \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 \\
 \ddot{Y}_3 &- (l_3 - l_{G3}) \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 + (l_3 - l_{G3}) \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 = 0 \\
 M_4 \ddot{X}_4 &= F_{X4} - F_{X3}, \quad F_{Y4} - F_{Y3} - M_4 g = 0 \\
 F_{X4} &= -M_4 \sigma_4 F_{Y4} - C_{t4} \dot{X}_4 \quad [\sigma_4 = \operatorname{sgn}(\dot{X}_4)]
 \end{aligned} \tag{3・3・1}$$

3・3・2 理論解析

図3・3・1の機構において、時刻 t あるいは原動節角変位 θ_2 を与えるとき、中間節およびスライダの位置を知るにはまず中間節の重心(X_3, Y_3)およびスライダ変位 X_4 のうち2変数を求めなければならない。そこで、式(3・3・1)を $\ddot{X}_3, \ddot{Y}_3$ について整理し、 $\ddot{X}_3, \ddot{Y}_3$ を求めることにする。

式(3・3・1)より次式を得る。ただし、節の重心が節中心線上にない場合を考慮して、

$l_{G3} \cos \theta_3$ は $l_{G3} \cos(\theta_3 + \beta_{G3})$ としている。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_3 &= (A_3 B_2 - A_2 B_3) / (A_1 B_2 - A_2 B_1) \\ \ddot{Y}_3 &= (A_1 B_3 - A_3 B_1) / (A_1 B_2 - A_2 B_1) \end{aligned} \right\} \tag{3・3・2}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 A_1 &= M_3 l_3, \quad A_2 = -M_3 l_c - I_3 / l_c \\
 A_3 &= -F_{X2} (l_3 \sin \theta_3 + r_{32} \sin \psi_2) + F_{Y2} (l_3 \cos \theta_3 + r_{32} \cos \psi_2) \\
 &\quad + M_3 g l_c - I_3 \dot{\theta}_3^2 l_3 / l_c - C_{T3} \dot{\theta}_3
 \end{aligned}$$

$$B_1 = M_3 + M_4, \quad B_2 = M_3 \mu_4 \sigma_4 + M_4 l_s / l_c$$

$$B_3 = -c_{t4} \dot{X}_4 - \mu_4 \sigma_4 (M_3 g + M_4 g + F_{Y2}) - F_{X2} + M_4 (l_s^2 + l_c^2) \dot{\theta}_3^2 / l_c$$

$$l_c = l_3 \cos \theta_3 - l_{G3} \cos (\theta_3 + \beta_{G3}), \quad l_s = l_3 \sin \theta_3 - l_{G3} \sin (\theta_3 + \beta_{G3})$$

この式は非線形微分方程式であるため、これを4元1階常微分方程式に変形し、ルンゲ・クッタ・ギル法により数値解析する。機構の諸元は表3.3.1に示すとおりである。この数値解析に必要な $(X_3, Y_3), (\dot{X}_3, \dot{Y}_3)$ の初期値には、遊びのない機構が等速回転するときの原動節角変位 $\theta_2 = 0^\circ$ における値を採用することにする。

また各対偶における粘性減衰係数および運動摩擦係数の値は、次項に述べる実験装置に関する実測値より

$$\left. \begin{aligned} c_{r2} &= 980.7 \quad \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad c_{t2} = 980.7 \quad \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad c_{r3} = 0.0 \quad \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}, \\ c_{t4} &= 5.0 \quad \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad \mu_2 = 0.15, \quad \mu_4 = 0.17, \quad P(\delta_2) = 68.6 \delta_2 \quad \text{N} \quad (\delta_2: \mu\text{m}) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.3)$$

とする。さらに対偶素の弾性変形量 $\delta_2 \mu\text{m}$ によって生じる復元力 $P(\delta_2) \text{ N}$ は図3.3.2となるが、ここではこれを線形近似して $P(\delta_2) = 68.6 \delta_2 \text{ N}$ とする。

次に解析結果の一部を示す。まず対偶素間の相対変位を巨視的に示すために、原動節角変位 $\theta_2 = 0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ における中間節およびスライダの位置を原動節回転速度 $N=100 \text{ rpm}$ の場合について図示すれば図3.3.3のとおりである。次に対偶素間の相対変位を微視的かつ連続的に把握するために、式(3.2.6)より算出される ε_2 と ψ_2 を用いて原動節側対偶素中心に対する中間節側対偶素中心の運動軌跡を図示すれば図3.3.4(a)~(d)のとおりである。これらの軌跡曲線上に付した数字は原動節角変位 θ_2 を示している。

また、入力トルク変動およびスライダ変位を図示すれば図3.3.5、図3.3.6の破線のとおりである。

3.3.3 実験および検討

3.3.3.a 実験

原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構を製作して実験解析を行った。実験装置の概観は図3.3.7のとおりで、その主要寸法、質量および慣性モーメントは表3.3.1のとおりである。対偶 J_1 および J_3 には深みぞ玉軸受#6206および#6001を使用し、対偶 J_2 には幅3mmのすべり軸受を使用した。このように軸受幅を小さくしたのは軸と軸受の片当りによる測定誤差を小さくするためである。対偶 J_1, J_3 の半径すきまは $C/r = 3 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-3}$ 程度であり、対偶 J_2 の半径すきま $C_2/r_{22} = 1.7 \times 10^{-2} \sim 1.7 \times 10^{-1}$ に対して無視できると考えられる。スライダと静止節上の案内面には直進運動形玉軸受を使用し、スライダと案内面間に分離が生じないように拘束した。

さて、原動節動対偶 J_2 の対偶素間の相対変位を知るために対偶素に円形および円輪状のターゲットを取付け、これをストロボ写真撮影する。また入力トルク変動を原動軸に貼付したひずみゲージで検出し、スライダ変位を非接触形電子光学式変位測定器で測

定する。この測定においては原動節と中間節間の電気導通状態を同時に記録し、対偶素間の接触、分離を調べる。

3.3.3.b 検討

(1) 対偶素間相対変位 原動節動対偶の半径すきまを $C_2/r_{22}=0.017 \sim 0.17$ の範囲内で変化させた場合、ほぼ同一の結果が得られたので、ここでは $C_2/r_{22}=0.17$ のときの対偶素間相対変位を図3.3.4に示す。同図(e)~(h)における小円は原動節側対偶素に同心の円であり、円輪は中間節側対偶素に同心である。

原動節回転速度が $N=100$ rpm の場合、図3.3.4(a)の理論結果をみると原動節側対偶素中心に対する中間節側対偶素中心の軌跡は原動節角変位 θ_2 が増大するに従って $\varepsilon_2=1$ の円の下側の周上を右から左へ移行し、 $\theta_2=133^\circ$ を越えると再び円の下側の周上を通過して元にもどっている。一方図3.3.4(e)の実験結果をみると、円輪の中心すなわち中間節側対偶素中心は小円の中心すなわち原動節側対偶素中心に対して $\theta_2=0^\circ$ のときは右下側に位置し、 θ_2 が増加するにしたがって真下を通過してほぼ左真横まで移行し、再び下側を通過して元の位置にもどっており、この運動は図3.3.4(a)の理論結果と一致している。

原動節回転速度が $N=160$ rpm になると図3.3.4(b)のように対偶素は接触と分離を繰り返すようになるが、中間節側対偶素は原動節側対偶素のまわりを回転することはない。この現象は図3.3.4(f)の実験結果と一致している。原動節回転速度がさらに増大して $N=170$ rpm になると図3.3.4(c)のように対偶素間に大きな分離と接触が繰り返し生じ、特に原動節角変位 $\theta_2=120^\circ \sim 125^\circ$ において原動節側および中間節側対偶素はほぼ同心状態になる。この現象は、図3.3.4(g)の実験結果により確認される。

$N=200$ rpm になると図3.3.4(d)および(h)からわかるように中間節側対偶素は原動節側対偶素のまわりを、揺動を繰り返しながら回転するようになり、両対偶素間の分離量は小さくなる。このように中間節側対偶素が原動節側対偶素のまわりを小さな衝突を繰り返しながら回転する現象は理論的には $N=1000$ rpm まで、実験的には $N=300$ rpm まで引き続き生じることを確認している。

以上のように原動節回転速度が $N=160$ rpm 程度以下では中間節側対偶素中心が原動節側対偶素中心の下側に位置し、 $N=170$ rpm においては両対偶素が大きく分離してほぼ同心となる状態があり、さらに回転速度が上昇して $N=200$ rpm になると中間節側対偶素中心は原動節側対偶素中心のまわりを回転するようになることがわかった。この現象は対偶に遊びがない機構における対偶作用力によって説明される。

対偶に遊びがない機構において中間節から原動節へ作用する力のベクトルの先端が描く軌跡を図3.3.8に示す。軌跡の中に付された数字は、原動節角変位 θ_2 を示す。 $N=100$ rpm においては、対偶作用力ベクトルの先端は常に横軸より下側にあり、 $N=160$ rpm では横軸に非常に近い位置を占め、横軸の上側にでることもある。 $N=170$ rpm では力のベクトルの先端はほぼ原点を通り、 $N=200$ rpm になるとベクトル先端の軌跡は原点を内部に含むようになる。したがって、 $N=160 \sim 170$ rpm の間において原動節側

および中間節側対偶素中心はほぼ同心状態となり、 $N=200$ rpm においては中間節側対偶素中心が原動節側対偶素中心のまわりを回転するようになると考えられる。

(2) 入力トルク変動およびスライダ変位誤差 上述の対偶素間相対変位によって生じる入力トルク変動およびスライダ変位誤差について検討する。

入力トルク変動の対偶すきまによる変化の一例を図3・3・5に示す。この図からわかるように対偶にすきまが存在するとパルス状のトルク変動が発生し、その大きさはすきまが大なる程大となる。次に入力トルク変動と原動節回転速度の関係を図3・3・9に示す。同図には対偶素間の接触と分離を調べるために、両対偶素間の電気導通状態が示されている。この図から原動節回転速度が大なる程パルス状のトルク変動が増大することがわかる。

このように対偶すきまが大なる程、また原動節回転速度が大なる程大きなパルス状のトルク変動が発生する現象は、文献(31)の常時接触モデルによる解析結果と定性的に一致する。しかしながらトルク変動と対偶素間電気導通状態の関係をみると、パルス状トルク変動は対偶素が分離状態から接触状態へ移るときに発生していること、また対偶素が互いに分離しているときトルク変動は零であることがわかる。特に $N=170$ rpm においては $\theta_2=80^\circ \sim 140^\circ$ の長期間にわたって対偶素は分離状態にあり、トルク変動が零になっているが、これは対偶素間相対変位に関する理論結果、図3・3・4(c)と一致している。このように比較的低速度の領域においても対偶素間の衝突、分離は機構の動特性に大きな影響を及ぼす。

次に対偶の遊びが機構出力、すなわちスライダ変位に及ぼす影響の一例を図3・3・6に示す。縦軸 $\angle X_4$ は対偶すきま $C_2/r_{22}=0.17$ がある場合のスライダ変位と $C_2/r_{22}=0$ の場合のスライダ変位の差を表す。スライダ変位は、対偶に等しい量だけ増大または減少している状態が交互に現れ、この状態の変化点すなわち $\angle X_4=0$ となる原動節角変位 θ_2 は図3・3・4(d)において偏心角 ψ_2 が 90° および 270° となる時の角度にほぼ等しい。

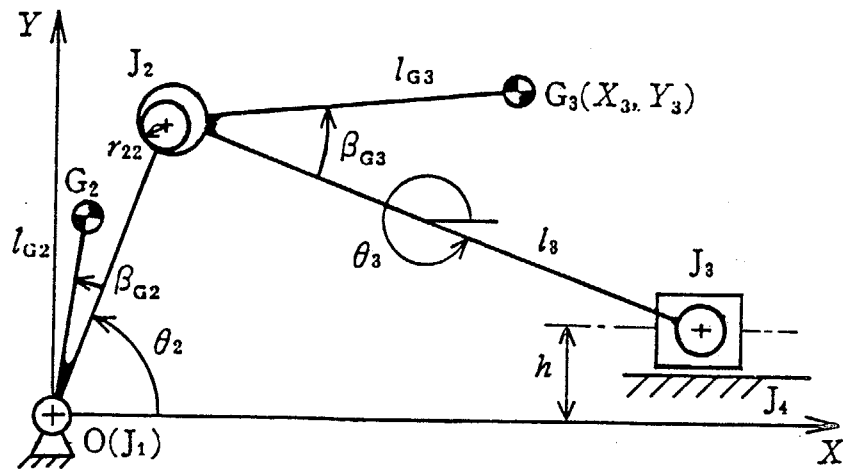
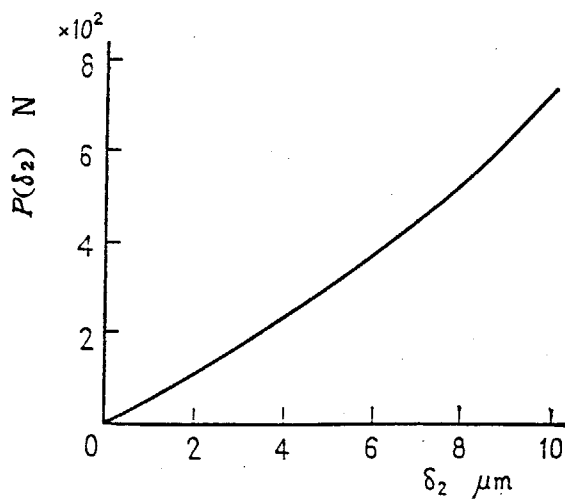
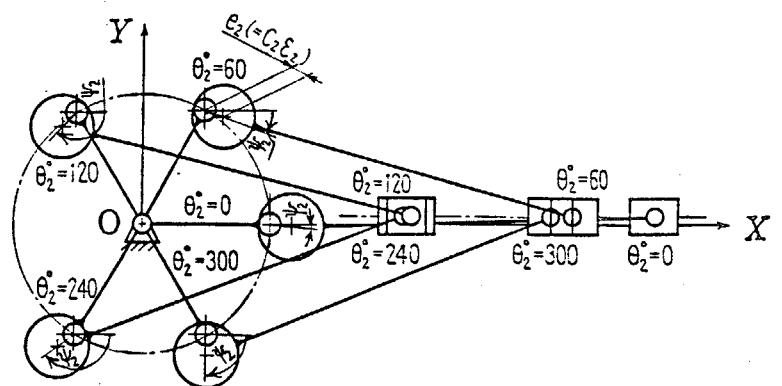


図 3.3.1 原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構

表 3.3.1 機構の諸元

l_2	45.0 mm	h	4.4 mm
l_{G2}	7.8 mm	M_2	1.69 kg
l_3	300.0 mm	M_3	0.764 kg
l_{G3}	148.0 mm	M_4	2.79 kg
β_{G2}	0.0°	I_3	$0.735 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G3}	0.0°	r_{22}	5.0 mm

図 3.3.2 $P(\delta_2)$ 曲線図 3.3.3 各原動節角変位に対する中間節およびスライダの位置($N=100 \text{ rpm}$, $C_{22}/r_{22}=0.17$)

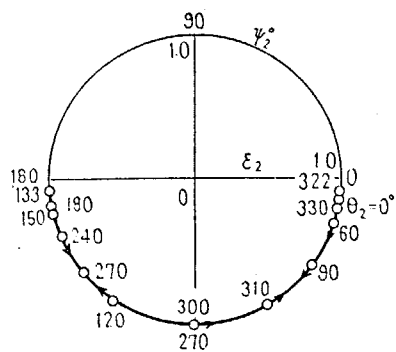
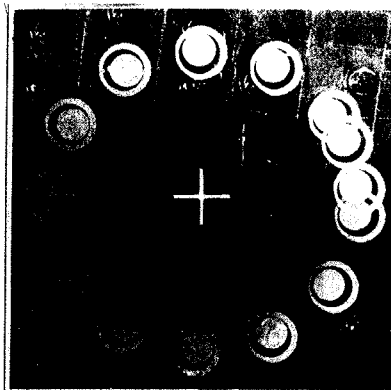
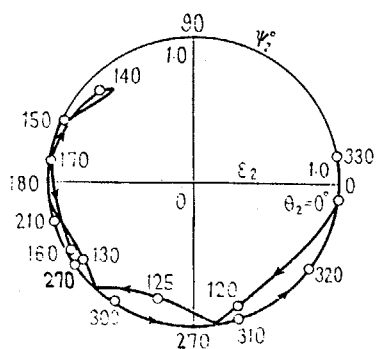
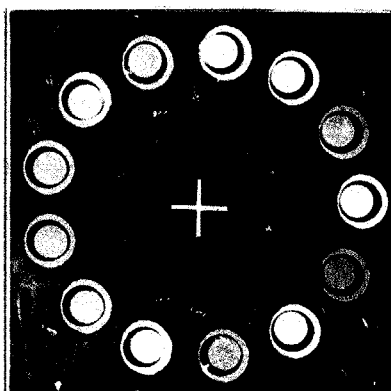
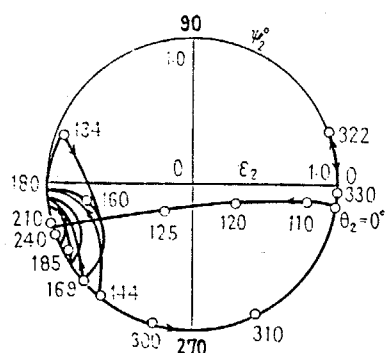
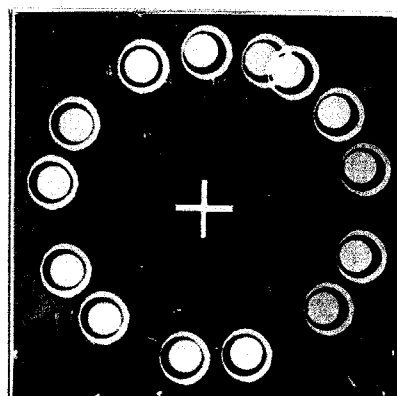
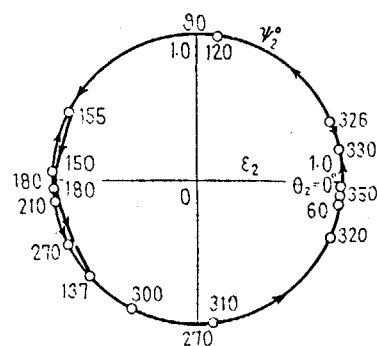
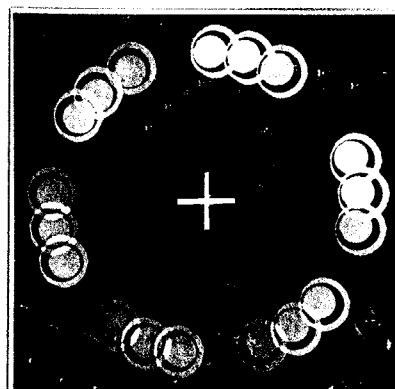
(a) $N=100$ rpm(e) $N=100$ rpm(b) $N=160$ rpm(f) $N=160$ rpm(c) $N=170$ rpm(g) $N=170$ rpm(d) $N=200$ rpm(h) $N=200$ rpm

図 3.3.4 対偶素間相対変位 ($C_2/r_{22}=0.17$)

[(a)~(d): 理論結果, (e)~(h): 実験結果]

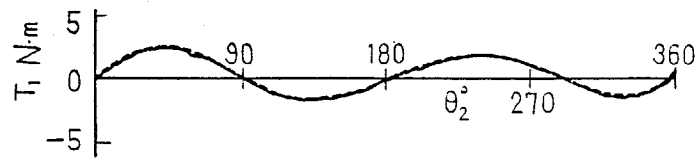
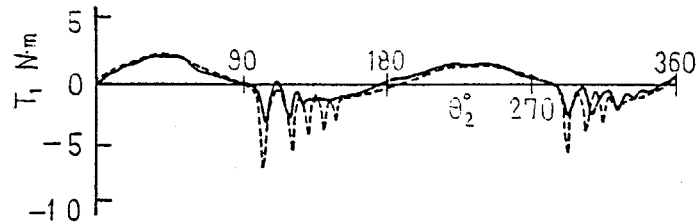
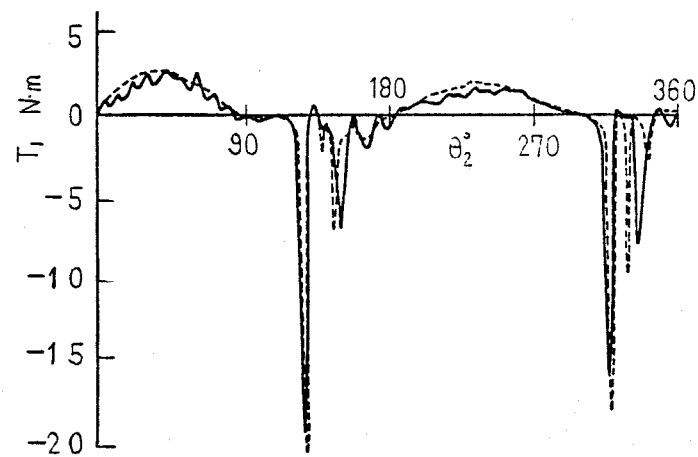
(a) $C_2/r_{22}=0$ (b) $C_2/r_{22}=0.017$ (c) $C_2/r_{22}=0.17$

図 3・3・5 入力トルク変動 ($N=200\text{rpm}$)
(破線：理論結果, 実線：実験結果)

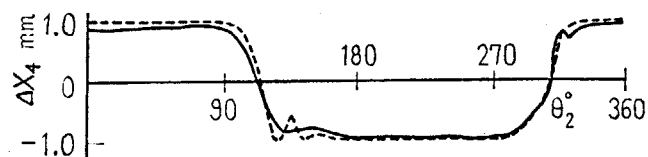


図 3・3・6 スライド変位誤差 ($N=200\text{rpm}$, $C_2/r_{22}=0.17$)
(破線：理論結果, 実線：実験結果)

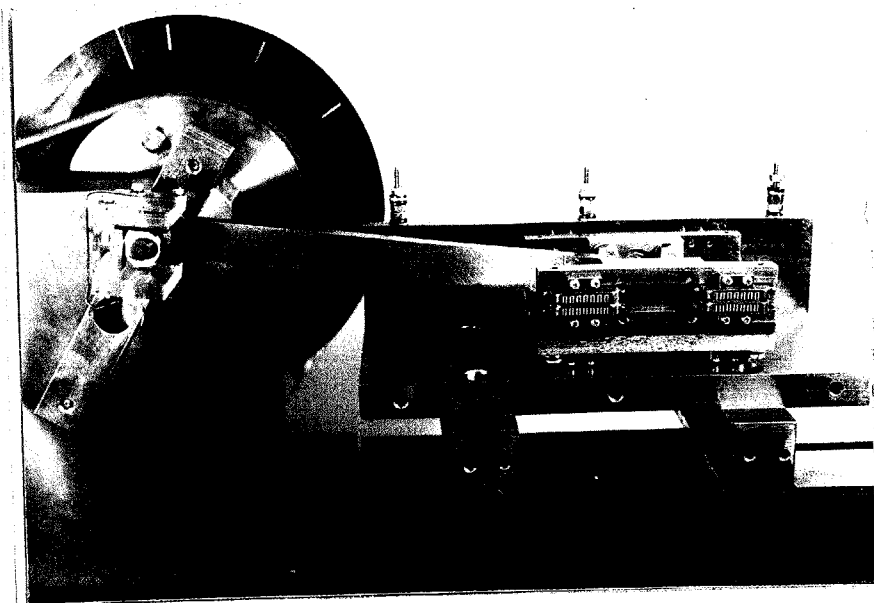
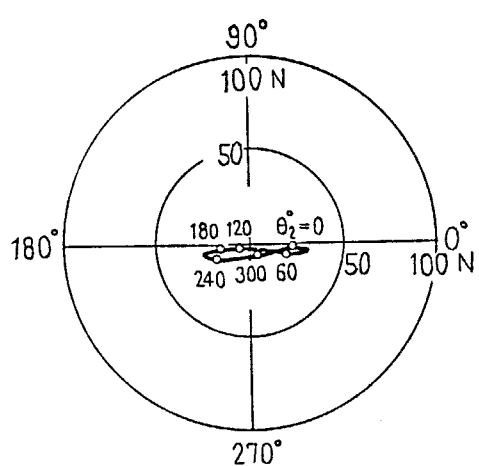
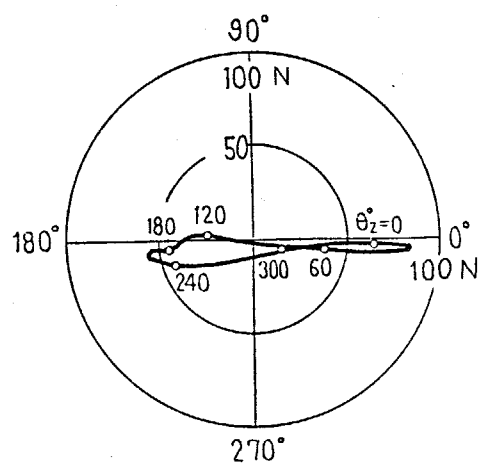
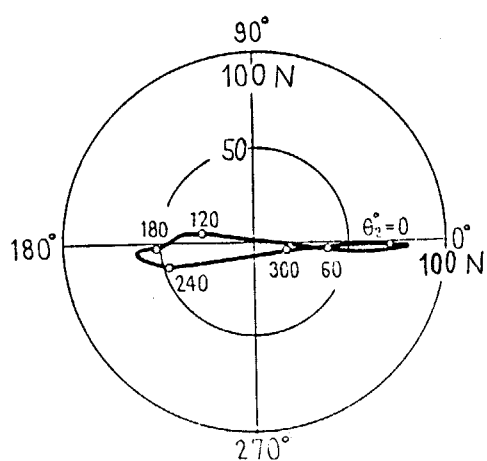
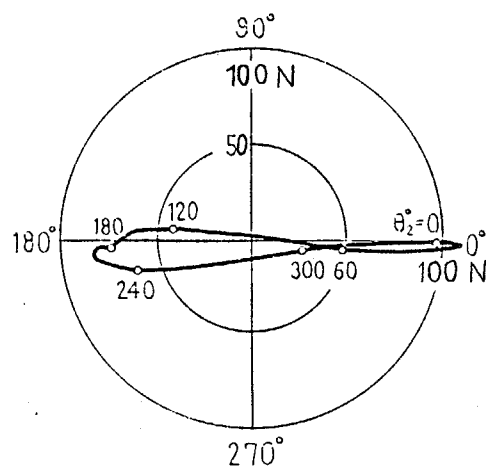


図 3.3.7 実験装置

(a) $N=100$ rpm(b) $N=160$ rpm(c) $N=170$ rpm(d) $N=200$ rpm図 3.3.8 対偶作用力ベクトルの先端の軌跡 ($C_2=0$)

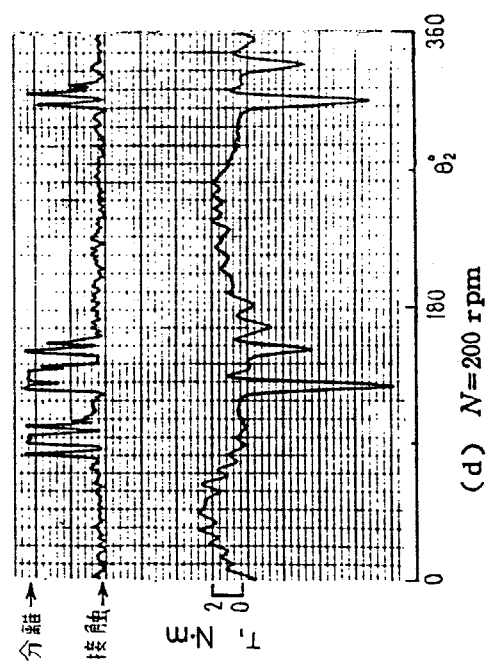
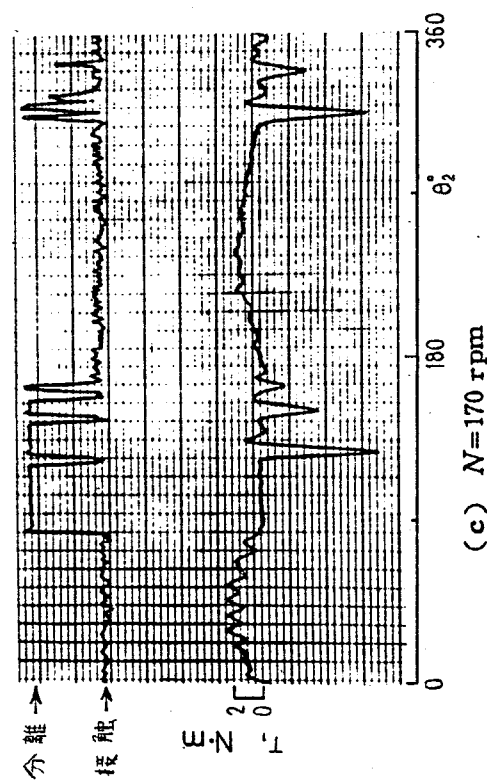
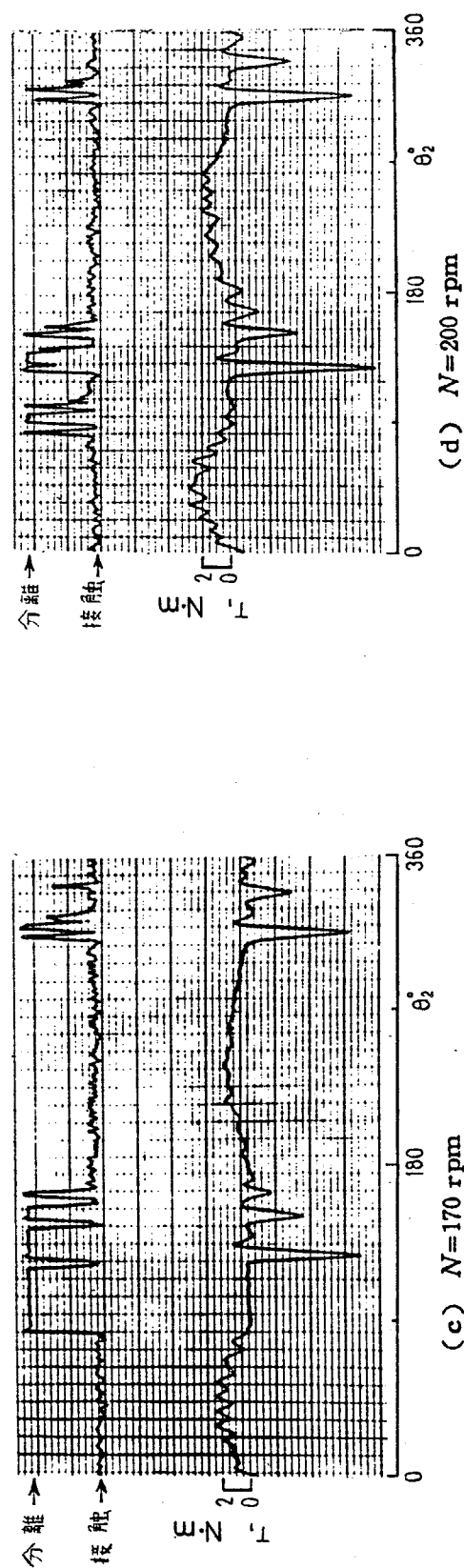
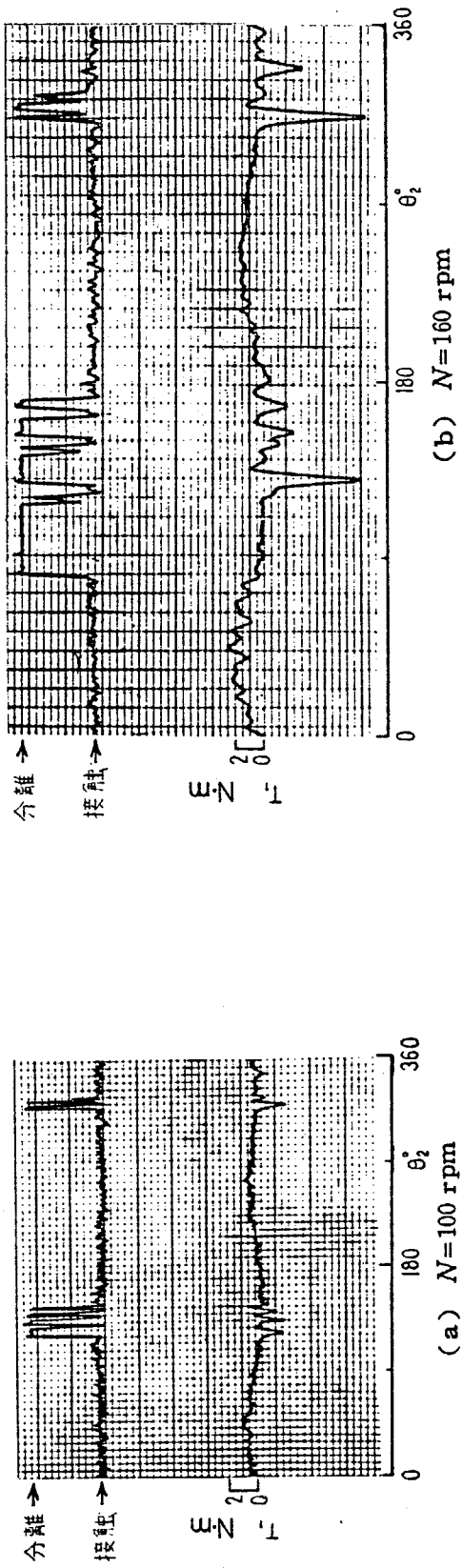


図 3.3.9 入力トルク変動 ($C_2/r_{22}=0.17$)

3・4 平面4節機構の解析

本節では平面4節機構について、遊びのある対偶の数および位置が機構の動特性に及ぼす影響を解析する。

3・4・1 機構の運動方程式

図3・4・1は、各節が鉛直面内を運動する平面4節機構を表す。この機構の運動方程式および対偶の拘束条件式は、3・2で述べた理論式により次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} M_2 \ddot{X}_2 &= F_{X2} - F_{X1}, \quad M_2 \ddot{Y}_2 = F_{Y2} - F_{Y1} - M_2 g \\ &- F_{X1} l_{q2} \sin(\theta_2 + \beta_{q2}) + F_{Y1} l_{q2} \cos(\theta_2 + \beta_{q2}) - F_{X2} \{ l_2 \sin \theta_2 - l_{q2} \sin(\theta_2 + \beta_{q2}) - \xi_2 r_{22} \sin \psi_2 \} \\ &+ F_{Y2} \{ l_2 \cos \theta_2 - l_{q2} \cos(\theta_2 + \beta_{q2}) - \xi_2 r_{22} \cos \psi_2 \} + T_2 + T_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.1)$$

$$F_{X2} = F_{n2} \cos \psi_2 - F_{t2} \sin \psi_2, \quad F_{Y2} = F_{n2} \sin \psi_2 + F_{t2} \cos \psi_2, \quad T_2 = 0, \quad \xi_2 = 1 \quad (3.4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_3 + l_{q3} \dot{\theta}_3^2 \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + l_{q3} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) &= \ddot{X}_2 - \{ l_2 \cos \theta_2 - l_{q2} \cos(\theta_2 + \beta_{q2}) \} \dot{\theta}_2^2 \\ \ddot{Y}_3 + l_{q3} \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) - l_{q3} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) &= \ddot{Y}_2 - \{ l_2 \sin \theta_2 - l_{q2} \sin(\theta_2 + \beta_{q2}) \} \dot{\theta}_2^2 \\ T_2 &= C_{T2} (\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2), \quad \xi_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} M_3 \ddot{X}_3 &= F_{X3} - F_{X2}, \quad M_3 \ddot{Y}_3 = F_{Y3} - F_{Y2} - M_3 g \\ I_3 \ddot{\theta}_3 &= -F_{X2} \{ l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + \xi_2 r_{32} \sin \psi_2 \} + F_{Y2} \{ l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + \xi_2 r_{32} \cos \psi_2 \} \\ &- F_{X3} \{ l_3 \sin \theta_3 - l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + \xi_3 r_{33} \sin \psi_3 \} \\ &+ F_{Y3} \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + \xi_3 r_{33} \cos \psi_3 \} + T_3 - T_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.4)$$

$$F_{X3} = F_{n3} \cos \psi_3 - F_{t3} \sin \psi_3, \quad F_{Y3} = F_{n3} \sin \psi_3 + F_{t3} \cos \psi_3, \quad T_3 = 0, \quad \xi_3 = 1 \quad (3.4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_4 + l_{q4} \dot{\theta}_4^2 \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) + l_{q4} \ddot{\theta}_4 \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) &= \ddot{X}_3 - \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) \} \dot{\theta}_3^2 \\ &- \{ l_3 \sin \theta_3 - l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) \} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{Y}_4 + l_{q4} \dot{\theta}_4^2 \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) - l_{q4} \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) &= \ddot{Y}_3 - \{ l_3 \sin \theta_3 - l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) \} \dot{\theta}_3^2 \\ &+ \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) \} \ddot{\theta}_3 \\ T_3 &= C_{T3} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3), \quad \xi_3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.6)$$

$$\left. \begin{aligned} M_4 \ddot{X}_4 &= F_{X4} - F_{X3}, \quad M_4 \ddot{Y}_4 = F_{Y4} - F_{Y3} - M_4 g \\ L_4 \ddot{\theta}_4 &= -F_{X3} \{ l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) - \xi_3 r_{43} \sin \psi_3 \} + F_{Y3} \{ l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) - \xi_3 r_{43} \cos \psi_3 \} \\ &- F_{X4} \{ l_4 \sin \theta_4 - l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) + \xi_4 r_{44} \sin \psi_4 \} \\ &+ F_{Y4} \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) + \xi_4 r_{44} \cos \psi_4 \} + T_4 - T_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.7)$$

$$F_{X4} = F_{n4} \cos \psi_4 - F_{t4} \sin \psi_4, \quad F_{Y4} = F_{n4} \sin \psi_4 + F_{t4} \cos \psi_4, \quad T_4 = 0, \quad \xi_4 = 1 \quad (3.4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_4 &= \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \} \dot{\theta}_4^2 + \{ l_4 \sin \theta_4 - l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) \} \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{Y}_4 &= \{ l_4 \sin \theta_4 - l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) \} \dot{\theta}_4^2 - \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \} \ddot{\theta}_4 \\ T_4 &= -C_{T4} \dot{\theta}_4, \quad \xi_4 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4.9)$$

さて、対偶の遊びがあるとき1,ないときを0とし,1または0を対偶 J_1, J_2, J_3, J_4 の順序に並べて機構内の各対偶に遊びがあるか否かを表示する. 例えば遊びの全くない機構は0000機構と表す. J_3 のみに遊びのある機構は0010機構と表す. このように機構を表すとき, その運動方程式は, 上記の式(3.4.1) ~ (3.4.9)の式番号中の3.4を省いて(1)~(9)とすれば, 表3.4.1となる. 各機構の運動は15の方程式で記述され, それらの式中には $T_1, F_{x1}, F_{y1}, X_j, Y_j, \theta_j$ ($j=1, 2, 3, 4$; $j=3, 4$)の15の未知数が含まれている. したがって, これら15の方程式を解くことにより, 機構の運動を知ることができる.

3.4.2 理論解析

3.4.2.a 運動方程式の変形

対偶に遊びのある平面4節機構の運動は表3.4.1に示す15の方程式で記述されるが, これらは非線形微分方程式であって解析的に解くことは困難である. そこで各節の変位を数値解析によって求めるために表3.4.1の各運動方程式を次のように変形する.

(1) 一つの対偶に遊びのある機構 原動節角変位 θ_2 が与えられるとき, 中間節および従動節の位置は $X_3, Y_3, \theta_3, X_4, Y_4$ および θ_4 のうちの2変数, 例えば両節の角変位 θ_3 および θ_4 を求めれば定まる. そこで, まず表3.4.1の運動方程式から θ_3 および θ_4 に関する微分方程式を導出する. 0100および0010機構についてこの方程式を求めればそれぞれ式(3.4.10)および式(3.4.11)となる.

$$\ddot{\theta}_3 = (A_3 B_2 - A_2 B_3) / (A_1 B_2 - A_2 B_1), \quad \ddot{\theta}_4 = (A_1 B_3 - A_3 B_1) / (A_1 B_2 - A_2 B_1) \quad (3.4.10)$$

ここに,

$$\begin{aligned} A_1 &= I_3 + M_3 \{ l_3^2 + l_{q3}^2 - 2 l_3 l_{q3} \cos \beta_{q3} \}, \quad A_2 = M_3 l_4 \{ l_3 \cos(\theta_3 - \theta_4) - l_{q3} \cos(\theta_3 - \theta_4 + \beta_{q3}) \} \\ A_3 &= -M_3 l_4 \{ l_3 \sin(\theta_3 - \theta_4) - l_{q3} \sin(\theta_3 - \theta_4 + \beta_{q3}) \} \dot{\theta}_4^2 + M_3 \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) \} g \\ &\quad - F_{x2} (l_3 \sin \theta_3 + r_{32} \sin \psi_2) + F_{y2} (l_3 \cos \theta_3 + r_{32} \cos \psi_2) + C_{T3} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) \\ B_1 &= M_3 l_4 \{ l_3 \cos(\theta_3 - \theta_4) - l_{q3} \cos(\theta_3 - \theta_4 + \beta_{q3}) \}, \quad B_2 = I_4 + M_4 (l_4^2 + l_{q4}^2 - 2 l_4 l_{q4} \cos \beta_{q4}) \\ B_3 &= M_3 l_4 \{ l_3 \sin(\theta_3 - \theta_4) - l_{q3} \sin(\theta_3 - \theta_4 + \beta_{q3}) \} \dot{\theta}_3^2 + M_4 \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \} g \\ &\quad - F_{x2} l_4 \sin \theta_4 + (F_{y2} + M_3 g) l_4 \cos \theta_4 - C_{T3} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) - C_{T4} \dot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_3 &= [M_3 l_2 l_{q3} \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_3 - \beta_{q3}) - M_3 l_{q3} g \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) - F_{x3} (l_3 \sin \theta_3 + r_{33} \sin \psi_3) \\ &\quad + F_{y3} (l_3 \cos \theta_3 + r_{33} \cos \psi_3) - C_{T2} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_2)] / (I_3 + M_3 l_{q3}^2) \\ \ddot{\theta}_4 &= \{ M_4 g \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \} - F_{x3} (l_4 \sin \theta_4 - r_{43} \sin \psi_3) \\ &\quad + F_{y3} (l_4 \cos \theta_4 - r_{43} \cos \psi_3) - C_{T4} \dot{\theta}_4 \} / \{ I_4 + M_4 (l_4^2 + l_{q4}^2 - 2 l_4 l_{q4} \cos \beta_{q4}) \} \end{aligned} \quad (3.4.11)$$

さらに, $u = \dot{\theta}_3, v = \dot{\theta}_4$ とすれば, 上述の方程式は, u, v, θ_3, θ_4 からなる4元1階微分方程式となり, 数値解析が可能となる.

(2) 二つの対偶に遊びがある機構 原動節角変位 θ_2 に対応する中間節および従動節の位置はそれらの変位を表す6変数のうちの四つ, 例えば $X_3, Y_3, \theta_3, \theta_4$ を定めれば決定できる. そこで表3.4.1の運動方程式を $X_3, Y_3, \theta_3, \theta_4$ について解く. 例えば

0110機構に関しては次式を得る.

$$\begin{aligned}\ddot{X}_3 &= (F_{X3} - F_{X2}) / M_3, \quad \ddot{Y}_3 = (F_{Y3} - F_{Y2} - M_3 g) / M_3 \\ \ddot{\theta}_3 &= \{ -F_{X2} \{ l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{32} \sin \psi_2 \} + F_{Y2} \{ l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{32} \cos \psi_2 \} \\ &\quad - F_{X3} \{ l_3 \sin \theta_3 - l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{33} \sin \psi_3 \} \\ &\quad + F_{Y3} \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{33} \cos \psi_3 \} \} / I_3 \\ \ddot{\theta}_4 &= \{ -F_{X3} (l_4 \sin \theta_4 - r_{43} \sin \psi_3) + F_{Y3} (l_4 \cos \theta_4 - r_{43} \cos \psi_3) + M_4 g \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \} \\ &\quad - C_{T4} \dot{\theta}_4 \} / \{ I_4 + M_4 (l_4^2 + l_{q4}^2 - 2 l_4 l_{q4} \cos \beta_{q4}) \}\end{aligned}\quad (3.4.12)$$

ついで, $s = \dot{X}_3$, $t = \dot{Y}_3$, $u = \dot{\theta}_3$, $v = \dot{\theta}_4$ とおけば, $s, t, u, v, X_3, Y_3, \theta_3, \theta_4$ に関する8元1階微分方程式が得られ, 数値解析が可能となる.

(3) 三つの対偶に遊びがある場合 この機構は表3.4.1 では0111機構のみである. 各節の変位を知るためには変位を表す6変数すべての値を求めなければならない. そこで表3.4.1の運動方程式を $X_3, Y_3, \theta_3, X_4, Y_4, \theta_4$ について解けば次式を得る.

$$\begin{aligned}\ddot{X}_3 &= (F_{X3} - F_{X2}) / M_3, \quad \ddot{Y}_3 = (F_{Y3} - F_{Y2} - M_3 g) / M_3 \\ \ddot{\theta}_3 &= \{ -F_{X2} \{ l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{32} \sin \psi_2 \} + F_{Y2} \{ l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{32} \cos \psi_2 \} \\ &\quad - F_{X3} \{ l_3 \sin \theta_3 - l_{q3} \sin(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{33} \sin \psi_3 \} \\ &\quad + F_{Y3} \{ l_3 \cos \theta_3 - l_{q3} \cos(\theta_3 + \beta_{q3}) + r_{33} \cos \psi_3 \} \} / I_3 \\ \ddot{X}_4 &= (F_{X4} - F_{X3}) / M_4, \quad \ddot{Y}_4 = (F_{Y4} - F_{Y3} - M_4 g) / M_4 \\ \ddot{\theta}_4 &= \{ -F_{X3} \{ l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) - r_{43} \sin \psi_3 \} + F_{Y3} \{ l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) - r_{43} \cos \psi_3 \} \\ &\quad - F_{X4} \{ l_4 \sin \theta_4 - l_{q4} \sin(\theta_4 + \beta_{q4}) + r_{44} \sin \psi_4 \} + F_{Y4} \{ l_4 \cos \theta_4 - l_{q4} \cos(\theta_4 + \beta_{q4}) \\ &\quad + r_{44} \cos \psi_4 \} \} / I_4\end{aligned}\quad (3.4.13)$$

したがって上式を12元1階微分方程式に変形すれば数値解析が可能である.

3.4.2.b 数値解析例

表3.4.2の諸量をもつ回転揺動機構を例にとって数値解析を行う. 数値計算においては, ルンゲ・クッタ・ギル法を用い, 初期値として0000機構の各独立変数およびその時間に関する1階微係数の $\theta_2 = 0^\circ$ における値を用いることにする. また対偶 J_i ($i=2 \sim 4$) における対偶素の弾性変形量 $\delta_i = C_i (\varepsilon_i - 1) \mu\text{m}$ と弾性変形復元力 $P(\delta_i) \text{ N}$ との関係はヘルツの接触理論による関係を線形近似して $P(\delta_i) = 68.6 \delta_i$ とする. さらに各対偶における粘性減衰係数および運動摩擦係数の値は, 次項に述べる実験装置に関する実測値より

$$\begin{aligned}C_{n2} &= 980.7 \quad \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, & C_{t2} &= 980.7 \quad \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \\ C_{T1} &= 0 \quad \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}, & \mu_i &= 0 \quad (i=2 \sim 4)\end{aligned}\quad (3.4.14)$$

とする. なお数値解析における時間のきざみ幅は計算誤差および計算所要時間を考慮して, $0.278 \times 10^{-4} \text{ s}$ とする.

次に解析結果の一部を示す。まず対偶素間相対変位について、すきま比の大きな場合の例として0110機構の原動節回転速度 $N=200$ rpm, すきま比 $C_2/r_{22}=C_3/r_{43}=0.143$ の場合を図3・4・2(a), (c)に示す。同図は対偶素間相対変位を偏心率と偏心角で表示したものであって、軌跡曲線上の数字は原動節角変位 θ_2 を表す。同図(a)の円の中心は原動節動対偶素中心を示し、曲線は対偶 J_2 における中間節側対偶素中心の軌跡を表す。また同図(c)の円の中心は対偶 J_3 における中間節側対偶素中心を示し、曲線は従動節側対偶素中心の軌跡を表す。図3・4・3(a)は、図3・4・2の機構において原動節回転速度 N が148 rpmの場合の対偶 J_2, J_3 における対偶素間相対変位を表す。

以上の解析結果は対偶のすきま比が $C/r=0.143$ の場合であるが、次に $C/r=0.0143$ の場合の対偶素間相対変位の例として $N=100, 148, 300$ rpmにおける0100機構の解析結果を示せば図3・4・4の破線のとおりである。横軸は原動節角変位 θ_2 を、縦軸は $O-x-y$ 座標系で表示された相対変位を半径すきまで除した偏心率 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ である。ここに $O-x-y$ は原動節上の対偶素中心を原点 O とし、中間節中心線に平行な直線を x 軸とする直交座標系である。これらの相対変位を図3・4・3(a)に対応させて対偶素中心の無次元軌跡として表示すると図3・4・5(a)を得る。

次に入力トルク変動の解析例として0100機構のすきま比 $C_2/r_{22}=0.0143$ 、原動節回転速度 $N=100, 148, 300$ rpmにおける解析結果を図3・4・6に示す。

ついで機構出量、すなわち従動節角変位に関する解析結果を図3・4・7, 3・4・8に示す。これらは原動節が $N=300$ rpmで等速回転するとき、従動節角変位の0000機構に対する偏差を示す。すなわち図3・4・7は0100機構において遊びの大きさが従動節角変位に及ぼす影響を示し、図3・4・8は0010機構および0110機構のすきま比 $C/r=0.0143$ の場合の解析結果であり、原動節動対偶 J_2 における遊びの有無が従動節角変位に及ぼす影響の一例を示す。

さらに表3・4・2に比べて、中間節の重心が節中央にある表3・4・3の諸量を有する0100機構および0110機構について、対偶素間の相対変位を図示すれば、図3・4・9および3・4・11(a)となる。これらは、原動節が回転速度 $N=500$ rpmで等速回転し、対偶 J_2, J_3 のすきまが $C_2/r_{22}=0.0143, C_3/r_{43}=0.0143$ である場合について得られた理論結果である。これらの図に記載の「負荷あり」は、従動節に負荷トルク $T_{p4}=1.06 \times 10^{-2} \theta_4 + 2.0 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$ を揺動の行き($\theta_4 \geq 0$)の行程に加えることを意味する。

3・4・3 実験および検討

3・4・3・a 実験

図3・4・12の実験装置の主要寸法、質量および慣性モーメントは表3・4・2のとおりである⁽⁷¹⁾。原動節静止対偶 J_1 には深みぞ玉軸受#6205を使用し、他の対偶 J_2, J_3, J_4 にはすべり軸受を使用し、これらの対偶すきまは $C/r=7.1 \times 10^{-4} \sim 1.43 \times 10^{-1}$ の範囲で10段階に変更する。

さて、各対偶における対偶素間相対変位を静電容量形変位計およびストロボ写真撮影

装置によって求める。容量形変位計による測定では、軸側対偶素に円環状電極を、また軸受側の節上に平板状電極を取付け、両電極間の静電容量変化をシンクロスコープにより測定する。写真による測定では、対偶素に円形および円輪状のターゲットを取付け、これをストロボ写真撮影する。入力トルク変動は原動軸に貼付したひずみゲージで検出し、シンクロスコープを用いて測定する。また従動節角変位は、従動節にターゲットを取付け、非接触形電子光学式変位測定器で測定するとともに図3・4・13のように対偶に遊びがない機構（後側）と遊びのある機構（前側）を並列に同時作動させ、各従動節に取付けた平板状電極間の静電容量変化を検出し、シンクロスコープを用いて測定する。

従動節に負荷が作用する場合は、揺動の片側だけに負荷が作用するように対偶 J_4 にシェル形ローラクラッチを使用し、二つの深みぞ玉軸受#6204で支持された軸をパウダブレーキの軸と同心に結合して、実験を行った。

3・4・3・b 検討

(1) 対偶素間相対変位 すきま比 $C/r=0.143$ の0110機構が速度 $N=200$ rpmで回転する場合の実験結果を図3・4・2(b),(d)に示す。同図(b)および(d)はそれぞれ従動節角速度が正および負の場合すなわち揺動の行きおよび帰り時の対偶素間相対変位を表している。中央より左側にある円群のうち、小円は原動節側対偶素に同心であり、円輪は中間節側対偶素に同心である。また右側にある円群のうち、小円は従動節側対偶素に同心であり、円輪は中間節側対偶素に同心である。

図3・4・2(a)の理論結果をみると原動節側対偶素中心に対する中間節側対偶素中心の軌跡は原動節角変位が $\theta_2=0^\circ$ から増加するにしたがって $\varepsilon_2=1$ の円のほぼ真下からその円周にそって反時計まわりに1回転して元にもどっている。これを同図(b),(d)の実験結果からみると円輪の中心すなわち中間節側対偶素中心は $\theta_2=0^\circ$ の時はほぼ真下に位置し、 θ_2 が増加するにしたがって右真横を通り、真上まで移行し左真横から真下を通って元にもどっており、同図(a)の理論結果と一致している。また同図(c)の理論結果をみると中間節側対偶素中心に対する従動節側対偶素中心の軌跡は θ_2 が零から増加するにしたがって $\varepsilon_3=1$ の円のほぼ真下から円周上の右側を通って上側に移行するが再び右側を通って下側に移行し、左側を通って上側へ向かう。しかし真上までは達しないで再び左側を通って元にもどっている。これを同図(b),(d)の実験結果からみると、小円の中心（従動節側対偶素中心）は円輪の中心（中間節側対偶素中心）に対して $\theta_2=0^\circ$ のときはほぼ真下に位置し、 θ_2 が増加するにしたがって右真横を通り真上へ移行し、再び真下を通って元にもどっており、これは同図(c)の理論結果と一致している。

以上は $N=200$ rpmの場合の解析結果であり対偶素間の大きな分離はみられないが、 $N=148$ rpmにおいて、図3・4・3(b)の矢印の位置（ $\theta_2=130^\circ$ ）において大きな分離が観察され、これは同図(a)の(i)の理論結果と一致している。さらに同図(b)の実験結果から従動節動対偶には大きな分離はみられず、原動節1回転中の大半において対偶

素は互いに接触状態にあることがわかり、これは同図(a)の(ii)の理論結果と一致する。

次に、0100機構について、すきま比 $C_2/r_{22}=0.0143$ を一定として原動節回転速度 N を100, 148, 300 rpmと変化させた場合の対偶 J_2 における対偶素間相対変位を示すと図3・4・4の実線となり、これらは前節で求めた破線の理論結果とほぼ一致している。これらの図から、回転速度 N の増加に伴って、 ε_x が1から-1へ変化する原動節角変位が除々に増大し、 ε_y の値が正の方向へ移行しており、また、 $N=148$ rpmにおいて ε_y が激しく変化していることがわかる。理論解析結果を極座標表示すると図3・4・5(a)となり、回転速度148 rpmにおいて対偶素が大きく分離していることがわかり、この速度は同図(b)に示す0000機構の対偶作用力ベクトルの先端の軌跡が原点を通過する回転速度にほぼ等しいことがわかる。

(2) 入力トルク変動 対偶すきま比 $C_2/r_{22}=0.0143$ の0100機構の入力トルクを図3・4・6に示す。原動節回転速度 $N=100$ および300 rpmにおいては $0^\circ < \theta_2 < 45^\circ$ の区間においてのみパルス状の大きなトルク変動がみられ、他の区間においては平滑な変動である。このパルス状トルク変動の生じる θ_2 の区間は、図3・4・5(b)に示すように、対偶作用力の大きさが大で、かつ方向が急変する θ_2 の区間とほぼ一致している。これに対して $N=148$ rpmでは $115^\circ < \theta_2 < 150^\circ$ の区間においても大きなパルス状トルク変動が生じており、この回転速度によるトルク変動の相違は図3・4・5(a)の(ii)の対偶素間相対変位から容易に推定することができる。

パルス状トルク変動が理論結果と実験結果で異なっているが、これは原動軸系が慣性モーメント 8.0×10^{-4} および $4.5 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ の原動節腕部およびはずみ車を両端にもつばね定数 $1.62 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ の軸からなるねじり振動系をなしているためで、これを考慮すれば理論結果と実験結果はほぼ一致する。たとえば $N=148 \text{ rpm}$, $\theta_2 = 120^\circ$ においては、対偶 J_2 におけるパルス状加振力を $F_0 \sin(2\pi t/\Delta t)$, $\Delta t = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$ として過渡応答を求めれば原動軸トルクのピーク値 T_{1p} は $t = \Delta t/2$ において $T_{1p}/(l_2 F_0) = 0.389$ となり、これは図3・4・6(b)とほぼ一致している。

対偶すきま比が入力トルク変動におよぼす影響を図示すれば、例えば実験結果より図3・4・14を得る。縦軸は対偶に遊びのある機構の最大トルク $|T_1|_{\max}$ を遊びのない機構(0000機構)の最大トルク $|T_{1,0}|_{\max}$ で除した比を表す。この図より対偶すきまが大なる程、また遊びを有する対偶の数が大なる程最大トルクが大となることがわかる。これは、対偶すきまが大となると、弾性変形量も大となり、したがって、遊びが増大し、対偶作用力が増大するためである。すきま比が $C/r \leq 1.14 \times 10^{-3}$ では対偶の遊びの有無にかかわらず最大入力トルクはほぼ一定値をとることがわかる。

また、表3・4・3の諸元を有する機構について、原動節が $N=500 \text{ rpm}$ で等速回転した場合の入力トルク変動の実験結果を示せば、図3・4・10および図3・4・11(b)の実線となる。

図3・4・10および図3・4・11から、対偶素間の分離の発生する原動節角変位および入力トルクにパルス状の変動が生じる原動節角変位についての実験結果と理論結果はほぼ一致

していることがわかる。したがって、対偶部をばねとダッシュポットでモデル化して得られる対偶の拘束条件式を用いた理論解析法によって、対偶に遊びのある機構の動特性を把握できることがわかるとともに対偶素間の分離には、

(a) 図 3・4・9(a), (c) の $\theta_2 = 0^\circ$ 付近および図 3・4・10(a) に示すように機構の高速作動時に、対偶素が互いに接触しながら急激な相対運動を行って大きく弾性変形した直後に発生する場合、

(b) 図 3・4・9(b) に示すように機構の低速作動時に対偶素の急激な相対運動や大きな弾性変形を伴うことなく発生する場合、

(c) 図 3・4・9(c), 3・4・10(b) の $\theta_2 = 240^\circ$ 付近のように従動節の負荷変動により対偶素間の急激な相対運動を伴って発生する場合の 3 種類あることがわかる。

(3) 従動節角変位誤差 図 3・4・7 に示す従動節角変位誤差 $\angle\theta_4$ は 0100 機構の角変位 θ_4 から 0000 機構の角変位を差引いた値を表す。 $\angle\theta_4$ は原動節角変位 θ_2 が約 120° 以下のとき負、 120° 以上のとき正となり、それらの絶対値はほぼ相等しく、対偶すきまの増大に伴って増大している。また $C_2/r_{22} = 0.0029 \sim 0.0071$ では $\angle\theta_4$ に振動波形がみられないが $C_2/r_{22} = 0.0143$ では $\angle\theta_4$ の符号が変化した直後に若干の振動が発生している。

図 3・4・8 に示す 0010 および図 3・4・7(c) の 0100 機構の従動節角変位誤差をみると、両者は酷似しており、原動節動対偶および従動節動対偶における遊びは従動節角変位に対してほぼ同じ効果をもっていることがわかる。また、これら両者の角変位誤差の和をとると、図 3・4・8 の 0110 機構の角変位誤差にほぼ一致している。さらに従動節の微小角振動に関しても 0010 機構と 0110 機構に大きな差異はみられない。

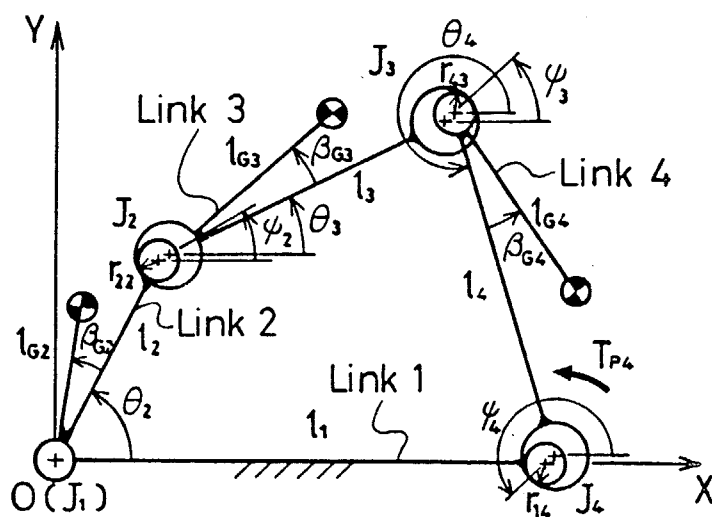


図 3・4・1 平面 4 節機構

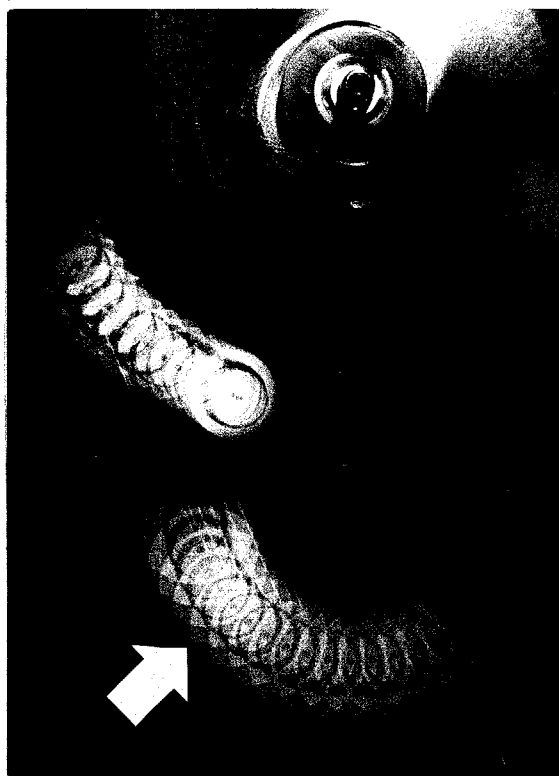
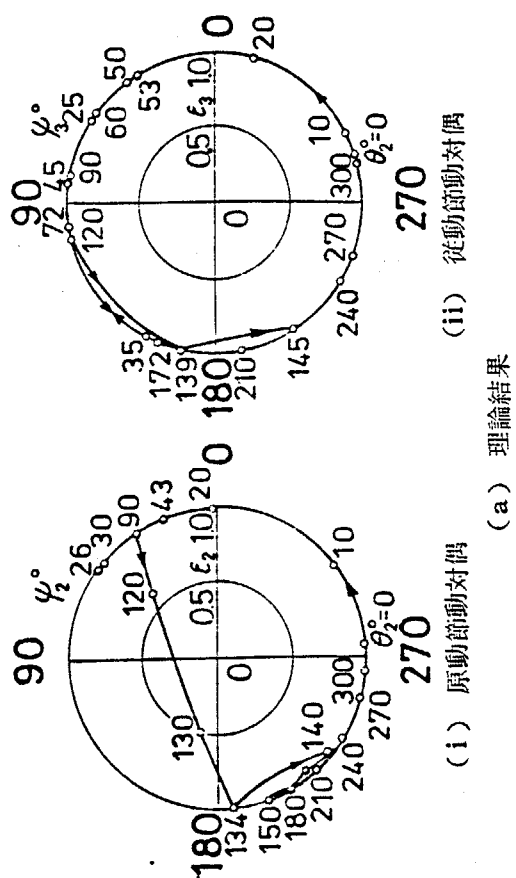
表 3・4・1 機構の運動方程式

機 構	運 動 方 程 式					
0000	(1),	(3),	(4),	(6),	(7),	(9)
0100	(1),	(2),	(4),	(6),	(7),	(9)
0010	(1),	(3),	(4),	(5),	(7),	(9)
0001	(1),	(3),	(4),	(6),	(7),	(8)
0110	(1),	(2),	(4),	(5),	(7),	(9)
0101	(1),	(2),	(4),	(6),	(7),	(8)
0011	(1),	(3),	(4),	(5),	(7),	(8)
0111	(1),	(2),	(4),	(5),	(7),	(8)

(注) (1)~(9)は, 式(3・4・1)~(3・4・9)を表す。

表 3・4・2 機構の諸元

l_1	100.0 mm	r_{22}	7.0 mm
l_2	40.0 mm	r_{43}	7.0 mm
l_3	80.0 mm	r_{14}	7.0 mm
l_4	80.0 mm	M_2	0.558 kg
l_{G2}	10.2 mm	M_3	0.402 kg
l_{G3}	50.72 mm	M_4	0.710 kg
l_{G4}	68.6 mm	I_2	$7.424 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G2}	0.0°	I_3	$5.884 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G3}	9.652°	I_4	$1.118 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G4}	0.0°		



(b) 實驗結果

圖 3·4·3 对偶素間相對變位

[0110 機構, $N=148$ rpm, $C_2/r_{22}=C_3/r_{43}=0.143$]

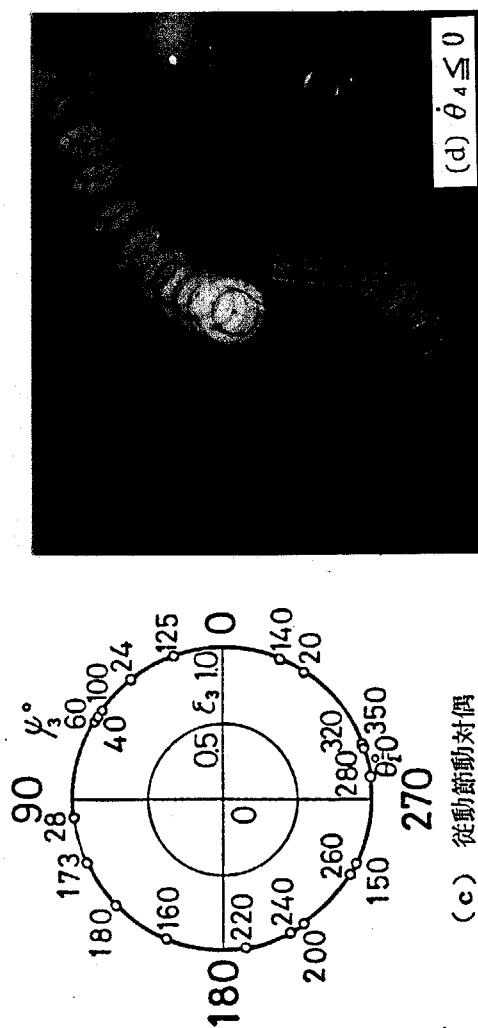
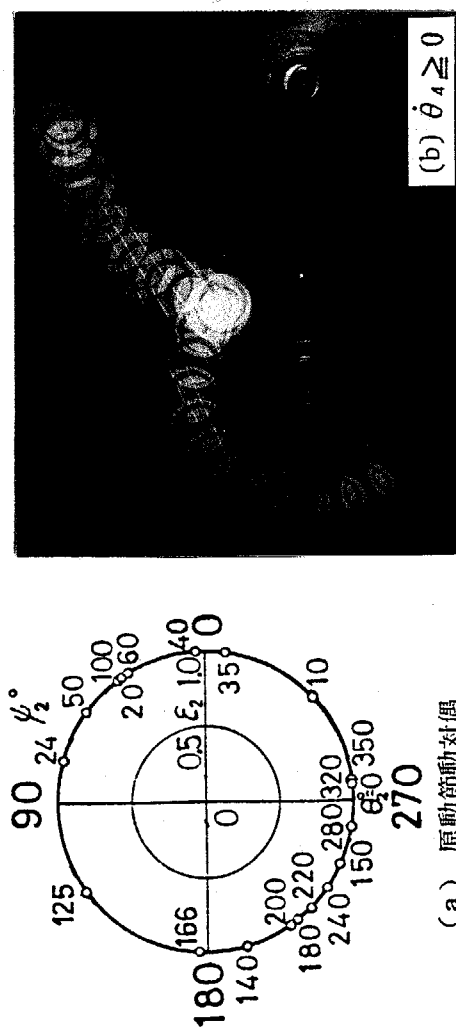


図 3・4・2 対偶素間相対変位

(a) および(c): 理論結果
(b) および(d): 実験結果

0110 機構, $N=200$ rpm, $C_2/r_{22}=C_3/r_{43}=0.143$

0110 機構, $N=200$ rpm, $C_2/r_{22}=C_3/r_{43}=0.143$
 (a) および(c): 理論結果
 (b) および(d): 実験結果

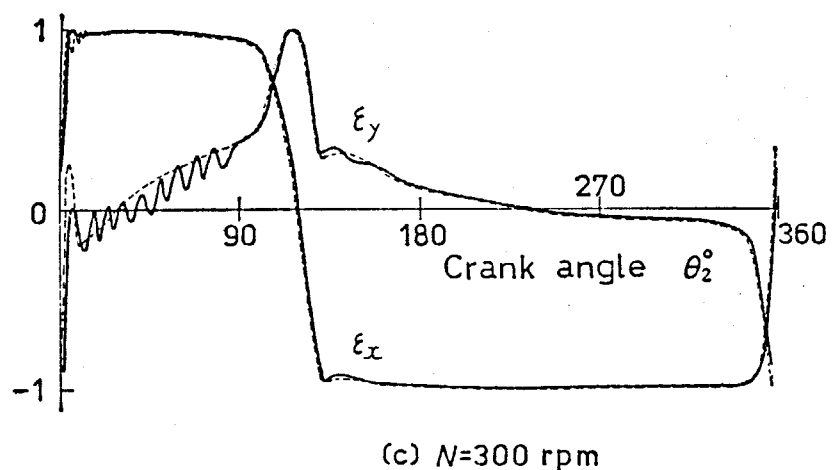
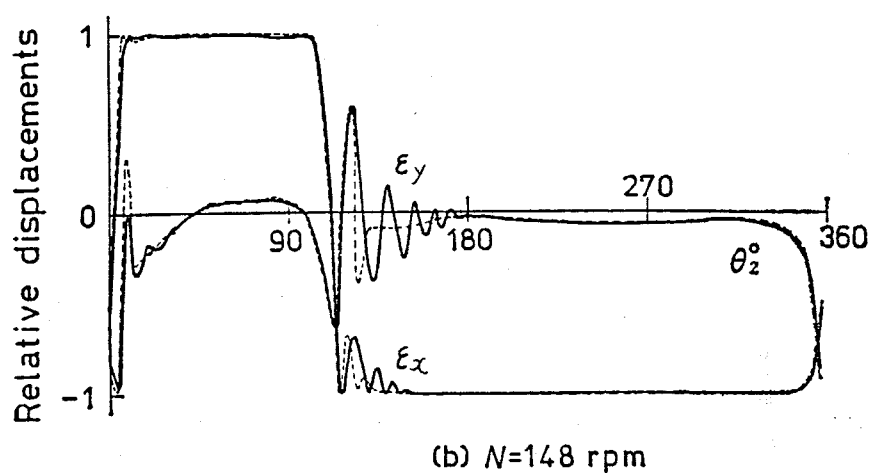
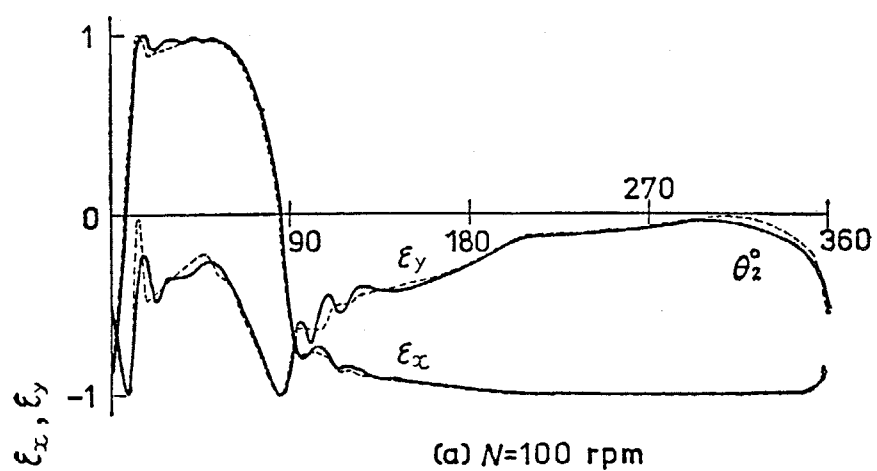


图 3·4·4 对偶素間相对变位 (o- x y 座標)

〔 0100 機構, $C_2/r_{22}=0.0143$
 实線: 实验結果, 破線: 理論結果 〕

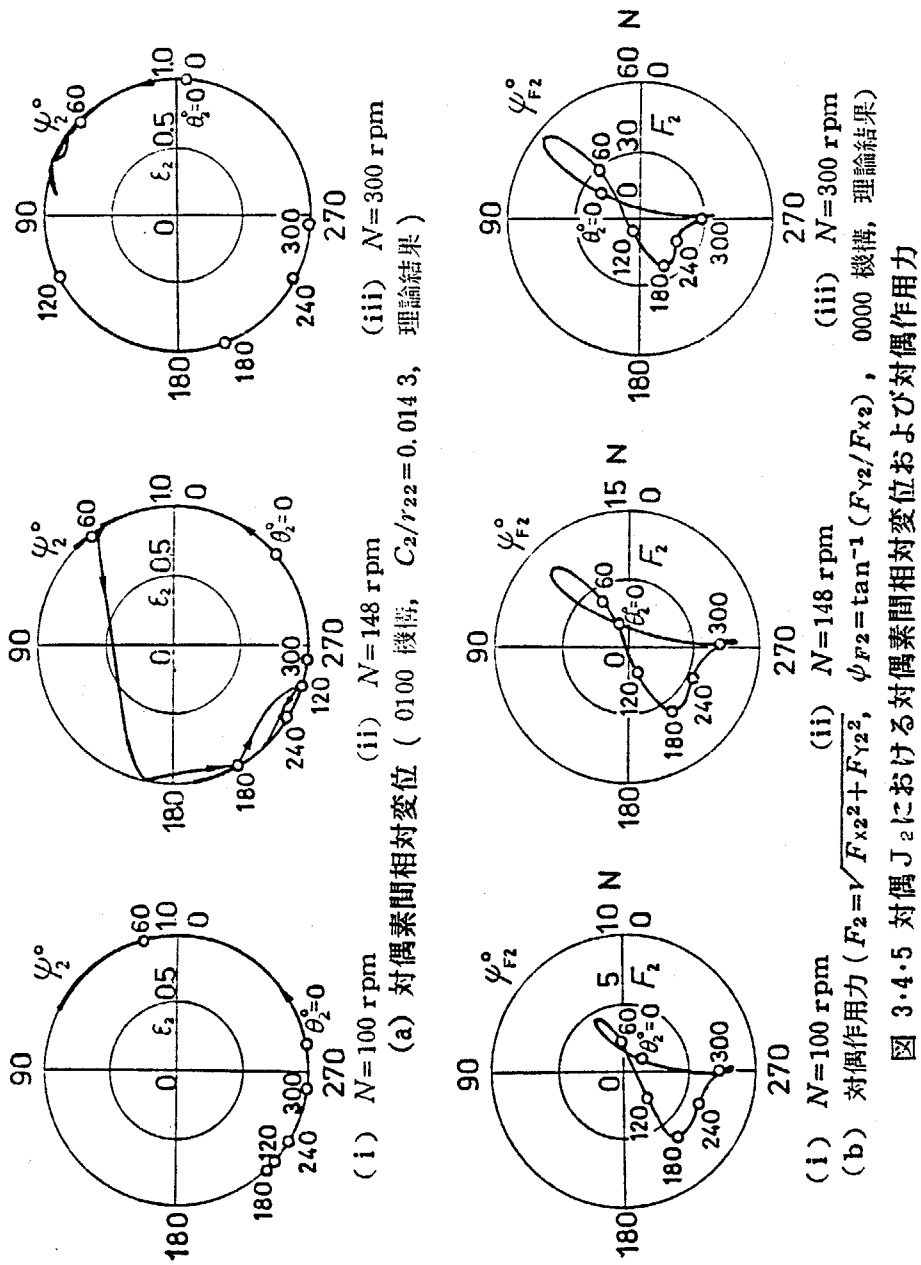


図 3.4.5 対偶 J_2 における対偶素間相対変位および対偶作用力

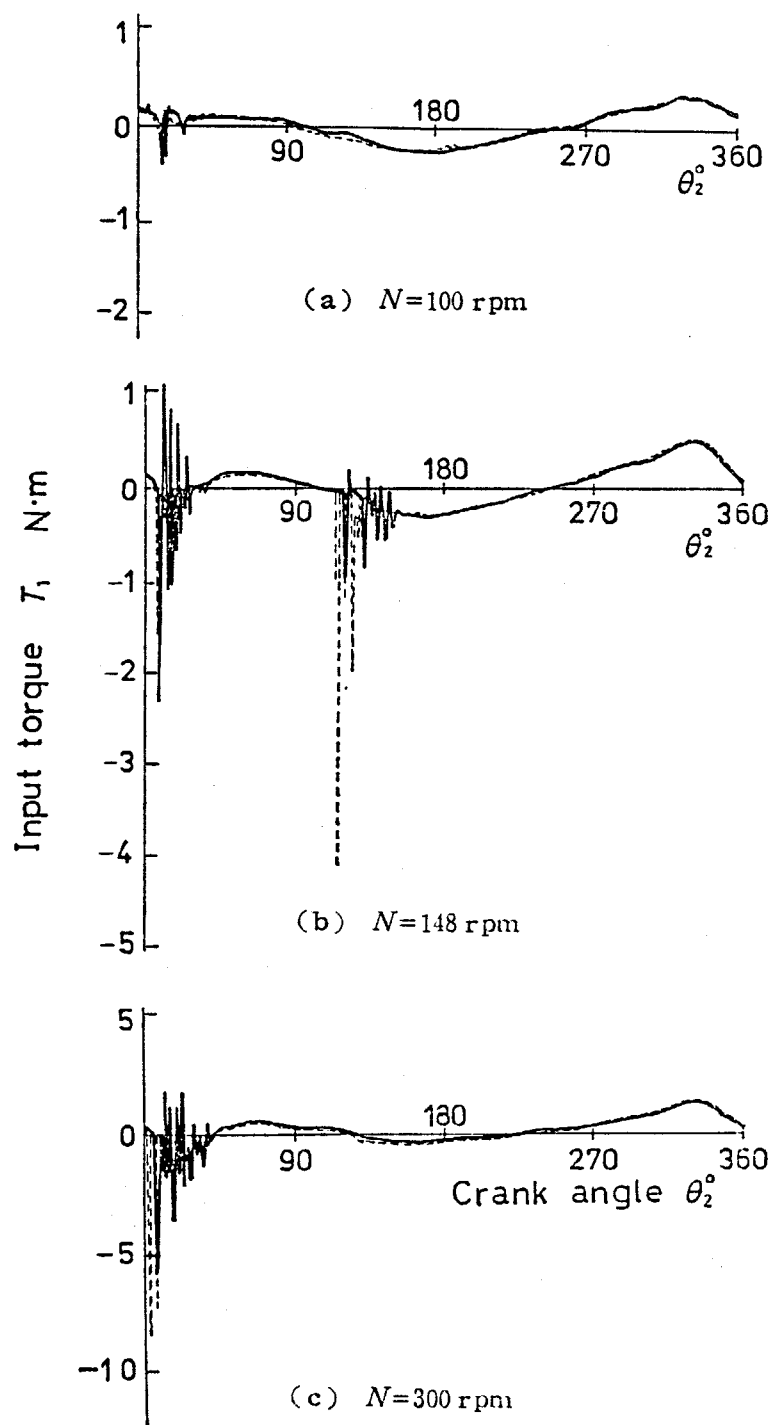


図 3.4.6 入力トルク変動

0100 機構, $C_2/r_{22}=0.0143$
 実線: 実験結果, 破線: 理論結果

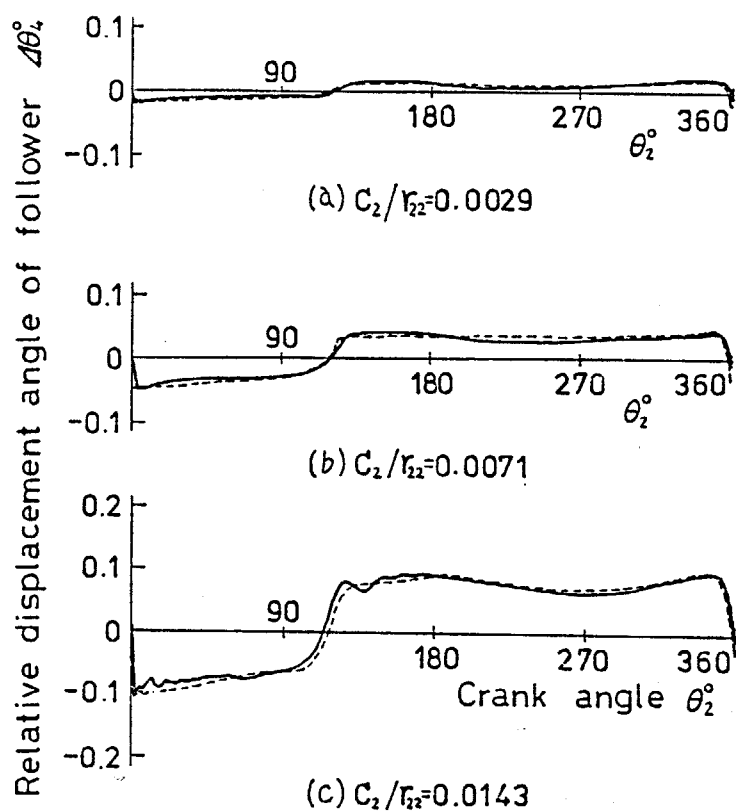


圖 3.4.7 從動節角變位誤差

— { 0100 機構, $N=300$ rpm
 實線：實驗結果，破線：理論結果 }

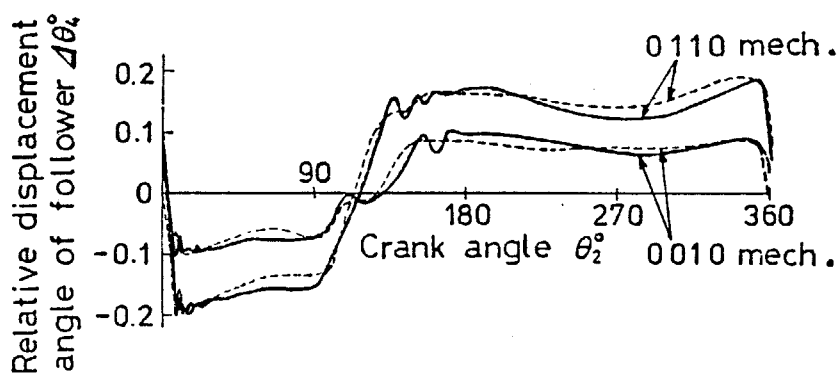


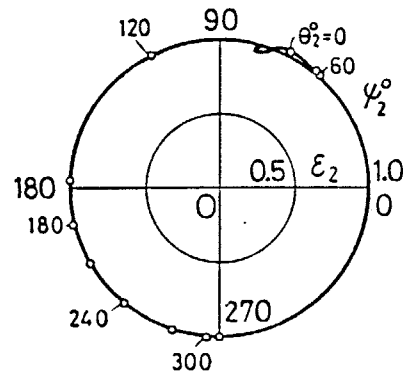
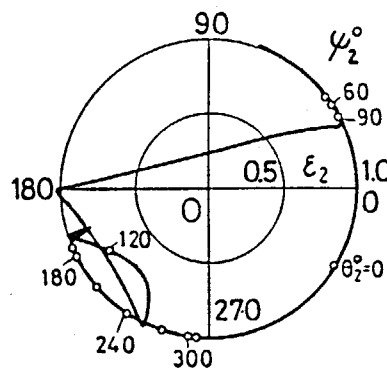
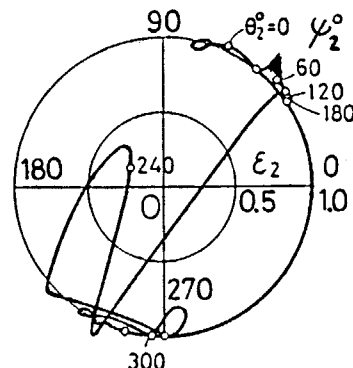
圖 3.4.8 從動節角變位誤差

{ $N=300$ rpm, $C_2/r_{22}=C_3/r_{43}=0.0143$
 實線：實驗結果，破線：理論結果 }

表 3.4.3 機構の諸元

l_1	100.0 mm	r_{22}	7.0 mm
l_2	40.0 mm	r_{43}	7.0 mm
l_3	80.0 mm	r_{14}	7.0 mm
l_4	80.0 mm	M_2	0.558 kg
l_{G2}	10.2 mm	M_3	0.402 kg
l_{G3}	40.0 mm	M_4	0.710 kg
l_{G4}	68.6 mm	I_2	$7.424 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G2}	0.0°	I_3	$5.884 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G3}	0.0°	I_4	$1.118 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
β_{G4}	0.0°		

(注) 表3.4.2と比較して中間節の重心 l_{G3} , β_{G3} が異なる

(a) $N = 500 \text{ rpm}$ (b) $N = 148 \text{ rpm}$ (c) $N = 500 \text{ rpm}$, 負荷あり図 3.4.9 対偶素間相対変位 (0100 機構, $C_2/r_{22} = 0.0143$)

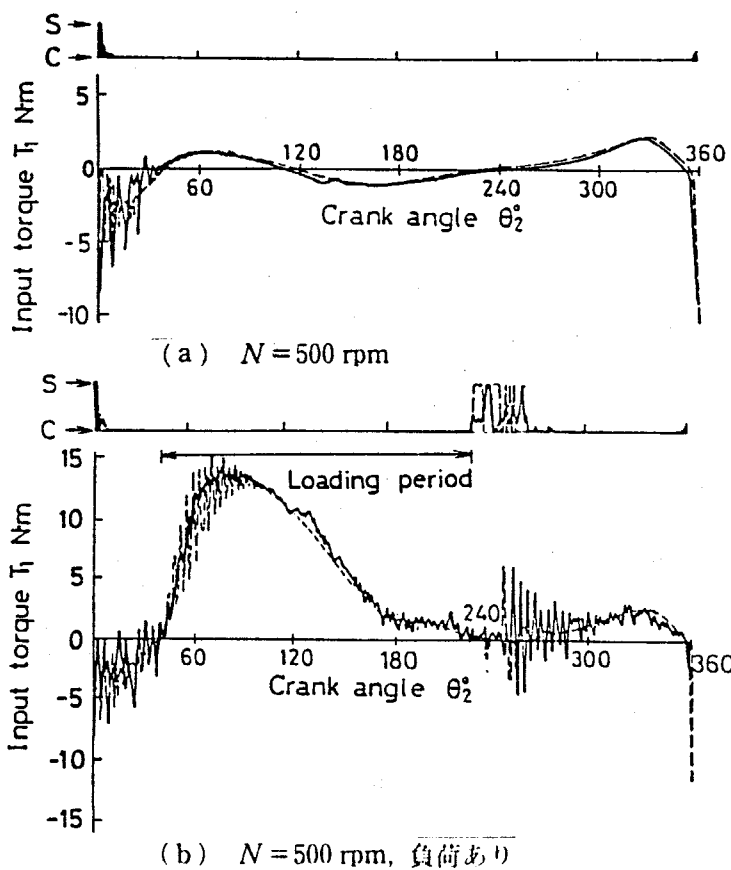


図 3.4.10 対偶素間の接触, 分離と入力トルク変動

[S: 分離, C: 接触, 実線: 実験結果, 破線: 理論結果]

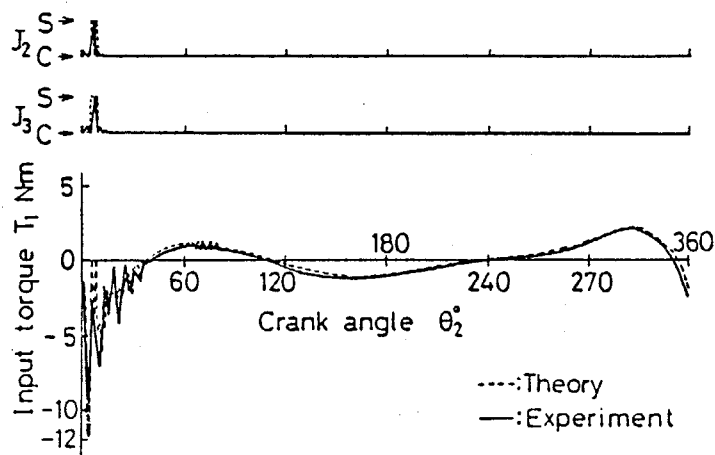
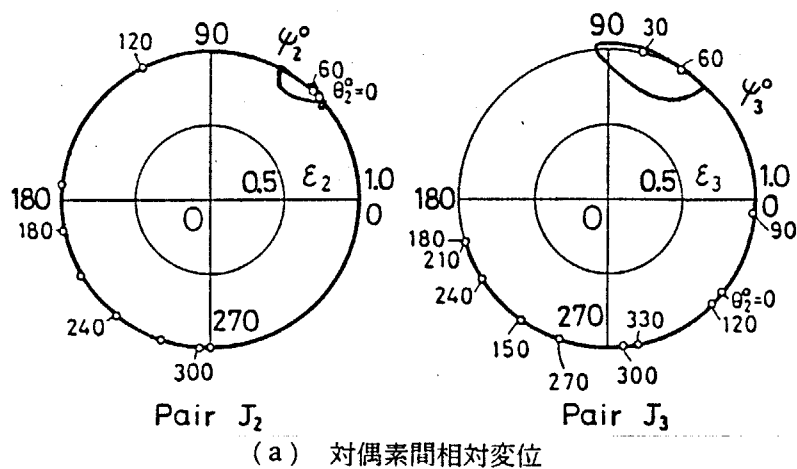


図 3.4.11 対偶素間相対変位と入力トルク変動 (0110 機構, S: 分離, C: 接触, $N = 500 \text{ rpm}$, $C_2/r_{22} = 0.0143$, $C_3/r_{43} = 0.0143$)

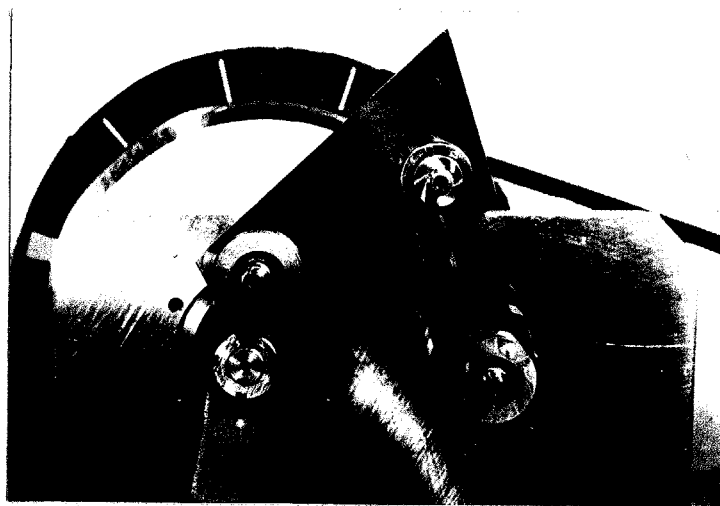


図 3.4.12 実験装置

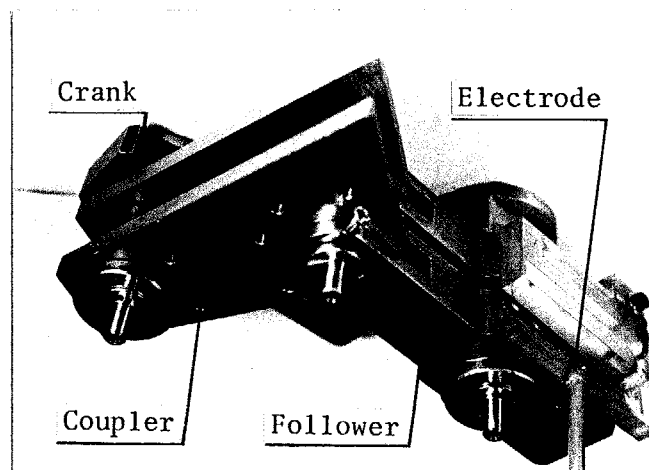


図 3.4.13 従動節角変位誤差測定用の実験装置

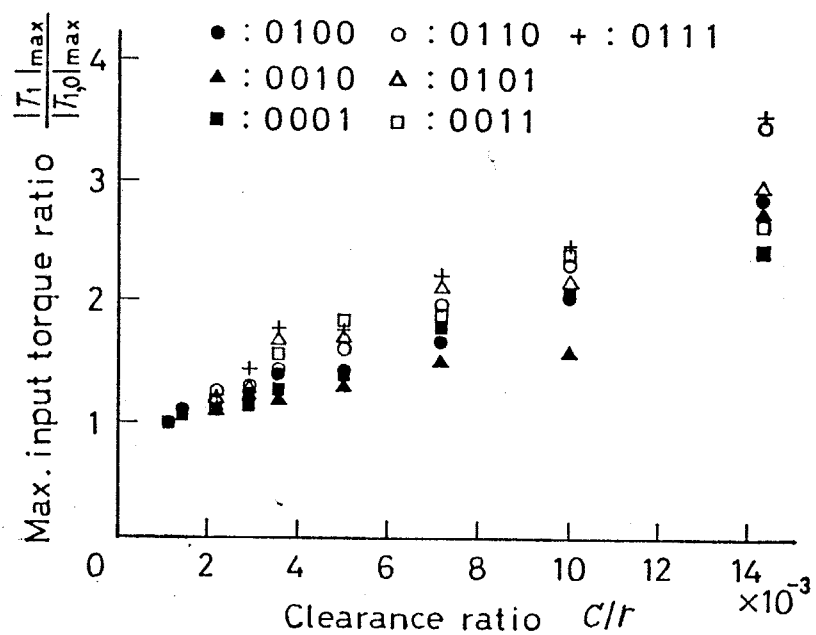


図 3.4.14 すきま比とトルク比との関係

(N=500 rpm, 実験結果)

3・5 平面4節機構の加減速時の動特性

3・5・1 理論解析

3・2 および3・3 では、原動節が等速回転し、各動節が鉛直平面内を運動する対偶に遊びのある一自由度平面 n 節機構について、対偶の遊びの有無ならびに対偶素間の分離、接触にかかわらず適用できる動節の運動方程式ならびに対偶の拘束条件式を導出し、対偶に遊びのあるスライダクランク機構ならびに平面4節回転揺動機構について、遊びのある対偶の数および位置が対偶素間相対変位、機構出量および入力トルク変動に及ぼす影響を明らかにした。

3・2 で述べたように、平面 n 節機構では、対偶 J_i の拘束条件式の数 2 、動節 j の運動方程式の数は並進 2 、回転 1 の合計 3 であるから、動節の数が $n-1$ であることを考慮すると合計 $5(n-1)$ の方程式が得られる。これらの式中、未知数は $T_1, F_{x_i}, F_{y_i}, \ddot{X}_j, \ddot{Y}_j, \ddot{\theta}_j$ ($i=1, 2, \dots, n; j=3, 4, \dots, n$) の $5(n-1)$ であるから $5(n-1)$ の方程式を解くことによって各節の運動を知ることができる。ここで、 T_1, F_{x_i}, F_{y_i} はそれぞれ入力トルク、対偶 J_i の作用力の X, Y 方向成分であり、 $\ddot{X}_j, \ddot{Y}_j$ および $\ddot{\theta}_j$ はそれぞれ動節 j の X, Y 方向の並進および回転の加速度である。

さて、上述の $5(n-1)$ の未知数には原動節の加速度 $\ddot{X}_2, \ddot{Y}_2$ および $\ddot{\theta}_2$ が含まれていないので、原動節が不等速運動する場合でも、時間 t に対して原動節の角変位、角速度および角加速度が既知の場合には、 $5(n-1)$ の方程式をそのまま適用することができる。

3・5・1・a 初期値の決定

表3・4・3に示す諸元を有する平面4節機構を取り上げ、その起動から停止に至る特性を解析する。原動節動対偶にのみ遊びのある場合を考えると、原動節角変位の他に、たとえば中間節と従動節の二つの角変位 θ_3, θ_4 を与えなければ機構内の各動節の位置は定まらない。そこで、数値解析を行う際には、時間 t が零の時の初期値 $\theta_3, \theta_4, \dot{\theta}_3$ および $\dot{\theta}_4$ が必要である。これら四つの初期値のうち θ_3 と θ_4 は、対偶の遊びを含む機構の閉回路方程式から、原動節角変位 θ_2 、各節長および対偶 J_2 の半径すきま $C_2 (= r_{32} - r_{22})$ が既知の場合には、対偶 J_2 の偏心角 ψ_2 の関数となる。そこで、これらの値を求めるために、中間節3および従動節4それぞれの並進および回転の運動方程式における速度と加速度の項を零として得られる式を変形し、対偶 J_2 の作用力の法線および接線方向成分 F_{n2}, F_{t2} を求めれば、 g を重力加速度として、次式となる。

$$\begin{aligned} F_{n2} &= (A_3 B_2 - A_2 B_3) / (A_1 B_2 - A_2 B_1) \\ F_{t2} &= (A_1 B_3 - A_3 B_1) / (A_1 B_2 - A_2 B_1) \end{aligned} \quad (3.5.1)$$

ただし、 $A_1 = -l_3 \sin(\theta_3 - \psi_2)$, $A_2 = l_3 \cos(\theta_3 - \psi_2) + r_{32}$

$$A_3 = -M_3 g (l_3 \cos \theta_3 - l_{G3} \cos(\theta_3 + \beta_{G3}))$$

$$B_1 = -l_4 \sin(\theta_4 - \psi_2), B_2 = l_4 \cos(\theta_4 - \psi_2)$$

$$B_3 = -M_3 g l_4 \cos \theta_4 - M_4 g (l_4 \cos \theta_4 - l_{G4} \cos(\theta_4 + \beta_{G4}))$$

ここで、 μ_0 を実験装置を考慮して、対偶素間の静止摩擦係数として、対偶素が互い

に静止している条件式

$$|F_{t2}| \leq \mu_0 F_{n2} \quad (3.5.2)$$

に式(3.5.1)を代入して θ_2 , ψ_2 をそれぞれ 0° から 360° まで順次変化させ, 式(3.5.2)を満足する ψ_2 , θ_3 および θ_4 を求める. 表3.4.3の諸元を有する平面4節機構について, $\mu_0 = 0.2$, $C_2/r_{22} = 0.0143$ として式(3.5.2)を満足する ψ_2 , θ_3 および θ_4 を, 原動節角変位に対して示せば図3.5.1となる. 同図において帯状の部分が式(3.5.2)を満たす ψ_2 の領域であり, 実線は θ_3 , 破線は θ_4 を表す. この θ_3 と θ_4 それぞれは, ψ_2 と同様, 帯状の領域であるが図3.5.1では一本の曲線のように見える. これは対偶の遊びが節長に比べて小さいためである. 同図から θ_2 を与えれば角変位 θ_3 , θ_4 が求まり, また角速度 $\dot{\theta}_3$, $\dot{\theta}_4$ は, $t = 0$ で零とする.

3.5.1.b 理論結果

理論解析において, 対偶 J_2 のすきま比 C_2/r_{22} は0.0143とし, 起動時の原動節角速度は次式で与える.

$$\dot{\theta}_2 = \omega_0 (1 - e^{-t/T}) \quad (3.5.3)$$

ただし, ω_0 , T および t はそれぞれ等速作動時の角速度(rad/s), 時定数(s)および時間(t)を表す.

具体例として, 起動時の原動節角変位 θ_2 を 0° , ω_0 を52.36 rad/s (500 rpm)とし, 時定数が, 0.1, 0.3および0.5sの場合を取り上げる. この場合, 数値解析に必要な初期値は, $\theta_2 = 0^\circ$ ($t = 0$)のときの値を採用し, $\theta_3 = 68.062^\circ$, $\theta_4 = 292.13^\circ$ ($F_{t2} = 0$ となる θ_3 , θ_4), $\dot{\theta}_3 = 0$, $\dot{\theta}_4 = 0$ である.

図3.5.2は, 時定数が0.1, 0.3および0.5sの場合の原動節角速度と時間の関係を示したものである. また, 原動節動対偶に遊びのない場合とある場合について, 原動節の運動を図3.5.2のように与えたときの入力トルク変動を対偶素間の接触・分離とともに示せば, 図3.5.3(a)~(c)となる. (a)~(c)の上図は遊びのない場合, 下図は遊びのある場合であり, これらの横軸は最下線の時間軸と同じであり, この時間軸上の・印は原動節角変位 θ_2 が零である時刻を表す. また, 時間軸の左にある記号cは対偶素間の接触, 時間軸から垂直に記号sの位置までの線分は, そこで分離が生じていることを表し, これにより, 時々刻々の対偶素間の接触, 分離の有無が把握される. 同図のいずれの場合にも, 原動節角変位 $\theta_2 = 0^\circ$ 付近で入力トルクにパルス状の変動があり, 3.4で述べた機構の等速作動時に見られる $\theta_2 = 0^\circ$ 付近の対偶素間の分離は, 機構の加速時および減速時にも生じていることがわかる. 入力トルク変動に関する対偶に遊びのない機構との比較では, 遊びのある機構の波形が遊びのない機構の波形をほぼ基本として変動しており, 両者の微少な差異は遊びのある対偶の対偶素間の相対運動に起因している. 時定数が入力トルク変動に及ぼす影響は, 時定数が小さいほど, 一定周期の入力トルクが生じるまでの時間が短くなるとともに, 入力トルクの値が大きくなる傾向を示すことがわかる.

3・5・2 実験および検討

3・5・2・a 実験

3・4 で用いた実験装置により，起動時の原動節角変位として 0° ， 90° ， 180° および 270° の4種類を採用し，それぞれ実験を行った．実験では，時刻 $t=0$ で起動し， $t=2$ sで停止を指令し，その後機構が停止するまでの約8秒間の運動を解析した．図3・5・4の破線は，4種類の起動時の原動節角変位のうち $\theta_2=0^\circ$ の場合の，タコジェネレータによって検出された原動節角速度と時刻との関係を示す．この図から，ほぼ $t=1.2$ sで一定速度に達し， $t=2.2$ sで原動節角速度が減少し， $t=8.4$ sで停止することがわかる．また，数値解析における原動節角速度は，実測した原動節角速度を，一定速度に達するまでは式(3・5・3)と同形式の指数関数で近似し，一定速度から停止するまでは一次関数で近似したものをを用いた．図3・5・4の実線がその近似した関数を表す．

3・5・2・b 検討

図3・5・5は，対偶 J_2 に遊びのある機構について，原動節が図3・5・4のように運動する時の $0 \leq t \leq 0.794$ s， $6.34 \leq t \leq 6.76$ sの場合の，対偶 J_2 における節2側の対偶素中心に対する節3側の対偶素中心の運動軌跡を表す．図中の記号の意味は3・3で述べたものと同じである．図3・5・5(a)～(d)から，機構が起動時からほぼ等速で作動するまでの間に， $\theta_2=0^\circ$ 付近での対偶素間の微小な揺動運動および分離が把握される．ついで，原動節が図3・5・4のように運動した場合の入力トルク変動と対偶素間の接触，分離に関する実験結果および理論結果を図3・5・6および図3・5・7に示す．なお，これらの図は紙面の都合上，現象を時間で四つに分割して表示している．図3・5・6および図3・5・7から，実験結果と理論結果における対偶素間の分離の発生する時刻と入力トルクにパルス状の変動が発生する時刻は，ほぼ一致していることがわかる．なお，この対偶素間の分離については，5・2・4項において詳述する．

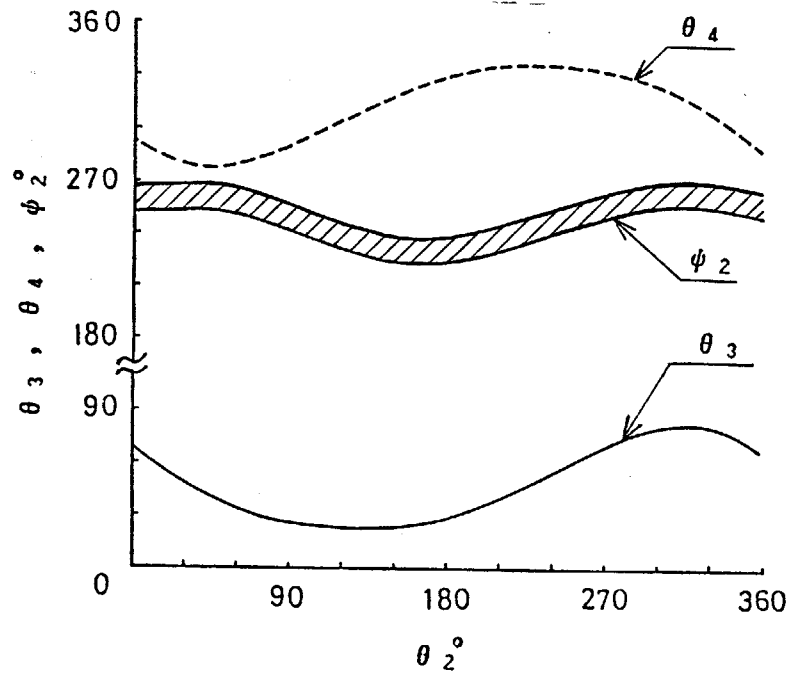


図 3-5-1 静止時の動節の角変位と遊びのある対偶の偏心角

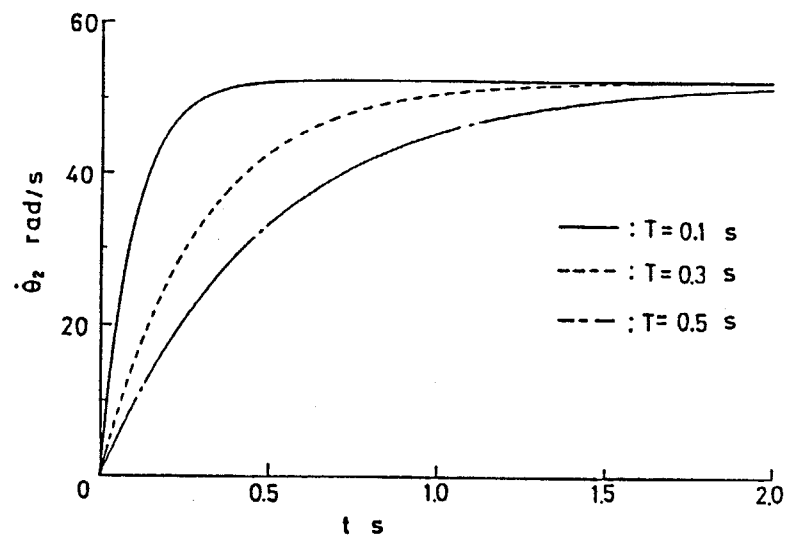


図 3-5-2 時定数の変化に対する起動時の原動節角速度

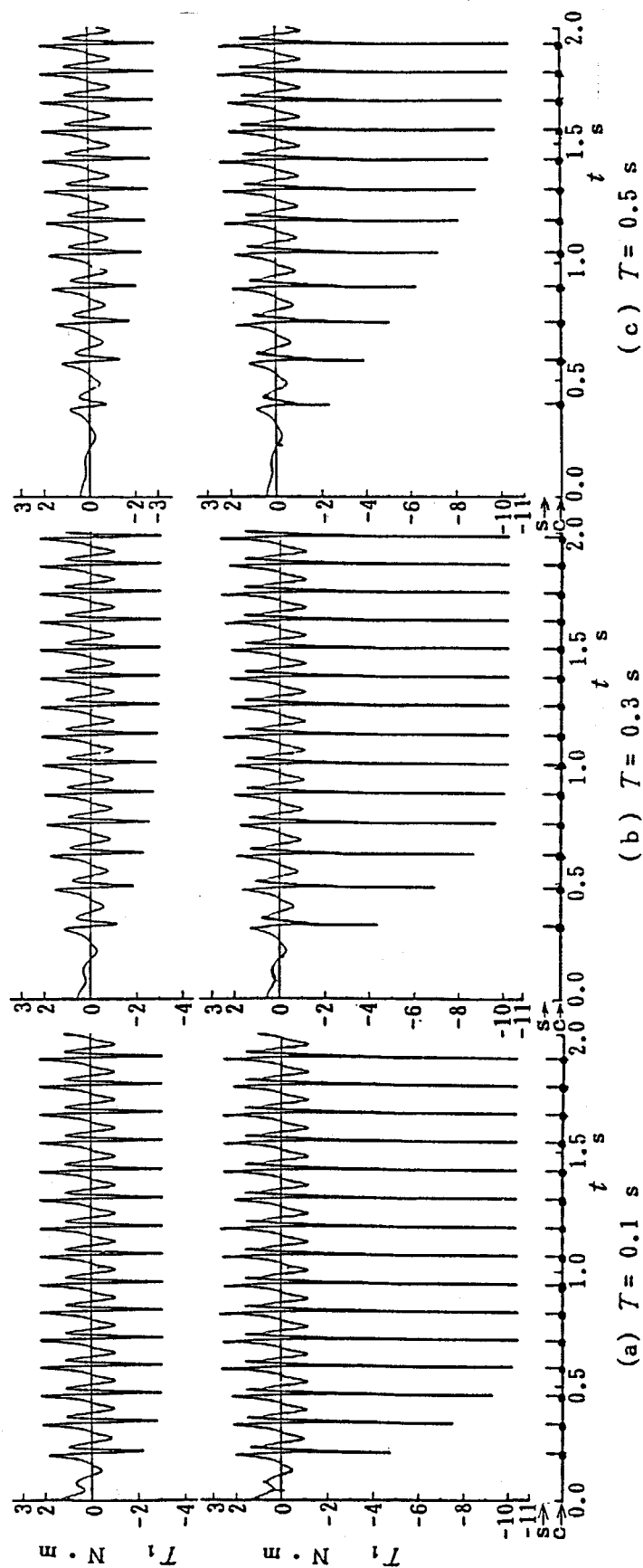


図 3.5.3 対偶の遊びの有無に対する入力クロック変動と対偶素間の相対変位 (理論結果)

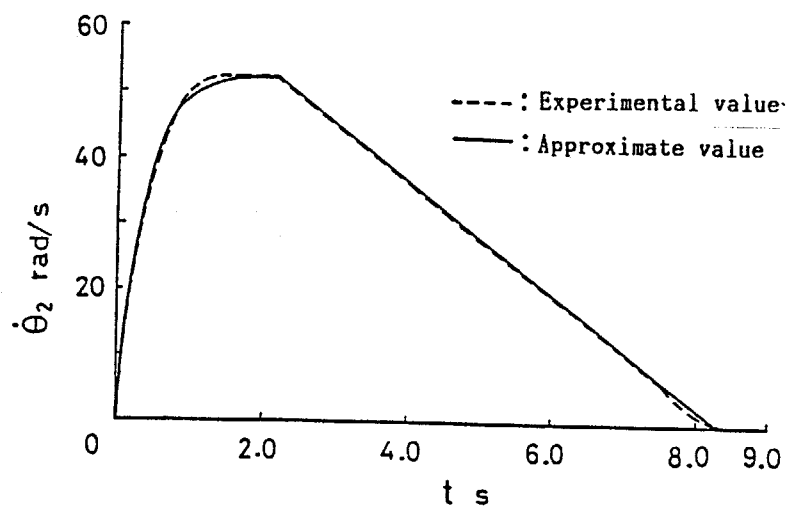
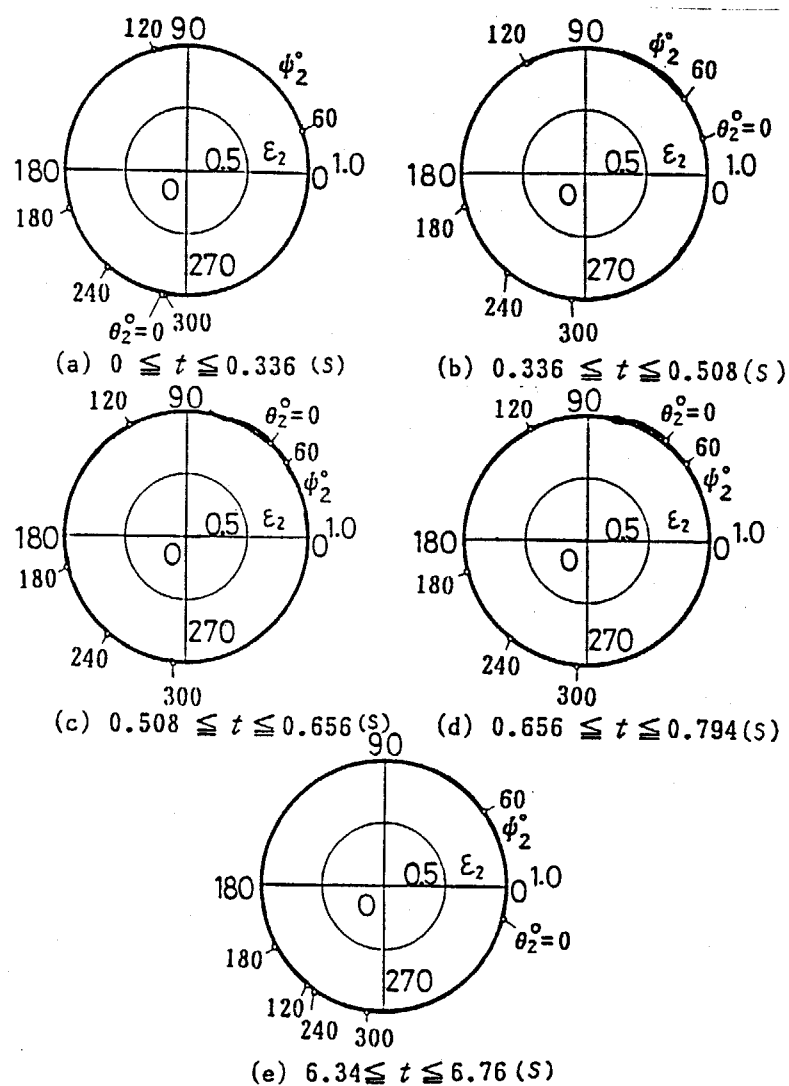
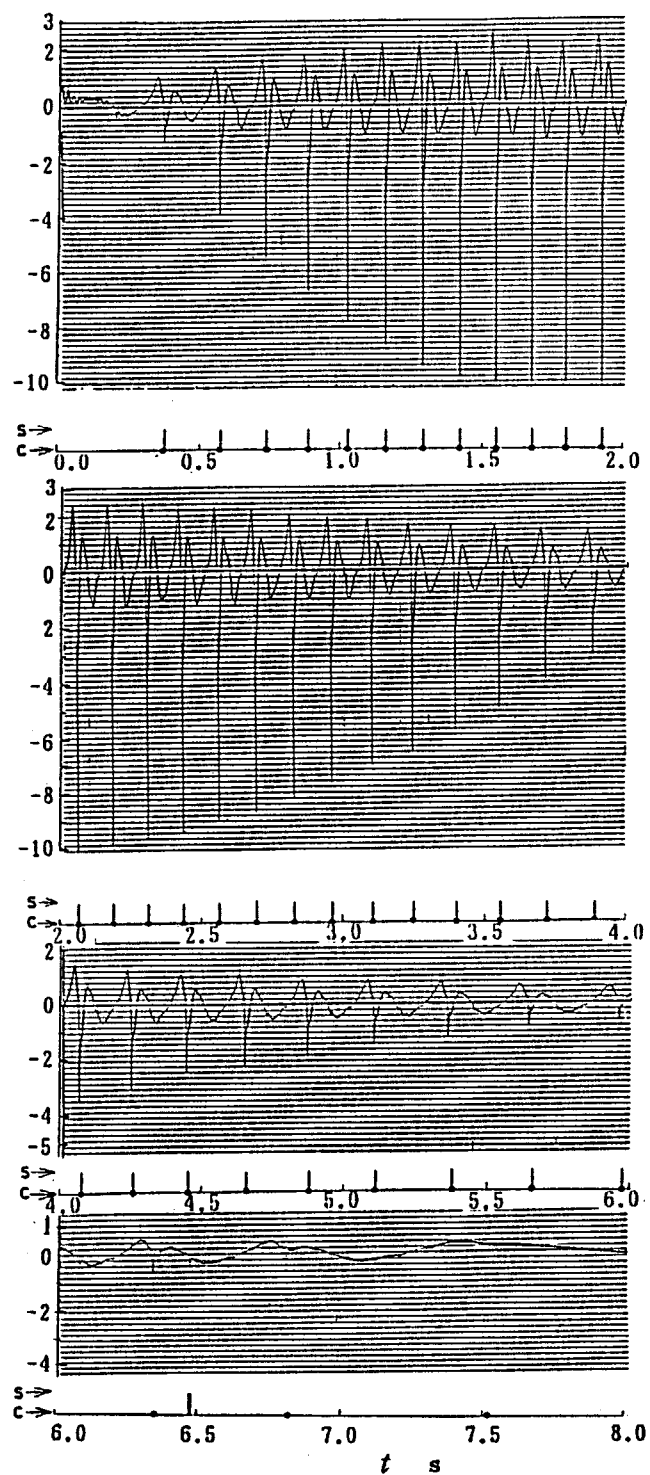


図 3・5・4 原動節角速度

図 3・5・5 対偶 J_2 の対偶素間の相対変位 (理論結果)



3-5-6 入力トルク変動と対偶素間の接触・分離
(実験結果, c:接触, s:分離)

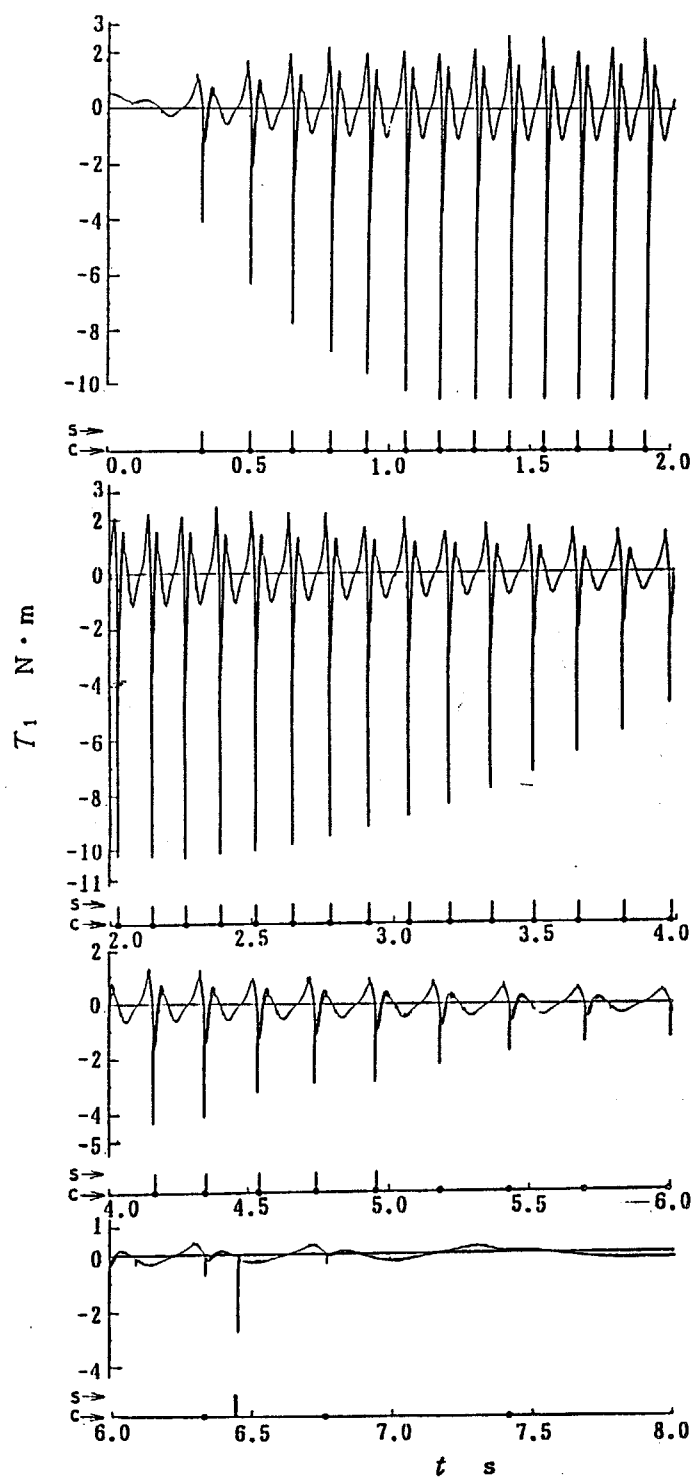


図 3-5-7 入力トルク変動と対偶素間の接触・分離
(理論結果, c:接触, s:分離)

3・6 結言

本章では、まず、複数の対偶に遊びのある自由度1の平面多節機構について、任意の動節について成立する運動方程式と対偶の拘束条件式を導出した。ついで、原動節が等速回転し、原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構および複数の対偶に遊びのある平面4節回転揺動機構を取り上げ、その理論的ならびに実験的解析を行い、対偶の遊びが対偶素間の相対変位、入力トルク変動および機構出量へ及ぼす影響を明らかにした。さらに、原動節が加速、等速および減速運動する平面4節回転揺動機構を取り上げ、機構の動特性を理論的ならびに実験的に明らかにした。本章で得られた結果は次のとおりである。

(1) 複数の対偶に遊びのある平面多節機構について、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して、機構内の任意の動節について成立する運動方程式と対偶の遊びの有無や対偶素間の接触、分離にかかわらず適用できる対偶の拘束条件式を求めた。これらによって複数の対偶に遊びのある平面多節機構の運動方程式を機械的に得ることが可能であり、この方程式を解けば各節の変位、対偶素間相対変位、対偶作用力、入力トルク変動などがただちに得られる。

(2) 原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構に関する理論結果と実験結果は一致しており、次のことが明らかになった。

(i) 原動節回転速度が $N=170$ rpm 付近においては両対偶素中心が大きく分離してほぼ同心となる状態があり、それより低い回転速度 $N=160$ rpm 以下では中間節側対偶素中心が原動節側対偶素中心の下側に位置し、高い回転速度 $N=200$ rpm になると中間節側対偶素中心は原動節側対偶素中心のまわりを回転するようになる。この現象は遊びのない機構における対偶作用力ベクトル先端が描く軌跡によって予測することができる。

(ii) 対偶に遊びがあると対偶素が分離状態から接触状態へ移るときに、パルス状のトルク変動が発生し、その大きさは、すきまが大なる程弾性変形量も大となって、大きくなり、また原動節回転速度が高い程大となる。また、対偶素が互いに分離しているとき、トルク変動は零である。

(iii) スライダ変位は、遊びが無い場合に対してほぼ対偶すきまに等しい量だけ増大している状態と減少している状態が交互に現れ、この状態変化は対偶素の偏心角がほぼ $\pi/2$ または $3\pi/2$ rad のときに生じる。

(iv) 理論結果および実験結果から、比較的低い作動速度においても対偶素は互いに分離し、対偶の遊びが機構の動特性に大きな影響及ぼすことがわかった。

(3) 鉛直面内で原動節が等速回転する平面4節回転揺動機構を例にとって、原動節静止対偶を除く各対偶の遊びが機構の動特性に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に解析し、次の結果を得た。

(i) 平面機構の運動を記述する一般式から各対偶に遊びをもつ4節機構の運動方程式が機械的に導出されることを具体的に示しその数値解が実験結果と一致することを示した。

(ii) 対偶素間の分離には、(a) 機構に生じる慣性力が大きく、対偶素の弾性変形に依存して、対偶素が互いに接触しながら急激な相対運動を行って大きく弾性変形した直後

に発生する場合、(b)鉛直平面内を運動する機構で、低速作動時に対偶素の急激な相対変位や大きな弾性変形を伴うことなく発生する場合、(c)従動節への負荷の有無による対偶素間の急激な相対運動を伴って発生する場合、があり、これに伴ってパルス状の入力トルク変動が発生する。これらの現象の中で、(a)では、0000機構の対偶作用力の大きさが大で、かつ方向が急変した直後の原動節の位置において対偶素間に衝突現象が生じ、原動軸にパルス状のトルクが発生する。この場合の対偶素間の分離量は(b)のそれに比べてかなり小さい。(b)では、特定の原動節回転速度においてその対偶素間に大きな分離、衝突が起こり、原動軸にはパルス状の大きなトルク変動が発生する。この現象はスライダクランク機構についての解析結果と同じであり、この特定の回転速度は、0000機構における対偶作用力ベクトルの先端が描く軌跡から推定することができる。

(iii) 入力トルク変動は原動節回転速度が大なる程、また対偶すきまが大なる程大であり、その増大率は遊びのある対偶が多い機構ほど大である。またすきまがある特定の値以下になると入力トルクは遊びのない機構のそれにほぼ等しくなる。

(iv) 従動節角変位誤差は対偶の遊びが大なる程大で、遊びの大きさがある値以上になると角変位に振動が現れる。従動節静止対偶に遊びがない機構においては、中間節上の両対偶における遊びは従動節角変位に対してほぼ同じ効果を与え、両対偶に遊びのある機構の角変位誤差は、原動節動対偶にだけ遊びのある機構および従動節動対偶にだけ遊びのある機構の角変位誤差の和にほぼ等しい。

(4) 原動節動対偶に遊びのある平面4節回転揺動機構において、原動節が加速、等速および減速運動する場合の動特性を理論的ならびに実験的に明らかにし、次の結果を得た。

(i) 本章で導出した機構の運動方程式は、原動節が等速で作動する場合も、加速および減速運動する場合も適用できることを示すとともに、機構内の対偶素が互いに摩擦によって静止している条件から運動方程式を解く場合に必要な初期値を決定し、機構の数値解析を可能にした。

(ii) 対偶素間の接触、分離の発生位置と入力トルク変動に関する理論結果と実験結果が一致していることを示すとともに、機構の等速作動時に、対偶素が互いに接触しながら急激な相対運動を行って大きく弾性変形した直後に見られる対偶素間の分離は、機構の加速時および減速時にも生じていることがわかった。理論結果と実験結果における対偶素間の分離の発生する時刻と入力トルク変動にパルス状のトルク変動が発生する時刻は、ほぼ一致しており、機構の等速作動時に見られる現象と同様の現象が機構の加速時および減速時にも見られることがわかった。

第4章 節の弾性を考慮した機構の動的解析

4・1 緒言

前章では、対偶に遊びがあり対偶素が弾性変形する剛体節からなる機構の動的解析を行ったが、本章では、さらに機構の高速化と軽量化を図るために、対偶の遊びとともに節の弾性を考慮して機構の動特性を明らかにする。

機構の軽量化は節の形状・寸法と材料を適切に選択・決定することにより実現される。節の形状については、節の理想運動平面内での薄形化と節の理想運動平面直角方向の薄形化とが考えられる。理想運動平面内で薄形化された節を有する機構では、慣性力が節の弾性変形に直接作用するため、節の弾性は機構の動特性に大きな影響を及ぼす。また、理想運動平面直角方向に薄形化された節が平行平面上にオフセットして配置された機構では、動節の理想運動平面直角方向の変位が大きく、その三次元運動が機構の信頼性を著しく低下させる恐れがある。さらにこのような機構において、機構が円滑に作動するために必要な対偶の遊びと機構の動特性の関係を把握することが重要であるが、そのためには従来のように動節の平面運動のみを論じるのでは不十分であり、弾性節の理想運動平面直角方向変位を考慮した解析が必要である。

そこで、本章では、4・2において、動節がその理想運動平面内に弾性変形する平面機構をとりあげ、節の曲げ剛性ととともに、対偶の遊びが対偶素間相対変位、対偶作用力および弾性節の横振動に及ぼす影響を理論的に明らかにし、実験的検討を加えるとともに、弾性節の共振の抑制について述べる。

つぎに、4・3において、動節の平行平面上へのオフセットおよび理想運動平面外への弾性変形を考慮して、平面機構の運動方程式を導出し、これを平面4節機構に適用して数値解析を行うとともに実験的検討を加え、節の弾性とオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を明らかにする。

ついで、4・4では、4・3で取り上げた機構において、さらに対偶の遊びを考慮した場合について、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して運動方程式を導出し、これを平面4節機構に適用し、対偶の遊びとオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に明らかにする。

4・5では、本章で得られた結果をまとめて述べる。

4・2 動節の理想運動平面内の弾性変形を考慮した機構の解析

本節では平面機構について、対偶の遊びと節の弾性が対偶素間相対変位、対偶作用力および弾性節の横振動に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に明らかにするとともに、動特性の改善について述べることにする。

4・2・1 機構の運動方程式

各節が鉛直面内を運動する平面リンク機構において原動節が等速回転する場合を考える。静止節を1，原動節を2として各節に順次番号を付すとき、動節*i*が両対偶に遊びのある弾性節であるとして、その形状、対偶作用力を図4・2・1に示す。図4・2・1において鉛直上向きに*Y*軸をとり、原動節静止対偶点を*O*として静止直交座標系*O-X_iY*を考える。いま、動節*i*の弾性的挙動を把握するために、節*i*をオイラー・ベルヌーイの理論に従うはりとみなし、さらに節*i*の弾性部分を n_i 分割し、これを n_i 個の集中質量に置き換えることによって、両対偶部を含めた $n_i + 2$ 個の質点からなるばね・質点系の運動として取り扱う。

4・2・1・a 動節の運動方程式

図4・2・1に示す動直交座標系 $o_i - x_i y_i$ は、節*i*の重心 $G_i(X_i, Y_i)$ を原点 o_i とし、弾性節のたわみ曲線を直線近似して x_i 軸としている。したがって次式が成立する。

$$\sum_{j=0}^{n_i+1} m_{ij} \ddot{y}_{ij} = 0, \quad \sum_{j=0}^{n_i+1} m_{ij} x_{ij} \ddot{y}_{ij} = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 1)$$

ここに、 m_{ij} は節*i*上の*j*番目の質点の質量、 x_{ij} および y_{ij} は質点 m_{ij} の節中心線方向および直角方向の座標である。

図4・2・1の節*i*上の対偶 $J_k (k=i-1, i)$ において、節*k*+1から節*k*に作用する力の x_i, y_i 方向成分を Q_{ik}, P_{ik} とし、 x_i 軸と*X*軸とのなす角を θ_i とすれば、節*i*の運動方程式はつぎのようになる。

$$Q_{ii} - Q_{ii-1} + \sum_{j=0}^{n_i+1} D_{ixj} = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 2)$$

$$P_{ii} - P_{ii-1} + \sum_{j=0}^{n_i+1} D_{iyj} = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 3)$$

$$M_{i0} - \sum_{j=0}^{n_i+1} (D_{ixj} y_{ij} - D_{iyj} x_{ij}) = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 4)$$

$$(EI)_{i1} \left(\frac{16}{3} y_{i0} - 8 y_{i1} + \frac{8}{3} y_{i2} \right) / (8\xi_i)^2 = M_{i1} \quad (4 \cdot 2 \cdot 5)$$

$$(EI)_{ij} (2y_{i,j-1} - 4y_{ij} + 2y_{i,j+1}) / (8\xi_i)^2 = M_{ij} \quad (j=2, 3, \dots, n_i-1) \quad (4 \cdot 2 \cdot 6)$$

$$(EI)_{in_i} \left(\frac{8}{3} y_{in_i-1} - 8y_{in_i} + \frac{16}{3} y_{in_i+1} \right) / (8\xi_i)^2 = M_{in_i} \quad (4 \cdot 2 \cdot 7)$$

$$\sum_{j=0}^{n_i+1} m_{ij} \ddot{y}_{ij} = 0, \quad \sum_{j=0}^{n_i+1} m_{ij} x_{ij} \ddot{y}_{ij} = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 8)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{ixj} &= -m_{ij} (\ddot{X}_i \cos \theta_i + \ddot{Y}_i \sin \theta_i \\ &\quad - x_{ij} \dot{\theta}_i^2 - y_{ij} \ddot{\theta}_i - 2\dot{y}_{ij} \dot{\theta}_i + g \sin \theta_i) \\ D_{iyj} &= -m_{ij} (-\ddot{X}_i \sin \theta_i + \ddot{Y}_i \cos \theta_i \\ &\quad + x_{ij} \ddot{\theta}_i + \dot{y}_{ij} - y_{ij} \dot{\theta}_i^2 + g \cos \theta_i) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} M_{i0} &= -x_{iA}P_{i-1} + y_{iA}Q_{i-1} + x_{iB}P_{ii} - y_{iB}Q_{ii} \\ M_{ij} &= (x_{iA} - x_{ij})P_{i-1} - (y_{iA} - y_{ij})Q_{i-1} \\ &\quad - \sum_{k=0}^j \{ (x_{ik} - x_{ij})D_{iyk} - (y_{ik} - y_{ij})D_{ixk} \} \\ \xi_i &= l_i / (2J) \end{aligned} \right\} \quad (4.2.9)$$

ここに、 $(EI)_{ij}$ は (x_{ij}, y_{ij}) における節の曲げこわさ、 (x_{iA}, y_{iA}) および (x_{iB}, y_{iB}) は対偶 J_{i-1}, J_i における力の作用点 A および B の x_i, y_i 座標、 l_i は弾性部分の長さ、 g は重力加速度である。

対偶 J_{i-1}, J_i に遊びがない機構の運動方程式は、 x_i 軸が対偶 J_{i-1} と J_i の中心を通るものとして式(4.2.2) ~ (4.2.7), (4.2.9)において $y_{i,0} = y_{i,j+1} = \dot{y}_{i,0} = \dot{y}_{i,j+1} = \ddot{y}_{i,0} = \ddot{y}_{i,j+1} = 0$ とすることにより、式(4.2.2) ~ (4.2.7), (4.2.9) と同形式の式で表される。

4.2.1.b 対偶の拘束条件式

上述の運動方程式を解くためには、さらに対偶の拘束条件式を付け加えなければならない。この拘束条件式は対偶に遊びがあるか否かによりつぎのようになる。

(1) 対偶に遊びがある場合 対偶 J_i における対偶素中心間の相対変位の X, Y 方向成分を e_{xi}, e_{yi} とすれば次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} e_{xi} &= X_{i+1} + x_{i+1,0} \cos \theta_{i+1} - y_{i+1,0} \sin \theta_{i+1} \\ &\quad - X_i - x_{i,j+1} \cos \theta_i + y_{i,j+1} \sin \theta_i \\ e_{yi} &= Y_{i+1} + x_{i+1,0} \sin \theta_{i+1} + y_{i+1,0} \cos \theta_{i+1} \\ &\quad + Y_i - x_{i,j+1} \sin \theta_i - y_{i,j+1} \cos \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (4.2.10)$$

ここで、 $(x_{i,j+1}, y_{i,j+1})$ および $(x_{i+1,0}, y_{i+1,0})$ はそれぞれ対偶 J_i における節 i 側の対偶素中心の x_i, y_i 座標および節 $i+1$ 側の対偶素中心の x_{i+1}, y_{i+1} 座標である。式(4.2.10)の e_{xi}, e_{yi} から求まる対偶素間相対変位 $e_i = \sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2}$ と半径すきま C_i から対偶素の弾性変形量 $\delta_i (= e_i - C_i)$ が求まり、その正負により、対偶素間の接触、分離が判断される。

対偶の拘束条件式は、式(3.2.5) ~ 式(3.2.14)がそのまま適用される。

なお、対偶作用力成分 Q_{ii} の方向と F_{oi} の方向とのなす角は、偏心角を $\psi_i = \tan^{-1}(e_{yi} / e_{xi})$ として、 $\psi_i - \theta_i$ である。

(2) 対偶に遊びのない場合 式(4.2.10)において、 $e_{xi} = 0, e_{yi} = 0$ とおき、これらを時間微分すれば、節 i と節 $i+1$ の重心間の加速度の関係式が得られる。なお各対偶点の位置は、剛体節からなる機構の各対偶点の位置と一致するものとする。

以上の動節の運動方程式と対偶の拘束条件式を組み合わせることにより、対偶の遊びの有無および対偶素間の接触、分離にかかわらず、弾性節を含む機構の解析が可能となり、その運動を知ることができる。

4.2.2 平面4節機構の理論解析

4.2.1 項で導出した運動方程式を図4.2.2 および表4.2.1, 4.2.2 に示す原動節動対偶 J_2 および従動節動対偶 J_3 に遊びがあり、中間節3が弾性節である2種類の平面4節

回転揺動機構 A, B に適用して理論解析を行う。機構 A は従動節の揺動角が 60° であり、中間節と従動節の相対角変位（伝達角） μ が $64.1^\circ \leq \mu \leq 132.1^\circ$ の機構である。機構 B は節長比が 3・4 で取り上げた対偶素間に分離のある機構の節長比と等しい機構であり、伝達角が $42.4^\circ \leq \mu \leq 110.4^\circ$ の機構である。表 4・2・1 および表 4・2・2 において l_i ($i=1, 2, 3, 4$) は節長, l_{Gi} は節中心線上の重心位置, M_i は質量, I_i は重心回りの慣性モーメント, r_{ij} は節 i 上の対偶 J_j における対偶素半径を表す。

いま、原動節 2 が等速回転する場合を考える。原動節回転速度を N rpm とすれば、角速度 $\dot{\theta}_2$ は $2\pi N/60$ rad/s で与えられる。中間節の運動方程式は式 (4・2・1) ~ (4・2・9) において $i=3$ とすることにより得られる。ただし弾性節の分割数 n_i は 3 とする。従動節の運動方程式は、対偶 J_3 の作用力の y_4 方向成分を P_{43} 、従動節の角加速度を $\ddot{\theta}_4$ とすれば、次式で表される。

$$-l_4 P_{43} + (I_4 + M_4 l_{G4}^2) \ddot{\theta}_4 = 0 \quad (4 \cdot 2 \cdot 11)$$

対偶 J_2 および J_3 の拘束条件式は式 (4・2・10) および式 (3・2・5) ~ (3・2・14) において、 $i=2$ および $i=3$ とすれば得られる。ただし式 (4・2・10) において、 $x_{24} = l_{G2}$, $y_{24} = 0$, $x_{40} = l_{G4}$, $y_{40} = 0$ である。

4・2・3 解析例

図 4・2・3 に示す中間節を有する機構 A, B について上述の運動方程式を数値積分し、機構の数値解析を行う。その際、式に含まれるたわみの加速度 $\ddot{y}_{3j}$ は、実際の弾性体内に存在する粘性を考慮して、 $\ddot{y}_{3j} - c'_{3j} \dot{y}_{3j}$ で置き換える。初期値は弾性節のたわみとその速度については零、他の変数とその時間微分については対偶に遊びがない機構の原動節角変位 $\theta_2 = 0^\circ$ における値を用いる。解は、各変数の値が 1 周期前の値と相対的な差異が見られなくなる 2 周期目を採用している。また式に含まれる定数などは実験装置を考慮し、 $i=2, 3$, $j=1 \sim 3$ として、つぎのように与える。

$$\left. \begin{aligned} P(\delta_2) &= a_2 \delta_2^{1.88} \text{ N}, P(\delta_3) = a_3 \delta_3^{1.70} \text{ N} \\ a_2 &= 4(4.43 - 1.35 \log_{10} C_2) \times 9.8 \\ a_3 &= 4(3.22 - 0.847 \log_{10} C_3) \times 9.8 \\ c_{n2} &= (4.0 \sim 5.3) \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{s/m} \\ c_{n3} &= (3.6 \sim 4.7) \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{s/m} \\ c_{ti} &= 0.0 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \mu_i = 0.05 \\ c'_{3j} &= 2.22 \times 10^4 \text{ s}^{-1} \\ (EI)_{3j} &= 7.37 \text{ N} \cdot \text{m}^2, \delta_i : \mu\text{m} \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 2 \cdot 12)$$

4・2・3・a 機構 A

図 4・2・4 および図 4・2・5 は、 $N=1050$ rpm, $C_2/r_{22} = 13.0 \times 10^{-3}$, $C_3/r_{43} = 1.40 \times 10^{-3}$ のときの対偶 J_i ($i=2, 3$) における弾性変形量 δ_i 、中間節中心線からの偏心角 $\theta_3 - \psi_2 - 180^\circ$, $\psi_3 - \theta_3$ および対偶 J_2, J_3 の作用力の節中心線直角方向成分の和を表す。

図4・2・6 は、対偶すきまに対する中間節上の3箇所のたわみ y_{31} , y_{32} , y_{33} のうち y_{32} を表す。なお y_{31} と y_{33} は y_{32} と比較して絶対値が小さく、変化の様子はほぼ同様の傾向を示す。

図4・2・4 から、対偶素間には分離が見られず、対偶 J_2 , J_3 ともに対偶素が互いに節中心線方向に接触している時に、図 4・2・5 に示す対偶 J_2 , J_3 の作用力の節中心線直角方向成分すなわち対偶作用力の接触面接線方向成分に高調波の振動が生じ、この作用力が図4・2・6 の $C_2/r_{22} = 13.0 \times 10^{-3}$ の場合に示すように節の横振動に影響を及ぼすと考えられる。また図4・2・4 の δ_2 , δ_3 と密接に関係する対偶作用力の接触面法線方向成分の高調波の振動は、その方向が同図の偏心角からわかるとおり節中心線方向であるため、節の横振動には大きな影響を及ぼさないと考えられる。図4・2・6 から対偶すきまの増加とともに節中央のたわみ振動は高調波成分を含むようになり、これは上述の対偶作用力の接触面接線方向の高調波の振動と密接に関係している。

4・2・3・b 機構B

図4・2・7 および図4・2・8 は、機構Bについて、図4・2・4 および図4・2・5 と同様の条件下で解析した結果であり、それぞれ、対偶 J_2 , J_3 の弾性変形量と中間節中心線からの偏心角および対偶作用力の節中心線直角方向成分の和を表す。図4・2・7 から機構Bでは対偶 J_3 の $\theta_2 = 0^\circ$ 付近で対偶素間の分離・衝突現象が発生し、 δ_2 , δ_3 ともに高調波成分を含むようになるが、偏心角からわかるとおり接触方向が節中心線方向のため、機構Aと同様に対偶素間の接触面法線方向の振動は節の横振動に大きな影響を及ぼさない。

図4・2・8 から対偶素間の分離、衝突にともない対偶作用力の節中心線直角方向成分は、機構Aと比較して大きな高調波を含むようになるが、図4・2・9 からわかるように節中央のたわみ には大きな影響を及ぼさない。

4・2・4 実験および検討

4・2・4・a 実験

図4・2・10の実験装置の主要寸法、質量、慣性モーメントは表4・2・1 のとおりであり、中間節には表4・2・3 に示す一様断面の4種類の曲げこわさの異なる節を製作した。なお、原動節と従動節の曲げこわさは、それぞれ $4.39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2$, $(2.26 \sim 13.5) \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ である。対偶 J_1 には深みぞ玉軸受#6202 を使用し、対偶 J_2 , J_3 および J_4 にはすべり軸受を使用し、これらの対偶すきまは、 J_2 において、 $C_2/r_{22} = 0.778 \times 10^{-3}$, 2.67×10^{-3} , 13.0×10^{-3} の3種類、 J_3 において、 $C_3/r_{43} = 1.40 \times 10^{-3}$, 22.8×10^{-3} の2種類である。節のたわみは図4・2・3 に示す弾性節の3箇所の上・下面に貼付したひずみゲージにより検出した。

4・2・4・b 検討

図4・2・11は表4・2・3 に示す中間節I～IVを用いて、弾性節中央のたわみ振動波形の上側の包絡線と下側の包絡線との距離の機構の一周期における最大値 y_{pp} を原動節回転速度に対して図示したものである。ただし、対偶すきまは、 $C_2/r_{22} = 13.0 \times 10^{-3}$, C_3

$/r_{43} = 22.8 \times 10^{-3}$, 節 I の固有振動数は $f_n = 200.9 \text{ Hz}$ である. 図4・2・11から節の曲げこわさの減少に伴って y_{pp} が増加する傾向にあることがわかる.

図4・2・12は節 I を用いて $C_3/r_{43} = 1.40 \times 10^{-3}$ を一定とし C_2/r_{22} を変化させた場合の y_{pp} を表す. 図4・2・12から対偶すきまが増加するにしたがい y_{pp} も増加することがわかり, 特定の回転速度において y_{pp} の顕著な増大がみられる. いま, $C_2/r_{22} = 13.0 \times 10^{-3}$ の場合について, y_{pp} の小さい原動節回転速度 1050 rpm と y_{pp} の大きい原動節回転速度 1096 rpm に対するたわみ振動波形を示せば図4・2・13となる. 実線が実験結果, 破線が理論結果である. 図4・2・13から, 弾性節は 1096 rpm という特定の回転速度で共振現象を示し, 1050 rpm では示さないことがわかる. また理論結果と実験結果がほぼ一致していることから, 本論文で述べた理論解析法の妥当性が確認される.

図4・2・14は図4・2・13の理論解析波形をフーリエ級数に展開した場合のフーリエ係数を表す. 図4・2・14から, 1096 rpm の場合には 1050 rpm の場合に比較して, 節の固有振動数 $f_n = 200.9 \text{ Hz}$ 付近の周波数成分を多く含むことがわかる.

図4・2・12, 図4・2・13に示すように特定の回転速度で共振現象が生じる理由を検討するために, 1096 rpm の場合の対偶 J_2, J_3 における作用力の節中心線直角方向成分の和の波形 (図4・2・5) に関するフーリエ係数を図4・2・14の場合と同様に求め, これを図4・2・15 (b) に示し, 1050 rpm の場合を図4・2・15・(a) に示す. 図4・2・15から, 対偶作用力の基本周期すなわち機構の運動周期が弾性節の固有振動周期の整数倍であるとき, 対偶作用力の高調波の振動数と節の固有振動数が一致し, 節に共振現象が生じると考えられる. このときの条件式は

$$1/f = i/f_n \quad (i=1, 2, \dots) \quad (4 \cdot 2 \cdot 13)$$

である. ここに $f = \theta_2/2\pi \text{ Hz}$, $f_n = 200.9 \text{ Hz}$ (図4・2・15の破線に示す弾性節の固有振動数) であり, 1096 rpm は $i = 11$ の場合に対応し, 1050 rpm は $i = 11$ と 12 の間の場合に対応している.

なお図4・2・8 の作用力について図4・2・15と同様のフーリエ係数を求めた結果, 200.9 Hz 付近の周波数成分を多く含まないことがわかり, 対偶素間の分離・衝突現象は, 図4・2・9 に示すように節の横振動に大きな影響を及ぼさないことを確認している.

4・2・5 動特性の改善

弾性節に生じる共振現象を抑制するために, 図4・2・16に示す節 I (固有振動数 200.9 Hz, 減衰比 1.11×10^{-3}) の弾性節の 1/2 の厚さの板を 2 枚エポキシ系接着剤ではり合せ, 節 I と同一の諸元を有する節 I* (固有振動数 193.6 Hz, 減衰比 3.02×10^{-3}) を試作し, 実験を行った. 節 I と I* を中間節とした場合のたわみ振動波形の最大振幅 y_{pp} を図4・2・17に示す. 節 I* の y_{pp} は節 I のそれに比較してほぼ 1/3 になっている.

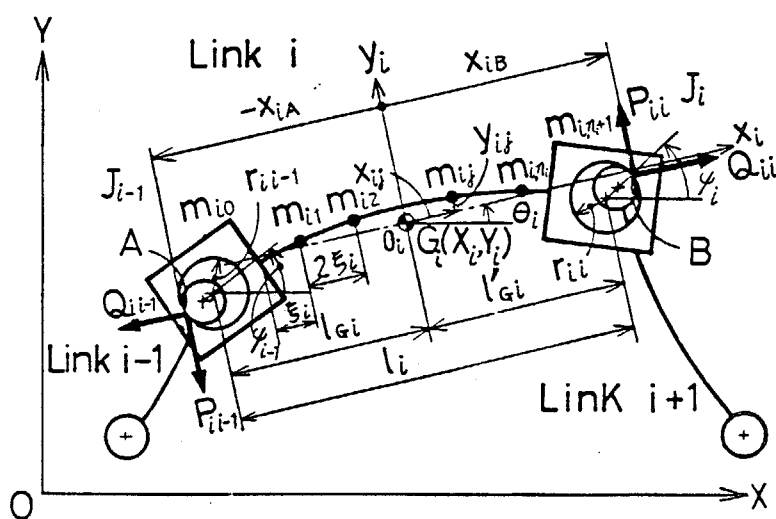


図 4・2・1 対偶に遊びのある弾性節

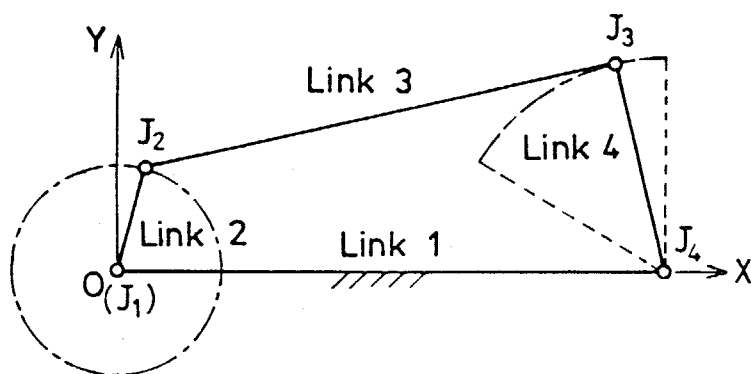


図 4・2・2 平面4節機構

表 4・2・1 機構 A の諸元

l_1	170.00 mm	M_3	0.380	kg
l_2	33.25 mm	M_4	0.729	kg
l_3	151.99 mm	I_3	2.01×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
l_4	67.17 mm	I_4	1.77×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
l_{G2}	0.0 mm	r_{22}	9.0	mm
l_{G3}	66.5 mm	r_{43}	5.0	mm
l_{G4}	79.3 mm	r_{14}	9.0	mm
M_2	1.06 kg			

表 4・2・2 機構 B の諸元

l_1	170.00 mm	M_3	0.380	kg
l_2	65.13 mm	M_4	0.725	kg
l_3	151.99 mm	I_3	2.01×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
l_4	134.00 mm	I_4	1.64×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
l_{G2}	0.0 mm	r_{22}	9.0	mm
l_{G3}	66.50 mm	r_{43}	5.0	mm
l_{G4}	76.29 mm	r_{14}	9.0	mm
M_2	1.06 kg			

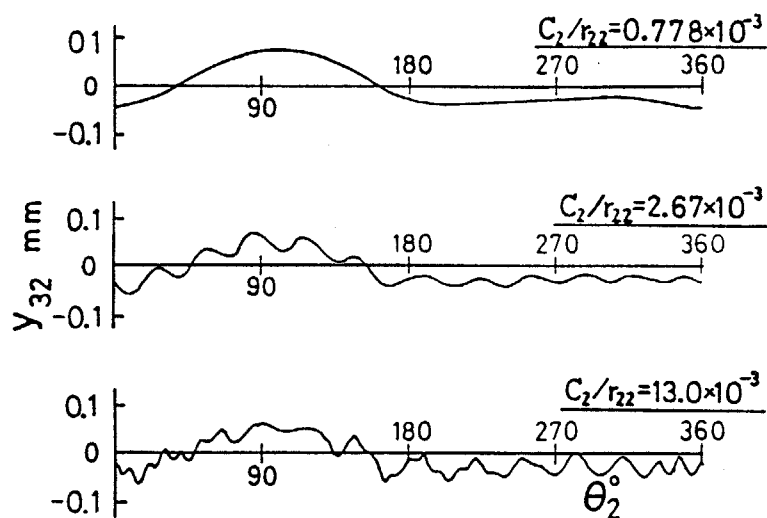
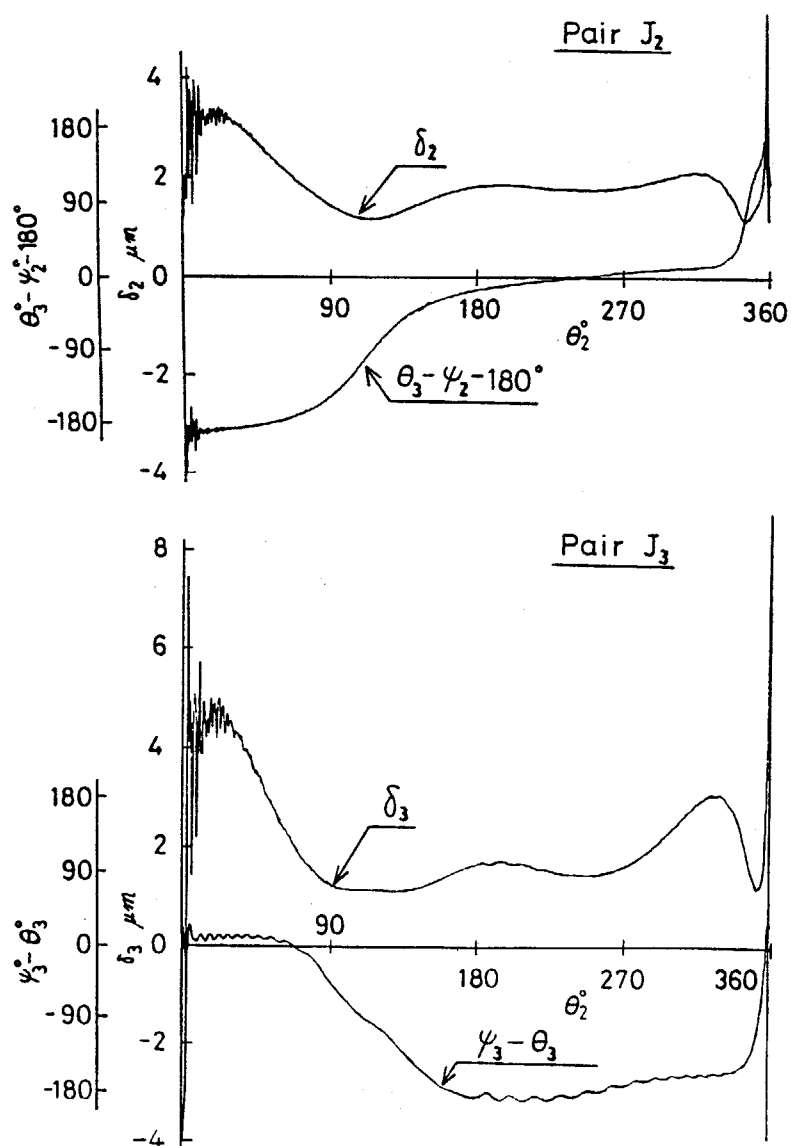


図 4・2・6 機構 A の中間節の節中央のたわみ

図 4・2・7 機構 B の対偶 J₂, J₃ における弾性変形量と中間節中心線からの偏心角

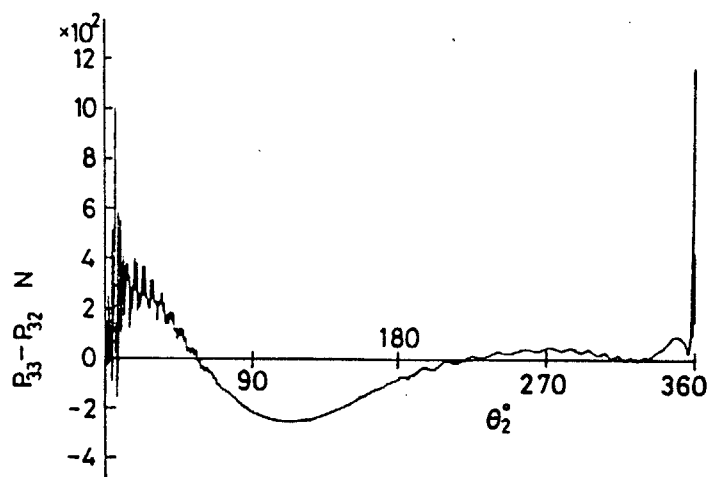


図 4・2・8 機構 B の対偶 J_2 , J_3 の作用力の節中心線直角方向成分の和

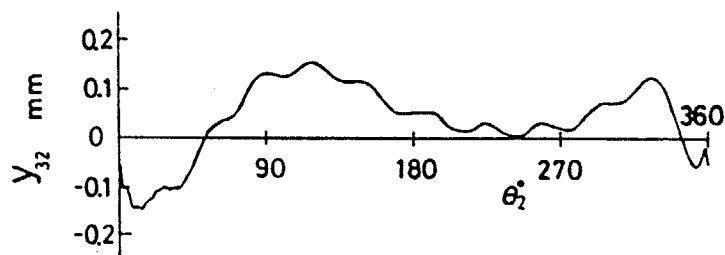


図 4・2・9 機構 B の中間節の節中央のたわみ

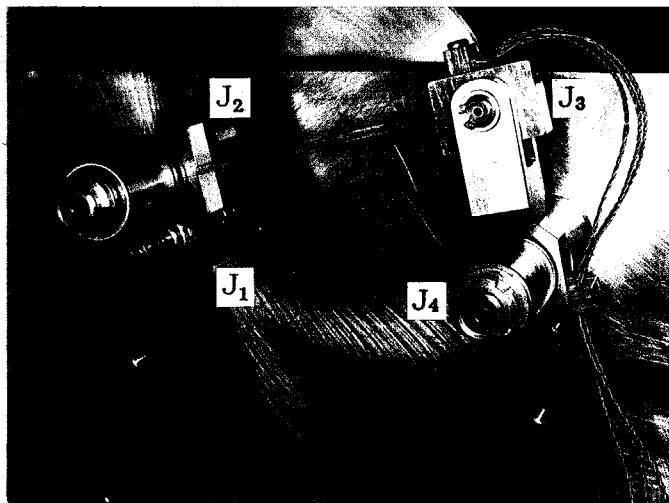


図 4・2・10 実験装置

表 4・2・3 中間節の断面形状と曲げこわさ

No.	Cross section of elastic link (mm×mm)	Flexural rigidity (N・m ²)
I	 3.0×16.0	7.37
II	 3.7×13.0	11.2
III	 5.0×9.6	20.1
IV	 16.0×3.0	207.0

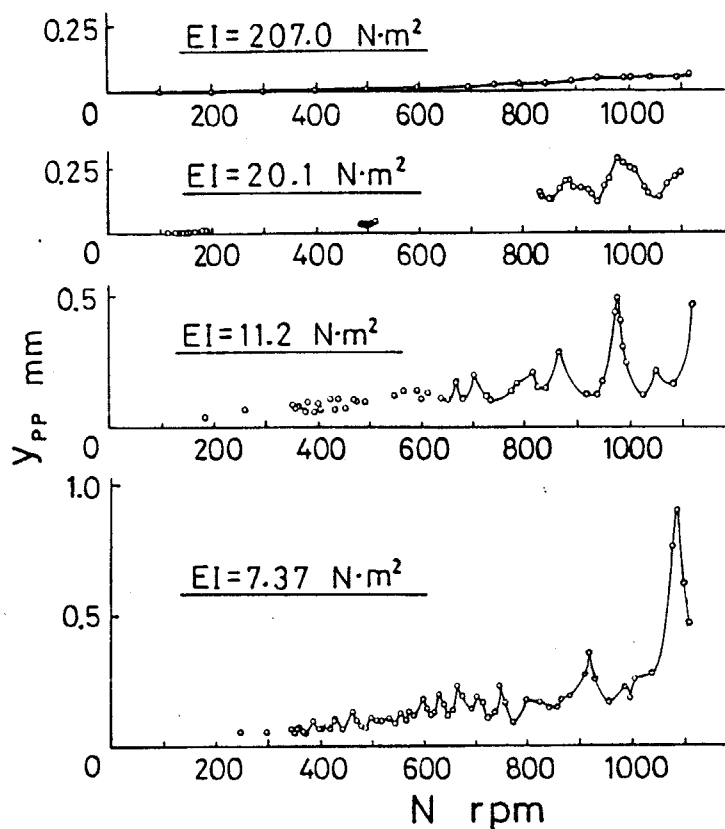


図 4.2.11 節の曲げこわさと回転速度が y_{PP} に及ぼす影響
 $(C_2/r_{22}=13.0\times 10^{-3}, C_3/r_{43}=22.8\times 10^{-3})$

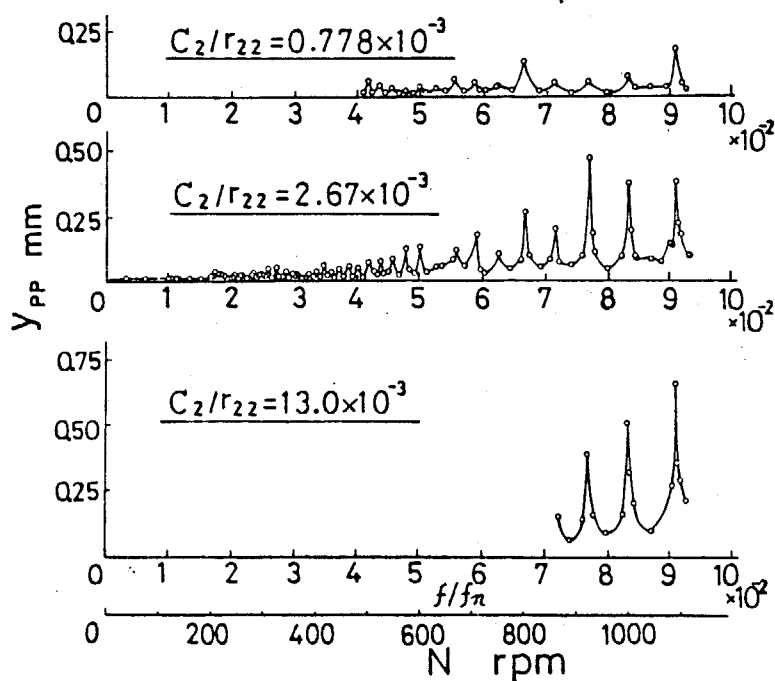


図 4.2.12 対偶すきまと回転速度が y_{PP} に及ぼす影響
 $(C_3/r_{43}=1.40\times 10^{-3}, EI=7.37 \text{ N}\cdot\text{m}^2)$

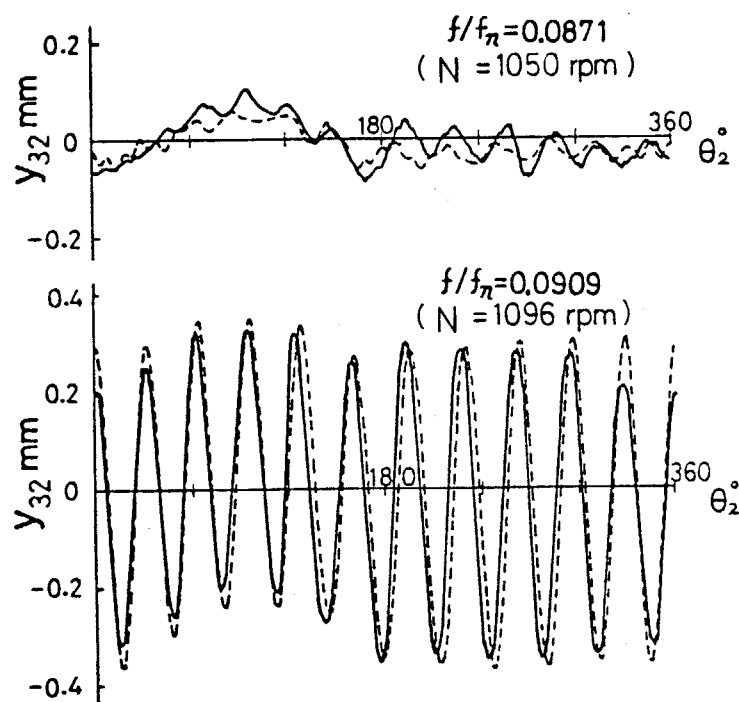


図 4.2.13 節中央のたわみ振動波形

$$\left[C_2/t_{22} = 13.0 \times 10^{-3}, C_3/t_{43} = 1.40 \times 10^{-3}, \text{Link I}, \right]$$

実線：実験結果，破線：理論結果

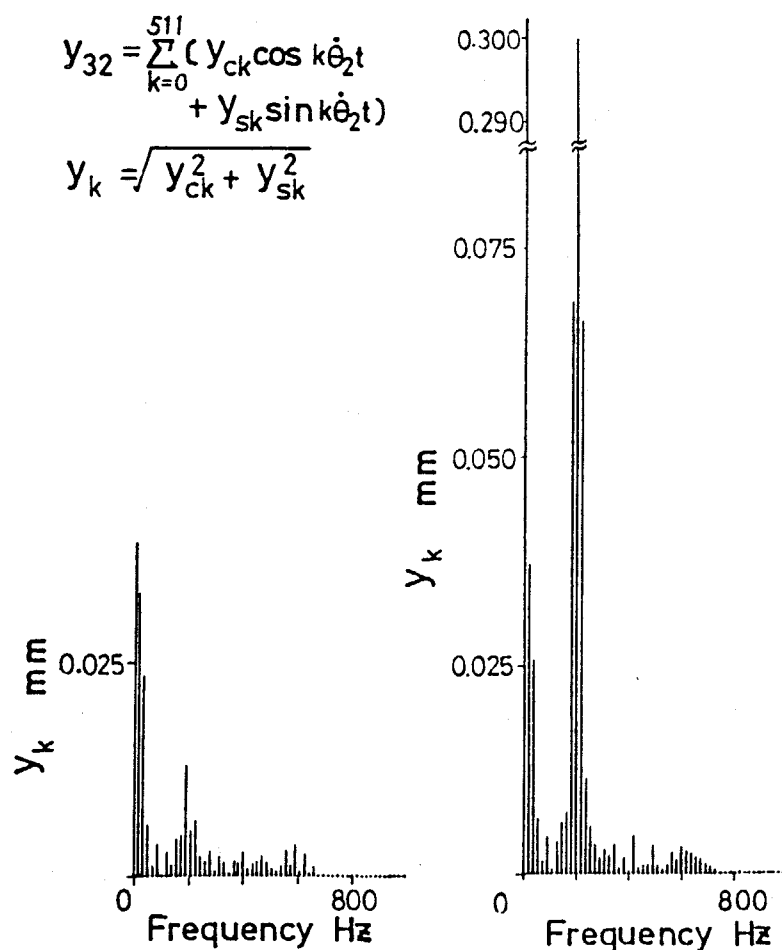


図 4.2.14 たわみ振動波形の周波数分析結果

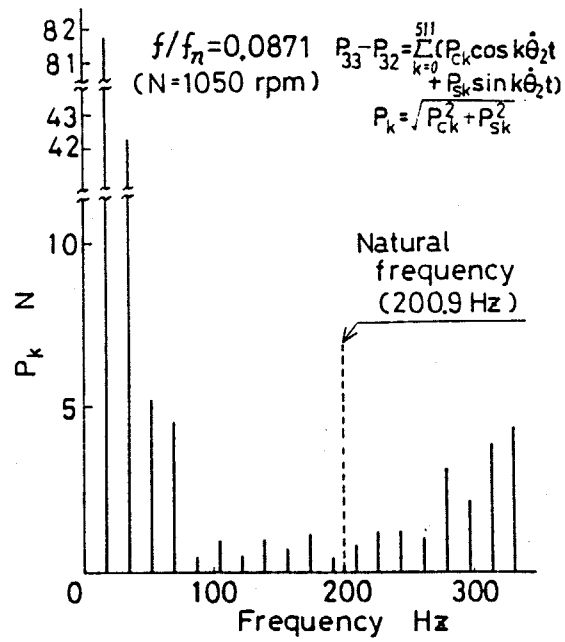
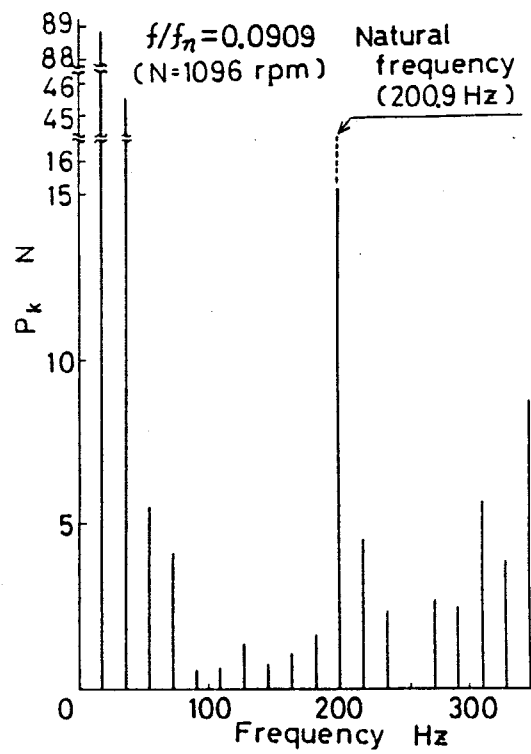
(a) $N = 1050 \text{ rpm}$ (b) $N = 1096 \text{ rpm}$

図 4・2・15 対偶作用力の周波数分析結果

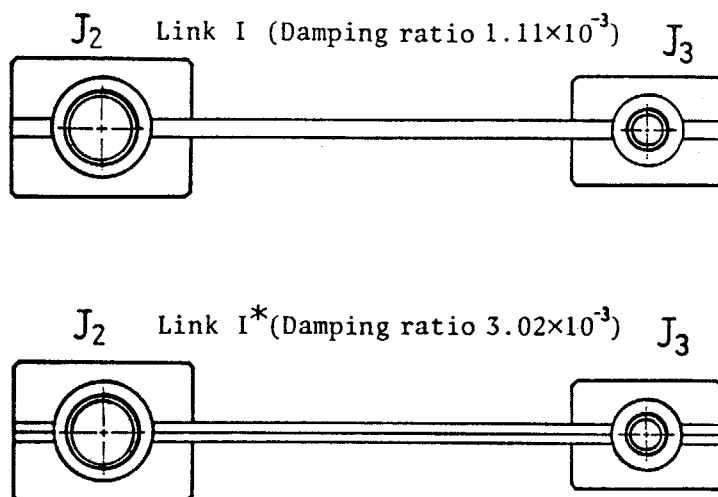


図 4・2・16 動特性の改善前・後の中間節の形状

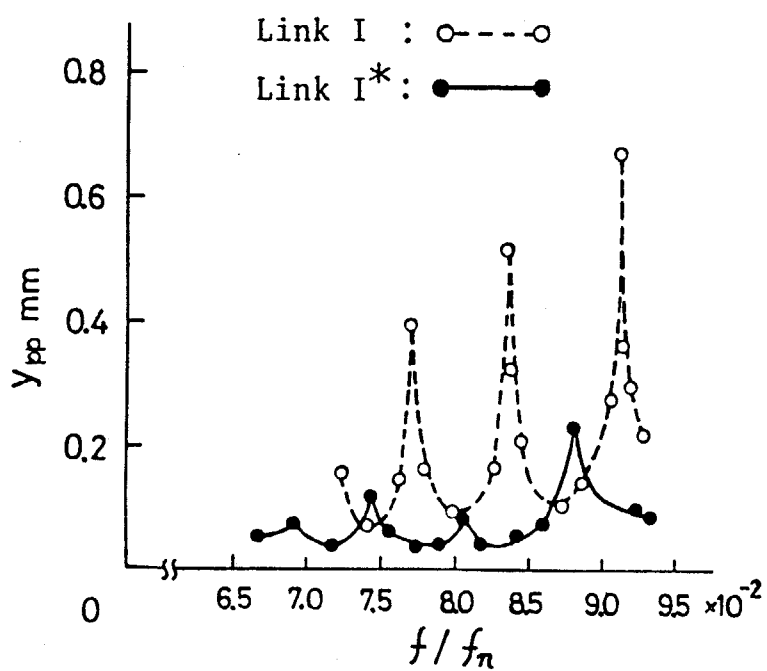


図 4・2・17 節 I, I* のたわみ振動波形の最大振幅

4・3 動節の理想運動平面直角方向の弾性変形を考慮した機構の解析

本節では、平面機構における弾性節の理想運動平面外への弾性変形と平行平面上へのオフセットを考慮して、機構の動特性を理論的ならびに実験的に明らかにする。

4・3・1 弾性節のモデル化

薄い弾性節が平行平面上で連結されたオフセットを有する平面リンク機構では、対偶には隣の節から受ける力とモーメントが作用し、弾性節には理想運動平面直角方向へのたわみと節長方向の節中心線回りのねじれが生じる。このようなたわみとねじれが生じている機構内の i 番目の弾性節を図4・3・1のようにモデル化する。まず弾性節は薄い長方形断面をもつ弾性部分と弾性変形の無視できる対偶部分からなるものとする。この弾性部分をいくつかの小部分に分割し、それぞれの小部分の質量および節長方向の節中心線回りの慣性モーメントをその小部分の一つの代表点に集中させる。弾性部分と対偶部分の境界にも代表点を設けるが、この代表点には質量および慣性モーメントは集中させない。対偶部分は弾性部分を分割した小部分の場合と同様に對偶部分の質量および節長方向の節中心線回りの慣性モーメントをその対偶部分内の一に集中させる。この代表点の位置は、弾性部分の各代表点および境界点からなるたわみ曲線上にあるものとし、対偶部分のねじれ角は、弾性部分と対偶部分の境界点におけるそれと等しいものとする。各代表点および境界点には $0 \sim n_i+3$ 番号を付す。 n_i は弾性部分の分割数で、対偶部分は $0, n_i+3$ 、弾性部分と対偶部分の境界点は $1, n_i+2$ 、弾性部分は $2 \sim n_i+1$ とする。

以上のモデル化によって、弾性節の運動は各代表点および境界点の運動で表すことができ、弾性部分の弾性変形は弾性部分の代表点および境界点と対偶部分の境界点のたわみとねじれ角で表される。

4・3・2 座標系の設定

図4・3・1において、 $O-XYZ$ は静止直交座標系でその Y 軸方向は鉛直上向きであり、 XY 平面は弾性節の理想運動平面に平行である。 $(o-xyz)_i$ は弾性節 i 上に固定された動座標系で弾性節の重心を原点 o_i として、節長方向の節中心線を x_i 軸にとり、弾性節の幅方向に y_i 軸、弾性節の厚さ方向に z_i 軸をとる。いま、弾性節が z_i 軸方向にたわみ、 x_i 軸と XY 平面とのなす角を φ_i 、 x_i 軸と X 軸とのなす角を θ_i とすれば、 $(o-xyz)_i$ 系と $O-XYZ$ 系との間には次の関係が成立する。

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = [\varphi_i][\theta_i] \begin{Bmatrix} X - X_{Gi} \\ Y - Y_{Gi} \\ Z - Z_{Gi} \end{Bmatrix} \quad (4.3.1)$$

$$[\varphi_i] = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & 0 & -\sin \varphi_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_i & 0 & \cos \varphi_i \end{bmatrix} \quad (4.3.2)$$

$$\{\theta_i\} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3.3)$$

節 i 上の j 番目の代表点あるいは境界点における x_i 座標を $x_{i,j}$ とし、その点における厚さ方向のたわみを $z_{i,j}$ 、 x_i 軸回りのねじれ角を $\psi_{i,j}$ で表せば、弾性節上の任意の代表点および境界点は、 $X_{Gi}, Y_{Gi}, Z_{Gi}, \theta_i, \varphi_i, x_{i,j}, z_{i,j}$ および $\psi_{i,j}$ で表すことができる。

さて、 $(o-xyz)_i$ 座標系は、弾性節 i の重心を原点とし、弾性節のたわみ曲線を直線近似して x_i 軸としていることから次式が成立する。

$$\sum_{j=0}^{n_i+3} m_{i,j} z_{i,j} = 0, \quad \sum_{j=0}^{n_i+3} m_{i,j} x_{i,j} z_{i,j} = 0 \quad (4.3.4)$$

ここに、 $m_{i,j}$ は点 j における集中質量である。

また、対偶部分の代表点は弾性部分のたわみ曲線の延長線上にあり、弾性部分と対偶部分の境界点と同一のねじれ角をもつことから次式が成り立つ。

$$z_{i,0} = z_{i,1} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta x} \right)_{i,1} (x_{i,0} - x_{i,1}) \quad (4.3.5)$$

$$z_{i,n_i+3} = z_{i,n_i+2} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta x} \right)_{i,n_i+2} (x_{i,n_i+3} - x_{i,n_i+2}) \quad (4.3.6)$$

$$\psi_{i,0} = \psi_{i,1}, \quad \psi_{i,n_i+3} = \psi_{i,n_i+2} \quad (4.3.7)$$

ただし、 $(\Delta z / \Delta x)_{i,1}$ および $(\Delta z / \Delta x)_{i,n_i+2}$ は、有限差分近似により、 $x_{i,k}$ 、 $z_{i,k}$ ($k=1,2,3$) および $x_{i,l}$ 、 $z_{i,l}$ ($l=n_i, n_i+1, n_i+2$) の関数として与える。

対偶部分にも動直交座標系 $(o-xyz)_{i,k}$ ($k=0$ または n_i+3) を設定する。この座標系は、対偶部分の代表点を原点とし、前述の動座標系 $(o-xyz)_i$ に対してねじれ角 $\psi_{i,k}$ およびたわみ角 $\gamma_{i,k}$ をなす。したがって $(o-xyz)_i$ 系と $(o-xyz)_{i,k}$ 系との間には次の関係が成立する。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{i,k} = \begin{Bmatrix} \gamma_{i,k} \\ \psi_{i,k} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x - x_{i,k} \\ 0 \\ z - z_{i,k} \end{Bmatrix}_i \quad (4.3.8)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{i,k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{i,k} & 0 & \sin \gamma_{i,k} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma_{i,k} & 0 & \cos \gamma_{i,k} \end{bmatrix} \quad (4.3.9)$$

$$\begin{Bmatrix} \psi_{i,k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi_{i,k} & \sin \psi_{i,k} \\ 0 & -\sin \psi_{i,k} & \cos \psi_{i,k} \end{bmatrix} \quad (4.3.10)$$

$$\gamma_{i,0} = \gamma_{i,1} = \tan^{-1} \left(\frac{dZ}{dX} \right)_{i,1} = \left(\frac{dZ}{dX} \right)_{i,1} \quad (4.3.11)$$

$$\gamma_{i,n+3} = \gamma_{i,n+2} = \tan^{-1} \left(\frac{dZ}{dX} \right)_{i,n+2} = \left(\frac{dZ}{dX} \right)_{i,n+2} \quad (4.3.12)$$

4.3.3 弾性節および対偶の運動方程式

4.3.3.a 弾性節の運動方程式

図4.3.1のように弾性節の対偶部分の代表点における作用力とモーメントをそれぞれ F および M とすれば、弾性節の並進および重心回りの回転の運動方程式は次式となる。

$$F_{i,n+3} - F_{i,0} = \sum_{j=0}^{n+3} m_{i,j} a_{i,j} \quad (4.3.13)$$

$$a_{i,j} = b_{i,j} + [\varphi_i] [\theta_i] g \quad (4.3.14)$$

$$M_{i,n+3} + \begin{Bmatrix} x_{i,n+3} \\ 0 \\ z_{i,n+3} \end{Bmatrix}_i \times F_{i,n+3} - (M_{i,0} + \begin{Bmatrix} x_{i,0} \\ 0 \\ z_{i,0} \end{Bmatrix}_i \times F_{i,0}) = \sum_{j=0}^{n+3} \left(m_{i,j} \begin{Bmatrix} x_{i,j} \\ 0 \\ z_{i,j} \end{Bmatrix}_i \times a_{i,j} + \begin{Bmatrix} I_{i,j} \ddot{\varphi}_{i,j} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_i \right) \quad (4.3.15)$$

ただし、 $I_{i,j}$ は x_i 軸回りの慣性モーメント、 g は重力加速度であり、 $\times$ 印は外積を表す。また、節上の点 j における速度 $b_{i,j}$ は次式で与えられる。

$$b_{i,j} = [\varphi_i] [\theta_i] \frac{d^2}{dt^2} \begin{Bmatrix} x_{i,j} \\ y_{i,j} \\ z_{i,j} \end{Bmatrix} = [\varphi_i] [\theta_i] \frac{d^2}{dt^2} \left(\begin{Bmatrix} X_{Gi} \\ Y_{Gi} \\ Z_{Gi} \end{Bmatrix} + [\theta_i]^T [\varphi_i]^T \begin{Bmatrix} x_{i,j} \\ 0 \\ z_{i,j} \end{Bmatrix}_i \right) \quad (4.3.16)$$

弾性節のたわみについては次式が成立する。なお、記号 T は転置を意味する。

$$(EI)_{i,j} \left(\frac{d^2 Z}{dX^2} \right)_{i,j} = -M_{i,j}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.3.17)$$

ここに、 $(EI)_{i,j}$ は曲げこわさであり、 $(d^2 Z / dX^2)_{i,j}$ は有限差分近似により $x_{i,l}$, $z_{i,l}$ ($l = i-1, i, i+1$) の関数として与えられる。また、 $M_{i,j}$ は節上の点 j に作用するモーメントで次のように表される。

$$M_{i,j} = M_{i,n+3} + \begin{Bmatrix} x_{i,n+3} - x_{i,j} \\ 0 \\ z_{i,n+3} - z_{i,j} \end{Bmatrix} \times F_{i,n+3} - \sum_{k=j+1}^{n+3} \left(m_{i,k} \begin{Bmatrix} x_{i,k} - x_{i,j} \\ 0 \\ z_{i,k} - z_{i,j} \end{Bmatrix} \times a_{i,k} + \begin{Bmatrix} I_{i,k} \ddot{\varphi}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (4.3.18)$$

弾性節に生じるねじれについては次式が成立する。ただし、 $(GI)_{i,j}$ はねじりこわさである。

$$(GI)_{i,j} \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{x_{i,j+1} - x_{i,j}} = M_{i,j}^T \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.3.19)$$

4.3.3.b 対偶の運動方程式

隣り合う2節は対偶を介して連結されるが、ここでは対偶の軸は節*i*側に固定され、その重心に質量および重心回りの慣性モーメントが集中しているものとして、節*i*の対偶部分の座標系($O-x y z$)_{*i, ni+3*}で運動方程式を導出する。図4.3.2において、節*i*側の対偶軸端点の座標を($x_{Ji,i}, y_{Ji,i}, 0$)_{*i, ni+3*}、軸の重心を($x_{Gi,i}, y_{Gi,i}, s_{Gi,i}$)_{*i, ni+3*}とすれば、節*i+1*側の対偶軸端点の座標は($x_{Gi,i}, y_{Gi,i}, s_{Ji,i}$)_{*i, ni+3*}となる。 $s_{Ji,i}$ は対偶のオフセットである。また、節*i, i+1*側の端点における力とモーメントをそれぞれ $F_{Ji,0}, M_{Ji,0}$ および $F_{Ji,1}, M_{Ji,1}$ とすれば軸の並進および回転の運動方程式は、次式となる。

$$F_{Ji,1} - F_{Ji,0} = m_{Ji} (b_{Gi,i} + [\delta_{i,ni+3}][\psi_{i,ni+3}][\varphi_i][\theta_i]g) \quad (4.3.20)$$

$$M_{Ji,1} + \begin{Bmatrix} x_{Ji,i} \\ y_{Ji,i} \\ s_{Ji,i} - s_{Gi,i} \end{Bmatrix}_{i,ni+3} \times F_{Ji,1} - (M_{Ji,0} + \begin{Bmatrix} x_{Ji,i} \\ y_{Ji,i} \\ -s_{Gi,i} \end{Bmatrix}_{i,ni+3} \times F_{Ji,0}) = \begin{Bmatrix} I_{xJi} \ddot{\psi}_{i,ni+3} \\ I_{yJi} \ddot{\psi}_{i,ni+3} \\ 0 \end{Bmatrix}_{i,ni+3} \quad (4.3.21)$$

ここに、 m_{Ji} は対偶の質量であり、弾性節の対偶部分の質量 $m_{i,ni+3}$ および $m_{i+1,0}$ を含む。 I_{xJi}, I_{yJi} はそれぞれ弾性節の対偶部分を含めた $x_{i,ni+3}, y_{i,ni+3}$ 軸回りの対偶の慣性モーメントである。また、並進の加速度 $b_{Gi,i}$ は次式で与えられる。ただし、式中の添字*l, m*はそれぞれ*i, ni+3*とする。

$$b_{Gi,i} = [\delta_{i,ni+3}][\psi_{i,ni+3}][\varphi_i][\theta_i] \left(\frac{d^2}{dt^2} (C_{i,ni+3}) \right) \quad (4.3.22)$$

$$C_{i,ni+3} = \begin{Bmatrix} X_{Gi,i} \\ Y_{Gi,i} \\ Z_{Gi,i} \end{Bmatrix} + [\theta_i]^T [\varphi_i]^T \begin{Bmatrix} x_{i,ni+3} \\ 0 \\ z_{i,ni+3} \end{Bmatrix}_i + [d_{i,ni+3}] \begin{Bmatrix} x_{Ji,i} \\ y_{Ji,i} \\ z_{Ji,i} \end{Bmatrix}_{i,ni+3} \quad (4.3.23)$$

$$[d_{i,ni+3}] = [\theta_i]^T [\varphi_i]^T [\psi_{i,ni+3}]^T [\delta_{i,ni+3}]^T \quad (4.3.24)$$

4.3.4 対偶の拘束条件式

4.3.4.a 対偶点における幾何学的拘束条件式

図4.3.2のように、隣り合う二つの節の対偶点はオフセットだけ対偶軸方向に隔たって存在し、同時に二つの対偶素の中心軸の方向は一致していなければならない。この関係は次式で表される。

$$C_{i,ni+3} \Big|_{z_{Ji,i}=0} = C_{i+1,0} \Big|_{z_{Ji,i+1}=s_{Ji,i}} \quad (4.3.25)$$

$$[d_{i,ni+3}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}_{i,ni+3} = [d_{i+1,0}] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}_{i+1,0} \quad (4.3.26)$$

4.3.4.b 対偶に作用する力およびモーメントに関する拘束条件式

節*i*および*i+1*側の軸の両端においては、力およびモーメントに関して作用反作用の法則により次の拘束条件式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} \psi_{i,n+3} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_{i,n+3} \end{Bmatrix}^T F_{Ji,0} = F_{i,n+3} \quad (4.3.27)$$

$$\begin{Bmatrix} \psi_{i,n+3} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_{i,n+3} \end{Bmatrix}^T \left(M_{Ji,0} + \begin{Bmatrix} x_{Ji,i} \\ y_{Ji,i} \\ 0 \end{Bmatrix}_{i,n+3} \times F_{Ji,0} \right) = M_{i,n+3} \quad (4.3.28)$$

$$\begin{Bmatrix} \varphi_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{i,n+3} \end{Bmatrix} F_{Ji,1} = F_{i+1,0} \quad (4.3.29)$$

$$\begin{Bmatrix} \varphi_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{i,n+3} \end{Bmatrix} M_{Ji,1} + \begin{Bmatrix} \psi_{i+1,0} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_{i+1,0} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} x_{Ji,i+1} \\ y_{Ji,i+1} \\ 0 \end{Bmatrix}_{i+1,0} \times \left(\begin{Bmatrix} \varphi_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{i,n+3} \end{Bmatrix} F_{Ji,1} \right) = M_{i+1,0} \quad (4.3.30)$$

対偶は回り対偶であり，節とフランジ間の相対的な回転による摩擦は無視するものとして次式が成立する．

$$M_{Ji,i+1}^T \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}_{i,n+3}^T = 0 \quad (4.3.31)$$

以上の式(4.3.1)～(4.3.31)を弾性節が平行平面上にオフセットを有して配置された平面機構に適用し，得られた運動方程式を解くことにより，機構内の各動節および対偶の運動を知ることができる．

4.3.5 平面4節機構の理論解析

4.3.5.a 数値解析

図4.3.3 は，静止節1および原動節2が剛体節，中間節3および従動節4が弾性節であり，各節の理想運動平面が鉛直面である平面4節機構を表す．弾性節はいずれも一樣な薄い長方形断面をもつものとし，この節の弾性部分を同図の右図のように3分割し，それぞれの図心を代表点として，各分割部分の質量および節長方向の節中心線回りの慣性モーメントを集中させる．

いま，前項で導出した平面機構の運動方程式を図4.3.3 に示す平面4節機構に適用し，その運動方程式を導出する．ただし，得られた運動方程式において，式に含まれる $\ddot{z}_{i,j}$ および $\ddot{\psi}_{i,j}$ は粘性減衰を考慮するために次式で置き換える．

$$\ddot{z}_{i,j}^{(*)} = \ddot{z}_{i,j} - 2\zeta_{zi} \sqrt{\frac{(EI)_{i,j}}{m_{i,j} \{(x_{i,5} - x_{i,1})/3\}^3}} \dot{z}_{i,j} \quad (4.3.32)$$

$$\ddot{\psi}_{i,j}^{(*)} = \ddot{\psi}_{i,j} - 2\zeta_{\psi i} \sqrt{\frac{(GI)_{i,j}}{I_{i,j} (x_{i,j+1} - x_{i,j})}} \dot{\psi}_{i,j} \quad (4.3.33)$$

導出された平面4節機構の運動方程式において，力およびモーメントを消去して整理すれば，次の連立微分方程式を得る．

$$[A(X)] \ddot{X} = \{B(X, \dot{X})\} \quad (4.3.34)$$

ただし， X は未知数の列ベクトルであり， $[A]$ は係数行列で X の関数である． $\{B\}$

は $\ddot{x}$ を含まない項を集めた列ベクトルである。ルンゲ・クッタ・ギル法による数値積分によってこの微分方程式を解く。解析例として取り上げる平面4節機構の諸元は表4.3.1に示すとおりである。数値解析に必要な独立変数の初期値は、節の弾性変形を考慮しない平面4節機構の値を採用し、計算は各独立変数の値と原動節の1回転前のそれらの値との相対的な差異が5%未満となったとき定常解に達したものととして終了した。

4.3.5.b 解析結果および検討

表4.3.1に示す機構Bについて、原動節回転速度400 rpmのときの対偶 J_i ($i=1\sim 4$)に作用する力およびモーメントの一例として、対偶 J_3 のそれらを図4.3.4および図4.3.5に示す。図4.3.4, 4.3.5から、従来の平面機構にはない理想運動平面直角方向(z_3 軸方向)の対偶作用力や x_3 軸回りおよび y_3 軸回りのモーメントが生じていることがわかる。

4.3.6 実験および検討

4.3.6.a 実験

表4.3.1に示す機構の諸元と同一の値を有する実験装置(機構A, BおよびC)を製作した。そのうち機構Bの外観を図4.3.6に示す。原動節静止対偶には深みぞ玉軸受#6206を使用し、この実験装置では、弾性節を含む機構と同一の節長をもつ剛体節からなる機構(以下、これを基準機構と呼ぶ)を弾性節を含む機構と平行に設置している。これにより、二つの弾性節を連結している従動節動対偶の理想運動平面直角方向変位および従動節角変位誤差を基準機構側に取り付けたギャップセンサにより取り込み電磁誘導形微小変位計で計測することができる。また、弾性節には図4.3.3の m_{3i} ($i=2\sim 4$)の箇所にはひずみゲージを貼付し、弾性節の厚さ方向へのたわみの曲率および節長方向の単位長さ当りの節中心線回りのねじれ角が測定可能である。

4.3.6.b 検討

(1) 対偶の理想運動平面直角方向変位および従動節角変位誤差 弾性節のこわさと原動節回転速度を変化させて得られた従動節動対偶 J_3 の理想運動平面直角方向変位(以下、これを面外変位と呼ぶ)および従動節角変位誤差(基準機構の従動節角変位を基準とする)の測定結果を理論結果とともにそれぞれ図4.3.7, 図4.3.8に示す。理論結果と実験結果はほぼ一致しており、理論解析法の妥当性が確認される。

図4.3.4に示す対偶 J_3 の作用力が大きくなる原動節角変位と図4.3.7に示す対偶 J_3 の面外変位が大きくなる原動節角変位はほぼ一致しており、対偶作用力が面外変位に影響を与えていることがわかる。また対偶 J_3 の面外変位が大きく変動する原動節角変位は、節のこわさや原動節回転速度にかかわらずほぼ同じであることがわかり、そのとき、従動節角変位誤差も大きくなることがわかる。

(2) 弾性節の弾性変形 図4.3.9は、弾性節に生じるたわみの曲率 κ_{ji} を測定した結果と理論結果を合せて示したものである。同様に、単位長さ当りのねじれ角 ω_{ji} について示したものが図4.3.10である。弾性節の曲率に関しては、弾性節上の位置によ

り、その変化の様子が異なる。対偶 J_2 および対偶 J_4 に近い箇所の曲率の変化が対偶 J_3 の面外変位の変化とよく似ており、この箇所の曲率が対偶 J_3 の面外変位に強く影響していると考えられる。また中間節および従動節ともに原動節角変位 θ_2 が 300° 付近から 0° を越えて 60° 付近まではどの測定箇所でも同じ向き（図4・3・9の一点鎖線に示す θ_2 の箇所参照）に曲がっているが 110° 付近～ 250° 付近の間では対偶 J_3 に近い箇所がそれ以外の箇所とは逆向き（図4・3・9の二点鎖線に示す θ_2 の箇所）に曲がっている。この現象は、原動節角変位によって変化する中間節と従動節の相対角変位すなわち伝達角に関係がある。原動節角変位が $0^\circ \sim 60^\circ$ および $300^\circ \sim 360^\circ$ の範囲では伝達角は約 $40^\circ \sim 60^\circ$ であり 90° に比べて小さく、対偶 J_3 が二つの弾性節によりほぼ同じ方向から支持される状態（図4・3・9 (c) の左図参照）となるのに対し、 θ_2 が $110^\circ \sim 250^\circ$ の範囲では、伝達角は約 $90^\circ \sim 120^\circ$ であって、 90° より大きく、二つの弾性節はそれぞれSの字のような状態（図4・3・9 (c) の右図参照）となり、前者は後者に比較して2連節の剛性が弱い状態と考えられ、そのために面外変位も前者の状態のときの方が大きく生じると考えられる。また、図4・3・7 (b)と図4・3・9 から、対偶 J_3 の面外変位の振動周期の原動節角変位に対する変動は、伝達角に関係するたわみ曲線の変化に起因すると考えられる。

図4・3・10は二つの弾性節の各3箇所の単位長さ当りのねじれ角 ω_{i2} 、 ω_{i3} および ω_{i4} ($i=3,4$)のうち、節中央のねじれ角 ω_{i3} を表す。中間節および従動節上の他の箇所のねじれ角は、各節中央のねじれ角と振幅、周期ともにほぼ同じであり、節は一様にねじれていることを確認している。

(3) 伝達角 伝達角の違いによる対偶 J_3 の面外変位を調べるために、新たな機構として、中間節および従動節の諸元が表4・3・1に示す機構Bの値を有し、原動節長と静止節長を変化させた機構D、E、FおよびGを考える。これらの各節長および伝達角の範囲を示せば次のようになる。

機構D： $l_1=95\text{mm}$ ， $l_2=32\text{mm}$ $24.7 \leq \mu^\circ \leq 53.4$

機構E： $l_1=133\text{mm}$ ， $l_2=53\text{mm}$ ， $32.2 \leq \mu^\circ \leq 82.9$

機構F： $l_1=225\text{mm}$ ， $l_2=45\text{mm}$ ， $79.7 \leq \mu^\circ \leq 149.2$

機構G： $l_1=245\text{mm}$ ， $l_2=27\text{mm}$ ， $102.0 \leq \mu^\circ \leq 152.5$

解析時の原動節回転速度は機構D、E、FおよびGに対してそれぞれ360、360、460および500 rpmである。これらの機構に関して、伝達角の範囲に対する対偶 J_3 の面外変位および従動節角変位誤差の機構の一周期における最大値と最小値の差（以下、これを最大全振幅と呼ぶ） A_{zJ_3} および $A_{\theta_{J_4}}$ （図4・3・7 (b) および図4・3・8 参照）を示せば図4・3・11となる。同図から伝達角が大きな箇所で変動する機構では A_{zJ_3} および $A_{\theta_{J_4}}$ はともに小さいことがわかる。

(4) 面外変位の周波数分析 図4・3・12は機構Bにおける原動節回転速度 N に対する対偶 J_3 の面外変位の最大振幅を表したものであり、512 rpmにおいて顕著な共振が

みられる。このときの振動波形を図4・3・13(a)に示し、同図(c)にその波形の周波数分析結果を示す。同図(c)から、共振波形には原動節回転速度の6, 7および8倍に相当する51Hz, 60Hzおよび68Hzの周波数成分が多く含まれていることがわかる。この6, 7倍の成分による振動波形と7, 8倍の成分による振動波形をそれぞれ図4・3・13(b)の実線および破線に示す。同図から、原動節角変位 0° 付近では51, 60Hz, 180° 付近では60, 68Hzの成分が支配的であることがわかる。これら三つの成分のうちどの成分が共振と関係しているかを考える。図4・3・12において、512 rpm より低い回転速度456rpm, 378rpm および345 rpm に小さなピーク値が認められ、これらはそれぞれ51Hzの $1/7$, $1/8$ および $1/9$ 倍にほぼ一致する。この51Hzは原動節角変位 0° 付近における対偶 J_3 の面外変位の自由振動の周波数成分であり、原動節角変位 0° 付近では対偶作用力に大きな変動がある。以上から対偶 J_3 の面外変位の共振は原動節角変位 0° 付近の対偶部における節の自由振動の周波数によって支配されると考えられる。

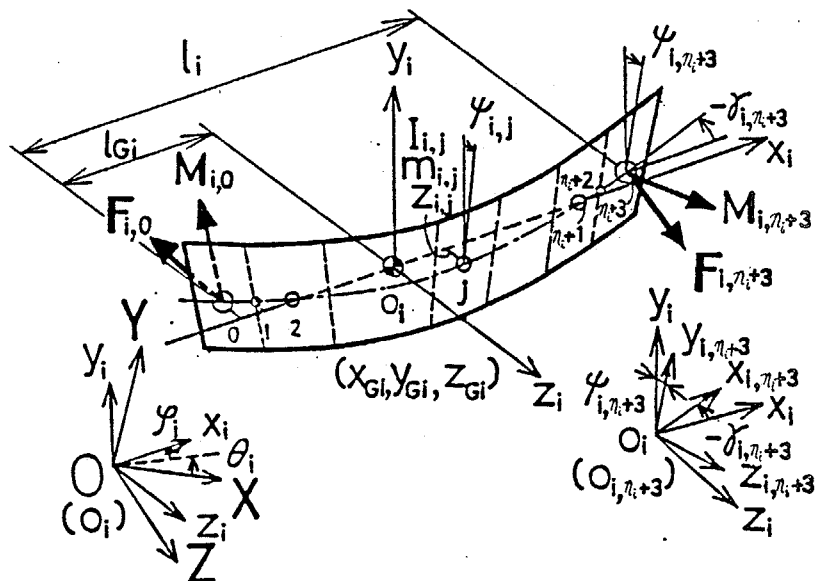


図 4-3-1 弾性節に作用する力とモーメント

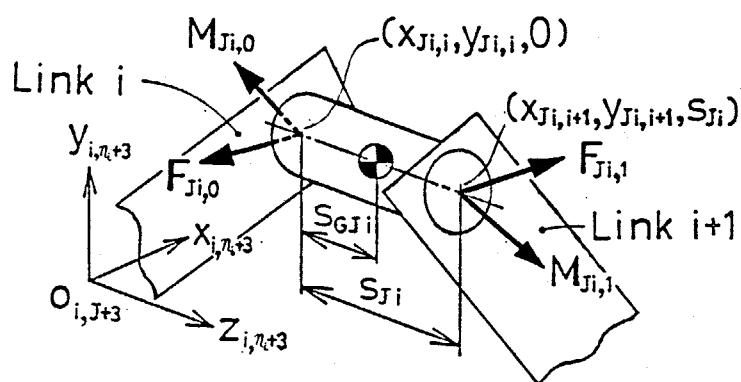


図 4-3-2 対偶に作用する力とモーメント

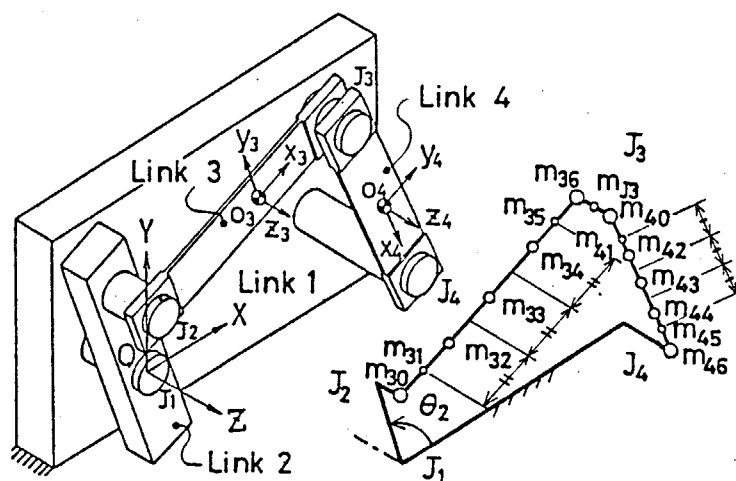


図 4-3-3 オフセットを有する平面 4 節機構

表 4-3-1 機構の諸元

Parameters		Mech. A	Mech. B	Mech. C
Fixed link	l_1 mm	170.0	170.0	170.0
	l_2 mm	70.0	70.0	70.0
Crank	l_{G2} mm	0.0	0.0	0.0
	l_3 mm	150.0	150.0	150.0
Coupler	l_{G3} mm	72.7	73.5	72.8
	$\sum_{j=0}^6 m_{3j}$ kg	0.1878	0.1890	0.1875
	I_{G3} kg·m ²	8.25×10^{-4}	8.22×10^{-4}	8.02×10^{-4}
	I_{K3} kg·m ²			
Pair J ₃ (k=x,y)	s_{j3} mm	15.0	15.0	15.0
	s_{Gj3} mm	11.5	11.5	11.5
	m_{j3} kg	0.0876	0.0876	0.0876
	I_{Kj3} kg·m ²	2.30×10^{-6}	2.30×10^{-6}	2.30×10^{-6}
Rocker	l_4 mm	130.0	130.0	130.0
	l_{G4} mm	72.7	72.5	72.7
	$\sum_{j=0}^6 m_{4j}$ kg	0.1906	0.1910	0.1900
	I_{G4} kg·m ²	7.02×10^{-4}	7.29×10^{-4}	7.00×10^{-4}
Material Param. (i=3,4)	$(EI)_{ij}$ N·m ²	3.8	6.1	8.7
	$(GI)_{ij}$ N·m ²	4.8	9.0	13.0
	ζ_{zi}	0.07	0.06	0.06
	ζ_{yi}	0.07	0.06	0.06
Elastic link (i=3,4)	b_i mm	32.2	25.7	21.3
	t_i mm	1.98	2.47	2.99
$l_1^* = 16$ mm, $l_3' = 118$ mm, $l_4' = 98$ mm, $\xi_1 = l_1^*/6$				

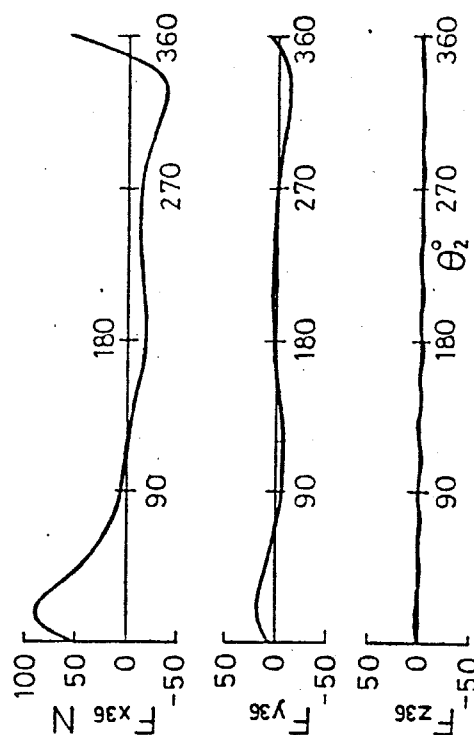
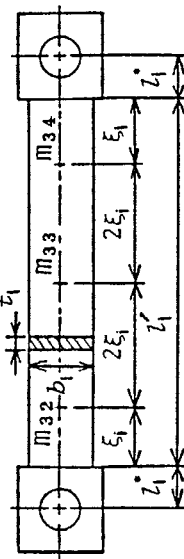


図 4-3-4 対偶作用力(理論結果)

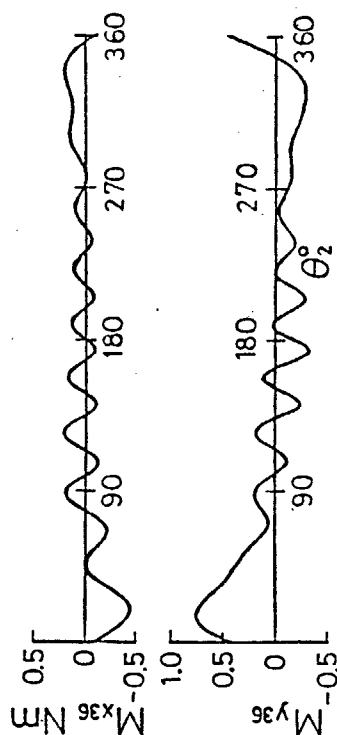


図 4-3-5 対偶作用モーメント(理論結果)

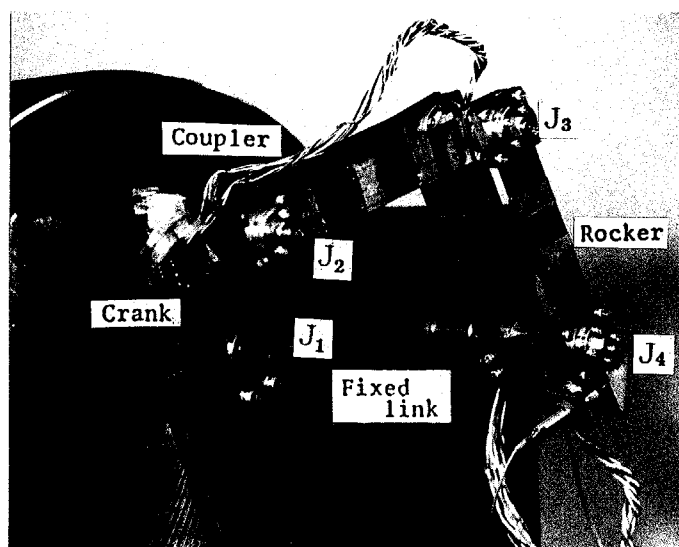
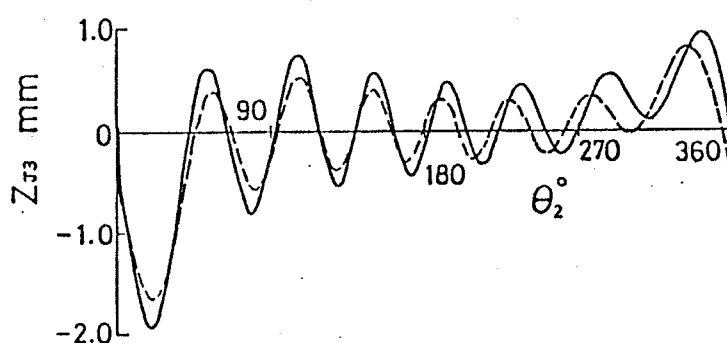
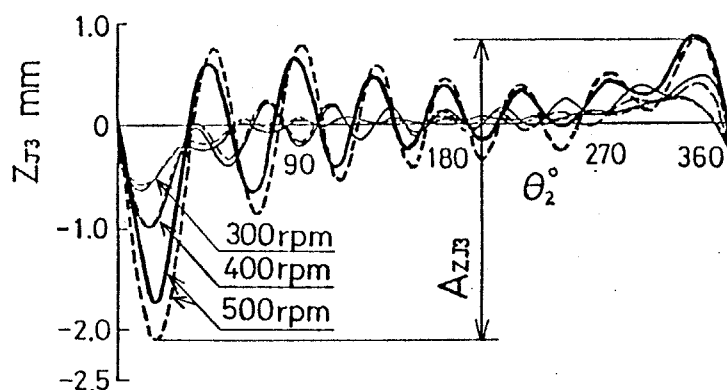


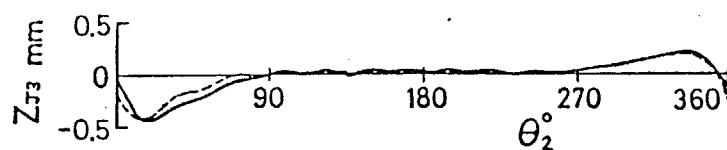
図 4.3.6 実験装置



(a) 機構 A, $N=400\text{rpm}$



(b) 機構 B, $N=300, 400, 500\text{ rpm}$



(c) 機構 C, $N=400\text{rpm}$

図 4.3.7 対偶 J_3 の理想運動平面直角方向変位
〔実線：実験結果，破線：理論結果〕

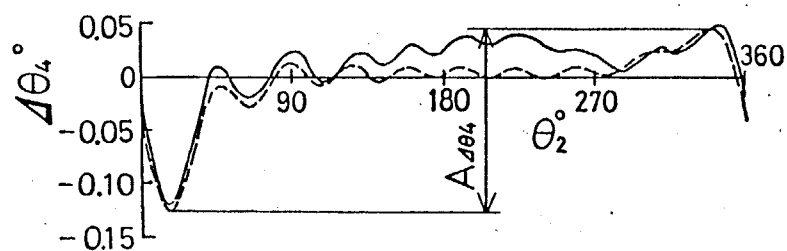
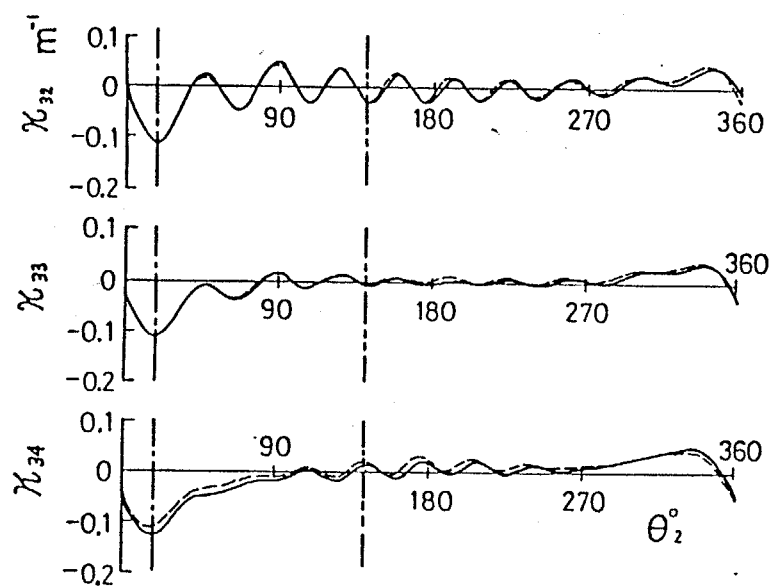
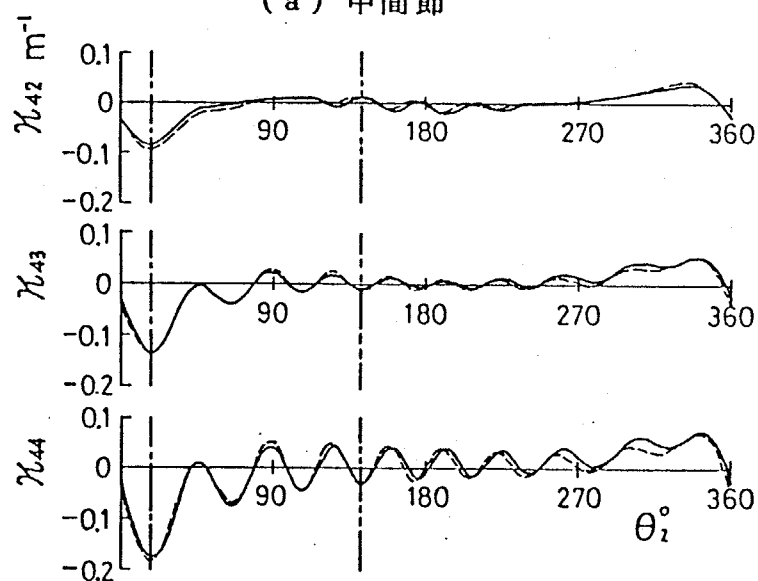


図 4.3.8 従動節角変位誤差 (機構 B, $N=400\text{rpm}$)

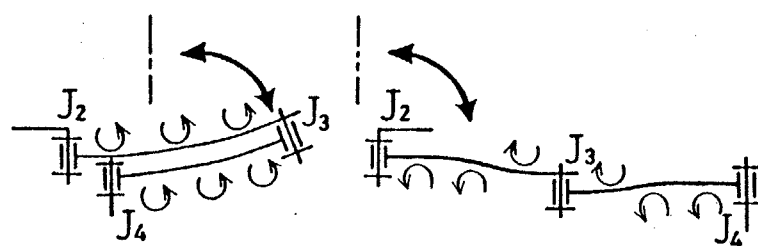
〔実線：実験結果，破線：理論結果〕



(a) 中間節



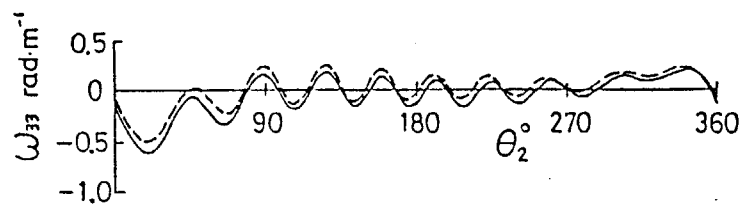
(b) 従動節



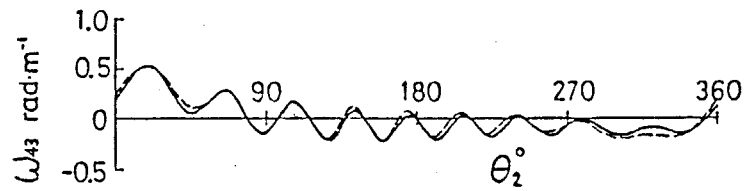
(c) 弾性節のたわみ形状

図 4.3.9 弾性節の曲率とたわみ形状

機構 B, $N=400\text{rpm}$,
 実線：実験結果, 破線：理論結果



(a) 中間節



(b) 従動節

図 4-3-10 弾性節の単位長さ当りのねじれ角

機構 B, $N=400\text{rpm}$,
 実線：実験結果，破線：理論結果

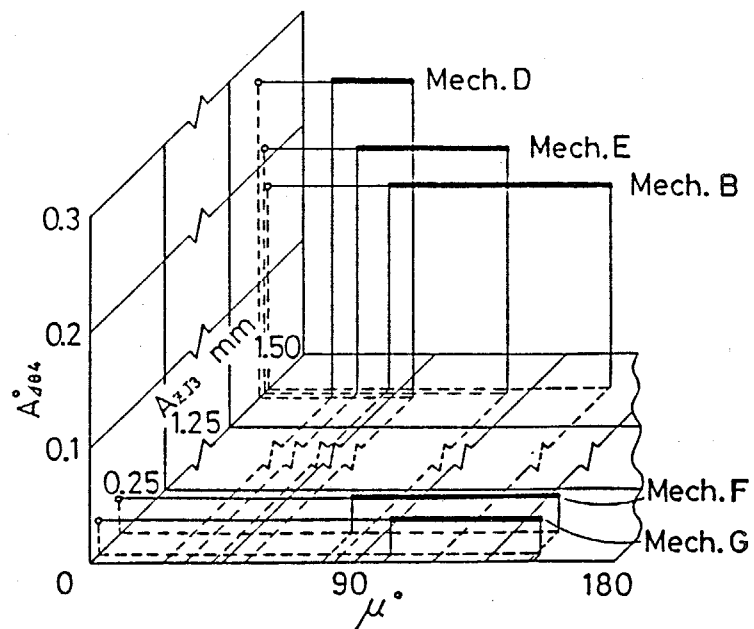


図 4-3-11 伝達角と機構出量誤差

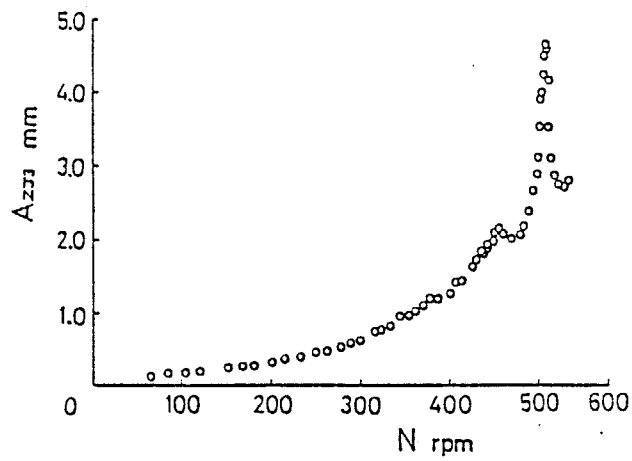
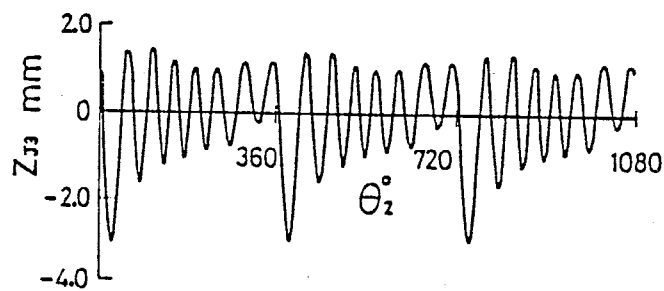
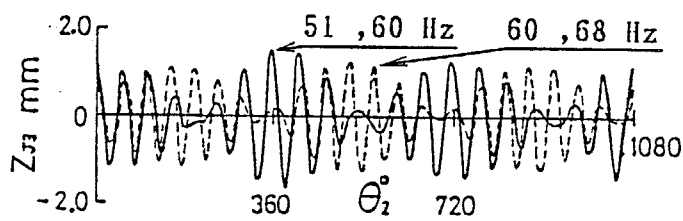


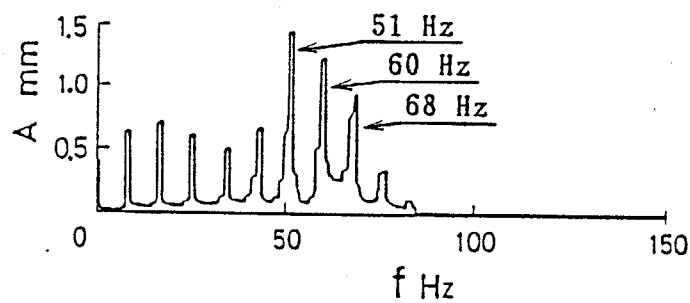
図 4.3.12 原動節回転速度と面外変位(実験結果)



(a) 面外変位の振動波形



(b) 逆フーリエ変換後の波形



(c) 周波数分析結果

図 4.3.13 面外変位の共振波形と周波数分析結果

4・4 動節の理想運動平面直角方向の弾性変形と対偶の遊びを考慮した機構の解析

本節では、動節が平行平面上に配置されたオフセットを有する平面機構について対偶に遊びのある場合を取り上げ、理論的ならびに実験的に解析を行い、節の弾性、オフセットおよび対偶の遊びが機構の動特性に及ぼす影響を明らかにする。

4・4・1 機構の運動方程式

4・3・3 項で示した動節の運動方程式および対偶の運動方程式に、遊びを考慮した対偶の拘束条件式を付け加えれば、節の弾性、オフセットおよび対偶の遊びを考慮した機構の運動方程式が得られ、これを解けば機構の運動を知ることができる。

対偶の拘束条件式は対偶に遊びがあるか否かにより次のようになる。

(1) 対偶に遊びがある場合 図4・4・1 の対偶 J_i において、対偶素中心間の相対変位ベクトルを e_i とすれば次式が成立する。

$$e_i = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{Gi,i+1} \\ Y_{Gi,i+1} \\ Z_{Gi,i+1} \end{pmatrix} + [\theta_{i+1}]^T [\varphi_{i+1}]^T \begin{pmatrix} x_{i+1,0} \\ 0 \\ z_{i+1,0} \end{pmatrix}_{i+1} + [\theta_{i+1}]^T [\varphi_{i+1}]^T [\psi_{i+1,0}]^T [\delta_{i+1,0}]^T \begin{pmatrix} x_{Ji,i+1} \\ y_{Ji,i+1} \\ 0 \end{pmatrix}_{i+1,0} \\ - \begin{pmatrix} X_{Gi} \\ Y_{Gi} \\ Z_{Gi} \end{pmatrix} + [\theta_i]^T [\varphi_i]^T \begin{pmatrix} x_{i,\pi+3} \\ 0 \\ z_{i,\pi+3} \end{pmatrix}_i + [\theta_i]^T [\varphi_i]^T [\psi_{i,\pi+3}]^T [\delta_{i,\pi+3}]^T \begin{pmatrix} x_{Ji,i} \\ y_{Ji,i} \\ s_{Ji} \end{pmatrix}_{i,\pi+3} \end{pmatrix} \quad (4.4.1)$$

対偶は半径方向にのみ遊びを有し対偶軸方向には遊びはないものとする。従って対偶 J_i の二つの対偶素は対偶軸方向に幾何学的拘束を受け、次式が成立する。

$$\left\{ [\delta_{i,\pi+3}] [\psi_{i,\pi+3}] [\varphi_i] [\theta_i] e_i \right\}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{i,\pi+3} = 0 \quad (4.4.2)$$

さらに、対偶 J_i における二つの対偶素の対偶軸の方向が一致するので、次式が成立する。

$$\left\{ [\theta_i]^T [\varphi_i]^T [\psi_{i,\pi+3}]^T [\delta_{i,\pi+3}]^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{i,\pi+3} \right\} = \left\{ [\theta_{i+1}]^T [\varphi_{i+1}]^T [\psi_{i+1,0}]^T [\delta_{i+1,0}]^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{i+1,0} \right\} \quad (4.4.3)$$

対偶の節 $i+1$ 側においては、対偶素間の相対変位 $|e_i|$ と半径すきま C_{ri} から対偶素の弾性変形量 $\delta_i (=|e_i| - C_{ri})$ が求まり、その正負により対偶素間の接触、分離が判断される。

対偶軸は図4・4・1 のように節 i 側の端点で力 $F_{Ji,0}$ とモーメント $M_{Ji,0}$ を受け、節 $i+1$ 側の端点では半径方向接触点 B_i において力 $F_{nJi,1}$ および $F_{tJi,1}$ 、対偶素中心点 A_i において力 $F_{zJi,1}$ 、 $F_{xJi,1}$ 、 $F_{yJi,1}^{(z)}$ およびモーメント $M_{Ji,1}$ を受けるものとする。点 B_i における対偶作用力の法線および接線方向成分 $F_{nJi,1}$ および $F_{tJi,1}$ は対偶素間の分離時は零とし、接触時は次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} F_{nji,1} &= P(\delta_i) + C_{ni} V_{ni} \\ F_{tji,1} &= \mu_{ti} \operatorname{sgn}(V_{ti}) F_{nji,1} + C_{ti} V_{ti} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.4)$$

ここに、 $P(\delta_i)$ は弾性変形量 δ_i の関数であり、 C_{ni} 、 C_{ti} はそれぞれ対偶の接触面の法線および接線方向の粘性減衰係数、 μ_{ti} は接線方向の運動摩擦係数、 V_{ni} 、 V_{ti} は接触点における対偶素相対速度の法線および接線方向成分である。点 A_i における力 $F_{xji,1}^{(x)}$ および $F_{yji,1}^{(x)}$ は次式で与えられる。

$$\left\{ \begin{aligned} F_{xji,1}^{(z)} \\ F_{yji,1}^{(z)} \end{aligned} \right\} = \mu_{zi} \left\{ \begin{aligned} \sigma_{zi} \\ \sigma_{yi} \end{aligned} \right\} F_{zji,1} + C_{zi} \left\{ \begin{aligned} (\dot{e}_{xi})_{i,n+3} \\ (\dot{e}_{yi})_{i,n+3} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.5)$$

ここで、 μ_{zi} は対偶軸方向を拘束するフランジの運動摩擦係数であり、 C_{zi} はフランジの粘性減衰係数、 $(\dot{e}_{xi})_{i,n+3}$ 、 $(\dot{e}_{yi})_{i,n+3}$ は対偶素間相対速度の $x_{i,n+3}$ 軸および $y_{i,n+3}$ 軸方向成分である。

点 A_i には、点 B_i における作用力によりモーメントが生じるので、軸の回転の運動方程式は、式(4.3.21)の $M_{ji,1}$ を次式の $M_{ji,1}^{(x)}$ で置き換えれば得られる。

$$M_{ji,1}^{(x)} = M_{ji,1} + \left\{ \begin{aligned} 0 \\ 0 \\ -r_{i,i} F_{tji,1} \end{aligned} \right\}_{i,n+3} \quad (4.4.6)$$

ここで、 $r_{i,i}$ は軸の半径である。

(2) 対偶に遊びがない場合 この場合の拘束条件式は、式(4.4.1)において $e_i = 0$ とおけばよい。また式(4.4.5)はそのまま成立する。

以上の動節の運動方程式、対偶の拘束条件式ならびに各節間の力およびモーメントの拘束条件式を組み合わせることで解析することにより、機構内の各動節および対偶の運動を把握することができる。

4.4.2 平面4節機構の理論解析および実験

4.4.2.a 理論解析

図4.3.3および表4.4.1に示す中間節と従動節が薄い長方形断面(厚さ t_i 、幅 b_i ; $i=3,4$)をもつ弾性節であり、それらが半径方向に遊びを有する対偶を介して平行平面上に配置されたオフセットを有する平面4節機構について解析を行った。その際、中間節および従動節はそれぞれ3等分割し、節の曲げこわさとねじりこわさには以下に示す値を用いた。

$$C_{n3} = 123.0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad C_{t3} = 123.0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad \mu_{t3} = 0.15,$$

$$C_{z3} = 31.0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}, \quad \mu_{z3} = 0.15$$

$$(EI)_{3,j} = (EI)_{4,j} = 6.1 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \quad (j=2 \sim 4)$$

$$(GI)_{3,j} = (GI)_{4,j} = 9.0 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \quad (j=1 \sim 4)$$

解析結果の一部を示せば図4.4.2～図4.4.4の破線となる。図4.4.2は、従動節動対

偶の半径すきま $C_{r3}/r_{34}=1.068 \times 10^{-2}$, オフセット $s_{J3}=15 \text{ mm}$ および原動節回転速度 $N=400 \text{ rpm}$ の場合の, 対偶 J_3 の理想運動平面直角方向変位 z_{J3} , 従動節角変位誤差 $\angle\theta_4$ および極座標表示された対偶 J_3 における半径すきまで無次元化された対偶素間相対変位 (ε_3, ψ_3) を表す. ただし, 相対変位の軌跡上の数字は原動節角変位を表し, 座標原点は従動節動対偶素中心, 始線は X 軸に常に平行である. また図4.4.3, 図4.4.4 はそれぞれ中間節のたわみ曲線の曲率 $\kappa_{i,j}$ および節長方向の単位長さ当りの節中心線回りのねじれ角 $\omega_{i,j}$ である. ただし添字 i, j は節上の位置を表し, 図4.3.3 に従うものとする.

4.4.2.b 実験解析

(1) 実験装置および実験 表4.4.1 の諸元を有する実験装置を試作して実験を行った. この実験装置は, 4.3 の機構Bに対応し, その外観は図4.3.6 と同様である. 原動節静止対偶 J_1 には深みぞ玉軸受 #6206 を用い, それ以外の対偶はすべてすべり軸受であり, 原動節動対偶 J_2 および従動節静止対偶 J_4 には遊びはないものとする. また従動節動対偶 J_3 は半径方向および対偶軸方向のすきまを変えることができ, 半径すきま $C_3/r_{43}=1.123 \times 10^{-3}$ および対偶軸方向すきま $C_{t3}/s_{J3}=1.456 \times 10^{-2}$ の場合を遊びなしとみなす.

面外変位, 従動節角変位誤差, たわみの曲率および単位長さ当りのねじれ角の測定方法は, 4.3.6.a で詳述したとおりである.

(2) 実験結果および検討 対偶 J_3 の半径すきま $C_{r3}/r_{34}=1.068 \times 10^{-2}$ の場合の実験結果を図4.4.2 ~ 図4.4.4 に実線で示す. 同図より, 理論結果と実験結果はほぼ一致しており, 前節の解析式によって対偶に半径方向遊びのある場合にもオフセットを有する平面機構の動特性を把握し得ることがわかる.

4.4.3 対偶の遊びと機構の動特性

図4.3.3 で示した平面4節機構を例にとり, 先に示した解析式を用いて対偶の半径方向遊びおよびオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を解析し, また図4.3.3 に示す対偶 J_3 の対偶軸方向遊びの影響を解析する.

4.4.3.a 半径方向遊び

図4.4.5 は対偶 J_3 に作用する力の x_3 軸方向成分 F_{36x} および y_3 軸回りのモーメント M_{36y} である. 同図より, 対偶素の接触による弾性変形により, 対偶作用力およびモーメントに高調波の生じることがわかる. また図4.4.2 ~ 図4.4.4 により, 従動節角変位, 節のたわみおよびねじれには高調波が生じるが面外変位には高調波の生じないことがわかる.

対偶に遊びがない場合には, 前節で述べたように, 二つの弾性節間の相対角変位によって弾性節のたわみ曲線の変化することがわかっているが, 図4.4.3 より節上の位置によって曲率の変化の様子が異なり, 半径方向遊びのある場合にも, 弾性節間相対角変位によりたわみ曲線の変化することがわかる. 図4.4.4 より半径方向遊びのある場合にも

ねじれは節長方向にそってほぼ一樣であることがわかる。

図4・4・6 は対偶 J_3 の半径方向すきまと、面外変位および従動節角変位誤差の機構の一周期における最大値と最小値の差(以下、これを最大全振幅と呼ぶ) A_{zJ_3} および $A_{\theta J_4}$ との関係を表したものである。同図より、対偶の半径方向すきまによって面外変位はあまり変化しないが、従動節角変位誤差はすきまの大なるほど大となることがわかる。

4・4・3・b 対偶軸方向遊び

対偶に半径方向遊びの他に対偶軸方向遊びがある場合の実験結果を図4・4・7～図4・4・8に示す。図4・4・7 は対偶 J_3 の面外変位および従動節角変位誤差であるが、図4・4・2と比較して原動節角変位 0° 以降の大きな変形後の減衰が速いことがわかる。図4・4・8 は中間節のたわみ曲線の曲率および単位長さ当りのねじれ角である。同図より、曲率の変化の様子は節上の位置によって大きな差はなく、たわみ曲線は弾性節間相対角変位によってほとんど変化しないことがわかる。弾性節は対偶軸方向遊びのない場合と同様に一樣にねじれており、また節のたわみが小さいときにはねじり振動がなくなることがわかる。

図4・4・9 は対偶 J_3 の対偶軸方向すきまと対偶 J_3 の面外変位および従動節角変位誤差の最大全振幅との関係を表したものである。同図より、面外変位、従動節角変位誤差のいずれも対偶軸方向すきまが大なるほど増大していることがわかる。

4・4・3・c 原動節回転速度および対偶の遊びと動特性

図4・4・10は対偶 J_3 の遊びを変化させた場合の、原動節回転速度に対する対偶 J_3 の面外変位の最大全振幅に関する実験結果である。同図より、対偶の遊びによって共振周波数や振幅等が変化することがわかる。

4・4・4 オフセットと機構の動特性

図4・4・11はオフセット s_{J_3} を変化させた場合の対偶 J_3 の面外変位、従動節角変位誤差および対偶素間相対変位の理論結果である。同図より、オフセットによって面外変位、従動節角変位誤差および対偶素間相対変位の変化することがわかる。

図4・4・12は対偶 J_3 に遊びがない場合と半径方向遊びがある場合についてオフセットと対偶 J_3 の面外変位および従動節角変位誤差の最大全振幅との関係を表したものである。同図より、対偶の半径方向遊びの有無にかかわらず、対偶 J_3 の面外変位ならびに従動節角変位誤差はオフセットの増大とともに増大することがわかる。

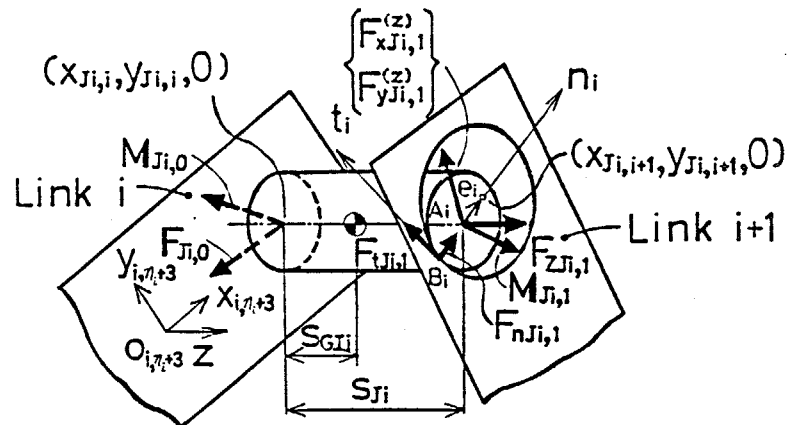


図 4.4.1 遊びのある対偶に作用する力とモーメント

表 4.4.1 機構の諸元

Fixed link		Pair J ₃ (k=x,y)	
l ₁	mm	2r ₄₃	mm 10.021
Crank		S _{J3} , S _{GJ3}	mm 15.0, 11.5
l ₂	mm	m _{J3}	kg 0.0876
l _{G2}	mm	I _{kJ3}	kg·m ² 2.30×10 ⁻⁵
Coupler		Rocker	
l ₃	mm	l ₄	mm 130.0
l _{G3}	mm	l _{G4}	mm 72.5
$\sum_{i=0}^6 m_{3i}$	kg	$\sum_{i=0}^6 m_{4i}$	kg 0.1910
I _{G3}	kg·m ²	I _{G4}	kg·m ² 7.29×10 ⁻⁴
b ₃	mm	b ₄	mm 25.7
t ₃	mm	t ₄	mm 2.47

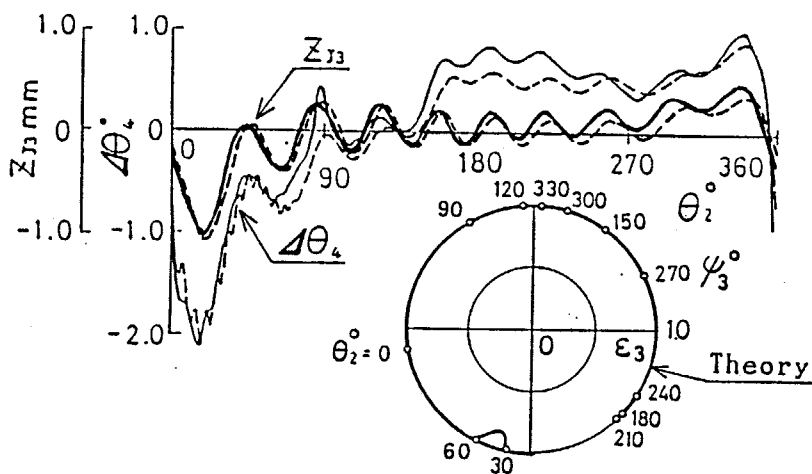


図 4.4.2 対偶 J_3 の面外変位および従動節角変位誤差

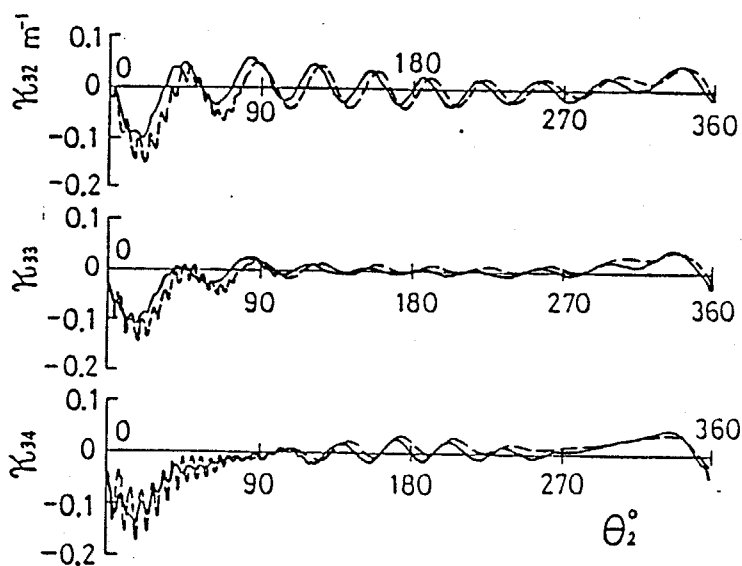


図 4.4.3 中間節の曲率

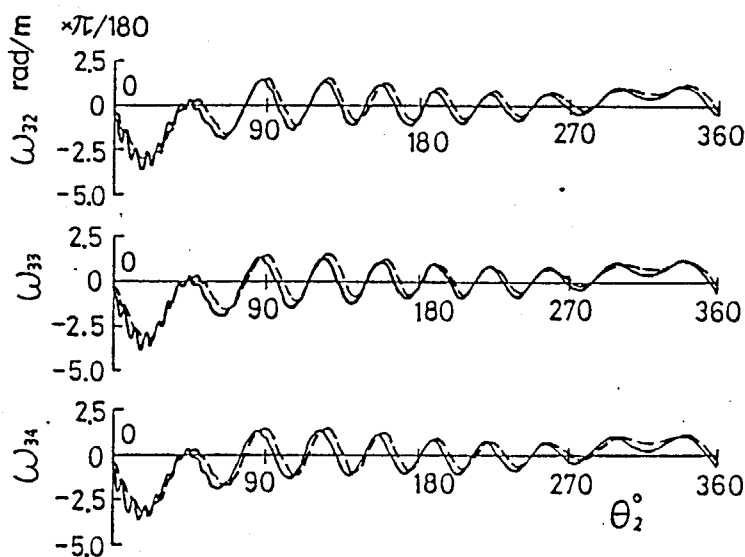


図 4.4.4 中間節の単位長さ当りのねじれ角

$$\left[C_{r3}/r_{43} = 2.136 \times 10^{-2}, N = 400 \text{ rpm} \right]$$

実線：実験結果，破線：理論結果

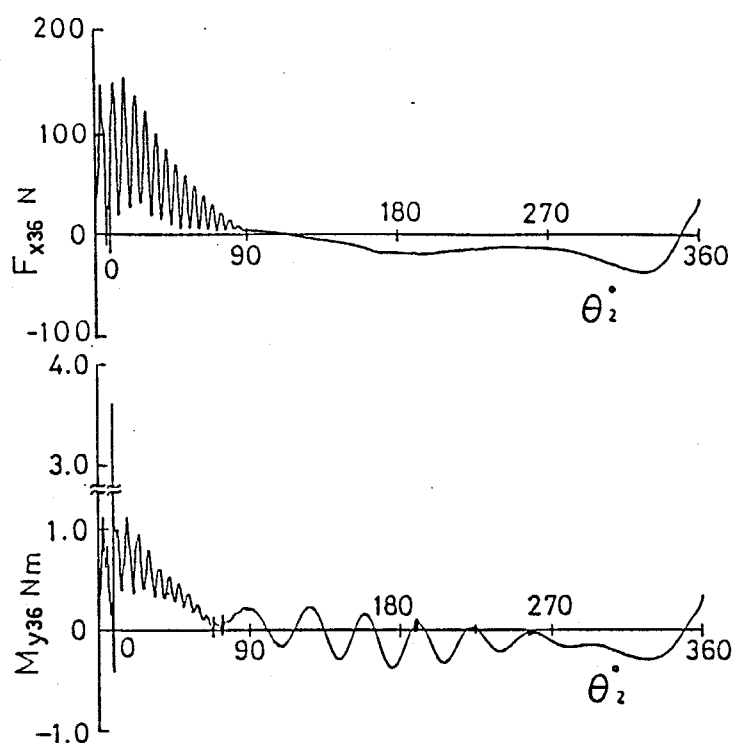


図 4-4-5 対偶 J_3 における力とモーメント
 $[C_{r3}/r_{43}=2.136 \times 10^{-2}, N=400\text{rpm}$, 理論結果]

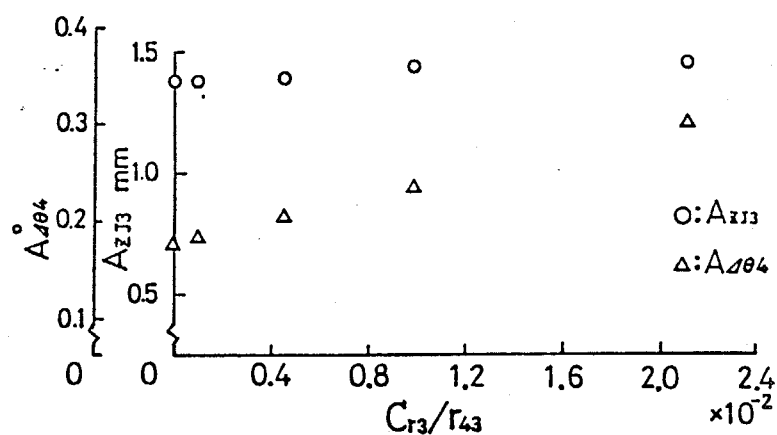


図 4-4-6 半径方向すきまと動特性 (実験結果)

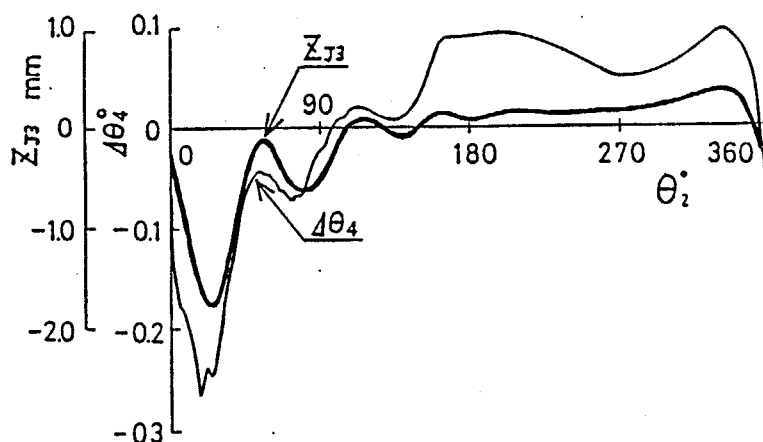


図 4-4-7 対偶 J_3 の面外変位と従動節角変位誤差
 $[C_{r3}/r_{43}=2.136 \times 10^{-2}, C_{t3}/S_{J3}=6.667 \times 10^{-2}]$
 $N=400\text{rpm}$, 実験結果]

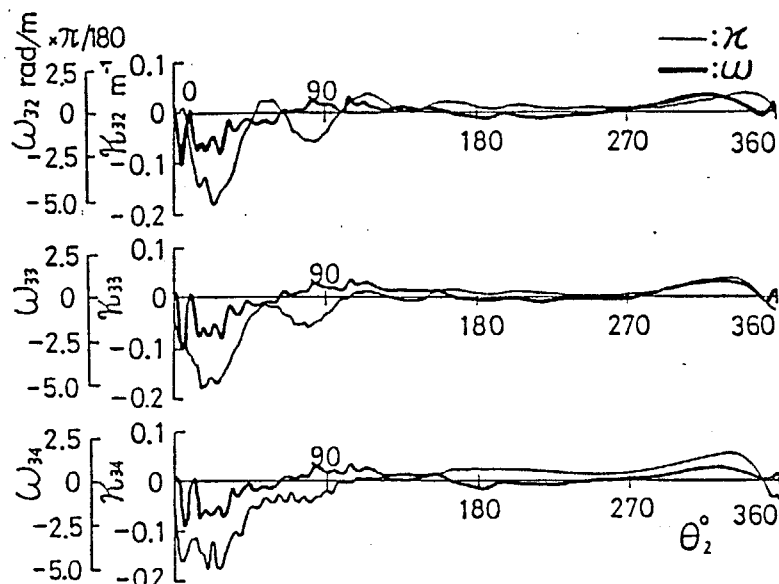


図 4.4.8 中間節の曲率と単位長さ当りのねじれ角

$$\left[\begin{array}{l} C_{r3}/r_{43} = 2.136 \times 10^{-2}, C_{t3}/S_{J3} = 6.667 \times 10^{-2} \\ N = 400 \text{ rpm}, \text{ 実験結果} \end{array} \right]$$

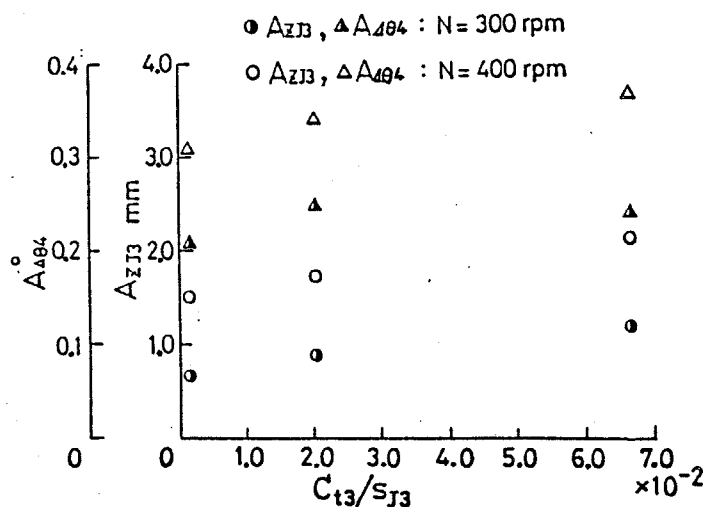


図 4.4.9 対偶軸方向すきまと動特性

$$\left[C_{r3}/r_{43} = 2.136 \times 10^{-2}, N = 400 \text{ rpm}, \text{ 実験結果} \right]$$

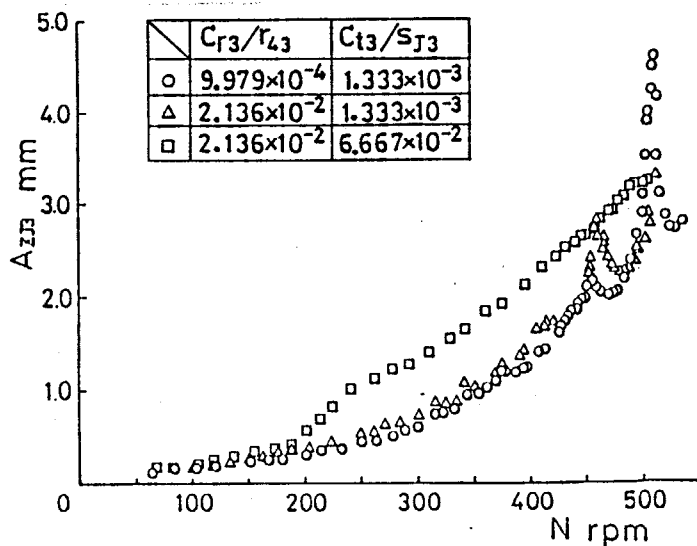


図 4.4.10 原動節回転速度に対する面外変位(実験結果)

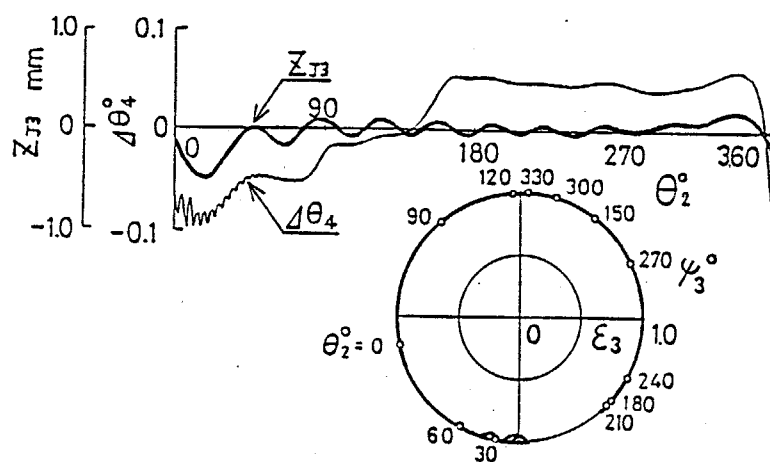
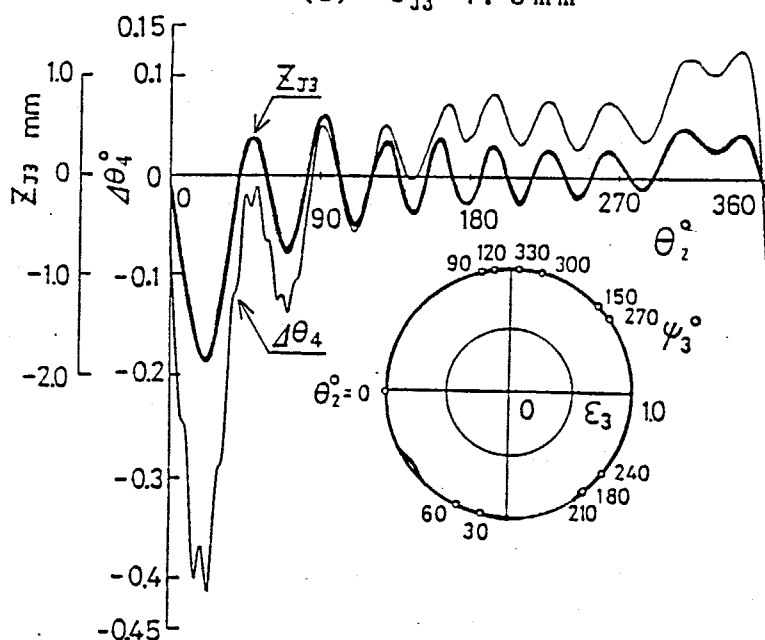
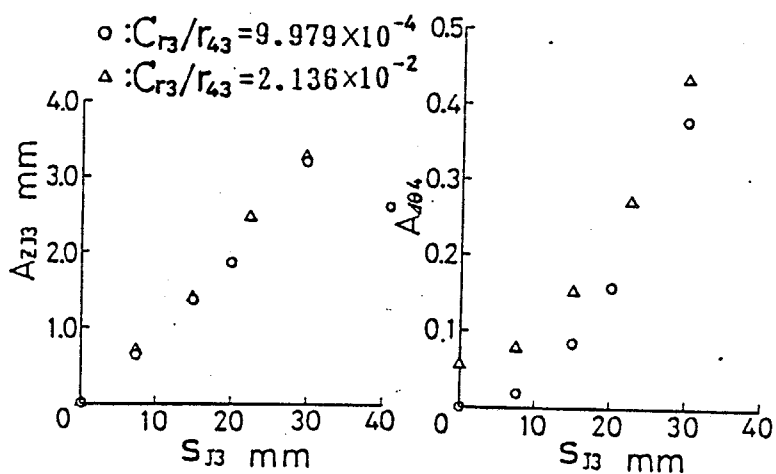
(a) $S_{J3} = 7.5 \text{ mm}$ (b) $S_{J3} = 22.5 \text{ mm}$

図 4.4.11 オフセットと面外変位および対偶素間相対変位
 $[C_{r3}/r_{43} = 2.136 \times 10^{-2}, N = 400 \text{ rpm}, \text{理論結果}]$



(a) 面外変位

(b) 角変位誤差

図 4.4.12 オフセットと面外変位および角変位誤差

$[N = 400 \text{ rpm}, \text{理論結果}]$

4・5 結言

本章では、対偶の遊びとともに、節の弾性を考慮して機構の動特性を解析した。まず、動節がその理想運動平面内に弾性変形する平面機構を取り上げ、節の曲げ剛性とともに、対偶の遊びが対偶素間相対変位、対偶作用力および弾性節の横振動に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に明らかにし弾性節の共振の抑制を行った。さらに、動節の平行平面上へのオフセット、節の曲げおよびねじり剛性を考慮して、平面機構の運動方程式を導出し、これを平面4節回転揺動機構に適用して数値解析を行うとともに実験的検討を加え、節の弾性、オフセットおよび対偶の遊びが機構の動特性に及ぼす影響を明らかにした。本章で得られた結果は次のとおりである。

(1) 動節がその理想運動平面内に弾性変形する平面4節回転揺動機構について、次の結果を得た。

(i) 対偶に遊びがあると対偶素間には接触面法線方向の振動、接触面接線方向の振動および分離・衝突の3種類の相対運動があり、分離がなくとも対偶作用力にはそれぞれの運動に対応する高調波成分が現われる。3種類の相対運動のうち、剛性の低い節の横振動に最も影響を与えるのは、対偶素が互いに接触しながら、接触面接線方向に振動する相対運動である。この接触面接線方向の振動は対偶すきまの増大とともに大きくなり、節に大きな横振動を発生させる。他の二つの相対運動によって生じる対偶作用力は節の横振動に大きな影響を及ぼさない。

(ii) 対偶に遊びのある機構において、節の剛性が低下するにしたがって、その節の横振動の振幅は増大し特定の原動節回転速度において大きな振動が発生する。この振動は、対偶素が互いに接触しながら発生するものであり、弾性節の固有振動数の整数分の一の速度で機構を駆動する場合には、対偶作用力の高調波成分と節の固有振動数が一致し、節に共振現象が発生する。この現象は、対偶すきまが小さい機構ではほとんど無視できる程度であるが、対偶すきまの増大とともに共振時の振幅は急激に大きくなり、機構の高速化化に対して十分に留意しなければならないことがわかった。

(iii) 対偶の遊びによって発生する節の共振を抑制するためには、弾性節の減衰比を増すことが効果的であることを指摘し、実際に減衰比の大きい節を用いて実験を行い、動特性の優れた機構が実現できることを示した。

(2) 動節の平行平面上へのオフセットおよび理想運動平面外への弾性変形を考慮し、具体例として平面4節回転揺動機構を取り上げて、その動特性を明らかにし次の結果を得た。

(i) 理想運動平面直角方向への曲げと節中心線回りのねじりを考慮し、集中定数法を適用して弾性節の運動方程式を導出するとともに対偶の運動方程式および対偶の拘束条件式を導出した。これらによって動節が平行平面上にオフセットを有し理想運動平面外へ弾性変形する平面機構の運動方程式を機械的に得ることが可能である。

(ii) 対偶作用力の弾性節節長方向成分の大きな変動により、従動節動対偶の理想運動平面直角方向変位に大きな変動が生じ、それに伴い従動節角変位誤差も大きく変動するこ

とが明らかとなった。また弾性節は曲げとねじりが相互に影響し合って複雑に運動することがわかった。

(iii) 機構の伝達角が鋭角と鈍角の場合で弾性節のたわみ曲線が大きく異なることを示し、伝達角が最小となる位置の近傍において対偶作用力に大きな変動が生じ、その位置の近傍における対偶部の節の自由振動の振動数の整数分の一で速度で機構を駆動する場合には、対偶部の節は共振により理想運動平面直角方向に大きく振動することがわかった。

(iv) 理想運動平面直角方向変位や弾性節の曲率およびねじれ角に関する理論結果と実験結果がよく一致していることを確認し、本研究で行った理論解析によりオフセットのある平面機構の動特性を把握できることを示した。

(3) 動節が平行平面上にオフセットして配置された平面機構の動的解析法を示し、これを平面4節回転揺動機構に適用して、対偶の遊びとオフセットが機構の動特性に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に明らかにし、次の結果を得た。

(i) 平面機構の運動を記述する一般式から対偶の遊びとオフセットを考慮した平面4節機構の運動方程式を導出し、これにもとづく理論結果が実験結果と一致することを示した。

(ii) 対偶の半径方向にのみ遊びがある場合には、遊びのない場合と同様に、弾性節間相対角変位によって弾性節のたわみ曲線が変化する。また、対偶の半径方向の遊びにより、節のたわみ、ねじれおよび従動節角変位に高調波が生じるが、従動節動対偶の面外変位には高調波は認められない。さらに、対偶の半径方向すきまによって従動節動対偶の面外変位はあまり変化しないが、従動節角変位誤差は半径方向すきまが大なるほど大となる。

(iii) 対偶軸方向すきまが大なるほど、従動節動対偶の面外変位および従動節角変位誤差が大となる。また、対偶軸方向にすきまがあると、弾性節の大きな変形後の振動の減衰が速くなる。

(iv) 対偶すきまの大きさによって、原動節回転速度に対する節の振動の様子が異なり、振幅や共振周波数に変化が生じる。

(V) 対偶の半径方向すきまの有無にかかわらず、従動節動対偶の面外変位ならびに従動節角変位誤差はオフセットの増大とともに増大する。

第5章 対偶の遊びを考慮した機構の動的総合

5・1 緒言

前章までの解析で示したように、高速作動時の機構の変位誤差は主として対偶素間の相対変位および節の振動によって生じる。しかし、対偶の遊びに起因する高振動数の節の振動は第4章で述べたようにわずかの粘性を節に与えることによって抑制することが可能である。また、極めて高精度の機構を除外すれば、対偶素の弾性変形は対偶すきまに比べてかなり小さく設定するのが普通であるから、機構作動時の変位誤差も第2章で示した静的解析によって推定できると考えられる。このような場合には、逆に機構出量誤差を指定してこれを満足する対偶すきまの決定も容易に行うことができる。

このように考えるとき、機構の高速度化を図る上で残された問題は、対偶素間の分離・衝突である。この現象は第3章で述べた解析によって把握することができるが、対偶素間分離の発生しない機構を得るためには、多数の設計変数を含む複雑な微分方程式を繰返し解く必要がある。

そこで、本章では対偶素間の分離発生条件を簡潔に求め、これをもとに対偶素間に分離の発生しない機構を得ることにする。

まず、5・2において、対偶に遊びがあり、原動節が等速回転する平面4節機構について、第3章で導出した機構の運動方程式を変形し、対偶素間の法線方向相対運動を表す質点、ばねおよびダッシュポットからなる一自由度振動モデルの強制振動に関する運動方程式を導出する。さらに、この振動モデルによって対偶素間分離の発生条件を求めるとともに、その条件を支配する要因を明らかにする。

5・3では、5・2で得られる一自由度振動モデルの運動方程式に含まれる励振力と対偶すきまとの関係を明らかにし、対偶素間の分離が生じない限界の対偶すきまを求める方法を示し、対偶素間に分離が発生しない対偶すきまの決定を可能にする。

ついで、5・4において、スライダクランク機構ならびに平面4節回転揺動機構を具体例として取り上げ、遊びのある対偶における振動モデルの運動方程式に含まれる励振力が一定となるように目的関数を定め、数理計画法によって、対偶素間の分離の抑制が可能な動節の形状寸法と質量分布の決定を行う。

さらに、5・5において、既存の機構における対偶素間の分離を抑制するために、振動モデルにおける励振力を構成する各成分のうち、対偶素間相対運動に起因する成分が対偶素間の分離と密接に関係することを示し、対偶素間の分離が発生しないように、この対偶素間相対運動に起因する成分を、外力を加えることによって変更し、対偶素間分離の抑制を可能にする。

5・6では、本章で得られた結果をまとめて述べる。

5・2 対偶素間分離の発生条件

本節では、対偶素間の分離の発生条件を解明するために、まず、機構の運動方程式を変形して、対偶素間の法線方向相対運動が質点、ばねおよびダッシュポットからなる一自由度振動モデルの強制振動とみなせることを示す。ついで、この振動モデルによって3・4・4項で示した平面4節機構に関する3種類の対偶素間の分離の発生条件を求めるとともに、それを支配する要因を明らかにし、対偶素間の分離の種類を力学的に考察する。

5・2・1 対偶の振動モデル

5・2・1・a 動節の変位、速度、加速度および対偶作用力

まず、対偶素間の分離の発生を対偶素間の相対変位により直接把握するために、3章の機構の運動方程式の導出過程で用いている独立変数、たとえば0100機構の場合、 X_3 , Y_3 , 0110機構の場合、 $X_3, Y_3, \theta_3, \theta_4$ のかわりに、対偶素間の分離に直接関係している対偶 J_2 の相対変位と偏心角 e_2, ψ_2 , 対偶 J_2, J_3 の相対変位と偏心角 e_2, ψ_2, e_3, ψ_3 およびそれらの速度、加速度を用いて、動節の変位、速度、加速度および対偶作用力を記述し直すことにする。

図5・2・1に示すように一自由度平面多節機構内の対偶 J_i の対偶素間相対変位と偏心角 e_i, ψ_i およびそれらの速度、加速度による動節 j ($j=3, 4, \dots, n$)の変位 θ_j , X_j, Y_j , 速度 $\dot{\theta}_j, \dot{X}_j, \dot{Y}_j$ および加速度 $\ddot{\theta}_j, \ddot{X}_j, \ddot{Y}_j$ は、遊びのない場合の変位 θ_j^* , X_j^*, Y_j^* , 速度 $\dot{\theta}_j^*, \dot{X}_j^*, \dot{Y}_j^*$ および加速度 $\ddot{\theta}_j^*, \ddot{X}_j^*, \ddot{Y}_j^*$ を用いて、次のように求まる。

$$\lambda_j = \lambda_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i e_i \frac{\partial \lambda_j}{\partial e_i} \quad (5.2.1)$$

$$\dot{\lambda}_j = \dot{\lambda}_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i \left\{ \dot{e}_i \frac{\partial \lambda_j}{\partial e_i} + e_i \frac{\partial \dot{\lambda}_j}{\partial e_i} \right\} \quad (5.2.2)$$

$$\ddot{\lambda}_j = \ddot{\lambda}_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i \left\{ \ddot{e}_i \frac{\partial \lambda_j}{\partial e_i} + 2\dot{e}_i \frac{\partial \dot{\lambda}_j}{\partial e_i} + e_i \frac{\partial \ddot{\lambda}_j}{\partial e_i} \right\} \quad (5.2.3)$$

ただし、 λ は θ または X または Y である。

この加速度により、対偶 J_i ($i=1, 2, \dots, n$)の作用力 F_{xi}, F_{yi} は、すべての対偶に遊びのない機構の対偶 J_i の作用力 F_{xi}^*, F_{yi}^* によりそれぞれ次式で表される。

(付録(6)参照)

$$F_{xi} = F_{xi}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{x\theta ij} g_{\theta kj} + f_{xxij} g_{xkj} + f_{xyij} g_{ykj}) \quad (5.2.4)$$

$$F_{yi} = F_{yi}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{y\theta ij} g_{\theta kj} + f_{yxij} g_{xkj} + f_{yyij} g_{ykj}) \quad (5.2.5)$$

5・2・1・b 振動モデル

遊びのある対偶の作用力の法線および接線方向成分 F_{ni} および F_{ti} は、3・2で述べたように、弾性変形復元力と粘性減衰力の和および運動摩擦力と粘性減衰力の和で与えられ、これらと F_{xi}, F_{yi} の関係は次式で表される。ただし、 $P(\delta_i)$ は対偶素の弾性変

形量 $\delta_i (= e_i - C_i)$ の関数である.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F_{ni} \\ F_{ti} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c_{ni}\dot{e}_i + P(\delta_i) \\ c_{ti}e_i\dot{\phi}_i + u_i \operatorname{sgn}(e_i\dot{\phi}_i)F_{ni} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \phi_i & \sin \phi_i \\ -\sin \phi_i & \cos \phi_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

式(5.2.6)に式(5.2.4), (5.2.5) を代入すれば次式を得る.

$$F_{ni} = F_{ni}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{n\theta ij} g_{\theta kj} + f_{nXij} g_{Xkj} + f_{nYij} g_{Ykj}) \quad (5.2.7)$$

$$F_{ti} = F_{ti}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{t\theta ij} g_{\theta kj} + f_{tXij} g_{Xkj} + f_{tYij} g_{Ykj}) \quad (5.2.8)$$

ここに, F_{ni}^* , F_{ti}^* , $f_{n\lambda ij}$ および $f_{t\lambda ij}$ はそれぞれ, 式(5.2.6) と同様に F_{xi}^* , F_{yi}^* , $f_{x\lambda ij}$ および $f_{y\lambda ij}$ から求まる.

式(5.2.7)の右辺の $g_{\lambda kj}$ に含まれる $\ddot{e}_i$ の係数を機構の等価質量 M_{eqi} として式(5.2.7)を整理すれば次式となる.

$$M_{eqi}\ddot{e}_i + c_{ni}\dot{e}_i + P(\delta_i) = F_{ei} \quad (5.2.9)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} F_{ei} &= F_{ni}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j \{ \sigma_{ij} (f_{n\theta ij} g_{\theta kj} + f_{nXij} g_{Xkj} + f_{nYij} g_{Ykj}) \} \\ \sigma_{ij} &= 0 (j=i), \quad \sigma_{ij} = 1 (j \neq i) \end{aligned} \right\} \quad (5.2.10)$$

式(5.2.9) は, 図5.2.2 に示すように, 質量 M_{eqi} の物体がばね定数 $k_i [= P(\delta_i)/(e_i - C_i)]$ のばねと粘性減衰係数 c_{ni} のダッシュポットによって支持される質量のない皿にのって, 励振力 F_{ei} を受けている強制振動の運動方程式とみなすことができる. 対偶素間の分離は, 接触状態から, 振動モデルにおける物体と皿との反力(対偶作用力) f_i が零となって発生する.

すなわち, 対偶素間の分離発生条件は次式となる.

$$f_i = F_{ei} - M_{eqi}\ddot{e}_i = 0 \quad (5.2.11)$$

5.2.2 スライダクランク機構に関する振動モデルの運動方程式

式(5.2.9) に対応する J_i ($i=2,3$) の振動モデルの運動方程式は, 具体的に次のように求められる.

$$\begin{aligned} M_{eq2}\ddot{e}_2 + c_{n2}\dot{e}_2 + k_2(e_2 - C_2) &= F_{n2}^* + K_{122}e_2\dot{\phi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2\dot{\phi}_2 + e_2\ddot{\phi}_2) \\ &\quad - K_{132}(\ddot{e}_3 - e_3\dot{\phi}_3^2) - K_{232}(2\dot{e}_3\dot{\phi}_3 + e_3\ddot{\phi}_3) \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

$$\begin{aligned} M_{eq3}\ddot{e}_3 + c_{n3}\dot{e}_3 + k_3(e_3 - C_3) &= F_{n3}^* + K_{133}e_3\dot{\phi}_3^2 - K_{233}(2\dot{e}_3\dot{\phi}_3 + e_3\ddot{\phi}_3) \\ &\quad - K_{123}(\ddot{e}_2 - e_2\dot{\phi}_2^2) - K_{223}(2\dot{e}_2\dot{\phi}_2 + e_2\ddot{\phi}_2) \end{aligned} \quad (5.2.13)$$

$$\left. \begin{aligned}
\begin{Bmatrix} K_{112} \\ K_{212} \end{Bmatrix} &= \left[-M_3(l_3 \cos(\psi_2 - \theta_3^*) - (l_3 \sin \theta_3^* - l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3}))(\sin \psi_2 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_2)) \begin{Bmatrix} A_{3E1} \\ A_{3P1} \end{Bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - M_3(l_3 \mu_4 \sigma_4 \cos(\psi_2 - \theta_3^*) + (l_3 \cos \theta_3^* - l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3}))(\sin \psi_2 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_2)) \begin{Bmatrix} B_{3E1} \\ B_{3P1} \end{Bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - M_4 l_3 \cos(\psi_2 - \theta_3^*) \begin{Bmatrix} A_{4E1} \\ A_{4P1} \end{Bmatrix} + I_3(\sin \psi_2 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_2) \begin{Bmatrix} C_{3E1} \\ C_{3P1} \end{Bmatrix} \right] / (l_3(\cos \theta_3^* + \mu_4 \sigma_4 \sin \theta_3^*)) \\
\begin{Bmatrix} K_{113} \\ K_{213} \end{Bmatrix} &= \left[-M_3 l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3})(\sin \psi_3 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_3) \begin{Bmatrix} A_{3E1} \\ A_{3P1} \end{Bmatrix} + M_3 l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3})(\sin \psi_3 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_3) \begin{Bmatrix} B_{3E1} \\ B_{3P1} \end{Bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - M_4 l_3 \cos(\psi_3 - \theta_3^*) \begin{Bmatrix} A_{4E1} \\ A_{4P1} \end{Bmatrix} + I_3(\sin \psi_3 + \mu_4 \sigma_4 \cos \psi_3) \begin{Bmatrix} C_{3E1} \\ C_{3P1} \end{Bmatrix} \right] / (l_3(\cos \theta_3^* + \mu_4 \sigma_4 \sin \theta_3^*)) \\
\begin{Bmatrix} A_{3E1} \\ A_{3P1} \end{Bmatrix} &= (l_3 \sin \theta_3^* - l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3})) \begin{Bmatrix} C_{3E1} \\ C_{3P1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} A_{4E1} \\ A_{4P1} \end{Bmatrix} + (2-i) \begin{Bmatrix} \cos \phi_i \\ \sin \phi_i \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} A_{4E1} \\ A_{4P1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos(\phi_i - \theta_3^*) \\ \sin(\phi_i - \theta_3^*) \end{Bmatrix} / \cos \theta_3^* \\
\begin{Bmatrix} B_{3E1} \\ B_{3P1} \end{Bmatrix} &= -(l_3 \cos \theta_3^* - l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3})) \begin{Bmatrix} C_{3E1} \\ C_{3P1} \end{Bmatrix} + (2-i) \begin{Bmatrix} \sin \phi_i \\ \cos \phi_i \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} C_{3E1} \\ C_{3P1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \sin \phi_i \\ \cos \phi_i \end{Bmatrix} / (l_3 \cos \theta_3^*)
\end{aligned} \right\} \quad (5.2.14)$$

対偶 J_2 にのみ遊びがある場合には、その振動モデルの運動方程式は、式(5.2.12)において $K_{132} = K_{232} = 0$ とおいて、次のように求められる。

$$M_{e12} \ddot{e}_2 + c_{n2} \dot{e}_2 + k_2(e_2 - C_2) = F_{n2}^* + K_{122} e_2 \dot{\psi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2 \dot{\psi}_2 + e_2 \ddot{\psi}_2) \quad (5.2.15)$$

5.2.3 平面4節機構に関する振動モデルの運動方程式

平面4節機構を解析例として取り上げ、各対偶における振動モデルの運動方程式を導出する。機構の閉回路条件式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
\sum_{j=2}^4 (l_j \cos \theta_j + \zeta_j e_j \cos \psi_j) &= l_1 \\
\sum_{j=2}^4 (l_j \sin \theta_j + \zeta_j e_j \sin \psi_j) &= 0
\end{aligned} \right\} \quad (5.2.16)$$

これを e_i について微分し、 $\partial \theta_3 / \partial e_i$, $\partial \theta_4 / \partial e_i$ を求め、さらに式(5.2.16)を時間で1回および2回微分した式から、それぞれ $\partial \theta_3 / \partial e_i$, $\partial \theta_4 / \partial e_i$ および $\partial \dot{\theta}_3 / \partial e_i$, $\partial \dot{\theta}_4 / \partial e_i$ を求める。これらを式(5.2.3)に代入し、整理して、 θ_3 および θ_4 を求める。同様に、 X_j, Y_j については、 X_j, Y_j を表す式を e_i で偏微分し、これを時間で1回および2回微分して、 $\partial X_j / \partial e_i$, $\partial Y_j / \partial e_i$, $\partial \dot{X}_j / \partial e_i$, $\partial \dot{Y}_j / \partial e_i$ を求め、式(5.2.3)に代入することにより、 X_j, Y_j を求める。

以上の θ_j, X_j, Y_j を式(5.2.7), (5.2.8)に代入し、整理すれば、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
F_{ni} &= F_{ni}^* + \sum_{j=2}^4 \zeta_j \{ K_{1ij}(\ddot{e}_j - e_j \dot{\psi}_j^2) - K_{2ij}(2\dot{e}_j \dot{\psi}_j + e_j \ddot{\psi}_j) \} \\
F_{ti} &= F_{ti}^* + \sum_{j=2}^4 \zeta_j \{ K_{2ij}(\ddot{e}_j - e_j \dot{\psi}_j^2) - K_{3ij}(2\dot{e}_j \dot{\psi}_j + e_j \ddot{\psi}_j) \}
\end{aligned} \right\} \quad (5.2.17)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
K_{1ij} &= (A_{3Ej} A_{3Ei} + B_{3Ej} B_{3Ei}) M_3 + (A_{4Ej} A_{4Ei} + B_{4Ej} B_{4Ei}) M_4 \\
&\quad + C_{3Ej} C_{3Ei} I_3 + C_{4Ej} C_{4Ei} I_4
\end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} K_{2ij} &= (A_{3Ej}A_{3pi} + B_{3Ej}B_{3pi})M_3 + (A_{4Ej}A_{4pi} + B_{4Ej}B_{4pi})M_4 \\ &\quad + C_{3Ej}C_{3pi}I_3 + C_{4Ej}C_{4pi}I_4 \\ K_{3ij} &= (A_{3pj}A_{3pi} + B_{3pj}B_{3pi})M_3 + (A_{4pj}A_{4pi} + B_{4pj}B_{4pi})M_4 \\ &\quad + C_{3pj}C_{3pi}I_3 + C_{4pj}C_{4pi}I_4 \end{aligned} \right\} \quad (5.2.18)$$

式(5.2.18)に含まれる A , B および C は l_3 , l_{G3} , l_4 , l_{G4} , β_{G3} , β_{G4} , θ_3^* , θ_4^* および ψ_2 の関数である。

式(5.2.9), (5.2.10) および式(5.2.17)から, 原動節動対偶に遊びのある場合と原・従動節動対偶に遊びのある場合の対偶 J_2 , J_3 の振動モデルの運動方程式はそれぞれ次式となる。式中の k ($i=2, 3$) は線形ばね定数とする。

(1) 対偶 J_2 に遊びのある場合

$$M_{eq2}\ddot{e}_2 + c_{n2}\dot{e}_2 + k_2(e_2 - C_2) = F_{n2}^* + K_{122}e_2\dot{\psi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2) (= F_{e2}) \quad (5.2.19)$$

(2) 対偶 J_2 , J_3 に遊びのある場合

$$\begin{aligned} M_{eq2}\ddot{e}_2 + c_{n2}\dot{e}_2 + k_2(e_2 - C_2) &= F_{n2}^* + K_{122}e_2\dot{\psi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2) \\ &\quad - K_{132}(\ddot{e}_3 - e_3\dot{\psi}_3^2) - K_{232}(2\dot{e}_3\dot{\psi}_3 + e_3\ddot{\psi}_3) (= F_{e2}) \end{aligned} \quad (5.2.20)$$

$$\begin{aligned} M_{eq3}\ddot{e}_3 + c_{n3}\dot{e}_3 + k_3(e_3 - C_3) &= F_{n3}^* + K_{133}e_3\dot{\psi}_3^2 - K_{233}(2\dot{e}_3\dot{\psi}_3 + e_3\ddot{\psi}_3) \\ &\quad - K_{123}(\ddot{e}_2 - e_2\dot{\psi}_2^2) - K_{223}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2) (= F_{e3}) \end{aligned} \quad (5.2.21)$$

5.2.4 対偶素間分離と励振力

3.4.2項および3.4.3項で取上げた表3.4.3の諸元を有する対偶 J_2 に遊びのある平面4節機構の (a) $N=500$ rpm の場合について, 式(5.2.19)の右辺に示される励振力 F_{e2} , その成分である対偶に遊びのない場合の対偶作用力 F_{n2}^* , 対偶素間相対運動に起因する成分 $K_{122}e_2\dot{\psi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2)$, および等価質量 M_{eq2} を対偶素間の接触, 分離とともに示せば図5.2.3の太実線, 細実線, 破線および一点鎖線となる。

上述の (a) の場合の機構と同一の平面4節機構に対して (b) $N=148$ rpm の場合, (c) $N=500$ rpm かつ負荷の作用する場合それぞれについて, 励振力とその成分を図5.2.4 および図5.2.5 に示す。また, 対偶 J_2 , J_3 に遊びのある平面4節機構の $N=500$ rpm の場合の励振力とその成分および等価質量を図5.2.6(a), (b) に示す。

図5.2.3 および図5.2.6 から, 等価質量は対偶素間の分離発生前後でほとんど変化していない。そこで, 振動モデルにおける励振力を用いて対偶素間の分離を説明することにする。

図5.2.3～図5.2.6について、対偶素間分離の発生を考察すると次のようになる。

(a) 機構が高速度で作動する場合

図5.2.3, 図5.2.6 に示す励振力を, 図5.2.7 のように分割し, 第 k 番目の励振力を F_{ei-k} とし, t_k の値域を $0 \leq \omega_k t_k \leq \pi$ として, 次式で近似する。

$$F_{ei-k} = a_k + \sigma_k b_k - \sigma_k b_k \cos \omega_k t_k \quad (5.2.22)$$

ただし, σ_k は $\partial F_{ei-k} / \partial t_k$ の値が正, 零および負に対してそれぞれ 1, 0 および -1である。式(5.2.19)の右辺の励振力を式(5.2.22)で置き換え, $k_1 = 68.6 \times 10^8 \text{ N/m}$, $c_{n1} = 980.6 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ とし, 初期条件を与えることによって, 式(5.2.19)は解析的に解くことが可能となる。得られた解を式(5.2.11)に代入し, $f_1 = 0$ となる時刻 t_k を求めることができる。

図5.2.3 の場合, $\theta_2 = 358.0 \sim 359.7^\circ$ のとき $a_1 = 67.3 \text{ N}$, $\sigma_1 b_1 = 87.9 \text{ N}$, $\omega_1 = 5544 \text{ rad/s}$; $\theta_2 = 359.7 \sim 361.0^\circ$ のとき $a_2 = 243.1 \text{ N}$, $\sigma_2 b_2 = -86.0 \text{ N}$, $\omega_2 = 7250 \text{ rad/s}$; $M_{eq2} = 0.9 \text{ kg}$, $\omega_{n2} = \sqrt{k_2 / M_{eq2}} = 8733 \text{ rad/s}$ であり, これから $f_2 = 0$ となる時刻を求めると $t_2 = 4.1 \times 10^{-4} \text{ s}$ となり, 原動節角変位に換算すれば, $\theta_2 \doteq 360.93^\circ$ となる。図5.2.3 では, 分離は $\theta_2 \doteq 360.9^\circ$ で発生している。

同様に, 図5.2.6 (a) では励振力を $\theta_2 = 362.7^\circ$ から6個の曲線に分割し, $M_{eq2} = 1.0 \text{ kg}$, $\omega_{n2} = 8285 \text{ rad/s}$ から, 分離の発生時刻(原動節角変位)は $t_4 = 5.93 \times 10^{-5} \text{ s}$ ($\theta_2 \doteq 365.08^\circ$) となる。図5.2.6 では $\theta_2 \doteq 365.1^\circ$ で分離, 衝突が発生している。

図5.2.6 (b) の場合, 励振力は $\theta_2 = 363.1^\circ$ から5個の曲線に分割し, $M_{eq3} = 0.6 \text{ kg}$, $\omega_{n3} = 10696 \text{ rad/s}$ から, 分離の発生時刻(原動節角変位)は $t_4 = 1.11 \times 10^{-4} \text{ s}$, ($\theta_2 \doteq 365.13^\circ$) となる。図5.2.6 (b) では $\theta_2 \doteq 365.1^\circ$ で分離が発生している。

以上から, 振動モデルにおける分離の発生位置と実際の実験における分離の発生位置はほとんど一致していることがわかる。したがって, 図5.2.3 および図5.2.6 の場合, 励振力が対偶素間の分離の発生を引き起していることがわかり, 励振力の成分のうち対偶素間相対運動による成分が大きいことから, 対偶素間の分離の発生の原因は, 対偶素間相対運動にあると考えられる。

また, 図5.2.6 から, 対偶 J_3 の対偶素間相対運動が対偶 J_2, J_3 における励振力を与えていることがわかり, この励振力によって対偶 J_2 の対偶素間相対運動が励起され, 対偶 J_3 の励振力に第2のピークを与えていると考えられる。この場合 J_2 および J_3 の対偶素間の分離の原因は, それぞれ対偶 J_3 の対偶素間相対運動および対偶 J_2, J_3 の対偶素間相対運動に起因する。

(b) 機構が低速度で作動する場合

図5.2.4 に示す対偶素間の分離前の励振力 F_{e2} を $F_{e2-1} = a_1 \cos \omega_1 t_1$ ($\omega_1 \ll \omega_{n2}$) で表される曲線の一部として近似し, 式(5.2.15)を解き, e_2 を求め, これを用いて f_2 ($= F_{e2} - m_{eq2} \ddot{e}_2$) を求めると $f_2 = a_1 \cos \omega_1 t_1$ を得る。したがって, 対偶素間の

分離は振動モデルにおける励振力 $F_{e2}=0$ となるときに発生することがわかる。図5・2・4において、 $F_{e2}=0$ となる $\theta_2 \doteq 94^\circ$ 付近で実際に分離が発生しており、この場合も、励振力が分離の発生の原因になっていることがわかる。

図5・2・4 に示す励振力の成分のうち、対偶素間相対運動による成分は小さく、すべての対偶に遊びのない場合の対偶作用力がほとんど支配しており、この対偶作用力による成分を図5・2・4 に示すように慣性力と重力による成分に分けたところ、分離の発生時に慣性力と重力の絶対値が等しくなり、対偶作用力全体で零となっていることがわかった。

(c) 励振力がステップ状に変動する場合

図5・2・5 に示す励振力を近似的に同図の右上に示すステップ関数で置き換える。このとき、励振力 F_{e2} は、 $t < 0$ のとき $F_{e2-1} = a_1$, $t \geq 0$ のとき $F_{e2-1} = a_1 - b_1$ となる。

図5・2・5 の場合、 $M_{eq2}=0.6$ kg, $\omega_{n2}=10696$ rad/s, $a_1=129.9$ N, $b_1=176.5$ Nであり、式(5・2・23)を解くことにより $f_2=0$ となるまでの時間を求めれば約 1.36×10^{-4} s ($N=500$ rpmでは、約 0.41°) となり、励振力のステップ状の変化が $\theta_2=229.4^\circ$ で始まることを考慮すれば、分離の発生する原動節角変位は $\theta_2 \doteq 229.81^\circ$ となる。実際の現象では、 229.9° で分離が発生していることから、ここで示されるステップ状の励振力が対偶素間の分離の原因となっていると考えられる。

以上の対偶素間の分離を力学的に述べれば、(a) は、機構に生じる慣性力が大きく対偶素の弾性変形に依存して、対偶素がたがいに接触しながら急激な相対運動を行って大きく弾性変形した直後に発生したと考えられ、(b) および (c) は、機構に作用する外力により、対偶素の大きな弾性変形を伴うことなく対偶素間の分離が発生したと考えられる。したがって、上記の具体例では、対偶素間の分離として3種類を挙げたが、力学的には、2種類にまとめることができる。

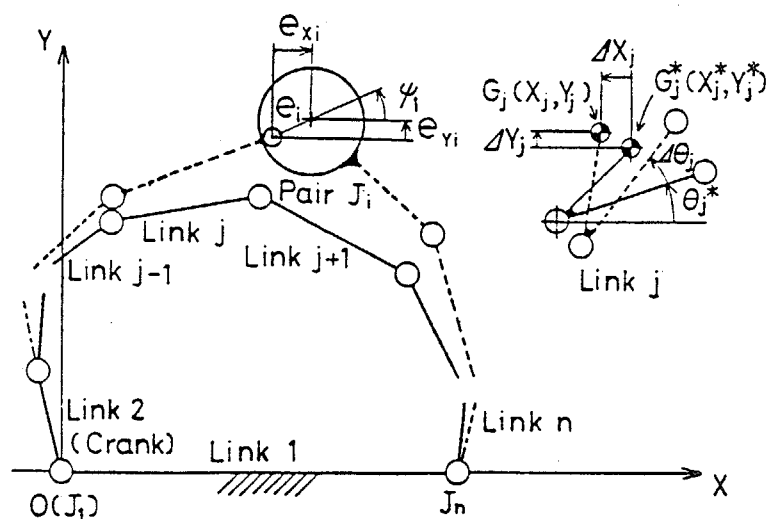
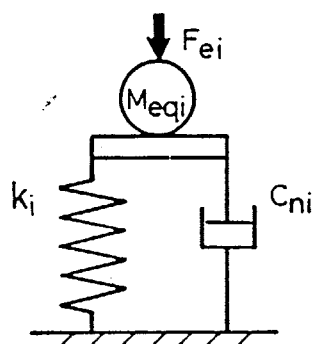
図 5.2.1 平面 n 節機構

図 5.2.2 対偶の振動モデル

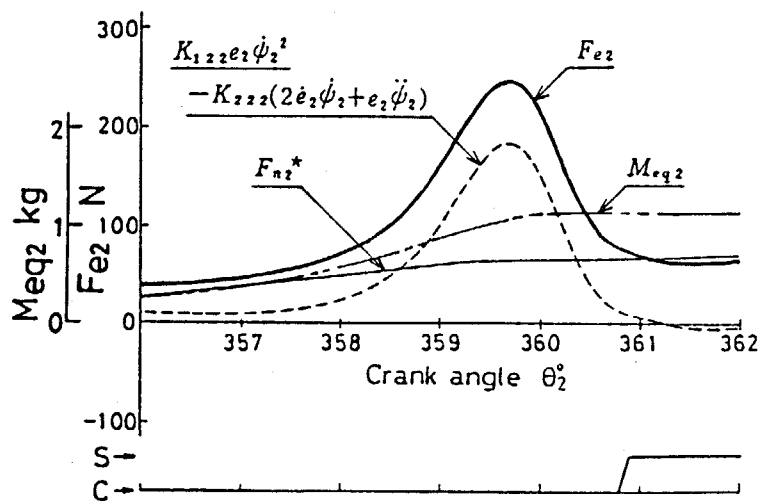


図 5.2.3 対偶 J_2 の振動モデルの励振力 (0100 機構,
 $N=500$ rpm, $C_2/r_{22}=0.0143$, S: 分離, C: 接触)

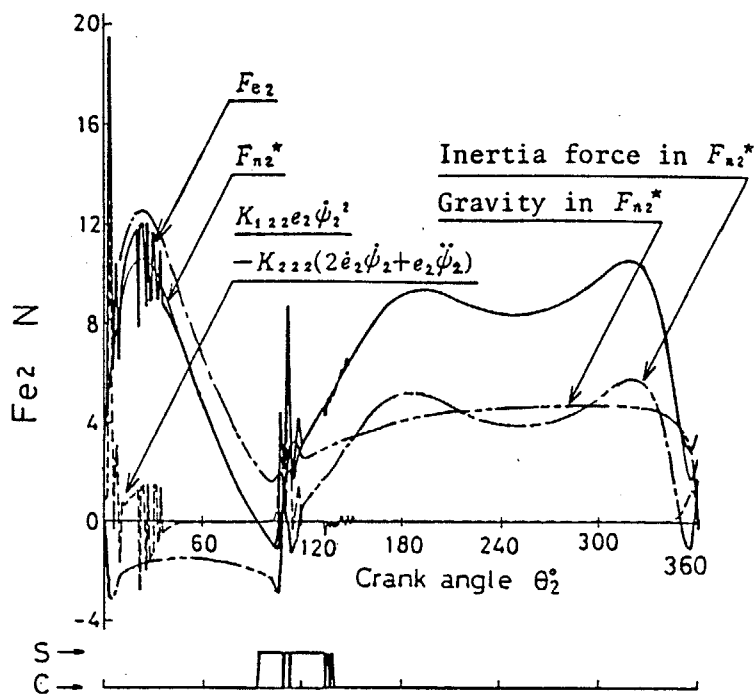


図 5.2.4 対偶 J_2 の振動モデルの励振力 ($N=148$ rpm)

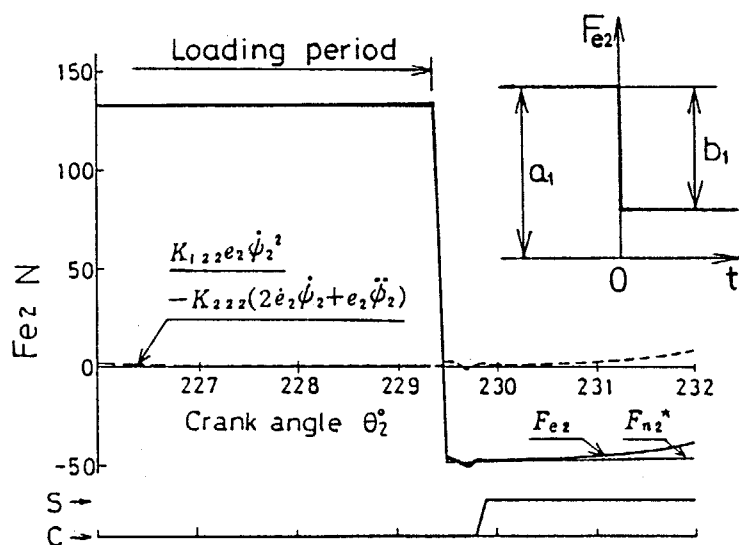


図 5.2.5 対偶 J_2 の振動モデルの励振力
($N=500$ rpm, 負荷の作用する場合)

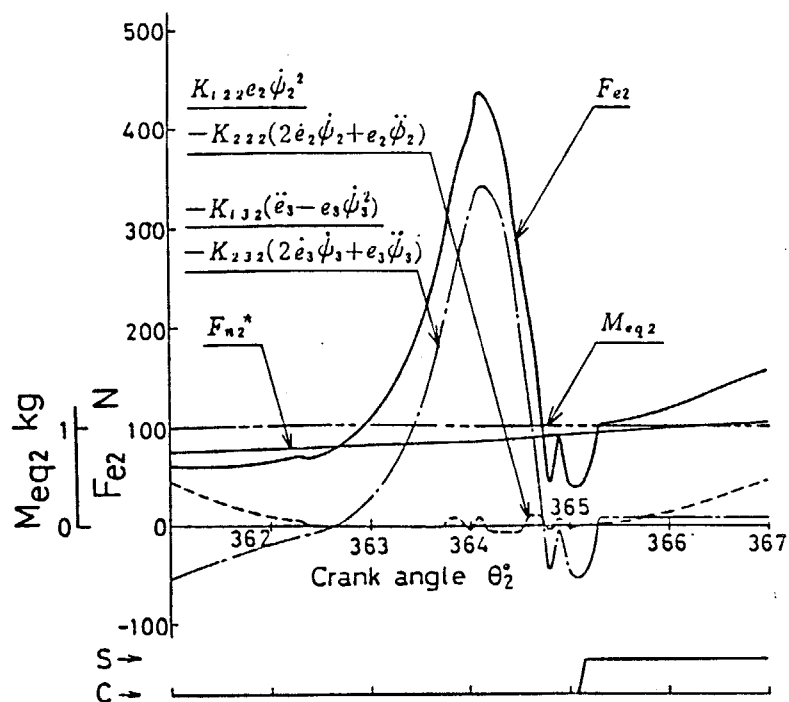
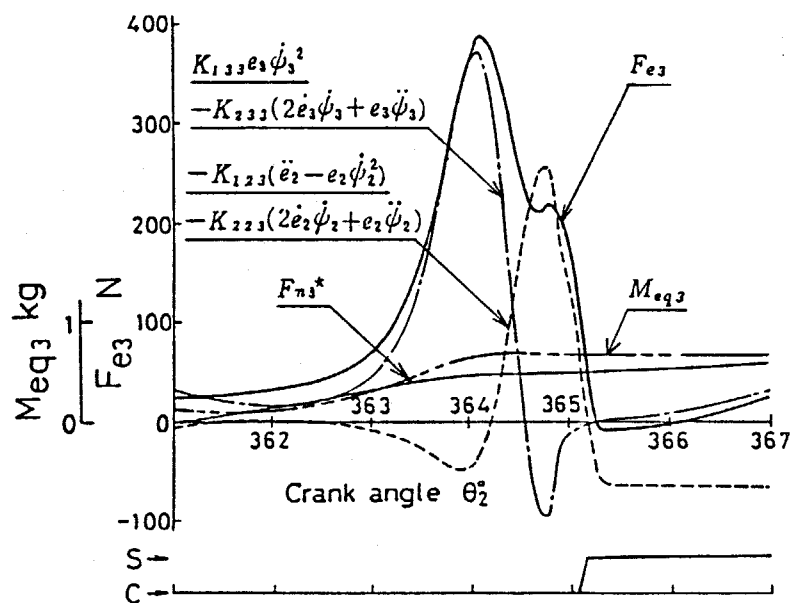
(a) 対偶 J₂(b) 対偶 J₃

図 5・2・6 対偶 J₂, J₃ の振動モデルの励振力 (0110 機構, S: 分離, C: 接触, N=500 rpm, C₂/r₂₂=0.014 3, C₃/r₄₃=0.014 3)

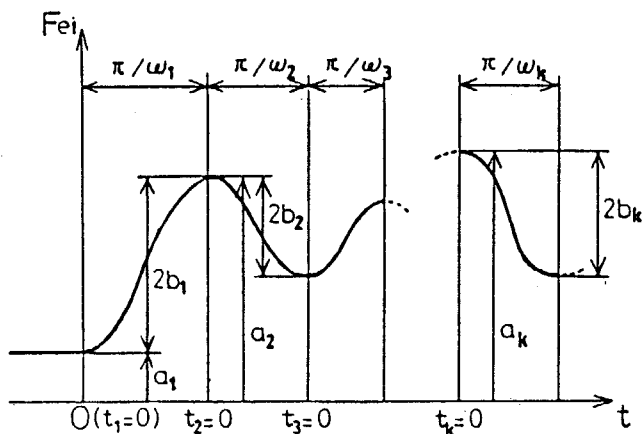


図 5・2・7 励振力の分割

5・3 対偶すきまの決定

本節では、前節で述べた、対偶素間の分離が機構の運動方程式を変形して得られる質点、ダッシュポットおよびばねからなる一自由振動モデルの運動方程式中に含まれる励振力によって把握できることを用いて、対偶素間分離の抑制を可能にする対偶すきまの決定について述べる。

5・3・1 対偶すきまと励振力

5・2 の結果より、図3・4・1 に示す平面4節機構において、対偶 J_i の作用力の法線および接線方向成分の式は、次式で与えられる。

$$c_{ni}\ddot{e}_i + k_i(e_i - C_i) = F_{ni}^* - \sum_{j=2}^4 \zeta_j \{ K_{1ij}(\ddot{e}_j - e_j \dot{\psi}_j^2) + K_{2ij}(2\dot{e}_j \dot{\psi}_j + e_j \ddot{\psi}_j) \} \quad (5.3.1)$$

$$c_{ti}e_i \dot{\psi}_i + \mu_i \operatorname{sgn}(e_i \dot{\psi}_i) \{ c_{ni}\ddot{e}_i + k_i(e_i - C_i) \} = F_{ti}^* - \sum_{j=2}^4 \zeta_j \{ K_{2ij}(\ddot{e}_j - e_j \dot{\psi}_j^2) + K_{3ij}(2\dot{e}_j \dot{\psi}_j + e_j \ddot{\psi}_j) \} \quad (5.3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{1ij} &= \sum_{k=3}^4 \{ (A_{kEi}A_{kEj} + B_{kEi}B_{kEj})M_k + C_{kEi}C_{kEj}I_k \} \\ K_{2ij} &= \sum_{k=3}^4 \{ (A_{kEi}A_{kDj} + B_{kEi}B_{kDj})M_k + C_{kEi}C_{kDj}I_k \} \\ K_{3ij} &= \sum_{k=3}^4 \{ (A_{kDi}A_{kDj} + B_{kDi}B_{kDj})M_k + C_{kDi}C_{kDj}I_k \} \end{aligned} \right\} \quad (5.3.3)$$

式(5.3.1)～(5.3.3)において、 e_i, ψ_i は対偶素間相対変位、偏心角、 $\dot{e}_i, \dot{\psi}_i, \ddot{e}_i, \ddot{\psi}_i$ はそれぞれ e_i, ψ_i の速度、加速度を表し、 k_i, c_{ni}, c_{ti} および μ_i はそれぞれ遊びのある対偶 J_i における対偶素のばね定数、法線、接線方向の粘性減衰係数および運動摩擦係数である。また、 C_i は対偶 J_i の半径すきま、 ζ_i は対偶 J_i に遊びがある場合1, ない場合0であり、 F_{ni}^*, F_{ti}^* はそれぞれ対偶に遊びのない場合の対偶 J_i の作用力の法線、接線方向成分、 M_k および I_k はそれぞれ節 k の質量および重心回りの慣性モーメントである。式(5.3.3)の添字付きの A, B および C はそれぞれ機構定数、各動節の角変位および遊びのある対偶の偏心角の関数である。

式(5.3.1)において、 $j=i$ のときの $\ddot{e}_i$ の係数 K_{1ii} を対偶 J_i における機構の等価質量 M_{eqi} と考え、右辺の $K_{1ii}\ddot{e}_i$ 以外の項を励振力 F_{ei} とみなせば、式(5.3.1)は次式となり、一自由度振動モデルの強制振動の運動方程式とみなし得る。

$$M_{eqi}\ddot{e}_i + c_{ni}\dot{e}_i + k_i(e_i - C_i) = F_{ei} \quad (5.3.4)$$

さて、式(5.3.1), (5.3.2)において、遊びのある各対偶の半径すきま C_i が減少し、 κ_i 倍の半径すきま $\kappa_i C_i$ になったとする。式(5.3.1), (5.3.2)に、 C_i の代わりに $\kappa_i C_i$ ならびにすきまの減少前・後の $e_i, \dot{e}_i, \ddot{e}_i, \dot{\psi}_i$ および $\ddot{\psi}_i$ それぞれの比が実数倍という関係式を代入して得られる式と式(5.3.1), (5.3.2)をそれぞれ比較することによって、対偶すきまをすべて同一の比率 $\kappa (= \kappa_i)$ 倍とした時に、 $e_i, \dot{e}_i$ および $\ddot{e}_i$ は κ 倍、 $\dot{\psi}_i$ および $\ddot{\psi}_i$ は1倍となる。さらに式(5.3.3)に示す K_{1ij}, K_{2ij} および K_{3ij} が $e_i, \dot{e}_i, \ddot{e}_i$ を含まないことを考慮すると、すきまが κ 倍となった時に式(5.3.1)の右辺に示す励振力の F_{ni}^* を除いた対偶素間相対運動による成分も κ 倍となる。

いま、表3・4・3の諸元を有する原・従動節動対偶 J_2, J_3 に遊びのある平面4節機構(0110 機構)において、対偶すきまを $C_2/r_{22} = C_3/r_{43} = 0.00714$ および 0.00357 ,

原動節回転速度を $N=500$ rpm として、励振力およびその対偶素間相対運動による成分を対偶 J_2, J_3 について図示すれば、図5.3.1 となる。対偶 J_2 および J_3 の対偶素間の分離を支配するのは励振力 F_{*2} および F_{*3} の成分のうち、対偶 J_3 の対偶素間相対運動による成分 F_{*23} および F_{*33} であるから、図5.3.1(a), (b) から F_{*23} および F_{*33} のそれぞれの最大値の比を求めれば、それぞれ $1:0.51$ および $1:0.50$ となり、これらは対偶すきまの比 $1:0.50$ とほぼ等しく、上述したことが確認される。

5.3.2 対偶素間分離が発生しない限界対偶すきまの決定

対偶に遊びがあり対偶素間に分離が見られる初期機構（以下、この機構の諸量には添字 I を付ける）において、その数値解析を一度だけ行い、これによって求められる振動モデルにおける励振力成分のうち、対偶に遊びがないとした成分を F_{ni-1}^* 、対偶素間相対運動による成分を F_{ei-1}' 、対偶すきまを C_{i-1} とすれば、対偶すきまを κ 倍にしたときの振動モデルにおける皿と物体の反力 f_i は、前項の結果から次式で与えられる。

$$f_i = F_{ni-1}^* + \kappa(F_{ei-1}' - M_{eqi}\ddot{e}_i) \quad (5.3.5)$$

いま、初期機構 ($\kappa=1$) において、反力 f_i の機構の一周期における最小値 $f_{i-\min}$ は次式で表される。

$$f_{i-\min} = F_{ni-1}^* + F_{ei-1}' - M_{eqi}\ddot{e}_i \quad (5.3.6)$$

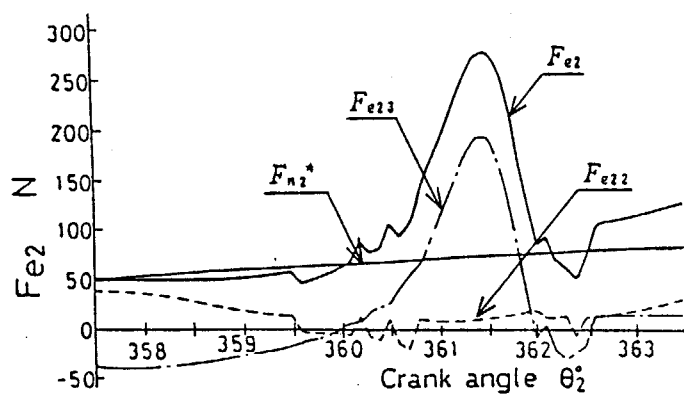
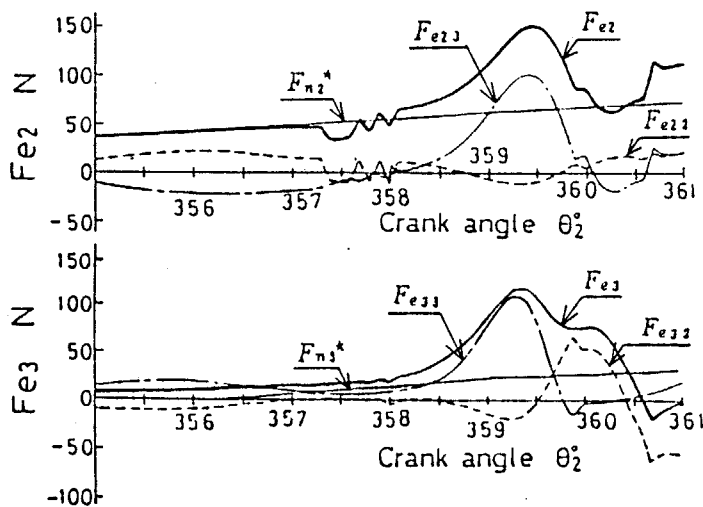
また、初期機構の対偶すきまを減少させた時、対偶素間の分離の発生限界 ($f_i = 0$) における対偶すきまを $C_{i-\lim}$ とし、この時の κ の値を $\kappa_{i-\lim} (= C_{i-\lim}/C_{i-1})$ とすれば、式(5.3.5) より

$$F_{ni-1}^* + \kappa_{i-\lim}(F_{ei-1}' - M_{eqi}\ddot{e}_i) = 0 \quad (5.3.7)$$

が成立する。式(5.3.6), (5.3.7) より $F_{ei-1}' - M_{eqi}\ddot{e}_i$ を消去すれば、 $C_{i-\lim}$ は

$$C_{i-\lim} = \frac{F_{ni-1}^*}{F_{ni-1}^* - f_{i-\lim}} C_{i-1} \quad (5.3.8)$$

で与えられる。式(5.3.8) を用いて、中間節の重心が節中央にある 表 3.4.3 の諸元を有する対偶 J_2 に遊びのある平面4節機構(0100 機構) および 0110 機構について、初期機構の対偶すきまを C_2/r_{22} , C_3/r_{43} とともに 0.0143 、原動節回転速度 N を 500 rpm として、 $C_{i-\lim}$ を求めたところ、0100 機構 では $C_{2-\lim}/r_{22} = 5.01 \times 10^{-3}$ 、0110 機構では、 $C_{2-\lim}/r_{22} = 3.13 \times 10^{-3}$, $C_{3-\lim}/r_{43} = 2.10 \times 10^{-3}$ となった。これらの値は、対偶すきまを除々に小さくして数値解析した結果得られた 対偶素間の分離が見られなくなる対偶すきま $C_{2-\lim}/r_{22} = 4.94 \times 10^{-3}$ (0100 機構), $C_{2-\lim}/r_{22} = 3.16 \times 10^{-3}$, $C_{3-\lim}/r_{43} = 2.47 \times 10^{-3}$ (0110 機構) とほぼ一致し限界の対偶すきまを与える式(5.3.8)の妥当性が確認される。

(a) $C_2/r_{22} = C_3/r_{43} = 0.00714$ (b) $C_2/r_{22} = C_3/r_{43} = 0.00357$ 図 5.3.1 励振力とその成分 (0110 機構, $N = 500$ rpm)

$$\left[\begin{array}{l} F_{e2} = F_{n2}^* + F_{e22} + F_{e23}, F_{e3} = F_{n3}^* + F_{e32} + F_{e33} \\ F_{e22} = K_{122}e_2\dot{\psi}_2^2 - K_{222}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2) \\ F_{e23} = -K_{132}(\ddot{e}_3 - e_3\dot{\psi}_3^2) - K_{232}(2\dot{e}_3\dot{\psi}_3 + e_3\ddot{\psi}_3) \\ F_{e33} = K_{133}e_3\dot{\psi}_3^2 - K_{233}(2\dot{e}_3\dot{\psi}_3 + e_3\ddot{\psi}_3) \\ F_{e32} = -K_{123}(\ddot{e}_2 - e_2\dot{\psi}_2^2) - K_{223}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\ddot{\psi}_2) \end{array} \right]$$

5・4 動節の形状寸法・質量分布の決定

振動モデルの運動方程式の右辺すなわち励振力を一定とすれば、振動モデルは振動することなく、したがって、対偶素間に分離が発生しないと考えられる。そこで、スライダクランク機構および平面4節回転揺動機構を取上げ、それぞれについて、数理計画法により励振力を一定とするための目的関数を導出し、これを用いて対偶素間の分離の抑制を可能にする。

5・4・1 目的関数

5・4・1・a スライダクランク機構

(1) 対偶 J_2 に遊びのある場合 目的関数の導出には、式(5・2・19)に示す対偶作用力の法線方向成分に関する式の他に、次式の接線方向成分に関する式が必要である。

$$c_{12}e_2\dot{\psi}_2 + \mu_2 \operatorname{sgn}(\dot{\psi}_2)(c_{12}\dot{e}_2 + k_2(e_2 - C_2)) = F_{12}^* - K_{222}(\ddot{e}_2 - e_2\dot{\psi}_2^2) - K_{322}(2\dot{e}_2\dot{\psi}_2 + e_2\dot{\psi}_2^2) \quad (5.4.1)$$

式(5・2・19), (5・4・1)において, $e_i = C_i + \Delta e_i$, $\psi_i = \psi_{Fi} + \Delta\psi_i$, $\psi_{Fi} = \tan^{-1}(F_{Yi}^*/F_{Xi}^*)$ ($i=2\sim 4$)とし, e_i, ψ_i を消去すれば, $\Delta e_i, \Delta\psi_i$ に関する方程式が得られる。ここに, Δ は時間にかかわらず一定な微小変位を意味し, F_{Xi}^*, F_{Yi}^* は遊びのない対偶 J_i の作用力の X, Y 方向成分を表す。いま, これらの方程式を機構の一周期に対して, $F_i^* = \sqrt{F_{Xi}^{*2} + F_{Yi}^{*2}}$ として,

$$F_i^* = \text{一定}, \quad K_{1ij} = \text{一定}, \quad K_{2ij} = \text{一定}, \quad \dot{\psi}_{Fi} = \text{一定} \quad (5.4.2)$$

のもとに解けば, $\dot{\theta}_2, k_1, C_1, c_{11}$ および μ_1 は一定値としているから, $\Delta e_i, \Delta\psi_i$ が一定値として求まり, $e_i = C_i + \Delta e_i, \psi_i = \psi_{Fi} + \Delta\psi_i$ で定まる e_i, ψ_i は式(5・4・2)を満足する。この時, 式(5・2・19)の右辺で示される励振力は一定となる。

さて, 原動節が等速回転する場合, 対偶 J_2 の作用力方向 ψ_{F2} は原動節角変位 θ_2 とほぼ同じ方向を示す。したがって, 原動節角変位に対して, ψ_{F2} を除く F_2^*, K_{122} および K_{222} を一定とするために, これらの機構の一周期における平均値からの偏差の二乗の和を最小化する目的関数を考える。その際, F_2^*, K_{122} および K_{222} それぞれの偏差の二乗の和の値を同程度にするために, 最適化を行う際の初期機構に関する F_2^*, K_{122} および K_{222} の偏差の二乗の和でそれぞれ無次元化を行う。次式がその目的関数である。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{\sum [(F_{X2k}^* - \bar{F}_{X2})^2 + (F_{Y2k}^* - \bar{F}_{Y2})^2]}{\sum [(F_{X2k}^{*+} - \bar{F}_{X2}^+)^2 + (F_{Y2k}^{*+} - \bar{F}_{Y2}^+)^2]} \\ & + \frac{\sum (K_{122k} - \bar{K}_{122})^2}{\sum (K_{122k}^+ - \bar{K}_{122}^+)^2} + \frac{\sum (K_{222k} - \bar{K}_{222})^2}{\sum (K_{222k}^+ - \bar{K}_{222}^+)^2} \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

$$\text{ここに, } \begin{Bmatrix} \bar{F}_{X2} \\ \bar{F}_{Y2} \end{Bmatrix} = \bar{F}_2^* \begin{Bmatrix} \cos \psi_{F2} \\ \sin \psi_{F2} \end{Bmatrix} = \bar{F}_2^* \begin{Bmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{Bmatrix}, \quad \Sigma: \sum_{k=1}^{100}$$

記号 $+$ は初期機構, 記号 $-$ は平均値を表す。

(2) 対偶 J_2, J_3 に遊びのある場合 (1) の場合と同様に考察することにより,

$$\left. \begin{aligned} F_i &= \text{一定}, & \phi_{Fi} &= \text{一定}, & K_{1i2} &= \text{一定}, \\ K_{2i2} &= \text{一定}, & K_{1i3} &= \text{一定}, & K_{2i3} &= \text{一定} \end{aligned} \right\} \quad (i=2, 3) \quad (5.4.4)$$

であれば, 式(5.2.16), (5.2.17) の右辺に示す励振力は一定となり, 対偶素間の分離の抑制が可能となる. したがって, 式(5.4.4) を満足する目的関数を次式で定める.

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} = & \sum_{i=2}^3 \left[\frac{\sum (F_{xi}^* - \bar{F}_x)^2 + (F_{yi}^* - \bar{F}_y)^2}{\sum (F_{xi}^{*+} - \bar{F}_x^+)^2 + (F_{yi}^{*+} - \bar{F}_y^+)^2} \right. \\ & + \sum_{j=2}^3 \left\{ \frac{\sum (K_{1ij} - \bar{K}_{1ij})^2}{\sum (K_{1ij}^+ - \bar{K}_{1ij}^+)^2} + \frac{\sum (K_{2ij} - \bar{K}_{2ij})^2}{\sum (K_{2ij}^+ - \bar{K}_{2ij}^+)^2} \right\} \\ & \left. + \frac{\sum (\dot{\phi}_{Fi} - \bar{\dot{\phi}}_{Fi})^2}{\sum (\dot{\phi}_{Fi}^+ - \bar{\dot{\phi}}_{Fi}^+)^2} \right] \quad (5.4.5) \end{aligned}$$

$$\text{ここに, } \begin{cases} \bar{F}_{xi} \\ \bar{F}_{yi} \end{cases} = \bar{F}_i^* \begin{cases} \cos \phi_{Fi} \\ \sin \phi_{Fi} \end{cases}, \quad \Sigma: \sum_{i=1}^{800}$$

$$\dot{\phi}_{Fi} = (F_{xi}^* \dot{F}_{yi}^* - \dot{F}_{xi}^* F_{yi}^*) / F_i^{*2} \quad (i=2, 3)$$

5.4.1.b 平面4節機構

対偶 J_2 に遊びのある平面4節機構の場合, その目的関数は, 5.4.1.a (1) の場合と同様に, 式(5.4.3)と同じ式となる. ただし, 式に含まれる添字付きの K は式(5.3.3)で与えられ, その式中の添字付きの A, B および C は次のように与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{3E2} \\ B_{3E2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_3 \sin \theta_3^* - l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3}) \\ -l_3 \cos \theta_3^* + l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_2 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_2^* - \theta_4^*)} - \begin{bmatrix} l_4 \sin \theta_4^* \\ -l_4 \cos \theta_4^* \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_2 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\ \begin{bmatrix} A_{3E3} \\ B_{3E3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3}) \\ l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_3 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\ \begin{bmatrix} A_{3E4} \\ B_{3E4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3^* \\ l_3 \cos \theta_3^* \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_4 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} - \begin{bmatrix} -l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_4 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\ \begin{bmatrix} A_{4E2} \\ B_{4E2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_4 \sin \theta_4^* + l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ l_4 \cos \theta_4^* - l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_2 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\ \begin{bmatrix} A_{4E3} \\ B_{4E3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_4 \sin \theta_4^* + l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ l_4 \cos \theta_4^* - l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_3 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\ \begin{bmatrix} A_{4E4} \\ B_{4E4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3^* \\ l_3 \cos \theta_3^* \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_4 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} - \begin{bmatrix} -l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\cos(\psi_4 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} A_{3P2} \\ B_{3P2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3^* + l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3}) \\ l_3 \cos \theta_3^* - l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_2 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} + \begin{bmatrix} l_4 \sin \theta_4^* \\ -l_4 \cos \theta_4^* \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_2 - \theta_3^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} A_{3P3} \\ B_{3P3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_{G3} \sin(\theta_3^* + \beta_{G3}) \\ -l_{G3} \cos(\theta_3^* + \beta_{G3}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_3 - \theta_4^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} A_{3P4} \\ B_{3P4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_3 \sin \theta_3^* \\ -l_3 \cos \theta_3^* \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_4 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} - \begin{bmatrix} l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ -l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_4 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} A_{4P2} \\ B_{4P2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_4 \sin \theta_4^* - l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ -l_4 \cos \theta_4^* + l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_2 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} A_{4P3} \\ B_{4P3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_4 \sin \theta_4^* - l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ -l_4 \cos \theta_4^* + l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_3 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} A_{4P4} \\ B_{4P4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_3 \sin \theta_3^* \\ -l_3 \cos \theta_3^* \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_4 - \theta_4^*)}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} - \begin{bmatrix} l_{G4} \sin(\theta_4^* + \beta_{G4}) \\ -l_{G4} \cos(\theta_4^* + \beta_{G4}) \end{bmatrix} \frac{\sin(\psi_4 - \theta_3^*)}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
\begin{bmatrix} C_{3Ei} \\ C_{3Pi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\psi_i - \theta_4^*) \\ -\sin(\psi_i - \theta_4^*) \end{bmatrix} \frac{1}{l_3 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)}, \quad \begin{bmatrix} C_{4Ei} \\ C_{4Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\psi_i - \theta_3^*) \\ \sin(\psi_i - \theta_3^*) \end{bmatrix} \frac{1}{l_4 \sin(\theta_3^* - \theta_4^*)} \\
&\quad (i=2 \sim 4)
\end{aligned}$$

(5.4.6)

5.4.2 節形状の決定

前項で導出した目的関数の変数として、 F_2^* 、 K_{122} および K_{222} に含まれる中間節の質量分布を表す質量、慣性モーメントおよび重心を採用する。ここで、各節の長さは機構の入出量関係を保持するために一定とし、最適化の際の初期値として表 3.4.3 に示す中間節の質量、慣性モーメントおよび重心を用いる。

まず、図 5.4.1(a) の斜線の部分を中間節の最小形状とし、これに補助板を取付けて中間節をつくることを考える。最小形状の節の諸元は、 M_{13} 、 I_{13} および l_{G13} 、 β_{G13} をそれぞれ質量、重心まわりの慣性モーメントおよび重心として

厚さ：10 mm

単位面積当りの質量： 0.0786×10^{-3} kg/mm²

$M_{13} = 0.049$ kg, $I_{13} = 4.96 \times 10^{-5}$ kg·m²,

$l_{G13} = 40.0$ mm, $\beta_{G13} = 0.0^\circ$

$r_{32} = r_{33} = 7$ mm, $R_{32} = R_{33} = 10$ mm, $W = 5$ mm

であり、補助板の質量、慣性モーメントおよび重心をそれぞれ M_{P3} 、 I_{P3} および l_{GP3} 、

β_{GP3} とする。

最適化は、次の(a)～(c)の各場合について行う。

(a) M_{P3} , $I_{P3} > 0$ として, M_{P3} , I_{P3} , l_{GP3} , β_{GP3} の4変数問題として最適化を行う(節A)

(b) 補助板を直径 d mm, 厚さ 10 mm の円板とし, $d > 0$ のもとに, d , l_{GP3} , β_{GP3} の3変数問題として最適化を行う(節B)

(c) 補助板を $a \times b$ mm, 厚さ 10 mm の直方体として, a , $b > 0$ のもとに, a , b , l_{GP3} , β_{GP3} の4変数問題として最適化を行う(節C)

シンプレックス法を用いて実際に最適化を行うと節の形状および諸元は, 図5.4.1 および表5.4.1 のようになった。

図5.4.1 では, 付加する補助板の質量に比べて, 慣性モーメントがきわめて小さく, 例えば, 厚さのきわめて厚い補助板が考えられ, 実用的ではない。図5.4.1(b)および図5.4.1(c)の場合, 節は実現可能であるが, 補助板と最小形状を何らかの方法で接続しなければならず, 節が運動中に通過する運動平面直角方向の占有空間の増大をまねく。また, 同一平面内を運動する複数の節間の干渉などの節形状に対する制約条件がある場合には, この最適化法では, 節形状の決定が不可能となる場合がある。

そこで, このような節形状に対する制約条件が存在しても, 節の最適化が可能となるように, 節形状を直接決定することを考える。図5.4.2 は三角形および四角形(台形)要素で分割した厚さの均一な節を表す。図5.4.2 において, 対偶素中心 $J_{i,i-1}$ を原点 O とし, 二つの対偶素中心 $J_{i,i-1}$, $J_{i,i}$ を結ぶ直線を x 軸とする直交座標系 $O-x-y$ を考えれば, 節外形線を与える点 R_{Ai} , R_{Bi} , Y_{Aj} , Y_{Bj} ($i=0 \sim m+1$; $j=1 \sim n$) の座標はそれぞれ, 図5.4.2中に示す変数 r_{Ai} , r_{Bi} , y_{Aj} , y_{Bj} によって定まる。対偶素半径 $r_{i,i-1}$, $r_{i,i}$ を既知とすれば, これらの変数によって節の質量分布を表す質量, 慣性モーメントおよび重心が定まり, 式(5.4.3)の目的関数の値が定まる。

なお, 節形状を決定する際の制約条件として, 次の(1)～(4)を考慮するものとする。

- (1) 節外形線を表す変数が対偶素半径より大きい。
- (2) 節外形線が顕著な凹凸にならない。
- (3) 節外形線が節中心線と交わらない。
- (4) 節外形線が他の節外形線と干渉しない。

5.4.3 スライダクランク機構の最適化例

5.4.3.a 最適化例

上述の制約条件下で, 表3.3.1の諸元を有するスライダクランク機構について, その中間節の外形線が図5.4.3において, $\angle R_{Ai} J_2 R_{Ai+1} = \angle R_{Bi} J_3 R_{Bi+1} = 30^\circ$ ($i=0 \sim 5$) および $\overline{J_2 P_1} = \overline{P_1 P_2} = \overline{P_2 P_3} = \overline{P_3 J_3} = l_3 / 4$ で定まるとして, 式(5.4.3)に示す目的関数を用いて最適化を行った。その最適化は, 図5.4.4 および5.4.5に

示す破線の長方形を初期節形状とし、シンプレックス法を用いてを行った。

図5.4.4および5.4.5の実線は、それぞれ対偶 J_2 に遊びのある場合および対偶 J_2, J_3 に遊びのある場合についての最適化後の中間節の形状を表す。

図5.4.6および5.4.7はそれぞれ中間節長 l_3 に対する原動節長 l_2 および中間節の質量に対するスライダの質量を変化させて得られた節の質量、慣性モーメントおよび重心を表す。図5.4.6および5.4.7には、それぞれ対偶 J_2 および対偶 J_2, J_3 に遊びのある機構に関する結果も同時に示している。図5.4.4～5.4.7から、各変数に対して、最適化後の節の重心は、図5.4.7の $M_4/M_3=0.25$ の場合を除いて、 l_2/l_3 および M_4/M_3 にかかわらずほぼ一定とみなすことができる。

5.4.3.b 機構の動特性

表3.3.1に示す諸元を有するスライダクランク機構について、原動節回転速度 $N=300$ rpmの場合の最適化後の中間節形状を示せば図5.4.8の実線となる。節の諸元は

$$\begin{aligned} l_{G3} &= 105.17 \text{ mm}, & \beta_{G3} &= 0.651^\circ \\ M_3 &= 0.944 \text{ kg}, & I_3 &= 1.254 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (5.4.7)$$

である。

最適化後の節を用いて、入力トルク変動および対偶素間の接触、分離を示せば、図5.5.9となる。対偶素間には分離が発生せず、パルス状のトルク変動も生じないことがわかる。

また、図5.4.4の上図の実線で表される節形状の単純化を行い、得られた形状を図5.4.4の上図の二点鎖線に示す。単純化の前・後の節の諸元を示せば表5.4.2となる。この単純化された節を用いた場合でも対偶素間の分離は発生しないことを確認している。

5.4.4 平面4節機構の最適化例

5.4.4.a 最適化例

表3.4.3の諸元を有し、原動節動対偶 J_2 に対偶すきま $C_2/r_{22}=0.0143$ のある平面4節機構が原動節回転速度 500 rpmで運動している場合を取り上げる。図5.4.10の実線は、5.4.1.(b)で述べた目的関数を用いて節形状を直接最適化した中間節を表す。ただし、同図で、破線は最適化の際の初期形状を表す。

本最適化では、目的関数に含まれるすべての動節の質量分布を考慮した最適化が可能であるが、本最適化例では、従動節の重心が対偶 J_4 に近いと、従動節の重心が目的関数の値に及ぼす影響が小さく、中間節の節形状だけを考慮している。

5.4.4.b 機構の動特性

図5.4.11は、図5.4.10の破線（初期形状）および実線（最適形状）で示される中間節を有する対偶 J_2 に遊びのある平面4節機構について、その1周期における F_2^* , ψ_{F2} , K_{122} および K_{222} を表す。なお、図5.4.11は、対偶すきま $C_2/r_{22}=0.0143$ 、原動節回転速度 500 rpmの場合を表す。図5.4.11から初期形状の節の場合に比べて、最適形状の節の場合のほうが各曲線ともに滑らかとなっていることがわかる。

図5・4・12(a)は、最適形状の節を用いた場合の対偶 J_2 の対偶素間の接触、分離と入力トルク変動を表し、破線が理論結果、実線が実験結果である。なお、図5・4・12(a)の上図では、実線と破線が重なっている。また、図5・4・12(b)は対偶 J_2 における対偶素弾性変形量を表し、破線が初期形状、実線が最適形状の節を用いた場合である。図5・4・12(c)は従動節角変位誤差を表し、初期形状の節では $\theta_2 = 0^\circ$ 付近で動的誤差が静的誤差範囲よりも大きくなり、最適形状の節では、動的誤差が静的誤差範囲よりも小さな範囲で変動していることがわかる。最大全振幅は初期形状の節に比べて最適形状の節の方が約17%減少している。図5・4・12より最適形状の節を用いた場合には、対偶素間の分離がなく、大きな対偶素の弾性変形およびパルス状の入力トルク変動が発生しないことがわかる。

図5・4・13は、最適形状の節を中間節にもつ平面4節機構に関する実験装置を表し、中間節を除く機構の諸元は表3・4・3，中間節の諸元は図5・4・10に示すとおりであり、実験装置の詳細は3・4・3項で述べたとおりである。この実験装置を用いて、原動節角変位が零のときの原動節動対偶点の手前1mの箇所にコンデンサマイクロホンを設置し、原動節を等速回転させた時の音圧レベルのピーク値を測定した。図5・4・14がその結果であり、初期形状の節の場合に比べて、最適形状の節の場合のほうが約10 dB以上減少しており最適形状の節は騒音の面でも優れた特性を有していることがわかる。

5・4・5 平面4節機構の加減速時の動特性

本項では、等速作動時において最適化された質量分布変更後の平面4節回転揺動機構について、起動から停止までの動特性を求めるとともに、表3・4・3に対応する節の重心が節中央に位置する質量分布変更前の矩形の中間節を有する従来の機構の動特性との比較検討を行う。

5・4・5・a 質量分布変更後の機構の解析結果

質量分布変更後の節、すなわち図5・4・10の実線で示す中間節を有する機構の起動から停止に至る間の原動節角速度を測定し、これを図3・5・4の場合と同様に近似関数で表したものを測定値とともに示せば、図5・4・15となる。原動節が同図のように運動する場合の入力トルク変動および対偶素間の接触、分離と時間との関係を示せば、図5・4・16となる。また、図5・4・15に示す近似関数を用いた入力トルク変動と対偶素間の接触、分離に関する数値解析結果を示せば、図5・4・17となる。解析の際の初期値の決定法は、3・5・1aで述べたものと同じである。

5・4・5・b 質量分布変更前後の機構の動特性の比較検討

表3・4・3の諸元を持つ機構を質量分布変更前の機構として、質量分布変更前後の励振力を示せば、図5・4・18となる。以下、質量分布変更前後の機構の動特性それぞれについて考察し、比較検討する。

(1) 質量分布変更前の機構の動特性 この場合、図3・5・6，3・5・7から理論結果および実験結果ともに、原動節角変位がほぼ零（図3・5・6，3・5・7の時間軸の・印の箇所）

のときに分離が発生している。これは、図5・4・18の細線で示す励振力において、加速時と等速時の変化の様子が同じ傾向を示すことから、5・2で述べた、原動節が一定な高速度で作動する場合に見られる、対偶素間の急激な相対運動直後の対偶素の大きな弾性変形に起因する励振力の急激な変動のために生じることと同じであると考えられる。また、対偶素間の分離は、図3・5・6, 3・5・7から、減速時において原動節角速度がほぼ15.5rad/sとなる時刻($t = 6.45$ s)にも見られる。これは、図5・4・18の細線で示す励振力が減速時($t = 6.45$ s)に零となることから、5・2で述べた、原動節が一定な低速度(148 rpm)で作動する場合と同様に、対偶素間相対運動に起因する励振力成分がほとんどなく、励振力成分である対偶に遊びのないとした対偶作用力のうち、慣性力による成分と重力による成分それぞれの絶対値が等しくなり、励振力が零となって生じることと同じであると考えられる。

(2) 質量分布変更後の機構の動特性 図5・4・16, 図5・4・17より、理論、実験両結果ともに原動節角変位が零(図5・4・16, 図5・4・17の時間軸の・印の箇所)付近での対偶素間の分離は発生しないことがわかる。また、減速時において、原動節角速度が15.5 rad/sとなる時($t = 6.45$ s)に、理論結果では、図5・4・18からわかるとおり励振力がほぼ零となって非常に分離が発生しやすい状態となり、実験結果では、実際に分離が発生していることがわかる。この点に関する両結果の差異は、理論面での対偶作用力の見積りと実際の値との微小な差異があるためと考えられる。図5・4・19は、時間 t が $0 \leq t \leq 0.794$ s, $6.31 \leq t \leq 6.73$ s の場合の質量分布変更後の対偶素間相対変位に関する理論結果を表す。図中の記号の意味は3・3で述べたものと同じである。図5・4・19から、図3・5・5に示す質量分布変更前の場合と比較して、質量分布変更後では、対偶素間の相対運動がなめらかとなっていることがわかる。

以上から、矩形の動節を持つ従来の質量分布変更前の機構と比較して、質量分布変更後の機構では、励振力が低減し、減速時に励振力が零となる箇所を除いて、対偶素間の分離も起らず、パルス状の入力トルク変動もなくなることがわかった。

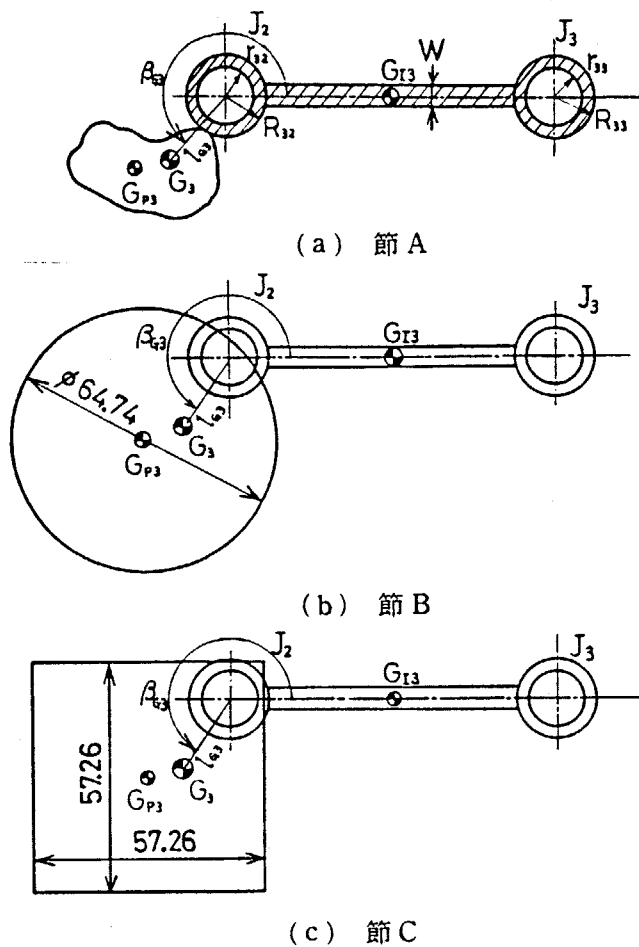


図5.4.1 2種類の形状で設計された中間節

表5.4.1 中間節の諸元

	Link A	Link B	Link C
M_{P3} kg	0.2736	0.2587	0.2577
I_{P3} $\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.6063×10^{-7}	1.355×10^{-4}	1.408×10^{-4}
M_3 kg	0.3225	0.3077	0.3068
I_3 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$	2.254×10^{-4}	2.989×10^{-4}	3.553×10^{-4}
l_{G3} mm	20.0	20.6	20.8
β_{G3}	229.5°	234.9°	234.7°

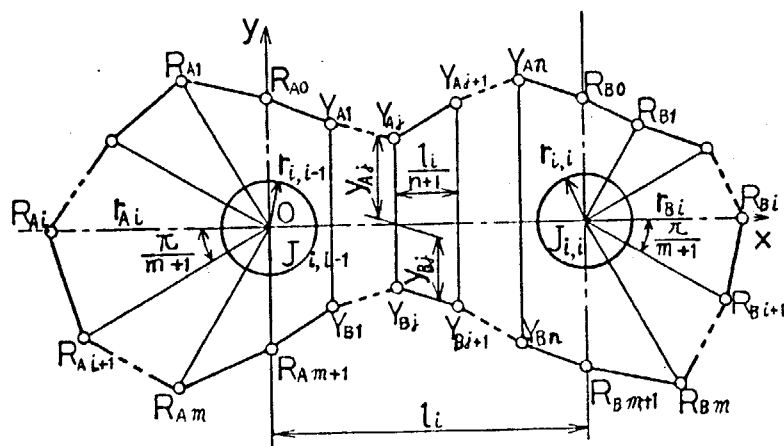


図5.4.2 節の分割

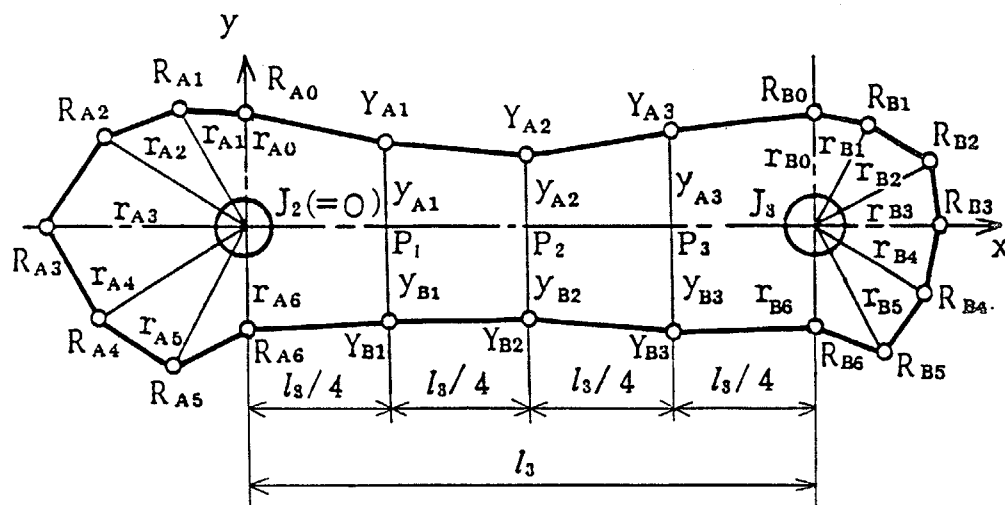
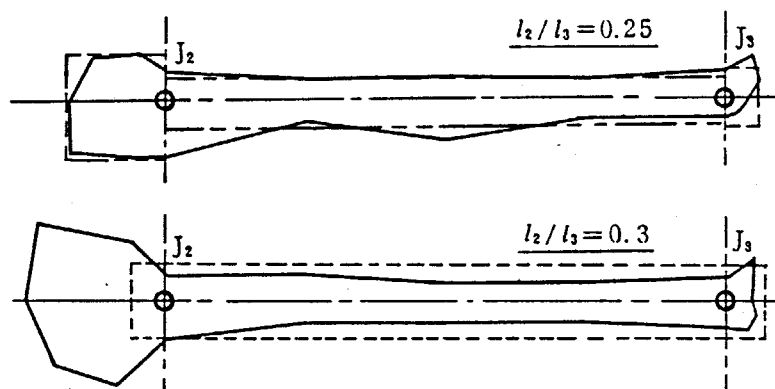
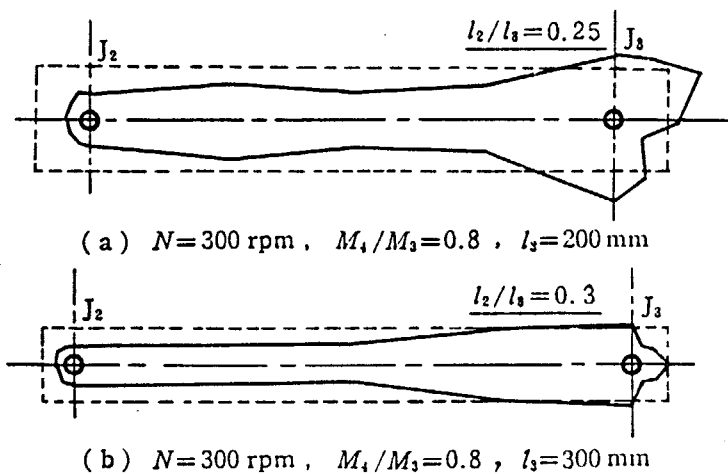
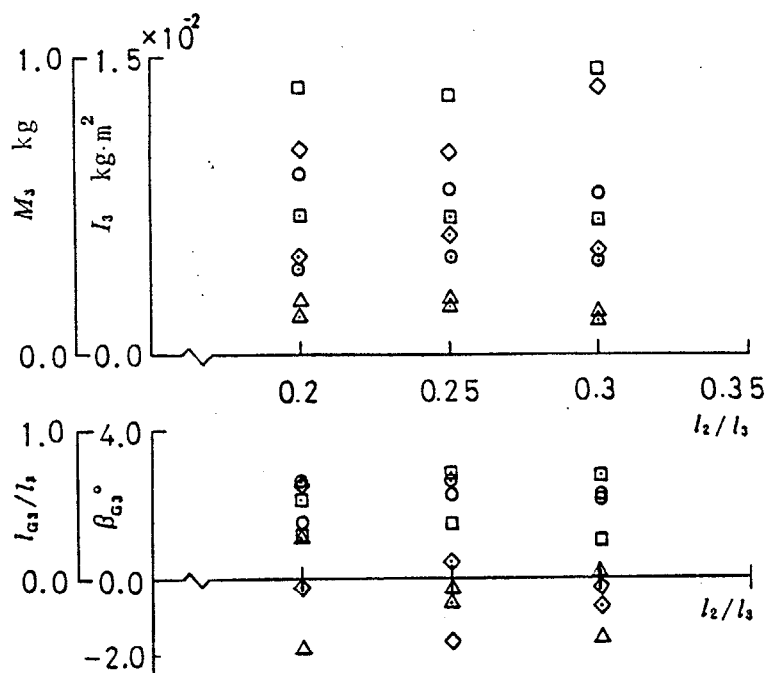


図5.4.3 中間節の外形線

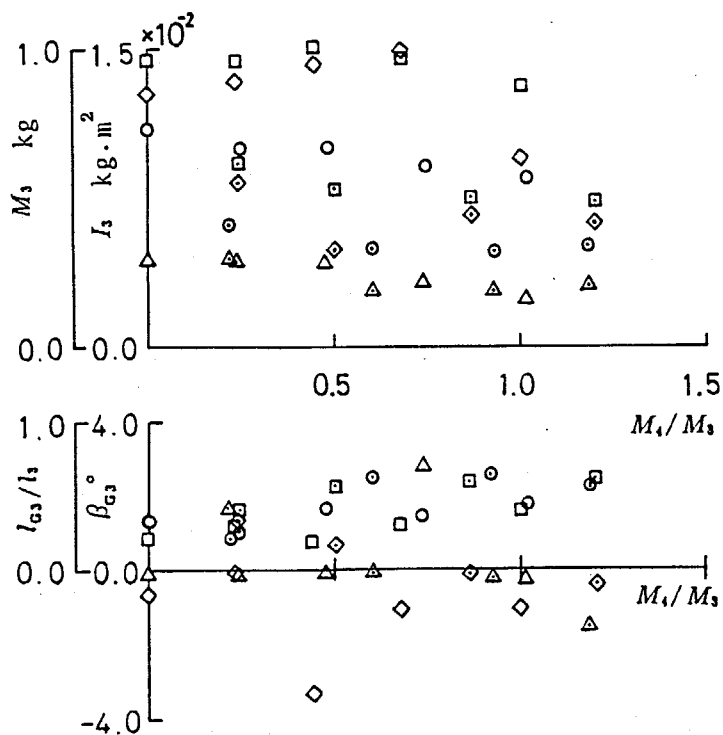
図5.4.4 中間節の形状（対偶 J_2 に遊びのある場合）

[$N=300$ rpm, $M_4/M_3=0.8$, $l_3=300$ mm]

図5.4.5 中間節の形状（対偶 J_2, J_3 に遊びのある場合）

図5.4.6 l_2/l_3 に対する質量分布

$\left[\begin{array}{l} N=200 \text{ rpm: } M_3; \circ, I_3; \triangle, l_{G3}/l_3; \circ, \beta_{G3}; \triangle \\ N=300 \text{ rpm: } M_3; \square, I_3; \diamond, l_{G3}/l_3; \square, \beta_{G3}; \diamond \\ \circ, \square, \triangle \text{ および } \diamond: \text{対偶 } J_2, J_3 \text{ に遊びのある場合} \end{array} \right]$

図5.4.7 M_4/M_3 に対する質量分布

$\left[\begin{array}{l} N=200 \text{ rpm: } M_3; \circ, I_3; \triangle, l_{G3}/l_3; \circ, \beta_{G3}; \triangle \\ N=300 \text{ rpm: } M_3; \square, I_3; \diamond, l_{G3}/l_3; \square, \beta_{G3}; \diamond \\ \circ, \square, \triangle \text{ および } \diamond: \text{対偶 } J_2, J_3 \text{ に遊びのある場合} \end{array} \right]$

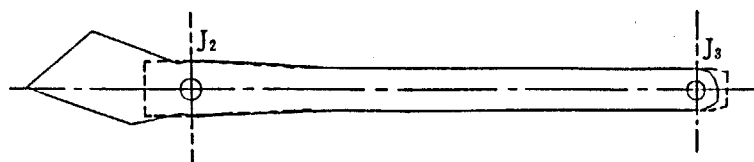


図5.4.8 中間節の最適形状

[— : 最適形状, - - - : 初期形状]

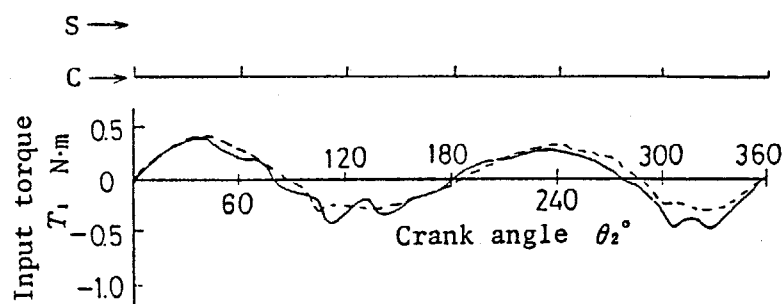


図5.4.9 入力トルクと対偶素間の接触，分離

$N=300 \text{ rpm}$, $C_2/r_{22}=0.02$, C: 接触, S: 分離
 [実線: 実験結果, 破線: 理論結果]

表5.4.2 最適形状の節とその外形線の単純化後の節の諸元

	$l_{G3} \text{ mm}$	β_{G3}°	$M_3 \text{ kg}$	$I_3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Optimum	105.5	-0.146	0.890	1.05×10^{-2}
Simplified	108.5	0.796	0.839	1.11×10^{-2}

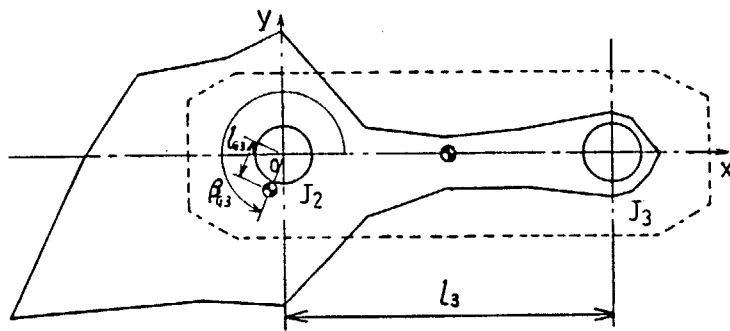


図5・4・10 中間節の初期形状と最適形状

初期形状: $M_3 = 0.4020 \text{ kg}$, $I_3 = 5.884 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 (-----) $l_{G3} = 40.0 \text{ mm}$, $\beta_{G3} = 0.0^\circ$
 最適形状: $M_3 = 0.4061 \text{ kg}$, $I_3 = 6.428 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 (——) $l_{G3} = 8.04 \text{ mm}$, $\beta_{G3} = 248.1^\circ$

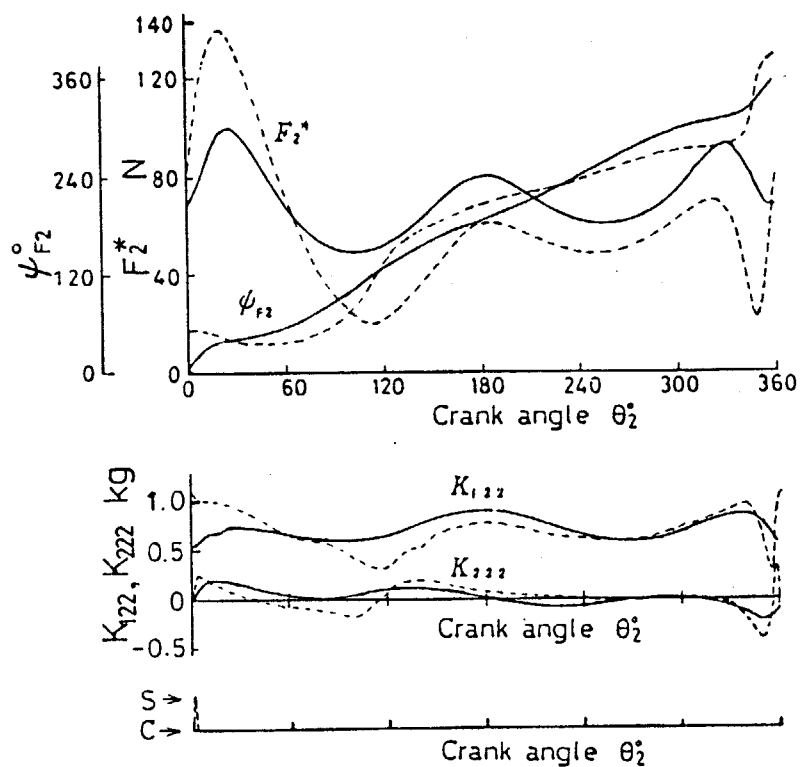
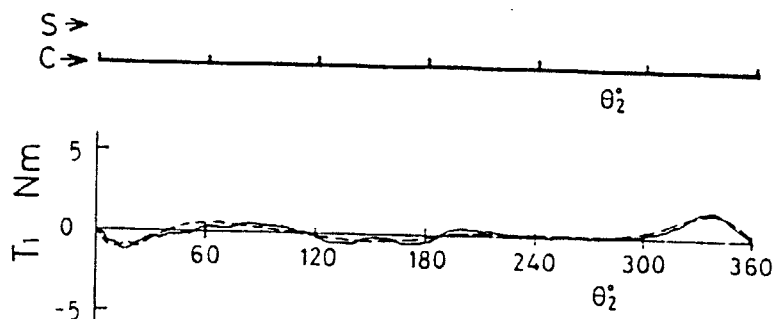
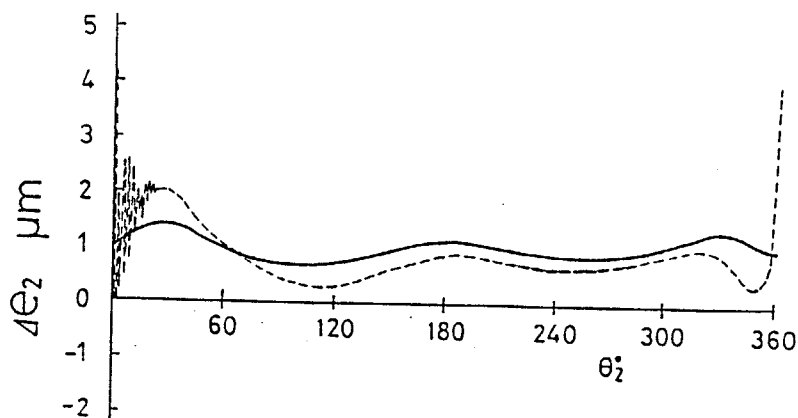


図5・4・11 F_2^* , ϕ_{F2} , K_{122} , K_{222} および対偶素間の接触, 分離
 (0100 機構, $N = 500 \text{ rpm}$, $C_2/r_{22} = 0.0143$,
 S: 分離, C: 接触, ----: 初期形状, ——: 最適形状)

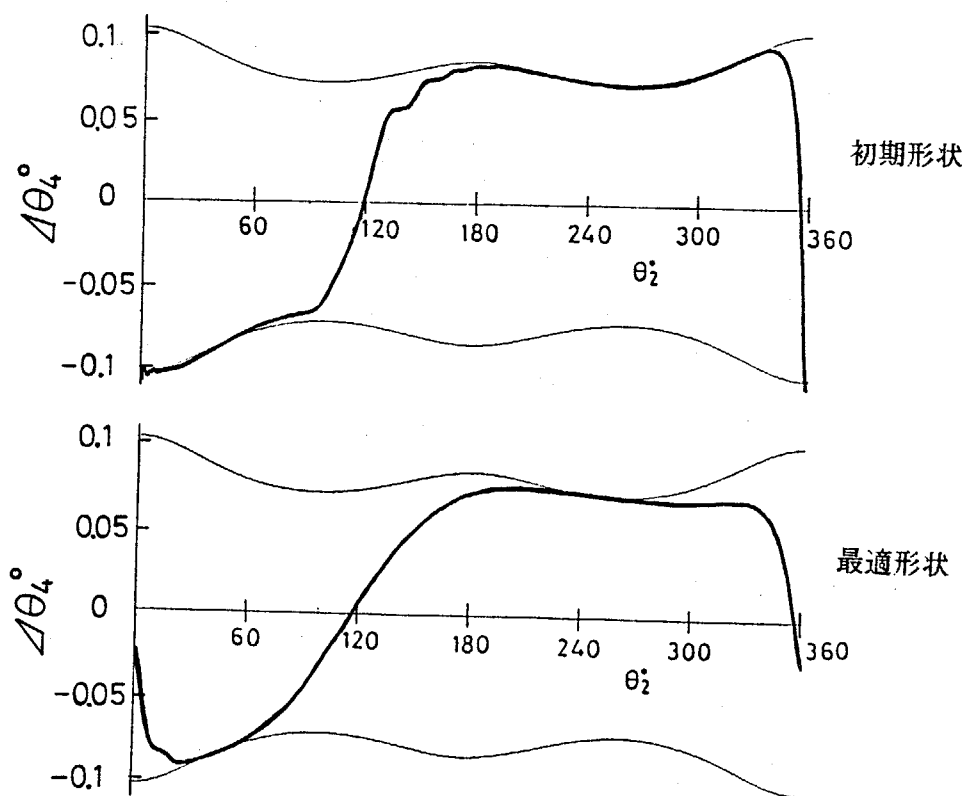


(a) 対偶素間の接触・分離と入力トルク変動

(S : 分離, C : 接触, 破線 : 理論結果, 実線 : 実験結果)



(b) 対偶素の弾性変形量 (破線 : 初期形状, 実線 : 最適形状)



(c) 従動節角変位誤差 (細線 : 静的誤差, 太線 : 動的誤差)

図 5.4.12 対偶素間の接触・分離と入力トルク変動,
対偶素の弾性変形量および従動節角変位誤差
(0100機構, $N=500$ rpm, $C_2/r_{22}=0.0143$)

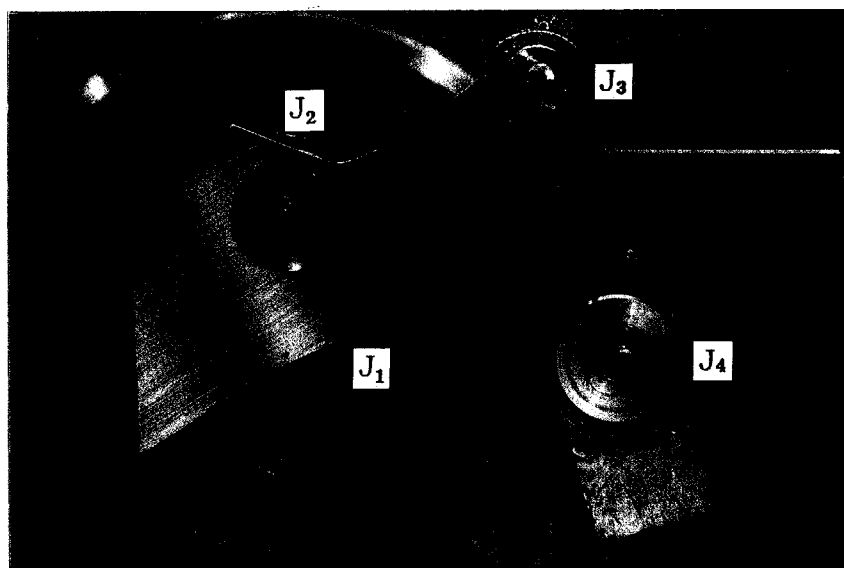


図5.4.13 実験装置

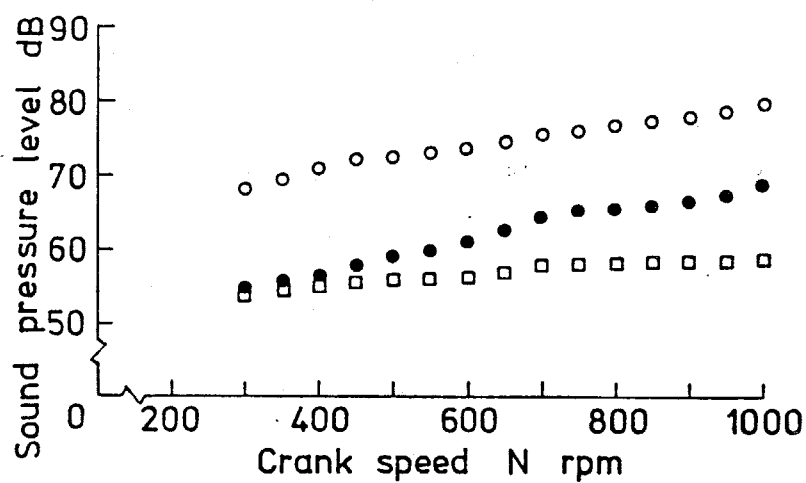


図5.4.14 原動節回転速度と音圧レベル

○：初期形状, ●：最適形状
□：暗騒音

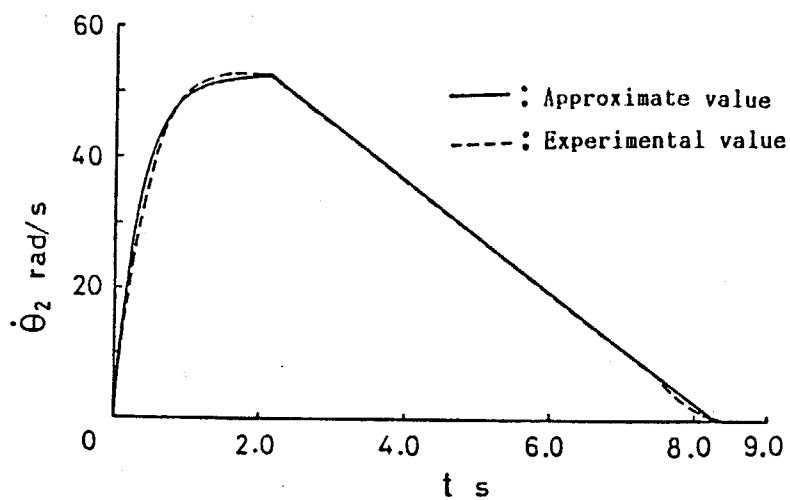


図5.4.15 質量分布変更後の機構の原動節角速度

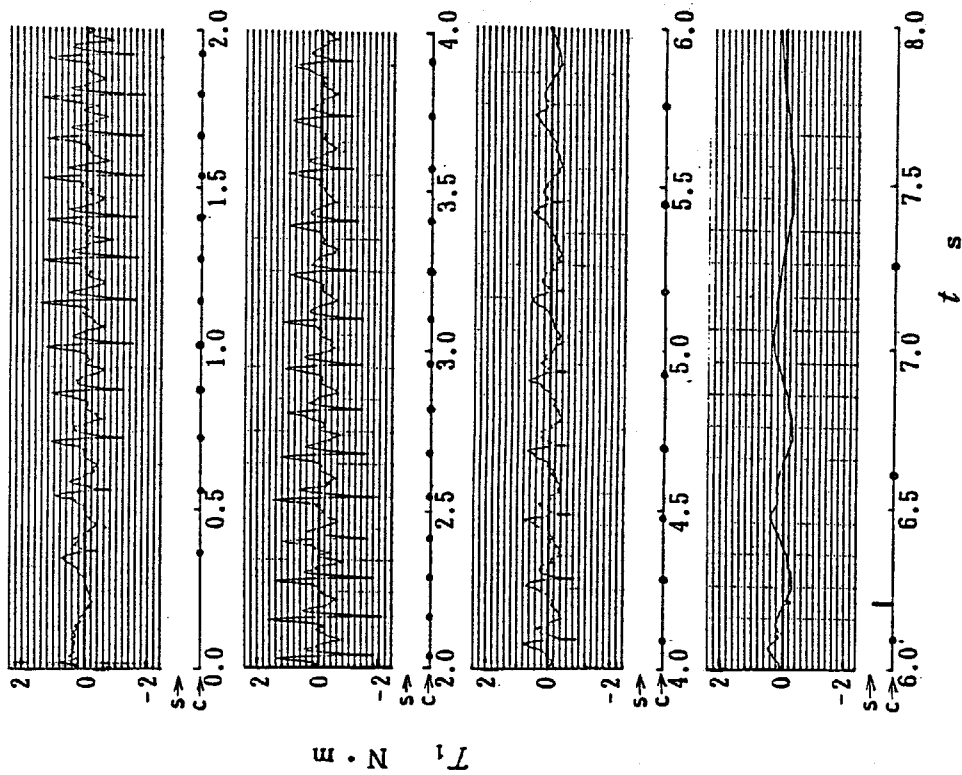


図5.4.16 入力トルク変動と対偶素間の接触・分離 (実験結果, 質量分布変更後の機構, c:接触, s:分離)

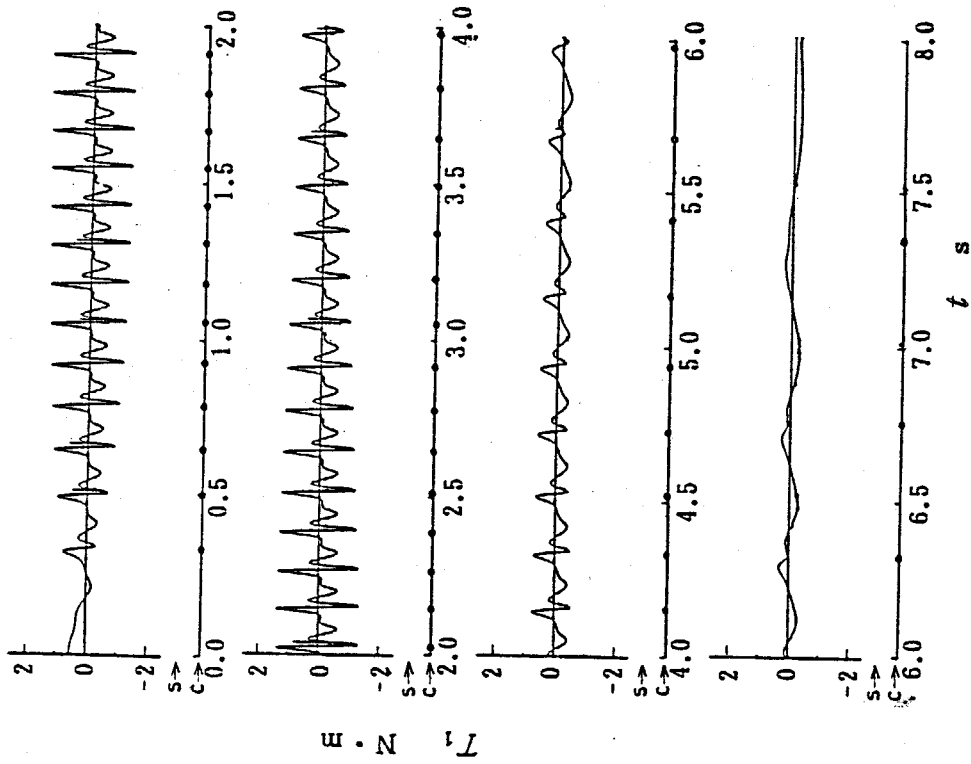


図5.4.17 入力トルク変動と対偶素間の接触・分離 (理論結果, 質量分布変更後の機構, c:接触, s:分離)

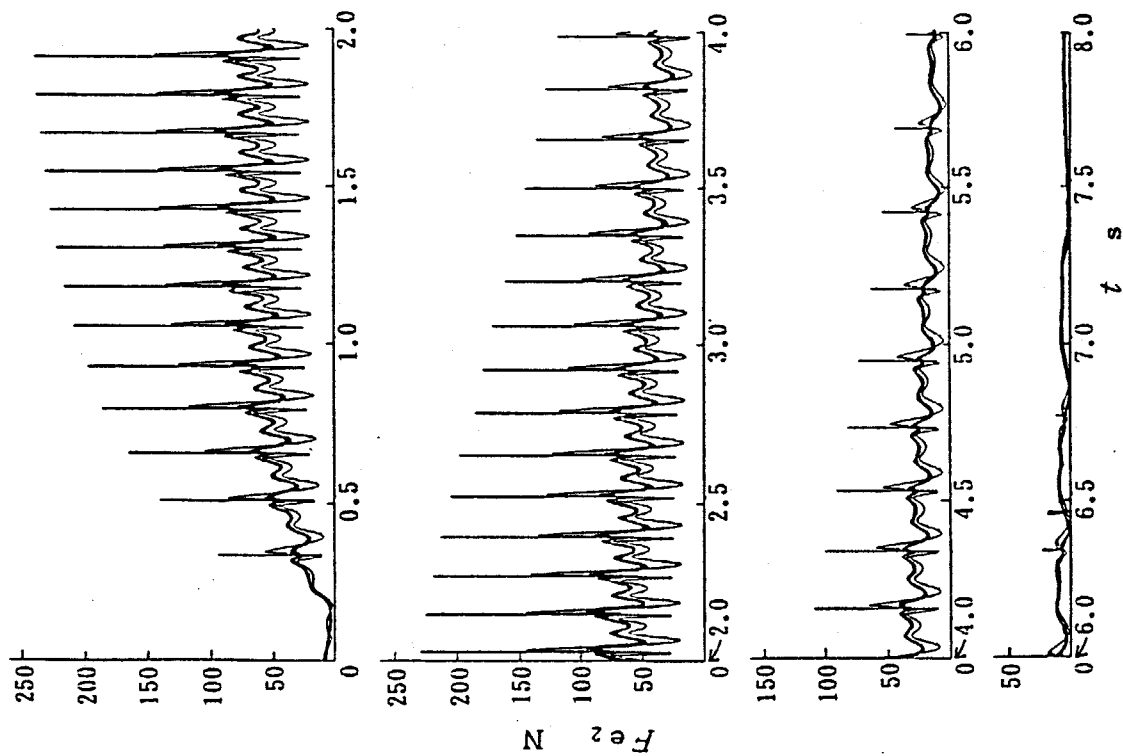


図5.4.18 対偶 J_2 の振動モデルにおける励振力 (理論結果,
太線: 質量分布変更後, 細線: 質量分布変更前)

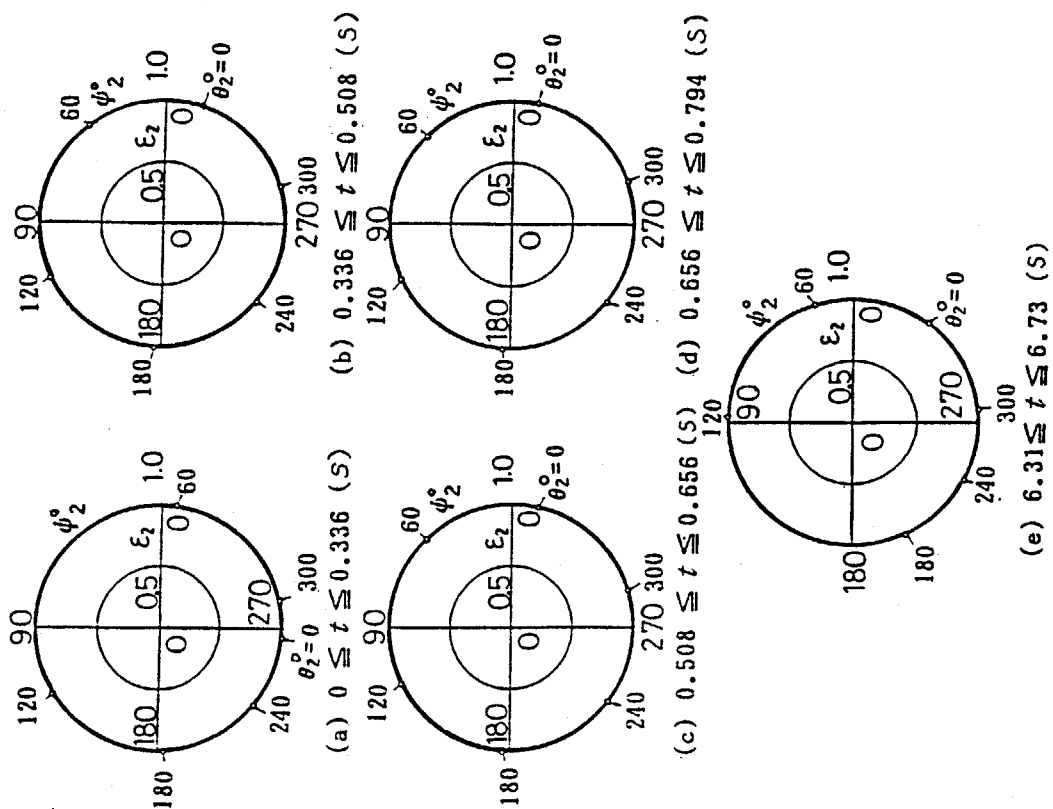
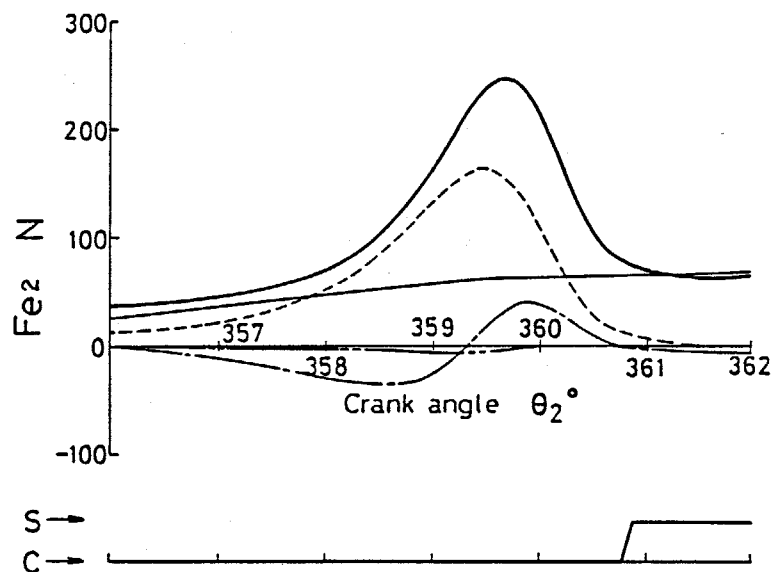


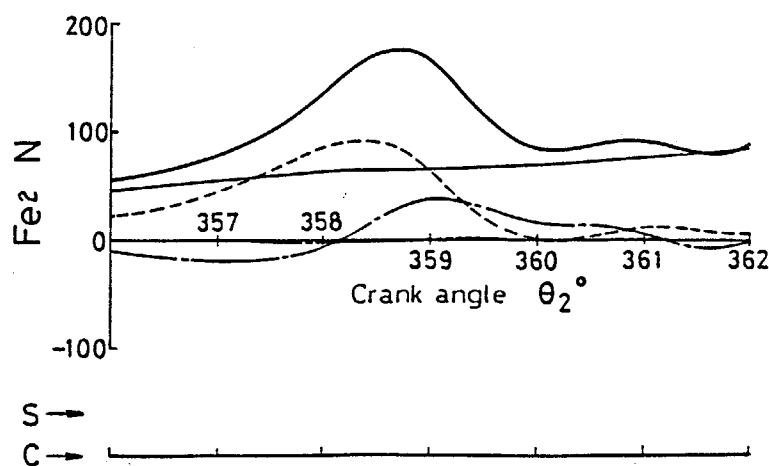
図5.4.19 質量分布変更後の機構の対偶 J_2 の
対偶素間の相対変位 (理論結果)

5・5 外力による対偶素間分離の抑制

本節では、対偶素間分離の生じる既存の機構の改善法について述べる。機構が高速度で作動する場合、対偶素間の分離は、対偶素が互いに接触しながら急激な相対運動を行って大きく弾性変形した直後に発生する。そこで、この対偶素間の接触しながらの急激な相対運動すなわち接触面接線方向相対運動を、外力を加えることによって変更し、対偶素間の分離を抑制することを考える。いま、具体例として、表 3・4・3 の諸元を有し、 $C_2/r_{22}=0.0143$ である0100機構を取り上げ、対偶素間の分離が見られる箇所付近で、その励振力を各成分に分けて表示すれば図5・5・1(a)となる。同図で、太実線、細実線、破線、一点鎖線および二点鎖線はそれぞれ式(5・2・19)の右辺における F_{e2} , F_{n2}^* , $e_2\dot{\psi}_2^2$ 項, $e_2\ddot{\psi}_2$ 項および $\dot{e}_2\dot{\psi}_2$ 項の各作用力を表す。同図より、 $e_2\dot{\psi}_2^2$ 項の作用力が特に大きく変化していることがわかる。したがって、この場合、図3・4・9に示す対偶素間相対変位からわかるとおり $e_2 \doteq C_2$ であり、対偶素間の分離の発生前 ($\theta_2 \doteq 300^\circ \sim 360^\circ$) に、中間節側対偶素中心がすきま円に沿って反時計回りに急激に運動している (ψ_2 が急激に変化している) ことを考慮すると、対偶素間の分離の前に ψ_2 の変化を小さくすれば励振力の振幅が小さくなると期待される。



(a)ばねを付加する前



(b)ばねを付加した後

図5・5・1 励振力 (0100機構, $N=500$ rpm, $C_2/r_{22}=0.0143$)

そこで、対偶素間の分離の発生前にこの急激な運動が生じないように図5.5.2に示す板ばね（中間節側）と偏心ローラ（原動節側）からなる補助装置を遊びのある対偶に取り付けることを考案した。この装置は動対偶に取り付けられるようにコンパクトに作られており、その諸元は表5.5.1に示すとおりである。同表において θ_s, H_s および θ_R, R_R はそれぞれ板ばねおよび偏心ローラの取り付け位置を表し、 k_s は板ばねのばね定数、 r_R はローラの半径を表す。この補助装置により、図5.5.3に示す外力を対偶 J_2 に与えれば、励振力は図5.5.1(b)となり励振力の振幅は減少し対偶素間の分離は生じなくなる。

以上から対偶素間の分離を抑制することが可能となった。しかし、補助装置を取り付けることによって励振力がどのように変化するかを数値解析以外に定量的に求めることは困難である。したがって、補助装置の諸元が最適か否かを判断することは困難であるが、ここに示した方法によれば極めてわずかな外力（励振力の最大値の約5%）を対偶素間に与えるだけで対偶素間の分離が抑制されることがわかる。

表5.5.1 補助装置の諸元

θ_R	10.0 °	r_R	5.5 mm
θ_s	60.0 °	H_s	1.0 mm
R_R	0.48 mm	k_s	21.6 N/mm

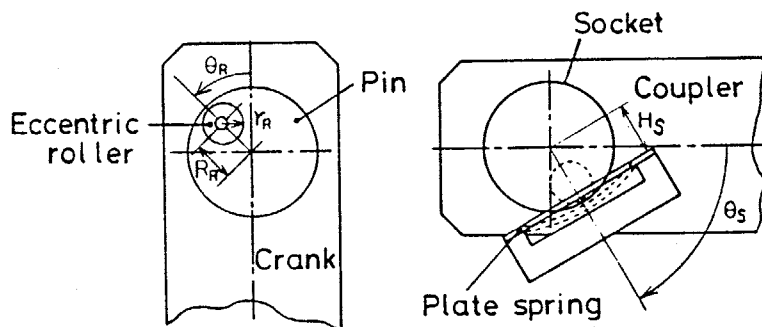


図5.5.2 板ばねと偏心ローラ

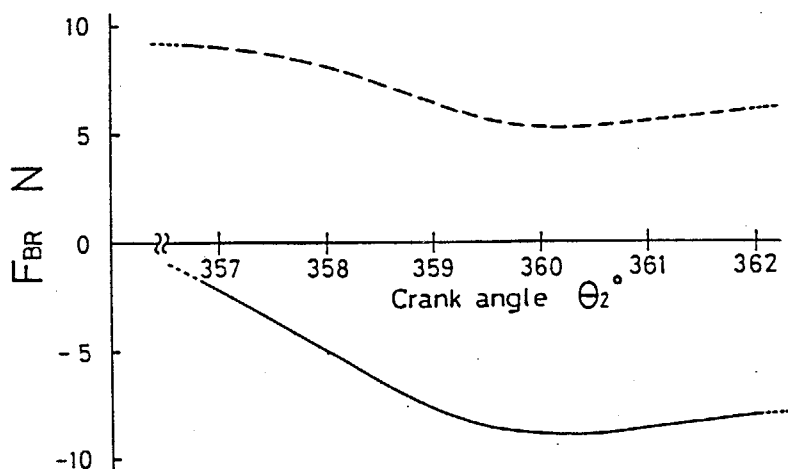


図5.5.3 対偶素間に作用する外力（実線：ばね力 F_{BR} の接線方向成分，破線：ばね力 F_{BR} の法線方向成分）

5・6 結言

対偶に遊びのある機構の動的総合を可能とするために、一自由度平面機構について、遊びのある対偶における対偶素間の法線方向相対運動を、複雑な機構の運動方程式ではなく、質点、ばねおよびダシュポットからなる一自由度振動モデルの強制振動を表す運動方程式によって表した。ついで、振動モデルによる対偶素間の分離の発生条件を求め、その条件を支配する要因を明らかにした上で、機構の総合時および既存の機構に対する対偶素間分離の抑制を可能にした。本章で得られた結果は次のとおりである。

(1) 平面4節機構を具体例として、対偶の振動モデルに作用する励振力を用いて、第3章で示した3種類の対偶素間の分離が力学的には次の2種類に分類できることを示した。すなわち、(a) 励振力成分のうち、対偶素間相対運動の急激な変化に起因する成分が大きくなり分離が発生する。原・従動節動対偶に遊びのある機構では、原動節動対偶における分離は従動節動対偶の対偶素間相対運動に起因し、従動節動対偶における分離は原・従動節動対偶の対偶素間相対運動に起因する。(b) 励振力成分のうち、対偶素間相対運動に起因する成分はほとんどなく、対偶に遊びのない機構の対偶作用力に起因する成分が分離を支配している。この(b)の具体例として、① 対偶作用力のうち、慣性力と重力による成分の絶対値が等しくなり、作用力全体が零となって分離が発生する場合、② 負荷が作用している状態から作用していない状態へ急変するため、負の外力が作用して対偶作用力全体が零となり引き起こされる場合が挙げられる。

(2) 機構内のすべての対偶すきまを同一の比率で減少させれば、前項で述べた振動モデルにおける励振力の対偶素間相対運動による成分は、対偶すきまの減少率とほぼ同一の比率で小さくなる。これを利用すれば数値解析を一度行うだけで対偶素間の分離が発生しなくなる限界の対偶すきまをきわめて容易に算出し得る。

(3) 遊びのある対偶の振動モデルにおいて、その励振力に大きな変動がなければ、対偶素間に分離は発生しない。そこで、励振力の変動が微小となるように、数理計画法による動節の質量分布の決定法を提案した。この決定法において、最適化のための目的関数には、節の質量、慣性モーメントおよび重心を変数とするのではなく、質量分布を規定する節の形状寸法を変数とすべきことを指摘した。さらに、その目的関数の値の算出に際しては、対偶に遊びのない機構の変位、速度、加速度から導かれる近似式を用いて迅速な演算を実現している。

(4) 原動節動対偶に遊びのある平面4節機構について、前項の決定法により(1) 節外形線を表す変数が対偶素半径より大きい、(2) 節外形線が顕著な凹凸にならない、(3) 節外形線が節中心線と交わらない、(4) 節外形線が他の節外形線と干渉しない、という制約条件のもとに中間節の形状を求めた結果、各制約条件を満足する節が得られた。この得られた節を有する機構の動的解析を行った結果、対偶素間の分離およびパルス状の入力トルク変動が発生せず、回転速度300~1000rpmにおいて、騒音(音圧レベル)が従来の機構に比べて約10dB以上減少し、動特性の優れた機構が得られることがわかった。

(5) 対偶素間の接触面接線方向相対運動が高速に行われるとき、振動モデルの励振力変動が大となる。したがって、既存の機構に対しては、板ばねと偏心ローラからなる補助装置を遊びのある対偶部に取り付けて対偶素間にわずかな接線方向の外力を与えて対偶素間の接触面接線方向相対運動を変更してその速度を低減すれば、対偶素間の分離を抑制することが可能である。

第6章 結論

対偶の遊びが不等速運動機構の静特性および動特性に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に解明し、高速度で高精度の機構の総合を可能にした。

まず、平面多節機構、運動成分拘束機構および空間4節機構について、対偶すきまおよび節の寸法誤差が機構の静的精度に及ぼす影響を明らかにするために機構の組織的な解析法を開発し、その信頼性について実験による検討を加えた。つぎに、対偶素間の接触、分離にかかわらず適用できる平面多節機構の運動方程式を導出するとともに、スライダクランク機構および平面4節回転揺動機構を具体例として取り上げ、対偶の遊びならびに遊びのある対偶の数と位置が機構の動特性に及ぼす影響について理論的ならびに実験的に解明した。ついで、動節がその理想運動平面内で弾性変形する平面4節機構ならびに動節が平行平面上へのオフセットを有し、理想運動平面外へ弾性変形する平面4節機構について、対偶の遊びと節の弾性が対偶素間相対変位、対偶作用力、弾性節の振動、機構出量等に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に明らかにした。さらに、対偶に遊びのある機構の動的総合を可能にするために、平面4節機構における対偶素間の接触、分離の発生位置と入力トルク変動に関する理論ならびに実験結果から、対偶素間の分離には力学的に2種類あることを確認した上で、それらの対偶素間の分離が機構の運動方程式を変形して得られる一自由度振動モデルの運動方程式に含まれる励振力によって把握されることを示し、これを用いて、対偶素間の分離の抑制を行った。

つぎに、本論文の研究で得られた結論を要約して述べる。

(1) 回り対偶からなる自由度1の平面多節機構について、機構を2対偶素節または3対偶素節からなる2連節、3連節および4連節の基本連節の組み合わせとして記述し、各基本連節における入出力変位の関係を変換関数で表示した。また、原・従動節間の自由度が1である36種類の空間4節機構について、機構内の基本的な5種類の対偶の形状をモデル化し、対偶素間接触位置を与える対偶素間座標変換マトリックスを導出して、これを用いて機構の従動節変位を4種類の変換関数で表示した。これらの各変換関数を電算機サブプログラムとして記述しておけば、平面機構では、[機構の基本連節への分割]→[サブプログラムの選択と組合せ]→[演算] の手順により、空間機構では、[サブプログラム化された変換関数の選択]→[演算] の手順により、対偶すきまを有する機構の変位解析が可能となった。さらに、これらの変換関数の対偶すきまおよび節長に関する導関数を求めてそれらを要素とするベクトルを作り、これを新たな変換関数とすることにより、多数の機構を製作する場合の対偶すきまおよび節長誤差のばらつきによる変位誤差の分布を解析することが可能となった。これらの変換関数による変位解析では、機構ごとに変位の方程式を導出する必要がなく、種々の機構について入力データとして節長や多対偶素節の形状などの機構定数、節の寸法誤差および対偶すきまを与えることにより、機構出量を直ちに求めることができる。

対偶にすきまがあり、各節が対偶軸方向にオフセットを有する平面4節回転揺動機構について、これを平面機構および空間機構とみなして変換関数による変位解析を行ったところ

る、平面機構とみなした解析結果にはオフセットによっては著しい誤差が含まれ、平面機構であっても空間機構として変位誤差解析を行わなければならないことが明らかになった。

(2) 1 ループ運動成分拘束機構について、中間節の運動形式をその運動成分および運動空間の次元によって分類すると共に、中間節の姿勢角が不変の機構を構成する連節の創成図形、対偶すきまによる機構の自由度の増分および基本的な連節の変位誤差をそれぞれ数式によって表示した。

これにより、径路創成機構あるいは剛体案内の総合における機構形式の選択と変位解析が容易に行えるようになった。対偶すきまが存在しても必ずしも機構に変位誤差が生じないので、まず自由度の増分を調査し、しかる後に誤差解析を行うのがよい。対偶すきまは機構の運動伝達性に対しても影響を及ぼすが、その程度は機構内に対偶拘束があるか否かにより異なる。

(3) 複数の対偶に遊びのある平面多節機構について、対偶素の弾性変形、運動摩擦および粘性摩擦を考慮して、機構内の任意の動節について成立する運動方程式と対偶の拘束条件式を導出した。これらの式によって複数の対偶に遊びのある平面多節機構の運動方程式を機械的に得ることが可能であり、各節の変位、対偶素間相対変位、対偶作用力、入力トルク変動などが得られる。

具体例として、原動節動対偶に遊びのあるスライダクランク機構および各対偶に遊びのある平面4節回転揺動機構について数値解析を行い、その結果が実験結果と一致することを確認した。両機構において原動節動対偶に遊びがあると、他の対偶に遊びがあるか否かにかかわらず、特定の原動節回転速度においてその対偶素間に大きな分離、衝突が起こり、原動軸にはパルス状の大きなトルク変動が発生する。この特定の回転速度は対偶に遊びのない機構における対偶作用力ベクトルの先端が描く軌跡から推定することができる。

(4) 理想運動平面内で変形する弾性節を含む平面機構について、対偶の遊びおよび節の弾性が対偶素間相対変位、対偶作用力および弾性節の横振動に及ぼす影響を理論的ならびに実験的に解明した。その結果、まず、対偶に遊びがあると、対偶素間には、接触面法線方向の振動、接触面接線方向の振動および分離・衝突の3種類の相対運動が生じ、対偶作用力にはそれぞれの運動に対応する高調波成分が現われる。このうち、節の横振動に最も影響を与えるのは、接触面接線方向振動に起因する対偶作用力であり、その作用力の変動周波数が弾性節の固有振動数と一致するとき、したがって原動節回転速度が節の固有振動数の整数分の一のとときに弾性節は共振する。この共振時の振幅は、対偶すきまが小さい機構ではほとんど無視できる程度であるが、すきまの増大と共に急激に大きくなり、機構の高速化に対して著しい障害となる。この振動を抑制するためには対偶すきまを小さくすると共に弾性節の減衰比を増大させることが効果的である。

(5) 動節が対偶軸線方向にオフセットして配置された平面機構について、弾性節および対偶の運動方程式ならびに対偶の拘束条件式を組み合わせることによって、動節の理想運動平面直角方向への曲げと節中心線回りのねじりおよび対偶の遊びを考慮した機構の運動方程式を機械的に導出することを可能にした。

平面4節回転揺動機構に関する理論結果は、実験結果とよく一致することが確認され、この機構の動特性として、以下のことが明らかとなった。機構の伝達角が鋭角の場合と鈍角の場合で弾性節のたわみ曲線が大きく異なる。伝達角が最小となる位置の近傍において対偶作用力に大きな変動が生じ、その位置の近傍における節の固有振動数の整数分の一で速度で機構を駆動する場合には、節は共振により理想運動平面直角方向に大きく振動し、従動節角変位に著しい変化が生じる。対偶に半径方向のすきまがあると、節のたわみ、ねじれ角および従動節角変位に高調波が生じるが、従動節動対偶の面外変位はあまり変化しない。また、従動節角変位誤差はすきまが大なるほど大となる。対偶軸線方向にすきまがあると、振動の減衰、振幅、共振周波数などに変化が生じ、このすきまおよび動節のオフセットが大なるほど従動節角変位の変化も大となる。

(6) 平面機構内の遊びを有する回り対偶について、その弾性と粘性を考慮した対偶作用力法線方向成分の式を変形して対偶の振動モデルを導いた。その等価慣性力と励振力の和が正であれば対偶素は接触を維持し、零または負であれば対偶素は分離すると判定することができる。

平面4節機構における対偶素間分離には、(a) 対偶素が互いに接触しながら急激な相對運動を行って大きく弾性変形した直後に発生する場合、(b) 重力や負荷などの外力により大きな弾性変形を伴うことなく発生する場合、の2通りがあるが、これは上述のモデルにより説明することができた。すなわち、(a) の場合、励振力を表す成分のうち、対偶素間相對運動の急激な変化に起因する成分が大きくなり分離が発生する。原・従動節動対偶に遊びのある機構では、原動節動対偶における分離は、従動節動対偶の対偶素間相對運動に起因し、従動節動対偶における分離は、原・従動節動対偶の対偶素間相對運動に起因する。(b) の場合、励振力を表す成分のうち、対偶素間相對運動に起因する成分はほとんどなく、対偶に遊びのない機構の対偶作用力に起因する成分が分離を支配している。この対偶作用力のうち、慣性力による成分と外力による成分の絶対値が等しくなり、対偶作用力全体が零となって分離が発生する。

(7) 前項の対偶の振動モデルにおいて励振力の変動を小さくすれば、対偶素間の分離・衝突を回避することができる。本論文では、機構の総合時に対しては、まず、一度の数値解析による対偶素間に分離の発生しない最大対偶すきまの決定法を示した。ついで、励振力の変動が微小となるように、数理計画法による動節の質量分布を規定する形状寸法の決定法を提案した。この決定法を原動節動対偶に遊びのある平面4節機構に適用し、節形状決定のための制約条件を満足する中間節の形状を求め、この節を有する機構の動的解析を行った。その結果、対偶素間の分離およびパルス状の入力トルク変動が発生せず、回転速度 300~1000 rpmにおいて、騒音(音圧レベル)が従来の機構に比べて約10dB以上減少し、動特性の優れた機構が得られたことがわかった。また、既存の対偶素間分離の生じる機構に対しては、板ばねと偏心ローラからなる装置を対偶に付加する改善法を提案し、対偶素間にわずかな外力を与えるだけで分離を抑制し得ることを示した。

文 献

- (1) Haines, R.S. ; An Experimental Investigation into the Dynamic Behaviour of Revolute Joints with Varying Degrees of Clearance, Mechanism and Machine Theory, 20-3(1985), 221.
- (2) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 小林 宏; 平面多節機構の誤差を含む変位解析, 日本機械学会論文集C編, 46-401(1980-1), 51.
- (3) 堀江三喜男, 下嶋 浩, 赤上 和夫, 小川 潔; 運動成分拘束機構の変位解析, 日本機械学会論文集C編, 47-417(1981-5), 574.
- (4) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 小林 宏; 空間4節機構の誤差を含む変位解析, 日本機械学会論文集C編, 50-459(1984-11), 2174.
- (5) 舟橋 宏明, 小川 潔, 堀江三喜男; 対偶に遊びのある機構の動的解析, 日本機械学会論文集, 44-379(1978-3), 1069.
- (6) 舟橋 宏明, 小川 潔, 堀江三喜男, 飯田 裕; 複数の対偶に遊びのある機構の動的解析, 日本機械学会論文集C編, 45-395(1979-7), 1807.
- (7) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 内藤 保雄, 小路 直規; 対偶の遊びと節の弾性を考慮した機構の動的解析, 日本機械学会論文集C編, 51-470(1985-10), 2554.
- (8) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 森 幸康, 湯口 廉一; オフセットを有する平面機構の動的解析, 日本機械学会論文集C編, 52-479(1986-7), 2006.
- (9) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 湯口 廉一; 対偶の遊びとオフセットを有する平面機構の動的解析, 日本機械学会論文集C編, 文献(7)の2015ページ.
- (10) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 阿部 弘; 対偶に遊びのある機構の動特性(対偶素間の分離の発生条件), 文献(6)の2546ページ.
- (11) Horie, M., and Funabashi, H. ; Determination of Shapes of Connecting Rods in Slider-Crank Mechanisms with Clearances, Proceedings of the 1st International Symposium on Design and Synthesis, (1984-7), pp.385-390.
- (12) 堀江三喜男, 舟橋 宏明, 小川 潔, 阿部 弘; 対偶に遊びのある機構の動特性(対偶素間の分離の抑制), 文献(6)の2731ページ.
- (13) Funabashi, H. and Freudenstein, F. ; Performance Criteria for High-Speed Crank-and-Rocker Linkages, Trans. ASME, Ser. L, 101-1(1979), 20.
- (14) 舟橋 宏明, 小川 潔; 不等速運動機構の動的総合, 日本機械学会論文集, 41-238(1975-8), 2491.
- (15) Garret, R.E., and Hall, A.S.Jr.; Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design, Trans. ASME, Ser.B, 91-1(1969-2), 198.
- (16) Dhande, S.G. and Chakraborty, J.; Analysis and Synthesis of Mechanical Error in Linkage, Trans. ASME, Ser.B, 95-3(1973-8), 672.

- (17) Chakraborty, J.; Synthesis of Mechanical Error in Linkages, Mechanism and Machine Theory, 10(1975), 155.
- (18) Bakthavachalam, N. and Kimbrell, J.T.; Optimum Synthesis of Path Generating Four-Bar Mechanisms, Trans. ASME, Ser.B, 97-1(1975-2), 314.
- (19) 木内 石, 森田 信義, 古橋 猛; すきまのある回転対偶を有する4節リンク機構の研究(第1報, 機構分類とすきまの静的影響), 日本機械学会論文集, 49-334(1974-6), 1759.
- (20) Kolhatkar, S.A. and Yajnik, Dr.K.S.; The Effects of Play in the Joints of a Function-Generating Mechanism, J. Mechanisms, 5(1970), 521.
- (21) Sergeev, V.I., Cherkudinov, S.A. and Oleinik, I.G.; Analysis of the Structural and Technical Errors of Six-Link Mechanisms in the Dwell Zone, NASA Technical Translation(USA), [F-680] (1975), 260.
- (22) 下嶋 浩, 小川 潔, 曾我 晴美, 赤上 和夫; 1ループ運動成分拘束機構の運動特性, 日本機械学会論文集C編, 46-404(1980), 418.
- (23) Tavkhelidze, D. S., Davitashvili, N. S. and Demurishvili, N. V. ; The Determination of Technologycal Error in Spherical 4-Link Hinged Mechanism, Mechanism and Machine Theory, 14(1979), 43.
- (24) Keler, M. L. and Beran, M. A. ; Statics of Immovable and Movable Spatial Systems by dual Deformation Vectors (Deformation Screws) [in German], Feinwerktechnik & Messtechnik, 87(1979) 7, 343.
- (25) 舟橋 宏明, 小川 潔, 原 利行; 平面多節機構のシステム解析, 日本機械学会論文集, 42-359(1976-7), 2157.
- (26) Сергеев, В. И. и Юдин, К. М. ; On a Model for Mechanisms with Clearances , Машиноведение, 5(1970), 28.
- (27) 下嶋 浩, 小川 潔, 松本 和俊; 対偶に遊びのある機構の動特性(平面機構について), 日本機械学会論文集, 43-370(1977-6), 2327.
- (28) Mansour, W.M., and Townsend, M.A. ; Impact Spectra and Intenties for High-Speed Mechanisms, Trans. ASME, Ser.B, 97-1(1975-2), 347.
- (29) Townsend, M.A. and Mansour, W.M.; A Pendulating Model for Mechanisms with Clearances in the Revolute, 文献(28)の354 ページ.
- (30) 古橋 猛, 森田 信義, 松浦 正行; 回転対偶部にすきまを有する4節リンク機構の動力学的研究(第1報), 日本機械学会論文集, 43-371(1977-7), 2763.
- (31) 森田 信義, 古橋 猛, 松浦 正行; 回転対偶部にすきまを有する4節リンク機構の動力学的研究(第2報), 日本機械学会論文集, 43-376(1977-12), 4627.
- (32) 森田 信義, 古橋 猛, 松浦 正行; 回転対偶部にすきまを有する4節リンク機構の動力学的研究(第3報), 文献(31)の4636ページ.

- (33) 古橋 猛, 森田 信義, 松浦 正行; 回転対偶部にすきまを有する4節リンク機構の動力学的研究(第4報), 文献(31)の4644ページ.
- (34) Dubowsky, S. and Freudenstein, F.; Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Clearances Part 1; Formulation of Dynamic Model, Trans. ASME, Ser. B, 93-1(1971-2), 305.
- (35) Dubowsky, S.; On Predicting the Dynamic Effects of Clearances in Planar Mechanisms, Trans. ASME, Ser. B, 96-1(1974-2), 317.
- (36) Dubowsky, S.; On Predicting the Dynamic Effects of Clearances in One-Dimensional Closed Loop System, 文献(35)の324 ページ.
- (37) Strümpfel, H.; Analyse ebener Koppelgetriebe unter Berücksichtigung des Spiels in Drehgelenken, Maschinenbautechnik, 30-3(1981), 123.
- (38) Haines, R.S.; An Experimental Study of Ludodynamics in a Revolute Joint, Proc. VI World Cong. IFTOMM, New Delhi, India, (1983) 725.
- (39) Sadler, J.P. and Sandor, G.N.; A Lumped Parameter Approach to Vibration and Stress Analysis of Elastic Linkages; Trans. ASME, Ser. B, 95-2(1973-5), 549.
- (40) Golebiewski, E.P. and Sadler, J.P.; Analytical and Experimental Investigation of Elastic Slide Crank Mechanisms, Trans. ASME, Ser. B, (1976-11), 1266.
- (41) Sadler, J.P. and Sandor, G.N.; Nonlinear Vibration Analysis of Elastic Four-Bar Linkages; Trans. ASME, Ser. B, 96-2(1974-4), 411.
- (42) Jandrasits, W.G. and Lowen, G.G.; The Elastic-Dynamic Behavior of a Counterweighted Rocker Link with an Overhanging Endmass in a Four-Bar Linkage Part I: Theory; Trans. ASME, J. Mech. Des., 101-1(1979-1), 77.
- (43) Kalaycioglu, S. and Bagci, C.; Determination of Critical Operating Speeds of Planar Mechanisms by the Finite Element Method Using Planar Actual Line Elements and Lumped Mass Systems, Trans. ASME, J. Mech. Des., 101-2(1979-4), 210.
- (44) Bagci, S. and Kalaycioglu, S.; Elastodynamics of Planar Mechanisms Using Planar Actual Finite Line Elements, Lumped Mass Systems, Matrix-Exponential Method, and the Method of "Critical-Geometry-Kineto-Elasto-Statics"(CGKES), 文献(43)の410 ページ.
- (45) Turcic, D.A., Midha, A. and Bosnik, J.R.; Dynamic Analysis of Elastic Mechanism Systems. Part I: Applications, Part II: Experimental Results., Trans. ASME, J. Dynam. System. Measure. Cont., 106(1984-11), pp. 249-260.

- (46) Thompson, B.S., Zuccaro, D., Gamache, D., and Gandi, M.V.; An Experimental and Analytical Study of the Dynamic Response of a Linkage Fabricated from a Unidirectional Fiber-Reinforced Composite Laminate, Trans. ASME, 105(1983-9), 526.
- (47) Thompson, B.S. , and Ashworth, R.P.; Resonance in Planar Linkage Mechanisms Mounted on Vibrating Foundations, J. Sound and Vibration, 49-3(1976), 403.
- (48) Thompson, B.S. and Barr, A.D.S.; A Vibrational Principle of the Elastodynamic Motion of Planar Linkage, Trans. ASME, Ser. B, 98-4(1976-9), 1306.
- (49) Thompson, B.S.; The Analysis of an Elastic Four-Bar Linkage on a Vibratory Foundation Using a Variational Method, Trans. ASME, J. Mech. Des., 102-2(1980-4), 320.
- (50) Sunada, W. and Dubowsky, S.; The Application of Finite element Methods to the Dynamic Analysis of Flexible Spatial and Co-Planar Linkage Systems; Trans. ASME, J. Mech. Des., 103-3(1981-7), 643.
- (51) Stamps, F.R. and Bagci, C. ; Dynamics of Planar, Elastic, High-Speed Mechanisms Considering Three-Dimensional Offset Geometry; Analytical and Experimental Investigation, Trans. ASME, J. Mech. Transm. Autom. Des., 105-3(1983-9), 498.
- (52) Dubowsky, S. and Gardner, T.N.; Dynamic Interactions of Link Elasticity and Clearance Connections ; Trans. ASME, Ser. B, 97-2(1975-5), 652.
- (53) Dubowsky, S. and Gardner, T.N.; Design and Analysis of Multilink Flexible Mechanisms with Multiple Clearance Connections ; Trans. ASME, Ser. B, 99-1(1977-2), 88.
- (54) Dubowsky, S. and Moenig, M.F. ; An Experimental and Analytical Study of Impact Forces in Elastic Mechanical System with Clearance , M.M.T., 13(1978), 451.
- (55) Dubowsky, S. and Young, S.C.; An Experimental and Analytical Study of Connection Forces in High-Speed Mechanisms, Trans. ASME, (1975-11), 1166.
- (56) Wu, C.L.S. and Earles, W.E.; A Determination of Contact-Loss at a Bearing of a Linkage Mechanism, Trans. ASME, Ser. B, 99(1977-5), 375.
- (57) Earles, S.W. and Wu, C.L.S.; Predicting the Occurrence of the Contact Loss and Impact at a bearing from a Zero Clearance Analysis, Proc. 4th World Cong. Theory Mach. Mech., (1975), 1013.
- (58) Earles, S.W. and Kilicay, O.; Predicting Impact conditions due to Bearing Clearances in Linkage Mechanisms, Proc. 5th World Cong. Theory Mach. Mech., (1979), 1078.

- (59) Dubowsky, S. Prentis, J.M. and Valero, R.A. ; On the Development of Criteria for the Prediction of Impact in the Design of High Speed Systems with Clearances, 文献(58)の968 ページ.
- (60) Dubowsky, S., Norris, M., Alomi, E. and Tamir, A.; An Analytical and Experimental Study of the Prediction of Impact in Planar Mechanical Systems with Clearances; Trans.ASME, J. Mech. Transm. Autom. Des., 106(1984-12), 444.
- (61) Carson, W.L. and Haney, R.s.; Generalized Force Curve Shapes for Structural Synthesis of Joint Systems to Produce a Desired Dynamic Motion Time Response of a 4R-4Bar, Trans.ASME, J. Mech. des., 101-2(1979-4), 238.
- (62) Carson, W.L. and Haney, R.s.; Force System Structural Synthesis By Using Coupler Curves and Interactive Computer Graphics, 文献(61)の232 ページ.
- (63) Elliot, J.L., Teser, D. and Matthew, G.K. ; Partial Dynamic State Synthesis By Use of Mass Parameters in a System coupler link, 文献(61)の246 ページ.
- (64) Griffin, J.N. and Matthew, G.K. ; The Simultaneous Analytical Synthesis of Mass and Spring Elements in Planar Mechanisms, Trans.ASME, J. Mech. Des., 103-4(1981-10), 758.
- (65) 小川 潔; 機構学, 朝倉書店 (1967)
- (66) Bagci, C.; Degree of Freedom of Motion in Mechanisms, Trans. ASME, Ser. B, 93-1(1971), 140.
- (67) 小川 潔, 下嶋 浩, 鳥居信利, 曾我晴美; 運動成分が拘束された空間連鎖の数の総合, 日本機械学会論文集, 42-362(1976-10), 3295.
- (68) 下嶋 浩, 小川 潔, 川野 徹; 1 ループ空間機構の運動伝達性, 日本機械学会論文集, 44-383(1978-7), 2497.
- (69) 機械の素復刻委員会編; 新編・機械の素, (1966), 33, 理工学社.
- (70) 舟橋 宏明, 小川 潔, 遠藤 元; 空間4節リンク機構を総合する条件数について 日本機械学会論文集, 36-285(1970), 845.
- (71) Hrones, J. A. and Nelson, G. L. ; Analysis of Four-Bar Linkage, The Technology Press of M.I.T. and John Wiley and Sons(1951).

謝 辞

本研究論文をまとめるにあたり，私が研究室に所属して以来，研究面での懇切丁寧な御指導はもとより，研究者，教育者としてあるべき姿を日々示しつづけ，多くの面で御啓発頂いております東京工業大学教授舟橋宏明先生に心から感謝の意を表します。

また，本研究の初期におきまして，貴重なる御教示を賜うことはもとより，枝葉に目をやりがちなところを常に幹に着目するように，直接御指導頂きました当時東京工業大学教授（現在，東京工業大学名誉教授，武蔵工業大学教授）小川 潔先生に深く感謝の意を表します。

さらに，研究室に所属して以来，常時，適切な御指導，貴重な御意見を賜り，また論文作成に際して多大の御助言を頂きました東京工業大学助教授下嶋 浩先生に厚く感謝の意を表します。

本研究を遂行するにあたり，機械要素実験室におきまして，常々御助言，御助力を頂きました助手横山良明博士ならびに技官塚本美弥子様に深く感謝致します。

また，私とともに研究生活を過ごし，本研究の数値計算および実験を手伝っていただいた飯田 裕（現在，職業訓練大学校），赤上和夫（現在，日機装（株）），小林 宏（現在，ソニー（株）），内藤保雄（現在，ファナック（株）），阿部 弘（現在，本田技研工業（株）），小路直規（現在，日本IBM（株）），森 幸康（現在，旭硝子（株）），湯口廉一（現在，古河電気工業（株）），松原 務（現在，川崎製鉄（株））の卒業生諸氏に厚く感謝致します。

なお，本研究の一部は，以下に示す文部省科学研究費（奨励研究）補助金によって行われたことを付記し，謝意を表します。

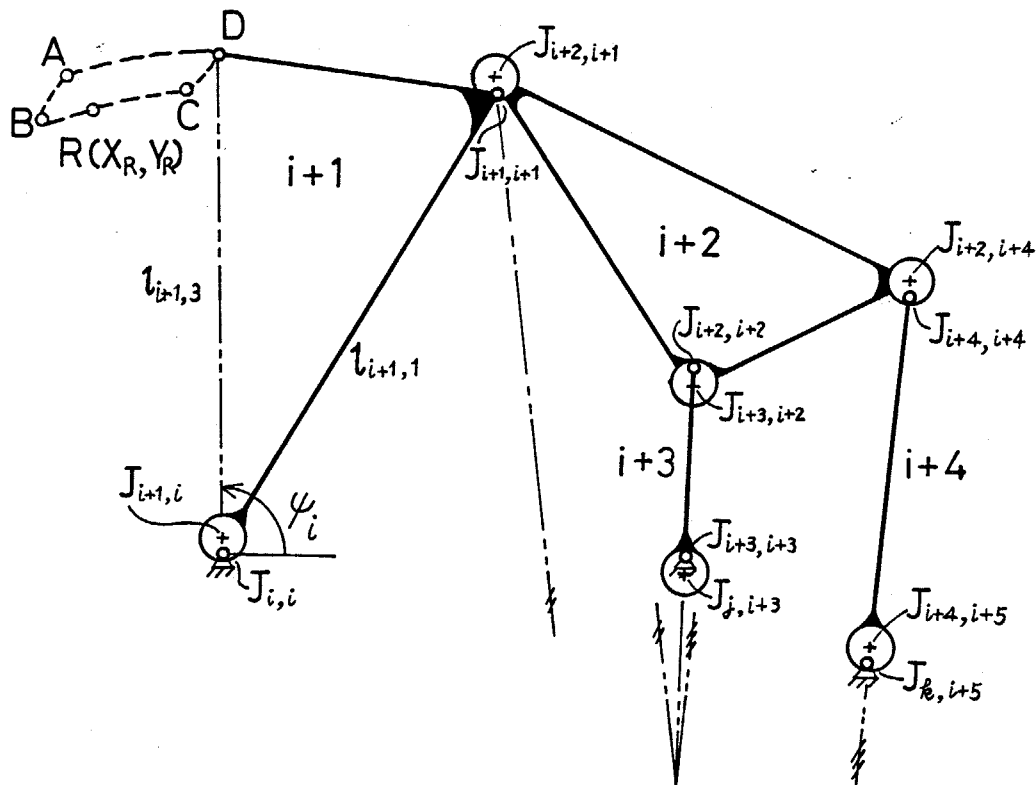
昭和55年度	高速度不等速運動機構のダイナミックシンセシス
昭和57年度	不等速運動機構における節の最適形状に関する研究
昭和58年度	不等速運動機構の動特性を考慮した相似則に関する研究
昭和60年度	不等速運動機構の非定常ダイナミックバランシングに関する研究

付録(1) 変換関数 DVI

点Rの存在範囲は付図1において、四つの曲線で囲まれた図形ABCD内の領域となる。曲線AD, BCは、それぞれ中心 J_{i+1} , 半径 $l_{i+1,3} + C_i$, $l_{i+1,3} - C_i$ の円弧であり、曲線AB, CDは、それぞれ点 J_{i+1} , $J_{i+1,3}$ および $J_{k,i+5}$ を静止対偶点とし、原動節長 $C_i (=J_{i+1,1}J_{i+1,2})$, 中間節長 $J_{i+1,1}J_{i+1,2}J_{i+2,1}J_{i+2,2}$ および $J_{i+1,1}J_{i+1,2}J_{i+1,3}$, 従動節長 $l_{i+3} \pm C_{i+2} \pm C_{i+3}$ および $l_{i+4} \pm C_{i+4} \pm C_{i+5}$ の6節機構の中間節曲線の一部である。

また、点A, B, CおよびDのうち、たとえば、点Dは付図1のように、円弧ADの終端であり、これは、3直線 $J_{i+2,1}J_{i+1,1}$, $J_{i+2,2}J_{i+3,1}J_{i+3,2}$, $J_{i+1,3}J_{i+2,1}J_{i+4,1}J_{i+5,1}J_{k,i+5}$ が一点で介したとき、または2直線 $J_{i+2,1}J_{i+1,1}$, $J_{i+2,2}J_{i+3,1}J_{i+3,2}J_{i+1,3}$ が一直線上にあるとき、または2直線 $J_{i+2,1}J_{i+1,1}$, $J_{i+2,1}J_{i+4,1}J_{i+4,2}J_{k,i+5}$ が一直線上にあるときである。

以上から、変換関数DVIは、対偶 J_i における偏心角 ψ_i の関数として求められる。



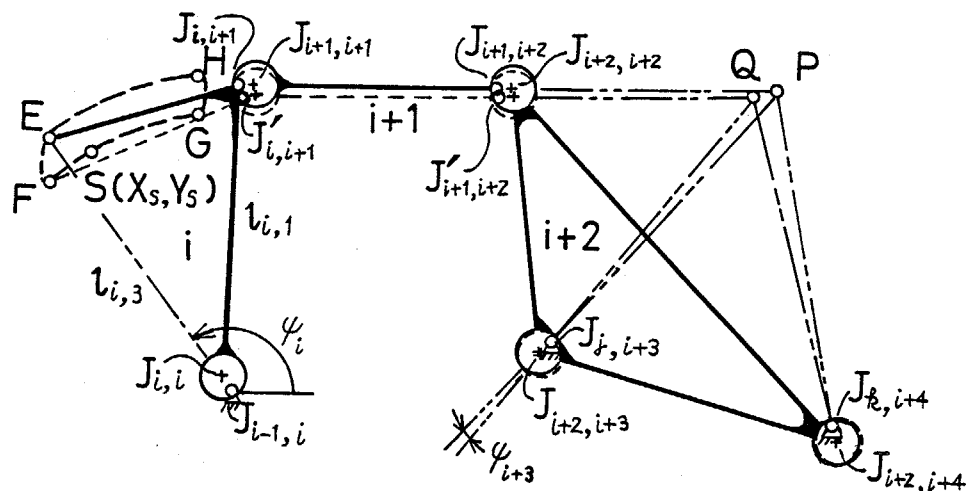
付図 1

付録(2) 変換関数DVII

点Sの存在範囲は付図2において四つの曲線に囲まれた図形EFGH内の領域となる。曲線EH, FGはそれぞれ中心 $J_{i-1,i}$, 半径 $l_{i,3}+C_i$, $l_{i,3}-C_i$ の円弧であり, 曲線EF, GHはそれぞれ点 $J_{i+1,i+2}$, $J_{i-1,i}$ を静止対偶点として, 原動節長 $C_i(=J_{i,i}J_{i-1,i})$, 中間節長 $l_{i,1}(=J_{i,i}J_{i+1,i+1})$, 従動節長 $l_{i+1}\pm C_{i+1}\pm C_{i+2}$ とする4節機構の中間節曲線の一部となる。

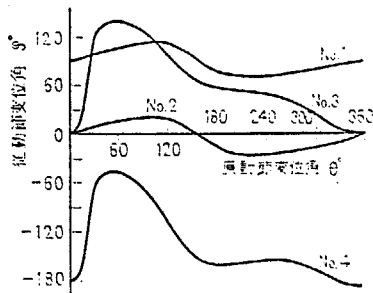
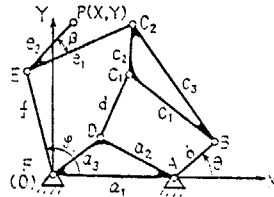
点E, F, GおよびHのうち, たとえば点Eは, 節iを節長 $l_{i,3}+C_i$ を保持し, 点 $J_{i-1,i}$ を中心として, 反時計回りにトルクを作用させたときの対偶 J_{i+2} , J_{i+3} , J_{i+4} における作用力ベクトルが一点Pで介したときに対応し, 点Fは, 上述の中間節曲線の一部の終端であり, このとき対偶 J_{i+2} , J_{i+3} , J_{i+4} における作用力ベクトルは, 点Qで介している。この点Qは, 点 $J_{i+1,i+1}$, $J_{i+1,i+3}$ および $J_{i+1,i+4}$ を静止対偶点として, 原動節長 $C_{i+3}(=J_{i+1,i+3}J_{i+2,i+3})$, 中間節長 $J_{i+2,i+3}J_{i+2,i+4}$, $J_{i+2,i+3}J_{i+2,i+2}$, 従動節長 $l_{i+1}+C_{i+1}+C_{i+2}(=J_{i+2,i+2}J_{i+1,i+2}J_{i+1,i+1})$, $C_{i+4}(=J_{i+2,i+4}J_{i+1,i+4})$ とする6節機構において, 原動節角変位 ψ_{i+3} を変化させて, 原動節長 $C_{i+3}(=J_{i+1,i+3}J_{i+2,i+3})$, 従動節長 $l_{i+1}+C_{i+1}+C_{i+2}$, C_{i+4} が一点で介したときの点である。

以上から, 変換関数DVIIは対偶 J_i における偏心角 ψ_i の関数として求められる。



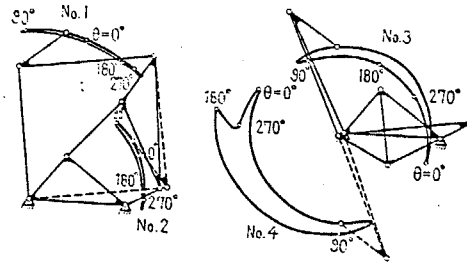
付図 2

付録(3)



機構定数: $a_1=5, a_2=4, a_3=3, b=2, c_1=5, c_2=7$
 $c_3=3, d=4, e_1=7, f=7$

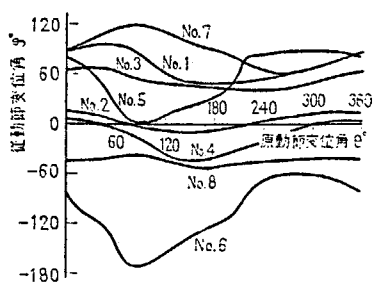
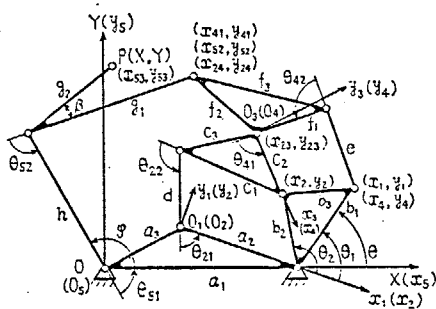
図 8 6 節機構の原・従動節変位曲線



機構定数: $a_1=5, a_2=4, a_3=3, b=2, c_1=5, c_2=7$
 $c_3=3, d=4, e_1=7, e_3=3, f=7, \beta=30^\circ$

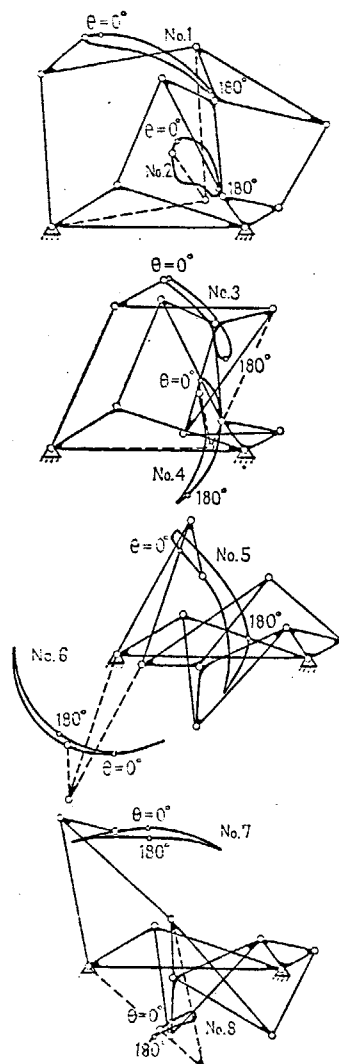
図 9 6 節機構の中間節曲線

付録(4)



機構定数: $a_1=10, a_2=7, a_3=4, b_1=2, b_2=2, b_3=3$
 $c_1=7, c_2=5, c_3=3, d=6, e=5, f_1=6$
 $f_2=8, f_3=3, g_1=8, h=8$

図 10 8 節機構の原・従動節変位曲線



機構定数: $a_1=10, a_2=7, a_3=4, b_1=2, b_2=2, b_3=3$
 $c_1=7, c_2=5, c_3=3, d=6, e=5, f_1=6$
 $f_2=8, f_3=3, g_1=8, g_2=3, h=8, \beta=30^\circ$

図 11 8 節機構の中間節曲線

付録(5)

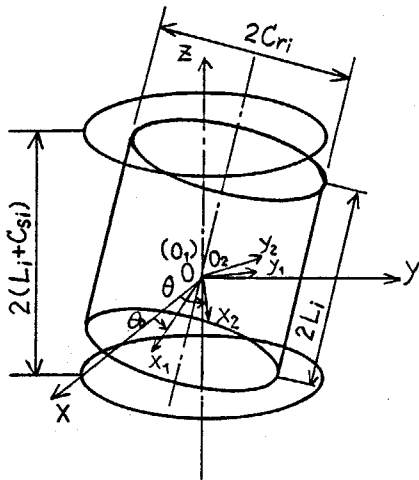
(iv) $R_1 P R_1$ (V) $R_1 R_2 R_2 R_1$ および (Vi) $R_1 R_1 R_2 R_2$ については, 付図3のように対偶素に設けた二つの座標系間の座標変換マトリックスを求める.

付図3において θ_0 と $O_1 - x_1 y_1 z_1$ および θ と $O_2 - x_2 y_2 z_2$ はそれぞれ対偶すきまがない時およびある時の軸受の回転角と軸受に固定された座標系を表す. この座標系 $O_2 - x_2 y_2 z_2$ から $O - x y z$ への座標変換マトリックス U_R は次のように表される.

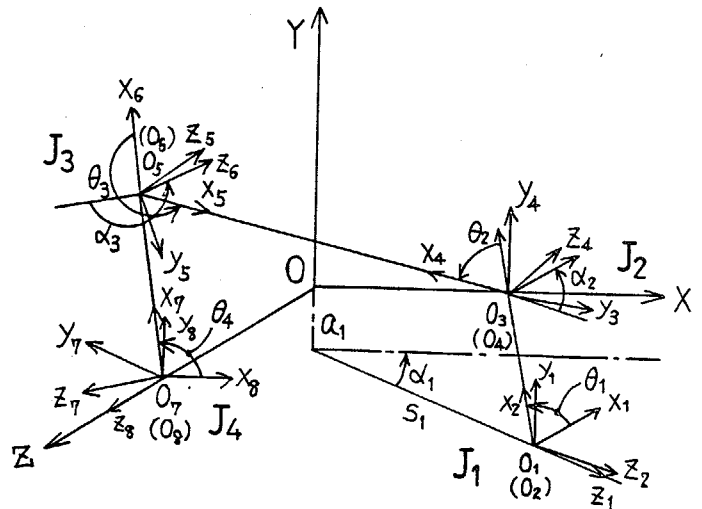
$$U_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_{xR} & m_{xR} & n_{xR} \\ 0 & l_{yR} & m_{yR} & n_{yR} \\ 0 & l_{zR} & m_{zR} & n_{zR} \end{bmatrix} \quad \text{付(5.1)}$$

また進み対偶についてはこの式と同形式の座標変換マトリックス U_P となる.

この U_R , U_P を用いて, 付図4の対偶 $J_1 \sim J_4$ に (iv) $R_1 P R_1$ の場合は $J_3 J_2 J_1$, (V) $R_1 R_2 R_2 R_1$ および (Vi) $R_1 R_1 R_2 R_2$ の場合はともに $J_4 J_3 J_2 J_1$ の順に対偶をあてはめ各対偶での座標変換マトリックス, さらに各対偶間の座標変換マトリックスを考慮して, 左端の対偶に連結する節に対する, 右端の対偶に連結する動節の変位誤差を求めることができる.



付図3



付図4

付録(6) 対偶の振動モデルの導出のための動節の変位, 速度, 加速度および対偶作用力

(a) 動節の変位, 速度および加速度

付図5は対偶 J_i に遊びがない場合を実線, ある場合を破線で示した一自由度平面 n 節機構を表す. 対偶 J_i の対偶素間相対変位(e_{xi} , e_{yi})による動節 j ($j=3, 4, \dots, n$)の変位 θ_j, X_j, Y_j は, 遊びのない場合の変位 θ_j^*, X_j^*, Y_j^* から次式に示す $\Delta\theta_j, \Delta X_j, \Delta Y_j$ だけ微小変位している.

$$\Delta\lambda_j = \frac{\partial\lambda_j}{\partial e_{xi}} e_{xi} + \frac{\partial\lambda_j}{\partial e_{yi}} e_{yi} \quad \text{付(6.1)}$$

ただし, λ は θ または X または Y であり, テイラー展開の二次以上の項を無視する. 付式(6.1)を用いて, 他の対偶にも遊びがある場合の動節 j の変位 λ_j は次式となる.

$$\lambda_j = \lambda_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i (\Delta\lambda_j) \quad \text{付(6.2)}$$

ここに, ζ_i は対偶 J_i に遊びがある場合1, ない場合0であり, λ_j^* は, θ_j^* または X_j^* または Y_j^* を表す.

いま, $e_i = \sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2}$, $\psi_i = \tan^{-1}(e_{yi}/e_{xi})$ と $(\partial\lambda_j/\partial e_{ki}) = (\partial\lambda_j/\partial e_i)(\partial e_i/\partial e_{ki}) + (\partial\lambda_j/\partial \psi_i)(\partial \psi_i/\partial e_{ki})$ ($k=X$ または Y)から付式(6.2)を変形し, 整理すれば次式を得る.

$$\lambda_j = \lambda_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i e_i \frac{\partial\lambda_j}{\partial e_i} \quad \text{付(6.3)}$$

この式を時間で1回および2回微分すれば, 速度および加速度が次のように求まる.

$$\dot{\lambda}_j = \dot{\lambda}_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i \left\{ \dot{e}_i \frac{\partial\lambda_j}{\partial e_i} + e_i \frac{\partial\dot{\lambda}_j}{\partial e_i} \right\} \quad \text{付(6.4)}$$

$$\ddot{\lambda}_j = \ddot{\lambda}_j^* + \sum_{i=2}^n \zeta_i \left\{ \ddot{e}_i \frac{\partial\lambda_j}{\partial e_i} + 2\dot{e}_i \frac{\partial\dot{\lambda}_j}{\partial e_i} + e_i \frac{\partial\ddot{\lambda}_j}{\partial e_i} \right\} \quad \text{付(6.5)}$$

ただし, 付式(6.5)における $\partial\lambda_j/\partial e_i$, $\partial\dot{\lambda}_j/\partial e_i$ および $\partial\ddot{\lambda}_j/\partial e_i$ に含まれる $\theta_j, \dot{\theta}_j$ は $\theta_j^*, \dot{\theta}_j^*$ で置き換えるものとする.

付式(6.3)~(6.5)から, 各動節の変位, 速度および加速度は, 対偶に遊びのない場合の変位, 速度および加速度と対偶の遊びに起因する変位, 速度および加速度との和でそれぞれ表される.

(b) 対偶作用力

原動節が等速回転する平面 n 節機構内の動節一つの運動方程式の数は、並進 2，回転 1 の合計 3 であり，動節の数が $n-1$ であるから，機構全体では $3(n-1)$ の運動方程式を得る．これらに対偶作用力 F_{xi} ， F_{yi} ($i=1, 2, \dots, n$) について解けば，それぞれ $\ddot{\theta}_j$ ， $\ddot{X}_j$ ， $\ddot{Y}_j$ ($j=3, 4, \dots, n$) および外力からなる項の和で表される．したがって，すべての対偶に遊びのない機構の対偶 J_i の作用力を F_{xi}^* ， F_{yi}^* で表せば，これらはそれぞれ次式となる．

$$\begin{aligned} F_{xi}^* &= \sum_{j=2}^n \left\{ f_{x\theta ij} \ddot{\theta}_j^* + f_{xxij} \ddot{X}_j^* + f_{xyij} \ddot{Y}_j^* + f_{xcij} \right\} \\ F_{yi}^* &= \sum_{j=2}^n \left\{ f_{y\theta ij} \ddot{\theta}_j^* + f_{yxij} \ddot{X}_j^* + f_{yyij} \ddot{Y}_j^* + f_{ycij} \right\} \end{aligned} \quad \text{付(6.6)}$$

ここに，添字付きの f はそれぞれ動節の節長，質量，重心回りの慣性モーメント，角変位，重心位置および重力の加速度からなる係数である．

対偶素半径 r が節長 l に比較して小さいとすれば，対偶に遊びのある機構の対偶 J_i の作用力 F_{xi} ， F_{yi} は付式 (6.6) に付式 (6.5) を代入することにより次式となる．

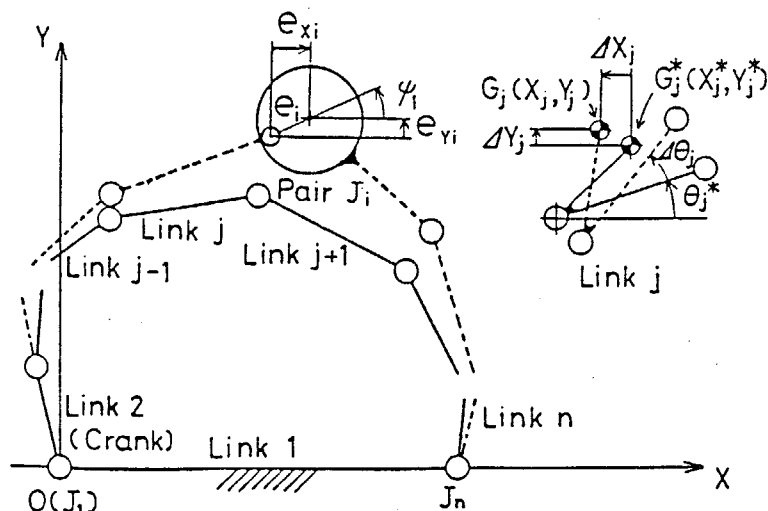
$$F_{xi} = F_{xi}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{x\theta ij} g_{\theta kj} + f_{xxij} g_{xkj} + f_{xyij} g_{ykj}) \quad \text{付(6.7)}$$

$$F_{yi} = F_{yi}^* + \sum_{k=2}^n \sum_{j=2}^n \zeta_j (f_{y\theta ij} g_{\theta kj} + f_{yxij} g_{xkj} + f_{yyij} g_{ykj}) \quad \text{付(6.8)}$$

$$g_{\lambda kj} = \ddot{e}_j \frac{\partial \lambda_k}{\partial e_j} + 2 \dot{e}_j \frac{\partial \dot{\lambda}_k}{\partial e_j} + e_j \frac{\partial \ddot{\lambda}_k}{\partial e_j} \quad \text{付(6.9)}$$

($\lambda = \theta^*$ または X^* または Y^*)

付式 (6.7) ~ (6.9) により，対偶に遊びのある機構の対偶作用力は，すべての対偶に遊びのない機構の対偶作用力と対偶の遊びによって発生する力の和で表される．



付図 5 平面 n 節機構