

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	静圧気体ジャーナル軸受の動特性に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	小野京右
Author(English)	KYOSUKE ONO
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第293号, 授与年月日:1969年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第293号, Conferred date:1969/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

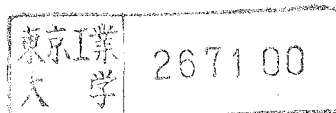
静圧気体ジャーナル軸受の 動特性に関する研究

昭和43年12月



小野京石

指導教官 田村章義 助教授



論文概要

本研究は、中央に1列の給気孔を有するポケットの無い自成絞り型静圧気体ジャーナル軸受の諸特性を、特に動特性を中心にして解析的、実験的に明らかにしたものである。軸受の負荷容量や軸受剛性などの静的特性、および共振特性やふれまわり不安定性などの動的特性の解析結果は、いずれも実験結果と定性的によく一致し、また特定の軸受寸法の範囲では、定量的にもよく一致している。本解析の適用範囲は実験的検討によってかなり明らかにされている。最後に、この解析にもとづいて、静的特性の点からの軸受の最適設計の方法、また軸受の共振速度を安全に通過させるための軸の許容不つりあいの推定方法、さらにふれまわり不安定性の点からの最適設計の方法を提案している。

目 次

第1章 緒論	3
1-1 気体軸受の概要	3
1-2 気体軸受に関する基礎研究の概観	5
1-3 気体軸受の問題点と最近における研究の動向	7
1-4 本研究の概要	14
第2章 基礎方程式	23
2-1 仮定	23
2-2 圧縮性流体に対する Reynolds 方程式の誘導	23
2-3 解析のための基礎方程式	31
第3章 静圧気体ジャーナル軸受の静的特性 —理論解析と実験的検討—	34
3-1 解析	34
3-2 実験的検討	43
3-2-1 実験装置と実験方法	43
3-2-2 消費流量	48
3-2-3 圧力分布	54
3-2-4 負荷容量	69
第4章 静圧気体ジャーナル軸受の動的特性 —理論解析—	79
4-1 振動によって引き起こされる気体膜の反力	79
4-2 剛性回転軸の運動方程式	87
4-3 共振特性と回転軸のつりあい量について	96
4-4 ふれまわり不安定性	108

オ5章 静圧気体ジャーナル軸受の動的特性 —実験的検討—	116
5-1 共振特性と回転軸の不すりあい量について	116
5-1-1 実験装置	116
5-1-2 実験方法	120
5-1-3 実験結果	120
5-2 ふれまわり不安定性	140
5-2-1 実験方法	140
5-2-2 解析と実験との比較検討	140
オ6章 静圧気体ジャーナル軸受の設計指針	149
オ7章 結論	163
参考文献	165
付録1 静圧気体ジャーナル軸受の摩擦トルクについて	167
付録2 大きい旋回運動に対する解析	170
付録3 静圧気体ジャーナル軸受の不安定性とその安定化について	174
おわりに	179

第1章 緒論

1-1 気体軸受の概要

米国においては宇宙開発、英国においては原子力技術の開発の一貫として、1950年代の後期から国家的な研究体制の下で押し進められて来た気体軸受に関する研究は、1960年代には早くも実用化の段階へと入り、今日では、液体軸受には様々な利益から、単に当初の目的であつた宇宙航行ロケットの姿勢制御用ジャイロスコープや原子炉炉心用回転機器の軸受に留まらず、高速ターボ機械、精密機械、エレクトロニクス等の一般工業用機器の軸受として用いられてゐる。

気体軸受とは液体の代わりに気体を潤滑剤として用いることにより、著しく小さい摩擦トルクで且つ回転軸を安定に支持するものであるが、軸受の機能を生じさせている原理に基づいて2種類の形式に大きく分類することができる。その一つは軸が回転することによって自動的に軸受を浮かせる力を生じさせるものでこれは動圧型 (*self-acting type*) と呼ばれている。もう一つは外部から軸受内に圧縮気体を吹き込み、その圧力によって軸を浮かせる静圧型 (*externally pressurized type*) と称される軸受である。一方軸受はどの方向の軸の荷重をささえるかによつてその形状が著しく異なり、この支持方式の観点から、ジャーナル軸受とスラスト軸受といふ二つの軸受形式に分類することも可能である。そしてさらにそれぞれの軸受形式においても、具体的な用途に応じて、様々な形状の軸受が製作されている。

動圧型にして静圧型にして、それぞれが基いている軸受の原理はすでに

油などを潤滑剤とする液体軸受に一般的に用いられて来たものであり、気体を潤滑剤として用いたために新たに生み出されたものではない。しかし油や水等の液体とは異なる気体の物理的性質のために、従来の液体軸受は持ち得なかつた様々な利点を有しており、世界各国の多数の研究機関における気体軸受に関する大々的な研究とその広い利用も、気体軸受だけが持つこの特長のためである。

気体軸受の特性を液体軸受のそれと区別している気体の特殊な物理的性質とは、オ1に粘性が油などのそれより約 10^3 分の1も小さいということである。このため軸受の摩擦トルクの損失は著しく小さく、長時間に渡る高速回転によっても熱の発生を心配する必要がまったくない。この粘性が小さいという性質は他方において、特に動圧軸受の場合など、負荷能力が著しく小さくなるという欠点を生み出す要因にもなっているが、この摩擦トルクが小さく熱の発生がないという利点が気体軸受が小型高速回転機器に利用される主要な根拠である。

潤滑剤としての気体のオ2の特殊的性質は、極低温および高温状態下においても化学的に安定しているということである。油などの場合には、温度の上昇によって粘性が著しく低下するばかりか、油自体が変質してしまうため、長時間の作動は $0^{\circ}\text{C} \sim 100^{\circ}\text{C}$ の温度範囲に限られている。それと比べると気体の場合には、温度の上昇に伴って粘性はむしろ増加する傾向を有し、その上油では使用不可能な極低温および高温の状態下においても使用できる。冷凍用ターボ膨脹機の軸受などに使用される根拠もここにあり。

オ3に気体は単に温度に対してばかりでなく、放射能に対しても安定であるという性質を持っている。気体軸受がガス冷却原子炉の循環送風機の軸受として英国において精力的に研究されて来たのはこのためである。

論文数

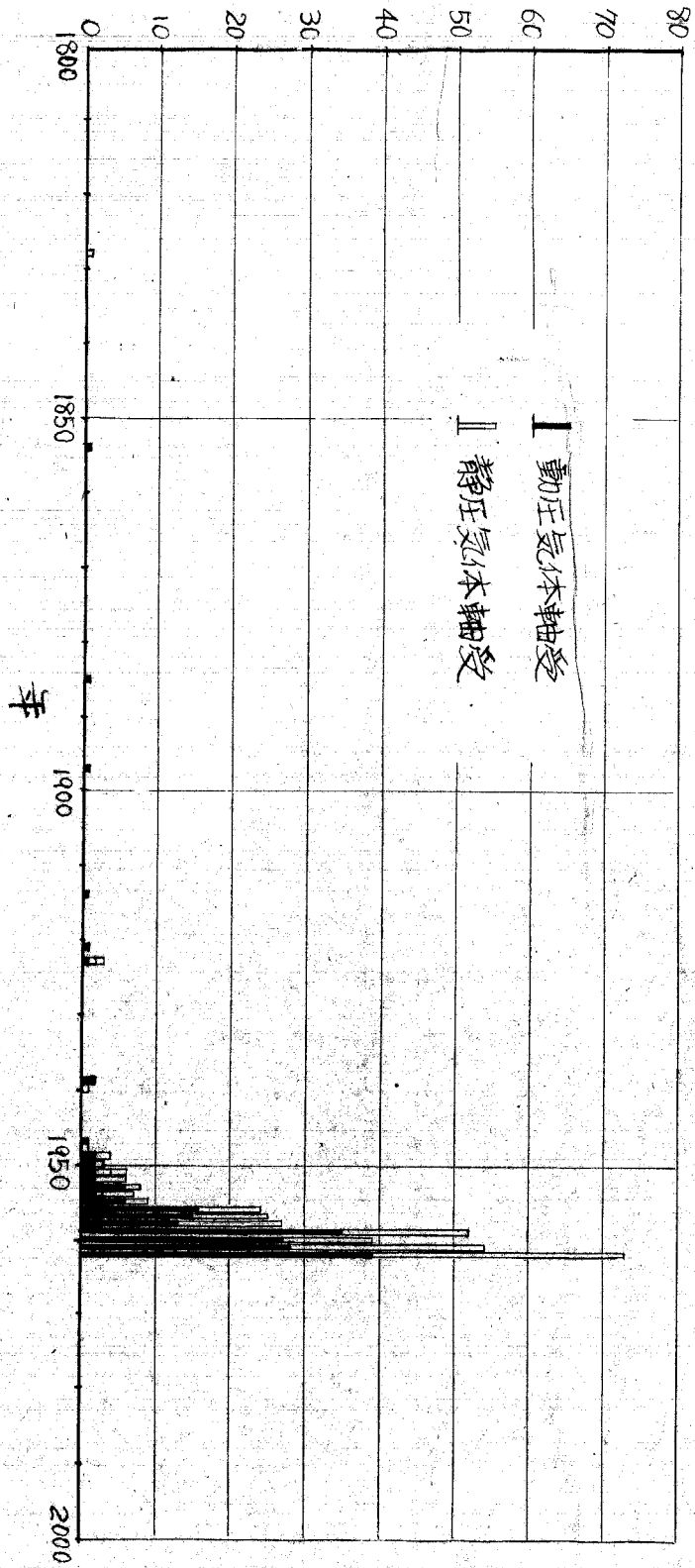


図 1-1

第4に気体は油などよりも純粋なものを得やすく、ゴミも除去しやすいという性質をもち、さらに潤滑剤として周囲をよごすこともない。そのため不純物の混入がなく、清潔な潤滑が要求される食品加工機械、製菓機械、医療機器、電子計算機などの精密電子機器等々に適しているといえる。

こうしてみると気体軸受は、今日の科学技術の粋が集められている原子力技術、電子工業、宇宙開発、極低温工学等々の新しい分野の発展に伴って、これらの技術を低辺においてさえ、そこに、必要不可欠な要素として研究、開発されて来たものであることがわかるであろう。そして今や気体軸受は、従来の一般工業用機器の領域においても、高速化、精密化という今日の厳しい技術的要求に答える軸受としても重要視され始めているのである。

1-2 気体軸受に関する基礎的研究の概観

気体軸受の新しい科学技術の分野における以上のような重要性を物語るように、気体軸受に関する基礎的研究の報告数もここ10年来増大の一途をたどり、現在までに気体軸受に関する専門書も3冊刊行されている。

図1-1は N. S. Grassam と J. W. Powell が編集した Gas Lubricated Bearing (1964) の巻末に載せられてある 1962年までの気体軸受に関する論文の数をグラフにしたものである。これから、動圧型、静圧型のいずれにおいても、1955年あたりを境に論文数は急激に増加していることがわかるであろう。

気体軸受に関する理論と設計基準の確立という観点から、気体軸受に

関する研究の流れをふりかえりみるならば、その歴史は古く、液体軸受を
も含めた軸受理論そのものの形成過程の中でみなければならぬ。以下そ
れを概観してみる。

19世紀前期は *steam turbine* の開発とその広い利用が行われた時代であ
る。それに伴って、性能の良い軸受の開発が回転機械の進歩を左右する重
要なファクターとなっていたが、こうした中において、空気を潤滑剤として
用いるという着想は1854年 G. Ahm によって生み出された。しかしこの着
想は具体的には試みられなかった。19世紀の終りに至って、Petron (1883)
Tower (1883) などにより軸受理論の端初が切り開かれ、それから3年後、
Reynolds (1886) が軸受内に発生する圧力分布に関する微分方程式を導くに
およんで軸受理論の基礎が与えられた。当時スラスト軸受はまだ平行
平面形であり、効率の悪いものであったが、1898年これに代ってすぐれた
性能を持つ *pivoted-pad thrust bearing* を発明した A. Kingsbury は1897年始め
て気体潤滑の動圧軸受を製作し、幾つかの注目すべき実験結果を発表した
。これにくらべると静圧軸受の原理は、狭いすきま内へオリフィスを通じて
流入する気体の流動の研究として、すでに1828年 Willis によりその端初が
切り開かれているが、実際に軸受という特殊な対象に適用され解析された
のは1950年代に入ってからと云うるのである。Sommerfeld は1904年無限
長幅軸受に対するレイノルズ方程式を巧みな変数変換によって解き、非圧縮
性流体の潤滑膜の圧力分布を解析的に求めた。圧縮性流体に対するレイ
ノルズ方程式は非線形となり、解析的な解を得ることが出来ないが、1913
年 W. J. Harrison は無限長幅軸受の圧力分布を数値的に解くに至った。それ
以後しばらくの間は注目すべき理論の進展はみられなかったが、1950年代を
境に、科学技術の新機軸の展開により、動圧型および静圧型の気体軸受に
関する基礎研究が多くの研究者によって遂行され始め、ここ10余年の間に

気体軸受の理論は長足の進歩を遂げたのである。

気体が液体と異なっている最も大きな物理的性質は言うまでもなく圧縮性を有するということである。この性質によって与えられる気体軸受の利点はないので、前節において気体軸受の特長をこの点から論じながら、液体軸受と異なる気体軸受の特性は主としてこの圧縮性起因している。例えば動圧軸受の負荷能力は図1-2に示すように、非圧縮性流体の場合は回転速度に比例して増大するが、圧縮性流体の場合は或る漸近線へと近づきそれを越えることはない。つまり圧縮性は負荷能力を下げる効果を持っている訳である。また本研究が対象としている自成絞り型静圧軸受はこの圧縮性によって軸受の機能を有しているということができよう。さらに圧縮性という性質は気体軸受の理論解析を、液体軸受のそれにへらべ特殊且つ困難なものにしている唯一の要因でもある。すなわち動圧型にせよ静圧型にせよ、圧縮性によって解析の基礎式は非線形となり、一般的に解や完全な理論解を得ることができない。このためそれぞれの軸受形式に応じて、また同じ軸受形式においてもどの軸受パラメータに注目するかという研究者の問題意識に応じて、多数の解析方法が提出されている。前述のように大量の論文が報告されている根拠も主としてここにあるといえるだろう。

1-3 気体軸受の問題点と最近における研究の動向

気体軸受に関する研究課題の最近の動向をさらによく見るために、まず説明されなければならない気体軸受の問題点とは何であるかをみてみよう。気体軸受に関する研究の課題とは、つまりところ静的および動的

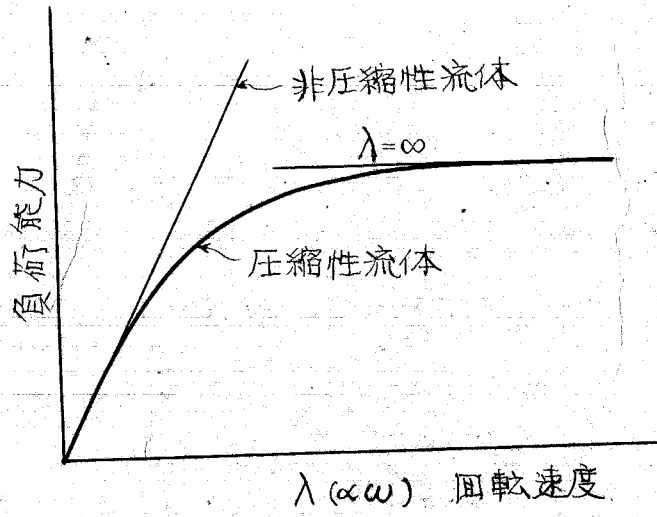


図 1-2

作動状態下における軸受諸特性を軸受諸パラメータとの関係において明らかにすることであり、それらを整理すると次のようになる。

	<u>静的特性</u>	<u>軸受パラメータ</u>
動圧型	圧力分布	軸受形状
	負荷容量および軸受剛性	回転速度
	偏心率および偏心率角	気体の性質
	軸受摩擦トルク	軸受荷重
静圧型	圧力分布	軸受形状
	負荷容量および軸受剛性	回転速度
	偏心率および偏心率角	気体の性質
	軸受摩擦トルク	軸受荷重
	必要気体流量	給気圧力
動圧型	<u>動的特性</u>	<u>軸受パラメータ</u>
	安定作動領域	軸受形状
	動荷重に対する応答特性	回転速度
静圧型	安定作動領域	気体の性質
	共振点における 振幅位相特性	軸受荷重
	動荷重に対する応答特性	軸受形状
		回転速度
	気体の性質	静的および動的荷重
		給気圧力

また動圧軸受は負荷容量が小さいために、圧力分布、偏心率および負荷能力等を軸受寸法や回転速度との関係において明らかにすることが非常に必要である。その次に生じて来る大きな問題点は、最も工作しやすい完全円形の動圧軸受は回転速度が100%sec付近の低回転速度で回転速度の約1/2の自励振動(half-frequency whirl)を発生し、軸は不安定になってしまうということである。

一方静圧軸受の場合は動圧軸受にくらべ負荷容量がかなり改善されるとはいうものの、軸受形状や給気圧力との関係において負荷容量や消費流量、軸受剛性等々を明らかにする必要がある。安定性に関して動圧軸受よりすぐれているが、高速になると軸はやはり不安定になるので、安定限界を軸受パラメータとの関係において解明しなければならない。また静圧軸受は減衰効果が小さいので動荷重に対する応答性、特に軸-軸受系の共振点付近の振幅特性を軸のつりあいとの関係において明らかにすることも大きな課題の一つといえるだろう。

気体軸受に関する従来の研究を厂史的に見るならば、気体軸受の問題の上記のような構造から、研究課題の中心点は軸受の静的特性から動的特性へと移行していくのが見うけられる。そして両者の間の遷移期はほぼ1962年から1963年にかけてであったと見ることができよう。

完全円形の動圧軸受についてこれを見ると、静的特性に関しては、Narrowの後1950年代から1962年にかけて、Katto & Soda (1952, 1962), Queman (1957, 1961), Sternlicht (1958), Gross (1961)等々によって摂動法を基礎とする解析や数値計算による解析がなされた。その後自励振動の発生限界を中心とした動的特性の解析的研究が1963年から1965年にかけてASME誌上に続々発表され、すでに現在では安定性の問題に対して考えられる手法は出し尽くされた感がある。それらの主なものをここに列挙すれば、

Stemlicht, Ausman, Cheng & Trumpler (1963); Pan & Stemlicht, Wernlich & Pan (1964); Ausman, Cheng & Pan, Constantinescu, Cheng-wan Ng, Castelli & Elrod (1965) 等々である。動圧軸受は静圧軸受と異なって加圧気体を必要としないので経済性という観点からは申し分ないが、不安定になりやすく使用に限界がある。そのため現在では、軸受形状を完全円ではなくし、部分軸受や多面軸受にすることによって安定な動圧軸受を開発する研究が行なわれつつある。1967年4月に英国の Southampton 大学で催された才2回の Gas Bearing Symposium には25の研究論文が寄せられたが、その中にはすでに完全円形の動圧軸受に関する研究報告は見られず、他方部分軸受や多面軸受に関する報告は7報に及んでいる。

次に静圧気体軸受に関する研究について見ると、円周に多数の給気孔を有すジャーナル型の軸受は解析が複雑なので、解析的研究はスラスト軸受を中心に進められて来た。スラスト型の静圧軸受の諸特性に関する研究は特に京都大学の森教授を中心とする研究グループの寄与が大きく、静的特性という観点からのスラスト型静圧気体軸受に関する設計基準は主として彼等によって確立されたと見てよいであろう。ポケットを有するスラスト軸受は気体の圧縮性のため *pneumatic hammer* と呼ばれる不安定振動を生じやすいが、この動的問題に関しては *Nicht & Elrod* (1960, 1966) や *森* (1966) によって研究され、さらにその安定化の方策も *森* (1966) によって提案されている。

さて、では本研究が対象としている静圧気体ジャーナル軸受に関して従来どのような研究がなされ、そしてここ2、3年間のこの種の軸受に関する研究の中心的課題とは何であったかを見ていこう。ジャーナル型の静圧軸受には給気孔部分にポケットを有する2段絞り型 (*Restricted in series*) と呼ばれるものと、ポケットを有しない自成絞り型と呼ばれるものの2種類

がある。ポケットを有するものは工作上的困難さと、軸が *pneumatic hammer* と呼ばれる自励振動を生じやすいという欠陥のために、静圧気体ジャーナル軸受としてはもっぱら自成紋り型のものについて研究されて来ている。本研究の対象としている軸受もこの種のものである。

自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受の静的特性についての解析は、1957年、S. K. Grinnel と H. H. Richardson⁽¹⁾ によってなされた。この論文では、軸方向の流れだけを考慮して完全粘性流という仮定の下に解析し、軸受剛性、消費流量、給気孔周辺の圧力等についての解析結果を実験値と比較している。さらに H. H. Richardson⁽²⁾ は1958年これと同じ方法に基づいて自成紋り型と2段紋り型の静的および動的特性(軸は回転しない)を解析し、比較検討している。一方森らはジャーナル軸受を給気孔と同数のスラスト軸受に分割し、給気孔 n 個を有するスラスト軸受の解析に用いた複素ポテンシャルの理論もこれに適用することにより、流量や圧力分布、軸受剛性を解析した。(1961, 1962) 静的特性に関する実験的研究としては、日本では原田、小川⁽³⁾による圧力分布、軸受剛性、消費流量等の測定結果の報告や、熊谷、比呂、藤本ら⁽⁴⁾の摩擦特性の測定に関する報告がその後なされた。静圧気体ジャーナル軸受はその構造が複雑なため厳密な解析ができない。そのための現在の所かなり大膽なモデル化を行なって解析しか出来ていないのであるが、しかしそれでも定性的には実際の特性を説明でき、また特定の軸受パラメータの範囲においては定量的にもよい解析結果が得られている。

以上の静的特性に対して、不安定現象とか回転時の動荷重に対する応答といったいわゆる動的特性についての研究は、静的特性の研究から遅れること数年後の1962年から報告され始めている。自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受の最も重要な動的問題は、軸が高速回転になると自励的なふれ

まわりを起すという現象であるが、1962年にはこの現象に関して3つの実験的研究が報告されている。それらは R. H. Larson & H. H. Richardson⁽⁵⁾, W. A. Gross⁽⁶⁾ および J. W. Powell & N. Jolly⁽⁷⁾ によるものであるが、その中 R. H. Larson & H. H. Richardson⁽⁵⁾ は軸が安定に回転する最高回転速度についてかなり包括的な実験を行なっている。すなわち軸受の中央断面に8つの給気孔を有する静圧気体軸受について、軸受すきま、給気圧力等を変え最高回転速度の変化を調べ、給気圧力が高い程最高回転速度が高いことや最高回転速度が最も高くなるような最適すきまが存在することを明らかにしている。静圧気体ジャーナル軸受の回転時における軸の振動問題を解析するためには静圧効果によって生じる気体膜の反力だけでなく、軸の回転や軸の振動を同時に考慮してこれらによってひき起こされる気体膜の総反力を求めなければならない。静圧効果、動圧効果およびしぼり膜効果 (squeeze effect) の3つの互いに異なる効果が同時に存在している場合、潤滑剤がもし非圧縮性ならば、基礎方程式は線形になるのでそれぞれの効果によって生じる反力を独立に求めて加え合わせればよい。しかし圧縮性流体の場合はそれぞれの効果が相互に関連し合うようになり、そのためどのような考え方に立って非線形の基礎方程式を簡単且つ合理的に解き気体膜の反力を求めたらいかがが問題の焦点であった。J. W. Lund⁽⁸⁾ は1964年、軸の回転も考慮した静圧軸受および軸が回転せず軸受内で半径方向に振動している静圧軸受の気体膜の反力を摂動法で解析した。J. W. Lund によって静圧効果と動圧効果および静圧効果としぼり膜効果のそれぞれ2つの相異なる効果が同時に存在する場合の気体膜の反力が解析された訳であるが、しかし実験との比較はなされおその正当性は実証されていなかった。

筆者が本研究に着手したのは1965年であるが、以上述べて来たことからわかるように、当時、静圧気体ジャーナル軸受の不安定現象を中心とする

動的問題は、気体軸受に関する全体的な研究の中で未だ未開拓なままにとり残されていた最も大きな課題の一つであった。不安定現象についての大体の様相は実験的に明らかにされてはいたが、安定に回転する最高回転速度を様々な軸受パラメータとの関係において明らかにし、さらに最高回転速度を理論的に予測し、動的特性の観点から信頼できる設計基準を確立することが要望されていたのである。

筆者が自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受の動的特性を研究の主題に設定したのも、気体軸受に関する研究の当時のこのようなう勢の中においてである。筆者はまず静圧気体ジャーナル軸受の不安定現象をできる限り多くの軸受パラメータとの関係において明らかにするため1965年 R. H. Larson らよりももっと包括的な実験的研究を行なった。続いて1966年には、この実験結果に基づき、J. W. Lund の解析手法をさらに一歩進めて、静圧効果、動圧効果、しぼり膜効果の3つの効果を同時に考慮した場合の気体膜の反力を幾つかの仮定の下に解き、実験結果によく一致する安定性に関する解析結果を得た。1967年から1968年にかけては、すでに幾人かの研究者によってなされている静的特性に関する実験的研究と静圧気体ジャーナル軸受の共振特性をしらべ、軸受の動荷重に対する負荷容量を軸のふりあい量との関係において明らかにする研究を行なった。本論文はそれら一連の研究をまとめたものであるが、ここで節を改めて、自成紋り型ジャーナル軸受の原理とその動的問題の構造とを説明し、最後に本論文の内容について述べることにする。

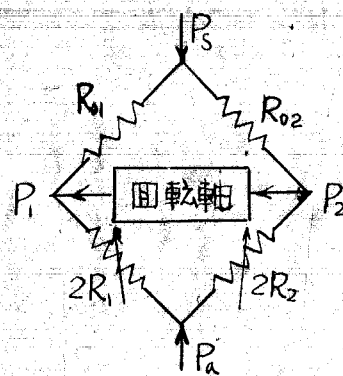
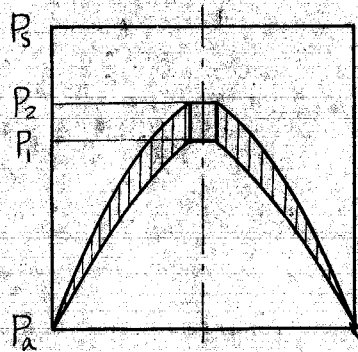
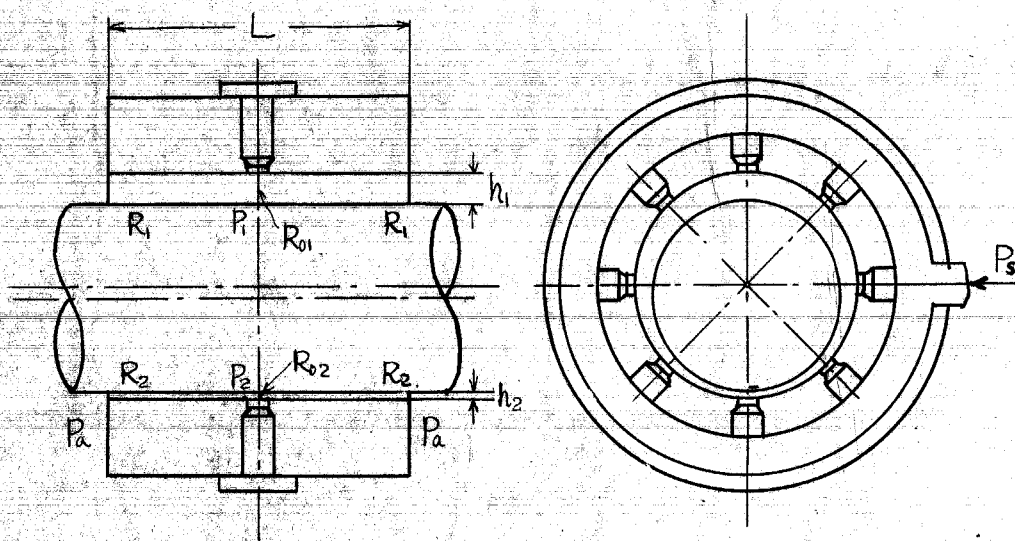


圖 1-3

1-4 本研究の概要

本研究は軸受中央断面に一系列の給気孔を有する自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受の諸特性を、特に未開拓の領域として残されていた動的特性を中心に明らかにしたものである。自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受とは、図1-3に示すように、軸受の周囲に多数の給気孔を設け、ここから加圧気体を吹込ませるもので、気体が給気孔に入る前に外部抵抗も付けず、軸受内にポケットも有しないきわめて簡単な構造をなしている。軸受内にポケットを設けたいわゆる二段紋り型と呼ばれている軸受にくらべて負荷能力はやや劣るが、安定性はすぐれている上に工法がきわめて簡単なので、今後静圧気体ジャーナル軸受としては自成紋り型のものが多く使用されていくものと予想される。また自成紋り型ジャーナル軸受には一系列の給気孔を有するものと二列の給気孔を有するものがあるが、軸の両端をささえる軸受としては一系列の場合が一般的であり、また研究という観点から考えれば一系列の給気孔を有する軸受の方がより基本的なので、本研究では軸受中央に一系列の給気孔を有する軸受を対象とする。

この型の軸受の原理についてはすでに多くの人によって述べられているが、本誌をこゝで紹介する。図1-3に示すように軸受上側のすきまを H_1 、下側のそれを H_2 とする。圧力 P_0 の加圧気体は断面積 πdH の給気孔周辺で絞りられそれぞれ P_1 、 P_2 に降下し、さらに抵抗 R_1 、 R_2 を持つ軸受すきま内を軸方向に流れて軸受端で大気圧となる。もし軸が軸受中央にあれば、 $H_1=H_2$ 、 $R_1=R_2$ 、 $P_1=P_2$ となり、軸に作用する力は釣り合っている。しかし軸が $H_1 > H_2$ となるように偏心したとすれば、 H^3 に比例した軸受の流れ抵抗は H に比例した給気孔周辺の抵抗よりも早く変化し、 P_2 は増加し、 P_1 は減少する。したがって図に斜線で示した部分が上下の圧力差となり、これが軸受の負荷をささえる力となる。

軸受のいわゆる静的特性である圧力分布，軸受剛性等の解析には2, 3の方法が考えられるが，本研究においては，静的特性の解析の延長として動的特性の解析が可能となるように，簡単で且つ本質をとらえて得ている仮定と解析手法を送る必要がある。そのために本研究では有限個の給気孔による加圧気体の離散的な供給源を連続的な線状のそれにモデル化している。さらに，加圧気体は給気孔周辺で断熱的に絞られ軸受内に流入し，軸受内の流動は完全粘性流であるという仮定に立っている。さらに非線形方程式を解いて気体膜の圧力分布を求めるに際しては擾動法の考え方をその解析の基礎にしている。なおこのような仮定および解析手法は H. H. Richardson, その後の J. W. Lund のそれと同じである。

次に本研究の主題である静圧気体ジャーナル軸受の動的な問題について述べるために，両端を静圧気体ジャーナル軸受でささえられた剛性円転軸の回転速度を上げていった場合の軸の振動特性を図1-4および図1-5に示す。図1-4は左右のジャーナルの振幅特性であり，図1-5はそれぞれの回転速度における振動の波形である。円転軸は軸の静および動不つりあいにより常に回転に同期した不つりあい振動を程するが，回転速度を上げていくと2つの共振点を通過する。軸の両端を同じ特性を有する軸受でささえられた軸-軸受系は2自由度系を形成しているので一般に相異なる2つの固有振動数を持っているからである。図1-5の共振波形cおよびeからわかるように，この場合には，回転速度を上げていくと，軸の両端の振動の位相が 180° おかれた conical mode の共振がまず起こり，次に位相が一致している parallel mode の共振が起こる。共振点での振幅，位相特性は軸の不つりあい量やその分布の仕方に依存しており，軸受すきまが大きい場合には，軸の不つりあいがやや大きくなると共振点の最大振幅が著しく大きくなり共振点が越せなくなる事態も生ずる。したがって共振点付近における不つりあ

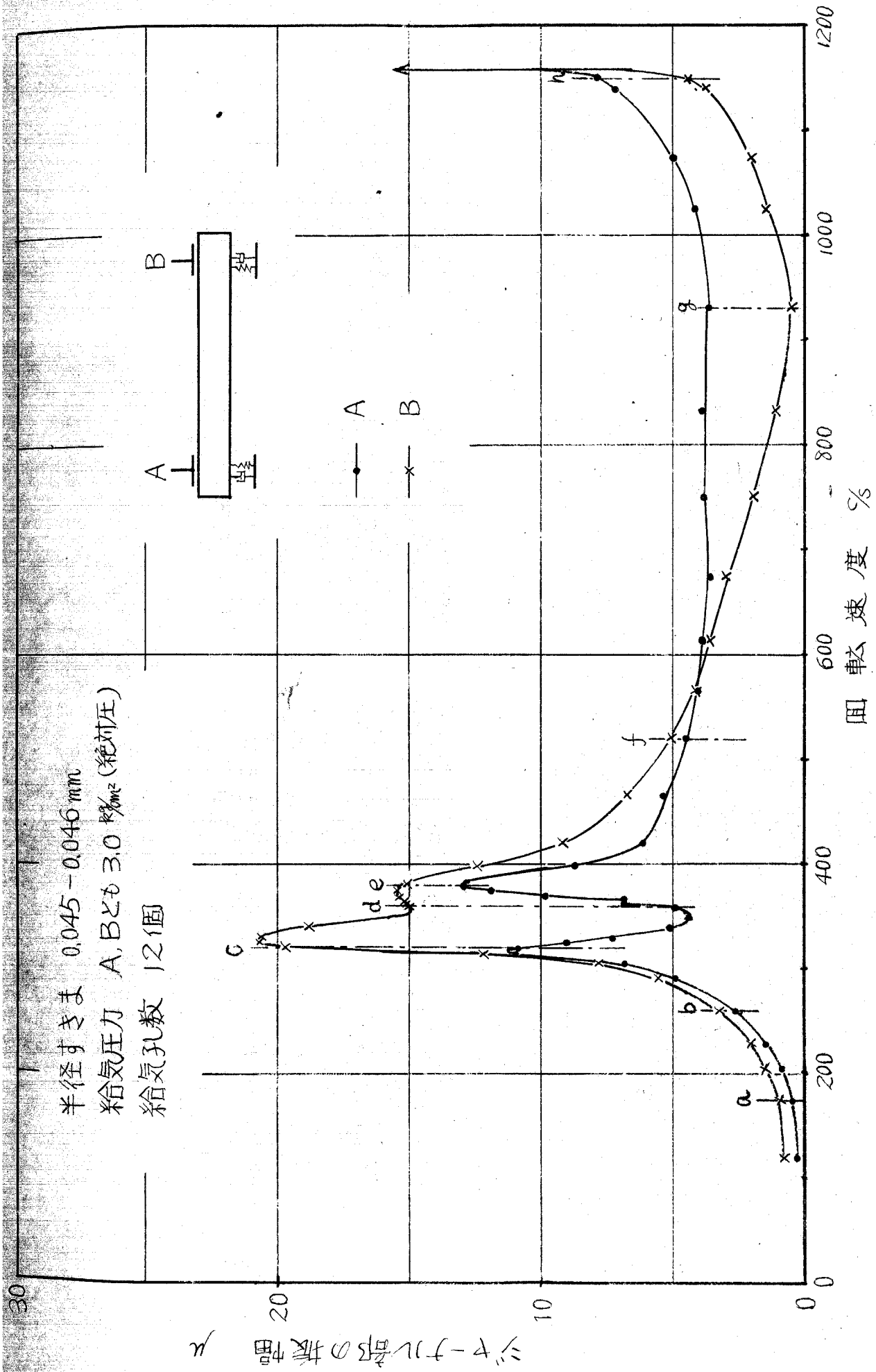
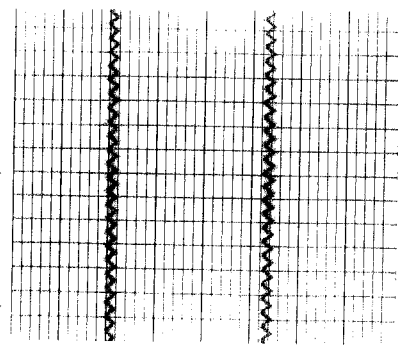


図 1-4

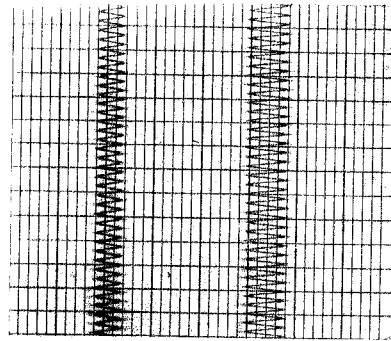
振動波形



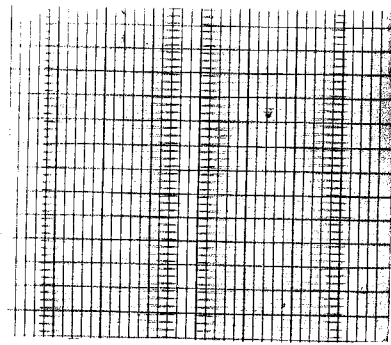
a 175 %sec

B

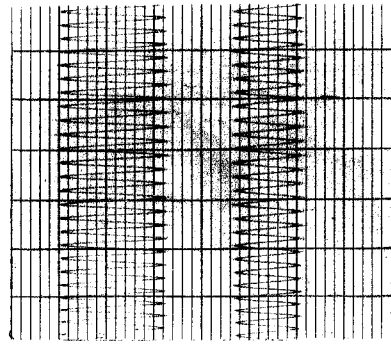
A



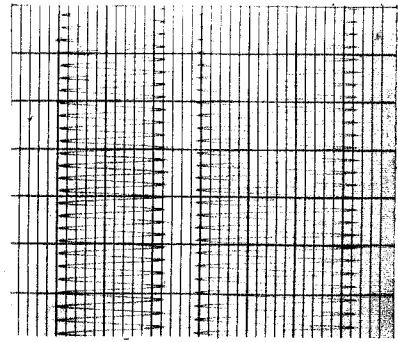
b 260 %sec



c 320 %sec



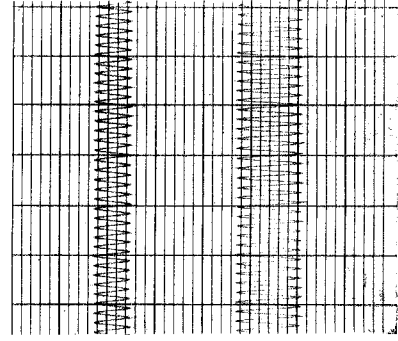
d 360 %sec



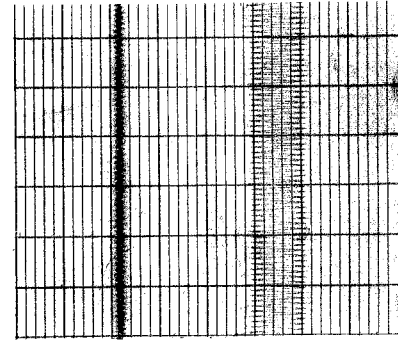
e 380 %sec

B

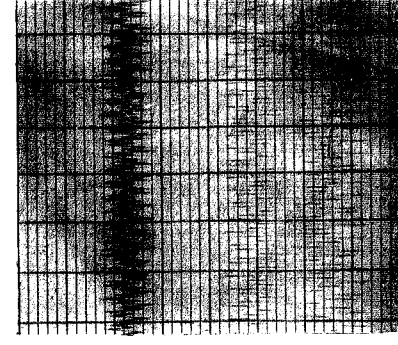
A



f 520 %sec



g 933 %sec



h 1150 %sec

い量あるいは加振力の大きさと振動振幅との関係を明らかにする必要がある。この場合任意の回転速度における動荷重に対する軸の応答を軸受の動的荷重に対する負荷特性として明らかにすればより一般的であるが、しかし動荷重の周波数が軸-軸受系の共振速度に近い値を有しなければ、動荷重に対する軸受の負荷能力はかなり大きく、したがって実際上問題になるのは動荷重の周波数が系の固有振動数に一致するような場合とか、共振点付近での不つりあい振動である。したがって動荷重に対する静圧気体ジャーナル軸受の軸受特性は回転軸の共振特性を軸の不つりあい量との関係において明らかにすることにより、かなり一般的に解明され得ることになる。この意味で本研究においては、簡単な2自由度の軸-軸受系の共振特性を解析的および実験的に明らかにすることにより、軸受の動荷重に対する負荷能力を軸の不つりあい量との関係において調べている。

その共振点を越してさらに回転速度を上げていくとやがて不安定な軸のふれまわりが発生し、軸は軸受に接触してしまう。したがってこの不安定なふれまわりが発生する回転速度(以後最高回転速度と呼ぶ)を軸受諸パラメータとの関係において明らかにする必要がある。静圧気体ジャーナル軸受の主要な動的な問題には、以上のように、共振点における特性と不安定性の2つがあるが、これらを解明するには、まず軸の振動によって生ずる気体膜の反力を求め、次にこれを用いて軸-軸受系の運動を論ずればよい。したがって自成総り型静圧気体ジャーナル軸受の動的諸特性に関する理論解析は2つの部分に分かれているということが出来る。オ1の部分とは、軸受すきま内の圧力分布に関する微分方程式である Reynolds 方程式を解きジャーナルの変位や速度によって生ずる気体膜の反力を求めることであり、オ2の部分とは、こうして求めた気体膜の反力を用いて回転軸の運動方程式を立て、静圧気体ジャーナル軸受で与えられた回転軸の強制振動

や安定性について解析することである。オ1の部分では機械工学というより流体工学の領域に属する問題であるが、実はこの部分が気体軸受に関する理論的研究の核心的な位置をしめている。

本論文の内容とその構成は、以上に述べたような静圧気体ジャーナル軸受の問題点とそれらを解明しようとする解析方法の構造に深く関連しており、次のようになっている。

オ2章においては、オ3およびオ4章における解析の出発点となる基礎方程式を *Navier-Stokes* 方程式から導びいている。気体膜の反力を求める基礎方程式とはいうまでもなく *Reynolds* 方程式であるが、静的および動的特性の解析に用いる基礎式は、非圧縮性流体に対する *Reynolds* 方程式を解析すべき問題に合わせて単純化したものである。オ3章では静的特性の解析と解析結果に対する実験的検討を行なっている。本研究の中心的課題である共振特性と不安定性に関する動的特性については、オ4章で解析を、オ5章でその実験的検討を行なっている。オ4章は4つの節にわかれ、オ1節では軸の微小振動によって引き起こされる気体膜の反力を一般的に求め、オ2節では2つの軸受でささえられた剛性軸の運動方程式を一般的に導びいている。次にオ3節で軸受の共振特性から軸の許容不釣り合い量や動的負荷容量について考察し、オ4節では不安定性の解析を行なっている。オ5章ではオ1節で共振特性に関して、オ2節では不安定性に関して実験的研究を行ないオ4章での解析結果と比較検討している。オ6章では本解析にもとづき、軸受の最適設計の方法を提案している。

本論文に使用される主な記号

A	不つりあい強制力によるジャーナルの無次元振幅
G	軸受半径すきま mm
F ₀	変動荷重の振幅 kg
F _r	気体膜の反力の偏心方向成分 kg
F _θ	気体膜の反力の円周方向成分 kg
H	局所的軸受すきま mm
I	重心まわりの直径慣性モーメント $kg \cdot mm \cdot s^2$
I _p	極慣性モーメント $kg \cdot mm \cdot s^2$
L	軸受幅 mm
M	回転軸の質量 $kg \cdot s^2/mm$
N	給気孔の数
P	軸受内の圧力 kg/cm^2
P _a	周囲圧力 kg/cm^2
P _r	給気孔周辺の圧力 kg/cm^2
P _s	給気圧力 (絶対圧) kg/cm^2
Q	消費流量 kg/s
R	軸受半径 mm
R ₀	気体定数
T	絶対温度 $^{\circ}K$ 、エネルギー $kg \cdot mm$
T ₀	並進運動のエネルギー $kg \cdot mm$
T _r	回転運動のエネルギー $kg \cdot mm$
T _r	給気孔周辺の温度 $^{\circ}K$
T _s	供給気体の温度 $^{\circ}K$

U	軸受の周速	mm/s
O-XYZ	静止座標系	
c	減衰係数	kg·s/mm
c ₀	流量係数	
d	給気孔径	mm
e	ジャーナルの軸受中心からの偏心	mm
e ₀	回転軸の偏重心	mm
g	重力の加速度	mm/s ²
f ₀	非回転時における軸-軸受系の固有振動数	%
f _s	自励振動の振動数	%
f _{max}	軸の最高回転速度	%
h	無次元軸受すきま	
k	軸受剛性	kg/mm
l	軸受間距離の1/2	
p ₀	ジャーナルの偏心が零の場合の気体膜の無次元圧力	
p ₁	ジャーナルの偏心と静圧効果のみによる無次元気体膜圧力	
p ₂	静圧効果と動圧効果によって生ずる無次元気体膜圧力	
p ₃	動圧効果によって生ずる無次元気体膜圧力	
p ₄	偏心方向のジャーナルの速度によって生ずる無次元気体膜圧力	
p ₅	円周方向のジャーナルの速度によって生ずる無次元気体膜圧力	
p _m	軸受内の無次元平均圧力	
q	軸受内の単位幅当りの流量	kg/mm·s
t	時間	sec
τ	無次元時間	
u, v, w	軸受内の流体の X, Y, Z 方向の速度	mm/s

u, v, w 軸受内の流体の X, Y, Z 方向の無次元速度

0-xyz 無次元静止座標系

$$\Gamma_0 = \frac{6\mu C_0 d N}{P_a C_r^2} \left(\frac{L}{2R}\right) \sqrt{\nu R_0 T_s g}$$

$$\Gamma_1 = \frac{6\mu C_0 d N}{P_a C_r^2} \sqrt{\nu R_0 T_s g}$$

Γ_{opt} 軸受幅比と給気圧力が一定の下で最大の負荷容量を与える Γ の値

Ω_c conical mode の共振角速度 rad/s

Ω_p parallel mode の共振角速度 rad/s

Ω_{c0} 非回転時における conical mode の固有角振動数 rad/s

Ω_{p0} 非回転時における parallel mode の固有角振動数 rad/s

χ 無次元負荷容量

λ 動不つきあい

γ_0 比熱比

ϵ_0 ($= e_0/C_r$) 無次元偏重心

ϵ_{ca} 無次元許容偏重心

μ 粘性係数 kg·s/m²

κ ($= e/C_r$) 偏心率

φ, θ, ψ ジャーナルの位置を示す角座標 (第 2, 3 章) rad

オイラー角 (第 4 章第 2 節) rad

$$\lambda = 6\mu \left(\frac{R}{C_r}\right)^2 \frac{\omega}{P_a}$$

ω 回転角速度 rad/s

ϕ 軸の回転角 rad

添字

時間微分

J 自然数

才 2 章 基礎方程式

2-1 仮定

Navier-Stokes 方程式から軸受内の圧力分布を求めるための基礎方程式を導くために、静圧気体ジャーナル軸受内の気体の流動に対して次の仮定を設ける。

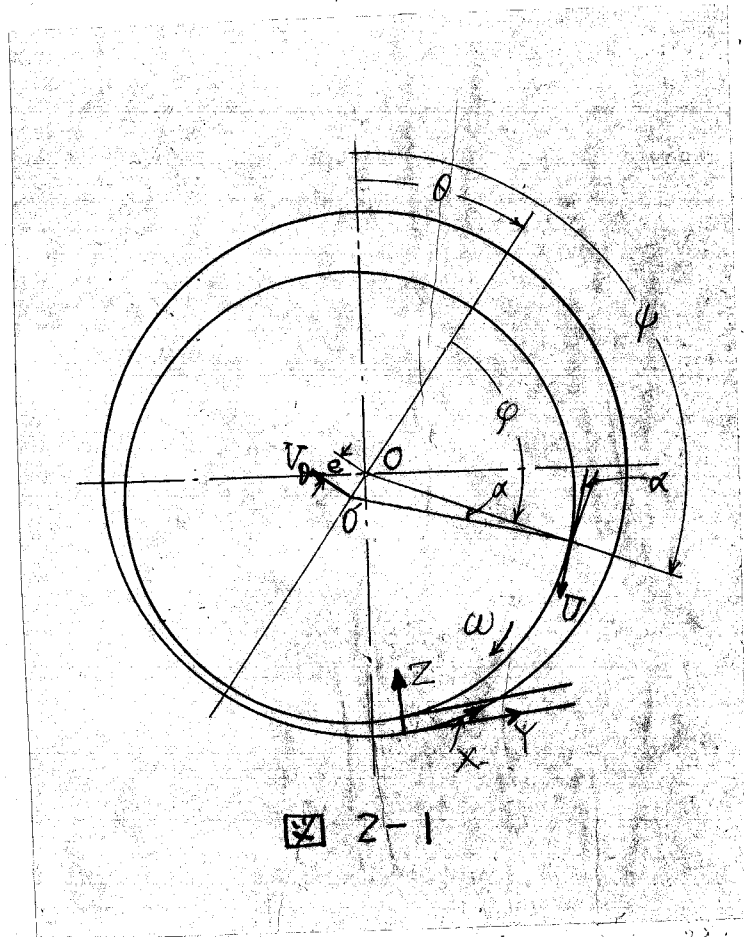
- 1 軸受内の気体の流動は等温且つ完全粘性流とし、気体の慣性力や衝撃波の発生などを無視する。
- 2 ジャーナルの中心線は振動中軸受中心線とほぼ平行に保たれている。

2-2 圧縮性流体に対する Reynolds 方程式の誘導

仮定 1 より流体の粘性 μ は一定であり、また流体の体積力は十分無視できるから潤滑流体に対する Navier-Stokes 方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial X} + v \frac{\partial u}{\partial Y} + w \frac{\partial u}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[2 \frac{\partial u}{\partial X} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} + \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial X} \right) \right\} \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial X} + v \frac{\partial v}{\partial Y} + w \frac{\partial v}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial Y} \left[2 \frac{\partial v}{\partial Y} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} + \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial v}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Y} \right) \right\} \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial X} + v \frac{\partial w}{\partial Y} + w \frac{\partial w}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial Z} \left[2 \frac{\partial w}{\partial Z} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} + \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial w}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial Z} \right) \right\} \quad (2-1) \end{aligned}$$

ここで座標 X, Y, Z は図 2-1 のようにとり、 u, v, w は流体のそれぞれ X, Y, Z 方向の速度成分である。



2-1

$$\left. \begin{aligned} \frac{U}{U} = u' & & \frac{X}{L} = x & & t \times \frac{U}{L} = t' \\ \frac{V}{U} = v' & & \frac{Y}{L} = y & & \frac{P}{P_a} = p \\ \frac{W}{U} = w' & & \frac{Z}{L} = z \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

とあくと式(2-1)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} &= -\frac{P_a}{\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{UL} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[2 \frac{\partial u'}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \\ \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} &= -\frac{P_a}{\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{UL} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[2 \frac{\partial v'}{\partial y} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \\ \frac{\partial w'}{\partial t'} + u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} &= -\frac{P_a}{\rho U^2} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu}{UL} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[2 \frac{\partial w'}{\partial z} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2-3)$$

ν/UL は Reynolds 数の逆数だからこの値を調べてみる。

$$U = 2\pi R f \doteq \frac{100 \times 1000}{\text{mm}} \text{ } \text{ } = 10^5 \text{ mm/sec.}$$

$$L = 30 \text{ mm}$$

$$\nu = 1.5 \times 10 \text{ mm}^2/\text{s}$$

とすると

$$Re = UL/\nu \doteq 2 \times 10^5$$

となる。したがって $Re \sim h^{-2}$ である。

式(2-3)を単純化するために、式(2-3)の各項の大きさについて吟味する。

解析しようとする軸受は軸が角速度 ω で回転しており、さらに軸の中心は軸受中心の付近で微小振動している場合である。

このことを考え式(2-5)の無次元表示をもとへもどすと

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

P は z に関して一定と考え、式(2-9)の u を $z=0$ で $u=U_1$ 、 $z=H$ で $u=U_2$ として積分すれば

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} z(z-H) + \frac{H-z}{H} U_1 + \frac{z}{H} U_2 \quad (2-10)$$

同様に式(2-9)の v を $z=0$ 、 H で $v=0$ の境界条件を用いて積分すれば

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial y} (z-H)z \quad (2-11)$$

一方圧縮性流体に関する連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2-12)$$

と与えられる。これより

$$\frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} - \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

よからこの式へ式(2-10)および(2-11)を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} &= -\frac{1}{2\mu} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial x} z(z-H) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial y} z(z-H) \right\} \right] \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \left(\frac{H-z}{H} U_1 + \frac{z}{H} U_2 \right) \right\} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (2-13)$$

$z=0$ で $w=0$ 、 $z=H$ で $w=V$ とし、また ρ は $z=0 \sim H$ で一定として ρw を z で積分すると

$$\begin{aligned} \rho V &= -\frac{1}{2\mu} \left[\int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial x} z(z-H) \right\} dz + \int_0^H \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial y} z(z-H) \right\} dz \right] \\ &\quad - \int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \left(\frac{H-z}{H} U_1 + \frac{z}{H} U_2 \right) \right\} dz - \frac{\partial \rho}{\partial t} \int_0^H dz \end{aligned} \quad (2-14)$$

公式

$$\int_0^{h(\alpha)} \frac{\partial}{\partial \alpha} f(y, \alpha) dy = \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_0^{h(\alpha)} f(y, \alpha) dy - f[h(\alpha), \alpha] \frac{\partial h(\alpha)}{\partial \alpha}$$

より

$$\int_0^H \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial x} z(z-H) \right\} dz = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial x} \int_0^H z(z-H) dz \right\} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial P}{\partial x} H^3 \right)$$

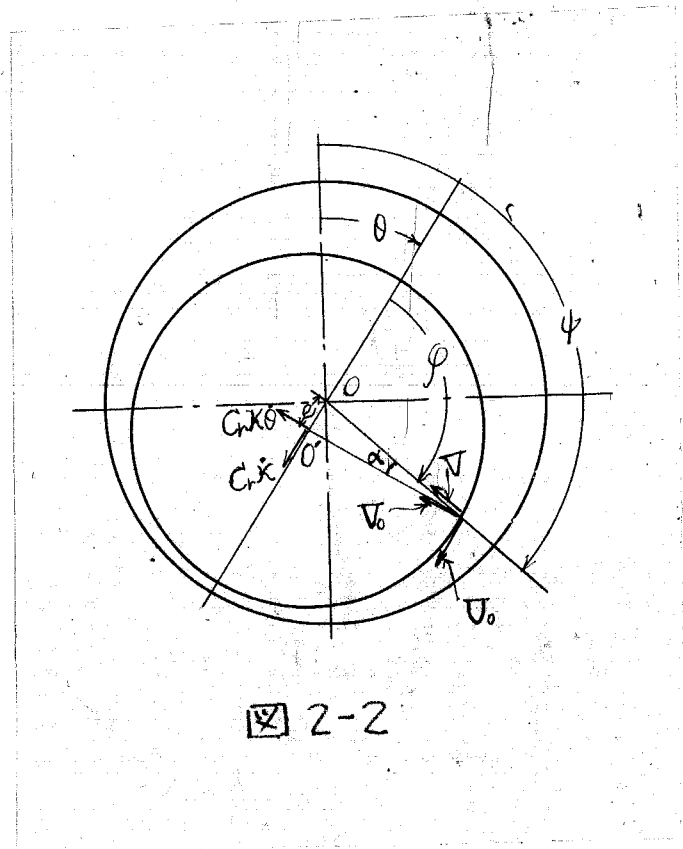


图 2-2

$$\int_0^H \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial Y} z(z-H) \right\} dz = \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \rho \frac{\partial P}{\partial Y} \int_0^H z(z-H) dz \right\} = -\frac{\partial}{\partial Y} \left(\rho \frac{\partial P}{\partial Y} H^3 \right)$$

$$\int_0^H \frac{\partial}{\partial X} \left(\rho \frac{H-z}{H} \right) \tau_1 dz = \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \rho \int_0^H \left(1 - \frac{z}{H} \right) \tau_1 dz \right\} - \rho \frac{H-H}{H} \tau_1 \frac{\partial H}{\partial X} = \frac{\partial (\rho \tau_1 H)}{2 \partial X}$$

$$\begin{aligned} \int_0^H \frac{\partial}{\partial X} \left(\rho \frac{z}{H} \tau_2 \right) dz &= \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \rho \int_0^H \frac{z}{H} \tau_2 dz \right\} - \rho \tau_2 \frac{\partial H}{\partial X} \\ &= \frac{\partial}{2 \partial X} (\rho H \tau_2) - \rho \tau_2 \frac{\partial H}{\partial X} \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \rho V &= \frac{1}{2\mu} \left[\frac{\partial}{\partial X} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \rho H (\tau_1 + \tau_2) \right\} \\ &\quad + \rho \tau_2 \frac{\partial H}{\partial X} - \frac{\partial \rho}{\partial t} H \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial X} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) \right] &= 6 \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \rho H (\tau_1 + \tau_2) \right\} - 12 \rho \tau_2 \frac{\partial H}{\partial X} \\ &\quad + 12 \left(\rho V + H \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

ジャーナル軸受では $\tau_1 = 0$ だから $\tau_1 = 0$ とおくと上式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial X} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\rho H^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) \right] &= 6 \tau_2 \frac{\partial}{\partial X} (\rho H) + 6 \rho H \frac{\partial \tau_2}{\partial X} \\ &\quad - 12 \rho \tau_2 \frac{\partial H}{\partial X} + 12 \left(\rho V + H \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2-15)$$

図2-2のように軸の中心がeだけ偏心した位置で周速Vで回転しており、さらに偏心方向に $C_r \dot{r}$ 、円周方向に $C_r \dot{\theta}$ の速度を有しているとする。最大すきまの位置から測って φ の点の軸の接線速度を U_0 、法線速度のそれを V_0 とすれば

$$U_0 = R \left(\omega + \frac{C_r}{R} \dot{r} \sin \varphi - \frac{C_r}{R} \dot{\theta} \cos \varphi \right) \quad (2-16)$$

$$V_0 = C_r \dot{r} \cos \varphi + C_r \dot{\theta} \sin \varphi \quad (2-17)$$

$$H = C_r (1 + \kappa \cos \varphi) \quad (2-18)$$

がなりたつ。図2-1より $\alpha = d_0 \kappa \sin \varphi$ だから これをXで微分すれば

$$\frac{\partial \alpha}{\partial X} = \frac{C_r}{R^2} \kappa \cos \varphi \quad (2-19)$$

式(2-18)をXで微分すれば

$$\frac{\partial H}{\partial X} = -\frac{G}{R} K \sin \varphi$$

$R \sin \alpha = e \sin \varphi$ より

$$\frac{\partial H}{\partial X} = -\sin \alpha$$

(2-20)

さて U_2 は

$$U_2 = U_0 \cos \alpha + V_0 \sin \alpha$$

式(2-16)より $U_0 \approx U$ で $\cos \alpha \approx 1$ だから

$$U_2 = U$$

また

$$\frac{\partial U_2}{\partial X} = \frac{\partial U_0}{\partial X} \cos \alpha - U_0 \frac{\partial \alpha}{\partial X} \sin \alpha + \frac{\partial V_0}{\partial X} \sin \alpha + V_0 \frac{\partial \alpha}{\partial X} \cos \alpha$$

∴ 式(2-16)より

$$\frac{\partial U_0}{\partial X} = \frac{1}{R} (G K \cos \varphi + G K_0 \sin \varphi) = \frac{V_0}{R}$$

また式(2-17)より

$$\frac{\partial V_0}{\partial X} = -\frac{G}{R} K \sin \varphi + \frac{G}{R} K_0 \cos \varphi$$

これらの式と式(2-19)を $\frac{\partial U_2}{\partial X}$ の右辺へ代入すれば

$$\frac{\partial U_2}{\partial X} \approx \frac{V_0}{R}$$

(2-21)

一方

$$V = -U_0 \sin \alpha + V_0 \approx U \frac{\partial H}{\partial X} + V_0$$

(2-22)

式(2-21), (2-22)を式(2-15)へ代入すれば

$$\begin{aligned} \text{左(2-15)の右辺} &= 6RW \frac{\partial}{\partial X} (PH) + 6PH \frac{V_0}{R} - 12P U \frac{\partial H}{\partial X} + 12P U \frac{\partial H}{\partial X} \\ &\quad + 12P V_0 + 12H \frac{\partial P}{\partial X} \\ &= 6RW \frac{\partial}{\partial X} (PH) + 12P V_0 \left(1 + \frac{H}{2R}\right) + 12H \frac{\partial P}{\partial X} \\ &\doteq 6RW \frac{\partial}{\partial X} (PH) + 12P V_0 + 12H \frac{\partial P}{\partial X} \end{aligned}$$

$V_0 = \frac{\partial H}{\partial X}$ と考えてよいから上式はさらに整理され、結局式(2-15)は次式

となる。

$$\frac{\partial}{\partial X} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) = 6\mu RW \frac{\partial}{\partial X} (PH) + 12\mu H \frac{\partial P}{\partial X}$$

(2-23)

式(2-23) は圧縮性流体に対するレイノルズ方程式である。流体が空気などの場合には理想気体に対する状態方程式

$$P = \rho R_0 T \quad (2-24)$$

がなりたつからこれを用いて式(2-23)中の ρ を消去すれば

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 6\mu R_0 \omega \frac{\partial}{\partial X} (PH) + 12\mu \frac{\partial}{\partial t} (PH) \quad (2-25)$$

となる。

2-3 解析のための基礎方程式

静圧気体ジャーナル軸受の静的特性を解析する場合には、軸は回転も振動もしていないから式(2-25)の右辺を零とした

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 0 \quad (2-26)$$

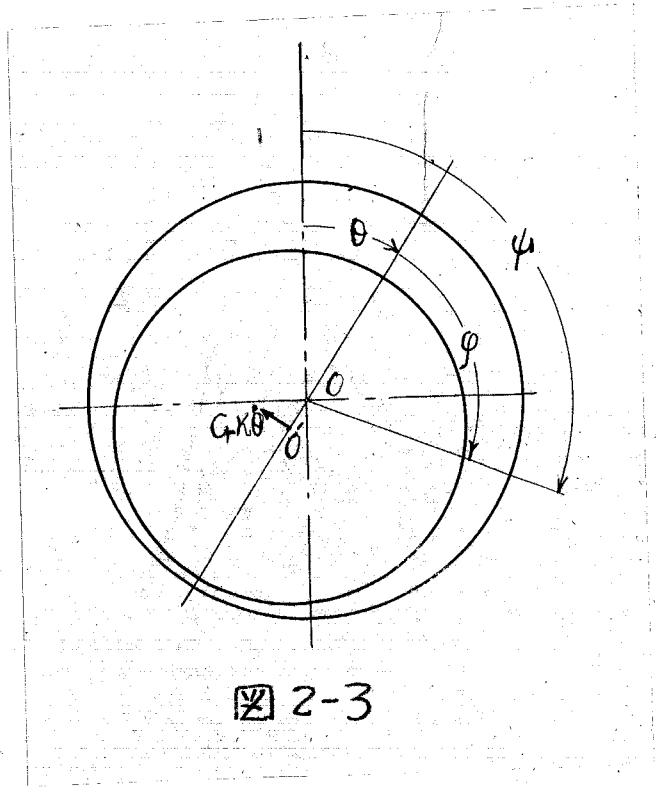
が基礎方程式である。

次に静圧気体ジャーナル軸受の動的特性を解析する場合の基礎方程式を式(2-25)より導く。

式(2-25)の右辺の2項は

$$\frac{\partial}{\partial t} (PH) = P \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot H \quad (2-27)$$

と変形することができる。式(2-27)の右辺の1項は軸と軸受との相対的速度によって圧力を発生させる効果を意味し、2項は軸の振動によって生じた気体膜の圧力変動が圧縮性流体の非線形性により再び圧力を生じさせる効果であることを意味している。軸受の安定限界の解析においては自励振動の発生時を問題とするので振動は十分小さいと考えてよい。また不十分な振動の共振特性の解析においては軸の振動は必ずしも微小ではないが軸はかなりの低回転速度なので流体の圧縮性は十分表復できるものと考



えられる。従って本研究の解析においては式(2-27)の右辺オ2項はオ1項に比べて十分小さく

$$p \frac{\partial H}{\partial t} \gg \frac{\partial P}{\partial t} \cdot H \quad (2-28)$$

がなりKフものと考えられる。また図2-2より

$$\frac{\partial H}{\partial t} = G_r (\dot{\kappa} \cos \varphi + \kappa \dot{\theta} \sin \varphi) \quad (2-29)$$

式(2-28)を式(2-27)へ適用してから、式(2-27)と式(2-29)を式(2-25)へ代入すれば、動的特性を解析する基礎方程式

$$\frac{\partial}{\partial X} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) = 6\mu R \omega \frac{\partial (PH)}{\partial X} + 12\mu G_r \kappa P \cos \varphi + 12\mu G_r \kappa \dot{\theta} P \sin \varphi \quad (2-30)$$

図2-1より ψ, φ, θ の間には次の関係が成立している。

$$\psi = \varphi + \theta \quad (2-31)$$

また $X = R\psi$ なるので式(2-31)より

$$\frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{R \partial \psi} = \frac{\partial}{R \partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} + \frac{\partial}{R \partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = \frac{\partial}{R \partial \varphi} + \frac{\partial}{R \partial \theta}$$

P, H は θ には無関係だから式(2-30)において θ の偏微分の項は零となる。したがって式(2-30)は

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial Y} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) = 6\mu \omega \frac{\partial (PH)}{\partial \varphi} + 12\mu G_r \kappa P \cos \varphi + 12\mu G_r \kappa \dot{\theta} P \sin \varphi \quad (2-32)$$

となる。さらに $P = P_a p, H = G_r h, Y = L y$ を代入し、 $\lambda = \frac{6\mu \omega (R)}{P_a} (\frac{R}{G_r})^2$ とおくと無次元表示の基礎方程式として次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi}) + (\frac{R}{L})^2 \frac{\partial}{\partial y} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial y}) = \lambda \frac{\partial (ph)}{\partial \varphi} + 2 \frac{\lambda}{\omega} p \dot{\kappa} \cos \varphi + 2 \lambda \frac{\kappa \dot{\theta}}{\omega} p \sin \varphi \quad (2-33)$$

オ4章に述べる動的特性の解析は式(2-33)から出発する。

次に特別の場合として、図2-3に示すように、シャフトが軸受内を一定の偏心率を保ち、一定の旋回速度 $\dot{\theta}$ rad/sec で旋回している場合を考える

。気体軸受に対する一般的なレイノルズ方程式(2-25)で $X=R\psi$ とおくと、 ψ 位置の H は ψ, t の関数で与えられ、したがって P も ψ, t の関数として求められることになる。しかしジャーナルが偏心量一定で回転している場合には H を運動座標 φ のみの関数で表わすことができるから P も φ のみの関数として求めることができる。すなわちこの場合には

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \psi - \dot{\theta} t \\ \theta &= \dot{\theta} t \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

がなりたつから ψ, t の導関数を φ, θ のそれへ変式によって変換する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \psi} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2-35)$$

P, H は θ に独立だから $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ とするのと式(2-34)を用いれば上式は

$$\frac{\partial}{\partial \psi} = \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\dot{\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (2-36)$$

となる。したがってこれらを用いて式(2-25)を書き改めると

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial Y} (PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y}) = 6\mu\omega \left(1 - \frac{2\dot{\theta}}{\omega}\right) \frac{\partial (PH)}{\partial \varphi}$$

となる。 $P = P_a p, H = G h, Y = L y, \lambda = \frac{6\mu}{P_a} \left(\frac{R}{C_n}\right)^2 \omega$ とおいて式(2-33)

と同様に無次元化すると式(2-37)が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial y} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial y}) = \lambda \left(1 - \frac{2\dot{\theta}}{\omega}\right) \frac{\partial (ph)}{\partial \varphi} \quad (2-37)$$

式(2-37)は軸が軸受中心のまわりを一定半径および一定速度 $\dot{\theta}$ で回転している際の圧力分布を求める基礎方程式である。

第3章

静圧気体ジャーナル軸受の静的特性

— 理論解析と実験的検討 —

3-1 解析

本研究においては軸受中央に1列の給気孔を有する図3-1に示すようなポケットのない自成絞り型静圧気体ジャーナル軸受を解析の対象とする。解析に用いる座標や文字は図3-1に示すようにとっている。

静圧気体ジャーナル軸受の圧力分布に関する基礎方程式(2-25)を導くに当って2つの仮定を設けたが、ここでは式(2-26)を解くに必要は簡単で且つ合理的な境界条件を設定するためさらに2つの仮定を設ける。

1. 加圧気体は給気孔周辺で断熱的に絞り軸受内に流入する。
2. 給気孔を通じての気体の流入は円周方向に対して離散的であるが、軸受内の圧力分布を連続的に取扱うために、加圧気体は給気孔周辺の最小断面積 πdH と等しい断面積を持つ連続的な線状供給源から軸受内に吹き込まれるものとする。

2.の仮定は図3-2の破線で示すように、加圧気体は給気孔最小断面積の総和 πdHN を円周 $2\pi R$ で除した $\frac{dHN}{2R}$ の幅を有する環状のスロットから流入すると考えることを意味し、給気孔の数が多い場合(8個以上)には十分なり立つものと考えられる。

気体の点状供給源を線状供給源として考えると $Y=0$ における軸受内の圧力は φ の連続関数となる。そこで角度 φ の位置でのすきまを H 、そこで φ の圧力を P_φ とし、 φ における単位長さ当りの環状スロットから入る気体の

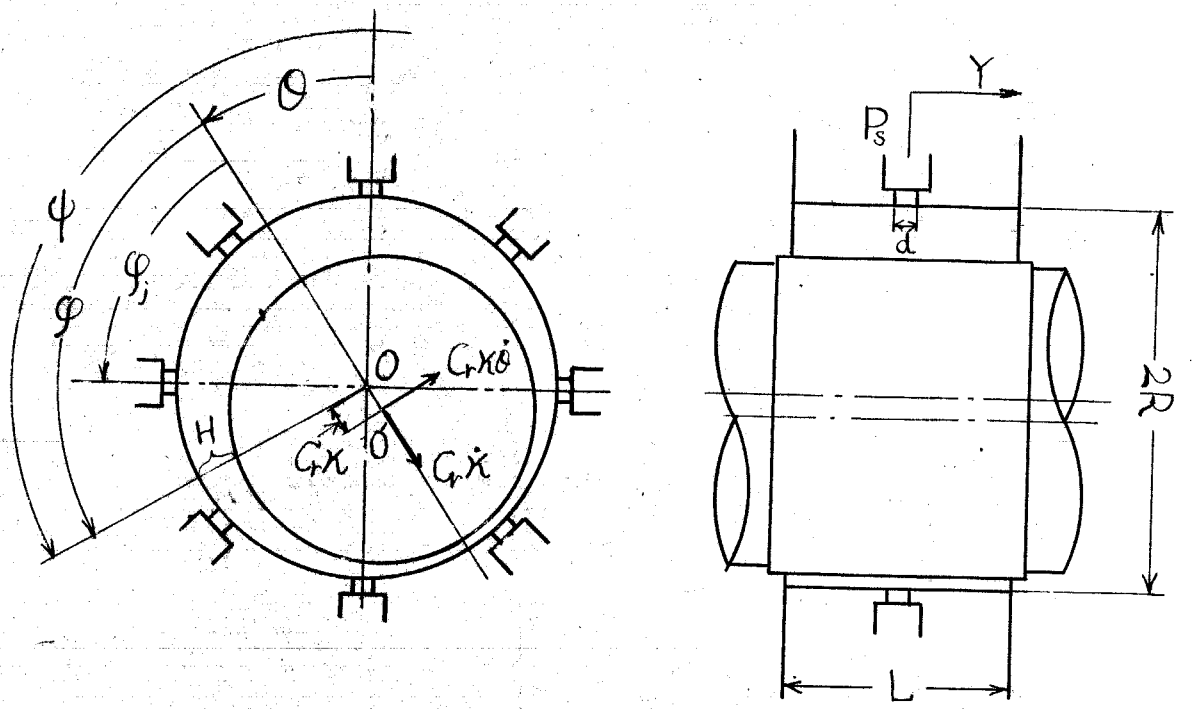


图 3-1

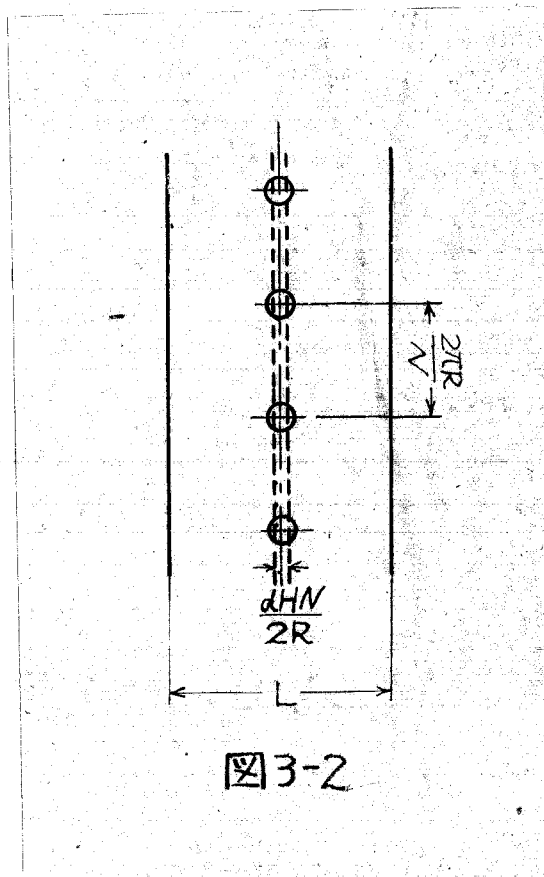


图 3-2

流量を q_{in} とすれば, q_{in} は次式で与えられる。

$$q_{in} = \frac{6\mu d H N P_3}{2R} \sqrt{\frac{g}{R_0 T_5}} \phi \quad (3-1)$$

ここで ϕ は

$$\phi = \sqrt{\frac{z \gamma_0}{\gamma_0 - 1} \left[\left(\frac{P_i}{P_3} \right)^{\frac{2\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} - \left(\frac{P_i}{P_3} \right)^{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0}} \right]} \quad \left. \begin{array}{l} P_i/P_3 \geq \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} \\ P_i/P_3 < \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} \end{array} \right\} (3-2)$$

$$= \phi_c = \sqrt{\gamma_0 \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1}}}$$

一方軸受中央から両端に向けて流出する単位長さ当りの気体の流量 q_{out}

$$q_{out} = z \left[\int_0^H P V dz \right]_{\gamma=0} \quad (3-3)$$

と与えられる。上式の V は式(2-11)を代入し積分を行ない、さらに気体の状態方程式(2-24)を用いると

$$q_{out} = - \left[\frac{H^3 P}{6\mu R_0 T_5} \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_{\gamma=0} \quad (3-4)$$

が得られる。 q_{in} と q_{out} が等しいと仮定し、さらに上式を無次元化するために $P = P_a P$, $P_3 = P_a P_3$, $P_i = P_a P_i$, $\gamma = L \gamma$, $H = C_r (H + K \cos \varphi)$ を代入すれば,

$$\left[P \frac{\partial P}{\partial \gamma} \right]_{\gamma=0} = - \Gamma_0 \frac{\phi P_3}{(1 + K \cos \varphi)^2} \quad (3-5)$$

ここで

$$\phi = \left[\frac{z \gamma_0}{(\gamma_0 - 1)} \left\{ \left(\frac{P_i}{P_3} \right)^{\frac{2\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} - \left(\frac{P_i}{P_3} \right)^{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0}} \right\} \right]^{1/2} \quad \left. \begin{array}{l} P_i/P_3 \geq \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} \\ P_i/P_3 < \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} \end{array} \right\} (3-6)$$

$$= \phi_c = \sqrt{\gamma_0 \left(\frac{z}{\gamma_0 + 1} \right)^{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1}}}$$

$$\Gamma_0 = \frac{6\mu C_d N}{P_a C_r^2} \left(\frac{L}{2R} \right) \sqrt{\nu_1 R_0 T_5} g$$

$$\nu_1 = T_i / T_5$$

P_i を K の関数とみて式(3-5)の右辺を K で Taylor 展開し、 K について零次と一次の項をとると、それぞれ式(3-7)および式(3-8)が得られる。

$$\left[p_0 \frac{dp_0}{dy} \right]_{y=0} = -\Gamma_0 P_S \phi_0 \quad (3-7)$$

$$\left[\frac{d(P_0 P_i)}{dy} \right]_{y=0} = 2\Gamma_0 P_S \phi_0 (\cos \varphi - \psi P_{0i} P_{ii}) \quad (3-8)$$

∴

$$\phi_0 = \left(\frac{2\delta_0}{\delta_0 - 1} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{P_{0i}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0}{\delta_0 - 1}} - \left(\frac{P_{ii}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0 + 1}{\delta_0 - 1}} \right]^{1/2}$$

$$\psi = \frac{\left\{ \frac{2}{\delta_0} \left(\frac{P_{0i}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0}{\delta_0 - 1}} - \left(\frac{\delta_0 + 1}{\delta_0} \right) \left(\frac{P_{ii}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0 + 1}{\delta_0 - 1}} \right\}}{4 P_{0i}^2 \left\{ \left(\frac{P_{0i}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0}{\delta_0 - 1}} - \left(\frac{P_{ii}}{P_S} \right)^{\frac{\delta_0 + 1}{\delta_0 - 1}} \right\}}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{0i}/P_S &\geq \left(\frac{2}{\delta_0 + 1} \right)^{\frac{\delta_0}{\delta_0 - 1}} \\ P_{ii}/P_S &< \left(\frac{2}{\delta_0 + 1} \right)^{\frac{\delta_0}{\delta_0 - 1}} \end{aligned} \right\} (3-9)$$

$$\phi_0 = \phi_c$$

$$\psi = 0$$

式(3-7)および式(3-8)は圧力分布を求める際の境界条件の一つである。

軸が幾偏心の場合、軸受に供給される気体の全流量 Q は次式で与えられる。

$$Q = \pi C_0 d C_r N \sqrt{\frac{\gamma}{R_0 T_S}} P_S \phi_0 \quad (3-10)$$

さて軸受内の圧力分布を求める基礎方程式は式(2-26)であるから式(2-26)に $P = P_0 p$, $H = C_r (1 + \kappa \cos \varphi)$, $X = R\varphi$, $Y = L\gamma$ を代入し、無次元化すると

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ p (1 + \kappa \cos \varphi)^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right\} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left\{ p (1 + \kappa \cos \varphi)^3 \frac{\partial p}{\partial \gamma} \right\} = 0 \quad (3-11)$$

p は κ の関数と考え p を κ でTaylor展開し、 κ につき零次と一次の項だけをとると式(3-12)および式(3-13)が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} \left(p_0 \frac{\partial p_0}{\partial \gamma} \right) = 0 \quad (3-12)$$

$$\frac{\partial^2 (P_0 P_i)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 (P_0 P_i)}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (3-13)$$

式(3-12)の p_0 は軸の偏心が零の場合の圧力分布であり、 p_0 は γ のみの関数である。また式(3-13)の P_i は軸が κ だけ偏心したことによって生ずる圧力

である。

式(3-12)を $y=0$ で $p_0 = p_{0i}$, $y=\frac{1}{2}$ で $p_0=1$ の境界条件を用いて解くと

$$p_0 = [p_{0i}^2 - 2(p_{0i}^2 - 1)y]^{\frac{1}{2}} \quad (3-14)$$

となる。式(3-14)によって与えられる p_0 の分布特性は次節において実験結果と比較検討する際に図示する。式(3-14)を式(3-7)へ代入すると、半径すきま, 給気孔数, 給気孔径, 軸受幅比等々で決まる基次元量 Γ_0 と給気圧力 p_s および給気孔周辺の圧力 p_{0i} との関係式(3-15)が得られる。

$$\frac{p_{0i}^2 - 1}{\phi_0 p_s} = \Gamma_0 \quad (3-15)$$

式(3-15)から, Γ_0 に対する p_{0i} の変化を p_s をパラメータとして図3-3に示す。

次に境界条件

$$\left. \begin{array}{l} y=0 ; \quad \text{式(3-8)} \\ y=\frac{1}{2} ; \quad p_0 p_1 = 0 \end{array} \right\} \quad (3-16)$$

を用いて式(3-13)を解くと

$$p_0 p_1 = \frac{(p_{0i}^2 - 1)}{\left\{ \frac{L}{2R}(1 + e^{\frac{y}{R}}) + (p_{0i}^2 - 1)\psi \cdot (1 - e^{\frac{y}{R}}) \right\}} \{ e^{\frac{y}{R}} - e^{\frac{y}{R}(1-\psi)} \} \cos \varphi \quad (3-17)$$

が得られる。式(3-17)の p_0 に式(3-14)を代入すれば p_1 は次式となる。

$$p_1 = \frac{(p_{0i}^2 - 1) \{ e^{\frac{y}{R}} - e^{\frac{y}{R}(1-\psi)} \}}{\left\{ \frac{L}{2R}(1 + e^{\frac{y}{R}}) + (p_{0i}^2 - 1)\psi \cdot (1 - e^{\frac{y}{R}}) \right\} \{ p_{0i}^2 - 2(p_{0i}^2 - 1)y \}^{\frac{1}{2}}} \cos \varphi \quad (3-18)$$

そこで

$$p_{max} = \frac{(p_{0i}^2 - 1) \{ e^{\frac{y}{R}(1-\psi)} - e^{\frac{y}{R}} \}}{\left\{ \frac{L}{2R}(1 + e^{\frac{y}{R}}) + (p_{0i}^2 - 1)\psi \cdot (1 - e^{\frac{y}{R}}) \right\} \{ p_{0i}^2 - 2(p_{0i}^2 - 1)y \}^{\frac{1}{2}}} \quad (3-19)$$

とおくと p_{max} は p_1 の φ 方向の圧力分布の最大値で, $\frac{1}{2}R$, p_s , p_{0i} および ψ の関数となっている。そこで $p_s = 4.0 \text{ kg/cm}^2$ (絶対圧) の場合について, $\frac{1}{2}R$ および p_{0i} をパラメータに送って p_{max} の φ に対する特性をそれぞれ図3

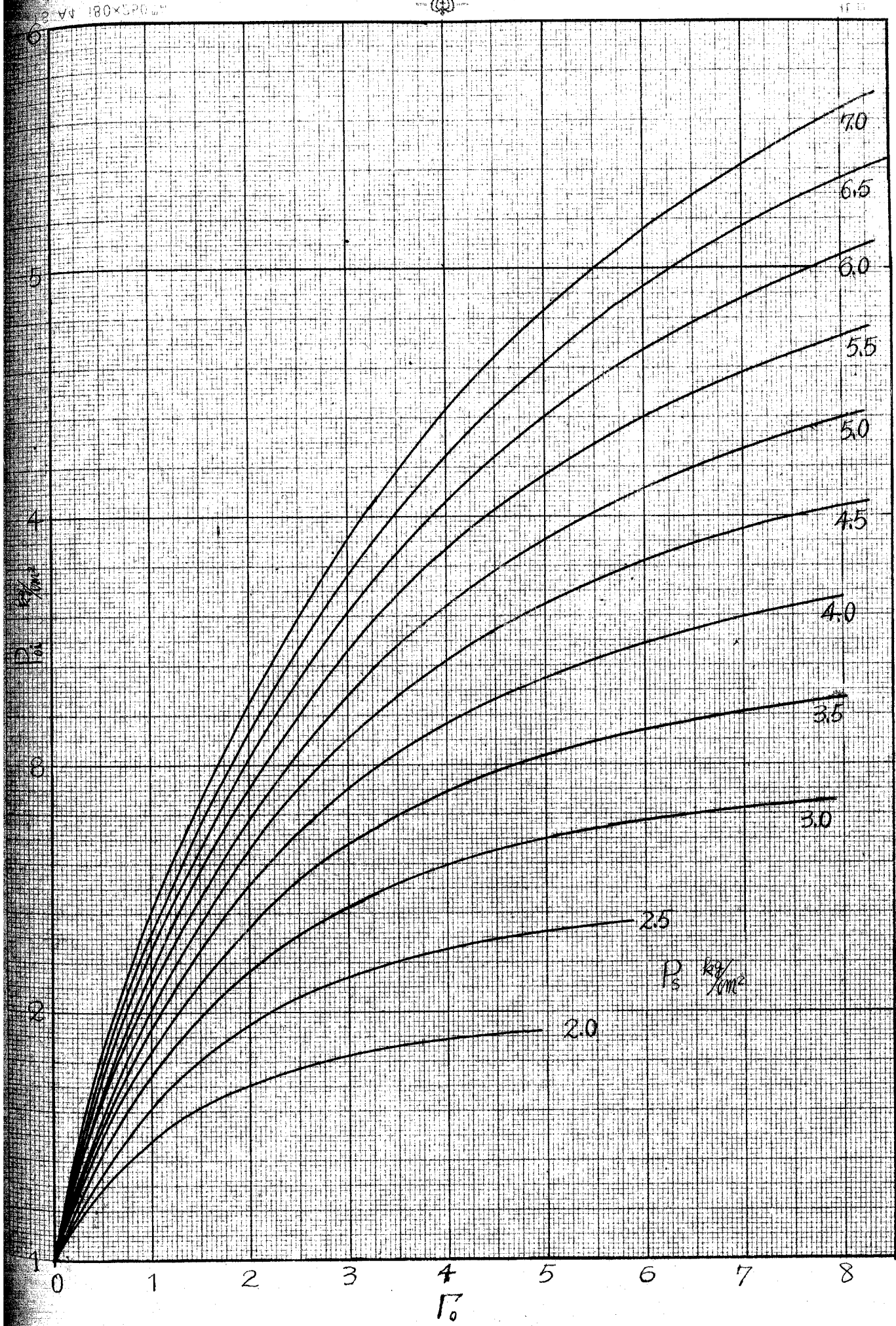
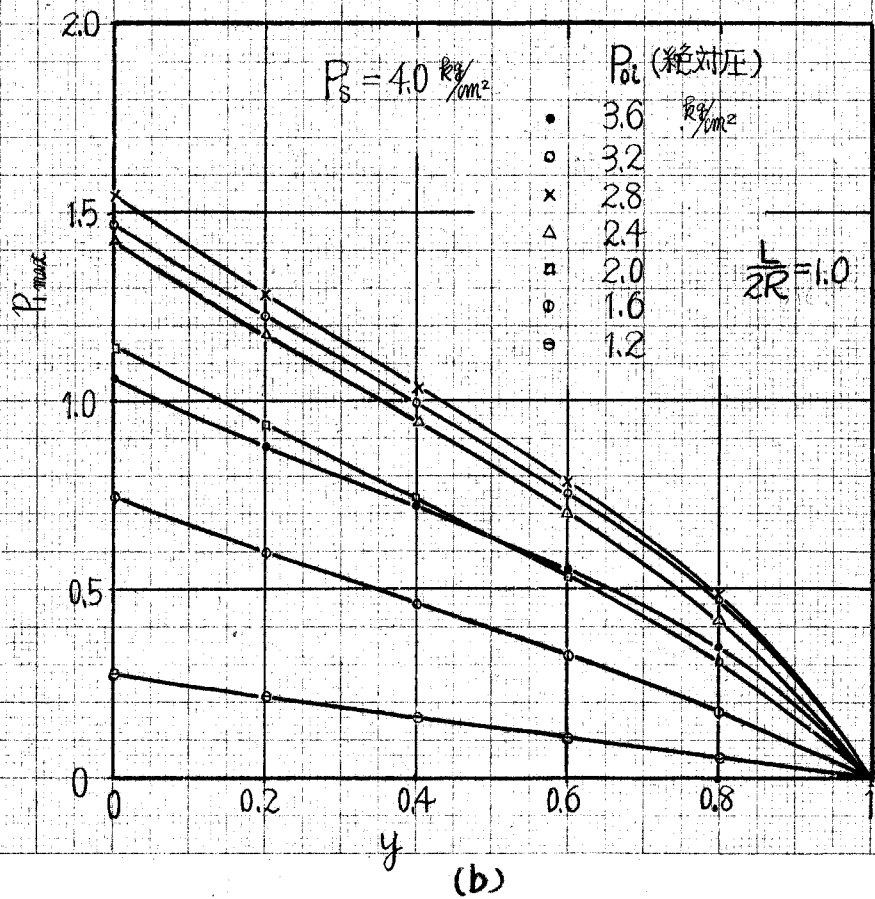
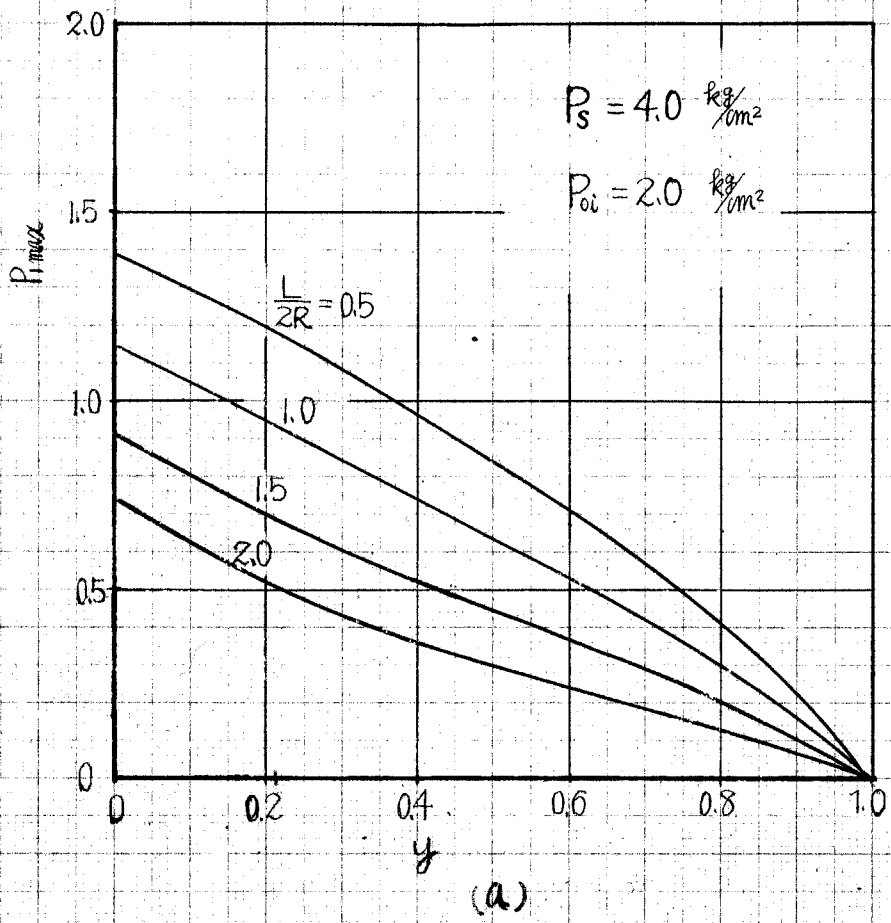


图 3-3



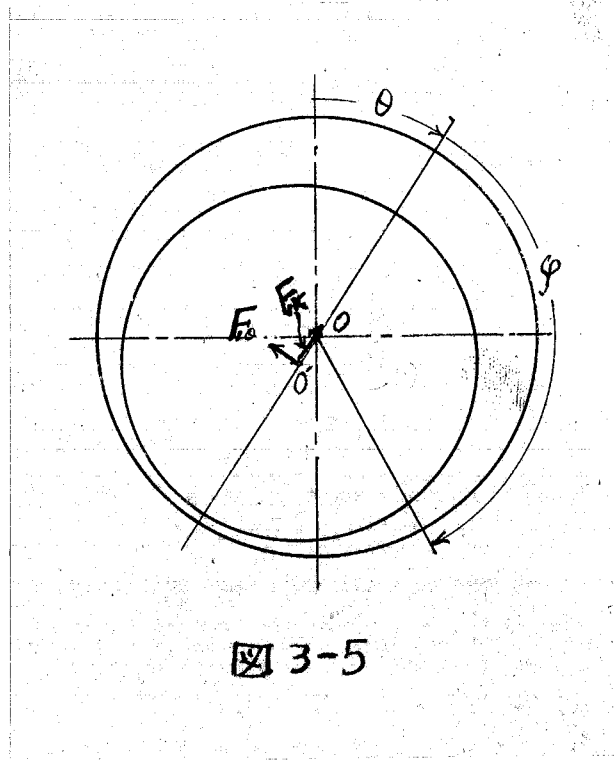


图 3-5

図3-4(a)および(b)に示す。図3-4(a)から $\frac{1}{2}R$ が大きくなると P の軸方向圧力分布特性は凹形になることがわかる。また $\frac{1}{2}R$ が大きいほど P_{max} は小さくなっているが、これは P_0 と P_{0i} が一定の下で $\frac{1}{2}R$ を大きくすると C_d が大きくなるからである。図3-4(b)を見ると P_{max} は P_{0i} に対して単調な増減を示していないが、これから軸受負荷容量および軸受剛性が最大となるような軸受すきまが存在することが予想される。

図3-5に示すようにジャーナルの偏心による気体膜の反力の偏心方向成分および円周方向成分をそれぞれ F_{1k} , $F_{1\theta}$ とすると、 F_{1k} , $F_{1\theta}$ は図3-5から明らかのように

$$\left. \begin{aligned} F_{1k} &= -2P_0RL \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} P \cos\varphi d\varphi dy \\ F_{1\theta} &= 2P_0RL \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} P \sin\varphi d\varphi dy \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$

で与えられる。上式の積分は式(3-18)から明らかのように P の分母に ψ の無理関数 P_0 が入っているのが解析的には困難である。そこで式(3-20)の積分に際して P_0 の代りに P_0 の平均値

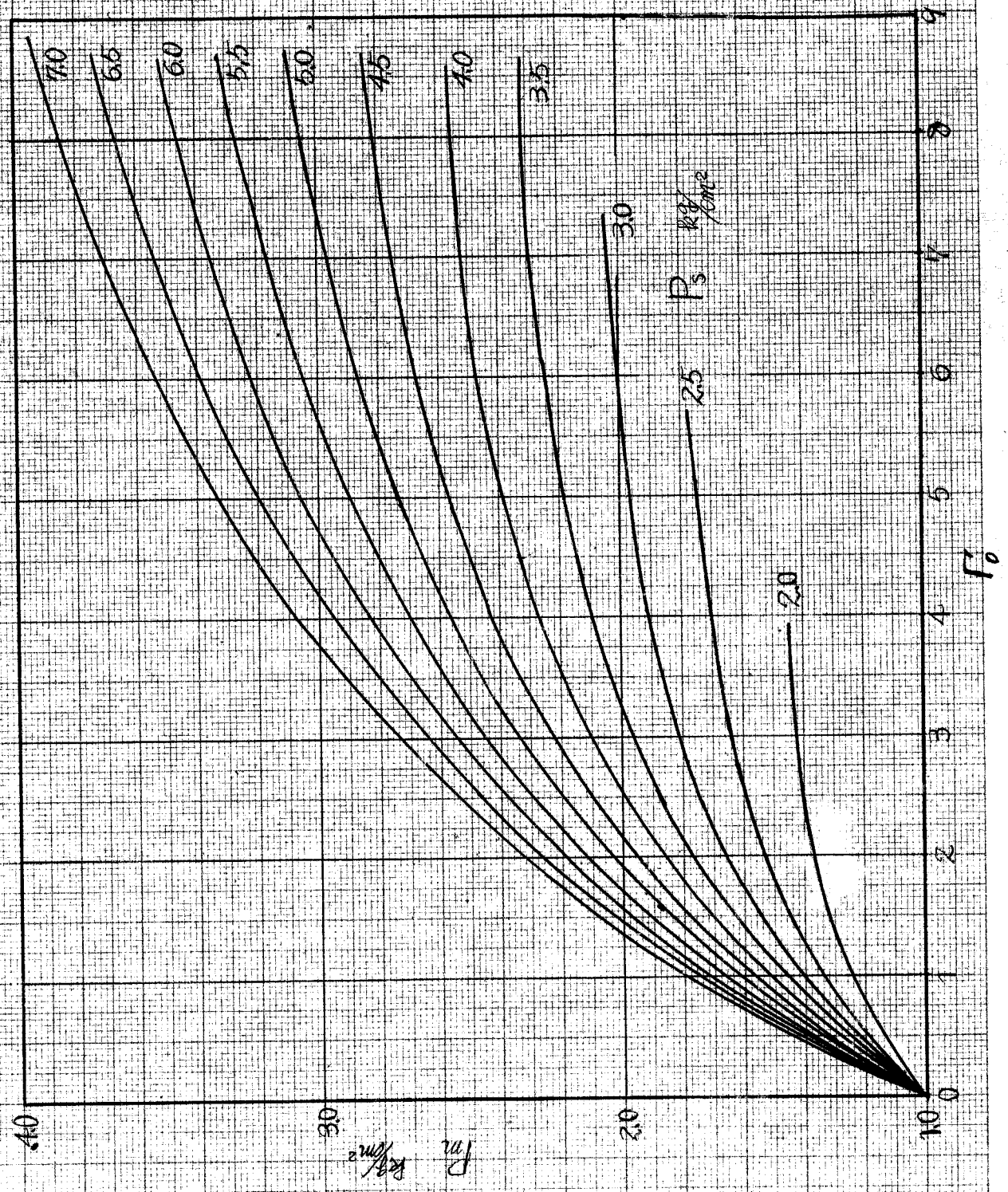
$$P_m = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} P_0 dy = \frac{2(P_{0i}^2 + P_{0e} + 1)}{3(P_{0i} + 1)} \quad (3-21)$$

を用いることにする。 P_m は P_{0i} と同様に P_0 と Γ_0 の関数なので P_0 をパラメータとし Γ_0 に対する P_m の変化のようすを図3-6に示す。 P_{0i} の代りに P_m を用いて F_{1k} , $F_{1\theta}$ を求めると

$$\left. \begin{aligned} F_{1k} &= 2\pi R^2 P_a \chi \kappa \\ F_{1\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-22)$$

となる。ここで χ は次式で与えられる。

$$\chi = \frac{(e^{\frac{1}{2}k} - 1)^2 \Gamma_0 P_0 \phi_0}{P_m \left\{ \frac{1}{2}k (1 + e^{\frac{1}{2}k}) + \psi \Gamma_0 P_0 \phi_0 (1 - e^{\frac{1}{2}k}) \right\}} \quad (3-23)$$



3-6

χ はいわば繰次え負荷容量と呼ぶべきもので軸受がささえられる最大の荷重を $2\pi R^2 P_a$ で除したものである。 χ は Γ_0 , ψ および P_3 の関数であるが、 Γ_0 は式(3-6)からわかるように ψR の関数となっている。そこで

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \times \frac{2R}{L} = \frac{6\mu C_0 d N}{P_a C_r^2} \sqrt{\nu R_0 T_0 g} \quad (3-24)$$

とあき、式(3-23)の Γ_0 を Γ_1 を用いて消去すると式(3-23)は

$$\chi = \frac{(e^{\frac{1}{\chi}} - 1)^2 \Gamma_1 P_3 \phi_0}{P_m \{ (1 + e^{\frac{1}{\chi}}) + \psi \Gamma_1 P_3 \phi_0 (1 - e^{\frac{1}{\chi}}) \}} \quad (3-25)$$

となる。したがって χ はお互いに独立な Γ_1 , ψR , P_3 の関数として表わされた訳である。 χ の特性は次節において実験値と比較しながら検討する。

最後に軸受剛性 $k_{\text{軸受}}$ は

$$k = \frac{2\pi R^2 P_a \chi}{C_r} = \frac{2\pi R^2 P_a (e^{\frac{1}{\chi}} - 1)^2 \Gamma_1 P_3 \phi_0}{P_m C_r \{ (1 + e^{\frac{1}{\chi}}) + \psi \Gamma_1 P_3 \phi_0 (1 - e^{\frac{1}{\chi}}) \}} \quad (3-26)$$

で与えられる。

3-2 実験的検討

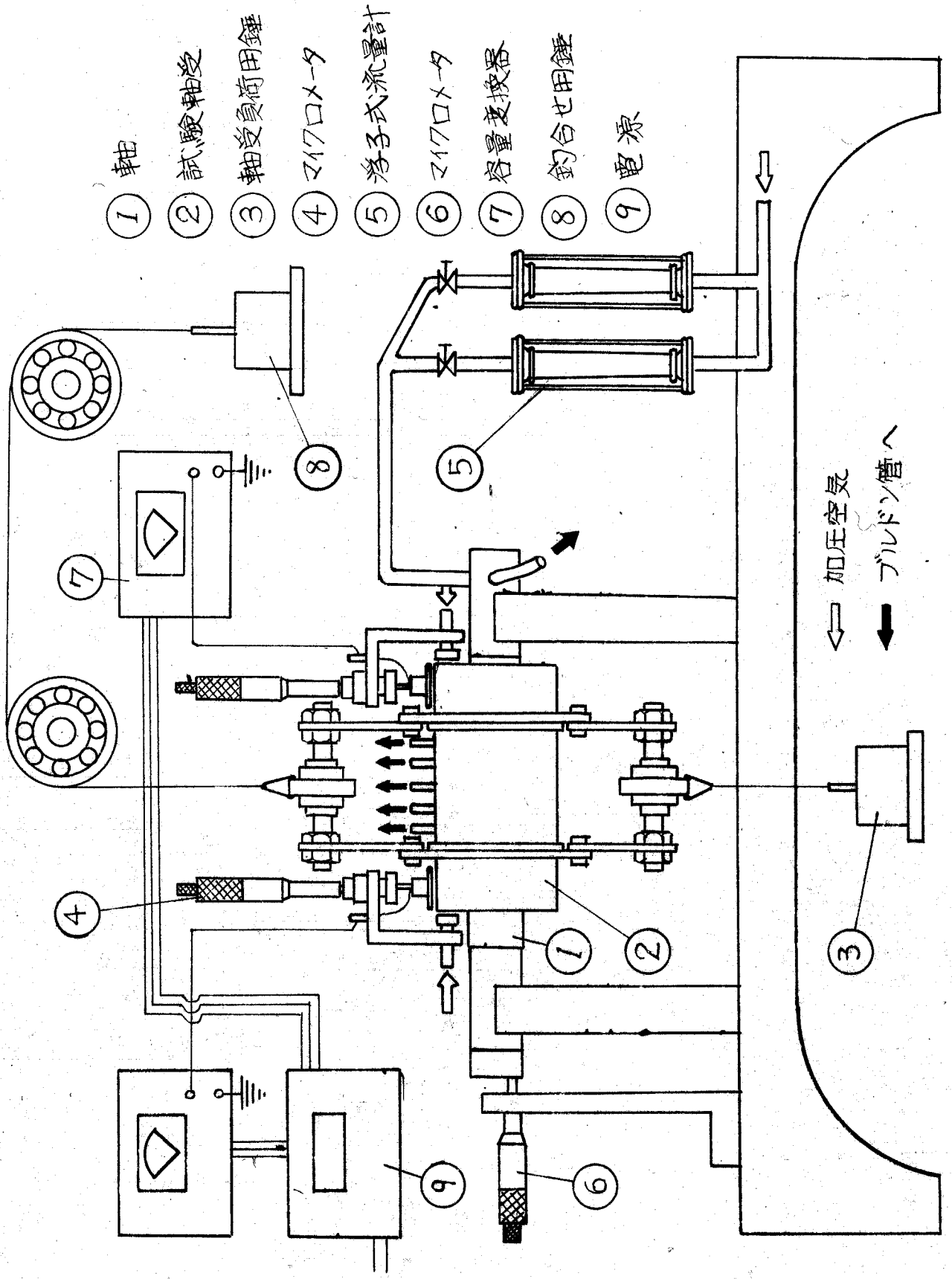
3-2-1 実験装置と実験方法

本節では非円軸時における静圧気体ジャーナル軸受の消費流量、圧力分布、負荷容量等々について実測し、解析結果と比較検討する。

実験装置の概要を図3-7および図3-8に示す。これらの図からわかるように本実験では軸を固定し軸受を浮かせる形式をとっている。軸は図3-9に示すように中空でジャーナル部分の中央に一系列の給気孔を有し、加圧空気はここから軸受内に流入する。給気孔は一系列のため軸受の安定性が悪く、軸受に荷重をかけた場合、軸受は必ずしも軸と平行を保ちながら変位しない。そのため図3-7および図3-8に示すように、荷重による軸受の変位が軸と平行になるよう、荷重の位置を微動調節できる構造になっている。荷重による軸受の変位はこの微動調節により軸受両端の変位量が等しくなった状態で測定する。

図3-10に示すように軸受には軸方向等間隔に5個の圧力測定孔を設け、この位置の圧力をやわらかいビニールチューブでブルドン管へ導く。軸は軸方向に微動でき、軸受は円周方向に回転できる構造になっているので、軸受すきま内の任意の位置の圧力が測定できる。空気の消費流量は浮子式流量計(東京計装KK製作)を用いて測定する。

軸受内径($2R$)は30mm、給気孔径(d)は0.8mmに選び、軸受幅比($\frac{1}{2}R$)、給気孔数(N)、軸受半径すきま(C_r)を変えて静的特性を測定する。送んだ軸受パラメータの値は表3-1に示す15種である。15種の異った軸受パラメータの値は寸法の異なる軸を工作することによって得られる。中空軸の研摩はビビリが生じやすく、そのための均一な半径すきまを有する軸を得るのが困難であった。輯に $\frac{1}{2}R=1.0$ 、 $N=6$ 、 $C_r=0.065\text{mm}$ の軸は場所によ



- ① 軸
- ② 試験軸受
- ③ 軸受負荷用錘
- ④ マイロメータ
- ⑤ 浮子式流量計
- ⑥ マイロメータ
- ⑦ 容量変換器
- ⑧ 釣合せ用錘
- ⑨ 電源

⇐ 加圧空気
 ⇨ ブルドン管へ

図 3-7

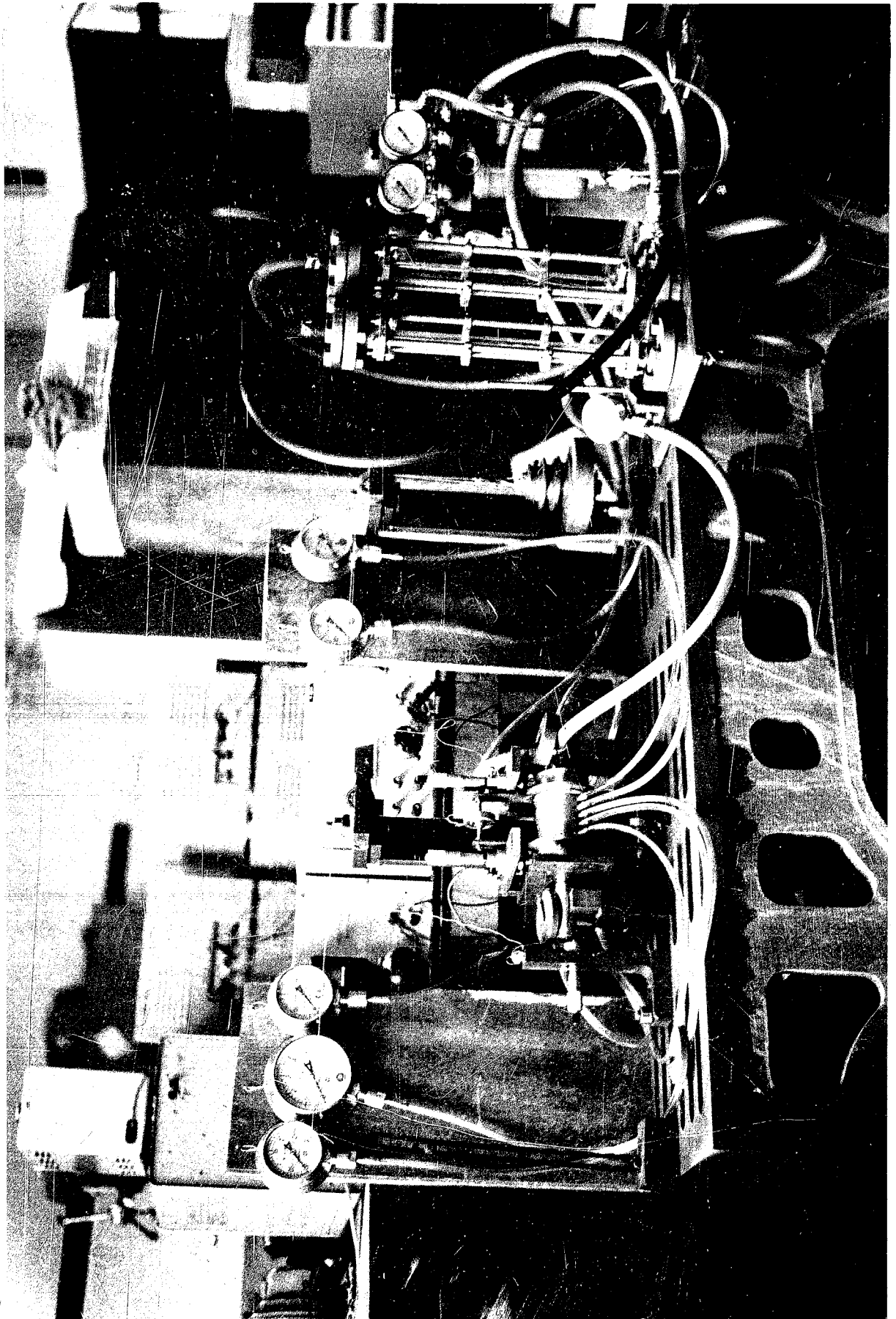


图 3-8

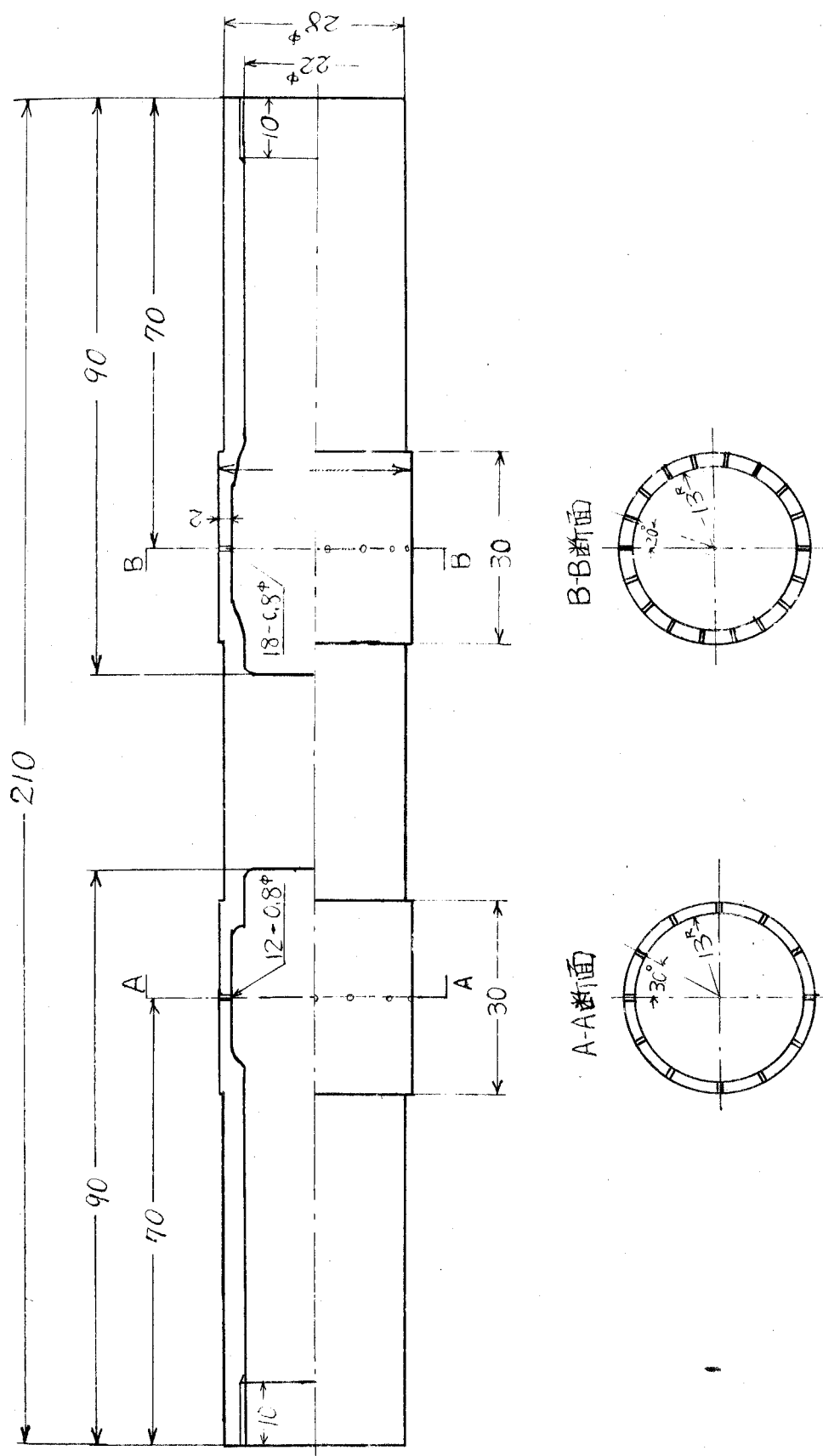


图 3-9

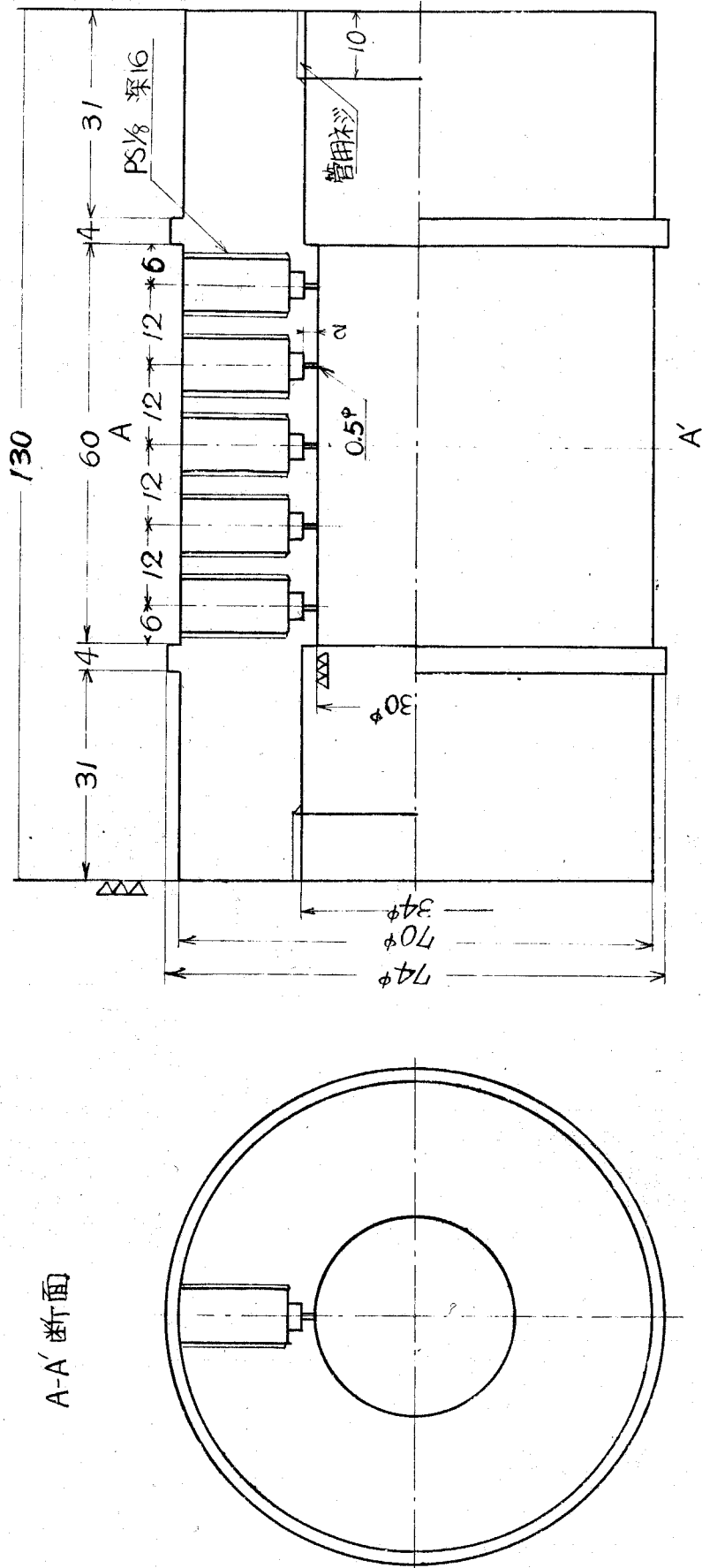


图 3-10

表 3-1

軸受幅比 $\frac{L}{2R}$	給気孔数 N	軸受半径寸きま C_r mm		
0.5	12	0.022	0.040	0.058
1.0	6	0.020	0.044	0.065
1.0	12	0.026	0.046	0.067
1.0	18	0.017	0.040	0.070
1.5	12	0.030	0.047	0.062

り半径すきまが 0.01mm 以上も相違しており, $\frac{1}{2}R=1.5$, $N=12$, $C_r=0.030\text{mm}$ の軸は最大 0.007mm , $\frac{1}{2}R=1.0$, $N=12$, $C_r=0.046\text{mm}$ の軸は最大 0.005mm , 半径すきまの値が相違している。表 3-1 には 12 箇所を測定した平均値を示してある。

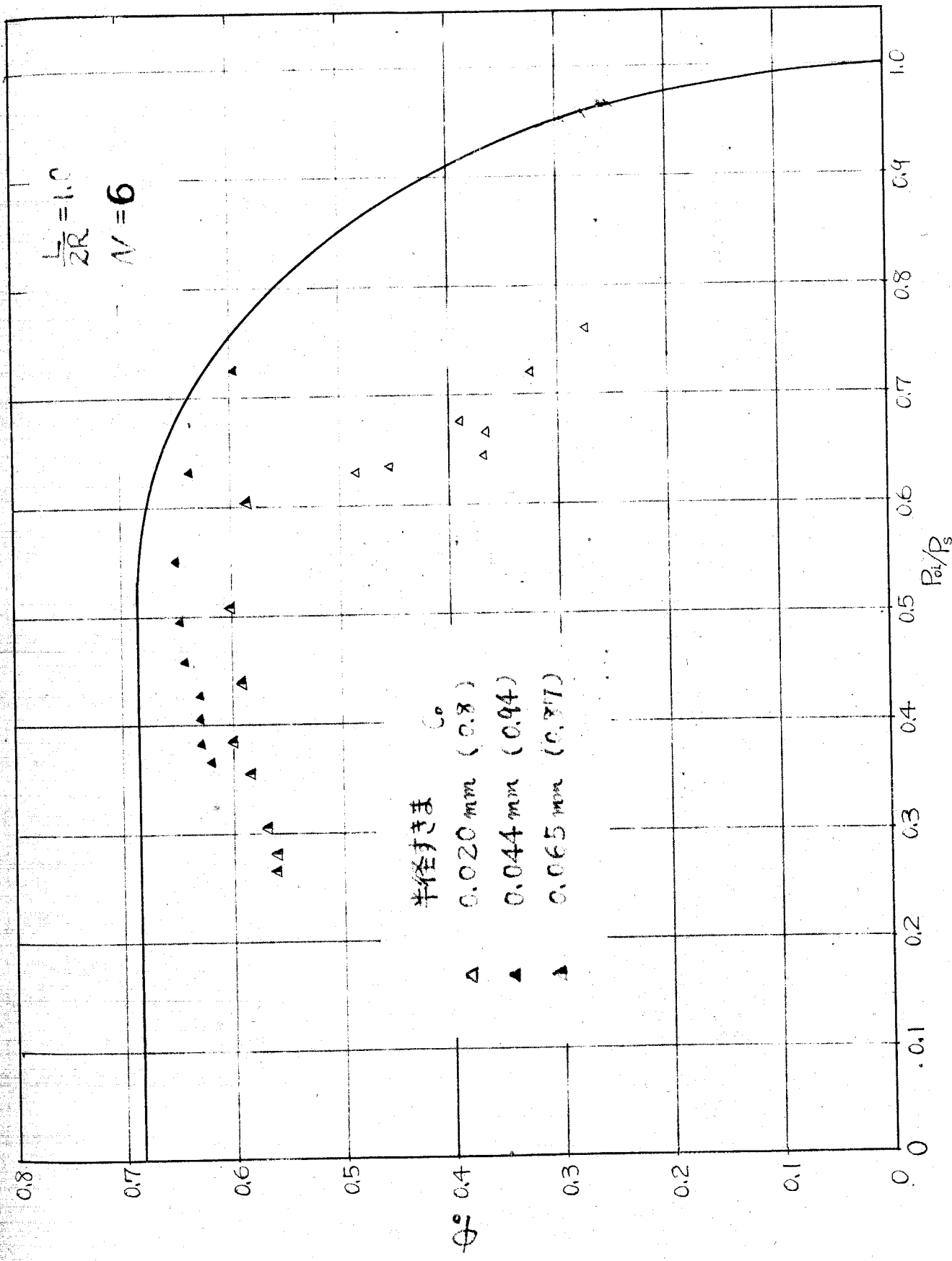
3-2-2 消費流量

まず消費流量に関する測定結果について述べる。

式 (3-10) より

$$\phi_0 = \frac{Q\sqrt{R_0 T_0}}{\pi C_0 d C_r N P_0 \sqrt{\rho}} \quad (3-27)$$

となるが, 上式の量はいわば葉穴え流量と呼ぶべきものである。 ϕ_0 は式 (3-9) より P_{0i}/P_0 のみの関数として計算することができ, 一方 P_{0i}/P_0 に対する式 (3-27) の右辺の値は消費流量 Q とそのときの給え孔周辺の圧力 P_{0i} , 給え圧力 P_0 を測定することによって実験的に求めることができるからこの ϕ_0 の値によって実験と解析とを比較する。図 3-11 から図 3-15 はそれぞれの場合につき式 (3-27) を用いて解析による計算値と実験による計算値を比較したものである。実験値から ϕ_0 を計算するに際して $T_0=288^\circ\text{K}$, $\nu_0=1.0$, $C_0=1.0$, $R_0=2.93 \times 10^4 \frac{\text{kg}\cdot\text{mm}^2}{\text{kg}}$ の値を用いている。給え孔からの気体の流入が完全に断続的ならば $P_{0i}/P_0 \leq 0.528$ の範囲で予ークン ϕ_0 は 0.685 の一定値となるが、実験的には P_{0i}/P_0 が 0.528 より大きい場合でも ϕ_0 は P_{0i}/P_0 に対して一定の値がみられる。 $\frac{1}{2}R=1.5$, $N=12$, $C_r=0.062\text{mm}$ の場合を除いて一般に実験値は理論値よりも小さくなっているが、このことは流量係数 C_0 が一般に 1.0 よりも小さいことを意味している。 ϕ_0 の理論値と $C_0=1.0$ として計算した実験値との比較から、遂にそれぞれの場合における C_0 の値を求めると図 3-11 ~ 15 に示すように $0.7 \sim 1.0$ の範囲の値をとっている。こ



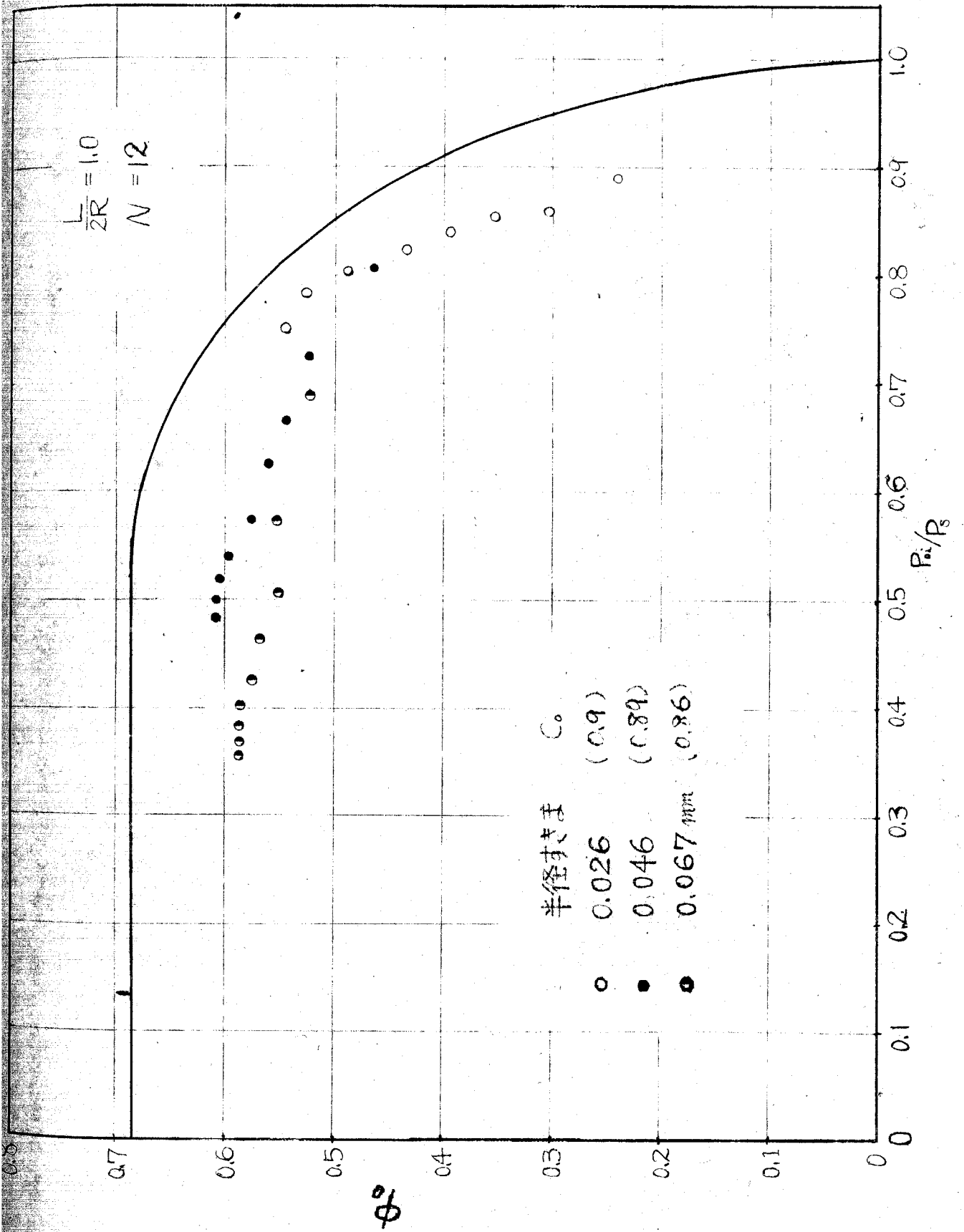


図 3-12

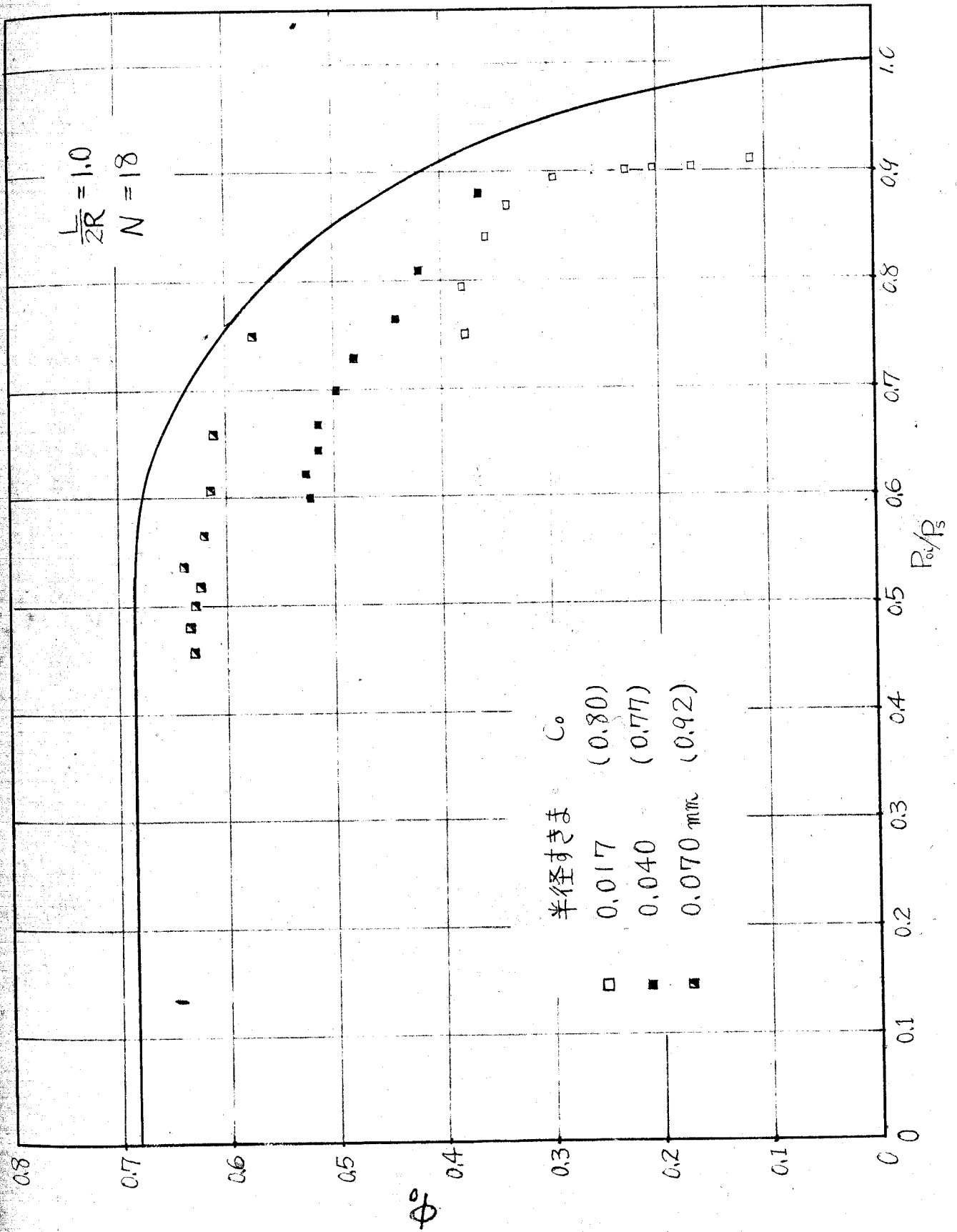


図 3-13

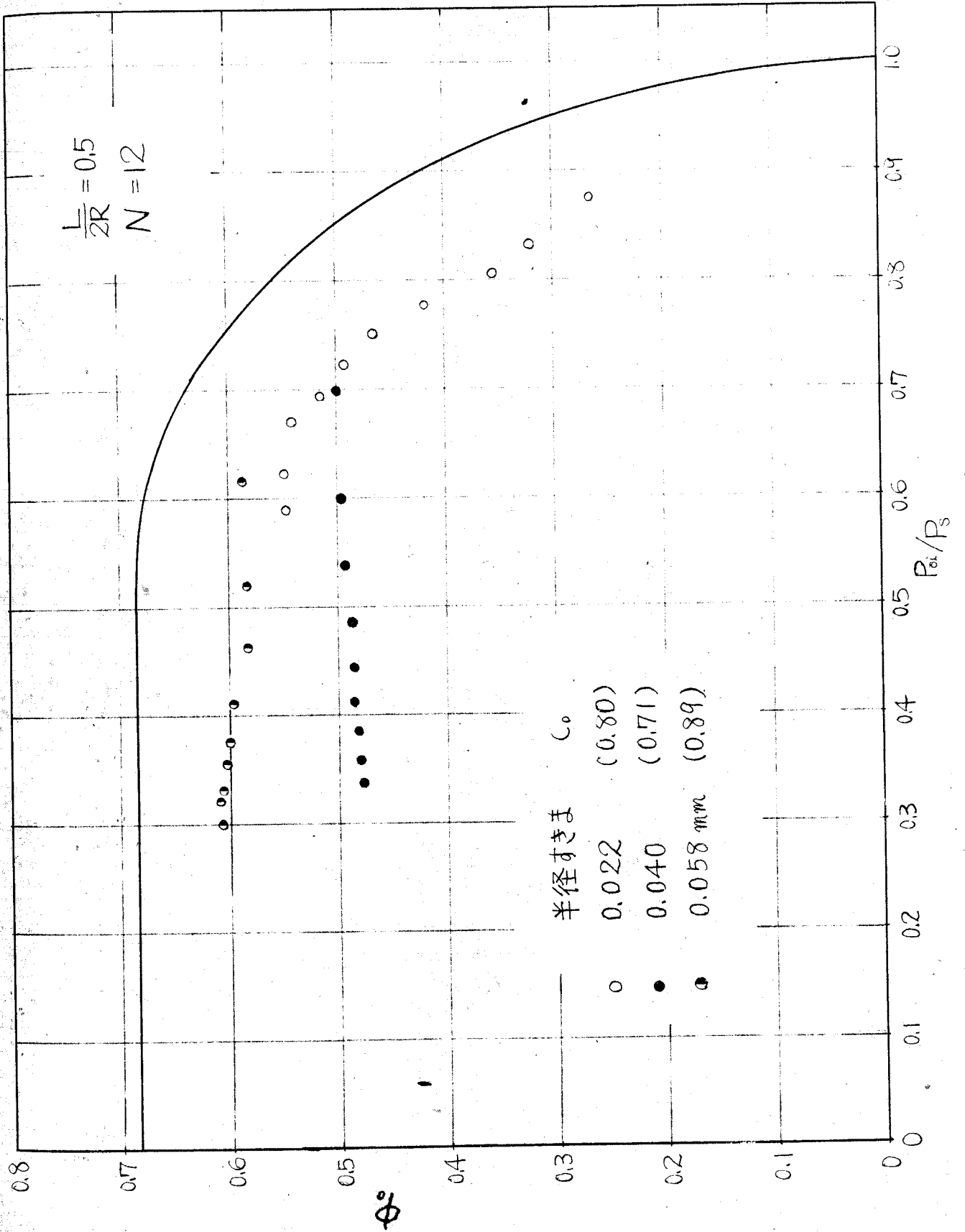


図 3-14

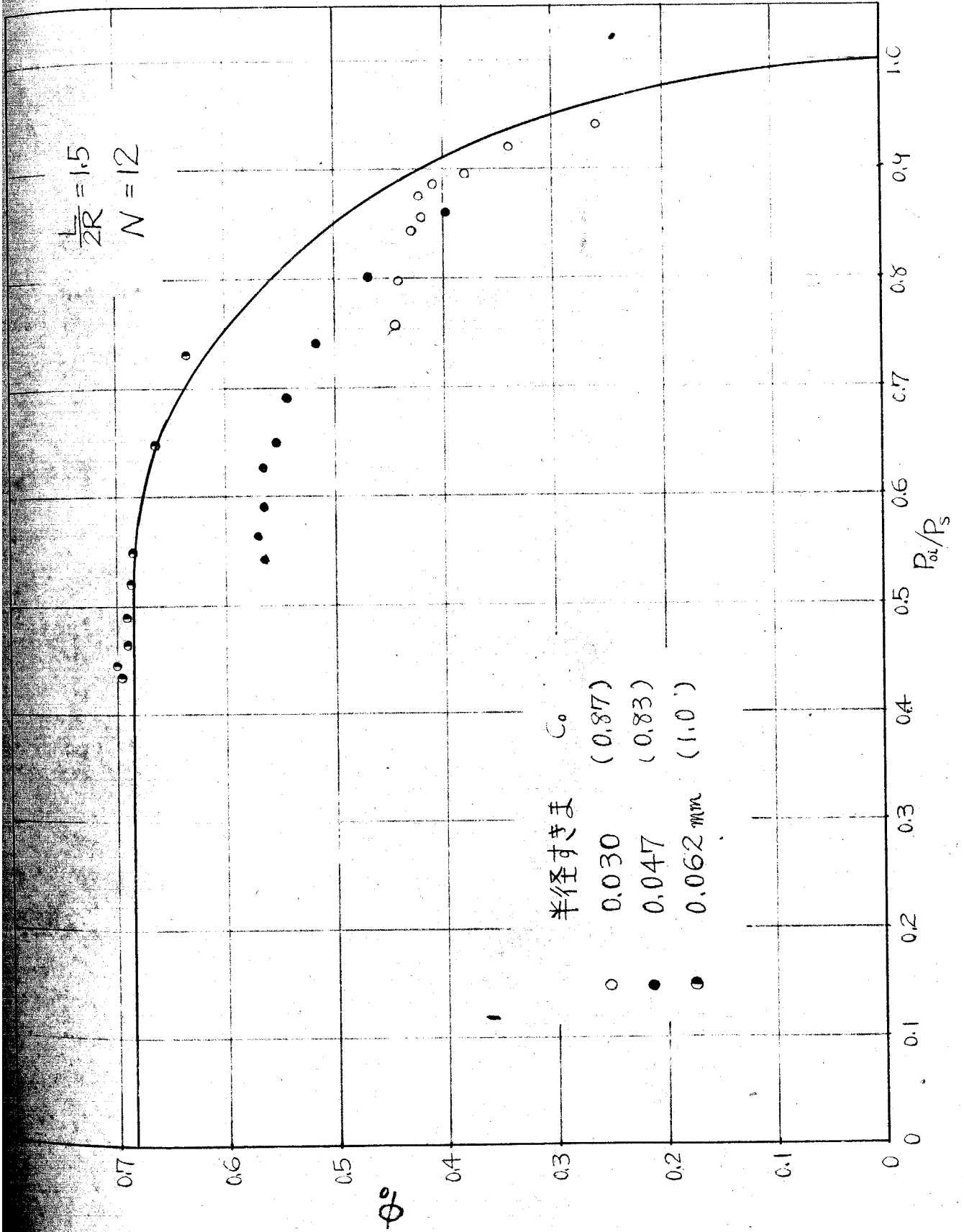


図 5-15

これらの実験結果から推察する限りでは $\frac{1}{2}R$ や N の値が大きい場合の方が C_0 は 1.0 に近くなるようであるが、一般的な傾向として言えるかどうかは疑わしい。むしろ C_0 にあまり一般的な傾向が見られぬ所から、 C_0 の値は給気孔部分の工作状態に強く左右されているものと予想される。

3-2-3 圧力分布

次にジャーナルが偏心しない場合の軸受内の圧力分布について測定結果の代表例を図3-16 から図3-28 に示す。図3-16 から図3-24 は一つの給気孔と軸中心線を含む断面にそった軸方向の圧力分布であり、図3-25 から図3-28 は全給気孔を含む断面の円周方向の圧力分布である。

軸受の諸特性の解析に当って設定した仮定はすでに述べたように、

- (1) 加圧気体は給気孔周辺で断熱的に絞られ P_0 に降下する。
- (2) 気体は線状供給源から流入する。
- (3) 軸受内の気体の流動は等温かつ完全粘性流であり、したがって偏心が零の場合の圧力分布は式(3-14)で与えられる。

等であった。ここではこれらの諸仮定の正当性を検討する意味で圧力分布の実験結果を考察する。

まず(3)について検討するために軸方向の圧力分布を示す図3-16 ~ 24 に P_0 の実測値を用いて式(3-14)より計算した P_0 の値と破線を示した。破線と実線と比較すればわかるように $\frac{1}{2}R = 1.0$; $N = 6$; $C_r = 0.020 \text{ mm}$, $\frac{1}{2}R = 0.5$; $N = 12$; $C_r = 0.058 \text{ mm}$ の場合を除けば、給気圧力が他の範囲では破線を示す圧力分布の計算結果は実測値の特性とかなりよく一致している。

ただし給気圧力が高くなると実測値の P_0 が上に凸のふくらみを顕著に生ずるようになる。図3-19からわかるように、給気孔数が多く、すきまが小さい場合には圧力分布特性は凹形となり解析と全然合致なくなる。またい

おれの $\frac{1}{2}R$, N の値においても, C_u が大きくなると給気孔周辺に慣性力の影響によって負圧が発生するから, このような場合には負圧発生を考慮していない解析モデルは実際とかけ離れてくることがわかる。特に $\frac{1}{2}R=0.5$ のように $\frac{1}{2}R$ が小さい場合には軸受の全面積にわたる負圧領域の割合がかなり大きくなるためにこの解析方法では整理が生じてくることになる。しかし $\frac{1}{2}R$ が1.0 程度より大きく, N があまり小さくない場合には, P_0 が実際の値に近く計算されたとすれば P_0 の軸方向の圧力分布は実際とかなりよく一致するといえるだろう。

次に仮定(2) について, 図3-25~28 に示す給気孔断面の円周方向の圧力分布をもとにして検討する。(2)の仮定の下では, ジャーナルの偏心零の場合, 圧力は円周方向に対して一定と考えている訳であるが, $N=6$ の場合 C_u が小さければ円周方向にかなり大きな圧力変化が生じていることが図3-26 からわかる。また図3-27 の $C_u=0.022\text{mm}$ の場合を見ればわかるように, $\frac{1}{2}R$ が小さい場合にも C_u が小さければ P_0 は円周方向にかなり変化している。したがって離散的な気体供給源を線状供給源 (line source) にモデル化するには, 少なくとも $\frac{1}{2}R$ が1.0 に近く, N が1.0 程度より大きい必要があるといえよう。もっとも図3-26 や図3-27 から $\frac{1}{2}R=1.0$; $N=6$ の場合や $\frac{1}{2}R=0.5$; $N=12$ の場合において C_u があまり小さくなければこのモデル化は十分合理性を併せと考えるまいである。

円周方向の圧力分布を示す図3-25~28 にはそれぞれの場合に対して理論計算から求めた P_0 の値も示してある。 $\frac{1}{2}R=1.0$; $N=6$; $C_u=0.022\text{mm}$ や $\frac{1}{2}R=0.5$; $N=12$; $C_u=0.022\text{mm}$ の場合のように円周方向の圧力変化が著しい場合には, 実験上の P_0 の値としてどのあたりの圧力をとってよいかは問題であるが, このような場合や, $\frac{1}{2}R=0.5$; $N=12$; $C_u=0.04\text{mm}$ の一例を除けば, 全般即ち P_0 の理論計算値は実験値より低くなっている。しかし給

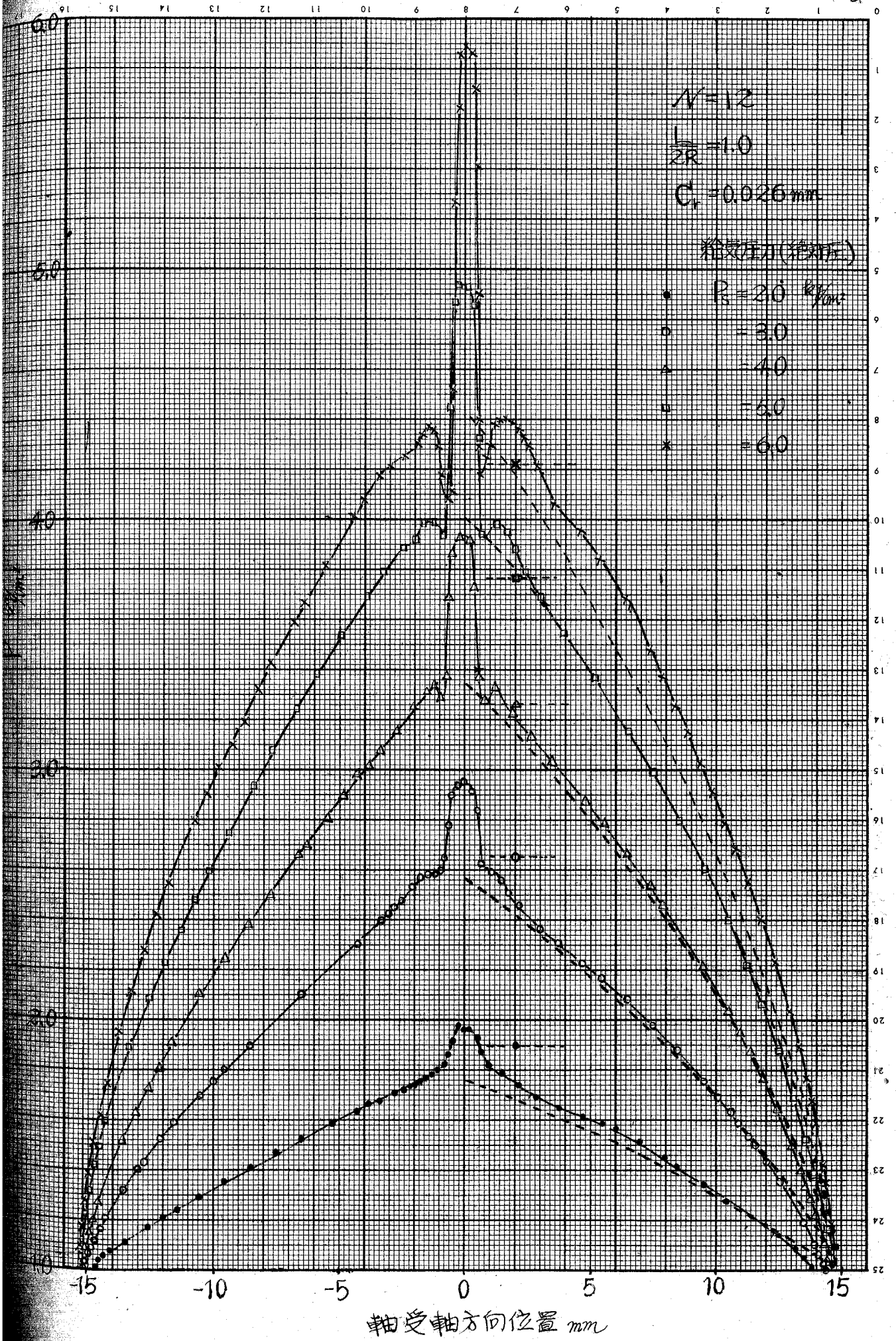
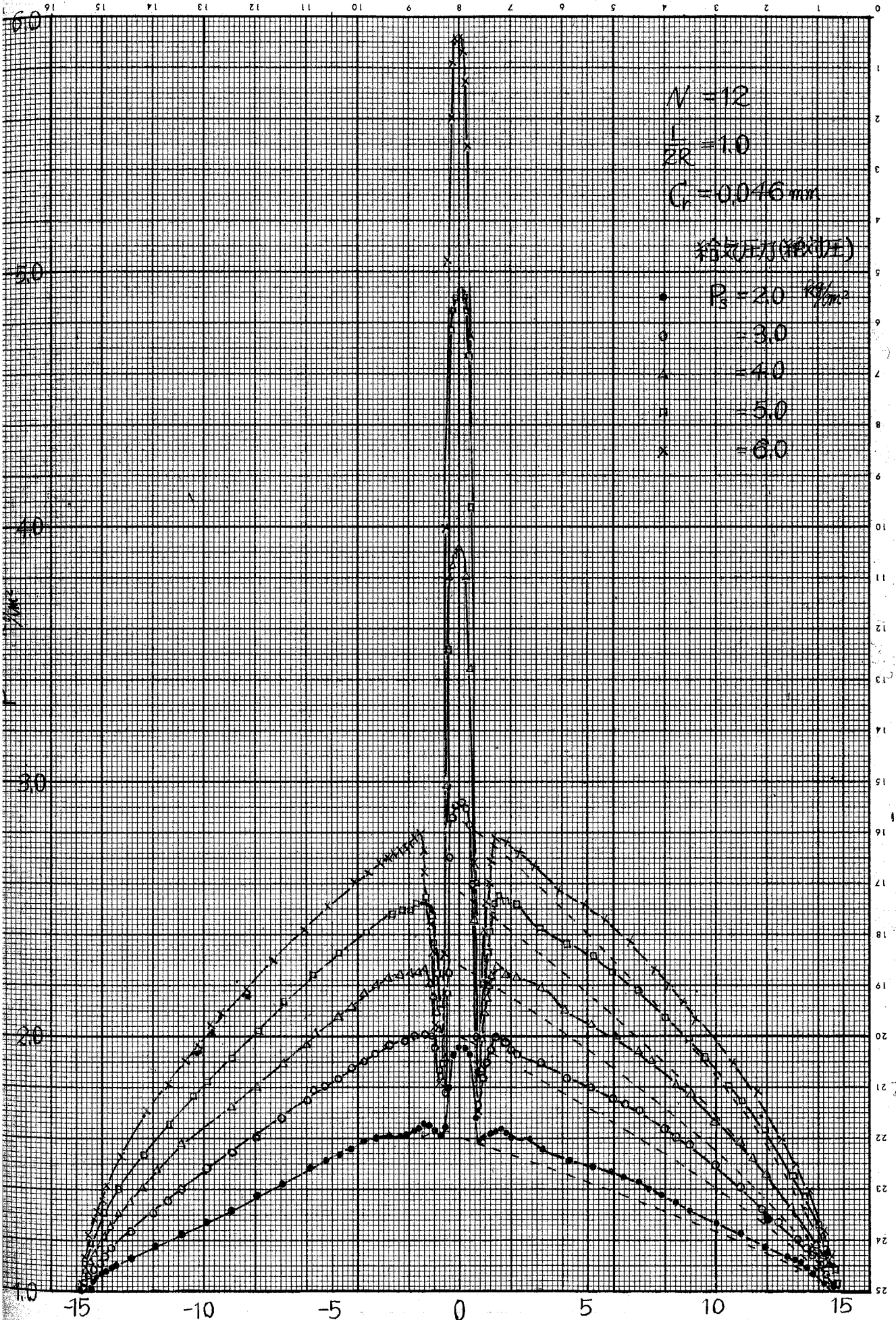
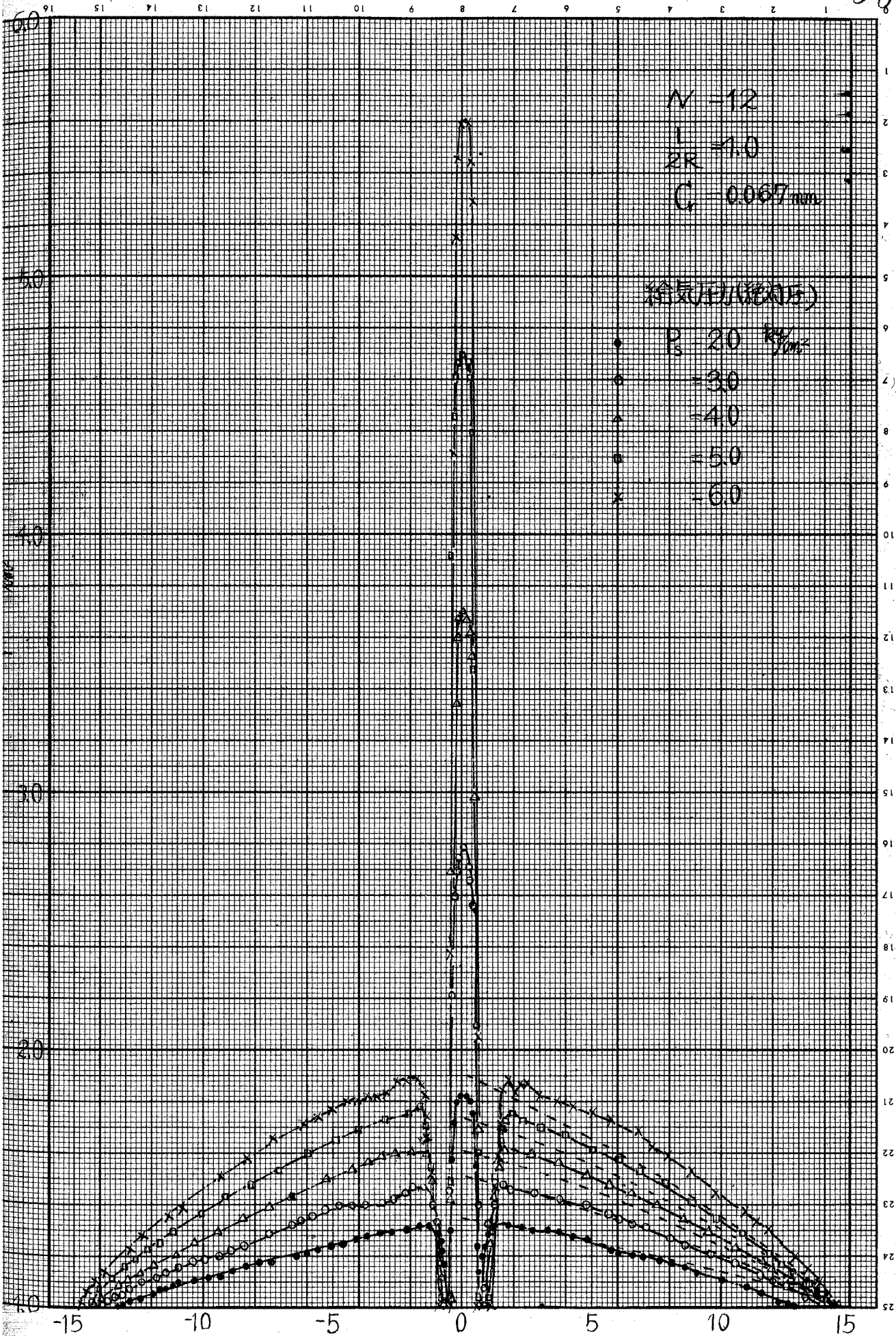


图 3-16



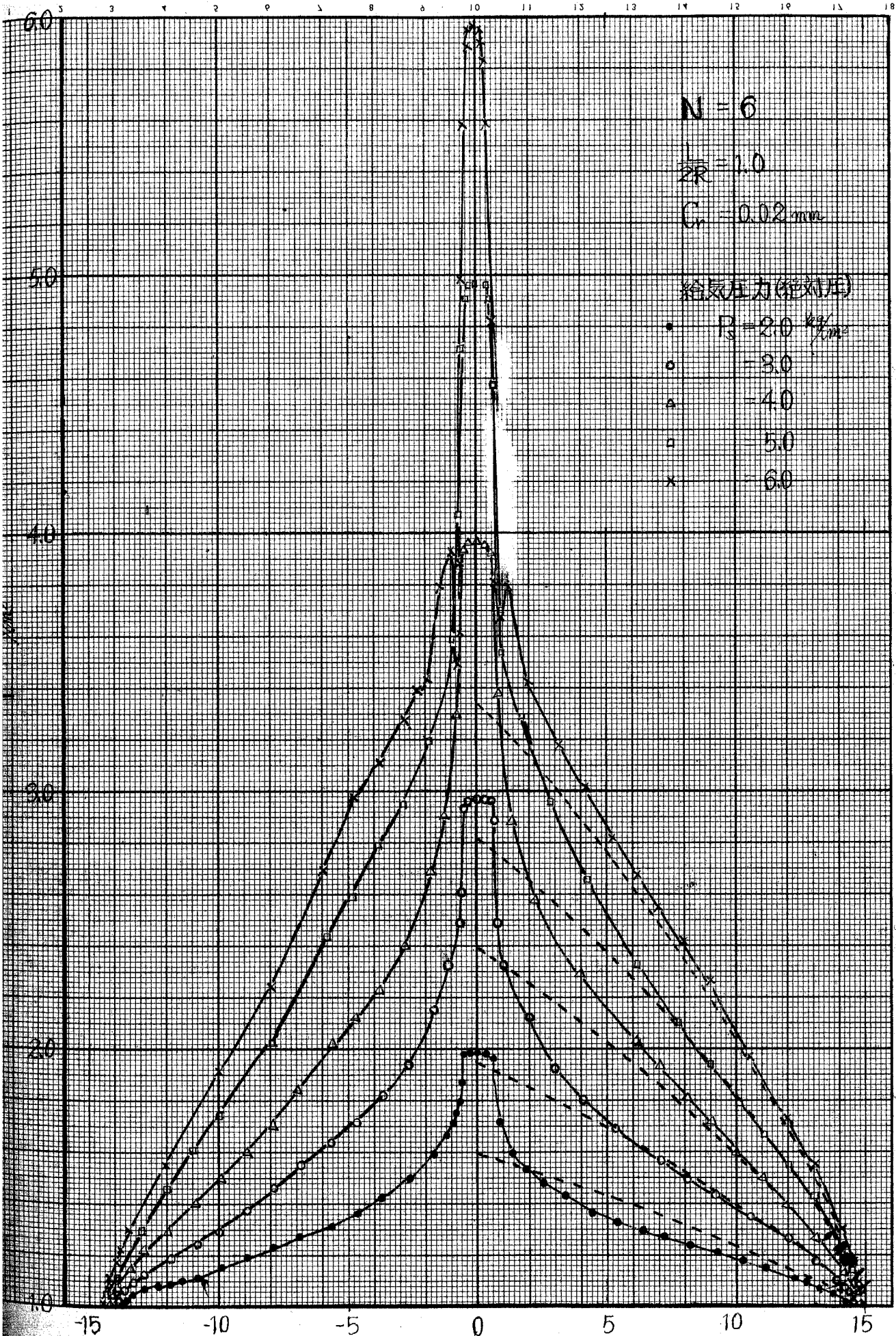
軸受軸方向位置 mm

図 3-17



軸受軸方向位置 mm

図 3-18



$N = 6$

$\lambda = 1.0$

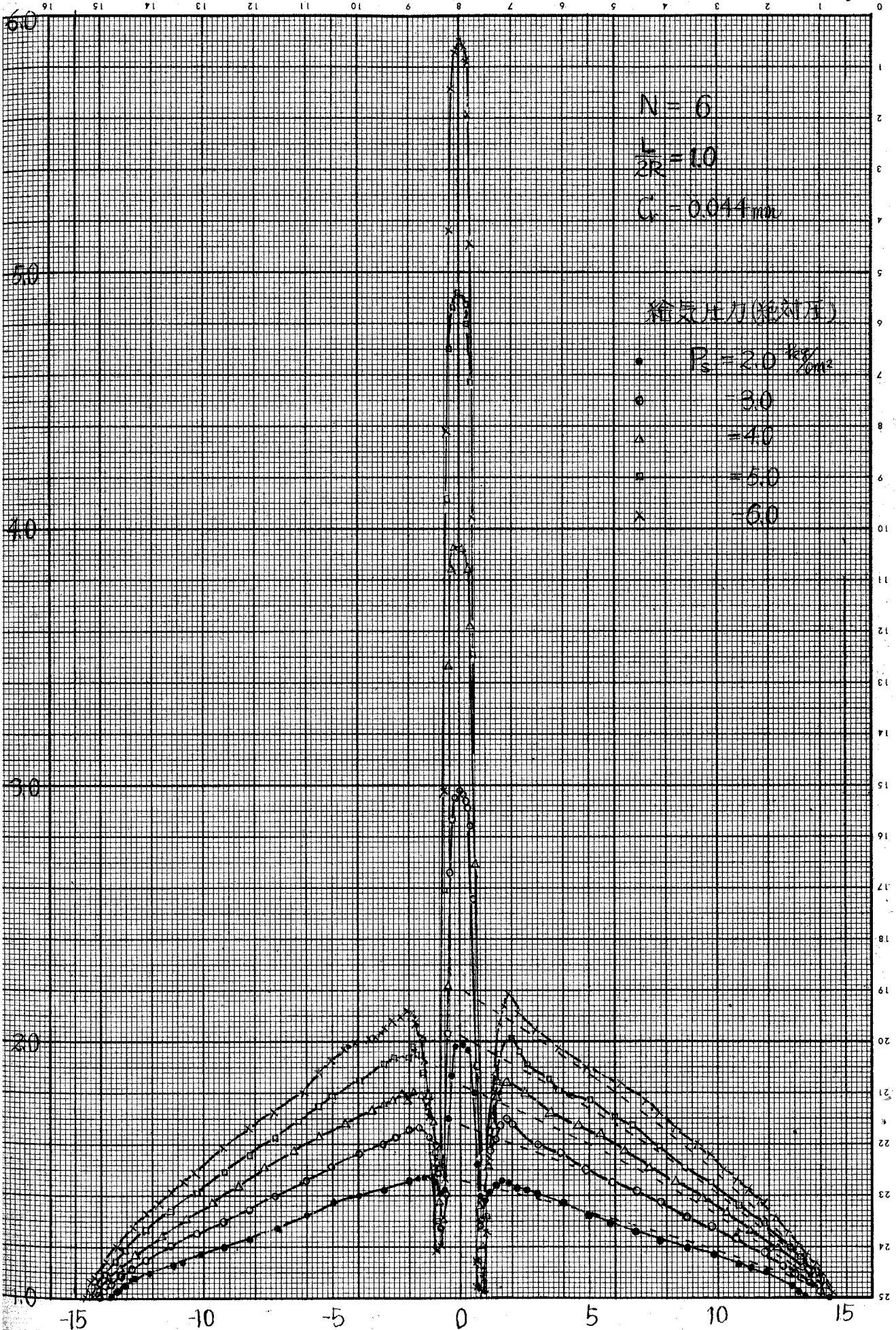
$C_r = 0.02 \text{ mm}$

給氣圧力 (kg/cm²)

- $R = 2.0$
- $= 3.0$
- △ $= 4.0$
- $= 5.0$
- × $= 6.0$

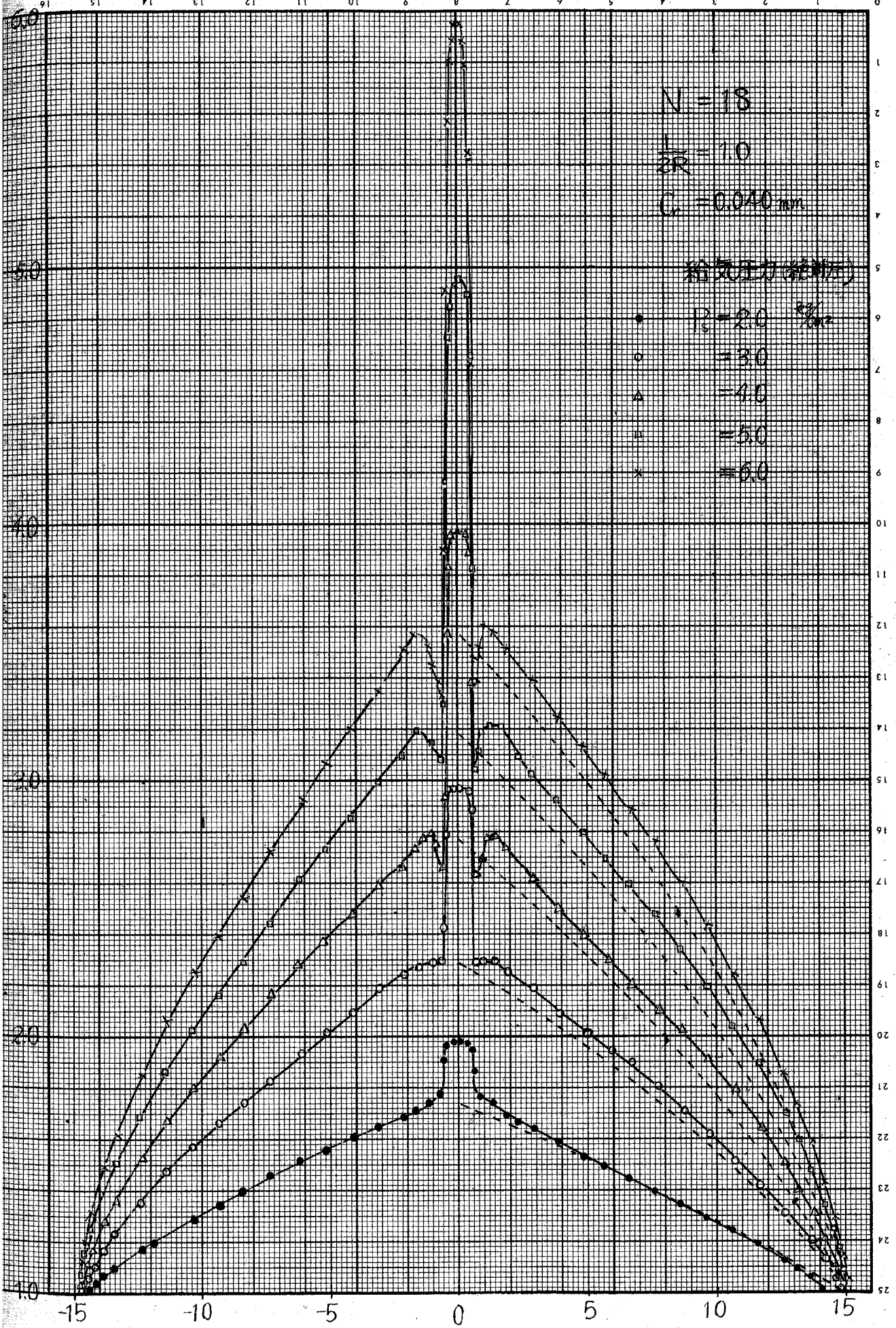
軸受軸方向位置 mm

図 3-19



軸受軸方向位置 mm

図 3-20



$N=18$

$\frac{L}{2R}=10$

$C_r=0.040 \text{ mm}$

給油圧力(MPa)

- $P_2=20$
- $P_2=30$
- △ $P_2=40$
- $P_2=50$
- * $P_2=60$

軸受軸方向位置 mm

図 3-21

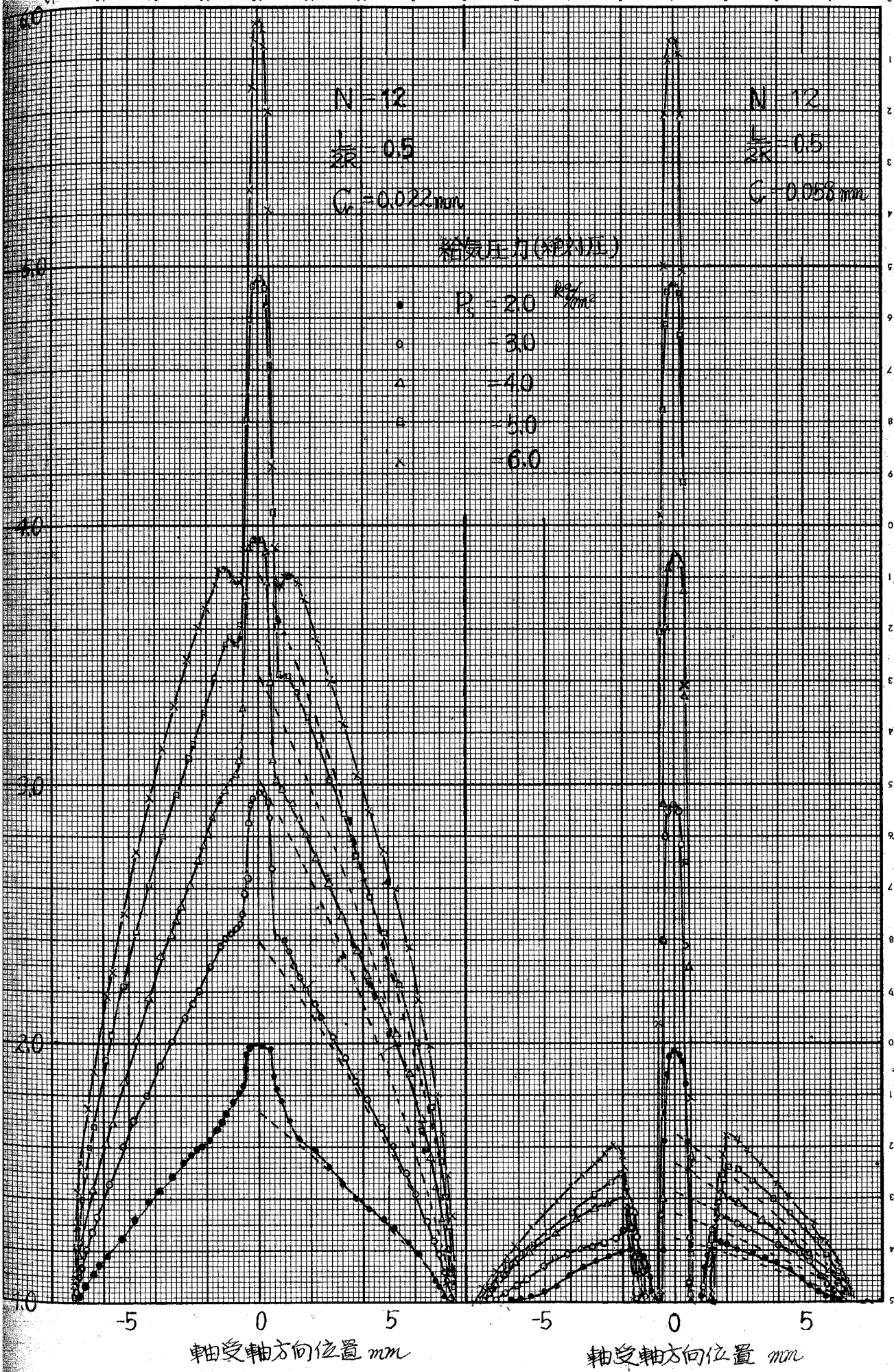
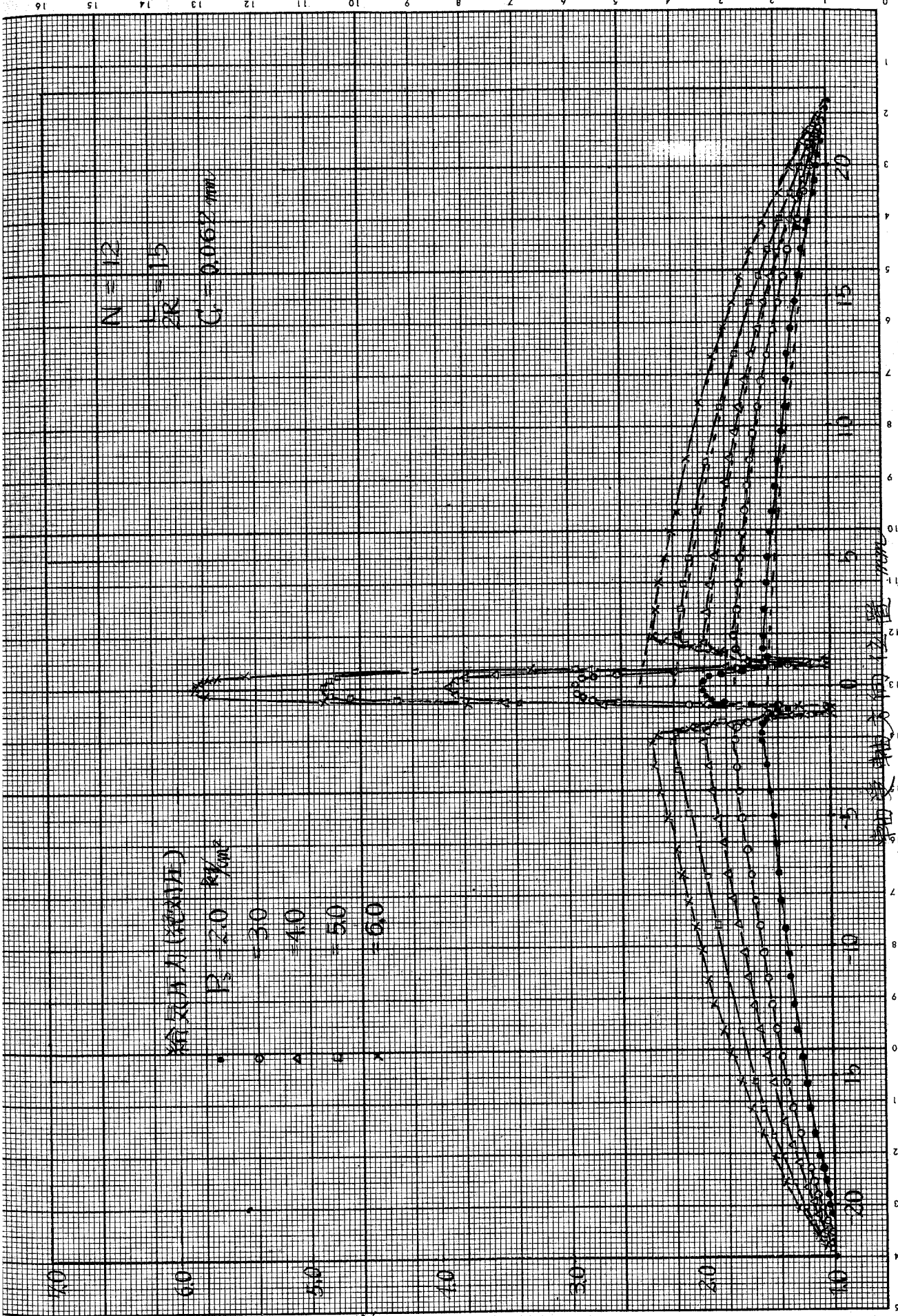


図 3-22



3-24

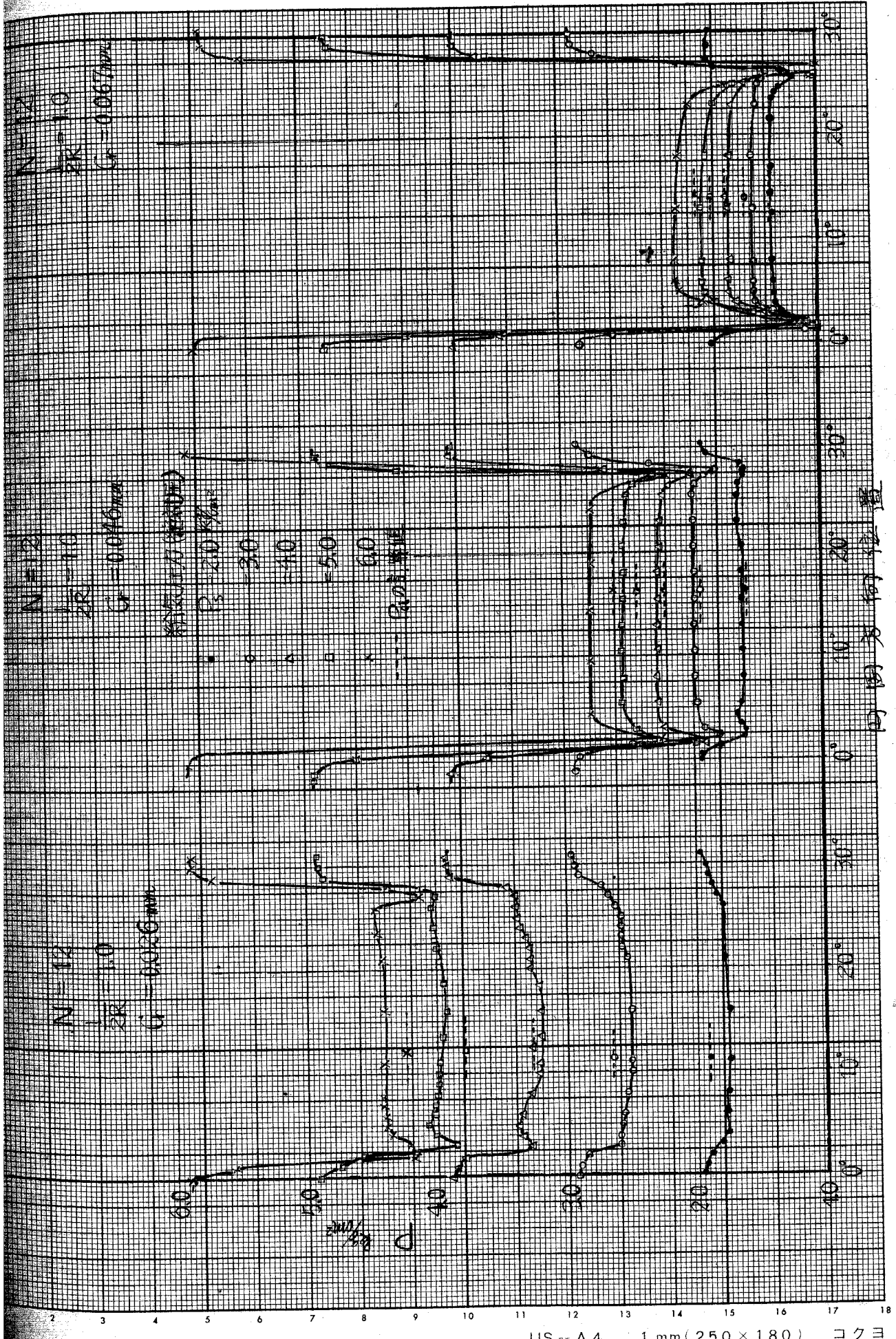
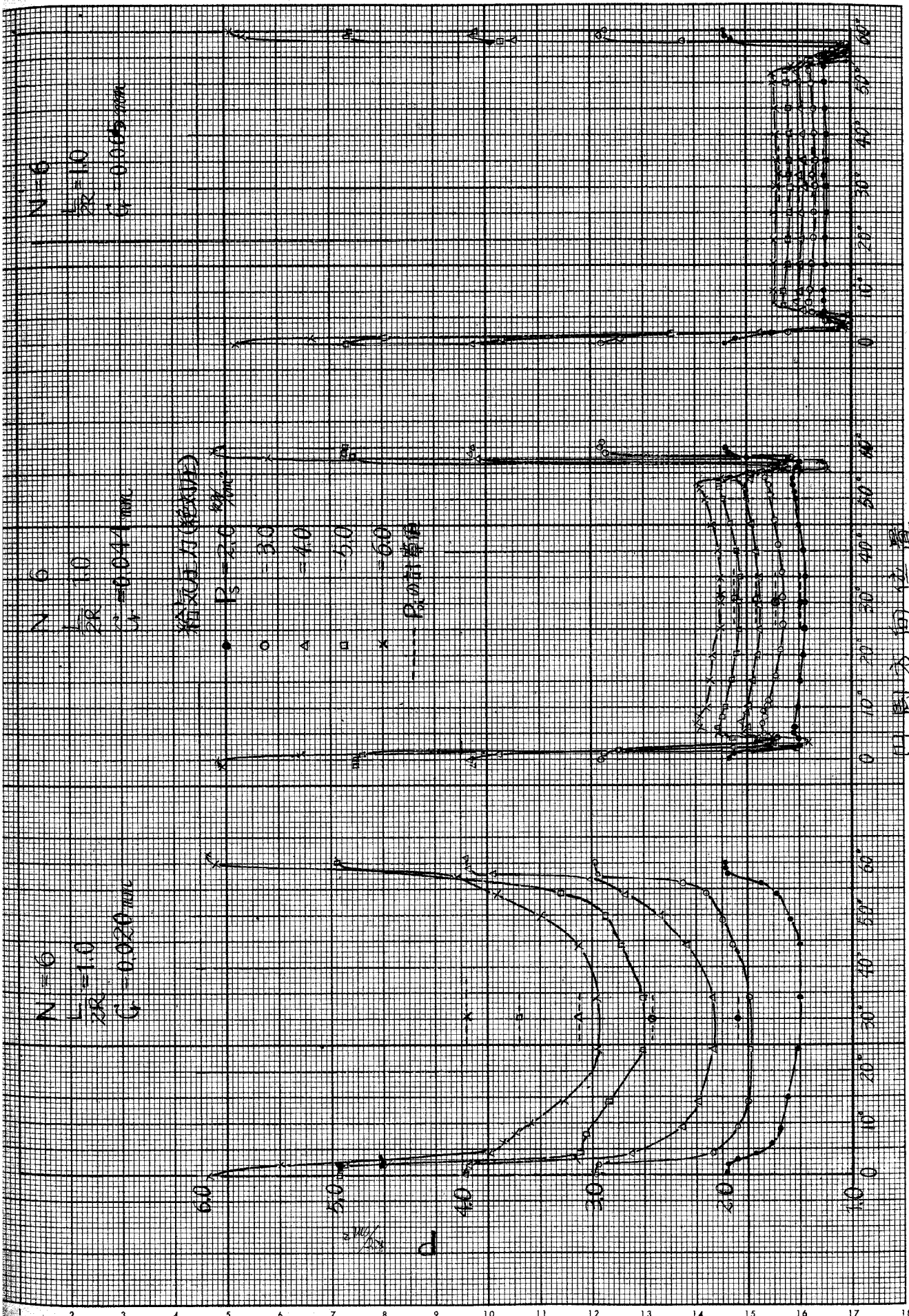
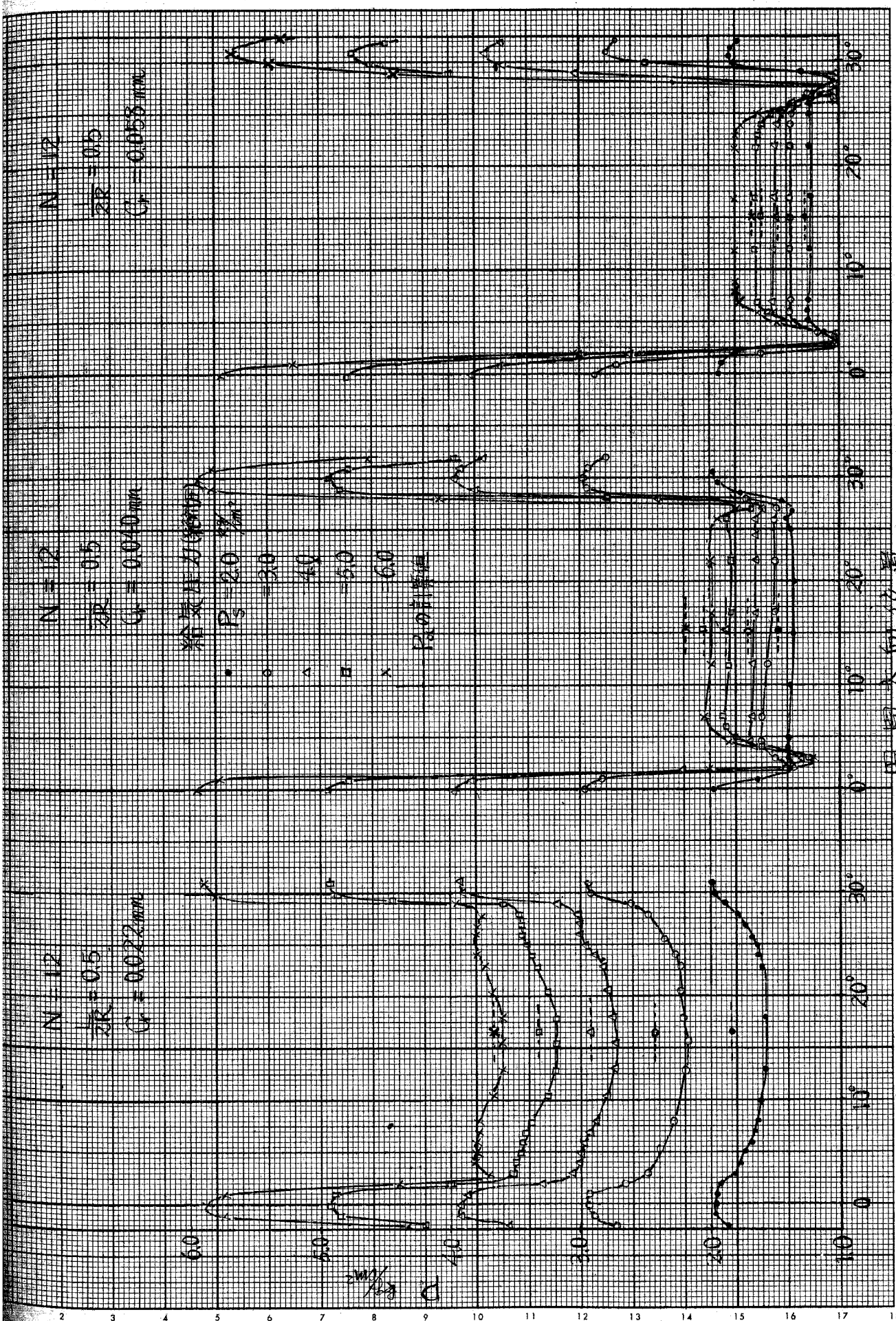


図 3-25



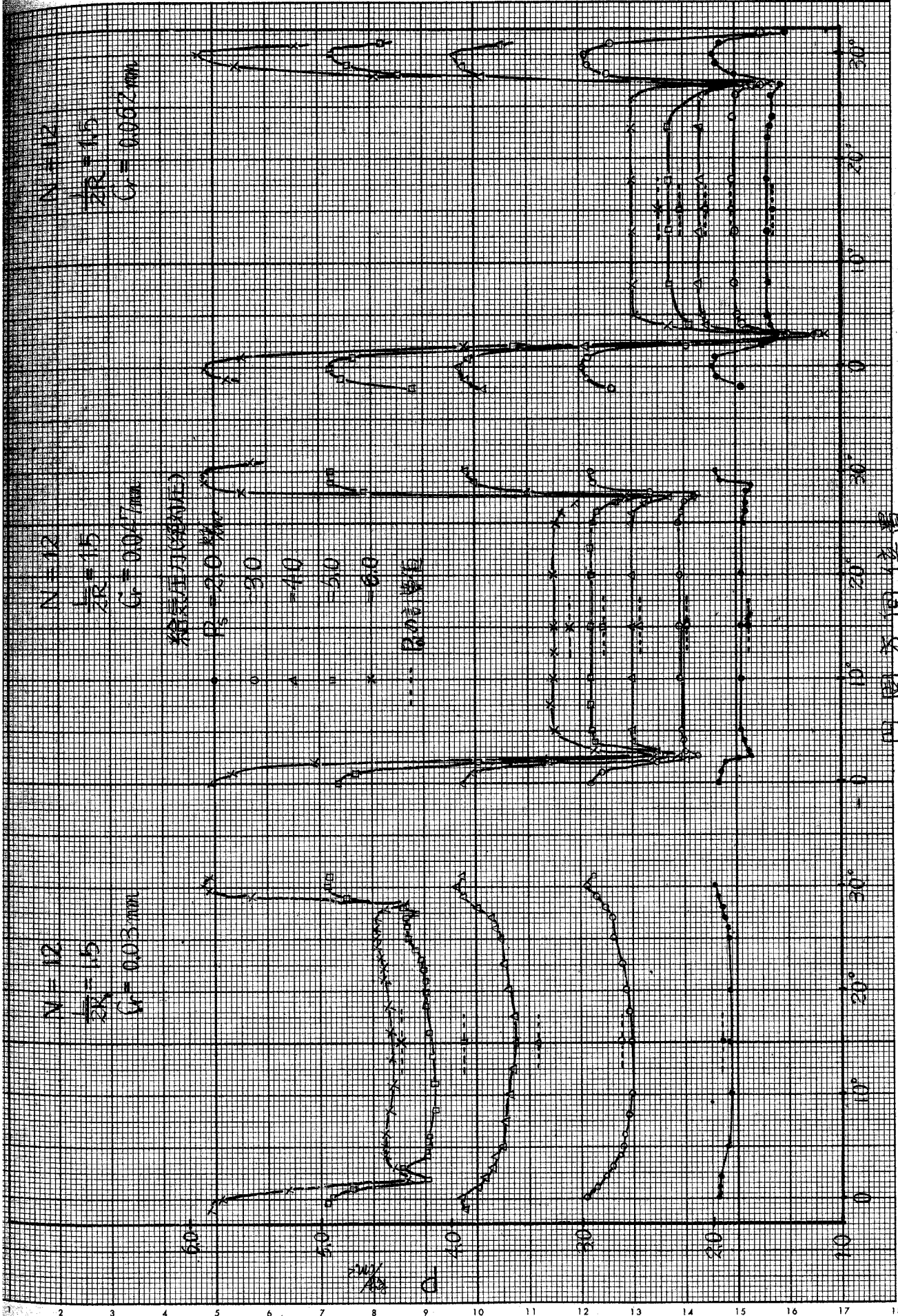
円筒方位位置

3-26



円筒の位置

図 3-27



円筒方向位置

図 3-28

気圧力が低い場合には P_{0i} の理論計算値は実験値にほぼ等しいことがわかる。以上のような圧力分布に関する解析と実験との比較、および前述した消費流量に関する解析と実験との比較から解析の基礎となっている (1) の仮定、すなわち給気孔周辺で断熱的に P_{0i} に降下するという仮定についても、 $\frac{L}{R}$ や N の値があまり小さくなく、また C_d があまり小さくない範囲においては成立していると推察される。 C_d がかなり小さくなると給気孔周辺の気体の変化が緩慢となり状態変化は断熱的というより等温的なものになるのではないかと思われる。また C_d がかなり大きくなると軸受内の気体の流動について慣性の影響を考慮しなければならないものと考えられる。以上の検討から本解析の仮定 (1), (2), (3) は給気孔数が 10 程度より多く、軸受幅比 $\frac{L}{R}$ が 1.0 程度より大きく、半径すきまが $0.03\text{mm} \sim 0.06\text{mm}$ 程度の範囲内で実際の状態をかなりよくとらえて得ているものと考えられる。

3-2-4 負荷容量

ジャーナル中心が軸受中心から偏心した場合の軸受特性に関する解析結果を実験と比較するためには、偏心状態での偏心量と圧力分布の関係か、あるいは負荷容量あるいは軸受剛性のいずれか一つに注目すれば十分である。偏心状態での圧力分布を軸受全面に渡って積分したものがいわば負荷容量であり、負荷容量を偏心量で割ったものが軸受剛性に相当しているからである。そこでここでは解析の上からも実験の上からも最もまとまった形に整理できる負荷容量について解析と実験とを比較検討することにする。そこで負荷容量を実験的に求める手続きをまず説明する。

軸受に荷重をかけると、給気孔が一行のため軸受には下方の力だけでなくモーメントが作用する。そこで荷重にかかる荷重の位置を微動ねじで変化させ軸受の左右端の変位ができるだけ等しくなるように設定し、こ

の状態下での荷重と偏心量との関係を記録する。しかし実際には軸受左右端の変位をまったく等しくするまでにはかなりの時間がかかるので、ほぼ等しくなった状態で左右端の変位を測定しその平均値を変位としている。軸受の左右端の変位量が異なる場合には、左右が等しく変位する場合の値にくらべ一方の端の変位は大きく他方は小さい値となるが、その平均値は左右が等しい変位量よりわずか小さくなっているようである。このようにして測定した荷重と変位との関係の代表例を給気圧力をパラメータとして図3-29に示す。この図からわかるように変位量が小さい範囲では変位は荷重に正比例している。この図の直線の傾きを求めると軸受剛性長が得られる。この長の値に軸受すきま C_0 をかけたものが負荷容量で、これは軸受がささえうる最大荷重を示している。ただし図3-29からわかるように軸受剛性は一般に Δf の非線形特性を持っているので、実際の負荷容量は偏心の小さい範囲で求めた長を使用して計算した負荷容量より小さくなっている。

このようにして求めた負荷容量を $2\pi R^2 P_a$ で割って無次元化し、式(3-25)からの計算値と比較したのが図3-30～図3-34である。図3-30～32、および図3-34においては β の実験値は $C_0=1.0$ として計算している。また図3-30の $\frac{1}{2}R=1.0$ の場合を見ると β が2.0より小さい範囲では解析と実験はかなりよく合っていることがわかる。ただし $\beta=0.35$ で $P=5.0$ および $6.10 \frac{kg}{cm^2}$ においては実験値は解析値よりかなり大きくなっている。これは $N=6$; $C_r=0.065 \text{ mm}$ の場合で給気孔周辺の負圧発生により解析とはかなりかけ離れた流動モデルになっているためと思われる。 β が2.0より大きくなると λ の実験値は計算値より急激に減少しており、そのため λ の最大値を与える β の値も解析より小さい値となっている。

図3-31は $\frac{1}{2}R=1.5$ の場合である。実験値は β の3.0の値に対してしかな

いので確かなことはわからないが、 Γ の値が1.0の付近においても実験値は計算値より小さくなっている。この図において $\Gamma=1.36$ の実験値は $C_r=0.047\text{mm}$ の軸受であるが、図3-15から求めた流量係数 $C_0 \approx 0.8$ を用いて Γ を計算しなおすと図3-31に◎印で示すように Γ の値は左方にずれ、 Γ に対する λ の値は定性的に解析結果に一致してくる。また $L/2R=1.5$ においても Γ が大きい範囲(C_r が小)では計算値は着しく大きな値となっている。

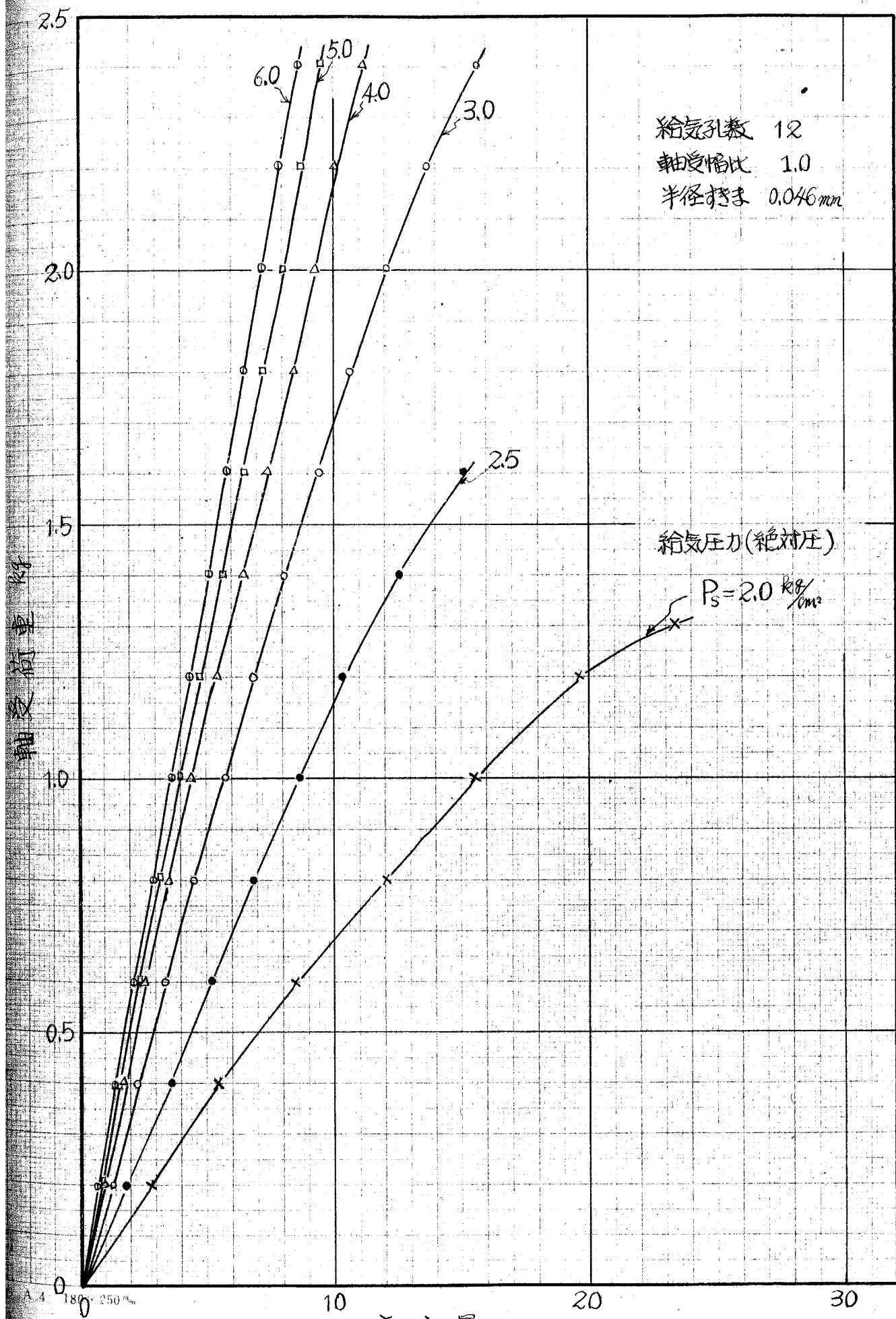
図3-32は $L/2R=0.5$ の場合であるが、実験と解析はあまり合っていない。 $\Gamma=0.89$ ($C_r=0.058\text{mm}$)の軸受では給気圧が低い範囲で解析と実験は一致するが給気圧が高くなると解析値は実験値より小さくなっている。 $\Gamma=1.86$ ($C_r=0.040\text{mm}$)の場合の実験値は解析よりかなり小さくなっているが、このすきまの場合には $C_0 \approx 0.7$ (図3-14参照)なのでこれを用いると $\Gamma=1.28$ となる。したがって実験値は◎印の点へ移動しかなり解析結果に近くなる。 $\Gamma=5.15$ の実験値は $C_r=0.022\text{mm}$ の軸受であるが、これから前と同様に Γ が大きくなると実験値は解析値より着しく小さくなることがわかる。

図3-33はオラ章で述べる安定性に関する実験的研究に用いた軸受について測定した結果を解析と比較したもので、 $L/2R=0.833$ である。ここでの軸受負荷容量の実験値は非回転時における剛性回転軸をたたく conical modeの自由振動数を測定し、これから軸受剛性を算出することによって計算している。ただしここでの Γ はすべての実験値につき $C_0=0.9$ として計算している。この図からわかるように、 Γ が小さい範囲では解析と実験はかなりよく合っているが、 Γ が1.0付近では実験値は解析値より小さくなり、さらに Γ が大きくなるにしたがってこの傾向は着しくなっている。すべての場合につき、 Γ が大きくなると解析値が実験値より大きくなるのは“給気孔周辺の流体の変化は断熱的である。”という仮定が破れるためだと考

えられる。図3-33に示す実験値は非回転時における自由振動数から算したが、 C_r が小さくしたがつて Γ が大きくなると、しぼり膜効果に基づく自由振動の減衰効果が増大しそのたの自由振動数も下がる。このためこの方法で算出した λ の実験値は Γ が大きくなれば実験よりも小さく算出されることになり、したがつてこのことも図3-33において Γ の大きい範囲で λ の実験値が解析値より著しく小さくなっている原因の一つになっているものと推察される。

図3-34 は共振点における軸受の振動特性を実験的に調べた際に測定した共振速度から計算した λ の値である。 $\frac{1}{2}R$ は図3-33と同じく0.833である。共振速度から算出した λ の実験値と解析値はかなりよく一致していることがわかる。しかし前と同様に Γ が大きくなると解析値は実験値よりかなり大きくなり、したがつて設計上重要な最大の λ を与える Γ の最適値もこの解析によれば実際より少し大きな値を見積ってしまうことになる。

負荷容量に関するこれらの実験結果から、負荷容量は、 $\frac{1}{2}R$ が1.0付近であり、 Γ があまり大きくない(λ の最大値を与える Γ の値以下)範囲で、実際によく一致すると考えられる。本解析が妥当性を持つ $\frac{1}{2}R$ の範囲をさらに厳密に調べるためには $\frac{1}{2}R=1.25, 0.75$ あたりの軸受について実験してみる必要がある。



A.4. 180 x 250 mm

変位量 μ

図 3-29

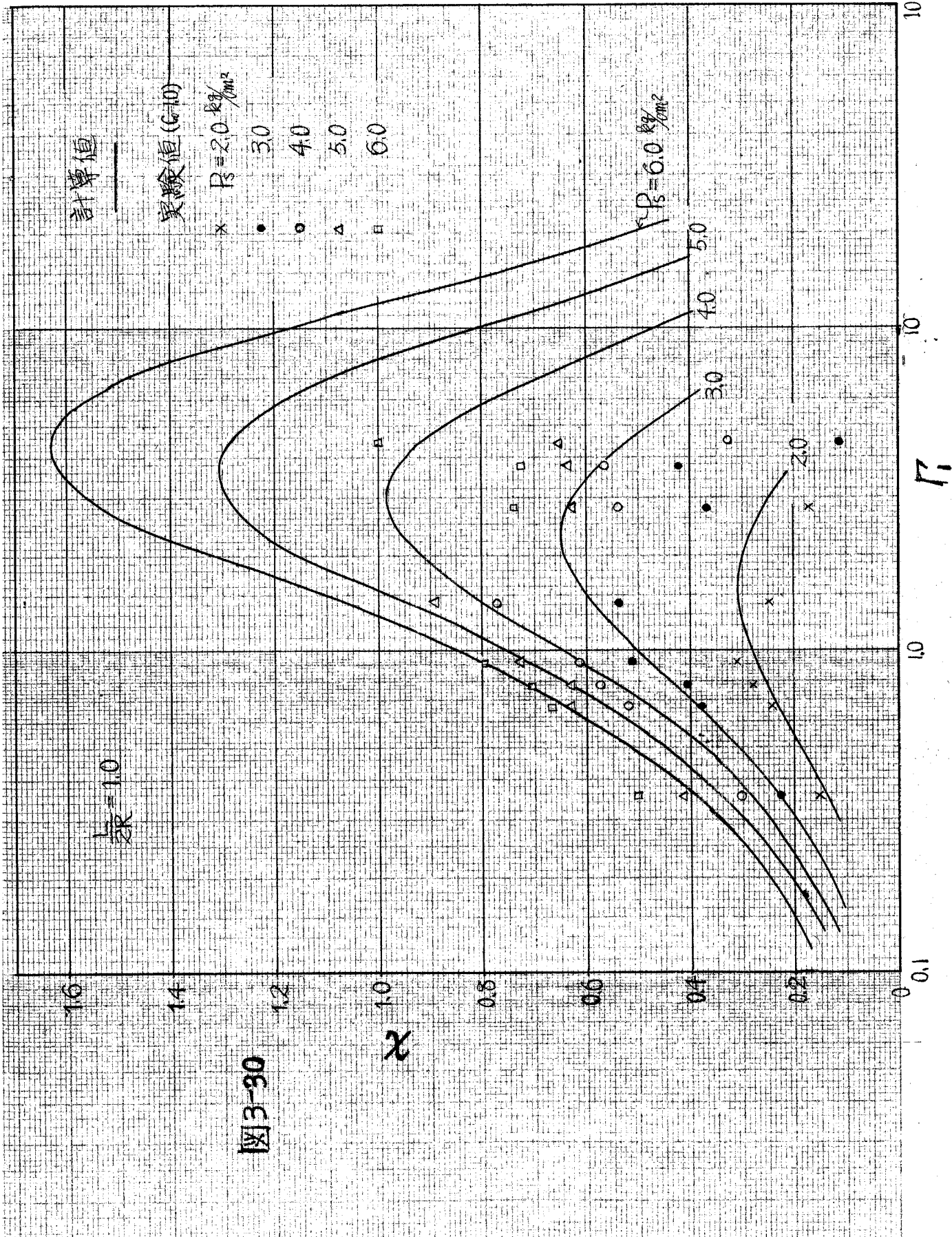


图3-30

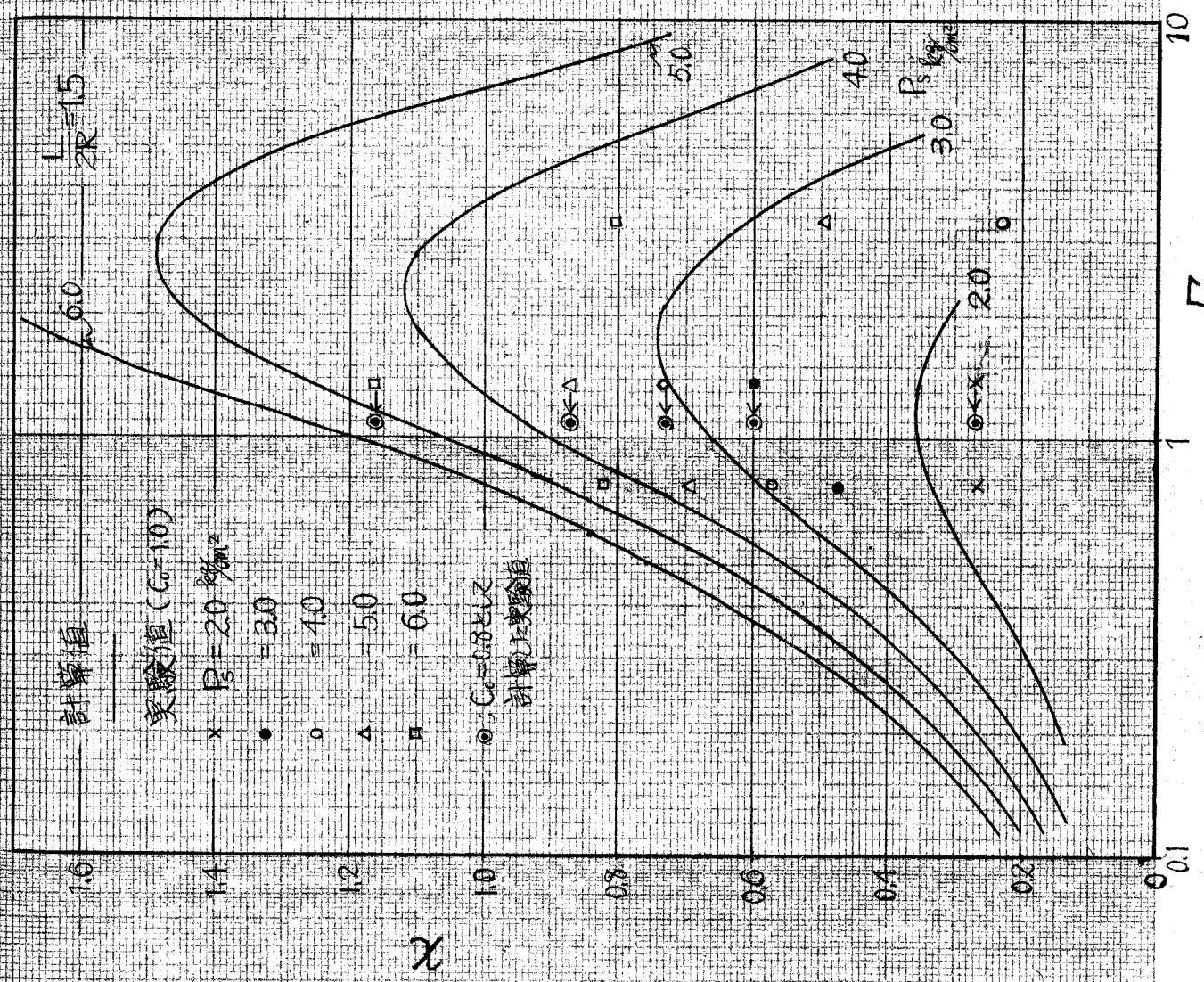
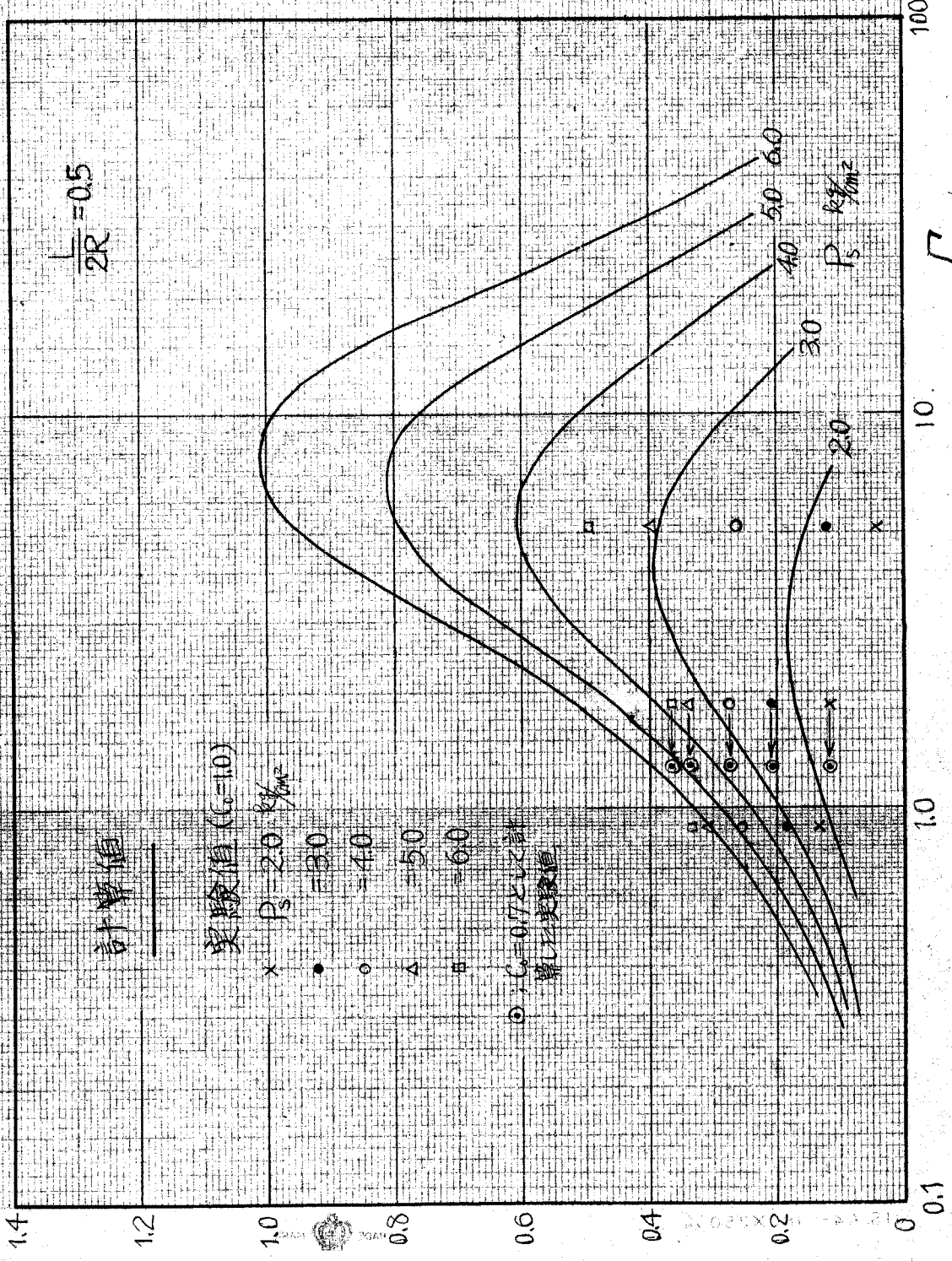


図 3-31

3-32



2

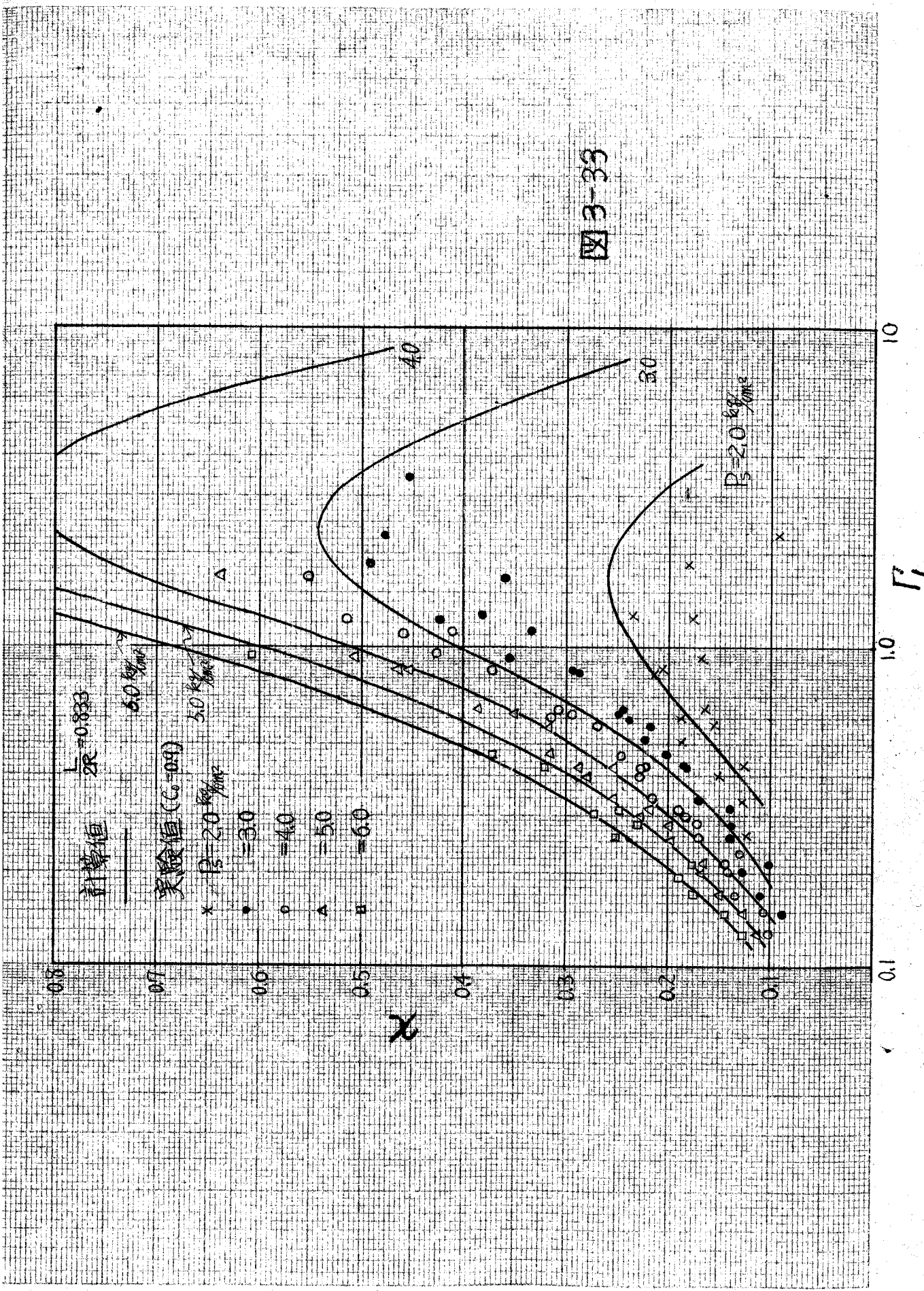
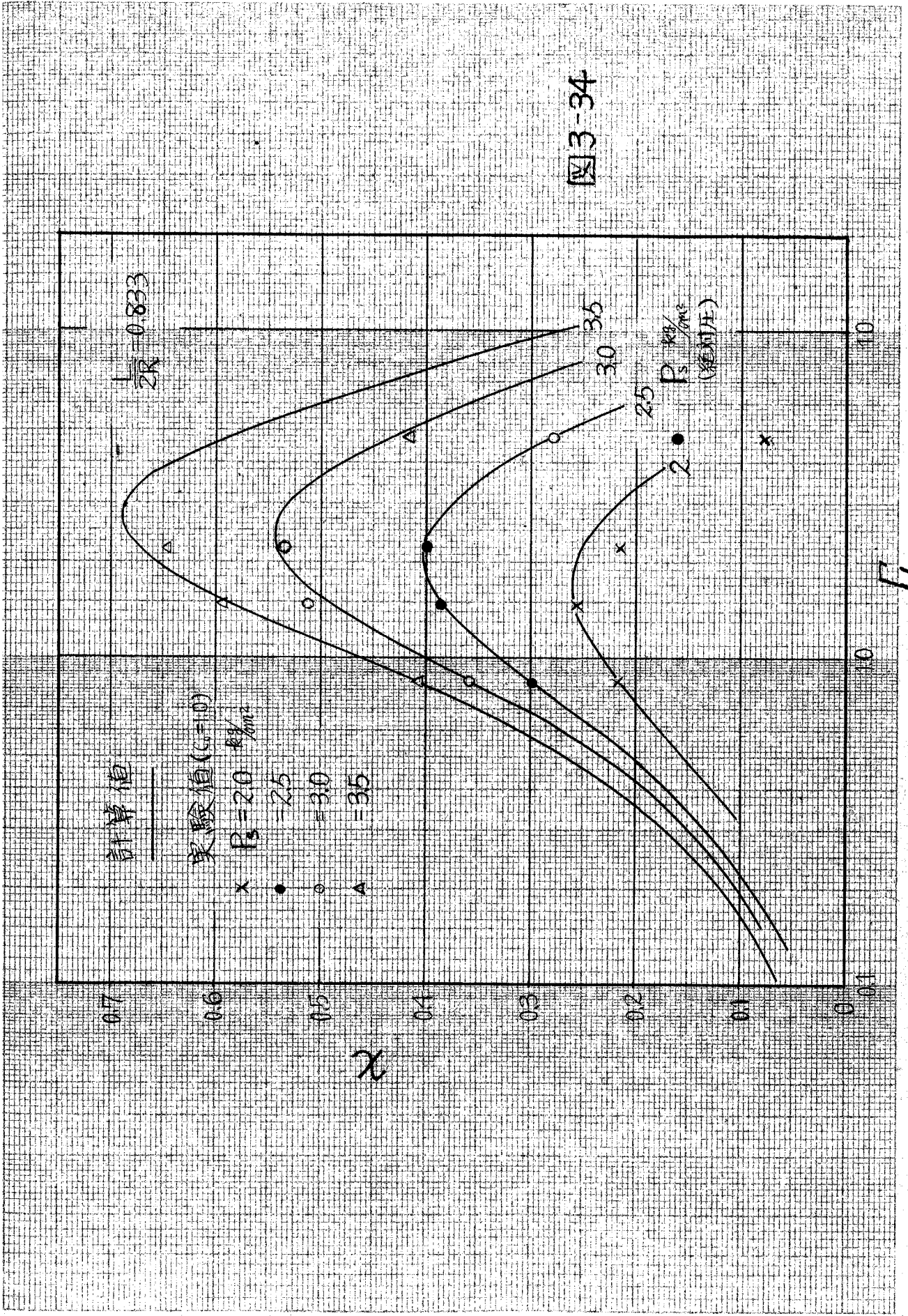


图 3-33



オ4章

静圧気体ジャーナル軸受の動的特性

—理論解析—

本章のオ1節では、オ2、3章で述べて来た仮定と解析手法を基礎にして、ジャーナルの振動によってひき起こされる気体膜の反力を求める。オ2節では両端を静圧気体ジャーナル軸受でささえられた剛性回転軸の運動方程式を一般的に導き、続いてオ3節で軸-軸受系の共振点の振動特性から軸受の動荷重特性を論じ、最後にオ4節で軸のふれまわり不安定性について解析する。

4-1 振動によってひき起こされる気体膜の反力

静圧気体ジャーナル軸受の気体膜圧力ないし気体膜反力は、一般にジャーナルの軸受に対する相対的な変位と速度によってひき起こされる。非圧縮性潤滑流体の場合には、圧力に関する基礎方程式が線形なので、ジャーナルの変位と速度とによってひき起こされる圧力はお互いに独立であり、したがって全体的な圧力は両者の和として表わされる。しかし圧縮性流体の場合には、式(2-25)からわかるように、方程式は非線形となり両者は独立性を失ない、相互に関連し合うようになる。気体膜反力を求める際の一般的な基礎方程式は(2-25)であるが、しかし後に解析しようとする問題が比較的low speedに於ける共振点付近の振動特性と、発生時に於ける微小な自励振動であるところから、式(2-25)より取扱いやすい式(2-33)をここでの基礎方程式とする。

基礎方程式(2-33)を解くに当って、ジャーナルの振動によってひき起こされる圧力分布は次式で表わされると考える。

$$p(\varphi, y) = p_0(y) + \kappa p_{12}(\varphi, y) + \frac{\kappa}{\omega} p_3(\varphi, y) + \frac{\kappa \theta}{\omega} p_4(\varphi, y) \quad (4-1)$$

式(4-1)を式(2-33)へ代入し、各微小パラメータについて零次および一次の項をとると

$$\kappa^0; \quad \frac{\partial^2 p_0}{\partial y^2} = 0 \quad (4-2)$$

$$\kappa; \quad \frac{\partial^2 (p_0 p_{12})}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_{12})}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial p_{12}}{\partial \varphi} - \lambda p_0 \sin \varphi \quad (4-3)$$

$$\frac{\kappa}{\omega}; \quad \frac{\partial^2 (p_0 p_3)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_3)}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial p_3}{\partial \varphi} + 2\lambda p_0 \cos \varphi \quad (4-4)$$

$$\frac{\kappa \theta}{\omega}; \quad \frac{\partial^2 (p_0 p_4)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_4)}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial p_4}{\partial \varphi} + 2\lambda p_0 \sin \varphi \quad (4-5)$$

となる。

p_{12} は静圧効果および動圧効果によって生ずる圧力であるが、計算を簡単にするために、 p_{12} を静圧効果のみによって生ずる圧力 p_1 と動圧効果によって生ずる圧力 p_2 とに分離する。そこで

$$p_{12} = p_1 + p_2(\lambda) \quad (4-6)$$

を式(4-3)へ代入し、回転の効果を示す λ を含まない項と含む項とに分けるとそれぞれ式(4-7)および(4-8)が得られる。

$$\frac{\partial^2 (p_0 p_1)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_1)}{\partial y^2} = 0 \quad (4-7)$$

$$\frac{\partial^2 (p_0 p_2)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_2)}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \lambda \frac{\partial p_2}{\partial \varphi} - \lambda p_0 \sin \varphi \quad (4-8)$$

式(4-2)(4-7)はそれぞれ式(3-12), (3-13)に等しいもので、これらの解はすでに式(3-14), (3-17)で与えられている。 p_2 についてみると、式(4-8)から静圧効果 p_1 が動圧効果 λ と関連し合っ^て p_2 もひき起こす働きをしていることがわかる。

さて式(4-8), (4-4)および式(4-5)を解いて P_2, P_3 および P_4 を求めるのであるが, これらの式の中には λ の無理関数である P_0 が入っているので解析的に解くことはきわめて困難である。そこで解析的手法が容易になるように, ここでは P_0 の代わりに式(3-21)で与えられる平均値 P_m を用いることにする。また P_2, P_3, P_4 の境界条件としては最も合理的と考えられる次のものを採用する。

$$\left. \begin{aligned} y=0 &; \quad \partial B/\partial y = 0 \quad (j=2, 3, 4) \\ y=1/2 &; \quad P_j = 0 \quad (j=2, 3, 4) \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

式(4-9)の境界条件を用いて式(4-8), (4-4), (4-5)からそれぞれ P_2, P_3, P_4 を解くと次式のようなになる。

$$P_2 = f_1(y) \sin \varphi + f_2(y) \cos \varphi$$

$$\begin{aligned} f_1(y) = & \frac{2\lambda}{D_1(1+\lambda^2/P_m^2)} \left\{ \left(\frac{\lambda}{P_m} \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} - \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \cosh \frac{\alpha L}{R} y \cos \frac{\beta L y}{R} \right. \\ & \left. - \left(\frac{\lambda}{P_m} \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} + \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} \right) \sinh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \sin \frac{\beta L y}{R} \right\} + \frac{\lambda}{(1+\lambda^2/P_m^2)} \\ & + \frac{D_2(e^{\lambda/2}+1)}{D_1(1+\lambda^2/P_m^2)} \left\{ -(\alpha \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} + \beta \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R}) \sinh \frac{\alpha L}{2R} (1-2y) \cos \frac{\beta L}{2R} (1-2y) \right. \\ & \left. + (\alpha \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} - \beta \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R}) \cosh \frac{\alpha L}{2R} (1-2y) \cdot \sin \frac{\beta L}{2R} (1-2y) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(y) = & \frac{2\lambda}{D_1(1+\lambda^2/P_m^2)} \left\{ \left(\frac{\lambda}{P_m} \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} + \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} \right) \cosh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \cos \frac{\beta L y}{R} \right. \\ & \left. + \left(\frac{\lambda}{P_m} \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} - \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \sinh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \sin \frac{\beta L y}{R} \right\} - \frac{\lambda^2/P_m}{(1+\lambda^2/P_m^2)} \\ & - \frac{D_2(e^{\lambda/2}+1)}{D_1(1+\lambda^2/P_m^2)} \left\{ (\alpha \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} + \beta \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R}) \cosh \frac{\alpha L}{2R} (1-2y) \sin \frac{\beta L}{2R} (1-2y) \right. \\ & \left. + (\alpha \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} - \beta \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R}) \sinh \frac{\alpha L}{2R} (1-2y) \cdot \cos \frac{\beta L}{2R} (1-2y) \right\} \end{aligned}$$

$$D_1 = \cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R}$$

$$D_2 = \frac{\Gamma P_3 \Phi_0}{P_m \{ (1 + e^{\lambda R}) + \psi \Gamma P_3 \Phi_0 (1 - e^{\lambda R}) \}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \lambda^2 P_m^2}}{2}} \quad \beta = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \lambda^2 P_m^2}}{2}} \quad (4-10)$$

$$P_3 = f_3(y) \sin \varphi + f_4(y) \cos \varphi$$

$$f_3(y) = -\frac{2\lambda^2 P_m}{1 + \lambda^2 P_m^2} + \frac{4\lambda}{(1 + \lambda^2 P_m^2) D_1} \left\{ \left(\frac{\lambda}{P_m} \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} + \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \cosh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \cos \frac{\beta L}{R} y + \left(\frac{\lambda}{P_m} \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} - \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \sinh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \sin \frac{\beta L}{R} y \right\}$$

$$f_4(y) = -\frac{2\lambda}{1 + \lambda^2 P_m^2} + \frac{4\lambda}{(1 + \lambda^2 P_m^2) D_1} \left\{ \left(-\frac{\lambda}{P_m} \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} + \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \cosh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \cos \frac{\beta L}{R} y \right.$$

$$\left. + \left(\sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} + \frac{\lambda}{P_m} \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \sinh \frac{\alpha L}{R} y \cdot \sin \frac{\beta L}{R} y \right\} \quad (4-11)$$

$$P_4 = f_4(y) \sin \varphi - f_3(y) \cos \varphi \quad (4-12)$$

P_3 による気体膜の反力の x 方向成分および y 方向成分をそれぞれ F_{3x} , F_{3y} とすれば式(3-20)と同様に F_{3x} , F_{3y} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{3x} &= -2P_a R L \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} P_3 \cos \varphi \, d\varphi \, dy \\ F_{3y} &= 2P_a R L \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} P_3 \sin \varphi \, d\varphi \, dy \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

上式へ式(4-10), (4-11), (4-12)を代入し F_{3x} , F_{3y} を計算すると

$$\left. \begin{aligned} F_{3x} &= 2\pi R^2 P_a \{ \chi(a_1 - 1) + b_1 \} \kappa \\ F_{3y} &= 2\pi R^2 P_a \{ \chi a_2 + b_2 \} \kappa \end{aligned} \right\} \quad (4-14)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{3x} &= 4\pi R^2 P_a b_2 \frac{\kappa}{\omega} \\ F_{3y} &= -4\pi R^2 P_a b_1 \frac{\kappa}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (4-15)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{4x} &= -4\pi R^2 P_a b_1 \frac{\kappa \theta}{\omega} \\ F_{4y} &= -4\pi R^2 P_a b_2 \frac{\kappa \theta}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (4-16)$$

となる。ここで χ は式(3-23)で与えられ、 a_1, a_2, b_1, b_2 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{(e^{\chi} + 1) \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} - 2 \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} + 2 \frac{\lambda}{\rho_m} \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} \right)}{(e^{\chi} - 1)^2 (1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2}) \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} \right)} \\ a_2 &= \frac{(e^{\chi} + 1) \left\{ 2 \sinh \frac{\alpha L}{2R} \sin \frac{\beta L}{2R} - \frac{\lambda}{\rho_m} \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} - 2 \cosh \frac{\alpha L}{2R} \cos \frac{\beta L}{2R} \right) \right\}}{(e^{\chi} - 1)^2 (1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2}) \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} \right)} \\ b_1 &= \frac{\lambda \rho_m}{(1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2})} \left[\frac{L}{2R} \frac{\lambda}{\rho_m} - \frac{(\alpha \frac{\lambda}{\rho_m} + \beta) \sinh \frac{\alpha L}{R} + (\beta \frac{\lambda}{\rho_m} - \alpha) \sin \frac{\beta L}{R}}{(1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2})^{1/2} \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} \right)} \right] \\ b_2 &= \frac{\lambda \rho_m}{(1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2})} \left[\frac{L}{2R} - \frac{(\alpha \frac{\lambda}{\rho_m} + \beta) \sin \frac{\beta L}{R} - (\beta \frac{\lambda}{\rho_m} - \alpha) \sinh \frac{\alpha L}{R}}{(1 + \lambda \frac{\lambda}{\rho_m^2})^{1/2} \left(\cosh \frac{\alpha L}{R} + \cos \frac{\beta L}{R} \right)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-17)$$

軸の振動によって生ずる気体膜の全反力の κ 方向成分 F_κ および θ 方向成分 F_θ は、それぞれの効果によって生ずる反力の成分を加え合わせれば得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_\kappa}{2\pi R^2 p_a} &= (\chi a_1 + \rho_m b_1) \kappa + 2\rho_m b_2 \frac{\dot{\kappa}}{\omega} - 2\rho_m b_1 \frac{\kappa \dot{\theta}}{\omega} \\ \frac{F_\theta}{2\pi R^2 p_a} &= (\chi a_2 + \rho_m b_2) \kappa - 2\rho_m b_1 \frac{\dot{\kappa}}{\omega} - 2\rho_m b_2 \frac{\kappa \dot{\theta}}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (4-18)$$

次に F_κ, F_θ から直交座標に関する力の成分 F_x, F_y を求める。図4-1より軸受中心に向う方向を正 κ とった F_x, F_y は

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_\kappa \cos \theta + F_\theta \sin \theta \\ F_y &= F_\kappa \sin \theta - F_\theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (4-19)$$

で与えられる。一方極座標 (κ, θ) と直交座標 (x, y) の間には次の関係がある。

$$x = \kappa \cos \theta ; \quad y = \kappa \sin \theta \quad (4-20)$$

また上式の時間微分をとると式(4-21)を得る。

$$\dot{x} = \dot{\kappa} \cos \theta - \kappa \dot{\theta} \sin \theta ; \quad \dot{y} = \dot{\kappa} \sin \theta + \kappa \dot{\theta} \cos \theta \quad (4-21)$$

式(4-18)を式(4-19)へ代入し、式(4-20), (4-21)を用いると F_x, F_y は

$$\left. \begin{aligned} F_x &= 2\pi R^2 P_a P_m \left\{ \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) x + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) y + \frac{2b_3}{\omega} \dot{x} - \frac{2b_4}{\omega} \dot{y} \right\} \\ F_y &= 2\pi R^2 P_a P_m \left\{ \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) y - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) x + \frac{2b_5}{\omega} \dot{y} + \frac{2b_6}{\omega} \dot{x} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4-22)$$

となる。ここで χ/P_m は静圧効果によるもので、 P_s , χ/R , Γ の関数である。一方 a_1 , a_2 および b_1 , b_2 は動圧効果に起因するもので軸受幅比 χ/R と χ/P_m との関数である。そこで「気体膜の弾性特性、減衰特性を見るために χ/P_m は χ/R と P_s をパラメータに、 Γ を変数として図4-2に示し、 a_1 , a_2 および b_1, b_2 は χ/R をパラメータに送り χ/P_m の関数として図4-3(a) および 4-3(b) に示す。

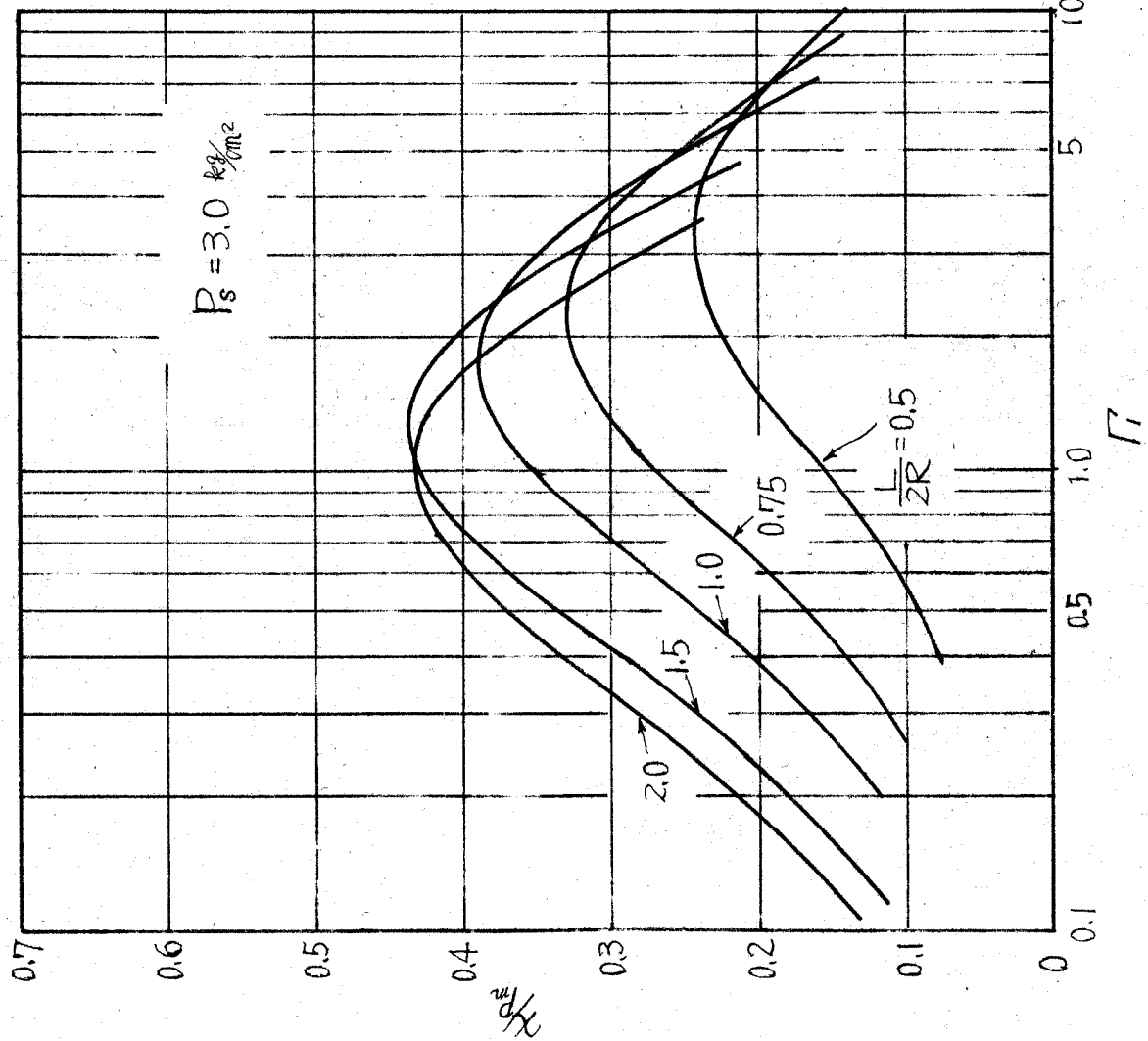
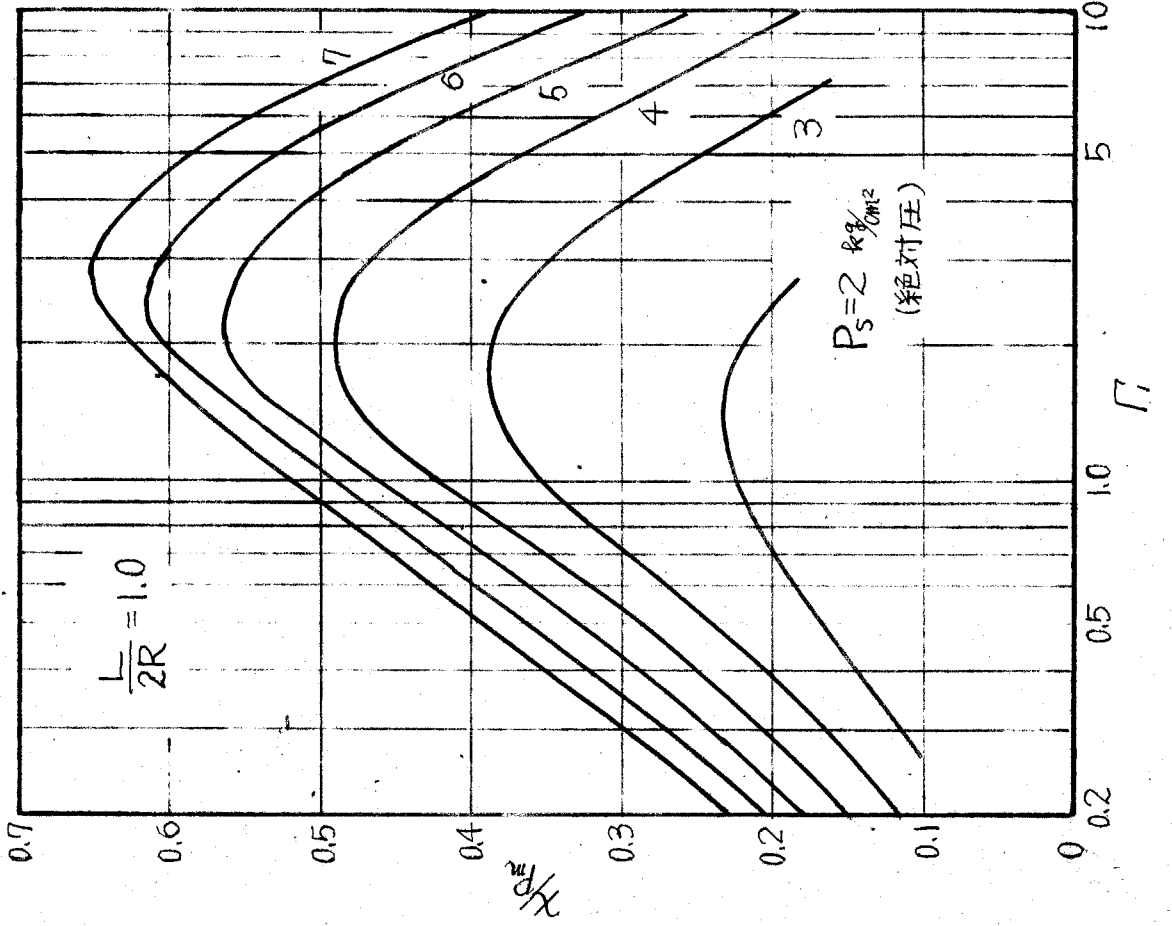
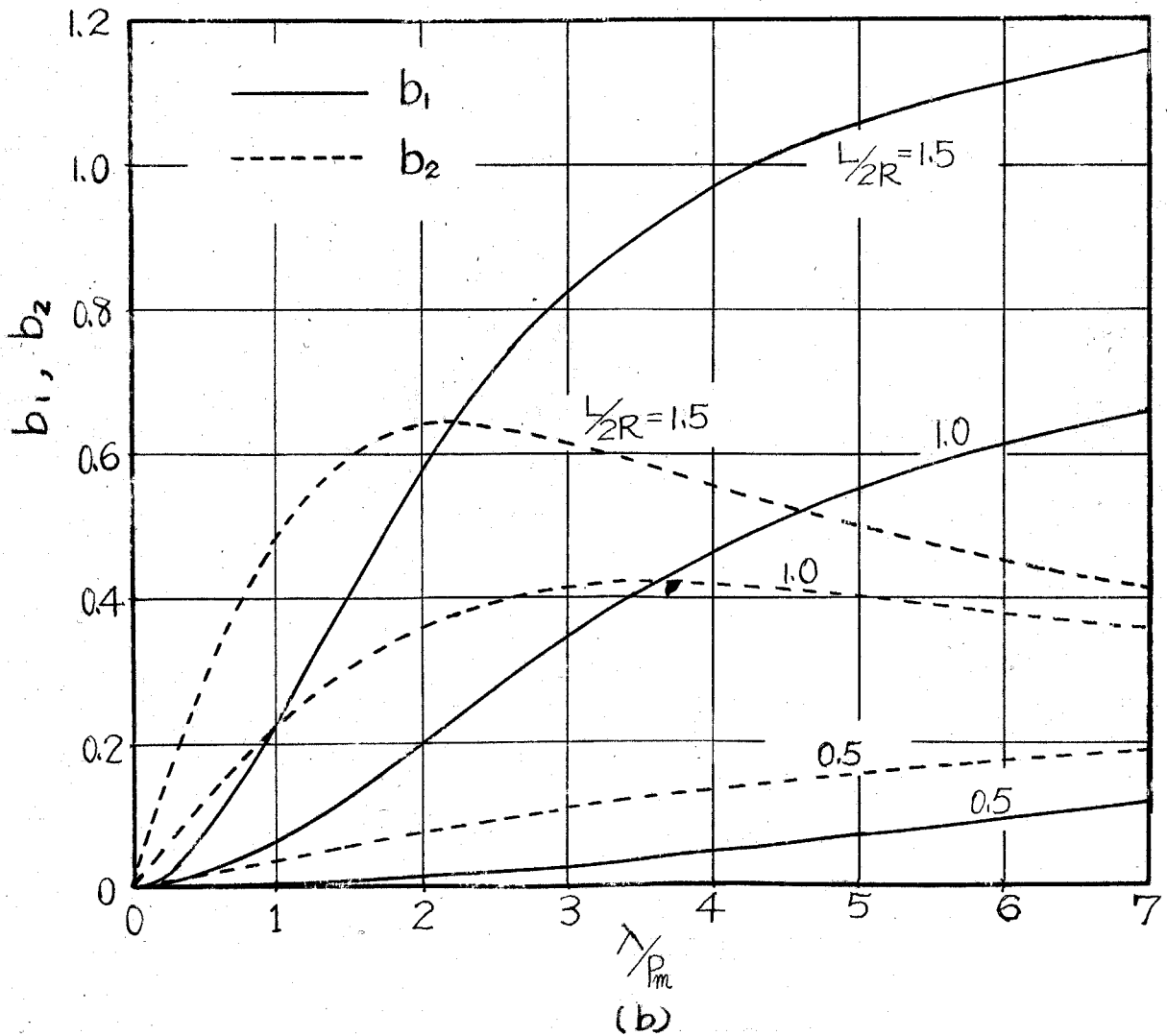
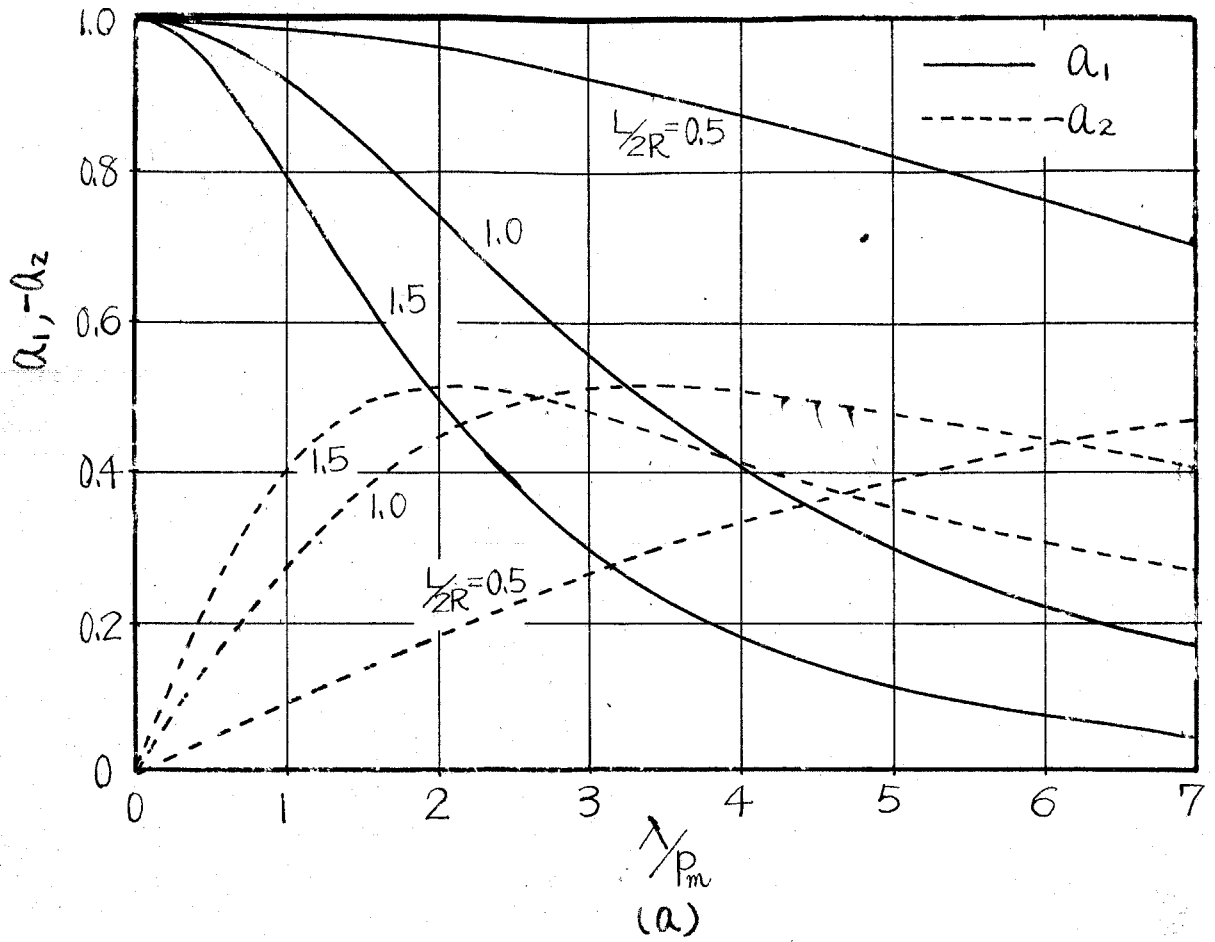


图 4-2



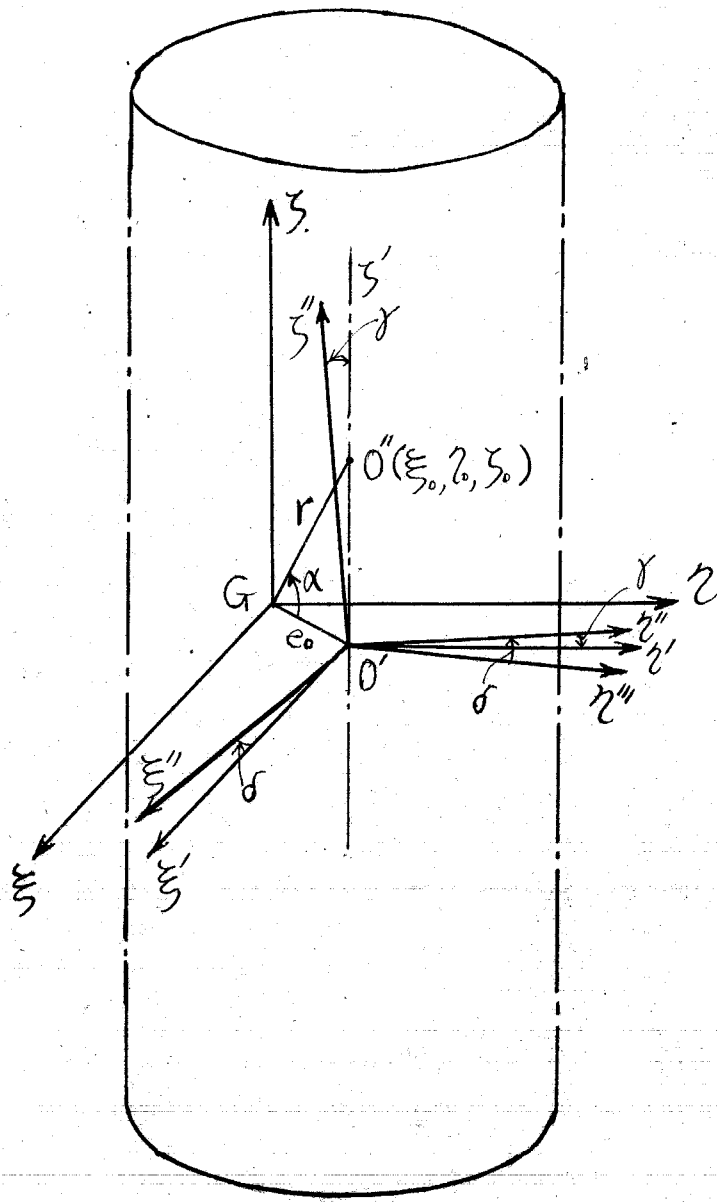


图 4-4

4-2 剛性回転軸の運動方程式

自成絞り型静圧気体ジャーナル軸受の動的特性を明らかにすることは、自成絞り型静圧気体ジャーナル軸受でささえられた回転軸の振動特性を明らかにすることである。この解析のために、ここでは軸の両端を同じ特性を有する軸受でささえられた剛性回転軸の運動方程式を導く。

図4-4 に示すように、軸の重心を原点とし、座標軸の x を軸の中心線と平行に選んだ軸に固定した直交座標を $G-x_1x_2x_3$ とする。軸の中心線と x_1-x_2 平面との交点を O とし、点 O に関する軸の慣性主軸を Ox_1' , Ox_2' , Ox_3' とする。慣性主軸に座標軸が一致した座標系 $O-x_1''x_2''x_3''$ は、まず Ox_3' 軸のまわりに微小角 δ ($\delta \ll 1$) だけ回転させれば座標系 $O-x_1'x_2'x_3'$ となり、さらにこれを Ox_3' 軸のまわりに微小角 γ ($\gamma \ll 1$) だけ回転させると座標系 $G-x_1x_2x_3$ に平行な $O-x_1'x_2'x_3'$ に移行する。

そこで軸の慣性主軸 Ox_1' , Ox_2' , Ox_3' に関する慣性モーメントをそれぞれ I_{11}' , I_{22}' , I_{33}' とし、 $G-x_1x_2x_3$ に関する慣性モーメント I_{11} , I_{22} , I_{33} および慣性乗積 I_{12} , I_{13} , I_{23} を求める。座標系 $O-x_1'x_2'x_3'$ に関する慣性モーメントおよび慣性乗積をそれぞれ I_{11}'' , I_{22}'' , I_{33}'' , I_{12}'' , I_{13}'' , I_{23}'' とし、座標系 $O-x_1'x_2'x_3'$ に関するそれを I_{11}' , I_{22}' , I_{33}' , I_{12}' , I_{13}' , I_{23}' とする。 $O-x_1'x_2'x_3'$ と $O-x_1'x_2'x_3'$ および $O-x_1'x_2'x_3'$ と $O-x_1'x_2'x_3'$ の座標系間の関係を示す方向余弦は図4-4 からわかるように表4-1 および表4-2 で与えられるから、 $O-x_1'x_2'x_3'$ および $O-x_1'x_2'x_3'$ に関する慣性モーメントおよび慣性乗積は座標軸の回転による変換公式を用い、さらに微小量 δ , γ の2次以上を無視すると式(4-23) および式(4-24) のようになる。

$$I_{33}'' = \cos^2 \delta \cdot I_{33}' + \sin^2 \delta \cdot I_{22}' \approx (1 - \frac{1}{2} \delta^2) I_{33}' + \delta^2 I_{22}' \approx I_{33}''$$

$$I_{11}'' = \sin^2 \delta \cdot I_{33}' + \cos^2 \delta \cdot I_{11}' \approx \delta^2 I_{33}' + (1 - \frac{1}{2} \delta^2) I_{11}' \approx I_{11}''$$

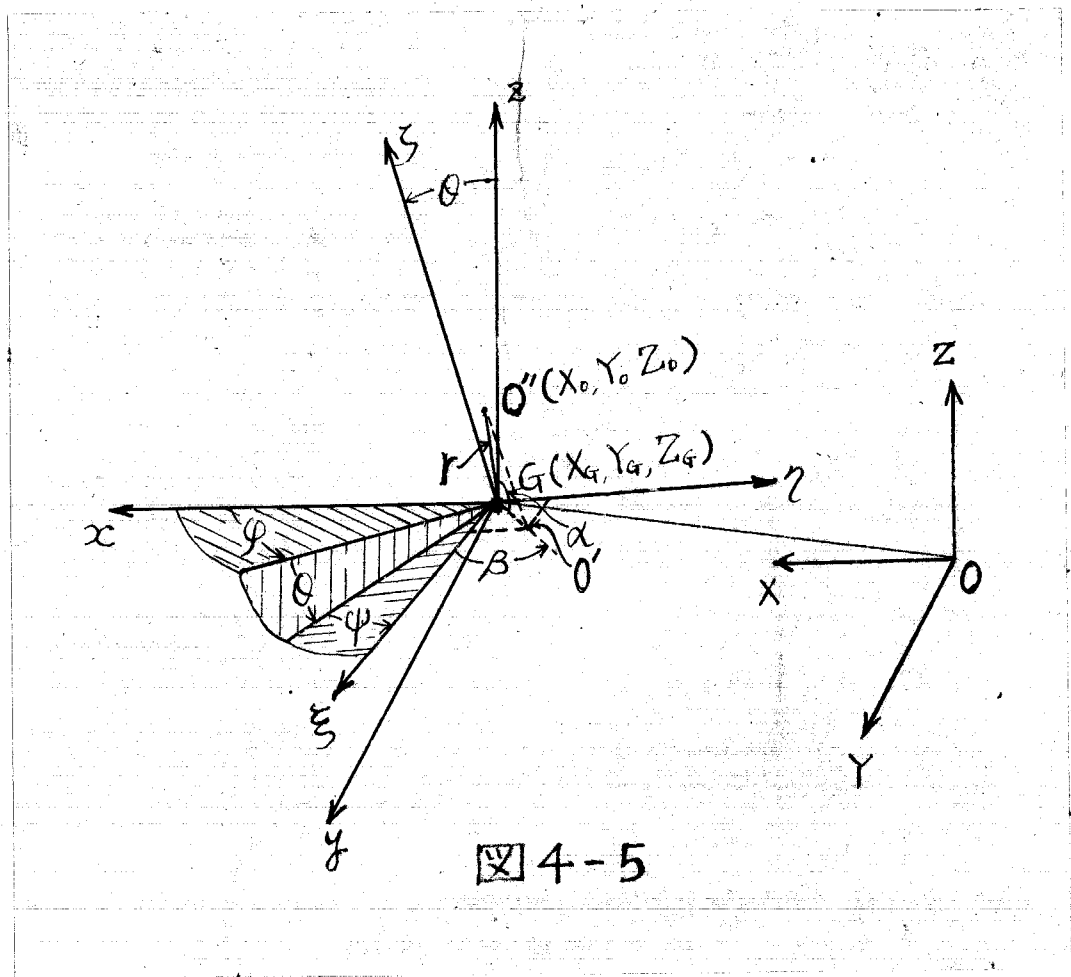


图 4-5

表 4-1

	ξ''	η''	ζ''
ξ'	$\cos\delta$	$\sin\delta$	0
η''	$-\sin\delta$	$\cos\delta$	0
ζ'	0	0	1

表 4-2

	ξ'	η''	ζ''
ξ'	1	0	0
η'	0	$\cos\gamma$	$-\sin\gamma$
ζ'	0	$\sin\gamma$	$\cos\gamma$

表 4-3

	x	y	z
ξ	$\cos\varphi \cdot \cos\theta \cdot \cos\psi - \sin\varphi \cdot \sin\psi$	$\sin\varphi \cdot \cos\theta \cdot \cos\psi + \cos\varphi \cdot \sin\psi$	$-\sin\theta \cdot \cos\psi$
η	$-\cos\varphi \cdot \cos\theta \cdot \sin\psi - \sin\varphi \cdot \cos\psi$	$-\sin\varphi \cdot \cos\theta \cdot \sin\psi + \cos\varphi \cdot \cos\psi$	$\sin\theta \cdot \sin\psi$
ζ	$\cos\varphi \cdot \sin\theta$	$\sin\varphi \cdot \sin\theta$	$\cos\theta$

$$\begin{aligned}
 I_{3'3'} &= I_{3''} \\
 I_{3'2'} &= -\sin\delta \cos\delta \cdot I_{3''} + \sin\delta \cdot \cos\delta \cdot I_{2''} \doteq \frac{1}{2}(I_{2''} - I_{3''}) \sin 2\delta = \delta(I_{2''} - I_{3''}) \\
 I_{2'3'} &= I_{3'3'} = 0
 \end{aligned}
 \tag{4-23}$$

$$\begin{aligned}
 I_{3'3'} &= I_{3''} \\
 I_{2'2'} &= \cos^2\delta \cdot I_{2''} + \sin^2\delta \cdot I_{3''} \doteq (1 - \frac{1}{2}\delta^2) I_{2''} + \delta^2 I_{3''} \doteq I_{2''} = I_{2''} \\
 I_{3'2'} &= \sin^2\delta \cdot I_{2''} + \cos^2\delta \cdot I_{3''} \doteq \delta^2 I_{2''} + (1 - \frac{1}{2}\delta^2) I_{3''} \doteq I_{3''} = I_{3''} \\
 I_{2'3'} &= \cos^2\delta \cdot I_{3''} \doteq (1 - \frac{1}{2}\delta^2) \cdot \delta(I_{2''} - I_{3''}) \doteq \delta(I_{2''} - I_{3''}) \\
 I_{2'3'} &= \sin\delta \cdot \cos\delta \cdot I_{2''} \pm \sin\delta \cdot \cos\delta \cdot I_{3''} = \delta(I_{2''} - I_{3''}) \\
 I_{3'3'} &= \sin\delta \cdot I_{3''} \doteq \delta \cdot \delta(I_{2''} - I_{3''}) \doteq 0
 \end{aligned}
 \tag{4-24}$$

一般の回転軸を解析の対象とすれば

$$I_{3''} = I_{2''} = I, \quad I_{3''} = I_p \tag{4-25}$$

としてよい。これを用いると式(4-24)は次式となる。

$$\begin{aligned}
 I_{3'3'} &= I_{2'2'} = I, & I_{3'3'} &= I_p \\
 I_{3'2'} &= I_{3'3'} = 0, & I_{2'3'} &= \delta(I - I_p)
 \end{aligned}
 \tag{4-26}$$

次にG-3, 2, 3に関する慣性モーメント、慣性乗積はOGの距離r₀がδ, δと同じorderの微小量でその2乗以上の項は無視できるものとするとき次のようになる。

$$\begin{aligned}
 I_{33} &= I_{3'3'} - M r_G^2 \doteq I \\
 I_{22} &= I_{2'2'} - M r_G^2 \doteq I \\
 I_{33} &= I_{3'3'} - M(r_G^2 + r_G^2) \doteq I_p \\
 I_{32} &= I_{3'2'} + M r_G r_G \doteq 0 \\
 I_{23} &= I_{2'3'} + M r_G r_G \doteq \delta(I - I_p) \\
 I_{33} &= I_{3'3'} + M r_G r_G \doteq 0
 \end{aligned}
 \tag{4-27}$$

さて図4-5に示すように重心Gを原点とし、静止座標O-XYZに関する

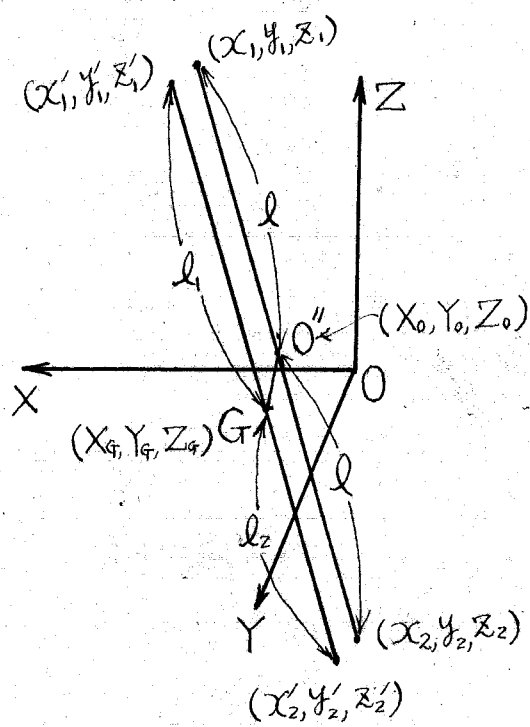


图 4-6

て平行な運動座標系を G - xyz とする。 φ, θ, ψ は G - xyz に関する G - z, z_0 のオイラー角である。軸中心線上で両軸受から等距離にある点を O' とし、 O' の静止座標系 O - XYZ に関する座標を (X_0, Y_0, Z_0) 、 G - z, z_0 に関するそれを (z_0, z_0, z_0) とすると

$$\left. \begin{aligned} z_0 &= r_0 \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ z_0 &= r_0 \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ z_0 &= r_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-28)$$

G - xyz に関する O' の座標を (x_0, y_0, z_0) とすれば表 4-3 より

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= r_0 \cos \alpha \cdot \cos(\varphi + \psi + \beta) + r_0 \theta \sin \alpha \cos \varphi \\ y_0 &= r_0 \cos \alpha \cdot \sin(\varphi + \psi + \beta) + r_0 \theta \sin \alpha \sin \varphi \\ z_0 &= -r_0 \theta \cos(\psi + \beta) + r_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-29)$$

したがって X_G, Y_G, Z_G を X_0, Y_0, Z_0 で表わすと

$$\left. \begin{aligned} X_G &= X_0 - r_0 \cos \alpha \cdot \cos(\psi + \beta) - r_0 \theta \cos \varphi \cdot \sin \alpha \\ Y_G &= Y_0 - r_0 \cos \alpha \cdot \sin(\psi + \beta) - r_0 \theta \sin \varphi \cdot \sin \alpha \\ Z_G &= Z_0 + r_0 \theta \cos \alpha \cdot \cos(\psi + \beta) - r_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-30)$$

と仮定。 F は ψ

$$\varphi + \psi = \phi \quad (4-31)$$

と書き変えている。この ϕ は軸の自転の回転角に相当する。

次に図 4-6 のように軸受 I のジャーナル部の図心の静止座標系 O - XYZ に関する座標を $G_1(C_{r1}x_1, C_{r1}y_1, C_{r1}z_1)$ 、軸受 2 のジャーナル部の図心のそれを $G_2(C_{r2}x_2, C_{r2}y_2, C_{r2}z_2)$ とする。また重心 G を通って軸の中心線に平行に引いた直線がそれぞれのジャーナルの断面と交わる交点をそれぞれ G_1, G_2 とすると G_1G_2 の Z 軸に対する傾きは明らかに G_1G_2 のそれと等しく θ である。
 θ の X 方向成分および Y 方向成分をそれぞれ O_x, O_y とすると O_x, O_y は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \theta \cos \varphi &= \theta_x \\ \theta \sin \varphi &= \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (4-32)$$

また図4-6 から次の諸式がなりたつ。

$$\left. \begin{aligned} C_r x_1 &= X_0 + l \theta_x \\ C_r y_1 &= Y_0 + l \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (4-33)$$

$$\left. \begin{aligned} C_r x_2 &= X_0 - l \theta_x \\ C_r y_2 &= Y_0 - l \theta_y \end{aligned} \right\} \quad (4-34)$$

$$l = l_1 - r_0 \sin \alpha = l_2 + r_0 \sin \alpha \quad (4-35)$$

回転軸の運動方程式は Lagrange 方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_n} = Q_n \quad (4-36)$$

から導く。一般化座標として実験的に測定可能な量である $\theta_x, \theta_y, \phi, X_0, Y_0, Z_0$ を選ぶ。 Q_n はこれらの座標に関する一般力で図4-1 および図4-6 より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{\theta_x} &= F_{x_2} l_2 - F_{x_1} l_1 \\ Q_{\theta_y} &= F_{y_2} l_2 - F_{y_1} l_1 \\ Q_{\phi} &= M_0 = 0 \\ Q_{X_0} &= -F_{x_1} - F_{x_2} \\ Q_{Y_0} &= -F_{y_1} - F_{y_2} - Mg \\ Q_{Z_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-37)$$

ここで添字 1, 2 は軸度の番号を表わしている。

回転軸の運動エネルギー T は重心の並進運動のエネルギー T_G と重心まわりの回転の運動エネルギー T_r の和で与えられる。すなわち

$$T = T_G + T_r \quad (4-38)$$

まず T_G は式(4-30), (4-32)より

$$\begin{aligned}
T_G &= \frac{1}{2} M (\dot{X}_G^2 + \dot{Y}_G^2 + \dot{Z}_G^2) \\
&= \frac{1}{2} M \left[\left\{ \dot{X}_0 + r_0 \dot{\phi} \cos \alpha \cdot \sin(\phi + \beta) - r_0 \dot{\theta}_x \sin \alpha \right\}^2 \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \dot{Y}_0 - r_0 \dot{\phi} \cos \alpha \cdot \cos(\phi + \beta) - r_0 \dot{\theta}_y \sin \alpha \right\}^2 \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \dot{Z}_0 + r_0 [\dot{\theta} \cos(\phi + \beta) - \dot{\phi} \sin(\phi + \beta)] \cos \alpha \right\}^2 \right] \quad (4-39)
\end{aligned}$$

となる。次に T_r は x, y, z 方向の回転角速度をそれぞれ $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ とすると

$$T_r = \frac{1}{2} (I_{xx} \omega_x^2 + I_{yy} \omega_y^2 + I_{zz} \omega_z^2 + 2I_{yz} \omega_y \omega_z) \quad (4-40)$$

で与えられる。 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ は図4-5より

$$\left. \begin{aligned}
\omega_x &= -\dot{\phi} \sin \theta \cdot \cos \psi + \dot{\theta} \sin \psi \\
\omega_y &= \dot{\phi} \sin \theta \cdot \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\
\omega_z &= \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}
\end{aligned} \right\} \quad (4-41)$$

だから、これらの式と式(4-27)を式(4-40)に代入すれば

$$\begin{aligned}
T_r &= \frac{1}{2} \left\{ I (\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + I_p (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 \right. \\
&\quad \left. + 2I (I - I_p) (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) (\dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \right\} \quad (4-42)
\end{aligned}$$

となる。

一方式(4-32)を時間 t で微分すると

$$\left. \begin{aligned}
\dot{\theta}_x &= \dot{\theta} \cos \psi - \dot{\phi} \sin \psi \\
\dot{\theta}_y &= \dot{\theta} \sin \psi + \dot{\phi} \cos \psi
\end{aligned} \right\} \quad (4-43)$$

式(4-32)と式(4-43)より

$$\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \dot{\theta}_y \dot{\theta}_x = \dot{\theta}^2 \dot{\phi} \quad (4-44)$$

式(4-43)より

$$\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2 = \dot{\theta}^2 + \dot{\theta}^2 \dot{\phi}^2 \quad (4-45)$$

式(4-31), (4-43), (4-44), (4-45)を用いて式(4-42)の右辺の ϕ, θ, ψ

を $\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \phi$ に変換すると T_r は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
T_r &= \frac{1}{2} \left[I (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + I_p \left\{ \dot{\phi} - \frac{1}{2} (\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \dot{\theta}_y \dot{\theta}_x) \right\}^2 \right. \\
&\quad \left. + 2I (I - I_p) \left\{ \dot{\phi} - \frac{1}{2} (\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \dot{\theta}_y \dot{\theta}_x) \right\} (\dot{\theta}_y \sin \phi + \dot{\theta}_x \cos \phi) \right] \quad (4-46)
\end{aligned}$$

式(4-38), (4-39), (4-42)を用いると式(4-36)で表わされる Lagrange 方程式の左辺を求めることができる。定常回転の下での回転軸の運動を論ずるために, $\dot{\phi}=0$ とし, また微小量 $\theta_x, \theta_y, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \gamma$ についての2次以上の項を無視すると, それぞれの一般化座標に関する式(4-36)の左辺の値は次式のようになる。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_x}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_x} = I\ddot{\theta}_x + I_p\dot{\phi}\dot{\theta}_y + \gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2 \sin\phi - M r_0 \sin\alpha \{ \ddot{X}_0 + r_0 \dot{\phi} \omega \cos(\phi+\beta) - \ddot{\theta}_x r_0 \sin\alpha \}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_y}\right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_y} = I\ddot{\theta}_y - I_p\dot{\phi}\dot{\theta}_x + \gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2 \cos\phi - M r_0 \sin\alpha \left\{ \ddot{Y}_0 + r_0 \dot{\phi} \omega \cos\alpha \cdot \sin(\phi+\beta) - \ddot{\theta}_y r_0 \sin\alpha \right\}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} = I_p \ddot{\phi} (=0)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_0}\right) - \frac{\partial T}{\partial X_0} = M \{ \ddot{X}_0 + r_0 \dot{\phi}^2 \omega \cos(\phi+\beta) - r_0 \ddot{\theta}_x \sin\alpha \}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Y}_0}\right) - \frac{\partial T}{\partial Y_0} = M \{ \ddot{Y}_0 + r_0 \dot{\phi}^2 \omega \cos\alpha \cdot \sin(\phi+\beta) - r_0 \ddot{\theta}_y \sin\alpha \}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}_0}\right) - \frac{\partial T}{\partial Z_0} = M \ddot{Z}_0$$

(4-47)

式(4-47)を式(4-37)に等しくおき, F_x, F_y 等々式(4-22)を代入し, さらに式(4-33), (4-34), (4-35)を用いて整理すると, $\theta_x, \theta_y, \phi, X_0, Y_0$ に關し次の5つの方程式がえられる。

$$\frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_x + \frac{I_p}{2l^2} \dot{\phi} \dot{\theta}_y + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \left(2\sigma \frac{\dot{X}_0}{l} + \dot{\theta}_x \right) - \frac{zb_1}{\omega} \left(2\sigma \frac{\dot{Y}_0}{l} + \dot{\theta}_y \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{X_0}{P_m} a_1 + b_1 \right) \left(2\sigma \frac{\dot{X}_0}{l} + \dot{\theta}_x \right) + \left(\frac{X_0}{P_m} a_2 + b_2 \right) \left(2\sigma \frac{\dot{Y}_0}{l} + \dot{\theta}_y \right) \right\} = \frac{\gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2 \sin\phi}{2l^2} \quad (4-48)$$

$$\frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_y - \frac{I_p}{2l^2} \dot{\phi} \dot{\theta}_x + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \left(2\sigma \frac{\dot{Y}_0}{l} + \dot{\theta}_y \right) + \frac{zb_1}{\omega} \left(2\sigma \frac{\dot{X}_0}{l} + \dot{\theta}_x \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{X_0}{P_m} a_1 + b_1 \right) \left(2\sigma \frac{\dot{Y}_0}{l} + \dot{\theta}_y \right) - \left(\frac{X_0}{P_m} a_2 + b_2 \right) \left(2\sigma \frac{\dot{X}_0}{l} + \dot{\theta}_x \right) \right\} + \frac{\sigma}{2l} M g$$

$$= \pm \frac{\gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2}{2l^2} \cos\phi \quad (4-49)$$

$$M(\ddot{X}_0 - \sigma l \ddot{\theta}_x) + \frac{4\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{X}_0 - \frac{zb_1}{\omega} \dot{Y}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) X_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) Y_0 \right\} = -Me_0 \dot{\phi}^2 \cos(\phi + \beta) \quad (4-50)$$

$$M(\ddot{Y}_0 - \sigma l \ddot{\theta}_y) + \frac{4\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{Y}_0 + \frac{zb_1}{\omega} \dot{X}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) Y_0 - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) X_0 \right\} + \frac{Mg}{C_r} = -Me_0 \dot{\phi}^2 \sin(\phi + \beta) \quad (4-51)$$

$$\dot{\phi} = 0 \quad (4-52)$$

ここで \$l\$ は両軸受間距離の \$1/2\$ で、さらに

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 4l/l = 4 \sin\alpha / l \\ e_0 &= r_0 \cos\alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-53)$$

である。軸の重心が両軸受の中央にある場合には \$\sigma=0\$ だから上の式(4-48) (4-49) (4-50) (4-51) は次のようになる。

$$\frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_x + \frac{I_p}{2l^2} \dot{\phi} \dot{\theta}_y + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{\theta}_x - \frac{zb_1}{\omega} \dot{\theta}_y + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) \theta_x + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) \theta_y \right\} = \frac{\gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2}{2l^2} \sin\phi \quad (4-54)$$

$$\frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_y - \frac{I_p}{2l^2} \dot{\phi} \dot{\theta}_x + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{\theta}_y + \frac{zb_1}{\omega} \dot{\theta}_x + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) \theta_y - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) \theta_x \right\} = \pm \frac{\gamma(I-I_p)\dot{\phi}^2}{2l^2} \cos\phi \quad (4-55)$$

$$M\ddot{X}_0 + \frac{4\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{X}_0 - \frac{zb_1}{\omega} \dot{Y}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) X_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) Y_0 \right\} = -Me_0 \dot{\phi}^2 \cos(\phi + \beta) \quad (4-56)$$

$$M\ddot{Y}_0 + \frac{4\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega} \dot{Y}_0 + \frac{zb_1}{\omega} \dot{X}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) Y_0 - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) X_0 \right\} + \frac{Mg}{C_r} = -Me_0 \dot{\phi}^2 \sin(\phi + \beta) \quad (4-57)$$

軸の振動を実測する場合にはジャーナル部分の図心の変位を測定するから運動方程式をジャーナル部分の図心の座標 \$(x_1, y_1)\$, \$(x_2, y_2)\$ で表わして

おく必要がある。そこで式(4-33), (4-34)を用いて式(4-54)~(4-57)を書き代えると式(4-58)~(4-61)のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{I}{2l^2}(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + \frac{I_p}{2l^2}\dot{\phi}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \frac{zb_1}{\omega}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{\chi}{P_m}a_1 + b_1\right)(x_1 - x_2) + \left(\frac{\chi}{P_m}a_2 + b_2\right)(y_1 - y_2) \right\} = -\frac{\gamma(I - I_p)}{lC_r}\dot{\phi}^2 \sin\phi \end{aligned} \quad (4-58)$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{2l^2}(\ddot{y}_1 - \ddot{y}_2) - \frac{I_p}{2l^2}\dot{\phi}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \frac{zb_1}{\omega}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{\chi}{P_m}a_1 + b_1\right)(y_1 - y_2) - \left(\frac{\chi}{P_m}a_2 + b_2\right)(x_1 - x_2) \right\} = +\frac{\gamma(I - I_p)}{lC_r}\dot{\phi}^2 \cos\phi \end{aligned} \quad (4-59)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2}(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - \frac{zb_1}{\omega}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{\chi}{P_m}a_1 + b_1\right)(x_1 + x_2) + \left(\frac{\chi}{P_m}a_2 + b_2\right)(y_1 + y_2) \right\} = -M\varepsilon_0\dot{\phi}^2 \cos(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (4-60)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2}(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \frac{zb_1}{\omega}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + \left(\frac{\chi}{P_m}a_1 + b_1\right)(y_1 + y_2) \right. \\ \left. - \left(\frac{\chi}{P_m}a_2 + b_2\right)(x_1 + x_2) \right\} + \frac{Mg}{C_r} = -M\varepsilon_0\dot{\phi}^2 \sin(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (4-61)$$

ここで

$$\varepsilon_0 = e_0/C_r \quad (4-62)$$

である。

4-3 共振特性と回転軸の不すりあい量について

本節の目的は静圧気体ジャーナル軸受でさえられた回転軸系の不すりあい振動を軸の不すりあい量との関係において調べることにより、静圧気体ジャーナル軸受の動荷重に対する応答特性および動的負荷容量を明らかにしようとするものである。静圧気体ジャーナル軸受の動荷重に対する応答特性は、動荷重の大きさよりむしろ動荷重の周波数(振動数)に強く依存している。静圧気体ジャーナル軸受でさえられた回転軸系は振動系を構成しているから系としての固有振動数を持っている。回転軸の両端が、等しい特性を持つ軸受でさえられている剛性回転軸の場合には、前述したように系は *conical mode* と *parallel mode* の2つの固有振動数を有することとなる。したがって軸に特定の周波数の変動荷重が作用している場合、もしその周波数が軸-軸受系のいずれかの固有振動数に一致すれば共振現象を呈し軸は軸受内を大きくふれまわる。つまり静圧気体ジャーナル軸受の動荷重に対する負荷容量は系の固有振動数に一致した周波数の動荷重に対して最小になるのである。この理由は次のように説明できるであろう。すなわちジャーナルにかかる変動荷重は一般に回転軸の慣性力と軸受反力にすりあっているものであるが、動荷重の周波数が系の固有振動数に一致した場合には主として静圧効果に基づく軸受の半径方向の反力は軸の慣性力と完全につりあい、動荷重をささえる力としては動圧効果に基づく円周方向の気体膜反力が作用しなくなるのである。したがって静圧気体ジャーナル軸受の共振周波数付近の動荷重に対する特性を調べれば、動荷重に対する軸受の最も厳しい条件を求めることができる。また実際上問題となる動荷重は軸の残留不すりあいに基く回転速度に同期した不すりあい強制力であるから、共振点付近の不すりあい振動の特性を、軸の不すりあい量

との関係において明らかにすることによつて、一般に同題となる静圧気体ジャーナル軸受の動荷重に対する特性はかなり解明されたことになるといえるだろう。そこでここでは、まず軸の両端を特性の等しい軸受でささえられた左右対称な剛性回転軸系の不つりあい振動を一般的に解き、次に一つの軸受に着目し、共振点付近のジャーナルの振動特性を調べ、共振点を安全に越させることができる最大の不つりあい量について検討する。

式(4-58)~(4-61)において重力の影響を除くためにこれらの諸式へ $x_1 \rightarrow x_0 + x_1$, $y_1 \rightarrow y_0 + y_1$, $x_2 \rightarrow x_0 + x_2$, $y_2 \rightarrow y_0 + y_2$ を代入し、軸の自重によるジャーナルの偏心位置 (x_0, y_0) を原点とする新しい直交座標 (x, y) に関する軸の運動方程式を求めると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{I}{2l^2}(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + \frac{I_p}{2l^2}\dot{\phi}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \frac{zb_1}{\omega}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{x}{P_m}a_1 + b_1\right)(x_1 - x_2) + \left(\frac{x}{P_m}a_2 + b_2\right)(y_1 - y_2) \right\} = \frac{-\gamma(I - I_p)}{lC_r} \dot{\phi}^2 \sin\phi \end{aligned} \quad (4-63)$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{2l^2}(\ddot{y}_1 - \ddot{y}_2) - \frac{I_p}{2l^2}\dot{\phi}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \frac{zb_1}{\omega}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{x}{P_m}a_1 + b_1\right)(y_1 - y_2) - \left(\frac{x}{P_m}a_2 + b_2\right)(x_1 - x_2) \right\} = \frac{+\gamma(I - I_p)}{lC_r} \dot{\phi}^2 \cos\phi \end{aligned} \quad (4-64)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2}(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - \frac{zb_1}{\omega}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \left(\frac{x}{P_m}a_1 + b_1\right)(x_1 + x_2) \right. \\ \left. + \left(\frac{x}{P_m}a_2 + b_2\right)(y_1 + y_2) \right\} = -M\varepsilon_0 \dot{\phi}^2 \cos(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (4-65)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2}(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + \frac{2\pi R^2 P_a P_m}{C_r} \left\{ \frac{zb_2}{\omega}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \frac{zb_1}{\omega}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + \left(\frac{x}{P_m}a_1 + b_1\right)(y_1 + y_2) \right. \\ \left. - \left(\frac{x}{P_m}a_2 + b_2\right)(x_1 + x_2) \right\} = -M\varepsilon_0 \dot{\phi}^2 \sin(\phi + \beta) \end{aligned} \quad (4-66)$$

ここで軸受中心からのジャーナル中心の幾次元変位 x_0, y_0 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{Mg \left(\frac{x}{p_m} a_2 + b_2 \right)}{4\pi R^2 P_a \left\{ \left(\frac{x}{p_m} a_1 + b_1 \right)^2 + \left(\frac{x}{p_m} a_2 + b_2 \right)^2 \right\}^{1/2}} \\ y_0 &= \frac{-Mg \left(\frac{x}{p_m} a_1 + b_1 \right)}{4\pi R^2 P_a \left\{ \left(\frac{x}{p_m} a_1 + b_1 \right)^2 + \left(\frac{x}{p_m} a_2 + b_2 \right)^2 \right\}^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (4-67)$$

定常回転時の軸の振動を議論するのであるから

$$t=0 ; \quad \phi=0, \quad \dot{\phi}=\omega \quad (4-68)$$

の初期条件を用いて式(4-52)を積分すれば

$$\phi = \omega t \quad (4-69)$$

となる。

初めに非回転時における軸の自由振動について見るために式(4-63)～(4-66)において $\dot{\phi} = \omega = 0$ とするとそれぞれ式(4-70)～(4-73)となる

$$\frac{I}{2l^2}(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + 12\pi\mu L \left(\frac{R}{C_r} \right)^3 \left\{ 1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right) \right\} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) = 0 \quad (4-70)$$

$$\frac{I}{2l^2}(\ddot{y}_1 - \ddot{y}_2) + 12\pi\mu L \left(\frac{R}{C_r} \right)^3 \left\{ 1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right) \right\} (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k(y_1 - y_2) = 0 \quad (4-71)$$

$$\frac{M}{2}(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + 12\pi\mu L \left(\frac{R}{C_r} \right)^3 \left\{ 1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right) \right\} (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + k(x_1 + x_2) = 0 \quad (4-72)$$

$$\frac{M}{2}(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + 12\pi\mu L \left(\frac{R}{C_r} \right)^3 \left\{ 1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right) \right\} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + k(y_1 + y_2) = 0 \quad (4-73)$$

上の諸式からわかるように、非回転時においては x と y の連成項はなくなり、 x 方向と y 方向の運動は独立となる。また軸の自由振動の減衰係数 C は

$$C = 12\pi\mu L \left(\frac{R}{C_r} \right)^3 \left\{ 1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right) \right\} \quad (4-74)$$

で与えられるから、減衰係数 C は軸受半径の半径すきまに対する比 R/C_r の3乗に比例することがわかる。そこで式(4-70)と式(4-72)から x 方向の自由振動の一般解を求めると式(4-75)となる。

$$\begin{aligned}
 x_1 &= e^{-\rho_1 t} (A_1 \cos \Omega_c t + A_2 \sin \Omega_c t) \\
 &\quad + e^{-\rho_2 t} (A_3 \cos \Omega_p t + A_4 \sin \Omega_p t) \\
 x_2 &= -e^{-\rho_1 t} (A_1 \cos \Omega_c t + A_2 \sin \Omega_c t) \\
 &\quad + e^{-\rho_2 t} (A_3 \cos \Omega_p t + A_4 \sin \Omega_p t)
 \end{aligned}
 \tag{4-75}$$

上式の ρ_1 , ρ_2 および Ω_c , Ω_p は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \frac{12\pi\mu L^2}{I} \left(\frac{R}{C_n}\right)^3 \left\{1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right)\right\} \\
 \rho_2 &= \frac{12\pi\mu L}{M} \left(\frac{R}{C_n}\right)^3 \left\{1 - \frac{2R}{L} \tanh\left(\frac{L}{2R}\right)\right\} \\
 \Omega_c &= \Omega_{c0} \sqrt{1 - \frac{C^2 l^2}{2kI}} & \Omega_p &= \Omega_{p0} \sqrt{1 - \frac{C^2}{2kM}} \\
 \Omega_{p0} &= \sqrt{\frac{2k}{M}} & \Omega_{c0} &= \sqrt{\frac{2k l^2}{I}}
 \end{aligned}
 \tag{4-76}$$

Ω_{c0} および Ω_{p0} はそれぞれ減衰係数 $C=0$ とした場合の軸の conical mode および parallel mode の固有振動数である。

さて静的釣合点 (x_0, y_0) のまわりのなつりあい振動を解くために

$$\begin{aligned}
 x_1 &= B_1 \cos \omega t - B_2 \sin \omega t \\
 y_1 &= B_2 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t \\
 x_2 &= B_3 \cos \omega t - B_4 \sin \omega t \\
 y_2 &= B_4 \cos \omega t + B_3 \sin \omega t
 \end{aligned}
 \tag{4-77}$$

と仮定する。式(4-77)を式(4-63)あるいは式(4-64)へ代入すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 B_1 - B_3 &= \frac{-\frac{z l r}{C_n} \omega^2 \Omega_{c0}^2 \frac{(a_2 - p_m b_2 / \chi)}{(1 - \mu_1)}}{\left\{ \left[\omega^2 - \Omega_{c0}^2 \frac{(a_1 - p_m b_1 / \chi)}{(1 - \mu_1)} \right]^2 + \Omega_{c0}^4 \frac{(a_2 - p_m b_2 / \chi)^2}{(1 - \mu_1)^2} \right\}} \\
 B_2 - B_4 &= \frac{-\frac{z l r}{C_n} \omega^2 \Omega_{c0}^2 \frac{(a_1 - p_m b_1 / \chi)}{(1 - \mu_1)}}{\left\{ \left[\omega^2 - \Omega_{c0}^2 \frac{(a_1 - p_m b_1 / \chi)}{(1 - \mu_1)} \right]^2 + \Omega_{c0}^4 \frac{(a_2 - p_m b_2 / \chi)^2}{(1 - \mu_1)^2} \right\}}
 \end{aligned}
 \tag{4-78}$$

∴ ∴ ∴

$$\mu_1 = I_p / I \quad (4-79)$$

式(4-77)を式(4-65)あるいは式(4-66)へ代入すれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} B_1 + B_3 &= \frac{2\varepsilon_0 \omega^2 [\cos\beta \{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \} + \sin\beta \cdot \Omega_{p0}^2 (a_2 - P_m b_2/x)]}{[\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \}^2 + \Omega_{p0}^4 (a_2 - P_m b_2/x)^2]} \\ B_2 + B_4 &= \frac{2\varepsilon_0 \omega^2 [\sin\beta \{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \} - \cos\beta \cdot \Omega_{p0}^2 (a_2 - P_m b_2/x)]}{[\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \}^2 + \Omega_{p0}^4 (a_2 - P_m b_2/x)^2]} \end{aligned} \right\} (4-80)$$

式(4-78) (4-80)より式(4-77)の各係数 B_1, B_2, B_3, B_4 を求め式(4-77)へ代入して整理すればつりあひ振動の解として次式が得られる。

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\frac{l\gamma}{C_r} \omega^2 \sin(\omega t - \delta_1)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 \frac{(a_1 - P_m b_1/x)}{(1-\mu_1)} \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 \frac{(a_2 - P_m b_2/x)^2}{(1-\mu_1)^2} \right]^{1/2}} \\ &+ \frac{\varepsilon_0 \omega^2 \cos(\omega t + \beta - \delta_2)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 (a_2 - P_m b_2/x)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (4-81)$$

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{-\frac{l\gamma}{C_r} \omega^2 \cos(\omega t - \delta_1)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 \frac{(a_1 - P_m b_1/x)}{(1-\mu_1)} \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 \frac{(a_2 - P_m b_2/x)^2}{(1-\mu_1)^2} \right]^{1/2}} \\ &+ \frac{\varepsilon_0 \omega^2 \sin(\omega t + \beta - \delta_2)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 (a_2 - P_m b_2/x)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (4-82)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-\frac{l\gamma}{C_r} \omega^2 \sin(\omega t - \delta_1)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 \frac{(a_1 - P_m b_1/x)}{1-\mu_1} \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 \frac{(a_2 - P_m b_2/x)^2}{(1-\mu_1)^2} \right]^{1/2}} \\ &+ \frac{\varepsilon_0 \omega^2 \cos(\omega t + \beta - \delta_2)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{p0}^2 (a_1 - P_m b_1/x) \right\}^2 + \Omega_{p0}^4 (a_2 - P_m b_2/x)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (4-83)$$

$$y_2 = \frac{\frac{E_0}{C_r} \omega^2 \cos(\omega t - \delta_1)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{co}^2 \frac{(a_1 - p_m b_1/x)}{(1-\mu_1)} \right\}^2 + \Omega_{co}^4 \frac{(a_2 - p_m b_2/x)^2}{(1-\mu_1)^2} \right]^{1/2}} + \frac{E_0 \omega^2 \sin(\omega t + \beta - \delta_2)}{\left[\left\{ \omega^2 - \Omega_{po}^2 (a_1 - p_m b_1/x) \right\}^2 + \Omega_{po}^4 (a_2 - p_m b_2/x)^2 \right]^{1/2}} \quad (4-84)$$

∴ ∴

$$\left. \begin{aligned} \tan \delta_1 &= \frac{-\Omega_{co}^2 \frac{(a_2 - p_m b_2/x)}{(1-\mu_1)}}{\left\{ \Omega_{co}^2 \frac{(a_1 - p_m b_1/x)}{(1-\mu_1)} - \omega^2 \right\}} \\ \tan \delta_2 &= \frac{-\Omega_{po}^2 (a_2 - p_m b_2/x)}{\left\{ \Omega_{po}^2 (a_1 - p_m b_1/x) - \omega^2 \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (4-85)$$

式(4-81)～(4-84)において右辺第1項は動不つりあいによる conical mode の強制振動で、第2項は静不つりあいによる parallel mode の強制振動である。conical mode の共振速度を ω_c rad/sec, parallel mode のそれを ω_p rad/sec とすると

$$\omega_c = \Omega_{co} \sqrt{\frac{(a_1 - p_m b_1/x)}{(1-\mu_1)}}, \quad \omega_p = \Omega_{po} \sqrt{(a_1 - p_m b_1/x)} \quad (4-86)$$

となる。

式(4-81)～(4-84)および式(4-85), (4-86)より、両者の振動特性はジャイロ効果を無視すればまったく同じものとなる。そこで parallel mode のみに注目して共振点付近の振幅および位相特性を調べる。

式(4-81)～(4-84)より静不つりあいに基く強制振動の振幅を A とすれば、 A は次式となる。

$$A = \frac{E_0 \left(\frac{\omega}{\Omega_{po}} \right)^2}{\left[\left\{ \left(\frac{\omega}{\Omega_{po}} \right)^2 - (a_1 - p_m b_1/x) \right\}^2 + (a_2 - p_m b_2/x)^2 \right]^{1/2}} \quad (4-87)$$

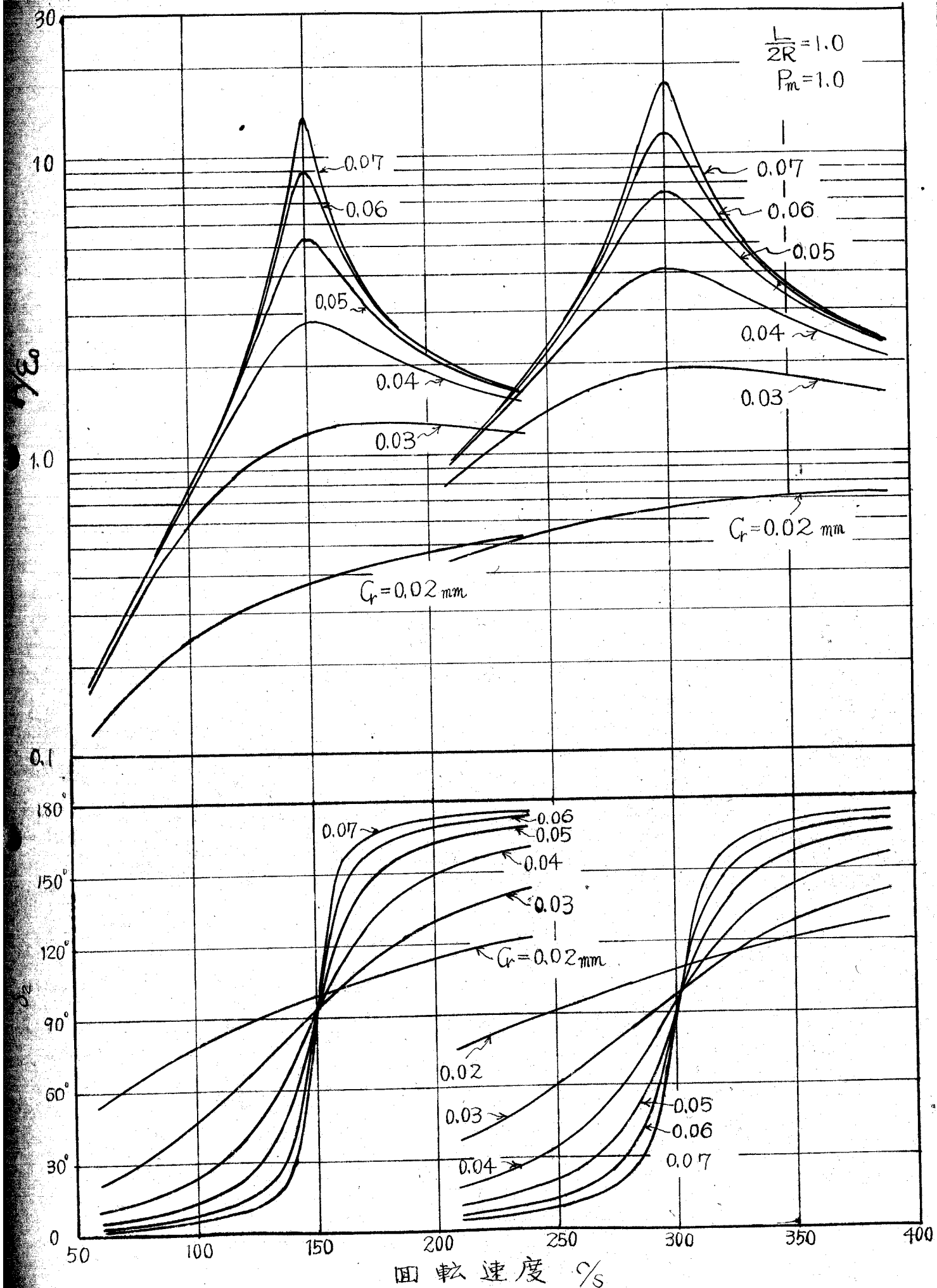
一オジャーナルの変位に対する不つりあい力の進み角 δ_2 は

$$\delta_2 = \arctan \left[\frac{(a_2 - p_m b_2 / \chi)}{\left\{ \left(\frac{\omega}{\Omega_{p_0}} \right)^2 - (a_1 - b_1 p_m / \chi) \right\}^2} \right] \quad (4-88)$$

となる。

式(4-87)(4-88)で与えられる振幅, 位相特性は *parallel mode* の不つりあい振動であったが, 一オ1個の軸受とジャーナル部の1個の等価質量によって構成される1自由度系の不つりあいによる強制振動と考えることもできる。この場合には Ω_{p_0} はその1自由度系の非回転時における固有角振動数を意味し, また E_0 は軸受あるいはジャーナルに作用する等価的な不つりあいを無次元偏重心として表わしたものとなる。そこでこのような見方によって, 無次元偏重心として表わされた不つりあい力および回転速度に等しい周波数の動荷重に対する軸受の特性を調べていくことにする。⁴

図4-7は $L/2R = 1.0$ で $R = 15 \text{ mm}$ の場合, $\Omega_{p_0} = 2\pi \times 150 \text{ rad/sec}$ および $2\pi \times 300 \text{ rad/sec}$ における共振点付近の振幅および位相特性である。軸と軸受が与えられたとき Ω_{p_0} を変化させるには給気圧力を変えるのであるから Ω_{p_0} の値の変化によって p_m も変化するがここでは $p_m = 1.0$ として計算してある。この図からわかるように共振点の特性は半径すきまによってかなり異なり半径すきま C_r が大きくなると最大振幅は著しく大きくなっている。また共振速度 Ω_{p_0} が大きくなると振幅は一般に大きくなる傾向にある。もっともこれは不つりあいによる強制力が $\Omega_{p_0}^2$ に比例して増加するから当然のことといえよう。軸の変位に対する不つりあい力の進み角 δ_2 は, 回転速度が Ω_{p_0} よりわずかに小さい所で 90° になっており, この傾向はすきまが小さいほど顕著になっている。式(4-87), (4-88)で与えられる特性は, 周波数が ω で力の振幅が $M \omega^2$ で与えられる強制力に対する応答特性である



回転速度 %

図4-7

が周波数が ω で幅幅が F_0 であるような回転荷重に対しても $\epsilon_0 = F_0 / M G \omega^2$ とすれば式(4-87), (4-88) が直接適用できる。

さて静圧ジャーナル又は軸受でささえられた回転軸は一般に高速で使用されるため軸受の共振速度を越させなければならない。しかしその際もし軸受すきまが比較的大きく軸のつりあいが大きい場合には、図4-7からわかるように、共振点でのジャーナルのふれまわりは著しく大きくなり、共振点が越せなくなる事態も生ずる。これをさけるためには軸のつりあいを出来る限り小さくすればよいのであるが、軸受の諸寸法が与えられた場合、軸のつりあいをどの程度に抑えたらよいかはあらかじめわかれば都合がよい。そこでここでは軸が共振点を容易に越すことができるためには共振点における最大振幅が偏心率の $1/2$ 以内に留まる必要があると考え、そのためにはつりあいをどの程度以下にすればよいか調べる。この意味において許しうる最大のつりあいをここでは許容つりあいとなづけ、許容つりあいに対応する累次元許容偏心 ϵ_{0a} を求める。

$$A_{max} \leq 0.5 \quad (4-89)$$

という条件より

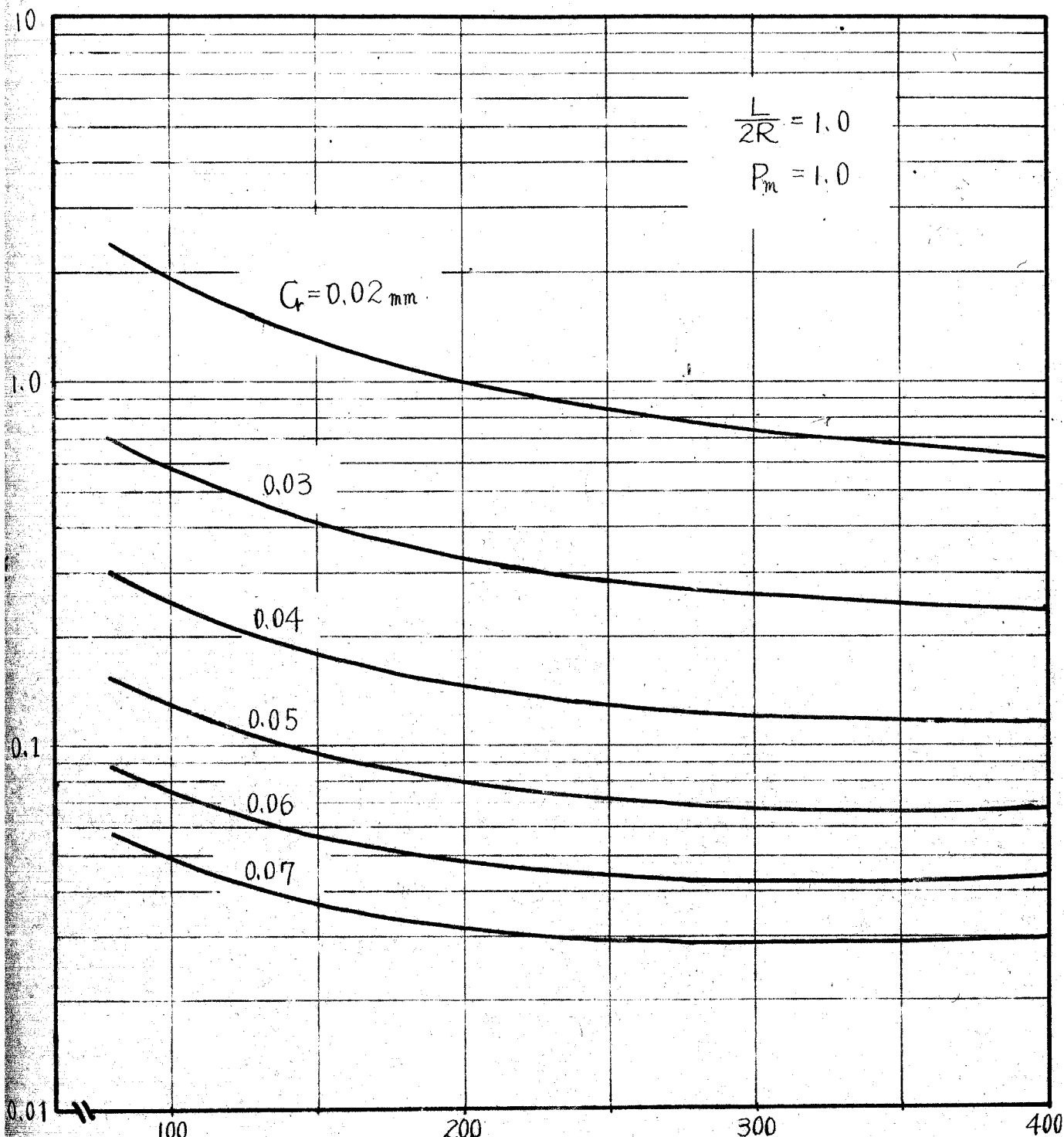
$$\epsilon_0 \leq 0.5 \times \left[\left\{ 1 - \left(\frac{R_0}{\omega} \right)^2 (a_1 - R_m b_1/x) \right\}^2 + \left(\frac{R_0}{\omega} \right)^4 (a_2 - R_m b_2/x)^2 \right]^{1/2} \quad (4-90)$$

となる。したがって ϵ_{0a} は

$$\epsilon_{0a} = (\epsilon_0)_{max} \quad (4-91)$$

で与えられる。

図4-8は共振速度に対する累次元許容偏心 ϵ_{0a} の値を半径すきま G をパラメータにして図示したものである。ここでは図4-7と同じように $1/2 R = 1.0$ の場合でまた $R_m = 1.0$ として計算してある。これから一般に共振速度が高くなると累次元許容偏心は小さくなるが、 G が大きい場合には共振速度



共振速度 %

图4-8

の増加にしたがって再び減少する傾向がみられる。

そこで次に共振速度をパラメータにとり、半径すきまに対する ϵ_{0a} の変化を図4-9 に示す。これから ϵ_{0a} は主として半径すきまに強く左右され C_r が小さくなると ϵ_{0a} は着しく増加することがわかる。

以上の解析は軸受の共振点を軸が安全に通過できるような軸の不つりあい量を偏重心の量として評価したものであるが、一般に回転速度に同期した周波数の変動荷重に対してもこの解析結果が適用できる。すなわち共振点において軸受が安全に作動するためには変動荷重の振幅は

$$F_{al} = \epsilon_{0a} \cdot M G \Omega_p^2 \quad (4-92)$$

で与えられる F_{al} より小さくなければならない。ただしここで Ω_p は共振角速度であり、 M はジャーナルの等価質量、 ϵ_{0a} は式(4-91)で与えられる許容偏重心である。

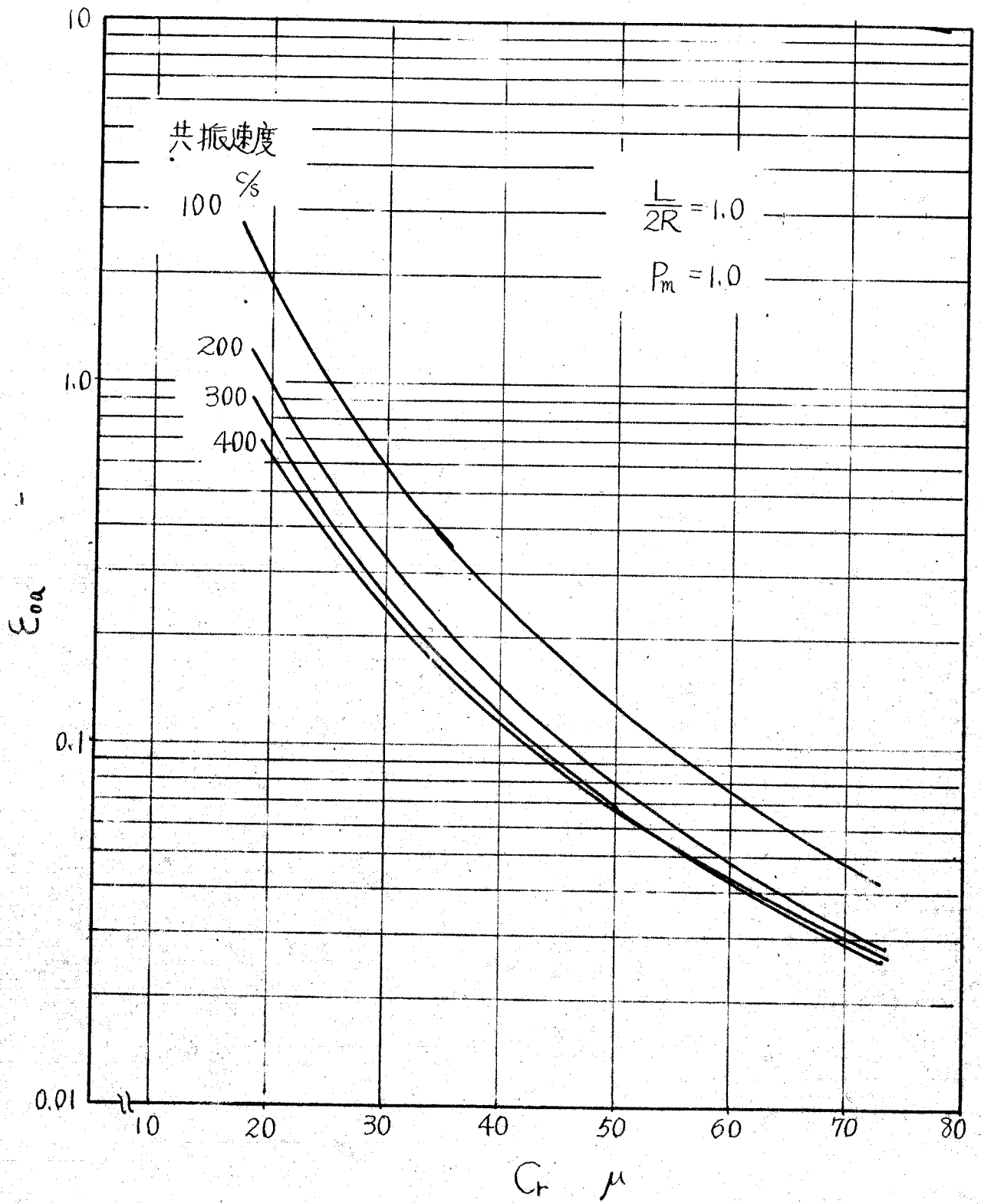


图4-9

4-4 ふれまわり不安定性

ここではつりあいのとれた左右対象な剛性回転軸がその両端を拵性の新しい静圧気体ジャーナル軸受でささえられている場合、その系の安定性について解析する。

式(4-54)~(4-57)において $\gamma = e_0 = 0$, $\sigma = 0$, $\dot{\phi} = \omega$ とおき、さらに重力の影響を除くために静止座標系 $O-XYZ$ の原点 O を軸の O' の静的釣合点に平行移動すると、回転軸の運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_x + \frac{I_p}{2l^2} \omega \dot{\theta}_y + \frac{S}{C_r} \left\{ \frac{2b_2}{\omega} \dot{\theta}_x - \frac{2b_1}{\omega} \dot{\theta}_y + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \theta_x + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) \theta_y \right\} &= 0 \\ \frac{I}{2l^2} \ddot{\theta}_y - \frac{I_p}{2l^2} \omega \dot{\theta}_x + \frac{S}{C_r} \left\{ \frac{2b_1}{\omega} \dot{\theta}_y + \frac{2b_2}{\omega} \dot{\theta}_x + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \theta_y - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) \theta_x \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} (4-93)$$

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{X}_0 + \frac{2S}{C_r} \left\{ \frac{2b_2}{\omega} \dot{X}_0 - \frac{2b_1}{\omega} \dot{Y}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) X_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) Y_0 \right\} &= 0 \\ M \ddot{Y}_0 + \frac{2S}{C_r} \left\{ \frac{2b_1}{\omega} \dot{Y}_0 + \frac{2b_2}{\omega} \dot{X}_0 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) Y_0 - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) X_0 \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} (4-94)$$

ただし、ここで $S = 2\pi R^2 P_a P_m$ としてある。

式(4-93) および式(4-94)へ

$$\theta_x = B_1 e^{\nu t}, \quad \theta_y = B_2 e^{\nu t}, \quad X_0 = B_3 e^{\nu t}, \quad Y_0 = B_4 e^{\nu t} \quad (4-95)$$

を代入し整理すると式(4-96)および式(4-97)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{I C_r}{2l^2 S} \nu^2 + \frac{2b_2}{\omega} \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \right\} B_1 + \left\{ \left(\frac{I_p \omega C_r}{2l^2 S} - \frac{2b_1}{\omega} \right) \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) \right\} B_2 &= 0 \\ - \left\{ \left(\frac{I_p \omega C_r}{2l^2 S} - \frac{2b_1}{\omega} \right) \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_1 \right) \right\} B_1 + \left\{ \frac{I C_r}{2l^2 S} \nu^2 + \frac{2b_2}{\omega} \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \right\} B_2 &= 0 \end{aligned} \right\} (4-96)$$

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{M C_r}{2S} \nu^2 + \frac{2b_2}{\omega} \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \right\} B_3 - \left\{ \frac{2b_1}{\omega} \nu - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) \right\} B_4 &= 0 \\ \left\{ \frac{2b_1}{\omega} \nu - \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2 \right) \right\} B_3 + \left\{ \frac{M C_r}{2S} \nu^2 + \frac{2b_2}{\omega} \nu + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1 \right) \right\} B_4 &= 0 \end{aligned} \right\} (4-97)$$

系の特性方程式は式(4-96)および式(4-97)において、2元連立方程式の係数が構成する行列式が零という条件から求められる。すなわち式(4-96)より conical mode の特性方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{IG_r}{2l^2S}\right)^2 \nu^4 + 2 \frac{IG_r b_2}{l^2 S \omega} \nu^3 + \left\{ \frac{IG_r}{l^2 S} \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) + \left(\frac{I_p \omega G_r}{2l^2 S} - \frac{2b_1}{\omega}\right)^2 + \frac{4b_2^2}{\omega^2} \right\} \nu^2 \\ + \left\{ 4 \frac{\chi}{\omega P_m} (a_1 b_2 - a_2 b_1) + \frac{I_p \omega G_r}{l^2 S} \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right) \right\} \nu \\ + \left\{ \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right)^2 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right)^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4-98)$$

一方 parallel mode の特性方程式は式(4-97)より

$$\begin{aligned} \left(\frac{MG_r}{2S}\right)^2 \nu^4 + 2 \frac{MG_r b_2}{S \omega} \nu^3 + \left\{ \frac{MG_r}{S} \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right) + \frac{4b_1^2}{\omega^2} + \frac{4b_2^2}{\omega^2} \right\} \nu^2 \\ + \frac{4\chi}{P_m} (a_1 b_2 - a_2 b_1) \nu + \left\{ \left(\frac{\chi}{P_m} a_1 + b_1\right)^2 + \left(\frac{\chi}{P_m} a_2 + b_2\right)^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4-99)$$

となる。

Nurwitz の安定判別を特性方程式の係数に適用すると、系が安定から不安定に遷移する際の回転速度が求められる。ふれまわりが発生する回転速度は threshold speed と呼ばれているが、conical mode のふれまわり開始速度 ω_c は式(4-100)で与えられる。

$$\omega_c = \frac{2D_1 \Omega_{c0}}{(1 - \sigma_1 D_2 \Omega_{c0}^2) \sqrt{1 - \zeta_0}} \quad (4-100)$$

また系が不安定に突入する際に発生する自動振動の角振動数 Ω_{cs} は式(4-100)を式(4-98)へ適用すれば求められ次式となる。

$$\Omega_{cs} = \frac{D_1 \Omega_{c0}}{\sqrt{1 - \zeta_0}} \quad (4-101)$$

ここで Ω_{c0} は非回転時における conical mode の固有角振動数で、 D_1 、 D_2 、 σ_1 および ζ_0 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 D_1 &= \left\{ a_1 \left(1 - \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2} \right) \right\}^{1/2} \\
 D_2 &= -\frac{a_2}{b_2} \times \frac{L}{2R} \\
 \sigma_1 &= \frac{MG_r}{\pi R L P_a P_m} \\
 \zeta_0 &= \frac{2 I_p}{I (1 - \sigma_1 D_2 \Omega_{co}^2)}
 \end{aligned} \right\} \quad (4-102)$$

一方 parallel mode の固有振動数が自励的になる際の回転速度 ω_p は式(4-99)より

$$\omega_p = \frac{2 D_1 \Omega_{po}}{(1 - \sigma_1 D_2 \Omega_{po}^2)} \quad (4-103)$$

となり、固有振動が自励的になる際の角振動数 Ω_{ps} は

$$\Omega_{ps} = D_1 \Omega_{po} \quad (4-104)$$

となる。軸の両端を軸受で対称的にささえられた軸-軸受系は conical mode と parallel mode の固有振動数を有するから、このような回転軸が安定に回転する最高回転速度 f_{max} % は

$$\left. \begin{aligned}
 f_{max} &= \frac{1}{2\pi} \omega_c & \omega_p > \omega_c \\
 &= \frac{1}{2\pi} \omega_p & \omega_c > \omega_p
 \end{aligned} \right\} \quad (4-105)$$

で与えられる。

さて一般の細長い軸においてほゞ $\ll 1$ となり、式(4-100)および(4-101)の形はそれぞれ式(4-103)および(4-104)に一致する。そこで以下では式(4-103)および式(4-104)にむとづいて不安定性に関する一般的な議論を行なう。

非回転時における固有振動数を f_0 とし、この固有振動に対応する最高回転速度を f_{max} 、固有振動が自励的となる際の振動数を f_s とすると、 f_{max} と f_0 および f_s と f_0 との関係は式(4-103)および式(4-104)より、

$$f_{max} = \frac{2D_1 f_0}{(1 - \sigma_2 D_2 f_0^2)} \quad (4-106)$$

$$f_s = D_1 f_0 \quad (4-107)$$

となる。ここで

$$\sigma_2 = \frac{4\pi M G_r}{R L P_a \rho_m} \quad (4-108)$$

とおいっている。

D_1 および D_2 は f_{max} の関数であるから式(4-106)において f_0 を与えると簡単に f_{max} が求められるとは言えない。そこで D_1 および D_2 の値は回転速度 ω に対してどのように変化するかを調べてみる。 D_1 および D_2 は ω を含む無次元量 λ_{P_m} と軸受幅比 $1/2R$ のみの関数なので、 $1/2R$ をパラメータにとり λ_{P_m} に対する D_1 および D_2 の値の変化をそれぞれ図4-10(a);(b)に示す。図4-10からわかるように λ_{P_m} が比較的小さい範囲では D_1 および D_2 はいずれもほぼ一定値になっている。 λ_{P_m} は $(R/G_r)^2 \omega$ に比例するが、その値は供給気体が空気で $R=15\text{mm}$ の場合、 $G_r=0.02\text{mm}$ 、 $\omega=2\pi \times 1000 \text{ rad/sec}$ としても $\lambda_{P_m} \leq 3.84$ となる。そこで一般に $1/2R$ が1.0以下の軸受においては、たとえ回転速度が大きく変化しても常に $D_1 \approx 1.0$ 、 $D_2 \approx 1.25$ とみなしてさしつかえない。

そこで $D_1=1.0$ 、 $D_2=1.25$ とすると式(4-106)は

$$f_{max} = \frac{2f_0}{(1 - \sigma_3 f_0^2)} \quad \left(\sigma_3 = \frac{5\pi M G_r}{R L P_a \rho_m} \right) \quad (4-109)$$

となるから、軸受諸条件によって求められる σ_3 の値を定めると f_0 に対する f_{max} の関係が簡単な式で表わされたことになる。 σ_3 のそれぞれの値に対する f_0 と f_{max} の関係を図4-11に示す。これから f_0 と f_{max} との関係は σ_3 の値が小さくなるにつれ $f_{max}=2f_0$ の直線に近づく、 σ_3 の値が大きくなるにつれこの直線から著しく離れてくることがわかる。したがって σ_3 が大きい場

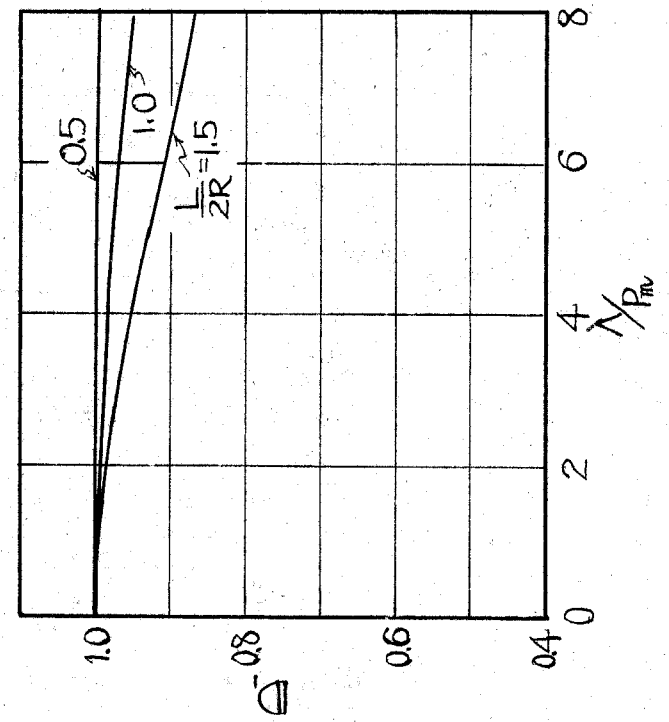
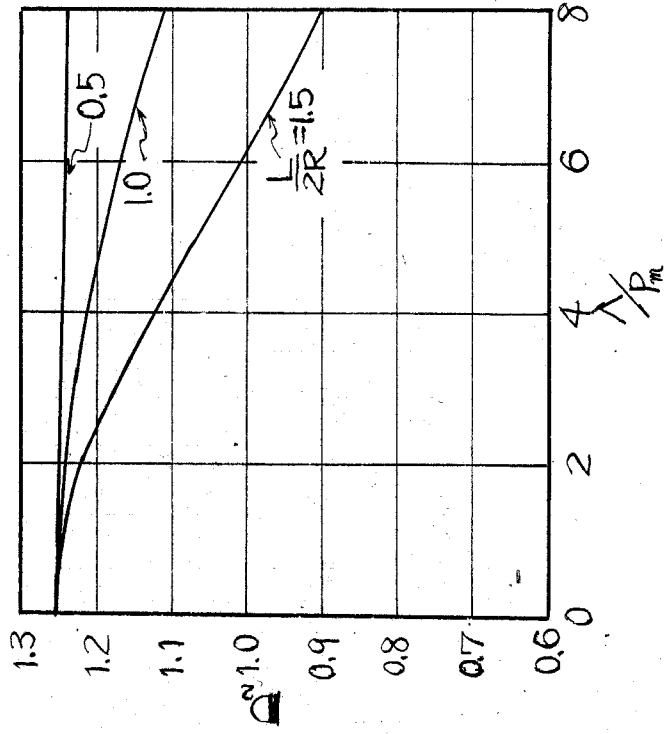


图 4-10

(a)

(b)

025 x 081

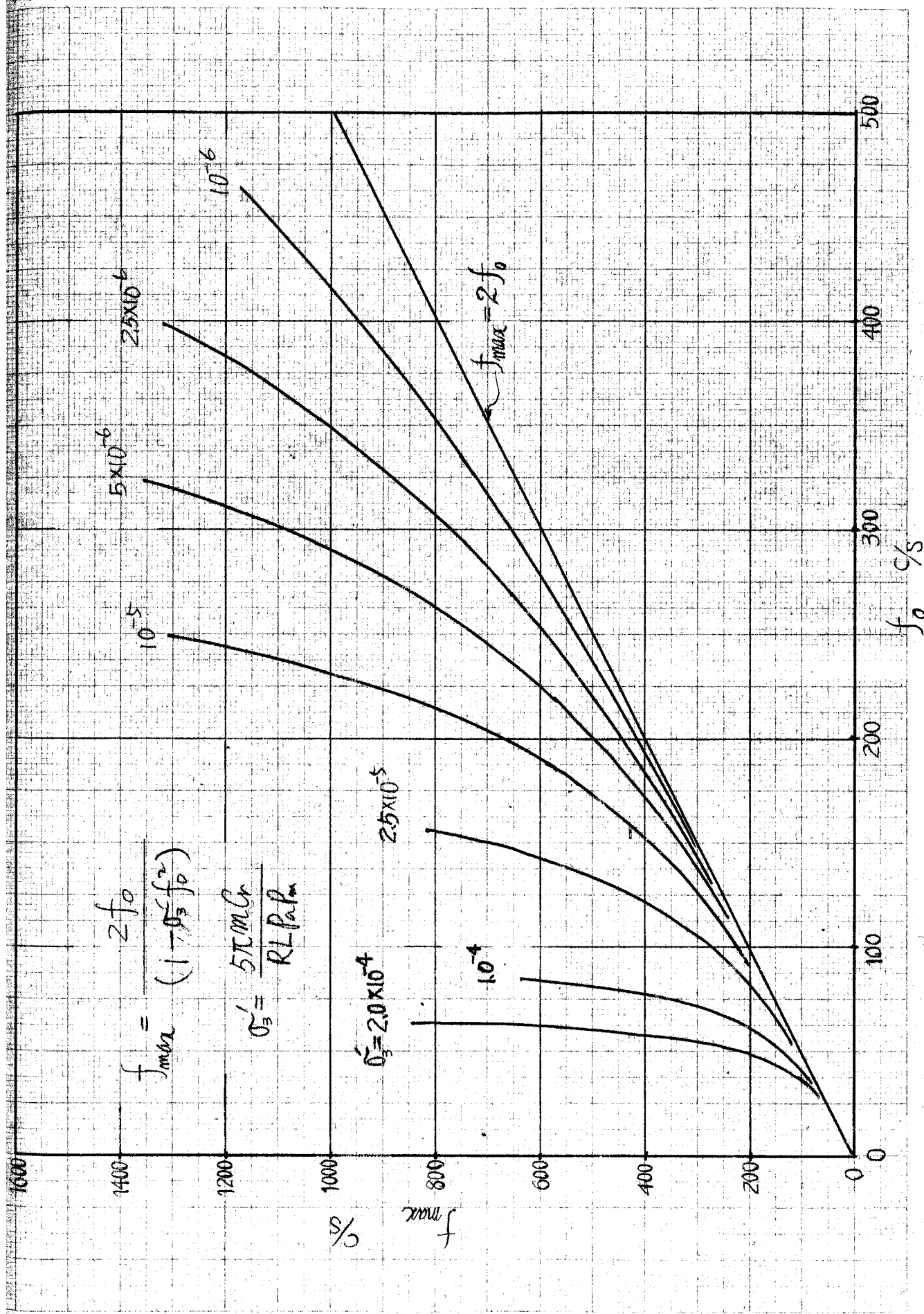


图 4-11

合には f_0 をわずかに増加させても f_{max} は著しく増大する。式(4-109)からわかるように f_0 は軸受内の平均圧力 P_m の関数であるが、この P_m は給気孔数 N を違えても、非回転時の固有振動数 f_0 が同じになるように給気圧力 P_0 を調整すればほぼ一定になっていると考えられる。このため f_0 と f_{max} との関係は給気孔の数にほとんど影響されず、おもに軸受すきま C_r および軸受面積 R_L に強く支配されているといえる。すなわち f_0 が同じならば、軸受すきまが小さく、軸受面積が大きくなるに従って f_{max} は $2f_0$ に近づき、逆に軸受すきまが大きく、軸受面積が小さくなるに従って f_{max} は $2f_0$ より高くなり、いわゆるホワール比 f_{max}/f_0 ($\equiv f_{max}/f_0$) は大きくなる。しかし実際には給気圧力一定の下で軸受すきまを大きく、軸受面積を小さくすると f_0 が著しく減小するので、給気圧力一定の条件下では f_{max} が最大となる最適すきまおよび最適軸受面積が存在することが予想される。

一 また f_3 は一般に f_0 にほとんど等しいが (B/C_r) が大きく $1/2R$ が 1.0 より大きい軸受では f_0 より少し小さくなることがわかる。ただしジヤイロの影響が効いてくるような軸において conical mode の不安定振動が生じた場合には式(4-101)からわかるように f_3 は f_0 より高くなることが予想される。

最後に式(4-109)を用いて軸が不安定になる際に現われる自励振動の mode について調べる。 $S_0 = 0$ とみなしうる軸が2つの相異なる固有振動数 f_{01} および f_{02} を持っている場合を考えると、それぞれの mode の固有振動数に対応する最高回転速度を f_{max1} および f_{max2} とすれば

$$f_{max1} - f_{max2} = \frac{2(f_{01} - f_{02})(1 + \sigma_3 f_{01} f_{02})}{(1 - \sigma_3 f_{01}^2)(1 - \sigma_3 f_{02}^2)}$$

であるから

$$f_{01} > f_{02}$$

に対して常に

$$f_{max1} \leq f_{max2}$$

がなりたつ。したがって2つ以上の固有振動数を有する系においては、最も低い固有振動数に対応する f_{max} が軸の最高回転速度となり、また不安定に突入する際に現われる自励振動の mode もその固有振動数の振動の mode に一致していることがわかる。

式(4-109) は式(4-106) のかなりよい近似式であるが、式(4-100)あるいは(4-103)自体から次のようにして f_0 に対する f_{max} の値を厳密に計算することができる。すなわち f_{max} の j 次近似値を f_j とすれば、まず $f_1 = 2f_0$ とし、この f_1 に対する D_1 と D_2 の値を計算し、それによって式(4-100)あるいは式(4-103)から f_{max} の1次近似値 f_2 を計算する。次にこの f_2 を用いて D_1 と D_2 を計算し、それらを再び式(4-100)あるいは式(4-103)へ代入して f_{max} の2次近似値 f_3 を求める。以下同様にするると図4-10に示す D_1 および D_2 の特性から f_1, f_2, \dots, f_j と f_{max} との間には次のような関係が一般的に成立している。

$$f_1 < f_3 < \dots < f_{max} < \dots < f_4 < f_2 \quad (4-110)$$

したがって式(4-100)あるいは式(4-103)で与えられる f_{max} の値を逐次近似の方法によって厳密に求めることができる。本章の実験的検討において示す f_{max} の計算値は電子計算機を用いこの方法にしたがって計算した値である。

オ5章

静圧気体ジャーナル軸受の動的特性 — 実験的検討 —

5-1 共振特性と回転軸のつりあい量について

5-1-1 実験装置

共振特性および不安定性に関する実験的研究には、同一の軸受を使用し、軸もほぼ同じ形状のものを使用したので、ここでの実験装置の説明は両方の実験に共通したものとして行なうことにする。

実験装置の概略を図5-1に、その写真を図5-2に示す。2個の試験軸受は心出しをよくするために一体に作られており、両軸受間の距離は115mmである。軸はその中央に取付けられた空気タービンによって駆動されるようになっている。回転中軸が軸方向に移動しないように、軸の両端面はスラスト空気軸受でささえられている。軸受の写真を図5-3に示す。軸受幅は25mm、軸受内径は30mmで、給気孔は軸受中央に1列30°間隔に合計12個あり、給気孔径は0.8mmである。給気孔の数と配置はシール用ねじで自由に表えられるようになっているが、共振特性の実験においては給気孔数は12個の場合のみを扱った。給気圧力 P_0 としては軸受空気だめの圧力をブルドン管へ導き測定した。軸の振動は、軸の両端の軸受に近い部分の水平方向および鉛直方向の変位を検出し、静電容量変換によりボジグラフに記録した。

軸受すきまの影響は、軸のジャーナル部の径を違えた軸を作ることによつて調べた。共振特性の実験に送った軸は4本で、軸-軸受間の平均半径

- ① 試験軸受
- ② 用車軸
- ③ スラスト軸受
- ④ 振動測定端子
- ⑤ シール用ネジ
- ⑥ 変位較正用マイクロメータ

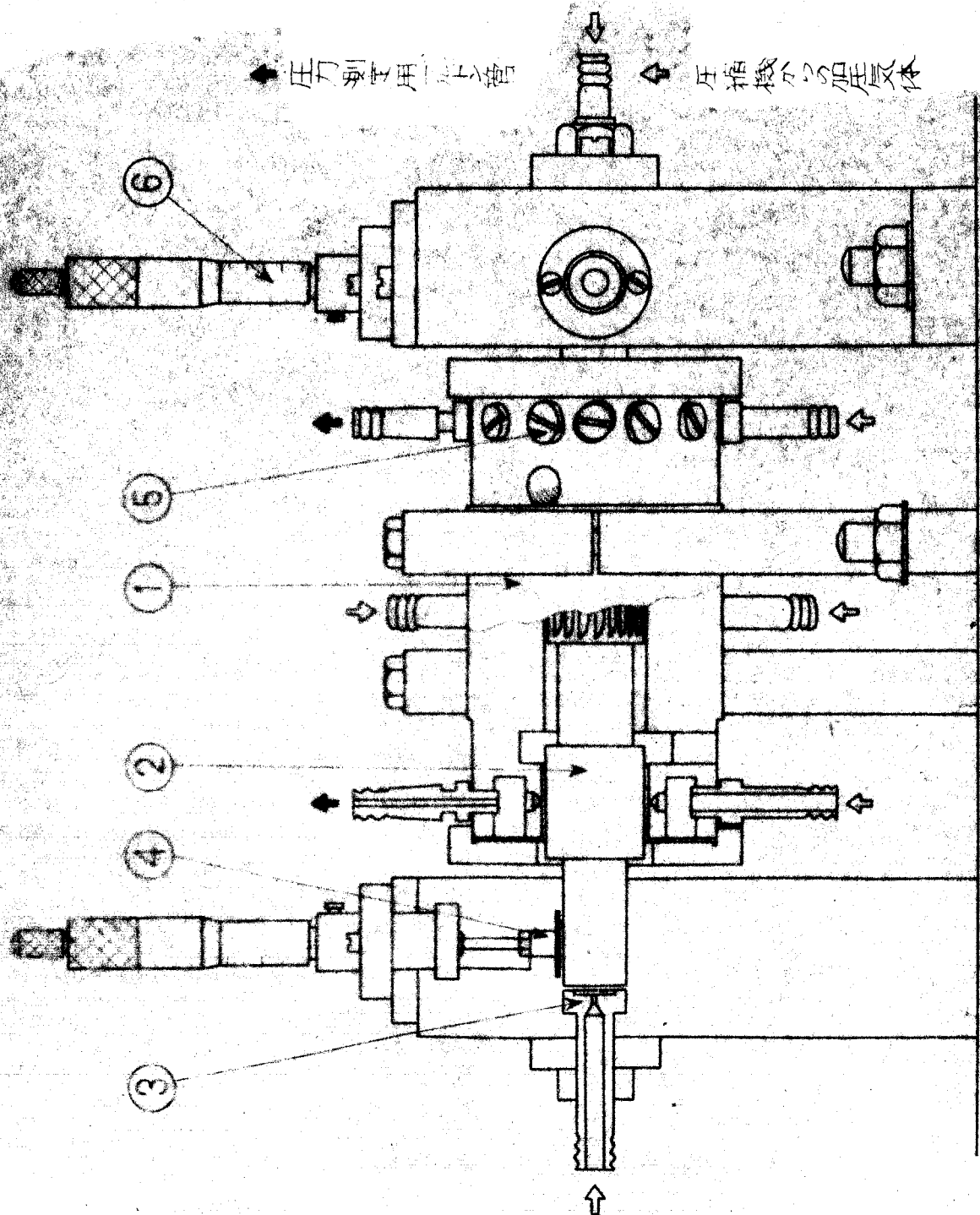
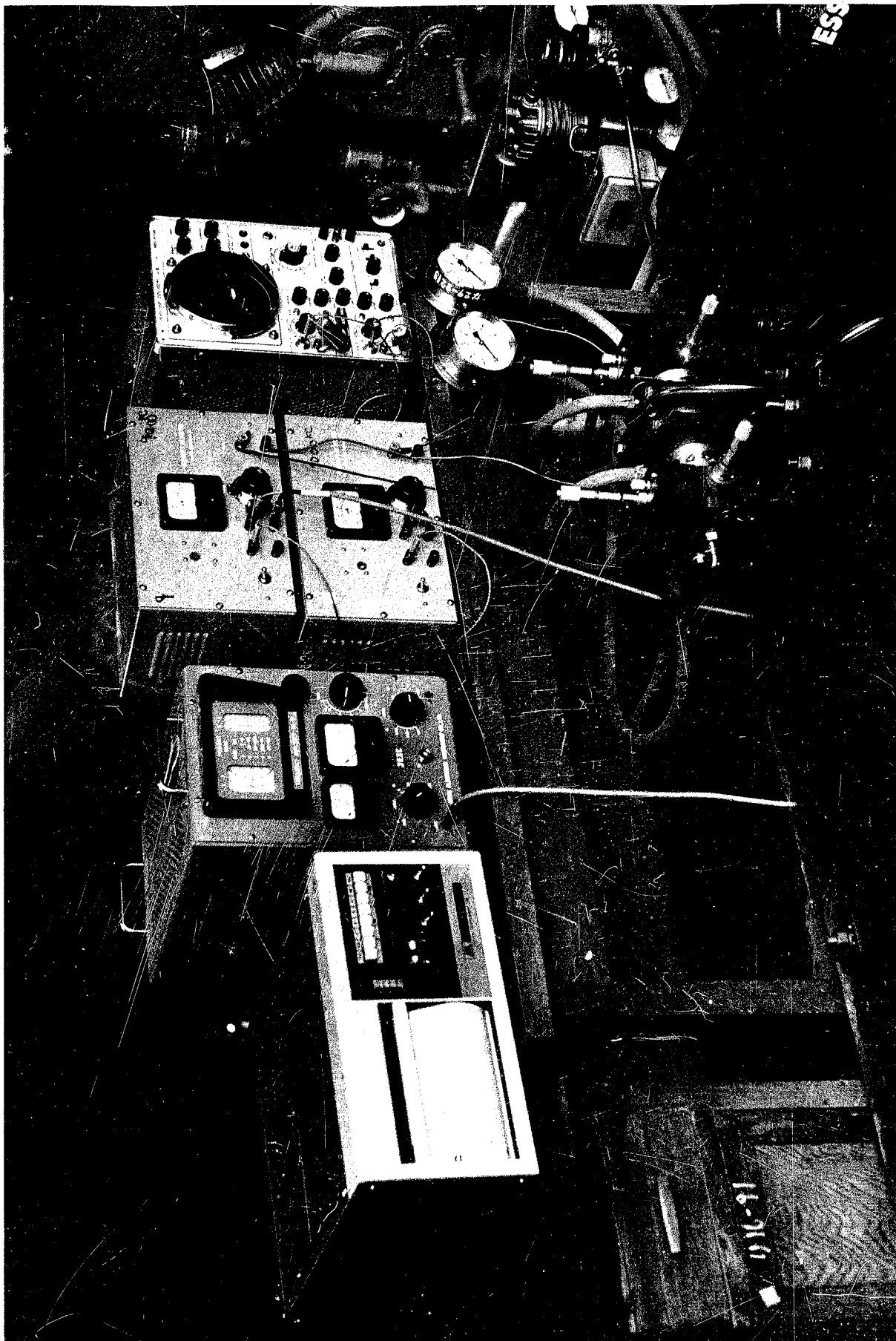


図 5-1



5-2



图 5-3

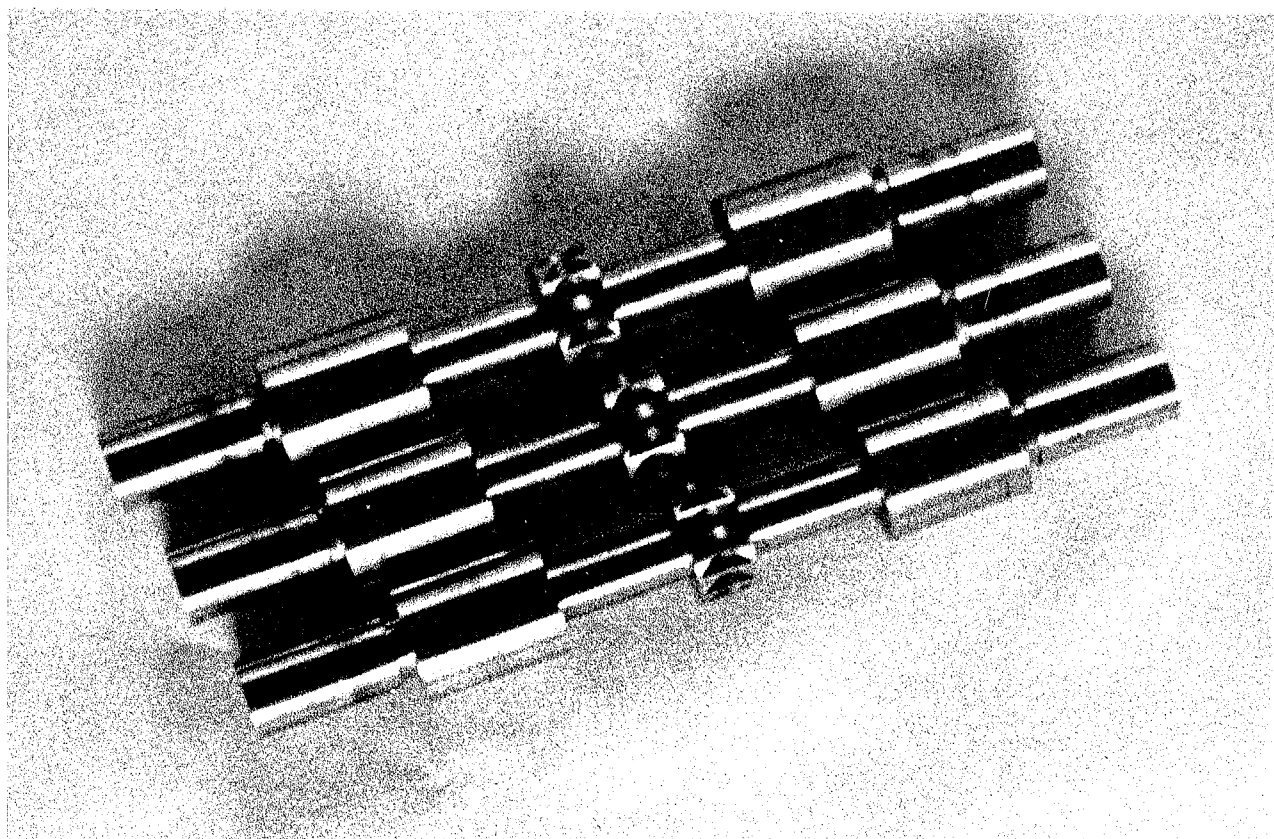


图 5-4

表 5-1

軸受 \ 軸番号	NO.1	NO.2	NO.3	NO.4
A	0.027	0.037	0.046	0.057
B	0.025	0.037	0.045	0.058

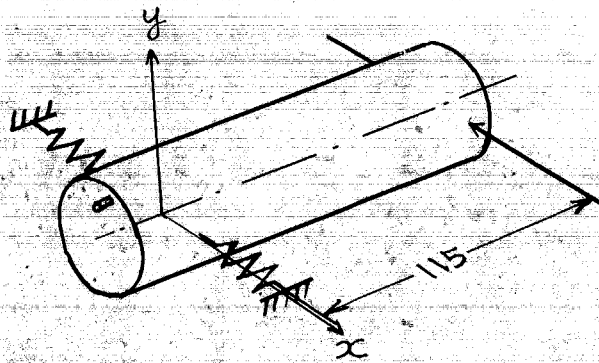


图 5-5

すきま G_1 は表 5-1 に示す通りである。共振特性の実験に用いた軸の写真を図 5-4 に示すが、駆動のため軸の中央にはタービン羽根が掘ってある。回転軸の諸量は表 5-2 に示す。

5-1-2 実験方法

本研究における実験装置では、軸の運動に 2 個の軸受反力が作用している訳であるが、軸受の動的な負荷容量を軸の不つりあい量との関係において明らかにするのが本節の目的であるから、軸の振動を測定することによって 1 個の軸受の特性のみを直接調べられるならきわめて都合がよい。そこで注目している軸受と反対側の軸受の圧力を絶えず 8.0 kg/cm^2 (絶対圧) に保ち、注目している軸受の給気圧力を 1.5 kg/cm^2 から適当な段階で 3.5 kg/cm^2 まで変えて軸の不つりあい量と共振速度におけるジャーナルの最大振幅との関係を調べる。このような状態の下においては、共振点付近の振動は図 5-5 に示すように一端が単純支持された剛性軸の振動とみなすことができるから、すでに前章で述べた 1 自由度系の解析結果と直接に比較することができる。実験に用いた 4 本の軸はあらかじめマイクロバランサーでできる限り不つりあいを除去しておくが、マイクロバランサーの限界から試験軸にはなお $0.3, 4 \mu$ の残留不つりあいが存在していると思われる。軸の不つりあいは、図 5-5 に示すように、注目している軸受側の軸の端にとりつけ、ジャーナルの振動は注目している軸受側の軸端の振動を測定し、ジャーナル部のそれを換算した。以下に示す振動の振幅はすべてジャーナル部の振幅であり、不つりあい量を表わす偏重心もジャーナル部にかかる異面的な偏重心の量である。

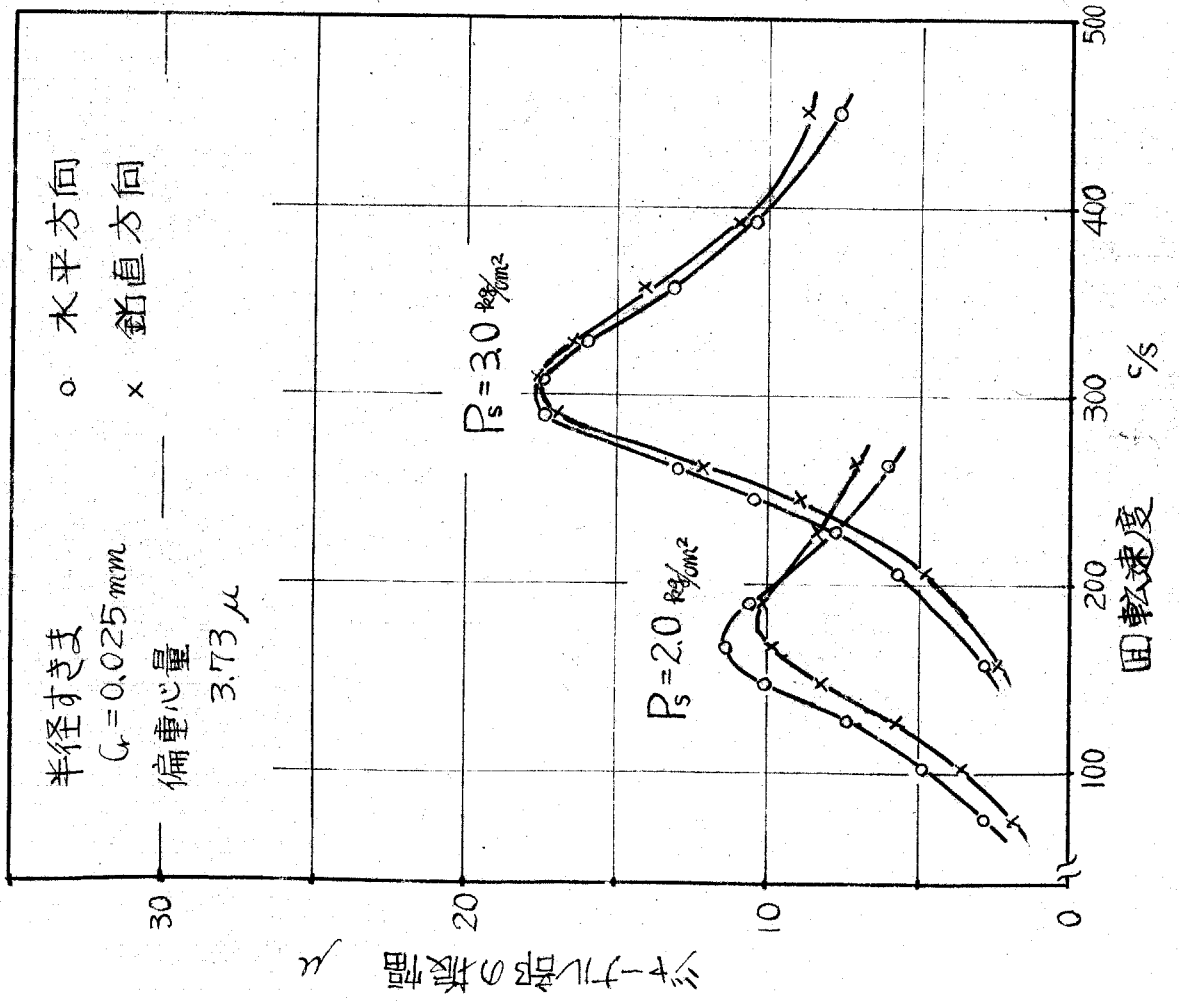
5-1-3 実験結果

表 5-2

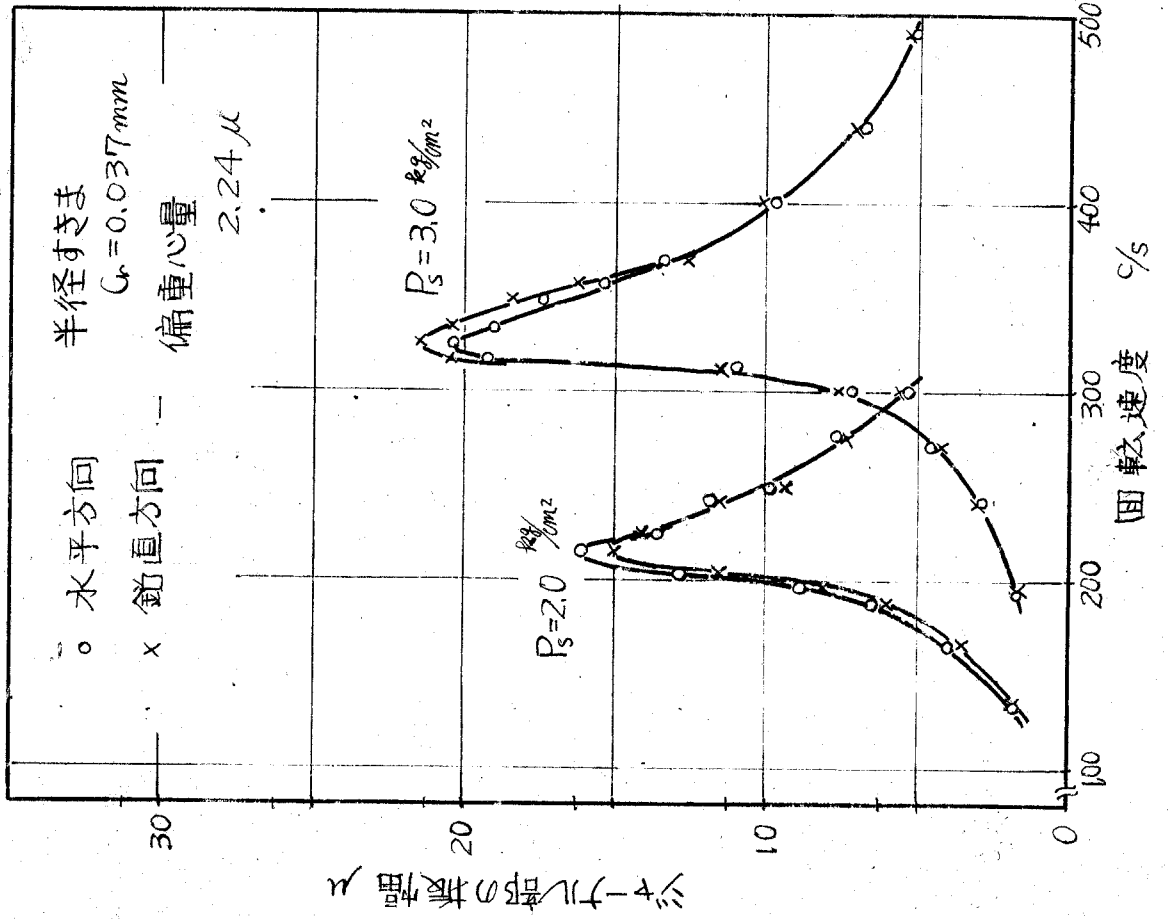
回転軸の重量	0.73 kg
回転軸の質量	$7.45 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{s}^2 / \text{mm}$
重心まわりの直径慣性モーメント	0.32 $\text{kg} \cdot \text{mm} \cdot \text{s}^2$
極慣性モーメント	$4.45 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mm} \cdot \text{s}^2$

解析においては水平方向と鉛直方向の軸受特性が等しく、不つりあい力によるジャーナルの強制振動も円運動であると考えているが、果してこのよう仮定がどの程度妥当性を持っているかについてまお調べてみる必要がある。図5-6(a),(b),(c)および(d)は4種類の軸受すきまについて、この意味で行なったジャーナルの水平および鉛直方向の振幅特性である。それぞれの軸受すきまについて、給気圧力を 2.0 kg/cm^2 , 3.0 kg/cm^2 と変えてこれを調べている。これらの図から、一般に共振点の最大振幅は給気圧力 P_g が低い場合には水平方向の方が大きい、 P_g が高くなると鉛直方向の方が大きくなっていることがわかる。水平方向の最大振幅と鉛直方向のそれとの差は半径すきま C_r が増すにつれ大きくなるが、 $C_r = 0.058 \text{ mm}$ の場合でも最大15%程度となっている。そこで共振点においてジャーナルはほぼ円運動しているものとみなし、以後共振点付近の振幅としては水平方向の振幅を測定しこれによって議論していくことにする。

軸に適当な不つりあいをつけて共振点付近の振幅特性と位相特性を調べたのが図5-7(a),(b),(c),(d)である。位相角は軸の変位に対する不つりあい力の方向のすすみ角を示している。図5-7(a)に示すように、半径すきまが 0.025 mm のように小さい場合には位相角が 90° を越えた所で振幅は最大となっているがこれは図4-7に示した解析結果の傾向とよく一致している。半径すきまが 0.037 mm およびそれより大きい軸においては、最大振幅を与える回転速度と位相角が 90° となる回転速度はほとんど一致している。図5-7において共振速度からかなり離れた所で、位相角が 0° 以下になつたり、 180° を越えたりあるいは 0° や 180° に達しないといった異常な結果がみられるのは、軸のジャーナル部と振動測定部との工作誤差に起因した測定値の誤差と考えられる。共振点付近では振動の振幅が大きいから工作誤差は無視できる量となるが共振点からかなり離れた所では振幅



(a)



(b)

図 5-6

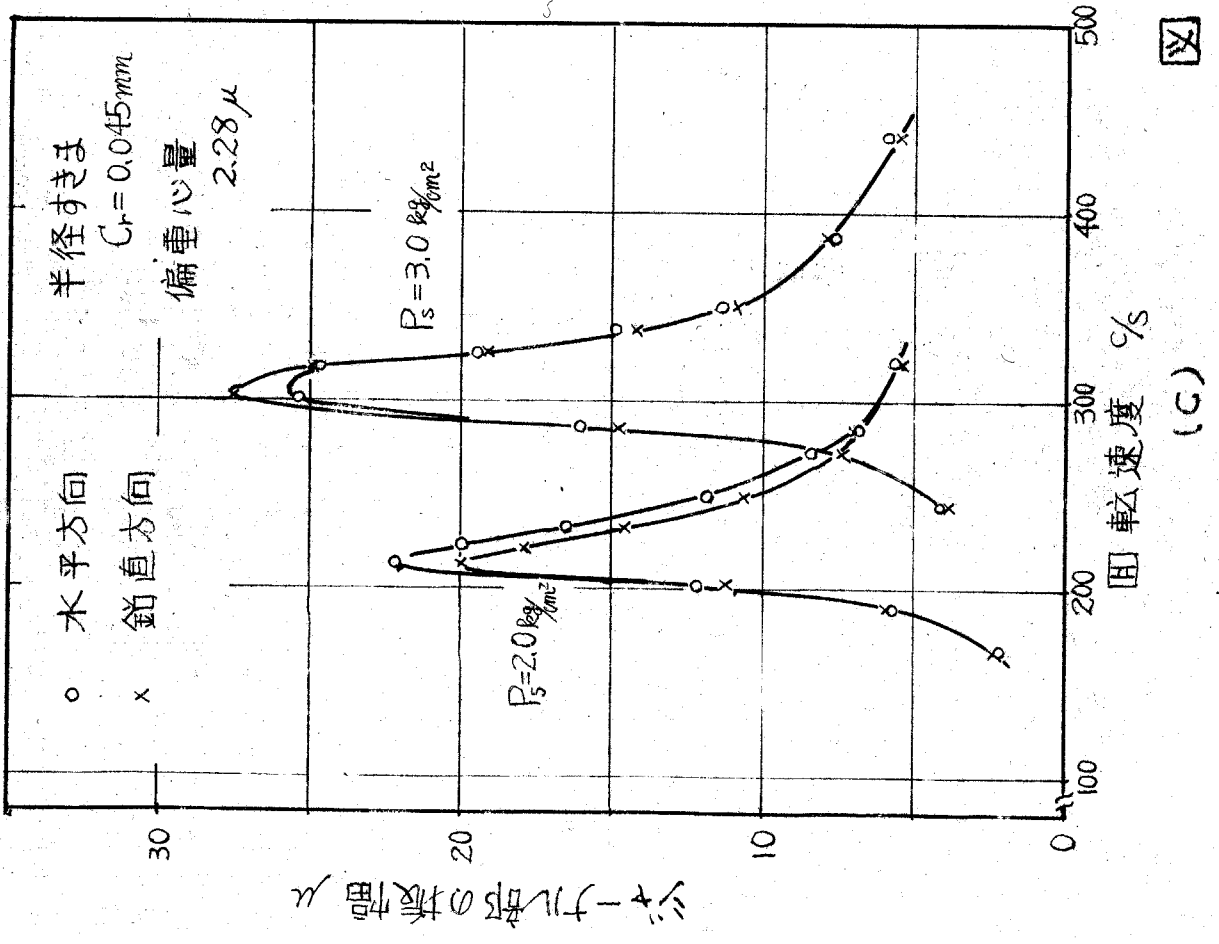
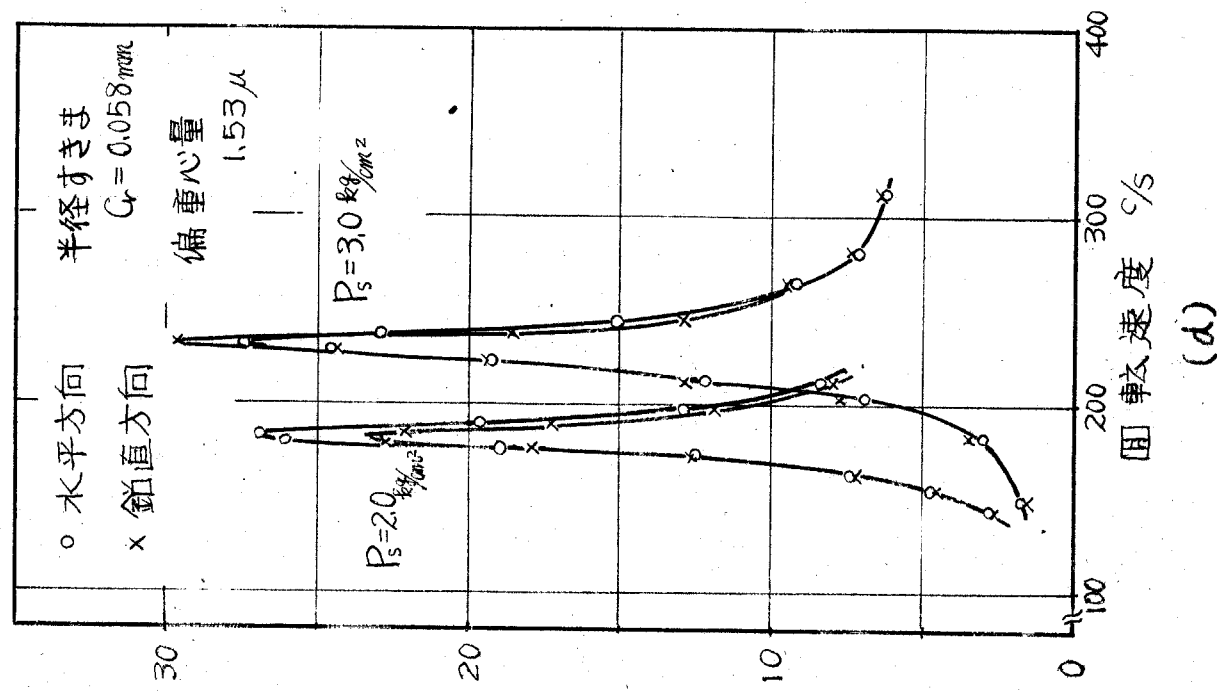


図 5-6

(c)

(d)

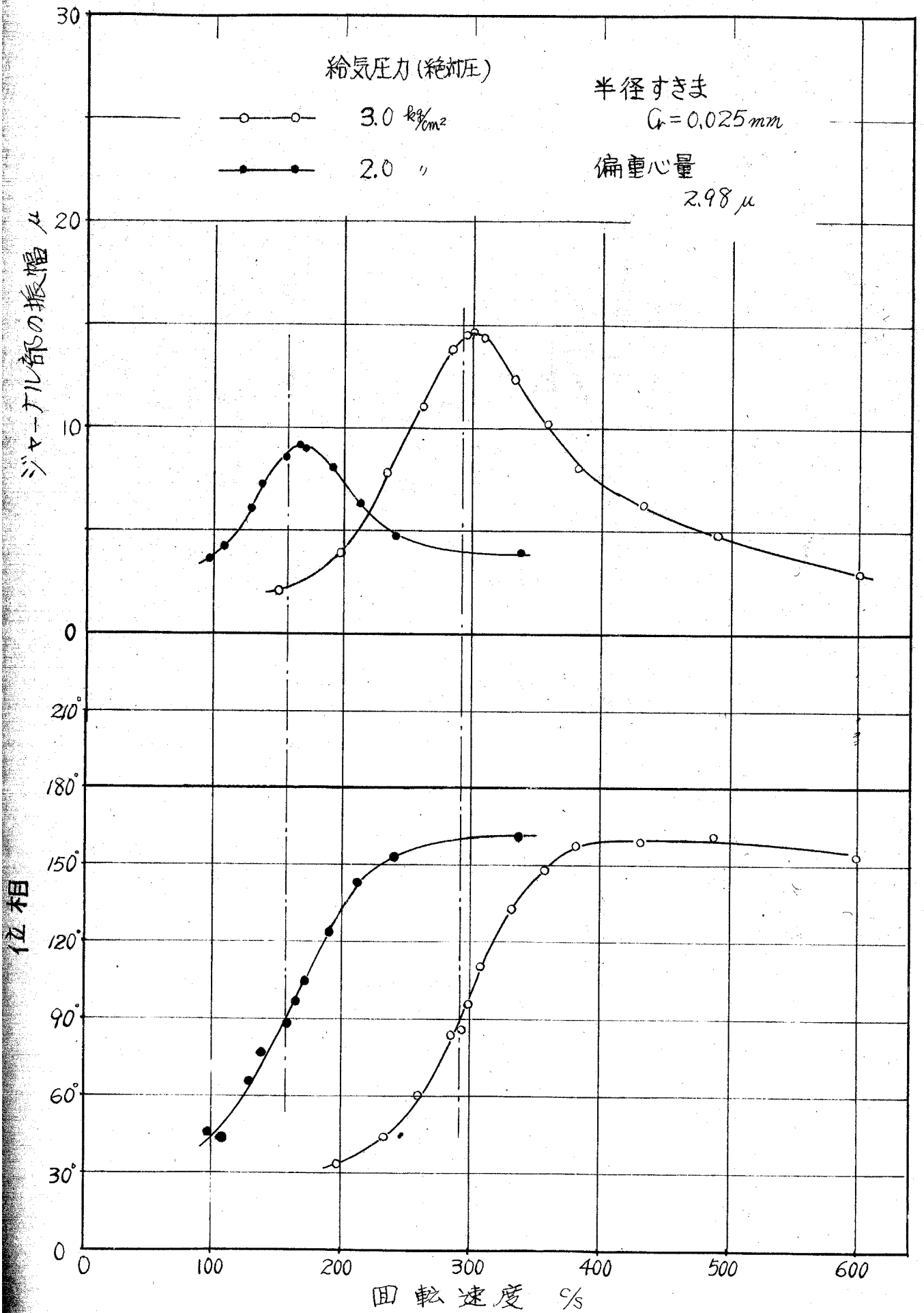


図 5-7 (a)

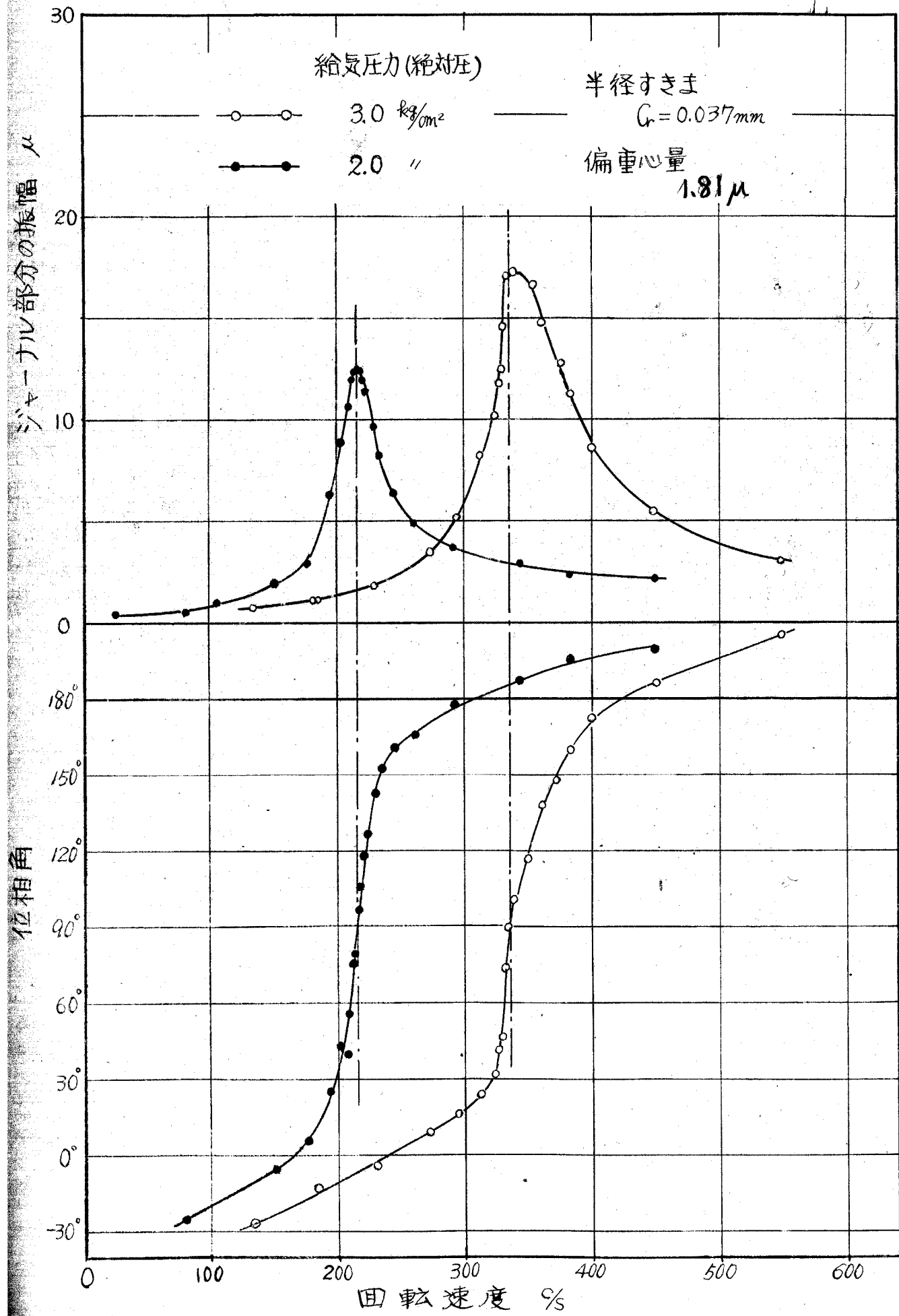


図5-7 (b)

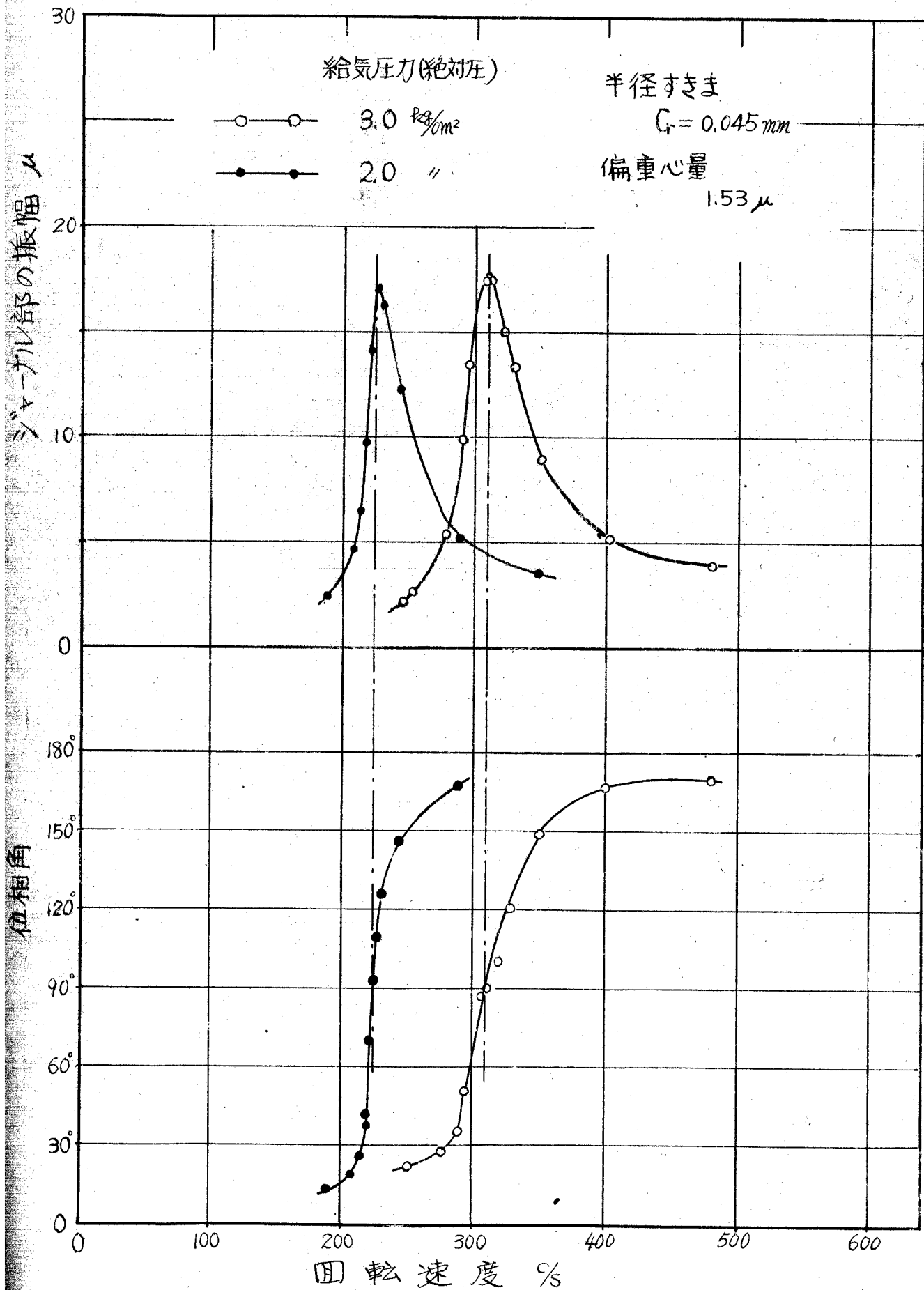
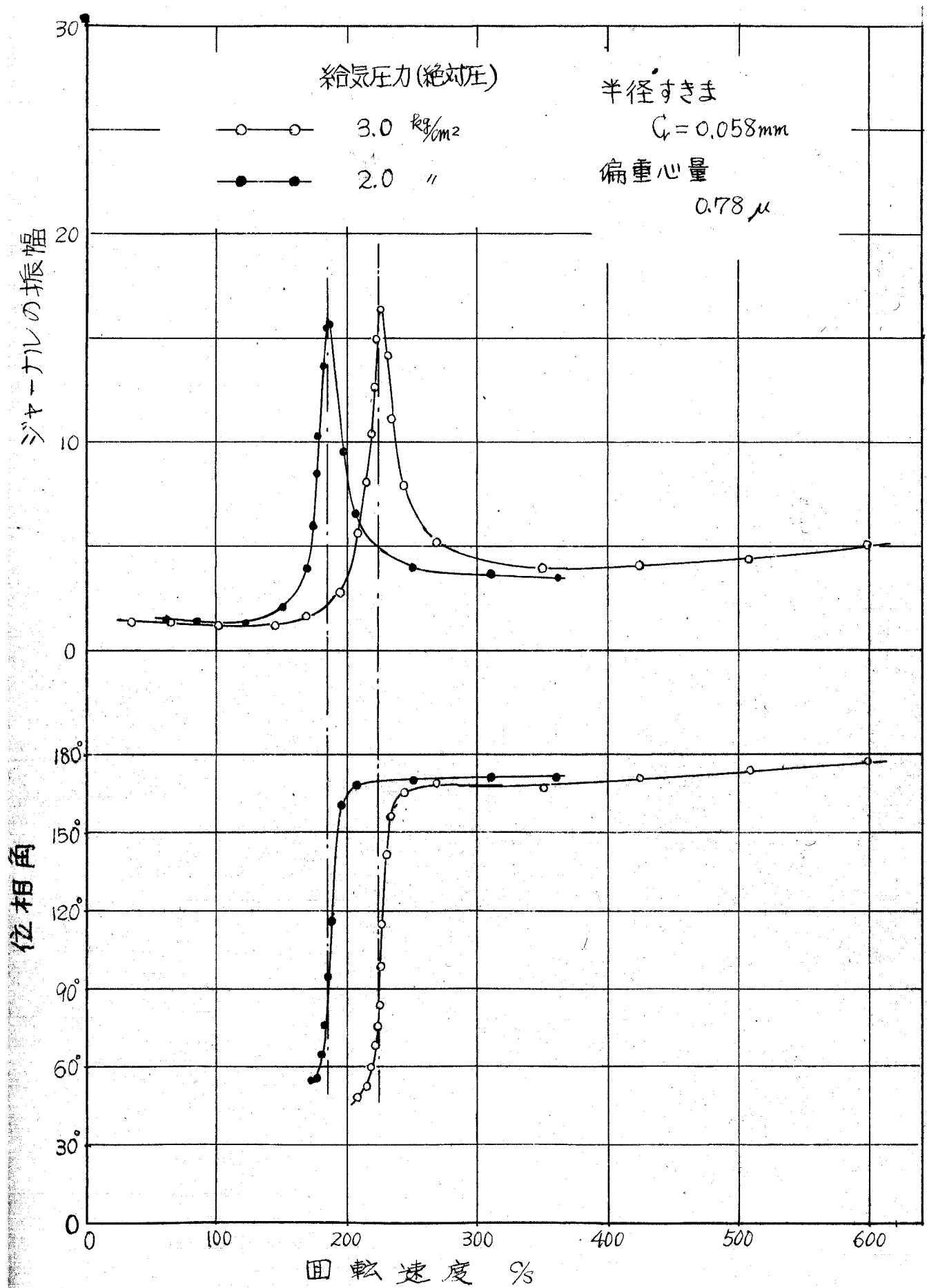


図5-7(c)



給気圧力(絶対圧)

- 3.0 kg/cm²
- 2.0 "

半径すきま
C_r = 0.058mm
偏重心量
0.78 μ

ジャ-ナルの振幅

位相角

回転速度 %

図5-7(d)

が小さいため工作誤差が大きく影響してくる訳である。

図5-8は $G = 0.027\text{mm}$ および 0.058mm の軸に偏重心 $e_0 = 2.25\ \mu$ の不つりあいをつけ、給気圧力を色々変えた場合の共振帯付近の振幅特性である。この図から半径すきまが小さい軸においては給気圧力を高くし共振速度を高くするに従って最大振幅も大きくなっているが、半径すきまがかなり大きい場合には給気圧力を高め共振速度を上げると最大振幅は減少することがわかる。

次に半径すきま 0.027mm の軸において偏重心をパラメータにとり、振幅特性の変化を図5-9に示す。給気圧力が高く $P_3 = 3.5\text{kg/cm}^2$ の場合には偏重心が大きいと共振速度が下がっているが、これは第3章の静的特性の実験結果においてもみられたようにジャーナルの偏心が大きくなると軸受剛性が小さくなるためである。

そこで共振速度と最大振幅の値に注目し、幾つかの半径すきまについて偏重心の量をパラメータにとり、共振速度とジャーナルの最大振幅との関係を図示したのが図5-10(a), (b), (c), (d) である。残留不つりあいおよび工作誤差などのため付加した偏重心の量が零の場合にも $2, 3\ \mu$ の振幅が生じている。図5-10(d)を図5-10(a), (b), (c) とくらべればわかるように、半径すきまが小さければ共振速度が増加するにつれて最大振幅も増大するが、半径すきまが $0.057, 0.058\text{mm}$ の軸受においては共振速度がある程度以上になると最大振幅は再び減少している。

さて不つりあい量と最大振幅との関係を明らかにしたいのであるが、そのためには測定された振幅の値から残留不つりあいとか軸の工作誤差の影響を除去する必要がある。そこで付加した偏重心の量を横軸に、共振速度をパラメータに透んでジャーナルの最大振幅を図示したのが図5-11(a), (b) である。これらの図からわかるように偏重心が小さく、振幅が小さい範囲

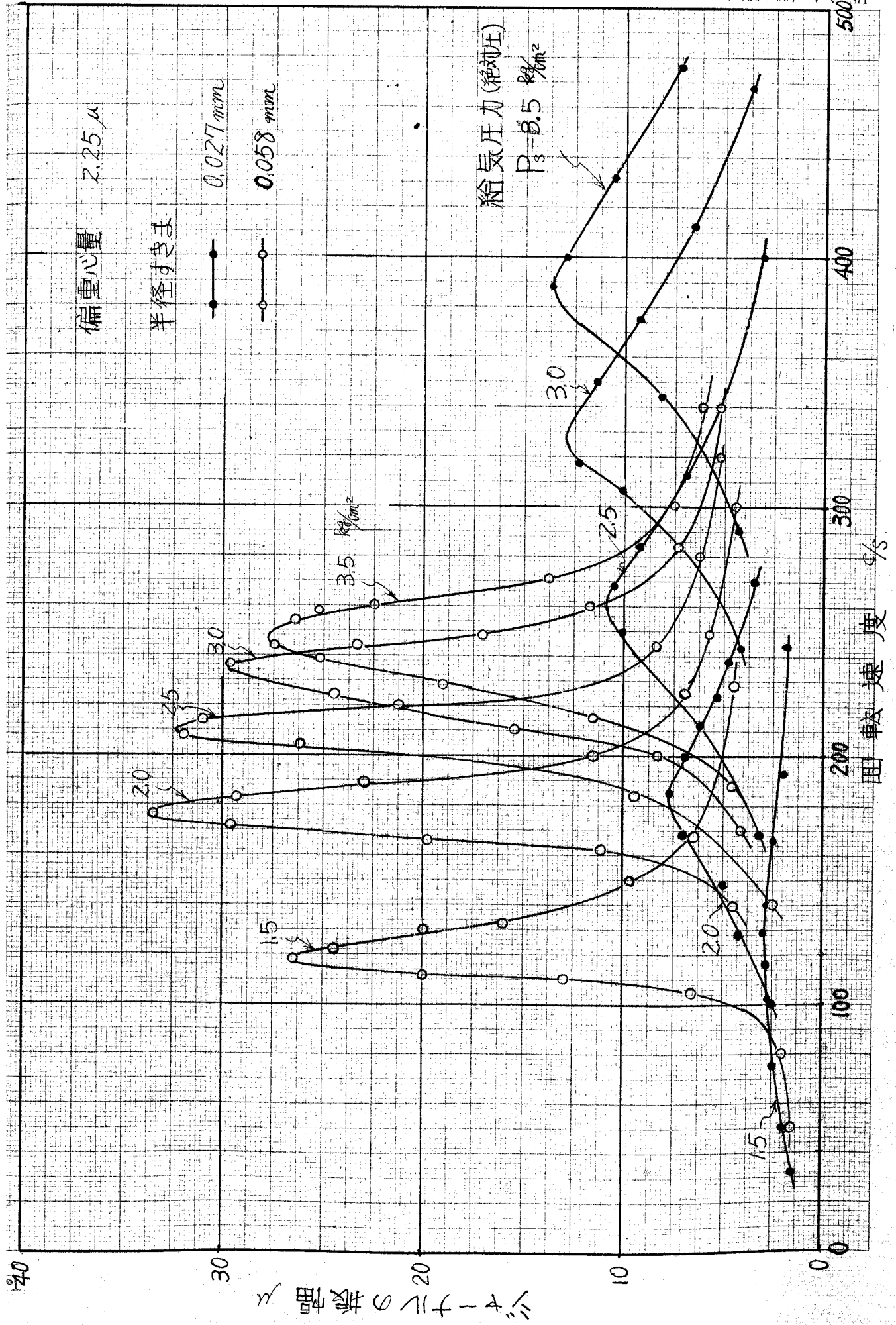


図 5-8

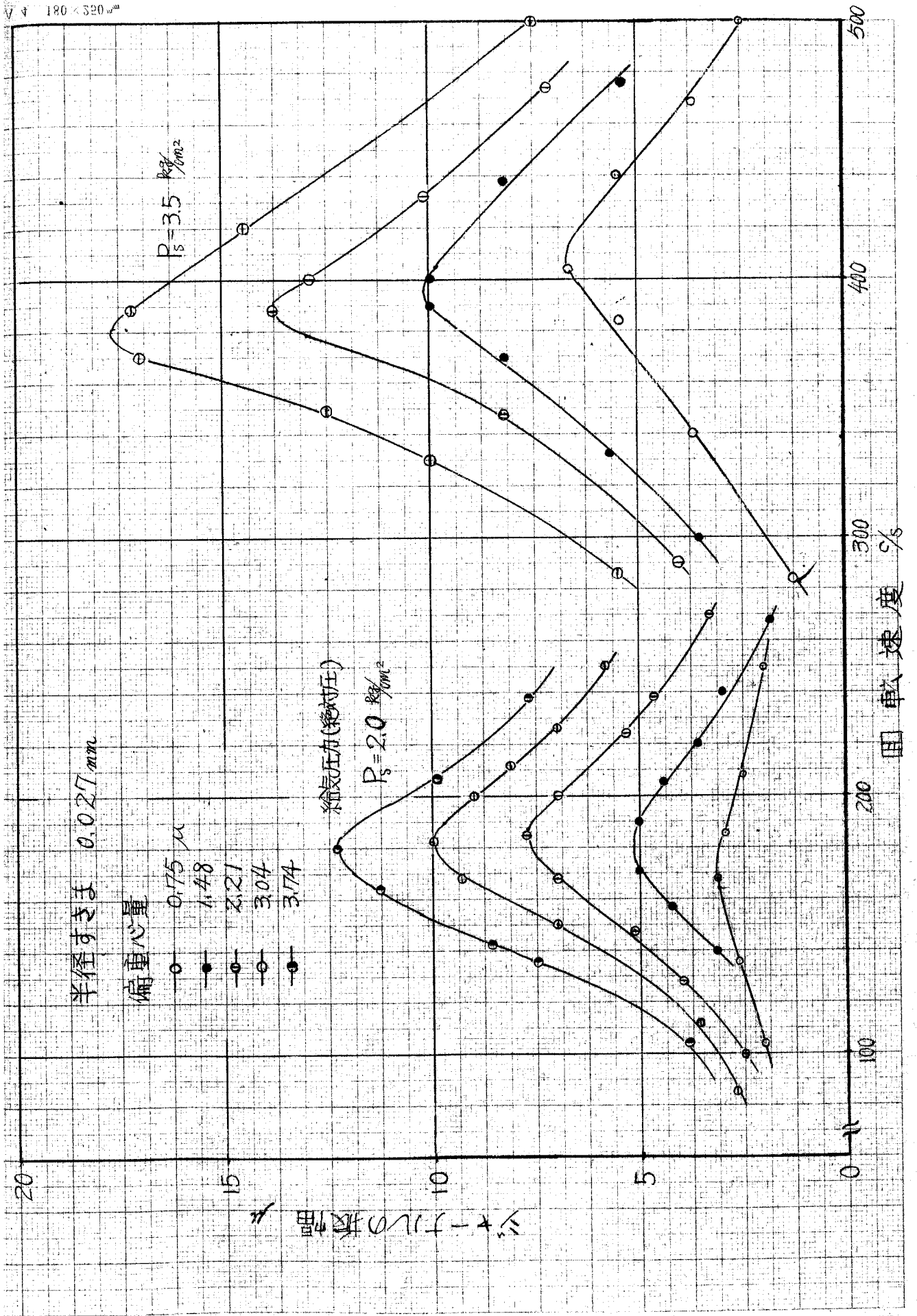


図 5-9

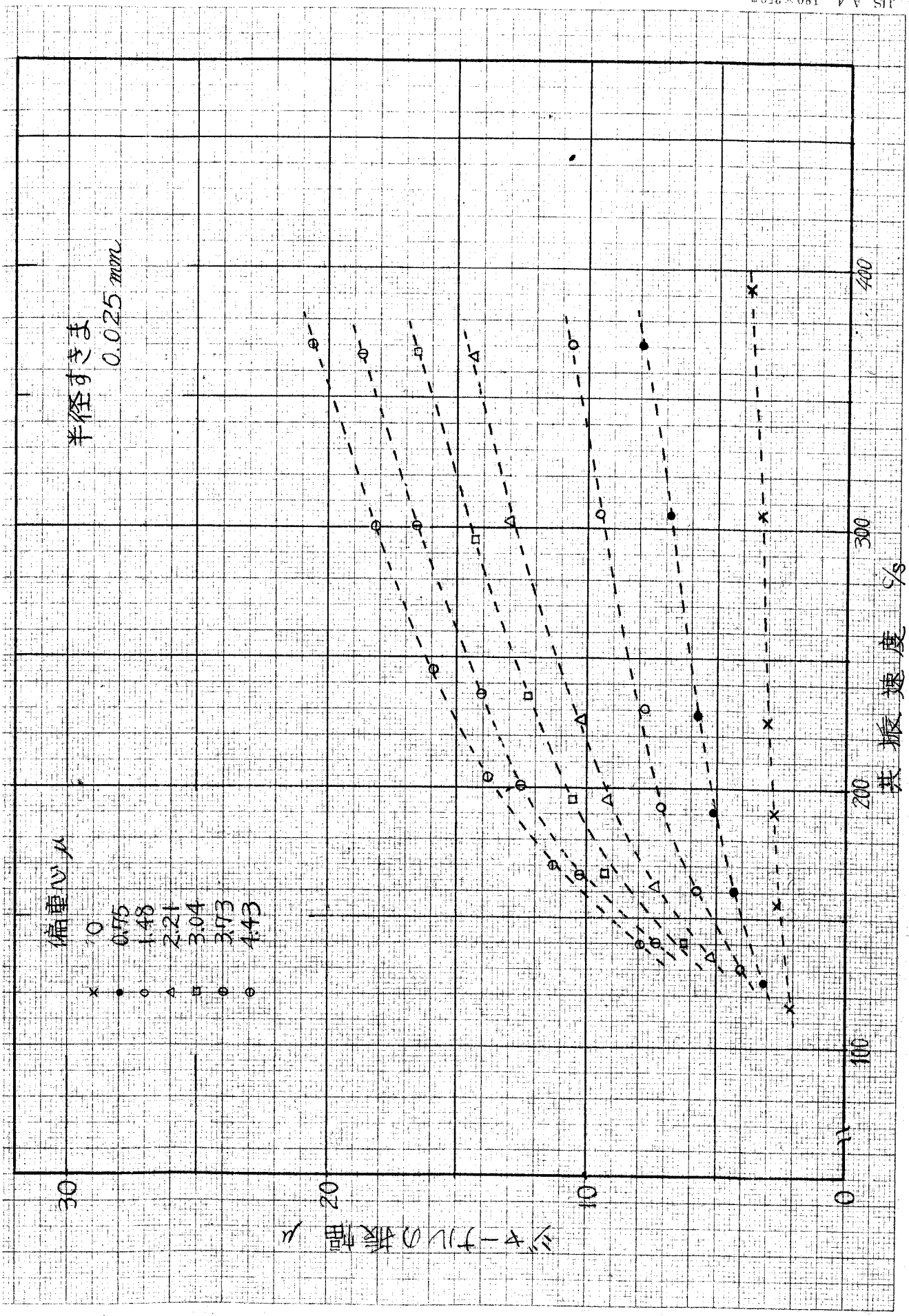


図 5-10 (a)

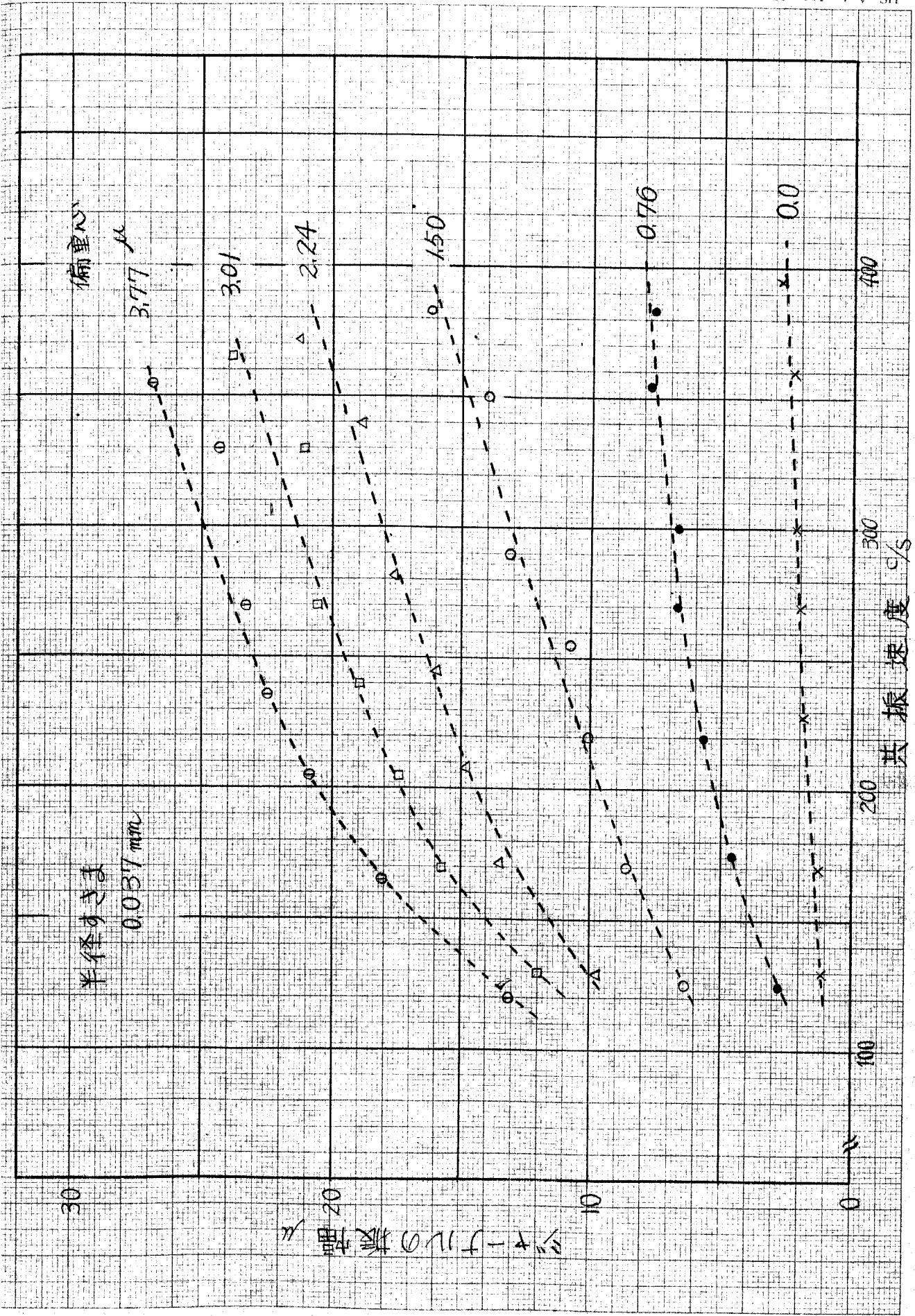
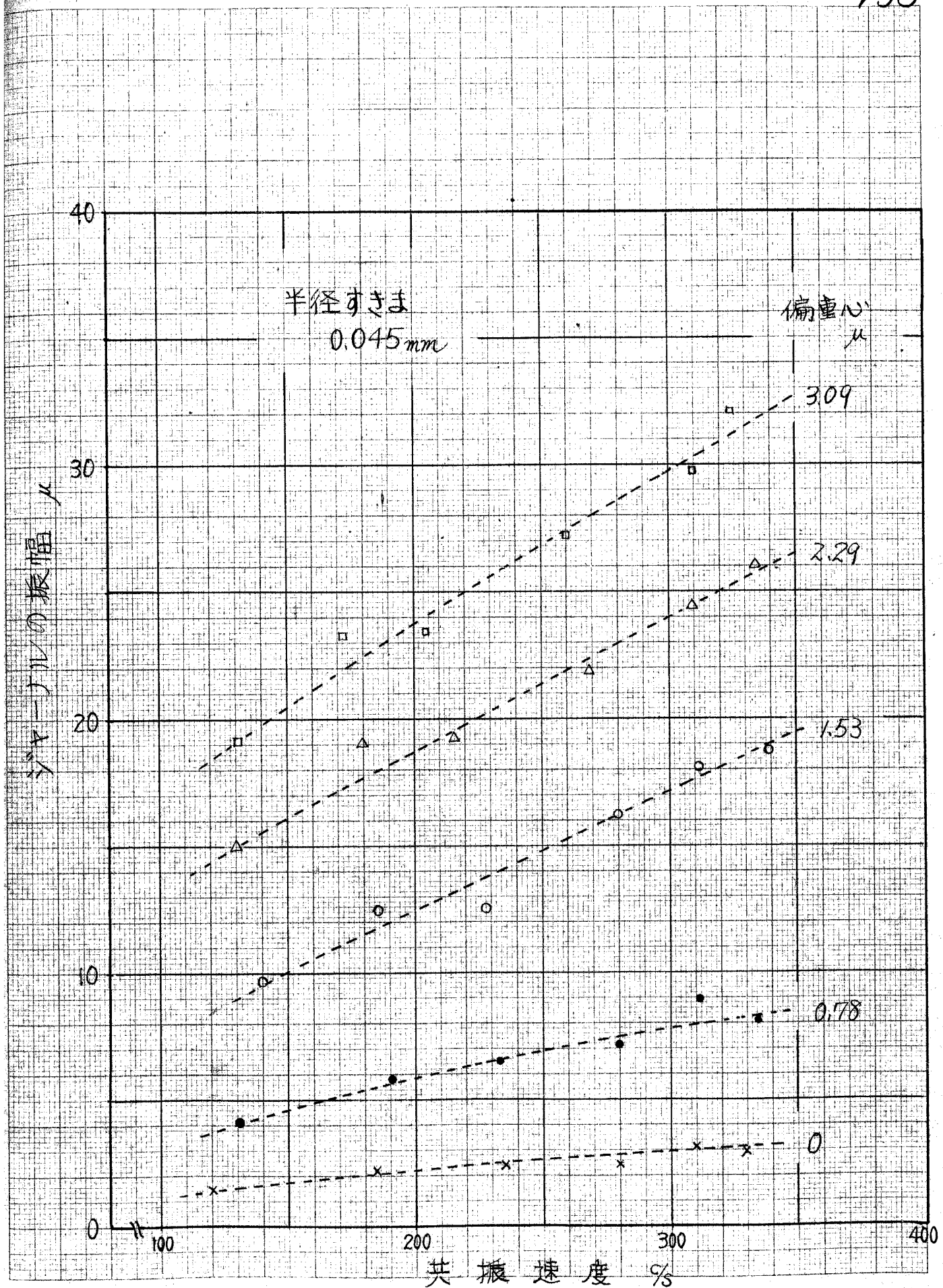


図 5-10 (b)



日 記
[Schman]

図5-10(C)

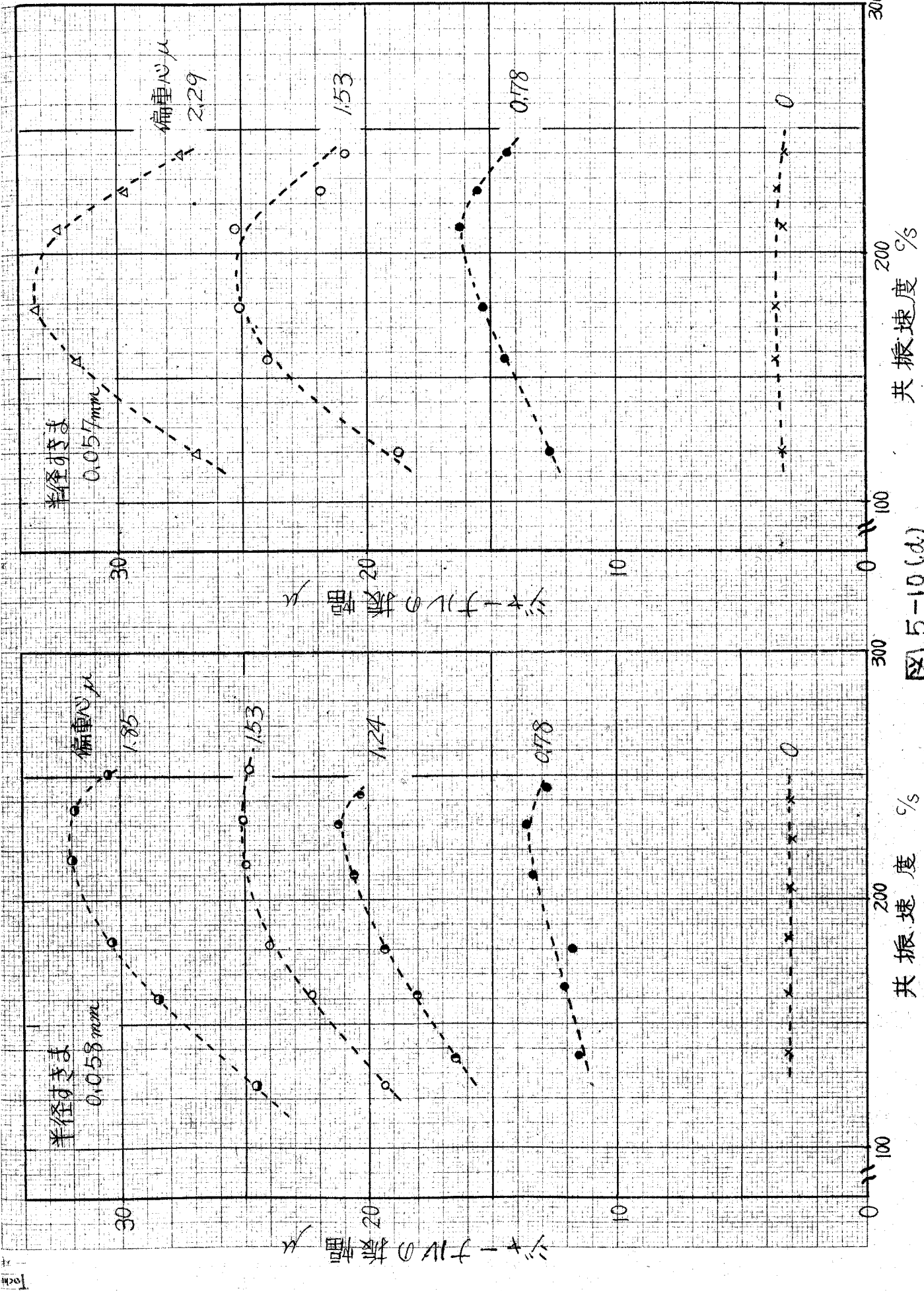


図 5-10 (d)

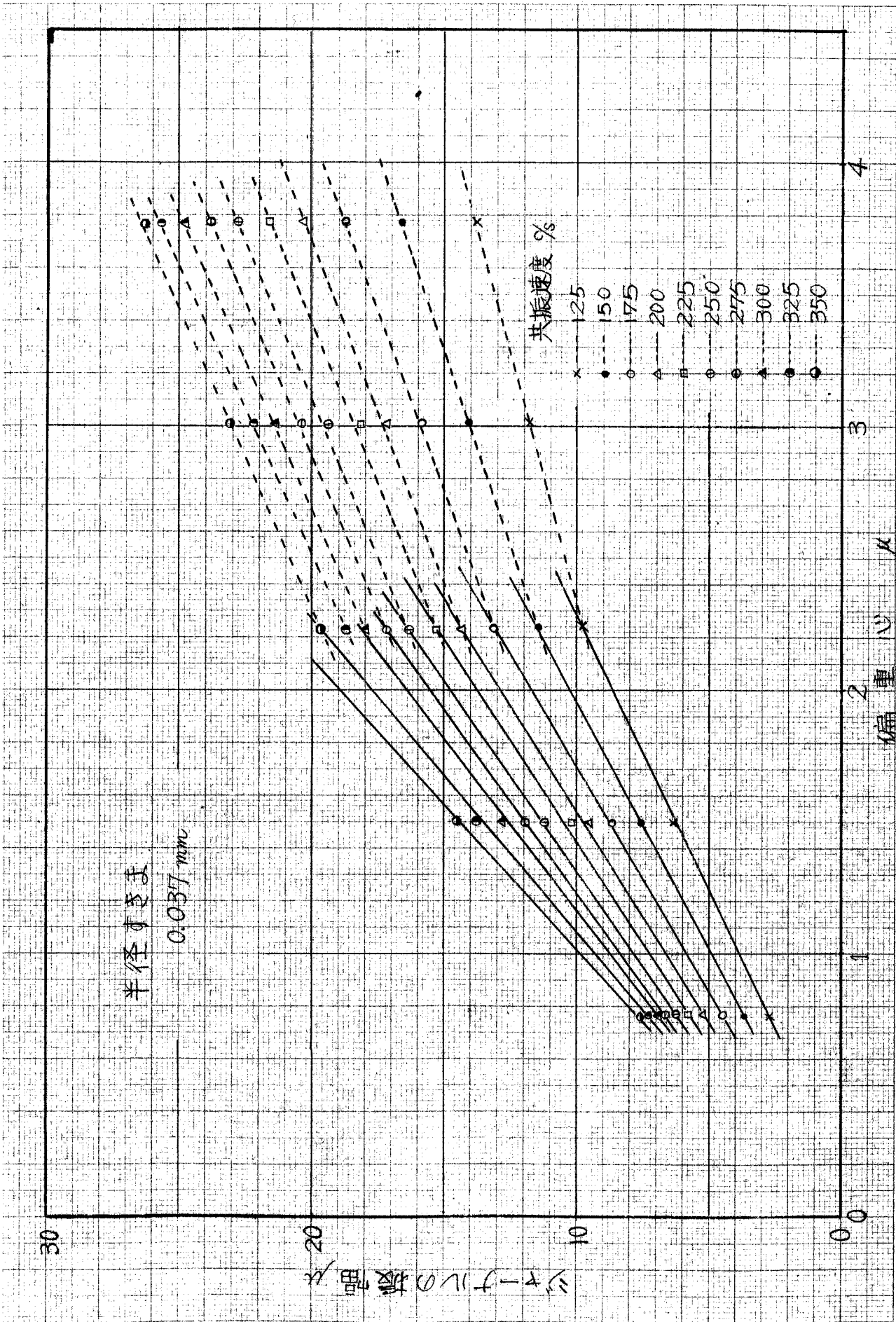


図 5-11 (a)

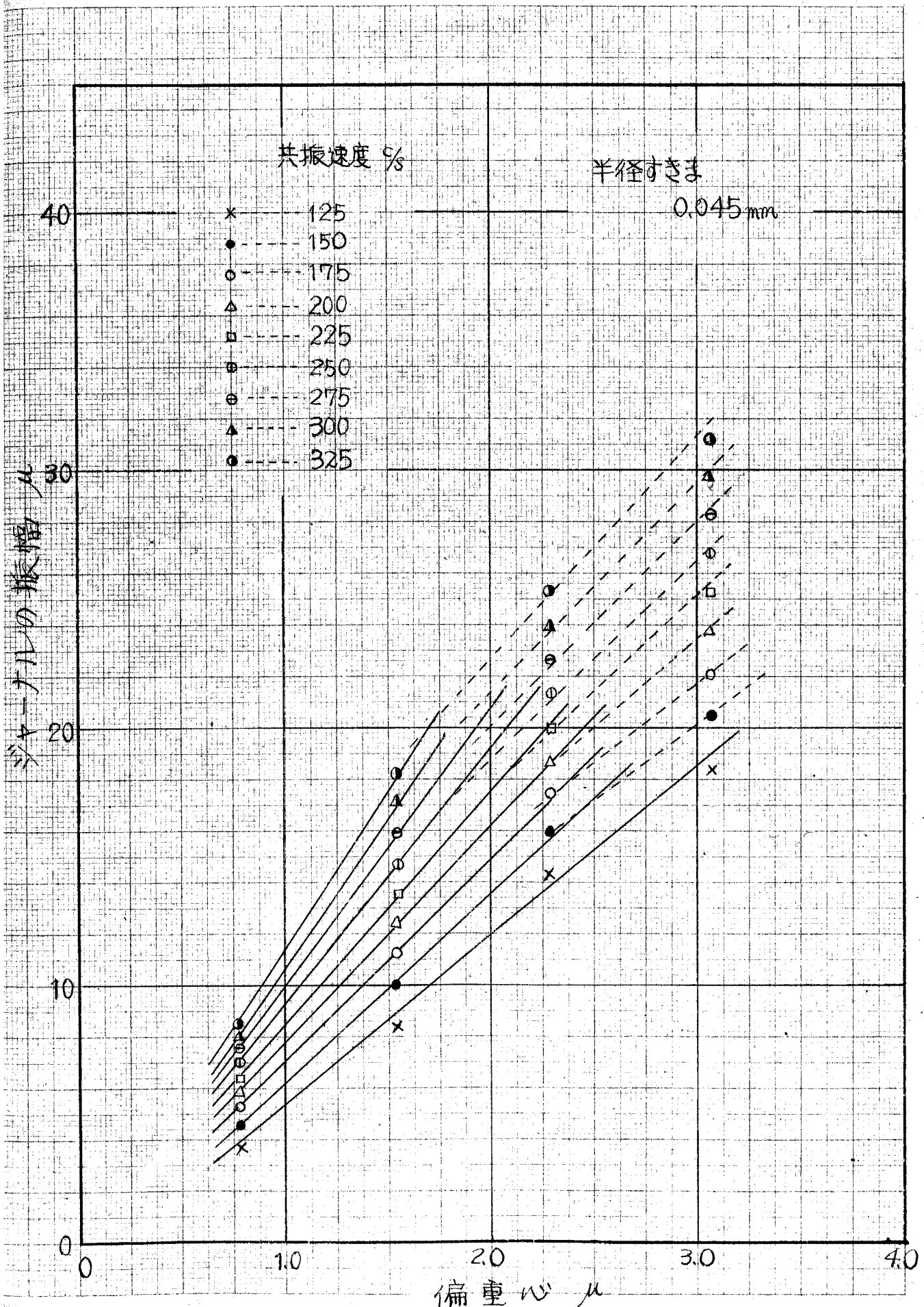


図5-11(b)

では偏重心に対する最大振幅の増加率は実線の傾きで表わされているが、偏重心が大ききく振幅が大きくなるとその増加率は破線で示すように小さくなる。これは共振速度における軸受反力つまり等価的な減衰力はジャーナルの振幅に対して線形的でなく、振幅が大きくなると強くなっているということの意味している。しかし半径すきまが大きい場合にはこのような傾向は見られない。

図5-11から A/ε_0 の実験値を求め、オ4章の解析結果と比較的に示したのが図5-12である。半径すきまが小さい場合に A/ε_0 の値に一定の範囲があるのは、図5-11に示すように、振幅によって A/ε_0 の値が変化するため、図5-12における A/ε_0 の上限および下限はそれぞれ図5-11における実線および破線に対応している。この図から半径すきまがあまり小さくなければ解析結果はかなりよく実験結果に一致していることがわかる。

最後に、共振点におけるジャーナルの振幅が軸受の偏心率にして0.5になるような許容不つきあいについて、無次元許容偏重心(ジャーナルの等価偏重心を半径すきまで割ったもの)という量によって実験と解析とを比較する。偏心率が0.5になるような振幅の範囲では A/ε_0 の実験値は図5-12で下限の値になっている。そこで ε_{0a} の実験値としては A/ε_0 の上限値と下限値の平均から算出する。このようにして求めた ε_{0a} の実験値を計算結果と比較したのが図5-13である。図からわかるように、半径すきまが約0.03 mm 以上では両者はかなりよく一致している。図5-13では共振速度をパラメータとしているが共振速度が高くなると共振速度によって ε_{0a} はあまり変化しない。したがって給油圧力が変化しそれによって共振速度が変化するような軸受では、共振速度が300%あたりの場合について ε_{0a} をみつもり、軸の残留不つきあいをこの ε_{0a} 以下に抑えるようにすれば十分であるといえる。

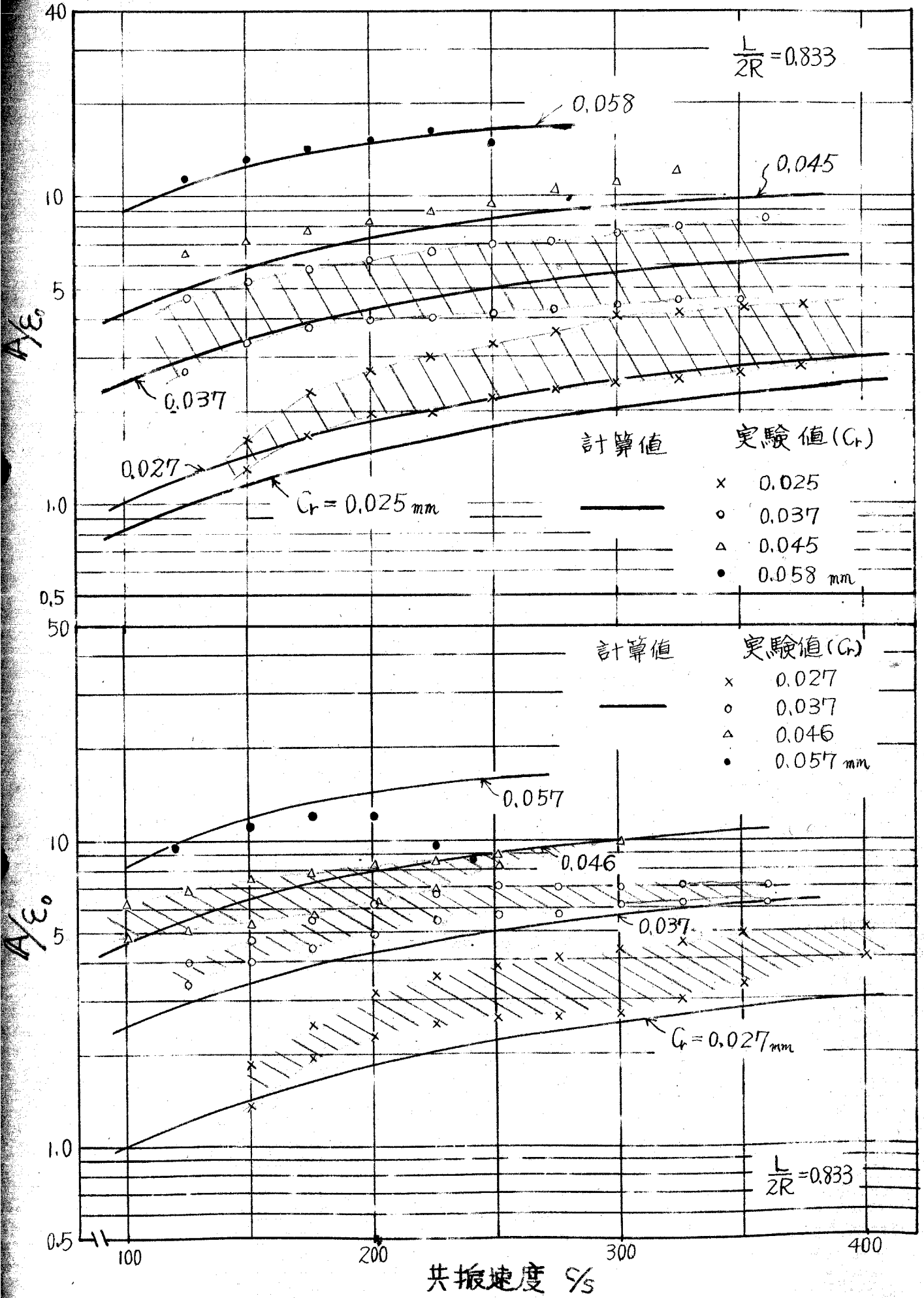


図 5-12

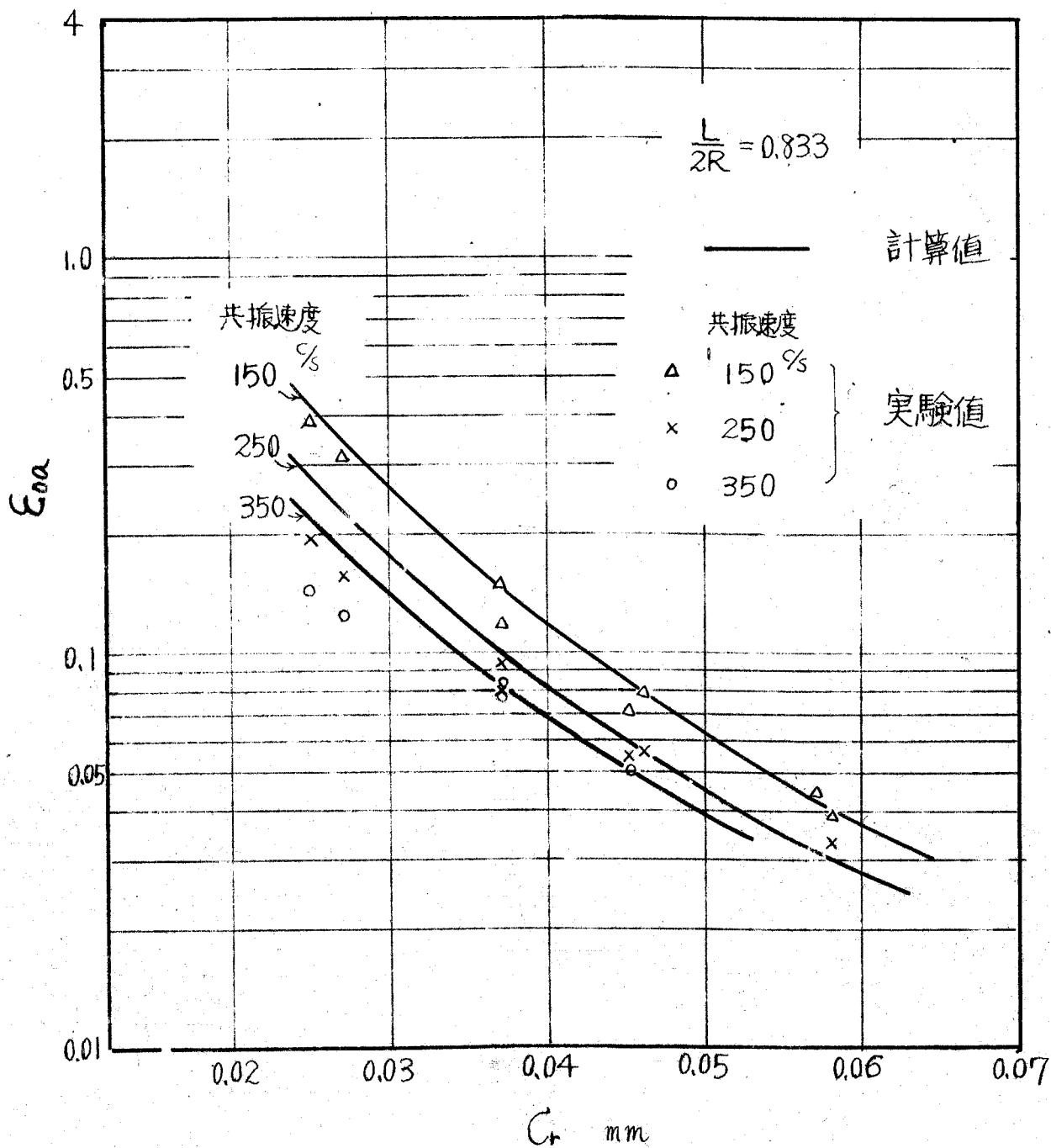


図 5-13

5-2 ふれまわり不安定性

5-2-1 実験方法

実験装置についてはすでに前節で述べたので、ここでは実験方法についてのみ述べる。本実験では給気圧力、給気孔数、軸受半径すきまの3つのパラメータを表5-2のように変えて、それぞれの組合せの場合について軸が不安定に突入する最高回転速度およびそのときの自励振動の振動数を調べた。それぞれの半径すきまは左右の軸受でわすか異なっているが、表5-2には両者の平均値を示してある。またそれぞれの給気孔数における給気孔の配置を図5-14に示す。共振特性の実験と違って左右の軸受の給気圧力は常に等しく保っている。したがってこの軸-軸受系は *conical mode* と *parallel mode* の固有振動を有するが、軸と軸受の構造から本実験装置においては *conical mode* の固有振動数の方が *parallel mode* のそれより小さく、そのため自動的になる振動もすべて *conical mode* のそれである。実験では f_{max} および f_s の外に、非回転時において軸を軽くたたくことにより、*conical mode* の非回転時における固有振動数 f_0 も測定した。ただしこのようにして測定した振動数は減衰効果のために実際の固有振動数よりわずかに小さい値となっているものと思われる。特に半径すきまが 0.022 mm の軸においては *squeeze effect* による減衰効果が強すぎて自由振動の振動数 f_0 を測定できなかった。

5-2-2 解析と実験との比較検討

このようにして測定した f_0 、 f_s および f_{max} の実験結果とオ4章における解析結果とを比較検討するために、本実験装置の諸量を使用して式(3-26) (4-100) (4-101) 等から給気圧力 P_0 、給気孔数 N および軸受半径すきま

G のそれぞれの値に対する conical mode の f_0 , f_s および f_{max} を計算した。
計算に使用した軸受諸条件を以下に示す。

軸受半径	$R = 15 \text{ mm}$	気体の粘性係数	$\mu = 1.8 \times 10^{-12} \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{mm}^2$
軸受幅	$L = 25 \text{ mm}$	軸の重心まわりの慣性モーメント	$I = 0.339 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$
軸の質量	$M = 8.98 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{mm}$	極慣性モーメント	$I_p = 8.05 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$
給気孔径	$d = 0.8 \text{ mm}$	軸受間距離	$2l = 115 \text{ mm}$
流量係数	$C_0 = 1.0$	気体定数	$R_0 = 2927 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{mm} / \text{K} \cdot \text{kg}$
比熱比	$\gamma_0 = 1.4$	温度比	$\gamma (= T/T_0) = 1.0$
大気圧	$P_a = 10^{-2} \text{ kg} / \text{mm}^2$	給気温度	$T_s = 288^\circ \text{K}$

また給気圧力 P_s をパラメータにとり、半径すきま G に対する f_0 および f_s の変化を $N=8$ および 6 の場合につきそれぞれ図 5-15 (a) および (b) に示す。
 f_0 の実験値はすでに第 3 章において R に対する蒸気圧負荷容量 λ の値として実験と理論とを比較したものである。図からわかるように f_0 および f_s の計算値は半径すきまがあまり小さくない範囲ではかなり実験結果に一致していると言えるが一般に実験値より少し大きな値を示しており、特に半径すきまが小さくなると計算値は実験値よりかなり大きくなっている。半径すきまがあまり小さくない範囲では、ジャイロ効果の R の実験においても解析においても f_s の方が f_0 より少し大きくなっている。しかし実験では半径すきまが 0.03 mm 程度以下になると、 f_s の方がむしろ f_0 より小さくなっているが、解析においてはこの傾向は半径すきまが 0.01 mm 程度に小さくならないと現われてこない。なお f_0 の実験値は前述したように非回転時における軸の自由振動数から求めたものであるから、特に G が小さい場合には、squeeze damping の効果が振動数を低下させるように作用するため、 f_0 の実験値は実際の conical mode の固有振動数 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2kI}{I}}$ より少

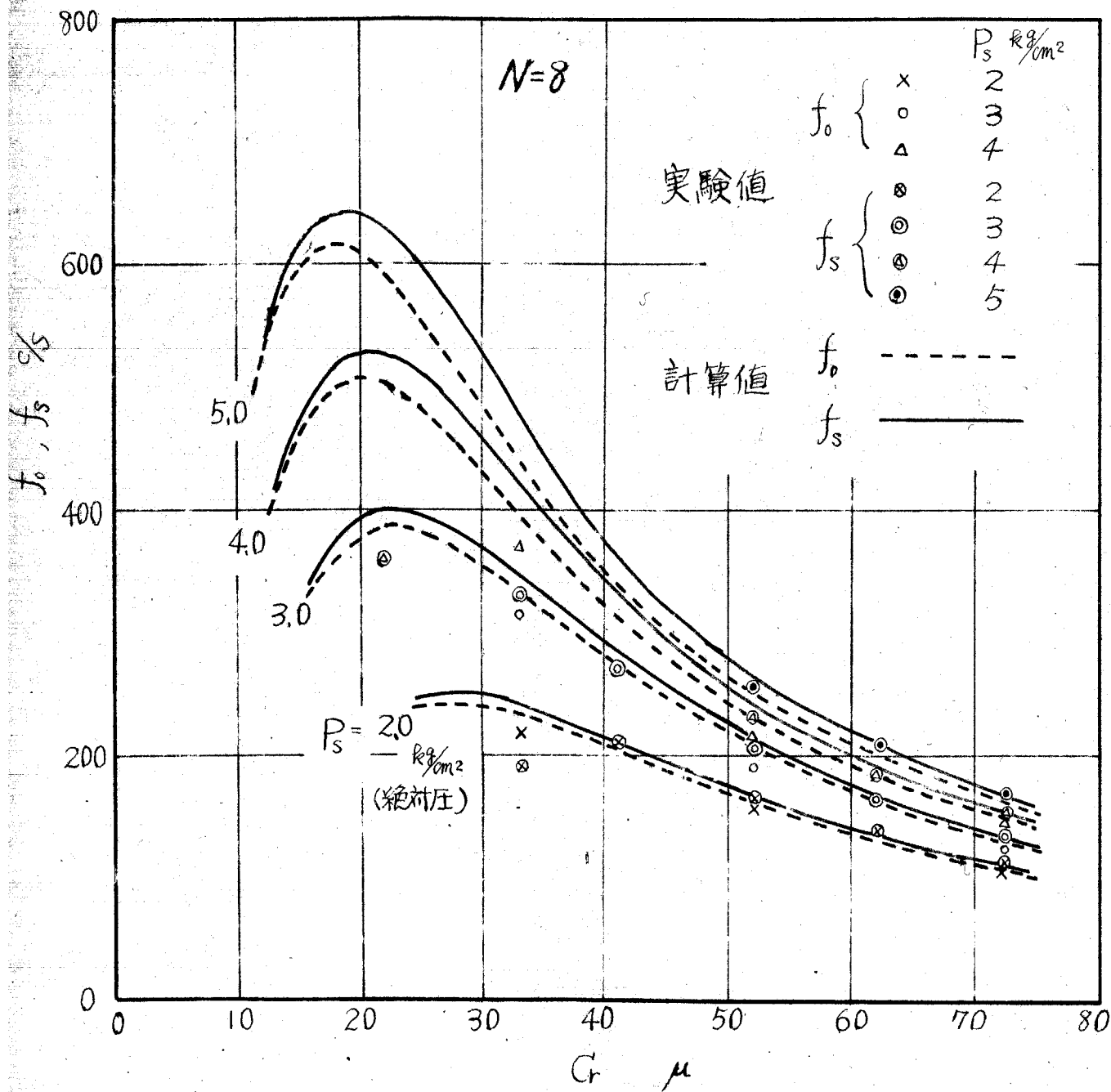
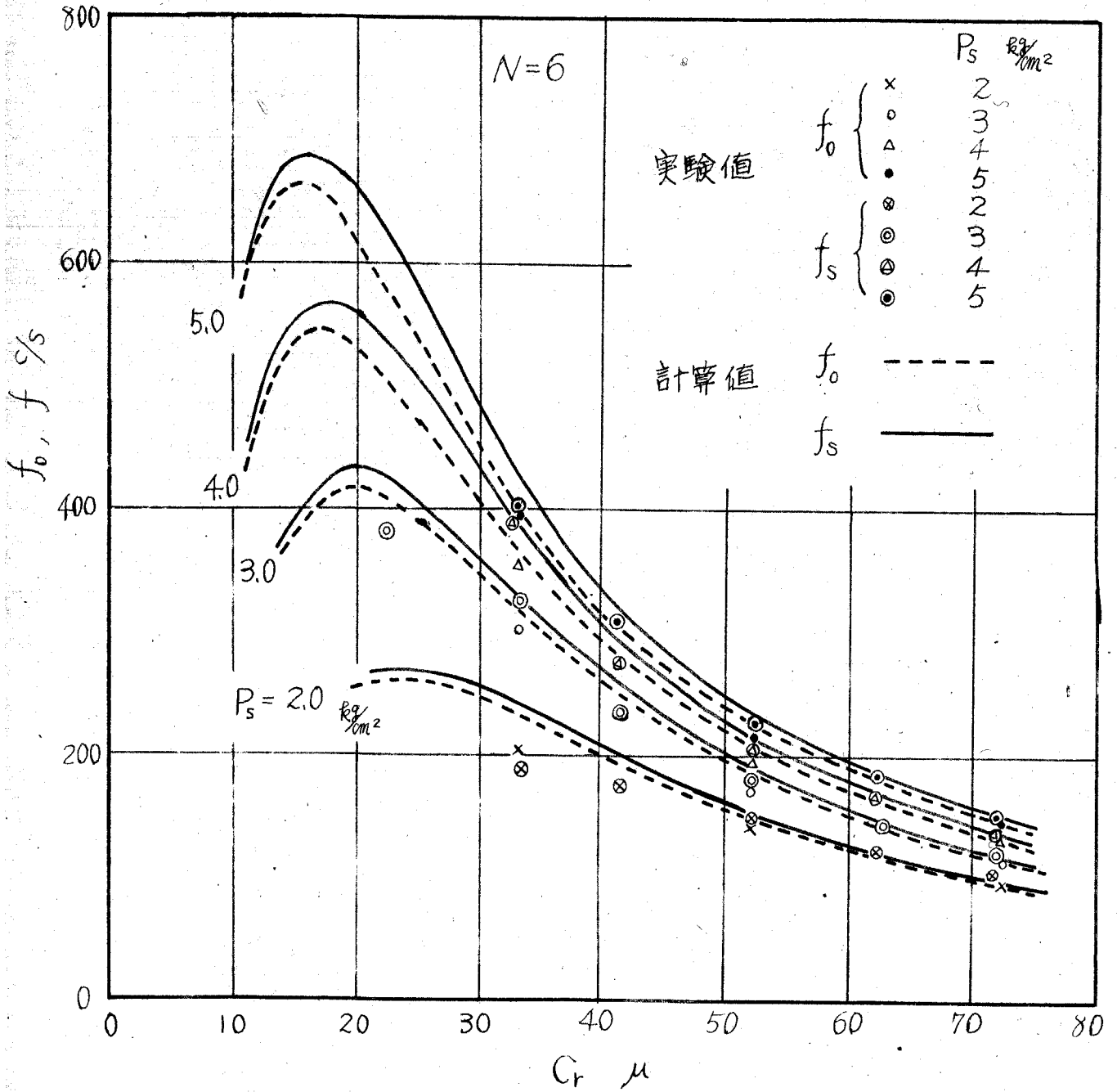


図5-15 (a)



☒ 5-15(b)

し小さい値になっているものと思われる。

次に給気圧力 P_3 をパラメータとして半径すきま C_r に対する自励振動の振動数 f_s および最高回転速度 f_{max} の変化を給気孔数 $N=12$ の場合について図5-16 に示す。この図において、まず f_s についてみると、図5-15と同じように C_r が大きい範囲においては解析結果は実験とかなりよく一致しているが C_r が小さく特に $C_r=0.022\text{mm}$ では f_s の実験値は計算値よりかなり小さくなっている。次に f_{max} についてみると、解析による C_r に対する f_{max} の変化は実験結果のそれと定性的にはよく一致しているが、定量的にはやや相違している。すなわち C_r の大きい範囲では計算値の方が実験値より小さくなり、 C_r の小さい範囲では計算値の方が実験値より大きくなっている。したがって給気圧力 P_3 一定の下で最高回転速度 f_{max} が最大となる最適すきま C_{ro} は解析による値のほうが実験値よりも少し小さくなっている。

図5-17は半径すきまをパラメータにとり最高回転速度 f_{max} と自励振動の振動数 f_s との関係を示したものである。本実験では C_r , N , P_3 を変えて f_s および f_{max} を測定したのであるが、 f_{max} のすべての実験データをそれぞれの C_r について f_s の関数として表示すると、 N が異なっても C_r が同じならば f_{max} は図に破線で示すようにほぼ1本の曲線上にプロットされる。すなわち2つの変量 N および P_3 は f_s という1つの量の中に陰に含み込んでしまうことができる訳である。このことはすでに前章4節の解析において定性的に議論してきたのであるが、ここでは f_s に対する f_{max} を定量的に比較するため、 $N=12$ および8の場合の計算値を用いて f_s に対する f_{max} の値の変化をこの図5-17に実線で示し実験結果と比較する。この図からわかるように、 $C_r=0.05\text{mm}$ 付近の半径すきまでは解析結果は実験によく一致しているが、 C_r がこの値付近より小さい範囲では f_{max} の計算値は実験値より高くなり、一方 C_r の大きい範囲では f_{max} の計算値は実験値より低くなって

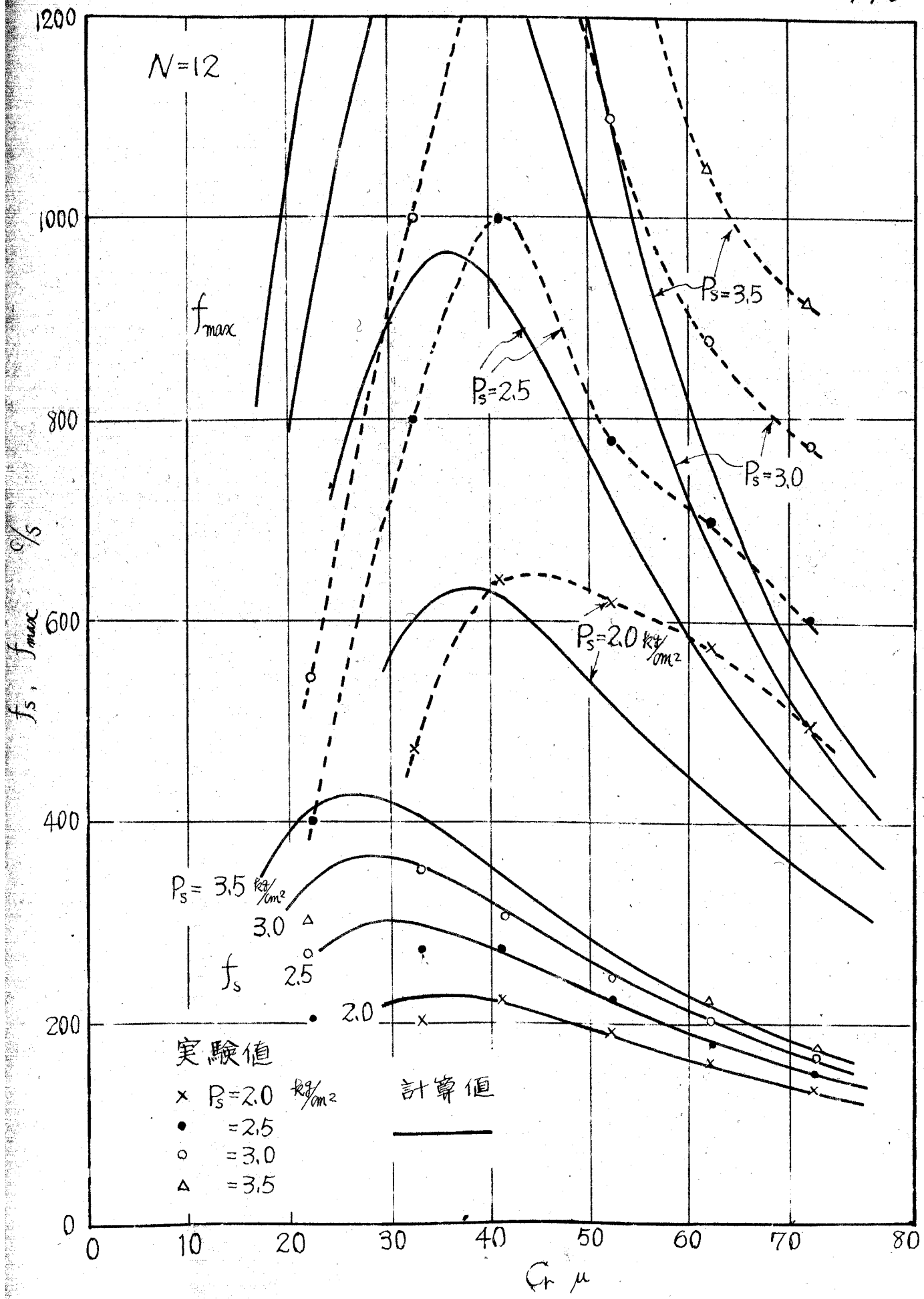


図 5-16

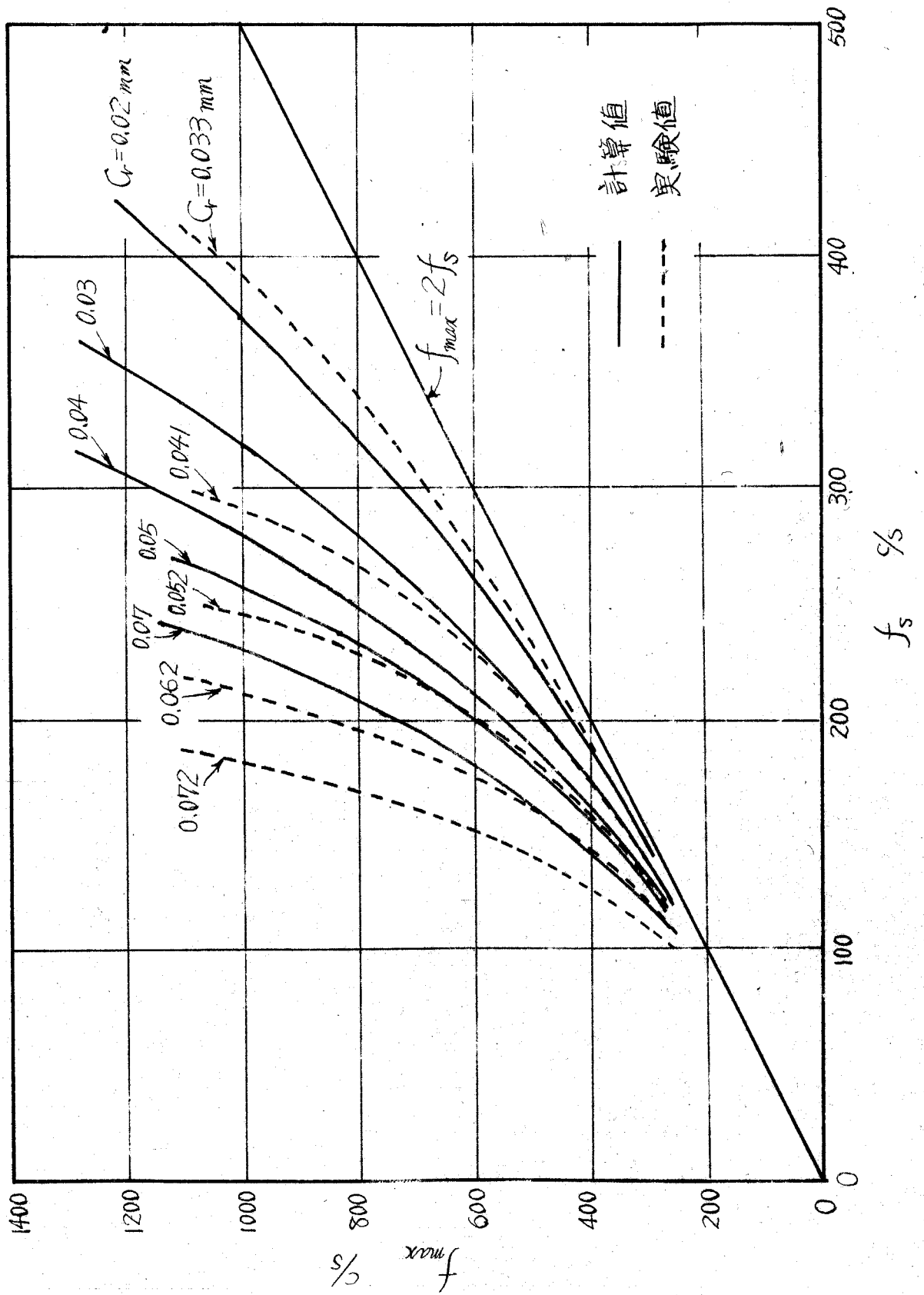
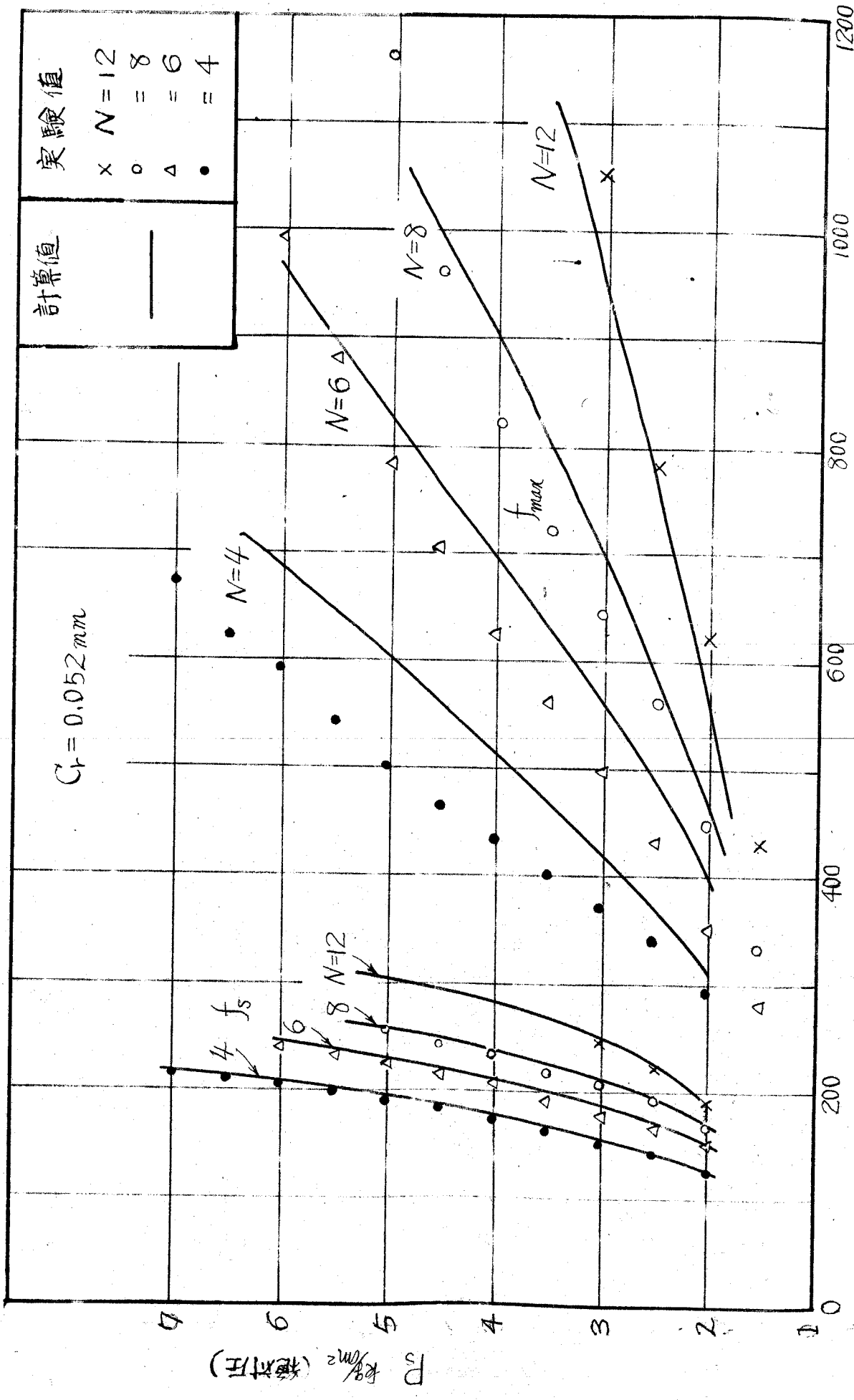


図5-17

いる。 C_n が小さい範囲で解析と実験が合わないのはオス車の静的特性において述べたように、離散的な供給源を線状供給源としてモデル化したことや給気孔周辺における断熱変化という仮定に不合理が生じて来たためと思われる。また C_n が大きい範囲で解析と実験が合わないのは、半径すきまが大きくなると給気孔周辺での衝撃波や気体の慣性力が軸受内の流動に影響し、本解析による完全粘性流という仮定がなりたたなくなるためと思われる。

最後に半径すきま $C_r=0.052\text{mm}$ の場合、給気孔数 N をパラメータとして、給気圧力 P_3 に対する自励振動の振動数 f_s および最高回転速度 f_{max} の値の計算結果を実験と比較し図5-18に示す。この図から $C_r=0.052\text{mm}$ の場合には、いずれの給気孔数においても、 P_3 と f_s 、 f_{max} との関係の解析結果は実験結果とかなりよく一致している。



5-8

第6章

静圧気体ジャーナル軸受の設計指針

前章までに述べたことから、自成紋り型静圧気体ジャーナル軸受の静的および動的特性に関する本研究の解析結果は、静的および動的特性の実験結果を定性的によく説明しているばかりでなく、給気孔数が約10個以上、半径すきまが $0.04 \sim 0.06 \text{ mm}$ の範囲、軸受幅比が1.0前後の値の範囲においては、定量的にも実験結果とかなりよく一致していることが明らかとなった。この解析の軸受幅比に対する適用範囲については、 $\frac{1}{2}R$ が1.5や0.5のときは、負荷容量や軸受剛性について実際よりかなり大きな値が計算されたが、実験データが少ないため、本研究では軸受幅比に関する適用範囲は十分明らかにされたとは言えないであろう。

しかしながら、以上の研究結果から結論的に考えるべきことは、この理論解析をもとづいて、与えられた条件の範囲内で最もすぐれた特性を併せた軸受を設計するにはどうしたらよいかという最適設計の方法である。最適設計の基準となるものは、静的特性としては負荷容量 χ や軸受剛性 k をできるだけ大きくすることであり、動的特性なら軸の許容不フリあいの決定と安定に回転する最高回転速度 f_{max} を最も高くすることである。本解析は χ や f_{max} の値が最大になる付近で必ずしも実験結果と定量的な一致が得られていないが、本解析をもとにした最適設計の方法を以下に述べることにする。

まず軸受の静的特性を最適にするには、 α に χ が最大になるような軸受の寸法を決めることである。 χ は $L/2R$, Γ および P_3 の関数であるが、図3-30～34からそれぞれの P_3 , $L/2R$ の値に対して χ が最大となるような Γ の最適値が存在していることがわかる。そこで $L/2R$, P_3 が一定のとき、 χ を最大とする Γ の値を Γ_{opt} とし、そのときの χ の値を χ_{max} とする。 χ_{max} は P_3 , $L/2R$ および Γ_{opt} のうちいずれか2つの変量の関数として表わされるので P_3 , $L/2R$ をパラメータに選び Γ_{opt} の関数として χ_{max} を示すと図6-1のようになる。これから χ_{max} は P_3 に対しては単調に増加するが $L/2R$ に関しては $L/2R$ を大きくしても必ずしも増加せず、 P_3 一定の場合 χ_{max} が最大となるような $L/2R$ が存在することがわかる。 χ_{max} が最大となる $L/2R$ の値は約1.75であるが、果して $L/2R=1.75$ 付近で本解析が適用できるかどうかは明らかでない。 R や $L/2R$ の値が与えられた場合に χ を最大にするには G や N および d をどうすればよいかという問題については式(3-24)の Γ が Γ_{opt} になるように G や Nd を設定すればよいことになる。ただし図3-30～34でみてきたように χ_{max} , Γ_{opt} の計算値は実際より少し大きな値を示しているので Γ_{opt} としては図6-1に示す値より少し小さく見積った方がよいと思われる。

次に軸受剛性 G を設定するのであるが式(3-26)より G は χ/G と考えてよい。また Γ_{opt} は設定すべき軸受パラメータ G と dN の関数なので G をできる限り小さくとり、次に Γ_{opt} を満足するように dN の値を設定すればよいことになる。 G は式(3-24)より

$$G = \left[\frac{6\mu C_0 d N \sqrt{4R_0 T_0 g}}{P_3 \Gamma_{opt}} \right]^{1/2} \quad (6-1)$$

で与えられるので、 G を小さくすれば dN の値も小さくなる。 G は工作上もまた本解析の適用範囲からいってあまり小さくすることは望ましくな

く一方 dN の値が小さくなると本解析における線状供給源という仮定が破れるので dN の値もあまり小さくすることは望ましくない。本研究の解析および実験結果から、この解析を用いて χ や l の値をみつめることができるのは

$$\left. \begin{aligned} dN &\geq 0.8 \times 10 = 8 \\ 0.06 &\geq G_r \geq 0.04 \end{aligned} \right\} \quad (6-2)$$

の範囲と考えるべきであろう。またこの範囲より小さい dN や G_r の値を選んだとしても解析どおりに χ や l が大きくなるかは疑わしい。したがって本解析によってあらかじめ要求された χ や l の値を持つ軸受を設計するような場合には、 $L/2R = 1.0$ 前後に選べ式(6-2)を満足するような Γ_{opt} に対して平定の χ や l の値が得られるように P_3 を決めることになる。

軸受が設定されると軸の寸法も決定し、したがって軸受剛性 R やジャーナル部の算価質量が求められ、軸受の共振速度も計算できる。そこでまず問題になるのは共振速度を安全に越させるためには軸の残留不つりあいをどの程度に抑えればよいかということである。オキ章オ3節では許容不つりあいをジャーナル部の算価偏重心を半径すきまで割った量で示したが、そこでは ϵ_{ca} は軸受半径 R 、軸受幅比 $L/2R$ 、軸受半径すき G_r 、共振速度、平均圧力 P_m 等の量に依存していた。そこでここではさらに一般的な軸-軸受に対して適用できる、できるだけまとめた図表を求める。

軸の残留不つりあいが問題になるのは比較的半径すきまが大きい軸受である。すでに図4-4で見たように比較的半径すきまが大きい軸受においては、共振点の最大振幅を与える回転速度は位相角が 90° の点、すなわち式(4-88)から $\omega = \Omega_{p_0} (a_1 - P_m b_1 / \chi)$ で与えられると考えてよい。そこでこれを式(4-87)に代入すれば $\delta_2 = 90^\circ$ のときの振幅として次式が得られ

る。

$$A_{\varepsilon_2=90^\circ} = \frac{\varepsilon_0 (a_1 - p_m b_1 / \chi)}{(a_2 - p_m b_2 / \chi)} \quad (6-3)$$

オキ章オキ章と同様にして許容偏重心 ε_{0a} を $A_{\varepsilon=90^\circ} = 0.5$ となるように決めると

$$\varepsilon_{0a} = 0.5 \times \frac{(a_2 - p_m b_2 / \chi)}{(a_1 - p_m b_1 / \chi)} \quad (6-4)$$

となる。式(4-91)で与えられる ε_{0a} と式(6-4)で与えられる近似的な ε_{0a} の値とを比較するために両方の式から計算した ε_{0a} を Ω および共振速度の関数として図6-2に示す。この図から式(6-4)で与えられる ε_{0a} は、半径すまきが 0.03 mm 以上なら式(4-91)による ε_{0a} の値にほとんど等しいと見てよいことがわかる。したがって回転軸の許容偏重心を知るには複雑な式(4-91)を用いるより式(6-4)を用いた方が便利である。式(6-4)の右辺は $L/2R$, χ/p_m , λ/p_m の関数なので、 $L/2R = 0.5, 1.0, 1.5$ のそれぞれの場合について χ/p_m をパラメータにとり ε_{0a} を λ/p_m の関数として図6-3(a), (b), (c)に示す。ここで p_m および χ/p_m はそれぞれ図3-6および図4-2に示すように P_3 と Γ , $L/2R$ が与えられれば決定する量である。一方 λ/p_m は共振角速度を Ω_{res} とすると

$$\lambda/p_m = 6\mu \left(\frac{R}{C_n}\right)^2 \frac{\Omega_{res}}{P_a P_m}$$

で与えられるから軸受が決定すれば求まる量である。したがって与えられた軸受諸条件に対する回転軸の許容偏重心を図6-3を用いてあらかじめ知ることができる訳である。

次に安定性に関して最適な設計方法を考える。式(4-103)を変形すると

$$\frac{W_{max}}{\sqrt{\frac{8\pi R^2 P_a}{M C_r}}} = \frac{D \sqrt{\lambda}}{\left(1 + \frac{a_2 \lambda}{b_2 P_m}\right)} \quad (6-5)$$

となる。式(6-5)の右辺は $\frac{1}{2}R$, P_s , λ'_m および Γ の関数であるが、その値は一般に、 P_s の増大および λ'_m の減少に従って増大する。しかし P_s , λ'_m および $\frac{1}{2}R$ の値が一定のとき、式(6-5)の右辺を最大にする Γ の値が存在する。そこで $\frac{1}{2}R$, P_s , λ'_m が一定のとき式(6-5)の右辺を最大にする Γ の値を Γ'_{opt} とすると、 Γ'_{opt} は与えられた P_s および $\frac{1}{2}R$ の値の下において、最高回転速度 W_{max} を最大にする Γ の値に外ならない。そこで式(6-5)の値を ∇ と置いて Γ'_{opt} に対する ∇ の値を $\frac{1}{2}R$, P_s , λ'_m をパラメータとして1枚のグラフに図示すると図6-4となる。ここで Γ'_{opt} , λ'_m および ∇ の値を下に記す。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma'_{opt} &= \frac{6\mu C_0 d N \sqrt{V R_0 T_s g}}{P_a C_r^2} \\ \frac{\lambda}{P_m} &= 6\mu \left(\frac{R}{C_r}\right)^2 \frac{W_{max}}{P_a P_m} \\ \nabla &= \frac{W_{max}}{\sqrt{\frac{8\pi R^2 P_a}{M C_r}}} \end{aligned} \right\} \quad (6-6)$$

図6-4 からわかるように、 P_s があまり低くなければ、一般に軸受幅比 $\frac{1}{2}R$ が小さいほど ∇ の値は大きくなると言える。

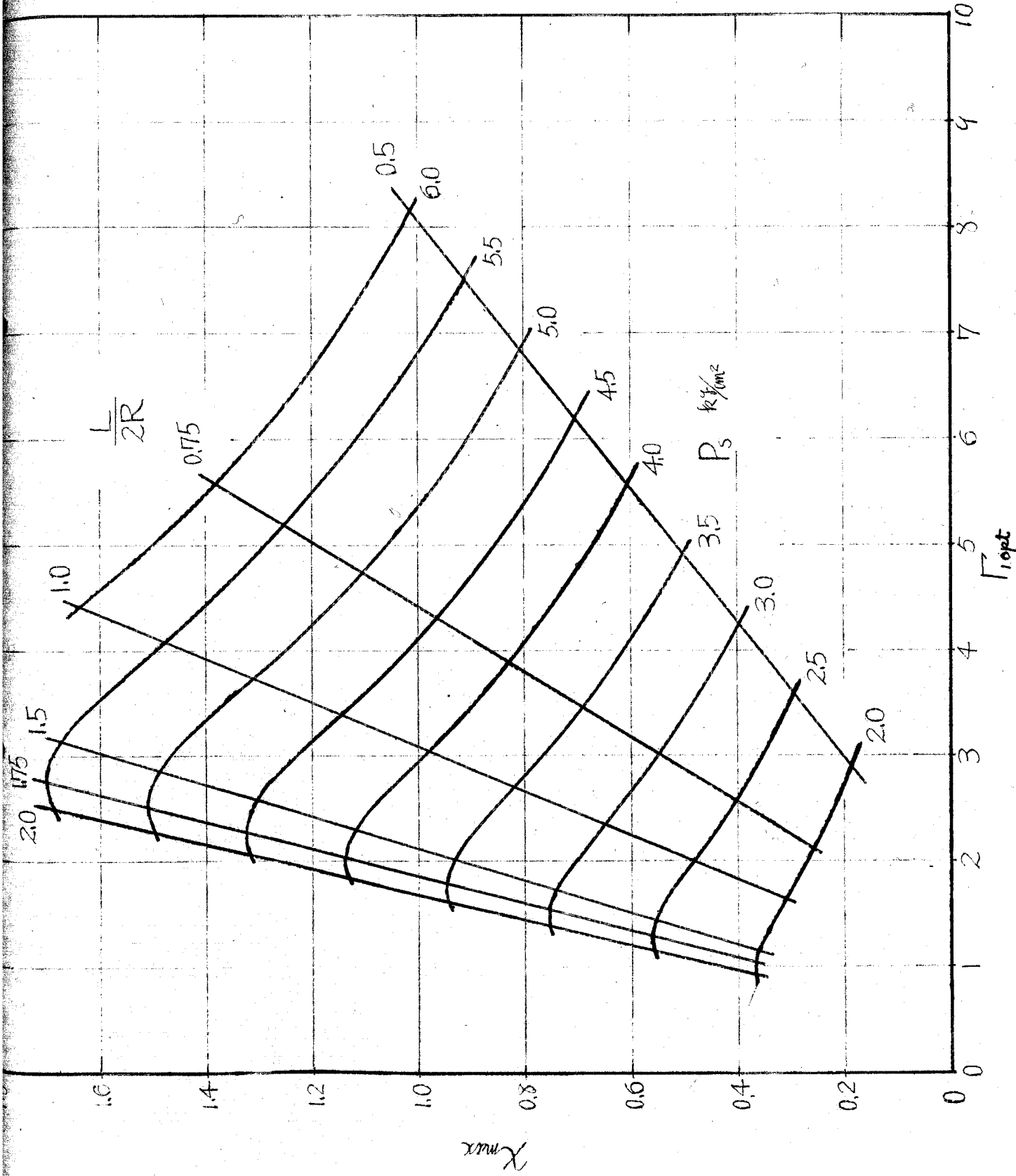
さて、安定性を考慮に入れて軸受を設計しようとする場合、軸受の半径や回転軸の質量は使用される回転軸の機能から決定されるのが一般的であるから、ここでは軸受半径 R や軸の質量 M が与えられた場合、不安定振動の発生する回転速度を最も高くするには給気孔径と給気孔数の積 dN の値や、軸受半径すきま C_r および軸受幅比 $\frac{1}{2}R$ をどのように決めたらよいかについて考える。

まず $L/2R$ については、図6-4から、 $L/2R$ を小さくすればする程、 ∇ つまり W_{max} は大きくなると言えるが、他方 $L/2R$ を小さくすると図6-1からわかるように静的負荷容量 λ が小さくなってしまふ。したがって $L/2R$ の値は主として静的負荷容量に対する要求から決定されることになる。 $L/2R$ の値が決まれば次に使用する給気圧力 P_3 に対応して、 Π_{opt} や C_r および dV の最適値をどのように定めるかという問題になる。しかし $L/2R$, P_3 が決まればたゞどこに Π_{opt} が決まり、次にこれを満足するように C_r や dV を定めるとそのときの W_{max} が求まるという具合には必ずしもいがない。 C_r 自体ではなく、 C_r と W_{max} との関数である ∇ および λ_{pm} のいずれか一方が自由に送る量になっているからである。そこで式(6-6)からいけば W_{max} , C_r/R と λ_{pm} , ∇ の関係を示す図6-6を用いて最適な C_r/R , および Π_{opt} を定め、さらにこのときの W_{max} を求めることにする。まず与えられた P_3 , $L/2R$ の値の下で $\lambda_{pm} = 0$ に対応する ∇ の値を図6-4より読む。次に C_r/R の値をこの解析が有効な $C_r = 0.04 \sim 0.06 \text{ mm}$ の範囲に選びこの C_r/R と ∇ の値に対する λ_{pm} の値を図6-5より読みとる。次にこの λ_{pm} の値に対する ∇ の値を再び図6-4より読みとりこの ∇ と先の C_r/R に対応する λ_{pm} の値を再び図6-5から読む。この操作を2, 3度くり返すと、あらかじめ設定した C_r/R に対する ∇ , λ_{pm} および Π_{opt} が図6-4から定まる。 C_r に対する dV の最適値は Π_{opt} の式(6-6)から求められる。またこの λ_{pm} , ∇ に対する W_{max} の値は図6-5から求めることができる。図6-5からわかるように ∇ が一定ならば C_r/R はできるだけ小さく与えた方が W_{max} は大きくなるが、しかし C_r をあまり小さく選ぶとこの解析自体が妥当性を失ない、実際には W_{max} は小さくなってしまふ。これまでの実験的研究から推測すると C_r は 0.04 mm 前後にするのがよいと思われる。

次に回転軸の質量や直径が定められている場合に、できるだけ低い給気

圧力で与えられた W_{max} を得るためには軸受半径すきまや給気孔数および給気孔径の値をどのように設定したらよいかを考える。この場合には前と違って図6-5から出発する。まづ C_r の値を 0.04mm から 0.05mm の範囲に送り、 $\left[\frac{P_a P_m^2 M}{288 \pi \mu^2 R}\right]^{1/2} \left(\frac{C_r}{R}\right)$ の直線の、与えられた W_{max} に相当する $\left[\frac{3 \mu M^2}{32 \pi^2 R^2 P_a^3 P_m}\right]^{1/2} W_{max}$ の水平線より十分上に出ている部分で交わる ν および λ_m の値を定める。ただしこの場合 P_m の値は適当に見積ることとする。この ν 、 λ_m に対応する Γ_{opt} および P_s の値は図6-4からそれぞれの $\frac{1}{2} R$ の値に対応して求めることができる。実際に軸受を製作する場合には、作られた軸受の dV の値は工具の関係から、始め C_r を与えて計算した dV の最適値と多少は異なるはかであるから、製作した軸受の dV の値に対して改めて C_r の最適値を求めなおし、軸受間隙がこの C_r の値になるようにジャーナル部の径を研削することになる。この場合、 $\frac{1}{2} R$ が 1.0 以下の値ならば、 λ_m の値が変化しても Γ_{opt} はほとんど変化しないから、適当に見積った λ_m の値に対する Γ_{opt} の値から C_r の最適値を定めれば十分であろう。

图 6-1



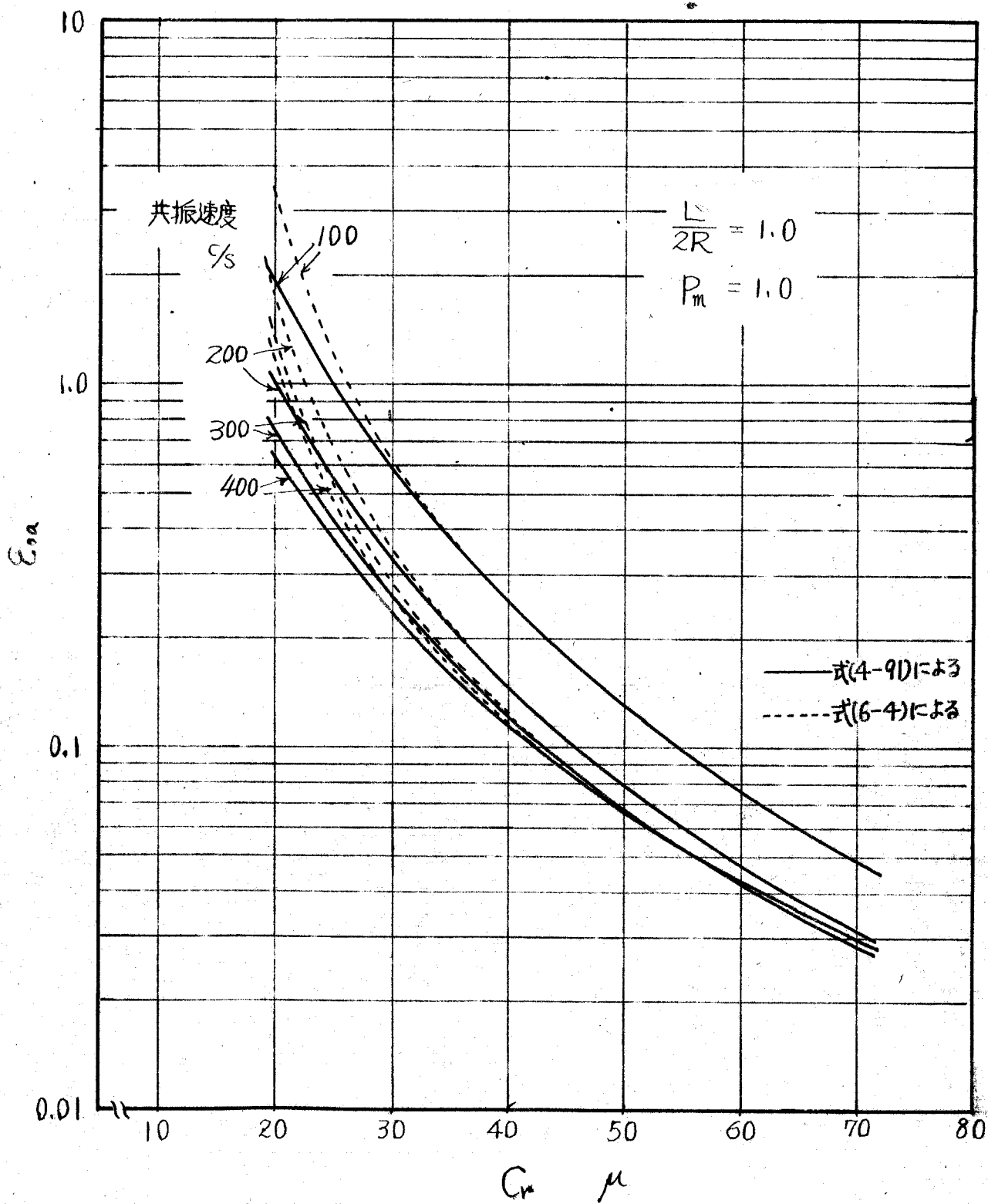
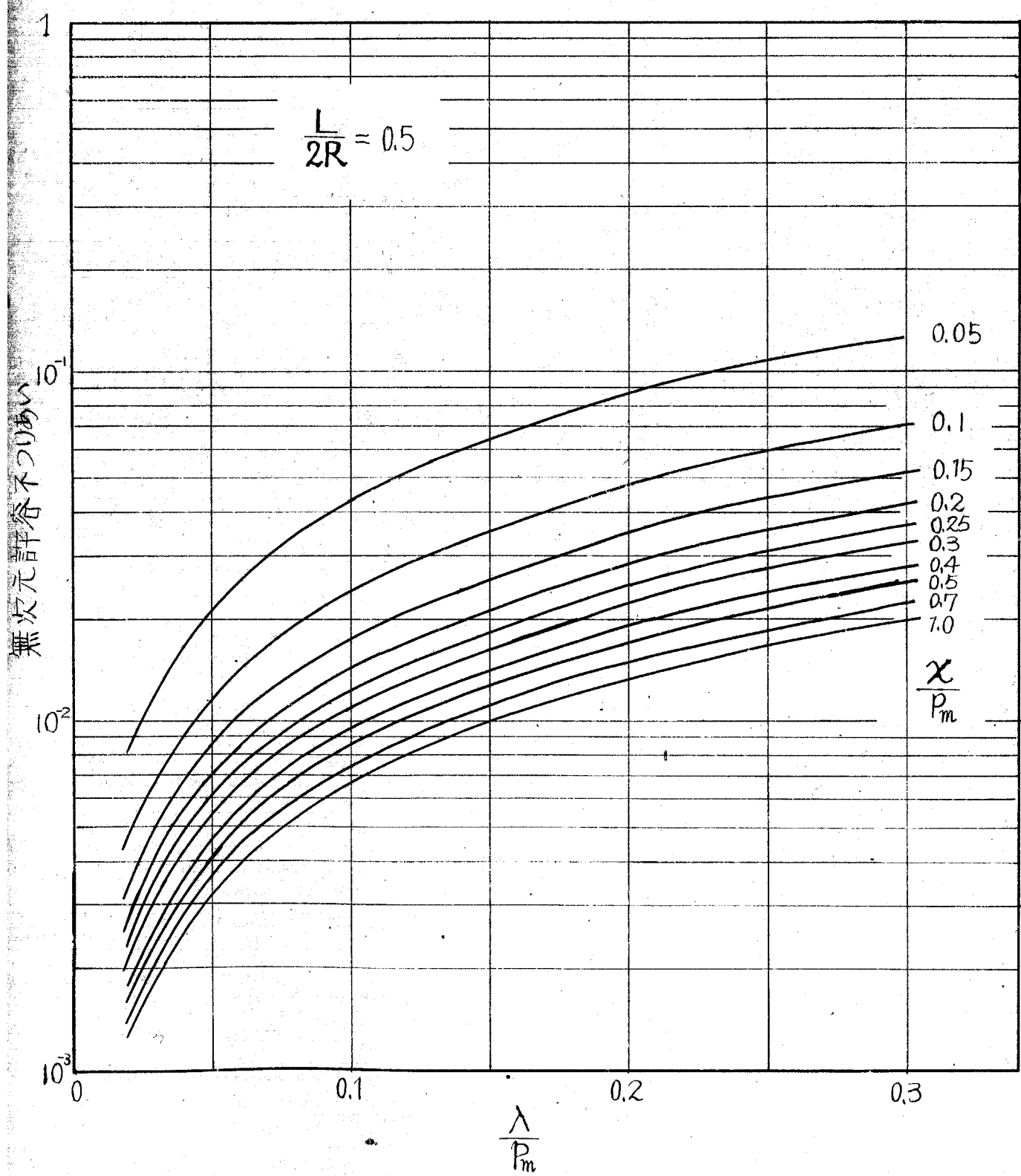


図 6-2



☒ 6-3 (a)

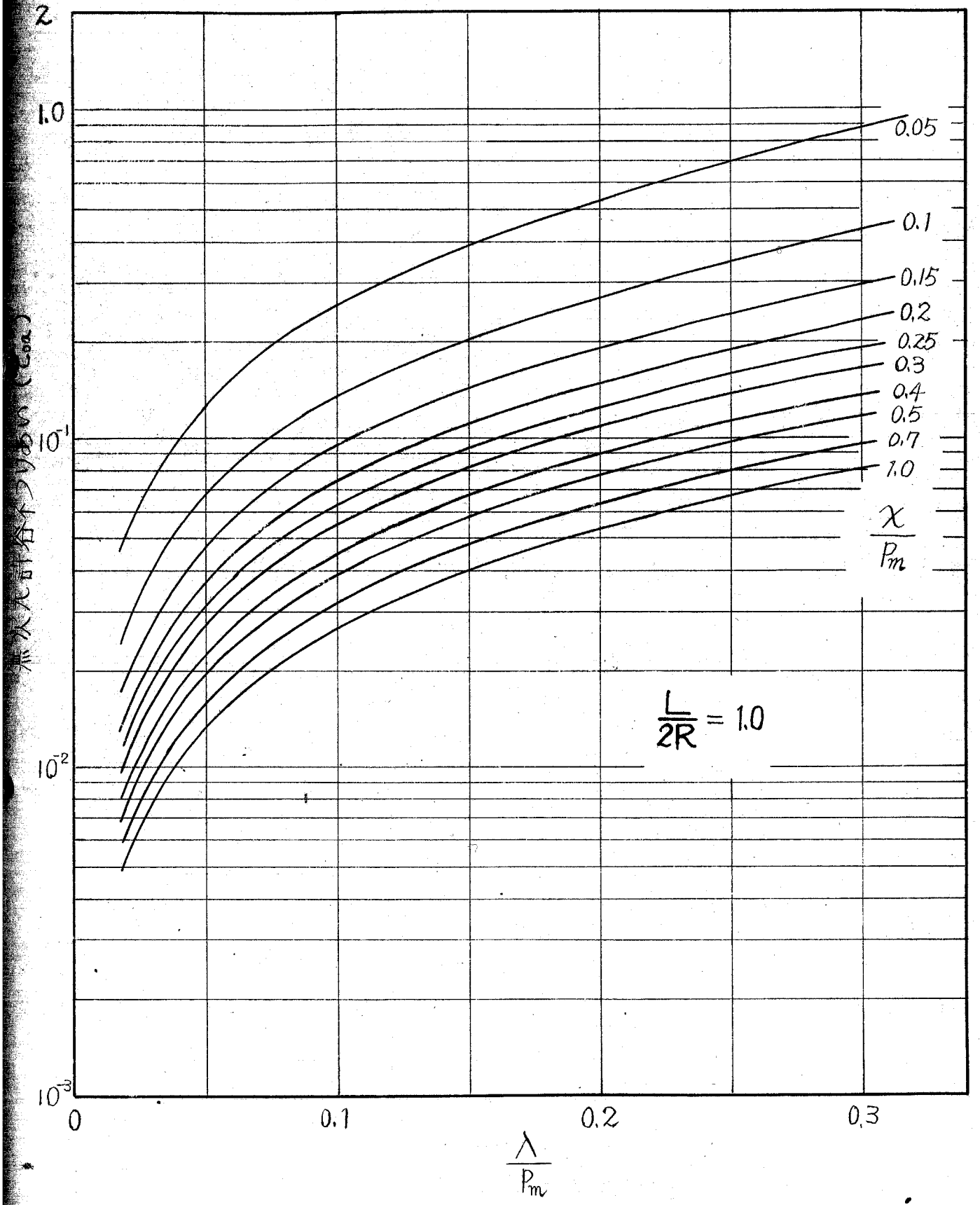


图 6-3 (b)

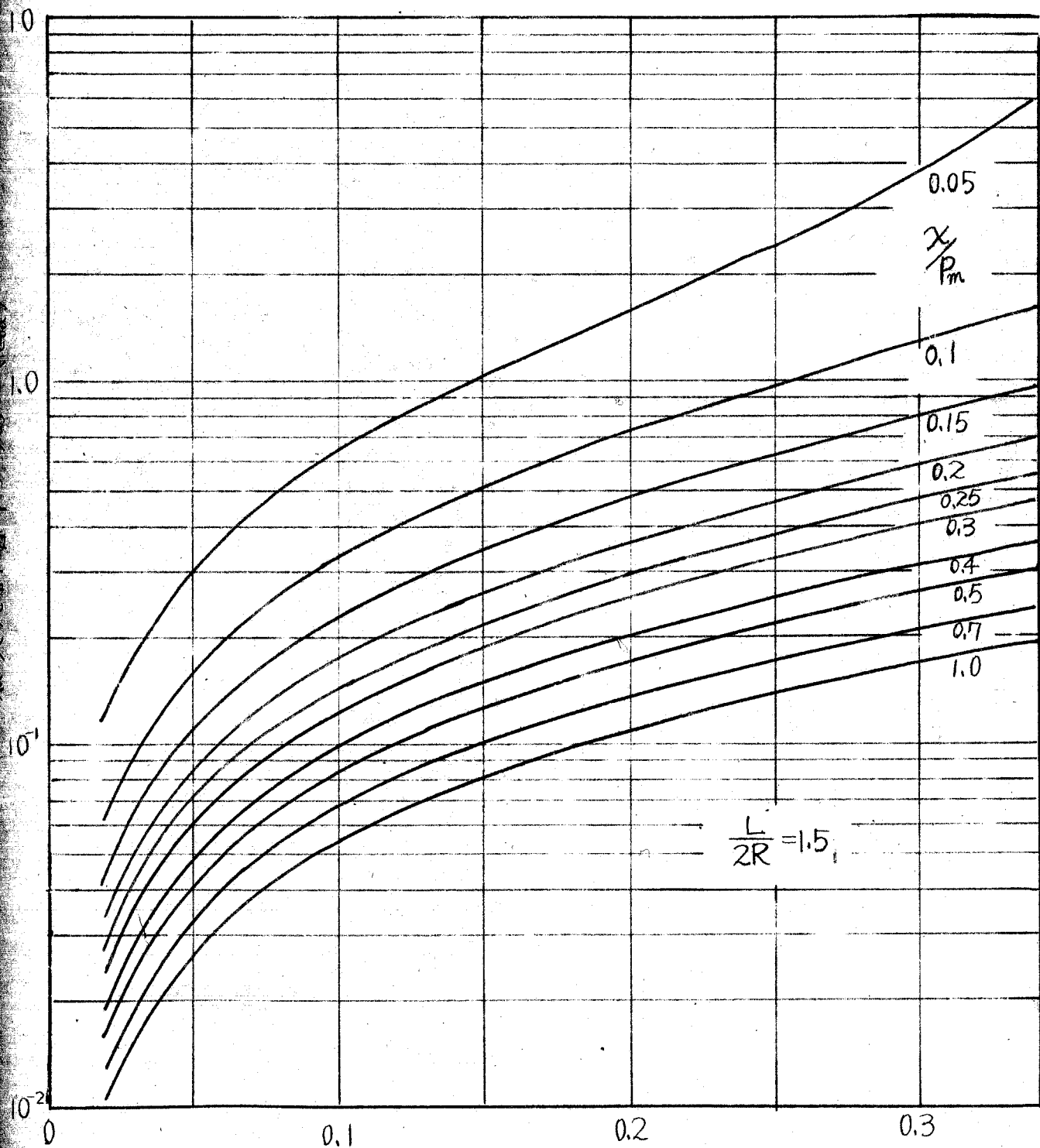
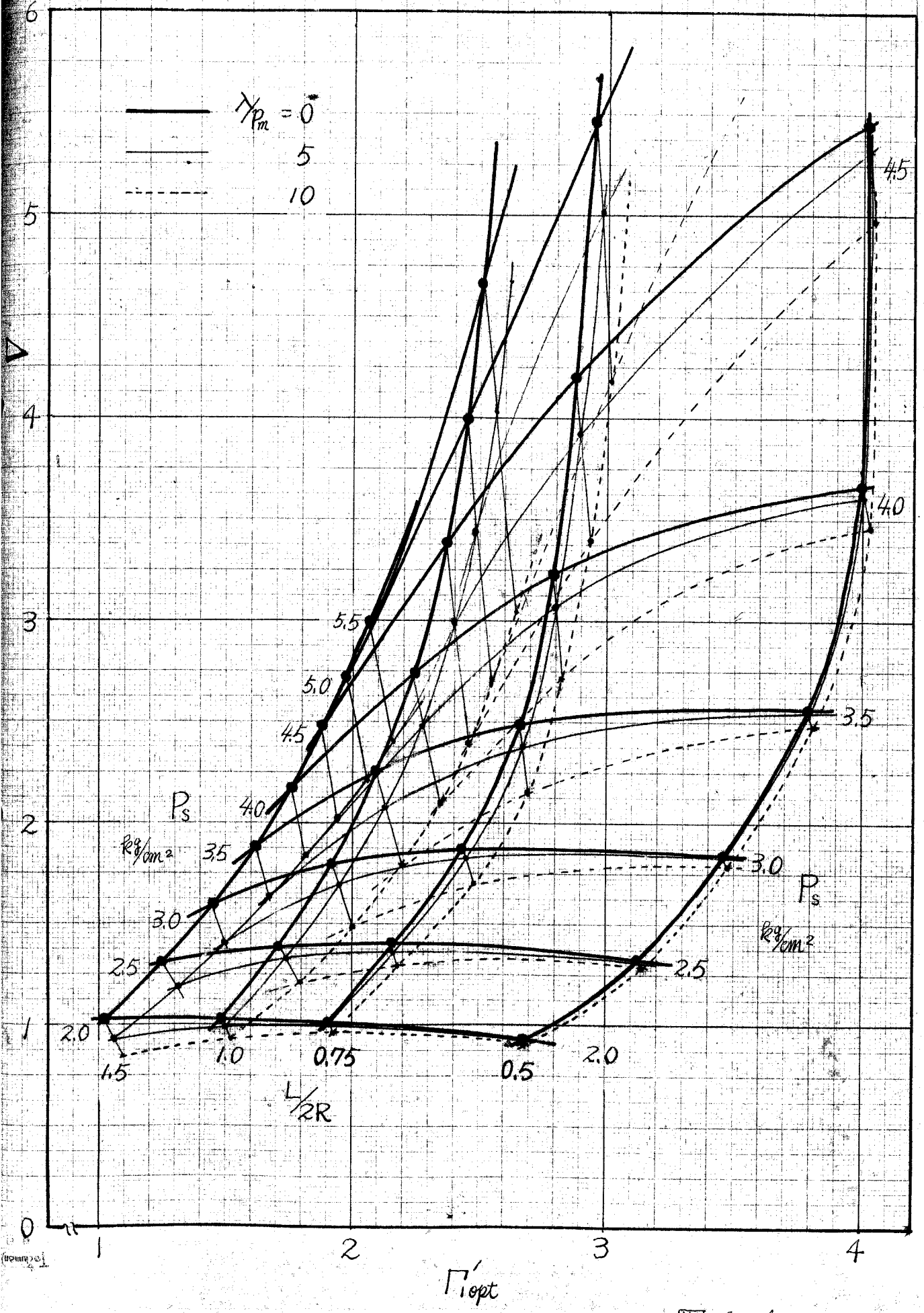
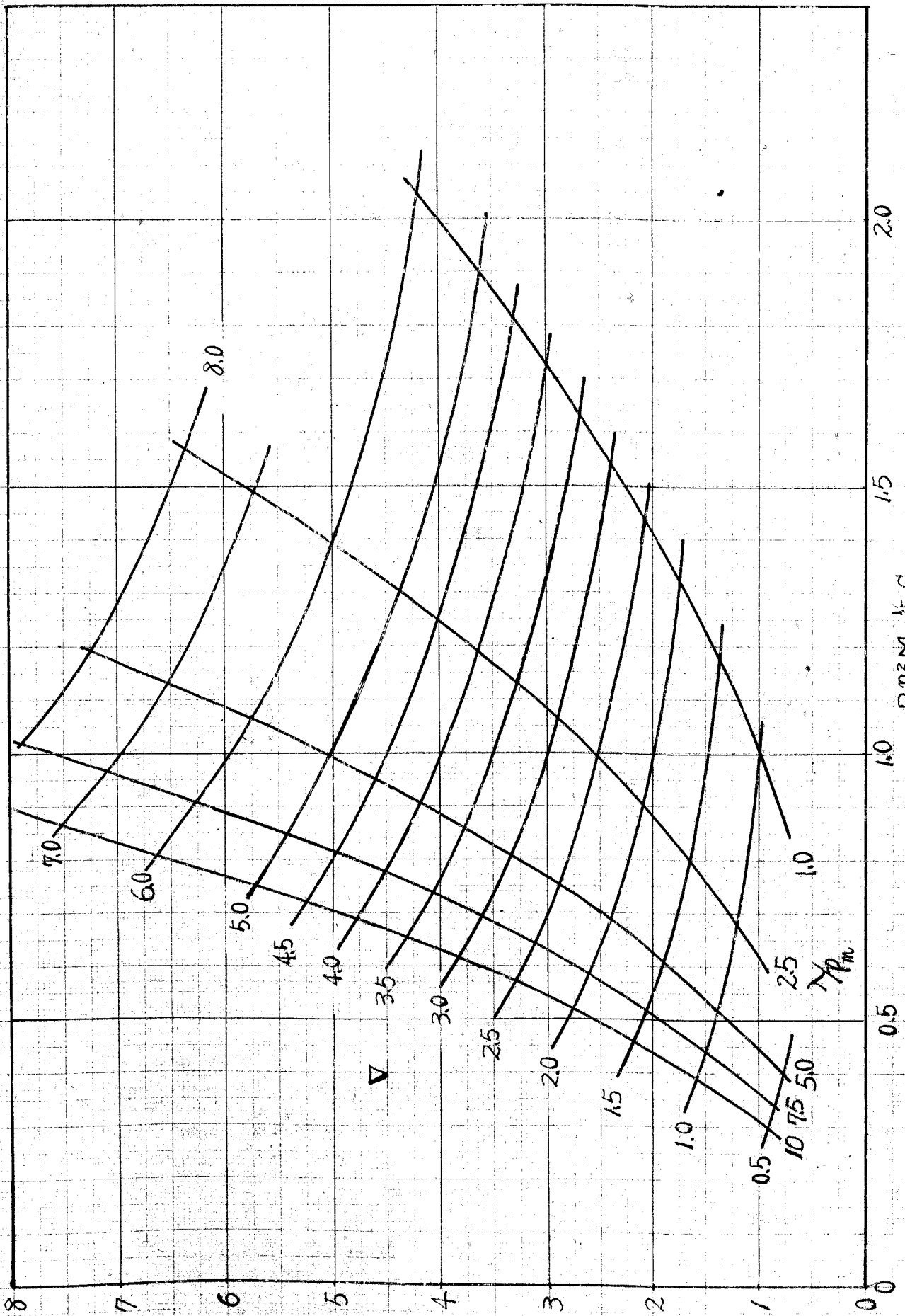


图 6-3 (c)





$$\frac{3\mu M^2}{(32T^2 R^2 P_a^3 P_m)} \cdot W_{max} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\left(\frac{P_a P_m^2 M}{288 T^2 \mu^2 R} \right)^{1/5} \cdot \frac{C_{11}}{R}$$

6-5

オワ章

結 論

オ1章では気体軸受一般から説き起こして、気体軸受に関する研究の流れの中で本研究がしめる位置を明確にし、本研究の内容を述べた。

オ2章では、静圧気体ジャーナル軸受の気体膜の反力を求めるための基礎方程式を Navier-Stokes の方程式から導いた。

オ3章では、静圧気体ジャーナル軸受の静的特性を解析し実験的検討を加えた。その結果静的特性に関する解析結果は、

$$L/2R \approx 0.8 \sim 1.0, \quad C_r = 0.03 \sim 0.06 \text{ mm}, \quad d \cdot N \geq 8, \quad \Gamma \leq 2$$

の範囲で定量的にも実験結果によく一致することが明らかにされた。また任意の給気圧力および軸受幅比の下で、負荷容量を最大にするような Γ が存在することが解析的および実験的に明らかにされた。

オ4章では、まずジャーナルの振動によってひき起こされる気体膜の反力を一般的に求め、次にこれを用いて、軸の両端を静圧気体ジャーナル軸受でささえられた剛性回転軸の運動方程式を導き、これを解いて共振点における特性とふれまわり不安定性を解析した。共振点の振幅特性は、ジャーナルの算術的な不つきあい量との関係において明らかにし、共振点を安全に通過させることができるためのジャーナルの許容不つきあいについて考察した。一方、不安定なふれまわりが発生する最高回転速度 f_{max} は、主として、軸-軸受系の固有振動数 f_0 と軸-軸受系の諸量によって決定されるパラメータ $\sigma_3 = \frac{5\pi m C_r}{RLP_a P_m}$ に関係しており、 σ_3 および f_0 の減少にしたがって、 f_{max} は $2f_0$ に等しくなり、 σ_3 および f_0 の増加にしたがって、 f_{max} は

急激に $2f_0$ より大きな値になることが明らかにされた。

オ5章では、共振点における軸受特性とふれまわり不安定性に対する実験的検討を行なった。その結果、共振点における軸受特性に関しては、半径すきまが 0.03mm 以上ではかなりよく実験と一致することが明らかになった。またふれまわり不安定性についての解析結果は、定性的に実験結果とよく一致し、定量的には半径すきまが 0.05mm の前後でよく一致していることを示した。なお軸の最高回転速度 f_{max} が最大になるような最適すきまが存在することが実験的、解析的に明らかにされ、その値も給気孔の数が大きい場合にはかなりよく一致している。

オ6章では、本解析にもとづいて、まず与えられた軸受幅比や給気圧力の下で、負荷容量や軸受剛性を最大に設計するための方法を述べた。次に軸受の共振速度を安全に越えるための回転軸の許容不すりあいについて簡単に見積る方法を述べ、最後にふれまわりが発生する回転速度を最大にするような設計の方法を提案した。

参考文献

参考文献としては本研究に直接関係があるもののみを以下に記す。

- (1) S. K. Grinnel & H. H. Richardson
Trans. ASME Vol. 79 1957 p11
- (2) H. H. Richardson
Trans. ASME Vol 80 1958 p1503
- (3) 原田, 小川
機械試験所所報 Vol. 20 No. 1 1966
- (4) 熊谷: 比呂・藤本
機械学会前刷集 168, 4 (1967)
- (5) R. H. Larson & H. H. Richardson
Trans. ASME, Ser. D Vol 84 (1962-12) p511
- (6) W. A. Gross
Trans. ASME Ser. D Vol 84 (1962-3) p132
- (7) J. W. Powell & N. Tully
Engineer, 213-5553 (1962) p 1121
- (8) J. W. Lund
Trans. ASME Ser. D Vol 86 (1964-6) p328

最近の文献および著書

- [1] 谷口, 田村, 小野
機械学会論文集 33-250 (昭42-6) p997

[2] 小野・田村

機械学会論文集

33-255 (昭42-11) p1883

[3] 多々良

機械学会論文集

34-259 (昭43-3) p560

[4] Univ. of Southampton, Gas Bearing Symposium (1967-4)

[5] W. A. Gross, Gas Film Lubrication, (1962) John Wiley & Sons.

[6] N. S. Grassman & J. W. Powell,

Gas Lubricated Bearings (1964) Butterworths

[7] Design of Gas Bearing - I, II RPI-MTI (1967)

付 録 Ⅰ

静圧気体ジャーナル軸受の摩擦トルク について

共振特性の実験に用いた4本の軸について、回転時における軸受の摩擦トルクを測定し、ペトロフの式による計算値と比較したので以下にこれを示す。

軸受中心からの偏心がほとんど零の位置でジャーナルが回転しているものとする、摩擦トルク T_f はペトロフの式 [1-1] で与えられる。

$$T_f = \frac{2\pi\mu R^3 L' \omega}{C_r} \quad [1-1]$$

ここで μ は粘性係数、 R は軸受半径、 L' は有効軸受幅、 ω は軸の回転角速度、 C_r は軸受半径すきまである。軸の駆動力が零の場合、最初角速度 ω_0 で回転していた軸が t 時間後にどれだけになるかを考える。そこで、軸の回転速度を低下させるトルクが軸受部の摩擦トルクのみだとし、タービン羽根部その他の空気の抵抗を無視すると、軸の回転に関する運動方程式は

$$I_p \frac{d\omega}{dt} = - \frac{2\pi\mu R^3 L' \omega}{C_r} \quad [1-2]$$

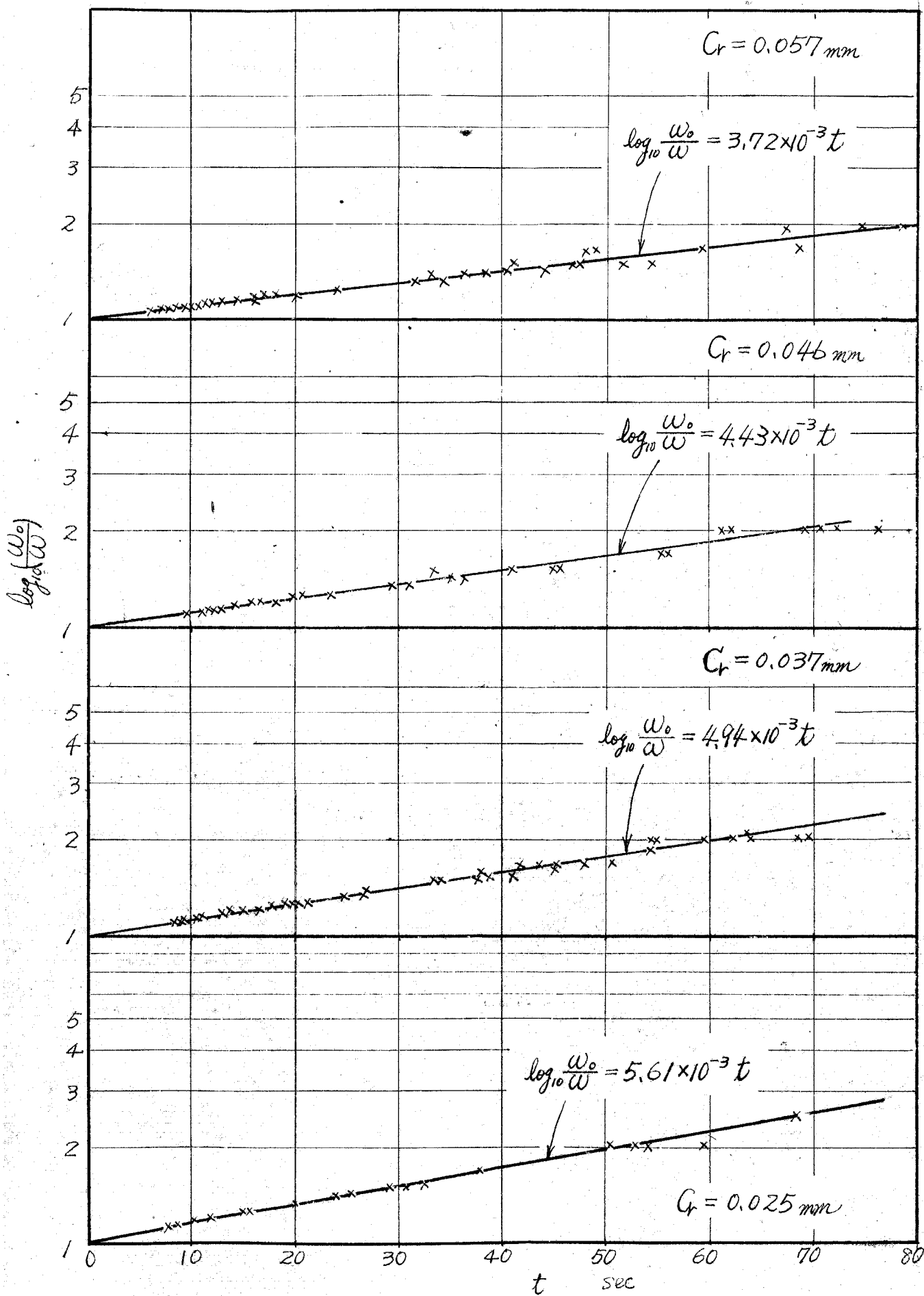
で表わされる。 $t=0$ で $\omega = \omega_0$ として式 [1-2] を解くと式 [1-3] を得る。

$$\log_{10} \frac{\omega_0}{\omega} = \alpha_0 t$$

ここで
$$\alpha_0 = \frac{2\pi\mu R^3 L'}{C_r I_p} \times \log_{10} e$$
 } [1-3]

そこで半径すきまが異なる4本の軸についてこの α_0 の値を実験的に求め式 [1-3] による計算値と比較する。

図 [1-1] は本論第5章第1節で用いた4本の軸について、実験的に調べ



⊗ [1-1]

た $\log_{10} \frac{W_0}{W}$ と t (sec) との関係を図示したものである。本実験装置では、給気圧力を高くすると軸受部からもれた加圧空気が軸のタービン羽根に当たればかた駆動トルクを生じさせるので、実験は給気圧力 1.0 kg/cm^2 (ゲージ圧) の下で行なった。図[1-1]から求めた α_c の値を計算値と比較したのが表[1-1]である。実験値の計算値に対する相対的なずれの量も示してある。これから、半径すきまが小さい場合には計算値と実験値はかなり一致しているが、すきまが大きくなると、軸受部以外の空気の摩擦抵抗が軸受部のそれに対して大きくなるために両者はかなり相違してくることがわかる。

表[1-1]

半径すきま mm	計算値 $(\alpha_c)_c$	実験値 $(\alpha_c)_e$	$\frac{(\alpha_c)_e - (\alpha_c)_c}{(\alpha_c)_c} \times 100 \%$
0.026	$5.20 \times 10^{-3 \text{ sec}^{-1}}$	$5.61 \times 10^{-3 \text{ sec}^{-1}}$	7.9
0.037	3.67×10^{-3}	4.94×10^{-3}	34.6
0.046	3.04×10^{-3}	4.43×10^{-3}	46.7
0.057	2.40×10^{-3}	3.72×10^{-3}	55.0

付 録 2

大きい旋回運動に対する解析

ジャーナルが軸受中心のまわりに比較的大きい旋回運動をしている場合には $\dot{\varphi} \neq 0$ となるから、このような旋回運動によって引き起こされる気体膜の反力は式(2-37)から求められる。鉛直軸の場合あるいは水平軸でも軸の重量が軽い場合は共振点でこのような旋回運動を行なっているものと考えられるので、共振特性のために式(2-37)にもとづく気体膜の反力を求めこれを用いて共振特性を解析してみる。

式(2-37)において $\dot{\varphi}$ は旋回角速度であるが、軸が回転速度に等しい角速度で旋回している場合を取扱うので

$$\dot{\varphi} = \omega \quad [2-1]$$

とあくと式(2-37)は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi}) + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial y} (ph^3 \frac{\partial p}{\partial y}) = -\lambda \frac{\partial (ph)}{\partial \varphi}$$

$h = 1 + K \cos \varphi$, $p = p_0 + K p_{12}$ を代入し、 K で展開して、 K について零次と1次の項をとると

$$K^0 ; \quad \frac{\partial}{\partial y} (p_0 \frac{\partial p_0}{\partial y}) = 0 \quad [2-2]$$

$$K ; \quad \frac{\partial^3 (p_0 p_{12})}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 (p_0 p_{12})}{\partial y^2} = -\frac{\lambda}{p_0} \frac{\partial (p_0 p_{12})}{\partial \varphi} + \lambda p_0 \sin \varphi \quad [2-3]$$

式(4-3)の場合と同様に、 p_{12} は静圧効果のみの圧力 p_1 と動圧効果によって生ずる圧力 p_2 の和と考え

$$p_{12} = p_1 + p_2(\lambda) \quad [2-4]$$

を式[2-3]へ代入して入を含まない項と含む項とに分離するとそれぞれ式[2-5], [2-6]がえられる。

$$\frac{\partial^2(P_0 P_1)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2(P_0 P_1)}{\partial y^2} = 0 \quad [2-5]$$

$$\frac{\partial^2(P_0 P_2)}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2(P_0 P_2)}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{P_0} \frac{\partial(P_0 P_2)}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda}{P_0} \frac{\partial(P_0 P_1)}{\partial \varphi} + \lambda P_0 \sin \varphi \quad [2-6]$$

式[2-2]の解は式(3-14)で与えられ, 式[2-5]のそれは式(3-17)となる。式(3-17)を式[2-6]へ代入し, P_0 の代りに P_m を代用し, 境界条件

$$\left. \begin{array}{l} y=0 ; \quad \frac{\partial P_2}{\partial y} = 0 \\ y=1/2 ; \quad P_2 = 0 \end{array} \right\} \quad [2-7]$$

を用いて式[2-6]を解く。さらに各圧力成分を軸受全面にわたって積分し, 全体の気体膜の反力の和の K 方向および θ 方向成分を求めると次式となる。

$$\left. \begin{array}{l} F_K = 2\pi R^2 P_a (\chi a_1 + P_m b_1) \\ F_\theta = -2\pi R^2 P_a (\chi a_2 + P_m b_2) \end{array} \right\} \quad [2-8]$$

ここで a_1, a_2, b_1, b_2 は式(4-17)で与えられる。

本論のオ4章オ3節と同様にして軸受の共振角速度を Ω_{p0} として, 不釣り合い力によるジャーナルの強制振動の解を求めると式(4-87)および(4-88)に対応して

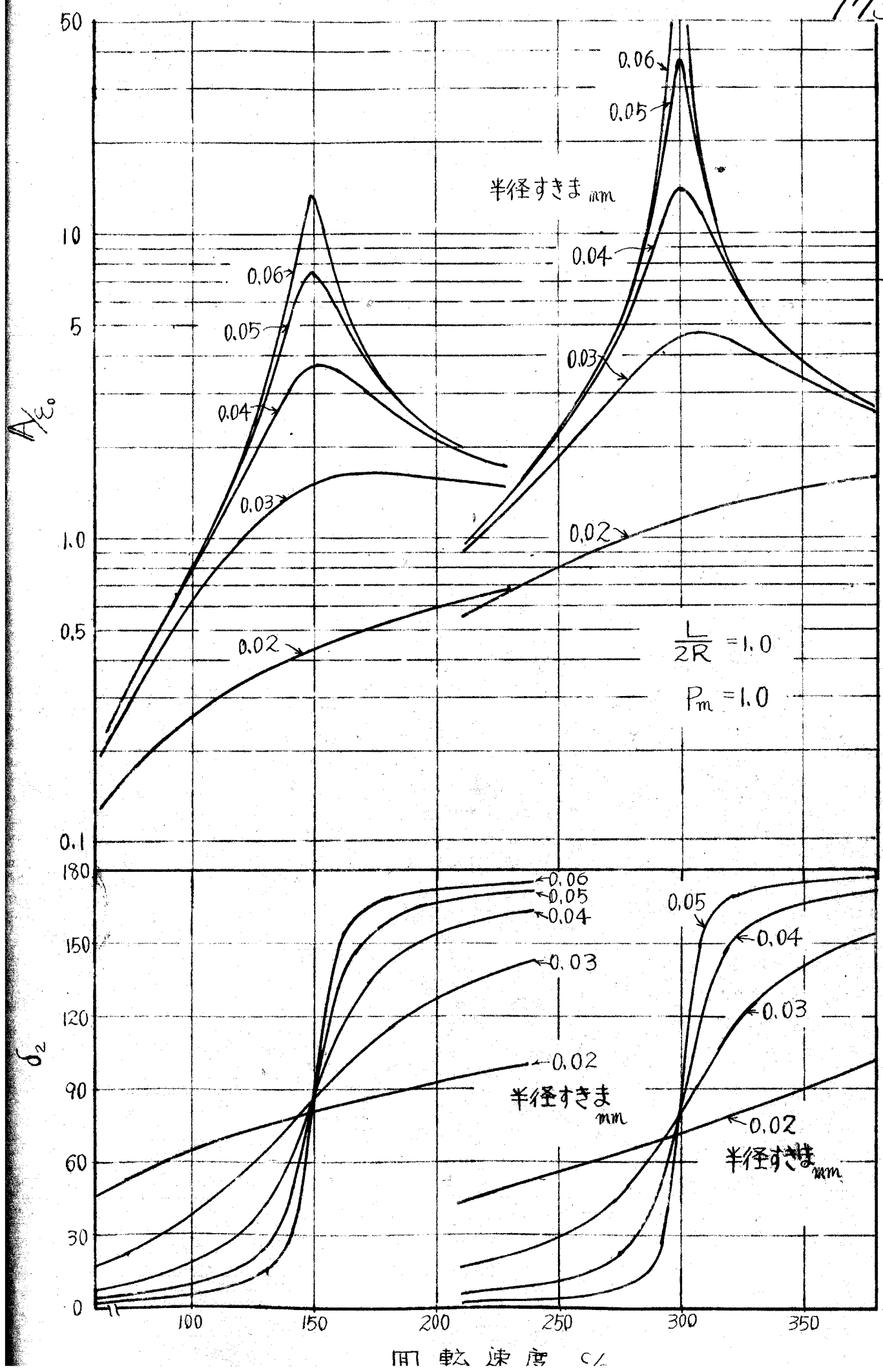
$$A = \frac{\varepsilon_0 \left(\frac{\omega}{\Omega_{p0}}\right)^2}{\left[\left\{ \left(\frac{\omega}{\Omega_{p0}}\right)^2 - (a_1 + P_m b_1/\chi) \right\}^2 + (a_2 + P_m b_2/\chi)^2 \right]^{1/2}} \quad [2-9]$$

$$\delta_2 = \arctan \left[\frac{(a_2 + P_m b_2/\chi)}{\left\{ \left(\frac{\omega}{\Omega_{p0}}\right)^2 - (a_1 + P_m b_1/\chi) \right\}} \right] \quad [2-10]$$

が得られる。

式[2-9]および式[2-10]を用いて, 図4-7と同様に $L/2R = 1.0$ で $R = 15 \text{ mm}$

の場合、 $\Omega_{p0} = 2\pi \times 150 \text{ rad/sec}$ および $2\pi \times 300 \text{ rad/sec}$ における共振特性を図示したのが図[2-1]である。この解析では $\omega/\Omega_p = 1.0$ より大きい所で $\delta_2 = 90^\circ$ になっており、第4章の解析結果とは特性が逆になっている。また振幅については、半径すきまが大きい場合ほど、回転速度に対する共振点の最大振幅の増加率が大きくなっている。この傾向も第4章の結果と異なっており、また図5-12と比較してみればわかるように実験結果と定性的に違っている。これらの結果から本実験で用いた水平回転軸において、共振点の最大振幅が偏心率にして0.5以内におさまるような旋回運動に対しては、 $\nu = 0$ という仮定にもとづく解析は不適当であるといえよう。



付 録 3

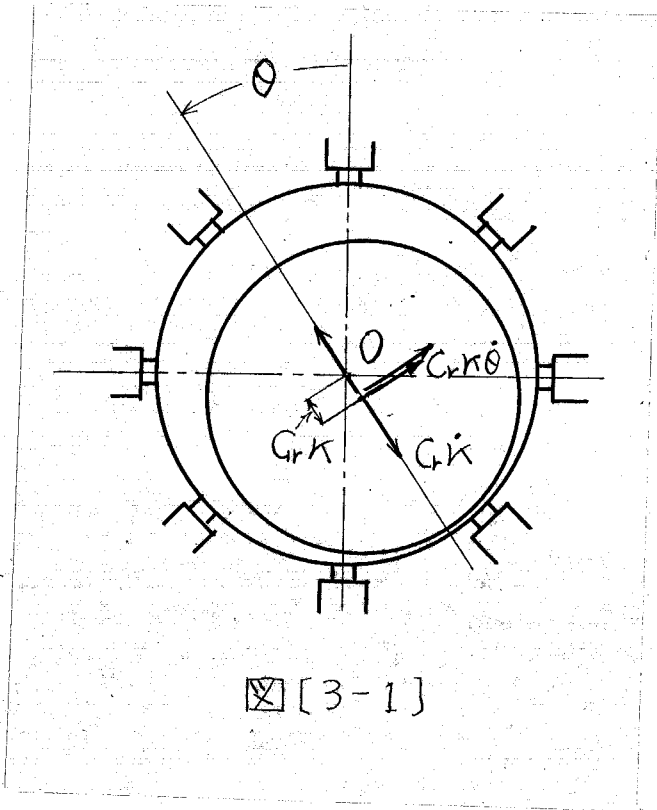
静圧気体ジャーナル軸受の不安定性と
その安定化について

静圧気体ジャーナル軸受でささえられた回転軸は、すでに本論で見たように、静圧効果にもとづく軸の固有振動数の2倍より大きい特定の回転速度で自励振動を生じ回転不可能となる。この最高回転速度が最大となるような軸受寸法が存在するから、軸受の設計に当っては軸受すきまや給気孔径、給気孔数および軸受幅比などを最適値に選ぶことが肝要となる。しかしこの方法によつては最高回転速度を著しく高めることは期待できず、これを著しく高めるためには軸受の構造に特殊な工夫をこらす必要があると考えられる。しかしいかなる考え方にちとづいて、どのように軸受の構造を決めたら安定化がはかれるかを知るためには、まず静圧気体ジャーナル軸受の不安定現象をさらに構造的に解明することが必要である。ここではその足がかりとして、静圧効果によつて引き起こされる気体膜の反力と動圧効果のそれとの関係を、理論的および実験的に明らかにし、軸受の絶対安定化のための一方法を考察する。

< 解析 >

軸受内同一列に多数の給気孔を有するポケット無し自成紋り型ジャーナル軸受をここでの議論の対象とする。本論と同じ仮定の下でジャーナルの微小振動によつて引き起こされる気体膜の反力を求めると式[3-1]のようになる。(図[3-1]参照)

$$F_k = 2\pi R^2 P_a P_m \left[\left(\frac{x}{a_m} a_1 + b_1 \right) x + 2b_2 \frac{k}{\omega} - 2b_3 \frac{k\omega}{\omega} \right]$$



☒ [3-1]

$$F_0 = 2\pi R^2 P_a P_m \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_m} a_2 + b_2 \right) \kappa - 2b_1 \frac{\dot{\kappa}}{\omega} - 2b_2 \frac{\kappa \dot{\theta}}{\omega} \right] \quad [3-1]$$

上式の大が、この中の第一項はジャーナルの偏心によつてひき起こされる気体膜の反力であり、第二および第三項はジャーナルのそれぞれ偏心方向および円周方向の速度によつてひき起こされる気体膜反力である。κの係数としての小が、この中 $\frac{\lambda}{\lambda_m}$ は静圧効果によるもので、一方 a_1, a_2, b_1, b_2 は軸の回転効果によるものである。 a_1, a_2 は軸の回転速度に正比例する無次元量 $\frac{\lambda}{\lambda_m}$ の関数で、本論の図4-3に示すように $\frac{\lambda}{\lambda_m} = 0$ のとき $a_1 = 1.0, a_2 = 0$ となる。したがつて右の式の中 $\frac{\lambda}{\lambda_m} a_2$ は静圧効果と動圧効果が相互に関連し合うことによつて始めて生ずる気体膜反力であるといふことができる。

式[3-1]を用いて回転軸の安定性について解析すると、軸の安定に回転する最高回転速度 f_{max} は非回転時の軸の固有振動数 f_0 の関数として次式で与えられる。

$$f_{max} = 2D_1 f_0 / (1 - \sigma_2 D_2 f_0^2)$$

ここで

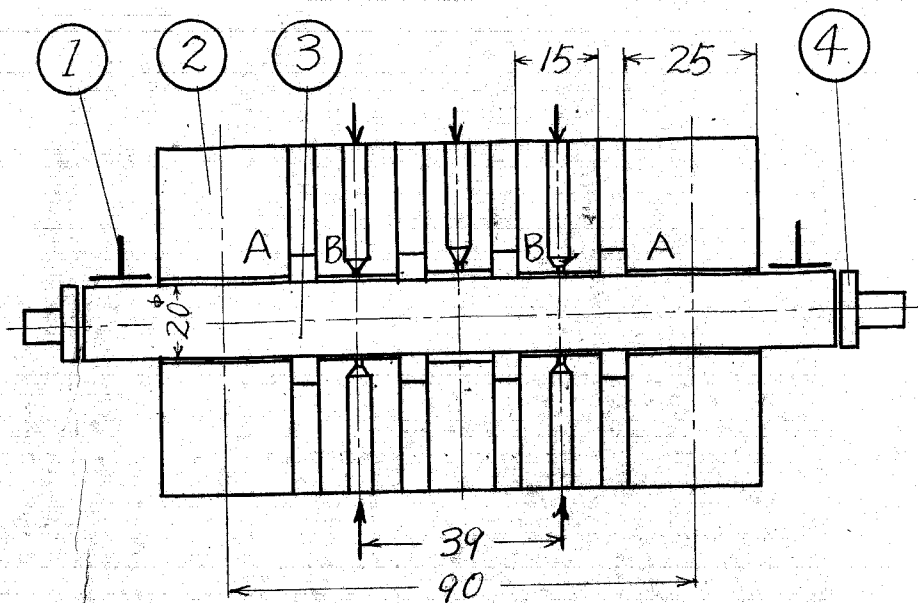
$$\sigma_2 = \frac{4\pi M C_r}{R L P_a P_m}$$

$$D_1 = \left\{ a_1 - a_2 b_1 / b_2 \right\}^{1/2}$$

$$D_2 = - \frac{a_2 \times L}{b_2 \times 2R}$$

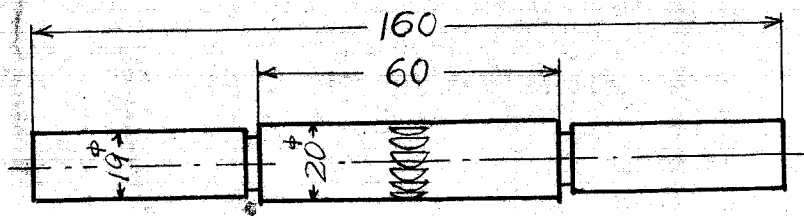
[3-2]

D_1 と D_2 は軸受幅比 $L/2R$ および $\frac{\lambda}{\lambda_m}$ の関数であるが、軸受幅比が1.0以下ではすでに図4-10に示したように、回転速度がかなり大きく変化しても一般に $D_1 \approx 1.0, D_2 = 1.25$ のほぼ一定値をとっている。したがつて式[3-2]から、軸と軸受の寸法によつて決定される量 σ_2 の値によつて f_{max} の f_0 に対する関係はおもに左右され、 σ_2 と f_0^2 との積 $\sigma_2 f_0^2$ を大きくすることによ



- ① 変位測定用電極 ② 供試軸受
 ③ 回転軸 ④ スラスト軸受 ← 加圧空気

☒ [3-2]



☒ [3-3]

って f_{max} を $2f_0$ よりかなり高めることができる。他方において

$$\sigma_2 D_2 f_0^2 = -\frac{\chi}{\rho_m} \frac{a_2}{b_2}$$

と表わされるから、偏心によって生ずる円周方向の反力のうち静圧効果と回転効果の相互作用によって引き起こされる成分 $\frac{\chi}{\rho_m} a_2$ の動圧効果のみの成分 b_2 に対する比を大きくすることにより f_{max} は高められると考えることもできる。そしてもし $\sigma_2 D_2 f_0^2 = -\frac{\chi}{\rho_m} \frac{a_2}{b_2} \geq 1$ になるようにできれば、絶対的に安定な軸受となることも予想される。

さて一般の静圧気体軸受において f_{max} が f_0 の2倍より大きくなるのは、静圧効果と軸の回転の効果が相互に作用し合う結果であることが明らかとなったが、逆にもし静圧効果と軸の回転による動圧効果が相互に関連し合うことなく、それぞれによって生ずる反力が独立に作用するならば、 $a_1=1.0$, $a_2=0$ となり気体膜反力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} F_K &= 2\pi R^2 P_{a,m} \left[\left(\frac{\chi}{\rho_m} + b_1 \right) K + 2b_2 \frac{K}{\omega} - 2b_1 \frac{K\dot{\theta}}{\omega} \right] \\ F_\theta &= 2\pi R^2 P_{a,m} \left[b_2 K - 2b_1 \frac{K}{\omega} - 2b_2 \frac{K\dot{\theta}}{\omega} \right] \end{aligned} \right\} \quad [3-3]$$

このような軸受の最高回転速度を f_0 の関数として求めると式 [3-4] となる。

$$f_{max} = 2f_0 \quad [3-4]$$

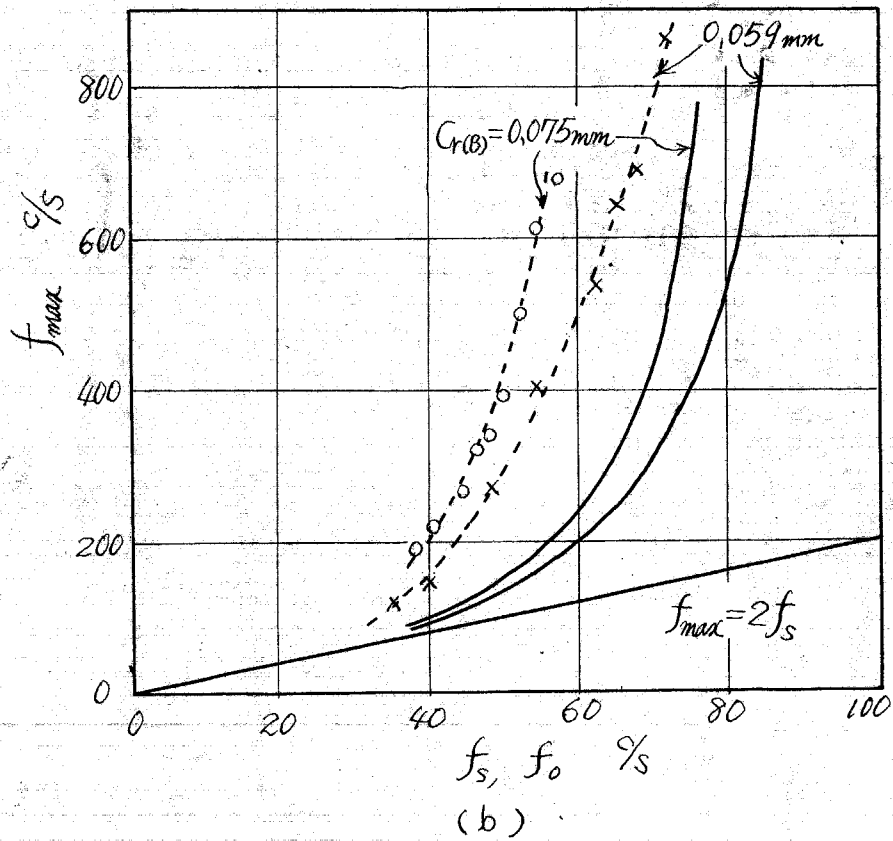
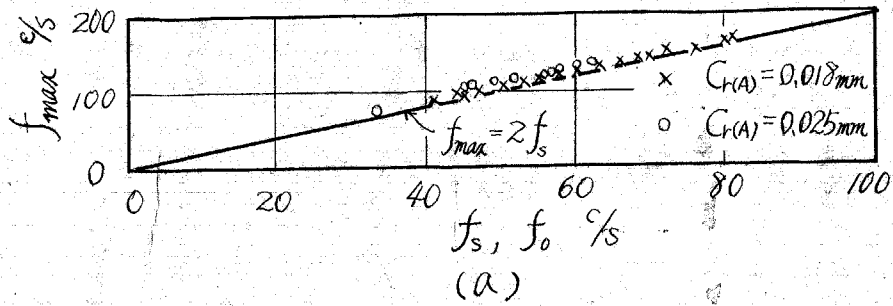
また自励振動の振動数 f_s は

$$f_s = f_0 \quad [3-5]$$

となる。すなわち式 [3-2] において $D_1=1.0$, $D_2=0$ とおいた式に一致する。

<実験的検討>

以上の解析の正当性を証明するために、静圧効果と動圧効果とが独立に作用するような軸受を設計し、2つの効果が相互に関連し合う場合と比較する実験を行った。



☒ [3-4]

実験装置の概略を図[3-2]に示す。Aは動圧軸受部分であり、Bは静圧軸受部分で中央円周に等間隔に孔径 0.5mm の給気孔が8個づつ付いている。軸の駆動は一体に作られた試験軸受の中央で空気タービンによってなされている。静圧軸受部分の内径は動圧軸受部分のそれより 0.1mm 大きくなっている。実験には図[3-2]に示すような軸と図[3-3]に示すような軸の2種類を用いた。図[3-2]のような太さ一様な軸を回転させると静圧部分の λ_{pm} は動圧部分の λ_{pm} より著しく小さくなる。したがって軸に作用する動圧効果による主要な反力はAの動圧軸受部分のみとなり、また静圧軸受部分では $\alpha_1=1.0$, $\alpha_2=0$ とみなせるようになる。(本論の図4-3参照)一方図[3-3]に示すような、動圧軸受A部に相当するジャーナルの径をかなり小さくした段付き軸を回転させれば、静圧と回転とが媒介し合った反力が軸に作用する場合となる。

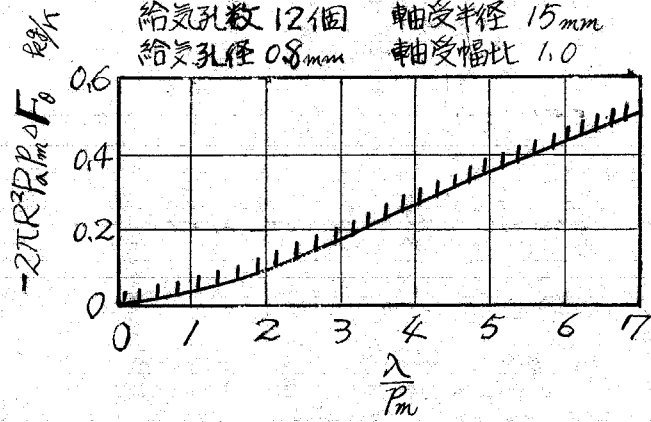
図[3-4a]は動圧軸受部分の半径すきまがそれぞれ 0.018mm , 0.025mm 、したがって静圧軸受部分の半径すきまがそれぞれ 0.068mm , 0.075mm の太さ一様な軸の自励振動の振動数 f_s ($\equiv f_0$)に対する最高回転速度 f_{max} の関係を示したものである。この図からわかるように f_{max} と f_0 との関係は解析の通り $f_{max}=2f_0$ となっている。

静圧軸受部分の半径すきまが 0.059mm および 0.075mm の段付き軸の f_s ($\equiv f_0$)に対する f_{max} の関係を図[3-4b]に示す。この場合には最高回転速度 f_{max} は $2f_0$ よりも著しく高くなっている。図[3-4b]の実線は本実験装置の諸量を用いて式[3-2]から計算した f_0 と f_{max} との関係で解析と実験は定性的にはよく合っていることがわかる。以上の実験結果から解析における考え方の正しさがかなり検証された。

<絶対安定化に関する一考察>

計算例

給気圧力 3.0 kg/cm^2 半径寸法 0.046 mm
 給気孔数 12 個 軸受半径 15 mm
 給気孔径 0.8 mm 軸受幅比 1.0



☒ [3-4]

静圧気体ジャーナル軸受でさえられた回転軸が絶対的に安定になるためにはすでに述べたように $-\frac{\chi a_2}{\rho_m b_2}$ が常に 1.0 以上になればよいが、一般にこの値は 1.0 より小さくなっている。そこで偏心によって生じる θ 方向の反力 $\frac{\chi}{\rho_m} a_2 (< 0)$ にさらに何らかの手段によって ΔF_0 の反力を θ 方向に加え、常に安定な軸受にするためには ΔF_0 の大きさをどの程度にしたらよいかを考える。この場合には式[3-1]の F_0 の右辺において $\frac{\chi}{\rho_m} a_2$ の代わりに $\frac{\chi}{\rho_m} a_2 + \Delta F_0$ を代入して計算すればよいかから式[3-2]の右辺の分母は

$$1 + \left(\frac{\chi}{\rho_m} a_2 + \Delta F_0 \right) / b_2 \quad [3-6]$$

となる。上式の値が常に負となる条件から、絶対安定化のための ΔF_0 の値の範囲は

$$\Delta F_0 \leq - \left(\frac{\chi}{\rho_m} a_2 + b_2 \right) \quad [3-7]$$

となる。図4-3(a)からわかるように、一般に $\frac{\chi}{\rho_m} a_2$ は負であり、 b_2 は正で、式[3-7]の右辺は負になっている。すなわち図[3-1]からわかるように軸の偏心 K に応じて大きさが $\frac{\chi}{\rho_m} a_2 + b_2$ 以上の $-\theta$ 方向の反力 ΔF_0 が何らかの手段によって加えられるならば軸は無限の高速まで安定に回転することが可能となる。 ΔF_0 の値の一例を図[3-5]に示す。 ΔF_0 は磁気力によって付加するのが適当であろう。

研究業績

1. 不すりあい振動によってひき起こされる油膜圧力分布
日本機械学会論文集 32巻242号(昭41-10) 1499
2. ジャーナル軸受でささえられた水平回転軸系の振動
日本機械学会論文集 34巻258号(昭43-2) 285
3. 静圧空気ジャーナル軸受の不安定性に関する実験的研究
日本機械学会論文集 33巻250号(昭42-6) 997
4. 静圧気体ジャーナル軸受の安定性
日本機械学会論文集 33巻255号(昭42-11) 1883
6. Pressure Distribution of Oil Film Caused by Unbalance Whirl
Bulletin of JSME. Vol. 10, No. 39, (1967) 472
7. On the Vibrations of Horizontal Shaft Supported in Oil Lubricated Journal Bearings
Bulletin of JSME Vol. 11, No. 47 (1968) 813
8. Experimental Study of Whirl Instability for Externally Pressurized Air Journal Bearings
Bulletin of JSME Vol. 11, No. 43, (1968) 172
9. Whirl Instability of Externally Pressurized Gas Journal Bearing
Bulletin of JSME Vol. 11, No. 46 (1968) 706
10. 静圧気体ジャーナル軸受の共振特性と軸の許容不すりあいについて
日本機械学会講演論文集 No. 175 ('67-9), No. 200 ('68-9)