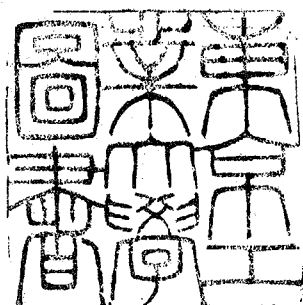


論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	鉄筋コンクリート部材を対象とした有限要素法による二次元非線形型 応力解析法
Title(English)	
著者(和文)	瀧口克己
Author(English)	KATSUKI TAKIGUCHI
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第560号, 授与年月日:1972年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第560号, Conferred date:1972/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

61

鉄筋コンクリート部材を対象とした  
有限要素法による二次元非線型応力解析法



昭和46年12月

藤口克己

東京大学	317720
------	--------

## 謝 辞

本研究を行なうに際し、終始御指導を賜りました恩師、東京工業大学助教授、工学博士、黒正清治先生、常に有益なる御助言を戴きました。東京工業大学助教授、工学博士、岩下恒雄先生、並びに、建設省建築研究所、工学博士、尾崎昌凡先生に心から感謝の意を表します。

尚、実験に關して、数々の御助言、御援助を戴きました。大成建設(株)技術開発部、山田敏夫氏、並びに鉄筋を提供していただいた(株)神戸製鋼所に深く感謝致します。又、

常に暖かい励ましと御助言を戴きました。神奈川大学講師、工学博士、大熊武司先生に心よりお礼申し上げます。又、

東京工業大学助手、福原正志先生をはじめ、黒正研究室の方々には終始御協力を戴きました。ここに心から感謝の意を表します。

## 内 容 梗 概

本論文は、鉄筋コンクリート部材を対象とした有限要素法による二次元非線型応力解析法について論じたもので5章よりなっている。

第1章「序論」では、鉄筋コンクリート部材の力学的ふるまいを論ずる場合、亀裂状況、鉄筋とコンクリートの付着、鉄筋の太柄効果、あばら筋あるいは帯筋の働き等を含めて論ずる必要があることを明らかにし、鉄筋コンクリート構造の現状の認識と既往の研究との関連において、鉄筋コンクリート部材の破壊に至る過程を追跡し得る解析法の確立を目的とする本研究の意義と用いた方法の必然性およびその概略を述べている。

第2章「有限要素法による二次元非線型応力解析法」では、主筋の部分だけコンクリートは欠損しているものと考え、主筋は等断面積の矩形断面に、あばら筋あるいは帯筋は軸方向剛性のみを持つ線材に、付着すなわち鉄筋とコンクリートの相対作用は、鉄筋に平行と直角の両方向について、相対変位が生ずればそこに力の伝達が行なわれるような力学的挿入物に、それぞれを置換することにより、鉄筋コンクリート部材を二次元解析模型に置換する方法を提示している。さらに、以下のような仮説あ

るいは仮定によつて、コンクリートの材料的非線形解析を行なつてゐる。すなわち、応力空間にぜい性破壊面と延性破壊面が存在し、ぜい性破壊面は最大主応力と材料による常数で表わされ、延性破壊面は応力の1次不変量と偏差応力の2次不変量と材料常数によつて表わされるものとする。降伏曲面は延性破壊面と相似であり、加工硬化は等方硬化とし、加工硬化係数は塑性仕事のみ関数で、正值で単調に増加するものとする。塑性変形に対して塑性ポテンシャルの理論が適用できるものとする。ぜい性破壊面で亀裂が生じ、亀裂の方向は最大主応力に直角であり、亀裂および亀裂近傍のコンクリートは等価な直交異方性体であるとする。また、鉄筋は von Mises の降伏条件に従うものとして塑性変形解析を行つてゐる。鉄筋とコンクリートの付着(相互作用)は、鉄筋に平行方向に対して、鉄筋の全長にわたり同一の付着応力と相対変位との関係を持ち、その形は引き抜き型付着試験の結果より定めるものとし、鉄筋に直角方向に対して、圧縮力によつては相対変位は生ぜず、引張り力の伝達は行なえないものとして、解析を行なつてゐる。以上で解析模型における各要素の応力増分と歪増分あるいは相対変位増分の関係を求め、次に、仮想仕事の原理より、有限変

位を考慮に入れた増分法における変分原理を導いている。変分原理より有限要素法における剛性行列および等価節点力を求められている。さらに、数値計算法について述べられている。

この章「歪測定に重点をおいた鉄筋コンクリート部材の曲げせん断実験」では、この章の解析法による解析例として解析結果との比較検討を行ない得る資料を得ることを目的として行なった鉄筋コンクリート単純支持部材の一方方向加力による曲げせん断実験について述べられている。

目的に鑑み、知な載荷ごしにかも曲げにより引張り筋が降伏する以前の変形の追跡にも断面の平面保持を仮定することは困難であるようなせん断スパン比 ( $a/D = 1.5$ ) とし、鉄筋比も比較的大きな ( $p_t = 1.55\%$ ,  $p_w = 1.07\%$ ,  $\gamma = 1.0$ ) 試験体とした。資料の信頼性を高めるために全く同一の試験体を2体製作し、実験を行なっている。中央のたわみとダイヤル・ゲージで、主筋、あばら筋、コンクリートの歪をワイヤーストレイン・ゲージで、材軸方向の一定区間の平均曲率算出のための平均歪を Whittemore ゲージでそれぞれ測定し、同時に亀裂観測を行なっている。本実験で従来の実験で特に資料の乏しい主筋、あばら筋、コンクリートの歪をはじめ種々の資料を得ることができた。また、

実験結果より、オ2章の解析上の仮定および解析方法の妥当性に関して、2.3の考察を行なっている。

オ4章「鉄筋コンクリート部材の解析」では、オ2章で述べた解析方法によってオ3章の試験体について解析した結果を示し、実験結果との比較において、仮定の妥当性を検討し、解析方法の有効性について論じている。解析結果は、従来、解析が困難であるとされていたせん断スパン比が小さく、鉄筋量の大きな鉄筋コンクリート部材に対して、実験における最大荷重の約8.5割の荷重まで、部材中央のたわみ、引張り筋の歪、圧縮筋の歪、あばら筋の歪、圧縮側コンクリートの歪に関して、実験結果とほぼ一致しており、鉄筋コンクリート部材の解析法として、本論文で提示した方法は、有効なものであることを示している。更に、本解析法の一つの応用例として、オ3章の試験体の解析において、主筋の付着に関する入力情報を変化させて、解析モデルにおいて、主筋の付着性状が部材の性状に及ぼす影響を調べている。

オ5章「結論」は全体の結果を総括したものである。

鉄筋コンクリート部材を対象とした  
有限要素法による二次元非線型応力解析法

目 次

第1章 序 論

1 - 1	鉄筋コンクリート部材における 曲げとせん断	2
1 - 2	本研究の目的と意義	6
1 - 3	本研究に関連する既往の研究	7
1 - 4	本研究で用いた方法	12
	図	14

第2章 有限要素法による二次元非線型応力解析法

2 - 1	鉄筋コンクリート部材の二次元 解析模型への置換法	16
2 - 2	コンクリートに対する仮定および 解析方法	17
2 - 3	鉄筋に対する仮定および解析方法	26
2 - 4	鉄筋とコンクリートの付着に対す る仮定および解析方法	27
2 - 5	増分法における変分原理	29

2 - 6	有限要素法における剛性行列 および等価節点力	-----	32
2 - 7	数値計算法	-----	38
	図	-----	40

### 第3章 歪測定に重点をおいた鉄筋コンクリート

#### 部材の曲げせん断実験

3 - 1	実験概要	-----	53
3 - 2	試験体	-----	54
3 - 3	実験方法	-----	56
3 - 4	実験結果	-----	57
	3 - 4 - 1 使用材料の試験結果	-----	57
	3 - 4 - 2 部材の実験結果	-----	57
3 - 5	考察	-----	62
	図・表・写真	-----	64

### 第4章 鉄筋コンクリート部材の解析

4 - 1	概要	-----	108
4 - 2	有限要素への分割	-----	109
4 - 3	入力情報	-----	110
4 - 4	解析結果および考察	-----	112
4 - 5	解析モデルにおいて付着性状が 部材の性状におよぼす影響	-----	118

	図・表・写真	-----	121
第5章	結論		
5-1	結論	-----	168
5-2	今後の研究課題	-----	170
参考文献		-----	171
付録		-----	182

## 第1章 序論

- 1 - 1 鉄筋コンクリート部材における曲げとせん断
- 1 - 2 本研究の目的と意義
- 1 - 3 本研究に関連する既往の研究
- 1 - 4 本研究で用いた方法

図

## 1 - 1 鉄筋コンクリート部材<sup>\*1</sup>における曲げとせん断

鉄筋コンクリート構造は、そもそも、鉄筋とコンクリートの組み合わせで曲げモーメントを伝達させるのに非常に有効な構造であるということから発したものであり、鉄筋コンクリート構造物の耐震設計は、*brittle*なせん断破壊<sup>\*2</sup>は起させないで、比較的 *ductile* な曲げ変形によって地震時のエネルギーを吸収させようという方針のもとに行なわれている。また、曲げ破壊<sup>\*2</sup>を起すような部材においては、当然のことながらその強度は曲げ強度によって定まり、処女載荷でしかも引張り筋が降伏するときの変形のせいせい2~3倍程度の荷重と変形の関係を論ずる限りにおいては、せん断力を無視しても説明できる場合が多いということから、従来は、変形解析においてはせん断を無視し、せん断に対しては、部材のせん断力を伝達し得る能力、即ちせん断終局強度が最も重要

---

\*1 本論文においては、部材とは主として鉄筋コンクリート剛節骨組構造の主要構成部材である様とはりも意味する。

\*2 せん断(曲げ)破壊とは、破壊の原因が主としてせん断力(曲げモーメント)にあると考えられる破壊形式を意味する。

な問題として取り扱われてきた。

然しながら、特に地震応答解析の進歩と貴重な地震被害の経験より、地震時の建造物の安全性に、部材の強度と共にその変形能力と復元力特性が非常に重要な影響を及ぼすということが改めて認識され、もはや、処女荷重における荷重と変形の関係で変形の比較的小まり部分のみの把握では不十分であり、繰り返し荷重を受けた場合の変形能力と復元力特性を正確に把握しなければならないということが明らかになった。

鉄筋コンクリート部材の変形能力と復元力特性を論ずる場合、曲げ強度が部材の強度を支配する部材であるも、実際の建物に使用されているプロポーションのものは、せん断力を無視してはとうてい考えることはできない。このことは、1968年十勝沖地震により大破した鉄筋コンクリート部材のほとんどが、おそらく曲げモーメントによって主筋が降伏する以前にせん断力によって大破したのであるうと思われるものと、おそらく曲げモーメントによって主筋は降伏していたであろうと思われるものにかかわらず、その大破の原因として斜め亀裂が大なる役割りを演じたであろうと考えられることから明らかであろう。

然るに鉄筋コンクリートにおいて、亀裂により不連続性が生ずるために重ね合わせの原理は適用できず、曲げとせん断をそれぞれ独立に考えることはできない。

故に、鉄筋コンクリート部材において、曲げとせん断は同時に考えなければならない問題である。曲げとせん断を同時に考えるという事は、鉄筋コンクリートの力学的ふるまいを論ずる場合、もはや断面の平面保持を仮定することはむづかしく、せん断力の伝達機構に影響を与えると考えられる要因、即ち、亀裂方向、亀裂間隔、鉄筋とコンクリートの付着、鉄筋の太柄効果、あばら筋あるいは帯筋の働き等を含めた形で論ずる必要があるということに外ならない。このことは多くの研究者の認識していることであるにもかかわらず、亀裂、付着、太柄効果等に関する解析的取り扱い方法はわからぬむづかしく、せん断終局強度の理論的追跡という観点から、既に種々の解析が試みられてはいるが、未だせん断終局強度の算定方法としての定説はなく、強度および変形の解析という観点から考えれば、有限要素法を用いた逐次解析の2,3の例があるにすぎない。

以上のことに鑑み、本論文において、大胆な仮定を設けてはいるが、亀裂と塑性変形を含めたコンクリートの

非線型性, 鉄筋の塑性変形, 鉄筋とコンクリートの付着, 鉄筋の太柄効果を含めた, 鉄筋コンクリート部材の有限要素法による二次元非線型応力解析法を提案し, 最も基本的であると思われる, 一方向加力によって破壊させた鉄筋コンクリート単純ばりを解析例として解析し, 実験結果と解析結果の比較において, その有効性を示している。

## 1-2 本研究の目的と意義

本研究の目的は、軸力、一軸曲げモーメント、面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート部材の破壊に至る過程を追跡し得る解析方法を確立することである。同時に、亀裂と塑性変形を含むコンクリートの非線型性、鉄筋とコンクリートの付着、鉄筋の太軸効果に関して、これらの解析的取り扱い方法をみつけることもその一つの目的であると考えている。

解析による追跡は、鉄筋コンクリート部材の破壊に至る過程を把握するために有効な手段であり、破壊に至る過程の正確な把握こそ、未だ不明な点の多いせん断破壊機構、変形能力、復元力特性等の解明への最も近い道であり、より有効な補強方法の考案、合理的な設計方法への示唆になるであろう。

また、社会情勢の変化に伴い、従来の一体打ちの剛節骨組あるいは壁式構造ばかりでなく、種々の接合部を設けたプレキャスト・コンクリート構造やプレストレス・コンクリート圧力容器(P.C.P.V.)等が計画されている現状を考之れば、コンクリートの非線型性、鉄筋とコンクリートの付着、鉄筋の太軸効果の解析的取り扱いが、これらに関する実験結果の蓄積と共にいかに重要であるかは明らかである。

## 1-3 本研究に関連する既往の研究

## —— 有限要素法 ——

有限要素法は1954年に、Turner, Clough, Martin, Topp により開発されたものとされている。ある積分された物理量の極値条件によつて支配される現象の数値解析法であり、Zienkiewicz, Cheung (12)によつて体系づけられ、その有用性と将来性により、電子計算機の高速化と相伴、急速に普及し、Martin, Marcal, Oden, 中桐, 山田ら(13)~(21)により、幾何学的あるいは材料的非線型解析への適用が行なわれ、宮本ら(46)によつて最大の弱点であると考えられる特異点の解析への試みも行なわれている。鉄筋コンクリートのよ様な複雑な構造物の解析に適した解析法といえるであろう。

## —— 有限要素法による鉄筋コンクリート構造物の解析 ——

岩下(22)は、鉄筋コンクリート造構造物の弾塑性解析法として分割要素法を提案し、種々の解析例を用いてその有効性を示している。コンクリートの非線型性に対しては、亀裂の入った要素は直交異方性体とし、塑性化した要素は、等方性は保たれるものとし、弾性常数を割線で変化させながら逐次解析を行なっている。鉄筋はす

が線材とみなしてこのため太軸効果は含まれない。  
鉄筋とコンクリートの付着はコンクリート要素に亀裂が入らな限り完全なものであると考えている。

Ngo, Scordelis (23)は、鉄筋コンクリートばかりを対象とし、鉄筋とコンクリートの付着を *linkage element* として解析に採り入れ、引張り筋を線材要素ではなく三角形要素に置換し、太軸効果も解析に含まれる形にしている。いわゆる鉄筋コンクリートの有限要素法による解析における Scordelis のモデルと称されるものを提案した。コンクリートの塑性変形は考えていない。また鉄筋とコンクリートの付着も線型であるとしている。亀裂に関しては、あらかじめ亀裂状況を設定し、亀裂の部分で要素間の節点を切り離している。あばら筋の取り扱いは論じられていない。

Nilson (24)は、鉄筋とコンクリートの付着の問題を主対象とし、付着に対しては、Ngo, Scordelis と同様な *linkage element* を使用し、亀裂に対しては、コンクリート要素の節点力が一定値に達すれば節点の連続性を解除するという方法を用いている。コンクリートの塑性変形と付着の非線型性は弾性常数を割線で変化させながら解析を行なっている。

これらの研究に対して、本研究では、Scordelis のモデルにあばら筋（柱の場合は帯筋）を線材として加え、コンクリートの塑性変形に対しては塑性ポテンシャルの理論が適用できるものとして塑性解析を行ない、鉄筋と直角方向の付着（鉄筋とコンクリートの相互作用）の非線型性と鉄筋のせん断変形との関連において主筋の太極効果を考へ、増分法による逐次解析を行なっている。

—— コンクリートの力学的性質に関する  
研究 ——

多軸応力状態におけるコンクリートの破壊条件を求めるといふ目的で、坪井、末永(26)をはじめ Bresler, Pister (27) の他多くの研究者による 貴重な研究(28)~(39)があり、破壊条件に対する種々の考察が行なわれてはいるが、いずれもコンクリートの破壊条件に静水圧（応力の 1 次不変量）が関係し、静水圧は無関係であるといわれてはいる金属の破壊条件とは異なることが指摘されてはいる。著者が特に注目したのは、加力が非常に単純な形で行なわれており、しかも加圧面の拘束を巧妙に取り除いてはいる Kupfer, Hilsdorf, Rusch による実験である。破壊条件が静水圧に關係するといふことは、塑性変形解析を行なう場合に、もし降伏条件を破壊条件と

相似であるとすれば(多分に必然性のある仮定である)従来の塑性力学においてほとんどの場合に仮定していた塑性変形の新圧縮性の仮定に矛盾が生じてくる。こうした塑性非圧縮の仮定に反する連続体の塑性解析を行ったものに Drucker, Prager (40), 末永, 石丸 (42) の研究がある。しかしこれらも応力の 1 次不変量と偏差応力の 2 次不変量で降伏関数を定義し、弾完全塑性として、塑性ポテンシャルの理論を適用している。また加工硬化を考えたものに山田 (19), 著者 S (102), 平野, 岩下 (44) の研究がある。本研究でも塑性ポテンシャルの理論を適用し、加工硬化に対しては、加工硬化係数を塑性仕事の関数として塑性解析を行なっている。

### —— 鉄筋とコンクリートの付着 ——

鉄筋とコンクリートの付着の問題は、最も取り扱われないにくい問題の一つであるが、森田 (47) によつて体系づけられ、黒正, 大喜多 S (61) による繰返し荷重を受けた場合の付着性状に関する実験等、多くの実験が行なわれている。また、Kani (57) は、鉄筋コンクリートばりのせん断終局強度と主筋の付着性状との関係を論じており、中田 (49) は、鉄筋コンクリート部材の復元力特性と主筋の付着特性との関係を論じている。しかし、付着試験の

のものが、相当理想化されたモデルでの実験であり、一般の部材の内部状況を再現し、付着性状のみを調べることもきわめてむずかしいが、本研究においては、鉄筋とコンクリートがずれるという現象を解析にとり入れることに主眼をおき、鉄筋に平行方向の付着応力-相対すべりの関係はスリッパ・モデルとし、既往の引マ坂マ型付着試験の平均付着応力-自由端（あるいは載荷端）相対すべり曲線より、その形を定めることにした。

### —— 鉄筋の太木効果 ——

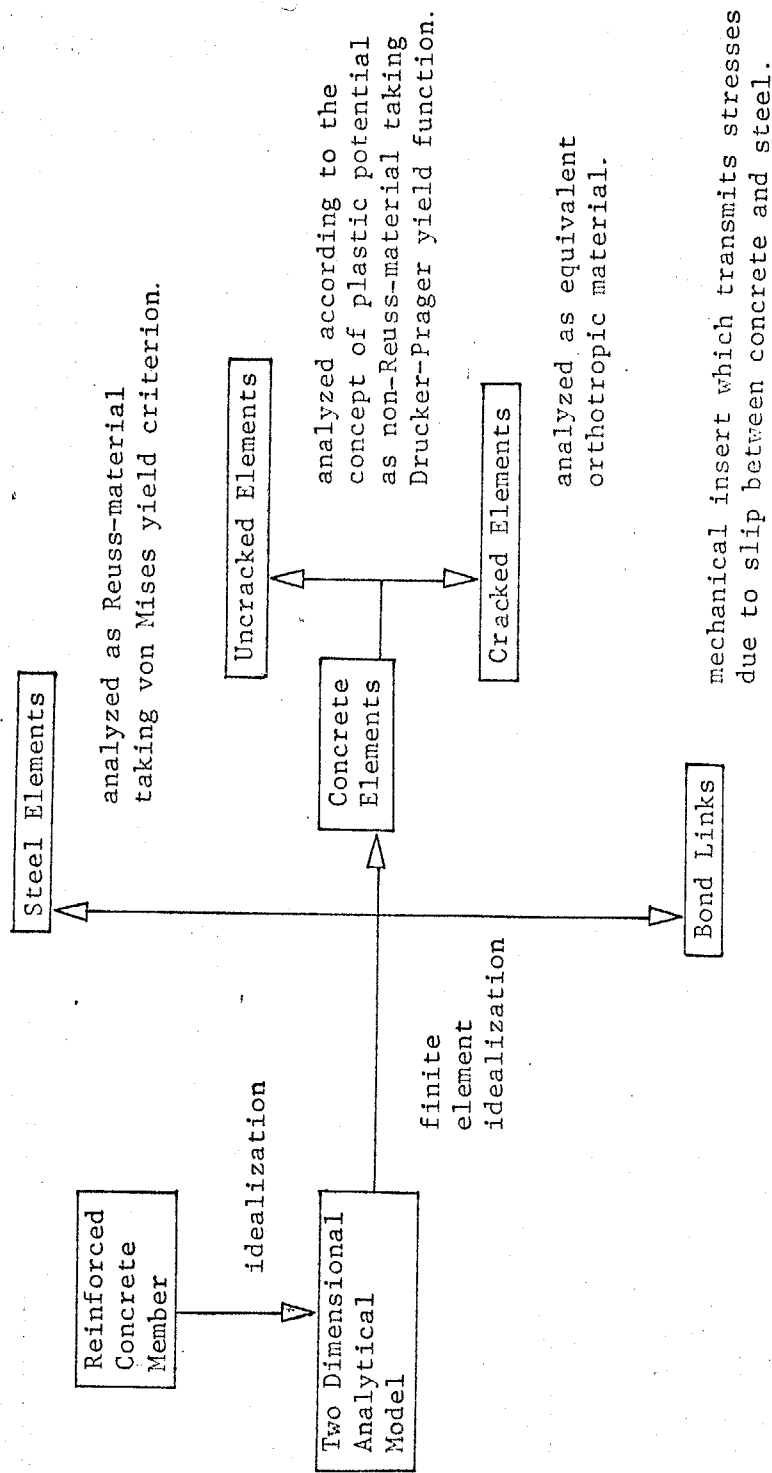
鉄筋の太木効果に関しては、山田(65)、著者ら(103)の実験があり、正確には二次元問題として扱おうことはできないことを示している。また、Fenwick, Paulay(59)は、部材における主筋の太木効果は、せん断補強筋のない場合、付着との関係で限界がありうたとしている。本研究においては、鉄筋と直角方向の付着の非線型性と鉄筋のせん断変形によって、主筋の太木効果を解析にとり入れる試みを行なっている。

#### 1-4 本研究で用いた方法

前節までに述べたように、鉄筋コンクリートが異質な材料の複合材であり、コンクリートには亀裂が生じて不連続性が生ずること等を考之れば、現状においてこれを解析する手法としては、有限要素法を用いるのが最も簡便であると考え、本研究では解析手法として有限要素法を用いた。解析方法の概要を Fig. 1-1 に示す。有限要素法が変分形で表わされる問題の数値解析法であることを考之れば、解析対象物の有限要素への分割方法を含めて、すべての問題が一般的力学の問題に帰着することはいうまでもない。有限要素法による解析結果はあくまでも数値解析結果であり、しかもコンクリートの力学的性質、鉄筋とコンクリートの付着、木材効果等に関して非常に大胆な仮定を設けざるを得ない状況を考之れば、解析上の仮定および解析方法の妥当性に対して種々の角度から検討を加えなければならぬ。このためには、検討を行なうに適したものであり、かつ、種々のデータが得られ得る実験結果が必要となるが、既往の実験には、この条件を満足するような実験がなないので、曲げとせん断を受ける鉄筋コンクリート部材の実験を行ない、その試験体を解析例として解析し、結果の比較と検討を

行なり、解析法の有効性を示している。

なお、数値計算に使用させていただいた電子計算機は、東京工業大学 FACOM 222 および 東京大学大型計算機センター HITAC 5020 E である。



Outline of nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Member

Fig. 1-1

## 第2章 有限要素法による二次元非線型応力解析法

- 2-1 鉄筋コンクリート部材の二次元解析模型への置換法
- 2-2 コンクリートに対する仮定および解析方法
- 2-3 鉄筋に対する仮定および解析方法
- 2-4 鉄筋とコンクリートの付着に対する仮定および解析方法
- 2-5 増分法における変分原理
- 2-6 有限要素法における剛性行列および等価節点力
- 2-7 数値計算法

図

## 2-1 鉄筋コンクリート部材の二次元解析模型への置換法

鉄筋とコンクリートの付着と主筋の太軸効果が解析に含まれるように、主筋は Fig. 2-1 のように鉄筋をりの公称断面積と等しい断面積となる長方形断面に\*<sup>1</sup> あはら筋(帯筋)は Fig. 2-2 のように軸方向剛性のみを持つ線材に、鉄筋とコンクリートの付着は、鉄筋に平行と直角の両方向に *bond link* と称する物理的大まき零のバネ、即ち、鉄筋とコンクリート間に相対すべり(相対変位)が生ずれば、ここに力の伝達が行なわれるような力学的挿入物に、これを小置換することによって、鉄筋コンクリートばりを二次元解析模型に置換する。平面応力状態を仮定し、この解析模型を Fig. 2-3 のように有限要素に分割する。各材料毎に材料的非線型解析を行ない、各 step 間も線型であるとし、*step by step method* で有限要素法による数値解析を行なう。

---

\*1 円形断面を等価な長方形断面に置換することはでき  
るが、有限要素法において要素内を歪一定  
としてゐるため、付着の問題を別に考えれば、断面積が  
等しいということのみが本質的な問題となる。

## 2-2 コンクリートに対する仮定および解析方法

コンクリートの力学的性質に関しては、数多くの研究者によつて種々の考察、提案が行なわれてゐるが、本研究では、種々のコンクリートの破壊実験の結果およびその考察を参考にして、以下のような仮定<sup>\*1</sup>を設けてこれを解析する。これらの仮定は、解析ができるだけ簡単に行なえるような形にしてあり、必ずしも実験結果との近似性が良いとはいへない部分も含まれてゐる。

(仮定1) Fig. 2-4 に二次元の場合を主応力平面で示すが、応力空間に、せん断破壊面と延性破壊面が存在し、降伏曲面は延性破壊面と相似である。加工硬化は等方硬化であり、加工硬化係数は正值で、塑性仕事に関して単調に増加するものとする。降伏および延性破壊曲面は次式で表わされるものとする。

$$f = \alpha J_1 + J_2^{1/2} = K \quad \text{----- (2-2-1)}$$

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$J_2 = 1/6 \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \}$$

$$+ \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  : 直応力,  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  : せん断応力

(2-2-1) 式中の係数は実験結果より定める。

\*1 説明の煩雑さを避けるために、仮説も含めて仮定と称してゐる。

H. Kupfer, H. B. Hilsdorf and H. Rusch の実験結果<sup>(23)</sup>より、  
 $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2$  の場合の値より  $\alpha$  を求めると、 $\alpha = 0.07$   
 となり、 $\alpha = 0.07$  とした場合を実験結果と共に主応力平  
 面に図示すれば Fig. 2-5 のようになる。本解析ではこの  
 値を使用している。 $\alpha \neq 0$  とすると、従来の塑性力学で  
 はほとんどの場合に使用していた塑性変形非圧縮の仮定に  
 矛盾が生じてくる。よって本研究では、塑性ポテンシヤ  
 ルの理論が適用できるものとして、降伏曲面は原点より  
 外に向って凸であり、かつなめらかであり、加工硬化は  
 等方硬化であり、加工硬化係数は塑性仕事のみに関  
 数であり、単調に増加する。という条件のもとに、塑性  
 域における応力増分と歪増分の関係を導いた。

————— 塑性域における応力と歪の関係 —————

加工硬化を含めた降伏条件を次のように考える。

$$f(\tau^{ij}) = K = F(W_p) \text{ ----- (2-2-2)}$$

$\tau^{ij}$  : 応力テンソル,  $W_p = \int \tau^{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p$  : 塑性仕事

$\varepsilon_{ij}^p$  : 塑性歪テンソル

演算は簡単化のためにテンソル演算記号に従い、二度線  
 返される添字については、1, 2, 3 についての総和をとる  
 ものとする。(2-2-2) 式より、両辺の全微分をとれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}} \cdot d\tau_{ij} &= \frac{\partial K}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot d\epsilon_{ij}^p = \frac{\partial K}{\partial W_p} \cdot \frac{\partial W_p}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot d\epsilon_{ij}^p \\ &= \frac{dK}{dW_p} \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot \int \tau_{ij} d\epsilon_{ij}^p = F' \cdot \tau_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^p \end{aligned}$$

----- (2-2-3)

( Fig. 2-6 参照 ) また塑性ポテンシャルの理論より、

$df > 0$  の場合

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}} \cdot d\lambda \text{ ----- (2-2-4)}$$

$d\lambda$  : 正值のスカラー関数

$df \leq 0$  の場合は、 $d\epsilon_{ij}^p = 0$  となり、弾性歪増分の  
 もを考之ればよい。但し、降伏曲面は原点より外に向  
 った凸であり、かつなめらかであるとする。また加工硬化  
 係数には、塑性仕事増分に対し単調に増加するもの  
 とする。

また、一般化 Hooke の法則より、

$$d\tau_{ij} = C_e^{ijkl} \cdot d\epsilon_{kl}^e \text{ ----- (2-2-5)}$$

$C_e^{ijkl}$  : 弾性係数テンソル,  $\epsilon_{kl}^e$  : 弾性歪テンソル

弾性歪と塑性歪の和が全歪 (total strain) であるから、

$$d\epsilon_{kl} = d\epsilon_{kl}^e + d\epsilon_{kl}^p \text{ ----- (2-2-6)}$$

$\epsilon_{kl}$  : 全歪テンソル

以上 (2-2-2) ~ (2-2-6) 式より、

$$\frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot dE_{kl} - \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot dE_{kl}^p$$

$$= d\lambda \cdot F' \cdot \tau^{ij} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot dE_{kl} = d\lambda \cdot \left[ \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{kl}} + F' \cdot \tau^{ij} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \right]$$

$$\therefore d\lambda = \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot dE_{kl}$$

$$1/\phi = \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{kl}} + F' \cdot \tau^{ij} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}}$$

$$\therefore dE_{mn}^p = \frac{\partial f}{\partial \tau^{mn}} \cdot \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl} \cdot dE_{kl}$$

$$= \Phi^{mnlk} \cdot dE_{kl}$$

$$\Phi^{mnlk} = \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{mn}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot C_e^{ijkl}$$

$$\therefore d\tau^{ij} = C_e^{ijkl} \cdot (dE_{kl} - \Phi^{klmn} \cdot dE_{mn})$$

----- (2-2-7)

(2-2-7) 式によつて、塑性域における応力増分と歪増分の関係が一次結合の形で求まった。(2-2-7) 式によつて、塑性変形、非圧縮の仮定に反する材料である、塑性変形解析を行なうことが可能である。

今、降伏関数と12 (2-2-1) 式を考之れば、

$$f = \alpha \cdot J_1 + J_2^{1/2}$$

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \tau^{ii}$$

$$J_2 = 1/6 \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \}$$

$$+ \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$$= 1/2 \cdot S^{ij} \cdot S^{ij}$$

$$S^{ij} = \tau^{ij} - (J_1/3) \cdot \delta^{ij}$$

$S^{ij}$ : 偏差応力テンソル

$\delta^{ij}$ : Kronecker delta  $\delta^{ij} = 0 (i \neq j), \delta^{ij} = 1 (i = j)$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} = \alpha \cdot \delta^{ij} + S^{ij} / (2 J_2^{1/2})$$

となる。

ここで  $\alpha = 0$  とすれば、即ち、降伏関数と12、

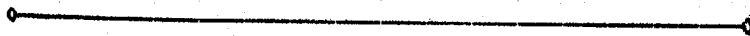
von Mises の降伏条件を考之れば、

$$\frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} = S^{ij} / (2 J_2^{1/2})$$

となる。上式を (2-2-4) 式に代入すれば、

$$d \epsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \tau^{ij}} \cdot d\lambda = d\lambda \cdot S^{ij} / (2 J_2^{1/2})$$

となり、Reuss の方程式と全く一致する。



なお、コンクリートの一軸圧縮試験の応力-歪曲線は概ね Fig. 2-7 の点線のようになるが、前述の解析手法上、加工硬化係数が塑性仕事増分に対して単調増加でなければ解析できないので、Fig. 2-7 の実線のような一軸圧縮状態の応力-歪曲線に理想化する。応力-歪曲線の折れ曲り点および勾配は、解析対象物に使用したコンクリートの一軸圧縮試験の結果、あるいは、コンクリートの種類と強度から既往の試験結果を参考にして適当に定めるものとする。

(仮定2) せん断破壊は、コンクリートが亀裂を生じることの意味し、せん断破壊面は次式で表わされるものとする。

$$\max(\sigma_n) = \sigma_t \text{ ----- (2-2-8)}$$

$\sigma_n$ : 主応力,  $\sigma_t$ : 一軸引張り強度\*1

また、亀裂の方向は、 $\max(\sigma_n)$  に直角であると仮定する。亀裂が生じた後、亀裂および亀裂近傍のコンクリートは、等価な直交異方性弾性体であると仮定する。実際には、亀裂の先端は特異点となり、しかも塑性における加工硬

\*1 論理的には一軸引張り強度であるが、実際には、割裂試験による割裂強度をとる。(2-2-8)式の仮定では、どちらでもよいことになる。

化の相当大なる材料であるので、一旦亀裂が生じれば、その亀裂は、引張り力の働いている部分全域にわたり、ほとんど一瞬のうちに伝播するであろうといふことは、容易に想像できるが、亀裂および亀裂近傍のコンクリートを連続体として解析するため、有限要素法においては、要素分割を非常に細かくしなければ、これらの現象を正確には追跡できなうであろう。しかし、等価な直交異方性弾性体として取り扱えば、解析はきわめて簡単であり、鉄筋コンクリート部材の力学的ふるまいを把握する上では、精度も十分であると考えられる。

—— 直交異方性弾性体の応力と歪の関係 ——

直交異方性弾性体には、一般には9個の独立な弾性常数が存在するが、Fig. 2-8における3軸(3軸)に垂直な平面の平面応力問題を解くためには次の関係がわかれば充分である。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \\ \Delta \tau_{12} \\ \Delta \epsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) & \nu_{12} E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) & 0 \\ \nu_{21} E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) & E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \\ -\nu_{13} & -\nu_{23} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_1 \\ \Delta \epsilon_2 \\ \Delta \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{--- (2-2-9) ---}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$  : 異方性の対称軸 1, 2, 3 に関する応力

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma_{12}$  : 1, 2, 3 軸 に関する工学歪

$E, \nu, G$  : 弾性常数 (添字は関係する対称軸を表わす)

(2-2-9)式により平面応力問題を解くために必要な弾性常数は、 $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$  の6個である。

なお、Betti-Maxwell の相互定理より、 $\nu_{21} \cdot E_1 = \nu_{12} \cdot E_2$  である。(Fig. 2-8 を参照)

ここで、亀裂に直角方向には応力伝達は行なえないと考え、 $E_1 = 0$  (非常に小さい) とする。また 1 軸方向の歪  $\varepsilon_1$  (亀裂幅) は 2 軸方向の歪  $\varepsilon_2$  には影響を与えないと考え、 $\nu_{12} = 0$  とする。 $\nu_{12} = 0$  とすると必然的に、

$\nu_{21} = 0$  となり、 $E_1$  が非常に小さい値であれば、 $\nu_{13}$  も非常に小さい値となり、 $\nu_{13} = 0$  となる。さらに亀裂近傍のコンクリートはせん断応力の伝達も行なえないと考え、 $G_{12} = 0$  (非常に小さい) とする。以上で未知の弾性常数は  $E_2, \nu_{23}$  の2個になったわけである。 $E_2, \nu_{23}$  に対しは、2 軸方向の直応力  $\sigma_2$  による一軸応力状態を考え、(2-2-7)式によって得られる応力増分と歪増分の関係より、等価な  $E_2, \nu_{23}$  を求める。

以上で必要な弾性常数はすべて求めたので、異方性の対称軸に関する (2-2-9)式を、 $xyz$  軸に関する式に変

換すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau_{xy} \\ \Delta \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 \cdot \mu^4 & E_2 \cdot \mu^2 \cdot \lambda^2 & -E_2 \cdot \mu^3 \cdot \lambda \\ E_2 \cdot \mu^2 \cdot \lambda^2 & E_2 \cdot \lambda^4 & -E_2 \cdot \mu \cdot \lambda^3 \\ -E_2 \cdot \mu^3 \cdot \lambda & -E_2 \cdot \mu \cdot \lambda^3 & E_2 \cdot \mu^2 \cdot \lambda^2 \\ -\nu_{23} \cdot \mu^2 & -\nu_{23} \cdot \lambda^2 & \nu_{23} \cdot \mu \cdot \lambda \end{bmatrix}$$

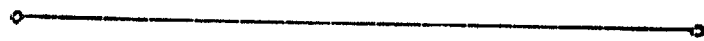
$$\cdot \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \text{ ----- (2-2-10)}$$

$$\mu = \sin \theta, \quad \lambda = \cos \theta$$

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  :  $xyz$  軸に関する応力

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}$  :  $xyz$  軸に関する工学歪

$\theta$  :  $x$  軸と  $1$  軸のなす角 (Fig. 2-8 を参照)



(仮定3) コンクリートに生じた亀裂が開いていければ、亀裂および近傍のコンクリートは前述の等価直交異方性弾性体として解析し、亀裂が閉じていければ、亀裂の生じてないコンクリートと同じであるとして解析する。亀裂の開いているか閉じているかの判別は、亀裂近傍のコンクリート(亀裂を含む)の亀裂に直角方向の歪  $\varepsilon_1$  が、同方向の過去の最小塑性歪  $\varepsilon_1^p(\min)$  より大きいか小

さいかで判別する。すなわち、

$\epsilon_1 \leq \epsilon_1^p (\min)$  であれば亀裂は閉じているとする。

$\epsilon_1 > \epsilon_1^p (\min)$  であれば亀裂は開いているとする。

$\epsilon_1^p = \epsilon_1 - \epsilon_1^e$  である。

一軸応力状態で本仮定を説明したものが Fig. 2-9 である。

また、数値解析上、一要素に3本以上の亀裂は生かない

ものとし、2本亀裂が入り、共に開いた状態であれば、

その要素の剛性は零であると仮定する。

### 2-3 鉄筋に対する仮定および解析方法

鉄筋に対しては von Mises の降伏条件を適用し、一軸引張り状態での応力-歪曲線は、*bi-linear* であると仮定する。加工硬化は等方硬化とし、Bauschinger 効果は無視している。(Fig. 2-10 を参照)

塑性域における応力増分と歪増分の関係は、von Mises の降伏条件を適用しているので (2-2-1) 式において、 $\mu = 0$  とすることによ、(2-2-7) 式で求まる。前述のごとく (2-2-1) 式で  $\mu = 0$  とし、塑性ポテンシャルの理論により解析することは、Reuss の方程式を使用することと同じである。

## 2-4 鉄筋とコンクリートの付着に対する仮定および解析方法.

本研究では、前述のように、鉄筋とコンクリートの付着を *bond link* と称する鉄筋に平行および直角の物理的大まき零のバネとして取り扱われている。付着に対する解析とは、このバネの剛性を求めることである。付着の力学的性状すなわち、鉄筋とコンクリート肉の相対すべり（相対変位）とこの肉で伝達される力との関係は、鉄筋コンクリート断面の幾何学的条件、鉄筋の種類、コンクリートの種類や強度や打込み方向、応力状態、等、非常に多くの要因によって変化するものと考えられ、これを一般的に表現することは、まづめ困難なことであり、実験によつて付着性状を調べ得る範囲もごく限られていることから考へて、本研究では、既往の付着試験の結果を参考にして、*bond link* のバネ剛性すなわち、付着応力と相対すべりの関係を Fig. 2-11 のように仮定し、鉄筋の全長にわたり、同一の付着応力と相対すべりの関係をもつものと仮定した。但し、完全定着であると考えられる部分では、相対すべりは生じないものとした。

付着応力-相対すべり曲線の折れ曲り点および勾配は、上述の如く、多くの問題を含んでいるが、本解析におい

これは、引き抜き型付着試験の平均付着応力-自由端(載荷端)相対すべりの関係を参考にし、これらの値を定めることにした。<sup>\*</sup>

\*. 付着に關しては、鉄筋コンクリート部材の解析に、鉄筋とコンクリートがずれるという現象を含めるといふことに主眼をおいたため、相当単純化したモデルに置換した。本解析のモデルでは、押し抜き試験と引き抜き試験とによつて平均付着応力最大値が異なるという現象や、有効付着長さによつて平均付着応力最大値が異なる現象を説明することはできない。このことは、コンクリートの塑性変形解析において、加工硬化係数を単調増加としておけるため、シリンダー試験で歪が大きくなつても応力は減少してゆく現象を説明できないこと、あるいは、コンクリートのせん断破壊面を最大主応力の面で定義したため、割裂強度と、曲げ試験による引張り強度が異なる現象を説明できないといふことと、同じモデルの問題であり、いずれも今後の研究課題である。

### 2-5 増分法における変分原理

連続体  $V$  が、状態  $S_n$  において釣り合っているものとし、次に  $S_n$  の近傍  $S_{n+1}$  において釣り合、たとする。  $S_n$  および  $S_{n+1} = S_n + \Delta S_n$  における応力、物体力、表面力をそれぞれ  $\tau^{ij}$ ,  $F^i$ ,  $T^i \dots S_n$  ;  $\tilde{\tau}^{ij} = \tau^{ij} + \Delta \tau^{ij}$ ,  $\tilde{F}^i = F^i + \Delta F^i$ ,  $\tilde{T}^i = T^i + \Delta T^i \dots S_{n+1}$  とする。座標は状態  $S_n$  の Lagrange 座標で  $x^i$  で表わす。  $S_n$  から  $S_{n+1}$  への変位増分を、

$$\Delta u = \Delta u_i \cdot g^i = \Delta u^i \cdot g_i$$

$g^i, g_i$  :  $x^i$  の基本ベクトルと逆標構ベクトルとすると、

$$\begin{aligned} 2 \Delta E_{ij} &= (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}) + (\Delta u^k_{,i} \cdot \Delta u_{k,j}) \\ &= 2 \cdot (\Delta \varepsilon_{ij} + \Delta \eta_{ij}) \text{ ----- (2-5-1)} \end{aligned}$$

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i})$$

$$\Delta \eta_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\Delta u^k_{,i} \cdot \Delta u_{k,j})$$

$E_{ij}$  : Green の歪テンソル

$\varepsilon_{ij}$  : 微小歪テンソル

$\eta_{ij}$  : 歪テンソルの 2 次微小項

式は簡単化のためにテンソル演算記号を用いて表わしてあり、 $_{,i}$  は  $\partial/\partial x^i$  を表わし、繰返される添字について総和をとるものとする。

$S_{n+1} = S_n + \Delta S_n$  <sup>\*1</sup> における仮想変位を考之。仮想仕事の原理より、

$$\int_V (\tau^{ij} + \Delta \tau^{ij}) \cdot \delta(\Delta E_{ij}) \cdot dV$$

$$= \int_V (F^i + \Delta F^i) \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dV + \int_S (T^i + \Delta T^i) \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dS$$

\*1

----- (2-5-2)

$$\delta(\Delta E_{ij}) = \delta(\Delta \epsilon_{ij}) + \delta(\Delta \eta_{ij})$$

$$2 \cdot \delta(\Delta \epsilon_{ij}) = \delta(\Delta u_{i,j}) + \delta(\Delta u_{j,i})$$

$$2 \cdot \delta(\Delta \eta_{ij}) = \Delta u^k_{,i} \cdot \delta(\Delta u_{k,j}) + \Delta u_{k,j} \cdot \delta(\Delta u^k_{,i})$$

$S_n$  における仮想変位を考之ると、(2-5-2) 式に、

$\Delta u^k = \Delta u_k = 0$ ,  $\Delta \tau^{ij} = 0$ ,  $\Delta F^i = 0$ ,  $\Delta T^i = 0$  を代入すればよいのである。

$$\int_V \tau^{ij} \cdot \delta(\Delta \epsilon_{ij}) \cdot dV$$

$$= \int_V F^i \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dV + \int_S T^i \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dS$$

----- (2-5-3)

となる。(2-5-2), (2-5-3) 式より、

$$\int_V \{ \tau^{ij} \cdot \delta(\Delta \eta_{ij}) + \Delta \tau^{ij} \cdot \delta(\Delta \epsilon_{ij}) + \Delta \tau^{ij} \cdot \delta(\Delta \eta_{ij}) \} \cdot dV$$

$$= \int_V \Delta F^i \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dV + \int_S \Delta T^i \cdot \delta(\Delta u_i) \cdot dS$$

----- (2-5-4)

\*1 添字の付いた  $S_n$  は stage を表わしてあり、

添字の付いた  $S$  は surface を表わしてある。

また、応力増分と微小歪増分の関係、

$$\Delta \tau_{ij} = C^{ijkl} \cdot \Delta \epsilon_{kl}$$

$$C^{ijkl} = C^{klij}$$

$C^{ijkl}$  : 応力 - 歪関係テンソル、

があるので、

$$\begin{aligned} \Delta \tau_{ij} \cdot \delta(\Delta \epsilon_{ij}) &= \Delta \epsilon_{kl} \cdot C^{ijkl} \cdot \delta(\Delta \epsilon_{ij}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \delta(\Delta \tau_{ij} \cdot \Delta \epsilon_{ij}) \end{aligned}$$

----- (2-5-5)

(2-5-4), (2-5-5)式より、3次以降の微小量を無視して、

$$\begin{aligned} &\delta \left\{ \int_V (\tau_{ij} \cdot \Delta \eta_{ij} + \frac{1}{2} \cdot \Delta \epsilon_{kl} \cdot C^{ijkl} \cdot \Delta \epsilon_{ij}) \cdot dV \right\} \\ &= \delta \left\{ \int_V \Delta F^i \cdot \Delta u_i \cdot dV + \int_S \Delta T^i \cdot \Delta u_i \cdot dS \right\} \end{aligned}$$

以上より、

$$\delta I = 0 \quad (\delta \Delta u \text{ に対して}) \quad \text{----- (2-5-6)}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_V (\tau_{ij} \cdot \Delta \eta_{ij} + \frac{1}{2} \cdot \Delta \epsilon_{kl} \cdot C^{ijkl} \cdot \Delta \epsilon_{ij}) \cdot dV \\ &\quad - \left( \int_V \Delta F^i \cdot \Delta u_i \cdot dV + \int_S \Delta T^i \cdot \Delta u_i \cdot dS \right) \end{aligned}$$

となる。(2-5-6)式が、 $S_n$ における増分法に対する変分原理となる。

次節において、本節で求めた増分法に対する変分原理より、有限要素法における剛性行列、左辺に等価節点力を求める。

2-6 有限要素法における剛性行列および等価節点力

前節で求めた増分法における変分原理を要素の節点変位の変分に対する変分原理に変換する。変位の変換式を次式とする。

$$\Delta u_k = \phi_{ik} \cdot \Delta r_i$$

$$\Delta u^k = \phi_i^k \cdot \Delta r_i \quad \text{----- (2-6-1)}$$

$\Delta r_i$  : 節点変位増分

$$\Delta \epsilon_{kl} = 1/2 \cdot (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) \cdot \Delta r_i$$

$$\Delta \eta_{kl} = 1/2 \cdot \Delta r_i \cdot \phi_{i,n}^k \cdot \phi_{j,n,l} \cdot \Delta r_j \quad \text{----- (2-6-2)}$$

(2-6-1), (2-6-2) 式より (2-5-6) 式は次のよゝに変換される。

$$\delta I = 0 \quad (\delta \Delta r_i \text{ に対 (2)}) \quad \text{----- (2-6-3)}$$

$$\begin{aligned} I = & 1/2 \cdot \Delta r_i \cdot \int_V \{ \phi_{i,n}^k \cdot \tau^{kl} \cdot \phi_{j,n,l} \\ & + 1/4 \cdot (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) C^{klmn} \cdot (\phi_{j,m,n} + \phi_{j,n,m}) \} \\ & \cdot dV \cdot \Delta r_j - \Delta r_i \cdot \left\{ \int_V \Delta F^k \cdot \phi_{ik} \cdot dV \right. \\ & \left. + \int_S \Delta T^k \cdot \phi_{ik} \cdot dS \right\} \end{aligned}$$

(2-6-3) 式におゝ 2. テンソル変換法則より、明ゝかに、

$$\phi_{i,n}^k \cdot \tau^{kl} \cdot \phi_{j,n,l} = \phi_{j,n}^k \cdot \tau^{kl} \cdot \phi_{i,n,l}$$

$$\begin{aligned}
 & (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) \cdot C^{klmn} \cdot (\phi_{jm,n} + \phi_{jn,m}) \\
 & = (\phi_{jk,l} + \phi_{jl,k}) \cdot C^{klmn} \cdot (\phi_{im,n} + \phi_{in,m})
 \end{aligned}$$

であるから、(2-6-3)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \delta(\Delta R_i) \cdot \left[ \int_V \left\{ \phi_{i,k}^n \cdot \tau^{kl} \cdot \phi_{j,n,l} + \frac{1}{4} \cdot (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) \right. \right. \\
 & \quad \cdot C^{klmn} \cdot (\phi_{jm,n} + \phi_{jn,m}) \left. \right\} \cdot dV \cdot \Delta T_j \\
 & \quad \left. - \left\{ \int_V \Delta F^k \cdot \phi_{ik} \cdot dV + \int_S \Delta T^k \cdot \phi_{ik} \cdot dS \right\} \right] = 0 \\
 & \text{----- (2-6-4)}
 \end{aligned}$$

(2-6-4)式より明らかに剛性行列の成分  $K_{ij}$  および  
等価節点力増分  $\Delta R_i$  は次式となる。

$$K_{ij} = K_G ij + K_C ij \quad \text{----- (2-6-5)}$$

$$K_G ij = \int_V \phi_{i,k}^n \cdot \tau^{kl} \cdot \phi_{j,n,l} \cdot dV$$

$$\begin{aligned}
 K_C ij = \frac{1}{4} \cdot \int_V & (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) \cdot C^{klmn} \\
 & \cdot (\phi_{jm,n} + \phi_{jn,m}) \cdot dV
 \end{aligned}$$

$K_G ij$  : 有限変位を考慮したための剛性行列の成分。

$K_C ij$  : 線型理論における剛性行列の成分。

$$\Delta R_i = \int_V \Delta F^k \cdot \phi_{ik} \cdot dV + \int_S \Delta T^k \cdot \phi_{ik} \cdot dS \\
 \text{----- (2-6-6)}$$

また、Fig. 2-12 のような応力解除を行なうとこの等価節点力増分  $\Delta R_i^{eq}$  は、解除する応力  $\tau_{*}^{kl}$  に対し二次式のようになる。

$$\Delta R_i^{eq} = \frac{1}{2} \int_V (\phi_{ik,l} + \phi_{il,k}) \cdot \tau_{*}^{kl} \cdot dV \quad \text{----- (2-6-7)}$$

以上 (2-6-5), (2-6-6), (2-6-7) 式で増分法における一般的な剛性行列および等価節点力増分が求まる。

本研究では、二次元応力解析を行なうので、実際には線材要素、三角形要素、四辺形要素の剛性行列および等価節点力増分を求めればよい。次にこれらの剛性行列を定める。等価節点力増分も全く同様にして求まることは言うまでもない。座標は直交デカルト座標を用いる。

----- 線材要素の剛性行列 -----

節点変位の自由度と同数の一般化変位  $d_n$  ( $n=1 \sim 4$ ) を用いて変位を次のように仮定する。(Fig. 2-13 も参照)

$$\begin{cases} \Delta u = \Delta u_1 = \Delta u^1 \\ \Delta v = \Delta u_2 = \Delta u^2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x \end{bmatrix} \cdot \{\Delta d_4\} \quad \text{----- (2-6-8)}$$

(2-6-8) 式に次の境界条件を代入する。

$$x=0 : \Delta u = \Delta_j r_x, \quad \Delta v = \Delta_j r_y$$

$$x=L : \Delta u = \Delta_j r_x, \quad \Delta v = \Delta_j r_y$$

$\Delta r_x$  : 節点  $i$  の  $x$  方向の変位成分

$$\begin{Bmatrix} \Delta_i r_{xc} \\ \Delta_i r_{yc} \\ \Delta_j r_{xc} \\ \Delta_j r_{yc} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta d_2 \\ \Delta d_3 \\ \Delta d_4 \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \begin{Bmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta d_2 \\ \Delta d_3 \\ \Delta d_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/L & 0 & 1/L & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & 0 & 1/L \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_i r_x \\ \Delta_i r_y \\ \Delta_j r_x \\ \Delta_j r_y \end{Bmatrix}$$

----- (2-6-9)

(2-6-8), (2-6-9) 式より.

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 1/L \cdot x & 0 & 1/L \cdot x & 0 \\ 0 & 1 - 1/L \cdot x & 0 & 1/L \cdot x \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_i r_x \\ \Delta_i r_y \\ \Delta_j r_x \\ \Delta_j r_y \end{Bmatrix}$$

----- (2-6-10)

(2-6-10)式により、(2-6-1)式の  $\phi_{ik} = \phi_{ki}$  を具体化したので、(2-6-5)式より剛性行列が求まる。

なお、 $xy$  座標に関する剛性行列  $\mathbb{K}$  を  $x'y'$  座標に関する剛性行列  $\mathbb{K}'$  に変換するには、直交座標に関する座標変換行列  $\mathbb{T}$  を用い、次式で変換する。

$$\mathbb{K}' = \bar{\mathbb{T}}^T \cdot \mathbb{K} \cdot \bar{\mathbb{T}} \quad \text{----- (2-6-11)}$$

$$\bar{\mathbb{T}} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \\ 0 & 0 & -\mu & \lambda \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \lambda &= \cos \theta \\ \mu &= \sin \theta \end{aligned}$$

----- 三角形要素の剛性行列 -----

線材要素と同様に、節点変位の自由度と同数と一般化変位  $\Delta u_n$  ( $n = 1 \sim 6$ ) を用い、要素は充分小さいものとし、三角形の境界で隣り合わせの要素との向の変位の連続性を満足するように、次のように仮定する。

(Fig. 2-14 を参照)

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

----- (2-6-12)

以下、線材要素と全く同様の計算によって、(2-6-1)式の  $\Phi_{iR} = \Phi_{iR}^e$  も求め、(2-6-5)式により剛性行列を求める。

----- 四辺形要素の剛性行列 -----

四辺形要素の剛性行列は、Fig. 2-15 のように、三角形要素の集合として、次式で求める。

$$2 \cdot \mathbb{K}(ijkl) = \mathbb{K}(ijl) + \mathbb{K}(ilk) + \mathbb{K}(ijk) + \mathbb{K}(jlk)$$

----- (2-6-13)

以上で剛性行列が求まったので、与えられた外力増分あるいは強制変形増分に対して、連立方程式を解くことによ、各節点の変位増分および支点反力増分が求まり、節点変位増分より各要素の歪増分および応力増分が求まる。前段階の変位、歪、応力にこれらの増分量を加えることによ、変位、歪、応力が求められる。

なお、変分原理の誘導より明らかのように、有限変位も考えた場合、以上の解析によ、得られた応力、物体力、表面力は、変形前<sup>\*</sup>の単位面積あるいは単位体積に關し、変形後<sup>\*</sup>の座標系に關する成分であるが、これらの微小な誤差は、(2-6-9)式における  $\mathbb{E}_{Gij}$  に対して、より高次の微小量であるので、本解析では、これらの誤差はすべて無視している。応力、物体力、表面力を変形後の単位面積あるいは単位体積に關し、変形前の座標系に關する成分に変換する場合でも、せん断応力の対称性は保たれるものとし、 $\tau^{ij} = \tau^{ji} = \frac{1}{2}(\tau^{ij} + \tau^{ji})$  として変換を行なうが、あるいは、面積変化、体積変化、座標軸向の角度変化は無視して、座標系の回転のみを考慮して変換を行なうことも精度は充分であると考えられる。

---

\* 変形前とは Lagrange 座標  $x^i$  を定義した状態  $S_n$  であり変形後とは状態  $S_{n+1}$  を意味する。

## 2-7 数値計算法

## —— 高次の非線型問題の取り扱い方 ——

材料の非線型性を考えれば明らかのように、状態  $S_n$  から  $S_{n+1}$  への方向が定まらなければ  $S_n \rightarrow S_{n+1}$  の応力増分と歪増分の関係は求まらない。また、材料的には全く線型であつても、幾何学的非線型性を考えれば、 $S_{n+1}$  ではすでに厳密には力のつり合いはくわけている。よゆを考慮した解析を行なうためには、各段階(状態)毎に収れん計算を必要とするが、本解析のように、非線型次数の高いものでは、収れん計算はまづめて煩雑になるので、本解析では、 $S_n \rightarrow S_{n+1}$  の方向は、 $S_{n-1} \rightarrow S_n$  と等しいと仮定して、 $S_{n+1}$  を求め、状態  $S_{n+1}$  で真に力のつり合いを保つておるかどうかの収れん計算も行なつておかなければならぬ。このことによる誤差は、数値解析におけるまざみ (step) を小さくすることによつて小さくおまえることができる。

## —— 連立方程式の解法 ——

有限要素法による解析であるので、与えられた外力増分(節点力増分)あるいは強制変位増分(節点変位増分)と支点条件のもとに次の連立方程式を解くことになる。

$$[K_{ij}] \cdot \{\Delta r_j\} = \{\Delta R_i\}$$

$K_{ij}$  : 剛性行列の成分

$\Delta r_j$  : 節点変位増分

$\Delta R_i$  : 節点力増分

この連立方程式の解法としては、文献(22)による消去法を使用した。与えられた条件に対しては、(1)、支点であるため、変位増分が零の節点、即ち、 $\Delta r_j = 0$  の条件に

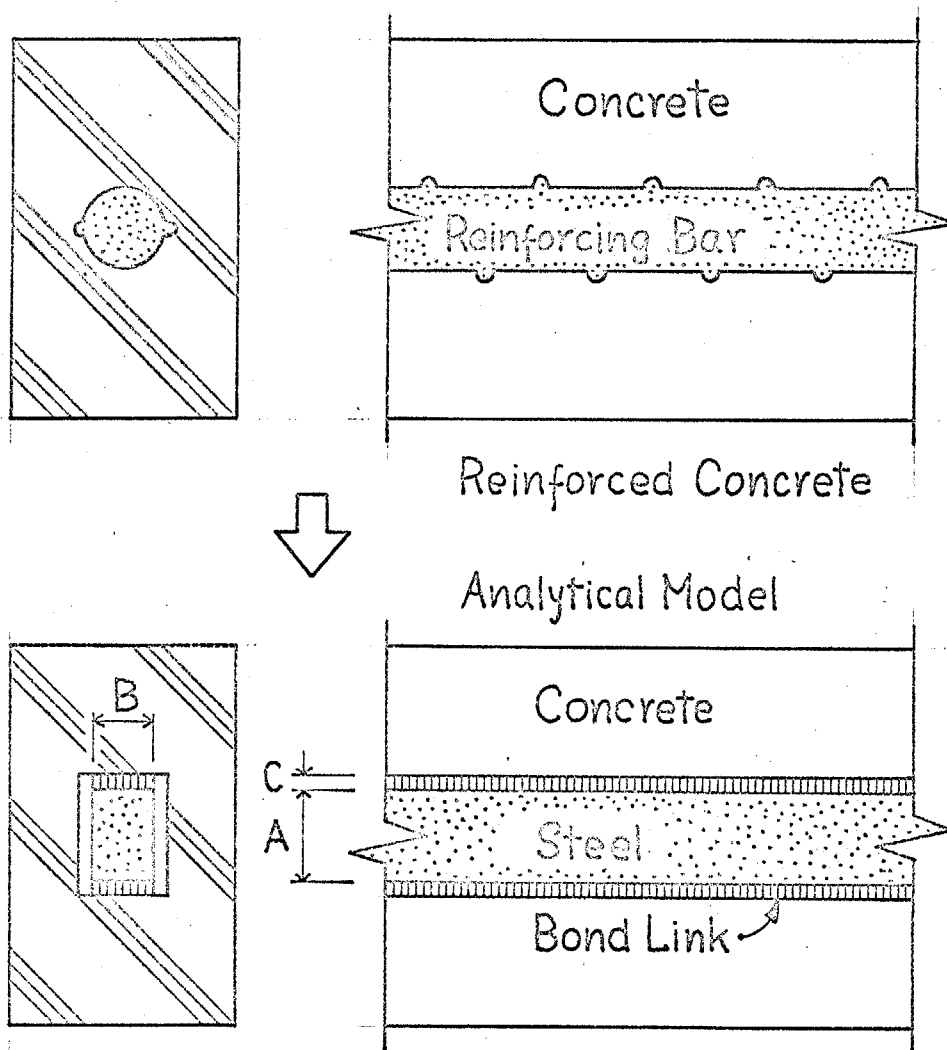
対しては、 $K_{jj} = -1$ ,  $K_{ij} = 0$  とすることにより、

$\Delta r_j$  に支点反力増分が求まる。(2)、強制変位に対して

は、その増分量を  $\Delta r_j$  とすれば、 $K_{jj} = \nu l$ ,  $\Delta R_j = \nu l \cdot \Delta r_j$

$\nu l$  : 非常に大きな数値 とすることにより、2近似的に解を求めることが出来る。

以上(1),(2)の作業により、 $\{\Delta R_i\}$ を既知、 $\{\Delta r_j\}$ を未知なものとして、簡単に連立方程式を解くことが出来る。



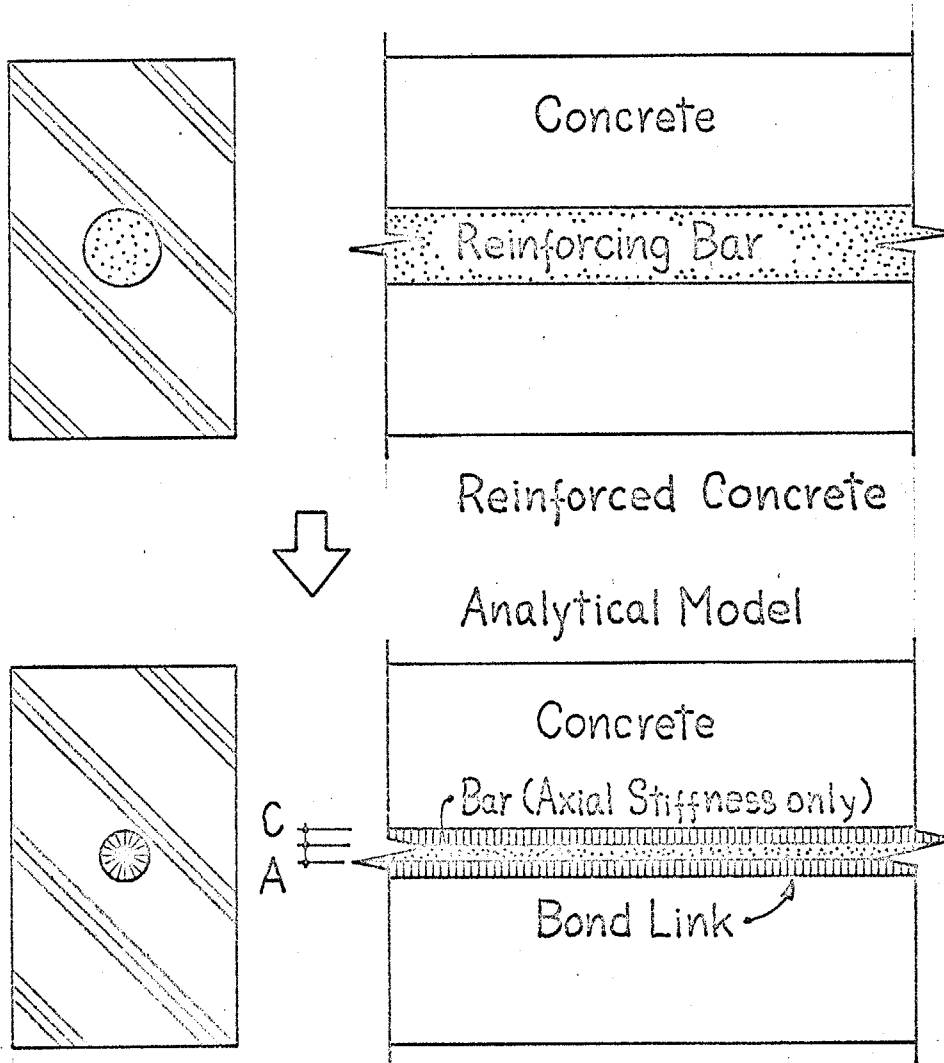
$C=0.$

$A$  = nominal diameter of reinforcing bar

$A \cdot B$  = nominal cross sectional area of reinforcing bar

Idealization

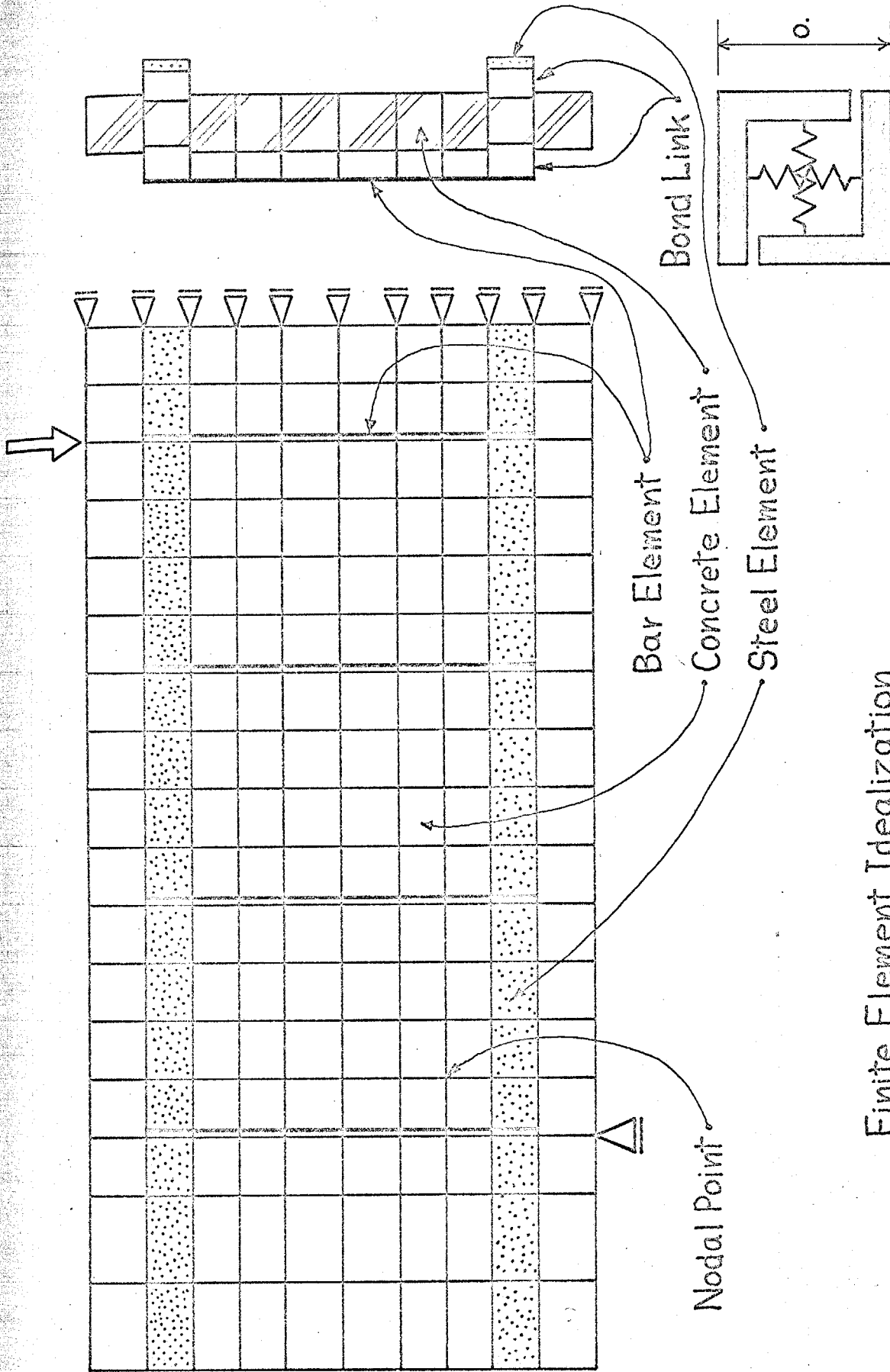
Fig. 2-1



$C=0. \quad A=0.$

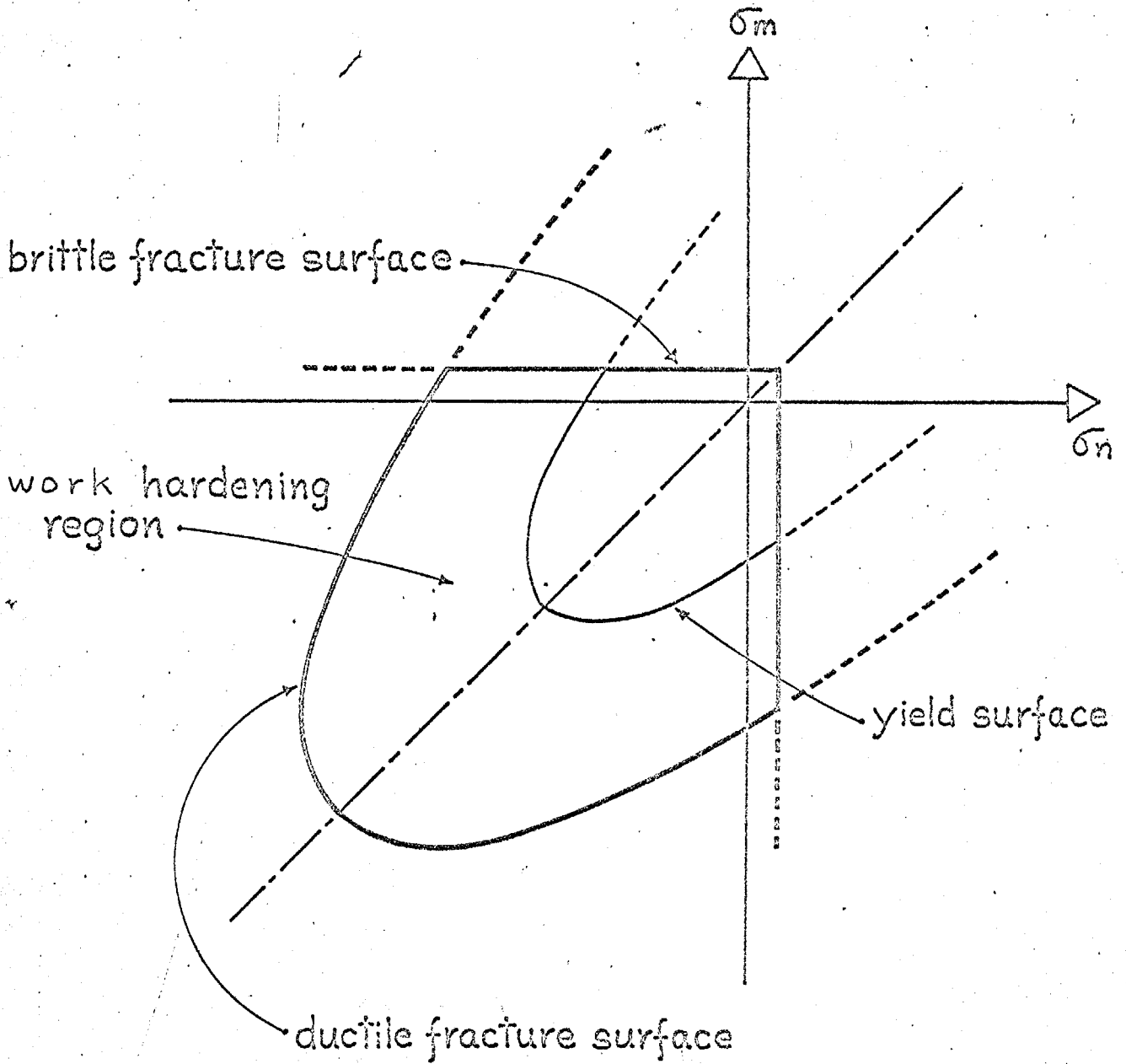
Idealization

Fig. 2-2



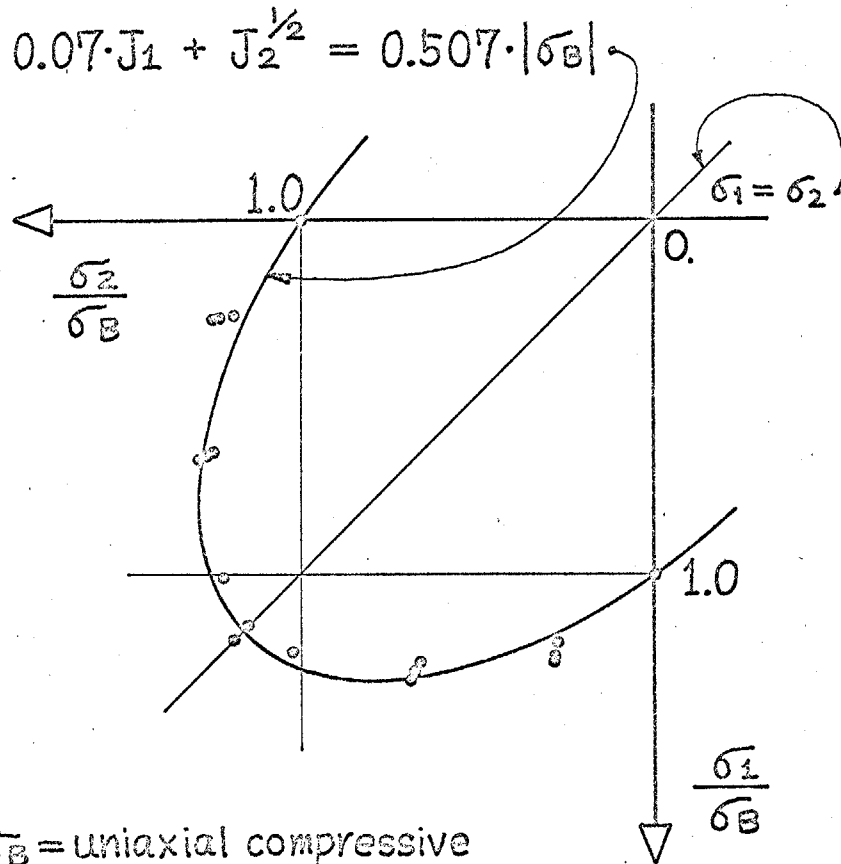
Finite Element Idealization

Fig. 2 - 3



Assumptions for Yield and Fracture of Concrete

Fig. 2-4



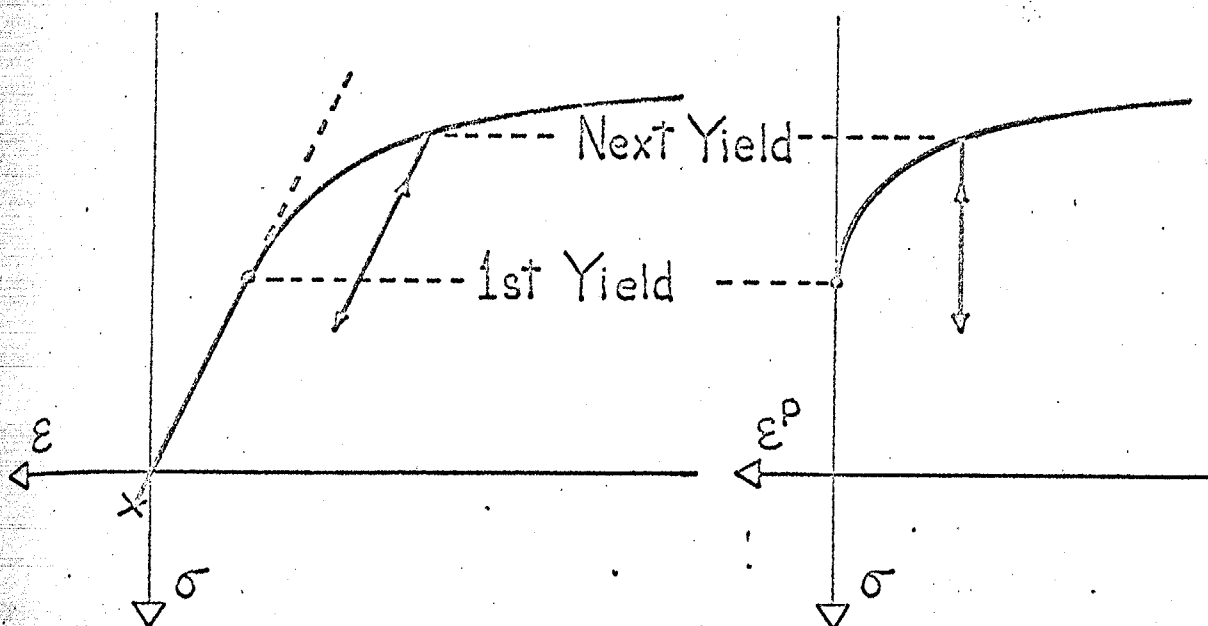
$\sigma_B$  = uniaxial compressive strength

○ : experimental results  
by H. Kupfer, H.K. Hilsdorf and H. Rusch

### Biaxial Strength of Concrete

Fig. 2-5

### Uniaxial Test



### Work Hardening

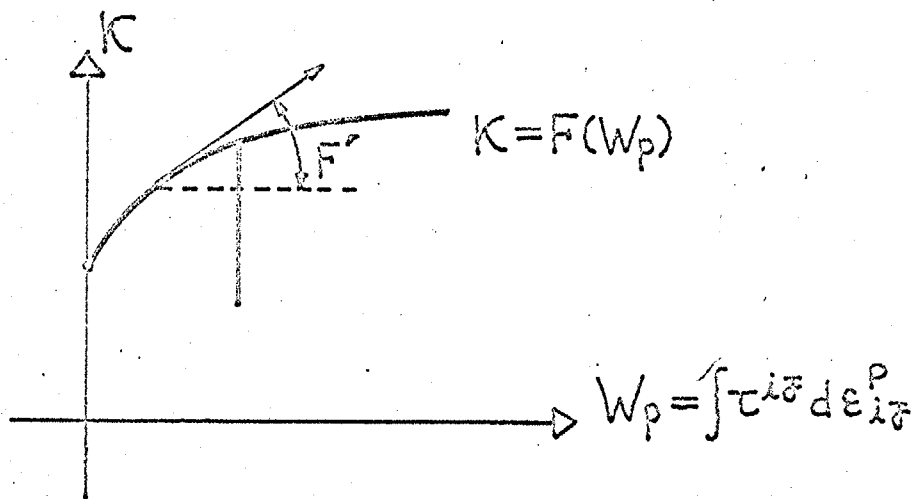
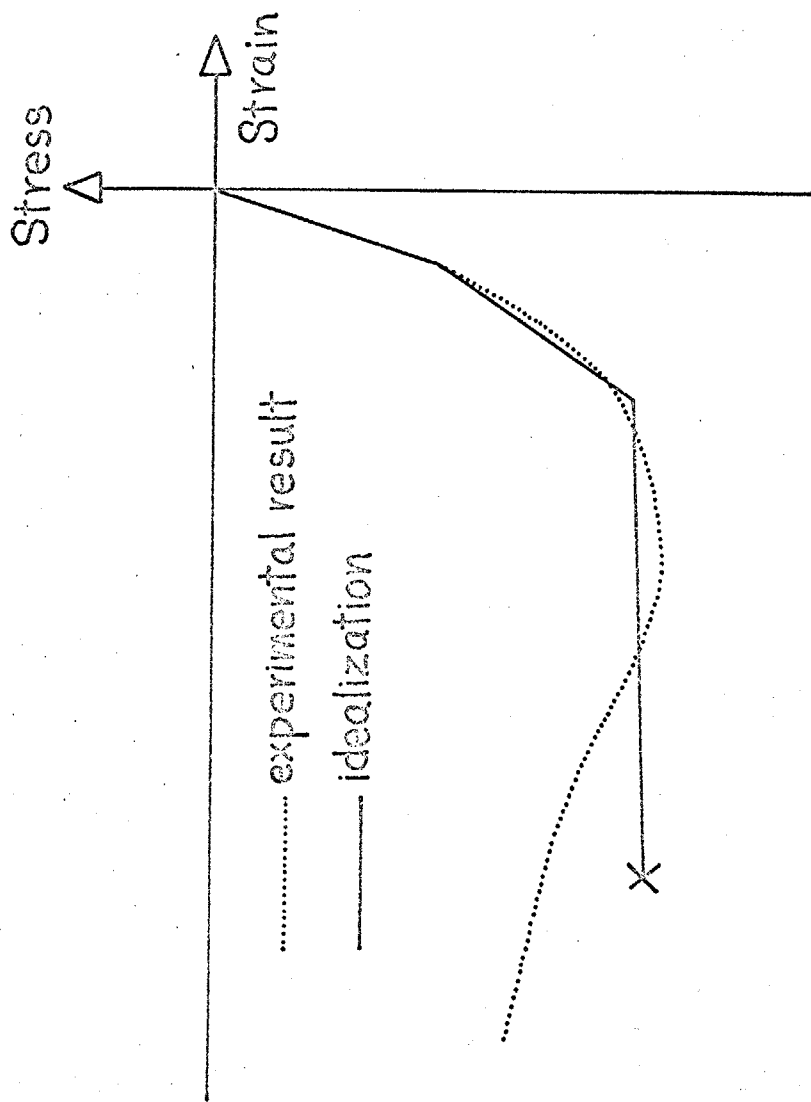
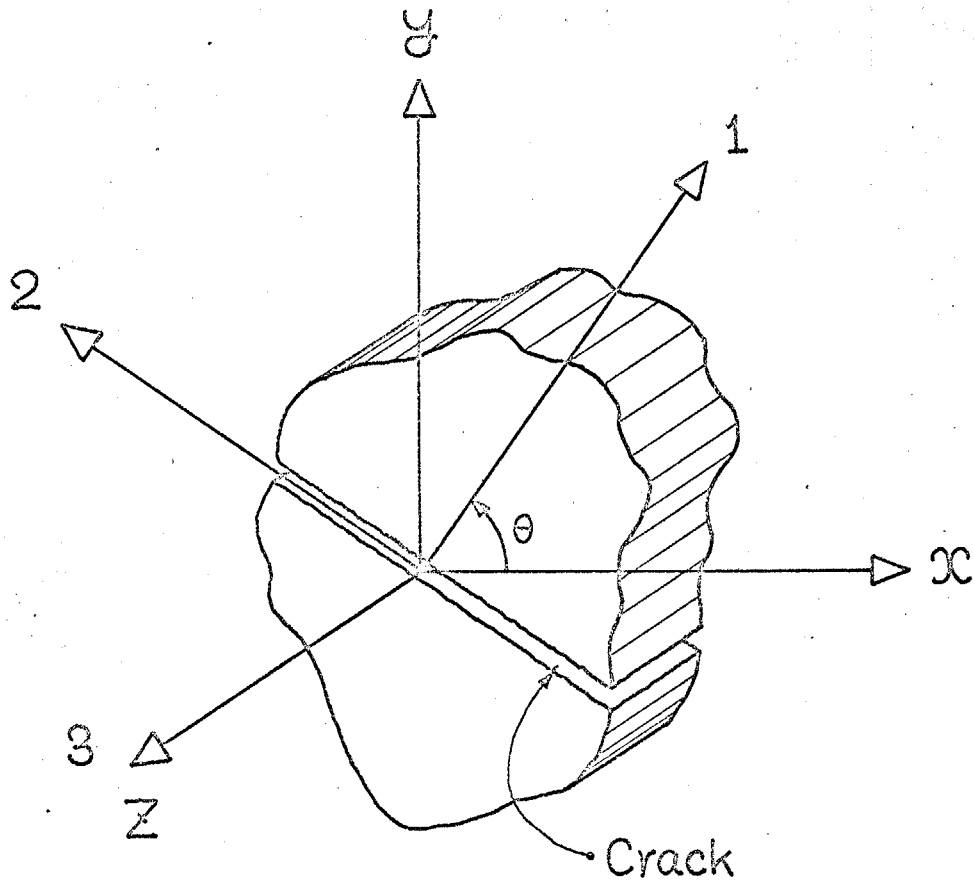


Fig. 2-6



Stress - Strain Relationship of Concrete  
under Uniaxial Compression

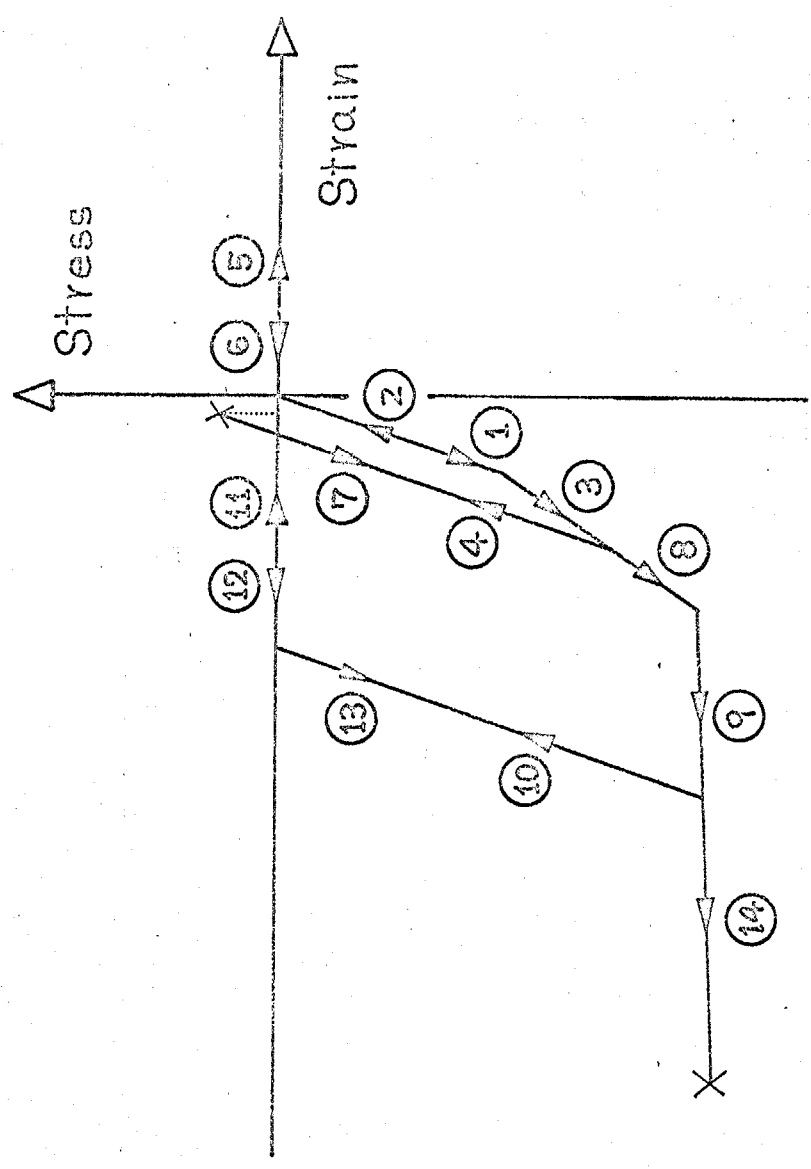
Fig. 2 - 7



1,2,3 : axis of symmetry of orthotropy

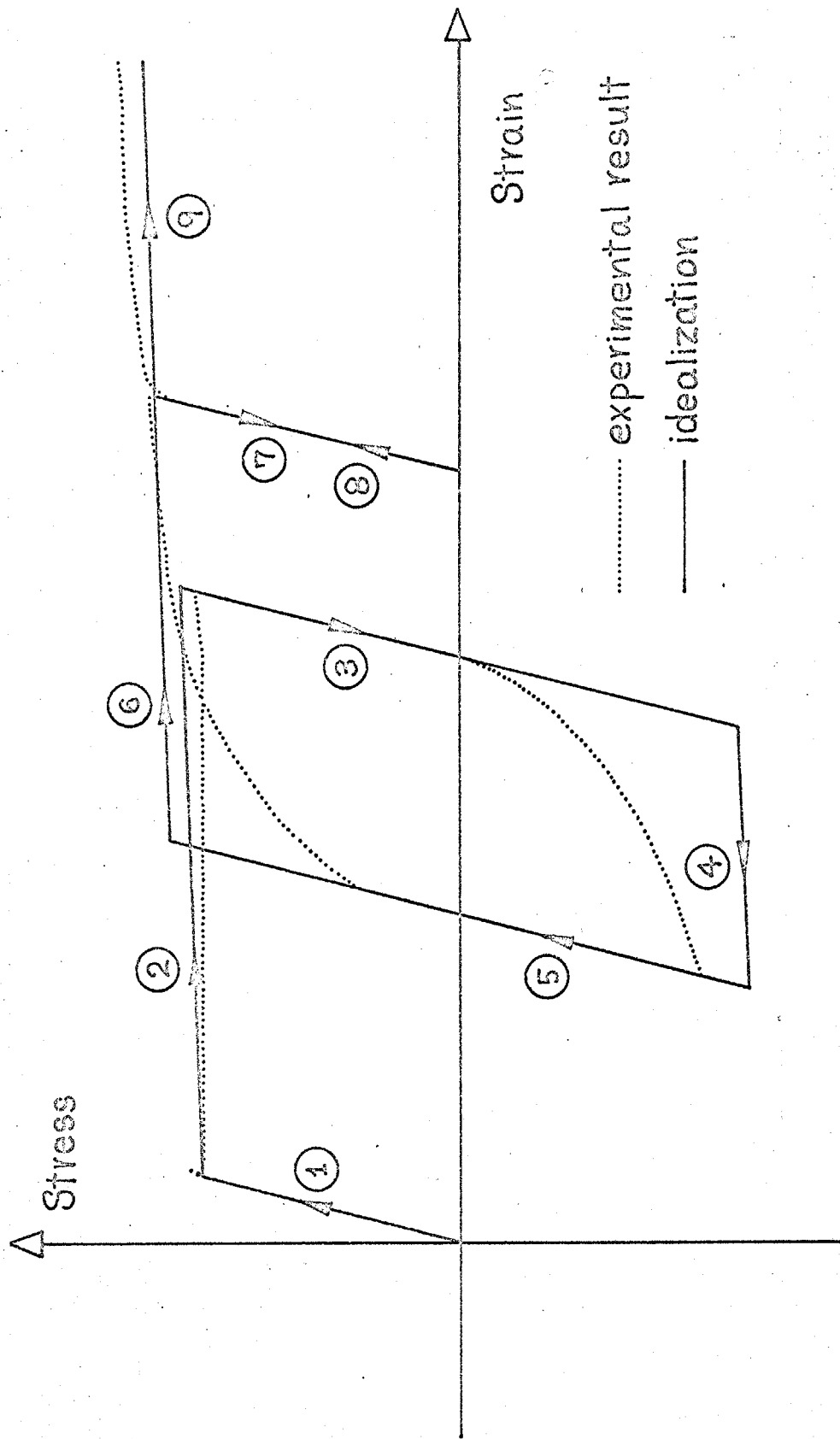
Crack and Coordinate System

Fig. 2-8



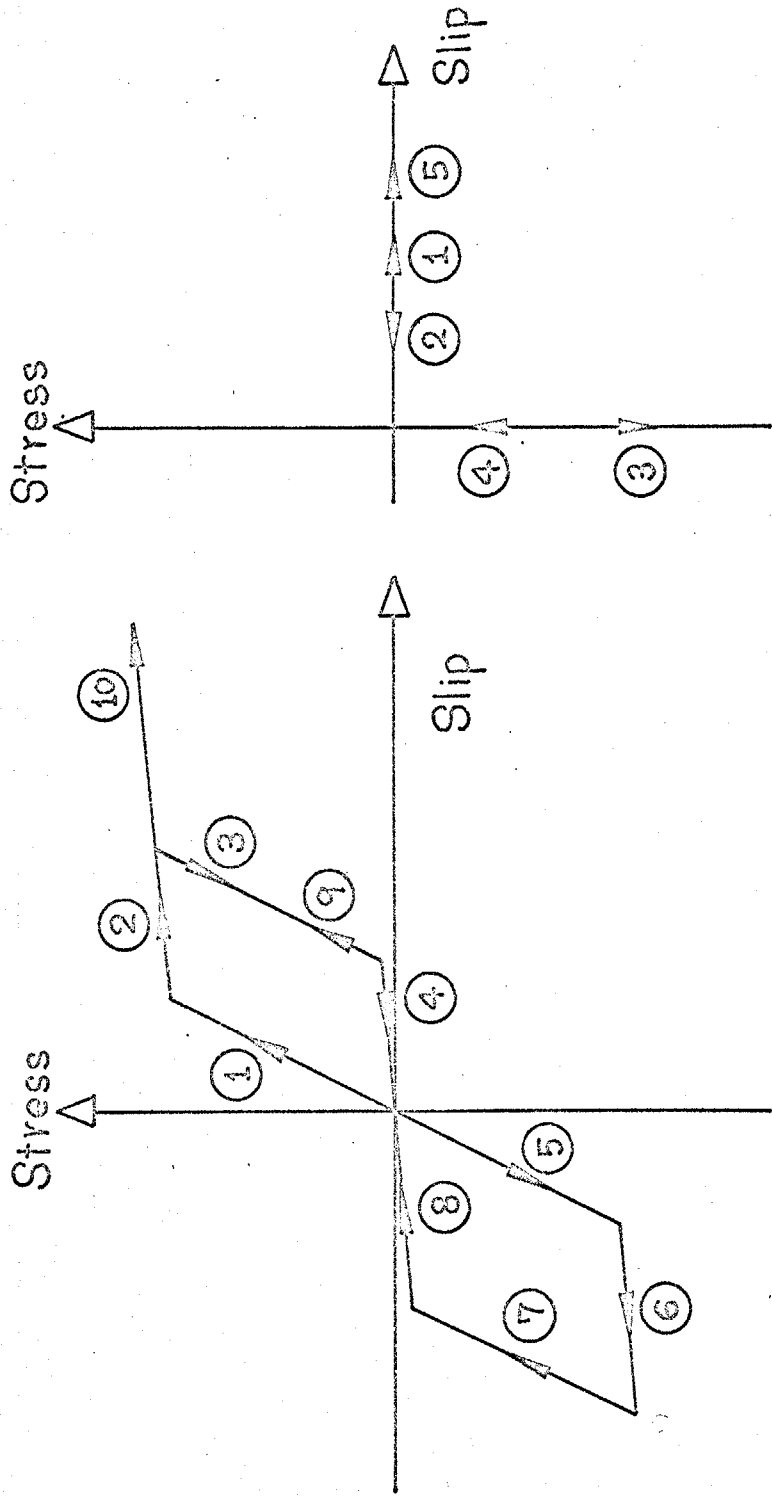
Stress - Strain Relationship of Concrete  
under Uniaxial Stress State

Fig. 2-9



Stress - Strain Relationship of Steel  
under Uniaxial Stress State

Fig. 2-10



Parallel to Reinforcing Bar      Perpendicular to Reinforcing Bar

Idealized Stress - Slip Relationships of Bond between Concrete and Reinforcing Bar

Fig. 2 - 11

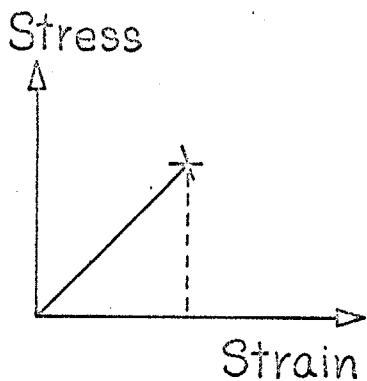
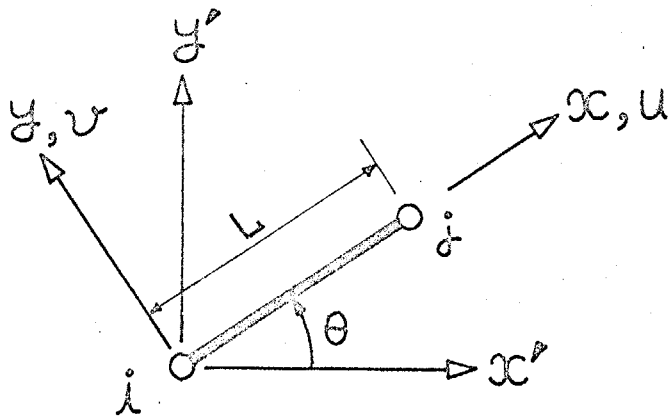
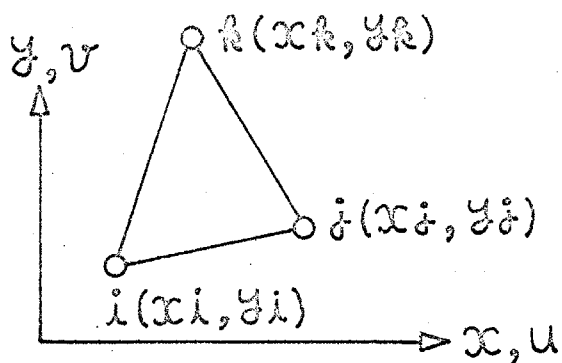


Fig. 2-12



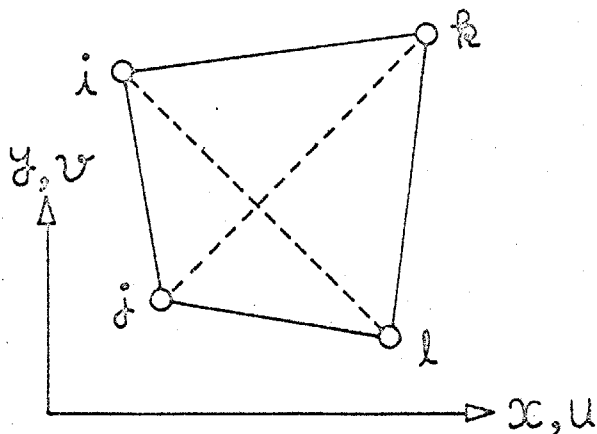
Pin-jointed Bar Element

Fig. 2-13



Triangular Element

Fig. 2-14



Quadrilateral Element

Fig. 2-15

第3章 歪測定に重点もあつた鉄筋コンクリート部材の  
曲げせん断実験

3-1 実験概要

3-2 試験体

3-3 実験方法

3-4 実験結果

3-4-1 使用材料の試験結果

3-4-2 部材の実験結果

3-5 考察

図・表・写真

### 3-1 実験概要

鉄筋コンクリートの解析においては、コンクリートの力学的性質、鉄筋とコンクリートの付着、鉄筋のたわみ効果等に関して、かなり大胆な仮定を設けざるを得ない状況であるので、解析においては、この解析上の仮定および解析方法の妥当性に対して、種々の角度からの検討を加えなければならぬ。それ故、前章の解析方法による解析例として解析結果との比較検討を行ない得る資料を得ることを主目的とし、同時に、解析上の仮定および解析方法の妥当性を実験より検討すること、鉄筋コンクリート部材に関する一般的な考察を行なうことも目的として考え、鉄筋コンクリート部材の一方向加力による曲げせん断実験を行なった。目的に鑑み、試験体は、曲げにより引張り筋が降伏するいわゆる曲げ降伏強度とせん断終局強度がほぼ等しくなるように設計し、また、結果の信頼性を高めるために全く同一の試験体を2体製作した。測定は、ワイヤーストレインゲージによる鉄筋およびコンクリートの歪測定に重点をおき、ダイヤルゲージによるたわみの測定、材軸方向の一定の区間の平均曲率算出のための Whittemore ゲージによるこの区間の平均歪の測定、および亀裂観測を行なっている。

## 3-2 試験体

Fig. 3-1 に示すような試験体を2体製作し、試験体名は、1-A, 1-B とした。試験体は曲げ降伏強度<sup>\*1</sup>とせん断終局強度<sup>\*2</sup>がほぼ等しくなるように設計した。鉄筋比は、 $p_t = a_t / bd = 1.55\%$  ,  $p_w = 1.07\%$  ,  $\gamma = a_c / a_t = 1.0$  である。なお記号は、鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説(52)に則り、 $p_t$ : 引張り鉄筋比,  $a_t$ : 引張り筋の断面積,  $b$ : 部材巾,  $d$ : 有効せり,  $p_w$ : あばら筋比,  $\gamma$ : 複筋比,  $a_c$ : 圧縮筋の断面積 である。主筋の端部定着を確保するために、主筋の端部に25mm厚の鉄板を溶接した。溶接時の鉄筋の温度は、溶接点よ

\*1 梅村の提案によるせり関数法(50)により、

$$sE = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad s\sigma_y = 3900 \text{ kg/cm}^2, \quad c\sigma_B = 210 \text{ kg/cm}^2, \\ c\varepsilon_B = 0.2\% \quad \text{として計算した。}$$

$$M_y = 639 \text{ t}\cdot\text{cm}, \quad P_y = 28.4 \text{ t} \quad \text{となる。}$$

\*2 荒川の提案式(54)

$$\tau_u = Q_u / b \cdot j = k_u \cdot k_p \cdot (180 + F_c) \cdot 0.115 / (M/Q \cdot d + 0.115) \\ + 2.7 \sqrt{p_w \cdot s\sigma_y} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad \text{により、}$$

$$F_c = 210 \text{ kg/cm}^2, \quad s\sigma_y = 3100 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{として計算した。}$$

$$\tau_u = 33.6 \text{ kg/cm}^2, \quad P_u = 29.4 \text{ t} \quad \text{となる。}$$

り約20cm位離れた場所は素手でつかめる程度であり、溶接による鉄筋の力学的性質の変化は考えらぬなり。鉄筋の組み上がりを Photo. 3-1 に示すが、あばら筋の寸法精度が確保できず、組み上がった段階で少し設計との誤差を生じており、実測した値を Fig. 3-2 に示す。

組み上がった鉄筋に Fig. 3-3 にこの位置を示すが、主筋には検長3mm (東京測器研究所 PS-3), あばら筋には検長10mm (東京測器研究所 PL-10-11) のワイヤーストレイン・ゲージを即乾性接着剤 (東京測器研究所 CN) で貼り、リード線をハンダ付けして、電気的絶縁のために蠟で塗り固め、テープをまいて保護した。(Photo. 3-2) 鉄筋の引張り試験用の試験片にも全く同様にして、ワイヤーストレイン・ゲージを貼り、絶縁を確かめる意味で2日間水中に置いて後引張り試験を行なった。

型枠は木製のものを使用し、型枠の内側には剥離剤を塗った。コンクリートは普通コンクリートで、調合は Table 3-1 に示す。コンクリート打設後1週間で脱型し、シートをかけて屋外に放置し、特別の養生は行なわなかった。

コンクリートの表面には、実験前3日位に検長6cmのワイヤーストレイン・ゲージ (東京測器研究所 PL-60-11)

を即乾性接着剤で貼り、蠟を塗って防湿した。ゲージの位置は Fig. 3-4 に示す。コンクリート・シリンダーは、10 cm 中 × 20 cm のものを製作し、養生およびゲージ貼りは試験体と全く同じ方法で行ない、キャッピングは硫黄キャッピングを行なった。

コンクリート打設後、約4週間で実験を行なった。

### 3-3 実験方法

実験方法の概略を Fig. 3-5 に示す。加力は一方向加力で、試験機は東京工業大学の 100 ton 万能試験機(島津製作所 REH-100)を使用した。支点には摩擦を少なくするために、クロームメッキした鉄板とテフロン板を組み合わせた支承を用いている。

歪の測定には多点デジタル歪測定器(共和電業 SD-5J, ABS-60P)を用いた。またコンクリート表面に接着した端子間の平均歪を、検長 10 cm, 1/100 精度の Whittemore ゲージ(接点をコンタクト・ゲージ・タイプにしては、いわゆる Whittemore ゲージと全く同じである。Fig. 3-6)を用いて測定している。測定方法を Fig. 3-7 に示すが、ゲージの検長および測定方法によつて平均歪の分布は異なるが、平均歪の積分した

ものは同じになるはずである。引張り側と圧縮側の平均歪より平均曲率を算出してゐる。

実験風景を Photo. 3-3 に示す。

### 3-4 実験結果

#### 3-4-1 使用材料の試験結果

使用した鉄筋の引張り試験およびコンクリート・シリンドーの圧縮試験、割裂試験の結果を Table 3-2, Fig. 3-8 ~ Fig. 3-16 に示す。試験時のコンクリートの比重は、 $\gamma = 2.32$  であった。また、鉄筋の引張り試験に關しては、鉄筋の断面積は、鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説(52)に従、 $\phi 22$  は  $3.87 \text{ cm}^2$ 、 $\phi 9$  は  $0.64 \text{ cm}^2$  とし、応力の算出を行なつてゐる。

#### 3-4-2 部材の実験結果

##### —— 部材中央のたわみ ——

荷重 - 中央たわみ曲線を Fig. 3-17-A, Fig. 3-17-B に示す。中央たわみ  $\delta$  は、ダイヤルゲージを試験機のベッドに取り付けてゐるため、D.G. ①, D.G. ②, D.G. ⑥, D.G. ⑦ の安定する荷重 ( $P = 6.0 \text{ ton}$ ) までは、

$$\delta = D.G. ④ - \frac{1}{4} \cdot (D.G. ① + D.G. ② + D.G. ⑥ + D.G. ⑦)$$

とし、補正し、 $P = 6.0 \text{ ton}$  以降は、

$\delta = D.G.④ - \frac{1}{4} \cdot (D.G.① + D.G.② + D.G.③ + D.G.⑤)$   $p=6.0 \text{ ton}$   
 とした。式中、D.G. はダイヤルゲージの読みを示し、丸の中の  
 数字は、Fig. 3-6 の数字と付合するものとする。

————— 平均曲率 —————

Whittemore ゲージ (検長 10 cm, 1/100 mm 精度) で測  
 定した 10 cm 間の平均歪から算出した平均曲率の分布を  
 Fig. 3-18-A, Fig. 3-18-B に示す。平均曲率から積  
 分計算\*1 を行なうと得られた部材中央のたわみも、全た  
 わみ、および梅村博士の提案された曲げ変形解析法 —  
 微分法 — (50) を利用した曲げたわみ解析値\*2 と共に  
 Fig. 3-19-A, Fig. 3-19-B に示す。

\*1 参考までに、平均曲率およびたわみの計算方法を以  
 下を示す。

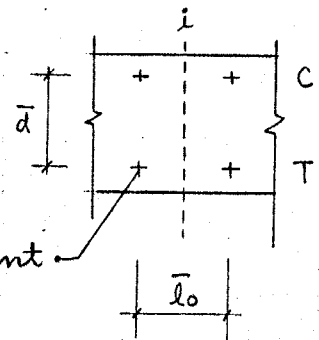
$c\bar{\epsilon}_i$  ( $i$  点の圧縮側の  $\bar{l}_0$  区間の平均歪)

$= \Delta_c \bar{l}_0 / \bar{l}_0$

$t\bar{\epsilon}_i = \Delta_t \bar{l}_0 / \bar{l}_0$

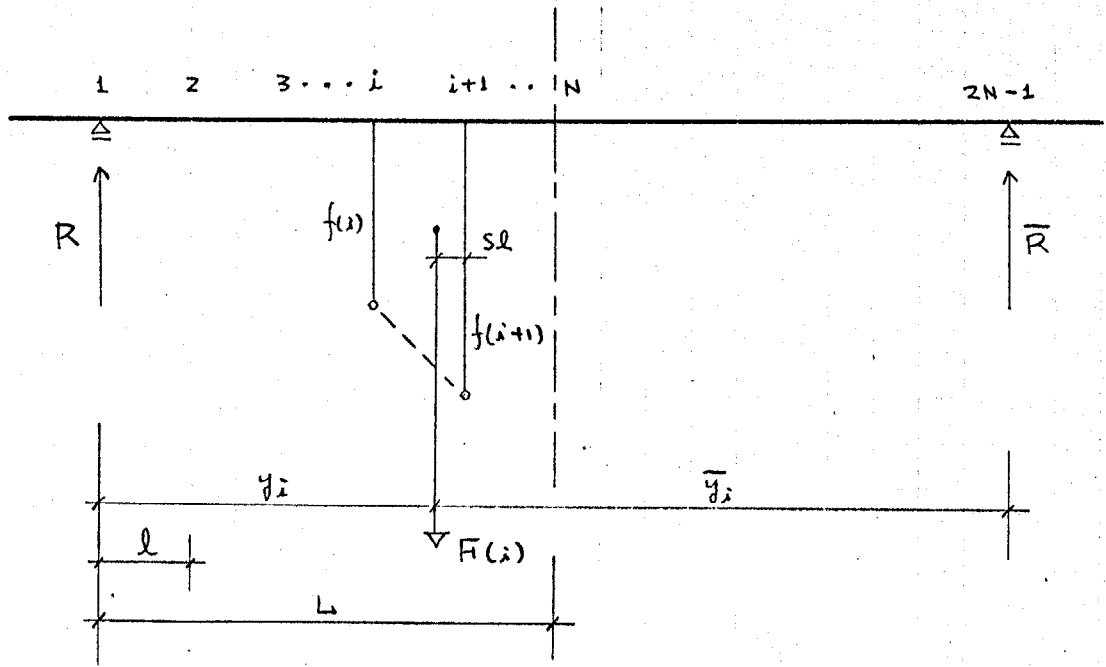
$(1/P)_i$  ( $i$  点の  $\bar{l}_0$  区間の平均曲率)

$= (t\bar{\epsilon}_i - c\bar{\epsilon}_i) / \bar{d}$



以上で平均曲率を求め、次にたわみを計算する。

$f(i) = (1/P)_i = (t\bar{\epsilon}_i - c\bar{\epsilon}_i) / \bar{d}$  とする。



$$F(i) = \frac{1}{2} \cdot \{f(i) + f(i+1)\} \cdot l$$

$$sl = \frac{1}{3} \cdot l \cdot \{2 \cdot f(i) + f(i+1)\} / \{f(i+1) + f(i)\}$$

$$y_i = i \cdot l - sl, \quad \bar{y}_i = (2N-2) \cdot l - y_i$$

$$R_i = F(i) \cdot \bar{y}_i / (y_i + \bar{y}_i), \quad \bar{R}_i = F(i) - R_i$$

$$R = \sum_{i=1}^{2N-2} R_i, \quad \bar{R} = \sum_{i=1}^{2N-2} \bar{R}_i$$

$$\delta_u = L \cdot R - \sum_{i=1}^{N-1} \{(L - y_i) \cdot F(i)\}$$

\*2 荷重は中央の加圧板の幅 (10 cm) の等分布荷重とみな

し、鉄筋の引張り試験結果より

$$sE = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad s\sigma_y = 3840 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{とし、}$$

コンクリート・シリンドーの圧縮試験結果より、

$$c\sigma_B = 217.7 \text{ kg/cm}^2, \quad c\varepsilon_B = 0.2\% \quad \text{とした。}$$

なお、部材断面としては、Fig. 3-2 に示す実際の断

面で計算を行なうこととする。

—— 鉄筋およびコンクリートの歪 ——

鉄筋およびコンクリートの歪の測定結果を Fig. 3-20-A ~ Fig. 3-26-B に示す。歪測定結果は、スパン中央の対称軸に關して対称な左右のゲージの読みを平均して整理してゐる。主筋の場合は、上面、下面のゲージの読みも平均して整理してゐる。主筋の歪測定結果は、ほとんど対称軸に關して左右対称になつてゐる。あはら筋に關しては、斜め亀裂の発生状況によるものと思われ、対称軸に關して左側と右側でゲージの読みにかなり大きな違いのあるものもある。左側と右側でゲージの読みの違いが最も大きい個所については Fig. 3-27 にその違いを示した。コンクリートの歪の測定結果も、ほとんど対称軸に關して左右対称になつてゐる。但し、破壊荷重の近傍の荷重では、左右でかなり大きな差異が生じてゐるが、ほとんど圧壊の状態であり、表面に貼つたゲージによる歪の測定値のものの意味が不明確であり、データから除外してゐる。Fig. 3-28 は引張り筋の上面に貼つたゲージの読みと、下面に貼つたゲージの読みの差が最も大きい個所について、上面と下面のゲージの読みを別々にプロットしたものである。

—— 亀裂および破壊性状 ——

1-A, 1-B 両試験体とも  $P = 4 \text{ ton}$  ( $M/Z_e^{*1} = 22.6 \text{ kg/cm}^2$ ) で加力点の下に材軸に直角な亀裂が発生し、 $P = 12 \text{ ton}$  ( $\tau = P/2 \cdot b \cdot j = 14.0 \text{ kg/cm}^2$ ) で斜め亀裂が発生している。最大荷重は、1-A では  $P = 36.1 \text{ ton}$ 、1-B では  $P = 37.3 \text{ ton}$  であり、1-A, 1-B とも最大荷重に達する直前に、加圧板付近の圧縮側コンクリートが圧壊している。

最終亀裂状況を Photo. 3-4 に示す。

\*1  $a_t = a_c$ ,  $d_c = d_t$  であるから、

$$(EI)_e = cE \cdot bD^3/12 + 2 \cdot (sE - cE) \cdot a_c \cdot (D/2 - d_c)^2$$

$$\sum e = 1/cE \cdot 2/D \cdot (EI)_e$$

$$sE = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \text{ (鉄筋のヤング係数)}$$

$$cE = 2.2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \text{ (コンクリートのヤング係数)}$$

$$a_c = 7.74 \text{ cm} \text{ (圧縮筋の断面積)}$$

$$b = 20 \text{ cm} \text{ (部材巾)}$$

$$D = 30 \text{ cm} \text{ (部材の全せい)}$$

$$d_c = 9.5 \text{ cm} \text{ (圧縮筋の中心から圧縮外縁までの距離)}$$

として計算を行なった。なお荷重は加圧板の幅 (10 cm) の等分布荷重とみなし、 $M = 21.25 P \text{ (ton} \cdot \text{cm)}$

とした。

### 3-5 考察

1) 試験体を設計するにあたり、たわみの解析に平面保持の仮定を設けることが困難なような部材を設計したのであるから当然のことであるが、Fig. 3-19-A, Fig. 3-19-Bによれば、平面保持を仮定した解析、あるいは平均曲率から計算した部材中央のたわみ量は、全たわみ量の約 $\frac{1}{2}$ 程度であり、また、モーメント分布は、材軸方向にほぼ線型であるにもかかわらず、Fig. 3-20-A, Fig. 3-20-Bによれば、材軸方向の引張り筋の歪分布は明らかに線型ではなく（断面の平面保持を仮定した曲げ理論によれば、本実験の試験体程度の鉄筋比の部材において、引張り筋が弾性範囲であれば、モーメントと引張り筋の歪との関係はほぼ線型になる。）、鉄筋コンクリート部材の解析方法を検討するための解析例としては適当なものであると見える。

2) あはし筋の歪測定結果 (Fig. 3-22-A ~ Fig. 3-24-B)によれば、あはし筋において、Fig. 3-2における①および④の部分は③の部分に対して直角に曲げてあるにもかかわらず、①および④の部分には③の部分と同程度の引張り歪が生じている。このことから考えて、直角に曲げただけでは、完全に定着されているとはいえるが、

②の部分をも完全定着と考えた解析<sup>\*1</sup>では、斜め亀裂発生後の部材剛性が実際の剛性より大きくなる可能性がある。

3) Fig. 3-28によれば、斜め亀裂が発生した後、斜め亀裂近傍の引張り筋は、引張りと同時に曲げを受けると考えられる。このことは、引張り筋が亀裂により分かれたコンクリート間のせん断力を伝達しているといふことに外ならない。鉄筋によるせん断力の伝達、いわゆる太柄効果は周囲の状況によつて大きく左右されると考えられるが、著者らの行なつたタボ鉄筋のせん断力伝達に関する実験(67)によれば、タボ鉄筋によるせん断力の伝達は相当大きく、その取り扱いは、コンクリートの局所的な圧壊の問題等で二次元的に考へるのはきつめておろかしいが、本実験の試験体のように、かなり大きな斜め亀裂の発生する鉄筋コンクリート部材の解析においては、何らかの形で、鉄筋の太柄効果を含めた解析を行なうことが必要であると思われる。

---

\*1 本研究においては、どの程度の相対すべり(相対変位)を考へればよいか不明であることと、解析プログラムが簡単であることと、理由で、直角に折り曲げた部分は完全定着であると考へている。

Specimen 1-A, 1-B

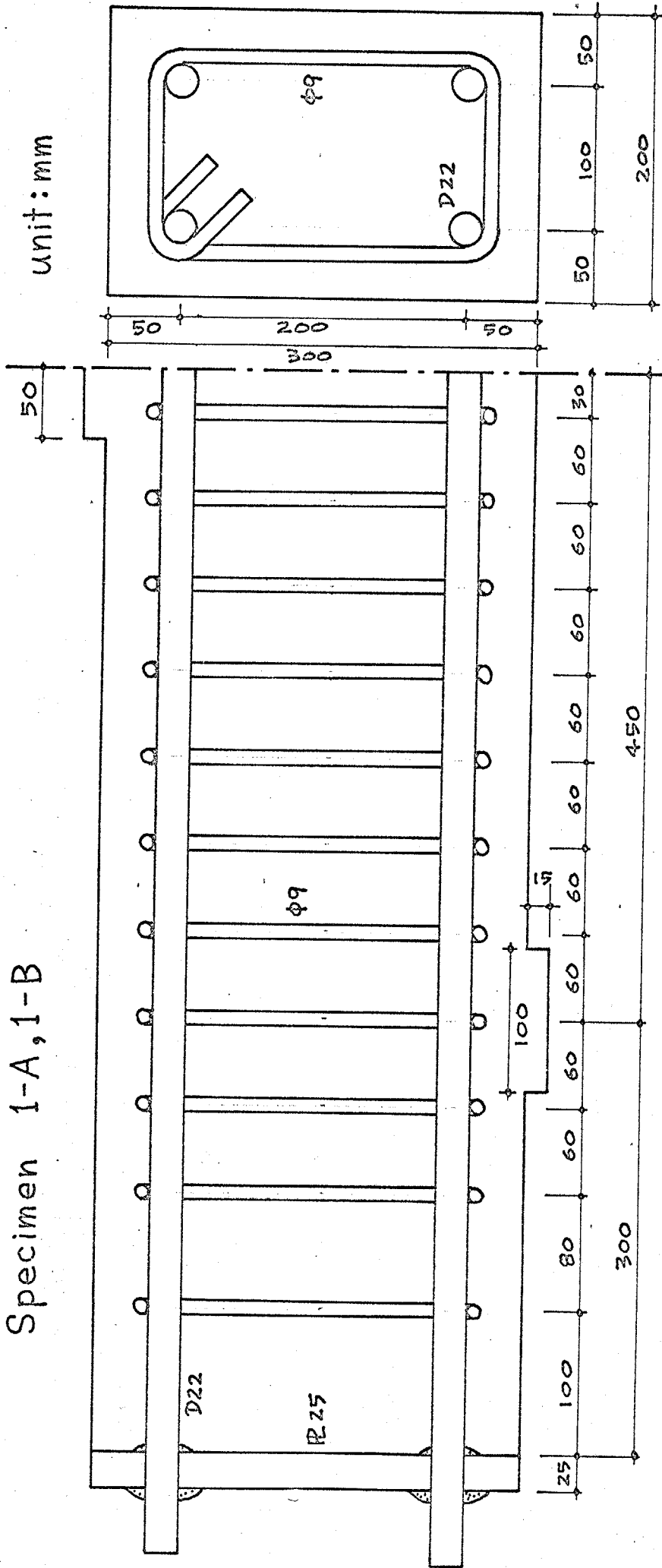
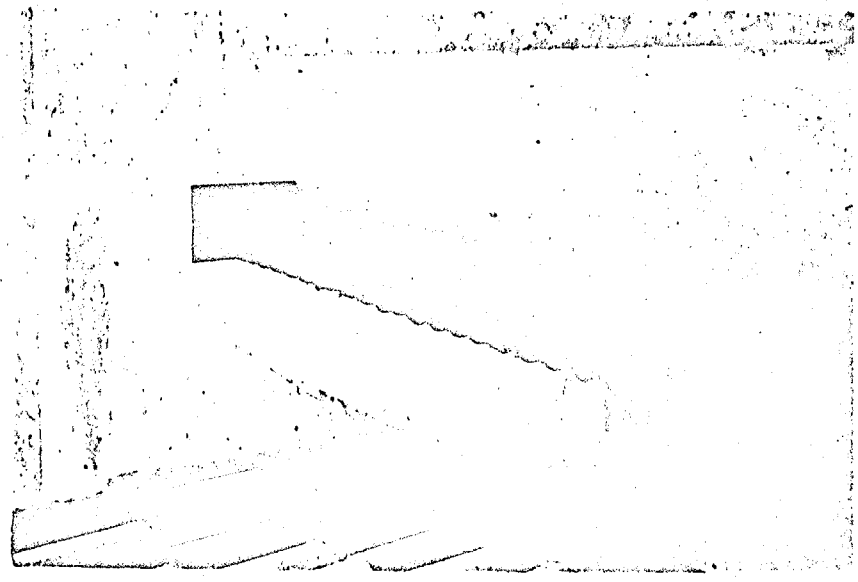


Fig. 3-1

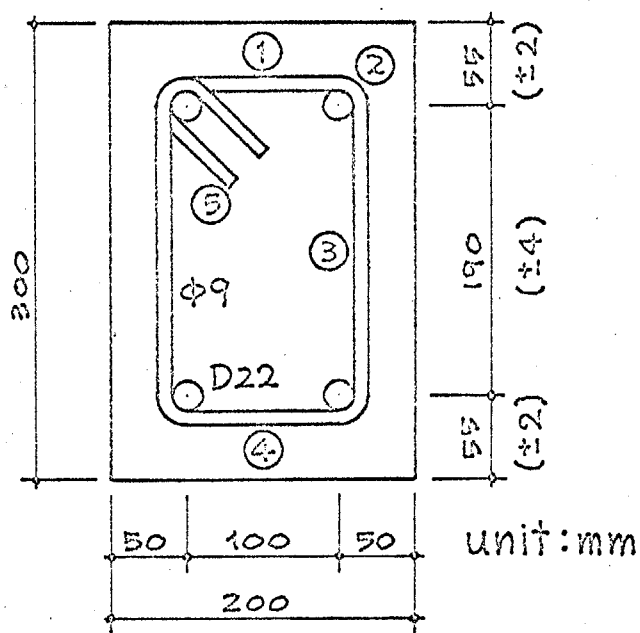


1 - A



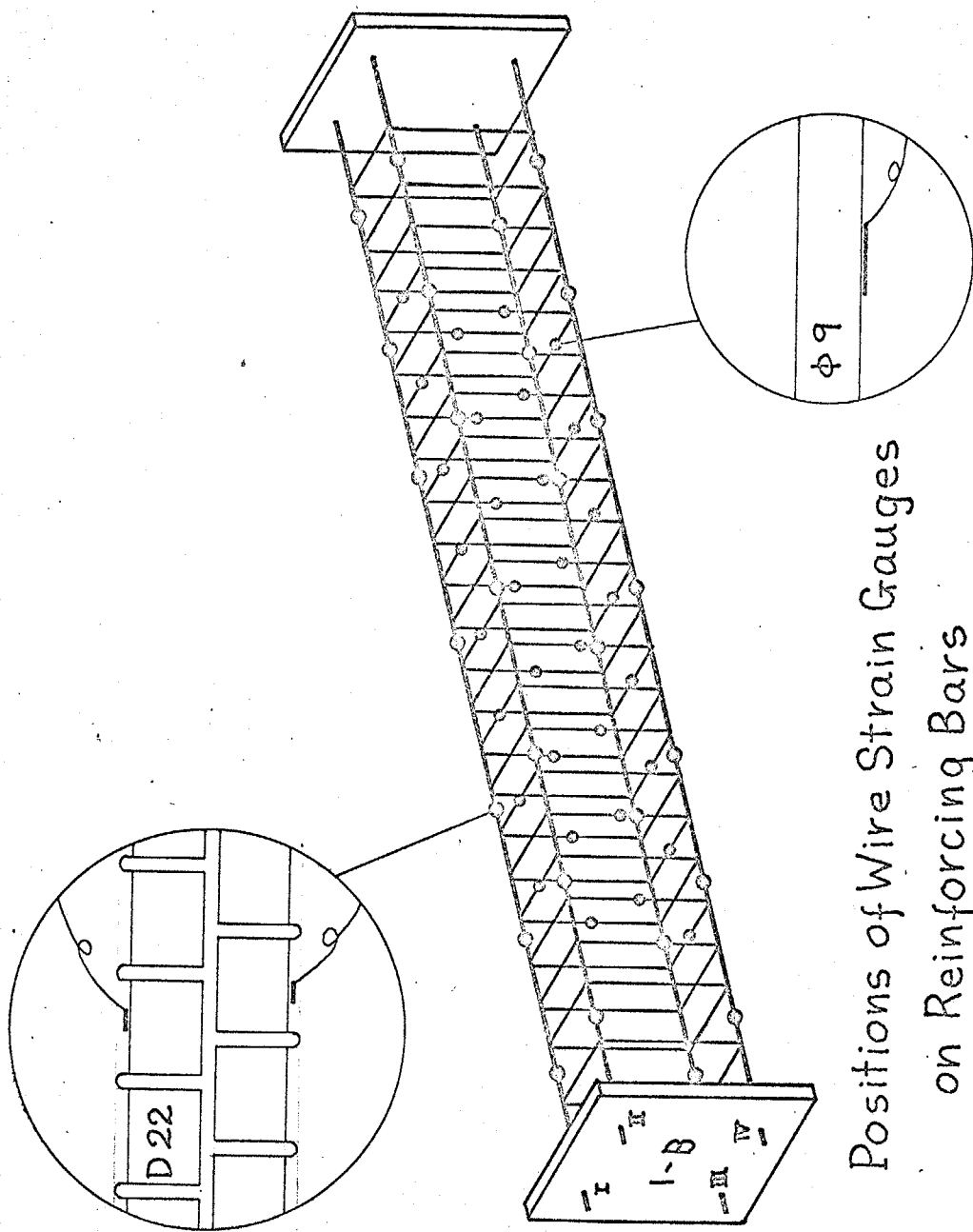
1 - B

Photo. 3 - 1 Arranged Reinforcement



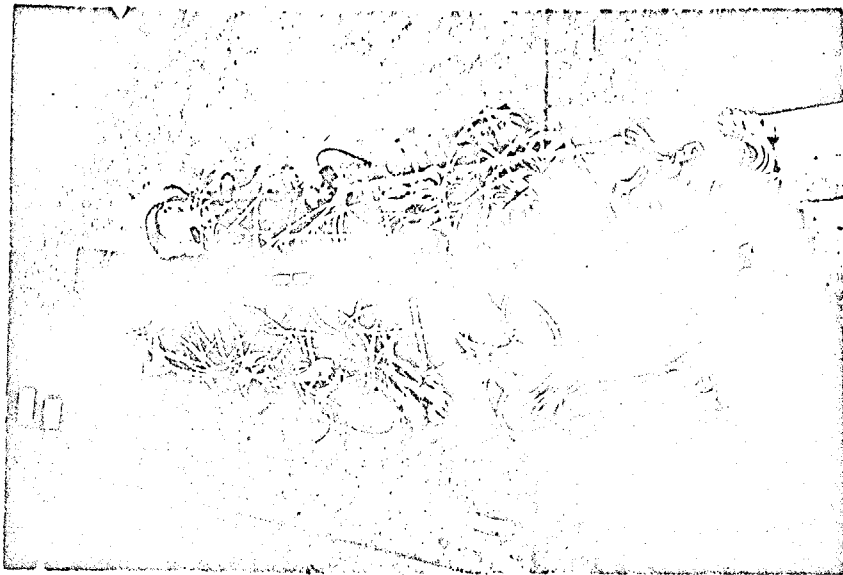
Actual Section  
of Specimens (1-A, 1-B)

Fig. 3-2

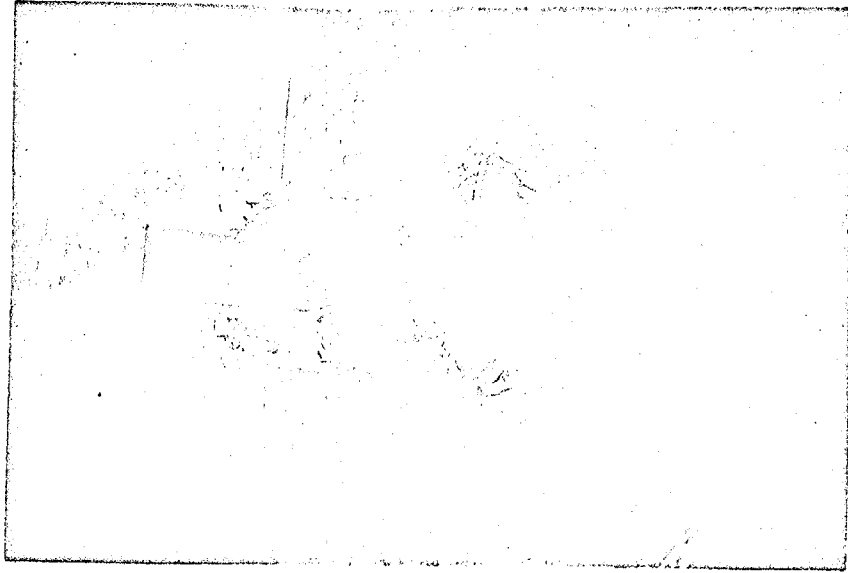


Positions of Wire Strain Gauges  
on Reinforcing Bars

Fig. 3 - 3



1 - A



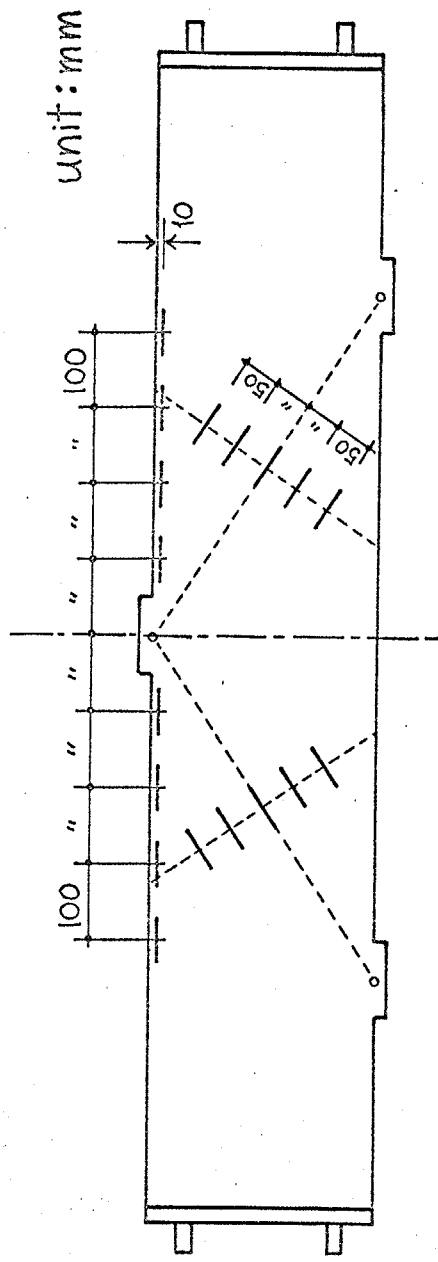
1 - B

Photo. 3 - 2 Wire Strain Gauges on Reinforcement

Mixing Proportion of Concrete

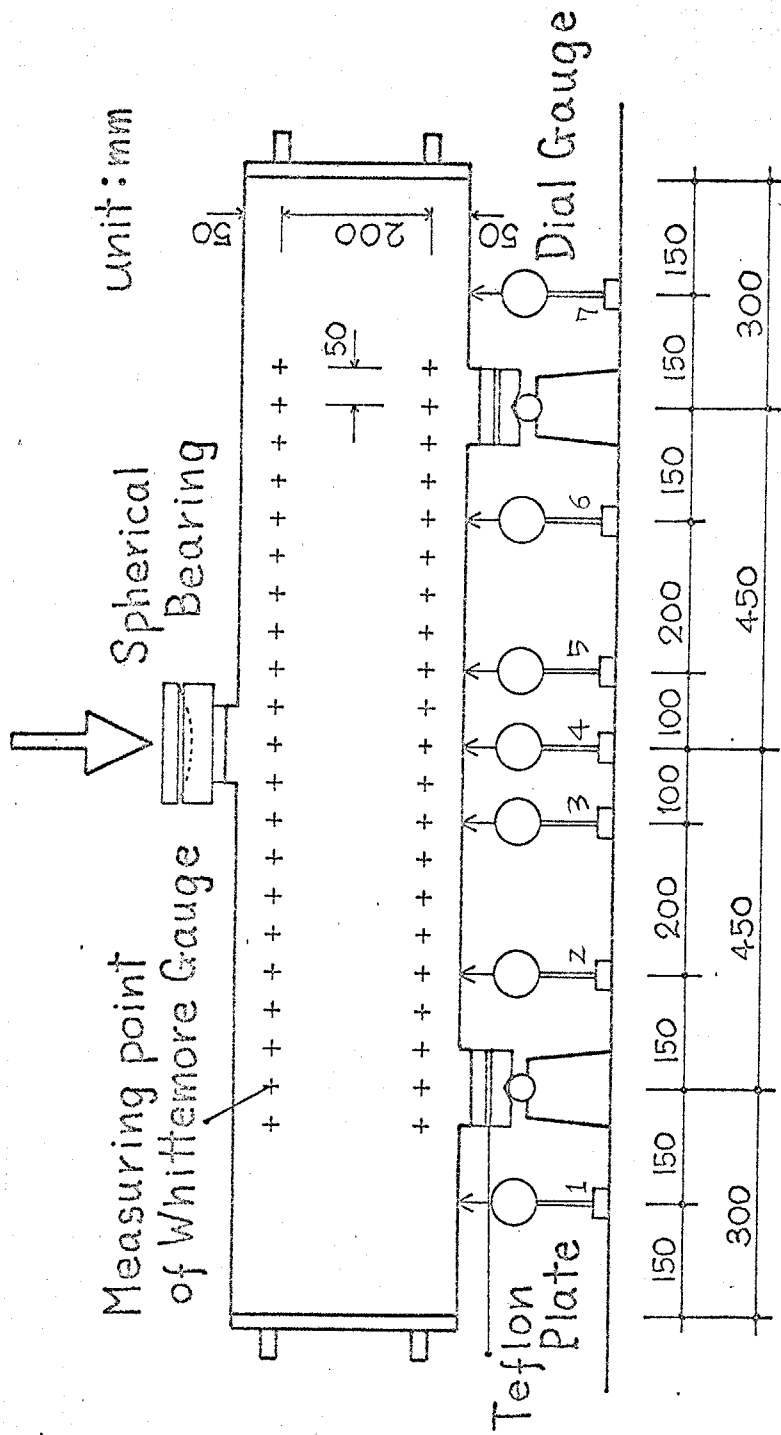
Specified Compressive Strength	$\frac{W}{C}$	Cement	Water	Sand	Gravel	$\frac{S}{a}$	S <sub>d</sub>
Kg/cm <sup>2</sup>	%	Kg/m <sup>3</sup>	Kg/m <sup>3</sup>	Kg/m <sup>3</sup>	Kg/m <sup>3</sup>	%	cm
210	67	284	190	767	1072	41.7	18.8
				2.5mm	20mm		

Table 3-1



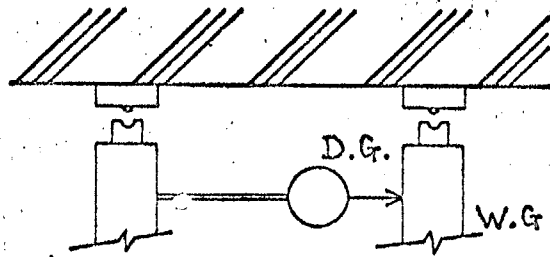
Positions of Wire Strain Gauges  
on Concrete Surface

Fig. 3-4



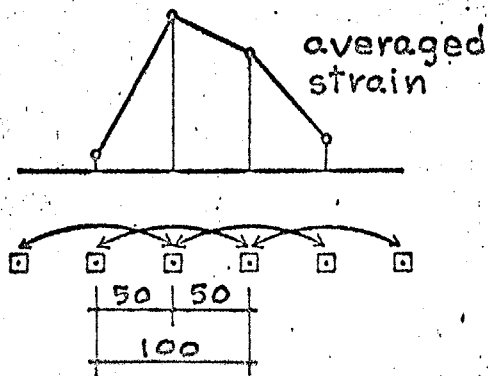
Test Arrangement

Fig. 3-5



Contact Points of  
Whittemore Gauge

Fig. 3-6



Measured Points and  
Measuring Method  
by Whittemore Gauge

Fig. 3-7

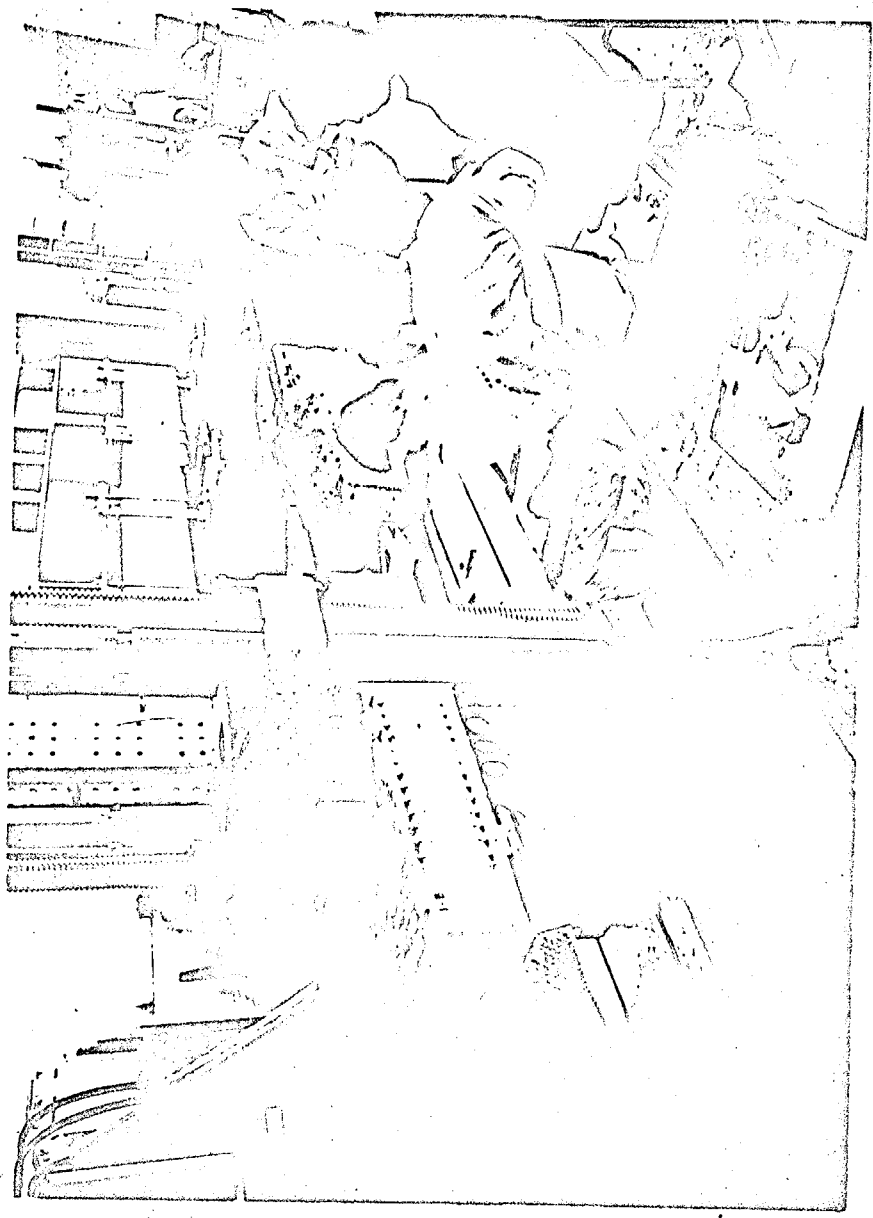


Photo. 3 - 3 Scene of Experiment

### Strength of Materials

Reinforcing Bars		
	D 22	φ 9
Yield Strength (Kg/cm <sup>2</sup> )	3840	3125
Maximum Strength (Kg/cm <sup>2</sup> )	5477	4480
Concrete		
Compressive Strength (Kg/cm <sup>2</sup> )	217.7	
Splitting Tensile Strength (Kg/cm <sup>2</sup> )	26.3	

Table 3-2

# Stress-Strain Curve of Reinforcing Bar (D22)

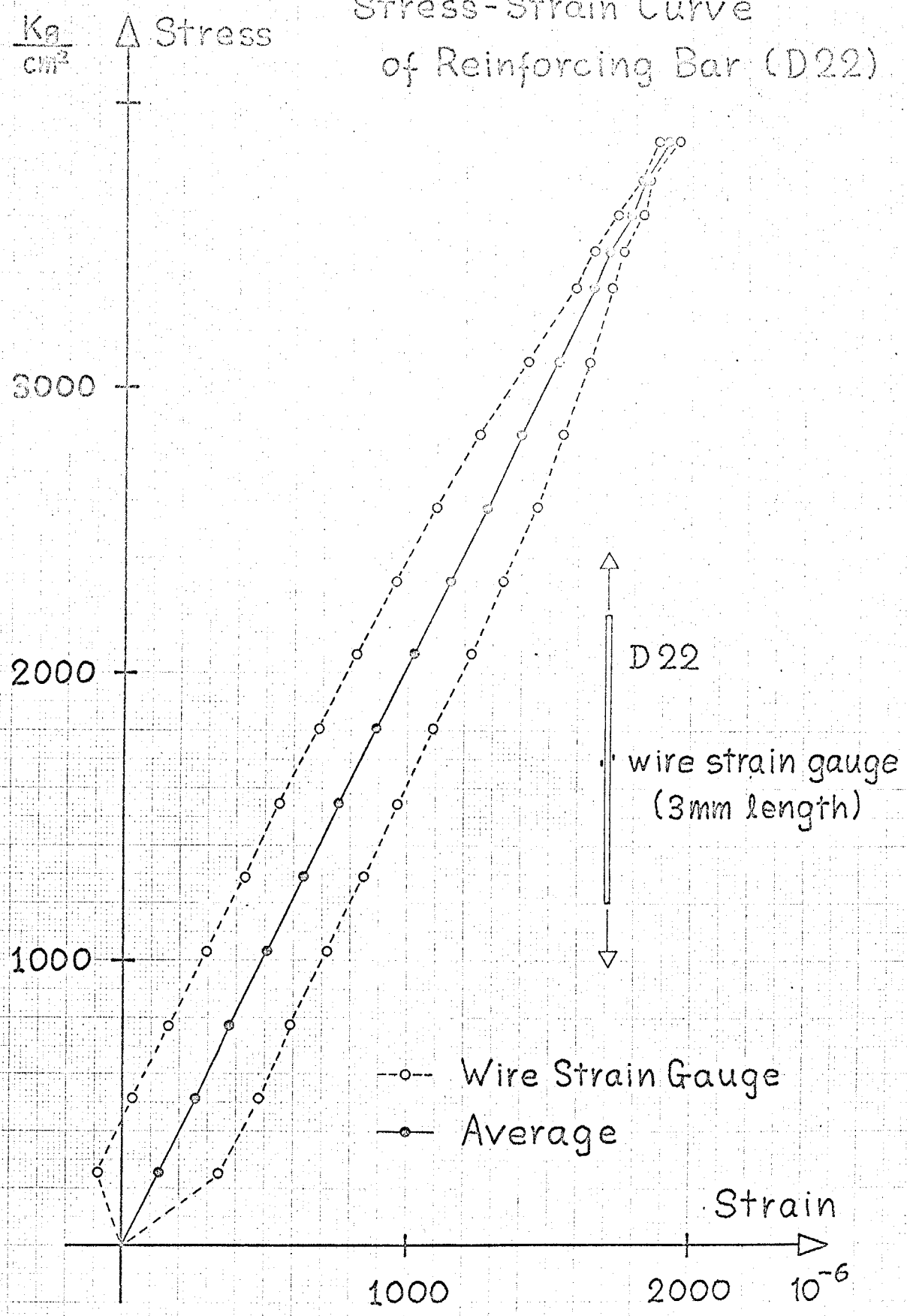


Fig. 3-8

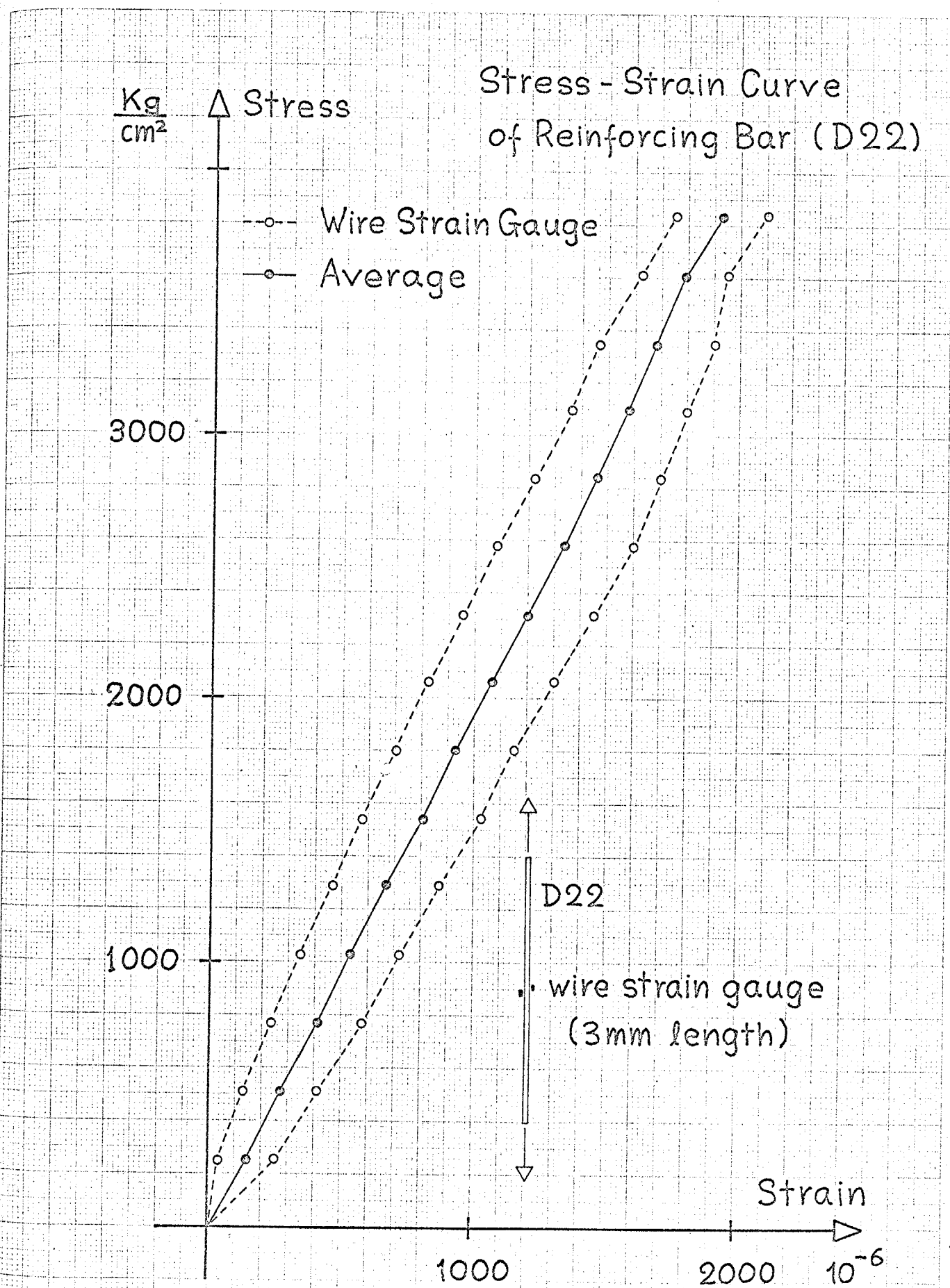


Fig. 3-9

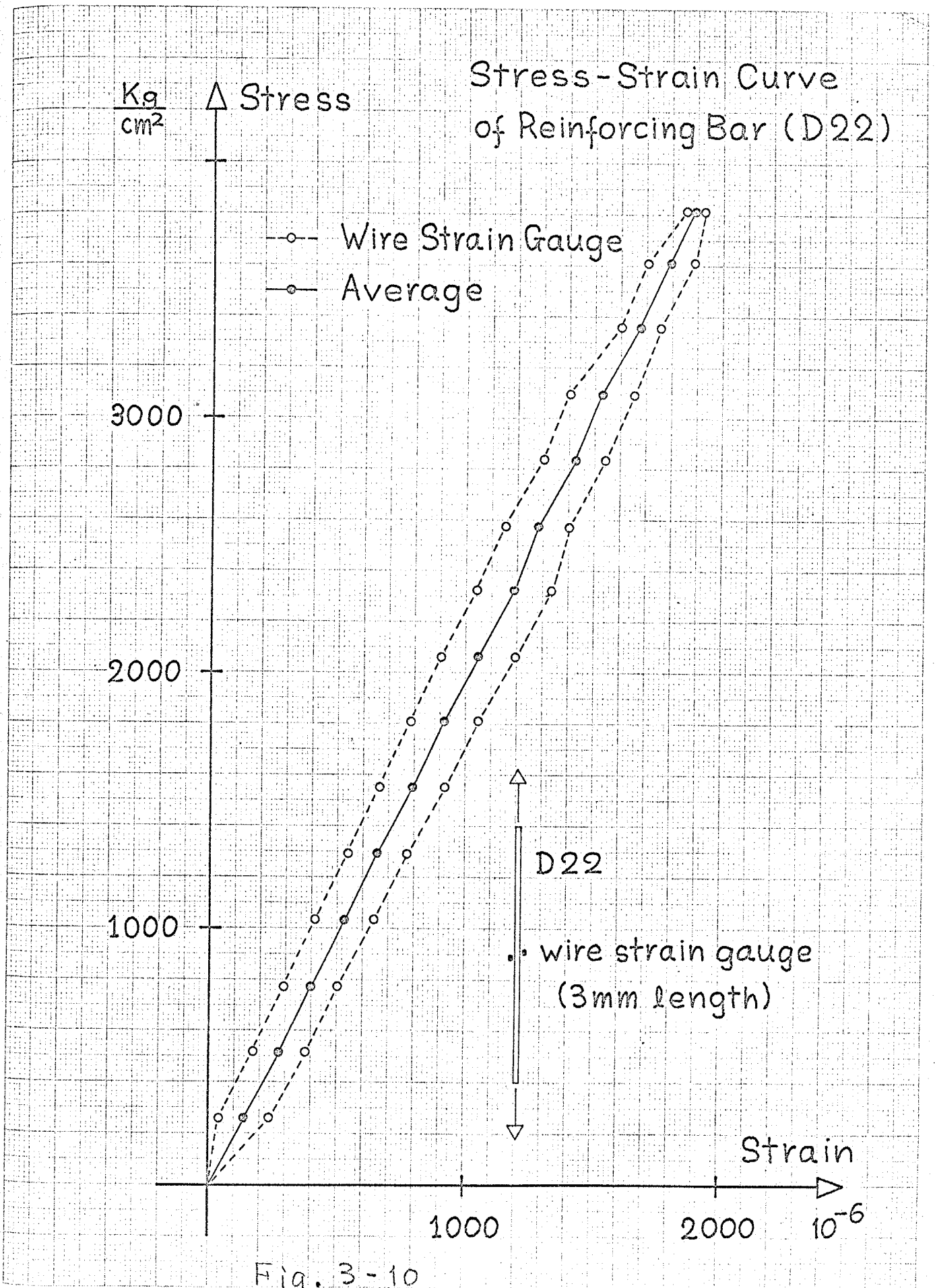


Fig. 3-10

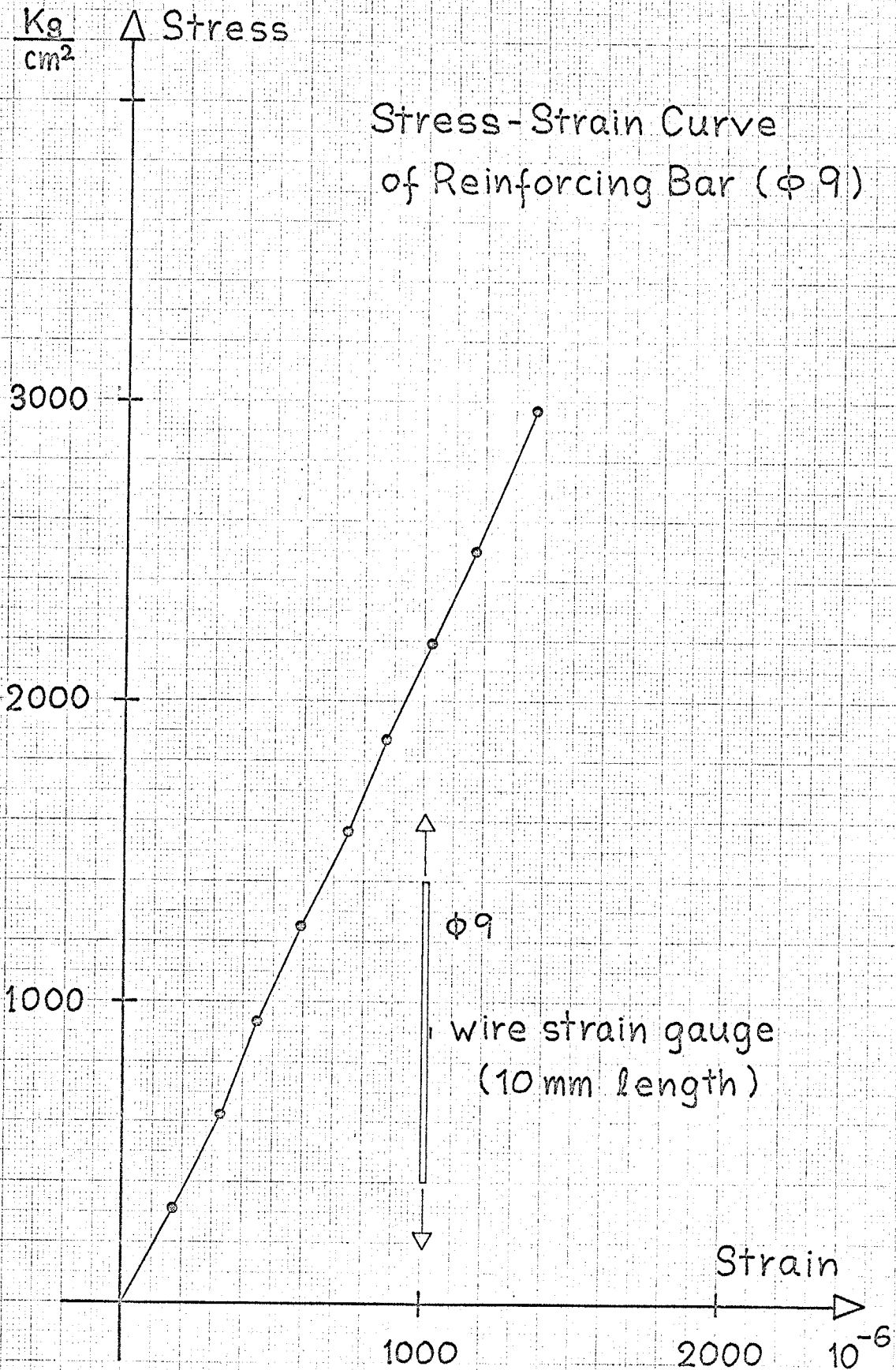


Fig. 3-11

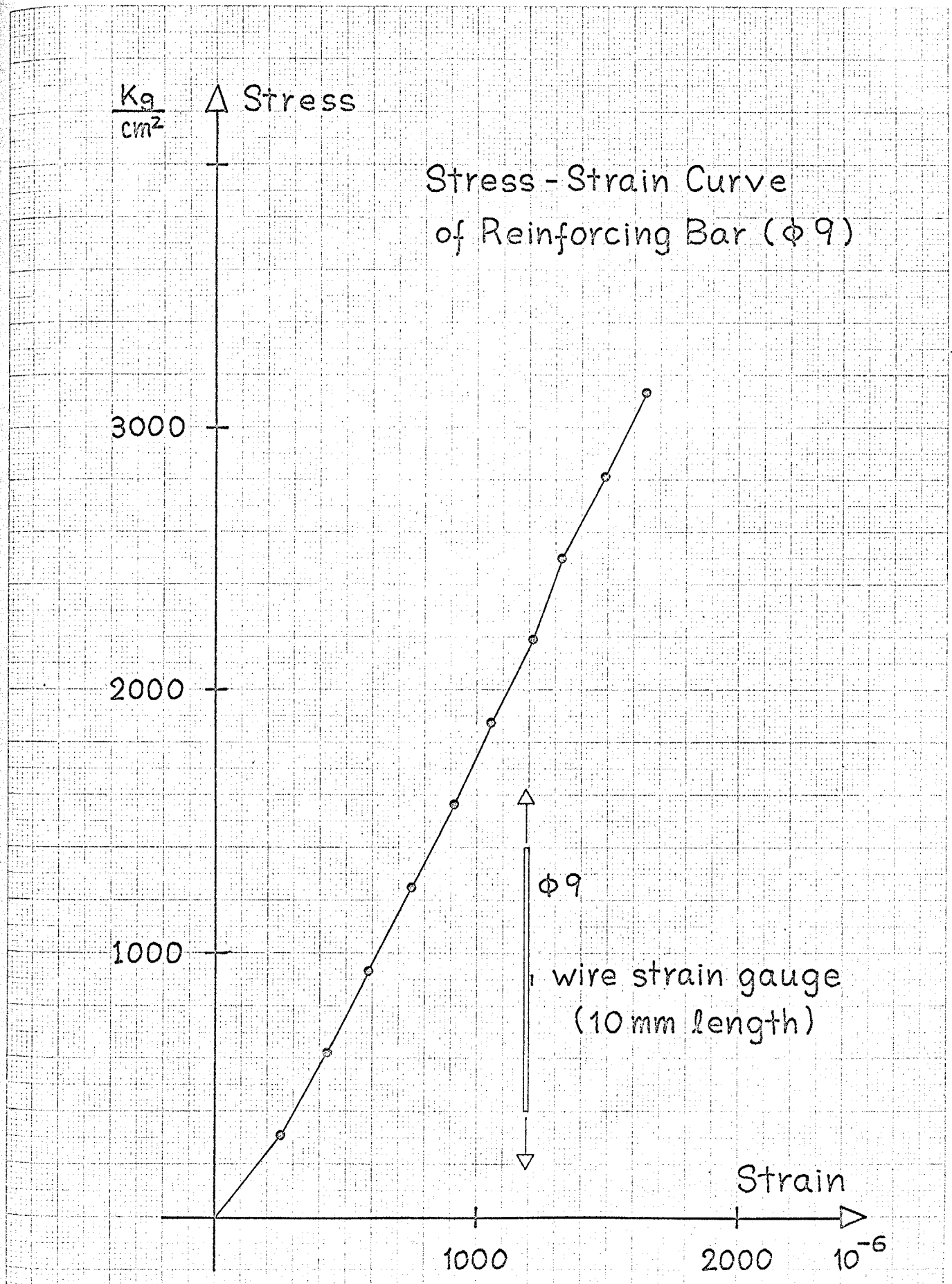


Fig. 3-12

$\frac{Kg}{cm^2}$   $\Delta$  Stress

### Stress-Strain Curve of Reinforcing Bar ( $\phi 9$ )

3000

2000

1000

1000

2000

Strain

$10^{-6}$

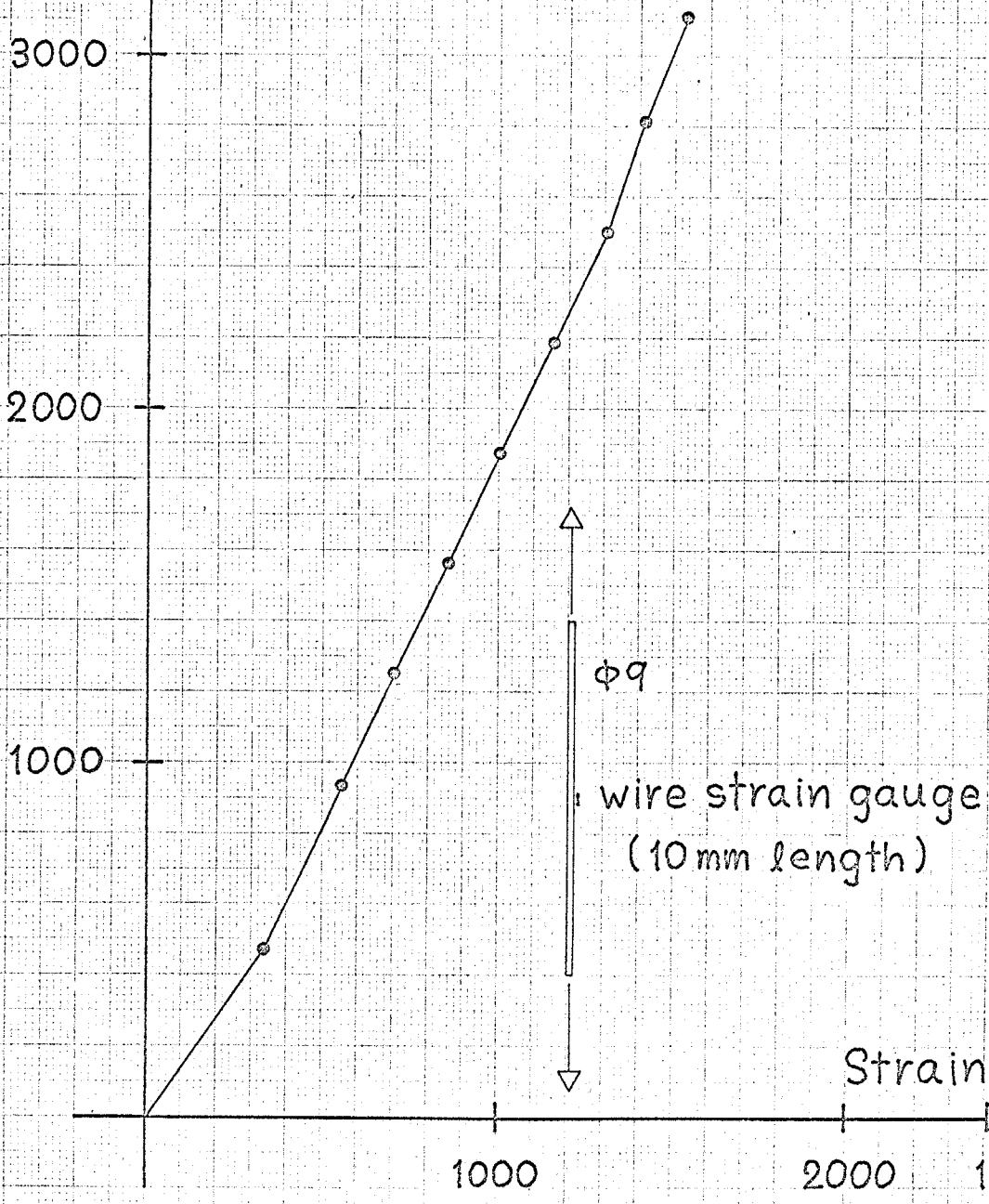
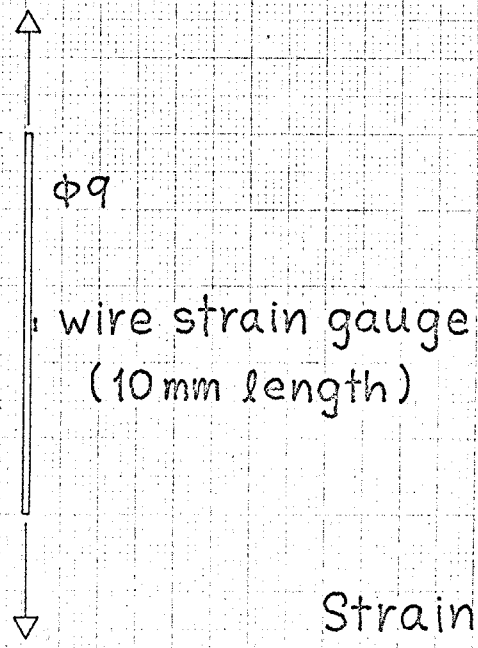


Fig. 3-13

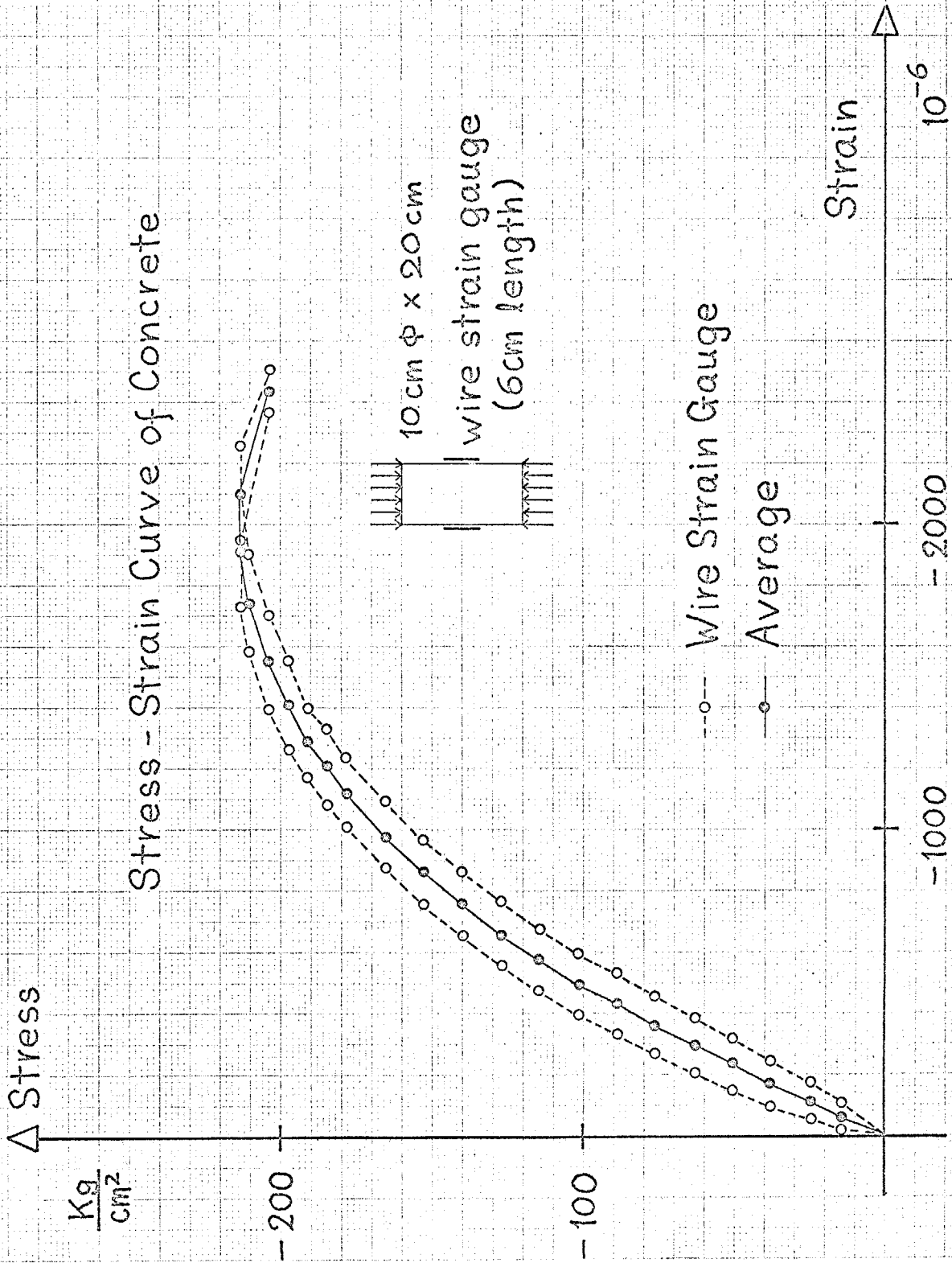


Fig. 3-14

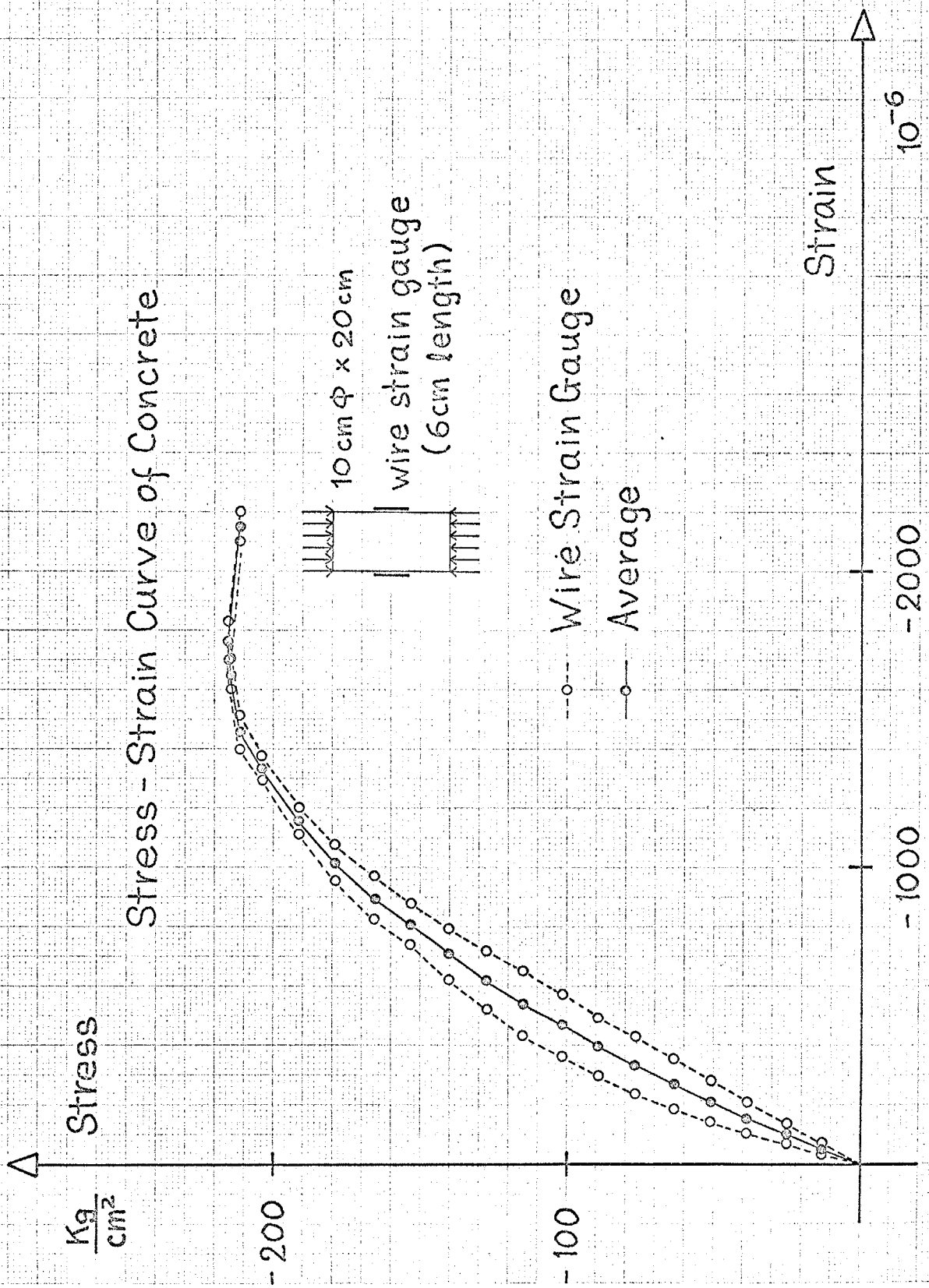
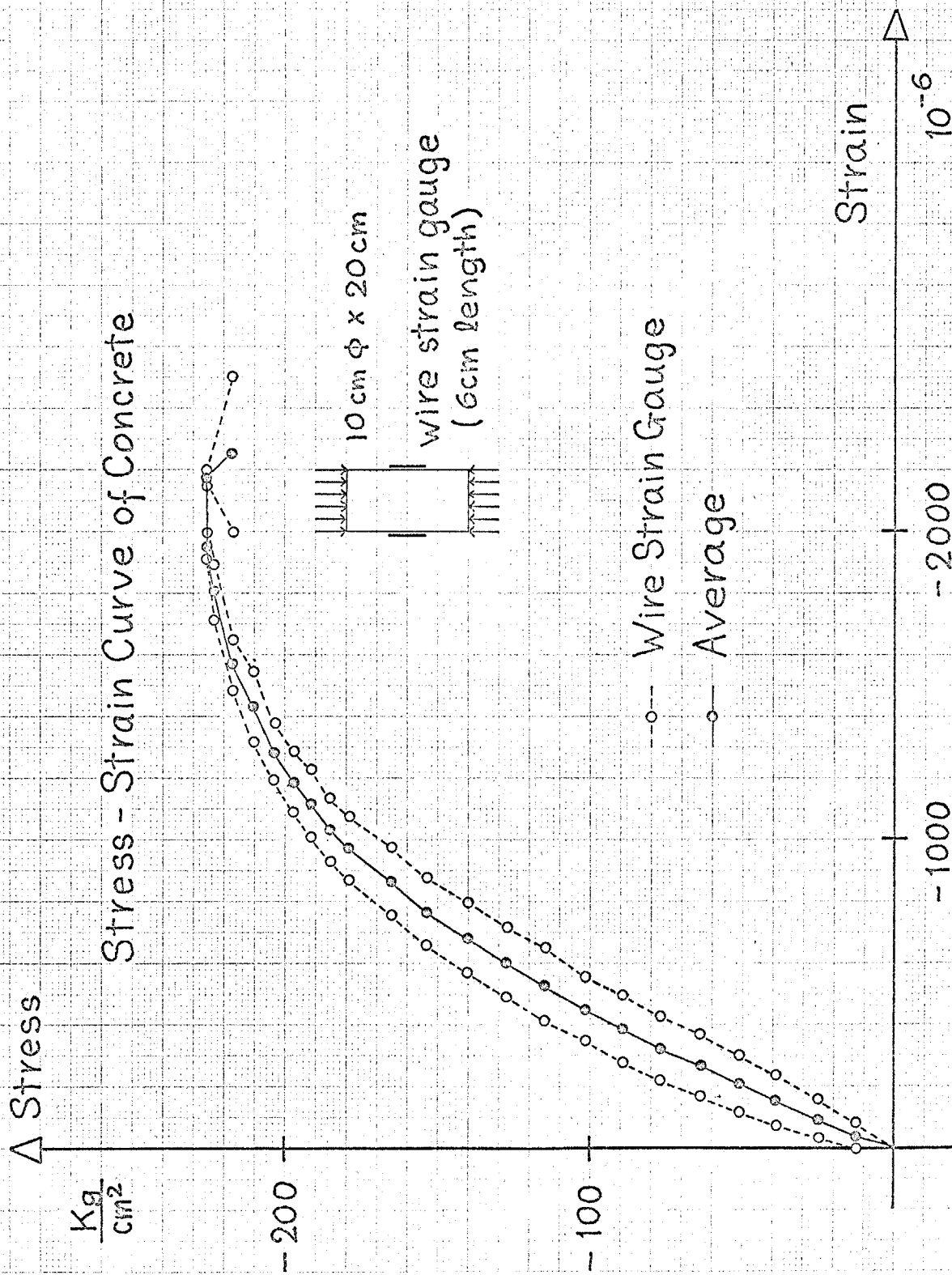


Fig. 3-15



Stress - Strain Curve of Concrete

---○ Wire Strain Gauge  
—○ Average

Fig. 3-16

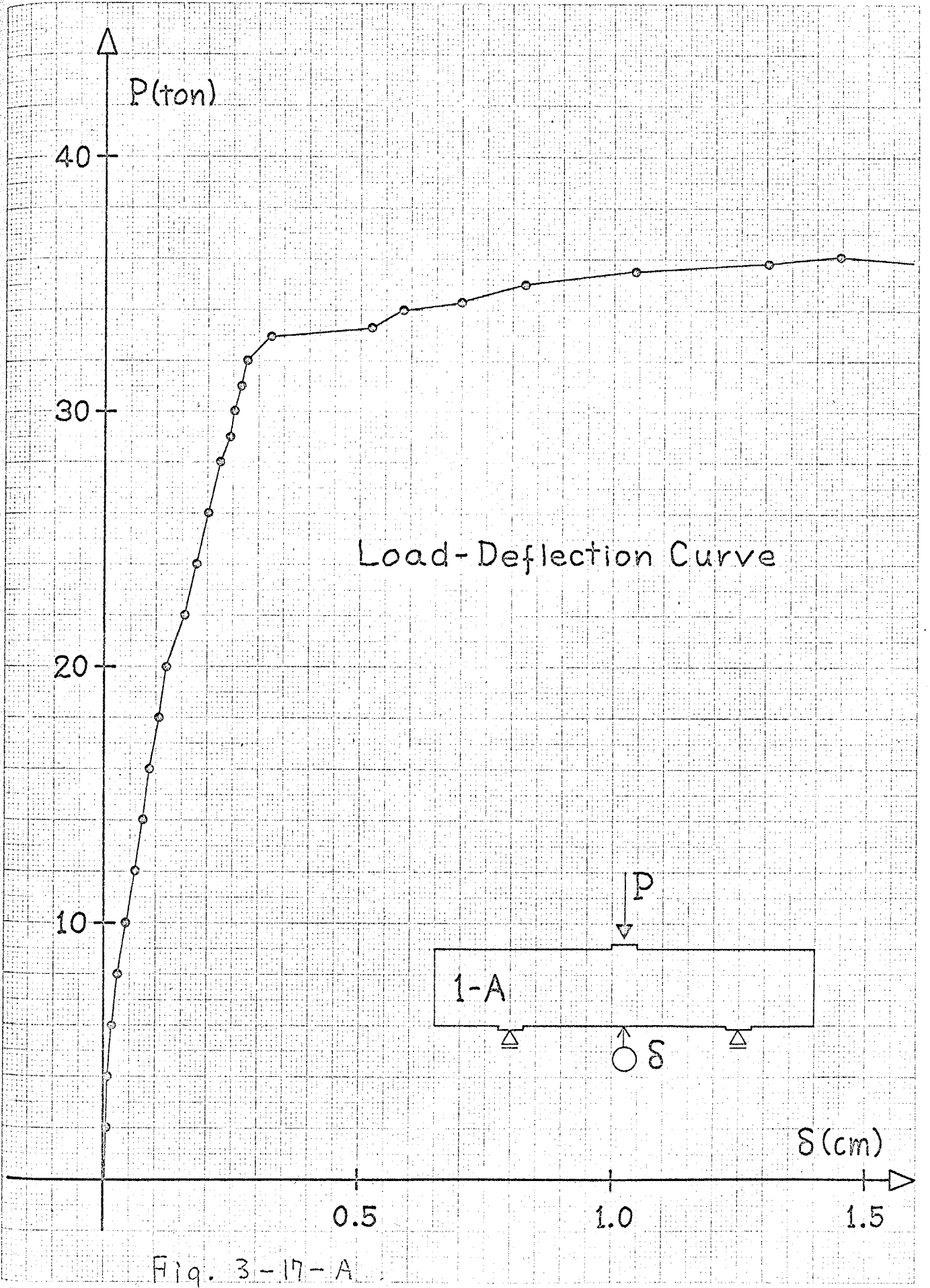


Fig. 3-17-A

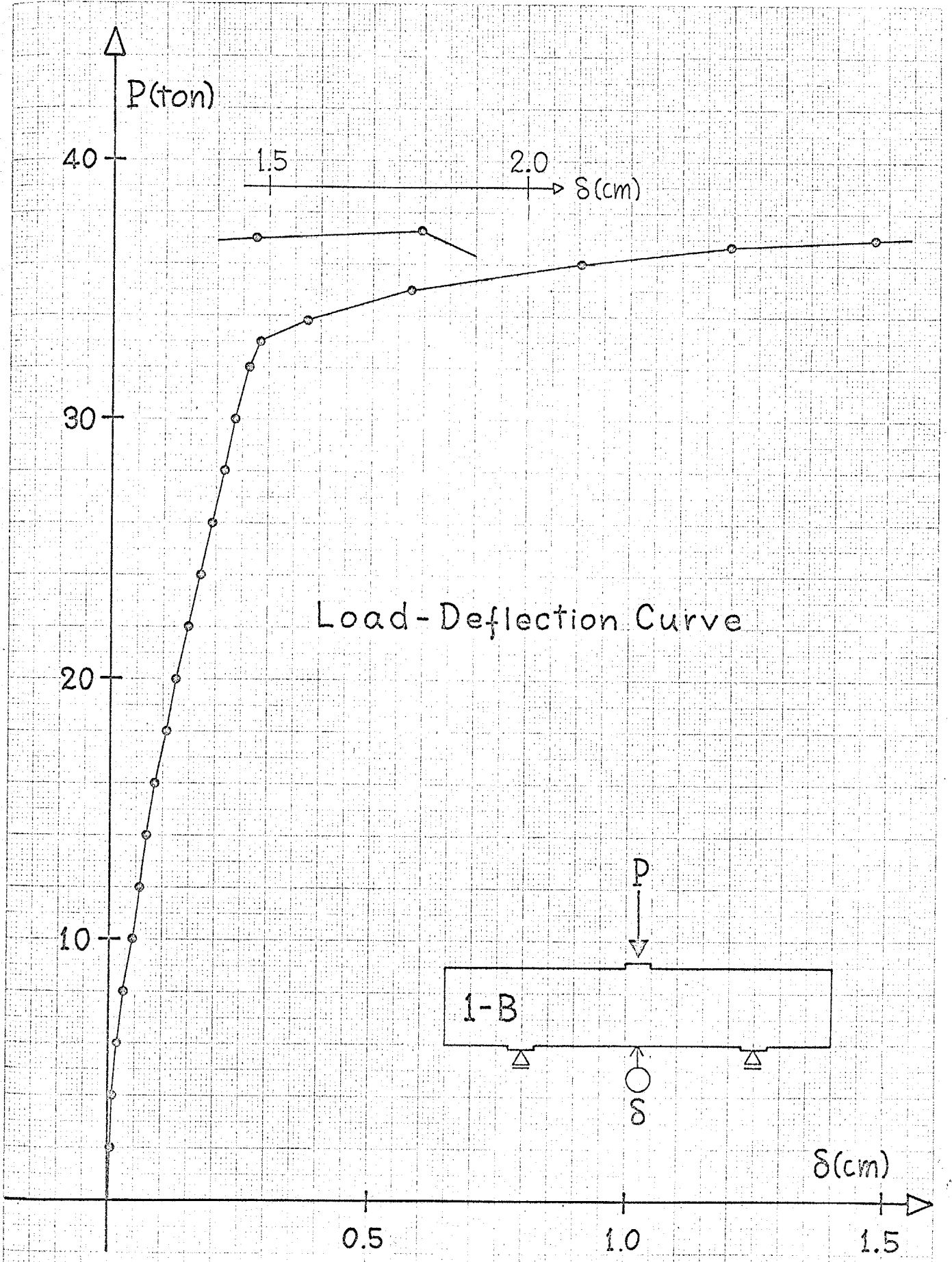


Fig. 3-17-B

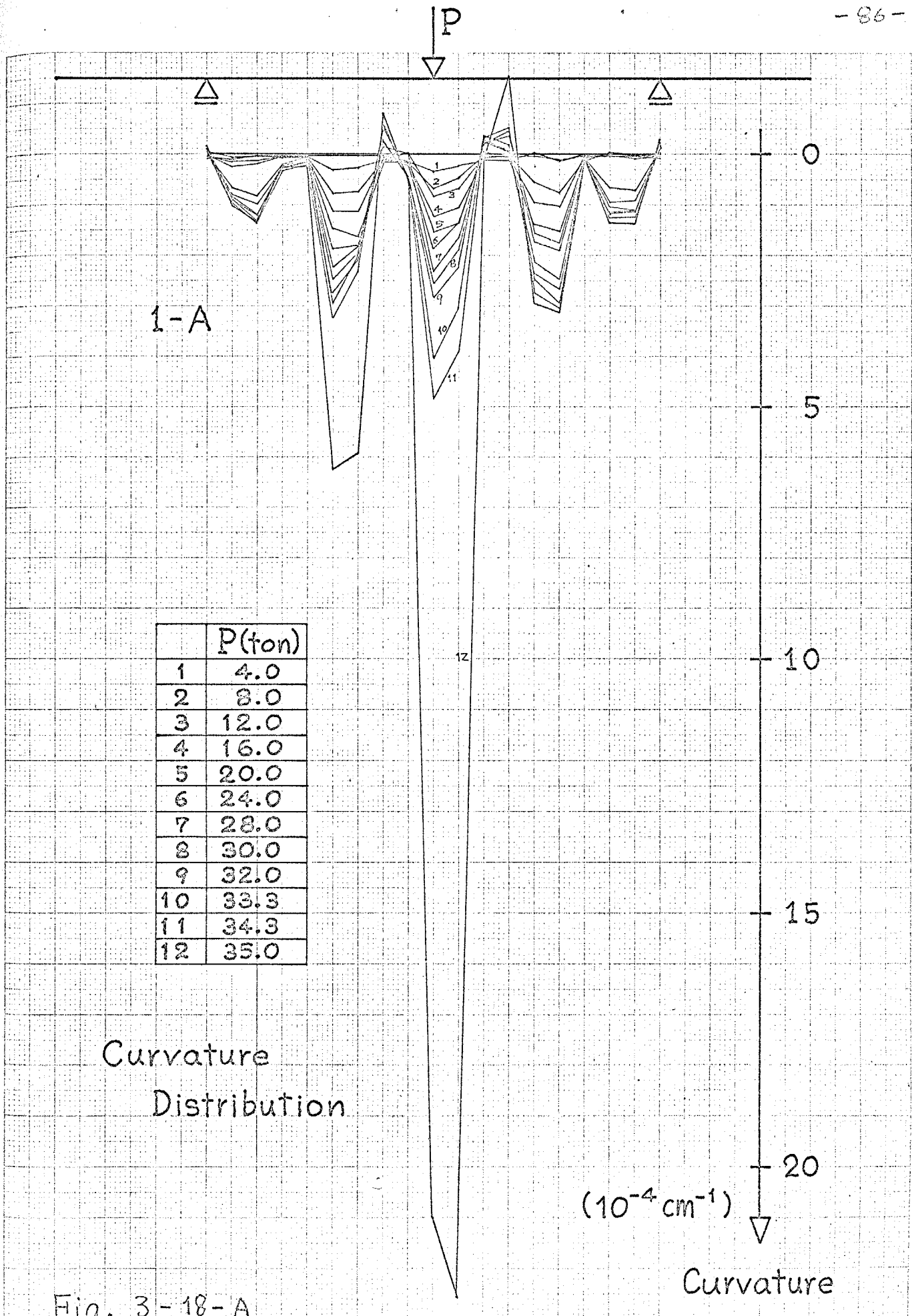


Fig. 3-18-A

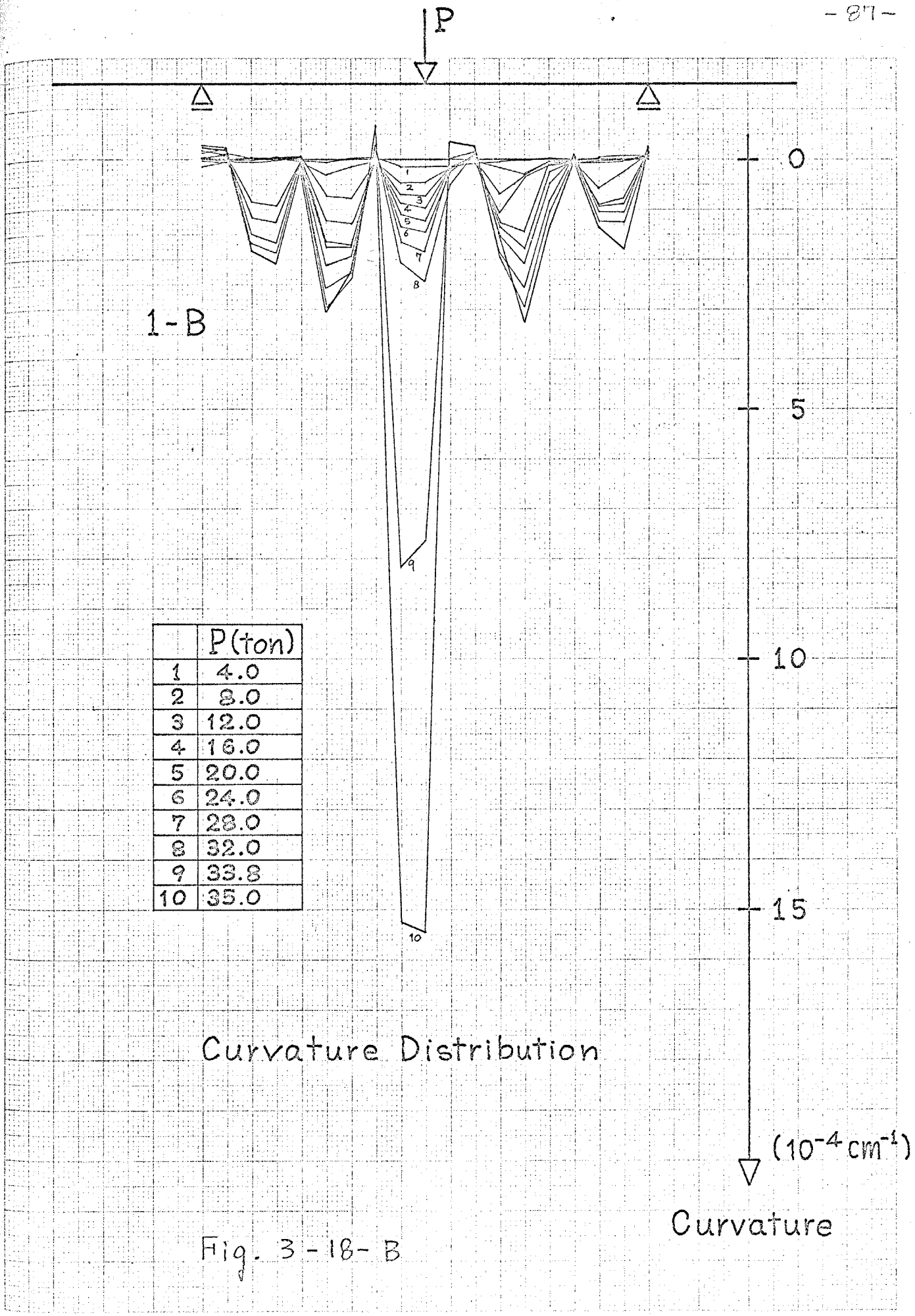


Fig. 3-18-B

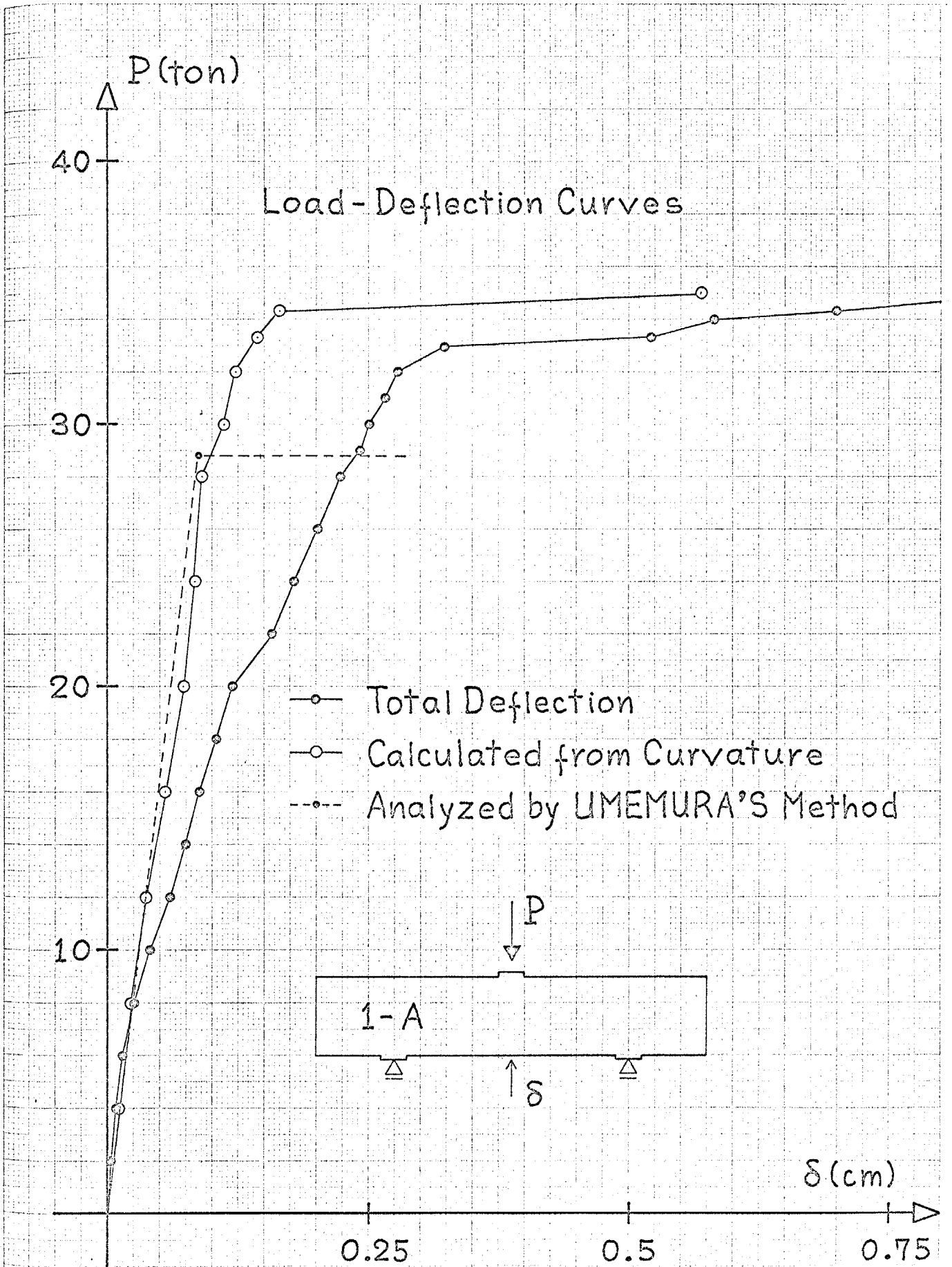


Fig. 3-19-A

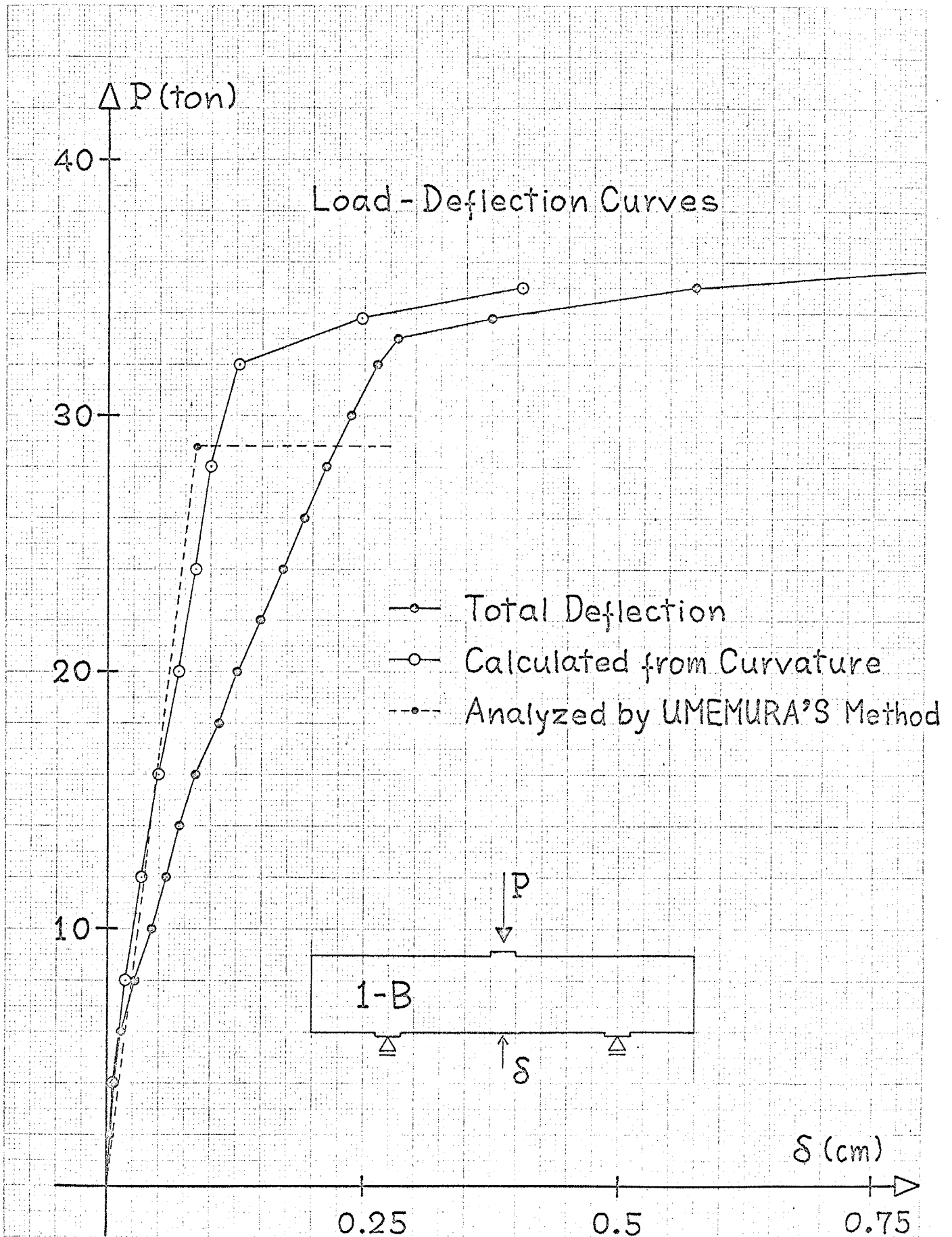


Fig. 3-19-B



Fig. 3-20-A

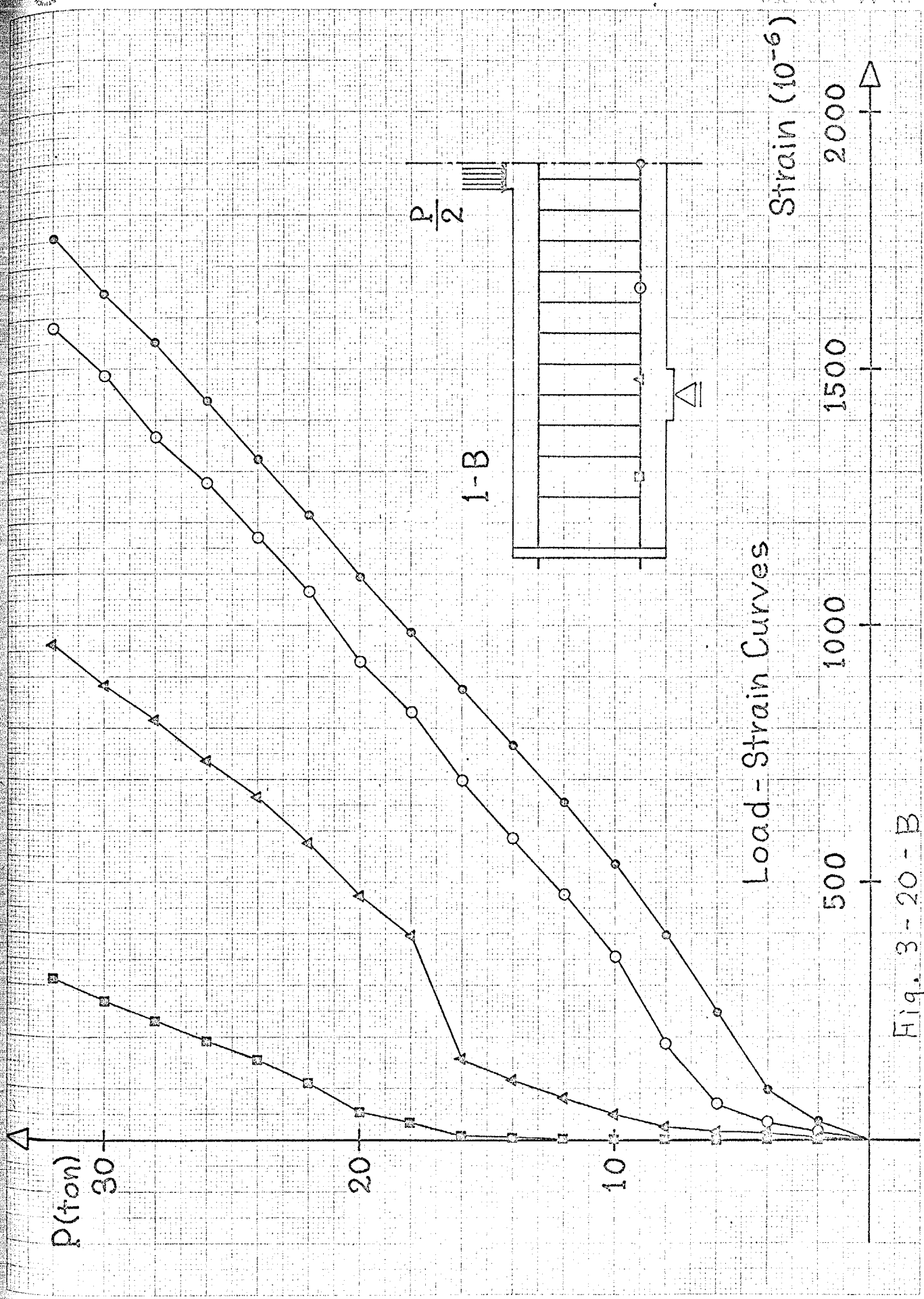
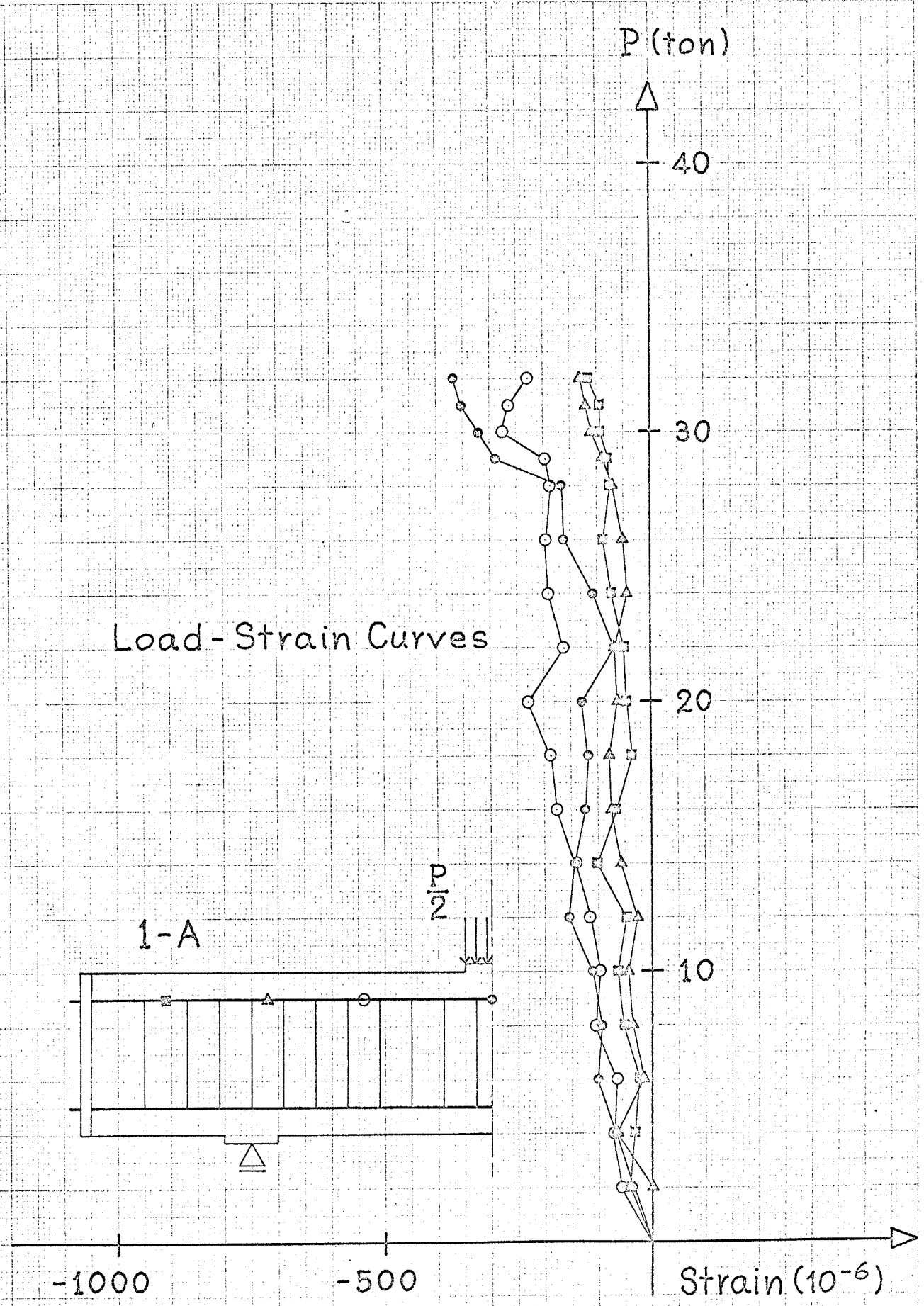


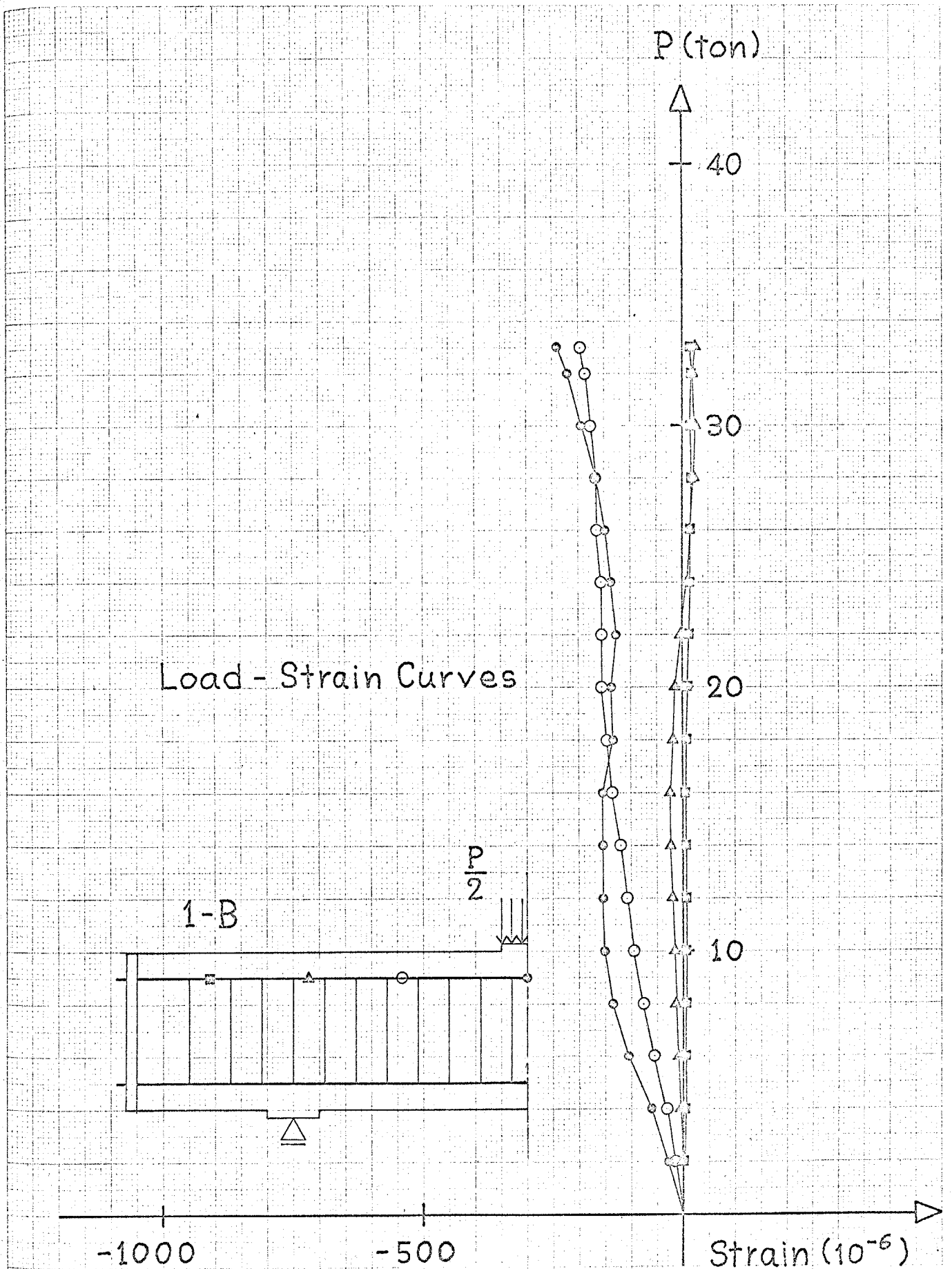
Fig. 3-20-B



Load - Strain Curves

1-A

Fig. 3-21-A



Load - Strain Curves

1-B

$\frac{P}{2}$

-1000

-500

Strain ( $10^{-6}$ )

Fig. 3-21-B

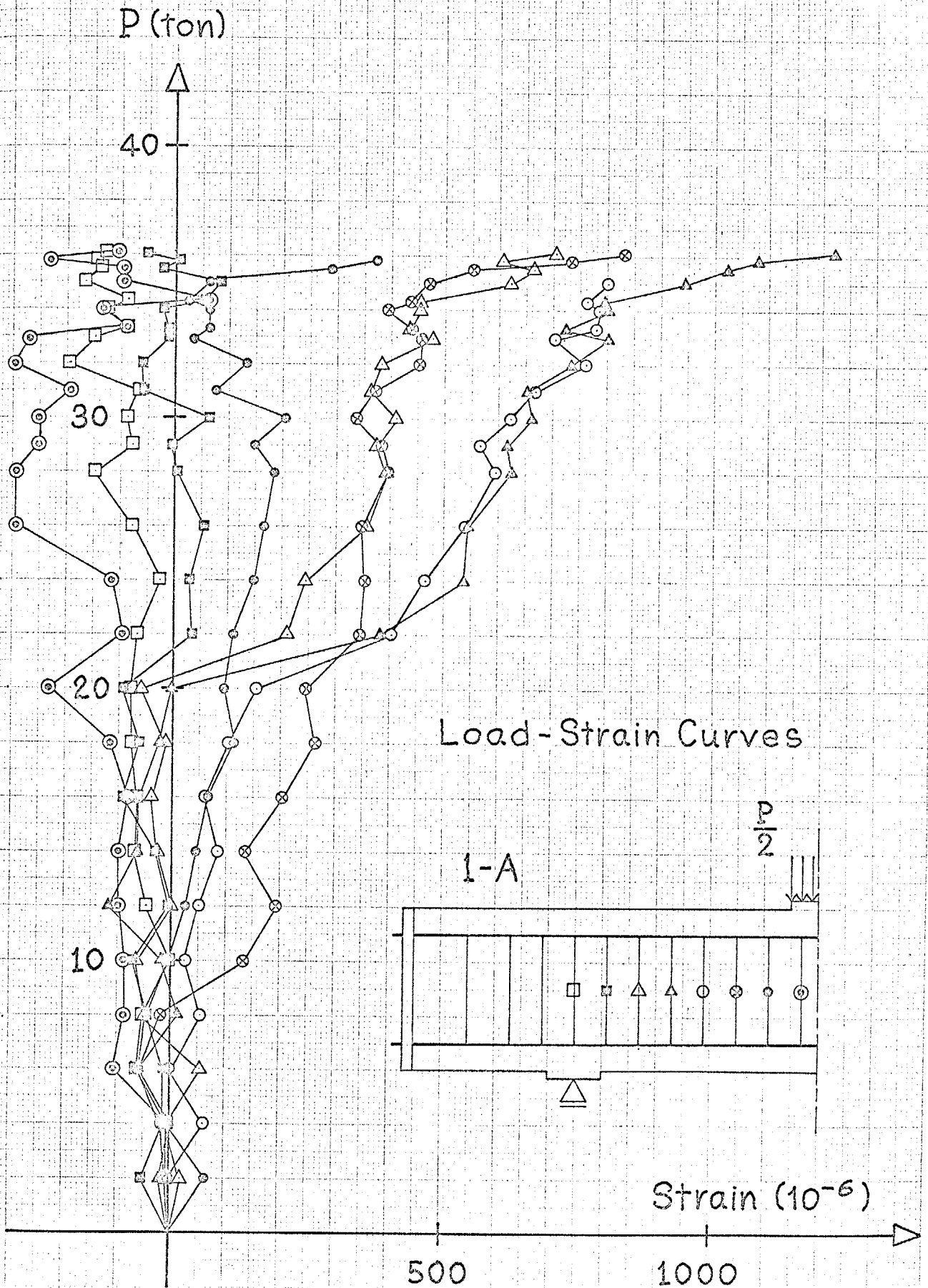


Fig. 3-22-A

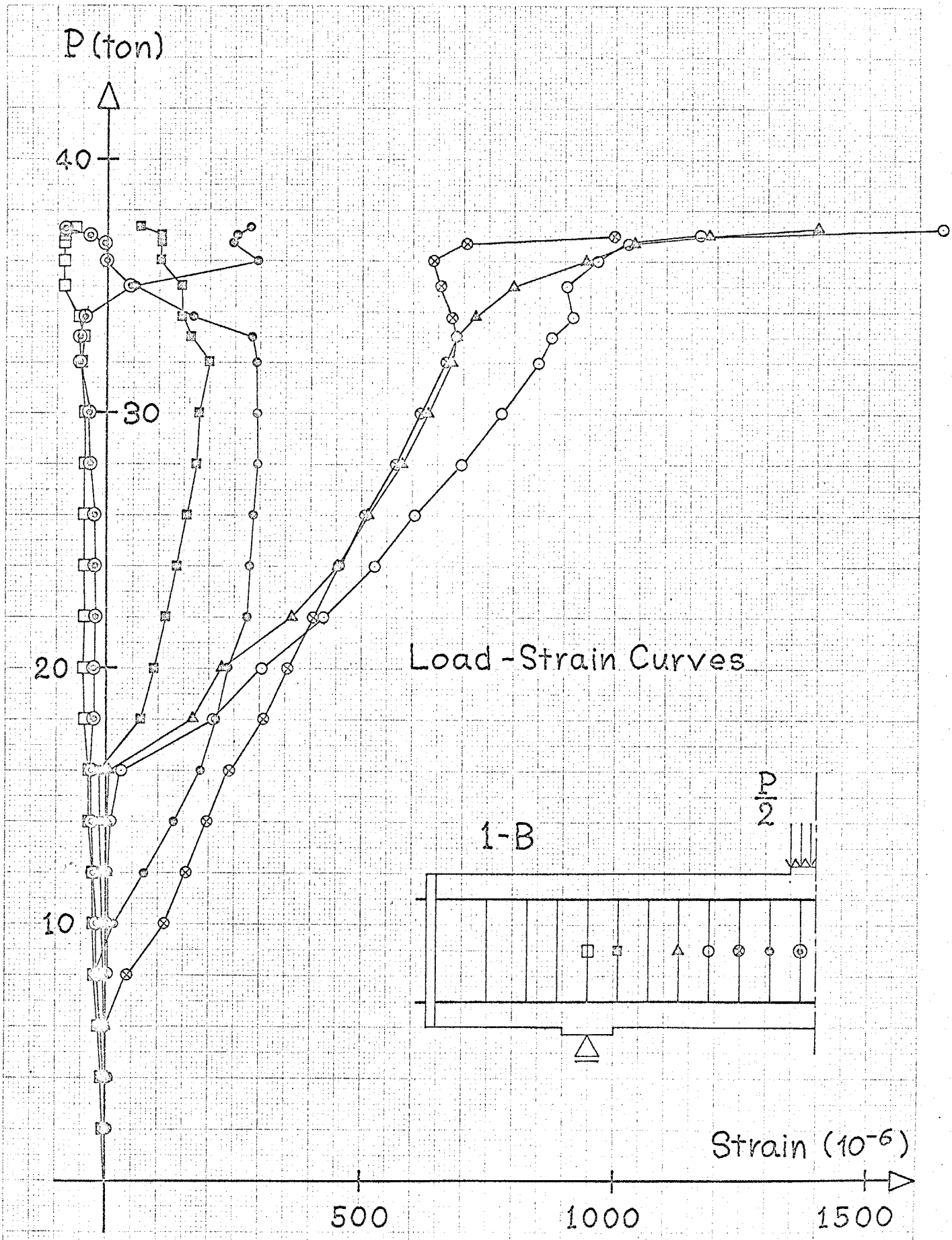


Fig. 3-22-B

115 A 1 130 x 250 mm

1 11 11 ③

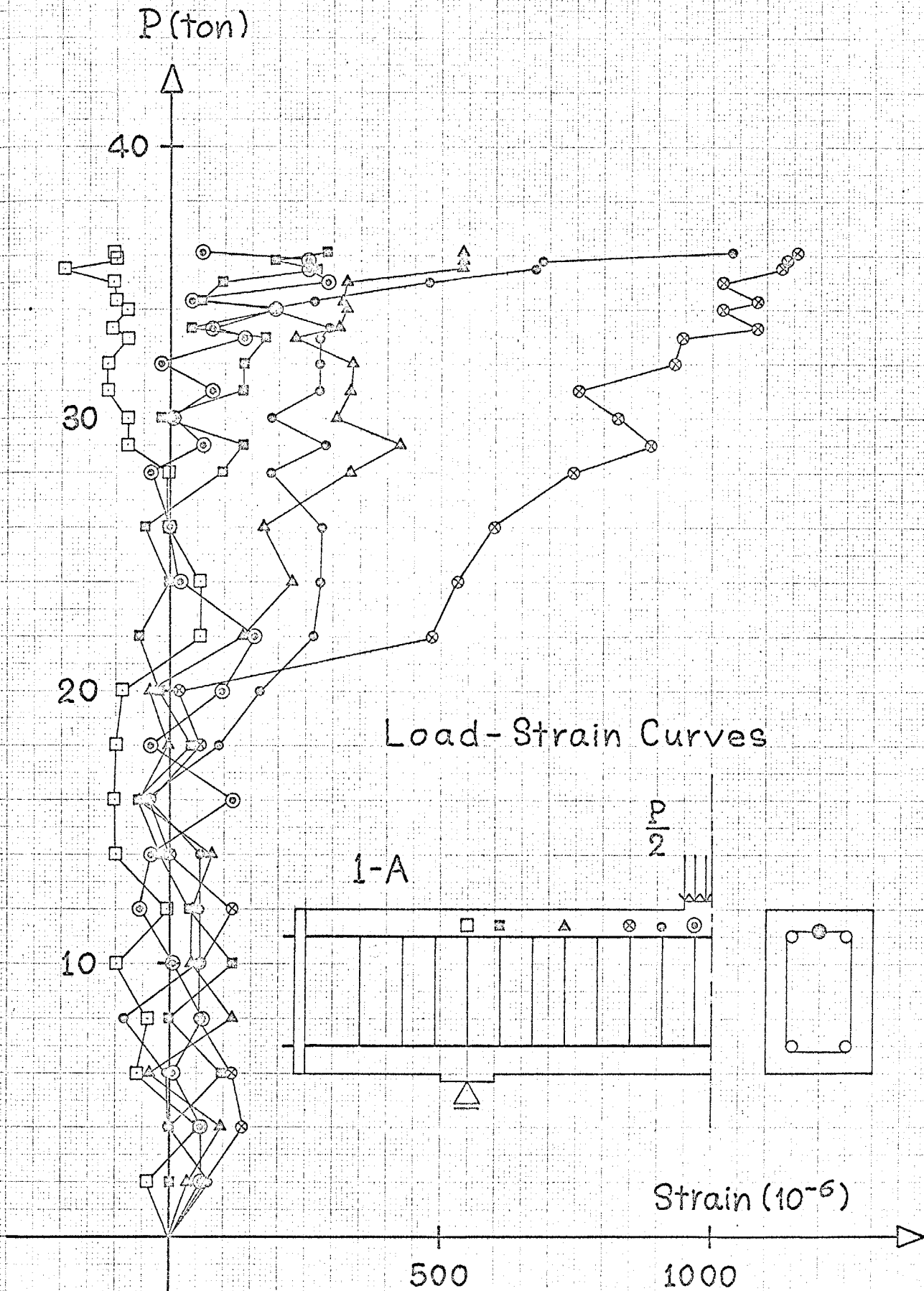


Fig. 3-23 - A

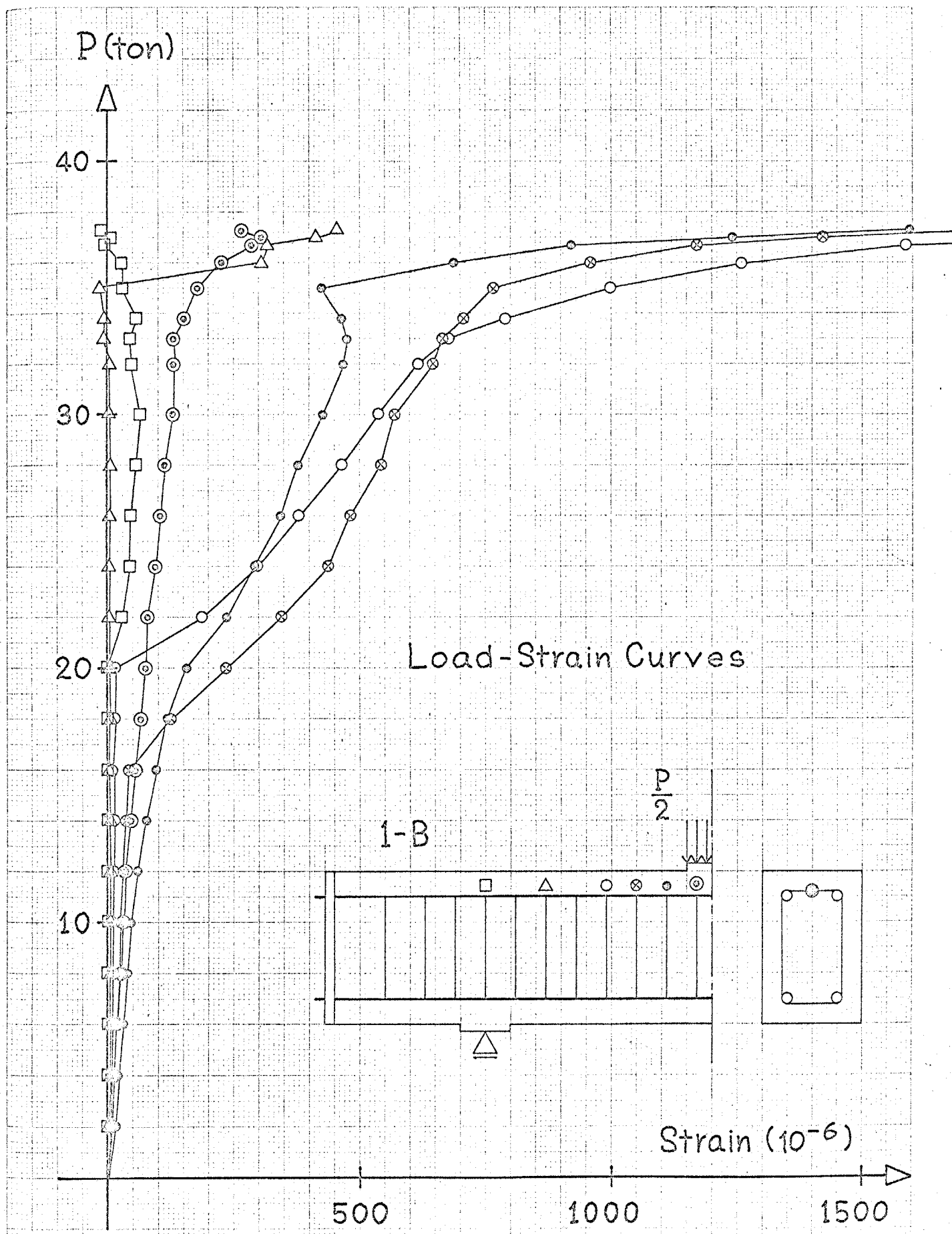


Fig. 3-23-B

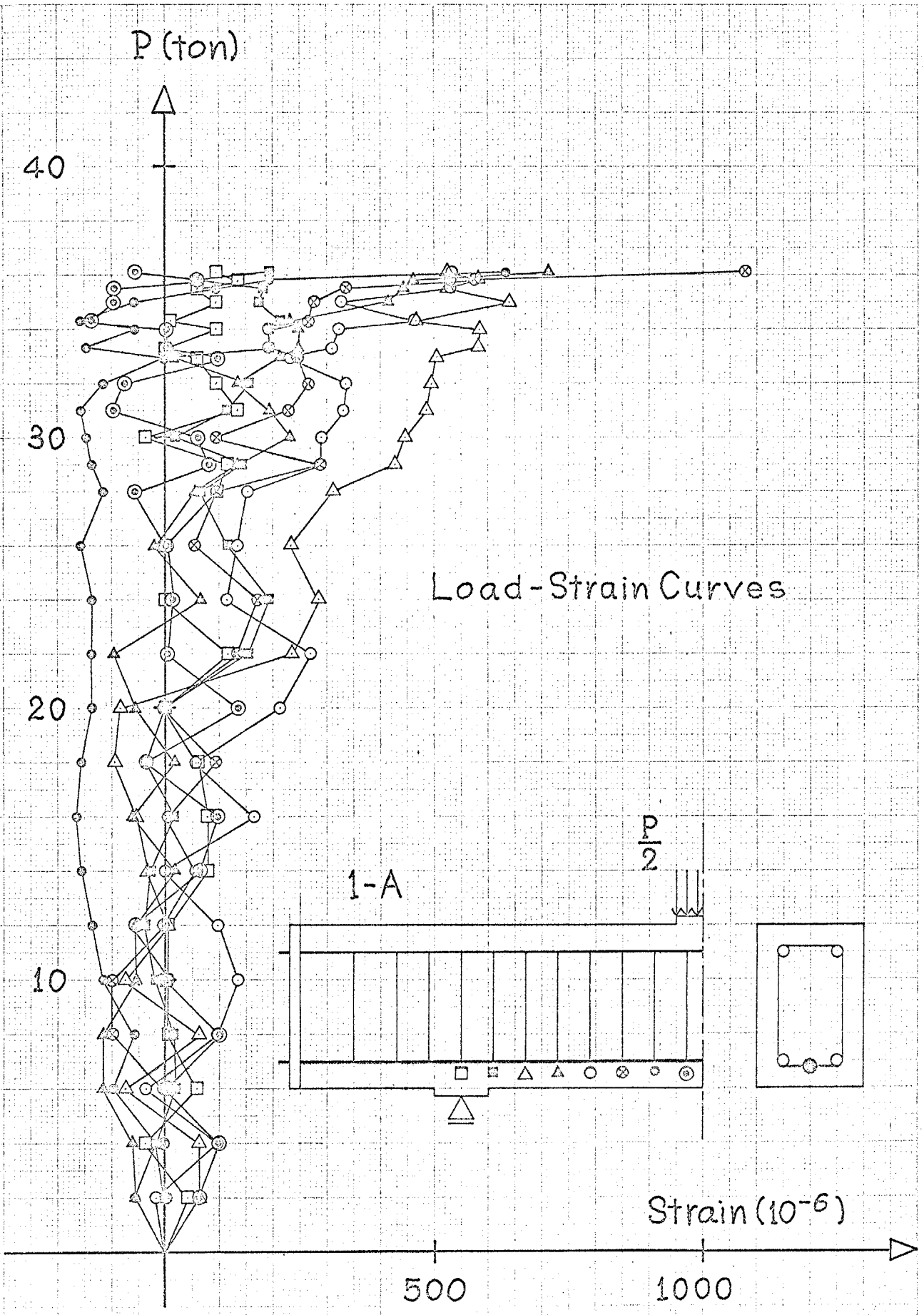


Fig. 3-24-A

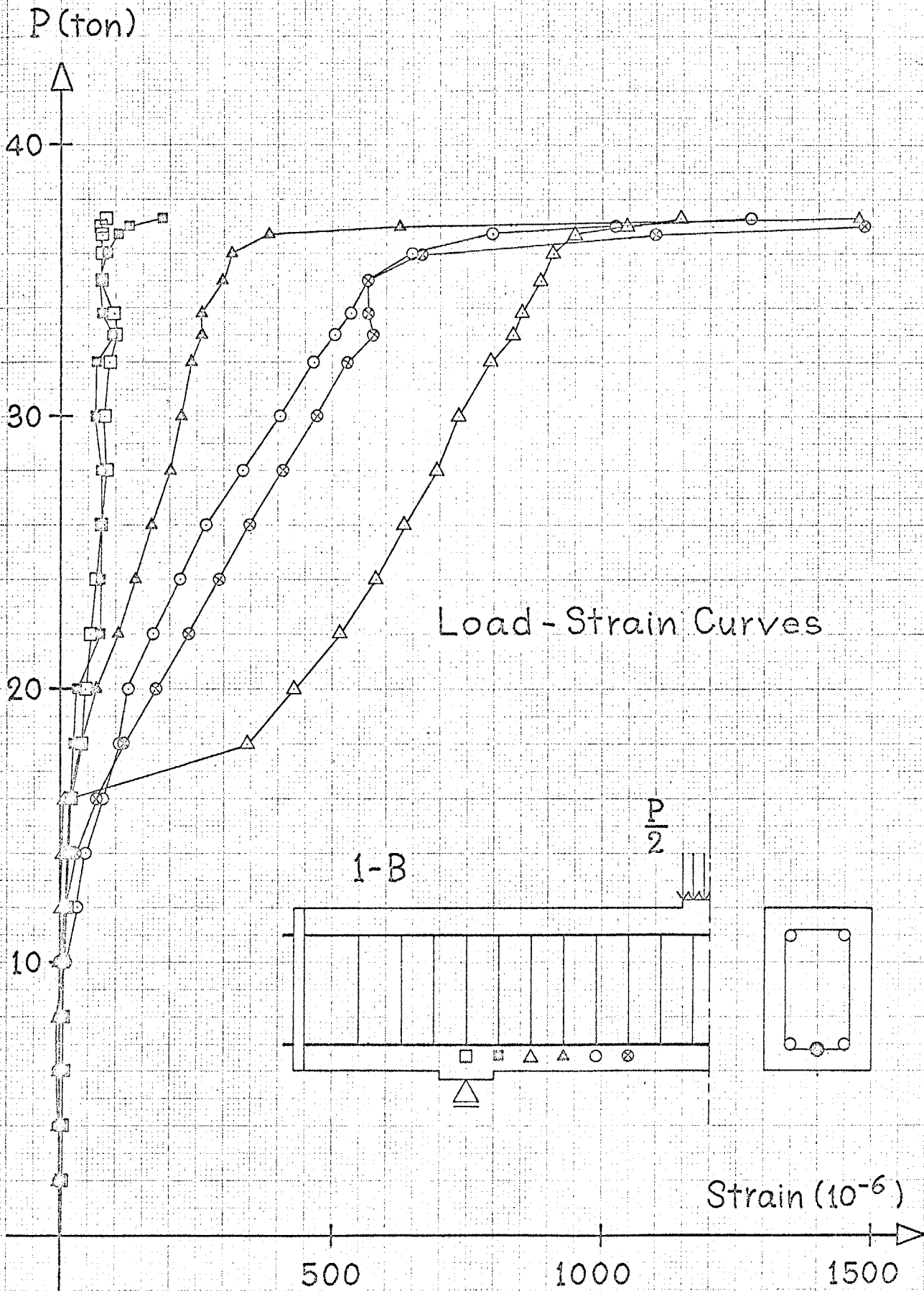
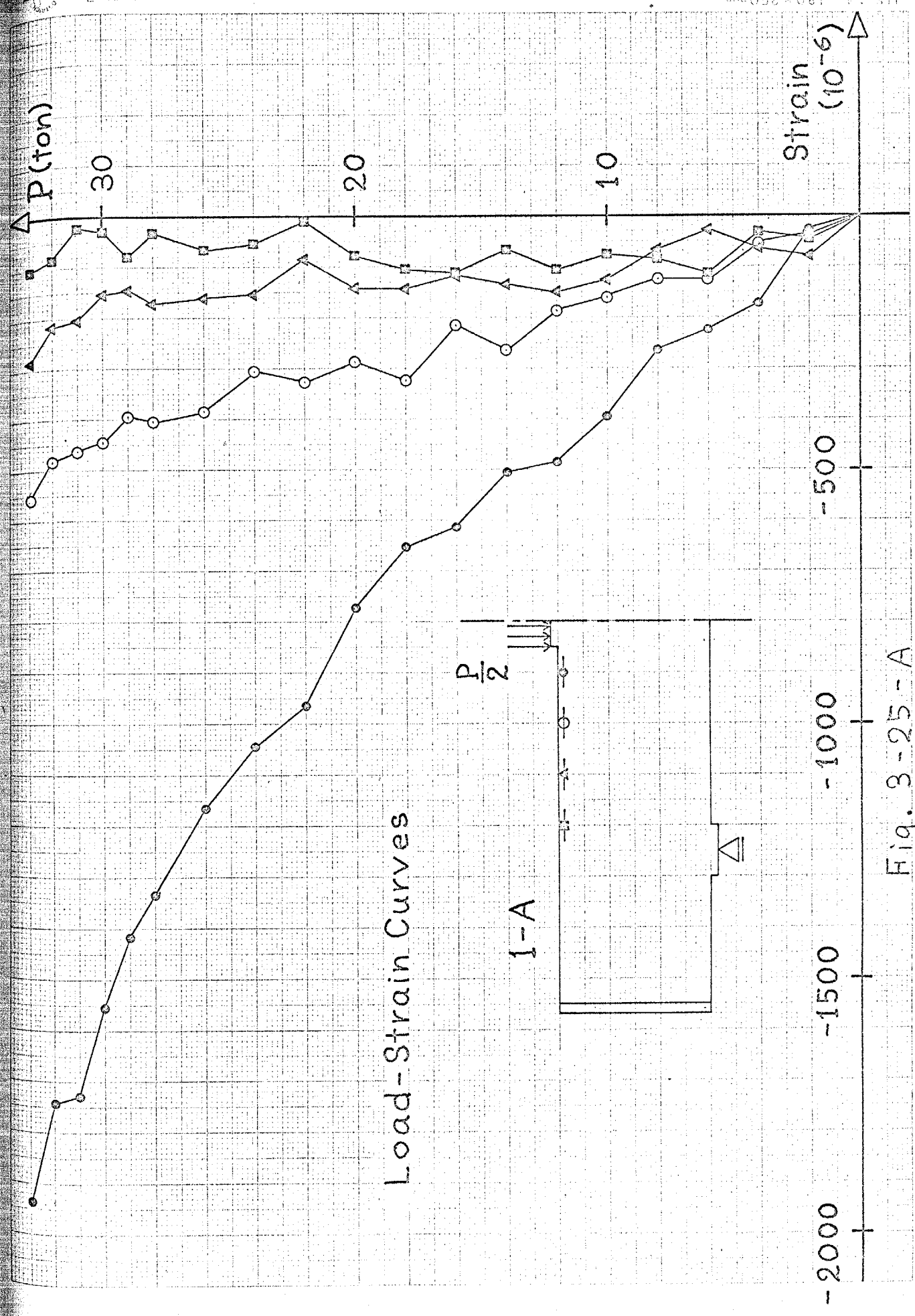
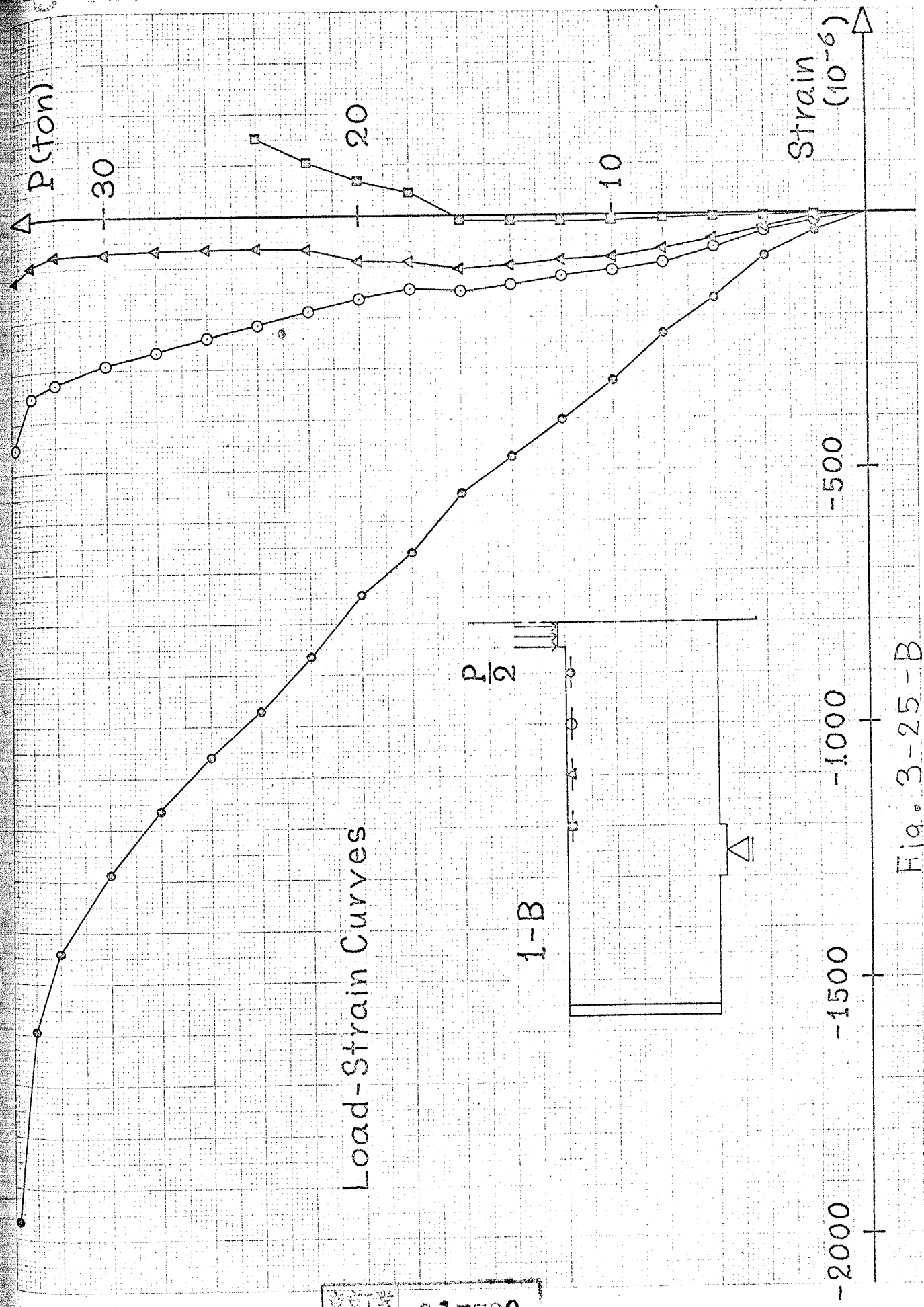


Fig. 3-24-B




Load-Strain Curves

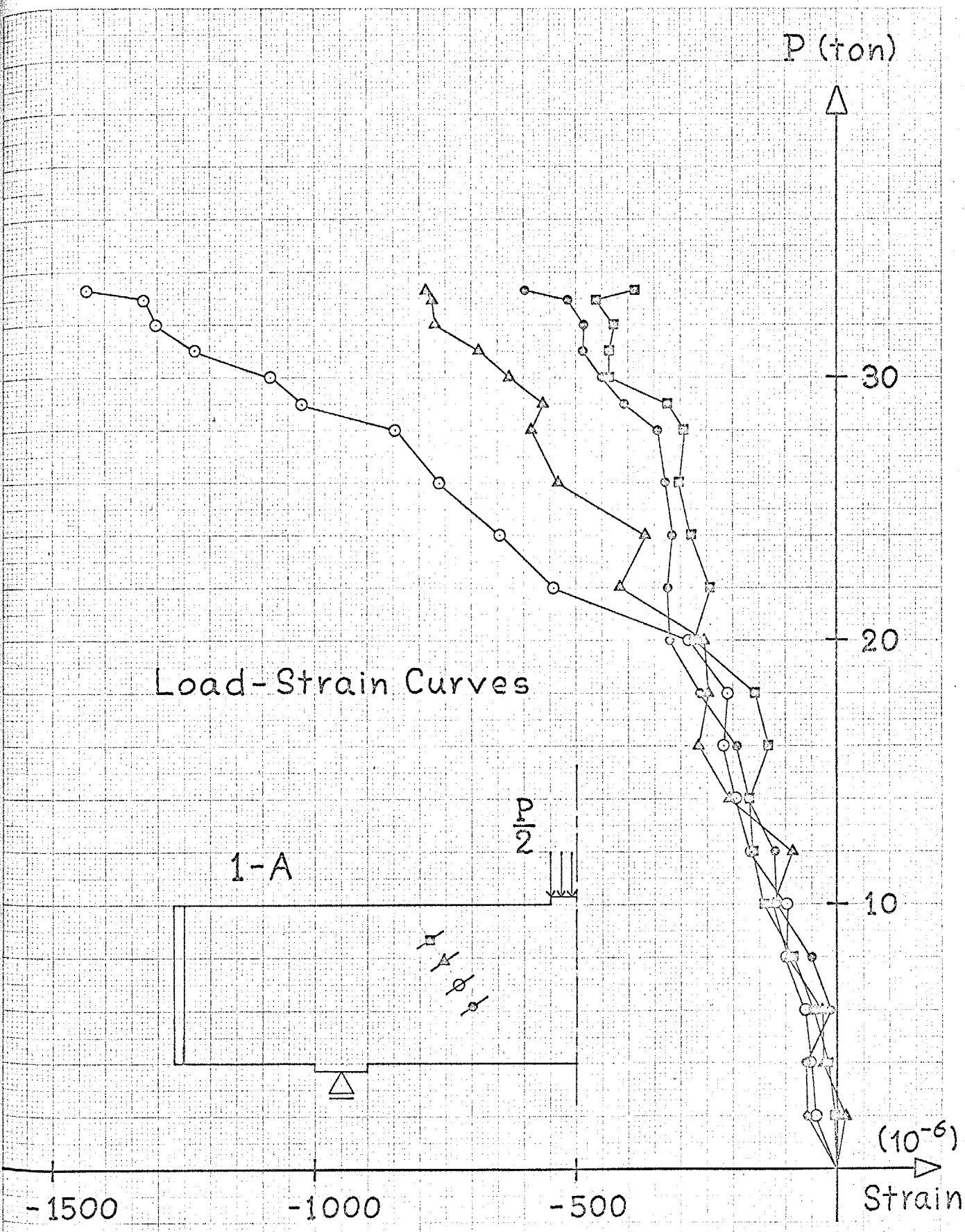
Fig. 3-25-A



Load-Strain Curves

Fig. 3-25-B


 317720

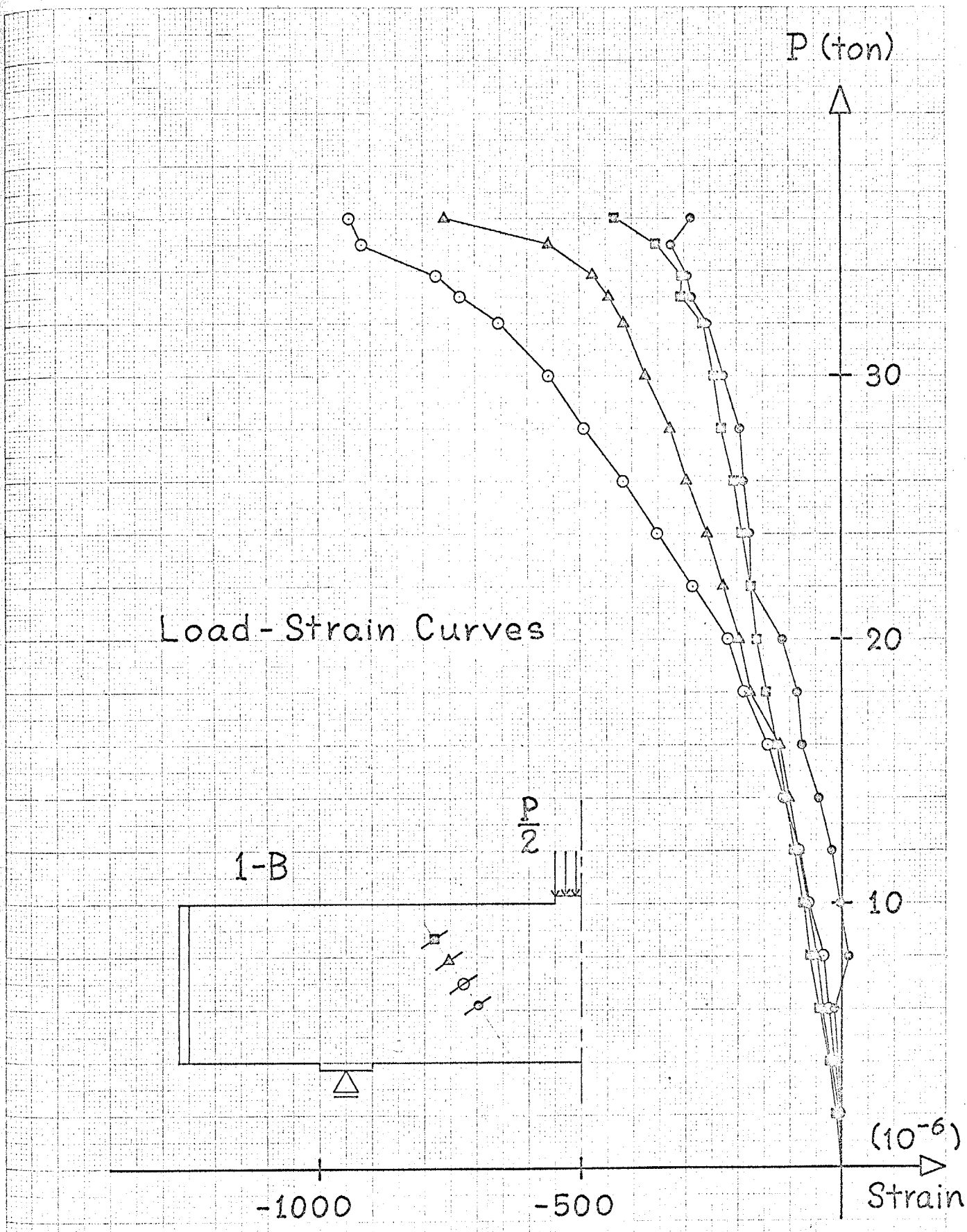


Load-Strain Curves

1-A

$D/2$

Fig. 3-26 - A



Load-Strain Curves

Fig. 3-26-B

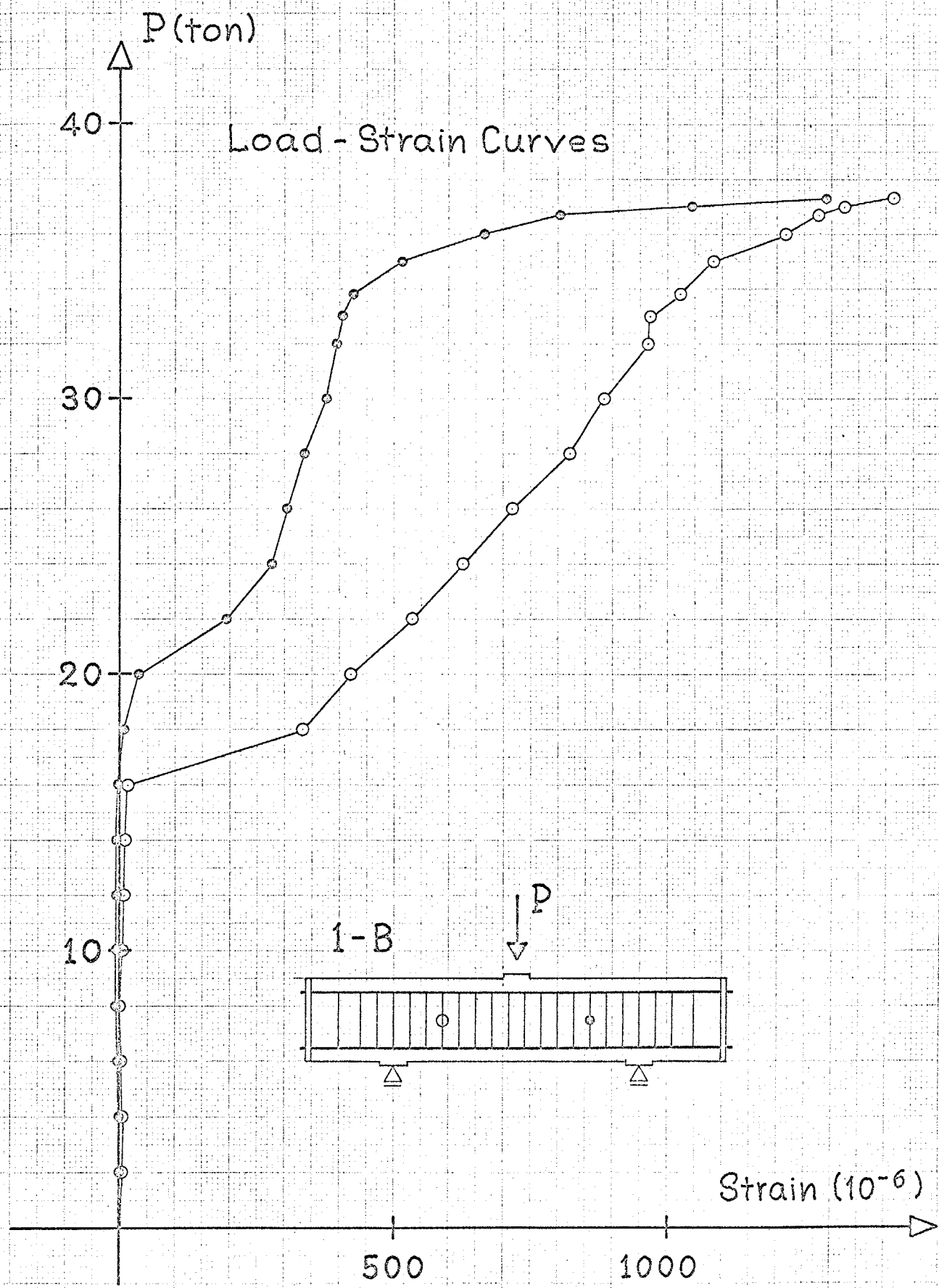


Fig. 3-27

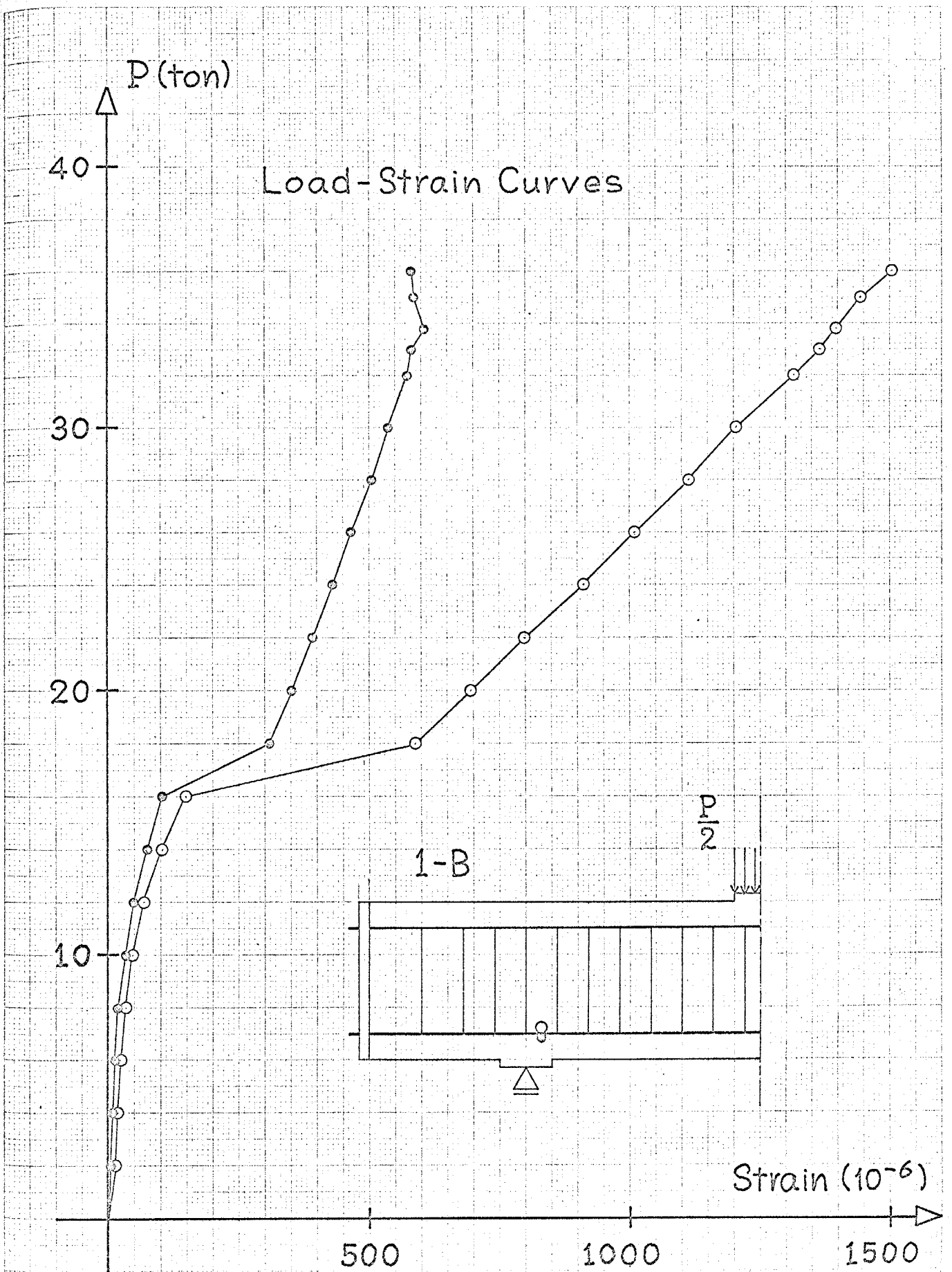


Fig. 3-28

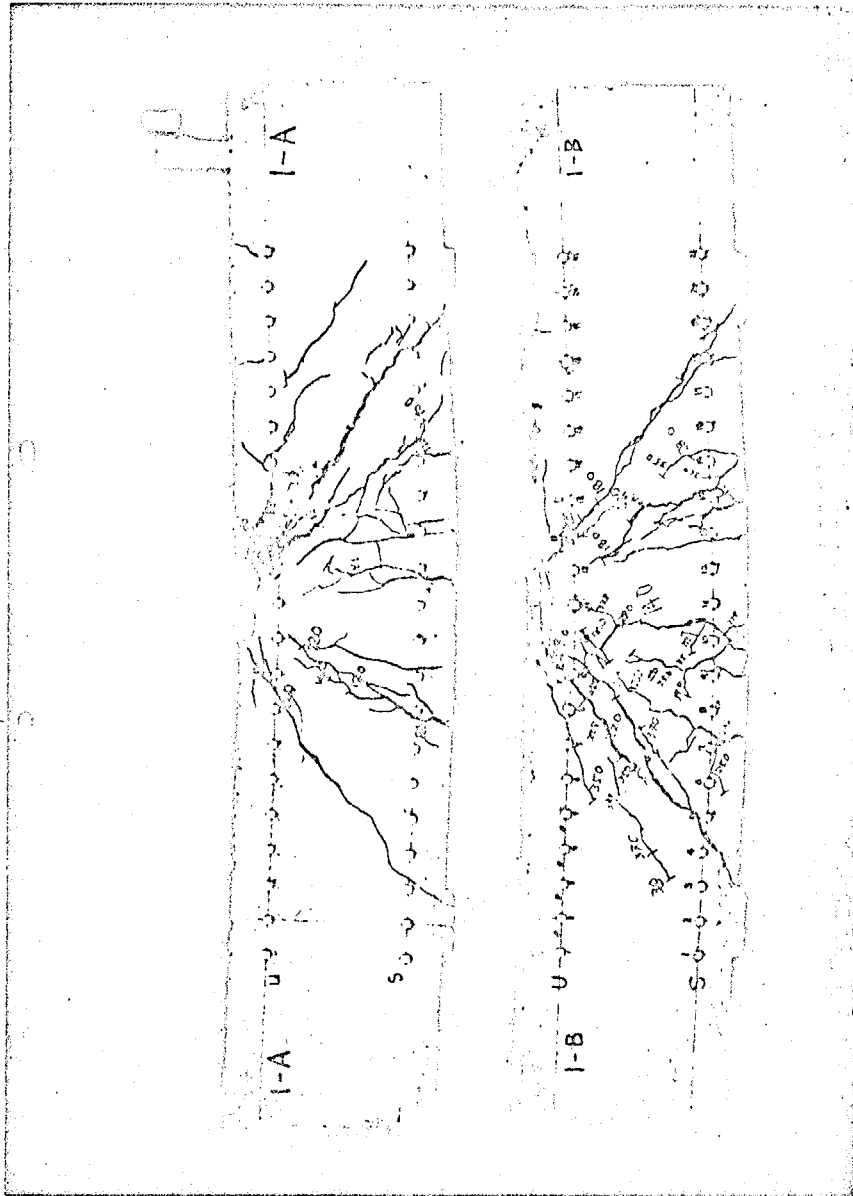


Photo. 3 - 4 Final Cracks

## 第4章 鉄筋コンクリート部材の解析

4-1 概要

4-2 有限要素への分割

4-3 入力情報

4-4 解析結果および考察

4-5 解析モデルにおいて付着性状が部材の性状  
におよぼす影響

図・表・写真

#### 4-1 概要

実験を行なった試験体 1-A, 1-B (前章) は、解析上の仮定、解析方法の検討を行なうための解析例として適当なものであることが判明し、また、各部の歪も測定されているので、試験体 1-A, 1-B について、カ 2 章で提案した解析方法によって解析を行ない、実験結果と解析結果を比較することによって、解析(一つの架空の世界)において、現実の現象をある程度再現できることを確かめ、仮定の妥当性に対する検討を行ない、解析方法の有効性を示そうとするものである。

更に、解析法の一つの応用例として、解析モデルにおいて、主筋とコンクリートの付着に関する入力情報の差によって、部材の変形、亀裂状況、歪分布がどのように変化するかを調べた。

#### 4-2 有限要素への分割

有限要素法による解析においては、・要素内の歪分布に対する仮定、・解析対象物の歪分布状態、・演算時間と数値計算の精度、の関連において、解析対象物の有限要素への分割が又々極めて重要な問題とな、てくるにもかかわらず、応力集中の程度によ、て自動的に要素分割を変化させていかなり限り、解析を行なう人の経験と洞察力によ、て“最も適当であるうと思われ”要素分割を行なわざると得ないのである。本解析では、カ2章において、剛性行列を求めるときに、要素内の歪は一定であると仮定してゐるので、解析の精度を高めるためには、要素分割を非常に細かくする必要があるか、使用した電子計算機(東京大学 大型計算機センター HITAC 5020E)の性能と使用条件に鑑み、斜め亀裂発生後の部材の全体的挙動を把握することに重点をおいて、前章の試験体 1-A, 1-B に対して、Fig. 4-1 のような要素分割を行なつた。

### 4-3 入力情報

前節で解析対象部材の有限要素への分割を行、たので、コンクリート、鉄筋、鉄筋とコンクリートの付着に関する情報と荷重を与えれば、第2章で述べた解析方法により、解析を行なうことが出来る。コンクリートに対しては、降伏関数(2-2-1)式の係数 $\alpha$ は、第2章で述べたように、H. Bupfer, H. B. Hilsdorf and H. Ruschの実験結果に基づき、 $\alpha = 0.07$ とし、一軸圧縮状態における応力-歪の関係は、コンクリート・シリンドラ試験の結果をFig. 4-2のようにモデル化して入力した。

また(2-2-8)式の $\sigma_0$ は割裂試験結果をそのまま入力とした。鉄筋についてもFig. 4-3に示すように、一軸引張り試験結果よりモデル化して入力としている。

主筋とコンクリートの付着に関しては、黒正、大喜多らによる引き抜き型付着試験(61)(鉄筋は解析対象部材の主筋と全く同一であり、コンクリート強度はほぼ等しく15×15×13 cmの試験体で、有効付着長は11 cm)

の結果の、平均付着応力-自由端すべり量曲線より、折れ曲がり点(Fig. 2-11)の付着応力を $\tau_y = 130 \text{ kg/cm}^2$

と定め、折れ曲がり点のすべり量を $S_y = 0.1 \text{ mm}$ とした。

初期勾配は、 $E/S(\text{initial}) = 13000 \text{ kg/cm}^3$ となる。

あばら筋とコンクリートの付着に關しては、あばら筋に丸鋼(中9)を用いているため、直角に折り曲げた部分を完全定着とし、他の部分では、付着による応力伝達は全く行なわれてないとしてゐる。

荷重階は、 $\Delta P_1 = 5.8 \text{ ton}$  (解析上  $P = 5.8 \text{ ton}$  で、加力点の下に初亀裂が入る。)  $\Delta P_2 = 2.2 \text{ ton}$ 、以後、 $P = 30 \text{ ton}$  までは  $\Delta P_n = 2.0 \text{ ton}$  とし、 $P = 30 \text{ ton}$  以降は  $\Delta P_n = 1.0 \text{ ton}$  とした。

なお、ポアソン比は、鉄筋は  $\frac{1}{3}$ 、コンクリートは  $\frac{1}{6}$  とした。

#### 4-4 解析結果および考察

##### —— 支点反力 ——

数値計算における、加えた荷重と支点反力を Table 4-1 に示す。数値計算のもの精度は十分であると思われる。

##### —— 部材中央のたわみ ——

部材中央のたわみの解析結果を Fig. 4-4 に示す。実験結果と比較して、解析結果の剛性が高くなっている。解析結果の剛性が高くなった原因として、

- あばら筋の直角に折り曲げた部分を完全定着と考えたこと。
- コンクリート・シリンドー試験では、加圧面の拘束により、真の一軸圧縮強度より大きな圧縮強度が求まる可能性があるが、本解析においては、シリンドー試験を、そのまま一軸圧縮状態のものとして考えたこと。
- 亀裂の伝播に対して正確な取り扱いを行わず、亀裂もある領域に分散させて考え、しかも、荷重階毎の収縮計算は行なっていないこと。

等が考えられる。然しながら、せん断の影響の大きな部材（平面保持を仮定して曲げ変形のみを考えた解析によるたわみは、実験によるたわみの約1/2である。）である

ことを考えれば、剛性の変化の様子が、実験結果とほぼ一致していることで、現状においては満足できるものと思われる。

### —— 主筋の歪 ——

主筋の歪の解析結果を Fig. 4-5 ~ Fig. 4-8 に示す。全般的に解析結果と実験結果は、ほぼ一致しているといえる。加力点の下と、支点と加力点の中間の、引張り筋の歪に関しては、荷重の低い部分で、実験結果とかなりの誤差を生じている。このことの原因として、

- 引張り側のコンクリートに対する要素分割が相当あざだったため、引張り亀裂の発生がおくゆること。
- 亀裂の伝播に対して正確な取り扱いがでなかつたこと。
- 付着応力-相対すべりの関係を鉄筋の全長にわたって同一のものと仮定したこと。

が考えられる。初亀裂に関しては、これが重要な意味をもつ場合には、これに応じた要素分割を行なうか、要素内の歪分布に変化をもたせ、引張り外縁で亀裂の判定を行なえば、精度はさらに良いものが得られるであろう。

亀裂の伝播に関しては、現状においては早急な解決策はないであろう。付着に関しては、鉄筋に平行方向の付着応

カ - 相対すべりの関係を、鉄筋に直角方向の力、即ち側圧の関数として取り扱かうのが簡便でしかもより合理的であると思われ。なぜならば、本解析例もそうであるが、ほとんどの鉄筋コンクリート部材において、断面の幾何学的条件、コンクリート強度等は、鉄筋の全長にわたって同一であると考えられ、付着性状に関して、最も大きな影響因子として応力状態が考えられるからである。

また、荷重のかなり高い部分での誤差の原因としては、

- コンクリート・シリンドラ試験を、このまま一軸圧縮状態のものと考えたこと。
- 加力点近傍のコンクリートの歪は非常に大きくなる。(コンクリートの歪の解析結果および実験結果より明らかである。)にもかかわらず、塑性解析において、加工硬化係数は塑性仕事に関して単調に増加すると仮定せざるを得なかったこと。

により、解析における部材の断面の圧縮力の合力と引張り力の合力の向の距離が実際の部材の断面におけるものより大きくなっていくであろうということが考えられる。

### —— あばら筋の歪 ——

あばら筋の歪の解析結果を Fig. 4-9 ~ Fig. 4-12 に示す。あばら筋の歪に関しては、従来、この解析が困

難であるとされてきたことと、実験におけるばらつきを考えた場合、本解析結果は、満足できる程度に実験結果と一致しているといつてよいであろう。

### —— 圧縮側のコンクリートの歪 ——

圧縮側のコンクリートの歪の解析結果を Fig. 4-13, Fig. 4-14 に示す。要素分割の関係で、実験で歪を測定した場所と、1 cm ずれた場所での歪をプロットしたものもあるが、実験においては、歪を 6 cm 稜長のワイヤーストレーン・ゲージで測定していることと、解析においては、要素内の歪は一定であると仮定していることを考えれば、同じ場所の歪として考えてもよいであろう。

圧縮側のコンクリートの歪に関しても、解析結果は、実験結果とほぼ一致している。加力点の近くの歪に関して解析結果の絶対量が実験結果のよれに比較して、少し小さいことの原因は、

- コンクリート・シリンダー試験を、そのまま一軸圧縮状態であると考えたこと。
- 塑性変形解析において、加工硬化係数は単調増加であると考えたこと。

等が考えられる。

## —— 要 約 ——

以上を要するに、

- あばら筋の直角に折り曲げた部分を完全定着と考えたこと。
- 鉄筋とコンクリートの付着に関して、鉄筋の全長にわたり同一の付着応力-相対すべりの関係を持つと仮定したこと。
- 付着に関して、要素分割程度の領域における付着応力-相対すべりの関係が不明なため、有効付着長さ 11cm (要素の大きさは約 3cm 程度) の引抜き型付着試験の平均付着応力-自由端相対すべり曲線より、その形を仮定したこと。
- 亀裂に対して特異点解析 (亀裂先端) は行なっていないこと。
- 鉄筋の太柄効果に対して、鉄筋のせん断変形とコンクリートの亀裂のみを考慮し、コンクリートの局部圧壊と鉄筋の曲げ変形は考慮していないこと。
- コンクリート・シンダー試験を一軸圧縮試験であると考えたこと。
- コンクリートの塑性変形解析において、加工硬化係数は単調増加であると仮定したこと。

等により、実験結果と解析結果に種々の差異が生じたものと考えられ、また、種々の仮定による誤差が正負相殺して、よゆゆの仮定は相当誤差を含んでゐるにもかかわらず、全体としての解析結果は実験結果とよく一致してゐる可能性もある。また、加力点近傍のコンクリートの歪が非常に大きくなり、加工硬化係数が単調増加であると仮定してゐる本解析では、部材の破壊を論ずるには致しなかつた。

然しながら、従来、解析が困難であるとされてゐたところの、せん断スパン比が小さく ( $a/d = 1.5$ )、鉄筋量の大きな ( $p_t = 1.55\%$ ,  $p_w = 1.07\%$ ) 鉄筋コンクリート部材に対して、部材中央のたわみ、引張り筋の歪、圧縮筋の歪、あばら筋の歪、圧縮側コンクリートの歪に関して、解析結果と実験結果はほぼ一致しており、解析即ち、架空の世界に現実の現象もある程度再現することができた。本論文で提案した解析法は、鉄筋コンクリート部材の解析法として、有力な手段の一つであるといえるであらう。

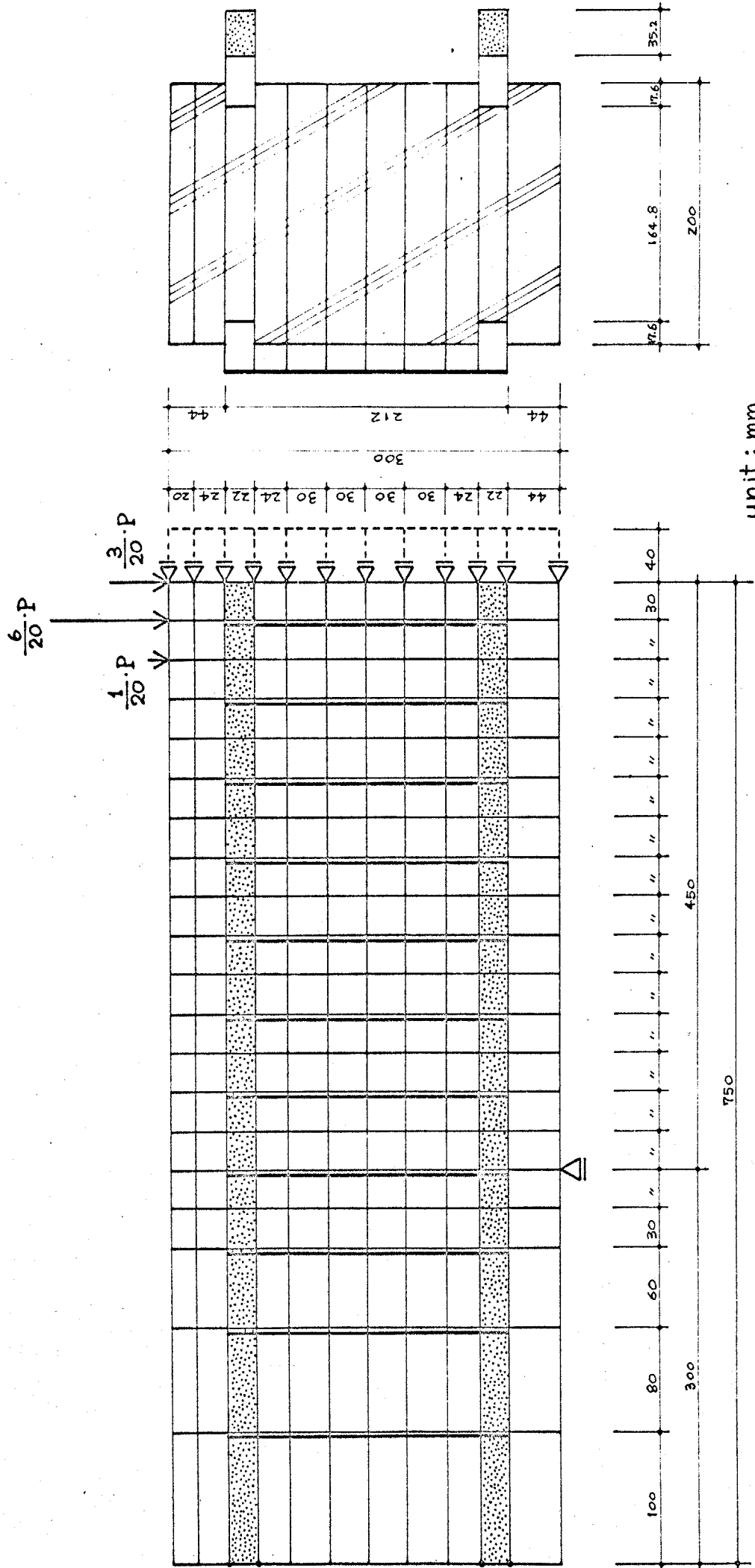
#### 4-5 解析モデルに於いて付着性状が部材の性状におよぼす影響。

本解析法の一つの応用例として、解析モデルに於いて、鉄筋（主筋）とコンクリートの付着に関する入力情報の差が部材の性状（変形，亀裂，歪分布）にどのような影響を与えるかを調べるために、前章で実験を行なった部材に対して、前節までの解析（本節における Data 1-2）に加えて、主筋の付着に關して、3種の入力情報（Data 1-1, Data 1-3, Data 1-4）を用意し（Fig. 4-15）それぞれについて解析を行なった。Data 1-1 は  $T_Y$ ,  $EB(1)$  共に Data 1-2 より少し大きな値を代入したものであり、Data 1-3 は  $EB(1)$  を Data 1-2 に対して  $1/10$  にしたもので、即ち、 $S_y = 1.0 \text{ mm}$  と考えたものである。一つの引き抜き型付着試験の結果を参考にし、付着応力-相対すべり曲線を仮定する場合でも、Data 1-1 ~ Data 1-3 程度は変化し得るものである。（平均付着応力-自由端あるいは荷端すべり曲線は初めから線型の部分はほとんど存在せず、しかも平均付着応力が最大値に達した後は大きく低下するからである。）Data 1-4 は付着による応力伝達はほとんど行なわれないという状態を想定したものである。

主筋の付着に関する入力情報の差異による4種の解析結果を、部材中央のたわみ、引張り筋の歪、圧縮筋の歪、あばら筋の歪、圧縮側コンクリートの歪、解析上の亀裂状況、圧縮力の流れ、に関して。Fig. 4-16, Fig. 4-17-1 ~ Fig. 4-17-5, Fig. 4-18-1 ~ Fig. 4-18-5, Fig. 4-19-1 ~ Fig. 4-19-5, Fig. 4-20-1 ~ Fig. 4-20-5, Fig. 4-21-1 ~ Fig. 4-21-4, Fig. 4-22-1 ~ Fig. 4-22-4 に、それぞれ示す。付着によ、主筋とコンクリート間で伝達される力が小さいほど、解析上の斜め亀裂発生荷重はあくれ、ゆれと同時に、あばら筋の歪が大きくなる荷重も上がっている。また付着による力の伝達のほとんどは Data 1-4 の解析上の亀裂状況は、他のものと比較して、曲げ亀裂が集中し、支点の上に入る曲げ亀裂（材軸に直角方向の亀裂）も早い。解析上の亀裂状況の差異は、筆者らの研究室で行なった鉄筋コンクリートばりの実験で、他の条件はほとんど同じで、主筋に丸鋼を用いたものと異形鉄筋を用いたものの2体の試験体の亀裂状況（Photo. 4-1）の差異を説明するのに十分なものであると思われる。また、付着による応力伝達のほとんどは Data 1-4 の解析結果では、曲げ亀裂が集中することによるものと思われるが、加力点近傍のコンクリ

3 ートの圧縮歪が他のものとは比べて相当大きくなっている  
ことも注意を要することの一つであろう。

4



Finite Element Idealization

Fig. 4-1

$\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$  Stress  
 26.3  
 2.15  $\times 10^5$   
 Strain

-0.001

-0.002

-0.003

Stress - Strain Curves of Concrete

-100

1.2  $\times 10^5$

— Idealization  
 ..... Cylinder Test

-200

1.0  $\times 10^4$

Fig. 4 - 2

# Idealized Stress - Strain Curves of Reinforcing Bars

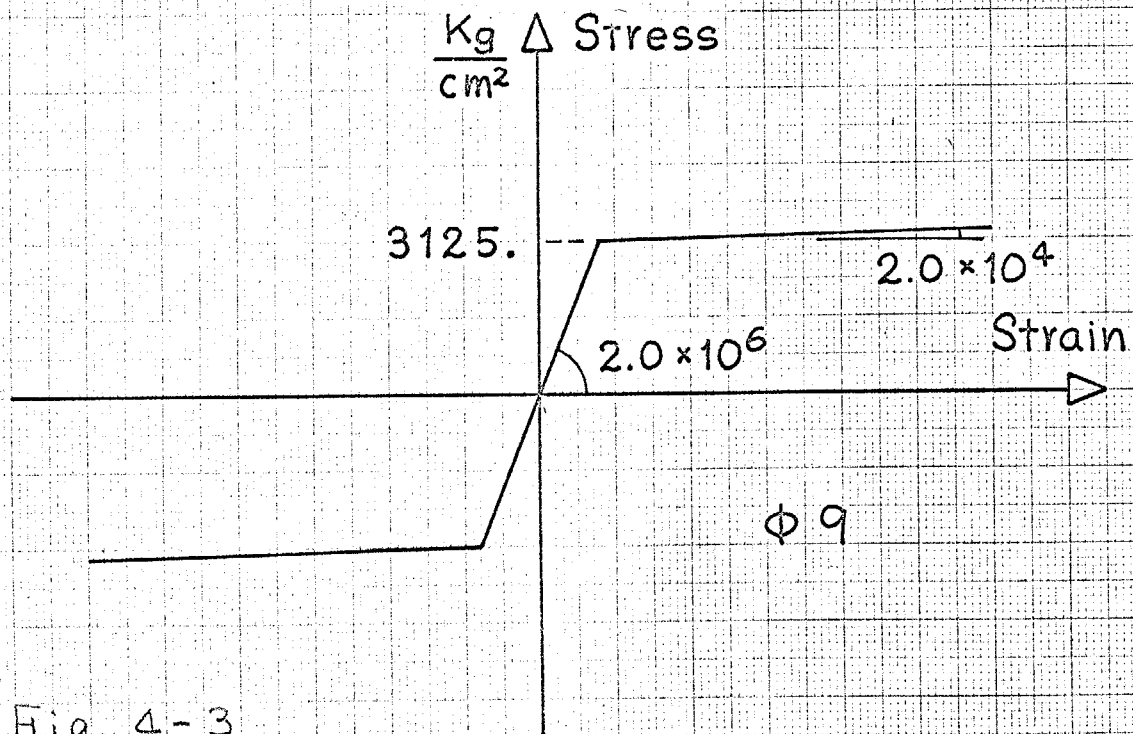
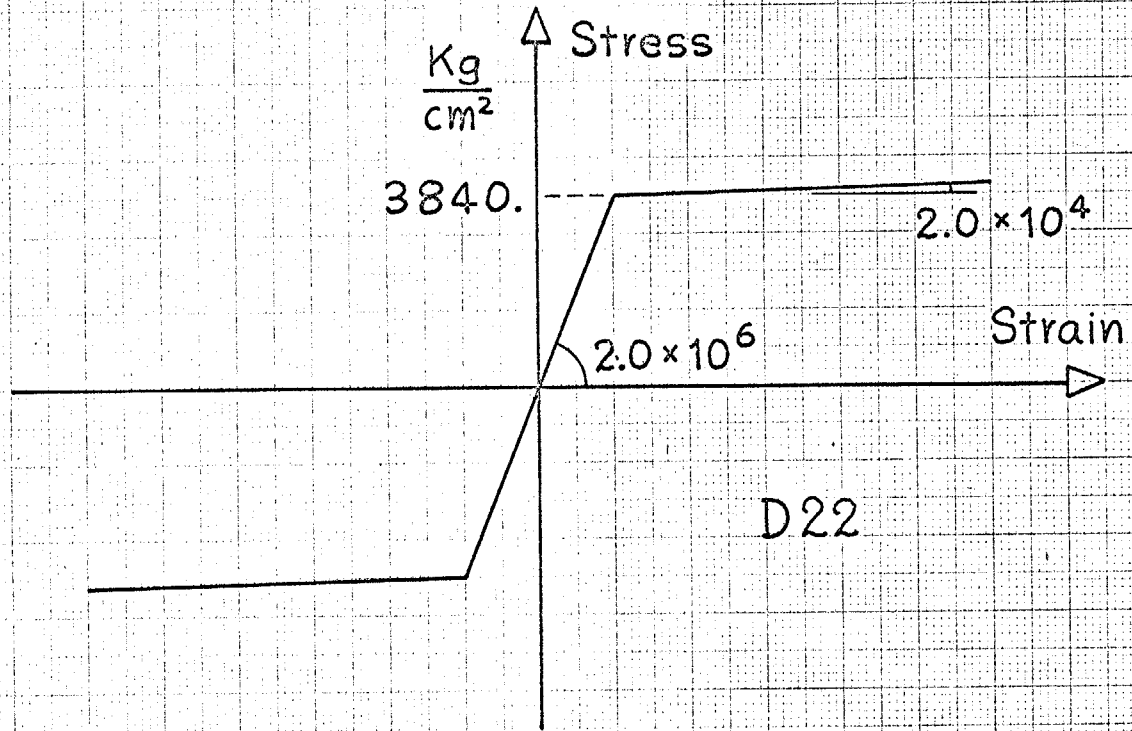


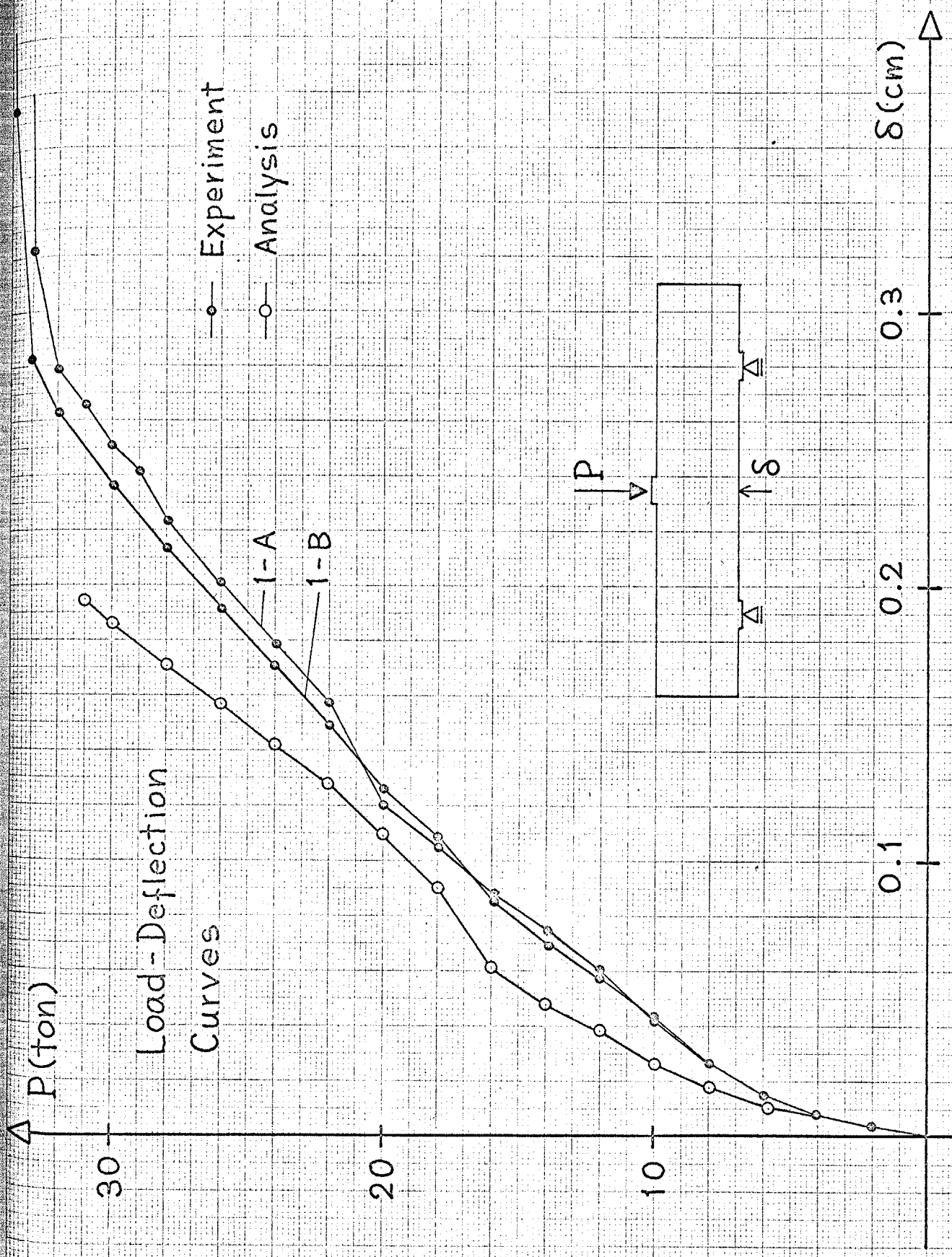
Fig. 4-3



Table 4-1

Load and Reaction  
in Numerical Computation

Step	$\Delta P/2$ (ton)	$\Delta R$ (ton)	P/2 (ton)	R (ton)	$(\Delta P - 2\Delta R)/\Delta P$
1	2.900	2.888	2.900	2.888	0.001
2	1.100	1.096	4.000	3.984	0.004
3	1.000	0.998	5.000	4.982	0.002
4	1.000	1.002	6.000	5.984	-0.002
5	1.000	0.992	7.000	6.976	0.008
6	1.000	0.994	8.000	7.970	0.006
7	1.000	0.999	9.000	8.969	0.001
8	1.000	0.997	10.000	9.966	0.003
9	1.000	1.000	11.000	10.966	0.000
10	1.000	0.989	12.000	11.955	0.011
11	1.000	0.992	13.000	12.947	0.008
12	1.000	0.996	14.000	13.943	0.004
13	1.000	0.997	15.000	14.940	0.003
14	0.500	0.494	15.500	15.434	0.012



Load - Deflection  
Curves

Experiment  
Analysis

1-A  
1-B

Fig. 4-4

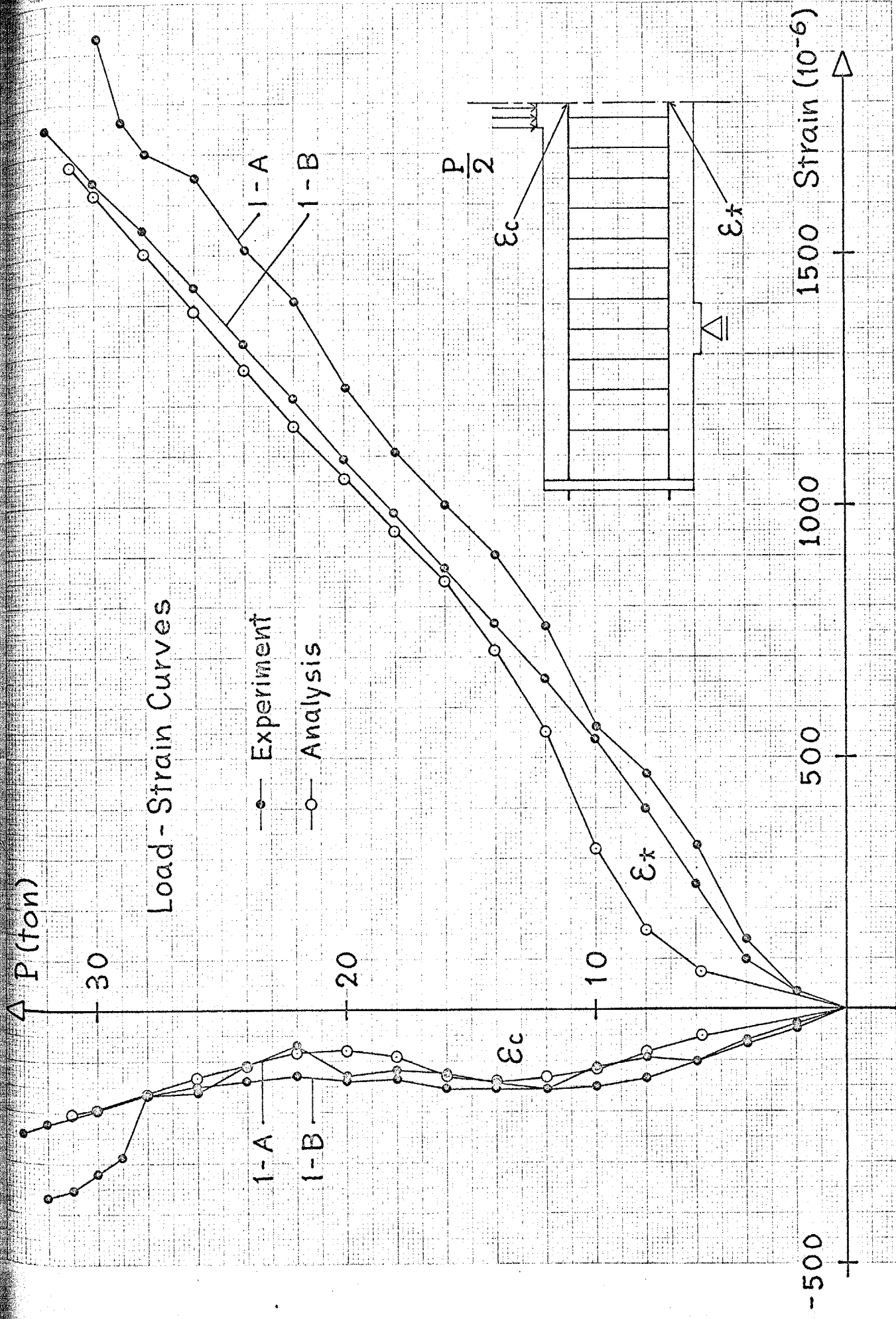


Fig. 4-5

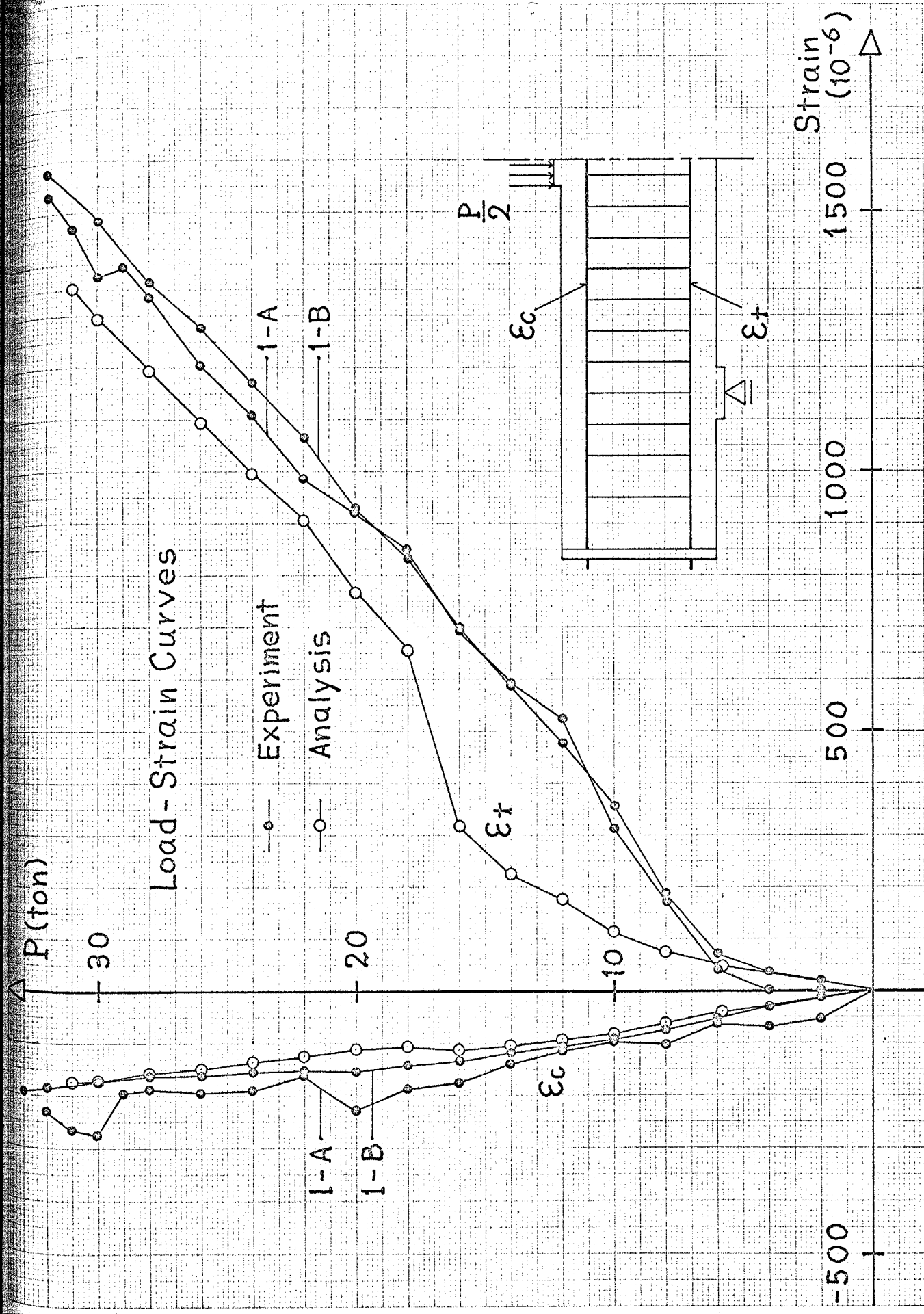


Fig. 4-6

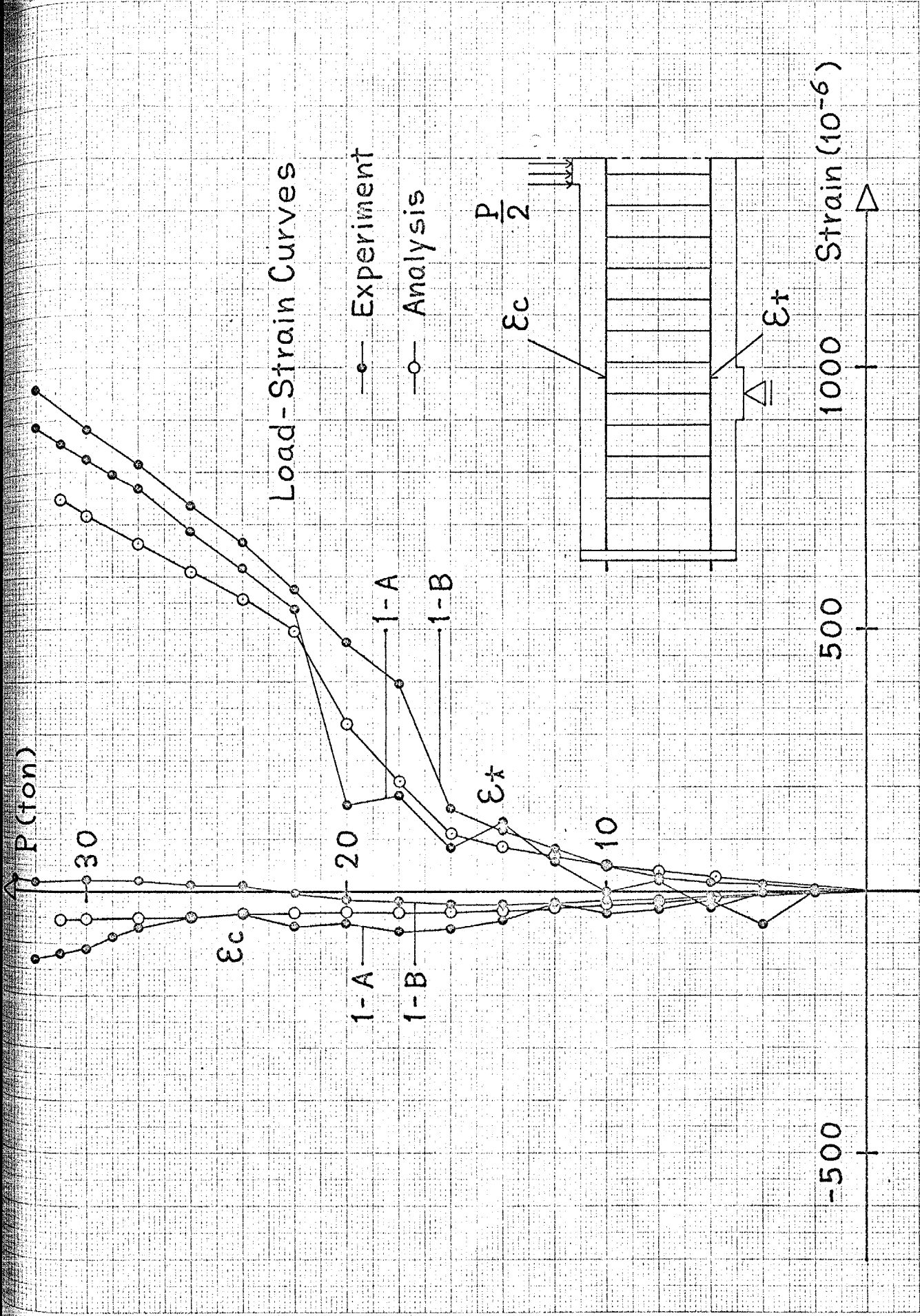


Fig. 4-7

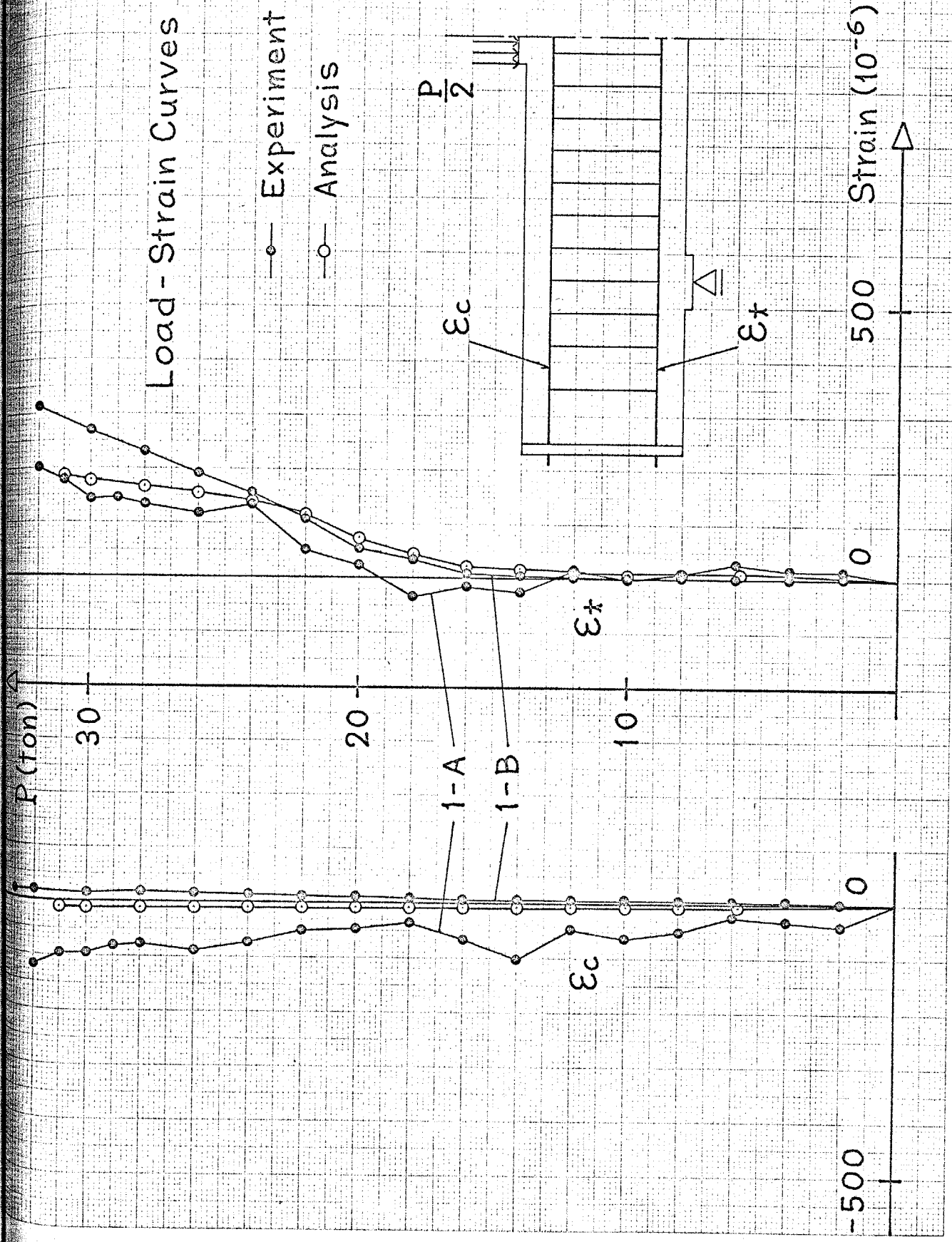


Fig. 4-8

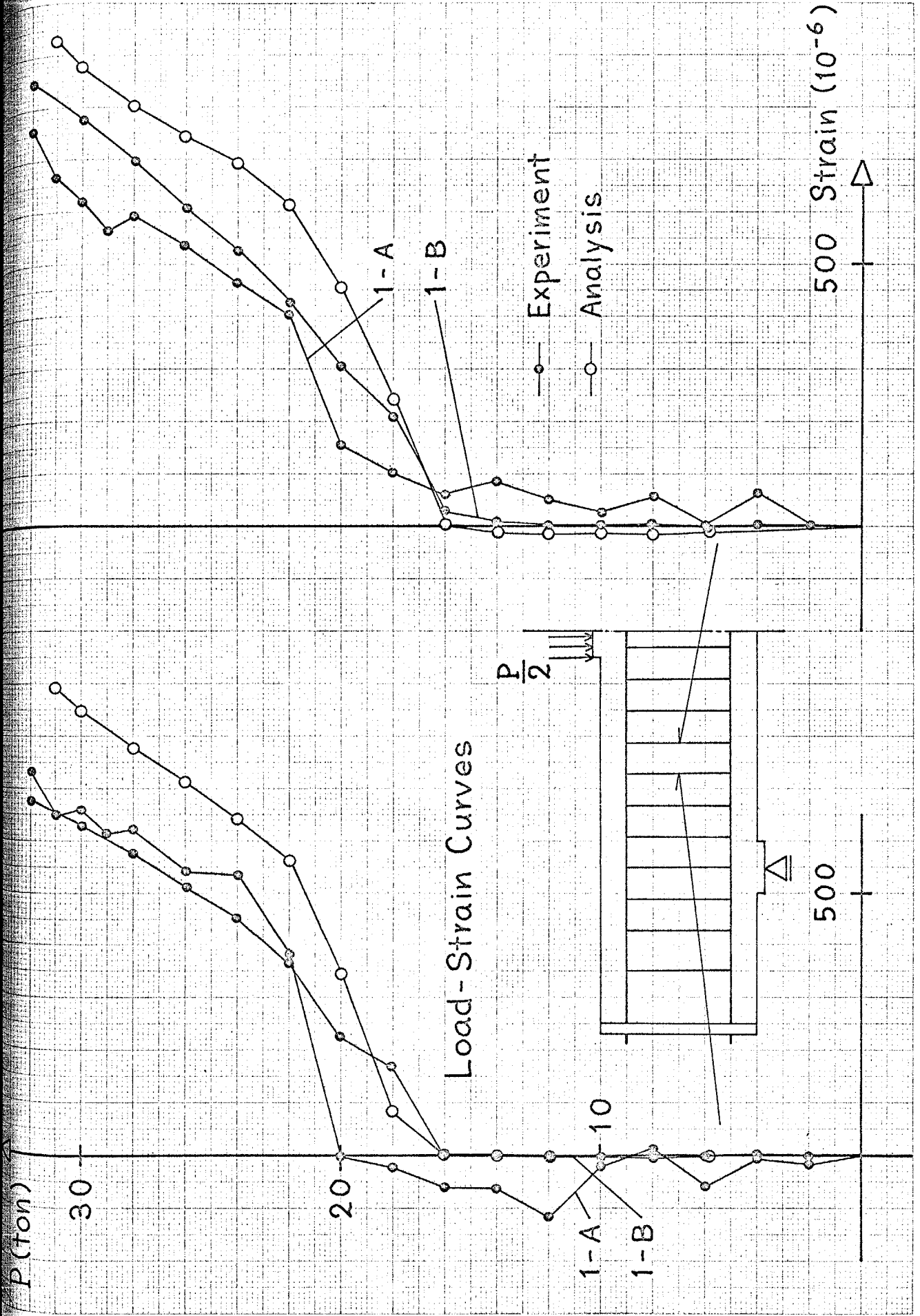


Fig. 4-9

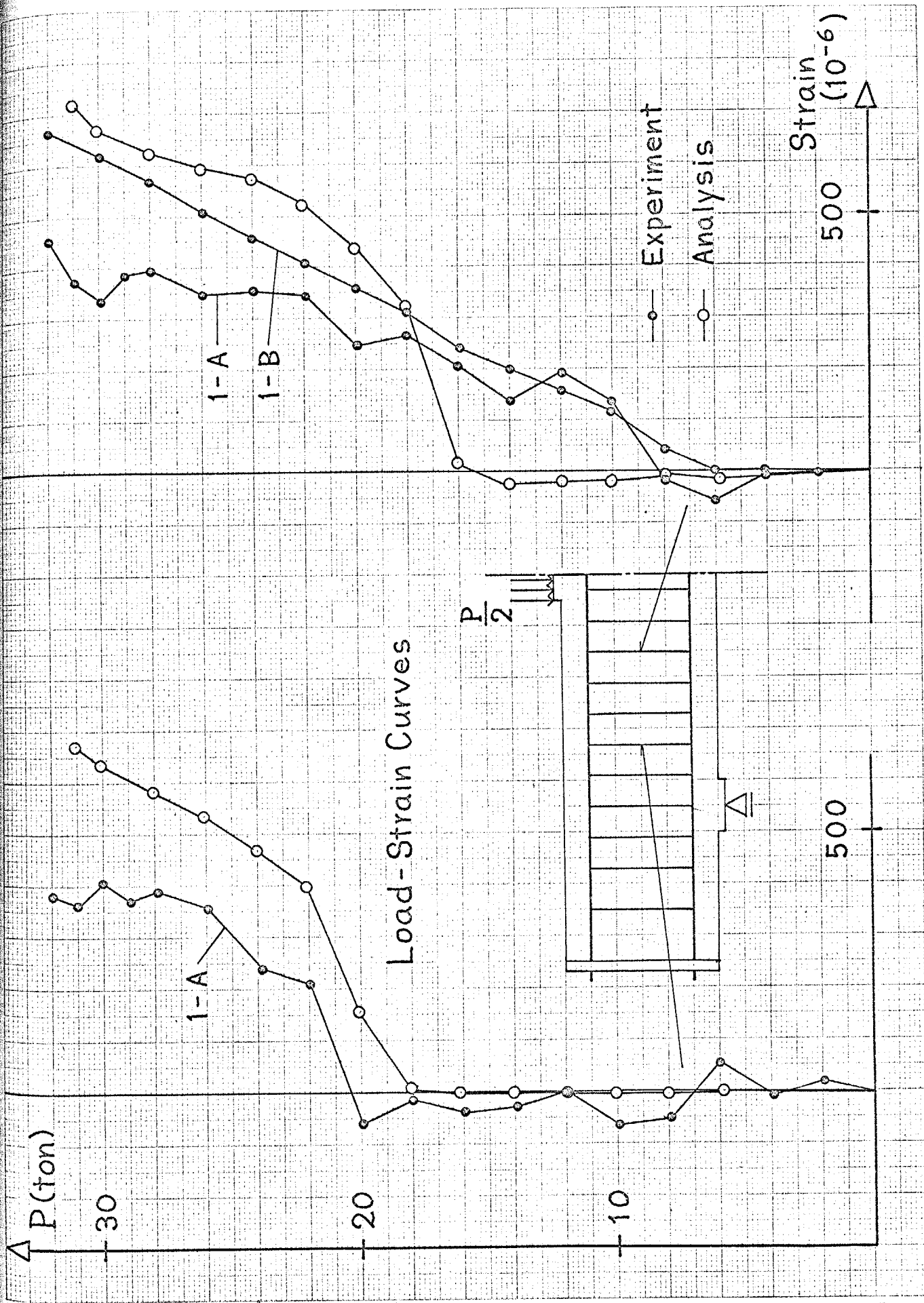


Fig. 4-10

mm 0.5 x 0.81 4A 21

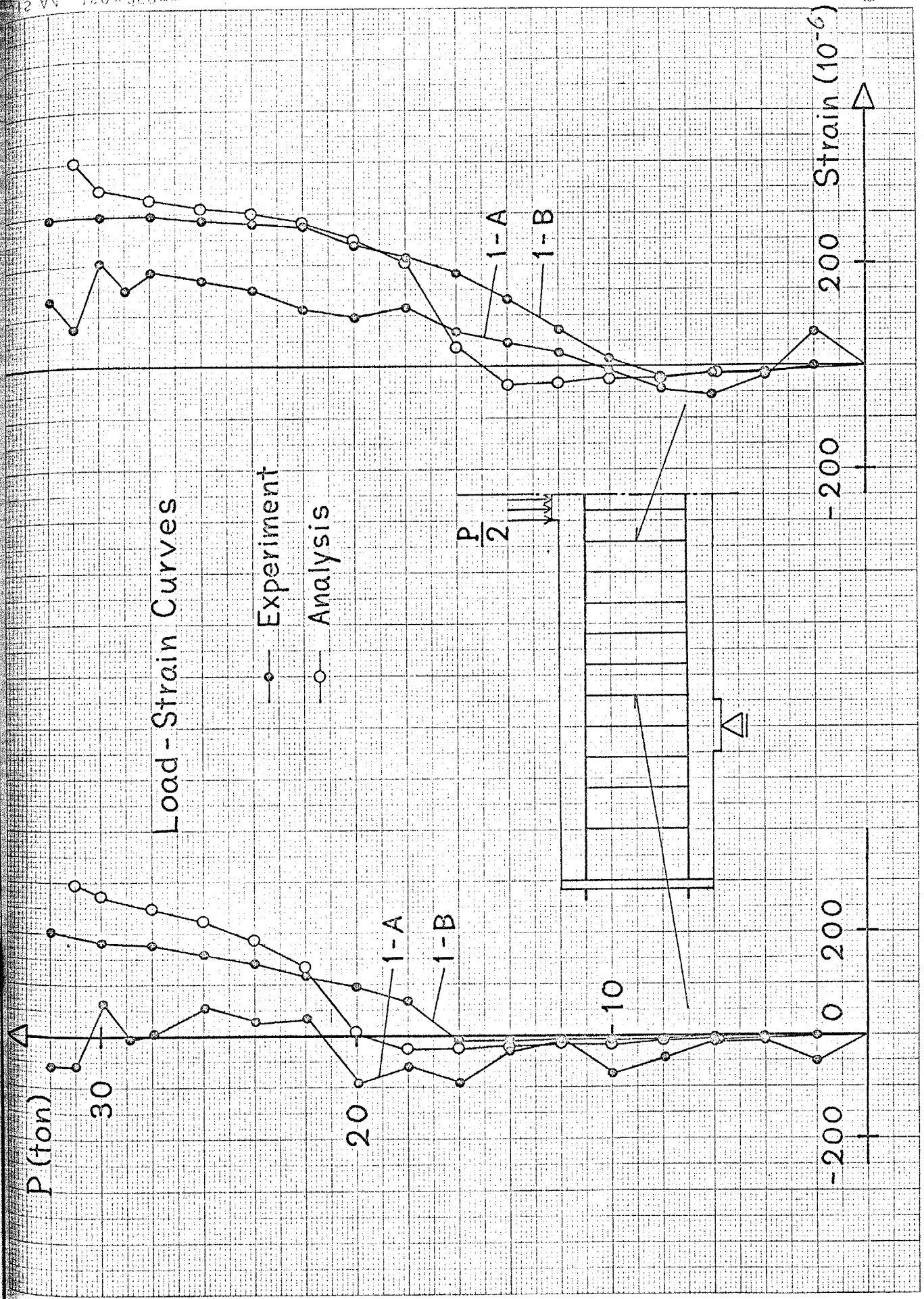
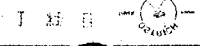


Fig. 4-11

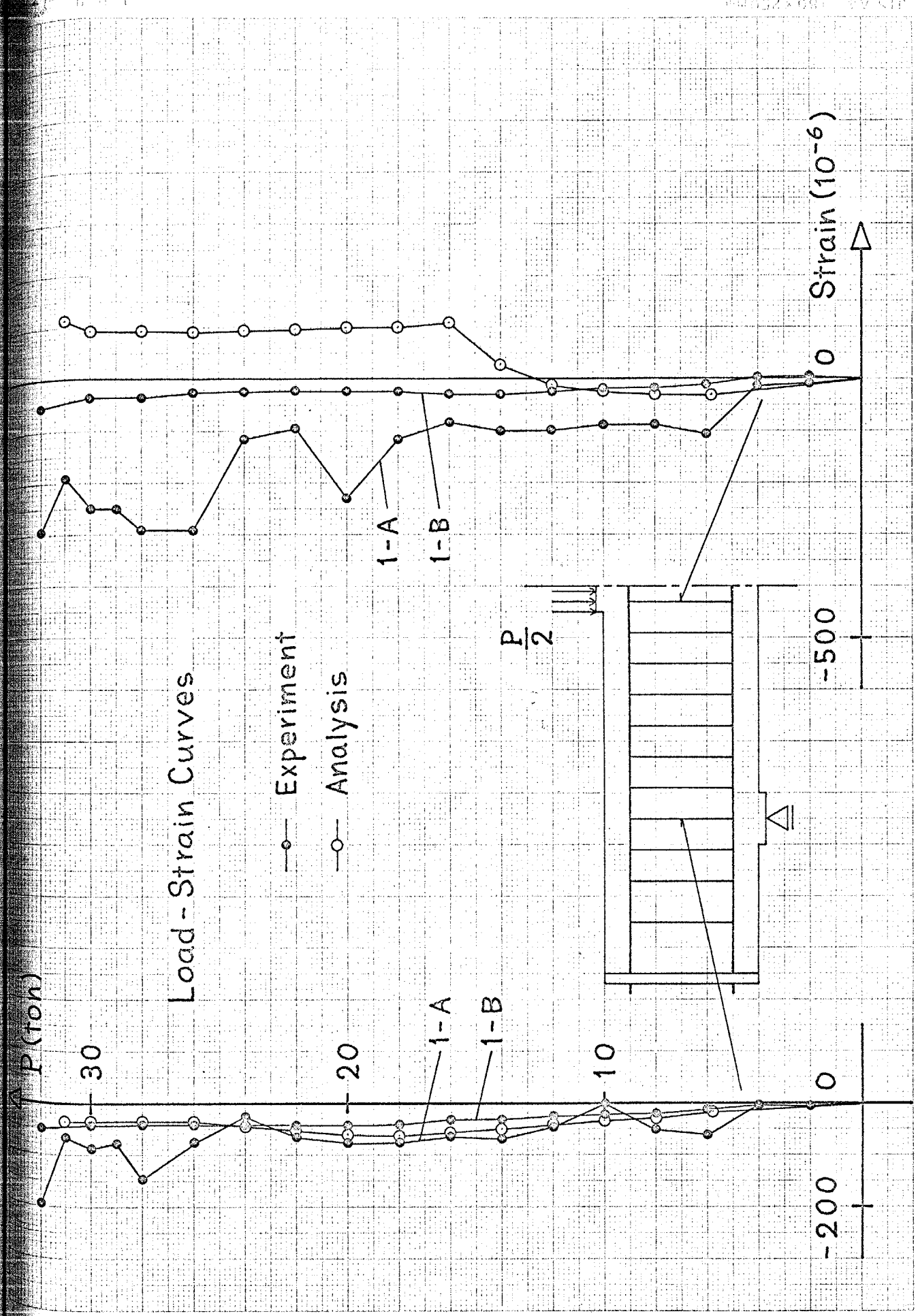


Fig. 4-12

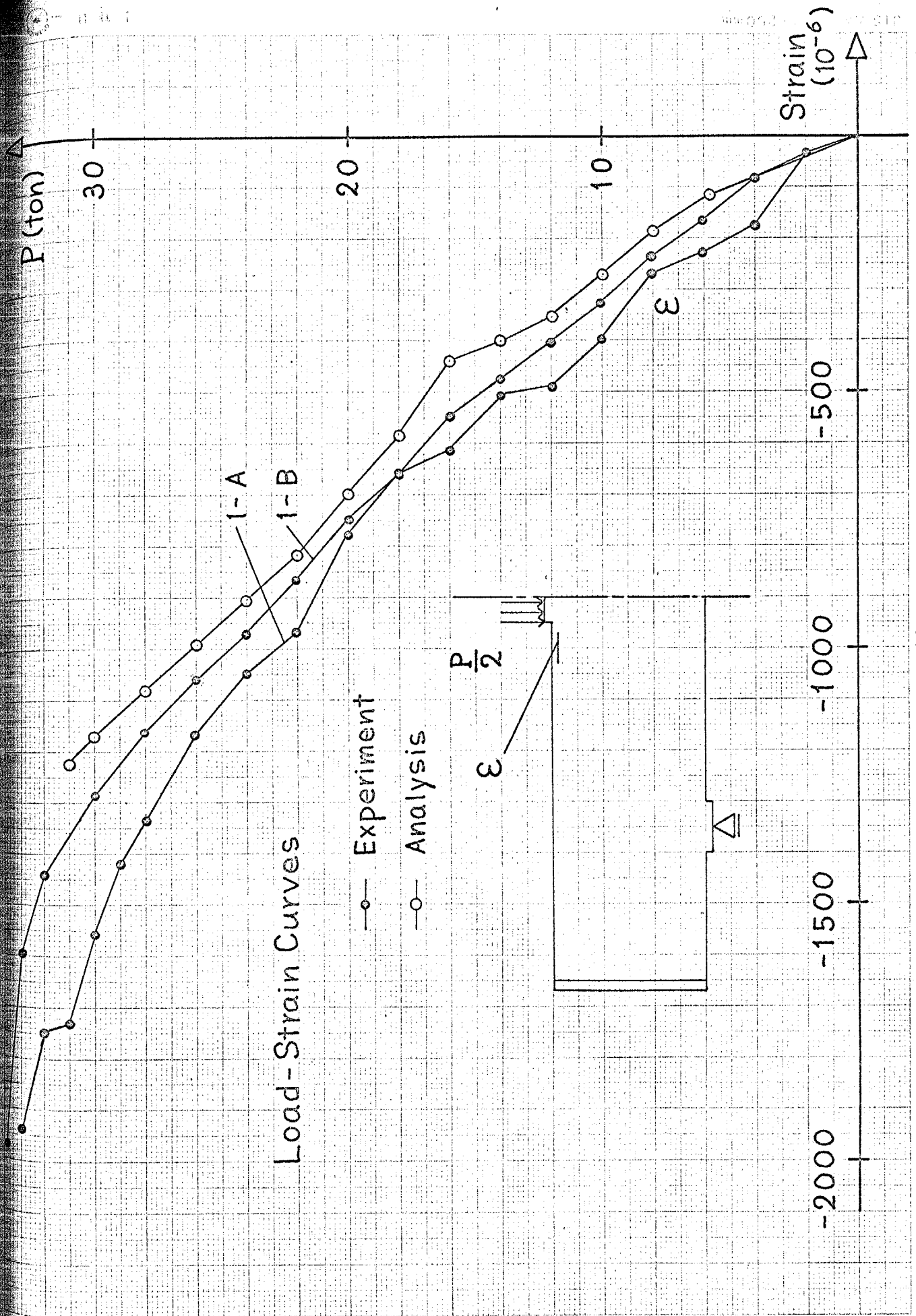


Fig. 4-13

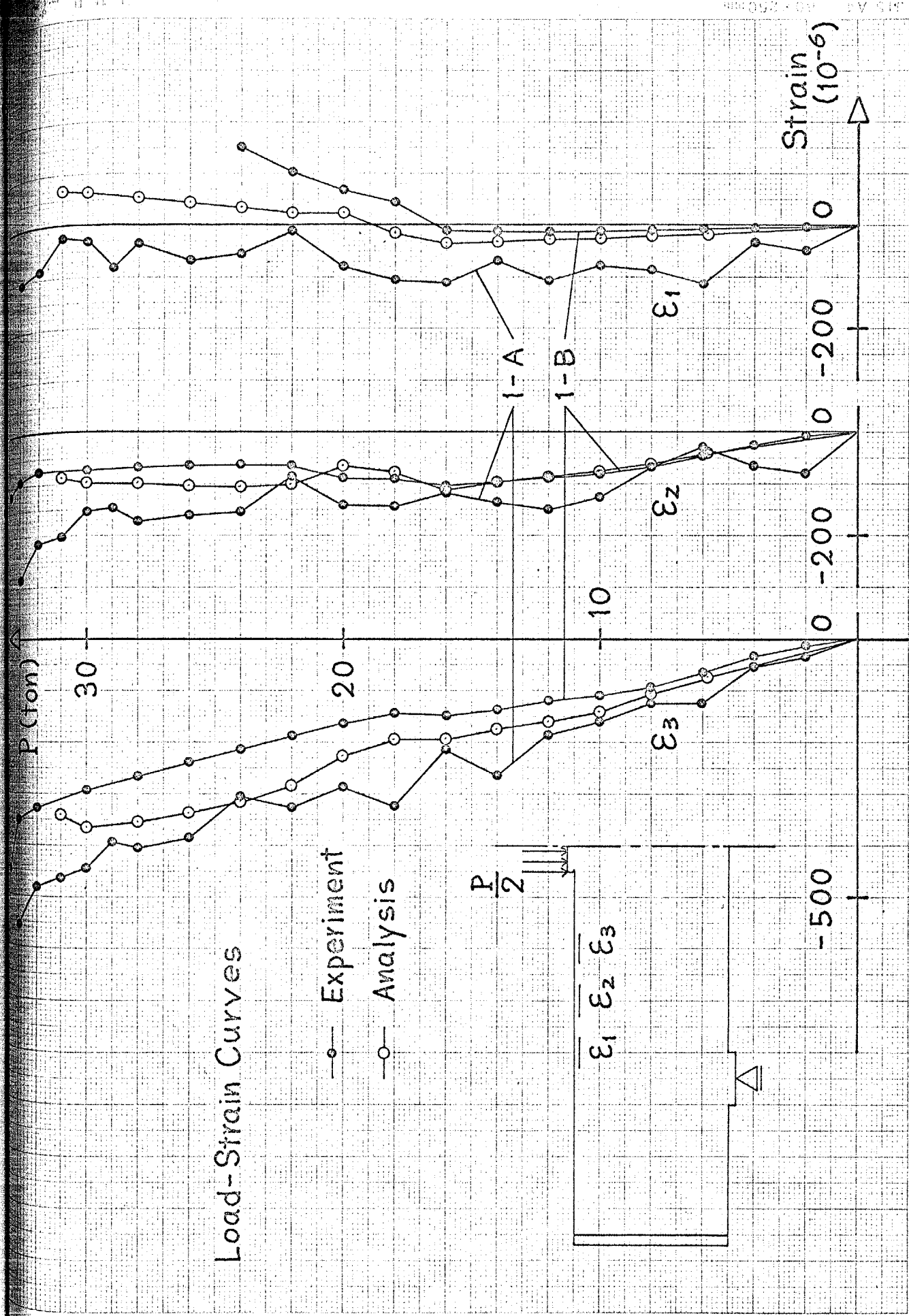
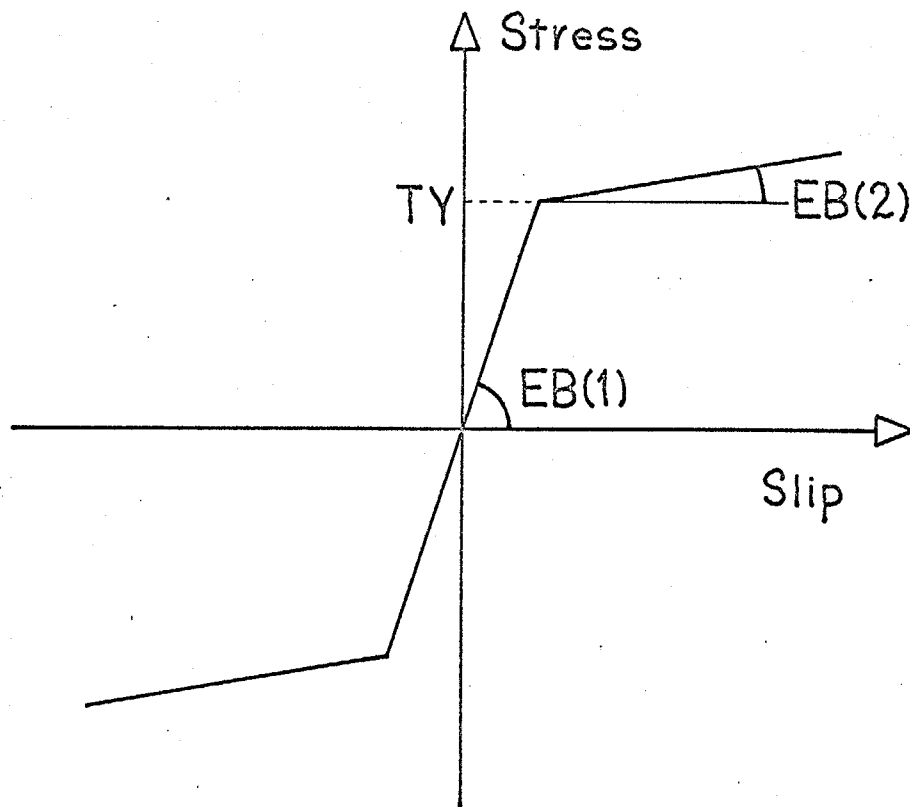


Fig. 4-14



Stress - Slip Relationship of Bond (D22)

Data Name	EB(1)	TY	EB(2)
	$\text{Kg/cm}^3$	$\text{Kg/cm}^2$	$\text{Kg/cm}^3$
1 - 1	$0.17 \times 10^5$	$0.17 \times 10^3$	$0.17 \times 10^3$
1 - 2	$0.13 \times 10^5$	$0.13 \times 10^3$	$0.13 \times 10^3$
1 - 3	$0.3 \times 10^4$	$0.13 \times 10^3$	$0.3 \times 10^2$
1 - 4	$0.15 \times 10^3$	—	$0.15 \times 10^3$

Fig. 4 - 15

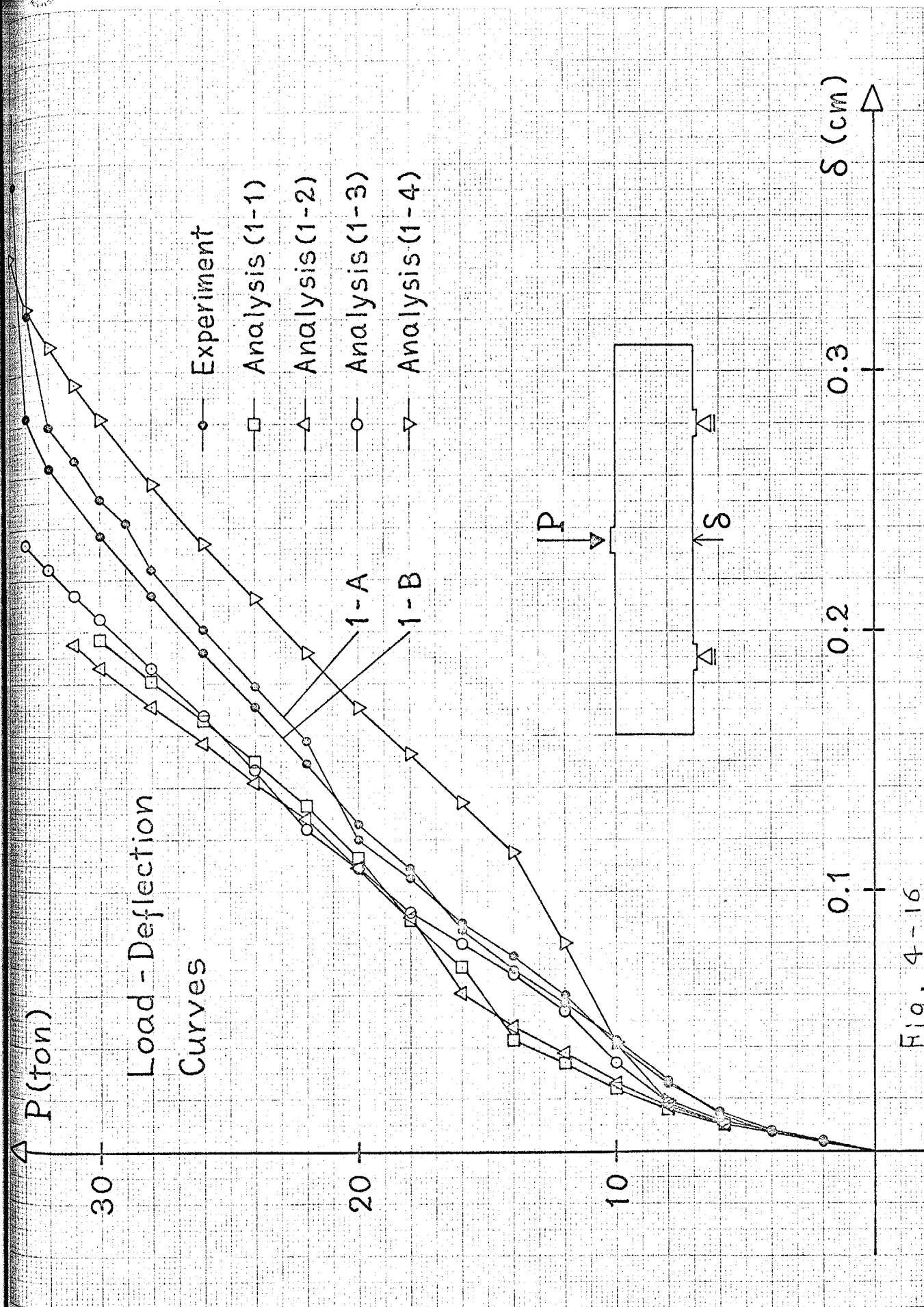


Fig. 4-16

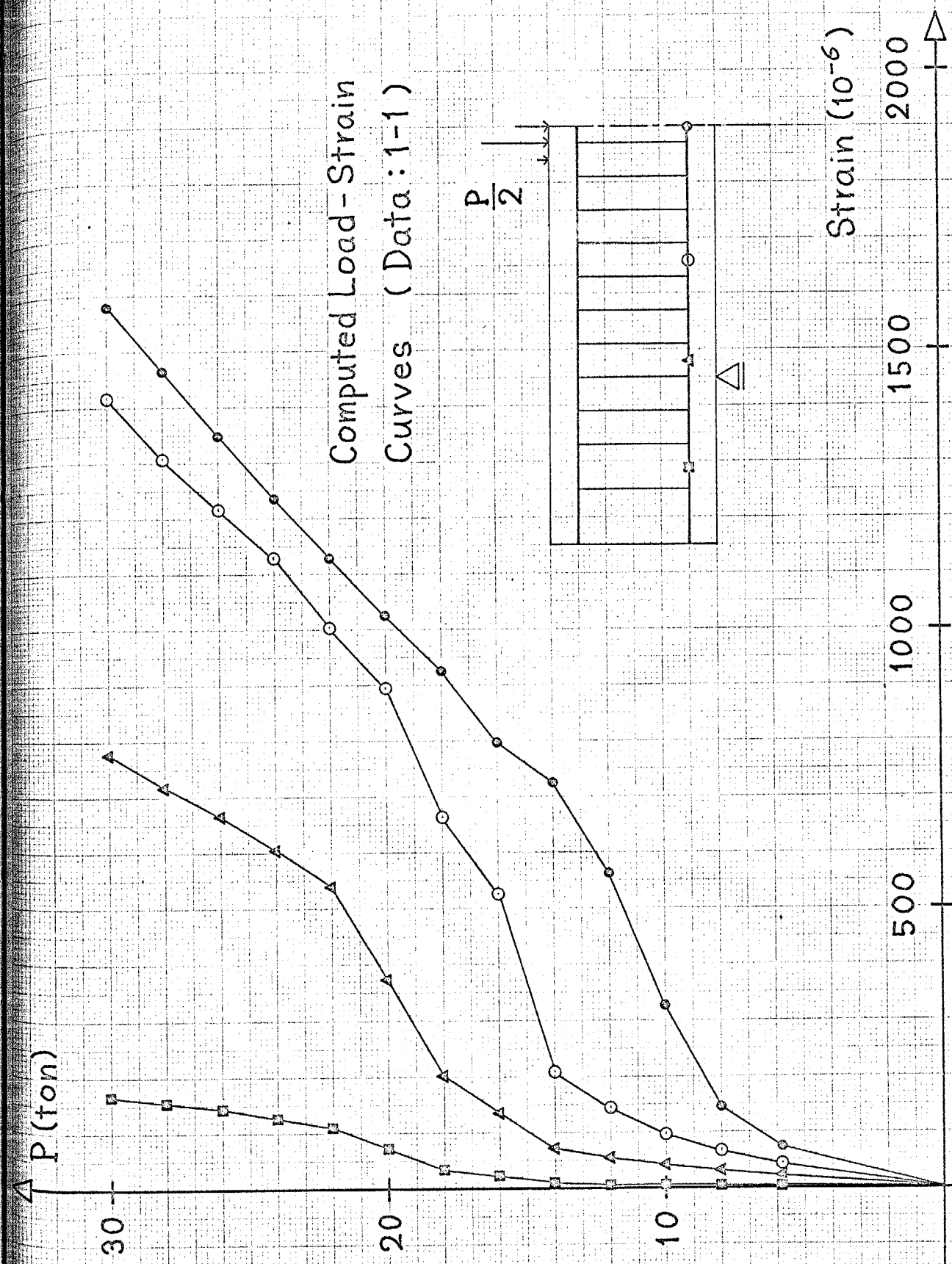


Fig. 4-17-1

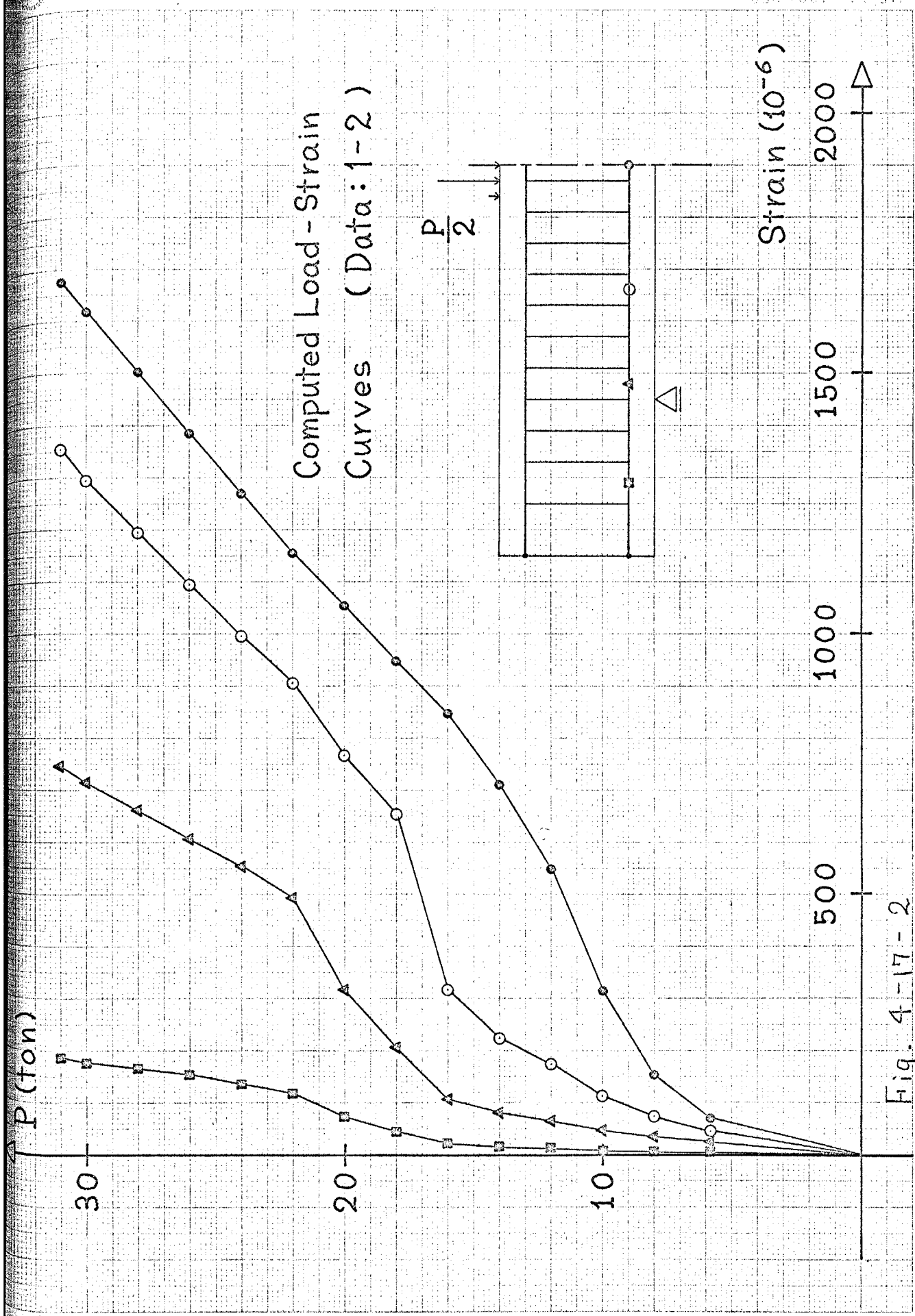


Fig. 4-17-2

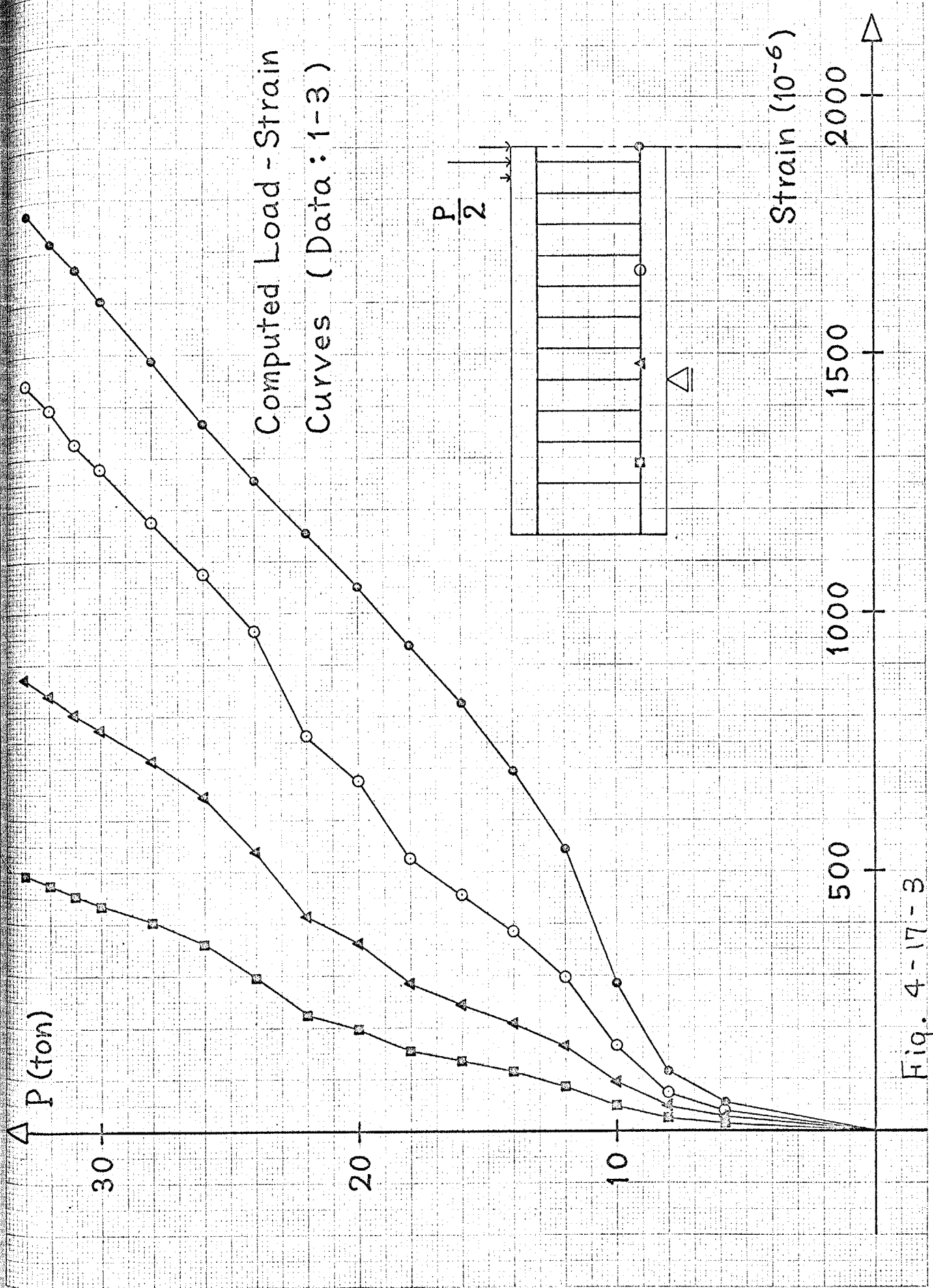
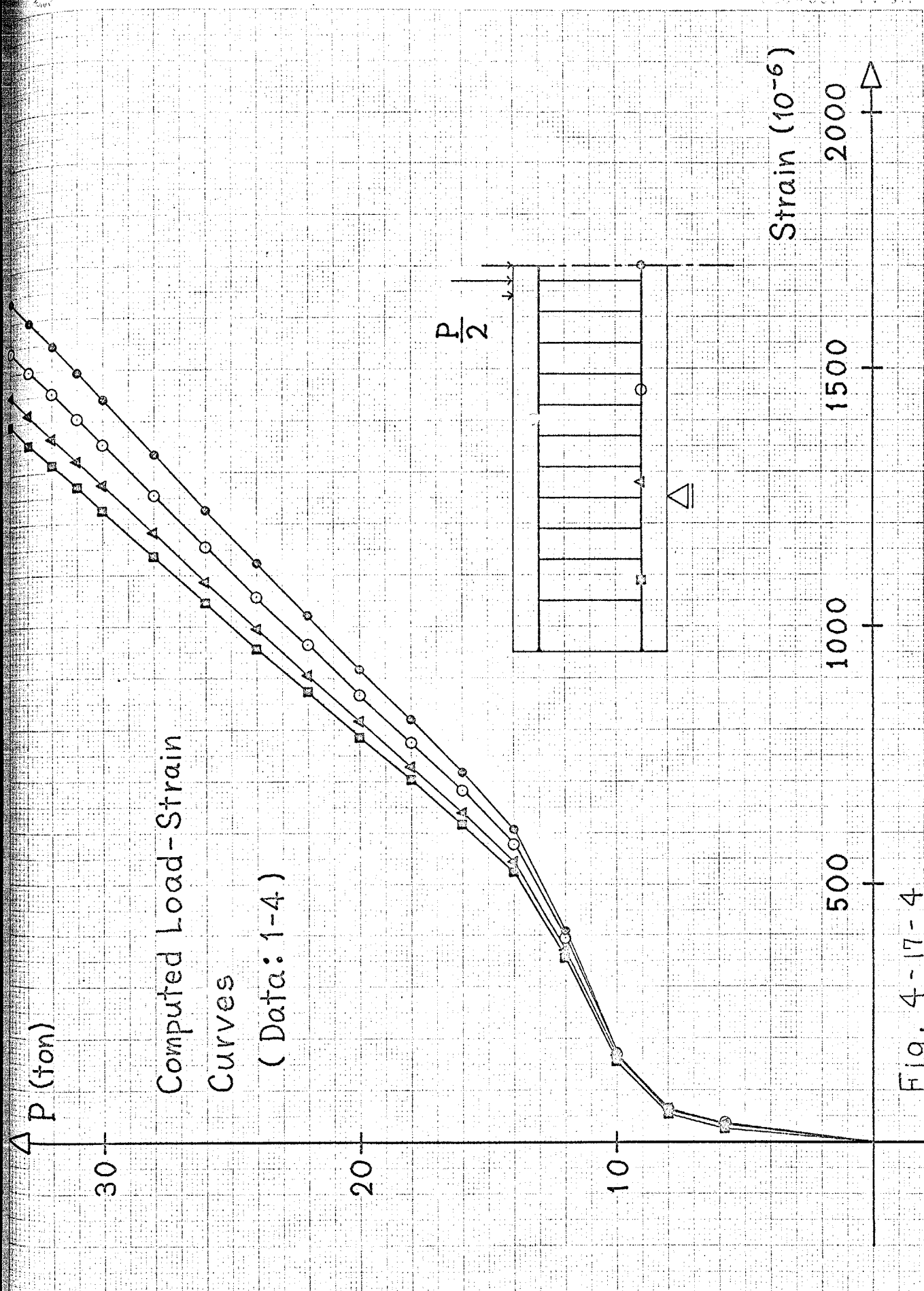


Fig. 4-17-3



Computed Load-Strain  
Curves  
(Data: 1-4)

Fig. 4-17-4

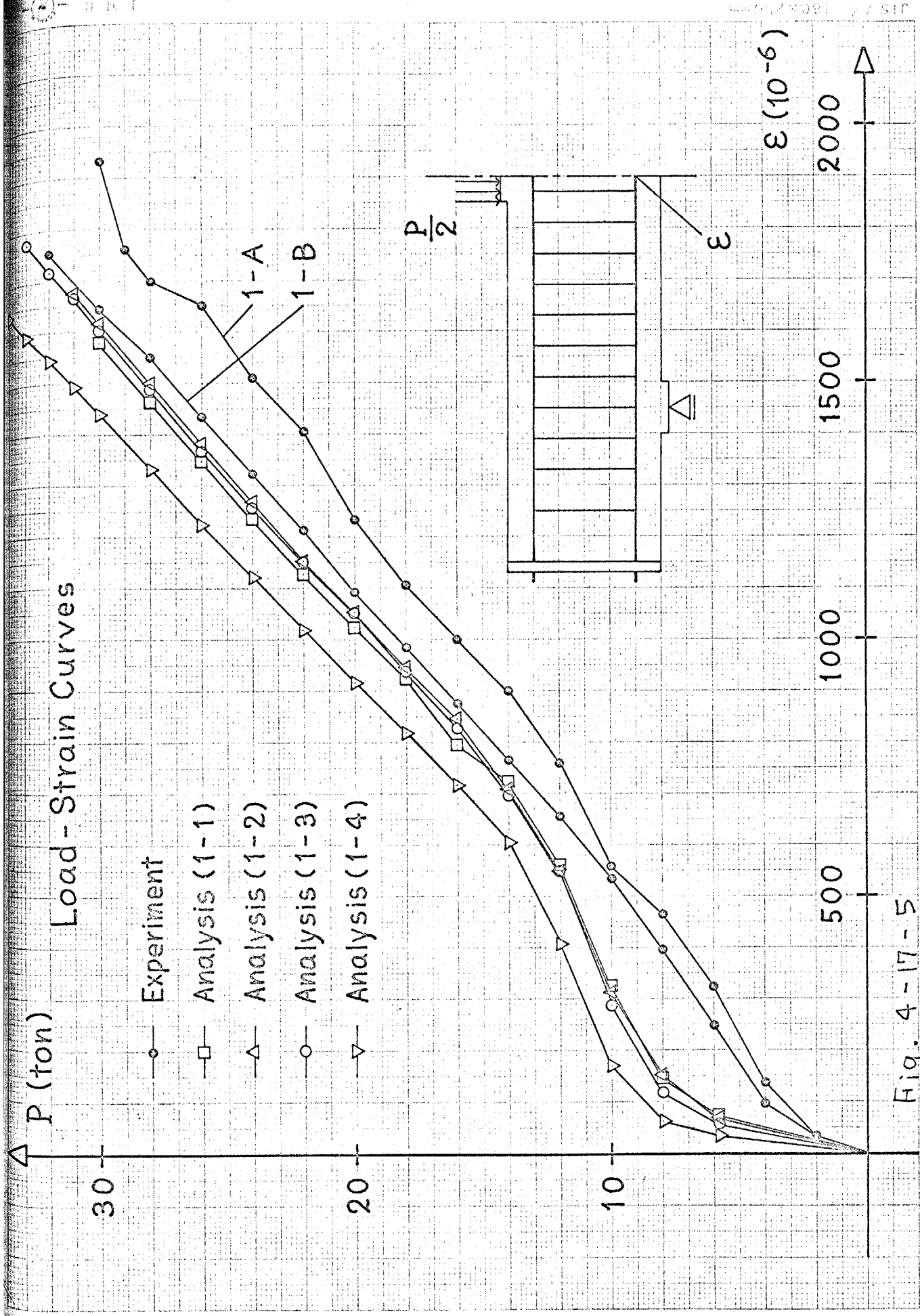


Fig. 4-17-5

Computed Load-Strain  
Curves  
(Data: 1-1)

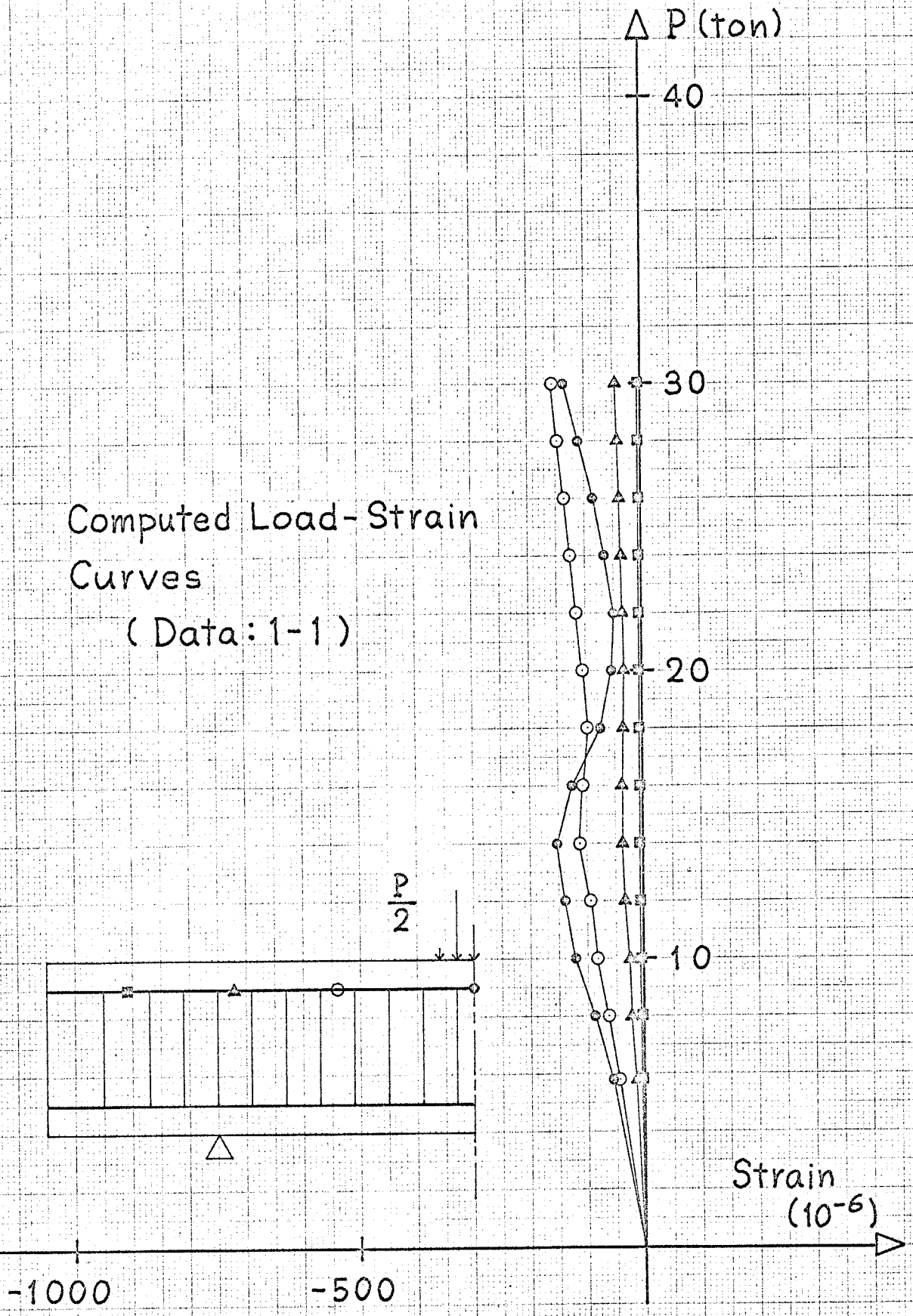


Fig. 4-18-1

Computed Load - Strain  
Curves  
(Data: 1-2)

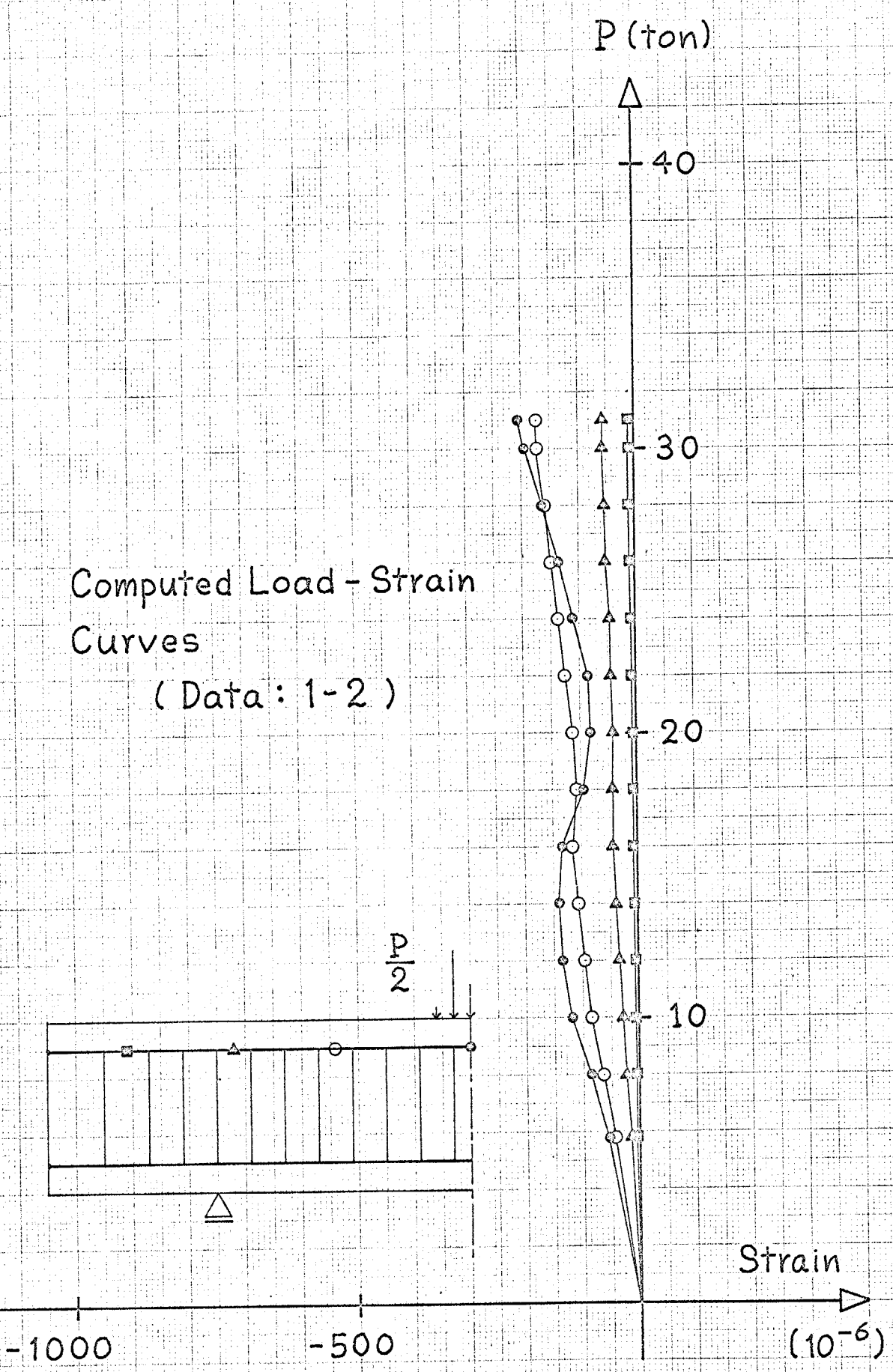
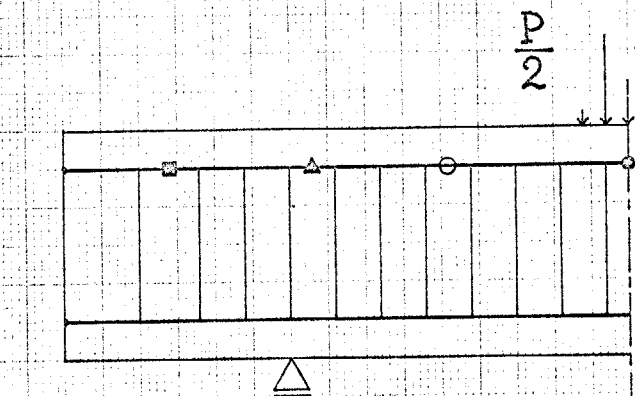


Fig. 4-18-2

Computed Load - Strain Curves (Data: 1-3)

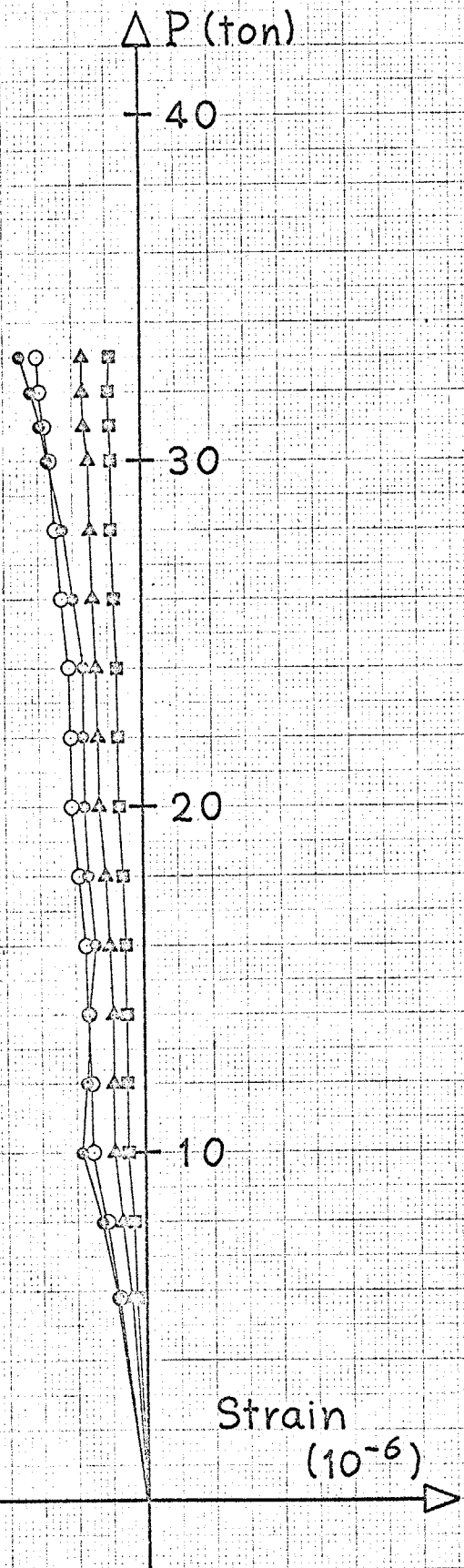
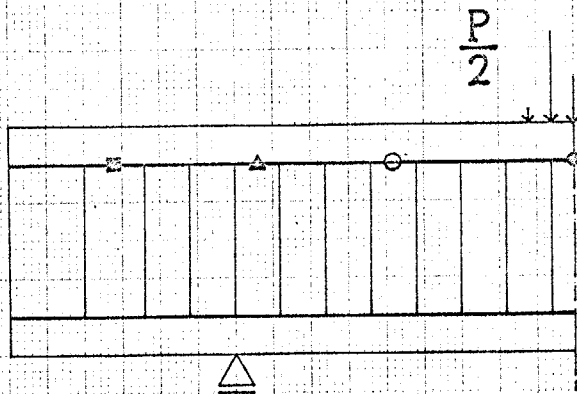


Fig. 4-18-3

Computed Load-Strain  
Curves  
(Data: 1-4)

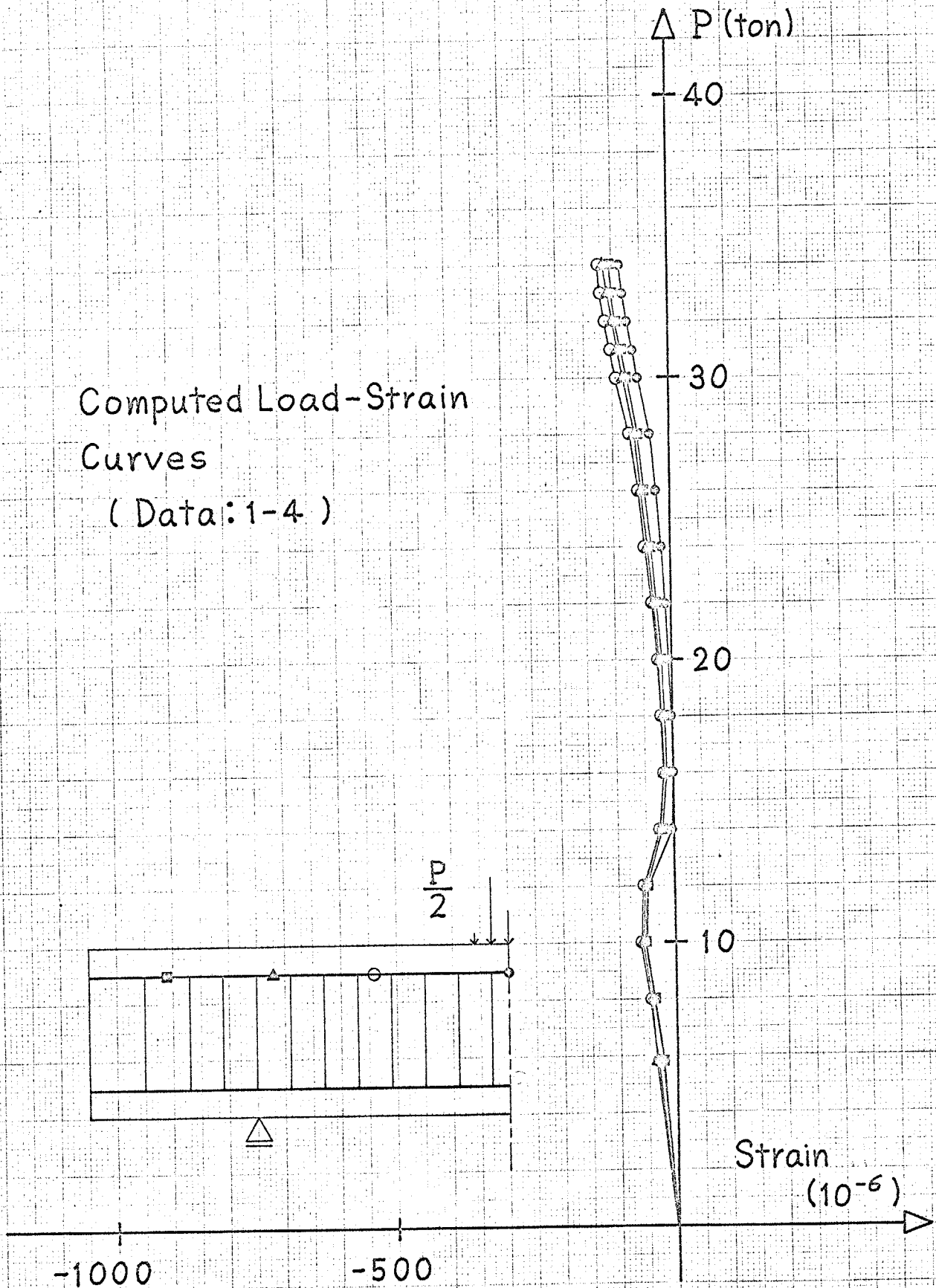


Fig. 4-18-4

# Load-Strain Curves

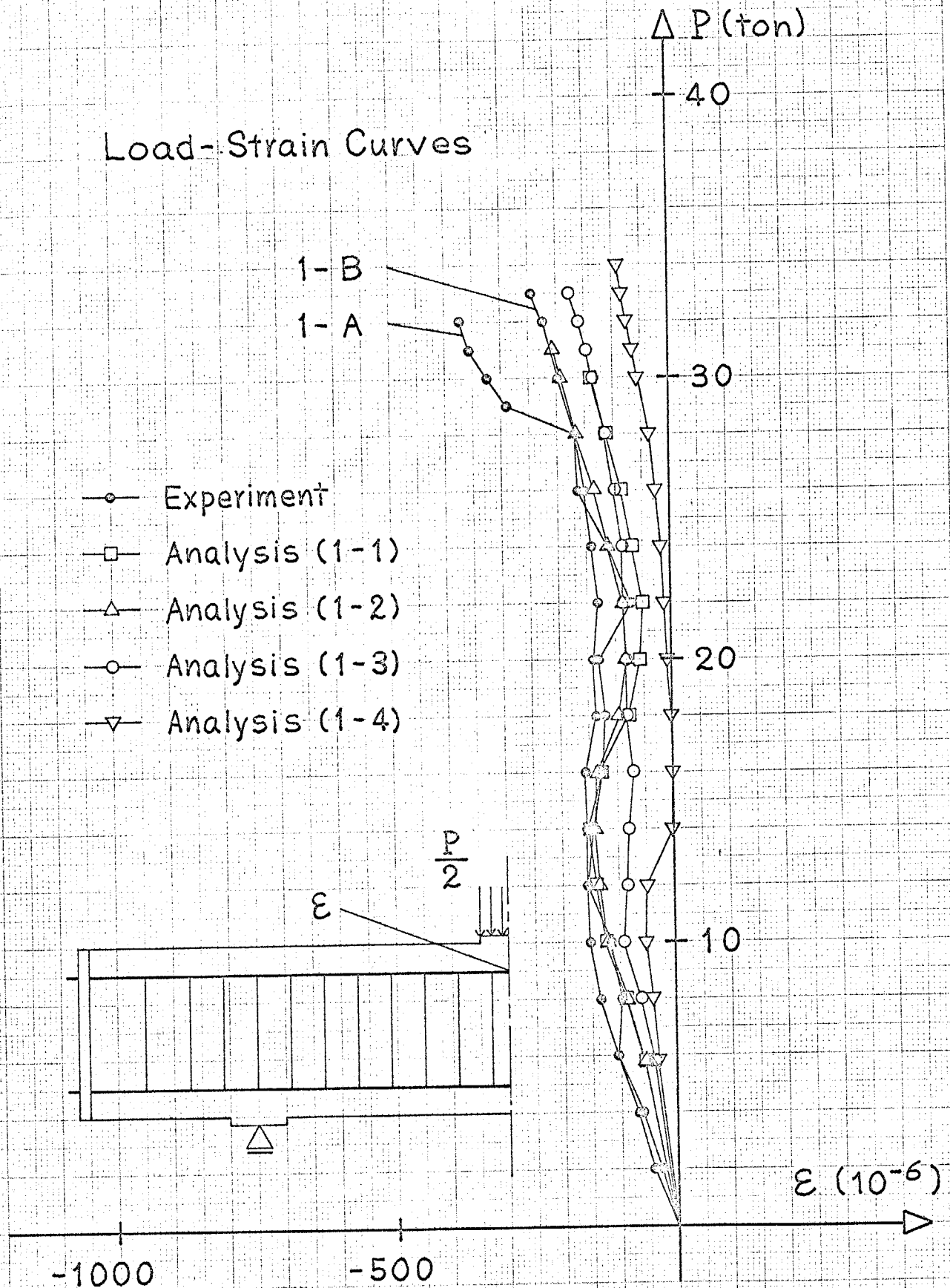


Fig. 4-18-5

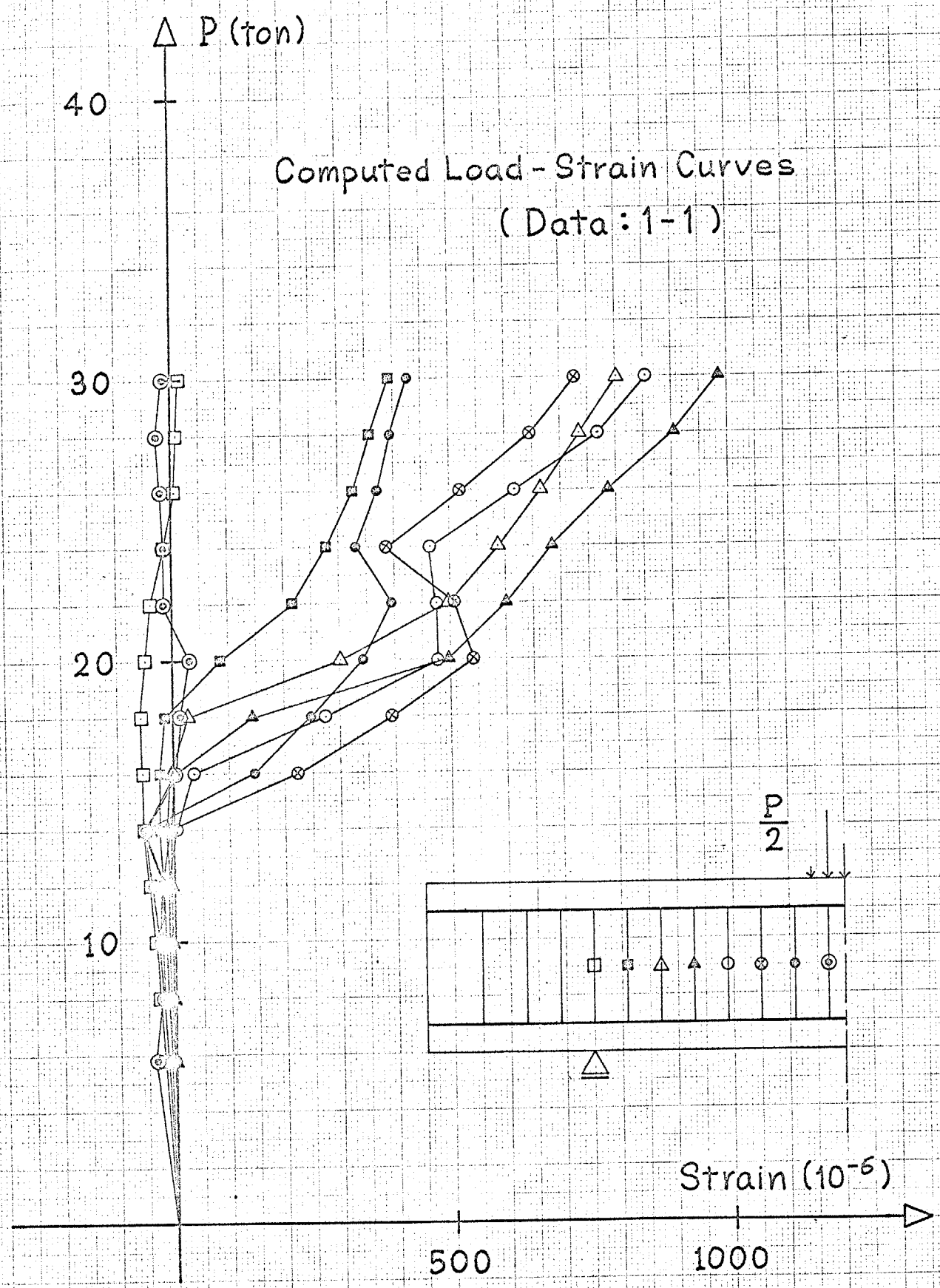


Fig. 4-19-1

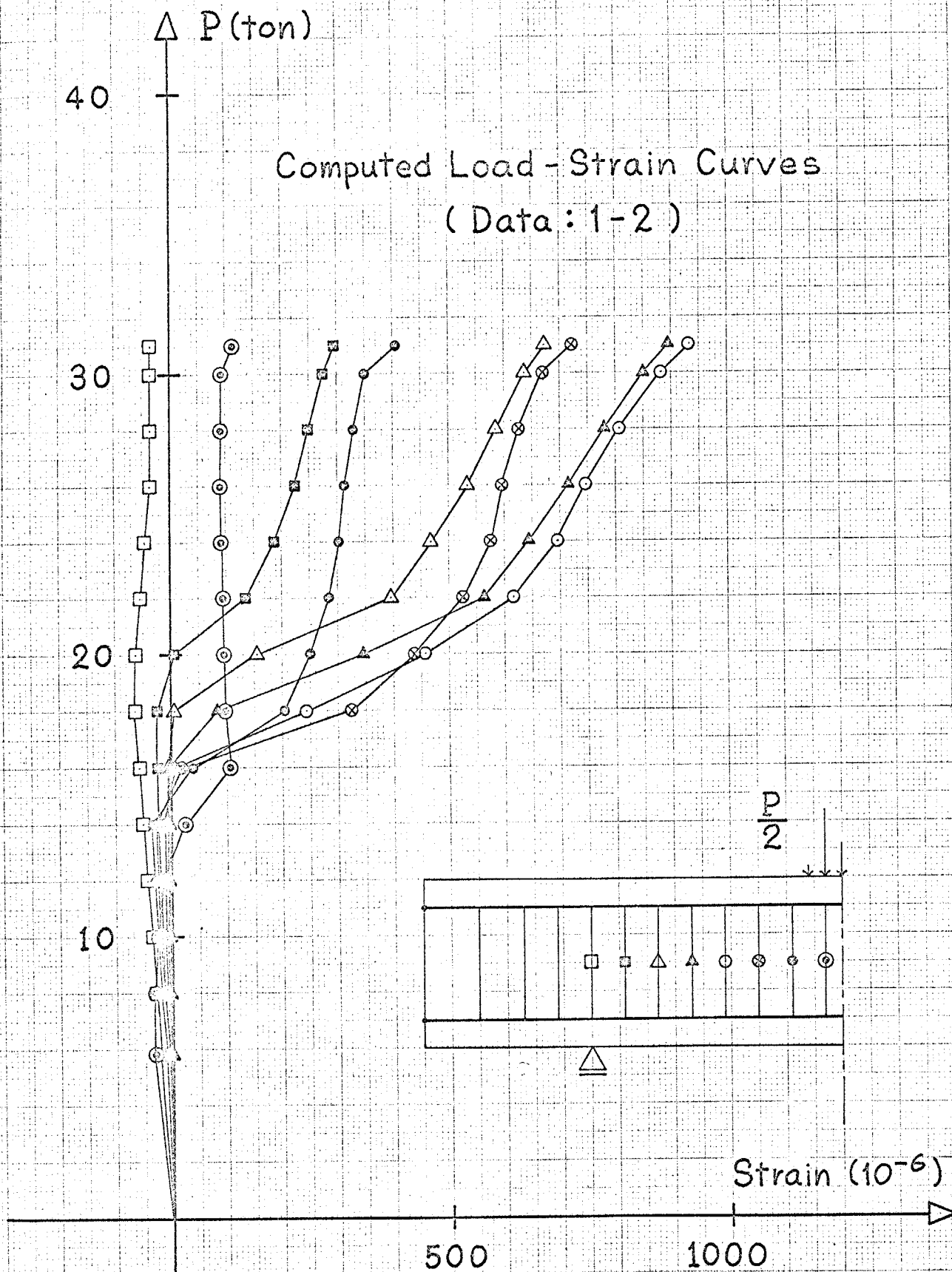


Fig. 4-19-2

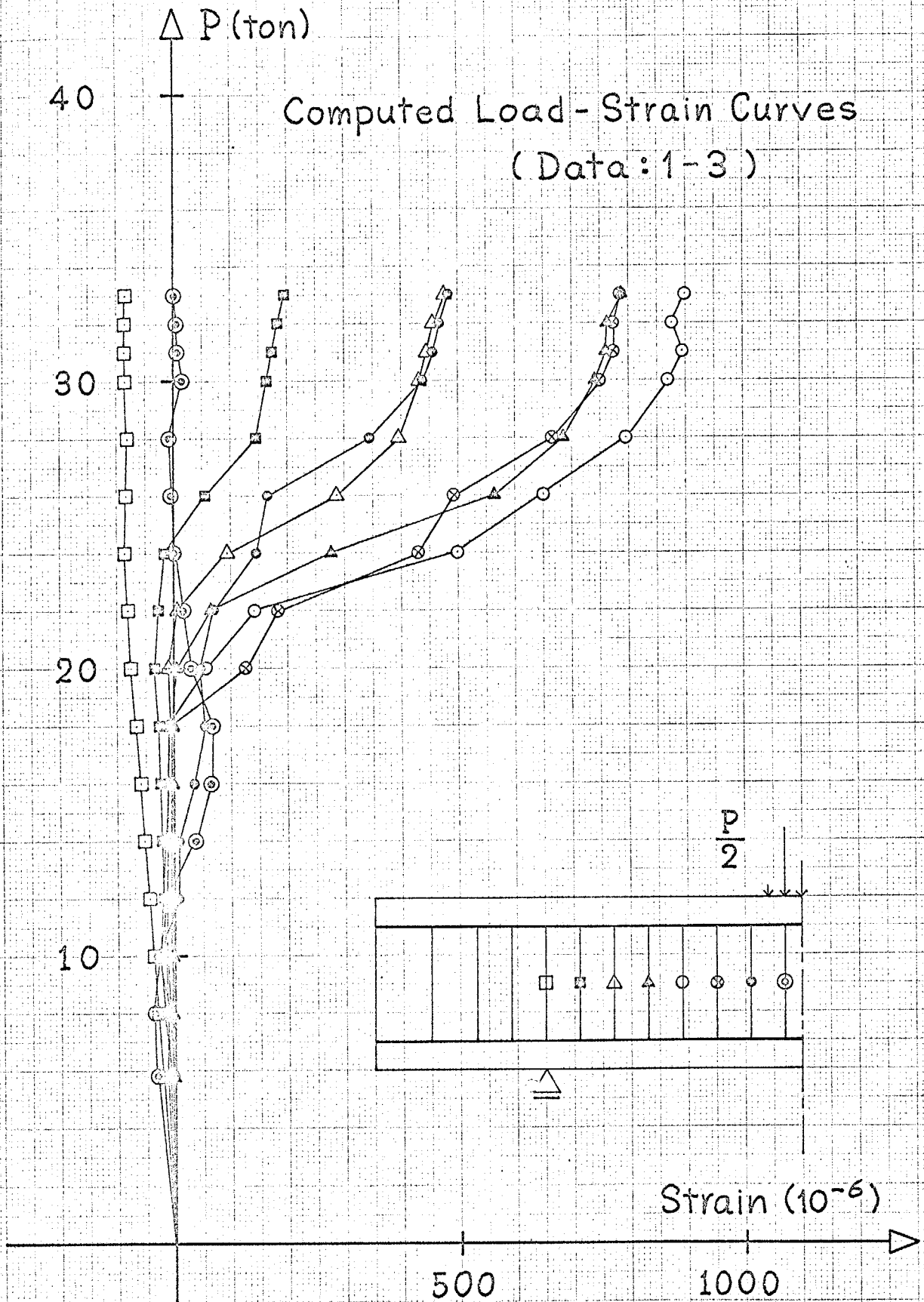


Fig. 4-19-3

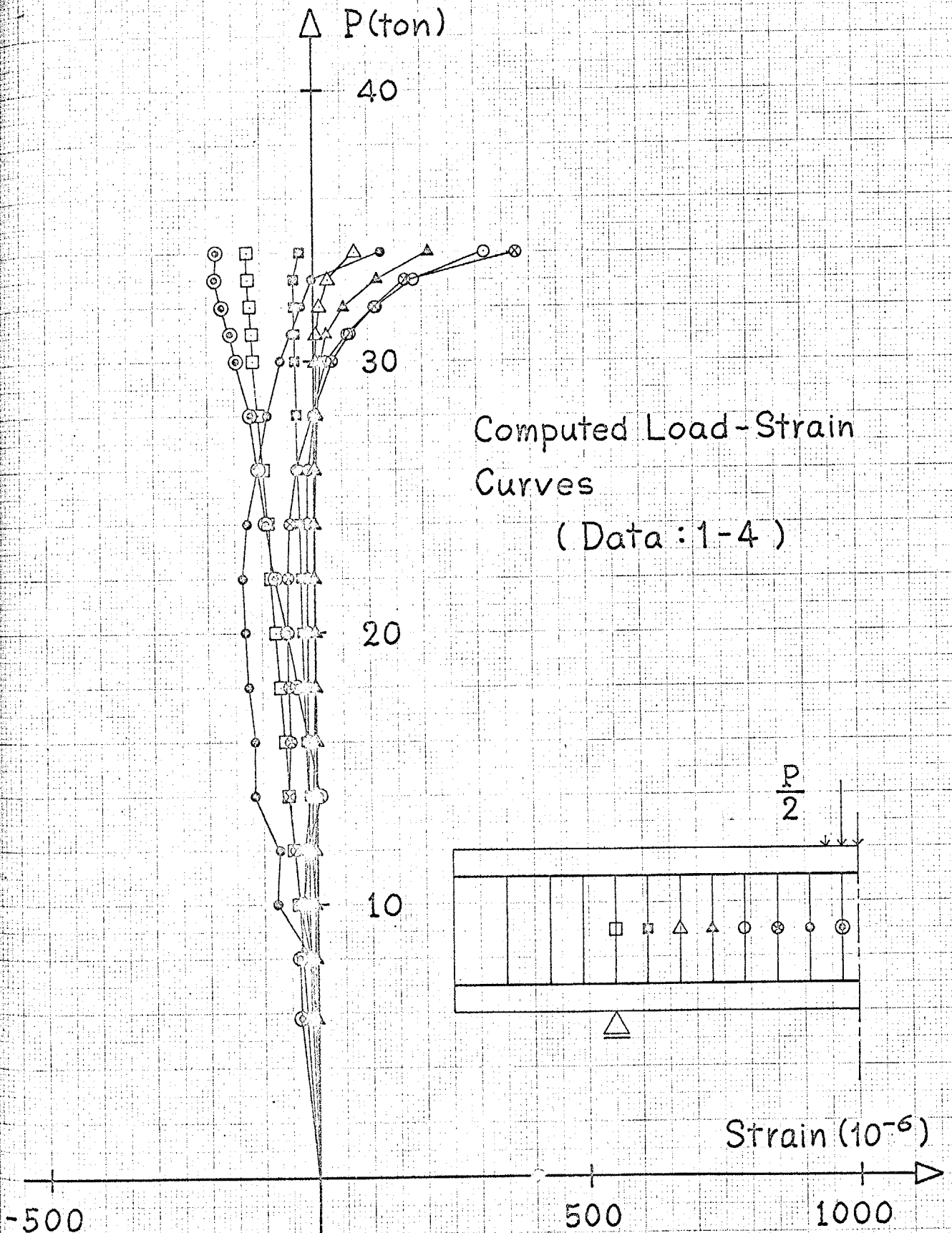


Fig. 4-19-4

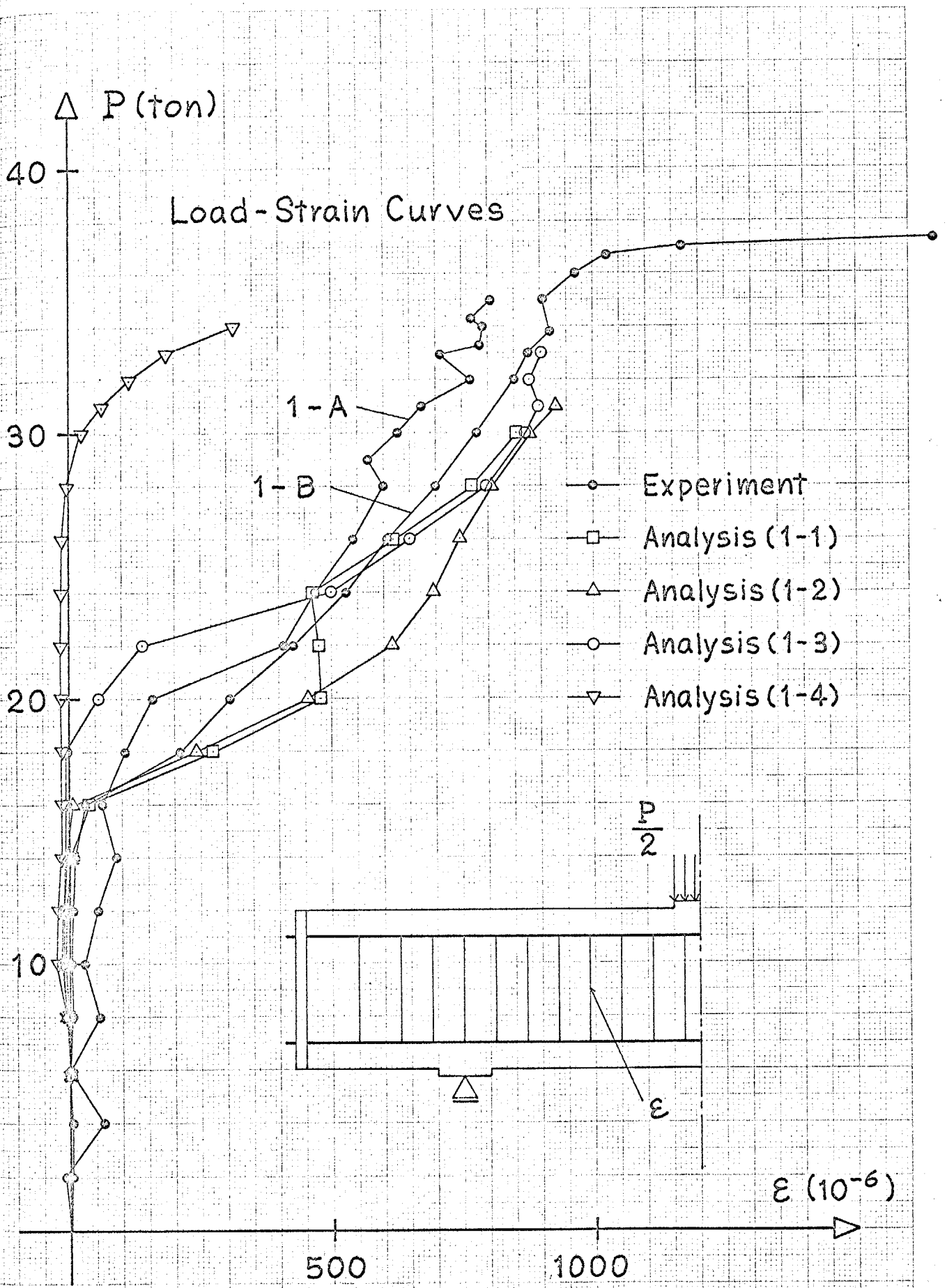
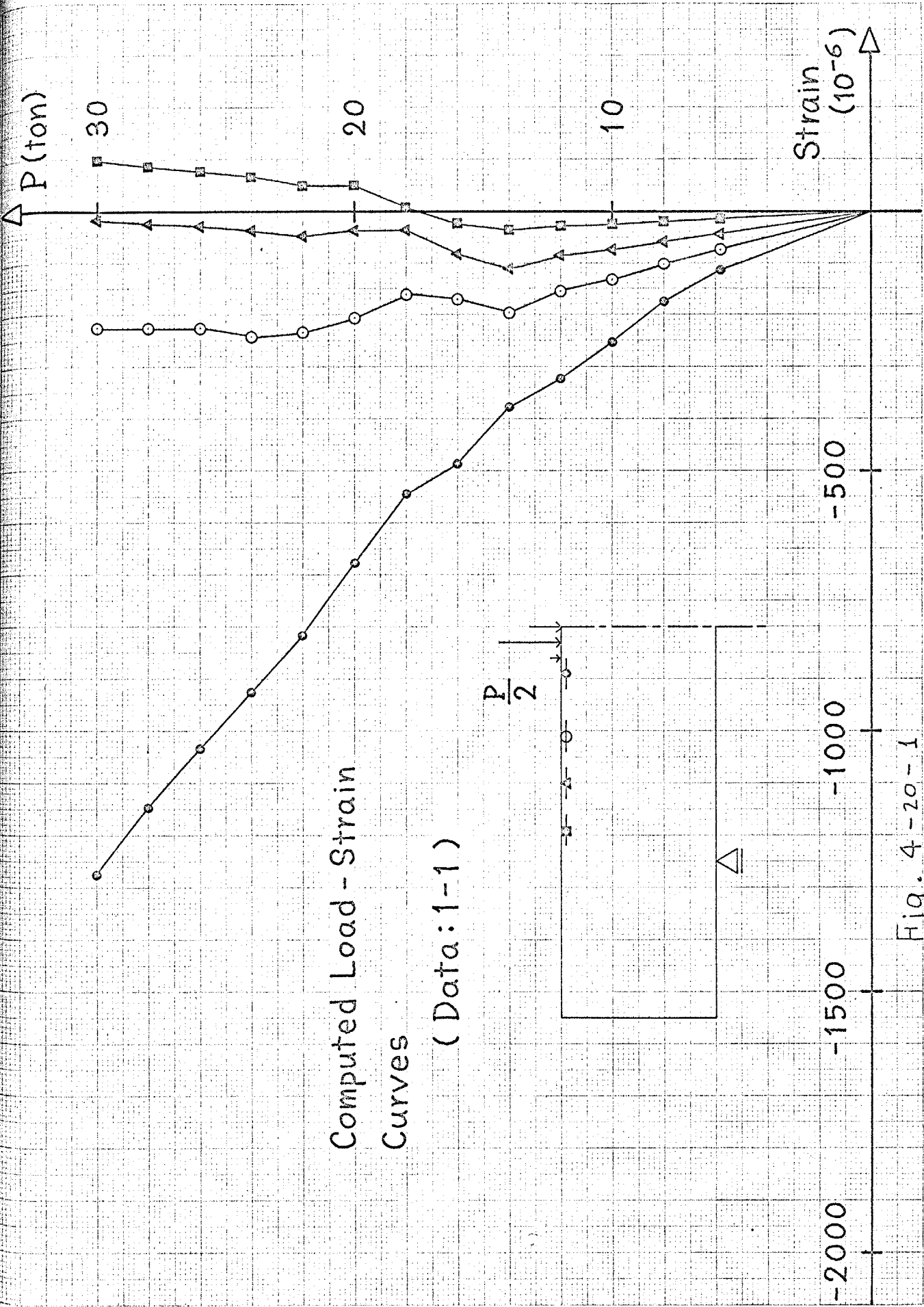
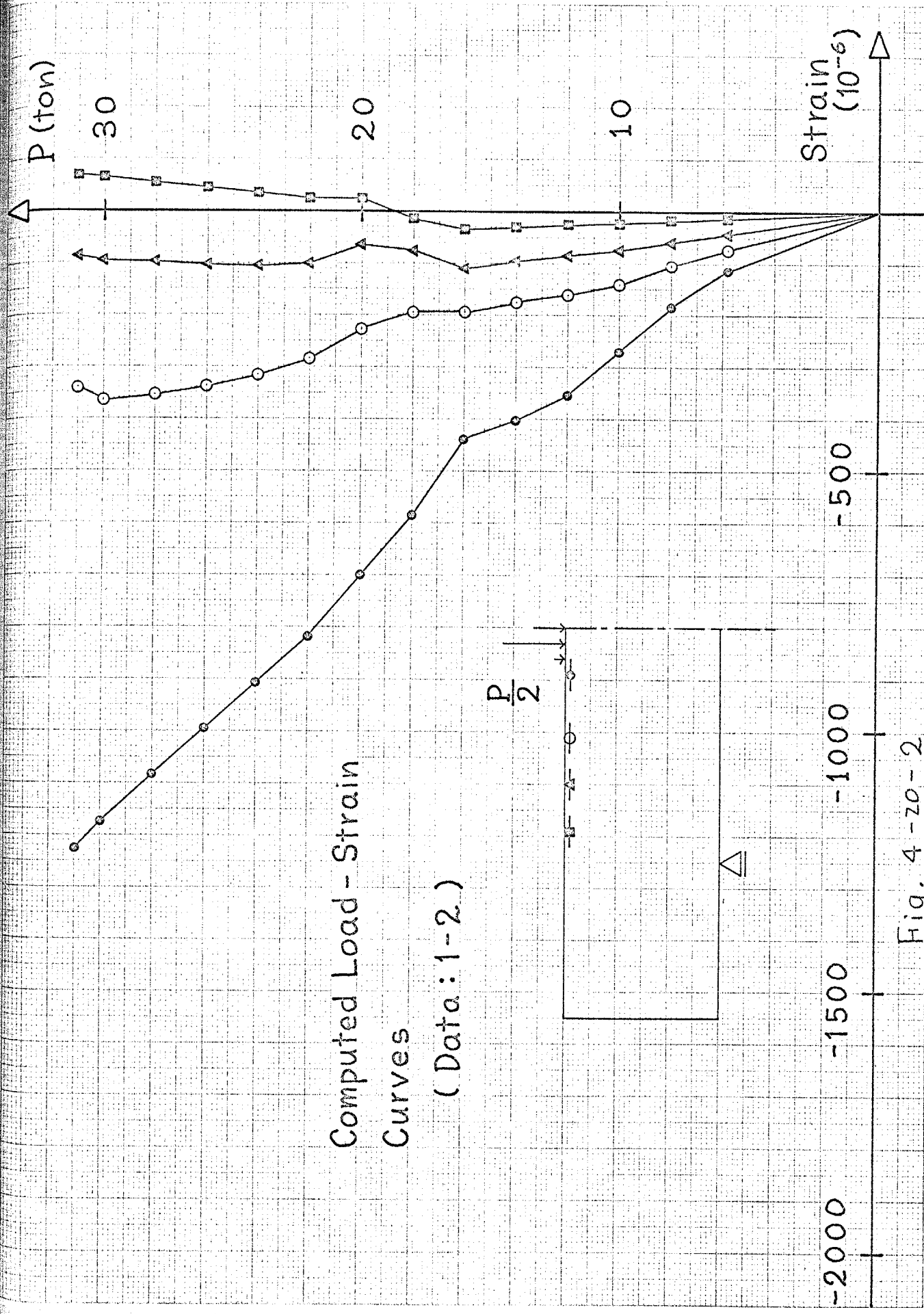


Fig. 4-19-5



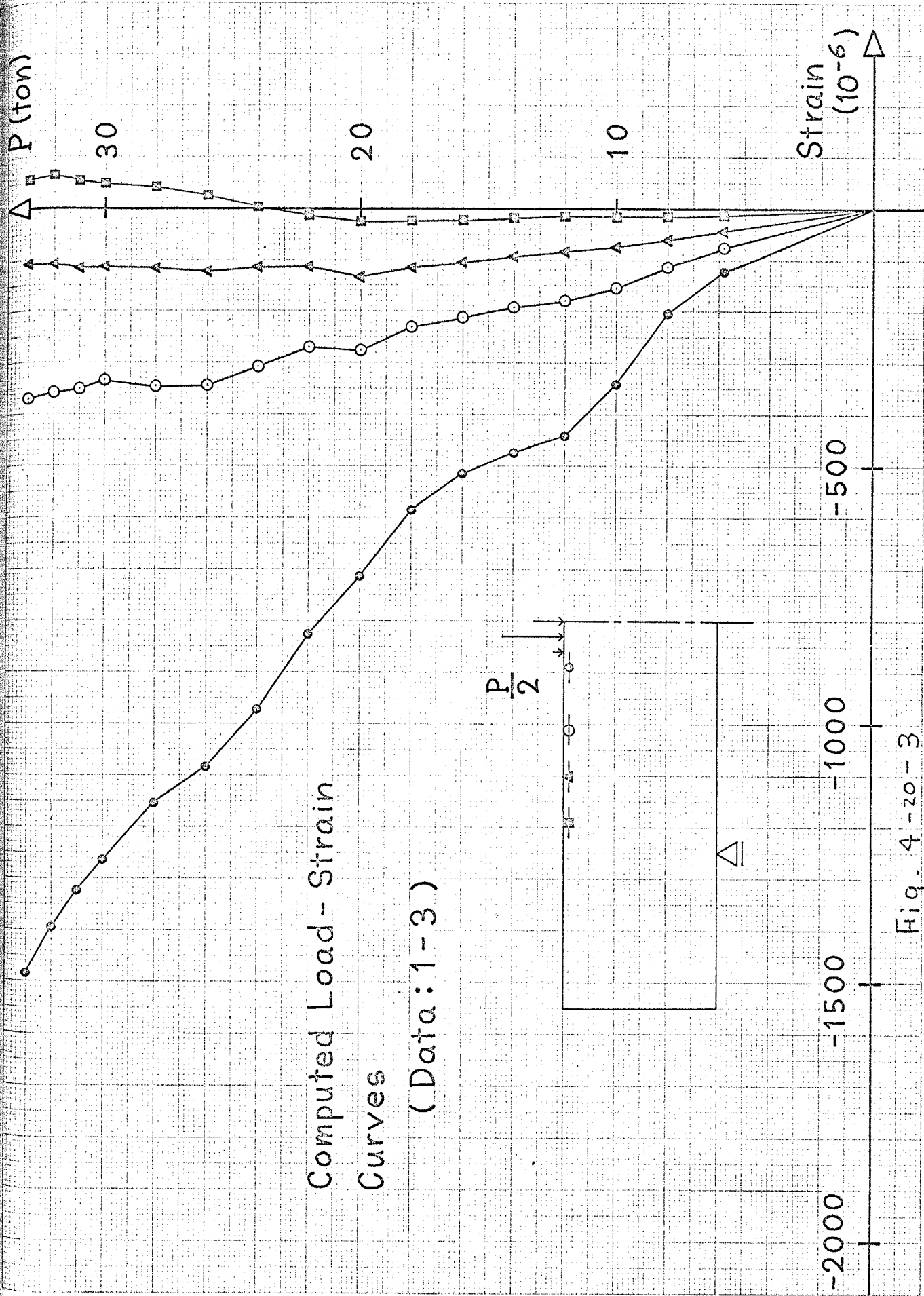
Computed Load - Strain  
Curves  
(Data: 1-1)

Fig. 4-20-1



Computed Load - Strain  
Curves  
(Data: 1-2.)

Fig. 4-20-2



Computed Load - Strain Curves  
(Data: 1-3)

Fig. 4-20-3

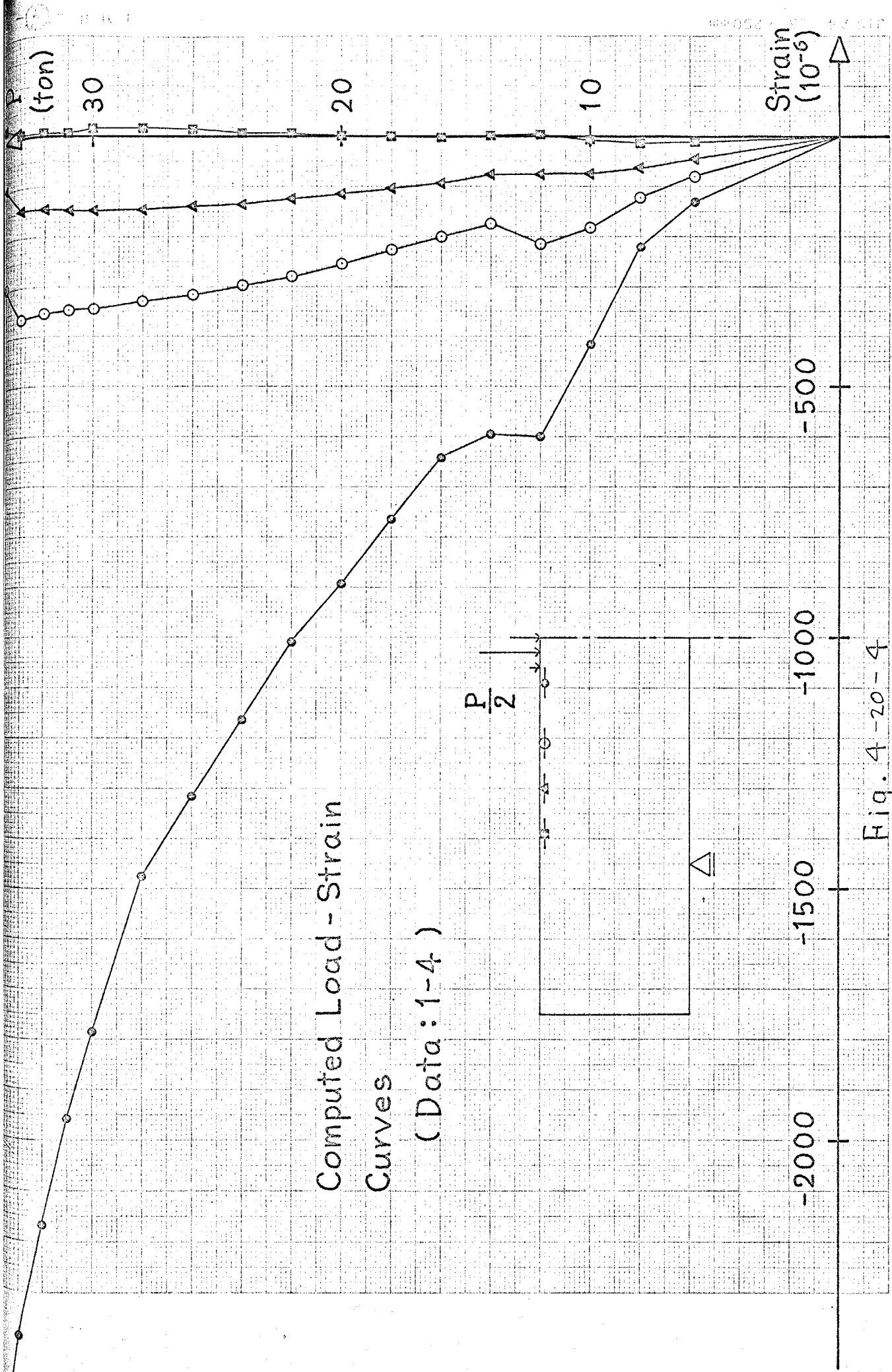


Fig. 4-20-4

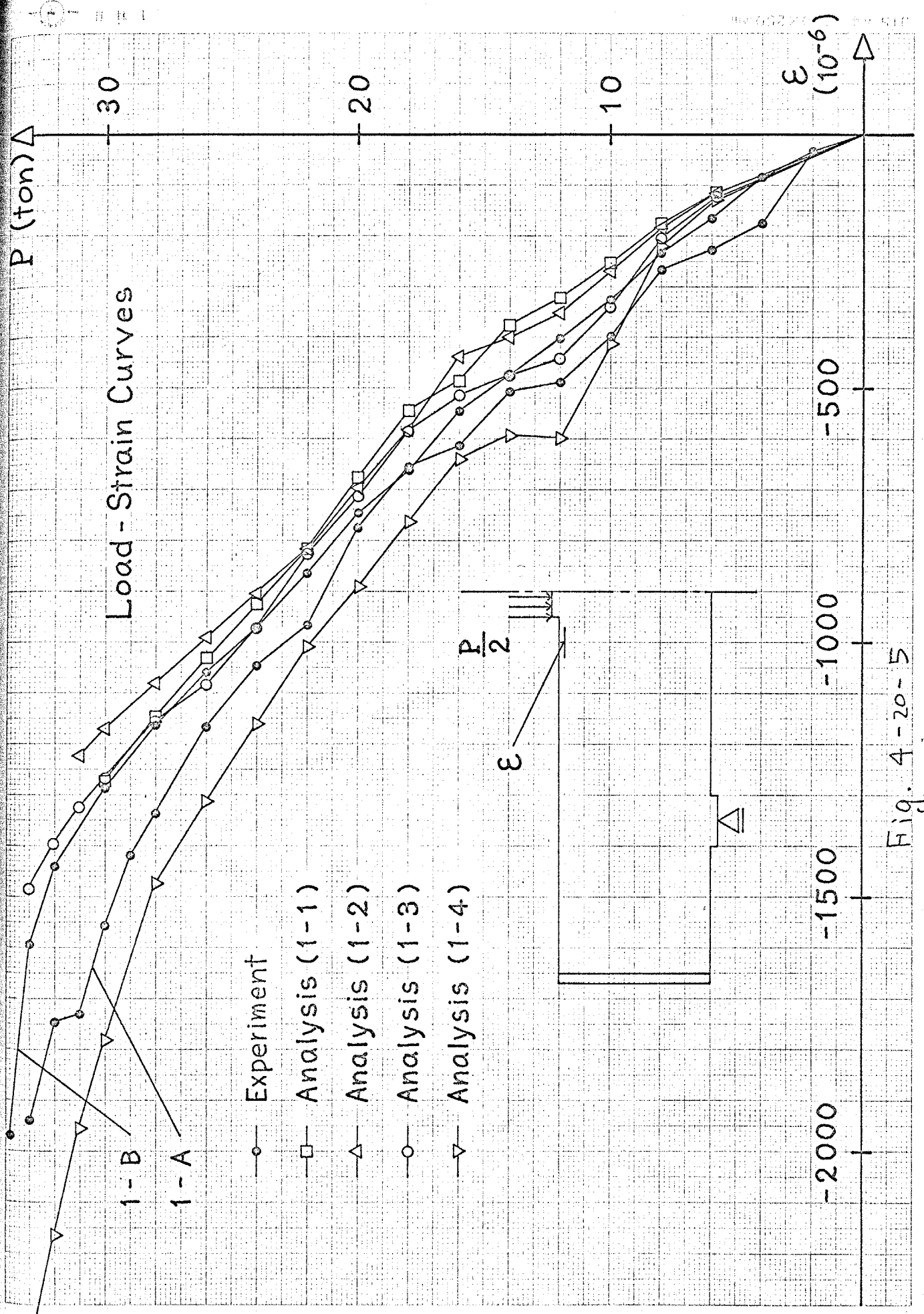


Fig. 4-20-5

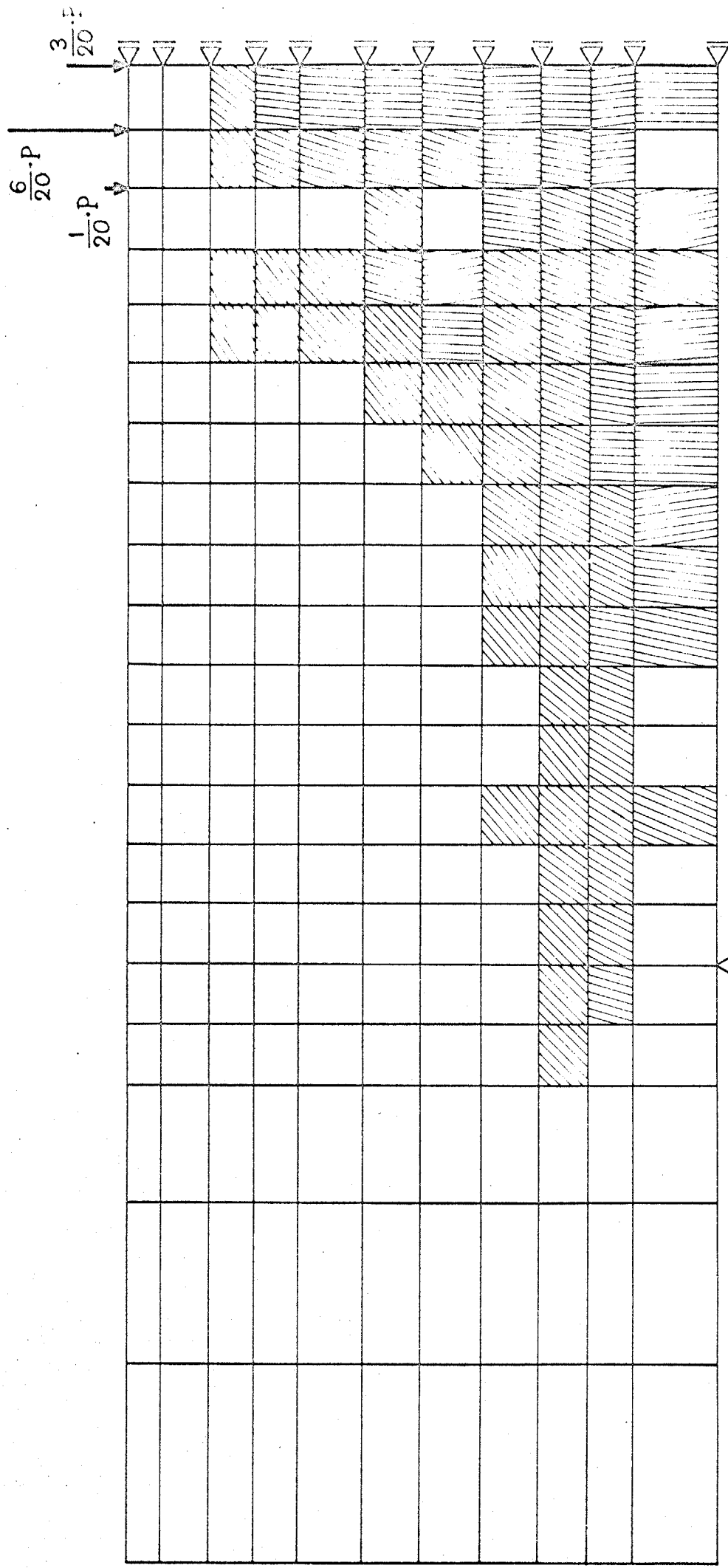
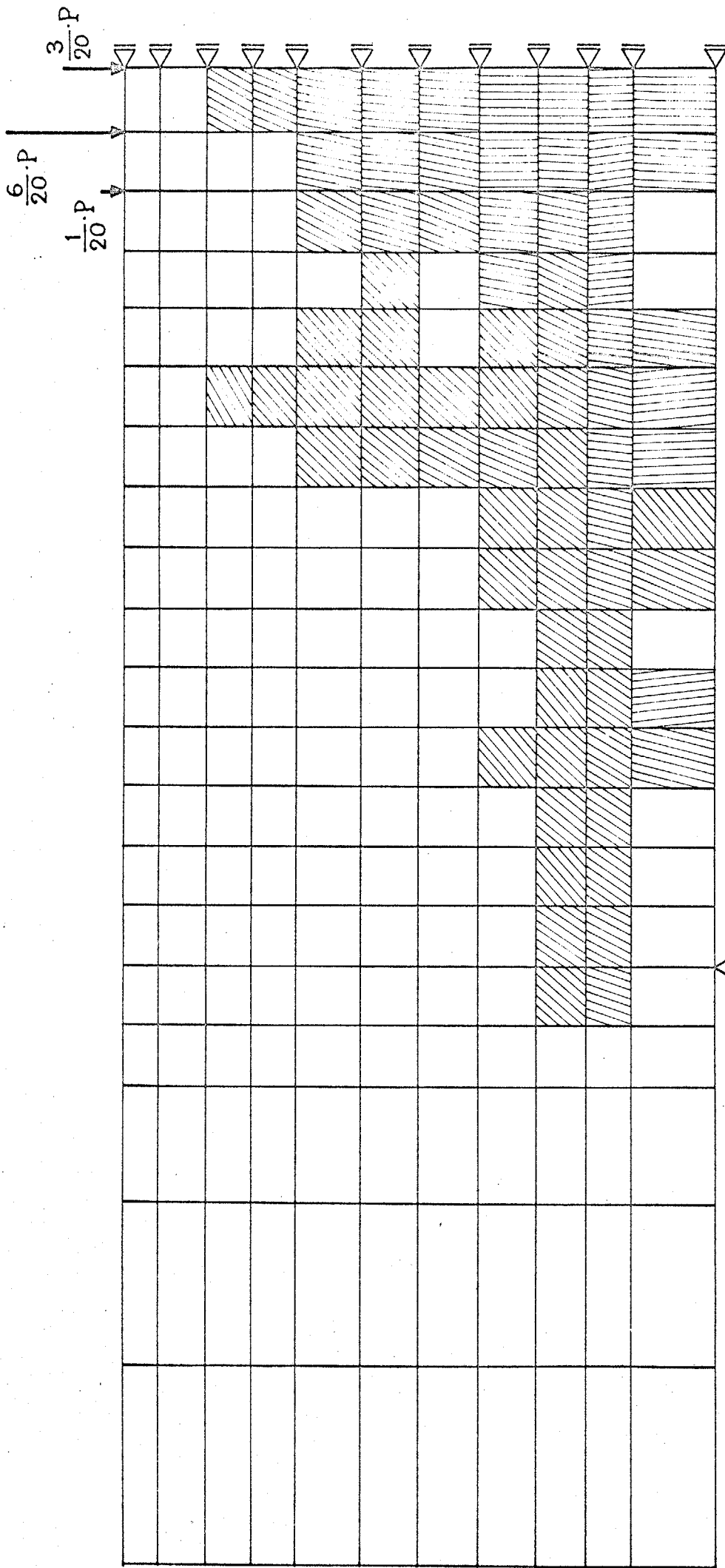


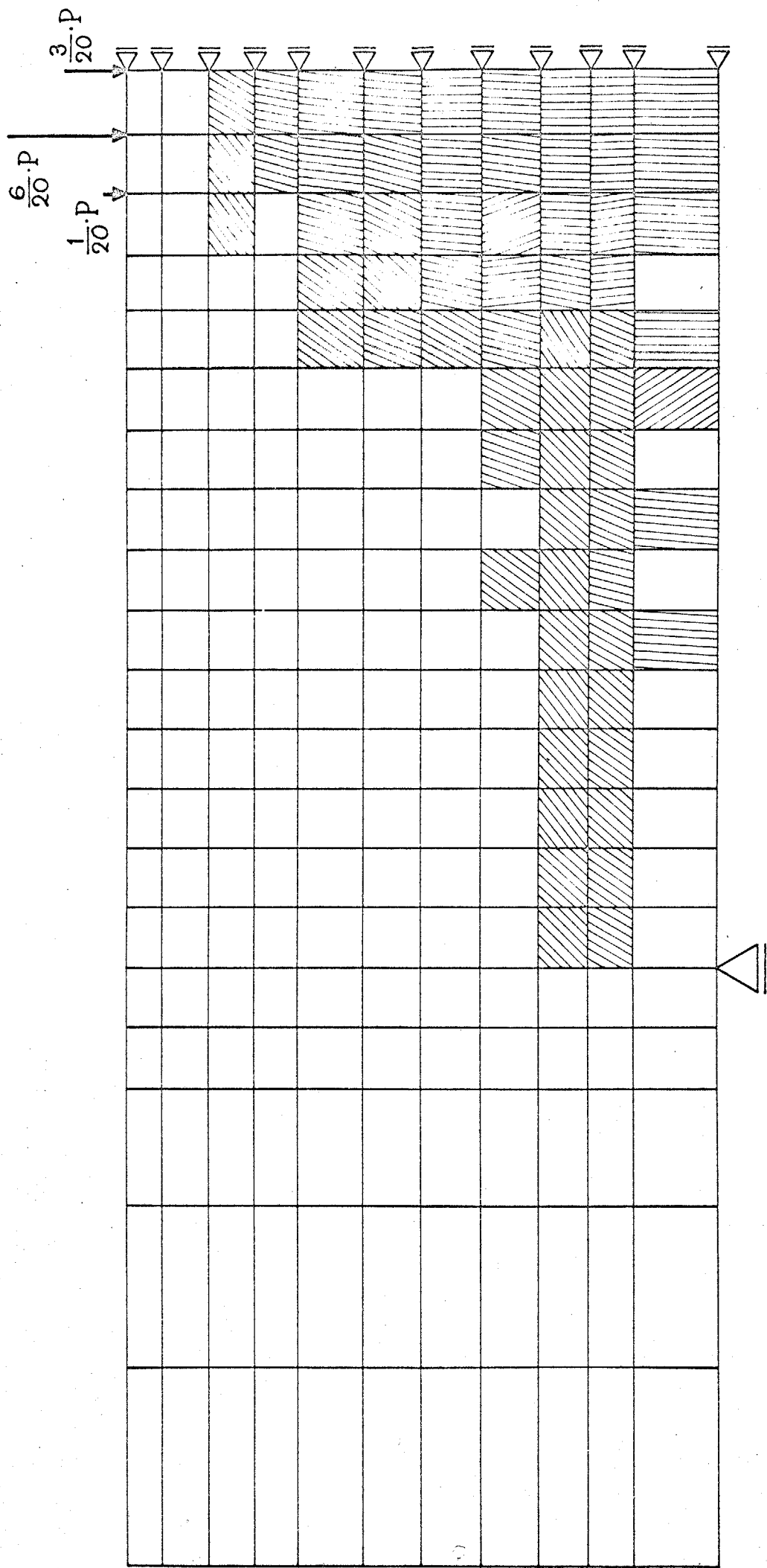
Fig. 4-21 -1

Analytic Cracking  
 (Data: 1-1 , P=30ton)



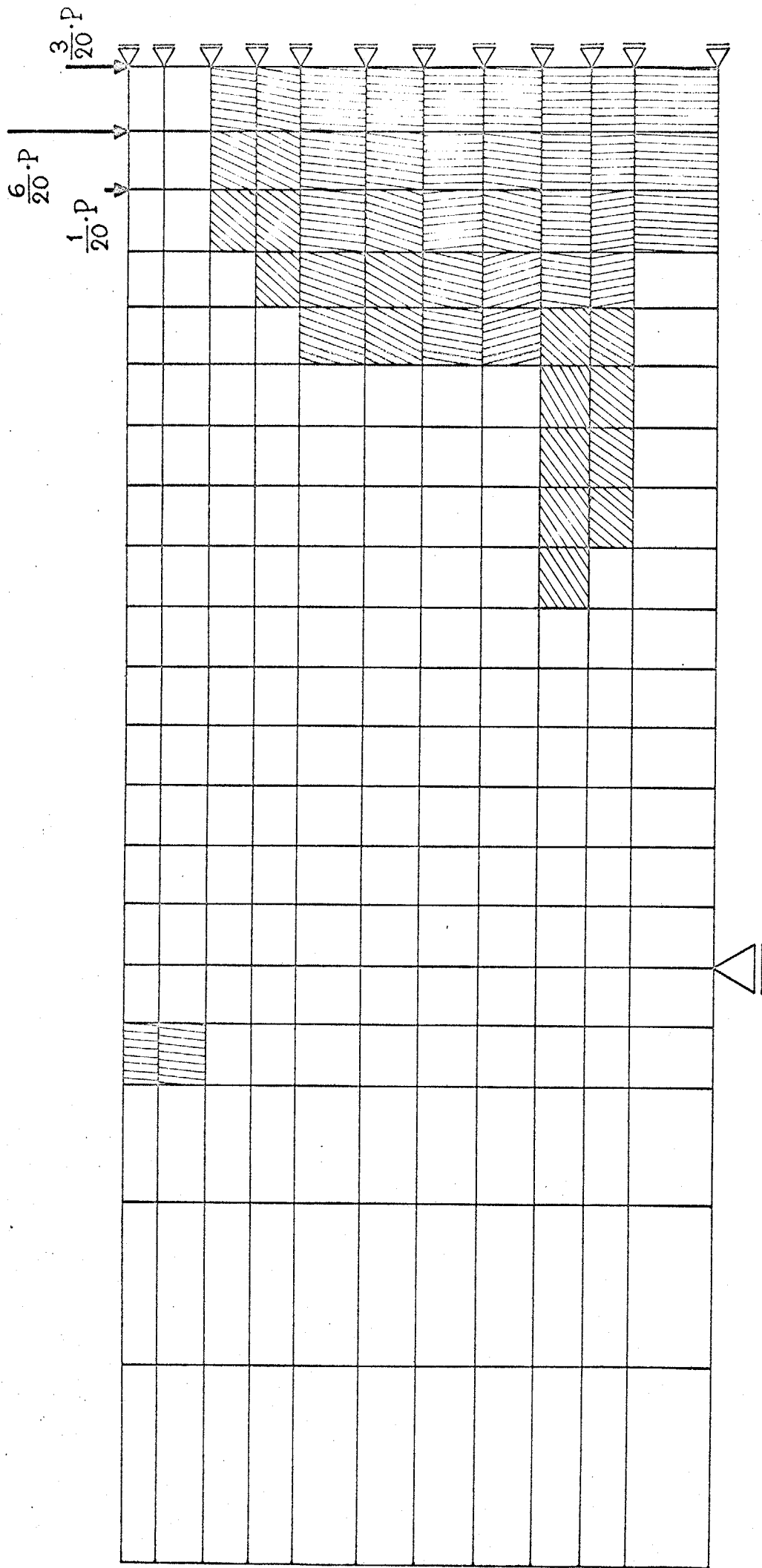
Analytic Cracking  
 (Data: 1-2, P=30ton)

Fig. 4-21-2



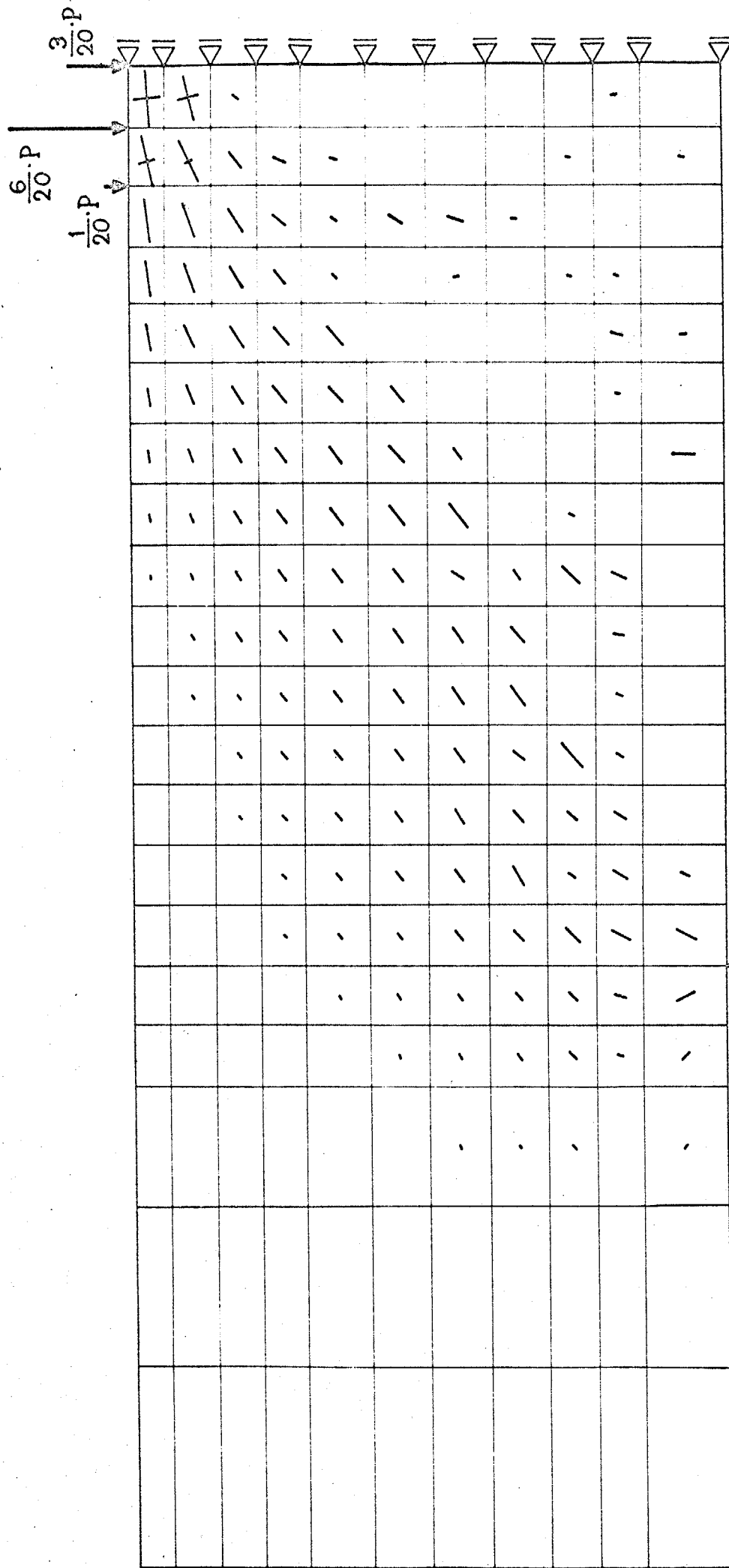
Analytic Cracking  
 ( Data: 1-3 , P = 30 ton )

Fig. 4-21-3



Analytic Cracking  
 ( Data : 1-4 , P = 30 ton )

Fig. 4-21-4

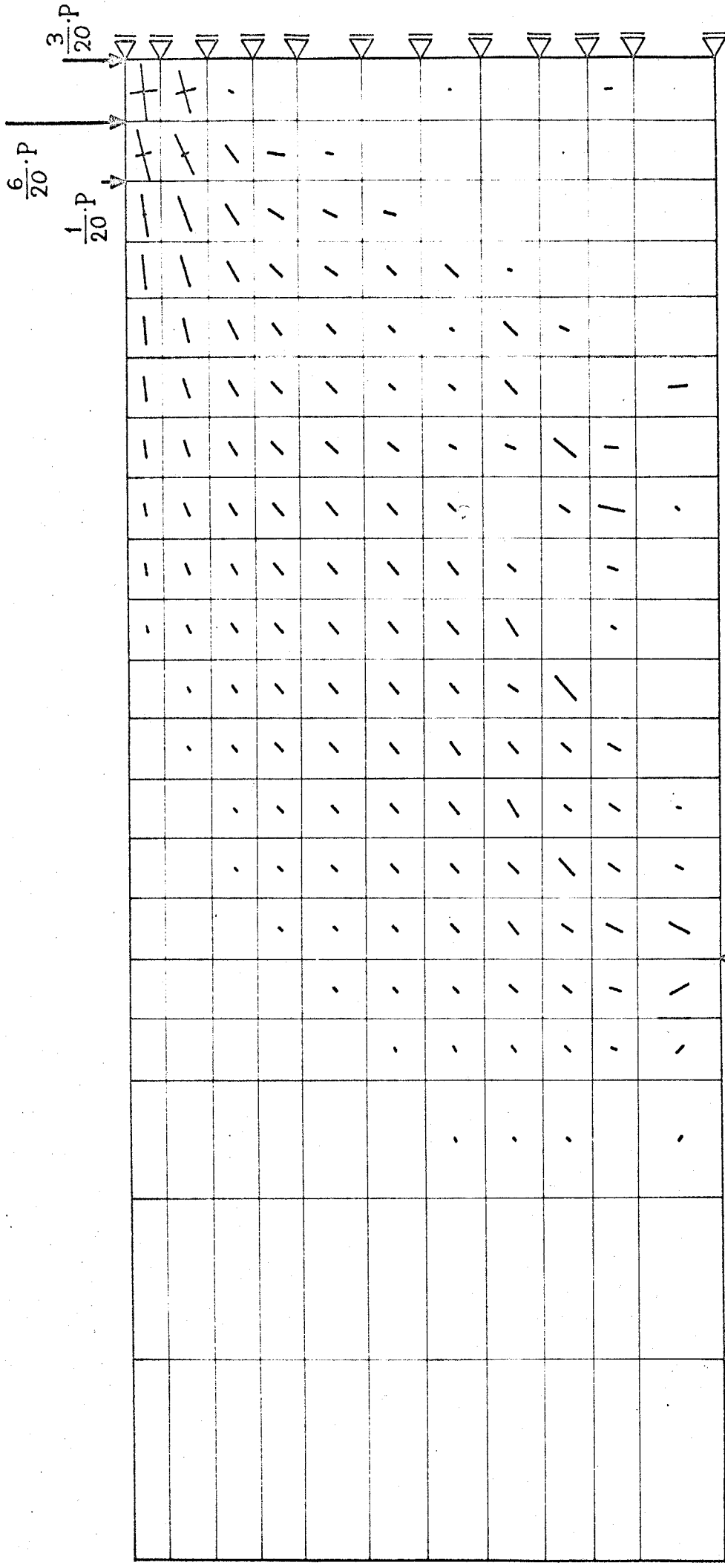


Principal Stresses in Compression

(Data: 1-1, P=30 ton)

$\tau_{100}$  Kg/cm<sup>2</sup> Compression

Fig. 4-22-1

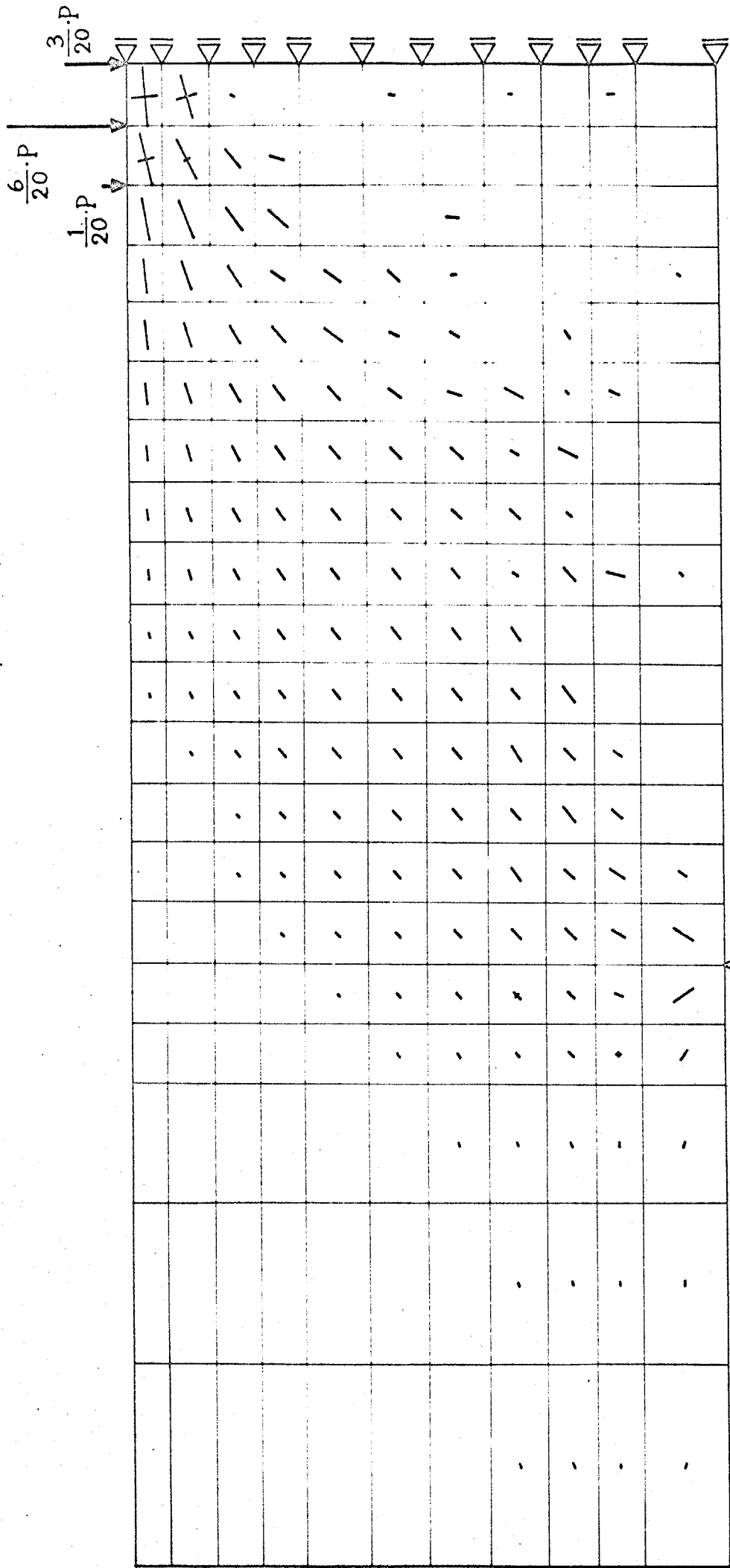


Principal Stresses in Compression

(Data: 1-2, P=30 ton)

100 Kg/cm<sup>2</sup> Compression

Fig. 4-22-2

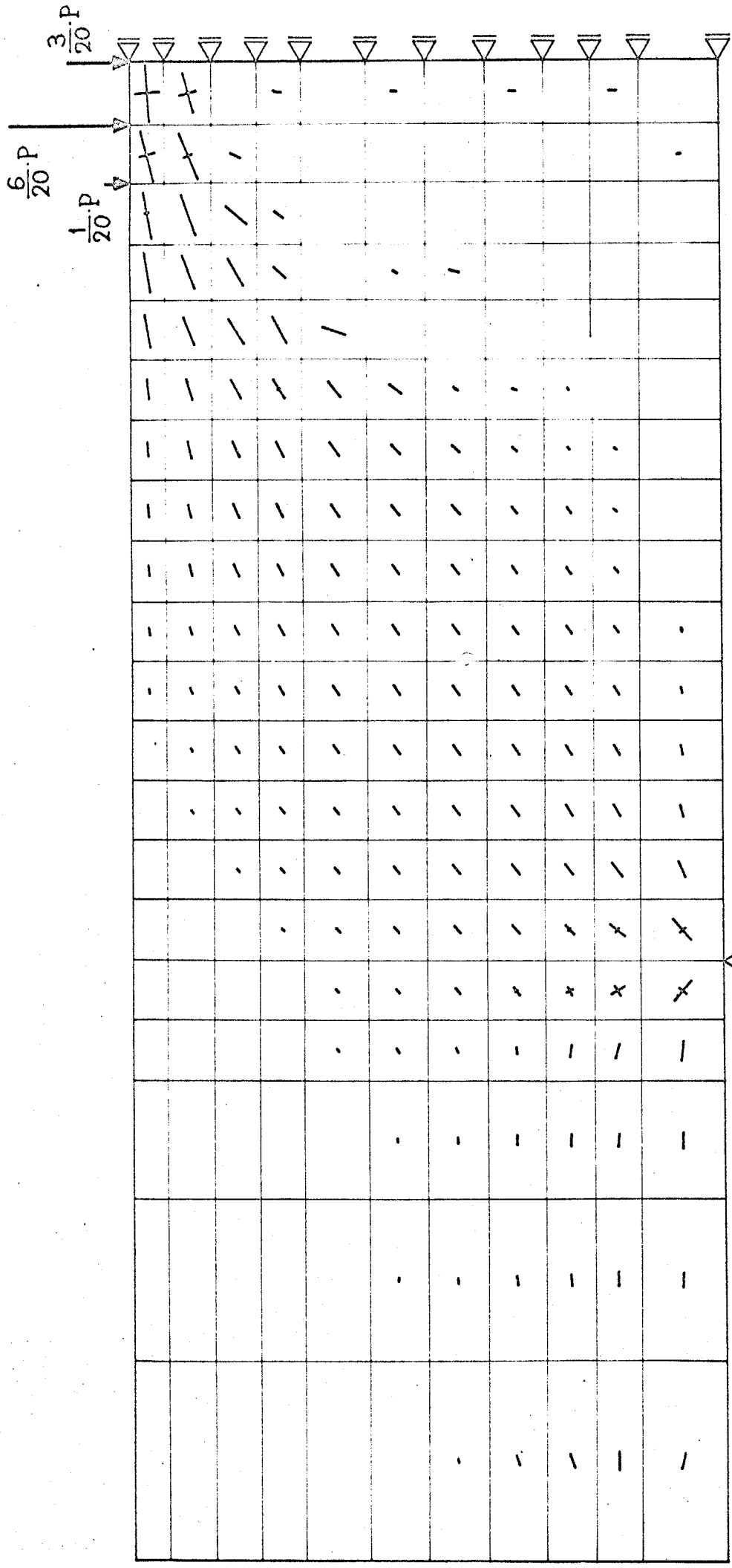


Principal Stresses in Compression

( Data: 1-3 , P=30 ton )

$\tau_{100}$  Kg/cm<sup>2</sup> Compression

Fig. 4-22-3

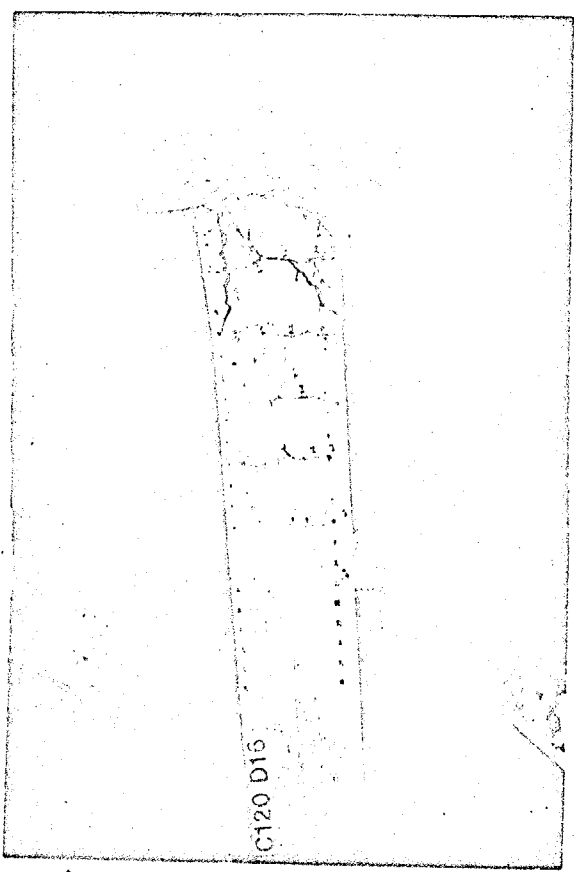


Principal Stresses in Compression

(Data: 1-4, P=30 ton)

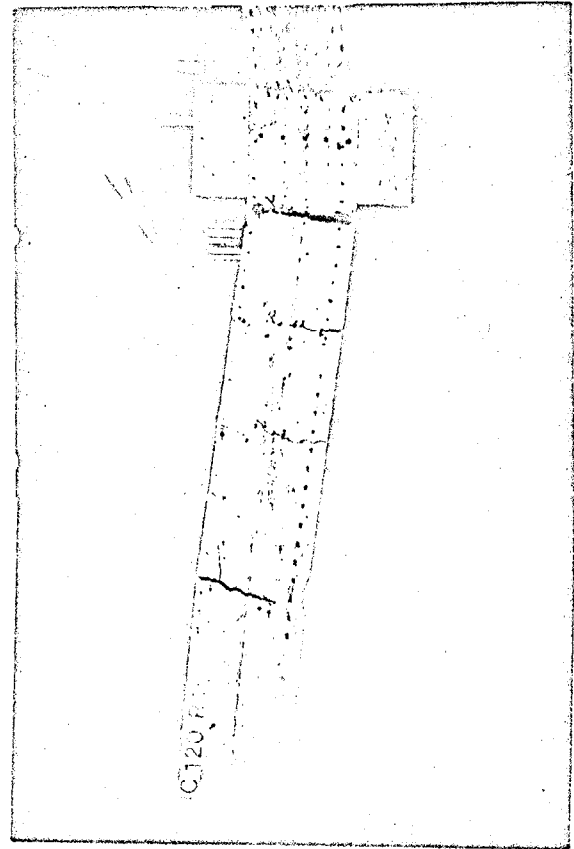
100 Kg/cm<sup>2</sup> Compression

Fig. 4-22-4



Main Reinforcement

— Deformed Bars



Main Reinforcement

— Round Bars

Photo. 4 - 1 Final Cracks

第5章 結論

5-1 結論

5-2 今後の研究課題

## 5-1 結論

1) コンクリートに対して、応力空間に延性破壊面とゼリ性破壊面が存在し、降伏曲面は延性破壊面と相似であるとし、延性破壊には応力の1次不変量が関係するとして、塑性変形の非圧縮性を仮定することなく、塑性ポテンシャルの理論を適用することにより、塑性変形解析を行うことができた。

2) 亀裂に対しては、亀裂および亀裂直傍のコンクリートを等価な直交異方性弾性体であると仮定して解析を行っている。

3) 鉄筋とコンクリートの間に、鉄筋に平行方向と直角方向に物理的大まき零の2本のバネを挿入することにより、鉄筋とコンクリートのずれを解析に取り入れ、主筋に直角方向のバネの剛性の非線型性と主筋のせん断変形との関連で、主筋の太軸効果を解析に取り入れられている。

4) 以上により、亀裂と塑性変形を含めたコンクリートの非線型性、鉄筋の塑性変形、鉄筋とコンクリートの付着、主筋の太軸効果を含めた、鉄筋コンクリート部材の有限要素法による二次元非線型応力解析法を提案した。

(以上が2章)

5) 鉄筋コンクリート部材の曲げせん断実験を行ない、引張り筋、圧縮筋、あばら筋、圧縮側のコンクリートの歪をはじめ、種々の実験結果を得ることができた。

(以上3章)

6) 3章で実験を行なったところの、従来、解析が困難であるとされていた、せん断スパン比が小さく、鉄筋量の大きな鉄筋コンクリート部材を、2章で提案した解析法により、解析を行なった結果、部材中央のたわみ、引張り筋の歪、圧縮筋の歪、あばら筋の歪、圧縮側コンクリートの歪、に関して、実験における最大荷重の約0.5割の荷重まで、実験結果と解析結果はほぼ一致しており、2章で提案した解析法は、鉄筋コンクリート部材の解析の有効な手段の一つであるといえる。

7) 本解析法の一つの応用例として、3章で実験を行なった部材の解析において、主筋の付着に関する入力情報を変化させて、解析モデルにおいて、付着性状が部材の性状に及ぼす影響を調べた。

(以上4章)

## ラ-2 今後の研究課題

1) コンクリートの力学的性質, 鉄筋とコンクリートの付着の力学的挙動, 鉄筋の太柄効果等の基本的事項に関する実験による資料を蓄積していくことが重要なことであると思われる。

2) コンクリートの塑性変形解析において, 加工硬化係数が塑性仕事に関して減少していく, いわゆる不安定領域の解析的取り扱いを確立することが必要である。

3) 亀裂伝播の問題を解決するために亀裂先端の特異点解析を行なう必要がある。

4) 鉄筋とコンクリートの付着に関して, 相対すべりに関して付着応力が減少していく領域まで解析法を拡張していくかなければならぬ。

参 考 文 献

- (1) 倉西正嗣：弾性学：日本機械学会
- (2) Y.C.ファン：固体の力学 / 理論：大橋義夫，村上澄男，  
神谷紀生 共訳：培風館
- (3) 角谷典彦：連続体力学：共立出版
- (4) 山田嘉昭：塑性力学：日本工業新聞社
- (5) 鷺津久一郎：塑性論：岩波講座 現代応用数学
- (6) 益田森治，室田忠雄：工業塑性力学：養賢堂
- (7) R.ヒル：塑性学：鷺津久一郎，山田嘉昭，工藤英明  
共訳：培風館
- (8) Kyuichiro Washizu : Variational Methods  
in Elasticity and Plasticity :  
Pergamon Press
- (9) V. V. Novozhilov : Foundations of the  
Nonlinear Theory of Elasticity :  
Graylock Press
- (10) 坪井善勝，田治見宏，角野晃二：応用数学：コロナ社
- (11) H.C.マーテン：マトリックス法による構造力学の  
解法：吉識雅夫 監訳：培風館
- (12) O. C. Zienkiewicz, Y. K. Cheung : The Finite  
Element Method in Structural and  
Continuum Mechanics : Mc Graw - Hill

- (13) C. A. Felippa : Refined Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Two - Dimensional Structures : Univ. of California
- (14) H. C. Martin : Finite Elements and the Analysis of Geometrically Nonlinear Problems : 日米マトリックスセミナー, 1969
- (15) P. V. Marcal : Finite Element Analysis with Material Nonlinearities - Theory and Practice - : 日米マトリックスセミナー, 1969
- (16) J. J. Oden : Numerical Formulation of Nonlinear Elasticity Problems : ASCE June 1967, ST3 p. 235 ~ 255
- (17) R. H. Mallett, P. V. Marcal : Finite Element Analysis of Nonlinear Structures : ASCE Sep. 1968, ST9 p. 2081 ~ 2105
- (18) 中桐滋 : 幾何学的非線形問題 : 昭和45年生研講習会
- (19) 山田嘉昭 : 材料非線形問題解析法 : 昭和45年生研講習会

- (20) 鷺津久一郎：変分原理に関する二、三の覚書：  
日本鋼構造協会第3回大会研究集会，昭和44年5月
- (21) 川井忠彦：有限要素法の未来像：日本機械学会誌，  
No. 629，p. 17~23
- (22) 若下恒雄：分割要素法による構造体の二次元弾塑性  
性解析：東工大博論，1967年
- (23) D. Ngo, A. C. Scordelis: *Finite Element  
Analysis of Reinforced Concrete Beams*:  
ACI / March 1967, p. 152~163
- (24) A. H. Nilson: *Nonlinear Analysis of  
Reinforced Concrete by the Finite Element  
Method*: ACI / Sep. 1968, p. 757~766
- (25) 横堀武夫：材料強度学：技報堂
- (26) Yoshikatsu Tsuboi, Yasuyoshi Suenaga:  
*Experimental Study on Failure of Plane  
Concrete under Combined Stresses*:  
日本建築学会論文報告集，第64号，p. 25~36
- (27) B. Bresler, K. S. Pister: *Strength of Concrete  
under Combined Stresses*: ACI / Sep. 1958  
p. 321~345

- (28) D. McHenry, J. Karni: Strength of Concrete under Combined Tensile and Compressive Stress: ACI / April 1958, p. 829~839
- (29) C. J. Bernhardt, Michael Chi, A. Couïard, H. W. Johansen: Strength of Concrete under Combined Stresses: ACI / March 1959, p. 1035~1046
- (30) C. J. Bellamy: Strength of Concrete under Combined Stress: ACI / Oct. 1961, p. 367~380
- (31) K. J. Sundara Raja Iyenger, H. Chandrashekhara, K. J. Krishnaswamy: Strength of Concrete under Biaxial Compression: ACI / Feb. 1965, p. 239~249
- (32) N. J. Gardner: Triaxial Behavior of Concrete: ACI / Feb. 1969, p. 136~146
- (33) H. Kupfer, H. K. Hilsdorf, H. Rusch: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses: ACI / Aug. 1969, p. 656~666
- (34) 伊東茂富, 坂口治郎: 組合せ応力状態におけるコンクリートの強度について: 土木研究所報告, 100号

- (35) 西沢紀昭：引張りと圧縮との組合せ荷重を受けた  
コンクリートの強度：電力技術研究所報 ㉓3, 4号
- (36) 畑野正：組合せ圧縮荷重によるコンクリートの  
変形と破壊：土木学会論文集 ㉓143号
- (37) 丹羽義次, 小林昭一, 平島健一：三軸圧縮応力状  
態におけるモルタルの破壊条件：材料 ㉓161号,  
p. 38~44
- (38) 丹羽義次, 小林昭一：ぜい性材料の破壊条件に  
関する考察：材料 ㉓160号, p. 1~7
- (39) 岡島達雄：複合応力（圧縮・ねじり, 引張り・  
ねじり）を受けるコンクリートの破壊条件：  
日本建築学会論文報告集 ㉓178号, p. 1~8
- (40) D. C. Drucker, W. Prager : Soil Mechanics  
and Plastic Analysis or Limit Design :  
Qu. Appl. Math. Vol. IX No. 4 , p. 381~389
- (41) D. C. Drucker : Limit Analysis of Two and  
Three Dimensional Soil Mechanics  
Problems : J. Appl. Mech. July 1953  
Vol. I No. 4 , p. 217~226
- (42) 末永保美, 石丸麟太郎：組み合わせ応力を受ける  
コンクリート材の動力学的解析（㉓の1） —

コンクリートの破壊関数 — : 日本建築学会論文  
報告集 第178号, p. 1~8

- (43) 黒正清治, 花島晃: 拘束を受けるコンクリートの  
弾塑性性状に関する基礎研究: 昭和45年度日本建  
築学会大会
- (44) 平野邦彦, 岩下恒雄: 多軸圧縮状態におけるコン  
クリートの一降伏関数: 昭和46年度日本建築学会  
大会
- (45) 宮本博: き裂伝ぱにおける二, 三の問題:  
日本機械学会誌 第601号, p. 10~21
- (46) 宮本博, 白鳥正樹, 三好俊郎: 破壊力学と数値解析:  
日本機械学会誌 第629号, p. 41~50
- (47) 森田司郎: 鉄筋コンクリートにおける付着とひが  
われに関する研究: 1967年
- (48) L. A. Lutz, P. Hergely: Mechanics of  
Bond and Slip of Deformed Bars in  
Concrete: ACI/Nov. 1967, p. 711~721
- (49) 中田慎介: 付着特性を考慮した鉄筋コンクリート  
部材の復元力特性に関する研究: 第41回日本建築  
学会関東支部学術研究発表会, 昭和46年度日本建  
築学会大会

- (50) 梅村 魁：鋼筋コンクリート梁の塑性変形及び終局強度：日本建築学会論文報告集 ㉔42号
- (51) 黒正，松崎，安部，深井，東端，野口：曲げ降伏を対象とする鉄筋コンクリート骨組の繰返し水平荷重による変形性状に関する研究  
(㉔の1) 剛性低下が集中的に起こる部材端部の性状に関する部材実験  
(㉔の2) 繰返し水平荷重を受ける鉄筋コンクリート骨組の変形解析  
㉔41回日本建築学会関東支部学術研究発表会
- (52) 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説：  
日本建築学会（1971年改訂版）
- (53) 荒川卓：鉄筋コンクリートはりのせん断抵抗に関する研究（実験結果の総括）：日本建築学会論文報告集 ㉔66号
- (54) 荒川卓：鉄筋コンクリートはりの許容せん断応力度とせん断補強について——実験結果による再検討——  
コンクリートジャーナル 1970年7月号 Vol.8 No.7
- (55) 田中尚，末永保美：鉄筋コンクリート梁のせん断耐力に関する理論的研究（㉔の1）：日本建築学会論文報告集 ㉔60号

- (56) Y. Tsuboi, H. Tanaka, Y. Suenaga :  
A Study on Failure of Reinforced  
Concrete Members under Combined  
Stresses (Part 4) Especially on Beam  
under Bending Moment and Shearing Force.  
日本建築学会論文報告集 第67号, p. 1~9
- (57) S. N. J. Kani: The Riddle of Shear  
Failure and Its Solution: ACI/April  
1964, p. 441~467
- (58) J. G. Mac Gregor, J. R. V. Walters :  
Analysis of Inclined Cracking Shear  
in Slender Reinforced Concrete Beams:  
ACI/Oct. 1967, p. 644~653
- (59) R. C. Fenwick, J. Paulay : Mechanisms  
of Shear Resistance of Concrete Beams:  
ASCE Oct. 1968 ST10, p. 2325~2350
- (60) Report of ACI-ASCE Committee 326. :  
Shear and Diagonal Tension :  
せん断と斜引張 (その1, その2, その3) :  
船越稔, 町田篤彦, 青柳征夫 訳: コンクリート  
ジャーナル June, Aug., Oct. 1964

- (61) 黒正, 大喜多, 福原, 渡辺: 鉄筋とコンクリートの繰返し荷重下における付着性状に関する実験研究: 昭和45年度日本建築学会大会.
- (62) 和泉正哲: *finite element method* — 有限要素法の原理とよの応用 — : 建築技術 / 1968.8~12
- (63) S. Popovics: *A Review of Stress - Strain Relationships for Concrete*: ACI / March 1970, p. 243 ~ 248
- (64) 1968年十勝沖地震災害調査報告: 日本建築学会 昭和43年12月
- (65) 山田稔, 松井鏑馬: 鉄筋コンクリート部材の木材抵抗に関する研究: 昭和43年度日本建築学会大会.

以下本研究に関連して著者の発表した論文

- (101) 黒正清治, 滝口克己: 鉄筋コンクリート部材の二次元解析: 昭和44年度日本建築学会大会
- (102) 黒正清治, 滝口克己: 鉄筋コンクリート部材の非線型解析: 昭和45年度日本建築学会大会
- (103) 黒正, 福原, 寺田, 滝口, 長嶋, 毛向内: フォレキャスト造立体倉庫に関する実験研究(その4)がボ筋接合法によるせん断力伝達に関する実験: 昭和46年度日本建築学会大会.
- (104) 黒正清治, 滝口克己: 有限要素法による鉄筋コンクリート部材の二次元非線型解析(その1, 仮定および解析方法): 日本建築学会論文報告集  
第189号. 昭和46年11月
- (105) 黒正清治, 滝口克己: 歪測定に重点をおいた鉄筋コンクリートばりの曲げせん断実験: 日本建築学会論文報告集に投稿中.
- (106) 滝口克己: 有限要素法による鉄筋コンクリート部材の二次元非線型解析(その2, 鉄筋コンクリートばりの解析): 日本建築学会論文報告集に投稿予定

## 付 録

線材要素の剛性行列

三角形要素の剛性行列

四辺形要素の剛性行列

応力解除による等価節点力

節点変位 - 一般化変位 - 要素の歪関係

FÖRTRAN プログラム・リスト

◦ 塑性域における応力 - 歪関係を求める

サブルーティン

◦ 四辺形要素の剛性行列を作成する

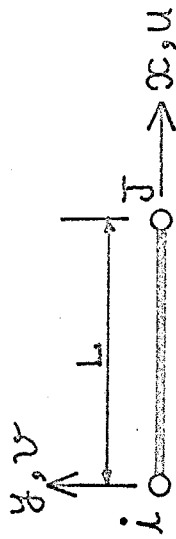
サブルーティン

◦ 三角形要素の剛性行列を作成する

サブルーティン

◦ 連立一次方程式を解くサブルーティン

Coordinate System and Geometric Condition



cross sectional area = A

Stress-Strain Relationship

$$\Delta \sigma_x = \alpha_{11} \cdot \Delta \epsilon_x$$

Initial Stress

$$\sigma_x = \sigma_x^0$$

$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$$

$i \gamma_x$	$i \gamma_y$	$\delta \gamma_x$	$\delta \gamma_y$
$\frac{\alpha_{11} \cdot A}{L}$		$-\frac{\alpha_{11} \cdot A}{L}$	
		$\frac{\alpha_{11} \cdot A}{L}$	

SYM.

[K<sub>c</sub>]

$i \gamma_x$	$i \gamma_y$	$\delta \gamma_x$	$\delta \gamma_y$
$\frac{\sigma_x^0 \cdot A}{L}$		$-\frac{\sigma_x^0 \cdot A}{L}$	
	$\frac{\sigma_x^0 \cdot A}{L}$		$-\frac{\sigma_x^0 \cdot A}{L}$
		$\frac{\sigma_x^0 \cdot A}{L}$	

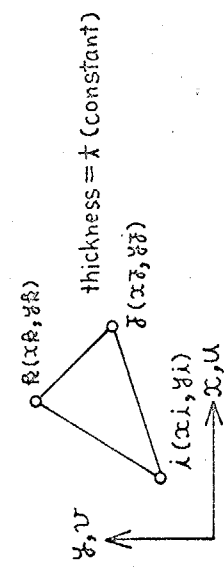
SYM.

[K<sub>G</sub>]



$x_1 y_1$	$x_1 y_2$	$x_1 x_2$	$x_1 y_2$	$x_1 x_2$	$x_1 y_2$	$x_1 x_2$	$x_1 y_2$
$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$	$(y_1 - y_2) \sigma_x^0 (y_1 - y_2)$ $+ (y_1 - y_2) \tau_{xy}^0 (x_1 - x_2)$ $+ (x_1 - x_2) \tau_{xy}^0 (y_1 - y_2)$ $+ (x_1 - x_2) \sigma_y^0 (x_1 - x_2)$
<p>SYMMETRIC</p> $2[(y_1 - y_2)(x_1 - x_2) - (y_1 - y_2)(x_1 - x_2)] \times$							

Coordinate System and Geometric Condition



Initial Stress

$$\sigma_x = \sigma_x^0, \sigma_y = \sigma_y^0, \tau_{xy} = \tau_{xy}^0$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

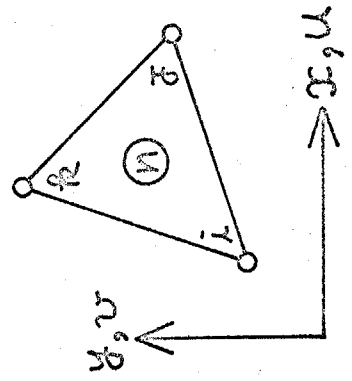
Assumption for Displacement

$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{cases}$$



	RY	YR	RY	YR	RY	YR	RY	YR
RY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY
YR	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY
RY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY
YR	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY
RY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY
YR	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY	RYRY

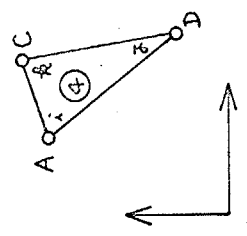
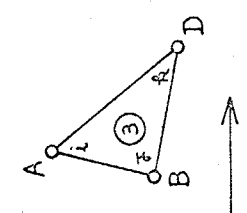
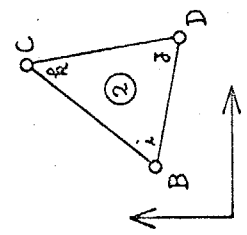
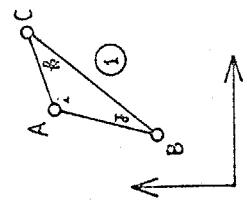
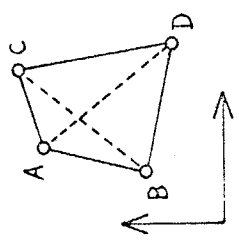
SYM.



[K]

	A <sub>1</sub> X	A <sub>2</sub> Y	B <sub>1</sub> X	B <sub>2</sub> Y	C <sub>1</sub> X	C <sub>2</sub> Y	D <sub>1</sub> X	D <sub>2</sub> Y
AR <sub>X</sub>	① LLXX + ③ LLXX + ④ LLXX	① LLXY + ③ LLXY + ④ LLXY	① LLXX + ③ LLXX	① LLXY + ③ LLXY	① LLXX + ④ LLXX	① LLXY + ④ LLXY	③ LLXX + ④ LLXX	③ LLXY + ④ LLXY
AR <sub>Y</sub>	SYM.		① LLXY + ③ LLXY + ④ LLXY	① LLYY + ③ LLYY + ④ LLYY	① LLXY + ④ LLXY	① LLYY + ④ LLYY	③ LLYY + ④ LLYY	③ LLYY + ④ LLYY
BR <sub>X</sub>	$\frac{1}{2} \times$		① JFXX + ② LLXX + ③ JFXX	① JFXY + ② LLXY + ③ JFXY	① JFXX + ② LLXX + ③ JFXX	① JFXY + ② LLXY + ③ JFXY	② JFXX + ③ JFXX	② JFXY + ③ JFXY
BR <sub>Y</sub>			① JFYY + ② LLYY + ③ JFYY	① JFXY + ② LLXY + ③ JFXY	① JFYY + ② LLYY	① JFXY + ② LLXY	② JFYY + ③ JFYY	② JFYY + ③ JFYY
CR <sub>X</sub>					① RRXX + ② RRXX + ④ RRXX	① RRXY + ② RRXY + ④ RRXY	② RRXX + ④ RRXX	② RRXY + ④ RRXY
CR <sub>Y</sub>					① RRYY + ② RRYY + ④ RRYY	① RRXY + ② RRXY + ④ RRXY	② RRYY + ④ RRYY	② RRXY + ④ RRXY
DR <sub>X</sub>							② JFXX + ③ RRXX + ④ JFXX	② JFXY + ③ RRXY + ④ JFXY
DR <sub>Y</sub>							② JFYY + ③ RRYY + ④ JFYY	

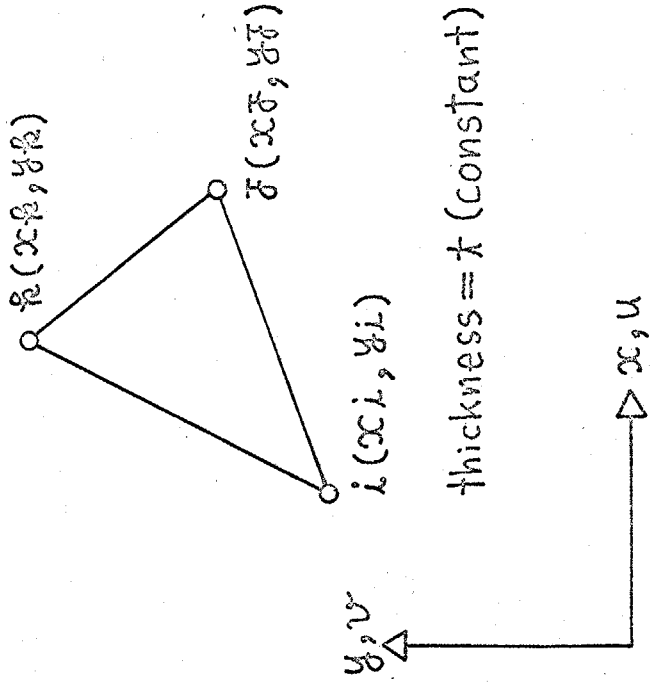
[K]



# Equivalent Nodal Forces by Relaxation of Stresses

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\tau}_{xy} \end{matrix} \right\}$$

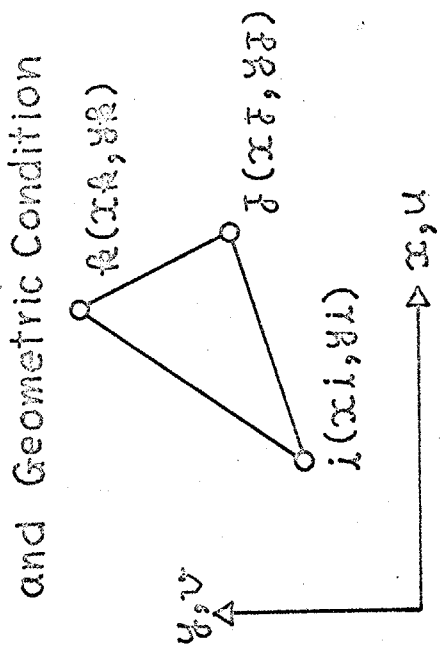
Coordinate System  
and Geometric Condition



$$\left\{ \begin{matrix} \bar{i}R_x \\ \bar{i}R_y \\ \bar{j}R_x \\ \bar{j}R_y \\ \bar{k}R_x \\ \bar{k}R_y \end{matrix} \right\} = \frac{t}{2} \times \left\{ \begin{matrix} (\bar{y}_j - \bar{y}_k) \cdot \bar{\sigma}_x + (x_k - x_j) \cdot \bar{\tau}_{xy} \\ (\bar{y}_k - \bar{y}_i) \cdot \bar{\tau}_{xy} + (x_i - x_k) \cdot \bar{\sigma}_y \\ (\bar{y}_i - \bar{y}_j) \cdot \bar{\sigma}_x + (x_j - x_i) \cdot \bar{\tau}_{xy} \\ (\bar{y}_j - \bar{y}_i) \cdot \bar{\tau}_{xy} + (x_i - x_j) \cdot \bar{\sigma}_y \\ (\bar{y}_k - \bar{y}_j) \cdot \bar{\sigma}_x + (x_j - x_k) \cdot \bar{\tau}_{xy} \\ (\bar{y}_i - \bar{y}_k) \cdot \bar{\tau}_{xy} + (x_k - x_i) \cdot \bar{\sigma}_y \end{matrix} \right\}$$

# Strain - Generalized Displacements - Nodal Displacements Relationship

Coordinate System and Geometric Condition Assumption for Displacements



$$\begin{cases} u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 + \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \frac{1}{(y_k - y_j)(x_i - x_k) - (y_i - y_k)(x_j - x_k)} \begin{Bmatrix} (y_j - y_k) \alpha_1 x + (y_i - y_k) y x + (y_i - y_j) x y x \\ (x_k - x_j) \alpha_1 x + (x_i - x_k) y x + (x_j - x_i) x y x \\ \alpha_1 y (y_k - y_j) + \alpha_1 y (y_i - y_k) + \alpha_1 y (y_j - y_i) \\ \alpha_1 y (x_k - x_j) + \alpha_1 y (x_i - x_k) + \alpha_1 y (x_j - x_i) \end{Bmatrix}$$

\*\*\*\*\*  
\* STRESS - STRAIN RELATIONSHIP, IN PLASTIC REGION \*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* IN PUT DATA \*\*\*\*\*

SIG(6) = SIGMA X , SIGMA Y , SIGMA Z , TAU XY , TAU YZ , TAU ZX  
= STRESSES  
SIGA(3) = SHOWN BELOW  
E(3) = SHOWN BELOW  
ALPHA = COEFFICIENT OF YIELD FUNCTION  
POI = POISSON'S RATIO

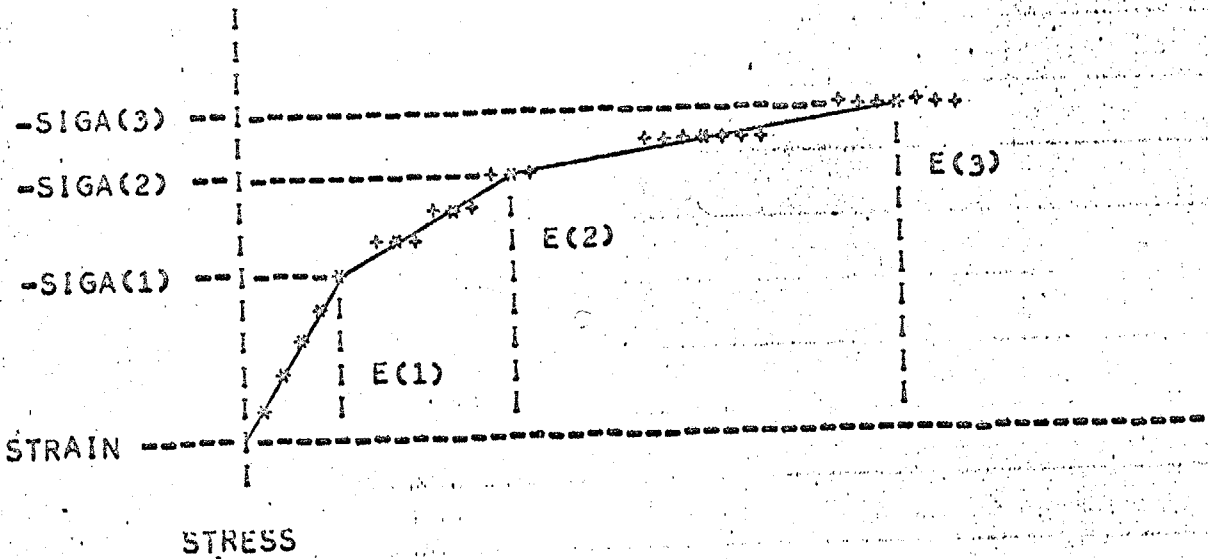
\*\*\*\*\* OUT PUT RESULT \*\*\*\*\*

CP(6,6) = STRESS-STRAIN RELATIONSHIP MATRIX IN PLASTIC REGION

\*\*\*\*\* CORE ARRAY NEEDED IN CALCULATION \*\*\*\*\*

QUP(3) = ---- KAPPA(3) ----  
EP(3) = TANGENT MODULUS OF STRESS-PLASTIC STRAIN CURVE  
C(6,6) = STRESS-STRAIN MATRIX OF ELASTICITY  
P(6) = COLUMN VECTOR OF P(IJ)  
Q(6) = COLUMN VECTOR OF Q(IJ)  
CQ(6) = COLUMN VECTOR PRODUCED BY C(6,6)\*Q(6)  
QT(6) = ROW VECTOR PRODUCED BY Q(6)(TRANPOSED)\*C(6,6)  
OM(6,6) = TEMPORARY CORE NEAR OMEGA MATRIX

\*\*\* UNIAXIAL TEST \*\*\*



\*\*\*\*\*

SUBROUTINE SSRMT(ALPHA,E,POI,SIGA,SIG,CP)

\*\*\*\*\*

DIMENSION SIG(6),SIGA(3),E(3),CP(6,6)

DIMENSION QUP(3),EP(3),C(6,6),P(6),Q(6),CQ(6),QTC(6),QM(6,6)

\*\*\*\*\*

GEIO = SIG(1)+SIG(2)+SIG(3)

GEIT = 0.33333\*(SIG(1)\*\*2 + SIG(2)\*\*2 + SIG(3)\*\*2)

1 -0.33333\*(SIG(1)\*SIG(2) + SIG(2)\*SIG(3) + SIG(3)\*SIG(1))  
2 + SIG(4)\*\*2 + SIG(5)\*\*2 + SIG(6)\*\*2

RGEIT = SQRT(GEIT)

QUAPA = ALPHA\*GEIO + RGEIT

DO 10 I=1,3

10 QUP(I) = ALPHA\*(-SIGA(I)) + 0.57735\*ABS(SIGA(I))

EP(2)=E(1)\*E(2)/(E(1)-E(2))

EP(3)=E(1)\*E(3)/(E(1)-E(3))

DO 20 I=1,6

DO 20 J=1,6

20 C(I,J)=0.0

C(1,1)=1.0-POI

C(2,2)=C(1,1)

C(3,3)=C(1,1)

C(1,2)=POI

C(1,3)=POI

C(2,1)=POI

C(2,3)=POI

C(3,1)=POI

C(3,2)=POI

C(4,4)=0.5-POI

C(5,5)=C(4,4)

C(6,6)=C(4,4)

TE=E(1)/((1.0-2.0\*POI)\*(1.0+POI))

DO 25 I=1,6

DO 25 J=1,6

C(I,J)=TE\*C(I,J)

25 CONTINUE

IF(QUAPA-QUP(1))200,30,30

30 IF(QUAPA-QUP(2))50,40,40

40 IF(QUAPA-QUP(3))60,60,300

50 DKDWP = (0.57735 - ALPHA)\*\*2 \* EP(2) / QUAPA

GO TO 70

60 DKDWP = (0.57735 - ALPHA)\*\*2 \* EP(3) / QUAPA

GO TO 70

70 DO 80 I=1,6

80 P(I)=DKDWP\*SIG(I)

DO 90 I=1,3

90 Q(I) = ALPHA + (SIG(I)-0.33333\*GEIO)/(2.0\*RGEIT)

DO 100 I=4,6

100 Q(I) = SIG(I)/RGEIT

C  
C

```

DO 110 I=1,6
  CQ(I)=0.0
DO 110 J=1,6
  CQ(I)=CQ(I)+C(I,J)*Q(J)
110 CONTINUE
  WCQ=0.0
DO 120 I=1,6
  WCQ=WCQ + Q(I)*CQ(I)
120 CONTINUE
  PQ=0.0
DO 130 I=1,6
  PQ=PQ+P(I)*Q(I)
130 CONTINUE
DO 140 I=1,6
  QTC(I)=0.0
DO 140 J=1,6
  QTC(I)=QTC(I)+Q(J)*C(J,I)
140 CONTINUE
DO 150 I=1,6
DO 150 J=1,6
  OM(I,J)=Q(I)*QTC(J)
150 CONTINUE
  PQC = 1.0 / (PQ+QCQ)
DO 160 I=1,6
DO 160 J=1,6
  OM(I,J)=PQC*OM(I,J)
160 CONTINUE
DO 170 I=1,6
  OM(I,I)=OM(I,I)-1.0
170 CONTINUE
DO 180 I=1,6
DO 180 J=1,6
  OM(I,J)=-OM(I,J)
180 CONTINUE
DO 190 I=1,6
DO 190 J=1,6
  CP(I,J)=0.0
DO 190 IJ=1,6
  CP(I,J)=CP(I,J)+C(I,IJ)*OM(IJ,J)
190 CONTINUE
  GO TO 400

```

```

200 DO 210 I=1,6
DO 210 J=1,6
  CP(I,J)=C(I,J)
210 CONTINUE
  GO TO 400

```

```

C
300 DO 310 I=1,6
DO 310 J=1,6
  CP(I,J)=0.0
310 CONTINUE
  GO TO 400

```

C  
C  
C

```

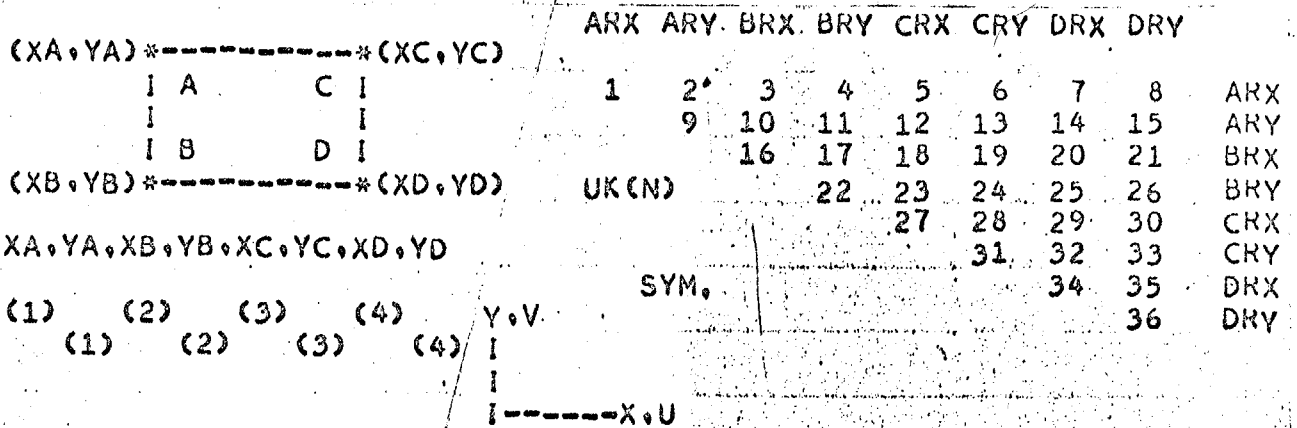
400 RETURN
END

```

```

*****
* CALCULATION OF STIFFNESS MATRIX OF RECTANGULAR ELEMENT *
*****

```



```

***** IN PUT *****

```

```

A(6) = STRESS-STRAIN RELATIONSHIP,
X(4),Y(4) = COORDINATES OF NODAL POINTS,
SIGMAO(3) = INITIAL STRESS,
T = THICKNESS OF THE ELEMENT,

```

```

***** OUT PUT *****

```

```

UK(36) = STIFFNESS MATRIX OF THE ELEMENT,

```

```

*****
SUBROUTINE STIFFN(T,X,Y,A,SIGMAO,UK)
*****
DIMENSION X(4),Y(4),A(6),SIGMAO(3),UK(36)
DIMENSION TUK(21)
*****

```

```

TUK(21) = TEMPORALLY CORE IN CALCULATION OF MAKING A STIFFNESS
MATRIX OF A TRIANGULAR ELEMENT,

```

```

C
DO 10 I=1,36
10 UK(I)=0.0

```

```

C
C *****
C * STIFFNESS OF NO.1 TRIANGULAR ELEMENT *
C *****
C CALL TRISTI(T,X(1),Y(1),X(2),Y(2),X(3),Y(3),A,SIGMAO,TUK)

```

```

C
UK(1)=UK(1)+TUK(1)
UK(2)=UK(2)+TUK(2)
UK(3)=UK(3)+TUK(3)
UK(4)=UK(4)+TUK(4)
UK(5)=UK(5)+TUK(5)
UK(6)=UK(6)+TUK(6)
UK(9)=UK(9)+TUK(7)
UK(10)=UK(10)+TUK(8)
UK(11)=UK(11)+TUK(9)
UK(12)=UK(12)+TUK(10)
UK(13)=UK(13)+TUK(11)
UK(16)=UK(16)+TUK(12)
UK(17)=UK(17)+TUK(13)
UK(18)=UK(18)+TUK(14)
UK(19)=UK(19)+TUK(15)
UK(22)=UK(22)+TUK(16)
UK(23)=UK(23)+TUK(17)
UK(24)=UK(24)+TUK(18)
UK(27)=UK(27)+TUK(19)
UK(28)=UK(28)+TUK(20)
UK(31)=UK(31)+TUK(21)

```

```

C
C *****
C * STIFFNESS OF NO.2 TRIANGULAR ELEMENT *
C *****
C CALL TRISTI(T,X(2),Y(2),X(4),Y(4),X(3),Y(3),A,SIGMAO,TUK)

```

```

C
UK(16)=UK(16)+TUK(1)
UK(17)=UK(17)+TUK(2)
UK(20)=UK(20)+TUK(3)
UK(21)=UK(21)+TUK(4)
UK(18)=UK(18)+TUK(5)
UK(19)=UK(19)+TUK(6)
UK(22)=UK(22)+TUK(7)
UK(25)=UK(25)+TUK(8)
UK(26)=UK(26)+TUK(9)
UK(23)=UK(23)+TUK(10)
UK(24)=UK(24)+TUK(11)
UK(34)=UK(34)+TUK(12)
UK(35)=UK(35)+TUK(13)
UK(29)=UK(29)+TUK(14)
UK(32)=UK(32)+TUK(15)
UK(36)=UK(36)+TUK(16)
UK(30)=UK(30)+TUK(17)
UK(33)=UK(33)+TUK(18)
UK(27)=UK(27)+TUK(19)
UK(28)=UK(28)+TUK(20)
UK(31)=UK(31)+TUK(21)

```

C

C  
C  
C  
C

\*\*\*\*\*  
\* STIFFNESS OF NO.3 TRIANGULAR ELEMENT \*  
\*\*\*\*\*

CALL TRISTI(T,X(1),Y(1),X(2),Y(2),X(4),Y(4),A,SIGMAO,TUK)

C

UK(1)=UK(1)+TUK(1)  
UK(2)=UK(2)+TUK(2)  
UK(3)=UK(3)+TUK(3)  
UK(4)=UK(4)+TUK(4)  
UK(7)=UK(7)+TUK(5)  
UK(8)=UK(8)+TUK(6)  
UK(9)=UK(9)+TUK(7)  
UK(10)=UK(10)+TUK(8)  
UK(11)=UK(11)+TUK(9)  
UK(14)=UK(14)+TUK(10)  
UK(15)=UK(15)+TUK(11)  
UK(16)=UK(16)+TUK(12)  
UK(17)=UK(17)+TUK(13)  
UK(20)=UK(20)+TUK(14)  
UK(21)=UK(21)+TUK(15)  
UK(22)=UK(22)+TUK(16)  
UK(25)=UK(25)+TUK(17)  
UK(26)=UK(26)+TUK(18)  
UK(34)=UK(34)+TUK(19)  
UK(35)=UK(35)+TUK(20)  
UK(36)=UK(36)+TUK(21)

C  
C  
C  
C  
C

\*\*\*\*\*  
\* STIFFNESS OF NO.4 TRIANGULAR ELEMENT \*  
\*\*\*\*\*

CALL TRISTI(T,X(1),Y(1),X(4),Y(4),X(3),Y(3),A,SIGMAO,TUK)

C

UK(1)=UK(1)+TUK(1)  
UK(2)=UK(2)+TUK(2)  
UK(7)=UK(7)+TUK(3)  
UK(8)=UK(8)+TUK(4)  
UK(5)=UK(5)+TUK(5)  
UK(6)=UK(6)+TUK(6)  
UK(9)=UK(9)+TUK(7)  
UK(14)=UK(14)+TUK(8)  
UK(15)=UK(15)+TUK(9)  
UK(12)=UK(12)+TUK(10)  
UK(13)=UK(13)+TUK(11)  
UK(34)=UK(34)+TUK(12)  
UK(35)=UK(35)+TUK(13)  
UK(29)=UK(29)+TUK(14)  
UK(32)=UK(32)+TUK(15)  
UK(36)=UK(36)+TUK(16)  
UK(30)=UK(30)+TUK(17)  
UK(33)=UK(33)+TUK(18)  
UK(27)=UK(27)+TUK(19)  
UK(28)=UK(28)+TUK(20)  
UK(31)=UK(31)+TUK(21)

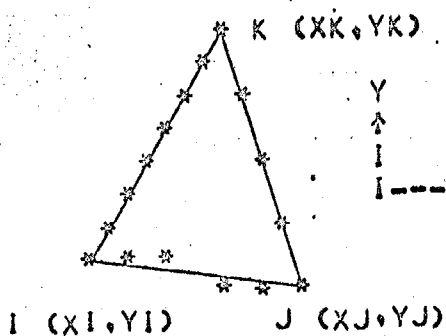
C

DO 20 I=1,36  
20 UK(I)=0.5\*UK(I)

C  
C  
C  
C

RETURN  
END

\*\*\*\*\*  
 \* CALCULATION OF STIFFNESS MATRIX OF TRIANGULAR ELEMENT \*  
 \*\*\*\*\*



IRX	IRY	JRX	JRY	KRX	KRY	
1	2	3	4	5	6	IRX
	7	8	9	10	11	IRY
		12	13	14	15	JRX
			16	17	18	JRY
TUK(N)				19	20	KRX
					21	KRY

SYM.

\*\*\*\*\*  
 SUBROUTINE TRISTI(T,XI,YI,XJ,YJ,XK,YK,A,SIGMAO,TUK)  
 \*\*\*\*\*  
 DIMENSION A(6),SIGMAO(3),TUK(21)  
 \*\*\*\*\*

```
DO 10 I=1,21
10 TUK(I)=0.0
```

```
XKJ=XK-XJ
YJK=YJ-YK
XIK=XI-XK
YKI=YK-YI
XJI=XJ-XI
YIJ=YI-YJ
ST=0.5*T/(YKI*XJI-YIJ*XIK)
```

```
TUK(1) = A(1)*YJK*YJK + A(3)*YJK*XKJ + A(3)*XKJ*YJK + A(6)*XKJ*XKJ
TUK(2) = A(3)*YJK*YJK + A(2)*YJK*XKJ + A(6)*XKJ*YJK + A(5)*XKJ*XKJ
TUK(3) = A(1)*YJK*YKI + A(3)*YJK*XIK + A(3)*XKJ*YKI + A(6)*XKJ*XIK
TUK(4) = A(3)*YJK*YKI + A(2)*YJK*XIK + A(6)*XKJ*YKI + A(5)*XKJ*XIK
TUK(5) = A(1)*YJK*YIJ + A(3)*YJK*XJI + A(3)*XKJ*YIJ + A(6)*XKJ*XJI
TUK(6) = A(3)*YJK*YIJ + A(2)*YJK*XJI + A(6)*XKJ*YIJ + A(5)*XKJ*XJI
TUK(7) = A(6)*YJK*YJK + A(5)*YJK*XKJ + A(5)*XKJ*YJK + A(4)*XKJ*XKJ
TUK(8) = A(3)*YJK*YKI + A(6)*YJK*XIK + A(2)*XKJ*YKI + A(5)*XKJ*XIK
TUK(9) = A(6)*YJK*YKI + A(5)*YJK*XIK + A(5)*XKJ*YKI + A(4)*XKJ*XIK
TUK(10) = A(3)*YJK*YIJ + A(6)*YJK*XJI + A(2)*XKJ*YIJ + A(5)*XKJ*XJI
TUK(11) = A(6)*YJK*YIJ + A(5)*YJK*XJI + A(5)*XKJ*YIJ + A(4)*XKJ*XJI
TUK(12) = A(1)*YKI*YKI + A(3)*YKI*XIK + A(3)*XIK*YKI + A(6)*XIK*XIK
TUK(13) = A(3)*YKI*YKI + A(2)*YKI*XIK + A(6)*XIK*YKI + A(5)*XIK*XIK
TUK(14) = A(1)*YKI*YIJ + A(3)*YKI*XJI + A(3)*XIK*YIJ + A(6)*XIK*XJI
TUK(15) = A(3)*YKI*YIJ + A(2)*YKI*XJI + A(6)*XIK*YIJ + A(5)*XIK*XJI
TUK(16) = A(6)*YKI*YKI + A(5)*YKI*XIK + A(5)*XIK*YKI + A(4)*XIK*XIK
TUK(17) = A(3)*YKI*YIJ + A(6)*YKI*XJI + A(2)*XIK*YIJ + A(5)*XIK*XJI
TUK(18) = A(6)*YKI*YIJ + A(5)*YKI*XJI + A(5)*XIK*YIJ + A(4)*XIK*XJI
TUK(19) = A(1)*YIJ*YIJ + A(3)*YIJ*XJI + A(3)*XJI*YIJ + A(6)*XJI*XJI
TUK(20) = A(3)*YIJ*YIJ + A(2)*YIJ*XJI + A(6)*XJI*YIJ + A(5)*XJI*XJI
TUK(21) = A(6)*YIJ*YIJ + A(5)*YIJ*XJI + A(5)*XJI*YIJ + A(4)*XJI*XJI
```

```
TEMP = SIGMAO(1)*YJK**2 + 2.0*SICMAO(3)*YJK*XKJ + SIGMAO(2)*XKJ**2
TUK(1)=TUK(1)+TEMP
TUK(7)=TUK(7)+TEMP
TEMP = SIGMAO(1)*YJK*YKI + SIGMAO(3)*(YJK*XIK+XKJ*YKI)
2 + SIGMAO(2)*XKJ*XIK
TUK(3)=TUK(3)+TEMP
TUK(9)=TUK(9)+TEMP
TEMP = SIGMAO(1)*YJK*YIJ + SIGMAO(3)*(YJK*XJI+XKJ*YIJ)
2 + SIGMAO(2)*XKJ*XJI
TUK(5)=TUK(5)+TEMP
TUK(11)=TUK(11)+TEMP
TEMP = SIGMAO(1)*YKI**2 + 2.0*SIGMAO(3)*YKI*XIK + SIGMAO(2)*XIK**2
TUK(12)=TUK(12)+TEMP
TUK(16)=TUK(16)+TEMP
TEMP = SIGMAO(1)*YKI*YIJ + SIGMAO(3)*(YKI*XJI+XIK*YIJ)
2 + SIGMAO(2)*XIK*XJI
TUK(14)=TUK(14)+TEMP
TUK(18)=TUK(18)+TEMP
TEMP = SIGMAO(1)*YIJ**2 + 2.0*SIGMAO(3)*YIJ*XJI + SIGMAO(2)*XJI**2
TUK(19)=TUK(19)+TEMP
TUK(21)=TUK(21)+TEMP
DO 20 I=1,21
20 TUK(I)=TUK(I)*ST
```

RETURN  
END



```

C
DO 20 I=1,IY
  J=40*(I-1)+1
  READ DRUM D(J),(TKD(L),L=1,40)
DO 10 L=1,40
10  TK(I,L)=TKD(L)
20  CONTINUE

```

```

C
C
NIFIX=1
IIFIX=IFIX(NIFIX)

```

```

C
NISR=1
IISR=ISR(NISR)
AASR=ASR(NISR)

```

```

C
DO 200 NN=1,IT
  IF(NN-IISR)40,30,40
30  TK(1,1)=TK(1,1)*1.0D15
  PR(IISR)=AASR*TK(1,1)
  NISR=NISR+1
  IISR=ISR(NISR)
  AASR=ASR(NISR)

```

```

C
40  GO TO 40
50  IF(NN-IIFIX)50,100,50
60  IF(DABS(TK(1,1))-EZERO)90,90,60

```

```

60  II=IY-1
DO 80 I=1,II
  FTD=TK(1,I+1)/TK(1,I)
  JJ=IY-I
DO 70 J=1,JJ
  IJ=I+J
70  TK(I+1,J)=TK(I+1,J)-FTD*TK(1,IJ)
  IN=I+NN
  FT=FTD

```

```

80  PR(IN)=PR(IN)-FT*PR(NN)
  GO TO 110

```

```

90  TK(1,1)=1.0D+20
  GO TO 110

```

```

100 TK(1,1)=-1.0D0
  NIFIX=NIFIX+1
  IIFIX=IFIX(NIFIX)
  GO TO 110

```

```

C
110 DO 120 L=1,40
120  TKD(L)=TK(1,L)
  J=40*(NN-1)+1
  WRITE DRUM D(J),(TKD(L),L=1,40)
  II=IY-1

```

```

DO 130 I=1,II
DO 140 J=1,40
140  TK(I,J)=TK(I+1,J)
130 CONTINUE

```

```

  J=40*(IY+NN-1)+1
  READ DRUM D(J),(TKD(L),L=1,40)
DO 150 L=1,40
150  TK(IY,L)=TKD(L)
200 CONTINUE

```

C  
C  
C

\*\*\*\*\*

C  
C

```

DO 210 I=1,900
210 SR(I)=0.0
    NIFIX=IFN
    IIFIX=IFIX(NIFIX)
DO 400 NN=1,IT
    J=40*(IT-NN)+1
    READ DRUM D(J),(TKD(L),L=1,40)
    SIGAR=0.0
DO 220 JJ=2,IY
220 NNN=IT-NN+JJ
    SIGAR=SIGAR+TKD(JJ)*SR(NNN)
    NNN=IT-NN+1
    SR(NNN)=(PR(NNN)-SIGAR)/TKD(1)
    IF(NNN-IIFIX)230,240,230
230 GO TO 300
240 RP(NIFIX)=SR(NNN)
    SR(NNN)=0.0
    NIFIX=NIFIX-1
    IF(NIFIX)250,260,250
250 IIFIX=IFIX(NIFIX)
    GO TO 300
260 IIFIX=-1000
    GO TO 300

```

C

```

300 IIII=IY-8
    IF(NN-III)400,400,310
310 NNNN=NNN+III
    G=SR(NNN)-SR(NNNN)
    IF(ABS(G)-0.06)400,320,320
320 NNNN=NNN+III
    SR(NNN)=SR(NNNN)
    GO TO 400

```

400 CONTINUE

C  
C  
C  
C  
C

RETURN  
END

偉大なる人類の叡智も、大自然の真理に対しては、  
未だ、ほとんど盲目の状態である。

然し、ほとんど盲目であるにもかかわらず、  
少しでも多くの真理を見極めようと、絶えず努力しつづ  
けることこそ重要である。

1971. 12.

滝口克己