

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	ウォームギヤの相対曲率に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	下河邊明
Author(English)	Akira Shimokohbe
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第698号, 授与年月日:1974年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:豊山晃
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第698号, Conferred date:1974/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

ワームギアの

相對曲率に関する研究

下河辺 明

東京工業  
大学

357297

# 目次

第1章	緒論	
§ 1.1	食達軸歯車、ウォームギヤに関する これらでの研究	1
§ 1.2	本研究の概容	9
第2章	ウォームギヤのかみ合いの基礎理論	
§ 2.1	緒言	14
§ 2.2	刃物歯車歯面、極削歯車歯面の表示と 接点条件式	16
§ 2.3	相対曲率	18
§ 2.4	接触線方向と相対速度方向のなす角	26
§ 2.5	緒言	28
第3章	刃物歯車が曲面で創成される場合の かみ合い理論	
§ 3.1	緒言	29
§ 3.2	ウォーム歯面、ホイール歯面の表示と 接点条件式	32
§ 3.3	相対曲率	39
§ 3.4	緒言	44
第4章	刃物歯車歯面の母線から与えられるウォーム ギヤの接触線、相対曲率	

§ 4.1	緒言	45
§ 4.2	ウォーム母線が直線の円筒ウォームギヤ	46
4.2.1	ウォーム歯面の表示式と接点条件式	46
4.2.2	計算結果	50
§ 4.3	ウォーム母線が円弧の円筒ウォームギヤ	59
4.3.1	ウォーム歯面の表示式と接点条件式	59
4.3.2	計算結果	61
§ 4.4	ウォーム母線が直線の鼓形ウォームギヤ	66
4.4.1	ウォーム歯面の表示式と接点条件式	66
4.4.2	計算結果	68
§ 4.5	ウォーム母線が円弧の鼓形ウォームギヤ	83
4.5.1	ウォーム歯面の表示式と接点条件式	83
4.5.2	計算結果	85
§ 4.6	ウィルドハーバウォームギヤ	90
4.6.1	ホイール歯面の表示式と接点条件式	90
4.6.2	計算結果	92
§ 4.7	スピロイドギヤ	96
4.7.1	スピロイドギヤ	96
4.7.2	計算結果	96
§ 4.8	結言	105

第5章 平面, 円錐面で創成されるウォームとモフ

鼓形ウォームギヤの接触線, 相対曲率

§ 5.1 緒言 109

§ 5.2 平面で創成されるウォームとモフ 109

鼓形ウォームギヤ

5.2.1 接触点条件式 109

5.2.2 ウォーム軸断面歯形の式 110

5.2.3 計算結果 110

§ 5.3 円錐面で創成されるウォームとモフ

鼓形ウォームギヤ 121

5.3.1 接触点条件式 121

5.3.2 ウォーム軸断面歯形の式 124

5.3.3 計算結果 125

§ 5.4 結言 136

第6章 接触点の近似計算法

§ 6.1 緒言 137

§ 6.2 近似計算法 138

§ 6.3 第1次近似値について 147

§ 6.4 計算例 151

§ 6.5 結言 158

第7章	接触線形状と相対曲率の関係	
§7.1	緒言	159
§7.2	理論式	160
7.2.1	相対曲率計算式	160
7.2.2	被削歯面上の接触線の接触線直交方向の 移動速度 $d\alpha_2/d\theta$	162
7.2.3	刃物歯面上の接触線の相対速度方向の 移動速度 $d\alpha_1/d\theta$	162
7.2.4	接触線の移動速度と相対曲率半径	163
§7.3	接触線形状と相対曲率半径	164
7.3.1	円筒ウォームギヤ型の接触線形状の場合	164
7.3.2	ヒンドレウォームギヤ型の 接触線形状の場合	164
7.3.3	転位異速ウォームギヤ型の 接触線形状の場合	165
§7.4	ウィルドハーバウォームギヤの場合	169
§7.5	結言	170
第8章	相対曲率の測定法	
§8.1	緒言	171
§8.2	測定法	172
8.2.1	測定原理	172

8.2.2	ウオームの型どりと測定	173
8.2.3	印象材	175
§ 8.3	測定結果	179
§ 8.4	測定法についての検討	190
8.4.1	型の切断方向による誤差	190
8.4.2	型の厚さの測定方向による誤差	190
8.4.3	歯面を接触させた場合の型をとるための 誤差	191
§ 8.5	結言	196
第9章	結論	197
	参考文献	205
	附録	207
1	ウオーム母線から与えられるウオームギヤの 接触線, 相対曲率計算プログラム	207
2	工具曲面で創成されるウオームとモジュールウオ ームギヤの接触線, 相対曲率計算プログラム	217

## 記号

$a$	歯切り中心距離
$b$	ホイール軸のウォーム軸方向オフセット量
$c$	ねじ切り中心距離
$h$	ウォーム換算ピッチ
$m$	ウォームギヤの速比 (歯切り速比)
$n$	ねじ切り速比
$r_0$	ウォーム軸から Y 軸と母線へ交点までの距離
$r_i$	円弧の回転半径
$u, v$	刃物歯面又は工具曲面の径数
$x, y, z$	座標又は座標軸
$\alpha$	圧力角又は円錐半頂角
$\beta, \gamma$	工具曲面の傾け角
$\delta$	工具軸の傾け角
$\phi$	ウォーム回転角 (ねじ切りのとき)
$\theta$	ウォーム回転角 (歯切りのとき)
$E, F, G$	歯面の $\sigma_1$ 基本量
$L, M, N$	歯面の $\sigma_2$ 基本量
$H_1, H_2$	平均曲率
$K_1, K_2$	全曲率
$O_0, O_1, O_2$	座標の原点

- $P, Q$  接点  
 $X_0, Y_0, Z_0$  母線又は工具曲面の基準位置を表わす座標  
 $R_0$  円弧半径  
 $R_x$  ねじ切り半径  
 $i, j, k$   $x, y, z$  軸方向単位ベクトル  
 $n$  歯面, 工具曲面の単位法線ベクトル  
 $v_1, v_2$  歯面の速度ベクトル  
 $w, w_x, w_s$  相対速度ベクトル  
 $x$  歯面, 工具曲面を表わすベクトル  
 $\omega_1, \omega_2$  回転角速度ベクトル  
 $A, B, C, D$  変換行列

### 座標系

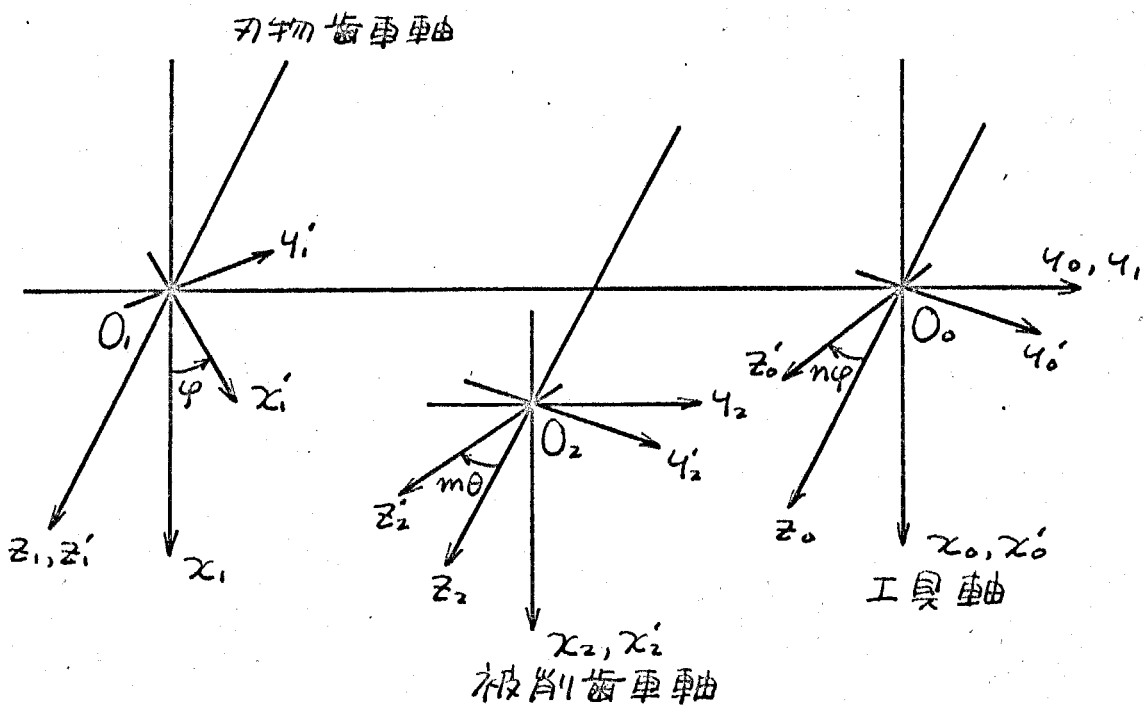
- $O_0-x_0y_0z_0$  系  $x_0$  軸が工具軸に一致した空間固定の座標系  
 $O_0-x'_0y'_0z'_0$  系 工具曲面に固定の座標系,  $\varphi=0$  時  $O_0-x_0y_0z_0$  系に一致する  
 $O_1-x_1y_1z_1$  系  $z_1$  軸が刃物歯車軸又はウオーム軸に一致した空間固定の座標系  
 $O_1-x'_1y'_1z'_1$  系 刃物歯車又はウオーム固定の座標系,  $\varphi=0$  時  $O_1-x_1y_1z_1$  系に一致する  
 $O_2-x_2y_2z_2$  系  $x_2$  軸が被削歯車軸又はホイール軸に一致

した空間固定の座標系

$O_2-x_2y_2z_2$ 系 被削歯車又はノールに固定の座標系,  $\theta=0$

と  $O_2-x_2y_2z_2$ 系に一致する。

座標系



# 第1章 緒論

## § 1.1 伝達軸歯車、ウォームギヤに関するこれら これらでの研究

動力伝達用の歯車として、ウォームギヤは小型で大容量の荷重を伝達でき、一段で大きな減速比が得られ、騒音が少ないなどの特色をもつため、現在広く用いられている。しかし、かみ合う歯面間のすべり（相対速度）が大きく、歯面の潤滑は境界潤滑状態であると言われている<sup>(1)</sup>、磨擦損失が大きいため動力伝達効率が低く、歯面の磨擦による歯車箱の温度上昇が許容伝達荷重を決定することである<sup>(2)</sup>。また他の歯車と同じく、ピッチング、スコーリング、磨耗などの歯面の損傷は、ウォームギヤにおいても歯面の潤滑状態により大きく影響される。

このように歯車、特に宿命的に歯面間のすべりが大きいウォームギヤ、あるいは一般に伝達軸歯車と呼ばれる歯車では歯面の潤滑状態が歯車の動力伝達性能、歯面の強度を決定する重要な要因である。ウォームギヤの歯面の潤滑状態を左右する機構学的要因としては

(1) かみ合う歯面の相対曲率半径

(2) 接触線方向と相対速度方向の付角

(3) 接触線の長さ

(4) かみ合い率

などが挙げられる。(1)の相対曲率半径はヘルツの接触応力にも関係する重要なものであるが、これは大きく、(2)の接触線方向と相対速度方向は $90^\circ$ に近く、(3)の接触線長さは長く、(4)のかみ合い率は大きいことが歯面の潤滑上好ましいことでは多くの研究者の指摘するところであり<sup>(3)</sup>、これらを実現するために多数の研究が行われてきた。

3次元空間の食違軸歯車のかみ合いに関する機構学的研究は主として4種に分類することができ、その一つは、谷村の研究を始めとする二元ベクトルと微分幾何学を用い、数学的に美しい表現に特長をもち、その下めは下下難解とされる研究である。谷村は、接触線の軌跡面が与えられる場合について、滑り線の曲率、歯面の曲率、干渉について論じ、食違軸歯車の2度接触について明らかにするほど、その後、我が国の理論的研究に多大の影響を与えた<sup>(4)</sup>。前田は非可展線織面を歯面としてもち、直線母線に沿って接触する歯車について論じ<sup>(5)</sup>、松山は一つの平面又は剛曲面により創成される一対の歯車のかみ合いについて研究して<sup>(6)</sup>。

酒井は、一対の歯車が与えられたとき、同じ接触線に沿って

て接触するオの歯車を考え、これを媒介歯車と名づけ、ハイポイドギヤのすべり率、かみ合い面、かみ合い限界について論じている<sup>(17), (18)</sup>。図式解法を採り入れた石川の一連の研究<sup>(19)~(25)</sup>、点接触食違軸歯車に関する横田の研究<sup>(16), (17)</sup>もこの系統に属するものである。近年では、二度接触に関する牧の研究<sup>(18)</sup>、可展歯面鼓形ウォームギヤについての酒井、牧の研究<sup>(19), (20)</sup>がある。

食違軸歯車のかみ合いに関する研究のうちの流れはE. Wildhaberの研究に代表される。E. Wildhaberはハイポイドギヤのかみ合いについてその平均点(mean point)に着目し、限界圧ア角、ピッチ面などの概念や式について明らかにした<sup>(21)</sup>。この研究は簡単な初等幾何学のみを用いているにもかかわらず、説明が不十分のため故意に省略したためこの種の論文の中で最も難解とされている。M. J. Capelleは歯中の中央点に注目してハイポイドギヤのかみ合いについて論じており<sup>(22)</sup>、高橋は二元ベクトル、微分幾何学を用いてE. Wildhaberの研究を発展させている<sup>(23)</sup>。

オの種類は、かみ合う歯車に関する式を忠実に座標変換することにより必要の条件や式を誘導しようとするもので、渡辺<sup>(24)</sup>、A. Dyson<sup>(25)</sup>の研究がある。このような手法に対し、複雑な数式の中には食違軸歯車特有の性質が埋没してしま

との批判もある。

上に述べた多くの研究は、かみ合いの様相、すなわちかみ合う歯面、接触線の軌跡面、相対曲率、干渉限界などの数学的表現に興味を集中させるにとどまり、この理由として考えるべきことは、一つには3次元空間食差軸歯車のかみ合いに関する諸式は、 $F$ と $\epsilon$ を4次元ベクトルを用いて簡潔に表現されたとしても、実際の歯車にあてはめて数値計算を試みれば、一部の例外を除いて複雑、膨大の式を計算しなければならぬこと、すなわち一つには相対曲率などの場合には歯面の干渉を論じることを目的としたための数値計算の必要を研究者が認められたことである。

しかし、実際の歯車に関し、具体的に数値計算を行、その研究もあり、これは才4の種類とある。すなわち、豊山によるヒンドレウフォームギアのかみ合いの改善を目的とした転位異速ウフォームギアの研究<sup>(26)</sup>、 $\pi$ . C. Zakによる修正形ヒンドレウフォームギアの研究<sup>(27)</sup>、G. Niemannによる円弧歯形円筒ウフォームギアの研究<sup>(28)</sup>、佐藤のウフォームホイール歯面を与えそれによるウフォームを創成する場合の研究<sup>(29)</sup>、鈴木の同様の研究<sup>(30)</sup>、などである。

以上、食差軸歯車に関する従来の研究を4種類に大別して説明したが、才1、才2に述べた理論的研究と、才4の実際

の歯車に関する研究の関連は薄いと言えらる。特に相対曲率の数値を示したzak, Niemann, 鈴木らの研究では、理論的研究とは無関係に、歯面の解析幾何学的、微分幾何学的関係から相対曲率を求め、食達軸歯車に特有な性質を用いており、そのための計算の過程が複雑になり、途中で図式解法を採用し入水下り、近似的な値しか求められなかったことになり。

理論的研究と数値解析に十分に関連がある理由は、多くの食達軸歯車のかみ合い理論が、数学的難解さと数式的複雑さを共通の特徴としてもち、そのためにその理論が他の歯車研究者に理解されなかったためである（例えば“鼓形ウエームギヤは常に面接触する”と説明している本もある）。

平行軸歯車のかみ合いが平面で、かじ歯車のかみ合いが球面上で論じられるのに対し、食達軸歯車で同じ様に相当する曲面は存在しない。したがって、食達軸歯車のかみ合いは徹頭徹尾3次元空間の座標系を用いて、あるいはベクトルを用いて論じなければならぬ。これが理論的研究が難解、複雑になる理由である。

かみ合い理論が難解、複雑であるための数値解析的研究に十分応用されなかったことから、相対曲率、接触線と相対速度方向の付角付角とについて、具体的に数値を示した研究、それらの改良研究は、円筒ウエームギヤ、鼓形ウエームギヤを

通じてあり行方わねていふこととなる。

歯面の潤滑状態を左右するものは、先に述べた機構学的要因で可成りである。焼入れ研削仕上げしたウォームが切削仕上げしたウォームと比較して動力伝達性能が良く、ウォーム歯面がインポリュートフリーコイドやスクリュューフリーコイドの内筒ウォームでは、ウォーム歯面を理論的に正しく、あるいは近似的に正しく研削仕上げしたウォームを使用することゝ普通である。鼓形ウォームギヤにおいても、鈴木、豊山が示したように焼入れ研削仕上げしたウォームを用いた場合の効率も、切削ウォーム、焼入れせず研削仕上げしたウォームの場合より高く安定して居るため<sup>(21)</sup>、研削仕上げしたウォームを用いることが望ましい。

研削仕上げ可能なウォームをもつウォームギヤに関する従来の研究としては、前述の佐藤、鈴木の研究<sup>(29)</sup>、<sup>(30)</sup>の下ろにホイール歯面を蝕石面と同じ形状にする方法があるが、必ずしも良好な割合しか得られず、ホイールの工作に問題があるほどの難点がある。これに対し、宮崎<sup>(32)</sup>、豊山、鈴木<sup>(31)</sup>の研究は、基本的にはピンドレウォームを近似的に正しく研削仕上げしようとす考え方で、ホイールの工作は通常の方法で可能であるが、包絡面ウォームを用いることによる利害を見失う恐れがある。

包絡面のウォームホイールを創成することとを考えた研究として、酒井、物の可展歯面鼓形ウォームギヤの研究<sup>(19), (20)</sup>があるが、これはウォーム歯面が可展線織面であることが条件であるため平面砒石以外の砒石はこの理論は適用できない。BERNAZZINI は円錐面を創成した鼓形ウォームについて接触線の計算例を示しているが、相対曲率の計算方法については示していない<sup>(21)</sup>。

このように、研削加工可能な包絡面ウォームは極めて有利な性質が期待できるにもかかわらず、解析が困難である、ウォームの研削装置が必要である、ホイールの加工が不可能ななどの理由で鼓形ウォームではあまり用いられなかった。研究も十分に行われなかった。

ここからは、主としてウォームギヤ、食連軸歯車に関する従来の機械学的研究について述べてきた。ここから、これらの研究で見過ごされてきた分野、今後解決を必要とする問題について指摘した。その一つは、ウォームギヤの数値解析における数式誘導の負担軽減であり、それは相対曲率半径の実測方法の贈与である。前者については、ウォームギヤの数値解析を試みると、計算式が複雑、膨大になるのが通例であり、包絡面ウォームの場合に特にそれが著しい。例えば、解析の基礎となる接触点条件式は、たとえベクトル形式で簡潔

に  $R_1 + R_2 = 0$  と表現されたとしても、数値計算式は複雑になり、多くの場合その誘導に費やされる労力は研究の大部分を占めるといって過言ではなない。したがって、数式誘導の手間を省き、接触点条件式などの近似計算法を確立することが、ウォームギヤの数值解析の進歩、さらには歯形の改良に役立つものと考えられる。

後者の相対曲率の実測方法については現在までに行なう研究は行われていない。ウォームギヤほどの運転試験では、十分に同じ運転後で行ければ高い効率を得られるといわれる<sup>(32)</sup>。すなわち、歯面がある程度摩耗した状態で行けば高い効率を得られる。また歯当りを良くしたり、入口歪みを減らすために歯形修正を行うことがある。摩耗した歯車の場合には歯形を正確に知ることはできず、接触線、相対曲率を計算することはできないが、多くの場合は不可能である。歯形修正した歯車では、機構学的に正しいか合わないかと解釈するよりも、近似的にかみ合っていると考えるべきであり、これに対し理論解析を加えることは現在のところ不可能である。工作誤差、据付誤差をもつ歯車も同様である。このようにする場合のため、相対曲率を実測する方法を確立することは必要不可欠である。

## § 1.2 本研究の概要

前節で、ウォームギヤおよび食違軸歯車に関する従来の研究を展望した。ここで現状の問題点を再度列記してみると

(1) ウォームギヤ、食違軸歯車の機構学的理論と数値解析的研究には十分な関連がない。このため、現在実用に供されてゐるウォームギヤに関しては相対曲率、接触線と相対速度方向のなす角などについて明らかにされてゐないし、その改良研究も十分行われてゐない。

(2) 動力伝達性能、歯面の磨耗などの点で有利であると考へられる包絡面ウォームをもつウォームギヤに関しても、いままで一般論としてのみを含む理論が確立されてゐない。ウォームギヤの性能向上のために、その工作法も含めて研究を進めなければならぬ分野である。

(3) ウォームギヤの接触点などの計算式は、一部の例外はあるが複雑、膨大に存するが通例で、これが歯形の改良を遅らせてゐる大きな原因である。この計算式を誘導することなく接触点を近似計算する方法を明らかにすることは歯形の改良に役立つ。ウォームギヤの研究者、設計者の負担を大いに軽くする。

(3) 磨耗した歯車、近似的にかみ合う歯車、誤差のある歯

車それぞれに於いて相対曲率を計算することは不可能である。

このように歯車に対しては実測以外に相対曲率を知る方法はないが、実測方法は以下で知られていない。

以上の問題点に対し、本論文では次のような事項について論じている。

第2章「ウォームギヤのかみ合いの基礎理論」では、刃物歯車歯面が2径数表示で与えられ、この刃物歯車歯面によって被削歯車歯面が創成される直接創成法の場合を取扱い、まず刃物、被削歯車歯面の接触点の条件式、被削歯面の表示法を論じている。ついで、両歯面の接触線直角方向の相対曲率が、両歯面の平均曲率の差から求められることを明らかにし、被削歯面の平均曲率の計算法、接触線方向と両歯面の相対速度方向の付角の計算法などを示している。

第3章「刃物歯車が曲面で創成される場合のかみ合い理論」では、刃物歯車をウォームに限り、包絡面ウォームをもつウォームギヤのかみ合い理論を取扱う。すなわち、曲線とある軸のまわりに回転してできる工具曲面でウォーム歯面を創成し、このウォーム歯面がホイール歯面を創成する場合の、工具曲面とウォーム歯面、ウォーム歯面とホイール歯面の接触点条件式、ウォーム歯面、ホイール歯面の表示法について述べている。さらに、第2章で示した方法と、ホイール歯面と

接触するウォーム歯面上の点は必ず工具曲面と接触してゐることを用いて相対曲率を計算する方法を明らかにしてゐる。

第4章「刃物歯車歯面の母線が与えられるウォームギヤの接触線、相対曲率」では、第2章の理論を応用し、刃物歯面の母線が与えられる数種類のウォームギヤについて、ウォーム歯面の表示式、接触点条件式を導き、接触線、相対曲率半径の計算例を示してゐる。この章で取扱うウォームギヤはウォーム母線が直線あるいは円弧である円筒および鼓形ウォームギヤ、ホイール歯面が平面であるウィルドハーバウォームギヤ、および直線母線円筒ウォームギヤとして扱うことになり、スピロイドギヤである。

第5章「平面、円錐面で作成されるウォームをもつ鼓形ウォームギヤ」では、第3章の理論を応用し、工具曲面を平面、円錐面として接触点条件式、ウォーム軸断面歯形計算式を導き、工具曲面とウォーム歯面の接触線、ウォーム軸断面歯形、ウォーム歯面とホイール歯面の接触線、相対曲率、接触線方向と相対速度方向の付角の計算結果を示し、高性能が期待できるウォームギヤの例を得てゐる。

第6章「接触点の近似計算法」では、ウォームギヤの数値解析でもっとも労力を必要とする接触点条件式の誘導を省き、その原点である条件“接触点では、歯面の法線方向と相

対速度方向は直交する”から、下記にニュートン法による近似計算で接触点を求める方法について述べている。本法を円環面に于り研削されたウォームをもつ円筒ウォームギヤに適用し、その有用性を示している。

第7章「接触線形状と相対曲率の関係」では、相対曲率半径が、刃物歯面上の相対速度方向の接触線移動速度を表わすベクトルと被削歯面上の接触線直角方向の接触線移動速度を表わすベクトルの内積と、共通単位歯面法線ベクトル $n$ と特殊ベクトル $g$ の内積に于り計算されることを明らかにし、この関係をもつ円筒ウォームギヤ型の接触線形状では接触線直角方向の接触線移動量が、ヒンドレ型の接触線形状では $n \cdot g$ の値が一本の接触線上での相対曲率の変化を支配する要因であることを示し、数値例に於てこれを確認している。

第8章「相対曲率の測定法」では、齒科用の印象材を用いてほとんど接触している歯面内の可マオの型を取り、この型の厚さを測定して相対曲率を知ろうとする方法について述べている。始めにこの方法で相対曲率が測定できる理由を説明し、ついで使用される印象材について検討し、すなわち3種類のウォームギヤを測定し、測定値と計算値が良く一致したことを述べている。また測定方法より必然的に生じる誤差について検討している。

第9章「結論」では、この研究で得られた結果をまとめ、今後の問題点について述べている。

なお、この研究では、歯面の相対曲率を、接触線に直角な法平面内における相対曲率（以後接触線に直角方向の相対曲率と呼ぶ）をもって代表させる。その理由は、接触線直角方向の相対曲率が歯面の相対曲率の最大値であること、任意方向の法平面内の相対曲率は、接触線直角方向の相対曲率と法平面の方向とにより簡単に表わすことができ、接触線方向に牙べりを伴うかみ合ひでは、接触線方向の歯面の相対運動は、歯面内の潤滑油膜形成に寄与したりと考えること、ヘルツの接触応力は接触線直角方向の相対曲率によることなどである。

## 第2章 ウォームギヤかみ合いの基礎理論

### § 2.1 緒言

この章では、直接創成法により作られる一対の歯車<sup>(2)</sup>、刃物歯車歯面形状が与えられる場合のかみ合いを論じ、接触点条件式、接触線直角方向の相対曲率、接触線と相対速度方向の付角<sup>(3)</sup>などの理論式を示す。ここで直接創成法とは、かみ合う歯車的一方と同じ形状の工具で他方を創成する方法、刃物歯車とは工具と付る側の歯車、被削歯車とは創成される側の歯車を指す。

食慮軸歯車の相対曲率に関する理論的研究は、谷村、酒井、石川らにより<sup>(4)</sup>行われ<sup>(5)</sup>ている。谷村は、始めに接触線の軌跡面を与え、滑り線、歯面の曲率を定め<sup>(6)</sup>たが、接触線の軌跡面を先に与えてウォームギヤを設計することはなく、実際上はあまり有効な理論では<sup>(7)</sup>ない。酒井は媒介歯車の考え方をとり入れ<sup>(8)</sup>、滑り線の曲率から歯面の曲率を定め<sup>(9)</sup>、石川は図式解法により主曲率を求める方法を示し<sup>(10)</sup>ている。これらの研究は歯面の干渉を論じるために歯面の曲率を導いたと考えられ、具体的付数値例を示し<sup>(11)</sup>ている。

これに対し、相対曲率の大きさを調べ、ウォームギヤの性

能向上、歯形の改良に密与しようとして研究があり、それらの研究では相対曲率の計算方法と計算結果が示されている。

G. Niemann は凹円弧歯形円筒のウォームについて<sup>(28)</sup>、  
 П. С. Зак はヒンドレウォームとその修正形について<sup>(29)</sup>、鈴木  
 はホイール歯面を平面、円筒面、円環面とする鼓形ウォーム  
 について<sup>(30)</sup> 相対曲率の教値を示している。

これらの研究では、ある特定の平面内での刃物歯車と被削  
 歯車の歯形を求め、この平面内での相対曲率を問題とするか  
 、あるいはさらにこの相対曲率とオイラーの定理から接触線  
 直角方向の相対曲率を計算している。そして共通した特徴は  
 計算過程が複雑、膨大であることであり、途中で図式計算を  
 必要とするものもある。

したがってこの章では、簡明な形でかみ合う歯面の平均曲  
 率、全曲率を求める方法を示し、刃物、被削歯面の平均曲  
 率の差から接触線直角方向の相対曲率が求められることを明  
 らかにし、接触線と相対速度方向の付角などの理論式につ  
 いても示す。なお、この章で取扱う刃物歯車歯面は連続で必  
 要な回数微分可能な曲面とし、刃物、被削歯車の回転比は  
 一定とする。

## § 2.2 刃物歯車歯面、被削歯車歯面の表示と 接触点条件式

刃物歯車歯面を刃物歯車に固定の座標系のベクトル  $\mathcal{X}'_i$

$$\mathcal{X}'_i = \mathcal{X}'_i(u, v) \quad (2-1)$$

で表わす。ここで  $u, v$  は歯面を表わす径数である。刃物歯車は被削歯車を創成するため運動を行う。この運動を表わす径数を  $\theta$  とすれば、空間を運動する刃物歯車歯面は、空間固定の座標系のベクトル  $\mathcal{X}_i$

$$\mathcal{X}_i = \mathcal{X}_i(u, v, \theta) \quad (2-2)$$

のように表わされる。

$\mathcal{X}_i$  で表わされる歯面と被削歯面がくっつき離れず接触を続けるためには、接触点における両歯面の共通単位歯面法線ベクトル  $\Omega_i$  と、両歯面の相対速度ベクトル  $\mathcal{W}$  が直交しなければならぬ。すなわち、接触点は

$$\Omega_i \cdot \mathcal{W} = 0 \quad (2-3)$$

を満足する点でなければならぬ。この条件は径数  $u, v, \theta$  を用いて

$$f(u, v, \theta) = 0 \quad (2-4)$$

と表わすことができる。  $\mathcal{X}_i$  で表わされる歯面の  $f(u, v, \theta) = 0$  を満足する点の集合、すなわち

$$\mathcal{X}_i = \mathcal{X}_i(u, v, \theta), \quad f(u, v, \theta) = 0 \quad (2-5)$$

が接触系の軌跡面を表現可。

$\mathcal{X}_1$  で表現される歯面を被削歯車に固定の座標系のベクトル  $\mathcal{X}_2'$

$$\mathcal{X}_2' = \mathcal{X}_2'(u, v, \theta)$$

で表現せば、 $\mathcal{X}_2'$  の  $f(u, v, \theta) = 0$  を満足する点の集合

$$\mathcal{X}_2' = \mathcal{X}_2'(u, v, \theta), \quad f(u, v, \theta) = 0 \quad (2-6)$$

が被削歯車歯面を表現可。

## § 2.3 相対曲率

刃物、被削両歯面の接触点における接触線直交方向の相対曲率  $1/R$  は、両歯面の平均曲率  $2H_1, 2H_2$  (添字 1, 2 はそれぞれ刃物歯車, 被削歯車を表わす, 以後も同様である) の差として求められる。すなわち

$$1/R = 2H_1 - 2H_2 \quad (2-7)$$

すなわち (2-7) を証明する。接触線上の一点を考え、その点の両歯面の主曲率半径を  $p_1, p_1', p_2, p_2'$  とし、接触線方向と  $p_1, p_2$  の曲率線方向のなす角を  $\zeta_1, \zeta_2$  とする (図 2-1)。接触線方向の両歯面の曲率は等しいから

$$\left( \frac{\cos^2 \zeta_1}{p_1} + \frac{\sin^2 \zeta_1}{p_1'} \right) - \left( \frac{\cos^2 \zeta_2}{p_2} + \frac{\sin^2 \zeta_2}{p_2'} \right) = 0 \quad (2-8)$$

接触線直交方向の相対曲率  $1/R$  は

$$\frac{1}{R} = \left( \frac{\sin^2 \zeta_1}{p_1} + \frac{\cos^2 \zeta_1}{p_1'} \right) - \left( \frac{\sin^2 \zeta_2}{p_2} + \frac{\cos^2 \zeta_2}{p_2'} \right) \quad (2-9)$$

(2-8), (2-9) より

$$\frac{1}{R} = \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \right) - \left( \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \right) = 2H_1 - 2H_2$$

これで (2-7) は証明された。

平均曲率  $2H_1, 2H_2$  を求めれば  $1/R$  は計算できることが明らかとなったが、 $2H_1$  は刃物歯車歯面が式 (2-1) のように 2 径数表示されたものであるから容易に求められる。微分幾何学で一

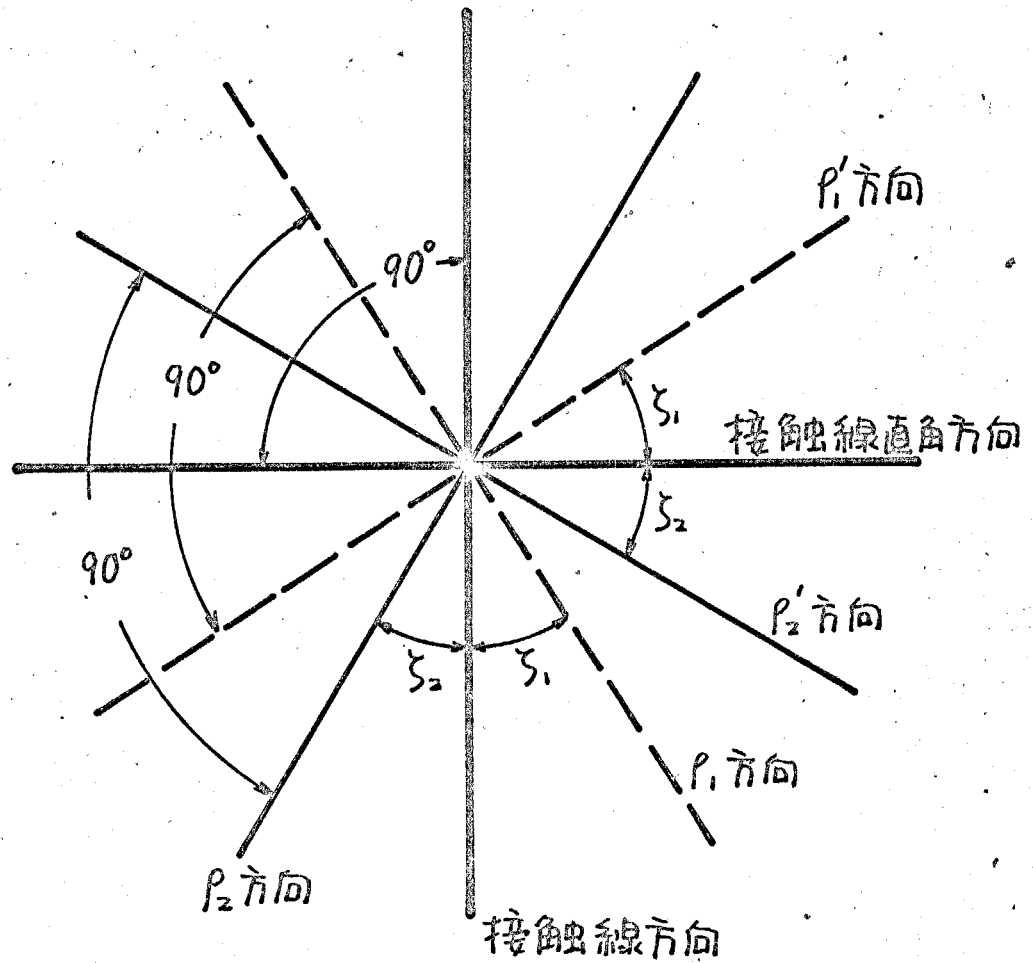


圖 2-1 主曲率方向と接觸線方向, 接觸線直角方向

般的に用いられる記号に  $F$  を加え、 $2H_1$  は (33)

$$2H_1 = \frac{E_1 N_1 - 2F_1 M_1 + G_1 L_1}{E_1 G_1 - F_1^2} \quad (2-10)$$

$$E_1 = X_{1u}^2$$

$$F_1 = X_{1u} \cdot X_{1v}$$

$$G_1 = X_{1v}^2$$

$$L_1 = -\Pi_{21u} \cdot X_{1u}$$

$$M_1 = -\Pi_{21u} \cdot X_{1v}$$

$$N_1 = -\Pi_{21v} \cdot X_{1v}$$

$$F = F' \text{ 且 } X_{1u} = \frac{\partial X_1}{\partial u}, X_{1v} = \frac{\partial X_1}{\partial v}$$

$$\Pi_{21u} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial u}, \Pi_{21v} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial v}$$

$E_1 \sim N_1$  が定まると刃物歯面の全曲率  $K_1$  は

$$K_1 = \frac{L_1 N_1 - M_1^2}{E_1 G_1 - F_1^2}$$

$2H_1$  に対し、 $2H_2$  は被削歯面が式(2-6)のように3径数と1条件式で表示されるため簡単では無い。 $f(u, v, \theta) = 0$  の条件より1径数を消去する方法が考えられるが、才4章、才5章にも示すように  $f = 0$  の形が複雑なためか行わずとも可能では無い。以下に、 $2H_2$  の計算に必要な被削歯面上の接ベクトルと単位法線ベクトルの変化分の2径数表示法を説明する。

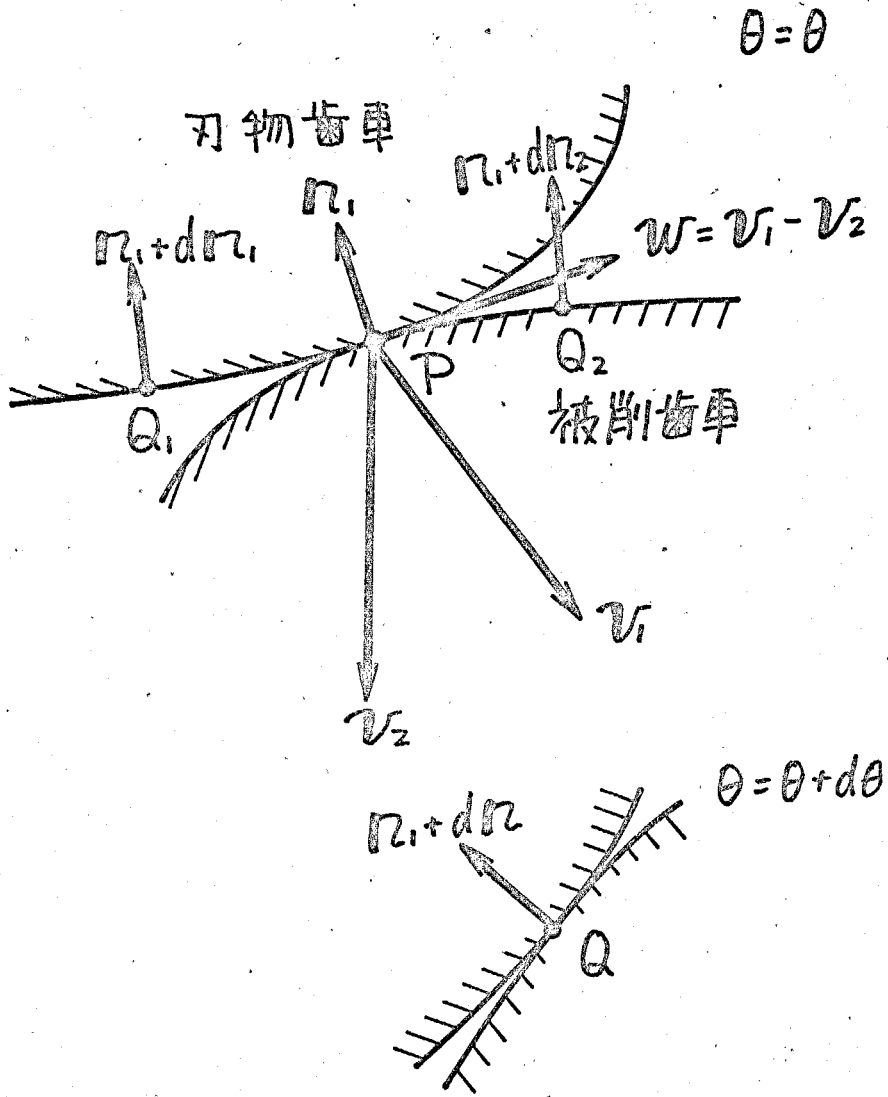


図 2-2 齒面の接触

図2-2に示すように、 $\theta = \theta$  のときの接触線上の一点を  $P$ 、  
 $P$  の近傍の点で  $\theta = \theta + d\theta$  のとき  $Q$  で接触する刃物、被削面  
 歯面上の点を  $Q_1, Q_2$  とする。 $\overrightarrow{PQ_1} = dx_1, \overrightarrow{PQ_2} = dx_2$ 、 $v_1, v_2$   
 を両歯面の  $P$  における速度ベクトル、 $\omega_1, \omega_2$  を両歯車の回  
 転角速度ベクトルとする。 $\theta$  を刃物歯車回転角とし  $d\theta$  回転  
 するには要する時間を  $dt$  とすると

$$d\theta = |\omega_1| dt$$

簡単のため  $|\omega_1| = 1$  とし  $d\theta = dt$  とすれば

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PQ_1} + \overrightarrow{Q_1Q} \doteq dx_1 + v_1 d\theta$$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PQ_2} + \overrightarrow{Q_2Q} \doteq dx_2 + v_2 d\theta$$

$$\therefore dx_2 = dx_1 + w d\theta \quad (2-11)$$

上式より  $w = v_1 - v_2$ 、 $w$  は相対速度ベクトル

$Q, Q_1, Q_2$  での単位歯面法線ベクトルを  $n_1, dn_1, n_2, dn_2$   
 とすれば

$$n_2 + dn_2 \doteq n_1 + dn_1 + (\omega_1 \times n_1) d\theta$$

$$\doteq n_1 + dn_2 + (\omega_2 \times n_1) d\theta$$

$\omega = \omega_1 - \omega_2$  とし上式より

$$dn_2 = dn_1 + \omega \times n_1 d\theta \quad (2-12)$$

ここで

$$dx_1 = x_{1u} du + x_{1v} dv$$

$$dn_1 = n_{1u} du + n_{1v} dv$$

とすれば (2-11), (2-12) より

$$dx_2 = x_{1u} du + x_{1v} dv + w d\theta \quad (2-13)$$

$$d\Omega_2 = \Omega_{1u} du + \Omega_{1v} dv + \omega \times \Omega_{1\theta} d\theta \quad (2-14)$$

$du, dv, d\theta$  の関係が定まれば  $dx_2, d\Omega_2$  は  $u, v, \theta$  の中の二つの径数で表わすことができる。  $du, dv, d\theta$  の関係を定めるには式(2-4)の  $f(u, v, \theta) = 0$  の全微分形式を求めればよい。ことに注意が、直接  $f=0$  から求めることは  $f$  の具体的式を導くことさえ簡単ではないため得策ではない。そこで食違軸歯車の性質を利用して次のような方法にする。

$Q_2$  の相対速度ベクトルを  $w + dw$  とすれば、 $Q_2$  の両歯面が接触することから

$$(\Omega_1 + d\Omega_1) \cdot (w + dw) = 0$$

$\Omega_1 \cdot w = 0, dw = \omega \times (dx_1 + v_1 d\theta), d\Omega_1 = d\Omega_{1\theta} + \omega_1 \times \Omega_{1\theta} d\theta$   
を上式に代入して

$$w \cdot d\Omega_{1\theta} + dx_1 \cdot \Omega_{1\theta} \times \omega = (\omega_2 \times v_1 - \omega_1 \times v_2) \cdot \Omega_{1\theta} d\theta$$

$dx_1, d\Omega_{1\theta}$  は (2-13) の上の関係を代入し、俗村と同じく

$$\omega_2 \times v_1 - \omega_1 \times v_2 = \mathcal{F}$$

とすれば

$$\begin{aligned} & (w \cdot \Omega_{1u} + x_{1u} \cdot \Omega_{1\theta} \times \omega) du \\ & + (w \cdot \Omega_{1v} + x_{1v} \cdot \Omega_{1\theta} \times \omega) dv = \Omega_{1\theta} \cdot \mathcal{F} d\theta \end{aligned} \quad (2-15)$$

$\Omega_{1\theta} \cdot \mathcal{F} \neq 0$  とすれば

$$f_u du + f_v dv = d\theta \quad (2-16)$$

$$f_u = \frac{W \cdot \Pi_{21u} + X_{1u} \cdot \Pi_{21} \times W}{\Pi_{21} \cdot \varphi}$$

$$f_v = \frac{W \cdot \Pi_{21v} + X_{1v} \cdot \Pi_{21} \times W}{\Pi_{21} \cdot \varphi}$$

(2-16) の関係より (2-13), (2-14) の  $d\theta$  を消去して

$$dX_2 = (X_{1u} + f_u W) du + (X_{1v} + f_v W) dv \quad (2-17)$$

$$d\Pi_2 = (\Pi_{21u} + f_u W \times \Pi_{21}) du + (\Pi_{21v} + f_v W \times \Pi_{21}) dv \quad (2-18)$$

(2-17), (2-18) に  $X_2$  と  $\Pi_2$  被削曲面の平均曲率  $2H_2$  は

$$2H_2 = \frac{E_2 N_2 - 2F_2 M_2 + G_2 L_2}{E_2 G_2 - F_2^2} \quad (2-19)$$

$$E_2 = (X_{1u} + f_u W)^2$$

$$F_2 = (X_{1u} + f_u W) \cdot (X_{1v} + f_v W)$$

$$G_2 = (X_{1v} + f_v W)^2$$

$$L_2 = -(X_{1u} + f_u W) \cdot (\Pi_{21u} + f_u W \times \Pi_{21})$$

$$M_2 = -(X_{1u} + f_u W) \cdot (\Pi_{21v} + f_v W \times \Pi_{21})$$

$$N_2 = -(X_{1v} + f_v W) \cdot (\Pi_{21v} + f_v W \times \Pi_{21})$$

全曲率  $K_2$  は

$$K_2 = \frac{L_2 N_2 - M_2^2}{E_2 G_2 - F_2^2}$$

$\Pi_{21} \cdot \varphi = 0$  のとき (2-15) より

$$(W \cdot \Pi_{21u} + X_{1u} \cdot \Pi_{21} \times W) du$$

$$+ (W \cdot \Pi_{21v} + X_{1v} \cdot \Pi_{21} \times W) dv = 0$$

と仮し、 $du$ ,  $dv$  の一方を消去して  $d\alpha_2$ ,  $d\Omega_2$  を  $du$  と  $d\theta$   
又は  $dv$  と  $d\theta$  で表わすことができて  $2H_2$  を定めることが  
できる。

## § 2.4 接触線方向と相対速度方向のなす角

両歯面の接触線方向の接ベクトルを  $d\mathcal{X}$  とする。  $d\mathcal{X}$  は刃物歯面上にあるから

$$d\mathcal{X} = \mathcal{X}_{iu} du + \mathcal{X}_{iv} dv$$

接触線上では  $\theta$  は一定であるから  $du, dv$  は (2-16) より

$$f_u du + f_v dv = 0$$

を満足しなければならぬ。 (E) から

$$d\mathcal{X} = (\mathcal{X}_{iu} - f_u/f_v \cdot \mathcal{X}_{iv}) du \quad (2-20)$$

接触線方向のベクトル  $(\mathcal{X}_{iu} - f_u/f_v \cdot \mathcal{X}_{iv})$  と相対速度ベクトル  $\mathcal{W}$  のなす角を  $\lambda$  とすると

$$\cos \lambda = \frac{(f_u \mathcal{X}_{iv} - f_v \mathcal{X}_{iu}) \cdot \mathcal{W}}{|f_u \mathcal{X}_{iv} - f_v \mathcal{X}_{iu}| |\mathcal{W}|} \quad (2-21)$$

こゝで本章が必要となるなすり率を求めよう。 図 2-2 の  $P, Q_1, Q_2$  を一對の滑り線上にとり、  $\rho_1, \rho_2$  を  $P$  における両歯面の滑り率とすれば

$$\rho_1 = \frac{d\mathcal{X}_1 - d\mathcal{X}_2}{d\mathcal{X}_1}, \quad \rho_2 = \frac{d\mathcal{X}_2 - d\mathcal{X}_1}{d\mathcal{X}_2}$$

$$\therefore \rho_1 d\mathcal{X}_1 = -\omega d\theta = -\omega (f_u du + f_v dv)$$

上式より

$$(\rho_1 \mathcal{X}_{iu} + f_u \omega) du + (\rho_1 \mathcal{X}_{iv} + f_v \omega) dv = 0$$

同時に 0 とならぬ  $du, dv$  に対し上式が成立するためには

$$(\rho_1 \mathcal{X}_{iu} + f_u \omega) \times (\rho_1 \mathcal{X}_{iv} + f_v \omega) = 0$$

$$\therefore -\Gamma_1 X_{iu} \times X_{iv} = W \times (f_u X_{iv} - f_v X_{iu})$$

ここで  $Z''$  は  $\Pi_2$  の向きを特に定めず  $T$  加,  $Z'' \Pi_2 \Sigma$

$$\Pi_2 = X_{iu} \times X_{iv} / |X_{iu} \times X_{iv}|$$

とすれば  $\Gamma_1, \Gamma_2$  は

$$\Gamma_1 = \frac{W \times (f_v X_{iu} - f_u X_{iv}) \circ \Pi_2}{|X_{iu} \times X_{iv}|} \quad (2-22)$$

$$\Gamma_2 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 - 1}$$

$$= \frac{W \times (f_v X_{iu} - f_u X_{iv}) \circ \Pi_2}{W \times (f_v X_{iu} - f_u X_{iv}) \circ \Pi_2 - |X_{iu} \times X_{iv}|} \quad (2-23)$$

## § 2. 5 結言

この章では、直接創成法により作られる一対の歯車を対象に、刃物歯車歯面、被削歯車歯面の表示、両歯面の接触点の条件式について述べた。つぎに、接触線直交方向の相対曲率が両歯面の平均曲率の差に等しいことを明らかにし、両歯面の平均曲率、全曲率の誘導法を示した。さらに接触線方向と相対速度方向の付角、滑り率の計算式について述べた。この章で示した理論を基礎にして数値例は第4章に示す。

## 第3章 刃物歯車が曲面で創成される場合の かみ合い理論

### § 3.1 緒言

前章で述べたかみ合いの基礎理論では、刃物歯車歯面が始めから2径数で表示されてゐるものとした。このため特別の場合を除いて刃物歯車歯面が研削加工で作られる歯車にこの理論を適用することのできない。けれども、焼入れ研削仕上げ歯車の動力伝達性能、耐摩耗性がそうでない歯車と比較して良いことは一般に良く知られてゐる。

この常識に従って、円筒ウォームギヤでは、理論的に正しく、あるいは近似的に正しく研削仕上げしたウォームが普通使われてゐる。これに対し、厳密な解析が現在のところ不可能である、研削装置がない、ホブの工作が容易でないなどの理由で、鼓形ウォームギヤでは特別に例外を除いて使われてゐない。しかし、焼入れ研削仕上げした鼓形ウォームの試作、運転実験を行つた鈴木、豊山の研究<sup>(3)</sup>にもあるとおり、鼓形ウォームギヤも先に述べた常識の例外であることは明らかである。

研削可能な鼓形ウォームとしては、ホイール歯面を平面とするウォールドハーバウォーム、プロトウォーム、鈴木、佐藤

らにより研究<sup>(29), (30)</sup>されたホイール歯面を平面、円環面などとするウォームギヤがある。これらのウォームギヤは前章で述べた刃物歯車をウォームホイールとした場合に相当する。

ウォーム歯面を砥石面により創成し、このウォーム歯面と同一の工具でホイール歯面を創成する場合の研究は、酒井、牧、БЕРНАЦКИЙ により2行なわれ<sup>(31)</sup>る。酒井、牧の研究は可展歯面鼓形ウォームに関するもので、砥石面は平面に限られ、ウォーム歯面を砥石面とウォーム歯面の接触線である直線を用いて表示して<sup>(19), (20)</sup>いるためその考え方を一般に拡張することはできない。後者の研究は、円錐面で研削される鼓形ウォームについて、接触線の計算例を示して<sup>(32)</sup>いるが相対曲率について接触し<sup>(33)</sup>た。要するに、回転曲面で創成される鼓形ウォームをもつウォームギヤの接触線、相対曲率などの一般的方法は<sup>(34)</sup>いまだに確立されて<sup>(35)</sup>いないのである。

曲面で創成される鼓形ウォームをもつウォームギヤの最大の問題はウォームホブの工作法である。ウォームが可展線織面の場合には、直線をホブの切刃として理論的に正しくホブを作ること可能であるが、直線の方法、位置の変化は複雑であり、切刃の保持が困難となる。ウォーム歯面が線織面以外のときは、ホブの正しく切刃は曲線となる。曲線の切刃を

もつホブの工作は極めて困難であり、このような場合シェーピングホブの使用も考えられるが、加工能率が悪く実用性があまりない。最も簡単な方法として、ウォーム軸断面歯形を直線で近似し、この直線を切刃としてもつホブを作ることを考えられるが、軸断面歯形がどの程度直線に近いかが問題となる。

この章では、刃物歯車歯面が曲面で創成される場合の組み合わせについて、刃物歯車を鼓形ウォームに限定して論じる。すなわち、曲線のある軸のまわりに回転してできる曲面（以下この曲面を工具曲面と呼ぶ）でウォーム歯面を創成し、このウォーム歯面でホイール歯面を創成する場合について、工具曲面とウォーム歯面、ウォーム歯面とホイール歯面の接触点条件式、ウォーム軸断面歯形の計算方法、第2章で示した理論を応用して相対曲率を計算する方法について述べる。

### § 3.2 ウォーム歯面、ホイール歯面の表示と 接触点条件式

前2章では、刃物歯車、被削歯車の歯車軸の相対的位置を特に定めなかったが、この章では図3-1のように座標系と軸関係を定め、ウォーム軸とホイール軸を直交するものとした。しかし非直交の場合への拡張は容易である。

図におりて、工具軸とは工具曲面でウォーム歯面を創成するときの工具曲面の回転軸であり、各記号、座標系は次の意味をもつ。

- a 歯切り中心距離
- b ホイール軸のウォーム軸方向オフセット
- c ウォーム歯面創成時のウォーム軸と工具軸の距離
- m 歯切り速比  $m = |\omega_2| / |\omega_1|$
- n ねじ切り速比  $n = |\omega_0| / |\omega_1|$
- γ 工具軸の傾け角
- φ ねじ切りのときのウォーム回転角
- θ 歯切りのときのウォーム回転角
- $\omega_0$  工具曲面の回転角速度ベクトル
- $\omega_1$  ウォームの回転角速度ベクトル
- $\omega_2$  ホイールの回転角速度ベクトル

$O_0 - x_0 y_0 z_0$  系  $x_0$  軸が工具軸に一致した空間固定の座標

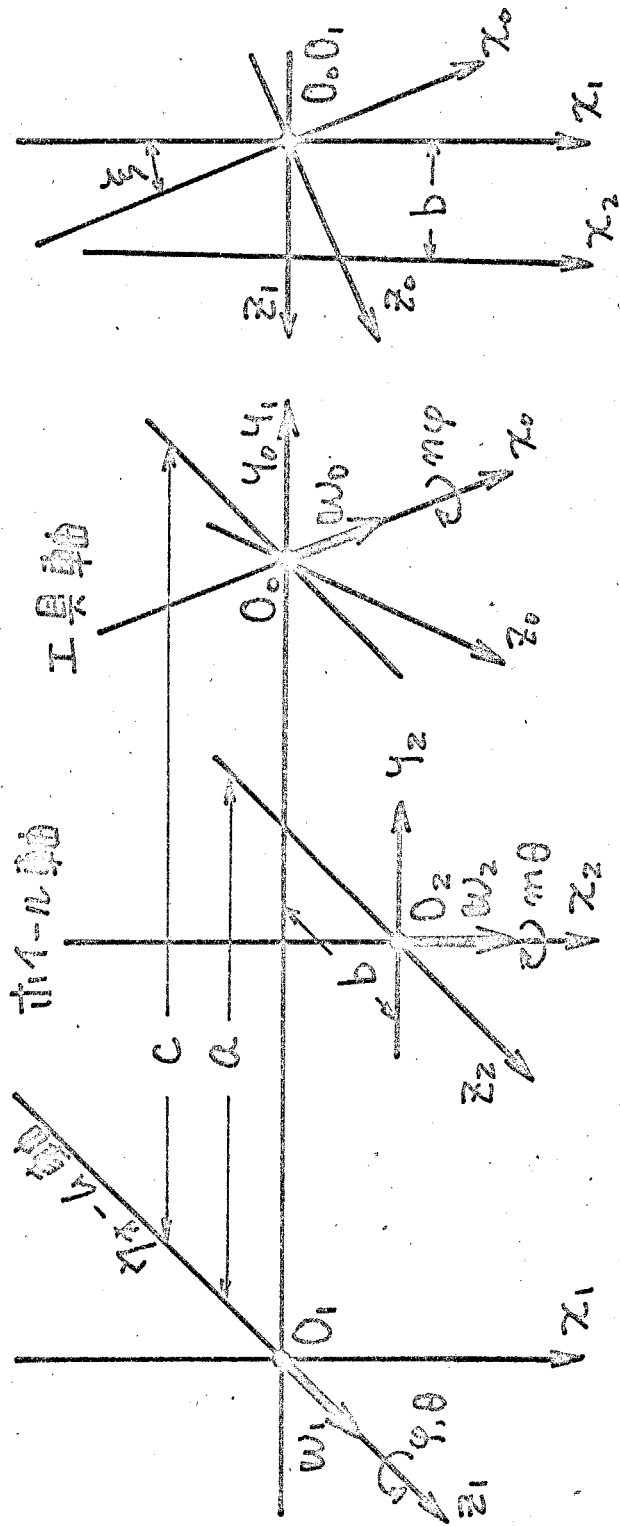


图 3-1 座標系

$O_0-x'_0y'_0z'_0$  系 工具曲面に固定の座標,  $\varphi=0$  で " $O_0-x_0y_0z_0$   
系に一致する

$O_1-x_1y_1z_1$  系  $z_1$  軸が  $U$  軸に一致した空間固定の  
座標

$O_1-x'_1y'_1z'_1$  系  $U$  軸に固定の座標,  $\varphi=0$  で " $O_1-x_1y_1z_1$   
系に一致する

$O_2-x_2y_2z_2$  系  $x_2$  軸が  $V$  軸に一致した空間固定の  
座標

$O_2-x'_2y'_2z'_2$  系  $V$  軸に固定の座標,  $\theta=0$  で " $O_2-x_2y_2z_2$   
系に一致する。

径数  $u, v$  を用いて工具曲面を  $O_0-x'_0y'_0z'_0$  系のベクトル  $x'_0$   
で表わす。

$$x'_0 = \begin{pmatrix} x'_0(u, v) \\ y'_0(u, v) \\ z'_0(u, v) \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

工具曲面が基準の位置にあるときを  $\varphi=0$  とし、このとき  
 $O_0-x'_0y'_0z'_0$  系と  $O_0-x_0y_0z_0$  系が一致するものとする。図 3-1 に  
示した向きに角  $n\varphi$  回転した工具曲面を  $O_0-x_0y_0z_0$  系のベクトル  
 $x_0$  で表わせば

$$x_0 = A x'_0 \quad (3-2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos n\varphi & -\sin n\varphi \\ 0 & \sin n\varphi & \cos n\varphi \end{pmatrix}$$

(3-1), (3-2) の  $\mathcal{R}'_0, \mathcal{R}_0$  で表わされる曲面の単位法線ベクトル  $\mathcal{R}'_0, \mathcal{R}_0$  の関係は

$$\mathcal{R}_0 = A \mathcal{R}'_0 \quad (3-3)$$

ウォーム歯面創成のときの工具曲面とウォーム歯面の相對速度ベクトルを  $O_0-x_0y_0z_0$  系で  $\mathcal{W}_\Sigma$  とする。  $i_0, j_0, k_0$  は  $x_0, y_0, z_0$  軸方向の単位ベクトルとし、  $\omega_0, \omega_1$  は  $O_0-x_0y_0z_0$  系で表わしたものと考へれば  $\mathcal{W}_\Sigma$  は

$$\mathcal{W}_\Sigma = \omega_0 \times x_0 - \omega_1 \times (x_0 + c j_0)$$

$x_0$  の  $x_0, y_0, z_0$  軸方向成分を  $x_0, y_0, z_0$  とすれば上式より、

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\Sigma \propto & -(y_0 + c) \cos \xi i_0 + \{x_0 \cos \xi + z_0 (n + \sin \xi)\} j_0 \\ & - \{n y_0 + (y_0 + c) \sin \xi\} k_0 \end{aligned}$$

第二章と同じく、  $\mathcal{R}_0$  と  $\mathcal{W}_\Sigma$  の内積が 0 になる点が工具曲面とウォーム歯面の接点であり、このときの  $u, v, \varphi$  の関係は

$$f(u, v, \varphi) = 0 \quad (3-4)$$

$x_0$  は  $O_1-x_1y_1z_1$  系で表わすと

$$x_0 = B x_1 + C \quad (3-5)$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos \xi & 0 & \sin \xi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \xi & 0 & \cos \xi \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ c \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\varphi = 0$  のとき  $O_1-x_1y_1z_1$  系と  $O_1-x'_1y'_1z'_1$  系が一致するものと (3-5) の  $x_0$  は  $O_1-x'_1y'_1z'_1$  系で表わしてベクトル  $x'_0$  とす

ねば

$$\mathbf{x}' = \mathbb{C} \mathbf{x}_1 \quad (3-6)$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式(3-4), (3-5)の  $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_1(u, v, \varphi)$  より工具曲面とウキ - ム歯面の接触線の軌跡面と基準の位置 ( $\varphi = 0$ ) から  $\varphi$  回転したウキ - ム歯面上の点が計算できる。また(3-4), (3-6)の  $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $\mathbf{x}' = \mathbf{x}'(u, v, \varphi)$  により得られる曲面がウキ - ム歯面であり、ウキ - ム歯面の軸断面形状は  $\mathbf{x}'$  の  $y'$  方向成分  $\Sigma 0$  として得られる。以後ウキ - ム歯面を式の上では

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}'(u, v, \varphi), \quad f(u, v, \varphi) = 0$$

のように表現する。

基準位置 ( $\varphi = 0$ ) にあるウキ - ム歯面を  $z_1$  軸のまわりに角  $\theta$  回転して  $O_1 - x_1, y_1, z_1$  系のベクトル  $\mathbf{x}''$  で表わす

$$\mathbf{x}'' = \mathbb{C}' \mathbf{x}_1, \quad f(u, v, \varphi) = 0 \quad (3-7)$$

$$\mathbb{C}' = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - \theta) & \sin(\varphi - \theta) & 0 \\ -\sin(\varphi - \theta) & \cos(\varphi - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3-7)で表わされる曲面  $\mathbf{x}''$ ,  $f = 0$  の単位法線ベクトル  $\mathbf{n}''$  は、(3-3)の  $\mathbf{n}_0$  の  $f(u, v, \varphi) = 0$  を満足するもの  $\mathbf{n}''$  は  $O_1 - x_1, y_1, z_1$  系で表わし、 $z_1$  軸のまわりにその正の向きに見て時計回転方向

は  $\theta - \varphi$  回転したものと考えられるから

$$\Omega'' = C' B \Omega_0, \quad f(u, v, \varphi) = 0 \quad (3-8)$$

歯切りの相対速度を  $O_1 - x_1, y_1, z_1$  系で  $\omega_w$  とする。  $i, j, k$  を  $x_1, y_1, z_1$  軸方向の単位ベクトルとして、  $\omega_1, \omega_2$  を  $O_1 - x_1, y_1, z_1$  系で表わしたものとすると

$$\omega_w = \omega_1 \times x_1'' - \omega_2 \times (x_1'' - a j - b k)$$

$x_1''$  の  $x_1, y_1, z_1$  軸方向成分を  $x_1'', y_1'', z_1''$  とすると

$$\omega_w \propto -y_1'' i + \{x_1'' + m(z_1'' - c)\} j - m(y_1'' - a) k$$

つまり  $\omega$  歯面とホイール歯面の接触点では、  $\Omega''$  と  $\omega_w$  の内積が 0 になるなければならない。この条件より

$$g(u, v, \varphi, \theta) = 0 \quad (3-9)$$

$x_2'$  を  $O_2 - x_2', y_2', z_2'$  系で表わしたベクトル  $x_2'$  とすれば

$$x_2' = D (x_1'' - a) \quad (3-10)$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos m\theta & \sin m\theta \\ 0 & -\sin m\theta & \cos m\theta \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ b \end{bmatrix}$$

(3-7), (3-9) の

$$\left. \begin{aligned} f(u, v, \varphi) &= 0, \quad g(u, v, \varphi, \theta) = 0 \\ x_1'' &= x_1''(u, v, \varphi, \theta) \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

より  $\omega$  歯面とホイール歯面の接触線の軌跡面が、また

(3-7), (3-10) の

$$f(u, v, \varphi) = 0, \quad g(u, v, \varphi, \theta) = 0$$

$$\mathcal{X}'_2 = \mathcal{X}'_2(u, v, \varphi, \theta)$$

(3-12)

よりホイール歯面上の接触線, ホイール歯面の形状が計算できる。

## § 3.3 相対曲率

ホイール歯面と接触するウォーム歯面上の点は、必ず工具曲面と接触している。このことと、第2章で述べた方法を用いて相対曲率を求める方法を以下に示す。図3-2に工具曲面、ウォーム歯面、ホイール歯面の関係位置を示した。図のように、基準位置( $\varphi=0$ )から $\varphi$ 回転したウォーム歯面が、その上の点Pで工具曲面と接触すると考えよう。このときPの近傍の点で、第2章と同じく工具曲面が微小角回転した後接触する工具曲面、ウォーム歯面上の点を $P_0, P_1$ とする。 $\overrightarrow{PP_0} = d\alpha_0$ ,  $\overrightarrow{PP_1} = d\alpha_1$  とすれば (2-11) と同様

$$d\alpha_1 = d\alpha_0 + \omega_{\pi} d\varphi \quad (3-13)$$

$P, P_0, P_1$  での単位法線ベクトルを  $\Pi_0, \Pi_0 + d\Pi_0, \Pi_0 + d\Pi_1$  とすれば (2-12) と同じく

$$d\Pi_1 = d\Pi_0 + \omega_{\pi} \times \Pi_0 d\varphi \quad (3-14)$$

$$\text{TE} \text{ し } \omega_{\pi} = \omega_0 - \omega_1$$

(2-16) と同様にして  $\Pi_0 \cdot \rho_{\pi} \neq 0$  とし、 ( $\Pi_0 \cdot \rho_{\pi} = 0$  のときは前章と同様の取扱いをする)

$$d\varphi = f_u du + f_v dv \quad (3-15)$$

$$f_u = \frac{\omega_{\pi} \cdot \Pi_{0u} + \rho_{0u} \cdot \Pi_0 \times \omega_{\pi}}{\Pi_0 \cdot \rho_{\pi}}$$

$$f_v = \frac{\omega_{\pi} \cdot \Pi_{0v} + \rho_{0v} \cdot \Pi_0 \times \omega_{\pi}}{\Pi_0 \cdot \rho_{\pi}}$$

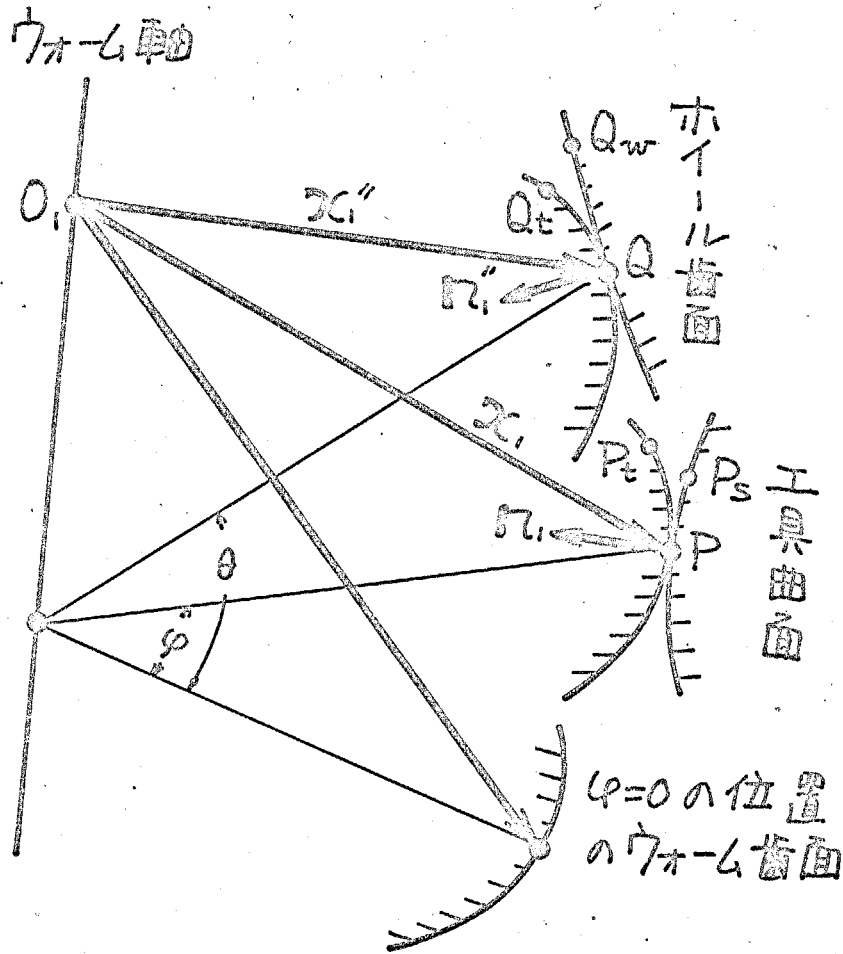


図 3-2 工具歯面,  $\omega$ - $l$  歯面, ホイール歯面の関係位置

$$F \in L \quad \mathcal{G}_c = \omega_1 \times v_0 - \omega_0 \times v_1$$

$v_0, v_1$  は  $P$  での工具曲面,  $\omega_0 - \omega_1$  歯面の速度

$$\mathcal{K}_{ou} = \partial \mathcal{K}_0 / \partial u, \quad \mathcal{K}_{ov} = \partial \mathcal{K}_0 / \partial v$$

$$\mathcal{N}_{ou} = \partial \mathcal{N}_0 / \partial u, \quad \mathcal{N}_{ov} = \partial \mathcal{N}_0 / \partial v$$

(3-15) を用いて (3-13), (3-14) は

$$d\mathcal{X}_1 = (\mathcal{K}_{ou} + f_u \omega_{1x}) du + (\mathcal{K}_{ov} + f_v \omega_{1x}) dv \quad (3-16)$$

$$d\mathcal{N}_0 = (\mathcal{N}_{ou} + f_u \omega_0 \times \mathcal{N}_0) du + (\mathcal{N}_{ov} + f_v \omega_0 \times \mathcal{N}_0) dv \quad (3-17)$$

次に,  $\omega_0 - \omega_1$  が基準位置から  $\theta$  回転したとき,  $\omega_0 - \omega_1$  歯面とホイール歯面の接触点を  $Q$  とする。  $\omega_0 - \omega_1$  歯面上の点は, 工具曲面と接触した点の集まりであるから,  $\omega_0 - \omega_1$  歯面上の  $Q$  点を  $P$  点と同じ点と選ぶことができる。  $P$  に対応する  $P_x, P_w$  と同じ意味の点  $Q_x, Q_w$  を考え,  $\overline{QQ_x} = d\mathcal{X}_1, \overline{QQ_w} = d\mathcal{X}_2$   $Q, Q_x, Q_w$  での単位法線ベクトルを  $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_1 + d\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_1 + d\mathcal{N}_2$  とすれば, こゝで

$$d\mathcal{X}_2 = d\mathcal{X}_1 + \omega_w d\theta \quad (3-18)$$

$$d\mathcal{N}_2 = d\mathcal{N}_1 + \omega_w \times \mathcal{N}_1 d\theta \quad (3-19)$$

$$F \in L \quad \omega_w = \omega_1 - \omega_2$$

こゝで,  $Q_x \in P_x$  が  $\omega_1 - \omega_2$  のまわりには  $\theta - \varphi$  回転して到る点と考え,  $d\mathcal{X}_1, d\mathcal{N}_1$  を  $d\mathcal{X}_1, d\mathcal{N}_1$  が  $\omega_1 - \omega_2$  のまわりには回転してベクトルとすれば

$$d\mathcal{X}_1 = CB d\mathcal{X}_1$$

$$d\Pi_1'' = C'B d\Pi_1$$

と仮定。上式は (3-16), (3-17) を用いて

$$dX_1'' = X_{1u}'' du + X_{1v}'' dv$$

$$d\Pi_1'' = \Pi_{1u}'' du + \Pi_{1v}'' dv$$

$$T = F'' \quad X_{1u}'' = C'B (X_{0u} + f_u \omega_x)$$

$$X_{1v}'' = C'B (X_{0v} + f_v \omega_x)$$

$$\Pi_{1u}'' = C'B (\Pi_{0u} + f_u \omega_x \times \Pi_{0v})$$

$$\Pi_{1v}'' = C'B (\Pi_{0v} + f_v \omega_x \times \Pi_{0u})$$

同様にして  $dX_2$ ,  $d\Pi_2$  は

$$dX_2 = X_{2u}'' du + X_{2v}'' dv + \omega_w d\theta \quad (3-20)$$

$$d\Pi_2 = \Pi_{2u}'' du + \Pi_{2v}'' dv + \omega_w \times \Pi_2'' d\theta \quad (3-21)$$

同様にして

$$d\theta = g_u du + g_v dv \quad (3-22)$$

$$g_u = \frac{\omega_w \times \Pi_{2u}'' + X_{2u}'' \times \Pi_2'' \times \omega_w}{\Pi_2'' \times \omega_w}$$

$$g_v = \frac{\omega_w \times \Pi_{2v}'' + X_{2v}'' \times \Pi_2'' \times \omega_w}{\Pi_2'' \times \omega_w}$$

$$g_w = \omega_2 \times v_1 - \omega_1 \times v_2$$

と仮定して (3-20), (3-21) は

$$dX_2 = (X_{2u}'' + g_u \omega_w) du + (X_{2v}'' + g_v \omega_w) dv \quad (3-23)$$

$$d\Pi_2 = (\Pi_{2u}'' + g_u \omega_w \times \Pi_2'') du + (\Pi_{2v}'' + g_v \omega_w \times \Pi_2'') dv \quad (3-24)$$

と仮定。

(3-16), (3-17) によりウォーム歯面の, また (3-23), (3-24) に  
よりホイル歯面の平均曲率が第2章 (2-10), (2-19) と同じ方  
法で計算できる。ウォーム歯面上の点  $P$  と  $Q$  が同じ点である  
からこれらの平均曲率の差から接触線直角方向の相対曲率が  
求まる。接触線と相対速度方向の付角, すべり率なども,  
(3-23), (3-24) を用いて求めることができる。

## § 3.4 結言

この章では、ウォームが曲線のある軸のまわりに回転してできる工具曲面が創成される場合の噛み合い理論として、ウォーム歯面と工具曲面、ウォーム歯面とホイール歯面の接触点条件式、ウォーム歯面、ホイール歯面の表示式、両歯面の径数曲線の接ベクトルの表示法について述べた。ここで示した諸式は、第2章で述べた平均曲率、全曲率の計算式にそのまま適用でき、相対曲率、接触線と相対速度方向のなす角、すべり率なども、第2章で示した方法で計算できる。

この章の理論は、工具軸、ウォーム軸、ホイール軸の相対位置に対し一定の制限はあるが、軸角 $90^\circ$ の鼓形ウォームギヤに対しは、ほぼ完全なものである。また軸角 $90^\circ$ 以外のウォームギヤに対する拡張も容易である。この所論の円筒ウォームギヤに対する適用は第6章で行う。

## 第4章 刃物歯車歯面の母線が与えられる

### ウォームギヤの接触線, 相対曲率

#### § 4.1 緒言

この章では、第2章のウォームギヤが $\alpha$ 合いの基礎理論と各種のウォームギヤに適用して計算例を示す。ウォームギヤの接触線についてはすでに多くの報告がなされているが、相対曲率については、酒井<sup>(20)</sup>, Zak<sup>(21)</sup>, Niemann<sup>(22)</sup> などに、2枚ずか<sup>(23)</sup>の例についての報告がなされているにすぎない。現在使用されているウォームギヤで相対曲率の大きさが未知の種類も多い。

ここで取扱うウォームギヤは、ウォーム歯面を刃物歯車歯面と可成りものとして、豊山による提案された転位異速ウォームギヤ<sup>(26)</sup>とこのウォームギヤの極限の形として得られるヒンドレウォームギヤ、円筒ウォームギヤ、そしてこれらのウォームギヤのウォームの軸断面歯形を円弧としたウォームギヤ、ウォームギヤと同様の扱いが可能なスピロイドギヤ、ホイール歯面を刃物歯車歯面と可成りものとしてウィルトハーバウォームギヤである。これらのウォームギヤについては、刃物歯車歯面表示式、接触点条件式を示し、つぎに、接触線、相対曲率の計算結果を示す。相対曲率は、その逆数の相対曲率半径をウォームギヤの中心距離で無次元化した値で示す。

## § 4.2 ウォーム母線が直線の円筒ウォームギヤ

### 4.2.1 ウォーム歯面の表示式と接触点条件式

ここでは、直線を母線とする円筒ウォームをもつ円筒ウォームギヤのウォーム歯面の表示式、接触点条件式を示す。以降の各種ウォームギヤについての理解を得やすくするため、この節の説明は詳細に行う。

まず図4-1のような座標系を定める。図2"

a 中心距離

b ウォーム換算ピッチ

u  $\gamma, z_1$  平面から基準位置母線上の一点までの距離

v 基準位置からの母線回転角

$l-l$  基準位置の母線

$l'-l'$  基準位置から移動した母線

$Y_0, Z_0$  基準位置の母線と  $\gamma, z_1$  平面の交点の座標

$\alpha, \beta$  基準位置の母線の傾きを定める角

$O_1-x_1y_1z_1$  系  $z_1$  軸がウォーム軸に一致した空間固定の座標

$O_1-x'_1y'_1z'_1$  系 ウォームに固定の座標,  $\theta=0$  で  $O_1-x_1y_1z_1$  系に一致する

$O_2-x_2y_2z_2$  系  $x_2$  軸がホイール軸に一致した空間固定の座標

$O_2-x'_2y'_2z'_2$  系 ホイールに固定の座標,  $\theta=0$  で  $O_2-x_2y_2z_2$  系に一致する



基準位置の母線  $l-l$  を径数  $u$  を用い 2 次のように表す可。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u - Y_0) \tan \beta \\ u \\ (u - Y_0) \tan \alpha + z_0 \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

この母線が、 $z_1$  軸の負の方向に  $h\nu$  移動して  $l'-l'$  の位置に来たから、 $z_1$  軸のまわりには図示の向きに  $\nu$  回転して作る曲面が換算ピッチ長の右ねじのウォーム歯面である。このウォーム歯面を基準位置 ( $\theta=0$ ) の歯面とする。式 (2-1) の  $x_i(u, \nu)$  は (4-1) の母線表示式と母線の回転、平行移動より

$$x_i'(u, \nu) = \begin{pmatrix} (u - Y_0) \tan \beta \cos \nu + u \sin \nu \\ -(u - Y_0) \tan \beta \sin \nu + u \cos \nu \\ (u - Y_0) \tan \alpha + z_0 - h\nu \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

上式の  $x_i'(u, \nu)$  の表すウォーム歯面が刃物歯面となり、 $z_1$  軸のまわり図示の角  $\theta$  の向きに回転したから、ホイール軸  $x_2$  軸のまわりに  $m\theta$  の向きに回転するホイール素材にホイール歯面を創成してゆく。ウォーム歯面が基準位置から角  $\theta$  回転すると式 (2-2) の  $x_i$  は、

$$x_i(u, \nu, \theta) = \begin{pmatrix} (u - Y_0) \tan \beta \cos(\nu - \theta) + u \sin(\nu - \theta) \\ -(u - Y_0) \tan \beta \sin(\nu - \theta) + u \cos(\nu - \theta) \\ (u - Y_0) \tan \alpha + z_0 - h\nu \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

(4-3) の  $x_i(u, \nu, \theta)$  の表す歯面が回転するウォーム歯面を表し、その単位法線ベクトル  $\Pi_1$  は

$$\Pi_1 = \frac{\partial x_i}{\partial u} \times \frac{\partial x_i}{\partial \nu} / \left| \frac{\partial x_i}{\partial u} \times \frac{\partial x_i}{\partial \nu} \right|$$

$\partial x_1/\partial u, \partial x_1/\partial v$  を計算すると  $\theta = v - \theta$  とし

$$\frac{\partial x_1}{\partial u} = \begin{bmatrix} \tan\beta \cos\theta + \sin\theta \\ -\tan\beta \sin\theta + \cos\theta \\ \tan\alpha \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial v} = \begin{bmatrix} -(u - Y_0) \tan\beta \sin\theta + u \cos\theta \\ -(u - Y_0) \tan\beta \cos\theta - u \sin\theta \\ -h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ -x_1 \\ -h \end{bmatrix}$$

相対速度ベクトル  $\omega$  は、 $\omega = \omega_1 + \omega_2$  の回転角速度ベ

クトル  $\omega_1, \omega_2$  を  $\omega_1 = R, \omega_2 = m\hat{z}$  ( $\hat{z}, \hat{y}, R$  は  $x_1, y_1,$

$z$  軸方向の単位ベクトル,  $m$  は  $\omega = \omega_1 + \omega_2$  の速比) とし

$$\begin{aligned} \omega &= R \times x_1 - m\hat{z} \times (x_1 - a\hat{y}) \\ &= -y_1\hat{z} + (x_1 + mz_1)\hat{y} - m(y_1 - a)R \end{aligned} \quad (4-4)$$

$\partial x_1/\partial u, \partial x_1/\partial v, \omega$  を用い 2. 式 (2-3) の接触点の満たす

条件  $\hat{z}_1 \cdot \omega = 0$  は次のように書くことができる。

$$\begin{vmatrix} -y_1 & x_1 + mz_1 & -m(y_1 - a) \\ y_1 & -x_1 & -h \\ \tan\beta \cos\theta + \sin\theta & -\tan\beta \sin\theta + \cos\theta & \tan\alpha \end{vmatrix} = 0$$

上の行列式の第 1 行に第 2 行を加えて

$$\begin{vmatrix} 0 & mz_1 & -m(y_1 - a) - h \\ y_1 & -x_1 & -h \\ \tan\beta \cos\theta + \sin\theta & -\tan\beta \sin\theta + \cos\theta & \tan\alpha \end{vmatrix} = 0$$

上式が直線母線円筒  $\omega = \omega_1 + \omega_2$  の接触点条件式の具体的形

形であり、式 (2-4) の  $f(u, v, \theta) = 0$  に相当する。これを展

開して整理すると

$$A_2 u^2 + A_1 u + A_0 = 0 \quad (4-5)$$

$$A_2 = \sec^2 \alpha \cos \Theta - \tan \beta \{ (\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta + 1) \sin \Theta - \tan \beta \cos \Theta \}$$

$$A_1 = \tan \alpha \{ h \sin \Theta - (Y_0 \tan \alpha - z_0 + h\nu) \cos \Theta \} - (a - h/m)$$

$$- \tan \beta [ \{ (z_0 - h\nu) \tan \alpha - Y_0 (2 \tan^2 \alpha + 2 \tan^2 \beta + 1) \} \sin \Theta$$

$$+ (Y_0 \tan \beta - h \tan \alpha) \cos \Theta + (a - h/m) \tan \beta ]$$

$$A_0 = -h (Y_0 \tan \alpha + h\nu) \sin \Theta - \tan \beta [ Y_0 \{ Y_0 (\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta)$$

$$- (z_0 - h\nu) \tan \alpha \} \sin \Theta + h \{ Y_0 \tan \alpha - (z_0 - h\nu) \} \cos \Theta$$

$$+ (a - h/m) \tan \beta ]$$

上式は  $u$  に関する 2 次式であるので、適当に  $\theta, \nu$  を与えれば  $u$  を求めることは可能である。

ホイールを面を表現するための式 (2-6) の  $\chi_2'$  は

$$\chi_2' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos m\theta & \sin m\theta \\ 0 & -\sin m\theta & \cos m\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_1 \\ y_1 - a \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

上に述べた諸式は、線織面内筒ウエーラに関する一般式であるが、これらの式で  $\beta=0, z_0=0$  とすれば圧力角  $\alpha$  の台形ねじ面をウエーラ歯面とする場合には、 $h = Y_0 \tan \alpha \cos \beta \sin \beta$  とすればインボリュートヘリコイドの場合になる。

#### 4.2.2 計算結果

計算したウエーラギヤは、 $\beta=0, z_0=0$  とした台形ねじ面をウエーラ歯面とするものでその諸元を表 4-1 に示す。図 4-2, 4-3, 4-4 は接触線、相対曲率半径  $R$  の計算結果である。接

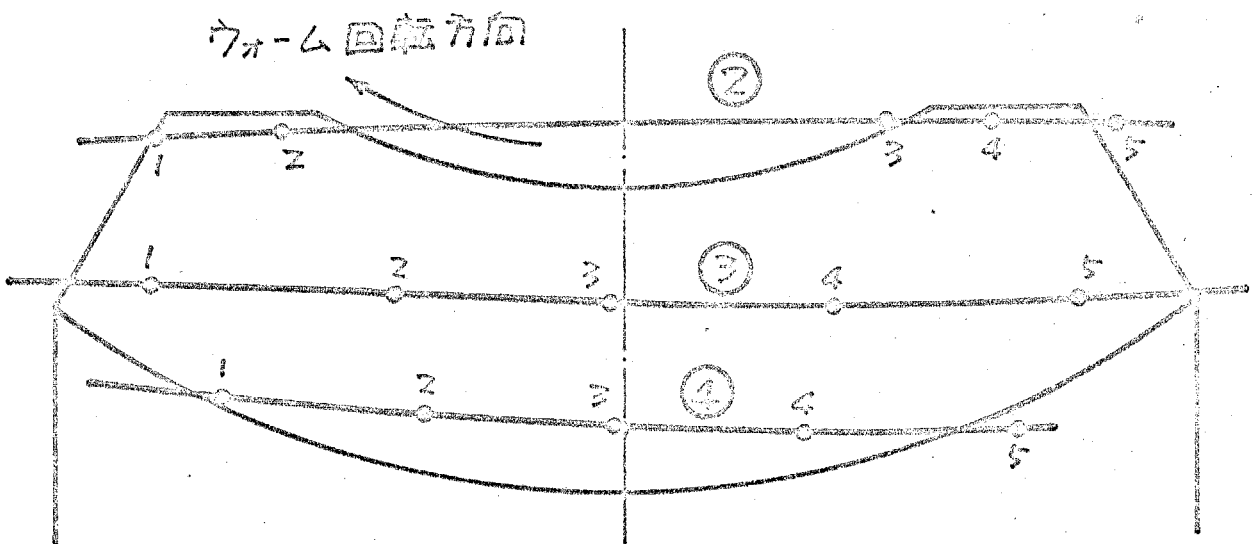
変比 $m$	$1/40$	$2/40$	$4/40$
換算歯数 $z$	2.005	4.01	8.02
中心距離 $a$	100		
圧力角 $\alpha$	23.5°		
$\gamma_0$	19.8		

表4-1 計算諸元

接触線は、ホイール歯面上の同時接触線で、(4-5)、(4-6)により計算したもので、接触線③は $\theta=0^\circ$ としたとき、②はそれより一歯分 $\theta$ が減少したとき、④は一歯分増加したときの接触線である。一歯分とは $m=1/40$ の1条ウォームの場合にはウォーム1回転に相当し $360^\circ$ 、 $m=2/40$ の2条ウォームではウォーム $1/2$ 回転で $180^\circ$ 、 $m=4/40$ の4条ウォームでは $1/4$ 回転で $90^\circ$ である。接触線②はかみ合い始めの、③は終りの接触線で、ホイールの1枚の歯に着目すれば、最初②の付近に接触を生じかみ合いの進行とともに③、④の順に接触線が移動する。

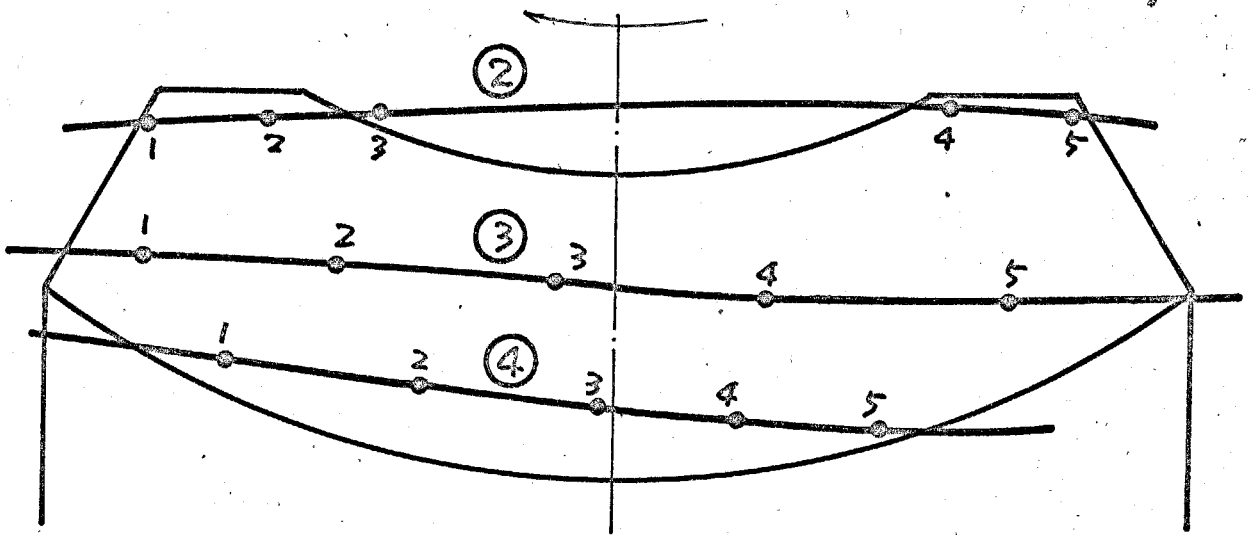
1, 2, 3 と番号を附した点の相対曲率半径 $R$ を計算した点で、その値は中心距離 $a$ で無次元化して図下側の表に示した。

図より、一本の接触線に沿って2の相対曲率の変化は少く、歯面全域での変化も少いことが明らかである。 $m$ を増やすとホイール歯面右側(かみ合い入口側)で $R$ は増加し、左側(かみ合い出口側)で減少する傾向がある。



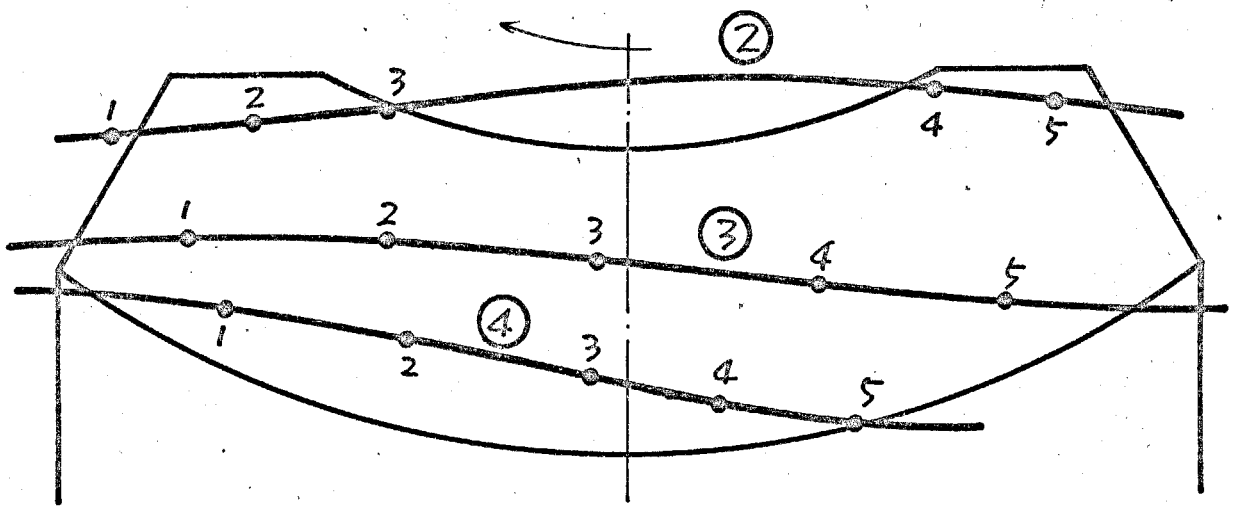
相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.27	0.29	0.41	0.39	0.37
③	0.22	0.26	0.28	0.28	0.27
④	0.15	0.15	0.16	0.16	0.16

圖 4-2 內筒蜗轮-蜗杆 其中  $m = 1/40, a = 100 \text{ mm}$



相对曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.23	0.25	0.28	0.46	0.43
③	0.20	0.23	0.27	0.29	0.29
④	0.13	0.15	0.16	0.16	0.16

图4-3 円筒の $\alpha$ - $\mu$ 分布  $m=2/40$



相对曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.19	0.20	0.22	0.58	0.55
③	0.15	0.21	0.28	0.31	0.31
④	0.09	0.14	0.16	0.16	0.16

图 4-4 内筒的  $\sigma - \epsilon$  曲线  $m = 4/40$

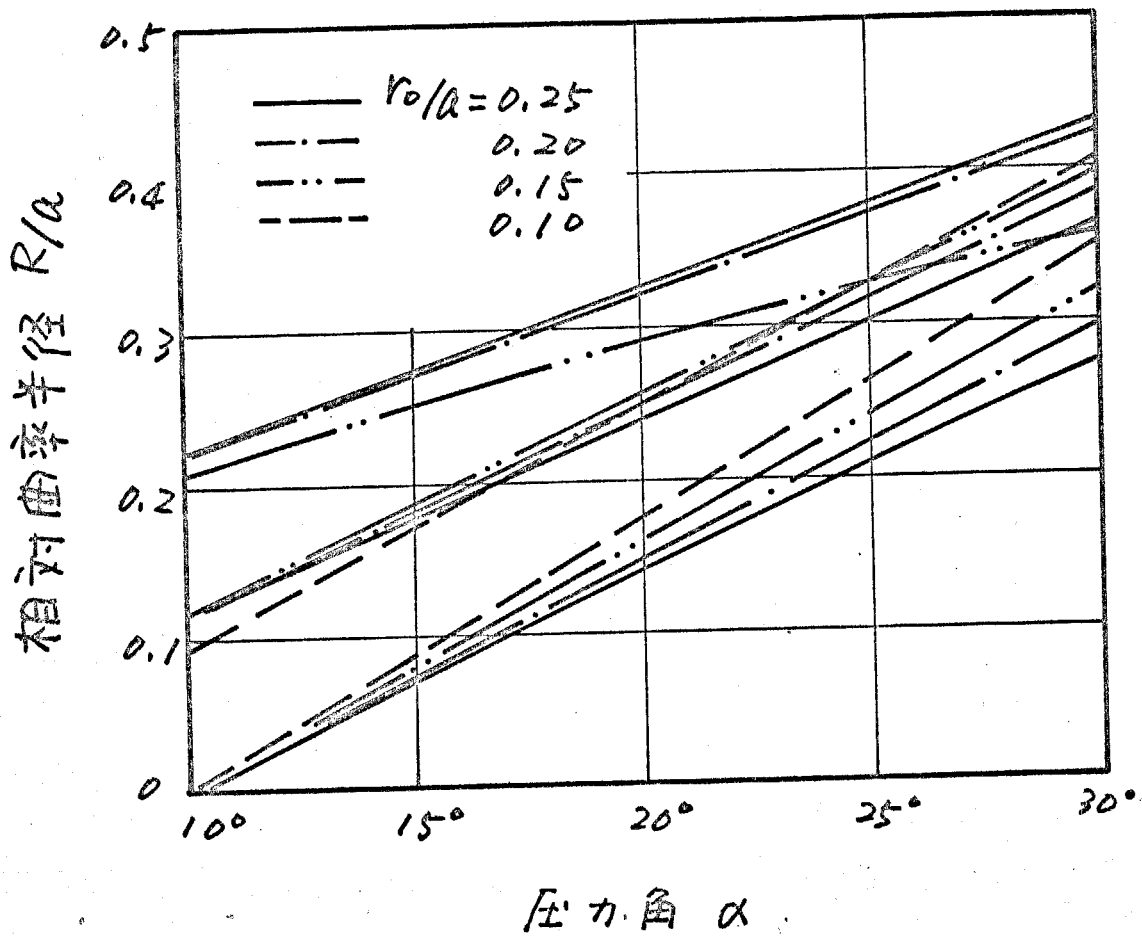


图4-5  $\alpha, r_0/a$  与  $R/a$ , 直線母線円筒ウチ-4ギヤ  
( $\nu-\theta=-19^\circ$ , ホイ-ル歯面左側)

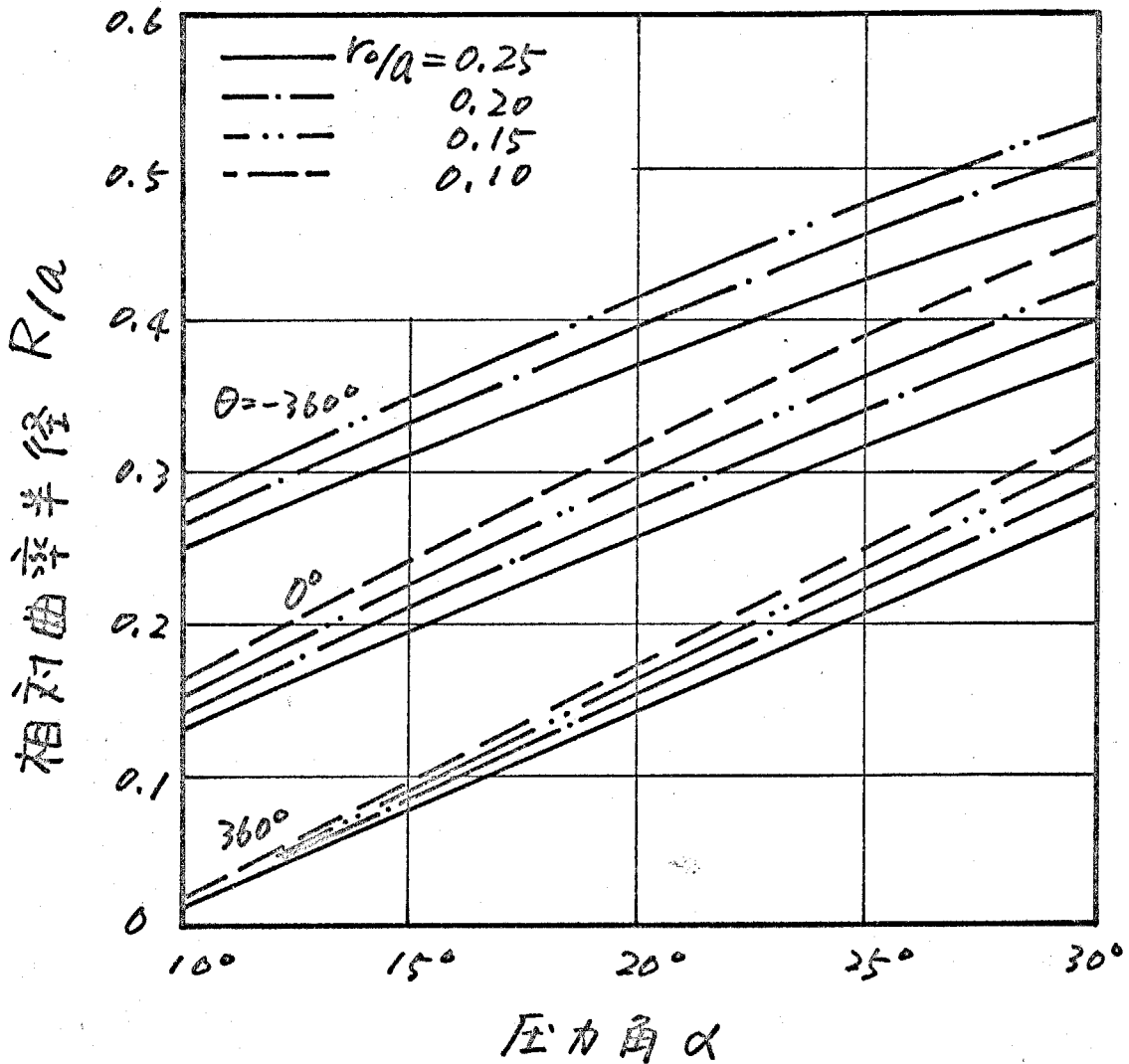


図4-6  $\alpha$ ,  $r_0/a$  と  $R/a$ , 直線母線円筒ウォームギヤ  
( $\nu - \theta = 1^\circ$  ホイル歯面中央)

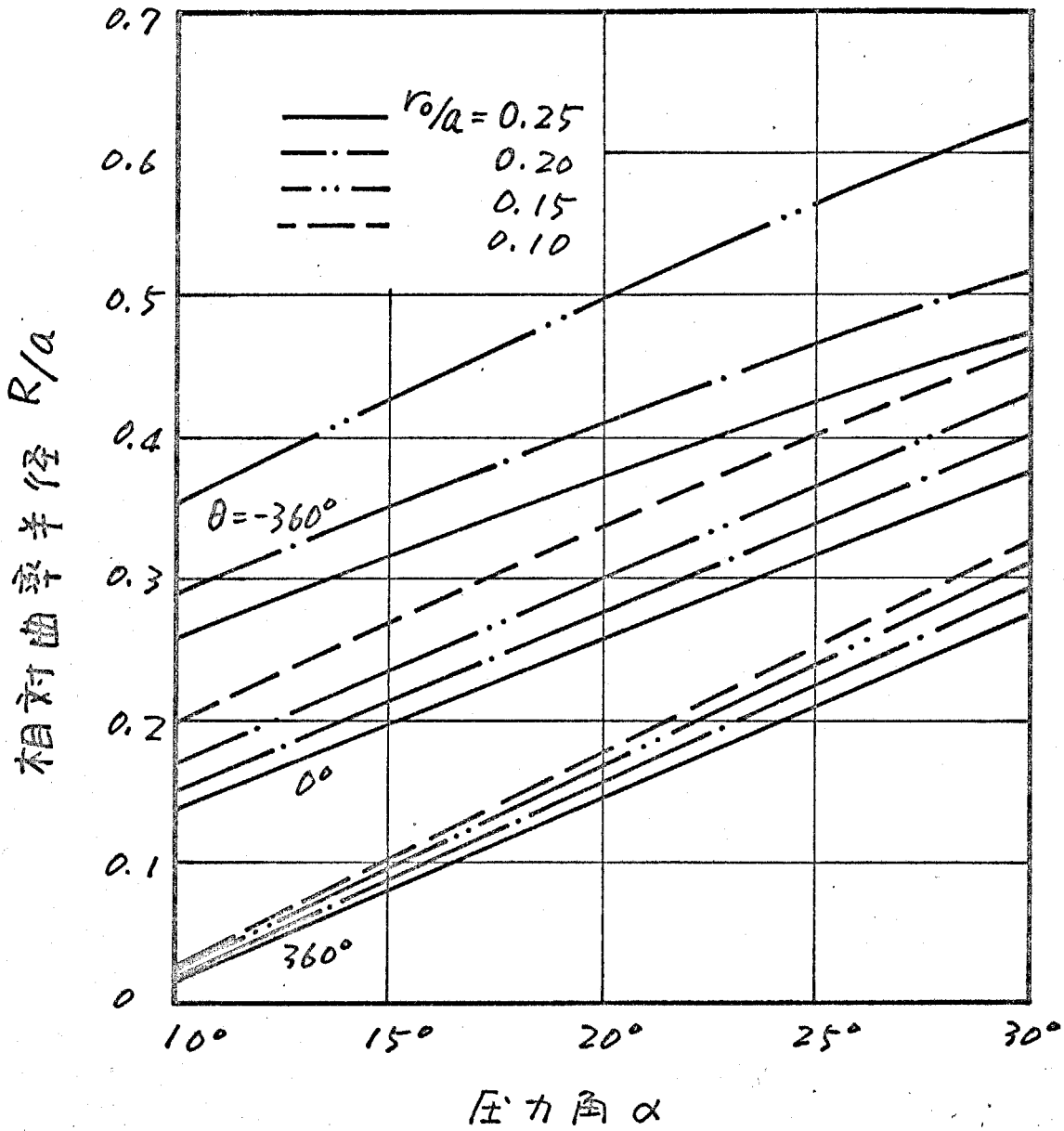


図4-7  $\alpha$ ,  $r_0/a$  と  $R/a$ , 直線母線円筒ウチノ側  
 ( $\nu - \theta = 21^\circ$ , ホール歯面右側)

図4-5, 4-6, 4-7 は, 図4-2の  $m=1/40$  の場合に,  $\alpha, \gamma_0$  を  
 変えて  $R$  を計算した結果である。  $\theta = -360^\circ, 0^\circ, 360^\circ$  はそれ  
 ぞれ接触線②, ③, ④に対応し,  $\nu - \theta = -19^\circ, 1^\circ, 21^\circ$  はそれぞ  
 れホイール歯面の左側, 中央, 右側の位置にある。以下,  $\alpha, \gamma_0$  を変えた  
 ための接触線の位置, 形状が変化するため計算  
 点が図4-2のホイール歯面内にあるとは限らな。図より,  
 一般的に圧力角  $\alpha$  が大い,  $\gamma_0$  が少いほうから  $R$  は大きくなる  
 と言える。

### § 4.3 ウォーム母線が円弧の内筒ウォームギヤ

#### 4.3.1 ウォーム歯面の表示式と接点条件式

この節では、前節で取扱った直線母線内筒ウォームの母線を円弧に変えたウォームを扱う。このタイプのウォームギヤについては、すでに G. Niemann によって詳細に論じられている<sup>(28)</sup>。その手法はウォーム軸断面歯形および軸断面に平行な平面にある断面歯形をラックとし、これにのみ合うギヤを求める2次元的手法であり、作図による計算をも含む精度、透明度の低いものである。これに対し本研究では、3次元の考え方をとり、電子計算機の駆使を前提として式を導く。

図4-8に座標系と母線を示す。図にあり

$R_0$  円弧半径

$Y_0, Z_0$  基準位置の円弧中心の座標

$u$  円弧を表わす径数

$v$  円弧のねじ運動を表わす径数

$r_0$  z軸から円弧とy軸の交点までの距離

$\alpha$  計算の基準とすべし圧力角

$$r_0 = R_0 \sin \alpha \quad Z_0 = R_0 \cos \alpha, \quad Y_0 = r_0 + R_0 \sin \alpha$$

図より式(2-1)の  $\mathcal{X}'(u, v)$  は

$$\mathcal{X}'(u, v) = \begin{pmatrix} (Y_0 - R_0 \sin u) \sin v \\ (Y_0 - R_0 \sin u) \cos v \\ Z_0 - r_0 v + R_0 \cos u \end{pmatrix} \quad (4-7)$$

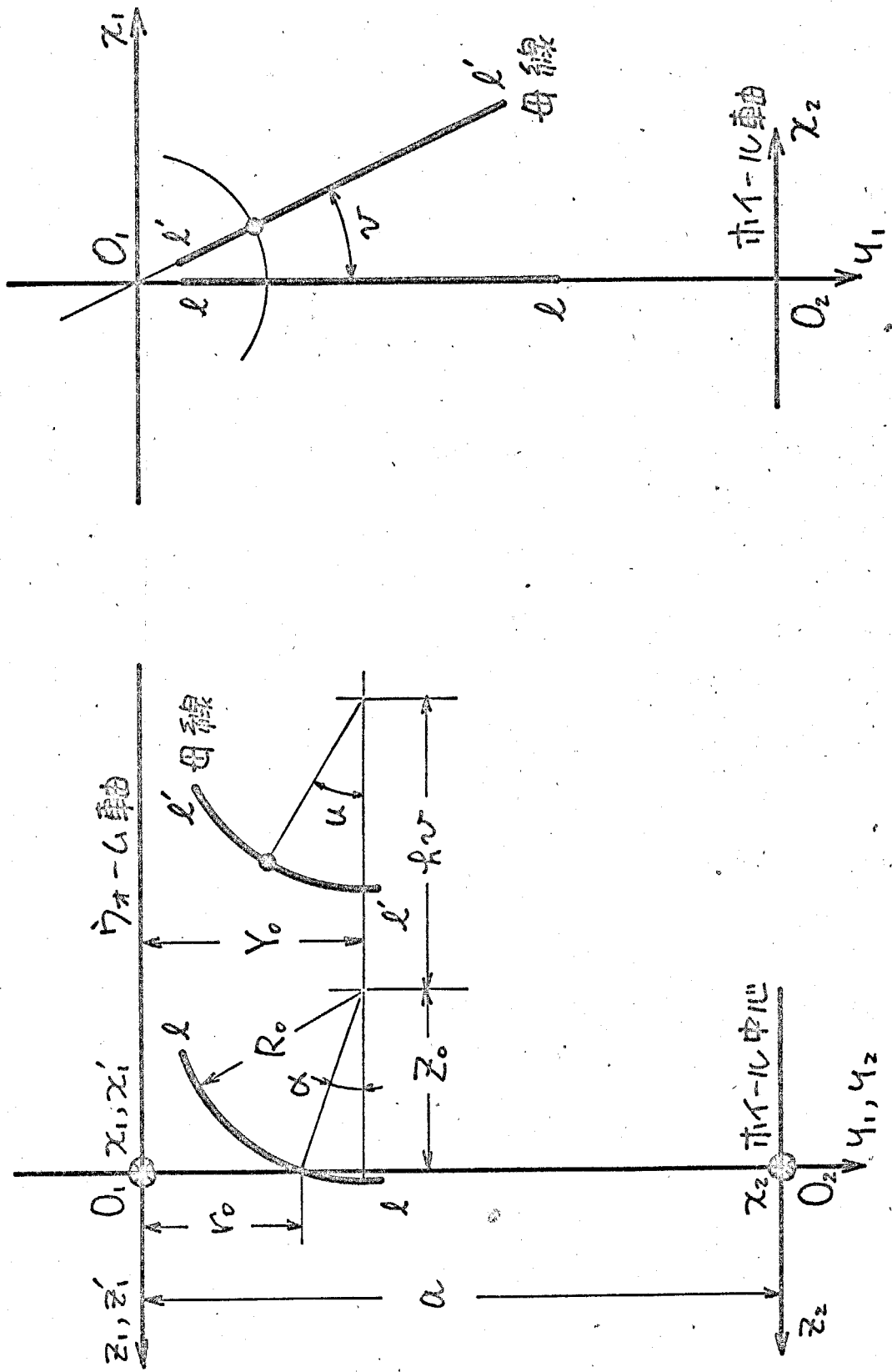


図4-8 円弧母線円筒の表示

式(2-2)の $x_1(u, v, \theta)$ は

$$x_1(u, v, \theta) = \begin{bmatrix} (Y_0 - R_0 \sin u) \sin(v - \theta) \\ (Y_0 - R_0 \sin u) \cos(v - \theta) \\ Z_0 + R_0 \cos u - h v \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

式(2-4)の $f(u, v, \theta) = 0$ は

$$A \sin^2 u + B \sin u \cos u + C \cos^2 u + D \sin u + E \cos u = 0 \quad (4-9)$$

$$A = R_0 (Z_0 - h v) \cos(v - \theta)$$

$$B = R_0 (Y_0 \cos(v - \theta) - r_0)$$

$$C = -h R_0 \sin(v - \theta)$$

$$D = -Y_0 (Z_0 - h v) \cos(v - \theta)$$

$$E = Y_0 (Y_0 \cos(v - \theta) - r_0) - h (Z_0 - h v) \sin(v - \theta)$$

$x'$ は(4-6)と同じ $z'$ である。

### 4.3.2 計算結果

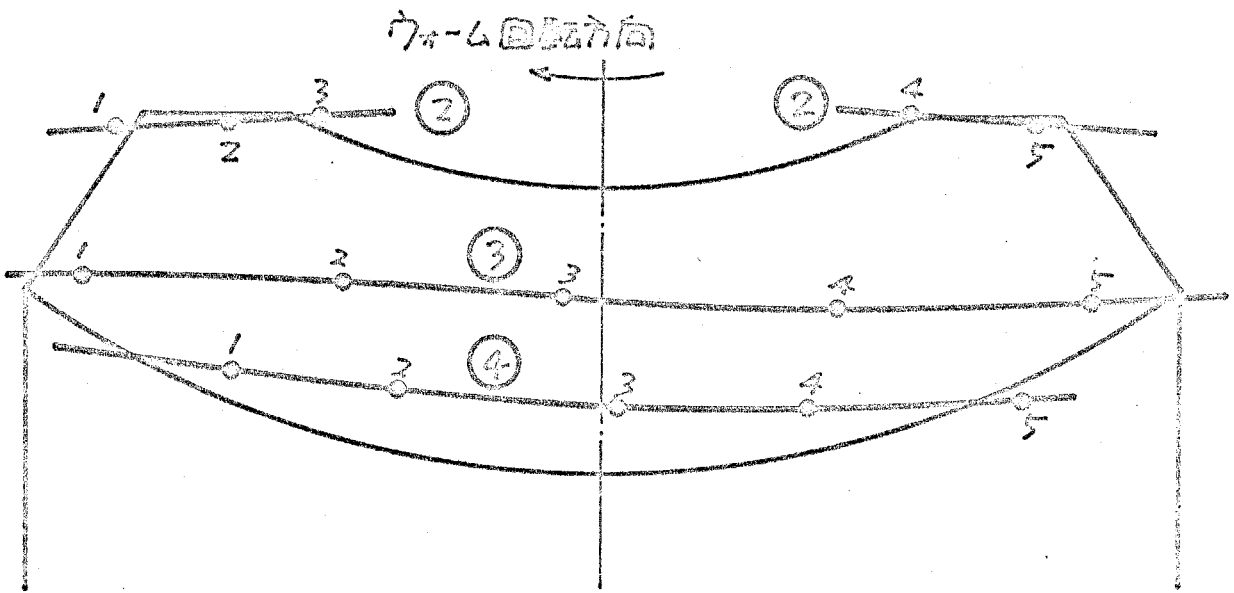
式(4-9)は $\sin u$ に関する4次方程式に変換し、その実根の近似解をBairstow-McAuley法<sup>(35)</sup>により全て計算し、有用な解を(4-6)又は(4-8)に代入して接触点 $z'$ を求めた。近似計算の打ち切精度は $1 \times 10^{-6}$ とし、この精度で求めた $u, v, \theta$ を $\Omega \cdot W / |W|$ を計算するとその値は $\pm 1 \times 10^{-6} \sim \pm 1 \times 10^{-7}$ 程度であり、十分な精度である。

計算したウォームギヤの諸元を表4-2に示す。図4-9は $r_0 = 19.8, R_0 = 100$ とした例。図4-10は $r_0 = 25, R_0 = 25$ とした

透比	$m$	$1/50$	$1/40$
中心距離	$a$	100	100
換算ピッチ	$h$	2.005	1.875
内弧半径	$R_0$	100	25
	$r_0$	19.8	25
	$\alpha$	$20^\circ$	$20^\circ$

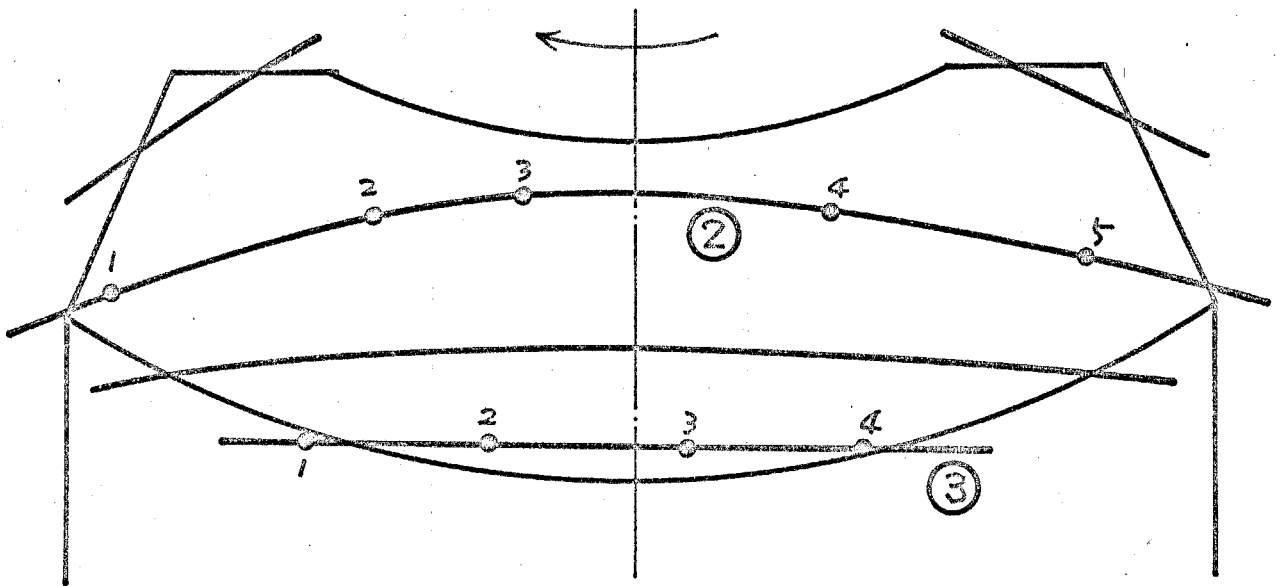
表4-2 計算諸元

上例である。図4-9の例は、図4-2の直線歯形の例と比較して接触線形状、相対曲率半径ともあまり変化なく、むしろ接触線④では $R$ が多少減少している。この理由は、図4-11に示すように、内弧母線の接触線の軌跡曲率が直線母線のそれと比較して、かみ合いの終り側でウォーム軸（ $Z_1$ 軸）に近づくため、かみ合いの限界（ホイール中心から接触線の軌跡に下した垂線の足の点）が $Y$ 軸に近づくことにある。したがって、この形式のウォームでは内弧半径 $R_0$ 、 $r_0$ 、 $Y_0$ 、 $Z_0$ 、転位などの条件の選択が重要となる。図4-10は $R_0$ 、 $r_0$ を変えて計算した例で、上記のかみ合いの限界を避けた結果、かみ合いの率は減少したが、かみ合いの入口側の $R$ は改良された。図4-11から明らかになるように、 $R_0$ を小さくするとかみ合いの入口側では接触線の軌跡が歯天の部分から外に出やすくなるためにかみ合いの率は減少することになる。しかしこの部分の接触線の高さが大きくなるため $R$ は大きくなる。この点については、次の章が詳しく考察する。



相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.31	0.33	0.37	0.39	0.44
③	0.20	0.25	0.27	0.27	0.24
④	0.08	0.09	0.09	0.09	0.08

圖 4-9 圓弧母線內筒  $\dot{\omega}_\pi - L$  中  $m = 1/40$ ,  
 $R_0 = 100$ ,  $r_0 = 19.8$ ,  $a = 100$



相对曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.45	1.10	1.43	1.21	0.72
③	0.22	0.25	0.25	0.23	

图4-10 圆弧母线筒的  $m=1/40$   
 $R_0=25, r_0=25$

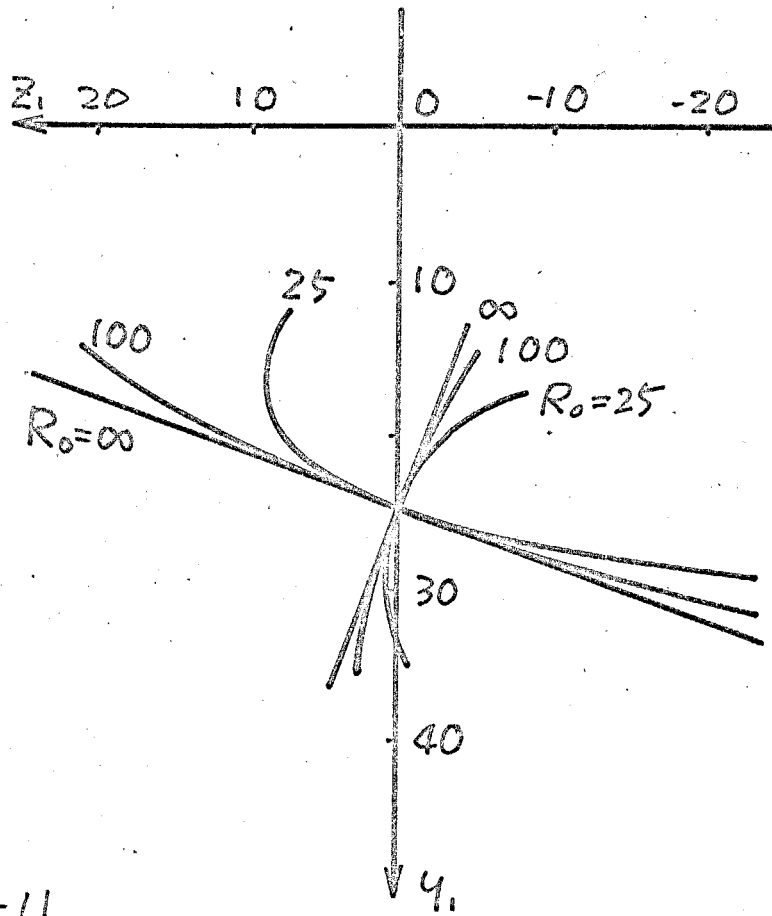


図 4-11

接触線の軌跡面の  $y_1-z_1$  平面による断面

$$m = 1/40, r_0 = 25, \alpha = 20^\circ$$

## § 4.4 ウォーム母線が直線の鼓形ウォームギヤ

### 4.4.1 ウォーム歯面の表示式と接点条件式

この節で取扱うウォームは、ヒンドレウォームと呼ばれるウォーム軸と交わる直線母線をもちウォームである。ヒンドレウォームギヤおよびヒンドレウォームを転位異速方式に適用したウォームギヤの接触線についてほかに研究されている<sup>(26)</sup>。しかし相対曲率については以下報告されている<sup>(1)</sup>。ここでは、豊山の誘導したウォーム歯面表示式、接点条件式を示す。図4-12に座標系と母線を示す。図において

- $a$  中心距離 (歯切り中心距離)
- $c$  ねじ切り中心距離
- $m$  速比 (歯切り速比)
- $n$  ねじ切り速比
- $R_n$  ねじ切り半径
- $u$  ウォーム軸から母線上の一点までの距離
- $v$  母線の移動を表わす径数
- $\alpha$  ウォームのど部の圧力角

図で、 $l-l$ の位置にある基準位置の母線が、ねじ切り中心  $O$  のまわりには  $n\omega$  回転するとともに、ウォーム軸のまわりには  $\omega$  回転してウォーム歯面を作るとすれば

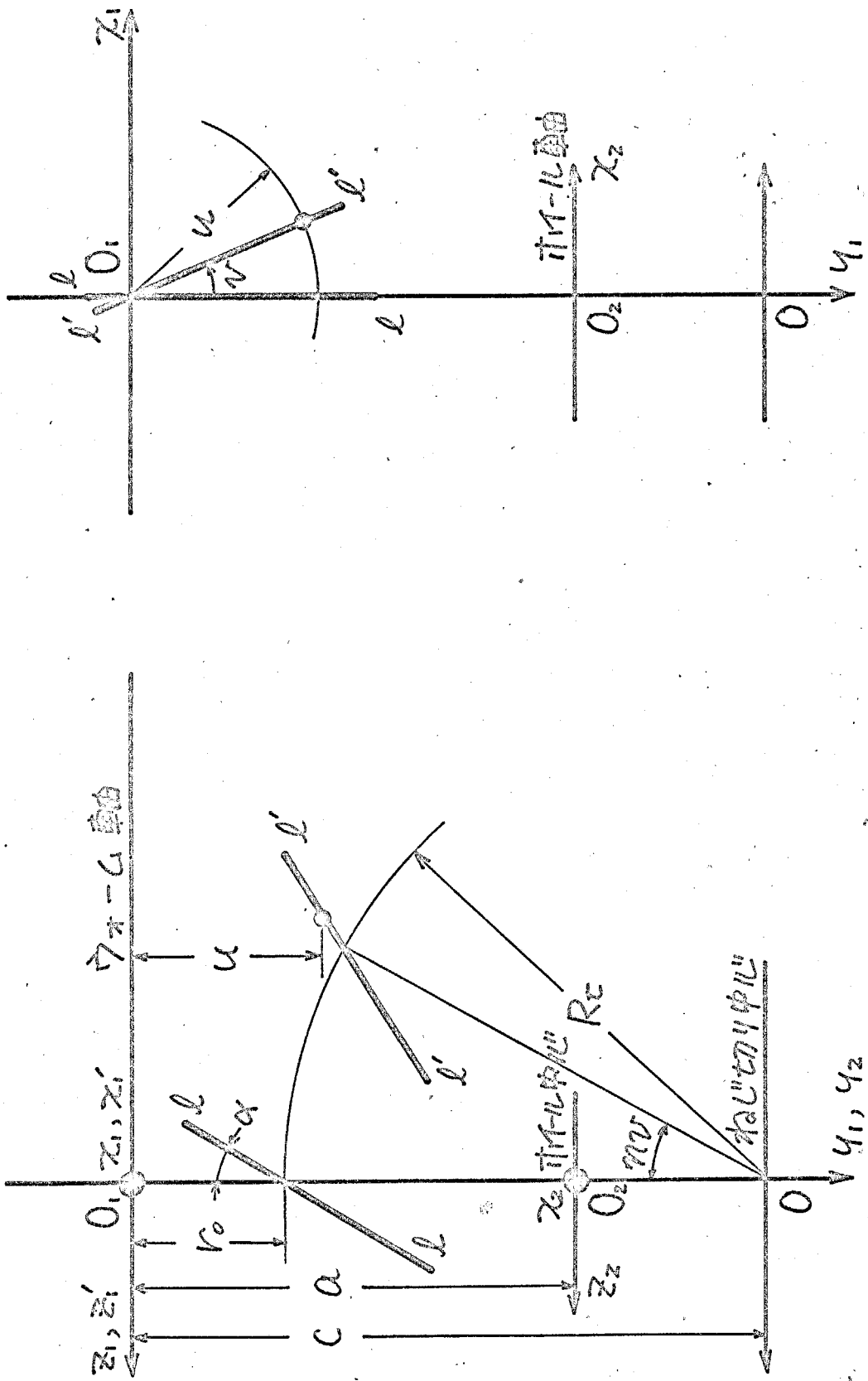


图4-12 直線母線鼓形ウチ-ウチの表示

$$\chi_1(u, v) = \begin{bmatrix} u \sin v \\ u \cos v \\ -R_x \sin m v + (u - q) \tan(\alpha + m v) \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

$$q = R_x (1 - \cos m v) + r_0$$

$\chi_1(u, v, \theta)$  は

$$\chi_1(u, v, \theta) = \begin{bmatrix} u \sin(v - \theta) \\ u \cos(v - \theta) \\ -R_x \sin m v + (u - q) \tan(\alpha + m v) \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

$f(u, v, \theta) = 0$  は

$$A_2 u^2 + A_1 u + A_0 = 0 \quad (4-12)$$

$$A_2 = -n \tan(\alpha + m v) \sec(\alpha + m v) \sin(v - \theta)$$

$$- \sec(\alpha + m v) \cos(v - \theta) + m/m \sec(\alpha + m v)$$

$$A_1 = n (R_x \cos \alpha + q \sec(\alpha + m v) - R_x \sin m v - q \tan(\alpha + m v))$$

$$\times \sin(v - \theta) + (R_x \sin m v + q \tan(\alpha + m v)) \sin(\alpha + m v)$$

$$\times \cos(v - \theta) - m/m (R_x \cos \alpha + q \sec(\alpha + m v)) + a \cos(\alpha + m v)$$

$$A_0 = -n (R_x \cos \alpha + q \sec(\alpha + m v)) (R_x \sin m v + q \tan(\alpha + m v))$$

$$\times \sin(v - \theta)$$

$\chi_2$  は式(4-6)と同 - 2<sup>o</sup> あり。

#### 4.4.2 計算結果.

計算した  $\omega - \mu$  系の諸元を表 4-3 に示す。ねじり中心距離  $c$  は転位異速方式の定義より次式で定める。

$$c = m/m (a - r_0) + r_0$$

中心距離	$a$	100	100	100	100	100	100	100
歯比	$m$	$1/40$	$2/40$	$4/40$	$1/40$	$2/40$	$1/40$	$2/40$
	$n/m$	1	1	1	0.8	0.8	0.5	0.5
	$r_0$	17	17	17	17	17	17	17
圧力角	$\alpha$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$	$23.5^\circ$

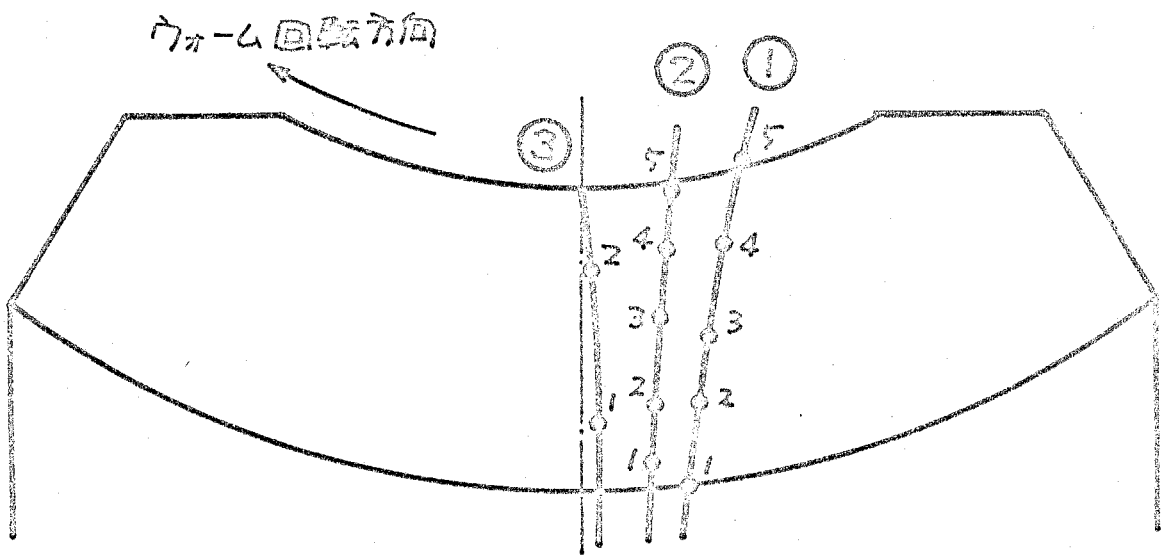
表4-3 計算諸元

図4-13, 4-14, 4-15は、 $n/m=1$ としたヒンドレウフォームギヤの例である。ヒンドレウフォームギヤは、ホイール歯面中央線と常はウォームとホイールの接触が行われるが、この中央線は圧角を付して交わる二つの曲面の交線であるため図では省略した。図より、歯面中央線附近を通る接触線③で特に相対曲率半径  $R$  が大きい。この理由は、酒井らによって詳しく考察された<sup>(18)</sup>。

図4-16, 4-17は、図4-13  $m=1/40$  の例について、接触線①, ②上の点の  $R$  と  $r_0, \alpha$  を変えて計算した結果である。円筒ウォームギヤ、後述の転位異速ウォームギヤと異なり、 $\alpha$  を増すと  $R$  は減少する。また  $r_0$  が大になると  $R$  も大になる。

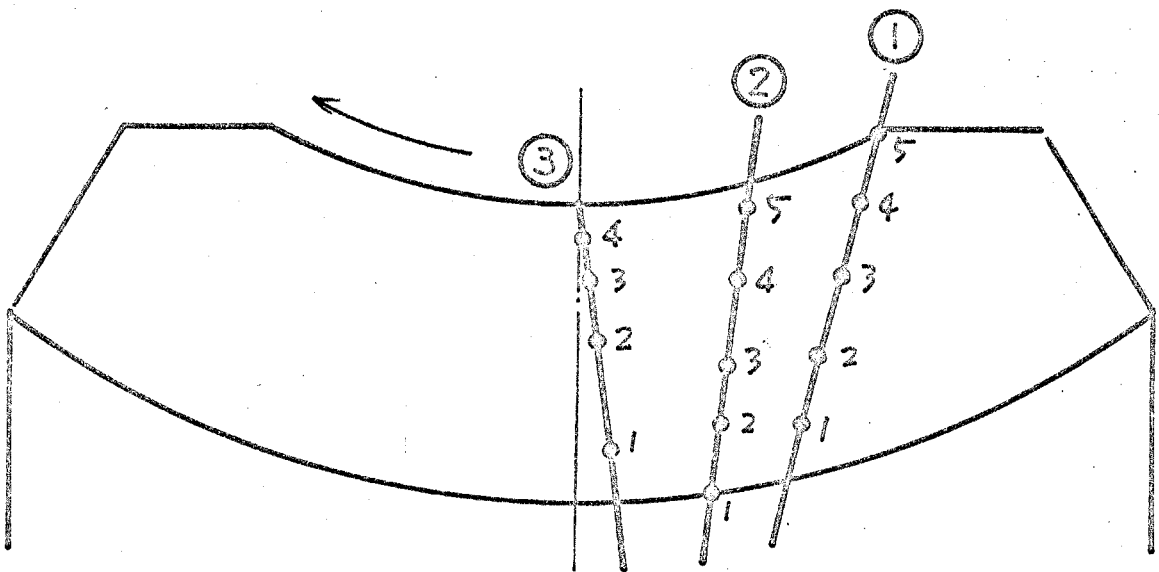
図4-18, 4-19, 4-20, 4-21は  $m=1/40, 2/40, n/m=0.8, 0.5$  とした転位異速ウォームギヤの例である。 $n/m=0.8$  では接触線形状、 $R$  とともに円筒ウォームギヤとヒンドレウフォームギヤの中間の性質を示している。 $n/m=0.5$  では両者ととも円筒ウォームギヤに近い。このウォームギヤでは接触線が密になると  $R$  が小さく、疎になると  $R$  は大となる。これについて

これは第7章で考察を加えるが、酒井、牧の第1接触線と第2  
 接触線とが滑らかに接続して1本の接触線になった状態とを  
 考えられる。図4-22, 4-23, 4-24は、図4-18,  $m=1/40$ ,  $v/v_m=$   
 $0.8$  の例の $\alpha$ ,  $v_0$ を変えて $R$ を計算した図で、 $\alpha$ に關しては  
 円筒の $\alpha - \mu$ と同じく $\alpha$ を増すと $R$ は増大する。 $v_0$ に關して  
 は円筒の $\alpha - \mu$ が $\alpha$ とヒンドレ $\alpha - \mu$ が $\alpha$ の中間に転位異  
 速 $\alpha - \mu$ が $\alpha$ があるため傾向が一定ではない。



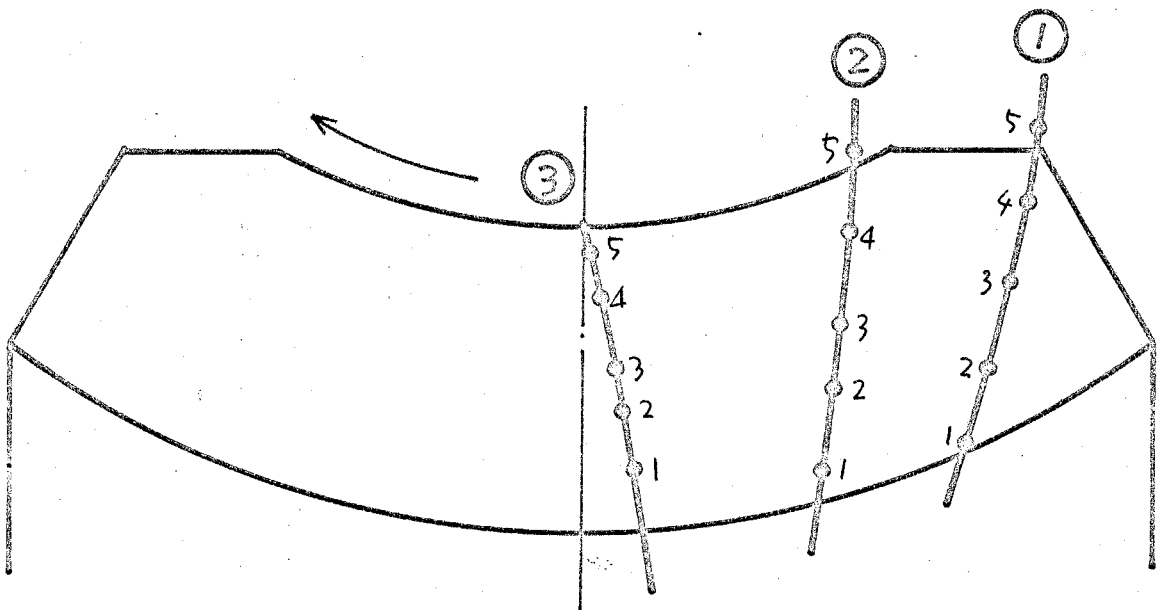
相対曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	1.22	1.15	1.08	0.95	0.82
②	1.85	1.99	1.91	1.60	1.51
③	13.86	42.24			

図 4-13 直線母線筒形  $\pi-4$  形  $m = 1/40, R = 100$ .  
 (ヒンド  $\pi-4$  形  $m/m = 1$ .)



相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	1.01	0.92	0.81	0.71	0.60
②	1.78	1.71	1.65	1.52	1.39
③	12.40	21.11	36.66	82.08	

④ 4-14 直線母線鼓形ウオ-ムギヤ  $m=2/40$   
 (ヒンドルウオ-ムギヤ  $m/m=1$ )



相対曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.77	0.69	0.60	0.53	0.66
②	1.57	1.48	1.40	1.29	1.17
③	12.53	16.23	20.92	38.19	124.10

図4-15 直線母線鼓形ウォームギヤ  $m=4/40$   
 (ヒンドレウォームギヤ  $m/m=1$ )

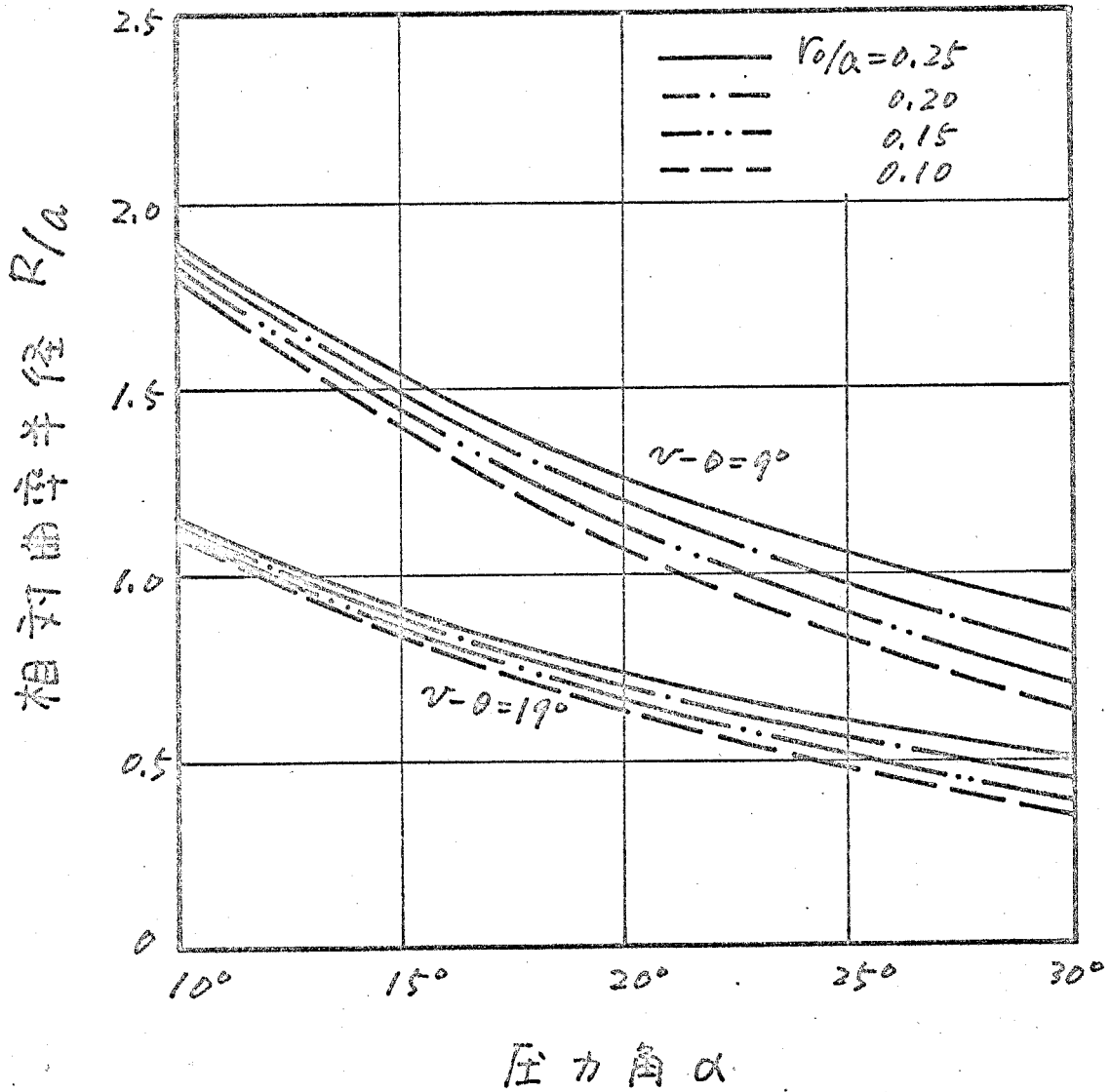


図4-16  $\alpha, r_0/a$ と  $R/a$ , ヒンドレウオ-4キヤ  
 ( $\theta = -720^\circ$ , 接触線 ①)

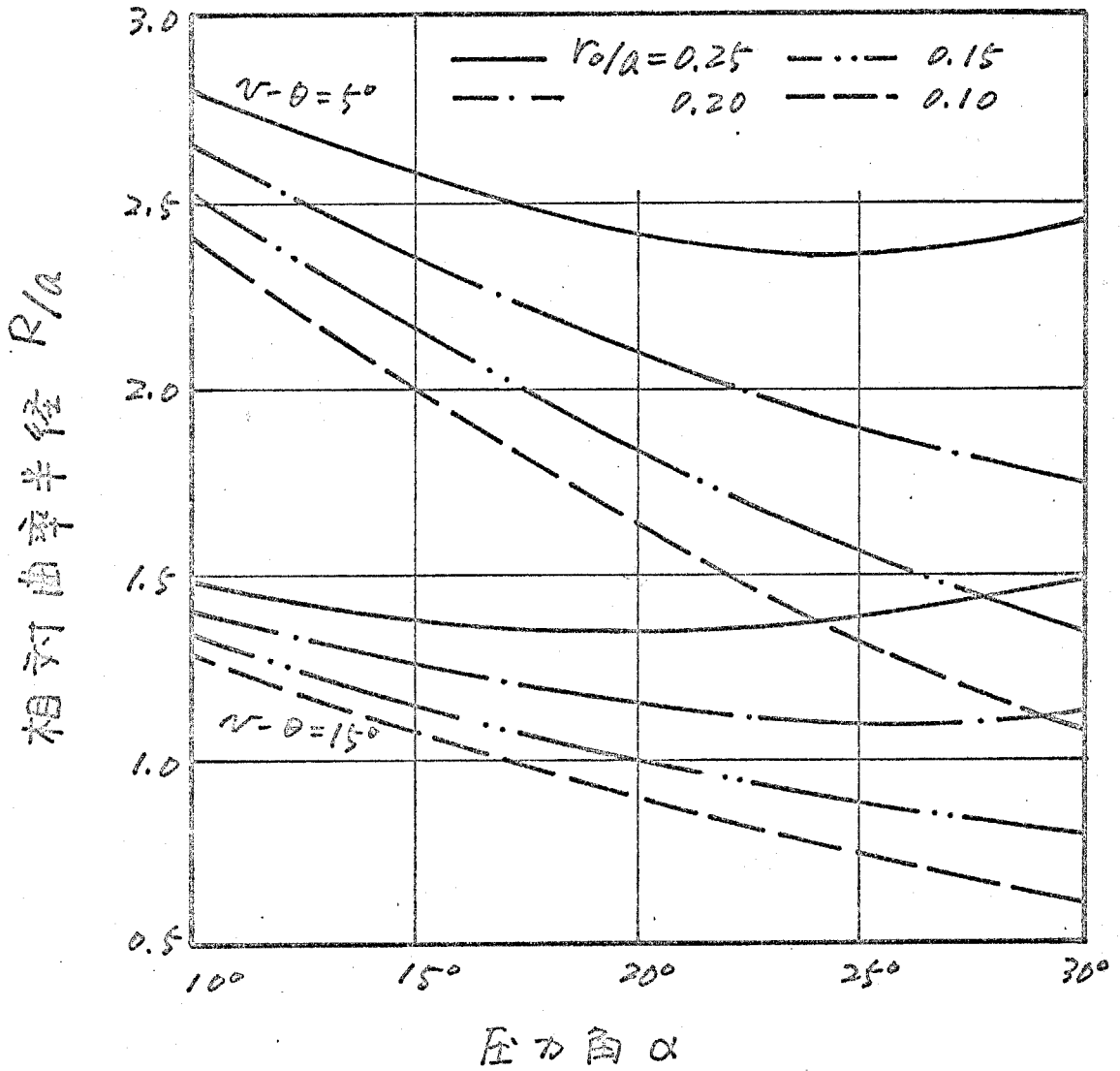
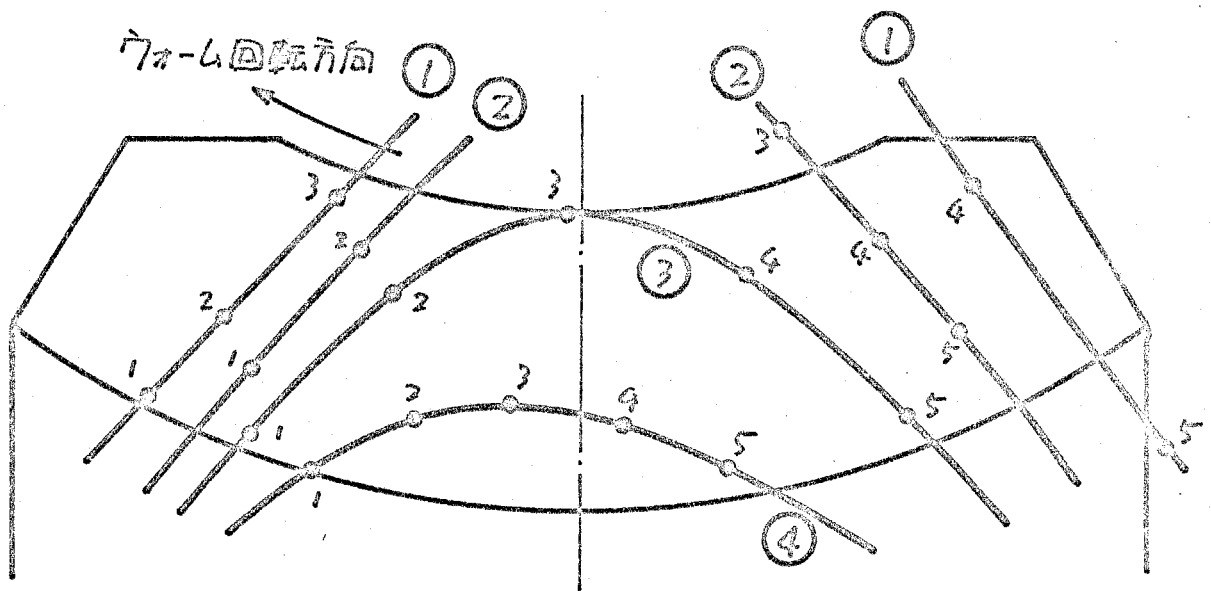


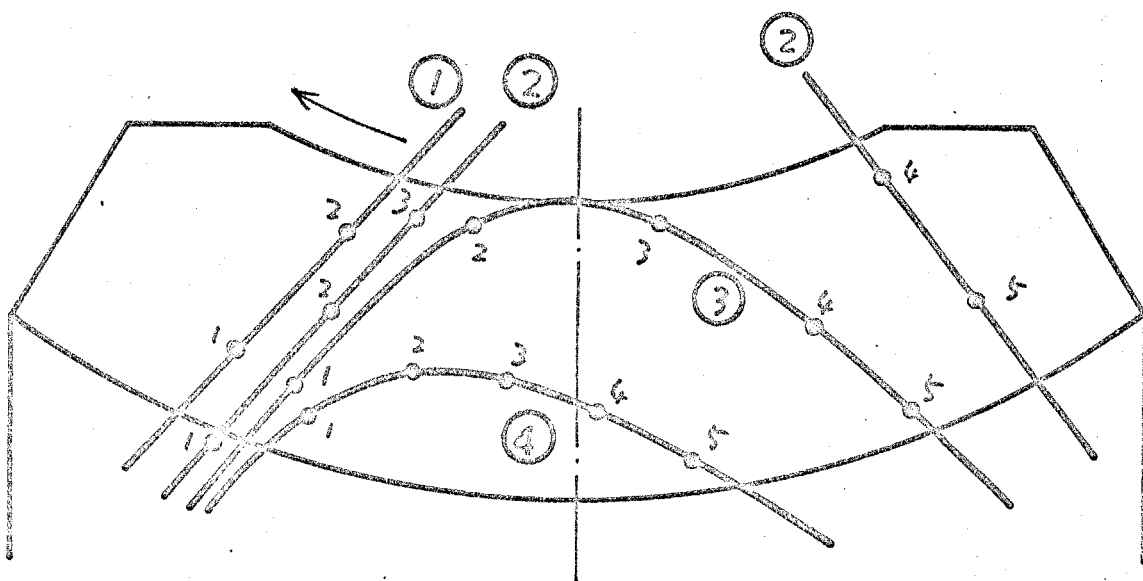
图4-17  $\alpha, v_0/a$  と  $R/a$  の関係 (②)  
 ( $\theta = -360^\circ$  接触線 ②)



相對曲率半徑  $R/a$

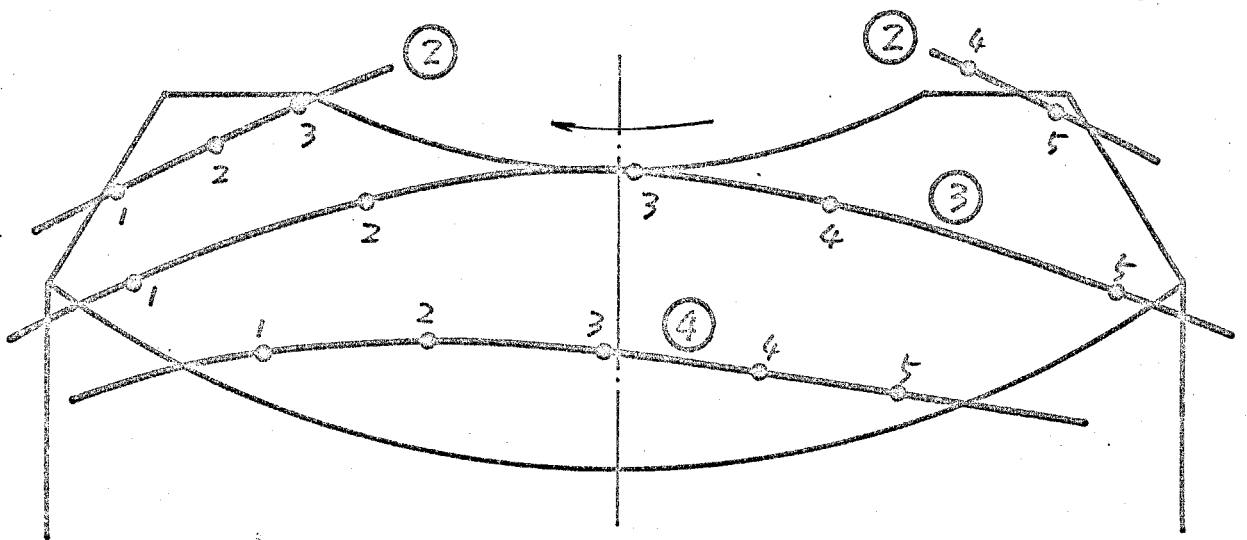
	1	2	3	4	5
①	0.23	0.22	0.21	0.61	0.74
②	0.17	0.19	0.72	0.65	0.36
③	0.18	0.39	1.49	0.99	0.69
④	0.78	1.96	2.02	1.80	1.43

圖 4-18 直線母線齒形  $\pi$ - $z$  中  $m = 1/40$   
 ( 軀位異速,  $m/m = 0.8$  )



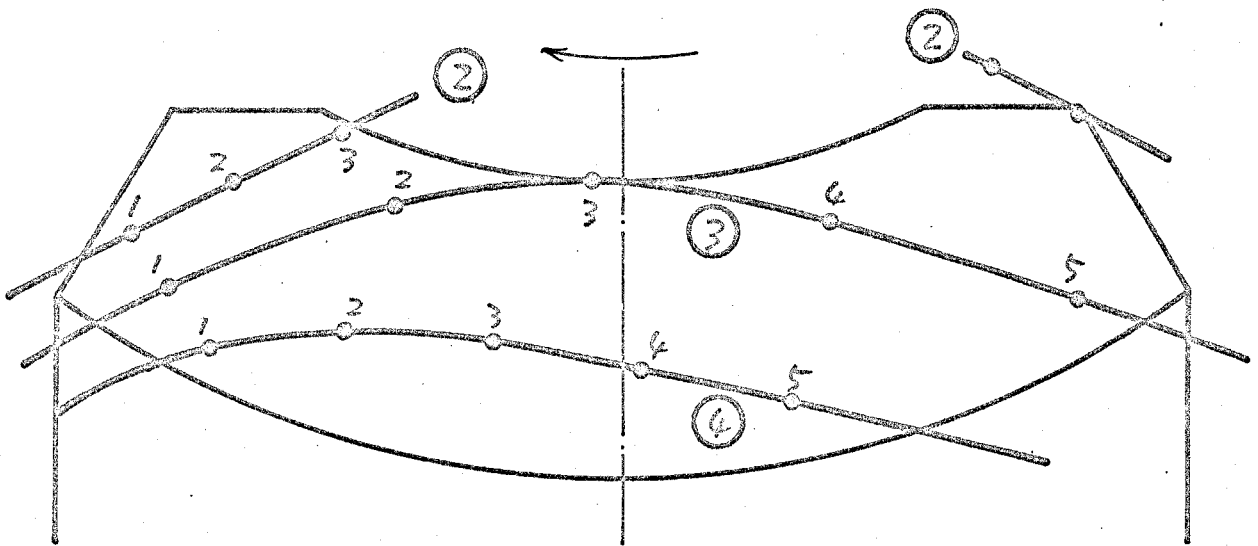
相切曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.17	0.15			
②	0.11	0.11	0.12	0.50	0.74
③	0.08	0.60	1.59	0.90	0.65
④	0.65	1.85	2.06	1.74	1.61

④ 4-19 直線母線鼓形  $7\alpha-4\pi$  中  $m=2/40$   
 ( 軋位異速,  $m/m=0.8$  )



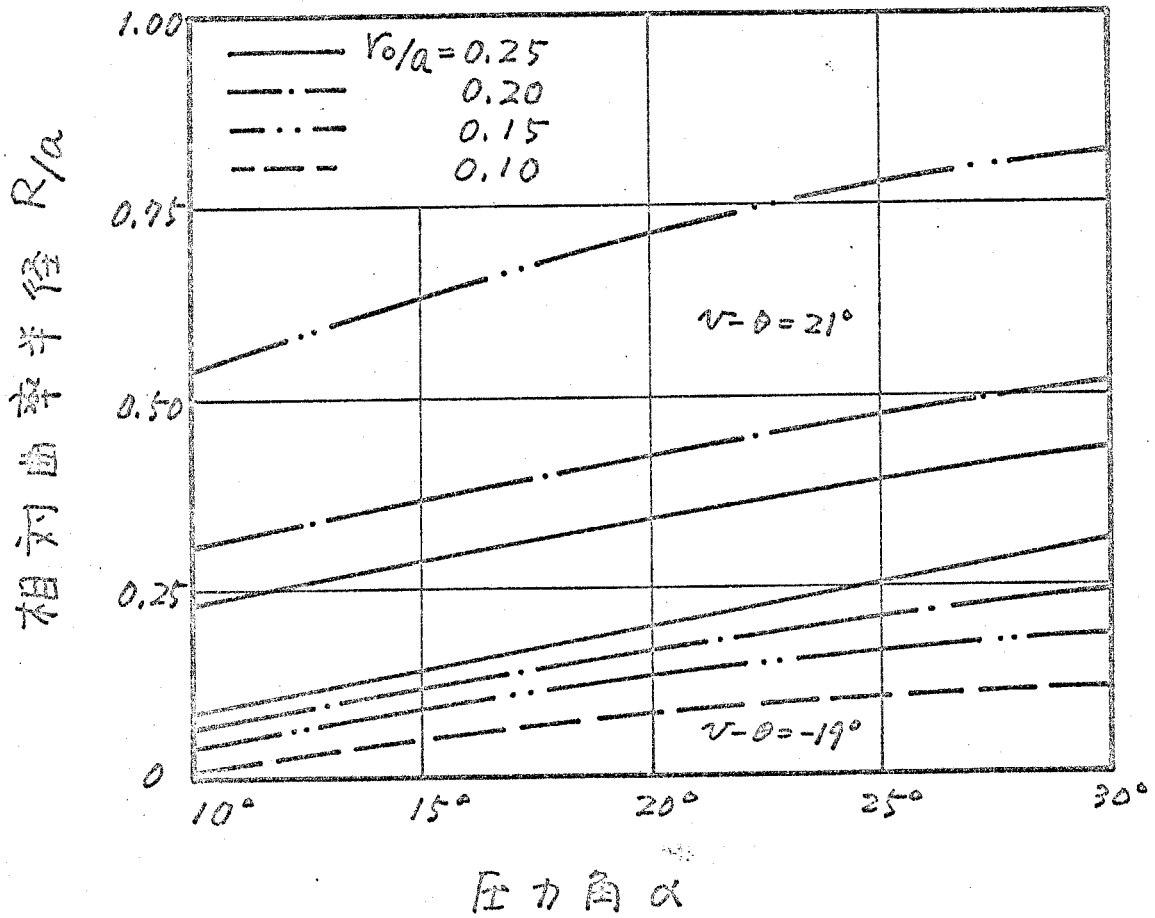
相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.21	0.22	0.24	0.67	0.39
③	0.22	0.39	0.67	0.61	0.39
④	0.51	0.64	0.66	0.62	0.58

圖 4-20 直線母線鼓形齒輪  $m = 1/40$   
 ( 模數異速,  $v/m = 0.5$  )



相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
②	0.17	0.17	0.18	0.64	0.51
③	0.15	0.32	0.65	0.66	0.49
④	0.36	0.57	0.67	0.65	0.60

④ 4-21 直線母線鼓形齒形  $\alpha = 20^\circ$   $m = 2/40$   
 ( 軀位異速,  $n/m = 0.5$  )



④ 4-22  $\alpha, v_0/a$  と  $R/a$ , 転位異速ウギギギ  
 ( $\theta = -360^\circ$ , 接触線②)

相對曲率半徑  $R/a$

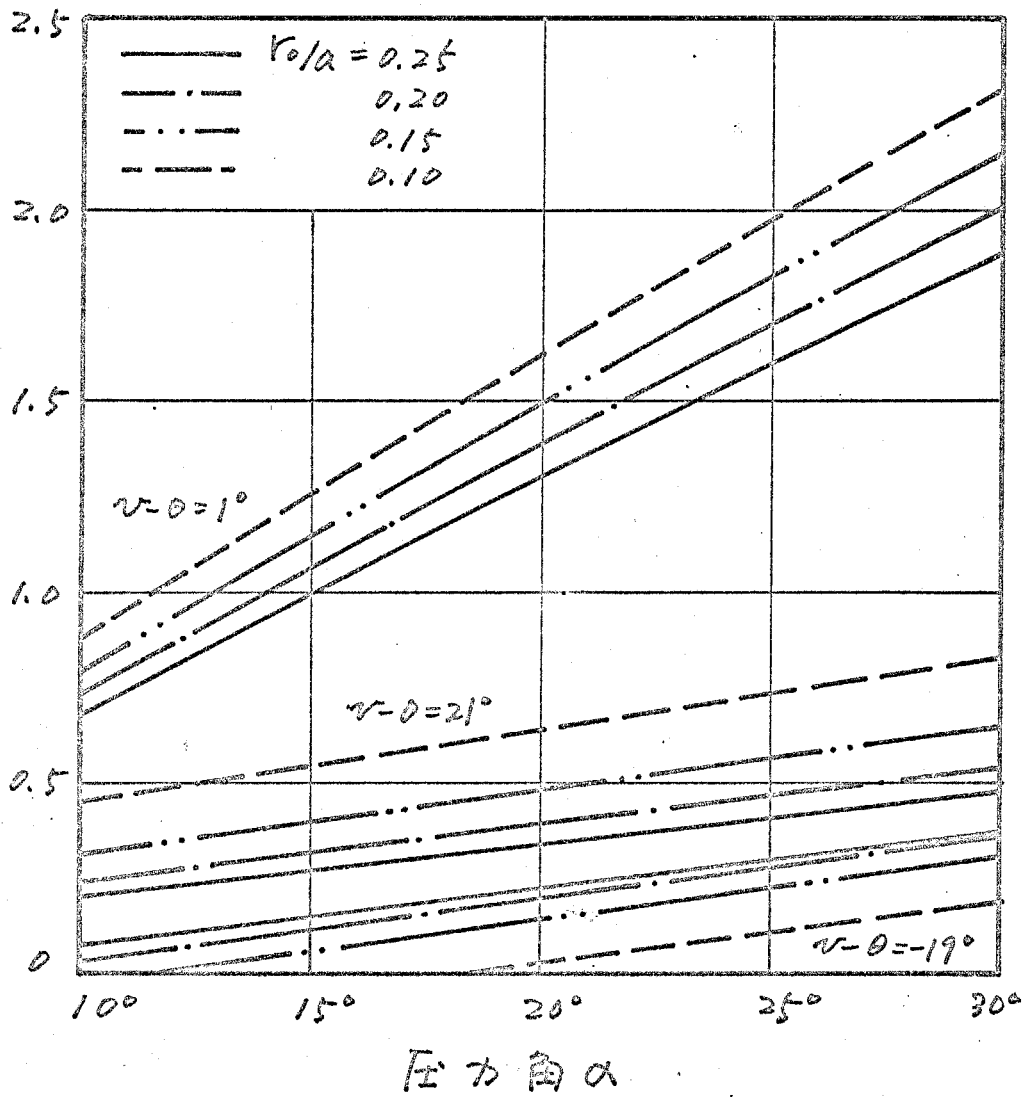


圖4-23  $\alpha, r_0/a$  と  $R/a$ , 転位異速ウチ-ムキト  
( $\theta=0^\circ$ , 接触線③)

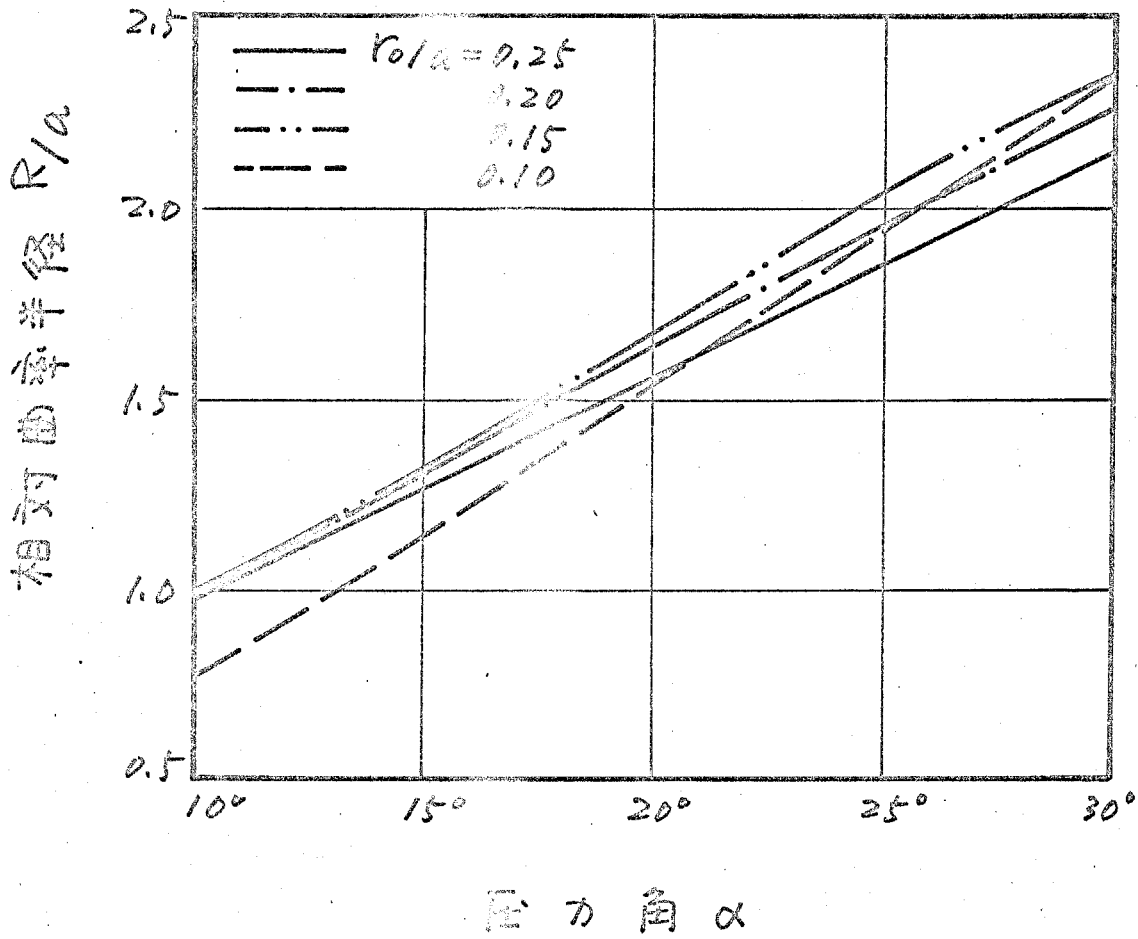


图 4-24  $\alpha, r_0/a$  与  $R/a$ , 轮位是透力  $\gamma_1 - G$  中  
 ( $\alpha - \theta = 1^\circ, \theta = 360^\circ$  接触线④)

## § 4.5 ウォーム母線が円弧の鼓形ウォームギヤ

### 4.5.1 ウォーム歯面の表示式と接触点条件式

この節では、前節で扱ったヒントレウォームの母線を円弧に変えたウォームを論じる。図4-25に座標系と母線を示す。

各記号の意味は図4-8, 4-12と同じである。 $\mathcal{X}'(u, v)$ ,

$\mathcal{X}(u, v, \theta)$  は

$$\mathcal{X}'(u, v) = \begin{bmatrix} (C - R_x \cos v' - R_0 \sin u) \sin v \\ (C - R_x \cos v' - R_0 \sin u) \cos v \\ -R_x \sin v' + R_0 \cos u \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

$$T \in F^* L, \quad v' = v_0 + m v$$

$$\mathcal{X}(u, v, \theta) = \begin{bmatrix} (C - R_x \cos v' - R_0 \sin u) \sin(v - \theta) \\ (C - R_x \cos v' - R_0 \sin u) \cos(v - \theta) \\ -R_x \sin v' + R_0 \cos u \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

$f(u, v, \theta) = 0$  は、

$$A \sin^2 u + B \sin u \cos u + C \cos^2 u + D \sin u + E \cos u = 0 \quad (4-15)$$

$$A = -R_0 R_x \sin v' (m \cos(v - \theta) - n)$$

$$B = R_0 \{ m R_x \cos v' - m a + m (C - R_x \cos v') \cos(v - \theta) \\ - m n R_x \sin v' \sin(v - \theta) \}$$

$$C = -m n R_0 R_x \cos v' \sin(v - \theta)$$

$$D = R_x \sin v' \{ (C - R_x \cos v') (m \cos(v - \theta) - n) \\ - m n R_0 \sin v' \sin(v - \theta) \}$$

$$E = (C - R_x \cos v') (m a - n R_x \cos v') - m (C - R_x \cos v')^2 \\ \times \cos(v - \theta) + m n R_0^2 \sin v' \cos v' \sin(v - \theta)$$

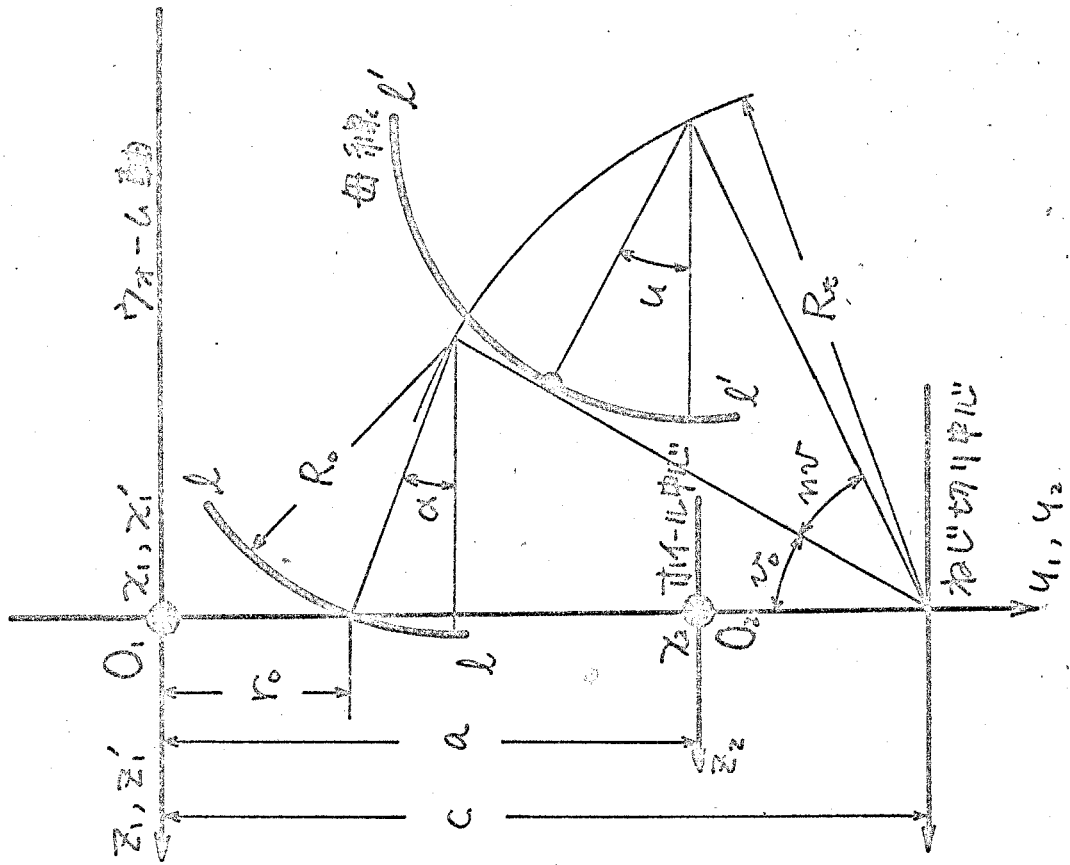
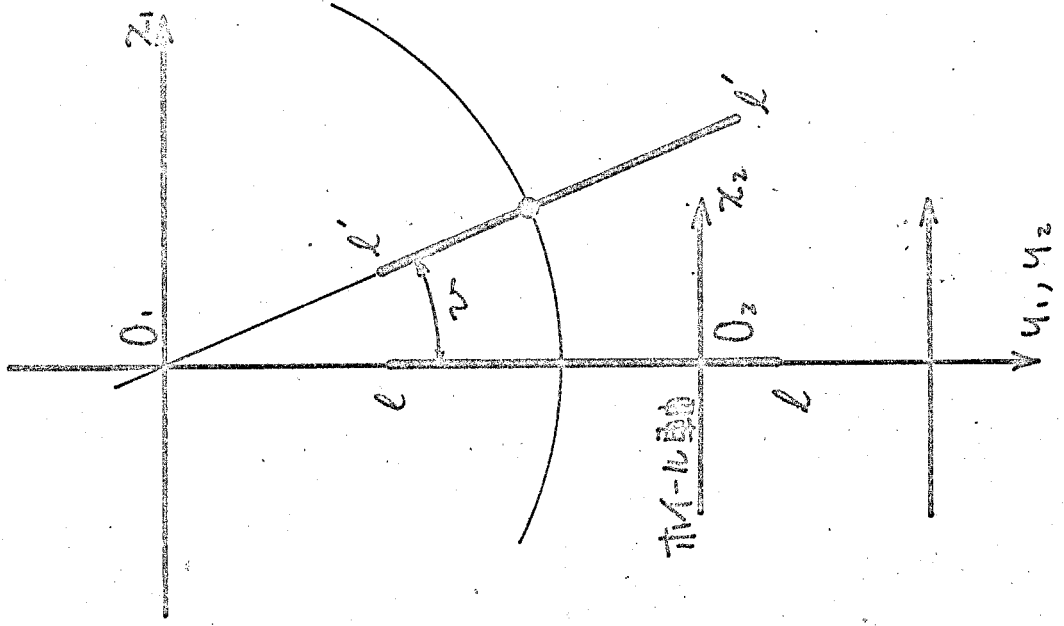


図4-25 円弧母線形  $\Gamma$  の表示

## 4.5.2 計算結果.

計算したウォームギアの諸元を表4-4に示す。

中心距離	$a$	100	100	100	100
速比	$m$	1/40	1/40	1/40	1/40
	$m/m$	1	0.8	0.8	0.6
円弧半径	$R_0$	50	200	50	50
	$r_0$	17	17	17	17
圧力角	$\alpha$	23.5°	23.5°	23.5°	23.5°

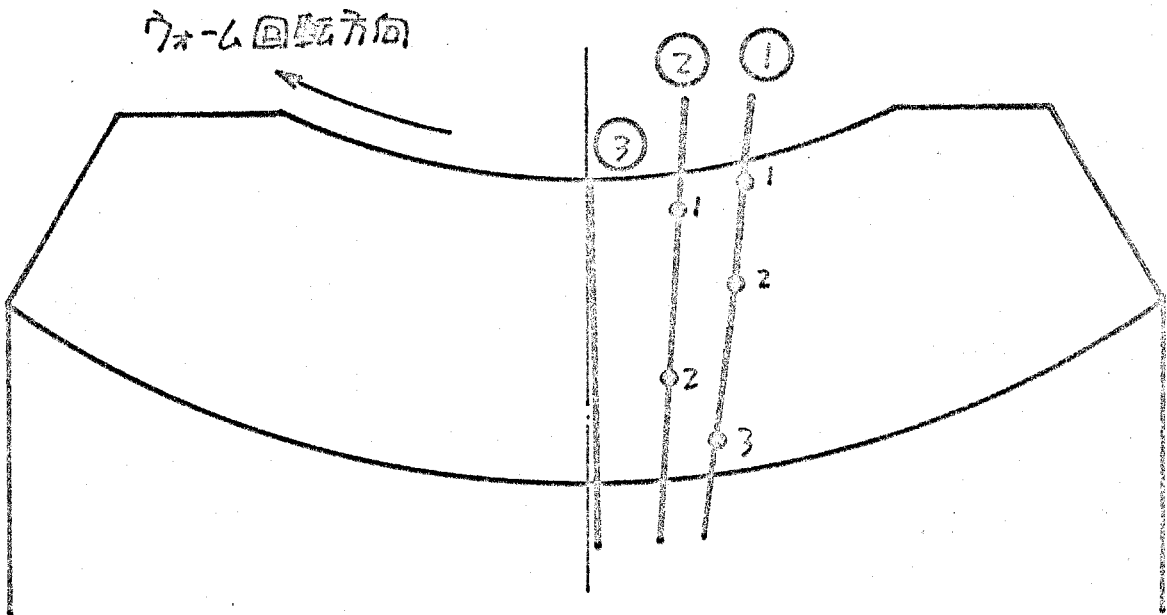
表4-4 計算諸元

ねじ切り中心距離は転位異速方式の場合と同じく

$$c = m/m(a - r_0) + r_0$$

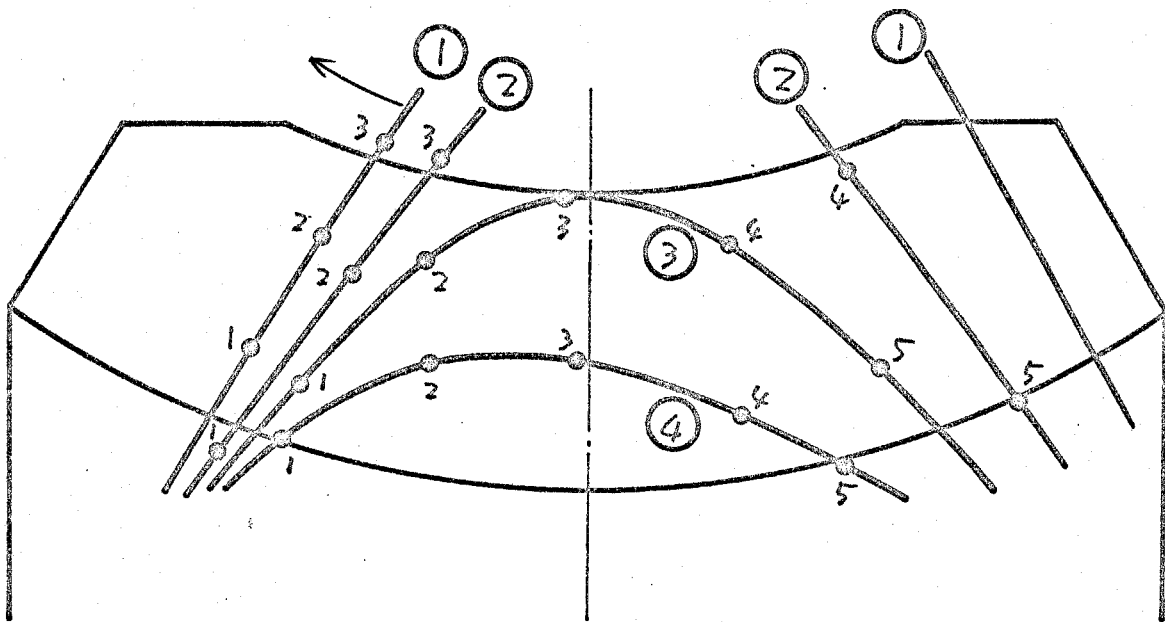
により定めた。図4-26は  $m/m=1$  としたものでヒンドルウォームギアに対応し、接触線形状は図4-13の直線の例に似ているが、相対曲率半径  $R$  はそれよりも大きくなる。

図4-27, 4-28, 4-29 は  $m/m=0.8, 0.6$  とした転位異速ウォームギアに対応させたもので、接触線形状は直線の例とあまり変わらない。しかし  $R$  の値は、特にホイール歯面右側のみ合い入口側で直線の例よりも大きくなる。したがって、ヒンドルタイプのウォームギアの相対曲率の改良のためには、母線を円弧にすることが効果的であると言える。



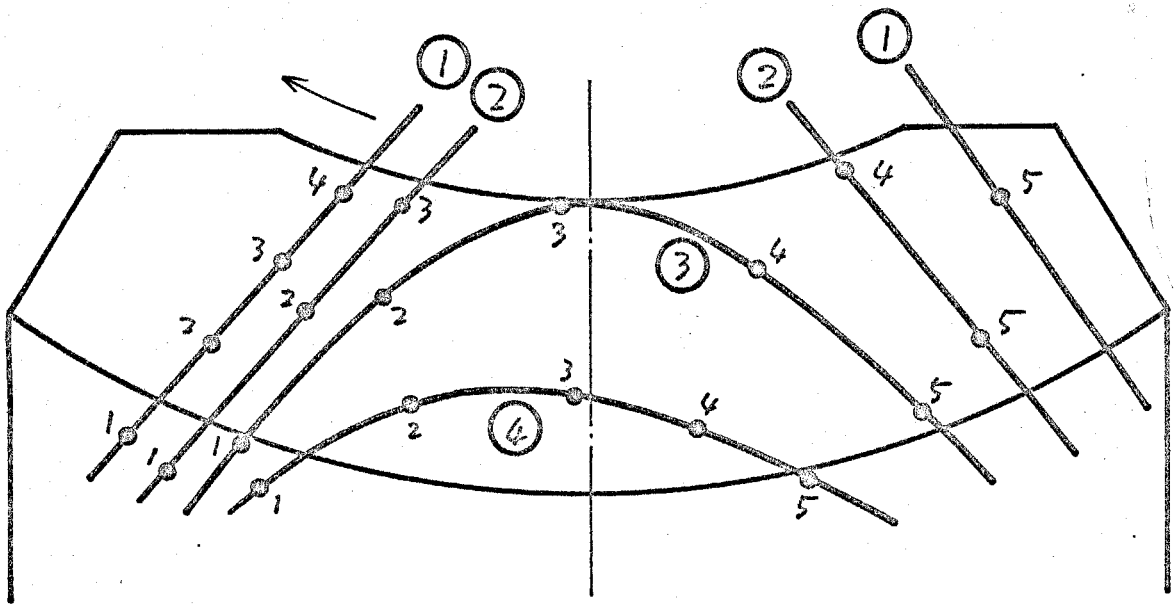
相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.92	1.73	3.76		
②	9.91	21.19			

図 4-26 円弧母線鼓形  $\omega$ - $\omega$ ギヤ  $m=140, a=100$   
 (ヒンドル形式  $n/m=1, R_0=50$ )



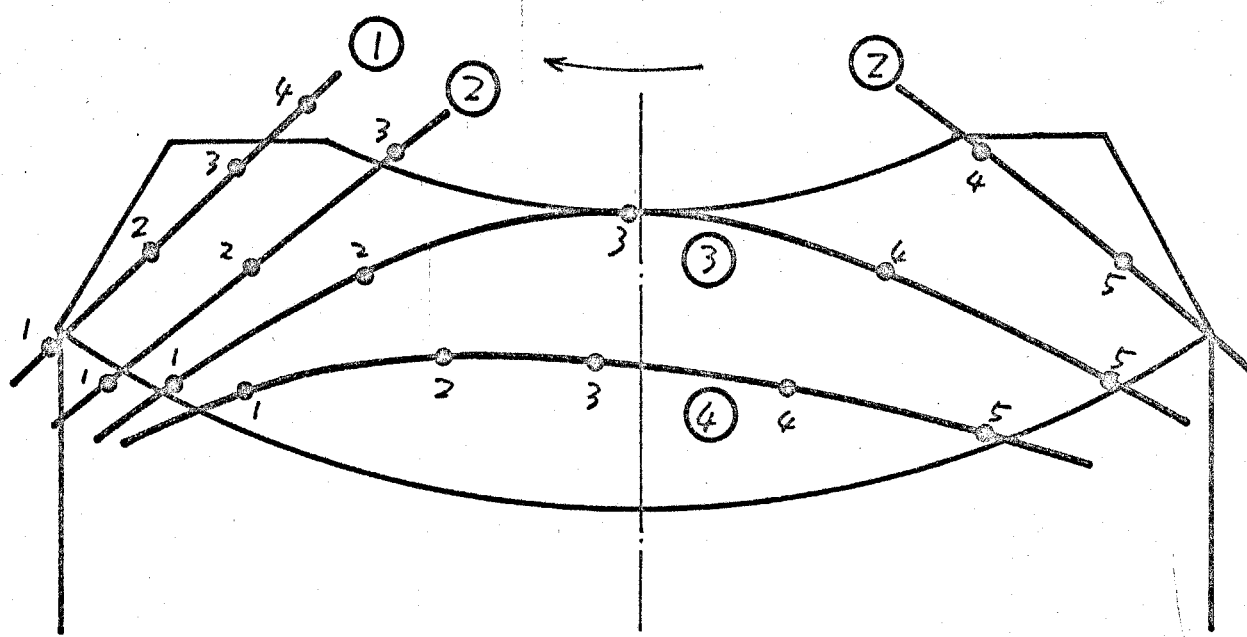
相对曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.23	0.23	0.24		
②	0.30	0.35	0.61	2.76	0.64
③	0.50	0.72	1.31	6.04	3.07
④	0.81	1.28	1.82	2.33	2.15

图 4-27 圆弧齿线鼓形  $\sigma$ - $L$  形  $m=1/40$   
 ( 转位变速形式  $m/m=0.8$   $R_0=200$  )



相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.55	0.54	0.51	0.69	2.12
②	0.55	0.51	0.43	2.51	5.77
③	0.65	0.61	0.63	1.80	13.71
④	1.03	1.19	1.61	2.56	6.67

圖 4-28 圆弧母線鼓形「ウォーム」 $m = 1/40$   
 ( 転位異速形式  $n/m = 0.8, R_0 = 50$  )



相對曲率半徑 $R/a$					
	1	2	3	4	5
①	0.64	0.66	0.68	0.70	
②	1.12	1.33	1.68	4.12	2.32
③	1.98	2.89	5.61	6.31	3.61
④	3.43	4.19	4.29	4.30	4.12

圖4-29 圆弧母線鼓形之  $\sigma$ - $\omega$  形  $m=1/40$   
 (轉位異透形式  $m/m=0.6$   $R_0=50$ )

## § 4.6 ウィルトハ-バウァ-ムギヤ

### 4.6.1 ホイ-ル歯面の表示式と接点条件式

ウィルトハ-バウァ-ムギヤは、ホイ-ル歯面をホイ-ル軸に平行な平面とし、これによる2ウァ-ム歯面を創成するウァ-ムギヤである。図4-30に座標系とホイ-ル歯面と $\gamma, \Sigma$ 平面の交線を示す。 $l-l$ は基準位置( $\theta=0$ )にある平面歯面と $\gamma, \Sigma$ 平面の交線、 $l'-l'$ は基準位置から $m\theta$ 回転したときの交線である。 $i, j, k$ を $x, y, z$ 軸方向の単位ベクトルとし、 $m\theta$ 回転した平面の単位法線ベクトル $\Pi$ を

$$\Pi = -\sin\theta' j + \cos\theta' k \quad (4-16)$$

$$\theta' = \alpha + m\theta$$

と定め、平面 $\mathcal{X}(u, v, \theta)$ を径数 $u, v$ を用いて

$$\mathcal{X}(u, v, \theta) = R_0 \Pi + u i \times \Pi + v i \quad (4-17)$$

相対速度 $\mathcal{W}$ は、ホイ-ル回転角速度、ウァ-ム回転角速度を $m i, k$ として、

$$\mathcal{W} = m i \times \mathcal{X} - k \times (\mathcal{X} + a j)$$

$\Pi \cdot \mathcal{W} = 0$ より $f(u, v, \theta) = 0$ を求めると

$$v \sin\theta' - m u = 0 \quad (4-18)$$

式(2-6)の $\mathcal{X}'$ に相当するウァ-ム歯面を計算するのに必要となるベクトルを $\mathcal{X}_*$ とすれば

$$\mathcal{X}_* = A(\mathcal{X} + a j) \quad (4-19)$$

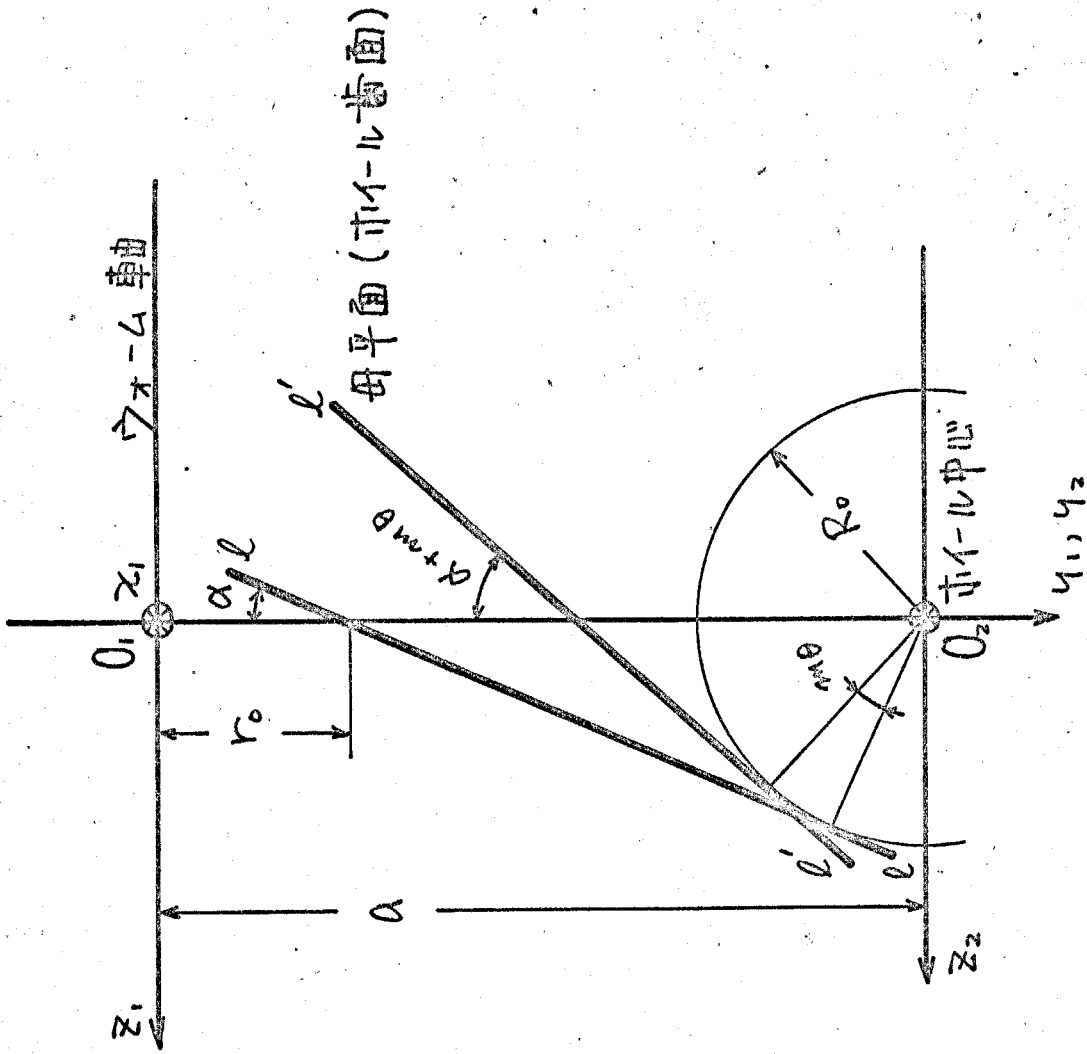


図4-30 ホールハブウォームギアの表示

$$A = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.6.2 計算結果

表4-5に計算諸元を示す。

中心距離 $a$	100	100
速比 $m$	$1/40$	$3/40$
圧力角 $\alpha$	$20^\circ$	$20^\circ$
$r_0$	17	17

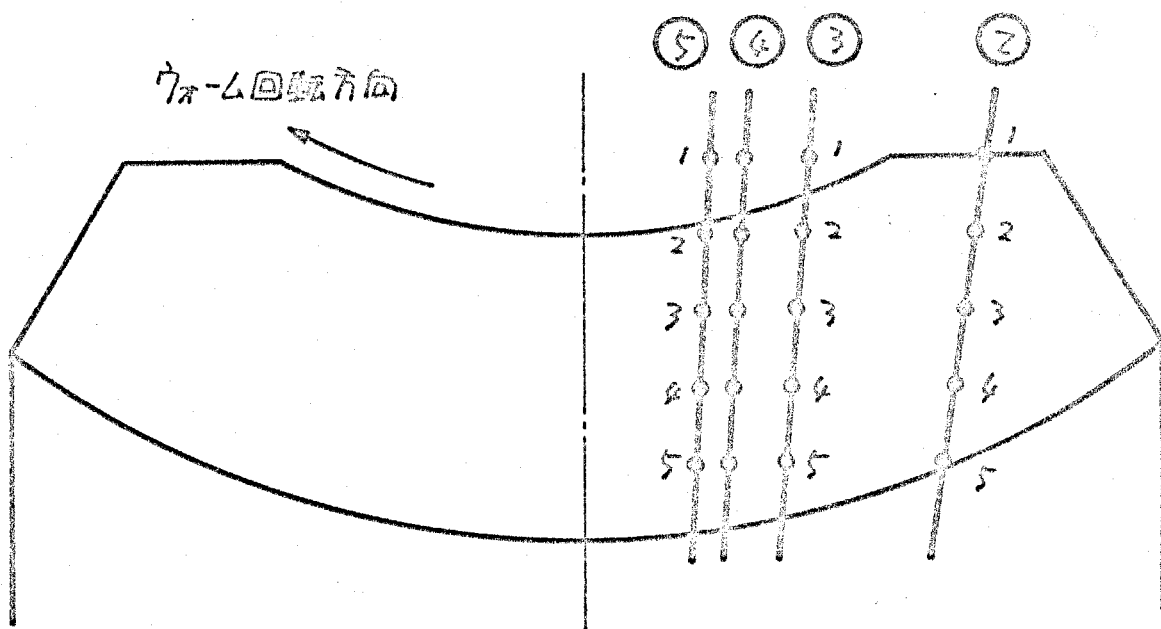
表4-5 計算諸元

図4-31, 4-32に接触線形状, 相対曲率半径の計算結果を示す。ウィルトハ-バウ-ムギヤでは, (4-18)から明らかのように, 接触点における  $u, v$  の関係は一次式の関係にある。これを (4-17) に代入すると接触線を表わすベクトル  $X(v)$  は

$$X(v) = R_0 \Pi + v (\sin \theta' / m \underline{e}_x \Pi + \underline{e}_z)$$

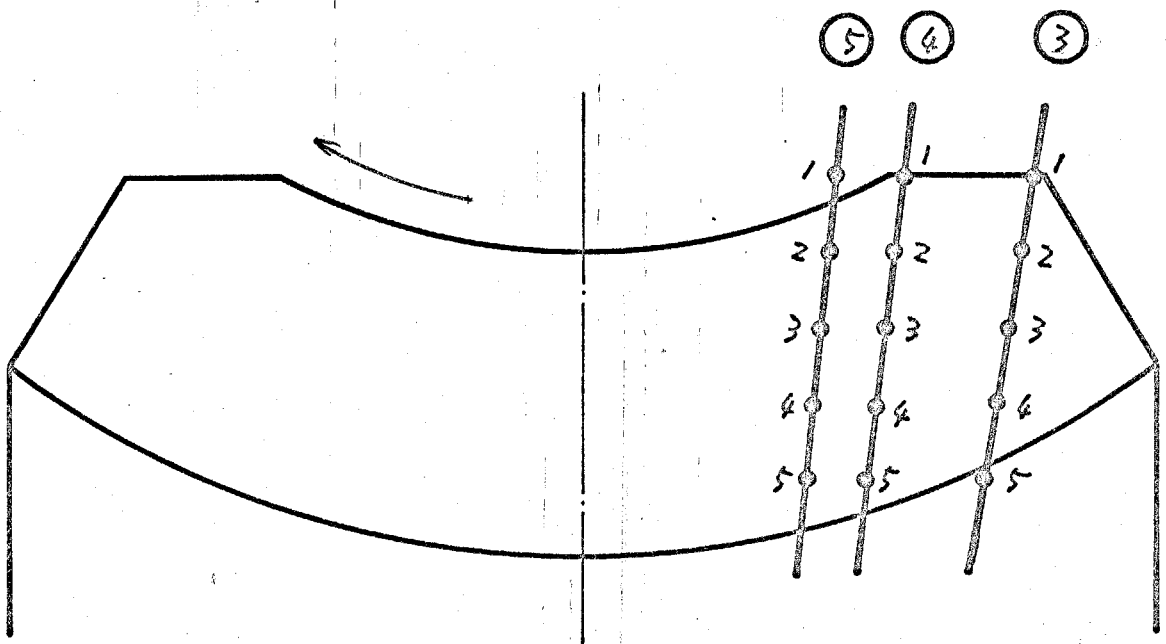
となり, 接触線は直線となる。これは, このウ-ムギヤがより一般にフォウ-ムと呼ばれるウ-ムギヤの特徴の一つである。

図に示した接触線上の  $R$  の計算点は等間隔に選んであるが各点の  $R$  の差は一定である。可なり, 一本の接触線上で  $R$  は直線的に変化する(図4-33)。これがこのタイプのウ-ムギヤの本質的特徴で, 理由は次の章で考察する。



相对曲率半径 R/a					
	1	2	3	4	5
②	0.82	0.92	1.03	1.15	1.25
③	0.64	0.50	0.55	0.61	0.67
④	0.37	0.37	0.61	0.65	0.69
⑤	0.32	0.36	0.37	0.40	0.42

図 4-31  $\omega_{\pi-\Delta}$  のハバ  $\omega_{\pi-\Delta}$  の  $m = 1/60$   
 $Q = 100$



相對曲率半径 $R/a$					
	1	2	3	4	5
③	0.42	0.48	0.52	0.60	0.65
④	0.33	0.37	0.40	0.44	0.48
⑤	0.31	0.34	0.37	0.39	0.42

④ 4-32 ワルットハ-バウァ-ムギヤ  $m = 2/40$

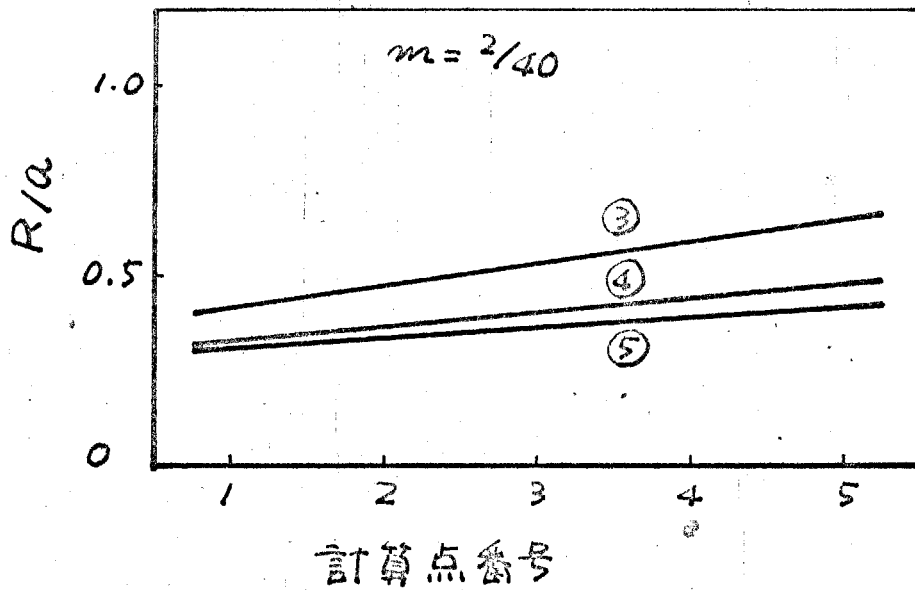
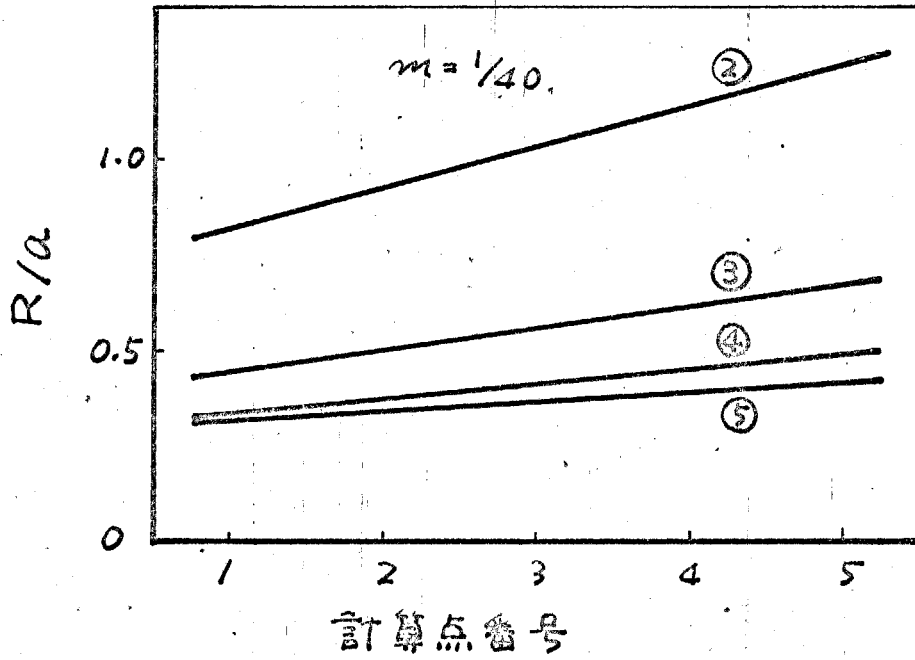


図4-33 ワイルドハーバウァームギヤの  
相対曲率半径

## § 4.7 スピロイドギヤ

### 4.7.1 スピロイドギヤ

スピロイドギヤは、図3-34 に示す形状とした歯車で、 $\tau = 10^\circ$  のつりてピニオンとこのピニオンで創成されるギヤから成る。この歯車は、ウォームギヤよりもかみ合う歯数が多く、小型で大容量の荷重が伝達できる、大減速比が一段で得られるなどの長所をもっている。ピニオンは台形ねじ面で、4.2節で示したウォーム歯面表示式、接点条件式はそのまますピロイドギヤに適用できる。ただしスピロイドギヤはピニオンの左右の歯面で圧力角、軸方向ピッチが異なるため、それぞれについて2接触線、相対曲率を計算する必要がある。

### 4.7.2 計算結果

表4-6に計算諸元を示す。

$a$	100		100		100	
$m$	1/100		2/80		3/60	
$\alpha$	$-10^\circ$	$30^\circ$	$-10^\circ$	$30^\circ$	$-10^\circ$	$30^\circ$
$r_0$	1.4	-5.2	-3.0	-9.88	-10.22	-17.60

表4-6 計算諸元

$m, \alpha, r_0$  の値は、 $a=100$  に対して、W. D. Nelson の方式<sup>(36)</sup> により決定した。図4-35, 4-36 は  $m=1/100$  の例であり、図4-37, 4-38 は  $m=2/80$ 、図4-39, 4-40 は  $m=3/60$  の場合である。

④の接触線番号は、これまでと異なり、 $\pi = \alpha$  側端側を  
 ①としてある。したがって、圧力角  $30^\circ$  側では①はかみ合いの始  
 め側、 $10^\circ$  側ではかみ合いの終り側となる。③、⑤の意味は前  
 と同じで、③、⑤、②は1歯おきの接触線を意味している。

図より、圧力角  $30^\circ$  側と  $10^\circ$  側では、接触線形状、相対曲率  
 半径  $R$  にかわりの差があること、 $R$  の大きさはウォームギヤ  
 と大差ないことなどが明らかである。

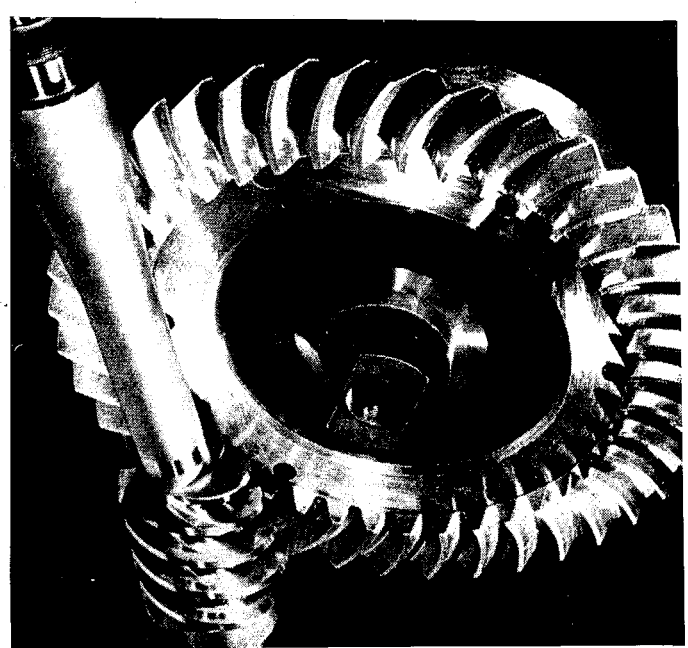
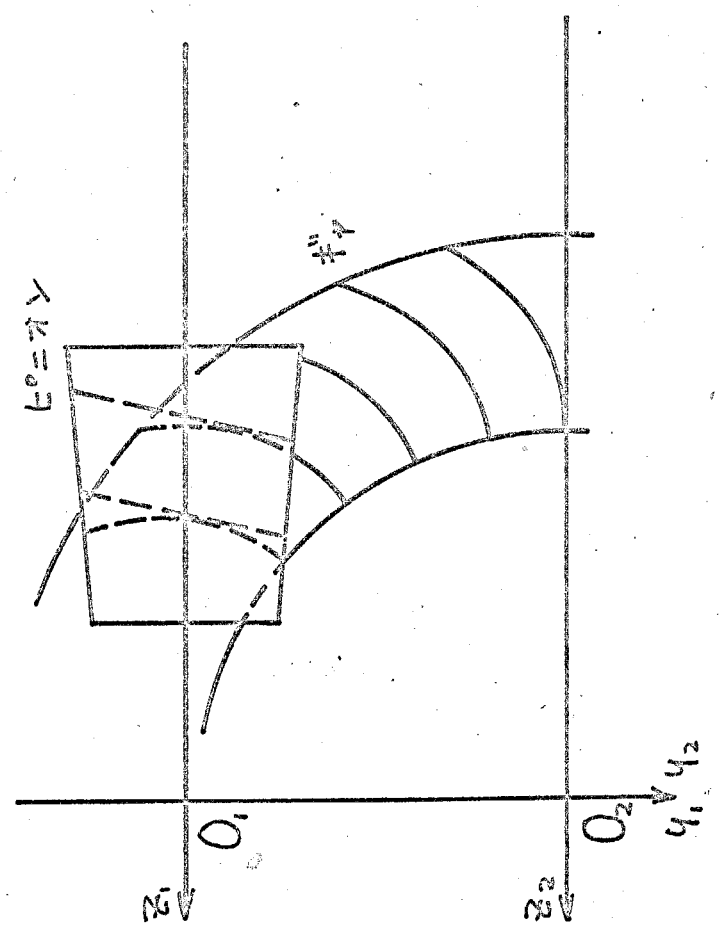
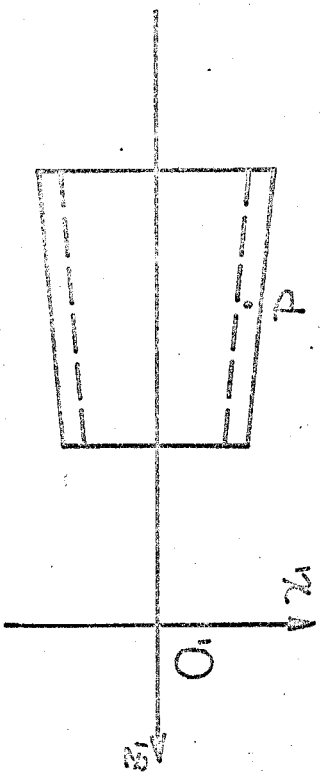
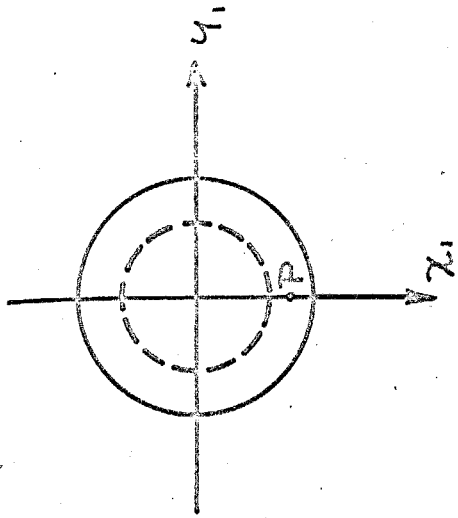
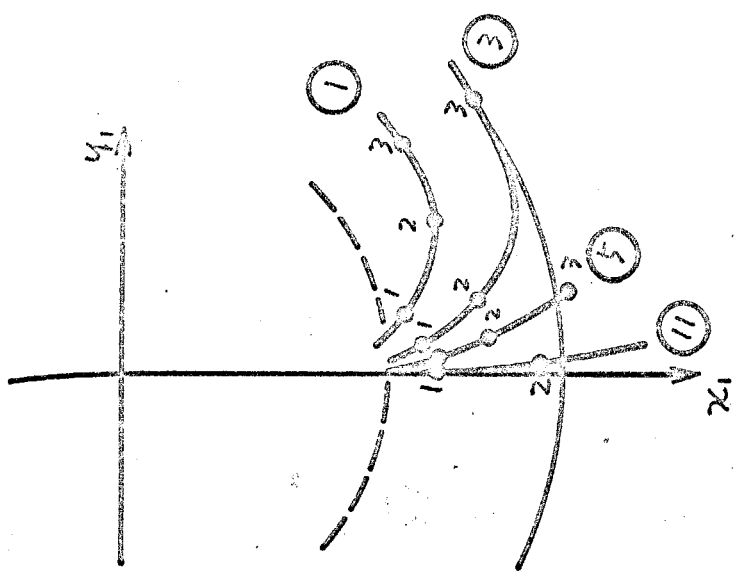
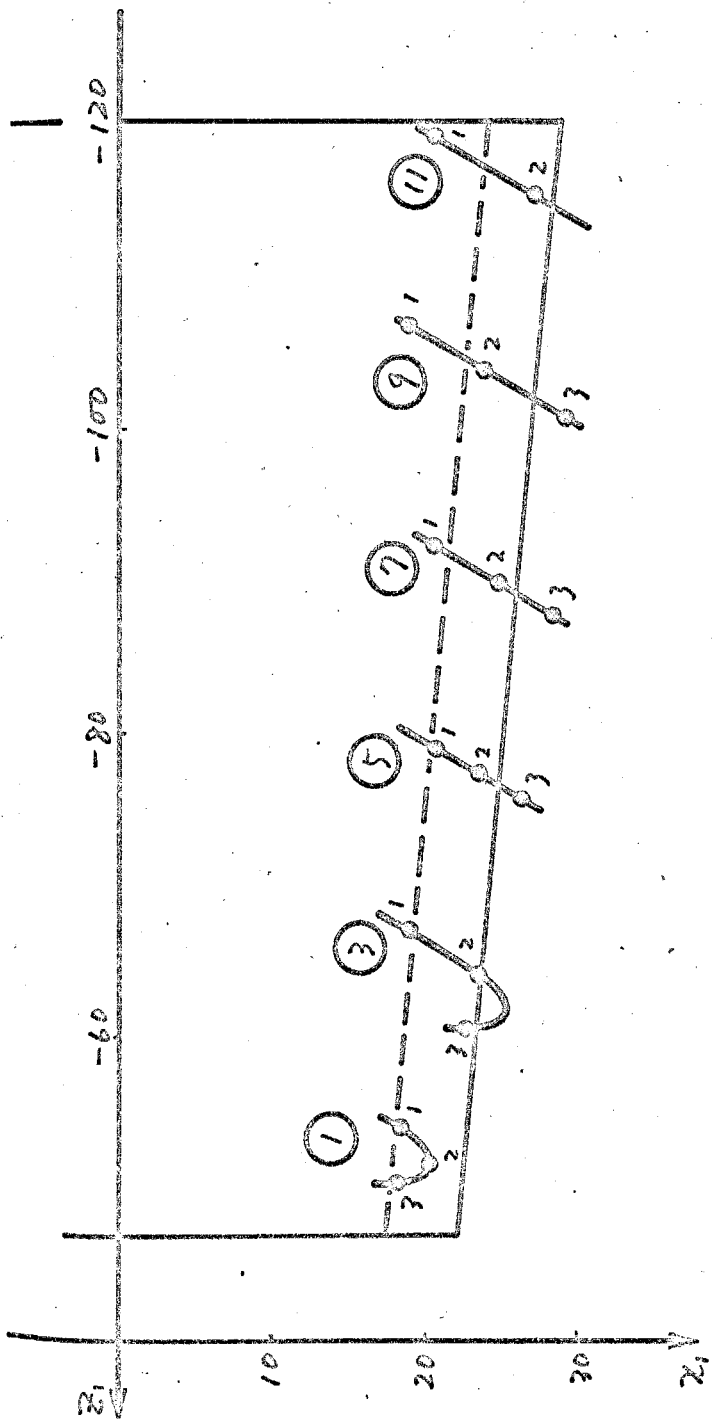


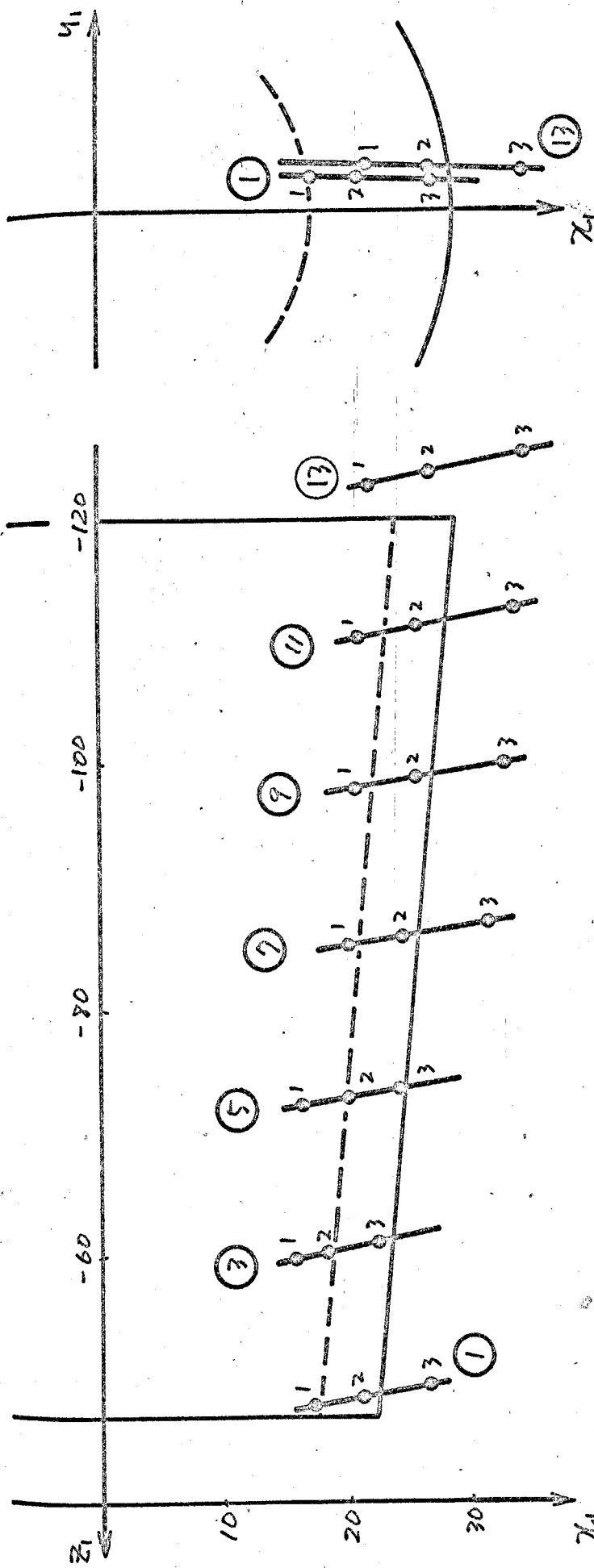
図4-34 ストロイト#7 (5身は又歯(36)と102歯)



	①	③	⑤	⑦	⑨	⑪
1	1.02 56°	0.85 72°	0.82 79°	0.70 80°	0.55 81°	0.59 82°
2	0.82 25°	1.33 55°	1.07 73°	0.99 78°	0.81 81°	0.91 82°
3	0.28 9°	0.78 5°	1.33 68°	1.33 73°	1.18 78°	

相對曲率半徑  $R/a$ , 接觸角與相對速度  $v$  的關係

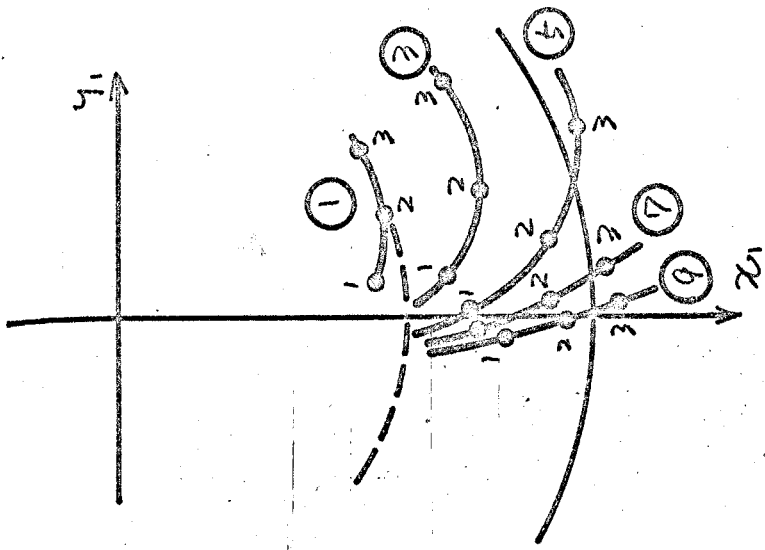
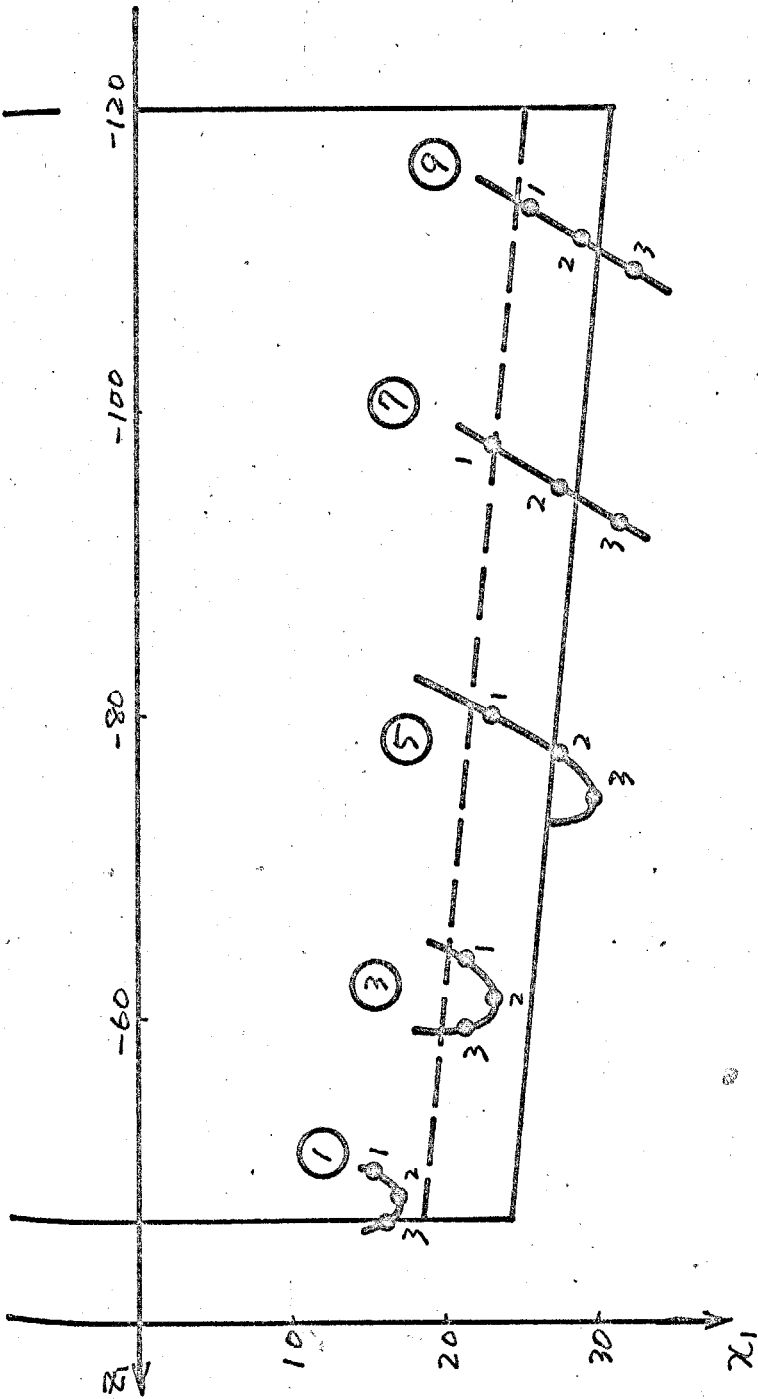
圖 4-35 スピロイドギヤ  
 $m = 1/100$   $\alpha = 30^\circ$



相对曲率半径  $R/a$ , 接触角与相对速度  $v$  的角入

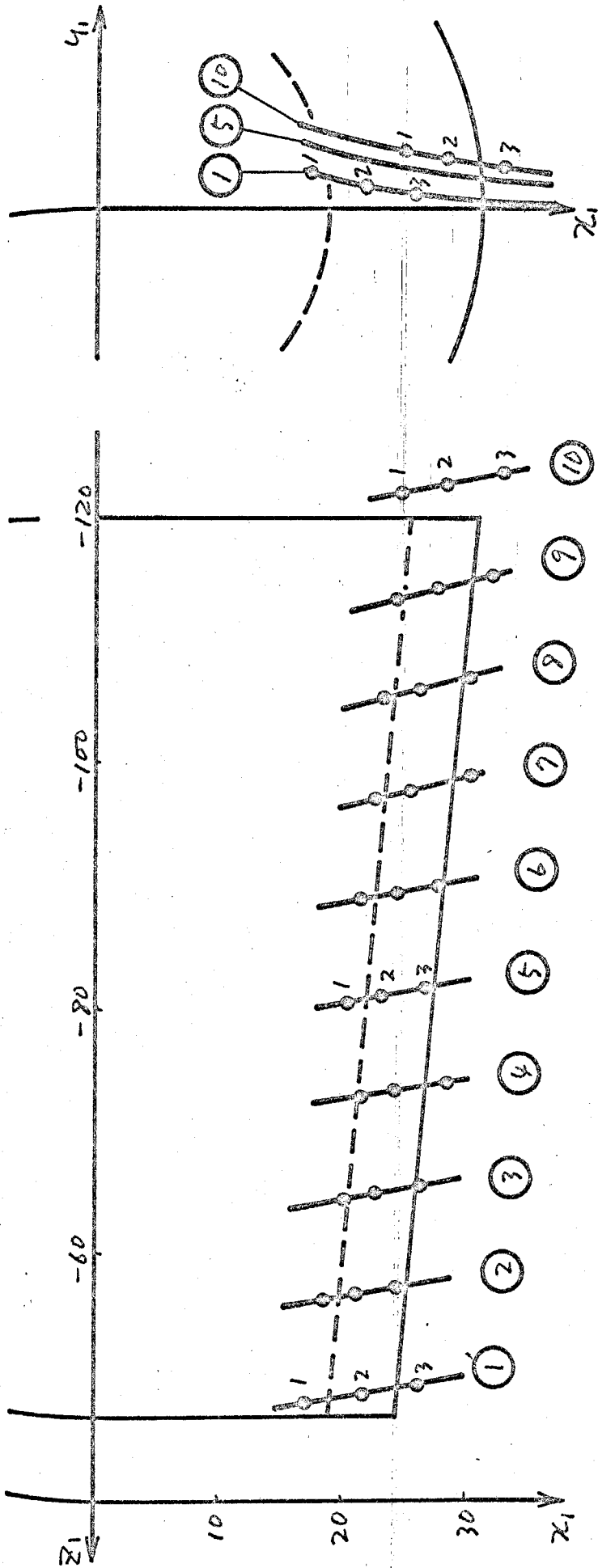
	①	③	⑤	⑦	⑨	⑪	⑬
1	0.31 78°	0.34 75°	0.37 75°	0.48 78°	0.52 78°	0.57 78°	0.61 78°
2	0.33 81°	0.37 78°	0.43 79°	0.52 80°	0.58 80°	0.63 80°	0.68 80°
3	0.37 83°	0.40 80°	0.47 80°	0.59 83°	0.65 83°	0.71 83°	0.77 83°

图 4-36 スピロイドギヤ  $m=1/100 \quad \alpha=-10^\circ$



		$R/a, \lambda$				
	①	③	⑤	⑦	⑨	
1	0.66 43°	0.93 67°	0.90 52°	0.76 70°	0.84 72°	
2	0.58 23°	0.74 26°	1.26 67°	1.09 57°	1.05 72°	
3	0.30 8°	0.23 7°	0.74 31°	1.45 69°	1.29 70°	

4-37  $\lambda = 0.17 \text{ "P"}$   
 $m = 2/80 \quad \alpha = 30^\circ$



相对曲率半径  $R/a$ , 接触角与相对速度  $\alpha$  的角  $\lambda$

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1	0.27	0.30	0.35	0.40	0.41	0.45	0.49	0.53	0.56	0.64
	72°	70°	70°	70°	68°	68°	68°	69°	69°	72°
2	0.29	0.32	0.38	0.43	0.44	0.49	0.53	0.57	0.61	0.70
	75°	73°	73°	74°	71°	71°	71°	72°	72°	75°
3	0.32	0.35	0.41	0.46	0.48	0.52	0.57	0.61	0.66	0.76
	80°	76°	77°	77°	74°	74°	75°	75°	75°	79°

图 4-38  $\lambda = 0.1777$   $m = 2/80$   $\alpha = -10^\circ$

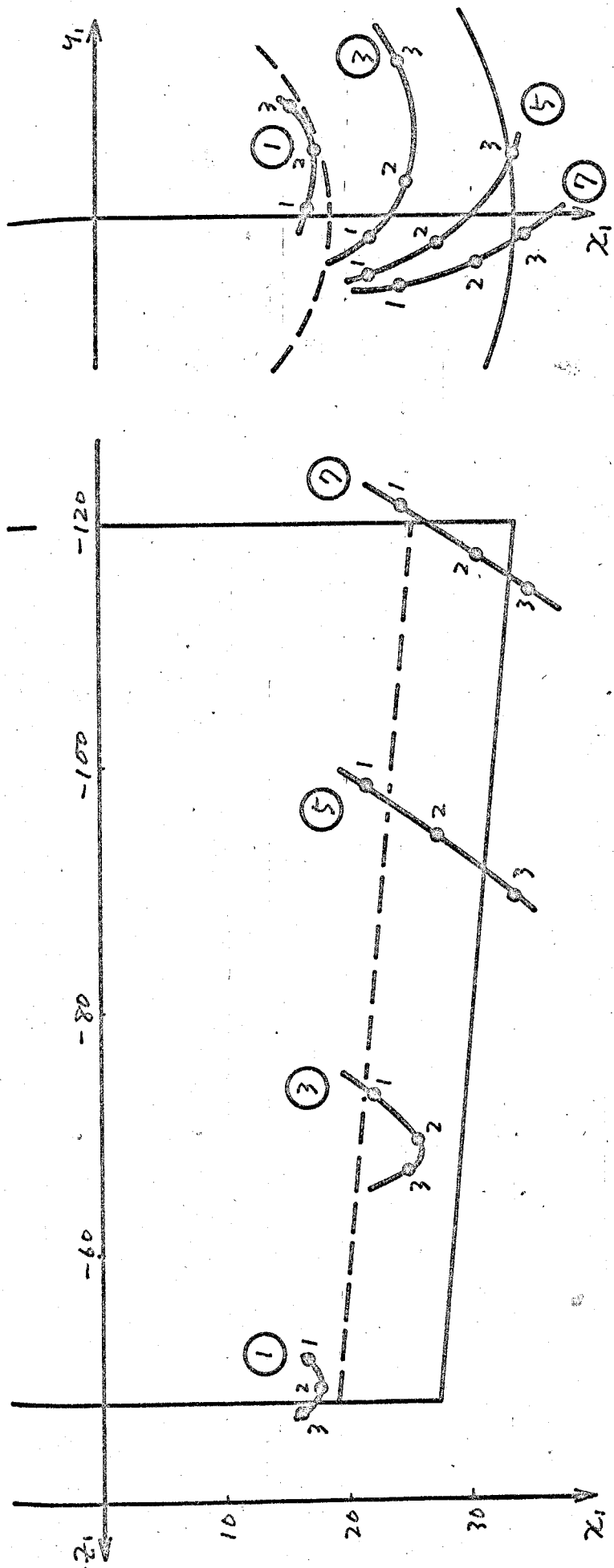
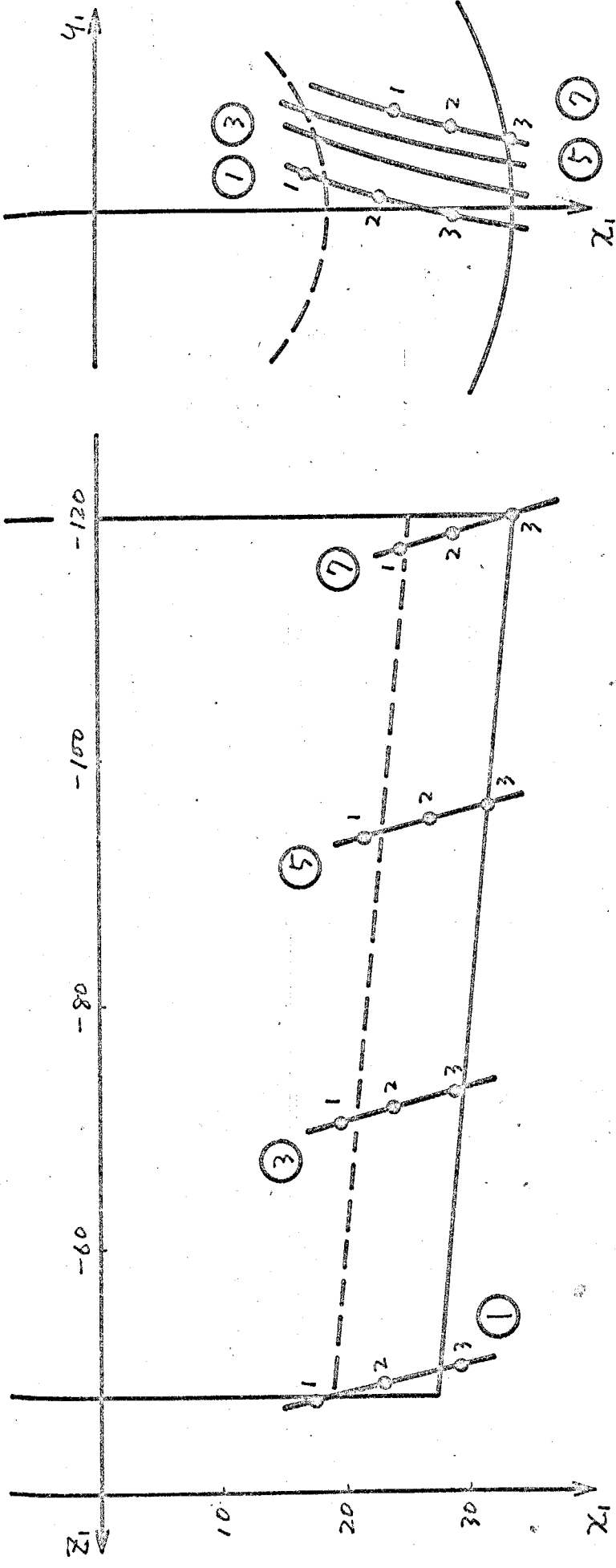


図4-39 ステロイド状軌跡

$m = 3/60$   $\alpha = 30^\circ$

$R/a, \lambda$		①	③	⑤	⑦
1	0.50	0.72	0.60	0.67	0.67
	25°	43°	53°	59°	59°
2	0.62	0.76	0.74	1.00	59°
	13°	37°	52°		
3	0.19	0.21	1.12	1.28	56°
	1°	5°	36°		



	R/a, $\lambda$		
	①	③	⑤
1	0.17 57°	0.28 53°	0.37 52°
2	0.21 67°	0.33 61°	0.45 60°
3	0.26 77°	0.38 68°	0.51 67°

图 4-40  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$   $m = 3/60$   $\alpha = -10^\circ$

## § 4.8 結言

この章では、直線、円弧をウォーム母線とする円筒形、鼓形ウォームギヤ、ホイール歯面を平面とするウィルトハーバウォームギヤ、スピロイドギヤについてこの刃物歯面の表示式、接触点条件式を導き、接触線、相対曲率半径の計算例について示した。

この結果、直線母線円筒ウォームギヤは、一本の接触線に沿ってこの相対曲率半径  $R$  の変化は少く、歯面全域での変化も少ない。速比  $m$  を増すと、ホイール歯面の右側（かみ合入口側）の接触線で  $R$  は増加、左側（かみ合出口側）で減少の傾向があり、圧力角  $\alpha$  が大で、 $\rho$  が小のとき  $R$  が大となる傾向が明らかとなった。

円弧母線円筒ウォームギヤでは、直線母線を単純に円弧に変えるだけで接触線形状は変化せず、かみ合開始の接触線で  $R$  は変らず、かみ合終了の接触線では、かみ合限界に近くなるため  $R$  は減少する。かみ合う歯数を犠牲にして、かみ合開始部分のみを使う設計では  $R$  は改良される。

直線母線鼓形ウォームギヤのヒルトレウォームギヤでは、 $R$  はかなり大きく、特に両歯車軸の共通垂線近くで大きい。圧力角  $\alpha$  を増すと  $R$  は減少する。転位異速方式では、 $R$  は円筒ウォームギヤとヒルトレウォームギヤの中間の値となり、

接触線が密なところでは  $R$  は小、疎なところでは  $R$  は大となる。  
 いる。圧力角  $\alpha$  を増すと  $R$  は増加する傾向がある。

ヒンドシ形式の内弧母線鼓形ウォームギヤでは、 $R$  は極めて  
 大きい。接触線形状は直線の場合とあまり変らない。転位  
 異速形式にした場合でも接触線形状は直線母線の例とあまり  
 変らない。しかし、ホイール歯面右側のかみ合入口側では  $R$   
 は大中に増加し、内弧母線は  $R$  の改良に効果的である。

ウィルトハ-バウウォームギヤは、一本の接触線上で  $R$  が  
 直線的に変化する。

スピロイドギヤについて、直線母線内筒ウォームギヤと同  
 一の式を用いて計算した結果、一つのピニオンの圧力角の異  
 なる左右の歯面で接触線形状、相対曲率半径に差があり、  
 特にピニオン細端側で著しい、 $R$  の大きさは同じ中心距離  
 のウォームギヤと大差ないことが明らかとなった。

## 第5章 平面、円錐面で創成されるウォームをもつ 鼓形ウォームギヤ

### § 5.1 総論

この章では、第3章で述べた理論を基礎に、工具曲面を平面、円錐面とし、これによつてウォームを創成し、このウォームによつてホイールを創成する方式の鼓形ウォームギヤの接触線、相対曲率について述べる。この方式の鼓形ウォームギヤで現在実用に供されてゐるものは、その理由は、ウォームホブの工作が極めて困難である、厳密な理論解析ができてゐない二点が挙げられる。しかし、全くそれによつて工作法の研究も行なわれなくなり<sup>(1)</sup>、焼入れ研削仕上げた鼓形ウォームが用いられる時を遠く見ると考えられる。

この章では、平面、円錐面で創成される鼓形ウォームに対し、転位異速方式で歯切り中心距離を定めた場合を取扱う。これは、この方式で中心距離を定めると、比較的良い形状の接触線が常に得られるためである。計算例は、平面又は円錐面とウォーム歯面の接触線、ウォーム歯面とホイール歯面の接触線、ウォーム軸断面歯形、相対曲率について示す。ウォーム軸断面歯形はウォーム歯面のクラウニングが、ウォームホブの切刃を直線で近似することの可能性について検討する

ための資料となるものである。

## § 5.2 平面で創成されるウォームをもち

## 鼓形ウォームギヤ

## 5.2.1 接触点条件式

工具曲面である平面を半径数  $u, v$  を用いて、図 5-1 の  $O_0-x_0y_0z_0$  座標系の  $\gamma_0$  トル  $x_0z_0$  座標系で次のように表す可。

$$x_0' = R_0 \Pi_0' + u \mathbb{L}_0 \times \Pi_0' + v \Pi_0' \times (\mathbb{L}_0 \times \Pi_0') \quad (5-1)$$

ただし、 $\mathbb{L}_0$  は  $x_0z_0$  軸方向の単位ベクトル、 $\Pi_0'$  は平面の単位法線ベクトルで

$$\Pi_0' = \begin{bmatrix} \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

ただし  $R_0$  は  $O_0$  から平面までの距離、 $\alpha, \beta$  は平面の傾きを定める図示の角である。(5-1), (5-2) から第 3 章の理論に従って計算を進め、式 (3-4) の  $f(u, v, \varphi) = 0$  を求めると

$$\begin{aligned} & c(\sin \xi \cos \beta \cos \Phi + \cos \xi \sin \beta) \\ & - u \cos \beta \{ (m + \sin \xi) \cos \beta + \cos \xi \sin \beta \cos \Phi \} \\ & + v \cos \xi \cos \beta \sin \Phi = 0 \end{aligned} \quad (5-3)$$

$$\text{ただし } \Phi = \alpha + m\varphi$$

$$g(u, v, \varphi, \theta) = 0 \text{ は}$$

$$\begin{aligned} & (c - mb \sin \theta) (\cos \xi \sin \beta + \sin \xi \cos \beta \cos \Phi) \\ & - m(a - c \cos \theta) (-\sin \xi \sin \beta + \cos \xi \cos \beta \cos \Phi) \\ & - mb \cos \beta \sin \Phi \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -u \cos \beta \left[ \sin \beta \left\{ (\cos \xi - m \sin \xi \cos \theta) \cos \Xi + n \sin \theta \sin \Xi \right\} \right. \\
& \quad \left. + \cos \beta (\sin \xi + m \cos \xi \cos \theta) \right] \\
& + v \cos \beta \left\{ (\cos \xi + m \sin \xi \cos \theta) \sin \Xi - n \sin \theta \cos \Xi \right\} = 0 \quad (5-4) \\
& E E' L \theta = \varphi - 0
\end{aligned}$$

### 5.2.2 $\psi$ - $u$ 軸断面形状の式

$\psi$  -  $u$  軸断面形状は式(3-6)の $x_i'$ の $x_i'$ 軸方向成分を0として得られる。すなわち

$$\begin{aligned}
& C \sin \varphi + R_0 \left\{ \cos \xi \sin \beta \cos \varphi - \cos \beta (\sin \varphi \sin \Xi - \sin \xi \cos \varphi \right. \\
& \quad \left. \times \cos \Xi) \right\} - u \cos \beta (\sin \varphi \cos \Xi + \sin \xi \cos \varphi \sin \Xi) \\
& + v \cos \beta \left\{ \cos \xi \cos \beta \cos \varphi + \sin \beta (\sin \varphi \sin \Xi \right. \\
& \quad \left. - \sin \xi \cos \varphi \cos \Xi) \right\} \quad (5-5)
\end{aligned}$$

上の条件と  $f(u, v, \varphi) = 0$ , 式(3-6)の $x_i'$ の $y_i', z_i'$ 軸方向成分より、軸断面形状が計算される。

### 5.2.3 計算結果

平面の場合は、 $f=0, g=0$ , 式(5-5)は $u, v$ に関する1次式であるので計算は容易である。表5-1に計算諸元を、図5-3, 5-4, 5-5, 5-6, 5-7, 5-8に計算結果を示す。

図5-3, 5-6は、 $\psi$  -  $u$ と平面の接触線である。後述の内錐面の場合より接触線①, ②の $y_0'$ 軸に対する傾きが下り

	④ 5-3, 5-4, 5-5	⑤ 5-6, 5-7, 5-8
$a$	100	100
$m$	1/10	1/10
$m$	1/11	1/13
$\alpha$	20°	20°
$\beta$	6.5°	9.0°
$\epsilon$	0°	-3°
$R_0$	28.739	30.141
$c$	102.075	106.225
$b$	0	0
$r_0$	17.0	17.0

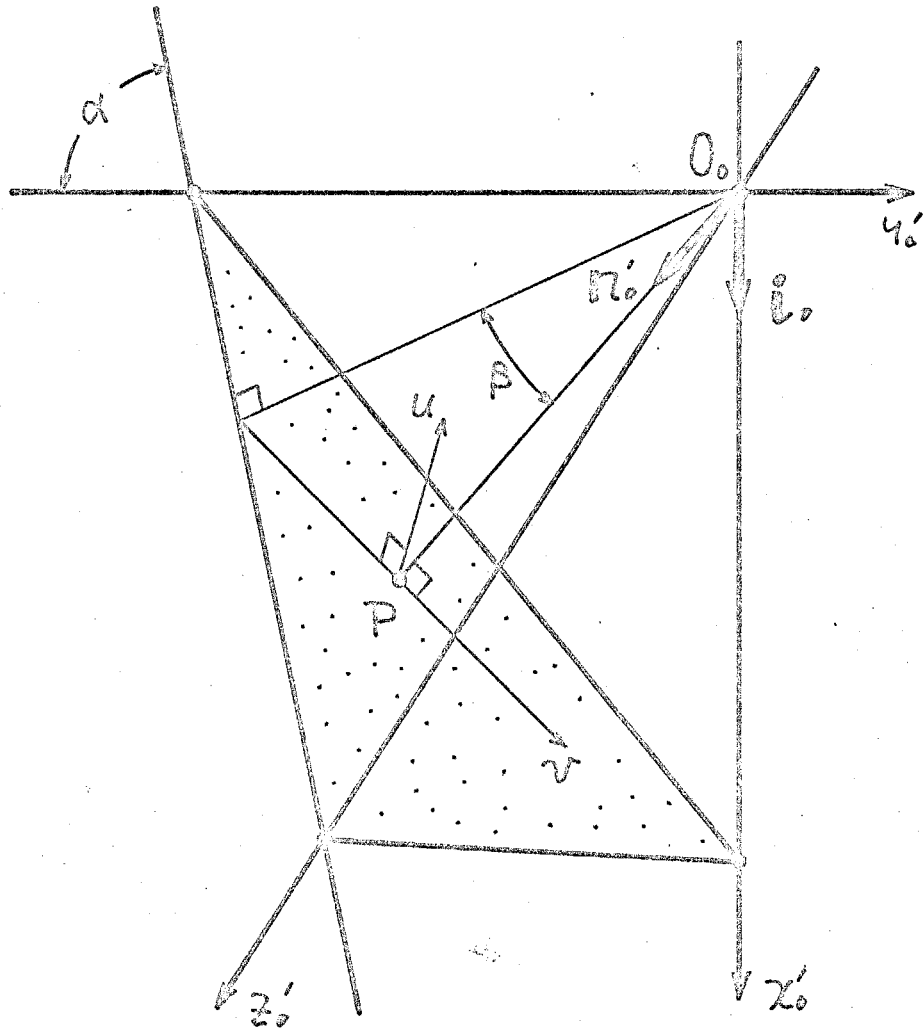
表5-1 計算諸元

く、遠く離れ211る。  $\xi = 0$  の場合、この接触線が  $y$  軸に近ければどうウォーム軸断面歯形はヒンドレウォームに近くなる。また、番号①、②、③ -- は、それぞれ  $\epsilon = -720^\circ, -360^\circ, 0^\circ$  -- の接触線である。

④ 5-4, 5-7 はウォーム軸断面歯形で、⑤ 5-2 に示した  $\epsilon$ 、 $\epsilon$  に対して圧力角  $20^\circ$  のヒンドレウォームの軸断面歯形がそのおれをもつて表わした。平面創成の場合には円錐面の場合より直線かすの  $\epsilon$  が大きくなる。また圧力角は全体的に  $20^\circ$  よりも大きくなるが、 $\alpha$  または  $\beta$  の調整により圧力角を変えることが可能である。 $\beta$  を増すと圧力角を増加し、減少させると圧力角は減る傾向にある。ヒンドレウォームを平面創成で研削加工し、ウォーム歯面は  $\xi = 0$  をつけた目的に対しては  $\xi = 0^\circ$  のほうが適当である。

④ 5-5, 5-8 はウォーム歯面とホイール歯面の接触線、粗

対曲率半径, 接触線と相対速度方向の方位角の計算結果であ  
 る。接触線番号①, ②, ③ -- は  $\theta = -720^\circ, -360^\circ, 0^\circ$  -- に対応  
 する。接触線③, ④, ⑤はヒンドレウキ -  $\mu$  の転位異速方式  
 とあり変位は  $\mu = 1/41$  の場合 (図 5-5) であり多少中央  
 線に近寄り, ①, ②は外側に偏りかつ  $R$  は大きくなる。



$$\overline{O_0P} = R_0$$

$$r'_0 = R_0 n'_0 + u (i_0 \times n'_0) + v n'_0 \times (i_0 \times n'_0)$$

图 5-1 平面的表示

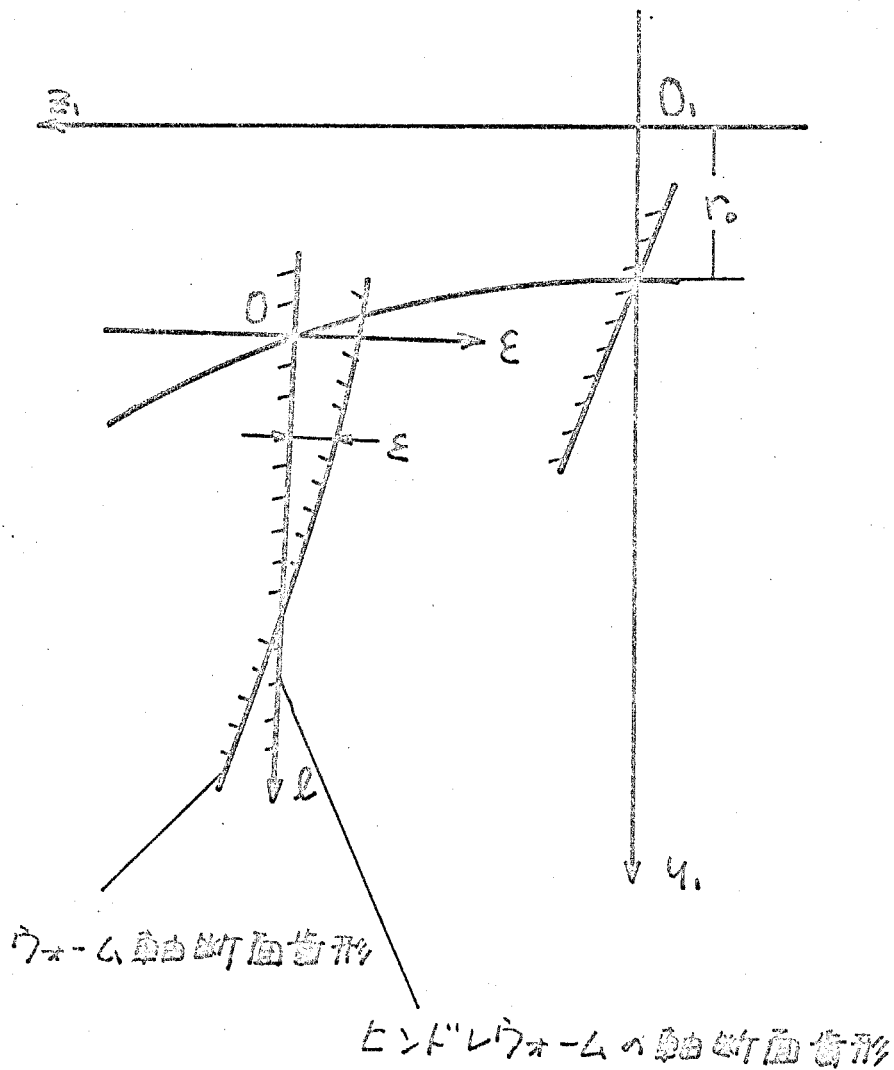


図 5-2 ワームの軸断面歯形の表示法

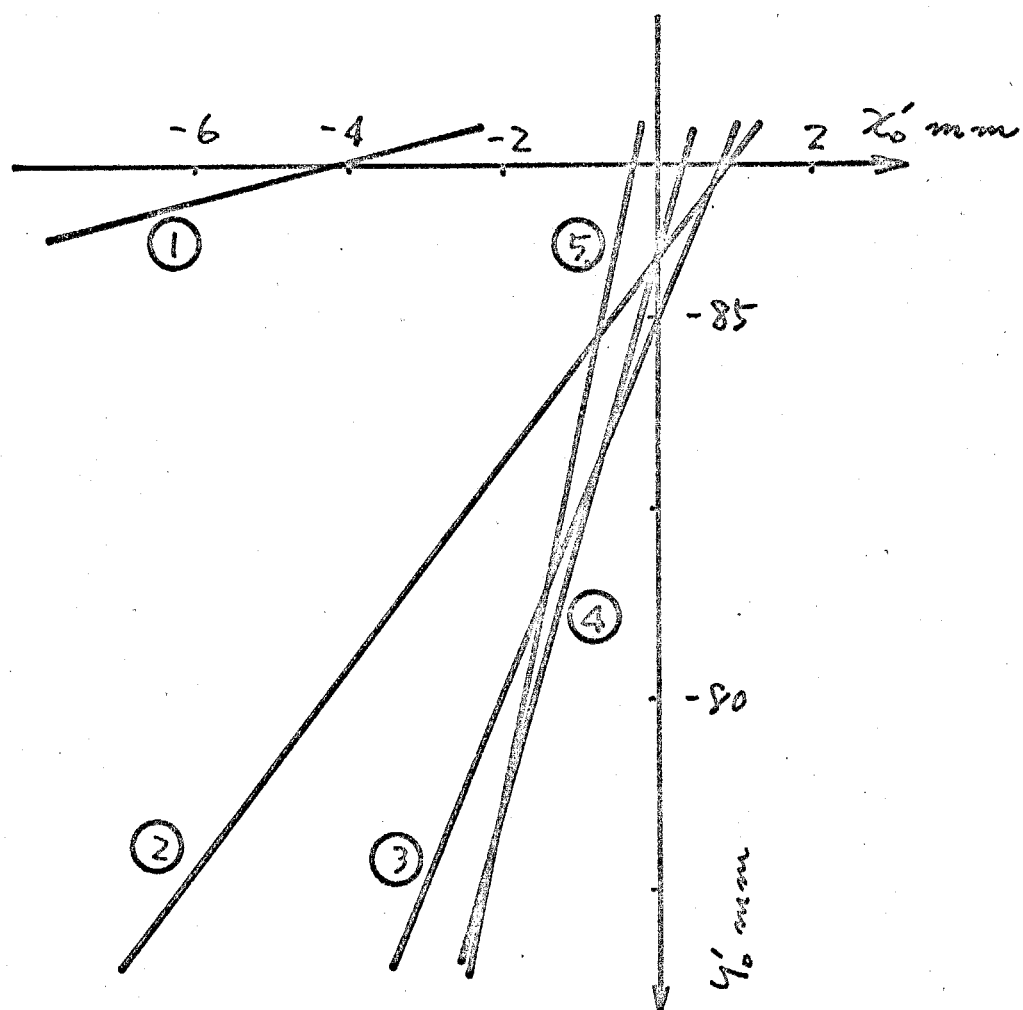


図 5-3 ウォールと平面の接触線  $n=1/41$

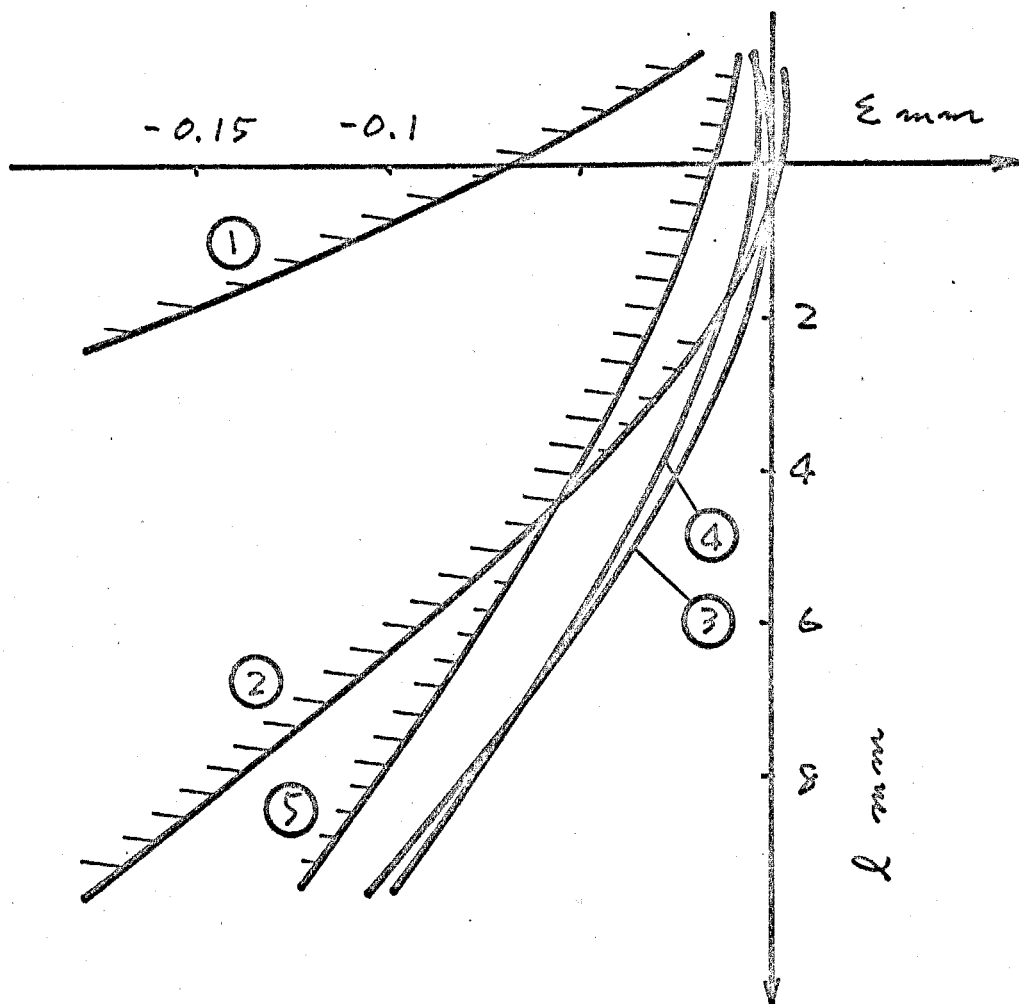
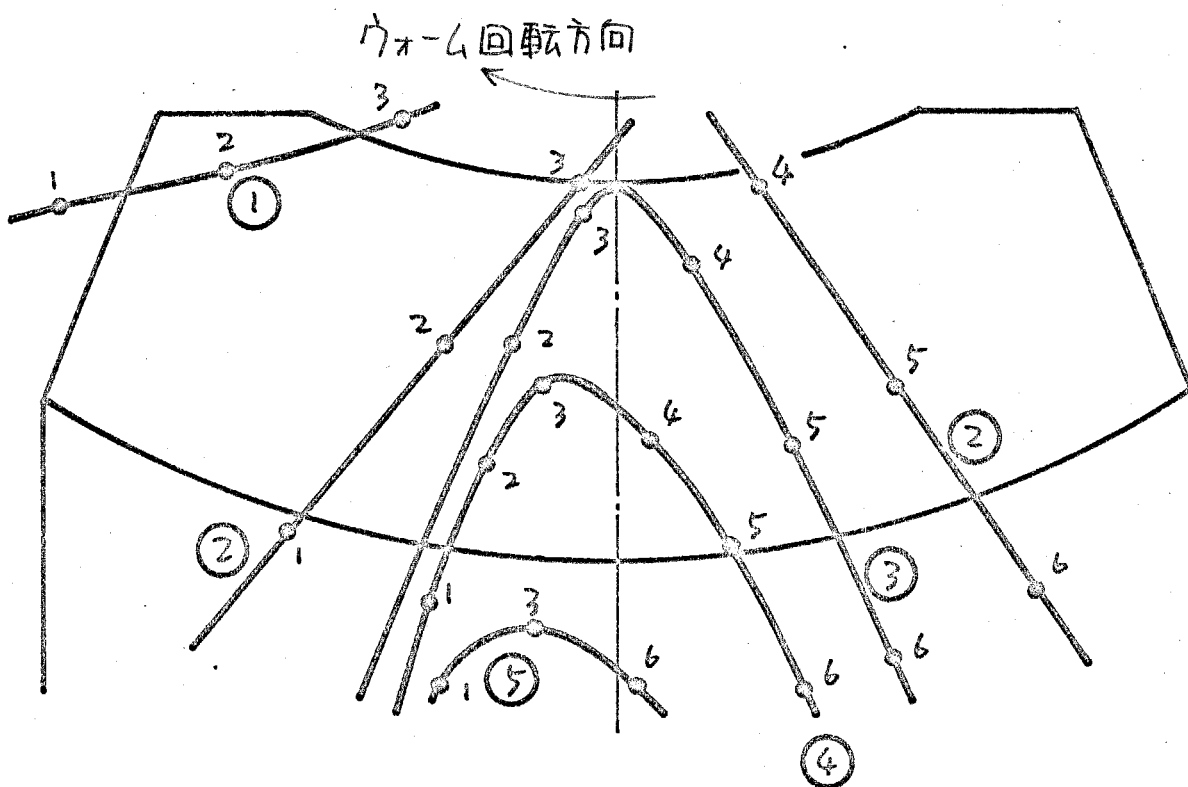


图 5-4 蜗轮轴断面齿形  
(平面制成蜗轮,  $m = 1/41$ )



相对曲率半径  $R/a$ , 接触線と相対速度の傾角  $\lambda$

	1	2	3	4	5	6
①	1.74 69°	1.24 41°	0.77 31°			
②	1.19 69°	0.88 62°	0.66 55°	1.20 72°	1.00 76°	1.07 79°
③		1.91 69°	1.08 58°	1.91 68°	0.96 75°	0.77 80°
④	1.05 77°	1.09 72°	7.11 43°	4.74 52°	1.85 67°	1.10 74°
⑤	3.82 63°		17.46 4°			7.89 40°

図 5-5 ホイル歯面上の接触線  
 (平面創成  $\omega_1 - \omega_2$ ,  $m = 1/40$ ,  $n = 1/41$ )

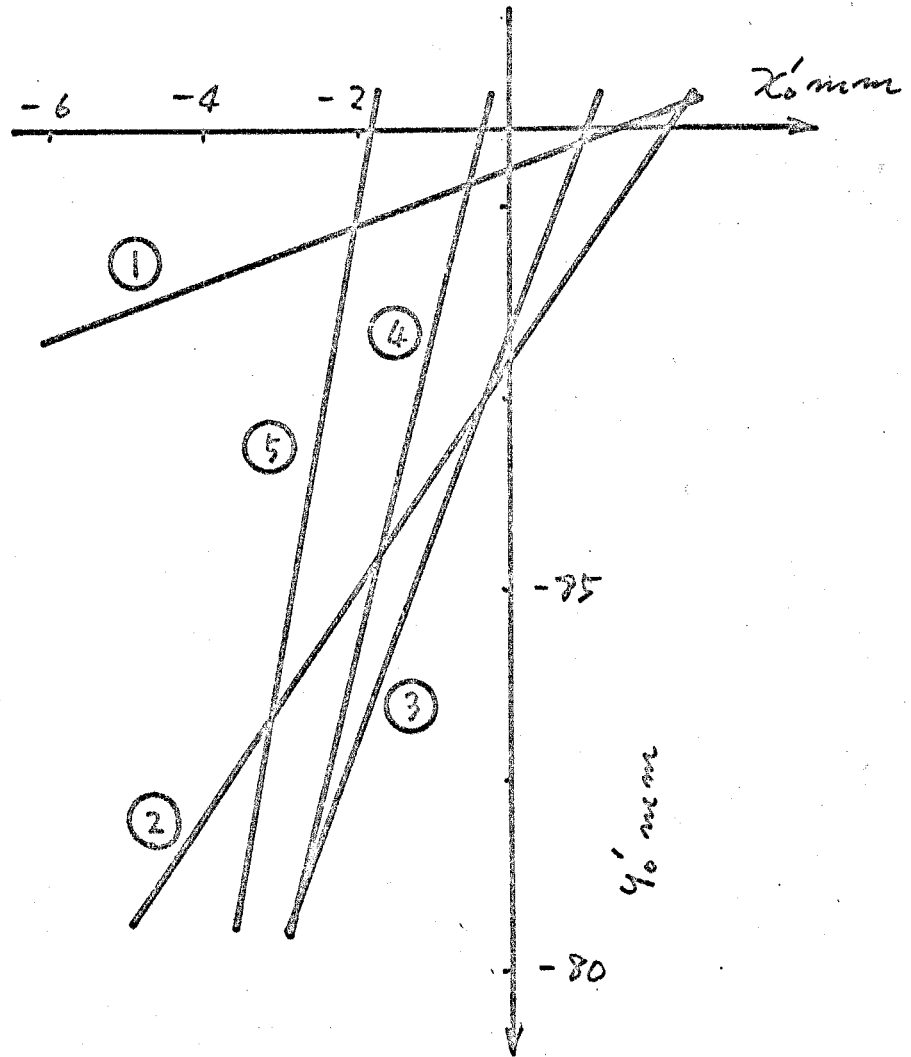


図 5-6  $\Gamma\alpha-4^\circ$  と平面の接触線  $m=1/43$

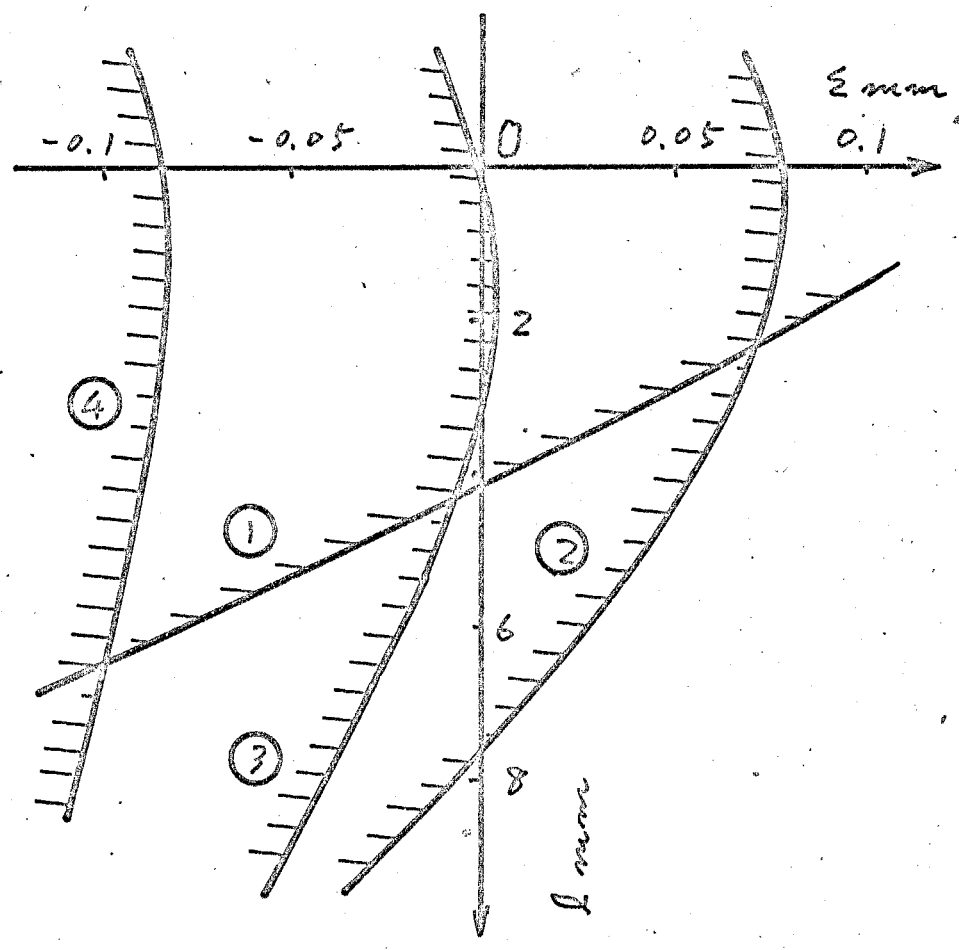
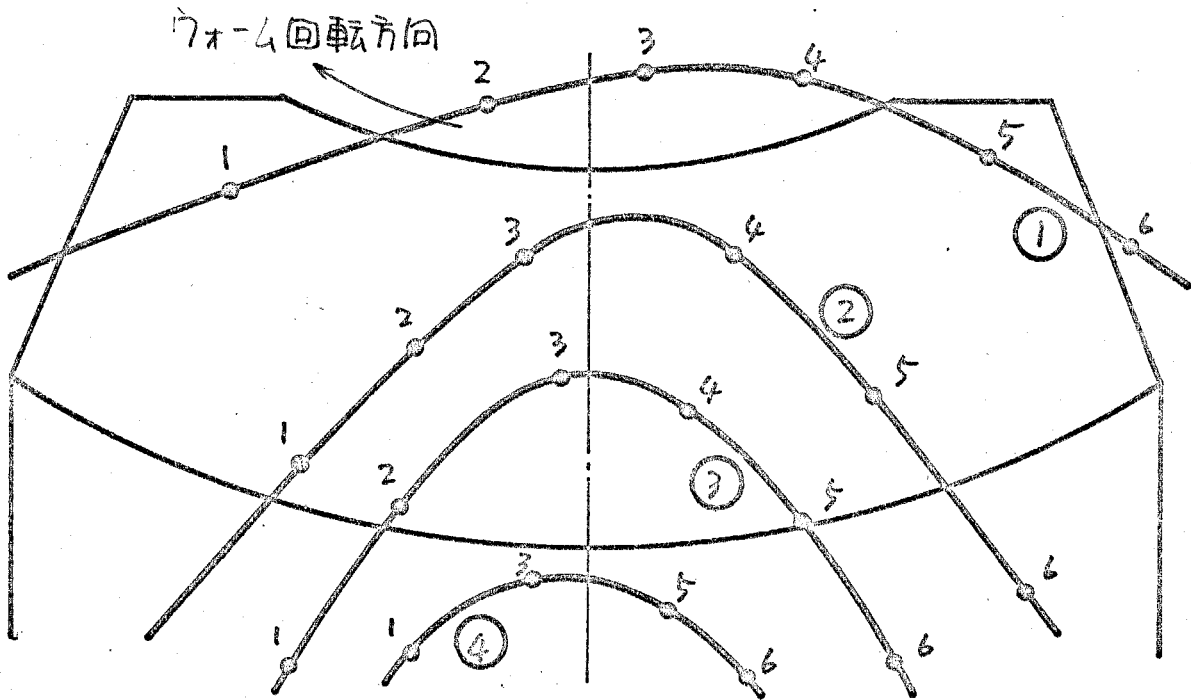


図 5-7 ウォ-6 軸断面歯形  
 (平面削成ウォ-6,  $m = 1/43$ ,  $\xi = -3^\circ$ )



$R/a, \lambda$						
	1	2	3	4	5	6
①	1.15 42°	0.63 15°	0.64 7°	1.10 30°	1.36 58°	1.44 66°
②	0.74 63°	0.70 56°	0.85 43°	1.51 49°	0.96 69°	0.92 75°
③	0.53 70°	0.68 62°	2.30 27°	1.94 47°	1.01 65°	0.77 72°
④	1.74 51°		4.21 16°		3.12 37°	1.97 52°

図5-8 ホイール歯面上の接触線

(平面創成  $\omega_1 - \omega_2$ ,  $m = 1/40$ ,  $m = 1/43$ ,  $\xi = -3^\circ$ )

## § 5.3 円錐面で創成されるウチーエモッ

## 圓形ウチーエモッ

## 5.3.1 接触点条件式

半頂角が  $\alpha$  であり、円錐主軸が  $Y_0$  軸に對して  $\gamma$ 、 $Y_0 Z_0$  平面に對して  $\beta$  傾き、 $Y_0 Z_0$  平面と点  $(Y_0, Z_0)$  で交わり、円錐の頂点がこの交点より  $R_0$  の距離にある円錐面を工具曲面とする(図 5-9)。円錐主軸方向の単位ベクトルを  $\pi_0$  とし、図示の径数  $u, v$  を用いて  $\pi_0$ 、 $\pi_0'$  は

$$\pi_0' = \begin{bmatrix} a_x + b_x \cos v + c_x \sin v \\ a_y + b_y \cos v + c_y \sin v \\ a_z + b_z \cos v + c_z \sin v \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

$$\pi_0 = -u \pi + (u - R_0) \sin \alpha \pi_0' \quad (5-7)$$

$$\text{FTE}^L \quad a_x = \sin \alpha \sin \beta$$

$$a_y = \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma$$

$$a_z = \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma$$

$$b_x = 0$$

$$b_y = -\cos \alpha \sin \gamma$$

$$b_z = \cos \alpha \cos \gamma$$

$$c_x = \cos \alpha \cos \beta$$

$$c_y = -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma$$

$$c_z = -\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

$$\xi = \begin{pmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \cos \delta \\ \cos \beta \sin \delta \end{pmatrix}$$

$\Phi = \gamma + m\varphi$  と (2) 式 (3-4) の  $f(u, v, \varphi) = 0$  を計算すると

$$u(A_s \sin v + A_c \cos v) + B_s \sin v + B_c \cos v + B_0 = 0 \quad (5-8)$$

$$A_s = -\cos \alpha \cos \xi \cos \Phi$$

$$A_c = -\cos \alpha \sin \beta \cos \xi \sin \Phi - C_x (m + \sin \xi)$$

$$B_s = C(C_x \cos \xi - \cos \alpha \sin \beta \sin \xi \sin \Phi) + (Y_0 c_a - Z_0 c_y) \\ \times (m + \sin \xi) + C_x \cos \xi (Y_0 \cos m\varphi - Z_0 \sin m\varphi)$$

$$B_c = C \cos \alpha \sin \xi \cos \Phi + (Y_0 b_a - Z_0 b_y) (m + \sin \xi)$$

$$B_0 = C(a_x \cos \xi + \sin \alpha \cos \beta \sin \xi \sin \Phi) + (Y_0 a_a - Z_0 a_y) \\ \times (m + \sin \xi) + a_x \cos \xi (Y_0 \cos m\varphi - Z_0 \sin m\varphi)$$

$\Theta = \varphi - \theta$  と (2) 式 (3-9) の  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  を求めるに

$$u(C_s \sin v + C_c \cos v + C_0) + D_s \sin v + D_c \cos v + D_0 = 0 \quad (5-9)$$

$$C_s = -\cos \alpha \{ (\cos \xi - m \cos \Theta \sin \xi) \cos \Phi + m \sin \Theta \sin \Phi \}$$

$$C_c = -\cos \alpha \{ \sin \beta \{ (\cos \xi - m \cos \Theta \sin \xi) \sin \Phi - m \sin \Theta \cos \Phi \} \\ + \cos \beta (\sin \xi + m \cos \Theta \cos \xi) \}$$

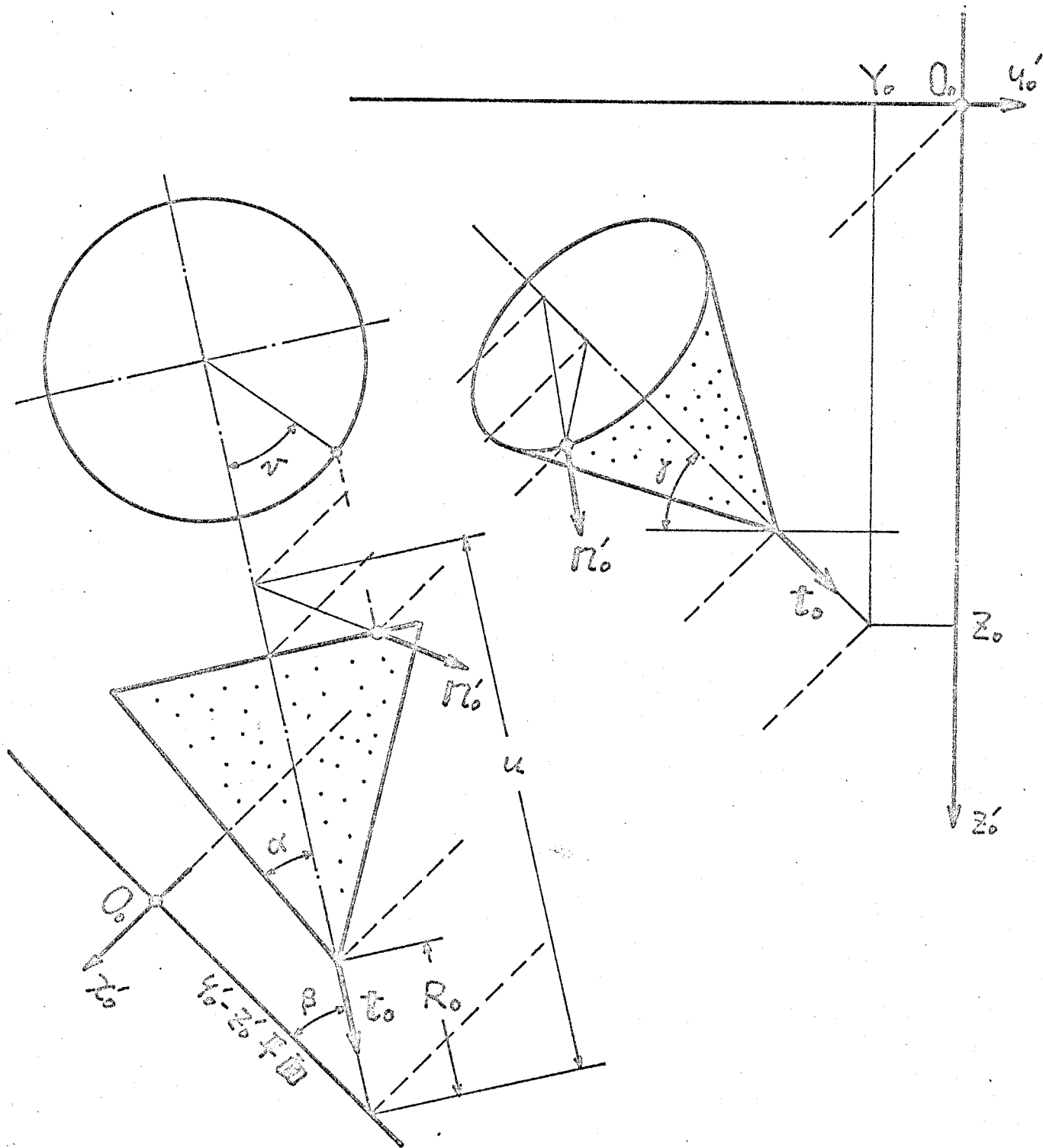
$$C_0 = 0$$

$$D_s = \cos \alpha \{ (\cos \beta \cos \xi - \sin \beta \sin \xi \sin \Phi) \{ C - m b \sin \Theta \}$$

$$+ m(a - C \cos \Theta) \} - m b \sin \beta \cos \Theta \cos \Phi \}$$

$$+ C_x \{ Y_0 \{ (\cos \xi - m \sin \xi \cos \Theta) \cos m\varphi + m \sin \Theta \sin m\varphi \}$$

$$- Z_0 \{ (\cos \xi - m \sin \xi \cos \Theta) \sin m\varphi - m \sin \Theta \cos m\varphi \} \}$$



$$x'_0 = -u t_0 + (u - R_0) \sin \alpha r'_0$$

図5-9 円錐面の表示

$$+ (Y_0 C_z - Z_0 C_y) (\sin \xi + m \cos \xi \cos \Phi)$$

$$D_c = \cos \alpha \cos \Phi \{ (c - mb \sin \Phi) \sin \xi - m (a - c \cos \Phi) \cos \xi \} \\ - mb \cos \alpha \cos \Phi \sin \Phi + (Y_0 b_z - Z_0 b_y) (\sin \xi + m \cos \Phi \cos \xi)$$

$$D_o = \sin \alpha \{ (c - mb \sin \Phi) (\sin \beta \cos \xi + \cos \beta \sin \xi \sin \Phi) \\ + m (a - c \cos \Phi) (\sin \beta \sin \xi - \cos \beta \cos \xi \sin \Phi) + mb \cos \beta \\ \times \cos \Phi \cos \Phi \}$$

$$+ a_x [ Y_0 \{ (\cos \xi - m \cos \Phi \sin \xi) \cos \eta \varphi + m \sin \Phi \sin \eta \varphi \} \\ - Z_0 \{ (\cos \xi - m \cos \Phi \sin \xi) \sin \eta \varphi - m \sin \Phi \cos \eta \varphi \} ] \\ + (Y_0 a_z - Z_0 a_y) (\sin \xi + m \cos \Phi \cos \xi)$$

5.3.2  $\omega$  -  $\omega$  軸断面歯形 の式

前節の (5-5) と同様  $\omega = \omega_2$ .

$$\omega (E_s \sin \nu + E_c \cos \nu + E_o) + F_s \sin \nu + F_c \cos \nu + F_o = 0 \quad (5-10)$$

$$E_s = \sin \alpha \{ (C_x \cos \xi - \cos \alpha \sin \beta \sin \xi \sin \Phi) \cos \varphi \\ - \cos \alpha \sin \beta \cos \Phi \sin \varphi \}$$

$$E_c = \sin \alpha \cos \alpha (\sin \xi \cos \Phi \cos \varphi - \sin \Phi \sin \varphi)$$

$$E_o = \{ -\sin \beta \cos \xi - \cos \beta \sin \xi \sin \Phi + \sin \alpha (a_x \cos \xi + \sin \alpha \cos \beta \sin \xi \\ \times \sin \Phi) \} \cos \varphi - \cos^2 \alpha \cos \beta \cos \Phi \sin \varphi$$

$$F_s = -R_o \sin \alpha \{ (C_x \cos \xi - \cos \alpha \sin \beta \sin \xi \sin \Phi) \cos \varphi \\ - \cos \alpha \sin \beta \cos \Phi \sin \varphi \}$$

$$F_c = -R_o \sin \alpha \cos \alpha (\sin \xi \cos \Phi \cos \varphi - \sin \Phi \sin \varphi)$$

$$\begin{aligned}
 F_0 = & -R_0 \sin \alpha \left\{ (a_x \cos \xi + \sin \alpha \cos \beta \sin \xi \sin \Xi) \cos \varphi \right. \\
 & \left. + \sin \alpha \cos \beta \cos \Xi \sin \varphi \right\} \\
 & + (Y_0 \cos n \varphi - Z_0 \sin n \varphi) \sin \varphi + (Y_0 \sin n \varphi + Z_0 \cos n \varphi) \sin \xi \cos \varphi \\
 & + C \sin \varphi
 \end{aligned}$$

### 5.3.3 計算結果.

円錐面の場合には、 $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$ , 軸断面歯形の式は  $u$  が  $u$  に関する 1 次式に帰する。円錐面と  $\omega$ - $u$  歯面の接触線の計算は  $v$  と  $\xi$  (5-8) を解けば良い。 $\omega$ - $u$  歯面とホイール歯面の接触線、 $\omega$ - $u$  軸断面歯形は (5-8) と (5-9) または (5-8) と (5-10) を連立して解く必要がある。このために、これら連立させた 2 式から  $u$  を消去し、 $\sin v$  に関する 4 次方程式を得る。適当に  $\varphi, \theta$  と  $\xi$  を  $v$  と 4.3.2 と同様 Bairstow McAuley 法で求めた。表 5-2 に計算結果を示す。

図 5-10, 5-11, 5-12 に示した  $\omega$ - $u$  ギヤは鈴木が試作した  $\omega$ - $u$  ギヤと同じ条件で計算した結果である。図 5-12 の接触線形状は実験的に観察された結果と良く一致している。またヒンドレ  $\omega$ - $u$  を転位異速方式に適用した場合と接触線形状、相対曲率ともにはほとんど等しい (図 4-18)。図 5-13, 5-14, 5-15 は  $m = 1/41$  としたもので、平面の場合 (図 5-5) よりも

	㉔ 5-10, 5-11, 5-12	㉕ 5-13, 5-14, 5-15	㉖ 5-16, 5-17, 5-18
$a$	100	100	100
$m$	$1/40$	$1/40$	$1/40$
$n$	$1/50$	$1/41$	$1/43$
$\alpha$	$30^\circ$	$30^\circ$	$30^\circ$
$\beta$	$5.3^\circ$	$5.3^\circ$	$8^\circ$
$\delta$	$49.8^\circ$	$49.8^\circ$	$50^\circ$
$\xi$	$0^\circ$	$0^\circ$	$-3^\circ$
$R_0$	-62.089	-62.089	-62.507
$c$	120.750	102.075	106.225
$b$	0	0	0
$r_0$	17.0	17.0	17.0
$Y_0$	-12.103	6.573	2.154
$Z_0$	0	0	0

表 5-2. 計算諸元

接触線①, ②がホイール歯面の中央線に近くなり、接触線と相対速度の存在角が $90^\circ$ に近くなるが、相対曲率半径 $R$ は小さくなる。㉖5-16, 5-17, 5-18は $\xi = -3^\circ$ ,  $n = 1/43$ としたものの平面のときと同様接触線全体は下方向に移り、ホイール歯面左側のかみ合い出口側の $R$ は改善される。 $n = 1/41$ としても接触線はあまり変化しない。ウォーム軸断面歯形は最も直線に近いが、クラウンレングスを目的とするには不適当である。

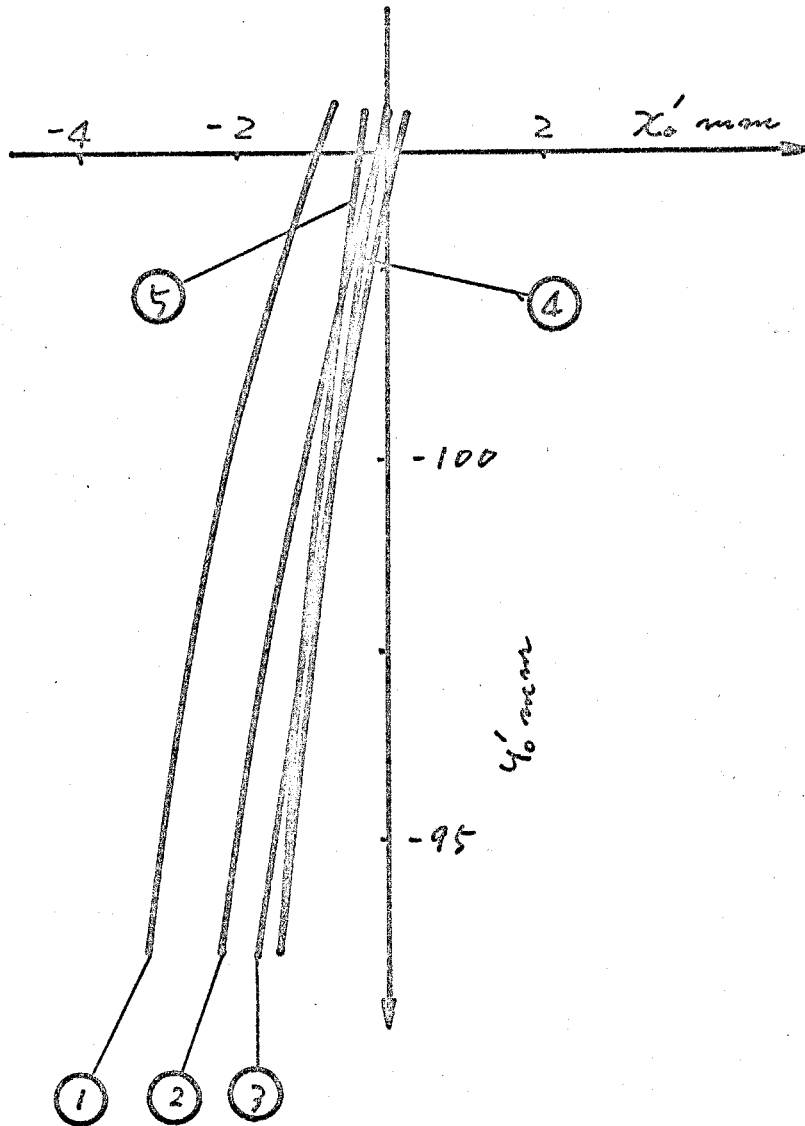


図5-10 7 $\pi$ -4と円錐面との接触線  $m=1/50$

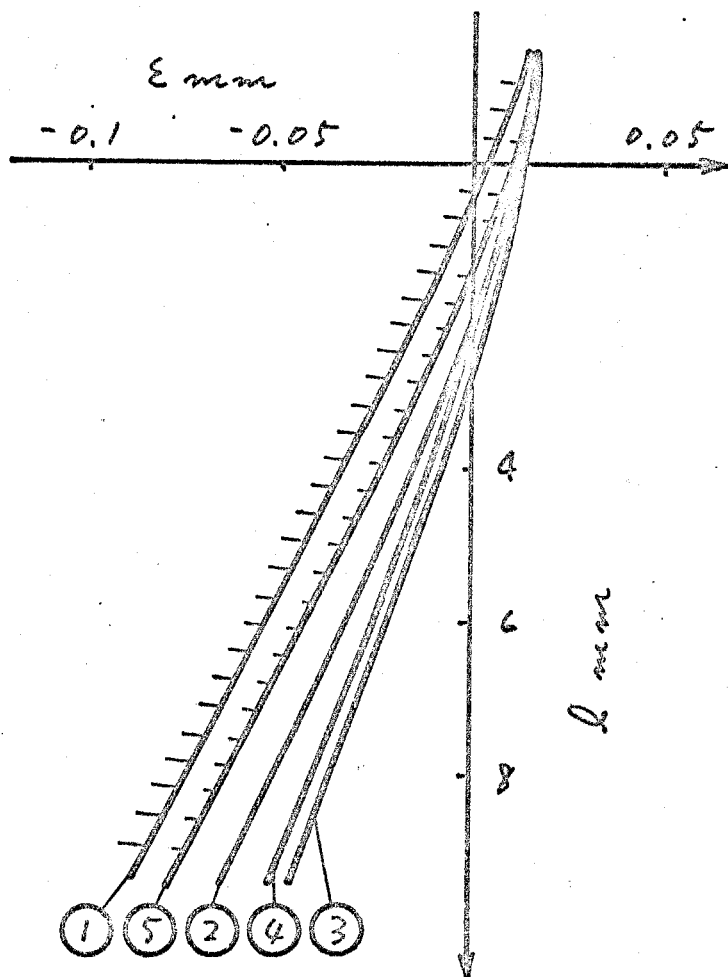
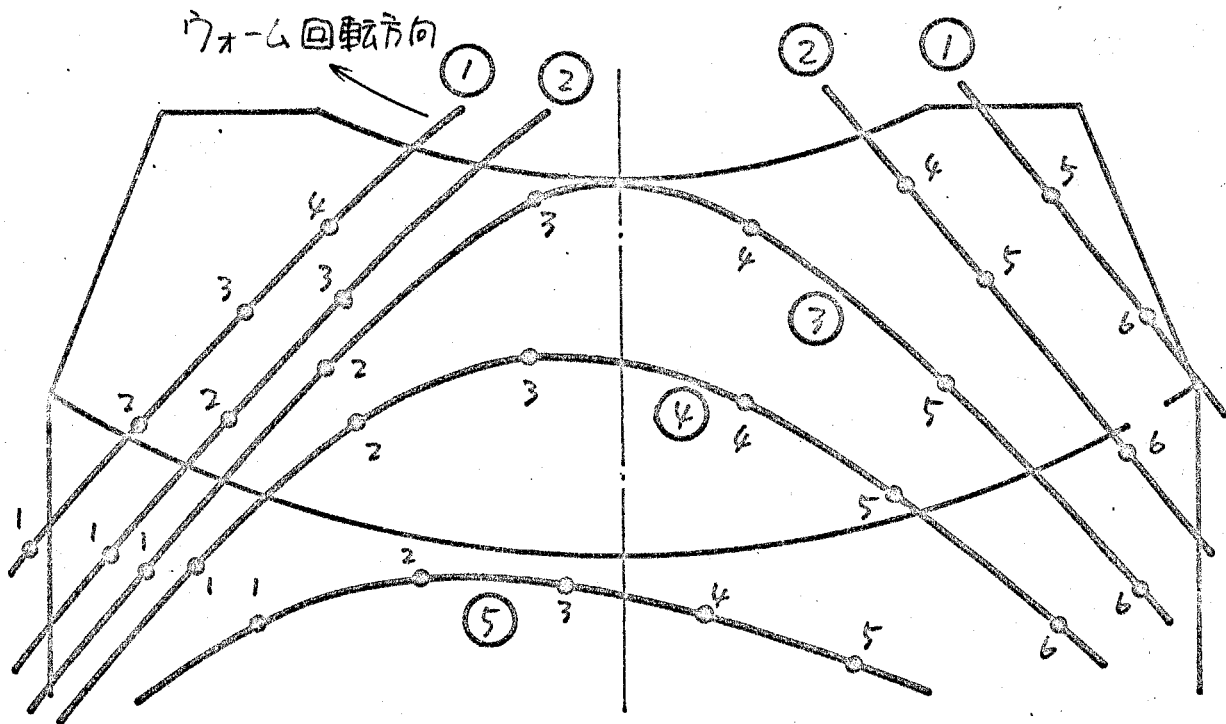


図 5-11 ウォーム軸断面歯形  
 (円錐面創成ウォーム,  $m = 1/41$ )



相对曲率半径 $R/a$ , 接触線と相對速度の可角 $\lambda$						
	1	2	3	4	5	6
①	0.24 76°	0.25 72°	0.25 68°	0.24 63°	0.45 84°	0.41 85°
②	0.24 75°	0.17 71°	0.15 67°	0.50 73°	0.40 78°	0.32 82°
③	0.13 74°	0.18 65°	0.91 29°	1.03 45°	0.47 68°	0.29 77°
④	0.22 67°	0.74 49°	1.79 10°	1.33 34°	0.89 50°	0.48 65°
⑤	1.43 41°	2.19 14°	2.14 5°	1.85 20°	1.47 34°	

④ 5-12 ホイール歯面上の接触線  
 (円錐面削成  $\omega-\omega$ ;  $m=1/40, n=1/50$ )

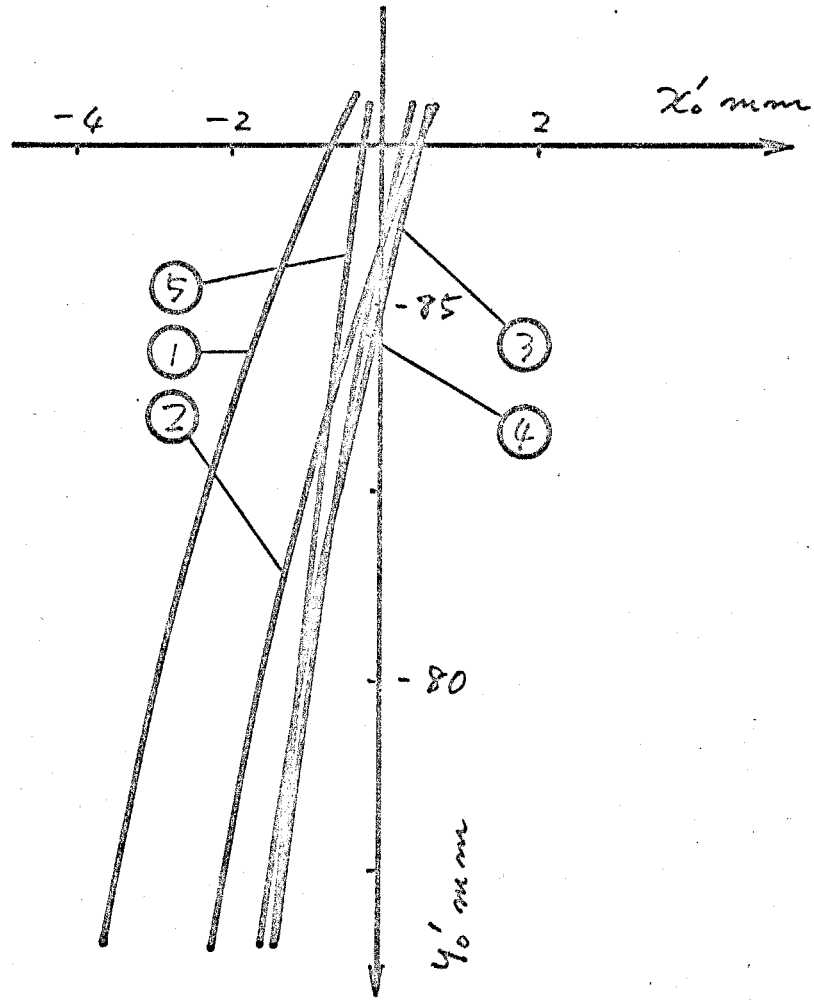


図 5-13 ワームと円錐歯の接触線  $m = 1/41$

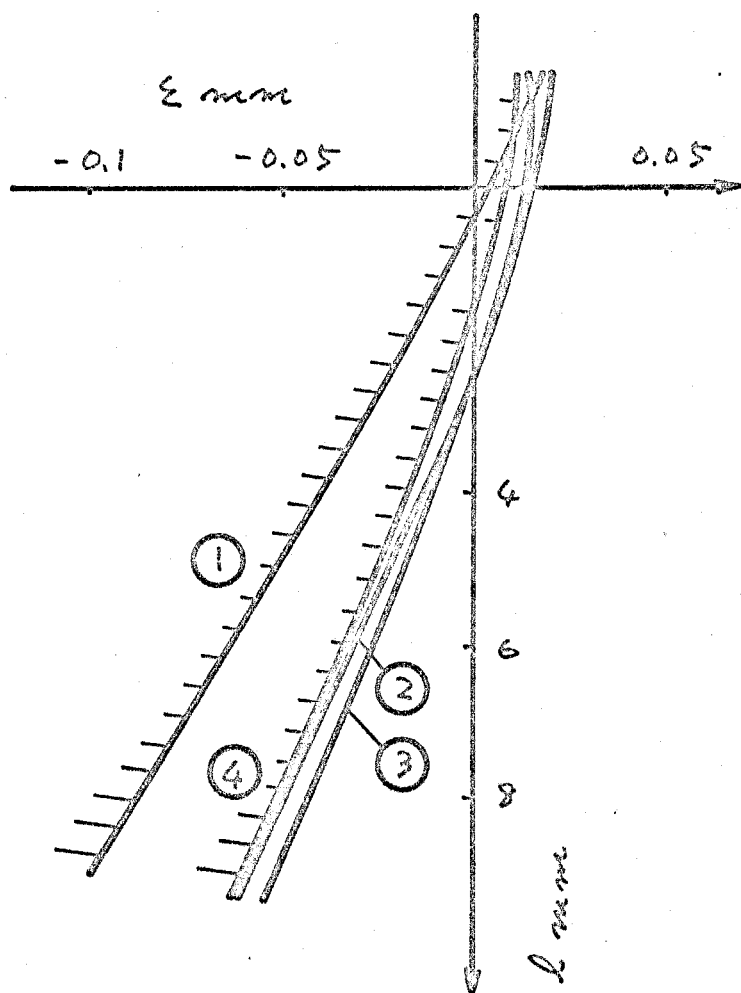
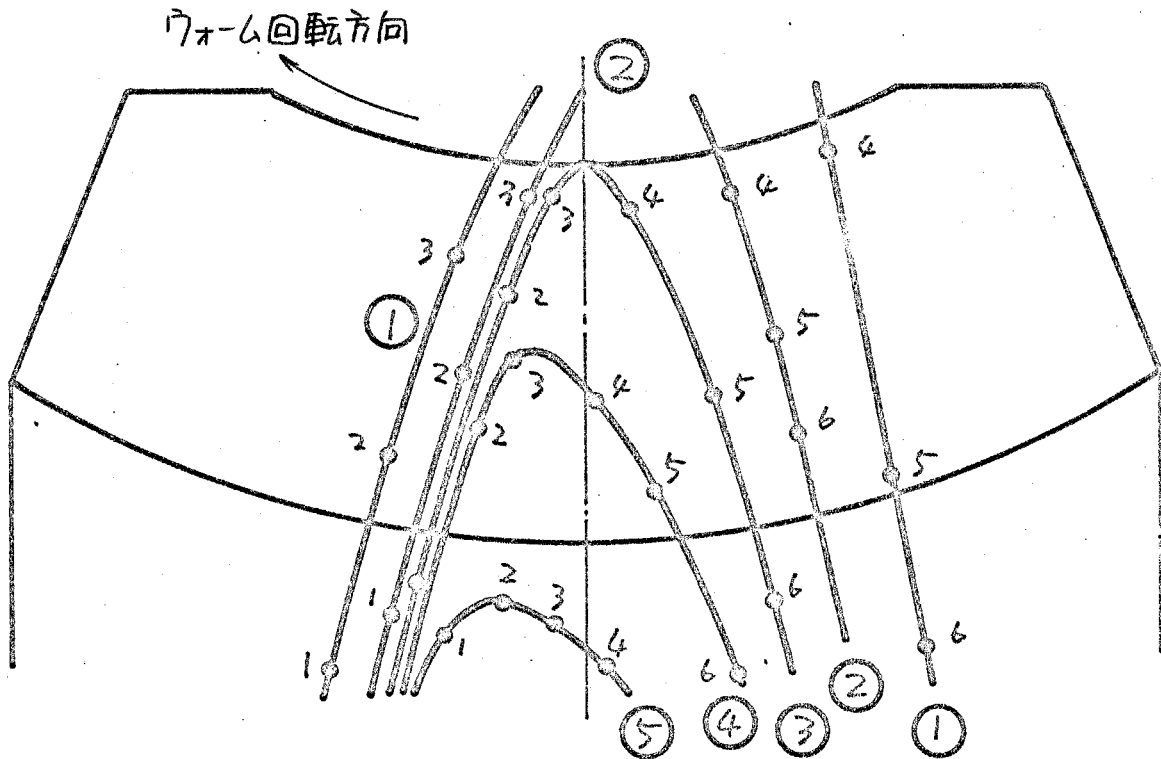


図 5-14 ウォーム軸断面歯形  
 (円錐面創成ウォーム,  $m = 1/41$ )



R/a, λ						
	1	2	3	4	5	6
①	0.42 86°	0.65 82°	0.52 75°	1.01 82°	0.77 82°	0.57 83°
②	0.27 83°	0.26 78°	0.09 71°	1.03 87°	0.74 89°	0.62 89°
③	0.25 82°	0.42 75°	1.03 63°	3.25 66°	0.97 81°	0.57 85°
④		1.17 71°	15.85 23°	6.58 51°	2.53 67°	0.97 78°
⑤	10.37 53°	23.78 5°	16.67 26°	13.23 32°		

図 5-15 ホイール歯面上の接触線  
 (円錐面歯成70°-6, m=1/40, n=1/41)

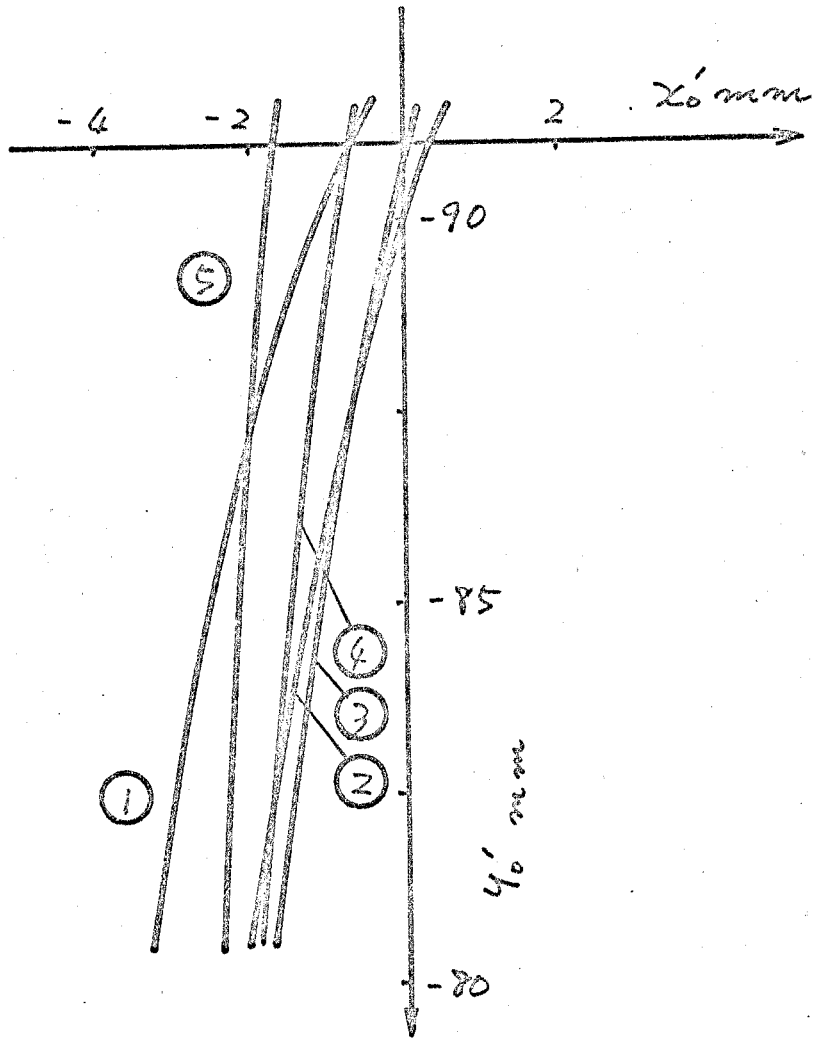


図 5-18  $\gamma = 6^\circ$  と円錐面の接触線  $m = 1/43$

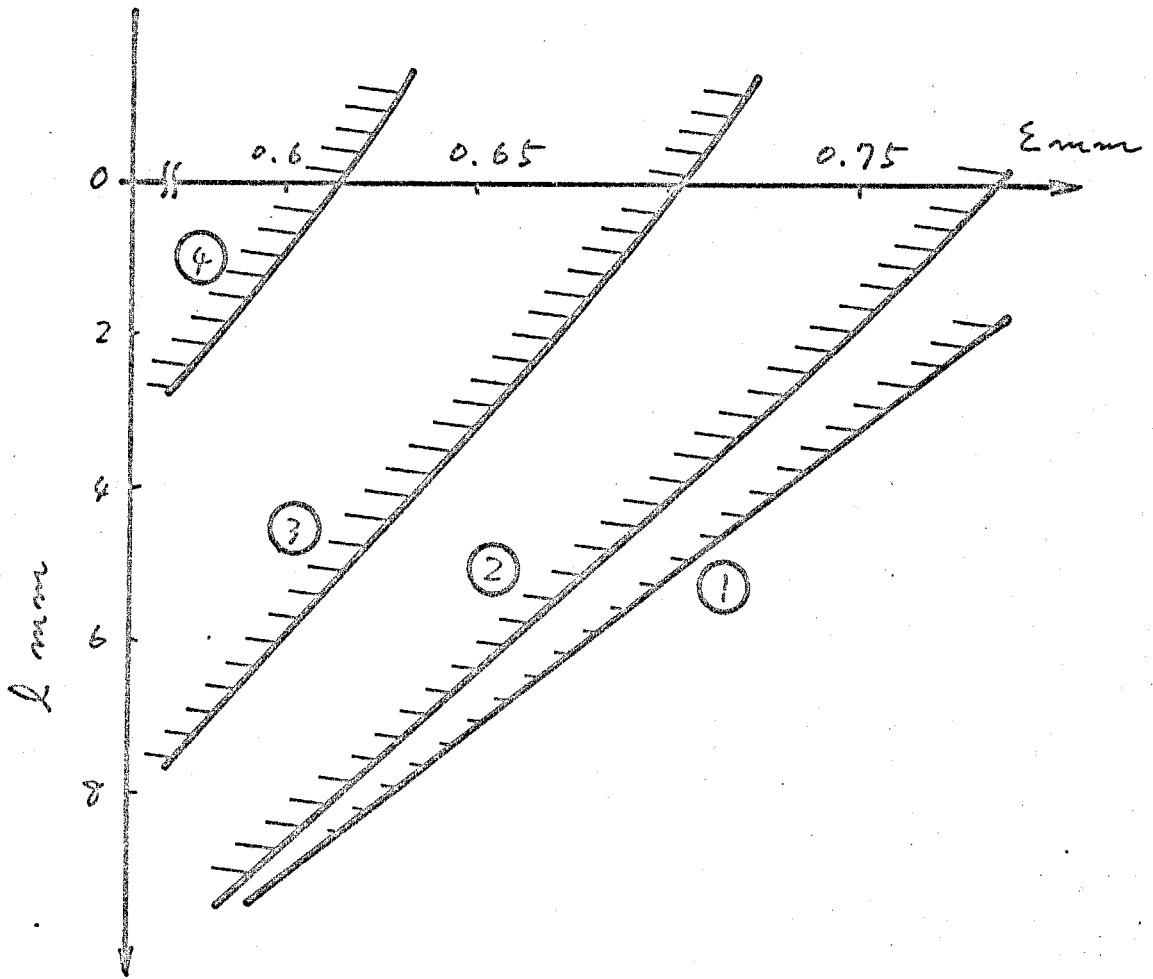
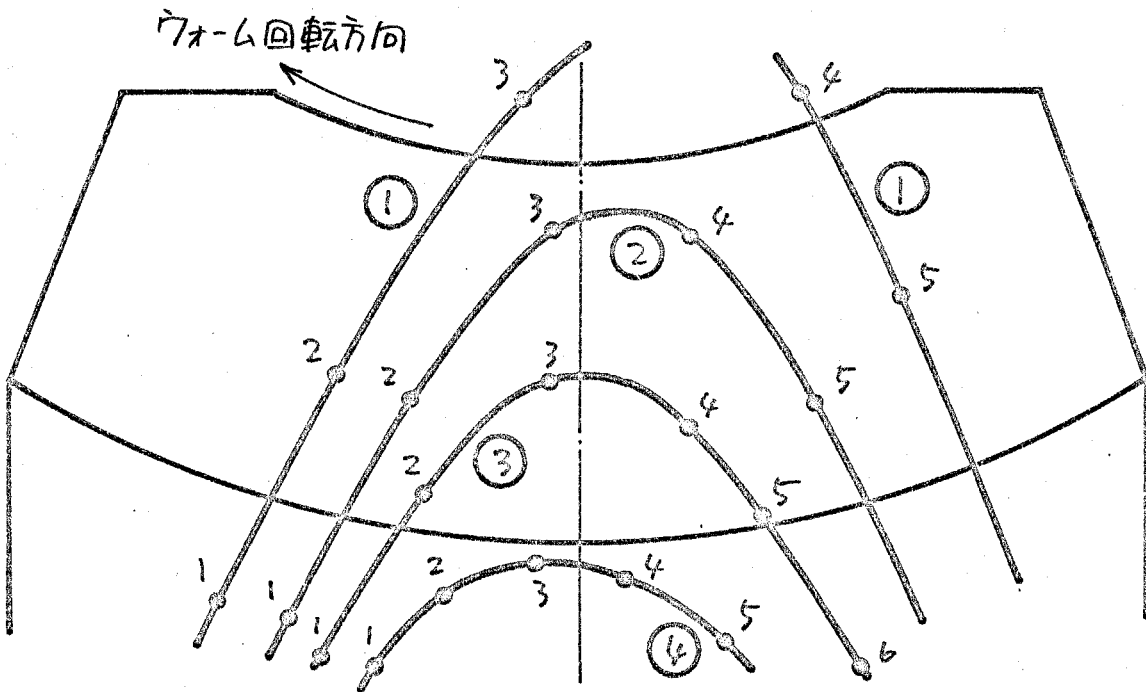


图 5-17 蜗轮-蜗轴断面齿形

(由锥面削成蜗轮-蜗.  $m = 1/43$ ,  $\xi = -3^\circ$ )



$R/a, \lambda$						
	1	2	3	4	5	6
①	0.47 81°	0.59 76°	0.93 52°	1.76 75°	0.95 81°	
②	0.34 77°	0.45 68°	1.17 44°	2.15 48°	0.81 77°	
③	0.28 74°	0.54 65°	2.70 19°	1.87 49°	1.03 66°	0.54 77°
④	0.86 83°	1.87 67°	4.06 9°	3.41 28°	1.86 52°	

図 5-18 ホイル歯面上の接触線

(円錐面創成角  $\alpha = 6^\circ, m = 1/40, m = 1/43, \xi = -3^\circ$ )

## § 5.4 結言

この章では、平面、円錐面が創成されるウォームをもち、鼓形ウォームギヤについて、平面、円錐面とウォーム歯面、ウォーム歯面とホイール歯面の接触点条件式およびウォーム軸断面歯形計算のための条件式を導き、計算例として平面の場合に2例、円錐面の場合に3例について、ウォーム歯面と工具曲面の接触線、ウォーム軸断面歯形、ウォーム歯面とホイール歯面の接触線、相対曲率半径、接触線と相対速度方向の付角を示した。これらの中で、図5-5, 5-15に示した例は、接触線形状、相対曲率半径の値から判断すると高性能が期待できるものである。

平面研削ウォームの場合には、直線母線の鼓形ウォームに比較してかみ合い始めの接触線が外に開く傾向があり、 $R$ の値も大きい。円錐面研削ウォームでは接触線は中心線に近く、 $R$ の値は小さくなる部分がある。 $\xi = -3^\circ$ とすると平面、円錐面とも接触線が開き、下方に移る傾向がある。

なお、この章では転位異速方式を適用して  $a, c, m, n$  の関係を定めたが、これ以外の組合せについても検討の必要があると考えられる。

## 第6章 接触点の近似計算法

### § 6.1 緒言

第4章、第5章でその具体的な形式を示した  $f(u, v, \theta) = 0$  又は  $f(u, v, \varphi) = 0, g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  で表わされる接触点条件式は、第4章ではウォーム母線の形状が複雑になるにつれ、第5章では砥石面(工具曲面)が複雑な形状になるにつれ、その煩雑さ、複雑さは幾何級数的に増加する。またウォームギヤの形式が円筒形から数形になったり、直線母線数形ウォームでも母線が中央平面上に落ちたり、歯切中心がオフセットされる場合も同様である。このため、ウォームギヤの数値解析的研究では、接触点条件式の誘導に費やされる労力が、全体の過半を占めるといって過言ではない。

そこでこの章では、接触点条件式を誘導することなく、 $\Pi \cdot W = 0$  の式より直接近似計算を行う方法について述べ、第1次近似値の決定法、計算例について述べる。ここで示す方法は、第4章、第5章で示した接触点条件式を誘導した後、電子計算機を用いた近似計算を行う方法と比較して、極めて簡単で有用である。

## § 6.2 近似計算法

== で示す方法はニュートン法<sup>(37)</sup> である。その基本を説明する。まず  $f(u, v, \theta) = 0$  を解く場合を説明する。この場合係数  $u, v, \theta$  の中の2つを適当に与え、残りの1つを求めるとはなる。与えれば、 $v, \theta$  を与えて  $f(u, v, \theta) = 0$  を解くことができる。すなわち、 $v, \theta$  の値を  $v_0, \theta_0$ 、 $u$  の第1次近似値を  $u_1$ 、 $u$  の真の値を  $u_0$  とすれば

$$f(u_0, v_0, \theta_0) = 0 \quad (6-1)$$

$u_0, u_1$  の関係は

$$u_0 = u_1 - \Delta u_1 \quad (6-2)$$

と (2) (6-2) を (6-1) に代入して

$$f(u_1 - \Delta u_1, v_0, \theta_0) = 0$$

上式を展開して高次の微小量を無視して、

$$f(u_1, v_0, \theta_0) - \frac{\partial f(u_1, v_0, \theta_0)}{\partial u} \cdot \Delta u_1 = 0$$

$$\therefore \Delta u_1 = \frac{f(u_1, v_0, \theta_0)}{(\partial f / \partial u)_{u=u_1}} \quad (6-3)$$

この  $\Delta u_1$  を用いて  $u$  の第2次近似値  $u_2$  を

$$u_2 = u_1 - \Delta u_1 \quad (6-4)$$

として同じ操作を行って  $\Delta u_2$  を求める。  $\Delta u_2, u_2$  及び (6-4) と同様にして  $u_3$  を求める。  $n$  番目の  $|\Delta u_n|$  が許容誤差の範囲内に入るとき計算を行って、そのときの  $u_n$  を  $u_0$  の近似値とすることができる。

$F = f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  を解くときは、  
 $\varphi, \theta$  を  $\varphi_0, \theta_0$  とし、 $u, v$  の真の値を  $u_0, v_0$ 、第1  
 次近似値を  $u_1, v_1$  とすれば

$$f(u_0, v_0, \varphi_0) = 0, \quad g(u_0, v_0, \varphi_0, \theta_0) = 0 \quad (6-5)$$

$$u_0 = u_1 - \Delta u_1, \quad v_0 = v_1 - \Delta v_1$$

$$f(u_1, v_1, \varphi_0) - \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u_1 - \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v_1 = 0 \quad (6-6)$$

$$g(u_1, v_1, \varphi_0, \theta_0) - \frac{\partial g}{\partial u} \Delta u_1 - \frac{\partial g}{\partial v} \Delta v_1 = 0$$

(6-6)の2式より  $\Delta u_1, \Delta v_1$  を求め、 $u, v$  の第2次近似値を

$$u_2 = u_1 - \Delta u_1, \quad v_2 = v_1 - \Delta v_1$$

と同じ操作を  $\Delta u_n, \Delta v_n$  が打ち切誤差内に入るまで繰返  
 し、そのときの  $u_n, v_n$  を  $u_0, v_0$  の近似値とする。

図6-1に  $f(u, v, \theta) = 0$  を  $v, \theta$  を与えて解く場合のXY  
 プログラムのフローチャートを示す。このプログラムは、第4  
 章で述べたような曲面の母線が与えられるようなプログラムの  
 接触線、相対曲率の計算用のもので、詳細は附録に示した。  
 $f(u) = 0$  を解くのはプログラム-4の"CONTACT"で行うが、こ  
 れを図6-2に示す。このプログラムのフローチャートは、関数  
 プログラム"FI"を用いて  $f(u)$  の値を計算し、 $\partial f / \partial u$  を"FI"  
 を用いて数値微分で計算する。ただし、第1次近似値では  
 $\Delta u_n$  の値が打ち切誤差内に入らなければ計算を打ち切り、  
 XYプログラムに戻る。図6-3は関数プログラム"FI"の

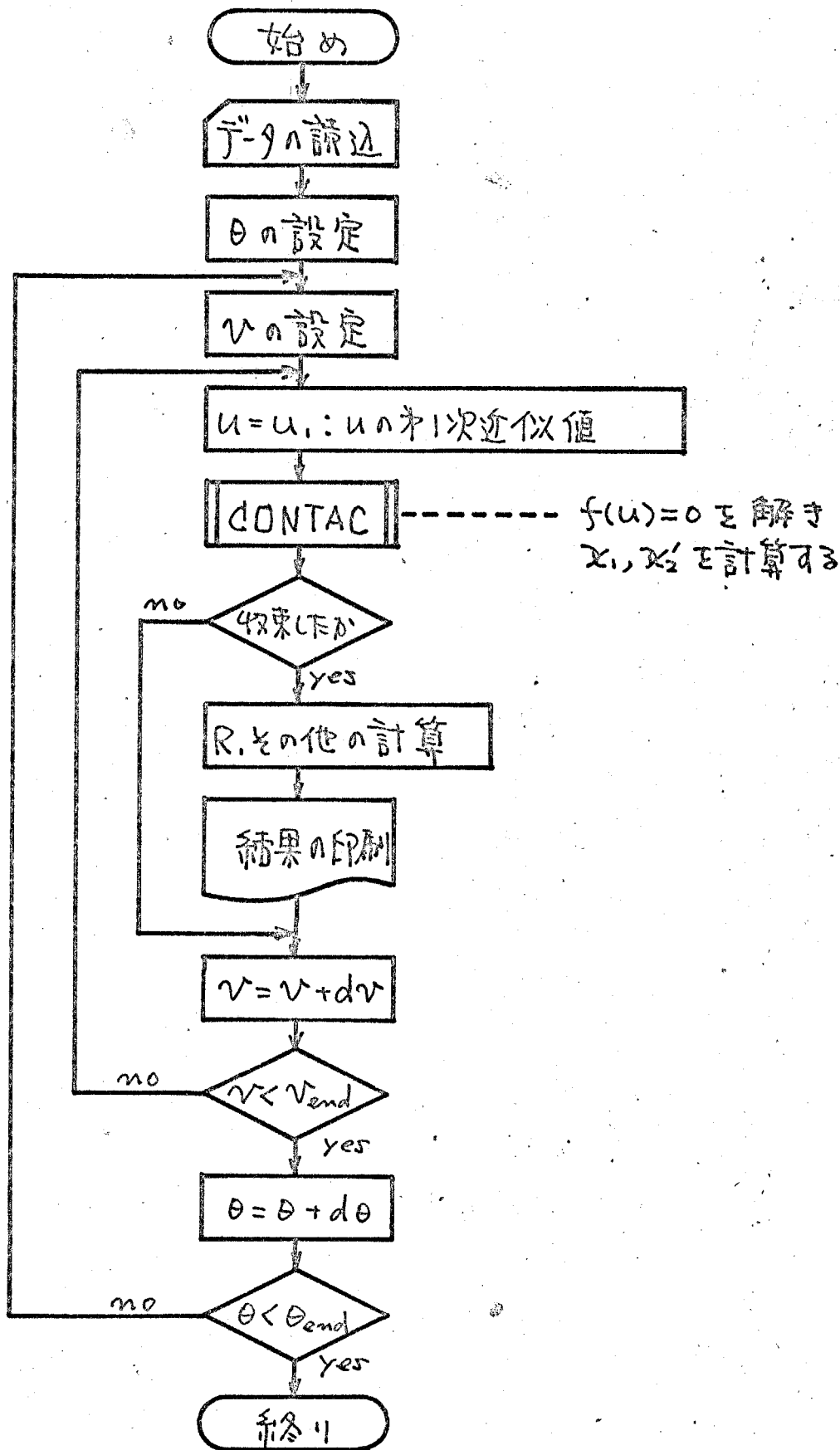


図 6-1 X線プログラム流れ図

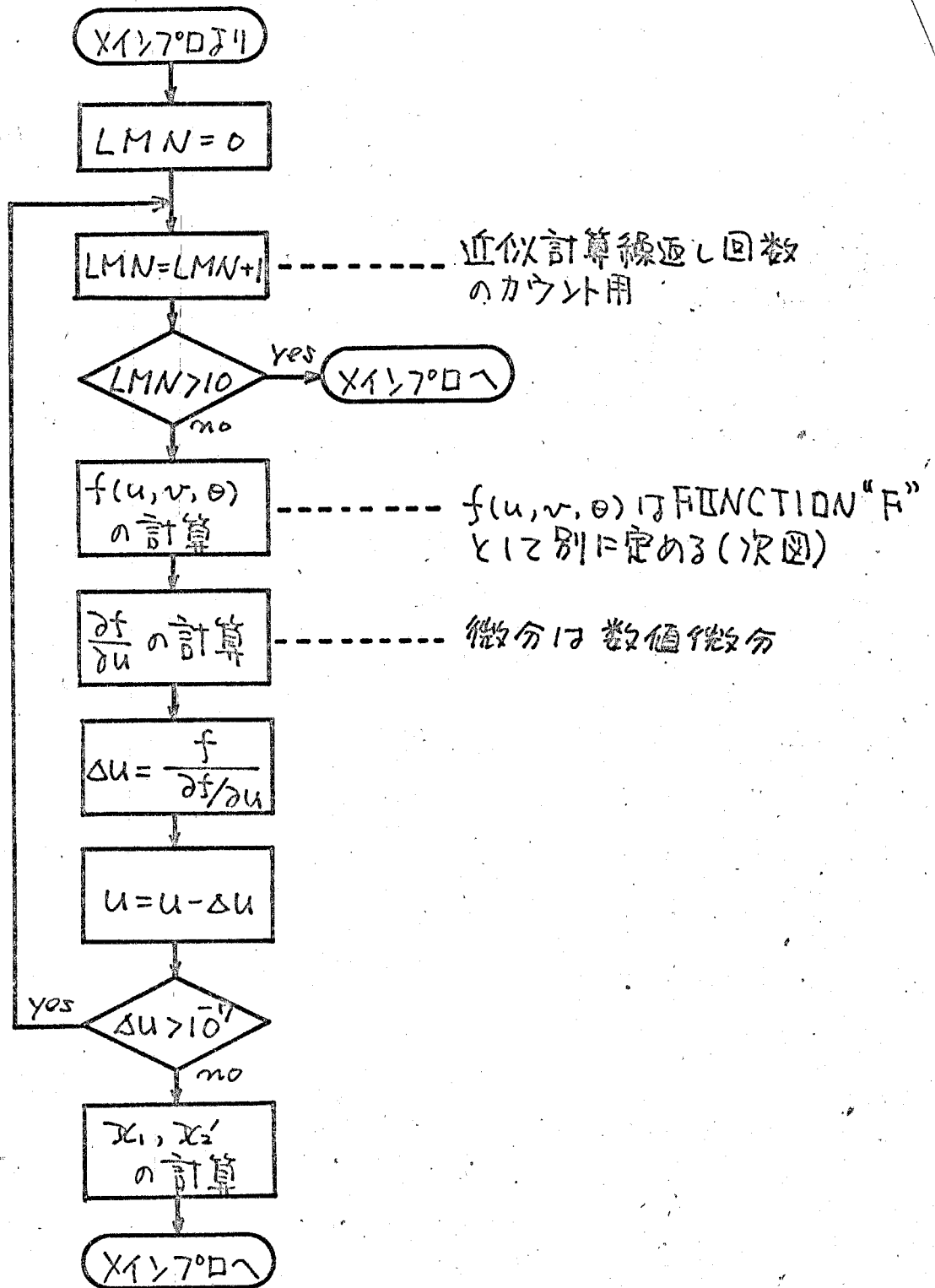


図 6-2 サブプログラム「CONTACT」流れ図

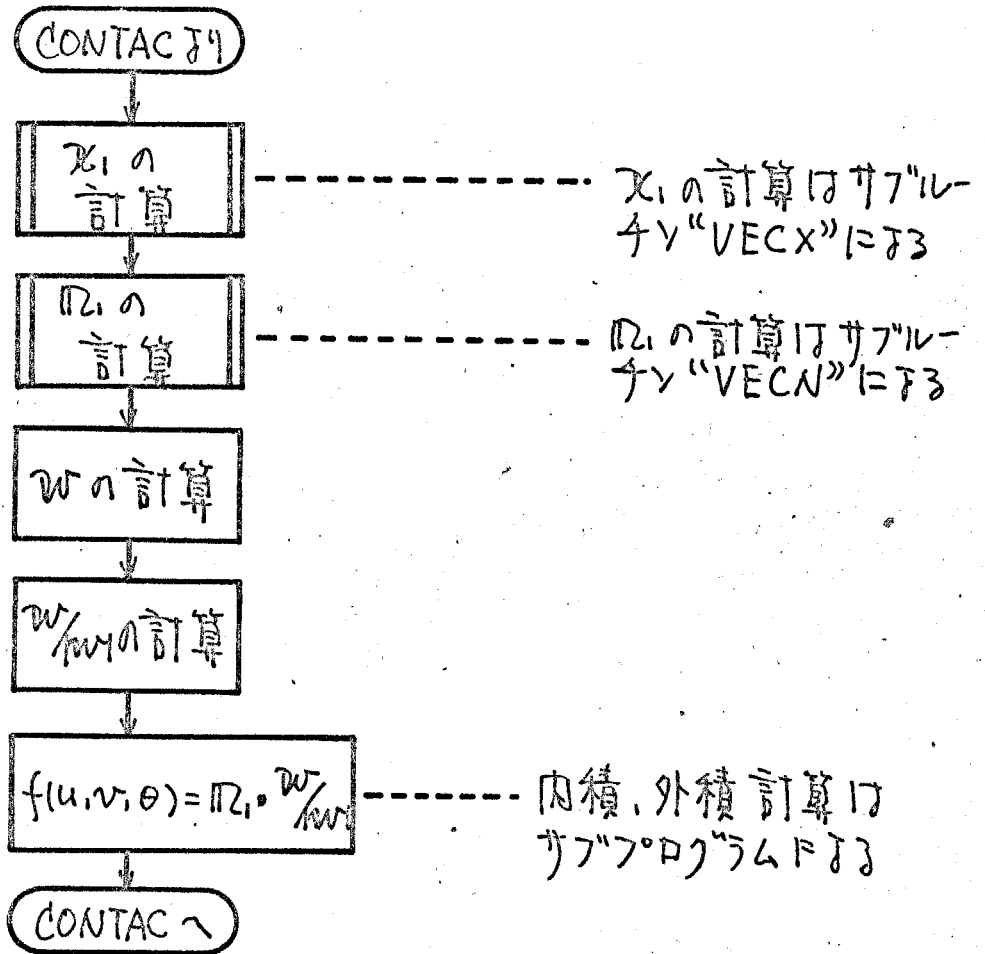
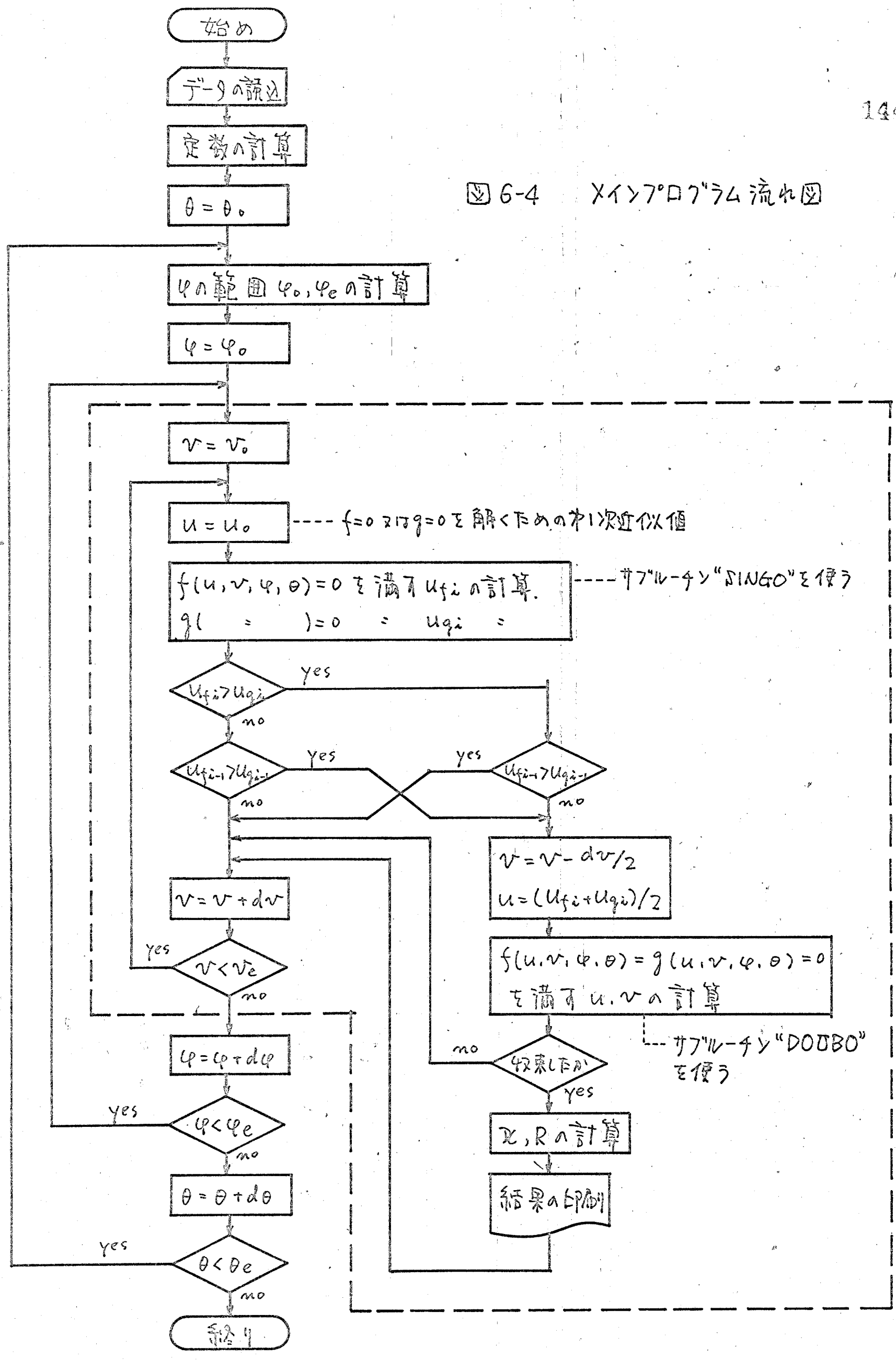


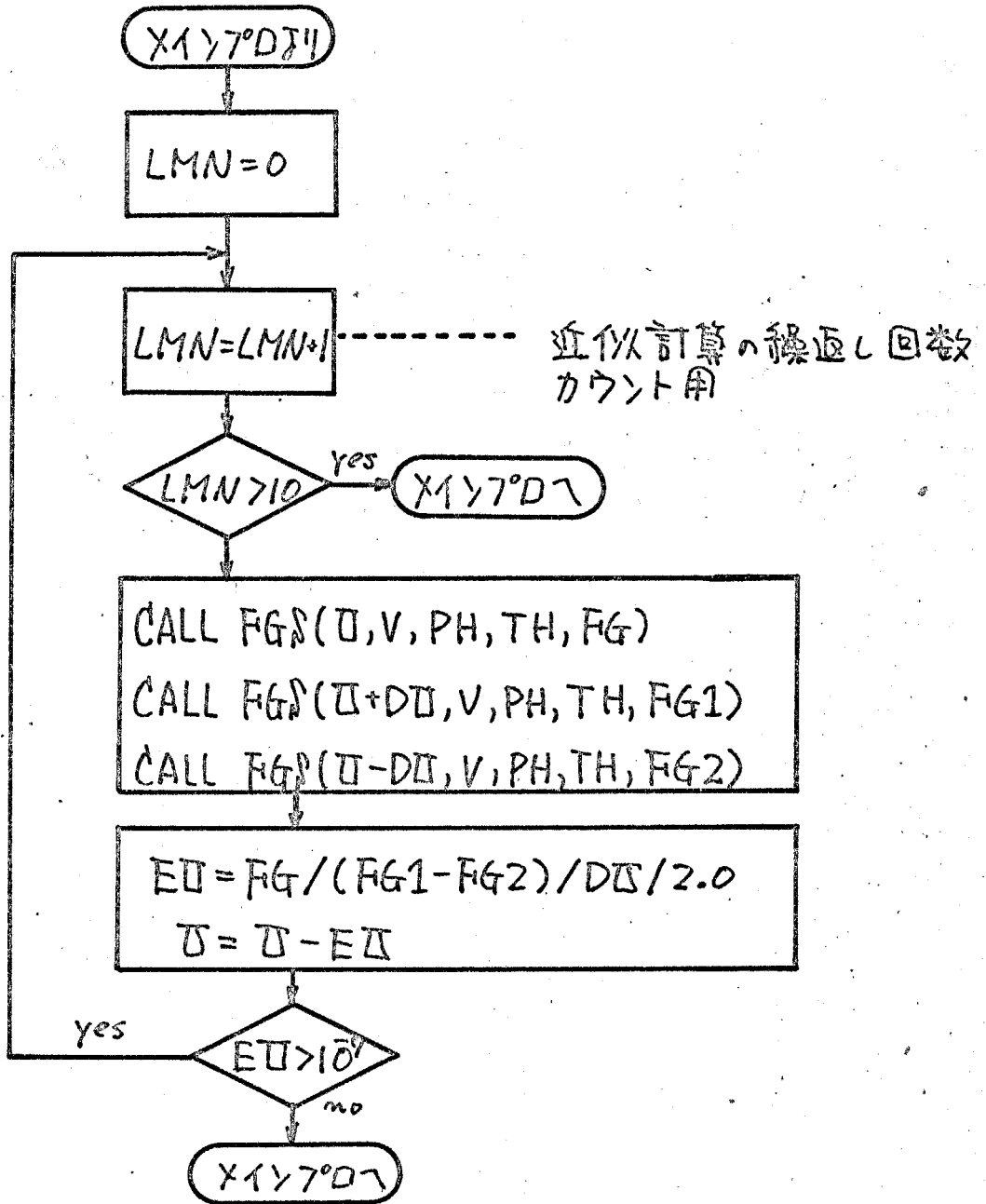
図 6-3 FUNCTION "F" 流中図

70-4パートを示す。即ち、 $x_i$ の計算はサブプログラム"VECX", "VECN"で行う。即ち計算するために必要は $x_u$ ,  $x_v$ は数値微分で求められる。これらのプログラムの詳細は附録に示してある。

刃物歯車歯面が工具曲面で創成される第5章のウォームギヤの場合に、 $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$ と $\varphi, \theta$ を適当に与えて解くが、この場合のメインプログラムの70-4パートを図6-4に示す。プログラムの詳細は附録に示してある。メインプログラムには、才1次直似値 $u, v$ を決定する部分、接触点かホイール歯面の有効部分に入るかどうかによって $\varphi$ の範囲を決定する部分が含まれている。サブプログラム"SINGO"は $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$ に於いて $u, v, \varphi, \theta$ を与えて $u$ を計算するプログラム、サブプログラム"DODBO"は $\varphi, \theta$ を与えて $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$ より $u, v$ を計算するプログラムで、図6-5, 6-6はその70-4パートを示す。

図 6-4 Xインテグレーションプログラム流れ図





FG8は仮引数で X1Y7°D7°ラム の実引数で FG (f=0) 又は G8 (g=0) のどちらかが決められる。

図6-5 サ7°D7°ラム "SINGO" 流れ図

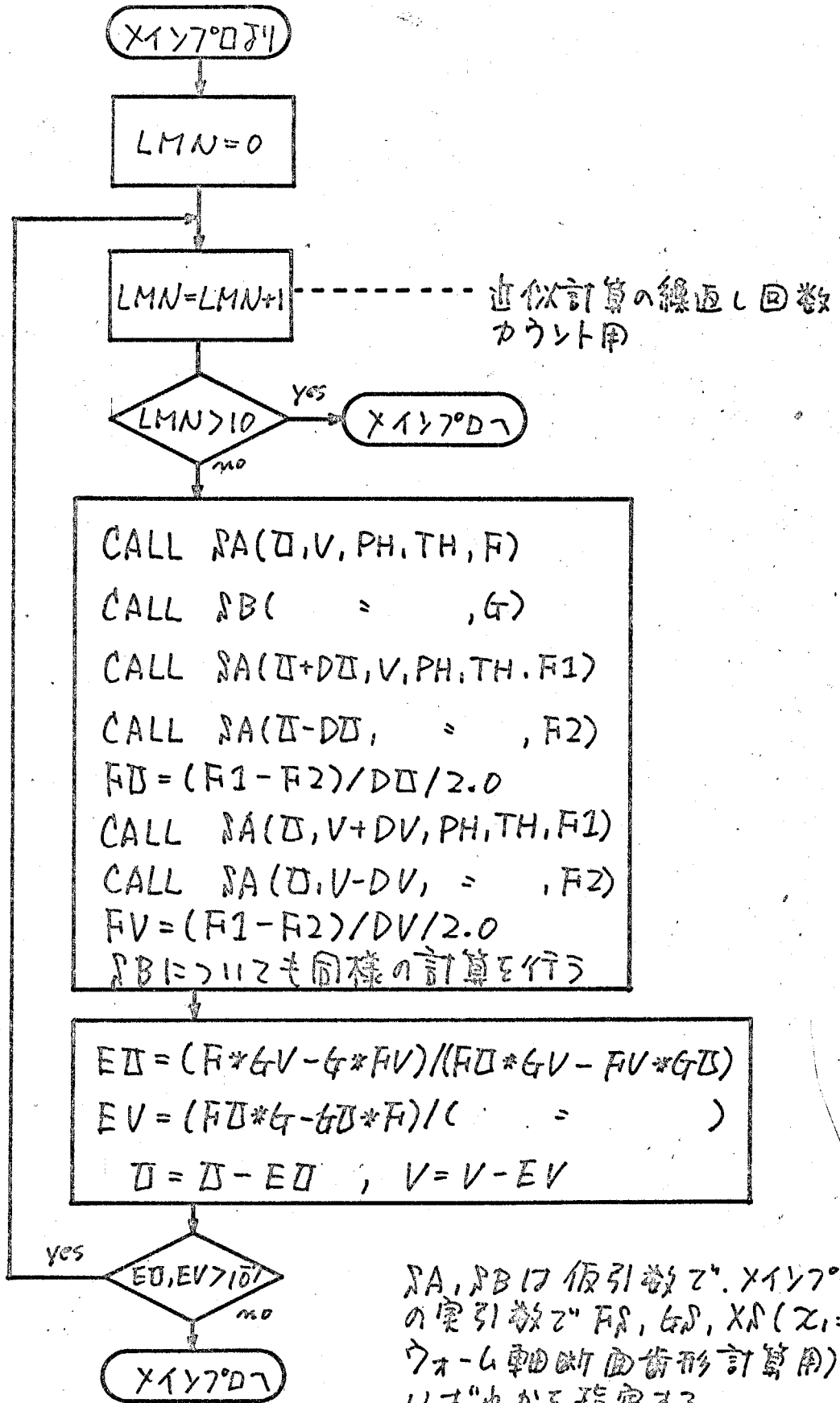


図 6-6

「DOUBO」流小図

## § 6.3 第1次近似値について

前節で述べたニュートン法による接触点条件式の近似解法には二つの問題点がある。その一つは、第1次近似値の選び方である。第1次近似値によつて2解が4収束したり1収束したり、また4収束しても、 $u, v$  の値で決まる接触点が、ウォーム歯面、ホイール歯面からほど遠い、実歯車にはありえないところに来ることがある。これは、第4章、第5章で述べたウォームギヤの  $f(u, v, \varphi) = 0$ 、 $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  あるいはこれらを連立して得らねばならない式が、 $u, \sin u$  などに関する2次、4次の代数方程式になり、 $u$  は  $u, v$  の解が、2つは4個あるために生じる。

第4章のウォームギヤの計算では、基準位置の母線と $y$ 軸の交点における $u$ の値を第1次近似値として用いることにより、ホイール歯面全域で4収束した。スピロイドギヤでは、ピニオン中央部、歯元中央の $u$ の値を $u_1$ として計算して結果全域で4収束した。これを表6-1に示す。

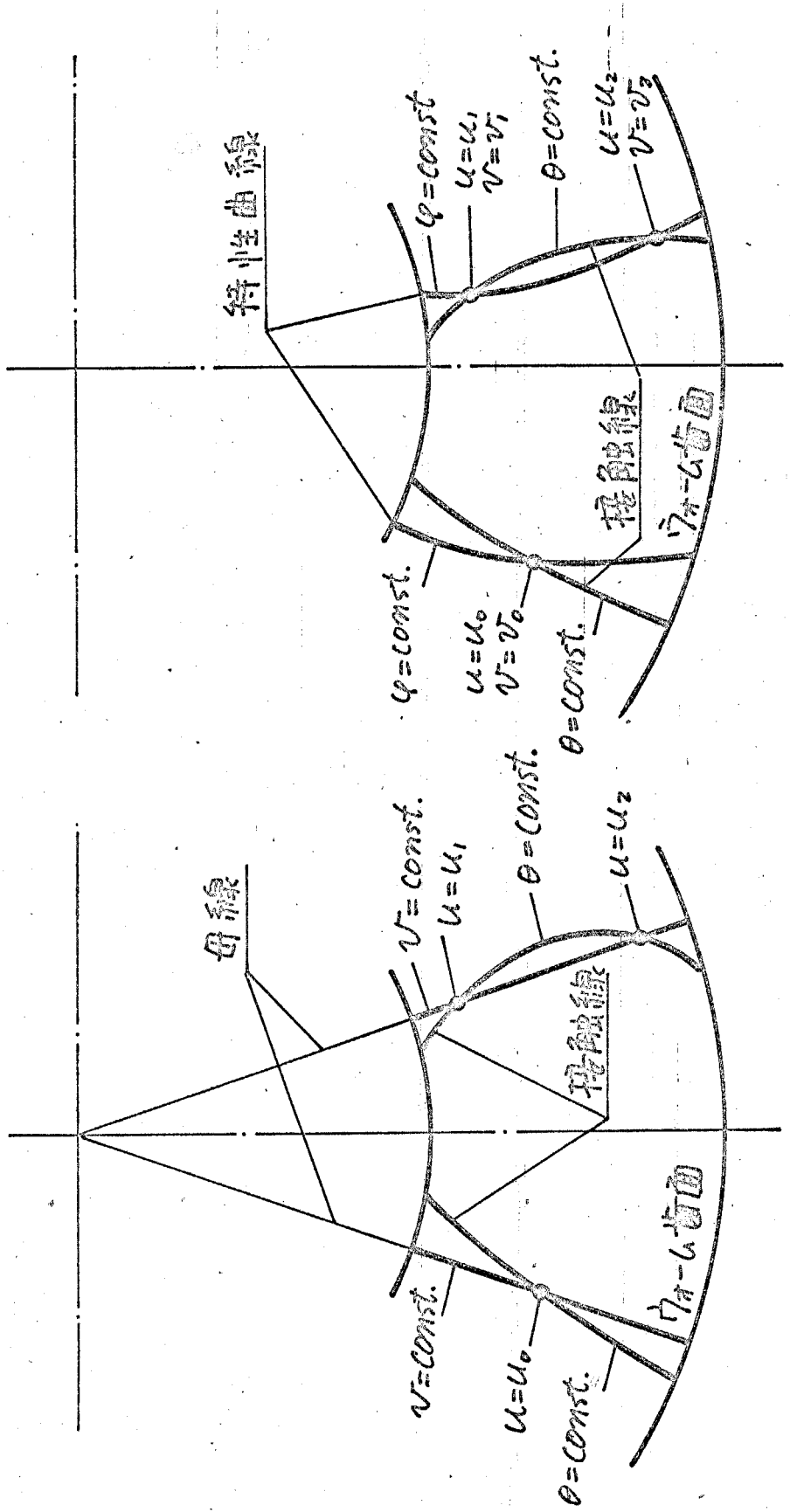
歯車の種類	第1次近似値 $u_1$
直線母線円筒ウォーム	$\gamma_0$
円弧	$\alpha$
直線母線鼓形ウォーム	$\gamma_0$
円弧	$\alpha$
スピロイドギヤ	図4-34のP点Z'の $u$

表6-1 第1次近似値

本2の問題点は、1組の $\nu, \theta$ 又は $\varphi, \theta$ に対し、有意の $u$ 又は $u, \nu$ が複数個存在する場合が生じることである。これは転位異速鼓形ウォームギヤ、円弧母線の円筒、鼓形ウォーム、工具曲面で創成されるウォームなどで往々にして生じる。図6-7にその様子を示すか、 $\varphi, \theta$ の値を与えることは、ウォーム歯面上の1本の母線又は特性曲線(工具曲面とウォーム歯面の接触線)に注目することであり、 $f=0$ 又は $f=0, g=0$ を解くことは、その母線又は特性曲線と接触線の交点の $u$ 又は $u, \nu$ を求めることであるため、図6-7のような場合が当然起り得る。

このようになると、同一の $\nu$ 1次近似値を用いて異った点へ解を収束させることは不可能であるため、一組の $\nu, \theta$ 又は $\varphi, \theta$ に対し、1個の $u$ 又は $u, \nu$ の値を求め満足する方式が考えられる。図6-1に示したプログラムでは、この考え方をとり二つもしくはそれ以上の有意根があっても、その中の1根のみを計算し他は無視する。これに対し、図6-4で示したプログラムでは、以下に説明する方法で $\nu$ 1次近似値を決め、複数根を求めらる。

まず、与えられた $\varphi, \theta$ の値に対し、適当に $\nu$ を仮定して( $\nu = \nu'$ )、この $\theta, \varphi, \nu'$ を用いて $f=0, g=0$ を満す $u$ の値 $u_{f1}, u_{g1}$ をニュートン法により計算する。次に $\nu$ を



直線、円弧母線のウ-ム

曲面で倉り成コレ下ウ-ム

図6-7 母線、特性曲線と接触線の交点

$v = v_2' = v_1' + dv$  とし、 $\varphi, \theta, v_2'$  に対応する  $U_{f2}, U_{g2}$  を求め、 $(U_{fi-1} - U_{gi-1}) \times (U_{fi} - U_{gi})$  の符号の変化したところを

$u, v$  の第 1 次近似値を

$$u_i = (U_{fi} + U_{gi}) / 2$$

$$v_i = v_2' - dv / 2$$

として  $f=0, g=0$  の連立方程式をニュートン法で解き、接触点、相対曲率  $\tau$  とを計算する。次に、 $\varphi, \theta$  を変え  $v = v_2' + dv$  として  $U_{fi+1}, U_{gi+1}$  を計算し、他の根があるかどうかを、 $v_2'$  が適当に定められた最終値にたどり着くまで探索する。この部分の  $\tau$  対  $\varphi$  -  $\theta$  対は図 6-4 の点線内にある。この方法では重根のときは解を捕捉できないうこと、近接根のときは 2 根とも見逃すことへの恐れはあるが、近接根に対しては  $dv$  を小さくすることで解決は可能。

## § 6.4 計算例.

こゝで本章で述べた近似計算法の例として、円環面で研削されるワークをもち円筒ワークの接触線、相対曲率を示す。また円環面の表示式などの誘導を行うが、参考のため  $f(u, v, \varphi) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  の誘導を行う。

図6-8で、 $O_0-x_0y_0z_0$ 系は、 $O_0$ が円環中心、 $z_0$ 軸が円環の回転軸に一致した座標系で、 $R_0$ は円弧半径、 $r_1$ は円弧中心の回転半径である。円弧を表わす径数  $u$ 、円弧の回転を表わす径数を  $v$  とし、円環面を  $O_0-x_0y_0z_0$ 系のベクトル  $x_0'$  で表わせば、

$$x_0' = \begin{bmatrix} p \sin v \\ -p \cos v \\ R_0 \sin u \end{bmatrix} \quad p = r_1 + R_0 \cos u \quad (6-7)$$

この円環面を、ワーク軸に  $z_1$ 軸が一致した空間固定の  $O_1-x_1y_1z_1$ 系内の、 $O_0$ の座標が点  $(X_0, Y_0, Z_0)$  にあり、 $x_0', y_0', z_0'$ 軸が  $x_1, y_1, z_1$ 軸に平行な位置に置く。この位置で  $x_0'$ 軸のまわりに円環面を角  $\beta$  回転し (図6-9 上) してこの図では  $X_0 = 0$  と表現してある)、また  $y_1$ 軸のまわりに角  $\gamma$  回転して基準位置の円環面と可す。これを  $O_1-x_1y_1z_1$ 系の  $x_1''$  で表わすと

$$x_1'' = \begin{bmatrix} \cos \delta & 0 & \sin \delta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \delta & 0 & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \sin v \\ -p \cos v \\ R_0 \sin u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (6-8)$$

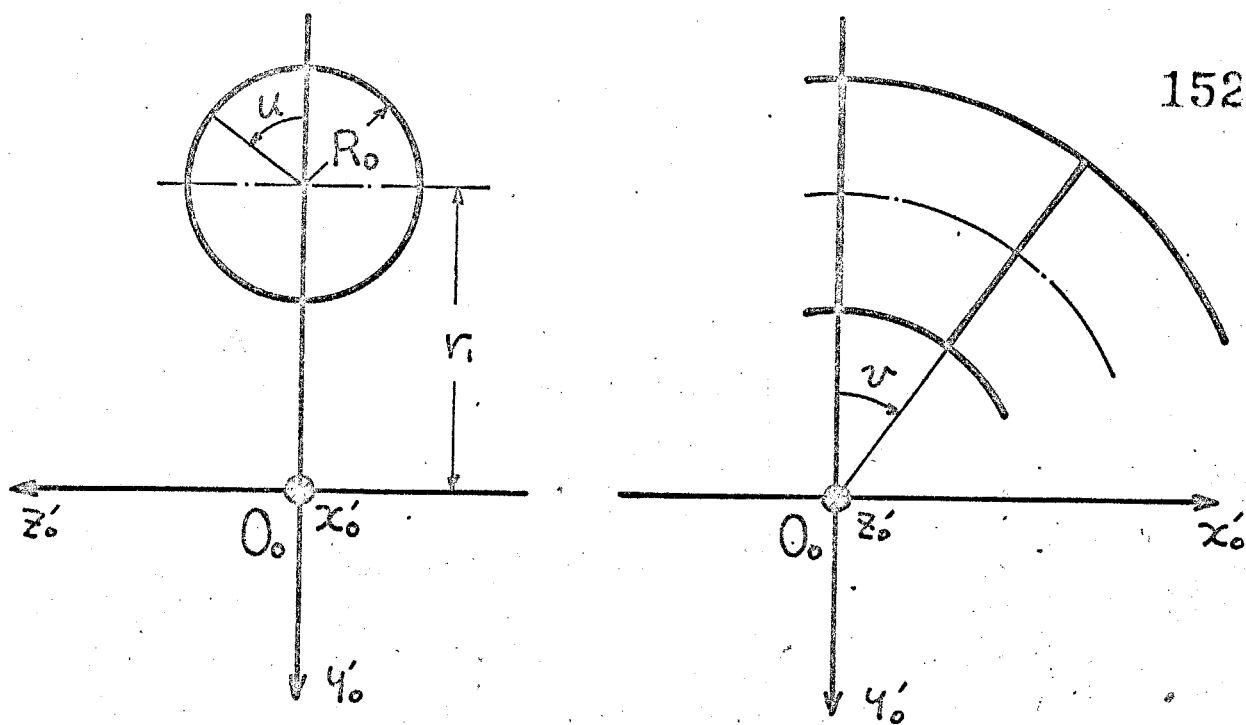


図 6-8 円環面の表示

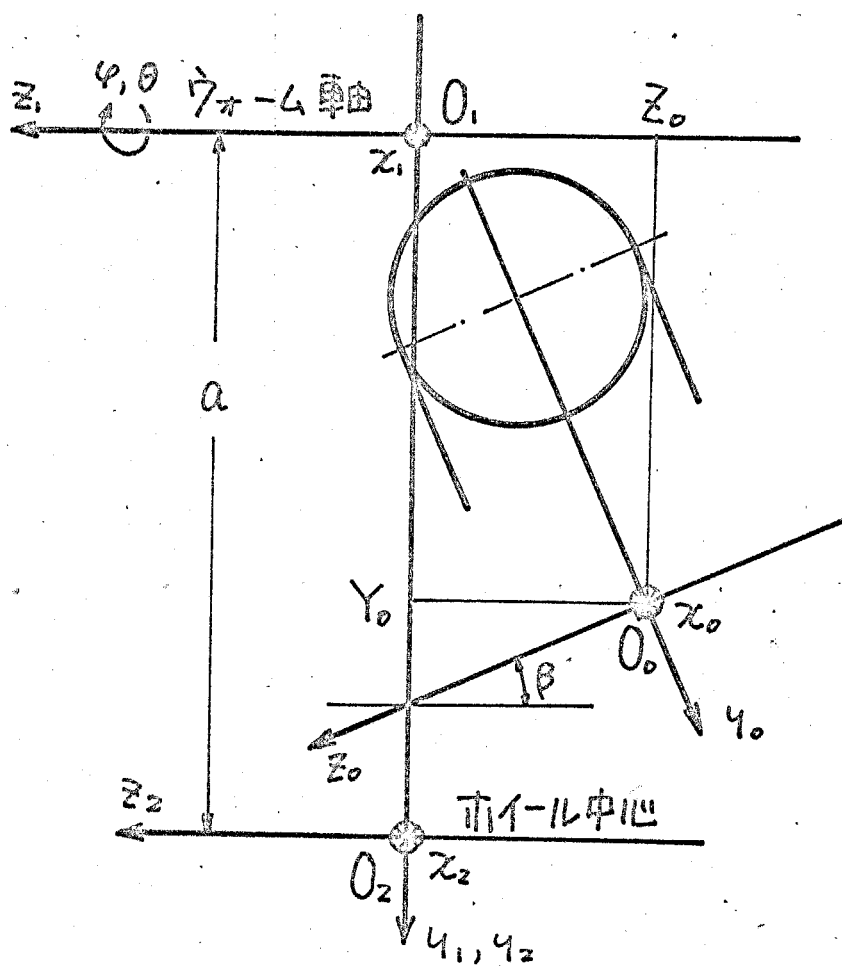


図 6-9 円環面の位置

ウオ - ム歯面を創成するためのZ軸の負方向に移動する内環面を、 $\varphi$ をウオ - ム創成時のウオ - ム回転角、 $h$ をウオ - ム換算ピッチ、 $i, j, k$ を $x_1, y_1, z_1$ 軸方向の単位ベクトルとし、ベクトル $x_1$ で表すと

$$x_1 = x_1'' - h\varphi k = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (6-9)$$

(6-9) の $x_1$ の単位法線ベクトル $\Pi_1$ は

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos u \sin v \\ -\cos u \cos v \\ \sin u \end{bmatrix} \quad (6-10)$$

ウオ - ム創成時のウオ - ム歯面と内環面の相対速度ベクトル $w_\pi$ は、 $\omega_1$ をウオ - ム回転角速度ベクトルとして

$$w_\pi = -h\omega_1 - \omega_1 \times x_1$$

$$\omega_1 = y_1 i + z_1 j + h k \quad (6-11)$$

内環面とウオ - ム歯面の接触点の条件は、 $\Pi_1 \cdot w_\pi = 0$  であり

これは  $f(u, v, \varphi) = 0$  は

$$\cos u (A_c \cos v + A_s \sin v) + \sin u (B_c \cos v + B_s \sin v + B_0) = 0 \quad (6-12)$$

$$A_c = -X_0 \cos\beta \cos\gamma - Y_0 \sin\beta \sin\gamma - Z_0 \cos\beta \sin\gamma + h \sin\beta \cos\gamma$$

$$A_s = -Y_0 \cos\gamma - h \sin\gamma$$

$$B_c = r_s \sin\gamma$$

$$B_s = r_s \sin\beta \cos\gamma$$

$$B_0 = X_0 \sin\beta \cos\gamma - Y_0 \cos\beta \sin\gamma + Z_0 \sin\beta \sin\gamma + h \cos\beta \cos\gamma$$

(6-12) には,  $\omega - \omega$  回転角又は円環面の移動量を表わす径数  $\varphi$  が入らなければならない。この理由は, 円環面は  $z$  軸 ( $\omega - \omega$  軸) 方向にのみ移動するため, その位置にかかわらず, 円環面と  $\omega - \omega$  歯面の接触線形状は変らず, かつ円環面上のその位置も変らなければならないためである。

$\varphi = 0$  なる  $O_1 - x_1, y_1, z_1$  系に一致する  $\omega - \omega$  = 固定の座標系  $O_1 - x'_1, y'_1, z'_1$  系の  $x'_1, z'_1$  (6-9) の  $x_1, z_1$  で表わされる円環面を表わすと

$$x'_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & x_1 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 \end{bmatrix} \quad (6-13)$$

第3章の式(3-7)以下と同様に  $1, 2, x'_1, \pi'_1$  を定め,  $f(u, v, \varphi, \theta) = 0$  を求めると,  $\theta = \varphi - \theta$  とし

$$\cos u (C_c \cos v + C_s \sin v) + \sin u (D_c \cos v + D_s \sin v + D_0) = 0 \quad (6-14)$$

$$C_c = -X_0 \cos \beta \cos \gamma - Y_0 \sin \beta \sin \gamma - Z_0 \cos \beta \sin \gamma$$

$$+ m (X_0 \sin \beta + h \varphi \sin \beta \sin \gamma) \sin \theta$$

$$+ m (X_0 \cos \beta \sin \gamma - Y_0 \sin \beta \cos \gamma - Z_0 \cos \gamma \cos \beta + h \varphi \cos \beta) \cos \theta$$

$$+ m a \sin \beta \cos \gamma$$

$$C_s = -Y_0 \cos \gamma + m \{ (-Z_0 + h \varphi \cos \gamma) \sin \theta + Y_0 \sin \gamma \cos \theta - a \sin \gamma \}$$

$$D_c = r \sin \gamma + m r_1 \cos \gamma \cos \theta$$

$$D_s = r \{ \sin \beta \cos \gamma + m (\cos \beta \sin \theta - \sin \gamma \sin \beta \cos \theta) \}$$

$$D_0 = X_0 \sin \beta \cos \gamma - Y_0 \cos \beta \sin \gamma + Z_0 \sin \beta \sin \gamma$$

$$\begin{aligned}
 & +m[(X_0 + h\varphi \sin \delta) \cos \beta \sin \theta \\
 & - \{(X_0 \sin \delta - z_0 \cos \delta - h\varphi) \sin \beta + Y_0 \cos \beta \cos \delta \} \cos \theta \\
 & + a \cos \beta \cos \delta ]
 \end{aligned}$$

近似計算で接触点条件式を解く場合には (6-12), (6-14) の諸式は省略でき、数値微分で  $\Pi_1$  を計算すれば (6-10) も省略できる。

ここで、曲面で研削される円筒の  $\omega - \mu$  と  $\omega - \mu$  中の相対曲率計算の特殊性に触れる。第3章式(3-15)の関係を求めるために、第2章式(2-15)を求めるのと同様に、

$$(\Pi_1 + d\Pi_1) \cdot (\omega + d\omega) = 0 \quad (6-15)$$

と取る。  $d\omega$  は、曲面が  $Z$  軸方向移動、 $\omega - \mu$  が  $Z$  軸まわりの回転であることから

$$\begin{aligned}
 d\omega &= -h\omega_1 - \omega_1 \times (x_1 + dx_1 - h\omega_1 d\theta) - \omega \\
 &= -\omega_1 \times dx_1
 \end{aligned}$$

上式と (6-15) と

$$d\Pi_1 \cdot \omega - \Pi_1 \cdot \omega_1 \times dx_1 = 0$$

$$\therefore f_u du + f_v dv = 0 \quad (6-16)$$

$$f_u = \omega \cdot \Pi_{2,u} - x_{1,u} \cdot \Pi_1 \times \omega_1$$

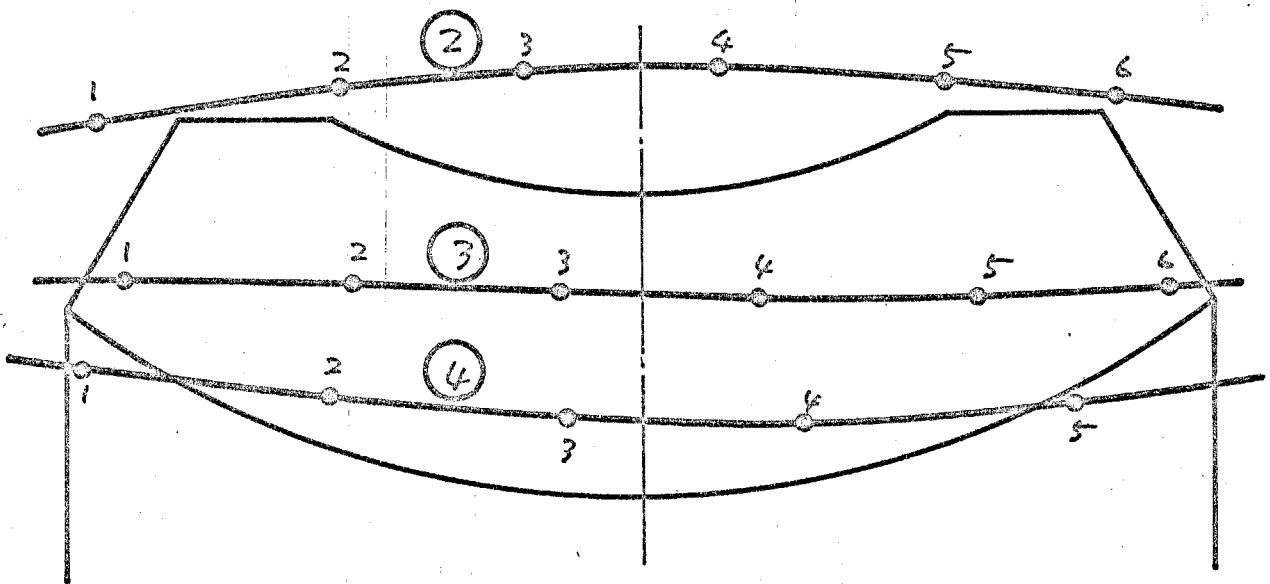
$$f_v = \omega \cdot \Pi_{2,v} - x_{1,v} \cdot \Pi_1 \times \omega_1$$

以上  $\omega$  の2つの章式(3-16), (3-17)は  $du$  と  $d\theta$  又は  $dv$  と  $d\theta$  を用いて表す必要がある。

$a$	100
$m$	1/40
$\beta$	0°
$\gamma$	-6°
$r_1$	100
$R_0$	60
$X_0$	0
$Y_0$	140.521
$Z_0$	-56.381

表6-2 計算諸元

図6-10は計算例でその諸元を表6-2に示す。この計算では、 $f=0$ ,  $g=0$ を計算するときの $\Delta u$ ,  $\Delta v$ の打ち切り誤差は $1 \times 10^7$ とした。これに対し、 $u_{fi}$ を計算するときには第1次近似値 $u_{f1}=0$ とし2次~第6次近似値で打ち切り誤差以内は収束し、 $u_{gi}$ を計算するときには $u_{gr} = u_{fi}$  ( $u_{fi}$ は収束値)とし2次~第6次近似値で収束した。 $f=0$ ,  $g=0$ を連立して解くときには、前述の方法で第1次近似値を決め、第4次~第6次近似値で収束した。この場合の $f$ ,  $g$ の値は $\pm 1 \times 10^7$ 以内であり ( $f = \pi_2 \cdot w / |w|$  として計算,  $g$ も同様) ベクトル $\pi$ ,  $w$ の直交は秒オーダー以下の精度で保証される。またこの例では一組の $\varphi$ ,  $\theta$ に対し有意の $u$ ,  $v$ は二組であった。なお法線ベクトル $\pi$ は数値微分を用いて計算したが、(6-10)を用いた結果とよく一致した。



R/a, λ						
	1	2	3	4	5	6
①	0.69 49°	0.80 35°	0.93 16°	0.89 14°	0.56 41°	0.29 57°
②	0.64 34°	0.63 18°	0.56 3°	0.46 12°	0.34 26°	0.24 37°
③	0.46 25°	0.39 17°	0.30 0°	0.22 11°	0.14 22°	

图 6-10 圆环面制成圆筒的  $\mu = 1/40$

## § 6.5 結言

この章では、接触点の条件式  $f=0, g=0$  の具体的な形を導くことと、ウォーム歯面形状のウォーム歯面を創成する工具曲面の形状のみを導き、 $\Omega \cdot \omega = 0$  から近似計算する方法について述べ、計算法の基本部分、第1次近似値の決定法について述べ、計算例として円環面が創成される円筒ウォームとモットウォームギヤについて接触線、相対曲率を示した。

ここで示した方法は、どのような形式のウォームギヤ（近似的に噛み合う歯車は例外であるが）に対してとも有効であり、特に複雑な母線形状のウォーム、工具曲面が創成されるウォームとモットウォームギヤに対して有効である。

## 第7章 接触線形状と相対曲率の関係

### § 7.1 緒言

第4章の転位異速ウエーラギヤの項で述べたように、被削歯面上の接触線が密なところでは相対曲率半径  $R$  は小さく、疎なところでは  $R$  が大きい傾向がある。この章ではこのような接触線形状と相対曲率半径の関係について理論的考察を加える。§ 2.3 での議論を進めるにあたり  $d\alpha_1, d\alpha_2$  のとり方にどんな制限を与えたか、この章では、 $d\alpha_1, d\alpha_2$  を一對の滑り線上にとり式(2-7)を変形し、 $R$  を被削歯車歯面上と刃物歯車歯面上のアクトルの内積と  $\pi_1, \pi_2$  を用いて表わすことを試み、これを用いて接触線形状と相対曲率半径の関係を論じる。

この章の考察は、 $R$  の絶対的大小をこゝでは行わず、一本の接触線上での  $R$  の相対的大小関係について行うものである。

## § 7.2 理論式

### 7.2.1 相対曲率計算式

第2章式(2-7) = (2-10), (2-19) に代り  $E_1, F_1 \sim M_1, N_1$ ,  
 $E_2, F_2 \sim M_2, N_2$  に § 2.3 の "7" 関係 に代り 3 と

$$\frac{1}{R} = - \frac{(X_{1u} \times X_{1v}) \cdot (X_{1u} \times \Pi_{21v} - X_{1v} \times \Pi_{21u})}{(X_{1u} \times X_{1v})^2} + \frac{(X_{1u} + f_u W) \times (X_{1v} + f_v W)}{\{(X_{1u} + f_u W) \times (X_{1v} + f_v W)\}^2} \cdot \left\{ X_{1u} \times \Pi_{21v} - X_{1v} \times \Pi_{21u} + (f_v X_{1u} - f_u X_{1v}) \times (W \times \Pi_{21}) + W \times (f_u \Pi_{21v} - f_v \Pi_{21u}) \right\} \quad (7-1)$$

= = 2"

$$(X_{1u} + f_u W) \times (X_{1v} + f_v W) = X_{1u} \times X_{1v} + W \times (f_u X_{1v} - f_v X_{1u})$$

(= (2-22) に適用 3 と

$$(X_{1u} + f_u W) \times (X_{1v} + f_v W) = (1 - \sigma_1) X_{1u} \times X_{1v}$$

$$W = X_{1u} \times X_{1v} \text{ と } \Pi_{21} \text{ と}$$

$$\Pi_{21} = X_{1u} \times X_{1v} / W$$

と定めた (7-1) に 3 を 代入 3 と

$$\frac{1}{R} = \frac{\sigma_1}{1 - \sigma_1} \frac{\Pi_{21}}{W} \cdot (X_{1u} \times \Pi_{21v} - X_{1v} \times \Pi_{21u})$$

$$\frac{1}{1 - \sigma_1} \frac{\Pi_{21}}{W} \cdot \left\{ (f_v X_{1u} - f_u X_{1v}) \times (W \times \Pi_{21}) \right.$$

$$\left. + W \times (f_u \Pi_{21v} - f_v \Pi_{21u}) \right\} \quad (7-2)$$

上式の第1項、第2項は

$$\sigma_1 = - \Pi_{21} \cdot (f_v X_{1u} - f_u X_{1v}) \times W / W$$

$$f_u = (W \cdot \Pi_{21u} + X_{1u} \cdot \Pi_{21} \times W) / \Pi_{21} \cdot g$$

$$f_v = (W \cdot \Pi_{21v} + X_{1v} \cdot \Pi_{21} \times W) / \Pi_{21} \cdot g$$

$$\Pi_{21u} = X_{1u} \cdot \nabla \Pi_{21}, \quad \Pi_{21v} = X_{1v} \cdot \nabla \Pi_{21}$$

これより  $\lambda$  があることは示す。次のように示す。

$$\frac{\sigma_1}{1-\sigma_1} \cdot \frac{\Pi_{21}}{W} \cdot (X_{1u} \times \Pi_{21v} - X_{1v} \times \Pi_{21u})$$

$$= \frac{-\Pi_{21}}{(1-\sigma_1) \Pi_{21} \cdot g} \cdot (X_c \times \nabla \Pi_{21} \cdot W + \nabla \Pi_{21} \cdot X_c \times W) \quad (7-3)$$

$$\frac{\sigma_1}{1-\sigma_1} \cdot \frac{\Pi_{21}}{W} \cdot \{ (f_v X_{1u} - f_u X_{1v}) \times (W \times \Pi_{21})$$

$$+ W \times (f_u \Pi_{21v} - f_v \Pi_{21u}) \}$$

$$= \frac{\Pi_{21}}{(1-\sigma_1) \Pi_{21} \cdot g} \cdot \{ X_c \times (W \times \Pi_{21}) + X_c \cdot \nabla \Pi_{21} \times W \} \quad (7-4)$$

これより  $X_c$  は

$$X_c = \frac{\Pi_{21} \cdot g}{W} (f_v X_{1u} - f_u X_{1v})$$

である。式(2-20)より  $X_c$  は接触線方向のベクトルである。=

これを式(7-2)に变形すると

$$X_c = (\nabla \Pi_{21} \cdot W + \Pi_{21} \times W) \times \Pi_{21} \quad (7-5)$$

(7-3), (7-4), (7-5) より (7-2) は

$$\frac{1}{R} = \frac{-X_c^2}{\Pi_{21} \cdot g - W \cdot X_c \times \Pi_{21}} \quad (7-6)$$

7.2.2 被削歯面上の接触線の接触線直角方向

の移動速度  $d\mathcal{X}_2/d\theta$

被削歯面上の  $\theta = \theta, \theta = \theta + d\theta$  における 2 本の接触線の垂直距離を  $d\mathcal{X}_2$  とすれば式(2-17)より

$$d\mathcal{X}_2 = (\mathcal{X}_{1u} + f_u w) du + (\mathcal{X}_{1v} + f_v w) dv \quad (7-7)$$

(7-5) の  $\mathcal{X}_c$  は接触線方向のノットルであるから

$$\mathcal{X}_c \cdot d\mathcal{X}_2 = 0$$

上式と  $f_u du + f_v dv = d\theta$  より  $du, dv$  を求める

$$du = \frac{\mathcal{X}_c \cdot (\mathcal{X}_{1v} + f_v w) \pi z_1 \cdot \varphi}{w \mathcal{X}_c^2} d\theta$$

$$dv = \frac{\mathcal{X}_c \cdot (\mathcal{X}_{1u} + f_u w) \pi z_1 \cdot \varphi}{w \mathcal{X}_c^2} d\theta$$

上の  $du, dv$  を (7-7) に代入して

$$\frac{d\mathcal{X}_2}{d\theta} = \frac{\pi z_1 \cdot \varphi - w \cdot \mathcal{X}_c \times \pi z_1}{\mathcal{X}_c^2} \mathcal{X}_c \times \pi z_1 \quad (7-8)$$

7.2.3 刃物歯面上の接触線の相対速度方向の

移動速度  $d\mathcal{X}_1/d\theta$

刃物歯面上の接触線の相対速度方向の移動量を  $d\mathcal{X}_1$  とすれば滑り率  $\rho$  の定義より

$$\rho \cdot d\mathcal{X}_1 = d\mathcal{X}_1 - d\mathcal{X}_2 = -w d\theta$$

$$\therefore d\mathcal{X}_1 = -\frac{1}{\rho} w d\theta$$

$$= -\frac{\pi r_1 \cdot g}{\omega \cdot r_c \times \pi r_1} \omega d\theta$$

$$\frac{dx_1}{d\theta} = -\frac{\pi r_1 \cdot g}{\omega \cdot r_c \times \pi r_1} \quad (7-9)$$

#### 7.2.4 接触線の移動速度と相対曲率半径

(7-6), (7-8), (7-9) より  $R$  は

$$R = \frac{1}{\pi r_1 \cdot g} \cdot \frac{dx_1}{d\theta} \cdot \frac{dx_2}{d\theta} \quad (7-10)$$

上式より、 $\theta = \theta$ ,  $\theta = \theta + \Delta\theta$  のときの被削歯面上の2本の接触線の接触線直角方向の间隔を  $\Delta x_2$ , 刃物歯面上の相対速度方向の移動量を  $\Delta x_1$  と可成り、相対曲率半径  $R$  は、 $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 / \pi r_1 \cdot g$  に比例すると可成り。可成り  $K$  を比例定数として

$$R = K \frac{1}{\pi r_1 \cdot g} \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \quad (7-11)$$

### § 7.3 接触線形状と相対曲率半径

#### 7.3.1 円筒ウォームギヤ型の接触線形状の場合

円筒ウォームギヤ型の接触線の $\Delta x_1, \Delta x_2$ の関係を図示すると図7-1のようになる。この場合 $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 / |d x_2| \cdot \pi \cdot \rho$ はほぼ一定となる( $\Delta x_1 = 0$ となる点 $P_3$ では(7-9)より $\pi \cdot \rho \neq 0$ となる)。したがって $R$ は $|d x_2|$ により支配される傾向にある。しかし図4-2, 4-3から明らかになるように $|d x_2|$ はほとんど一定であり、したがって $R$ の変化も少ない。表7-2は、図4-2に接触線と $R$ を示した円筒ウォームギヤの接触線②, ③, ④について、 $R / |d x_2| / \rho$ を計算した結果で、 $R$ が $|d x_2|$ に比例することとよく示している。

#### 7.3.2 ヒンドレウォームギヤ型の接触線形状の場合

ヒンドレウォームギヤ型の接触線と $\Delta x_1, \Delta x_2$ を図示すると図7-2のようになる。この場合は、 $\Delta x_1, \Delta x_2$ はほぼ一定と考えられるから $R$ は $\pi \cdot \rho$ により支配される。すなわち $R \propto 1 / \pi \cdot \rho$ である。

表7-2は、図4-13の場合の $R \times (\pi \cdot \rho)$ の値を示す。これは $R \propto 1 / \pi \cdot \rho$ がほぼ満足されていることは明らかである。軸角が $90^\circ$ のウォームギヤでは $\rho$ は $\gamma$ 軸まわりの回転ベクトルの場を作る<sup>(4)</sup>。このため接触線③上では $\rho$ が小さくなる

4. 特には  $R$  が大きくなることとそれとの関係から説明がつく。  
 また 4.4.2 で述べた圧力角  $\alpha$  を増すと  $R$  が小さくなる理由もここにある。

### 7.3.3 転位異速ウカムキヤ型接触線形状の場合

この場合の  $\Delta x_1, \Delta x_2$  を図示すると図 7-3 のようになる。  
 このとき  $|\Delta x_1|, |\Delta x_2|, \Delta x_1 \cdot \Delta x_2$  の変化が複雑になるため前二者のように単純な関係を仮定することはできない。  
 しかし、(7-11) から明らかになるように  $|\Delta x_2|$  が小さくなれば  $R$  は小さくなると考えられ、接触線が密になるとして  $R$  が小さくなることの説明がつく。

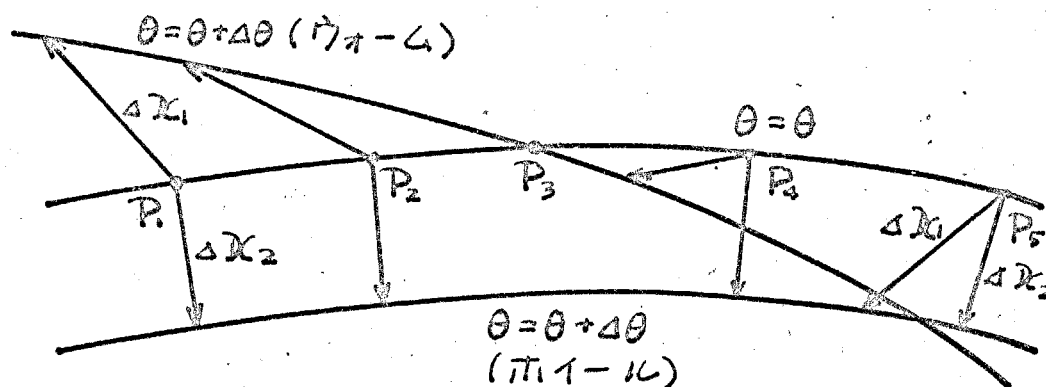


図7-1 円筒のα-β型接触線形状と $\Delta x_1, \Delta x_2$

接触線 ②		③		④	
R	$R / \frac{d\Delta x_1}{d\theta}$	R	$R / \frac{d\Delta x_2}{d\theta}$	R	$R / \frac{d\Delta x_2}{d\theta}$
25.8	35.6	19.8	40.3	11.2	44.2
27.6	36.2	21.9	40.6	13.1	43.8
28.9	37.1	26.1	40.7	14.5	42.8
33.9	38.3	25.8	40.6	15.3	41.5
37.6	39.6	27.1	40.3	15.6	40.5
40.6	40.6	27.8	40.1	15.7	39.8
41.8	40.9	28.0	40.0	15.7	39.8
40.9	40.5	27.7	40.1	15.6	40.2
38.2	39.7	26.8	40.3	15.3	41.1
34.8	38.8	25.2	40.6	14.6	42.2

表7-1 R と  $R / \frac{d\Delta x_1}{d\theta}$  , 円筒のα-β型 (図4-2)

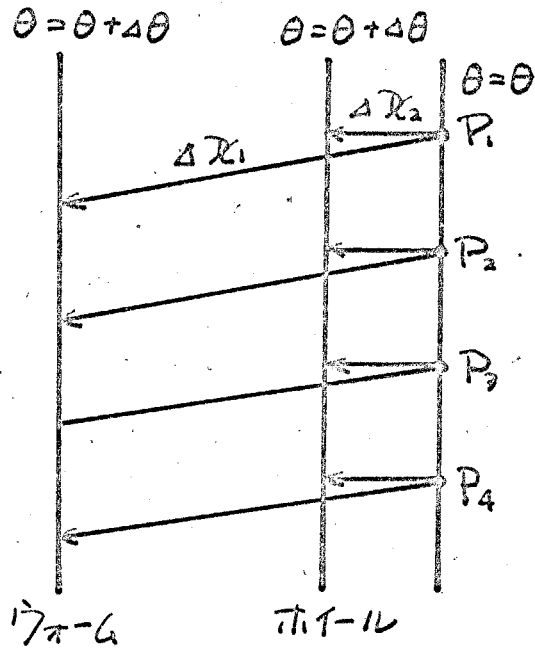


図7-2. ヒンドレウォームギヤ型の接触線形状  
と  $\Delta x_1, \Delta x_2$

接触線 ①		②		③	
R	$\pi \cdot \rho R$	R	$\pi \cdot \rho R$	R	$\pi \cdot \rho R$
92.2	4.95	151.3	5.24	4224	14.53
95.1	5.02	160.2	5.26	1386	11.11
107.5	5.06	171.1	5.25		
114.5	4.96	179.2	5.08		
122.1	4.83	185.4	5.01		

表7-2 R と  $\pi \cdot \rho R$ , ヒンドレウォームギヤ (図4-13)

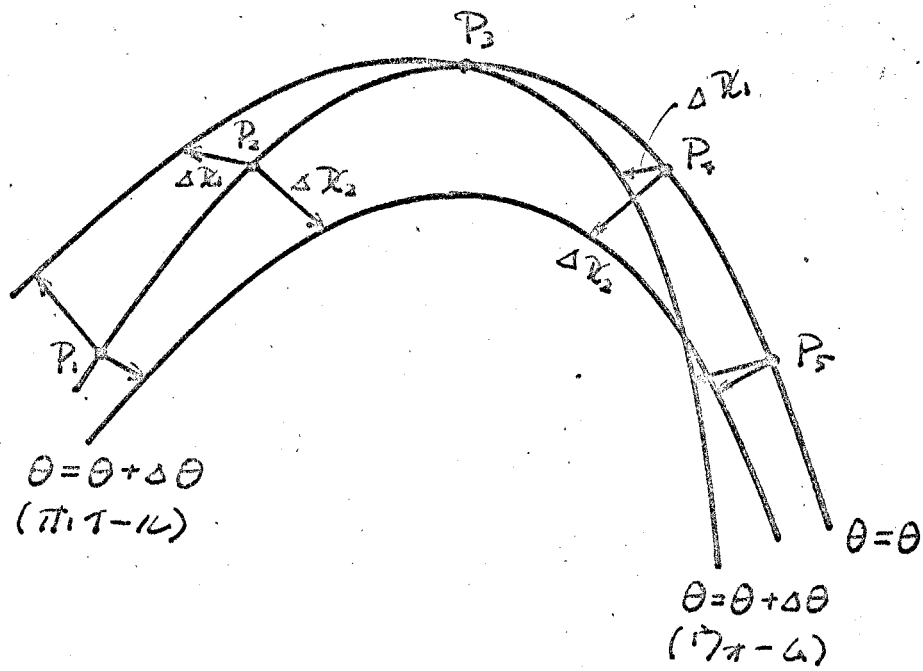


図 7-3 転位異速ワームギヤ型の  
接触線形状と  $\Delta x_1, \Delta x_2$

### § 7.4 ウィルトハーバウァー-ムギヤの場合

ウィルトハーバウァー-ムギヤ、プラチウァー-ムギヤと呼ばれる  
 水素原子-ルビウムを平面と可子ウァー-ムギヤでは、接触線と  
 相対曲率半径  $R$  の関係は極めて簡単となる。(7-6), (7-8)より

$$R = - \frac{dx_2}{d\theta} \frac{1}{|x_c \times \pi_2|}$$

ここでもルビウム原子のルビウムが平面であることより  $\pi_{2u}, \pi_{2v} = 0$  であるから

$$\begin{aligned} x_c &= \pi_{2i} \cdot \frac{1}{\omega} (f_v x_{1u} - f_u x_{1v}) \\ &= (\pi_{2i} \cdot \omega) \times \pi_2 \end{aligned}$$

$\omega = \omega_1 - \omega_2$  は定数とする,  $\pi_2$  は1本の接触線上では一定  
 の方向をもちから  $x_c$  は定数とする, したがって  $|x_c \times \pi_2|$  も  
 一定である。これらのことから  $R \propto |dx_2/d\theta|$  となる。  $\theta = \theta$   
 ,  $\theta = \theta + d\theta$  の2本の接触線はともに直線であるから  $dx_2/d\theta$  は  
 直線的に変化する。したがって  $R$  は直線的に変化する。

§ 4.6 で述べたウィルトハーバウァー-ムギヤの相対曲率の  
 特徴は、上の議論で完全に説明された。

## § 7.5 結言

この章では、接触線形状と相対曲率半径  $R$  の関係に考察を加え、数値例を示した。また  $R$  は、刃物歯面上の相対速度方向の接触線移動速度  $d\alpha/d\theta$  と、被削歯面の接触線直角方向の接触線移動速度  $d\alpha/d\theta$  の内積と、 $\pi_1 \cdot \pi_2$  を用いて表わした。つまり、円筒の  $\pi - \mu$  ギヤ、ヒンドレウ  $\pi - \mu$  ギヤについて、その接触線形状から、一本の接触線上で  $R$  を支配する要因が、それぞれ被削歯面上の接触線の接触線直角方向移動量と  $\pi_1 \cdot \pi_2$  であることと述べ、数値例で確認した。

転位異速の  $\pi - \mu$  ギヤについては定性的に述べることのみが可能であったが、ウィルトハーバウ  $\pi - \mu$  ギヤについてはホイール歯面が平面であることを用いて、 $R$  が直線的に変化することとを示した。

## 第8章 相対曲率の測定法

### § 8.1 緒言

現在実用に供されてゐる歯車の中には、理論計算から相対曲率から求めることが容易でないものや、不可能なものがある。たとえば、クランクシフトされた歯車、工作法から必然的に近似がみ合ひを要する歯車、磨耗した歯車、誤差をもつた歯車などである。このような歯車のため、相対曲率を実測する手段を確立することが強く望まれてゐる。

この章では、齒料用の印象材を用いて相対曲率を測定する方法に関し、測定原理、使用される印象材、測定例、誤差などについて述べる。

## § 8.2 測定法

### 8.2.1 測定原理.

一般に曲面上のある点 $z$ の法線を含む平面の断面形状は、

曲面の才1基本微分形式、才2基本微分形式を<sup>(23)</sup>

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

$$2a = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$$

とし、平面の方向を  $du/dv = c$  とすれば

$$2a = \frac{Lc^2 + 2Mc + N}{Ec^2 + 2Fc + G} ds^2$$

となり、その点の近傍 $z$ では、その点の曲面の法線を $z$ 軸とする放物線と考えることができる。

この接触系上の一点に着目し、この点を通る法平面の断面形状を、 $y$ 軸を共通歯面法線方向、 $x$ 軸を平面内の $y$ 軸に垂直な方向とす。二つの歯面を添字1, 2と区別することにして(図8-1)

$$y = a_1 x^2 + b, \quad y = a_2 x^2 + b$$

と表す。この平面内での相対曲率半径 $R$ は、

$$R = \frac{1}{2(a_1 - a_2)} \quad (8-1)$$

すなわち図8-1に示す両歯面間の $y_1$ と $x$ の関係を表す二次式は

$$y_1 = (a_1 - a_2)x^2$$

上の2次式の接触点での曲率半径  $R'$  は

$$R' = \frac{1}{2(a_1 - a_2)} \quad (8-2)$$

上式の  $R'$  は (8-1) の  $R$  に等しい。

したがって、歯面の接触点近くでの歯まの形状を知ることからできる、相対曲率を知ることからできる。

### 8.2.2 歯まの型どりと測定

歯まの形状を得るために、接触してゐる二つの歯面の間には歯科用の印象材を入れ歯まの型をとる。このとき、歯面が完全に接触した状態で型をとると、印象材が分離して図8-1に示した  $\gamma_1$  の測定が不可能となる。これをさけるため、歯面を接触させず、接触線のところで印象材の厚さを測るよう型をとる。

この型を、相対曲率半径を測定する点で接触線直角方向に切断し、切断面について図8-2に示す  $\gamma$  と共通歯面法線方向の印象材の厚さ  $\gamma_1$  を測定する。  $\gamma_1$  の測定値には、測定誤差、歯面の表面あらさによる誤差などが含まれるので、3点の測定値から放物線を定めることとせず、できるだけ多数の点を測定し、最小2乗法により放物線を求める。相対曲率半径の測定値は、この放物線の頂点の曲率半径とする。

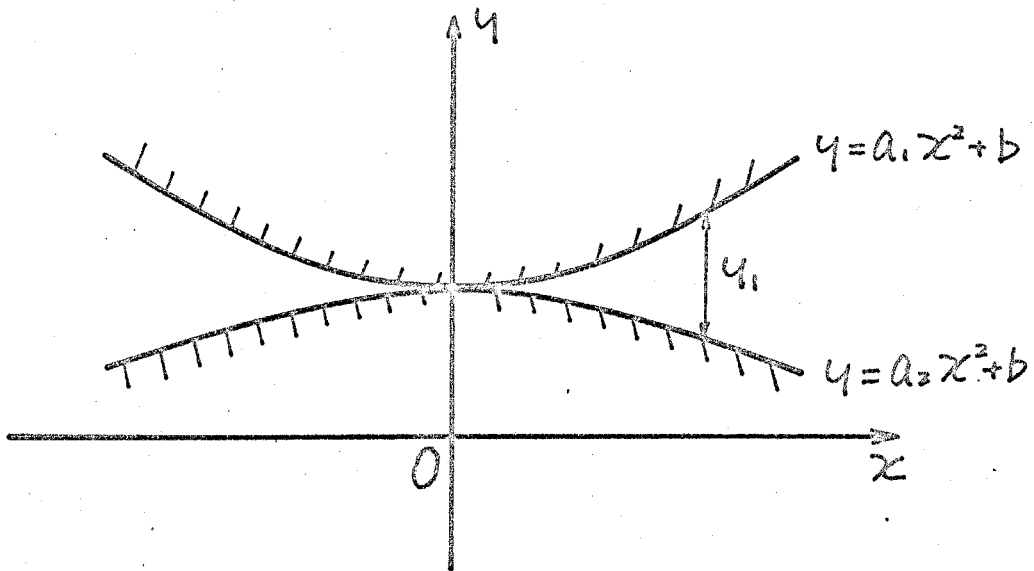


図 8-1 歯面の法平面による断面

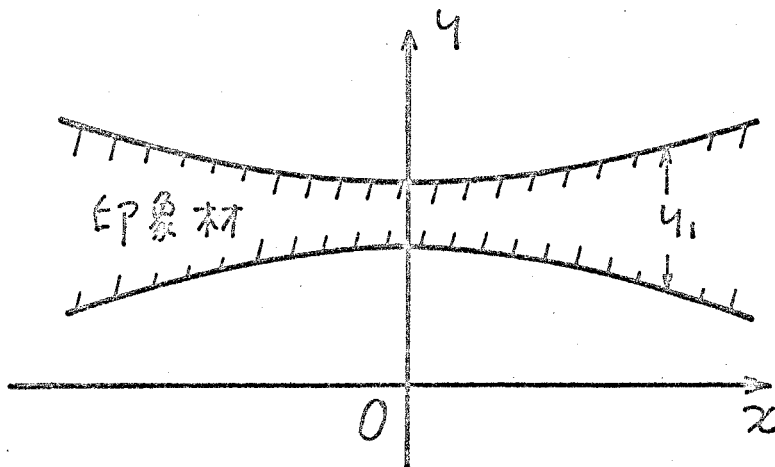


図 8-2 印象材断面形状

### 8.2.3 印象材

印象材として、シリコンゴム系の主剤に硬化剤を混合して使用する材料\*を用いた。この材料は歯車の相対曲率測定用として次の長所をもつ。

- (1) 硬化時間が調整でき、型どり作業に時間的余裕がでる。
- (2) 硬化後も柔らかく弾性があり、切断が容易である。
- (3) 印象材の薄い部分は半透明になり、接触線形状の概略を知ることが出来る。

しかし、次のような欠点をもつ

- (1) 硬化後も型が柔らかいため、型を歯面の間にあてると同じ形状に保って測定することが出来ない。
- (2) 硬化後時間の経過とともに収縮する。

これらの欠点について次のような実験的検討を行った。型を変形させ、 $2\alpha, \gamma_1$  の測定をすることが出来るかを調べるため、半径  $65.0\text{ mm}$ 、 $45.0\text{ mm}$  の研削仕上げ円筒を平行に並べ、円筒面間の型をとり、その型を下記の3種類に変形させ、 $2\alpha, \gamma_1$  を測定し、相対曲率半径を求めた。

- (1) 型の半径  $65.0\text{ mm}$  の面をもとの円筒面に密着させ、型を型どりのときと同じ形状に保って測定する。
- (2) 半径  $65.0\text{ mm}$  の面を研削仕上げ平面に密着させて測

---

\* 商品名 フレキシコン (而至化学)

定する。

(3) 半径  $45.0\text{mm}$  の面を平面に密着させて測定する。

型を円筒面又は平面に密着させる方法は、平面などの一部に極く薄くワセリンを塗付し、型を軽く押しつける方法である。又、 $\gamma$  の測定は SIP 万能測定機を用い、読み取りは  $0.1\mu$  まで、3~5 回の測定の平均値を測定値とした（各回の測定の間は  $\pm 2\mu$  の最大約  $2\mu$ ）。上記の種類の方法に対し、相対曲率の測定値は、真の値  $R=25.6\text{mm}$  に対し、

(1)  $25.7\text{mm}$

(2)  $25.9\text{mm}$

(3)  $25.7\text{mm}$

であった。この結果から、型を多少変形させてもあまり影響はないと考えられ、測定は型をワセリンを使って平面に軽く押しつけて（実際の歯車の場合、歯面が可展面ではない限り、型を平面に密着させることはできない）測定することにした。

硬化後の印象材の収縮については、次のような実験を行った。まず、前述の 2 円筒面間の曲率測定を (2) の方法により硬化直後と硬化 24 時間後に行った。その結果は

硬化直後  $26.0\text{mm}$

硬化 24 時間後  $26.0\text{mm}$

上の結果からは収縮の影響はないと考えられるが、さらに次

の測定を行つた。

平行な平面の間で硬化させた厚さ約 $0.8\text{ mm}$ の印象材を、巾約 $2.5\text{ mm}$ 、長さ約 $36\text{ mm}$ 、 $23\text{ mm}$ 、 $13\text{ mm}$ の長方形に切断し、曲率測定と同一の方法で平面に押しつけ、その長さ、厚さの時間的变化を測定した。24時間後の収縮は、長さ方向で約 $0.05\sim 0.14\%$ 、厚さで約 $0.4\%$ である。長さ方向と厚さ方向で収縮の割合が異なるのは、印象材を平面に押しつけたためではなからと考えられる。長さ方向の収縮のはらつきは、ワセリンの量、押しつける力、主剤と硬化剤の混合比などの変化が原因と考えられる。

この結果から、硬化後印象材は収縮するが、その割合は硬化24時間以内なら極めて小さく、無視できるほどであることが明らかとなった。

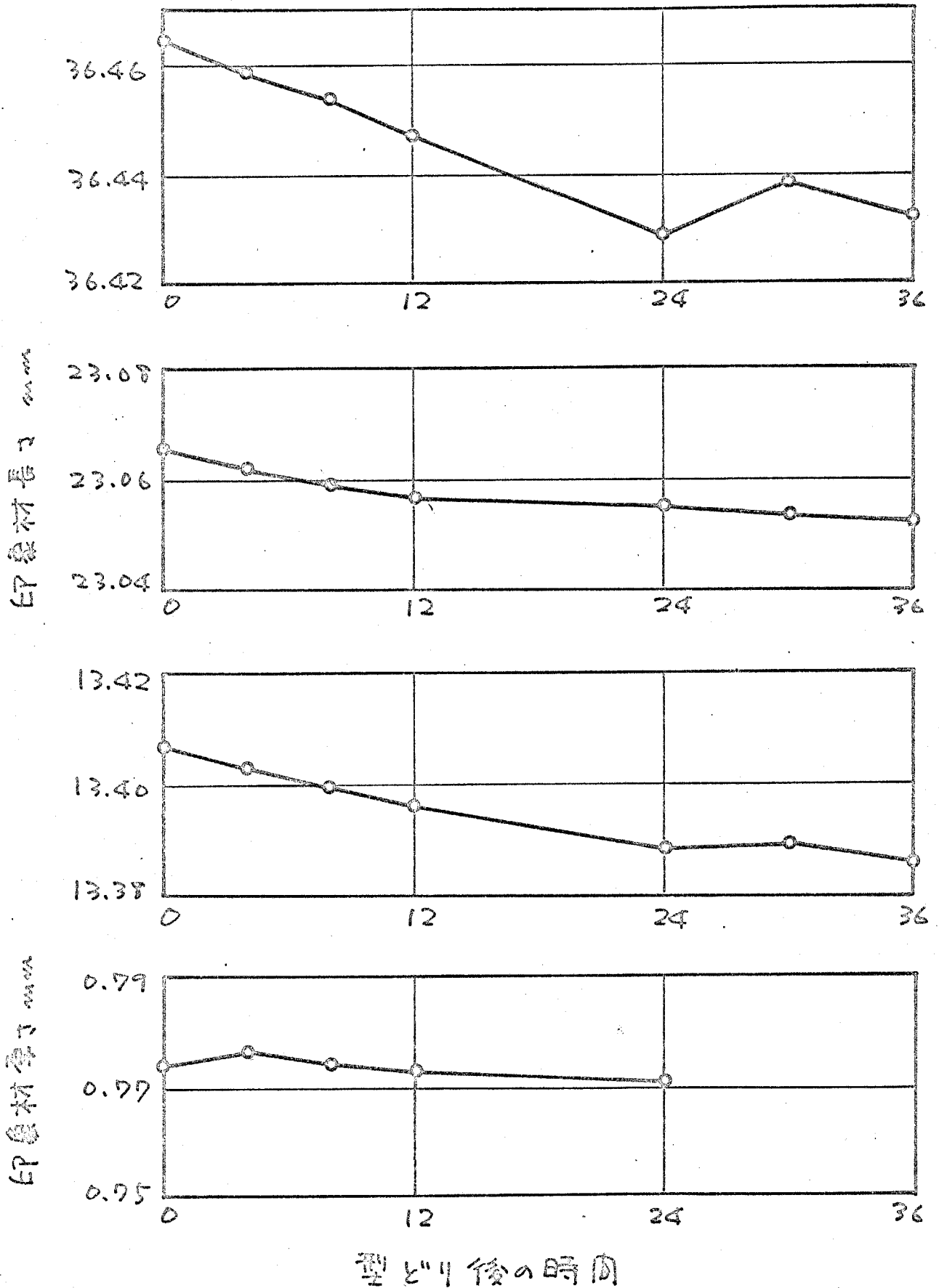


図 8-3 印象材の収縮

### § 8.3 測定結果

相対曲率半径の測定は3種類のウォームギヤについて行った。いずれもウォーム歯面の母線が直線の円筒ウォームギヤ、ヒンドレウォームギヤ、転位異速ウォームギヤである。その諸元を表8-1に示す。第4章図4-2, 4-13, 4-18に示したウォームギヤとほぼ相似のものである。

	円筒	ヒンドレ	転位異速
$d$	127.0	127.0	127.0
$m$	1/40	1/40	1/40
$n$	—	—	1/50
$\gamma_0, \rho_0$	25.0	22.0	22.0
$\alpha$	20°	23.5°	23.5°

表8-1. ウォームギヤ諸元

各ウォームギヤは長時間の運転歴があり、歯面を調整するためホブ盤上で20分~数時間ラップングした後、型どりを行った。なお、円筒ウォームは研削仕上げしてある。

型どりはホブ盤上にウォームとホイールをセットし、次の順序で行った。

- (1) ウォームを固定し、ホイールを所定の中心距離より十分離し、必要歯面に硬化前の印象材を塗りつける。
- (2) ホイールを中心距離まで送り込み、ホブ盤の差動歯車を利用してホイールのみを回転させ、型どりの状態にし、印象材の硬化を待つ。

(3) このとき、型どりにした歯面の間に適當なスペーサーを入れ、歯面が接触した状態にあるとともに、型の最小厚さを調整する。

このようにして得た型を図8-4に、型の断面を図8-5に示す。

図8-6, 8-7, 8-8に相対曲率半径の測定値と計算値を示す。

図のA, B, Cで示した点が測定点で、これらの点は、型に現れた接触線形状の概図と、計算による接触線形状とを比較して決めたもので、多少の誤差をもつ。

相対曲率半径の特にスプリットドレウオームギヤの接触線

③上では、型の厚さの変化量が少く測定不能であり、また、接触線③と隆角的接触線の判別ができません。また、ホイール歯面の切下げのたの接触線の両側について型の厚さ $y_1$ を測定できません。このため、測定点を図8-7のようにならしてある。円筒ウオームギヤの接触線②, ④上の点でも $y_1$ を測定できる範囲が、接触線の片側に制限されるため、測定点をずらした。

測定値と計算値は、相対曲率半径が $100\text{ mm}$ 以下の点では良く一致している。しかしそれ以上の点、たとえばヒンドレのA点、転位異速のE点などでは、 $\alpha$ の変化量に対し $y_1$ の変化量が少く、一方歯面の表面あらず、測定誤差は変らなため、相対的に誤差が大きくなり、精度が悪くなる。図8-9

8-10, 8-11, 8-12 は  $y_1$  の測定値と最小二乗法による放物線を  
示したもので、図8-9と図8-10を比較するとこのことがよく  
判る。  $y_1$  の変化量を大きくするためには、 $x$  の範囲を広くとれ  
ば歯面の断面形状の放物線からのずれが大きくなり、接触点  
は常に左右非対称になることが多い。測定精度を良くするため  
には、歯面の表面あそびをできるだけ小さくする必要があ  
る。



図 8-4 歯面のマニラの型

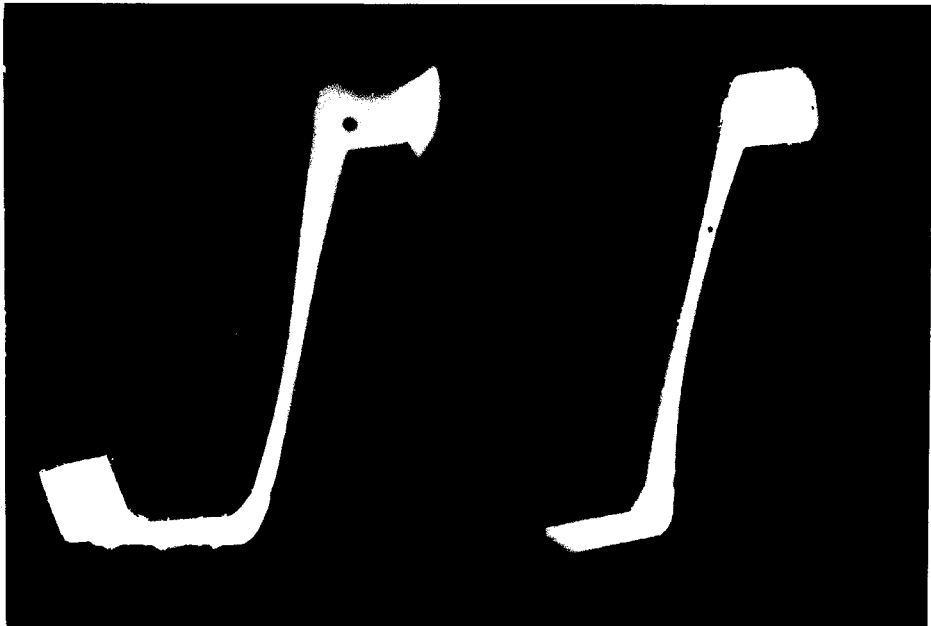
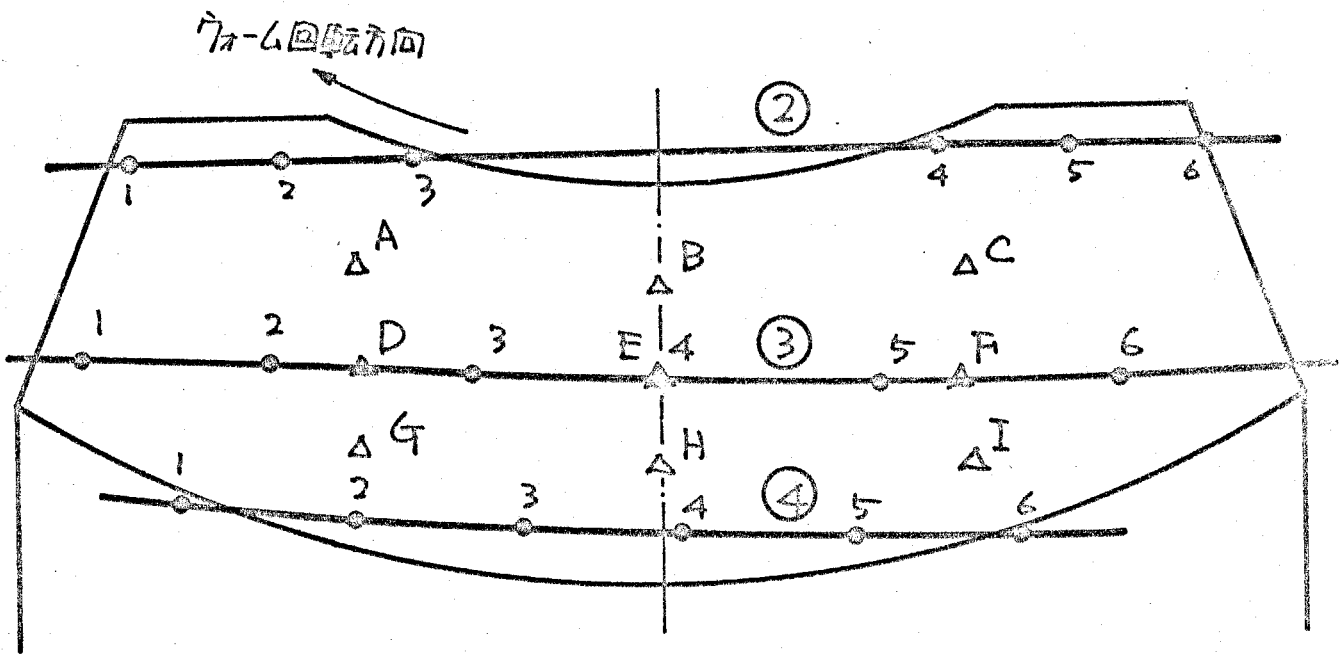
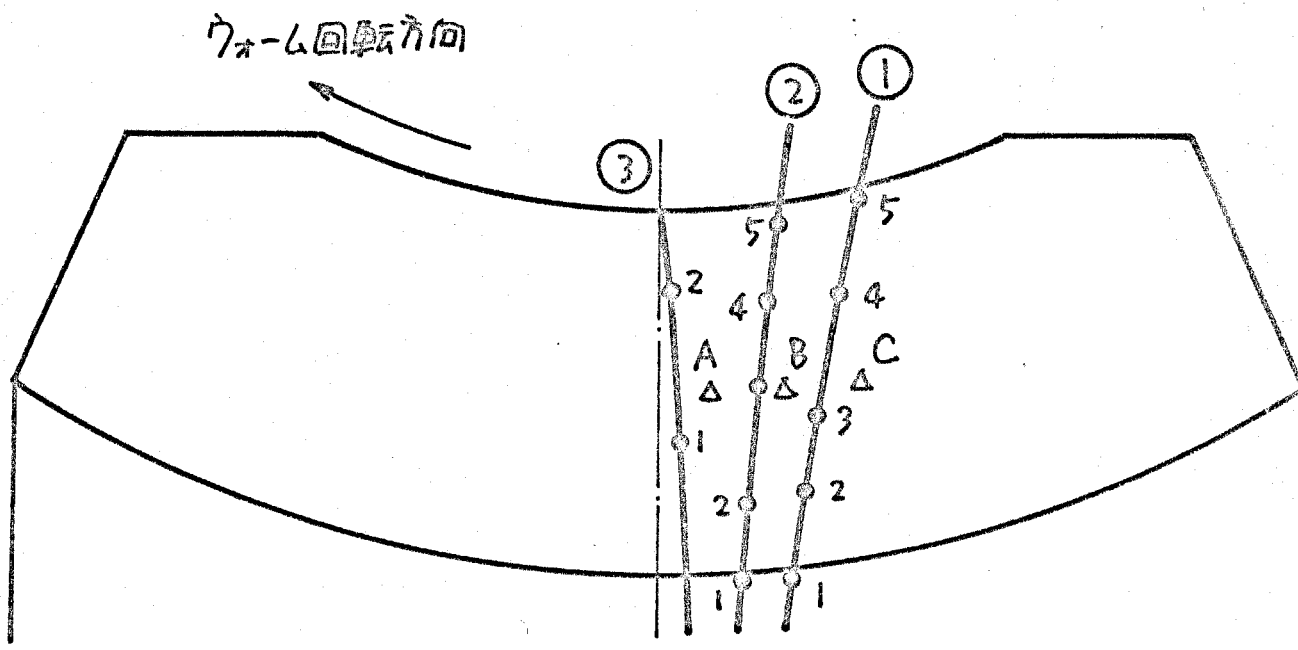


図 8-5 型の断面形状



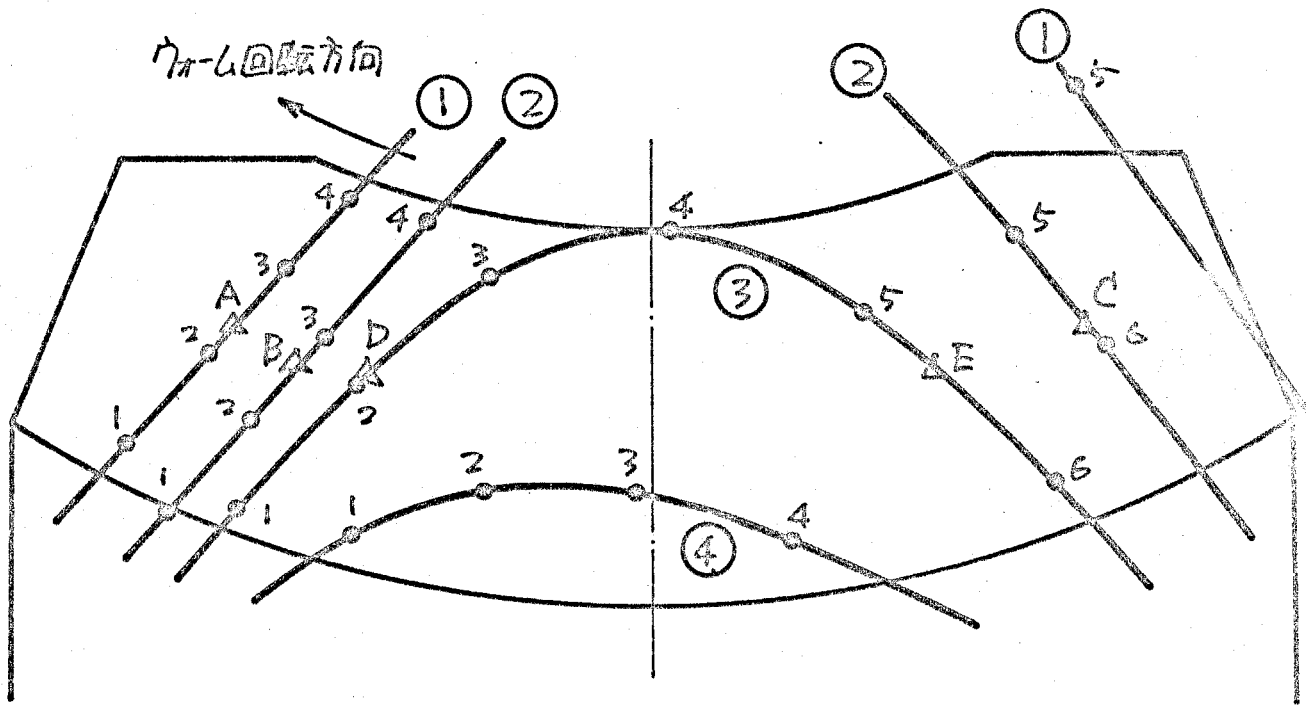
相對曲率半径 mm						
	1	2	3	4	5	6
②	36.2	39.0	42.4	52.1	50.6	47.9
③	29.1	31.1	33.5	34.8	35.3	34.9
④	18.7	19.3	19.7	19.8	19.8	19.8
A	30.3	B	31.2	C	41.2	
D	32.9	E	31.1	F	34.9	
G	29.6	H	27.7	I	26.8	

図 8-6 相對曲率半径の測定結果  
円筒ワ-6キ"ア



相対曲率半径 mm						
	1	2	3	4	5	6
①	148.6	139.1	130.9	115.5	102.6	
②	229.2	221.4	209.4	195.9	184.7	
③	1955	5199				
A	392.4	B	189.6	C	69.6	

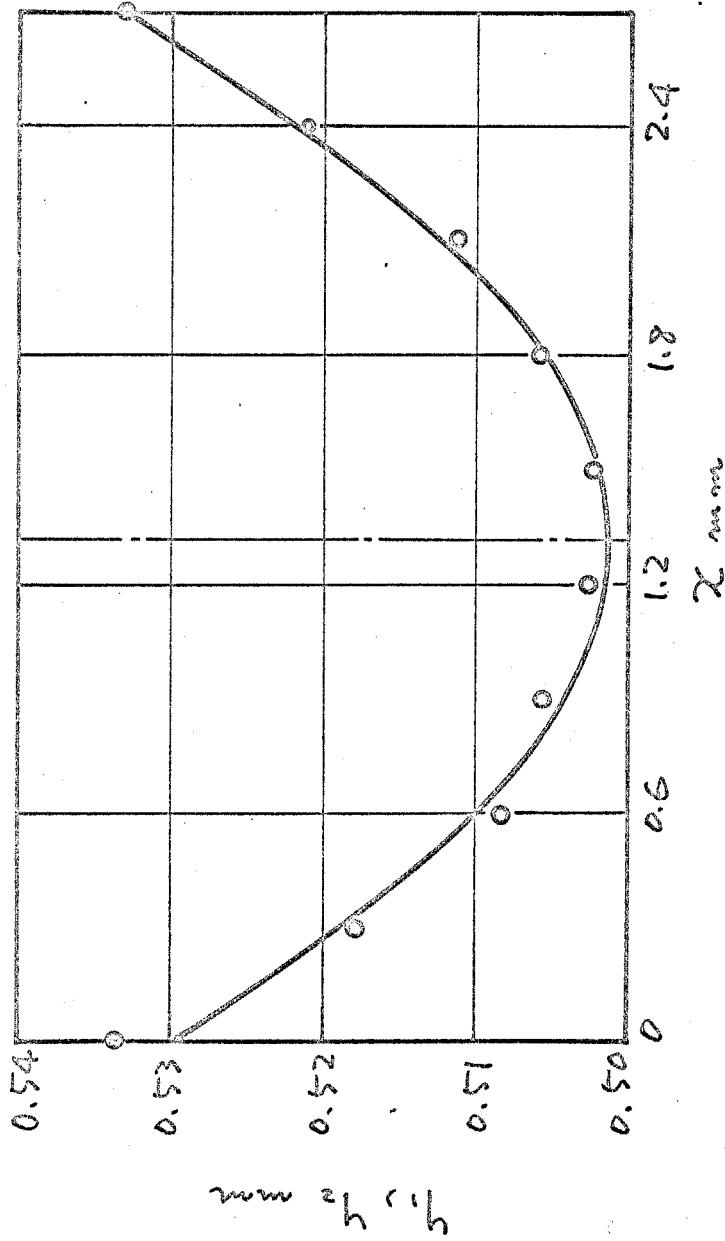
図 8-7 相対曲率半径の測定結果  
ヒンドレウカ-ムギア



相對曲率半径 mm						
	1	2	3	4	5	6
①	28.7	29.6	26.7	24.1	89.5	91.5
②	21.4	21.4	22.1	25.9	59.9	49.9
③	23.4	38.7	88.9	222.1	131.3	65.3
④	144.0	242.3	259.7	205.9		
A	25.5	B	22.2	C	60.6	
D	53.1	E	202.9			

図 8-8

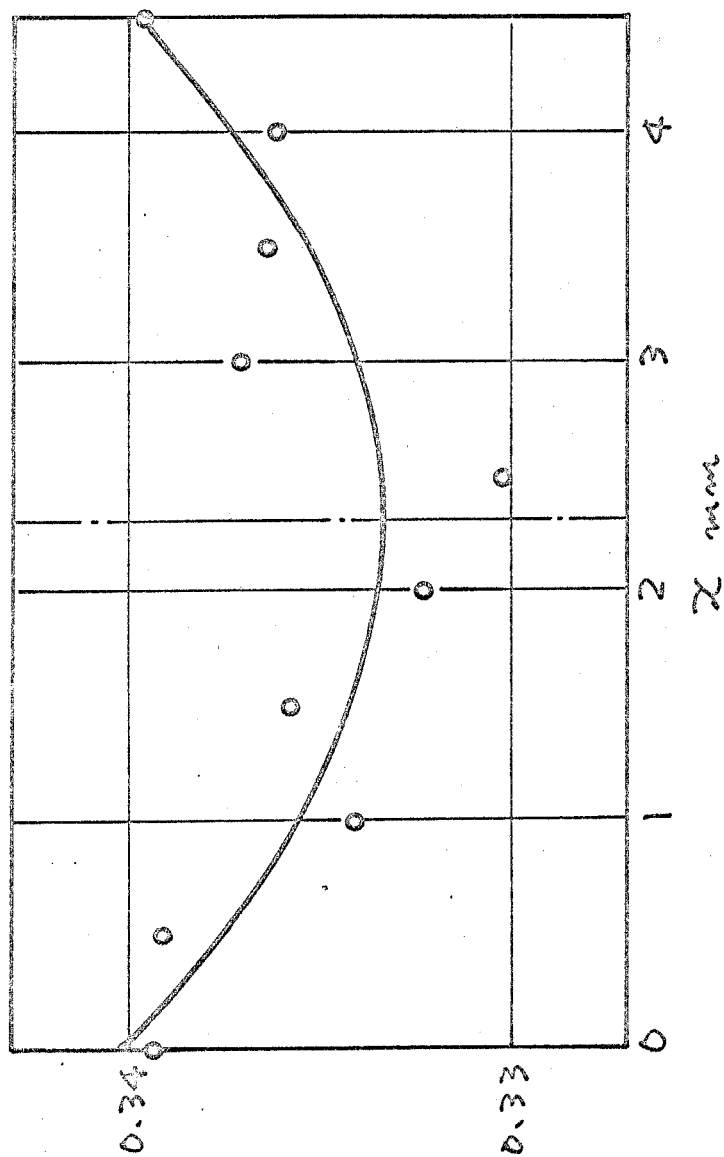
相對曲率半径の測定結果  
 転位異速ウォームギア



$$y_2 = 1.6498 \times 10^{-2} x^2 - 4.346 \times 10^{-2} x + 5.302 \times 10^{-1}$$

$$R = 30.3 \text{ mm}$$

図8-9 測定値と最小二乗法による放物線  
円筒の中心点 A 点

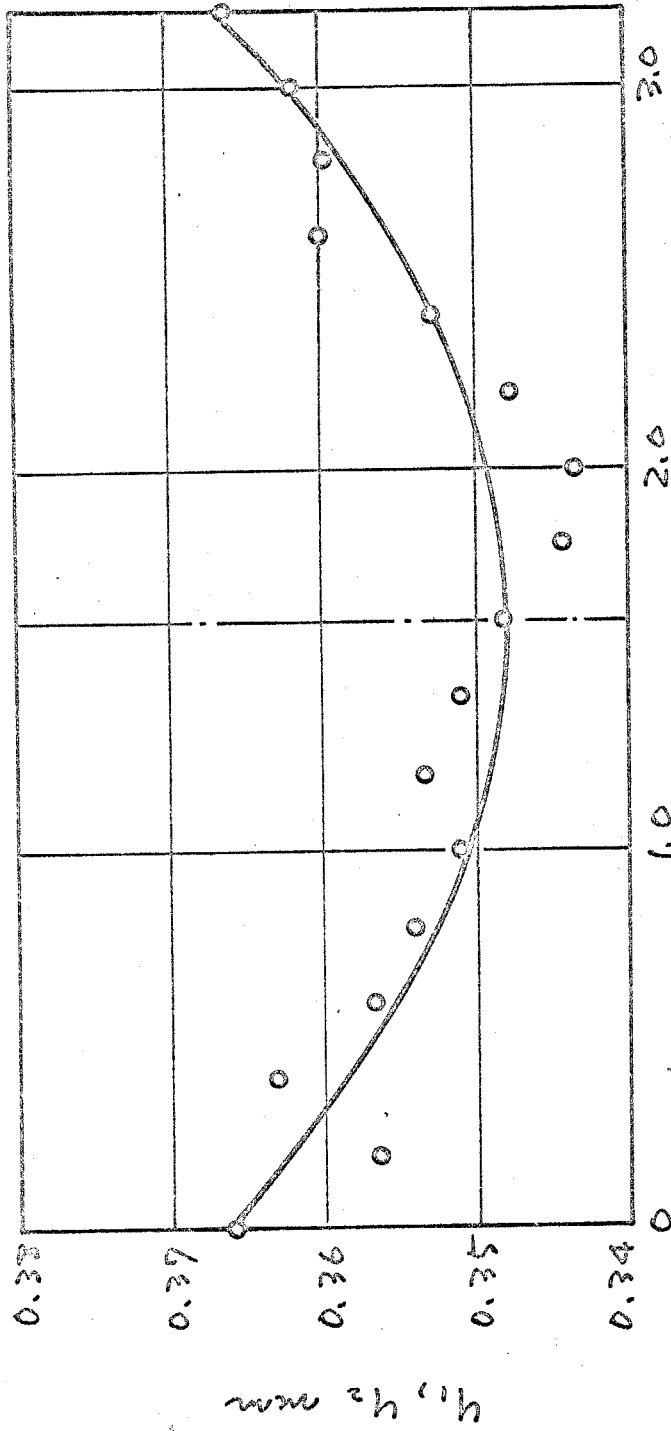


$y_1, y_2$  mm

$$y_2 = 1.2742 \times 10^{-3} x^2 - 5.823 \times 10^{-3} x + 3.401 \times 10^{-1}$$

$$R = 392.4 \text{ mm}$$

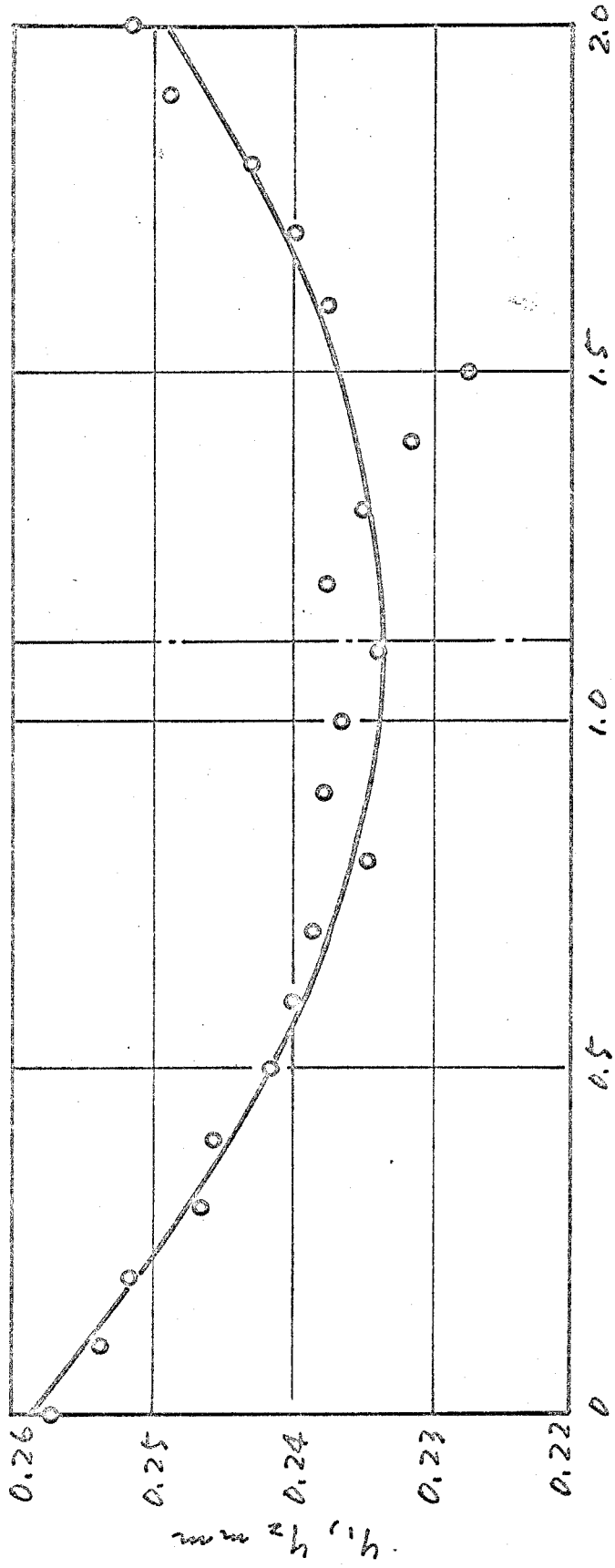
図8-10 測定値と最小二乗法による放物線  
 エンドビューア-67"p のA点



$$y_2 = 7.182 \times 10^{-3} x^2 - 2.300 \times 10^{-2} x + 3.666 \times 10^{-1}$$

$$R = 69.6 \text{ mm}$$

図 8-11 測定値と最小二乗法による放物線  
 ヒンドレウキ-ムギア C 点



$$y_2 = 1.9532 \times 10^{-2} x^2 - 4.371 \times 10^{-2} x + 2.584 \times 10^{-1}$$

R = 25.6 mm

図 8-12 測定値と最小二乗法による放物線  
 値位異速のグラフ A 点

## § 8.4 測定法についてのご検討

### 8.4.1 型の切断方向による誤差

この章でご述べた測定法では、型の厚さ  $y_1$  を測定するため接触線直角方向に型を切断しなければならぬ。型の切断は、型に現れる接触線形状を基礎に、計算による接触線を参考とし、目測で接触線直角方向を定めを行う以外に方法はない。この下の切断方向と接触線直角方向との相違により、相対曲率半径の測定値に誤差を生じる。

図 8-13 に示すように、切断方向と接触線直角方向のなす角を  $\delta_1$ 、相対曲率半径の測定値を  $R\delta_1$ 、真の値を  $R$  とすれば

$$R\delta_1 = \sec^2 \delta_1 \cdot R \quad (8-3)$$

図 8-15 に  $\delta_1$  に対する  $R\delta_1/R$  を計算した結果を示す。 $\delta_1 = 10^\circ$  に対し、誤差は約 3% である。

### 8.4.2 型の厚さ $y_1$ の測定方向による誤差

図 8-14 に示すように、歯面法線方向 ( $y$  軸方向) に対して角  $\delta_2$  傾いた  $y_1'$  方向を型の厚さの測定方向とすれば、 $x'$  と  $y_1'$  の関係は、

$$y_1' = \frac{1}{\sin \delta_2} \left( \frac{a_1 - a_2}{a_1 a_2} \cot \delta_2 - \frac{1}{a_1} \sqrt{\frac{1}{4} \cot^2 \delta_2 - a_1 b_1 - \frac{a_1 x'}{\sin \delta_2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{a_2} \sqrt{\frac{1}{4} \cot^2 \delta_2 - a_2 b_2 - \frac{a_2 x'}{\sin \delta_2}} \right) \quad (8-4)$$

(8-4) で表わされた曲線の  $dy'/dx' = 0$  の点 Z の曲率半径  $\varepsilon$  相対曲率半径の測定値  $R_{\delta_2}$  と可なり

$$R_{\delta_2} = \sin^3 \delta_2 \left\{ \cos^2 \delta_2 + \frac{4a_1 a_2 (b_1 - b_2)}{a_1 - a_2} \right\}^{3/2} R \quad (8-5)$$

一般に

$$\frac{4a_1 a_2 (b_1 - b_2)}{a_1 - a_2} \ll \cos^2 \delta_2$$

と考えられるから

$$R_{\delta_2} = \cos^3 \delta_2 \cdot R$$

図 8-15 に  $\delta_2$  に対する  $R_{\delta_2}/R$  の計算結果を示す。  $\delta_2 = 10^\circ$  に対する誤差は約 4% である。また  $\delta_1, \delta_2$  に対する誤差は、一方は R の増加、他方は減少と互いに相殺する方向に生じる

8.4.3 歯面を接触させた II 型をとることによる誤差  
型をとるとき、歯面を接触させると接触線に沿って II 型が切れこらうため、型の厚さ  $Y_1$  の測定がとれない。このため型をとるときは、歯車の一方を固定し、他方をバックラッシュを利用して逆回転させ、歯面の間にすきまをあけた状態にする。このため、図 8-16 に示すように、接触した状態の断面 S-S と C-C のつくるすきまは、接触した II 型状態での断面 S-S と C'-C' のつくるすきまの形状は異なり、すきまの最小となる点も本来の接触点とは異なり、とくる。

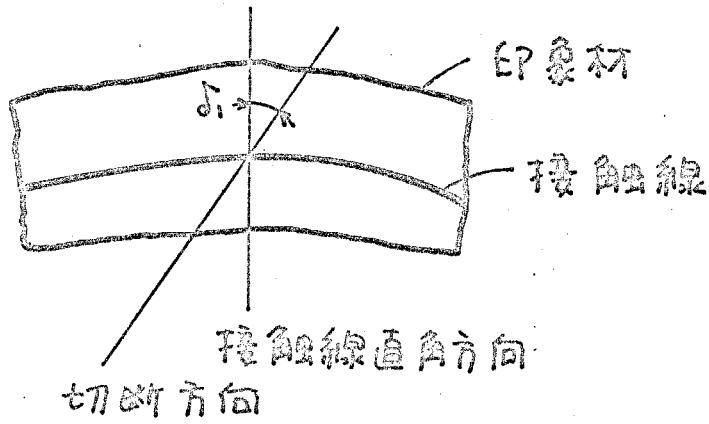


图 8-13 印象杯切断方向

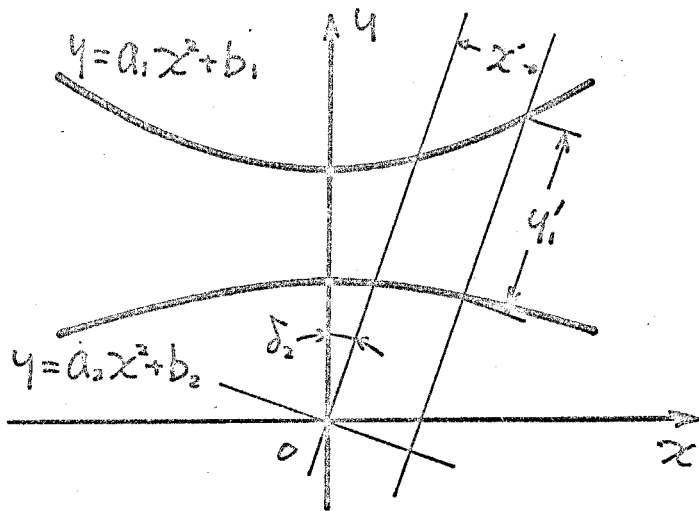
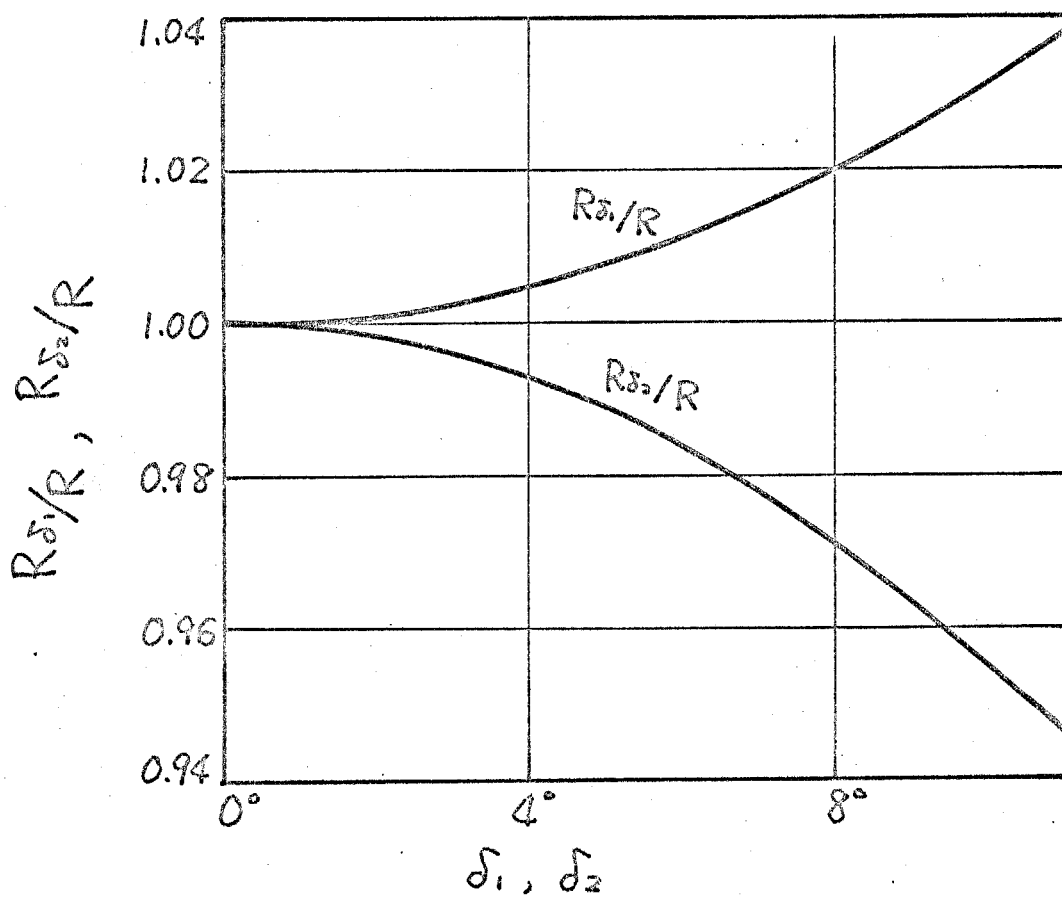


图 8-14 型的测定方向



② 8-15  $\delta_1, \delta_2 \approx R_{\delta_1}/R, R_{\delta_2}/R$

このような場合の誤差について、定量的に考察することは困難であるけれども、歯面間の距離はできるだけ小さくするべきであり、また一般的に、ホイール歯面上で相対曲率変化の大きいところ、接触線移動量の大きいところでは、特に注意を要すると考えられる。

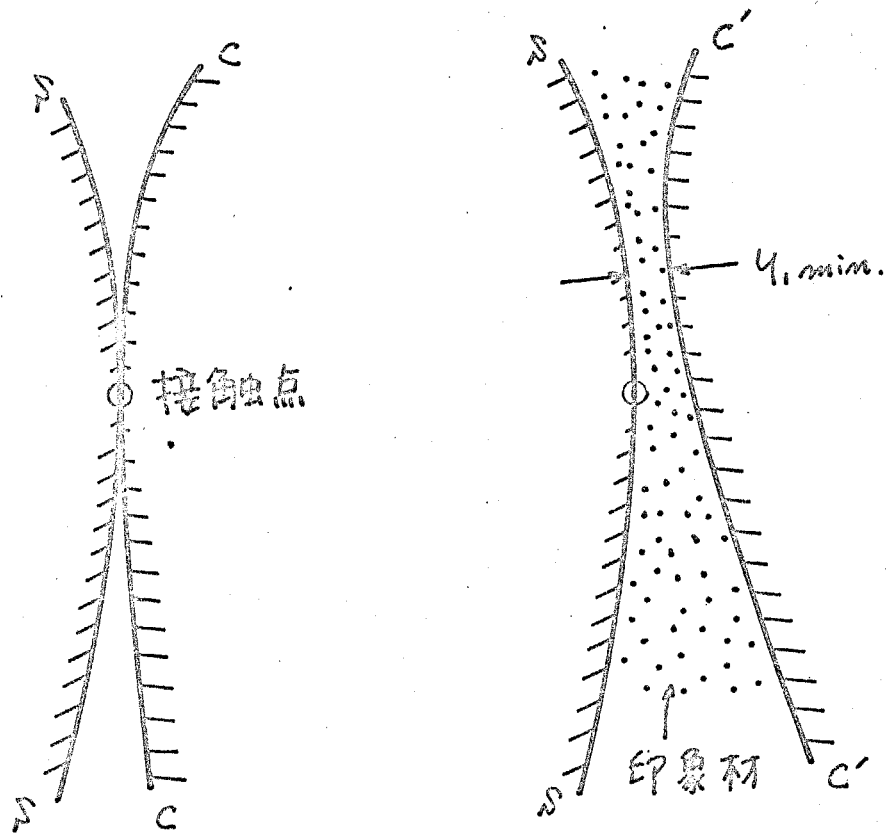


図 8-16 歯面を接触させた時に型をとることによる誤差

## 8.5 結言

この章では、齒科用の印象材を用いた歯面圓の円錐の型を用いて、この型を測定することにより相対曲率を知る方法について述べた。まず、測定の手理と使用される印象材について述べ、二つの円筒面の相対曲率半径  $R$  を測定することにより、この方法で  $R$  を精度良く測定することが十分可能であることを示した。つぎに、直線母線の円筒、ヒンドレ、転位異速の各ウオームギヤについての測定結果を示した。訂算値と測定値は  $R$  が  $100\text{ mm}$  以下の点では良く一致したが、それ以上の点では、歯面の表面あらず、測定誤差のため誤差が大きくなった。さらに、測定方法より必然的に測定値に含まれる切断方向誤差、測定方向誤差などについて検討した。

## 第9章 結論

ウォームギヤは、小型で大容量の荷重を伝達でき、一段で大きな減速比が得られ、騒音が少ないなどの優れた性質をもち、かみ合う歯面間のすべりが大きく、動力伝達効率、歯面の磨耗、損傷などに問題がある。そこでこの論文では、これらの点に深く関係するかみ合う歯面間の相対曲率について論じたが、以下にその要点をまとめる。

- (1) 直接創成法により作られ、回転比が一定である一對の歯車のかみ合いの基礎理論として、刃物歯車歯面が与えられうるものとして被削歯車歯面の表示法、両歯面の接触点条件式について述べ、接触線直角方向の相対曲率が両歯面の平均曲率の差に等しいことを示し、両歯面の平均曲率、全曲率、接触線と相対速度方向の直角方向について論じた。
- (2) しかし、この理論は、特別な例外を除いて刃物歯車歯面を焼入れ研削仕上げした歯車対に適用できる。そこで刃物歯車歯面が曲面で創成される場合のかみ合い理論として、刃物歯車を鼓形ウォーム、曲面を曲線とある軸のまわりには回転してできる曲面(工具曲面)に限定し、

工具曲面とウォーム歯面, ウォーム歯面とホイール歯面  
 の接触点条件式, ウォーム歯面, ホイール歯面の表示式  
 を導き, ウォーム, ホイール両歯面の径数曲線方向の接  
 触ベクトルの表示法について論じた。ここで示した諸式  
 は, おみ合いの基礎理論で導いた相対曲率半径の式に  
 そのまま適用できるもので, 曲面で創成される鼓形ウ  
 ォームをもつウォームギヤのおみ合いに関する理論とし  
 ては, ほほ完全なものと見える。

(3) 直接創成法により作られるウォームギヤの例として, 直  
 線あるいは円弧をウォーム歯面の母線とする円筒おみ合  
 鼓形ウォームギヤ, ホイール歯面が平面であるウィルト  
 ハーバウォームギヤ, 直線母線円筒ウォームギヤと同様  
 の扱いかたで与えるスピロイドギヤについて, 刃物歯車歯面  
 の表示式, 接触点条件式を導き, 接触線, 相対曲率半径  
 の計算例を示した。

(4) その結果, 直線母線円筒ウォームギヤでは, 1本の接触  
 線に沿って相対曲率半径  $R$  の変化は少なく, おみ合いの  
 進行にともなって  $R$  の変化も少ない, 減速比が小さくなる  
 とホイール歯面の入口側で  $R$  は増加, 出口側で減少の傾  
 向があり, 圧力角  $\alpha$  を増すと,  $\gamma = \gamma_0$  が小になると  $R$  が  
 増加する。

- (5) 円弧母線円筒ウォームギヤでは、直線母線と円弧に代えた方が好らば、接触線形状は直線の場合とあまり変化せず、かみ合いの始めの接触線では  $R$  は増加、かみ合いの終りでは、かみ合いの限界に近いため  $R$  は減少する。かみ合う歯数を犠牲にして、かみ合いの始めの接触線をたゞと使うようにすると  $R$  は改良される。
- (6) 直線母線鼓形ウォームギヤでは、他の歯車と比較して  $R$  はかなり大きく、特にウォームのど部付近のかみ合いで大きく、圧力角  $\alpha$  を増すと  $R$  は小さくなる。転位異速ウォームギヤでは  $R$  は円筒ウォームギヤとヒンドレウウォームギヤの中間の値になり、ホイール歯面上で接触線の密なところで  $R$  は小、疎なところで  $R$  は大となる。
- (7) 円弧母線鼓形ウォームギヤのヒンドレウウォームギヤ形式では、直線母線の場合と同様  $R$  は極めて大きい。転位異速形式では、接触線形状は直線の場合とあまり変化しないが、ホイール歯面の入口側で  $R$  は増加し、円弧母線が  $R$  の改良に効果的なことを示した。
- (8) ウィルドハーバウウォームギヤは1本の接触線上で  $R$  は直線的に変化する。直線母線円筒ウォームギヤと同じ式で計算のときスピロイドギヤでは、 $\rho = \alpha$  の圧力角の異なる側で、接触線形状、 $R$  が異なり、特に  $\rho = \alpha$  の

細端使いで著しいことなどが明らかとなった。

- (9) 工具曲面で創成されるウォームをもつ鼓形ウォームギヤの例として、平面、円錐面で創成される鼓形ウォームとあり、工具曲面とウォーム歯面、ウォーム歯面とホイール歯面の接触点条件式、ウォーム軸断面歯形計算のための式を導いた。計算例として平面の場合2例、円錐面の場合3例について接触線、相対曲率半径、接触線と相対速度方向の方向角を示した。その結果、直線歯線ウォームの場合に比較して、平面で創成したウォームの場合には接触線がホイール歯面中心線から離れる傾向があり、かみ合ひ始めの $r$ が改良され、円錐面の場合には中心線に近寄る傾向にあることが明らかとなり、また高性能が期待できる例を得ることができた。

- (10) ウォームギヤの数値解析で最もとも煩雑である接触点条件式的具体形  $f(u, v, \theta) = 0$ ,  $g(u, v, \varphi, \theta) = 0$  を導くこととなく、その原点である条件  $\pi \cdot \omega = 0$  より  $F = F^*$  にニュートン法による近似計算で接触点を求める方法を示し、計算法の基本部分、第1次近似値の決定法などを述べて述べた。計算例として、円環面で創成される円筒ウォームをもつウォームギヤの接触線、相対曲率半径を示した。

- (11) 接触線形状と相対曲率の関係について検討するため、 $R$  が刃物歯面上の相対速度方向の接触線移動量を表わすベクトルと被削歯面上の接触線直角方向の接触線移動量を表わすベクトルの内積と  $\pi \cdot \phi$  を用いて表わすことを導いた。この関係を用いて、円筒ウォームギヤでは1本の接触線上での  $R$  の変化は被削歯面上の接触線の接触線直角方向の移動量を支配され、ヒンドレウォームギヤでは  $\pi \cdot \phi$  に支配されることを明らかにし、数値例でこれを検証した。また転位異速ウォームギヤの接触線の密着とこぼれで  $R$  が小なることとこの関係で説明できることを明らかにし、さらにウィルドハーバウォームギヤの  $R$  が直線的に変化することを証明した。
- (12) 齒料用の印象材を用いて何とんど接触して113齒面のすまの型をとり、この型の厚さを測定することにより  $R$  を知る方法について述べ、直線母線の円筒、ヒンドレ、転位異速ウォームギヤについての測定結果を示した。測定値と計算値は  $R$  が  $100\text{mm}$  以下の点ではよく一致したが、それ以上の点では、齒面の表面あざ、読取り誤差のため測定値の誤差は増大した。また測定方法から必然的に生じる測定方向誤差、切断方向誤差、齒面を完全に接触させた112型をとることの誤差について検討した。

以上のようは、この論文では、ウォームギヤの動力伝達性能向上を目的として、主としてその相対曲率について論じてきたが、その目的を完全に達成するためには、さらにいくつかの問題を克服しなければならぬ。その主なものを挙げてこの論文を終りとす。

その一つは、ウォームホブの工作法である。11かに優れた性能が期待できるウォームギヤが考えられても、正しい歯形をもつウォームホイールが製作できなくては意味がない。この点で熟練と勘に頼る現在のホブの工作法は極めて不満足なものであり、新しい歯形をもつホブの工作に対し不適當である。

オは、複雑に変化する相対曲率、接触線形状が歯面の潤滑にどのような影響するかである。これを解決するためには大規模な実験研究が必要となるが、解決できれば相対曲率、接触線の訂算結果から、ウォームギヤの性能をある程度予想を行うことも可能となる。

オは、現在までのウォームギヤに関する実験的、理論的研究のほとんどは、ウォームとホイールを剛体として取扱ってきた。しかし、平歯車、はなば歯車の研究では、歯を弾性体として考えることは可能であるから行われており、この点でウォームギヤの研究が遅れていることは認めなければ

おらた。 今後ワームギヤの研究でも、歯、歯車箱の  
弾性変形、あるいは熱変形を考慮した研究が必要である。

## 謝辞

この研究を指導して下さい東京工大精密工学研究所教授豊山 晃先生に心からお礼申し上げます。

またこの研究に多大の協力を下さい同日手鈴木勇夫氏、武田 透氏（現日立工機）、福島 忠男氏（現才一測範）、同技官草岡 浩一氏（現長野県庁）、生産機械科学生大八木亮太郎氏（現住友金属）、制御工学科学生黒田 浩氏（現サッポロビール）、武蔵工下学生松本陽一氏（現小松製作所）に感謝するとともに、松島 暗三 助教授をはじめとす豊山、松島両研究室の院生、学生、研究生の皆様へ公私にわたるご支援に感謝いたします。

昭和48年10月29日

下河辺 明

## 参考文献

- (1) 齒車傳覽 (BB7) 971 日刊工業新聞社
- (2) AGMA 440.02 Practice for Cylindrical-worm Gear Speed Reducer (1952)
- (3) 仙波 齒車 1 (BB31) 89 日刊工業新聞社
- (4) 尾形 機論 7-18 (BB14) 116
- (5) 前田 東北大学計測研究所報告 1-1 (BB26)
- (6) 松山 東北大学計測研究所報告 1-3 (BB26)
- (7) 酒井 機論 21-102 (BB30) 164
- (8) 酒井 機論 21-102 (BB30) 170
- (9) 石川 機械学会前集 No71 (1962)
- (10) = = No91 (1963)
- (11) = = No128 (1964)
- (12) = = No154 (1966)
- (13) = = No168 (1967)
- (14) = = No192 (1968)
- (15) = = No207 (1969)
- (16) 横田 機械学会前集 No139 (1965)
- (17) 横田 機論 37-253 (BB42) 1503
- (18) 酒井、牧 機講論 No700-1 (1970)
- (19) 酒井、牧 機講論 No199 (1968)
- (20) 酒井、牧 = No700-18 (1970)
- (21) E. Wildhaber Amer. Machinist (1946) Feb. ~ Aug.

- (23) 高橋 東北大学学位論文 (AB35)
- (24) 渡辺 歯車歯形論 (AB25) コロナ社.
- (25) A. Dyson Kinematics and Geometry of Gears  
in Three Dimensions Clarendon Press (1969)
- (26) 豊山 機論 28-196 (AB37) 1675
- (27) Закарский И. Исследования Цевячных передач  
и редукторов (1965), 12. Издательство "Недра"
- (28) G. Niemann VDI Forsch-h. 412 (1942)
- (29) 佐藤 機論 20-94 (AB29) 377
- (30) 鈴木 東京工業大学修士論文 (AB43)
- (31) 鈴木, 豊山 機論 38-312 (AB47) 2164
- (32) 宮崎 機械の研究 9-12 (AB31) 1233
- (33) たとえば 大槻 微分幾何学 51 (AB40) 朝倉書店
- (34) Бернацкий, Известия ВУЗ, Машиностроение  
№1 (1971) 72
- (35) 山内ほか 数値計算法 I (AB43) 47. 培風館
- (36) Nelson Mach. Des. March 2-16 1961
- (37) たとえば Hildebrand Introduction to Numerical Analysis  
(1956) 447 McGraw Hill

## 附 録

1 ウォーム母線が与えられたウォームギヤの接触線, 相対曲率計算プログラム

ここでは, 第4章で述べたウォーム母線が与えられたウォームギヤの接触線, 相対曲率計算プログラムの全体を示す。接触点条件式は, 第6章で示した近似計算法で解く。メインプログラムからサブルーチン "F" まで, 母線形状あるいはウォームギヤの形式によらず全てのウォームギヤに共用できる。第2, 4章の各ベクトルは要素数3の配列である。

メインプログラム

ステップ1

$\theta - \theta_0$  の読み込みと  $\theta - \theta_0$ , 表題の印刷などを行い,  $\theta$  の値を設定する。

ステップ2

$v$  の値を定め, "CONTACT" により  $f(u, v, \theta) = 0$  を満たす  $u$  を計算する。

ステップ3

相対曲率の計算を行う。まず "DS" により  $\kappa_{1u}, \kappa_{1v}, \kappa_{2u}, \kappa_{2v}$  を求め,  $\omega, \rho, \rho \cdot \kappa_1$  を定めた後, "PO" により  $\kappa_2 \times \omega$  を計算し, "PI" を使って  $f_u, f_v$  を求める。以下, 第2章の理論式のとおりベクトル演算を行い,  $Z, E_1, F_1, \sim L_2, M_2, N_2$  を

求の、 $R$  を計算する。

ステップ 4.

接触線方向のベクトル  $f_u x_{1v} - f_v x_{1u}$  を計算し、第 2 章の式 (2-21), (2-22) によって接触線と相対速度方向への角度  $\alpha_1, \alpha_2$  を求める。

ステップ 5

結果の印刷を行い、 $v, \theta$  を判別してステップ 2 またはステップ 1 に戻す。

"PI" 内積計算用関数プログラム

"PO" 外積計算用プログラム

"DA" 数値微分用プログラム、係数  $FUN$  の実引数は  $VECX$  または  $VECN$  である。

"VECN" 歯面の法線ベクトル  $n_1$  を計算するプログラム

"CONTACT"  $f(u, v, \theta) = 0$  を満たす  $u$  を近似計算するプログラム、 $\theta$  が 9 次近似値で  $\Delta u$  が 1% の誤差以内ならば  $u$  とし、 $\theta$  が  $\theta_1$  のプログラムに帰す。

"F"  $f(u, v, \theta)$  の値を計算する関数プログラム、 $F = PI(XN1, UW)$  ( $XN1$  は  $n_1$ ,  $UW$  は  $w/|w_1|$ ) として計算する。

"VECX" 第 2, 4 章の空間を運動する円筒歯車歯面の歯面を表すベクトル  $x_1$  を  $X1$  として計算するプログラム、直線あるいは円弧と母線とを円筒おとす"鼓形"の  $\theta - u$  用の 4 種

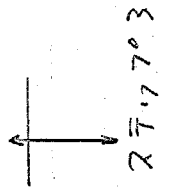
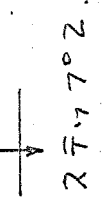
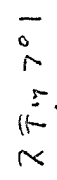
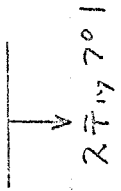
類の"VECX"を示した。

"初期値設定サブプログラム" のフォーマットの形式又は母線  
の種類による、さまざまな特殊な変数に数値を与えるサブプログラム  
ラムで、"VECX"と対応している。

```

C MAIN PROGRAM
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  EXTERNAL VECX,VECN
  DIMENSION X1(5),X2D(3),XN1(3),X1U(3),X1V(3),XN1U(3),XN1V(3),Q(3),
1  ONE(3),XNOME(3),XCON(3),XCONW(3),X2U(3),X2V(3),XN2U(3),XN2V(3)
2  HYODAI(9)
  COMMON PPP,DU,DV,WM,W(3),XM,A,SRO,ALO,UQ
  READ(5,1000) XM,A,SRO,ALOD,THDO,THDE,DTHU,VDO,VDE,DVD
  FORMAT(F12.0)
  READ(5,1001) HYODAI
  FORMAT(9A8)
  WRITE(6,1010)
  FORMAT(1H1,10X,'WORN GEAR NO SETSSHOKUSEN TO SOTAIKYOKURITSU')
  WRITE(6,1011) HYODAI
  FORMAT(1H0,10X,9A8)
  WRITE(6,1020) XM,A,SRO,ALOD
  FORMAT(1H0,'XM='F5.4,10X,'A='F5.1,10X,'SRO='F6.3,10X,'ALOD='F6.2)
  PPP=3.1415926535898
  ALO=ALOD*PPP/180.0
  THD=THDO
  THP=0.0  e e 初期値の設定.
1  TH=THD*PPP/180.0
  WRITE(6,1030) THD
  FORMAT(1H0,'THD='F10.2)
  WRITE(6,1040)
  FORMAT(1H0,'VD',14X,'U',15X,'X1(X)',11X,'X1(Y)',11X,'X1(Z)',11X,
1  'X2D(X)',10X,'X2D(Y)',10X,'X2D(Z)')
  WRITE(6,1050)
  FORMAT(1H,'SIGMA1',10X,'SIGMA2',10X,'N*Q',13X,'ABS(W)',10X,
1  'LAMBDA',11X,'R')
  WRITE(6,1060)
  FORMAT(1H,'H1',14X,'H2',14X,'K1',14X,'K2')
  VD=VDO+THD
2  V=VD*PPP/180.0
  CALL CONTACT(U,V,TH,X1,X2D,83)
  CALL DS(VECN,U,V,TH,X1U,X1V)  X1V; X1U; X1U; X1U
  CALL DS(VECN,U,V,TH,XN1U,XN1V)  XN1U; XN1U; XN1U; XN1U
  CALL VECN(U,V,TH,XN1)  XN1; XN1; XN1; XN1
  CALL VECX(U,V,TH,X1)  X1; X1; X1; X1

```



```

OME(1)=-XM
OME(2)=0,0
OME(3)=1,0
Q(1)=-XM*X1(3)
Q(2)=0,0
Q(3)=XM*X1(1)
QN=PI(XN1,Q)

```

OME:  $\omega$

Q:  $q$

```

CALL PO(XN1,OME,XNOME)
FU=(PI(W,XN1U)+PI(X1U,XNOME))/QN
FV=(PI(W,XN1V)+PI(X1V,XNOME))/QN
DO 10 I=1,3
X2U(I)=X1U(I)+FU*W(I)
X2V(I)=X1V(I)+FV*W(I)
XN2U(I)=XN1U(I)-FU*XNOME(I)
XN2V(I)=XN1V(I)-FV*XNOME(I)

```

$R_{1u} + f_u \omega$   
 $R_{1v} + f_v \omega$

$R_{2u} + f_u \omega \times R_2$   
 $R_{2v} + f_v \omega \times R_2$

10 CONTINUE

```

E1=PI(X1U,X1U)
F1=PI(X1U,X1V)
G1=PI(X1V,X1V)
E2=PI(X2U,X2U)
F2=PI(X2U,X2V)
G2=PI(X2V,X2V)
AL1=-PI(XN1U,X1U)
AM1=-PI(XN1U,X1V)
AN1=-PI(XN1V,X1V)
AL2=-PI(XN2U,X2U)
AM2=-PI(XN2U,X2V)
AN2=-PI(XN2V,X2V)

```

$E_1, F_1, G_1, E_2, F_2, G_2$

$L_1, M_1, N_1, L_2, M_2, N_2$

```

H1=(E1*AN1-2,0*F1*AM1+G1*AL1)/(E1*G1-F1**2)
H2=(E2*AN2-2,0*F2*AM2+G2*AL2)/(E2*G2-F2**2)

```

平均曲率  $H_1, H_2$

全曲率  $K_1, K_2$

$\Delta \tau_1, \tau_0, \tau_3$



$\Delta \tau_2, \tau_0, \tau_4$

```

AK1=(AL1*AN1-AM1**2)/(E1*G1-F1**2)
AK2=(AL2*AN2-AM2**2)/(E2*G2-F2**2)
R=1,0/(H1-H2)

```

相對曲率半徑 R

```

DO 20 I=1,3
20 XCON(I)=FU*X1V(I)-FV*X1U(I)
ABSXCON(I)=SQRT(PI(W,W))
ABSXCO=SQRT(PI(XCON,XCON))
CLAM=PI(XCON,W)/ABSXCON
RAM=ARCCOS(CLAM)

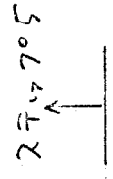
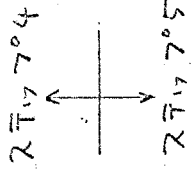
```

接触線と相對速度方向の角の算入

```

RAMD=RAM/PPP*180.0
CALL PO(W,XCON,XCUNW)
SIGMA1=-PI(XCONW,XN1)/W
SIGMA2=SIGMA1/(SIGMA1-1.0)
WRITE(6,1070) VD,U,X1,X20,SIGMA1,SIGMA2,QN,ABSW,RAMD,R,H1,H2,
1 AK1,AK2
1070 FORMAT(1H0,F10.4,6X,7D16.6/1H,6D16.6/1H,4D16.6)
GO TO 4
3 WRITE(6,1080) VD
1080 FORMAT(1H, D16.6,'SHUSOKU SHINAI')
4 VD=VD+DVD
IF(VD.LT.VDE+THD) GO TO 2
THD=THD+DTHD
IF(THD.LT.THDE) GO TO 1
STOP
END

```



内續計算のプログラム

```

FUNCTION PI(A,B)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(3),B(3)
PI=A(1)*B(1)+A(2)*B(2)+A(3)*B(3)
RETURN
END

```

外續計算のプログラム

```

SUBROUTINE PO(A,B,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(3),B(3),C(3)
C(1)=A(2)*B(3)-A(3)*B(2)
C(2)=A(3)*B(1)-A(1)*B(3)
C(3)=A(1)*B(2)-A(2)*B(1)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DS(FUN,U,V,TH,AU,AV)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
DIMENSION AU(3),AV(3),APLUS(3),AMINUS(3)
CALL FUN(U+DU,V,TH,APLUS)
CALL FUN(U-DU,V,TH,AMINUS)
DO 10 I=1,3
10 AU(I)=(APLUS(I)-AMINUS(I))/DU/2.0
CALL FUN(U,V+DV,TH,APLUS)
CALL FUN(U,V-DV,TH,AMINUS)
DO 20 I=1,3
20 AV(I)=(APLUS(I)-AMINUS(I))/DV/2.0
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE VECN(U,V,TH,XN1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
DIMENSION XN1(3),XNP(3),XNM(3),XU(3),XV(3),XUV(3)
CALL VECX(U+DU,V,TH,XNP)
CALL VECX(U-DU,V,TH,XNM)
DO 10 I=1,3
10 XU(I)=(XNP(I)-XNM(I))/DU/2.0
CALL VECX(U,V+DV,TH,XNP)
CALL VECX(U,V-DV,TH,XNM)
DO 20 I=1,3
20 XV(I)=(XNP(I)-XNM(I))/DV/2.0
CALL PO(XV,XU,XUV)
WW=SQRT(PI(XUV,XUV))
DO 30 I=1,3
30 XN1(I)=XUV(I)/WW
RETURN
END

```

$f(u, v, \theta) = 0$  を満たす  $u$  と  $v$  を計算するプログラム

```

SUBROUTINE CONTACT(U,V,TH,X1,X2D,*)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION X1(3),X2D(3)
COMMON PPP,DU,DV,MW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
U=UO
LMN=0
1 LMN=LMN+1
IF(LMN,GT,10) RETURN 1
FD=(F(U+DU,V,TH)-F(U-DU,V,TH))/DU/2.0
FF=F(U,V,TH)
EU=FF/FD
U=U-EU
IF(ABS(EU),GT,1.0D-7) GO TO 1
IF(ABS(FF),GT,1.0D-7) GO TO 1
CALL VECX(U,V,TH,X1)
X2D(1)=X1(1)
X2D(2)=(X1(2)-A)*COS(XM*TH)+X1(3)*SIN(XM*TH)
X2D(3)=-(X1(2)-A)*SIN(XM*TH)+X1(3)*COS(XM*TH)
RETURN
END
    
```

$f(u, v, \theta)$  の値を求めたいプログラム

```

FUNCTION F(U,V,TH)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION XN1(3),X1(3),UW(3)
COMMON PPP,DU,DV,MW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
CALL VECN(U,V,TH,XN1)
CALL VECX(U,V,TH,X1)
W(1)=-X1(2)
W(2)=X1(1)+XM*X1(3)
W(3)=-XM*X1(2)-A
ABSW=SQRT(PI(W,W))
DO 10 I=1,3
10 UW(I)=W(I)/ABSW
F=PI(XN1,UW)
RETURN
END
    
```

```

SUBROUTINE VECX(U,V,TH,X1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
DIMENSION X1(3)
X1(1)=U*SIN(V-TH)
X1(2)=U*COS(V-TH)
X1(3)=(U-SRO)*TAN(ALO)-XM*(A-SRO)*V
RETURN
END

```

直線母線円筒ウォーム用

X1: X,

```

BLOCK DATA
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
DATA DU/0.1,UO/19.87,DV/0.017/
END

```

```

SUBROUTINE VECX(U,V,TH,X1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ YO,ZO,RO
DIMENSION X1(3)
X1(1)=(YO-RO)*SIN(U)*SIN(V-TH)
X1(2)=(YO-RO)*SIN(U)*COS(V-TH)
X1(3)=ZO+RO*COS(U)-XM*(A-SRO)*V
RETURN
END

```

円弧母線円筒ウォーム用

```

BLOCK DATA
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ YO,ZO,RO
DATA UO/0.35,DU/0.017,DV/0.017,RO/100.0/,
      YO/54.002014/
1 2,ZO/-93.969262/
END

```

直線母線鼓形ノテ-ムP用

```

SUBROUTINE VECX(U,V,TH,X1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ XN
DIMENSION X1(3)
RT=XM/XN*(A-SRO)
SQ=RT*(1.0-COS(XN*V))+SRO
X1(1)=U*SIN(V-TH)
X1(2)=U*COS(V-TH)
X1(3)=-RT*SIN(XN*V)+(U-SQ)*TAN(ALO+XN*V)
RETURN
END

```

```

BLOCK DATA
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ XN
DATA UO/19.0/,DU/0.1/,DV/0.017/,XN/0.025/
END

```

```

SUBROUTINE VECX(U,V,TH,X1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ RO,XN
DIMENSION X1(3)
VO=ATAN(KO*COS(ALO)/(XM/XN*(A-SRO))-RO*SIN(ALO))
RT=RO*COS(ALO)/SIN(VO)
C=XM/XN*(A-SRO)+SRO
X1(1)=(C-RT*COS(VO+XN*V)-RO*SIN(U))*SIN(V-TH)
X1(2)=(C-RT*COS(VO+XN*V)-RO*SIN(U))*COS(V-TH)
X1(3)=-RT*SIN(VO+XN*V)+RO*COS(U)
RETURN
END

```

```

BLOCK DATA
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,DU,DV,WW,W(3),XM,A,SRO,ALO,UO
COMMON /TOKU/ RO,XN
DATA DU/0.017/,DV/0.017/,UO/0.41/,RO/50.0/,XN/0.020/
END

```

円弧母線鼓形ノテ-ムP用

2 工具曲面で創成されるウォームとモット内筒ウォームギヤの接触線、相対曲率計算プログラム

ここに、第6章で計算結果を示した内環面で創成されるウォームとモット内筒ウォームギヤの接触線、相対曲率計算プログラムの全体を示す。このプログラムのサブプログラム"XTON"を交換することにより、他の工具曲面で創成されるウォームへの変更も容易である。なお、このプログラムは、第6章§6.4と4.2を加え代った。

メインプログラム

ステップ1

データの読み込み、データ、表題の印刷、定数の計算、日の初期値の設定などを行う。

ステップ2

このステップの先頭で定められた $\varphi_0 \sim \varphi_e$ の間で $f=0, g=0$ を満す接触点か、実歯車の歯面内にある $\varphi$ の範囲 $\varphi'_0 \sim \varphi'_e$ を探す部分である。計算手順は、ステップ3にステップ4,5を加えたものと同じである。

ステップ3

第6章§6.3で示した第1次近似値決定部分で、"S2040"を用いて $U_f, U_g$ を求め、 $U_f - U_g$ の符号の変化で $f=0, g=0$ の根の存在を判別する。

スリー7°4

$f=0, g=0$  を満足する  $u, v \in "DOUBO"$  に  $f, g$  を求める部分がある。

スリー7°5

"CONTA" に  $f, g$  の接触点の座標を計算する。

スリー7°6

"SOTA1" に  $f, g$  の相対曲率半径を計算し、結果を印刷する。  
最後に  $\varphi, \theta$  を判別してスリー7°1, 2 または 3 に帰す。

"PI" 内積計算用関数カブ"7°0"プログラム

"PO" 外積計算用カブ"ル-4"

"ATTHL" 夠用される座標変換

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi-\theta) & \sin(\varphi-\theta) & 0 \\ -\sin(\varphi-\theta) & \cos(\varphi-\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

のためのカブ"ル-4"

"SINGO"  $f=0$  または  $g=0$  を満たす  $u_f$  または  $u_g$  を計算するプログラム、係数  $F, G$  は実数  $F, G$  または  $G, F$  を指定する。オ  
9次近似値  $u$  を  $f=0$  と仮定して  $x, y$  をプログラムに帰  
す。

"DOUBO"  $f=0, g=0$  を満たす  $u, v$  を計算するプログラム、  
やはりオ9次近似値  $u, v$  を  $f=0, g=0$  と仮定して  $x, y$  をプログラム  
に帰す。

"XTON" 工具曲面を表わすベクトル  $\alpha_i$  を計算するサブルーチン, このプログラムをいれかえると他の工具曲面の場合にも使用可能となる。

"XNTS" 法線ベクトル  $\alpha_i$  を計算するためのサブルーチン。

"F"  $f(u, v, \varphi)$  の値を計算する関数サブプログラム

"G"  $g(u, v, \varphi, \theta)$  の値を計算する関数サブプログラム。

"CONTA" ホイール歯面上の接触点  $\alpha_i'$  を計算するサブルーチン

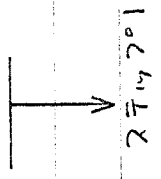
"SOTAI" 相対曲率半径  $R$  の計算用サブルーチン, 曲面創

成円筒の  $\alpha - \mu$  の場合は  $f u d u + f v d v = 0$  のため,  $E_1 \sim N_1$

の計算が第3章で示した式とは異なり, 211 頁。このため, 鼓

形円筒  $\alpha - \mu$  の場合への転用は, この部分の多少の変更

を必要とする。



```

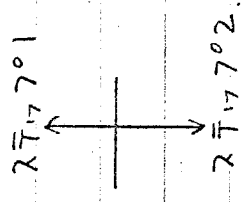
C MAIN PROGRAM
  IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
  EXTERNAL FS,GS,XS
  COMMON PPR,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WT(3),NT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WW(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
  DIMENSION XOD(3)
  LOGICAL D(30),DD(30),DDD(30),HAN(30),HN(30),HPH(30),HC(30),HANT,
1 HANS
  READ(5,101) A,B,C,XM,XN,ALOD,BEOD,GAOD,GSAD,SSRO,VST,VEN,DDVD,
1 DPHD,RO,R,XO,YO,ZO
101 FORMAT(F12.0)
  WRITE(6,111) A,B,C,XM,XN
  WRITE(6,112) ALOD,BEOD,GAOD,GSAD,SSRO
  WRITE(6,113) VST,VEN,DDVD,DPHD,RO
  WRITE(6,114) R,XO,YO,ZO
111 FORMAT(1H0,3X,2HA=F6.1,10X,2HR=F6.1,10X,2HC=F6.1,10X,3HXN=F7.4,
1 10X,3HXN=F7.4)
112 FORMAT(1H0,5HALOD=F7.3,6X,5HBEOD=F7.3,6X,5HGAOD=F7.3,
1 6X,5HGSAD=F7.3,6X,5HSSRO=F6.1)
113 FORMAT(1H0,1X,4HVST=F6.1,10X,4HVEN=F6.2,8X,5HDDVD=F6.2,
1 6X,5HDPHD=F6.2,10X,3HRO=F6.2)
114 FORMAT(1H0,3X,2HR=F6.1,9X,3HXO=F9.5,9X,3HYO=F9.5,9X,3HZO=F9.5)
  PPR=3.1415926535898
  DU=1.0*PPP/180.0
  DV=DU
  H=XM*(A-SSRO)
  C=A
  DDV=DDVD*PPP/180.0
  VST=VST*PPP/180.0
  VEN=VEN*PPP/180.0
  ALO=ALOD*PPP/180.0
  BEO=BEOD*PPP/180.0
  GAO=GAOD*PPP/180.0
  GSA=GSAD*PPP/180.0
  SAL=DSIN(ALO)

```

```

CAL=DCOS(ALO)
SBE=DSIN(BEO)
CBE=DCOS(BEO)
SGA=DSIN(GAO)
CGA=DCOS(GAO)
SGS=DSIN(GSA)
CGS=DCOS(GSA)
WRITE(6,201)
201 FORMAT(1H1,10X,'LINE OF CONTACT AND RELATIVE CURVATURE:')
THD=-360.0/XM/40.0*1.0 THD:  $\theta$   $\theta$  の初期値の設定
3000 TH=THD*PPP/180.0
204 WRITE(6,204) THD,XM,XN,A,B,C
204 FORMAT(1H0,4HTHD=F6.1,4X,2HM=F7.4,4X,2HA=F9.4,4X,2HB=F
1 9,4,4X,2HC=F9.4)
WRITE(6,205) ALOD,BEJO,GAOJ,GSAD
205 FORMAT(1H ,4HALO=F6.2,4X,4HBEO=F6.2,4X,4HGAO=F6.2,4X,4HGS
A=F6.2)
WRITE(6,202)
202 FORMAT(1H , 3HPHD,8X, 3HX2D,11X,3HZ2D,11X,3HX3D,11X,
1 3HY3D,11X,3HZ3D,16X,4HANG,6X,3HRRR)
WRITE(6,203)
203 FORMAT(1H ,4HUDEG,11X,4HVDEG,11X,2HH1,13X,2HK1,13X,2HK2,
1 14X,2HFF,13X,2HGG)

```



```

PHD=THD-61.0 PHDO: 40
PHDO=PHD
PHDE=PHD+122.0 PHDE: 40
J=0
3010 J=J+1
PH=PHD*PPP/180.0
KKK=0
KIJ=0
V=VST
3020 I=0
3030 UF=0,0
I=I+1
CALL SINGO(UF,V,PH,TH,FS,3150)
UG=UF
CALL SINGO(UG,V,PH,TH,GS,3150)
IF(UF.GT.UG) GO TO 3040
DD(I)=.TRUE.

```

```

GO TO 3050
3040 DD(I)=.FALSE.
3050 IF(I.EQ.1) GO TO 3060
IF(DD(I)) GO TO 3160
IF(DD(I-1)) GO TO 3170
3060 V=V+DDV
IF(V.LT.VEN) GO TO 3030
3070 IF(KKK.EQ.1) GO TO 3090
D(J)=.FALSE.
3080 IF(J.EQ.1) GO TO 3320
IF(D(J-1)) GO TO 3140
GO TO 3320
3090 HANS=.FALSE.
DO 3100 IP=1,KIJ
3100 HANS=HANS.OR.HAN(IP)
IF(HANS) GO TO 3110
D(J)=.FALSE.
GO TO 3080
3110 D(J)=.TRUE.
IF(J.EQ.1) GO TO 3120
IF(D(J-1)) GO TO 3130
3120 PHD=PH
GO TO 3320
3130 IF(PHD+DPHD.LT.PHDE) GO TO 3320
3140 PHE=PH
GO TO 3200
3150 V=V+DDV
IF(V.LT.VFN) GO TO 3020
GO TO 3070
3160 IF(DD(I-1)) GO TO 3060
3170 VREGI=V
V=V-0.5*DDV
U=(UF+UG)/2.0
KIJ=KIJ+1
KKK=1
CALL DOUBD(U,V,PH,TH,FF,GG,FS,GS,&3190)
CALL CONTA(U,V,PH,TH)
IF(DABS(XTHD(1)).GT.30.0) GO TO 3190
IF((XTHD(2).LT.-90.0).OR.(XTHD(2).GT.-60.0)) GO TO 3190
IF(DABS(XTHD(3)).GT.30.0) GO TO 3190

```

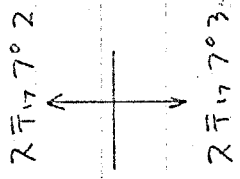
PHD : 4e

PHE : 4e

```

3180 HAN(KIJ)=.TRUE,
3185 V=VREGI
3190 GO TO 3060
3195 HAN(KIJ)=.FALSE.
3200 GO TO 3180
3205 PHO=PHO-DPHD*PPP/180.0

```



```
PH=PHO
```

```
3210 V=VST
```

```
3220 II=0
```

```
3230 UF=0.0
```

```
II=II+1
```

```
CALL SINGO(UF,V,PH,TH,FS,δ3290)
```

```
UG=UF
```

```
CALL SINGO(UG,V,PH,TH,GS,δ3290)
```

```
IF(UF.GT.UG) GO TO 3240
```

```
DDD(II)=.TRUE.
```

```
GO TO 3250
```

```
3240 DDD(II)=.FALSE.
```

```
3250 IF(II.EQ.1) GO TO 3270
```

```
IF(DDD(II)) GO TO 3500
```

```
IF(DDD(II-1)) GO TO 3510
```

```
GO TO 3270
```

```
3260 V=VREGIS
```

```
3270 V=V+DDV
```

```
IF(V.LT.VEN) GO TO 3230
```

```
3280 PH=PH+(PHE-PHO)/20.0
```

```
IF(PH.LT.PHE) GO TO 3210
```

```
GO TO 3320
```

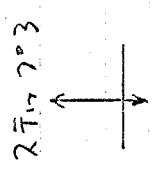
```
3290 V=V+DDV
```

```
IF(V.LT.VEN) GO TO 3220
```

```
GO TO 3280
```

```
3300 IF(DDD(II-1)) GO TO 3270
```

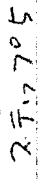
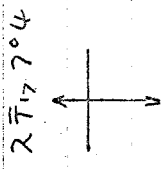
```
3310 VREGIS=V
```



```

V=V-DDV/2.0 } u,v の 1 次 近 似 値
U=(UF+UG)/2.0
CALL DOUBO(U,V,PH,TH,FF,GG,FS,GS,δ3260) f(u,v,φ)=0, g(u,v,φ,θ)=0 と 解 け る。
CALL CONTA(U,V,PH,TH) 接 触 点 の 訂 算

```



27.7°5

```

IF (XTHD(2).LT.-90.0).OR.(XTHD(2).GT.-60.0)) GO TO 3260
IF ((DABS(XTHD(1)).GT.30.0).OR.(DABS(XTHD(3)).GT.30.0)) GO TO 3260

```

相対曲率半径の計算

```

CALL SOTAI(U,V,PH,TH)
PHD=PH*180.0/PPP
WRITE(6,206) PHD,(XTD(I),I=1,3),(XTHD(I),I=1,3),ANGLD,RRR

```

```

206 FORMAT(IH0,F6.1,5X,6F14.4,5X,F8.3,2X,D15.5)

```

```

UDEG=U*180.0/PPP
VDEG=V*180.0/PPP

```

```

WRITE(6,207) UDEG,VDEG,TH,THW,TKT,TKW,FF,GG

```

```

207 FORMAT(IH,2F15.4,4D15.5,3X,2D15.5)

```

```

GO TO 3280

```

```

3320 PHD=PHD+DPHD

```

```

IF (PHD.LT.PHDE) GO TO 3010

```

```

THD=THD+360.0/XM/40.0

```

```

IF (THD.LT.360.0/XM/40.0*1.1) GO TO 3000

```

```

STOP

```

```

END

```

27.7°6

内積計算関数プログラム

```

FUNCTION PI(X,Y)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION X(3),Y(3)

```

```

PI=0.0

```

```

DO 10 I=1,3

```

```

10 PI=PI+X(I)*Y(I)

```

```

RETURN

```

```

END

```

外積計算プログラム

```

SUBROUTINE PO(X,Y,Z)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION X(3),Y(3),Z(3)

```

```

Z(1)=X(2)*Y(3)-X(3)*Y(2)

```

```

Z(2)=X(3)*Y(1)-X(1)*Y(3)

```

```

Z(3)=X(1)*Y(2)-X(2)*Y(1)

```

```

RETURN

```

```

END

```

座標変換用プログラム

```

SUBROUTINE ATHL(TH,X,Y)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION X(3),Y(3)
CT=DCOS(TH)
ST=DSIN(TH)
Y(1)=X(1)*CT+X(2)*ST
Y(2)=-X(1)*ST+X(2)*CT
Y(3)=X(3)
RETURN
END
    
```

$f(u)=0$  又は  $j(u)=0$  を満たす  $u$  の計算プログラム

```

SUBROUTINE SINGU(U,V,PH,TH,FGS,*)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CPE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WTL(3),STHL,
2 XNW(3),WV(3),OMW(3),CXTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
    
```

```

LMN=0
1 LMN=LMN+1
IF(LMN.GT.10) RETURN 1
CALL FGS(U,V,PH,TH,FG)
CALL FGS(U+DU,V,PH,TH,FG1)
CALL FGS(U-DU,V,PH,TH,FG2)
EU=FG/((FG1-FG2)/2.0/DU)
U=U-EU
IF(DABS(EU).GT.1.0E-7) GO TO 1
IF(DABS(FG).GT.1.0E-7) GO TO 1
RETURN
END
    
```

座標変換用プログラム  $f(u,v,\varphi)=0$  又は  $j(u,v,\varphi)=0$  を満たす  $u,v$  の計算プログラム

```

SUBROUTINE DOUBO(U,V,PH,TH,F,G,SA,SE,*)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
    
```

```

1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WH(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),IHT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU

```

```
LMN=0
```

```
1 LMN=LMN+1
```

```
IF(LMN.GT.10) RETURN 1
```

```
CALL SA(U,V,PH,TH,F)
```

```
CALL SB(U,V,PH,TH,G)
```

```
CALLSA(U+DU,V,PH,TH,F1)
```

```
CALLSA(U-DU,V,PH,TH,F2)
```

```
FU=(F1-F2)/2.0/DU
```

```
CALL SA(U,V+DV,PH,TH,F1)
```

```
CALL SA(U,V-DV,PH,TH,F2)
```

```
FV=(F1-F2)/2.0/DV
```

```
CALL SB(U+DU,V,PH,TH,G1)
```

```
CALL SB(U-DU,V,PH,TH,G2)
```

```
GU=(G1-G2)/2.0/DU
```

```
CALL SB(U,V+DV,PH,TH,G1)
```

```
CALL SB(U,V-DV,PH,TH,G2)
```

```
GV=(G1-G2)/2.0/DV
```

```
EU=(F*GV-G*FV)/(FU*GV-FV*GU)
```

```
EV=(FU*G-GU*F)/(FU*GV-FV*GU)
```

```
UFU-EU
```

```
V=V-EV
```

```
IF((DABS(EU).GT.1.0E-7).OR.(DABS(EV).GT.1.0E-7)) GO TO 1
```

```
IF((DABS(F).GT.1.0E-7).OR.(DABS(G).GT.1.0E-7)) GO TO 1
```

```
RETURN
```

```
END
```

SUBROUTINE XTON(U,V,PH,TH,XOD) 工具曲面的表示方法, 及, 计算了力矩和力矩

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
```

```
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
```

```
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
```

```
2 XNW(3),WH(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),IHT,TKT,
```

```
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
```

```
DIMENSION XOD(3)
```

```
CV=DCOS(V)
```

```
SV=DSIN(V)
```

```

CU=DCOS(U)
SU=DSIN(U)
XID=XO+(RO+R*CV)*SU
YID=YD-CBE*(RO+R*CV)*CU+R*SBE*SV
ZID=ZO+SBE*(RO+R*CV)*CU+R*CBE*SV
XOD(1)=XID*CGA+ZID*SGA
XOD(2)=YID
XOD(3)=-XID*SGA+ZID*CGA      XOD: 変"
XODDD(1)=XOD(1)              XODDD: 変"
XODDD(2)=XOD(2)
XODDD(3)=XOD(3)-H*PH
RETURN
END

```

本文、第6章の4.1.2とこのプログラムとの違いがわかる。

工具曲線の法線ベクトル  $n$  と  $z$  軸との内積プログラム。

```

SUBROUTINE XNTS(U,V,PH,TH,XNT)
IMPLICIT REAL*8(A-H,J-Z)
COMMON PPR,RO,R,A,B,C,CBE,SPE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WW(3),OMW(3),CMT,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),TMT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
DIMENSION XOP(3),XOM(3),XNT(3),XNTT(3)
CALL XTON(U+DU,V,PH,TH,XOP)
CALL XTON(U-DU,V,PH,TH,XOM)
DO 20 I=1,3
20 XOU(I)=(XOP(I)-XOM(I))/DU/2.0
CALL XTON(U,V+DV,PH,TH,XOP)
CALL XTON(U,V-DV,PH,TH,XOM)
DO 30 I=1,3
30 XOV(I)=(XOP(I)-XOM(I))/DV/2.0
CALL PO(XOU,XOV,XNTT)
XW=DSQRT(PI(XNTT,XNTT))
DO 10 I=1,3
10 XNT(I)=XNTT(I)/XW
RETURN
END

```

子の値を計算するプログラム

```

SUBROUTINE FS(U,V,PH,TH,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WW(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
DIMENSION XNT(3),WMOR(3),XUD(3)
CALL XNTS(U,V,PH,TH,XNT)
CALL XTON(U,V,PH,TH,XOD)
OMT(1)=0.0
OMT(2)=0.0
OMT(3)=-1.0
CALL PG(XODDD,OMT,WTT)
DO 20 I=1,3
WT(I)=-WTT(I)+H*OMT(I) WT = WTT
WSQ=DSQRT(PI(WT,WT))
DO 30 I=1,3
30 WMOR(I)=WT(I)/WSQ
F=PI(WMOR,XNT)
RETURN
END

```

f =  $\pi \cdot \omega \cdot \sqrt{I} / WTT$

子の値を計算するプログラム

```

SUBROUTINE GS(U,V,PH,TH,G)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WW(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
DIMENSION XNT(3),OME3(3),OME2(3),WM1(3),WM2(3),WMOR(3),XOD(3)
CALL XNTS(U,V,PH,TH,XNT)
CALL XTON(U,V,PH,TH,XOD)
CALL ATTHL(PH-TH,XNT,XNW) XNW =  $\pi \cdot I$ 
CALL ATTHL(PH-TH,XODDD,XTD)
XT(1)=XTD(1)
XT(2)=XTD(2)-A
XT(3)=XTD(3)
OME3(1)=XM
OME3(2)=0.0
OME3(3)= $\omega$ 

```

```

OME3(3)=0.0
OME2(1)=0.0
OME2(2)=0.0
OME2(3)=1.0
DO 40 I=1,3
40 OMW(I)=OME2(I)-OME3(I)      OMW =  $w_1 - w_2$ 
CALL PO(OME2,XTD,WW1)
CALL PO(OME3,XT,WW2)
DO 10 I=1,3
10 WW(I)=WW1(I)-WW2(I)        WW =  $w_2$ 
WSQ=DSQRT(PI(WW,WW))
DO 20 I=1,3
20 WMOR(I)=WW(I)/WSQ
G=PI(WMOR,XNW)                 $g = \pi^2 \cdot \frac{w_2}{12w_1}$ 
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CONTA(U,V,PH,TH)    接触点の座標を計算するプログラム
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SBE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WW(3),OMW(3),CMTH,SMTH,XTD(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XN,CGS,SGS,DV,DU
DIMENSION XOD(3)
CMTH=DCOS(XM*TH)
SMTH=DSIN(XM*TH)
CALL XTON(U,V,PH,TH,XOD)
CALL ATHL(PH-TH,XODDO,XTD)
XT(1)=XTD(1)
XT(2)=XTD(2)-A
XT(3)=XTD(3)
XTHD(1)=XT(1)
XTHD(2)=XT(2)*CMTH+XT(3)*SMTH
XTHD(3)=-XT(2)*SMTH+XT(3)*CMTH
RETURN
END

```

XT :  $x_2$

XTHD :  $x_3$

```

SUBROUTINE SOTAI(U,V,PH,TH)  相對曲率半徑計算のプログラム
IMPLICIT REAL*8(A-H,J-Z)
COMMON PPP,RO,R,A,B,C,CBE,SRE,CGA,SGA,CAL,SAL,XO,YO,ZO,H,
1 XODDD(3),CU,CV,SU,SV,XOU(3),XOV(3),OMT(3),WTT(3),WT(3),CTHL,STHL,
2 XNW(3),WN(3),QMW(3),CMTH,SMTH,XID(3),XT(3),XTHD(3),THT,TKT,
3 THW,TKW,RRR,ANGLD,THRE(3),XM,XM,CGS,SGS,DV,DU
DIMENSION XNT(3),XNTU1(3),XNTU2(3),XNTV1(3),XNTV2(3),XNOU(3),
1 XNOV(3),OMTNI(3),XTU(3),XTV(3),XNTU(3),XNTV(3),
2 XTVD(3),XNTUD(3),XNTVD(3),QMWNV(3),QW(3),XNU(3),XNV(3),XNWU(3),
3 XNVV(3),XNC(3),XNCC(3)
CALL XNTS(U+DU,V,PH,TH,XNTU1)
CALL XNTS(U-DU,V,PH,TH,XNTU2)
CALL XNTS(U,V+DV,PH,TH,XNTV1)
CALL XNTS(U,V-DV,PH,TH,XNTV2)
DO 20 I=1,3
XNOU(I)=(XNTU1(I)-XNTU2(I))/DU/2.0      XNOU: Ru
XNOV(I)=(XNTV1(I)-XNTV2(I))/DV/2.0      XNOV: Rv
20 CONTINUE
CALL XNTS(U,V,PH,TH,XNT)
CALL PO(OMT,XNT,OMTNT)
FU=PI(WT,XNOU)-PI(OMTNT,XDU)           FU,FV: fu, fv
FV=PI(WT,XNOV)-PI(OMTNT,XOV)
DO 30 I=1,3
XTU(I)=XOU(I)-FU/FV*XOV(I)
XTV(I)=WT(I)
XNTU(I)=XNOU(I)-FU/FV*XNOV(I)
XNTV(I)=OMTNT(I)
30 CONTINUE
E1,F1,G1,L1,M1,N1
F1=PI(XTU,XTV)
G1=PI(XTV,XTV)
ZL=-PI(XTU,XNTU)
ZM=-PI(XIU,XNTV)
ZN=-PI(XTV,XNTV)
THT=(E1*ZN-2.0*F1*ZM+G1*ZL)/(E1*G1-F1**2)
TKT=(ZL*ZN-ZM**2)/(E1*G1-F1**2)
CALL ATTHL(PH-TH,XNT,XNW)
CALL ATTHL(PH-TH,XTU,XTUD)
CALL ATTHL(PH-TH,XTV,XTVD)

```

```

CALL ATTHL(PH-TH,XNTJ,XNTUD)
CALL ATTHL(PH-TH,XNTV,XNTVD)
CALL PD(OMW,XNW,OMWNW)
QW(1)=-XW*XTD(3)
QW(2)=0.0
QW(3)=XW*XTD(1)
GU=(PI(MW,XNTUD)-PI(OMWNW,XTUD))/PI(XNW,GM)
GV=(PI(MW,XNTVD)-PI(OMWNW,XTVD))/PI(XNW,GM)
DO 50 I=1,3
XWU(I)=XTUD(I)-GU/GV*XTVD(I)
XWV(I)=MW(I)+XTVD(I)/GV
XNWU(I)=XNTUD(I)-GU/GV*XNTVD(I)
XNWV(I)=OMWNW(I)+XNTVD(I)/GV
50 CONTINUE
E2=PI(XWU,XWU)
F2=PI(XWU,XWV)
G2=PI(XWV,XWV)
YL=-PI(XWU,XNWU)
YM=-PI(XWU,XNWV)
YN=-PI(XWV,XNWV)
THW=(E2*YM-2.0*F2*YM+G2*YL)/(E2*G2-F2**2)
TKW=(YL*YN-YM**2)/(E2*G2-F2**2)
RRR=1.0/(THT-THW)
DO 70 I=1,3
70 XNC(I)=GV/GV*XTUD(I)-XTVD(I)
ABSXNC=DSQRT(PI(XNC,XNC))
DO 80 I=1,3
80 XNNC(I)=XNC(I)/ABSXNC
ANGL=PI(XNNC,WV)/DSQRT(PI(WW,WK))
ANGLD=180.0/PPP*ATAN(DSQRT(1.0-ANGL**2)/ANGL)
RETURN
END

```

QW:  $f_w$

GU, GV:  $f_u, f_v$

$E_2, F_2, G_2, L_2, M_2, N_2$

THW, TKW: 亦一儿齿面平均曲率, 全齿率.

100.0  
0.0  
100.0.  
0.025

0.025  
0.0  
0.0  
-6.0  
0.0  
20.0  
50.0  
90.0  
4.0  
10.0  
100.0  
60.0  
0.0  
140.5212  
-56.3814