

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	教授・学習過程における回答肢選択モデルと行動解析
Title(English)	
著者(和文)	赤堀侃司
Author(English)	KANJI AKAHORI
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第1897号, 授与年月日:1989年1月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第1897号, Conferred date:1989/1/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

# 教授・学習過程における 回答肢選択モデルと行動解析

昭和 63 年 6 月

赤 堀 侃 司

## 目次

第1章	緒論	5
1.1	研究の位置付けと背景	5
1.2	本研究の構成	7
1.3	結果の概要	11
第2章	回答肢選択モデル	15
2.1	まえがき	15
2.2	2肢選択問題の回答形式	17
2.2.1	回答形式	17
2.2.2	回答分布の考察	21
2.3	回答肢選択モデルとシミュレーション	25
2.3.1	回答肢選択モデル	25
2.3.2	シミュレーションによる回答分布	26
2.3.3	回答肢選択モデルの考察	30
2.4	回答の確率分布の定式化	33
2.5	実測値との比較と時系列シミュレーション	41
2.5.1	実測値との比較	41
2.5.2	時系列シミュレーション	41
2.6	まとめ	44
第3章	クラス集団の回答分布	49
3.1	まえがき	49
3.2	クラス集団の回答分布	49
3.2.1	回答肢選択モデルの概略	49
3.2.2	クラス集団の回答分布	51
3.3	正答確率の分布を考慮した回答分布	52
3.4	思考回数の分布を考慮した回答分布	60
3.5	まとめ	62
第4章	話し合いによる回答分布の遷移過程	67
4.1	まえがき	67
4.2	話し合い過程のモデル	68

4. 3	話し合いによる確信度の変化の推測	70
4. 4	実測値によるモデルの適用結果	78
4. 5	まとめ	82
第5章	拡張回答肢選択モデル	83
5. 1	まえがき	83
5. 2	拡張回答肢選択モデル (ERSモデル)	84
5. 3	ERSモデルによる回答分布	90
5. 4	実測回答分布との比較	94
5. 5	まとめ	96
第6章	回答選択の確信度	99
6. 1	まえがき	99
6. 2	以前の思考に依存する確率分布	99
6. 3	パラメータと確率分布の割合の決定	104
6. 4	実測回答分布への適用	112
6. 5	まとめ	120
第7章	授業分析と学習行動分析	121
7. 1	まえがき	121
7. 2	授業分析	121
7. 2. 1	物理授業の「作業」	121
7. 2. 2	授業分析の方法	123
7. 2. 3	結果および考察	128
7. 3	学習行動分析	137
7. 3. 1	学習行動のカテゴリー分類	137
7. 3. 2	学習行動分析の方法	138
7. 3. 3	結果および考察	142
7. 4	作業構造の分析	150
7. 4. 1	作業構造のカテゴリー分類	150
7. 4. 2	結果および考察	152
7. 5	まとめ	159
第8章	教授・学習行動のパターン分析	161
8. 1	まえがき	161

8. 2	教授・学習行動の遷移パターンの分析 .....	162
8. 3	パターン分析法の適用 .....	168
8. 4	まとめ .....	173
第9章	教授・学習行動の時系列分析 .....	175
9. 1	まえがき .....	175
9. 2	時系列クラスター分析 .....	176
9. 3	時系列クラスター分析の適用 .....	185
9. 4	分割時系列クラスター分析 .....	187
9. 5	分割時系列クラスター分析の適用 .....	192
9. 6	まとめ .....	197
第10章	結 論 .....	199
	謝辞 .....	201
	本研究に関する報告 .....	202
	その他の報告 .....	203
	参考文献 .....	205

# 第 1 章

## 緒 論

# 第 1 章 結 論

## 1. 1 研究の位置付けと背景

教育事象をシステムとして理解する見方がある。教育事象の中でも特に授業は、教授者・学習者・教材が互いに関連し合っている動的で複雑なシステムであり、特に視点を人間である教授者・学習者に置くとすれば、授業は教材を媒介にした教授者と学習者のコミュニケーション過程として理解することができる。このため、授業は教授・学習過程とか教授・学習システム等と呼称される。

さて、教授・学習過程を、システム工学でよく用いられる3つのフェーズに分割する。即ち、計画(Plan)、実施(Do)、評価(See)の3つのフェーズである。計画の段階では、教育内容の構造化と系列化、および教授方略の選択がなされ、これが学習指導案という授業計画書として表わされる。

この計画における研究としては、教育内容の構造化や系列化の方法の開発、教育内容としての教材化の方法、教材の開発に焦点化される。

次に実施の段階では、教授者と学習者の情報伝達過程を対象とする事になるが、研究としては、次の2つの視点によって分類される。1つは、教授者と学習者の外に表出された情報を対象とするものであり、この情報を人間の表現行動としてとらえる研究である。他方は、教授者と学習者自身の内的な情報を対象とするものであり、判断過程とか意思決定過程等の様に、人間の内的な情報処理過程を対象とする研究である。端的に言えば、前者は行動レベル、後者は認知レベルを研究対象とする事になる。

最後に、評価の段階では、教授者の授業評価もあるが、主として学習者の教育目標の達成度に対する評価である。これには、形成的評価と総括的評価といった分類もあるが、主にテストにおける学習者の反応パターンからテスト特性を解析する方法の開発に研究が焦点化される。

さて筆者の研究は、授業過程、即ち教授・学習過程を対象とする研究であり、上記の各フェーズのそれぞれに関連した研究内容があるが、本論文では、授業の実施のフェーズにおける研究内容に焦点化している。これは授業過程そのものを対象とするが、その中の次の2つの領域に関する研究である。

1つは、授業過程における学習者の意思決定過程に関する領域であり、その中

の2肢選択問題という回答の選択肢が2肢だけから構成される問題に対する、学習者の回答肢の選択過程に関する研究である。他方は、行動レベルにおける教授・学習過程を対象とする研究であり、これは、授業分析の中のカテゴリー分析と呼ばれる領域である。

以上の2つの領域を対象とする事、即ち授業過程における学習者の反応に関する知見や手法の研究、および授業過程そのものを分析する手法の開発と知見の研究によって、教師の学習指導や授業改善に役立てようとするものである。そこで、上記の2つの内容に関する先行研究等について簡単に触れておく。

#### (1) 授業における学習者の意思決定過程の先行研究

意思決定過程の研究は、認知科学の分野で盛んである。例えば、Tversky等<sup>(1-1)</sup>、<sup>(1-2)</sup>は、人間がどのようなプロセスである項目を選択するかという選択モデルを、集合論的な記述によって研究している。CAI等の分野においても、回答そのものについての情報をとりあつかうだけでなく、その回答がでてきた過程を情報処理過程としてとらえ、これを構造的に表現し、コンピュータがその過程に対して応答するといった研究<sup>(1-3)</sup>、<sup>(1-4)</sup>が盛んである。また、学習者の意思決定モデルではなく、教授者が、学習者の応答に対してどのように次の教授行動を選択するかという、Shavelson等の教師の意思決定モデルの研究<sup>(1-5)</sup>もある。

本研究は、回答肢としては最も単純な2肢選択問題を対象とした、学習者の意思決定モデルに関する研究であるが、この場合回答に対する自信度や確信度といった内的情報が問題になる。このような確信度の研究に対しては、Dempster & Shafer等の確率論の研究<sup>(1-6)</sup>が注目される。本研究では、従来の確率論からのアプローチであるが、回答肢選択モデルの結果として、確信度の構造について言及している所が特徴である。

#### (2) 授業過程における教授・学習行動の分析の先行研究

授業をシステムズアプローチから、教授者と学習者のコミュニケーション過程としてとらえ、これを外に表出された教授行動・学習行動の時系列カテゴリー系列として表現し分析する方法が、授業分析の中で、特にカテゴリー分析と呼ばれている。中でもFlandersの相互作用分析<sup>(1-7)</sup>、HoughとDuncanのOSIA<sup>(1-8)</sup> (Observational System for Instructional Analysis)等の分析がよく知られている。しかしながら、これらの分析は、教授・学習行動をどのようなカテゴリーに分

類するかといった点に焦点がおかれ、分析手法の研究はあまり発展していない。例えば、ベテラン教師と新人教師のカテゴリー別の出現頻度の比較といった統計的検定が主流であった。本研究では、授業をコミュニケーション過程ととらえる立場から、カテゴリー間の遷移に注目した分析法を提案している。

以上から、授業過程を対象とした2つの視点、即ち学習者に焦点を当てた認知レベルの情報処理モデルと、授業過程そのものを行動レベルの情報伝達過程ととらえた分析によって、授業過程をシステム工学的に接近し、その中で各分析手法等の提案と得られた知見等について報告するものである。

## 1. 2 本研究の構成

本研究は、以下のような構成であるが、これを図1.1に図的に示しておく。

まず学習者の回答選択の情報処理モデルについては、第2章から第6章までに記述し、教授・学習行動の分析については第7章から第9章までに記述する。図1.1に従って各章の簡単な概要を述べる。

始めに回答選択の情報処理モデルの概要について述べる。本論文で提案するモデルには、次の様ないくつかの前提と仮定がある。

- (1) 対象とする問題は2肢選択肢問題であり、かつその問題内容が論理的に直ちに解が見つかるような内容でなく、経験的に又は直観的に回答できるような内容である。
- (2) 本モデルでは、学習者がある回答肢を選択する過程を思考過程として表現している。その表現形式は、正答と誤答の2値の時系列パターンである。これが本モデルの基本的な仮定となっており、この思考過程を他の確率過程として表現する事も可能であり、その場合は、他のモデルとなる。
- (3) 本モデルの妥当性は、実測値との比較や経験則によって検討している。その実測値も限定された範囲であるので、本モデルの適用範囲も必然的に限定されることになる。但し、第5章で提案する拡張回答肢選択モデルと第6章の確率分布を適用すれば、広範囲の2肢選択問題に適用される可能性がある。
- (4) 実測値との比較は、本モデルで計算される定常状態との比較であり、非定常状態の真偽については、シミュレーションの域を出ない。実測値は、適度の

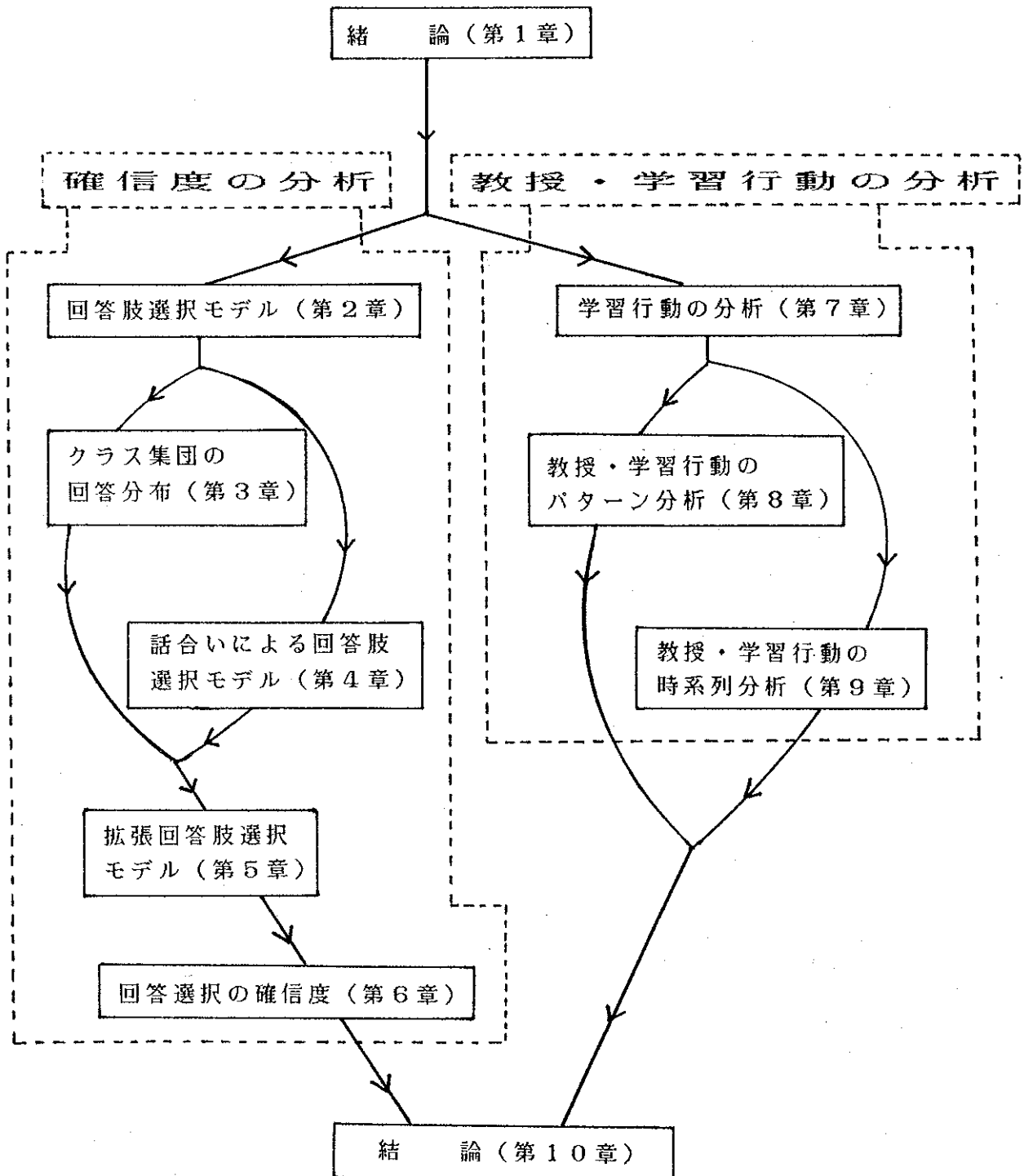


図1.1 章立ての構成図

時間を与えた後の回答であるので、回答肢選択は、定常状態における選択であろうという仮定である。

以上であるが、各章の概要について述べる。

第2章の回答肢選択モデルにおいては、2肢選択問題における学習者の回答選択のモデルを提案する。回答肢選択モデルとは、2肢のみの選択において、どちらを選択するかという学習者の内的な情報処理モデルの事をいう。この時、そのどちらを選択するにしても、かなりのあいまいさを伴う事が予想される。そのあいまいさを包含した新しい回答形式も提案しているが、このモデルによる結果と実測結果との対応について議論している。

第2章の回答分布の定式化においては、提案した回答形式における回答の確率分布について論じている。すなわち、提案した回答肢選択モデルに従って回答の確率分布を定式化した。この定式化によって、時系列シミュレーションが可能である。即ち回答時間の経過と共に、その回答分布がどの様に変化するかについて述べる。この定常状態における回答分布と実測の回答分布を比較し、モデルの妥当性について検討する。

第3章のクラス集団の回答分布では、第2章における個人の回答分布の定式を発展させ、クラス集団全体における回答の確率分布の定式化を述べる。この定式を用いて、クラス集団の正答確率分布を得る事ができる。実測結果との比較についても述べる。

第4章の話し合いによる選択モデルでは、学習者同士の話し合い過程を対象としてモデル化する。学習者同士の話し合いによって、回答に対する学習者の確信度は変化するが、その変容の過程について論ずる。このモデルにおけるいくつかの定理を記述し、これらの定理を用いて、回答分布の変化を計算する。実測結果との比較についても述べる。

第5章の拡張回答肢選択モデルでは、第2章の回答肢選択モデルを一般的に拡張する。即ち、学習者の確信度に寄与する因子を強く反映したモデル、弱く反映したモデル、中間的に反映したモデルに従って、選択モデルを一般的に拡張する。実測結果と最も適合するモデルを用いる事によって、回答選択の過程を推測する事ができる。

第6章の回答選択の確信度では、回答者が回答選択するまでの思考過程におけ

る各思考は独立でなく、その思考が生起する以前の思考に依存する考えを導入した確率分布を提案している。その確率分布を用いる事によって、第5章の拡張回答肢選択モデルをある程度数量的に表現する事ができる。この方法によって、学習者の思考が流動的か固定的かを推測したり、問題の性質と思考との関連を調べることができる。又、話し合いの効果や確信度の変化を測定することができる。

以上が、学習者の2肢選択問題に対する回答選択の情報処理モデルの概要である。

次に、教授・学習行動の分析の概要について述べる。

第7章の授業分析と学習行動の分析では、授業要因の評価と学習行動の評価について述べる。ある授業を対象にして、各々の授業要因の中で、どの要因が授業の理解度に効果的であるかを、実測値に基づいて調べた。次に、学習行動を行動レベルでカテゴリーに分類し、実測値との対応によって、どのような学習行動が学習内容の理解に効果的であるかを調べた。また、効果的な学習行動の学習過程についてその構造を調べた。

第8章の教授・学習過程のパターン分析では、教授・学習行動のカテゴリー間の遷移パターンを取り扱う。グラフ理論を用いて、遷移パターンの階層型とネットワーク型の両方について表示する方法を提案する。授業の実測事例に適用し、本手法の効果についても述べる。

第9章の時系列クラスター分析では、時系列的にクラスター分析する方法を提案する。すなわち、授業を教授・学習行動のカテゴリーの時系列データで表すが、従来のクラスター分析では時系列の特徴を生かす事ができない。本手法によって、時系列データの特性を保存しながらクラスター分析する事ができる。授業の実測事例に適用し、本手法の適用結果において得られる知見についても述べる。

第9章の分割時系列クラスター分析は、時系列クラスター分析に、さらに授業過程を分割する方法を付加したものである。授業の実測事例に適用し、その結果についても述べる。

以上が、学習者の回答選択の情報処理モデル（第2章から第6章まで）と、教授・学習過程の行動分析（第7章から第9章まで）の概要である。この2つのアプローチによって、授業の実施過程に関して、システム工学的な手法の提案と得

られた知見について述べている。

### 1. 3 結果の概要

本研究で得られた結果の概要を、学習者の回答選択の情報処理モデルと、教授学習過程の行動分析の2つに分けて述べる。

#### A 学習者の回答選択の情報処理モデル

##### (1) 確信度を加味した新しい回答形式の提案

従来テスト等における回答に対して、その回答に対する確信度又は自信度を調べるために、回答の他に確信度を付記させる方法が知られている。しかしこの方法は、回答者が余分の情報を付記しなければならない事のために、回答者に心理的負担が大きく実用的でない。本研究では、2肢選択問題という限定された範囲であるが、確信度を加味した新しい回答形式を提案した。

##### (2) 確信度に関する知見

従来では人間の主観に関わる確信とか自信等については、確信度、自信度といった数量的パラメータで記述するだけであり、それがどのような過程で表出されたものか、それがどのような過程で変容していくかといった、確信度自身についての構造的な意味については研究されなかった。本研究によって、2肢選択問題という限定された範囲であるが、確信度についての意味的知見を調べる事ができた。

##### (3) クラス集団の正答確率分布に関する知見

2肢選択問題に対する正答確率分布については、従来ではほとんど研究されなかったが、本研究によって、その正答確率分布を得る事ができた。また話し合いによって、その正答確率分布の変化を調べる事ができるので、授業における話し合い効果を測定する事ができた。

##### (4) 話し合いによる確信度の変容に関する知見

話し合いという学習形態における確信度の変容過程について調べる事ができた。すなわち、話し合いによって、確信度の変化の回数、変化の割合等について推測する事ができた。

##### (5) 確信度に寄与する因子の評価

本研究によって、ある問題に対して、学習者の考え方がどの程度流動的であるか固定的であるかを判断する事ができた。又、確信度に寄与する因子

の大きさを評価することができるが、この方法によって、問題の性質のある程度推測することができた。

#### (6) 本研究の適用

本研究を教育実践の場で適用するためには、次の様な方法が考えられる。例えばレスポンスアナライザー（RA）で回答を集計し、その実測データを分析する事によって、

- 回答に対する確信度の程度、
- 話し合いによる確信度の変化の回数や程度、
- 正答確率の分布や、問題の性質の推測、

等であるが、これらの情報は、教師が授業を進行していく上での有効な情報となる。すなわち、ヒントや説明を与える時期等のように、教師が次の教授行動をおこす時の意思決定のための情報提供となる。さらに教育的には、学習者が互いに思考を深めるような問題内容が望ましいので、その望ましさを回答分布の形状や話し合いによる変化の程度によって調べる事ができる。例えば、学習者の考え方が始めから固定しているような問題や、話し合いによってもその回答分布に変化が生じないような問題は、学習者の思考を深めるという意味では適さない。逆に学習過程によって確信度の変化が大きい問題や、思考を変化させる回数や程度が大きいと推測される問題内容は、教育的な意味で有効な問題内容と考えられる。この様な問題内容の望ましさの指標に適用できる。

### B 教授・学習過程の行動分析

#### (7) 学習行動と授業要因の評価に関する知見

一般的な知見ではないが、学習行動の中には学習理解の上で、いくつかの効果的なレベルのある事が判った。また、最も学習効果のある学習行動を分析する事によって、その学習過程の構造を調べる事ができた。さらに、授業に関与する諸要因が、その授業の理解度に及ぼす影響度を評価する事ができた。

#### (8) 教授・学習行動のパターン分析手法の提案

教授・学習行動を遷移パターンとして表現する方法を提案したが、この方法によって、授業における行動の遷移の様子を視覚的に調べる事ができた。

(9) 教授・学習行動の時系列クラスター分析手法の提案

教授・学習行動の時系列変化の特性をそのまま保持しながら、クラスター分析する方法を提案したが、この方法を用いて授業の各場面において、いくつかの類似の行動系列を抽出する事ができる。以上のパターン分析手法と時系列クラスター分析手法を用いれば、授業研究の上で有効な情報を抽出する事ができる。なお、時系列クラスター分析手法は、2つのタイプを提案した。

以上が、本研究結果の概要である。次章以下、各内容について記述する。

## 第 2 章

### 回答肢選択モデル

## 第2章 回答肢選択モデル

選択肢の中で最も簡単な2肢選択問題について新しい回答形式を提案する。この回答形式において回答肢選択モデルを提案し、このモデルによる回答分布を定式化する。モデルによる回答分布と実測分布を比較する。

また、この回答肢選択モデルによる回答分布のシミュレーションを実施する。その結果、次のような知見を得た。

- (1) 選択モデルの理論分布と実測分布はよく適合する。
- (2) シミュレーションによって、回答者が回答肢をどのように選択していくかの過程を推測することができる。
- (3) 確信度の意味について知見が得られる。

本研究は、2肢選択問題という限定された範囲であるが、回答する過程を一種の情報処理過程と考えると、その過程を推測する方法を検討したものである。

本研究における回答肢選択モデルは、回答した結果の回答分布についてのデータ解析ではなく、回答にいたるまでの回答者の認知プロセスに注目してモデル構成していることに特徴がある。

### 2.1 まえがき

学習者が設問に対して回答するという過程を考えてみると、学習者の複雑な内的操作が伴う一種の情報処理過程と考えることができる。

このような過程の研究は、認知心理学や認知科学の分野で盛んである。

例えば、<sup>(2-1)(2-2)</sup>TVERSKYらは人間がどのようなプロセスで、ある項目を選択するかという選択モデルを、集合論的な記述によって研究している。

また、知識工学やCAI等の分野においても、回答そのものについての情報をとりあつかうだけでなく、その回答が出てきた過程を情報処理過程としてとらえ、これを構造的に表現し、コンピュータがその過程に対して応答するといった研究が盛んである。例えば、足し算や引き算の誤答に対して、その操作を手続きとして表現し、誤答のシミュレーションから、どの過程でエラーを生じたのかを推測するといった研究である。<sup>(2-3)(2-4)</sup>

いずれもその回答が出てくる過程に注目し、その構造を明らかにするか、そ

の構造の知識を利用するかというアプローチを用いている。

ところで、記述式ではない多肢選択問題に対して、統計処理やテスト理論等の方法、教育工学的方法によって数多く研究されてきた。例えば、藤田、佐藤<sup>(2-5)(2-6)</sup>らの等価選択肢数の概念や項目分析等がそれである。しかしながら、これらの研究は、回答選択の過程については注目しておらず、結果としての回答についての情報処理と考えることができる。

そこで、回答に対して自信度や確信度といった情報を付加することによって、学習者の回答に対する内的情報を取り込むといった方法も考えられた。例えば、藤田、成瀬らは、自信度と正誤の組合せによって、その反応時間をMCGILLの<sup>(2-7)</sup>モデルを用いて分析している、また、EBEL<sup>(2-8)(2-9)</sup>らも確信度を用いてテスト妥当性を論じている。

また、最近ではこのような確信度のとり扱いに対して、主観確率の立場から<sup>(2-10)(2-11)</sup>Belief 確率等の概念を用いて研究する方法も見受けられている。

さて、筆者は多肢選択問題の中で最も簡単な2肢選択問題について、その回答について新しい回答形式を考案し、さらに回答形式における回答分布に適合する回答肢選択モデルを提案するものである。

この回答肢選択モデルとは、回答そのものに対してではなく、回答する過程に注目しているモデルである。例えば、無意味つづりの記憶の情報処理モデルとしてEPAMがあるが、これは記憶の過程を構造的に表現し、そのコンピュータシミュレーション結果も、これまでの知見を十分に説明しているモデルである。<sup>(2-12)(2-13)</sup>

これは、無意味つづりの学習の過程を、弁別ネットと呼ばれるモデルを用いて学習していく過程をシミュレートし、記憶の干渉効果等もうまく説明している。

筆者は、2肢選択問題という狭い範囲であるが、AかBかという選択問題に対してその選択する過程に注目し、結果として得られる回答分布について知見を得ることを試みた。

さらに現実の教育実践の場では得られない情報を、このモデルによって推測することが可能な方法を考えた。

教育工学としては、さらにそのような回答形式を用いることが、教育実践の場で無理なく自然な形で実施される必要がある。研究のためでなく現実の教育

の中で生かされる必要があるが、本研究で述べる方法はどこでも簡単に実施することが可能であり、そこから得られる情報も興味深いものがある。

さらに確信度についても、無理に確信度を記入させることなく、その情報を得ることができ、かつその意味について検討することができる。以下その回答形式と、回答肢選択モデルおよびそのシミュレーション結果と実測値との適合について、報告する。

## 2.2 2肢選択問題の回答形式

### 2.2.1 回答形式

高等学校、高等工業専門学校、大学等の授業においては、授業が不活発なことがある。そこで、授業に話し合いを導入する。この場合、次のような授業方法を考える。

ある教材をテーマとして、始め学習者自身に考えさせる。次に授業への参加意欲を高めるために、グループ毎にまたは隣り同士で話し合いをさせる。このテーマまたは問題について、結論が出る場合もあれば出ない場合もあるが、いずれにしてもその結果をKR情報として学習者に確認させることが必要である。

この結果の確認の方法として、理科の授業においては学生実験または演示（デモンストレーション）を用いることは、その結果が強く印象付けられるために、授業展開方法としては興味ある方法である。以上の方法を図式化して示せば図2.1のようになる。

通常の授業プロセスは、Cが欠けることが多いわけであるが、CとDの間に授業者側からヒントを与えることもある。教授者と学習者の授業展開における活動は、図2.1の通りである。

この授業展開の長所としては、

- ① 実験または演示に対して大きい興味をもつ。
- ② 実験または演示の結果が、学習者側に強く印象付けられる。

しかし、短所として、

- ① 挙手をしないで迷っている学習者が多い。
- ② どの程度自信をもって挙手しているかが、フィードバックできない。

そこで改良の方法としては、挙手の代わりにレスポンスアナライザーか回答

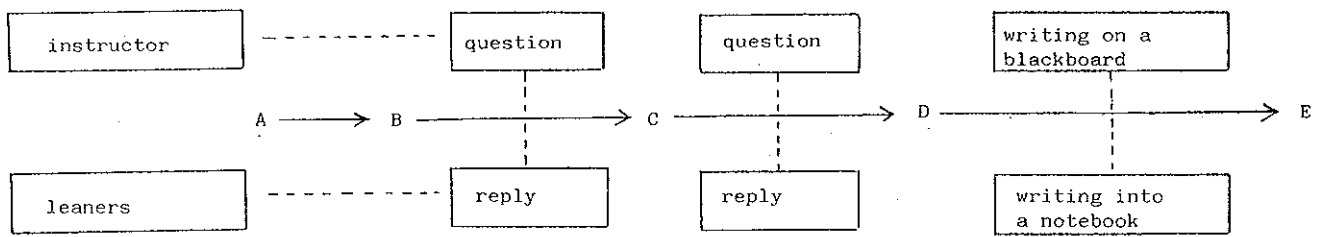
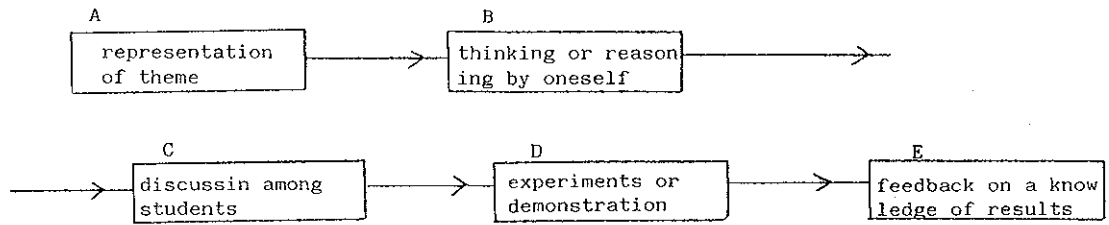


図2.1 授業展開の方法

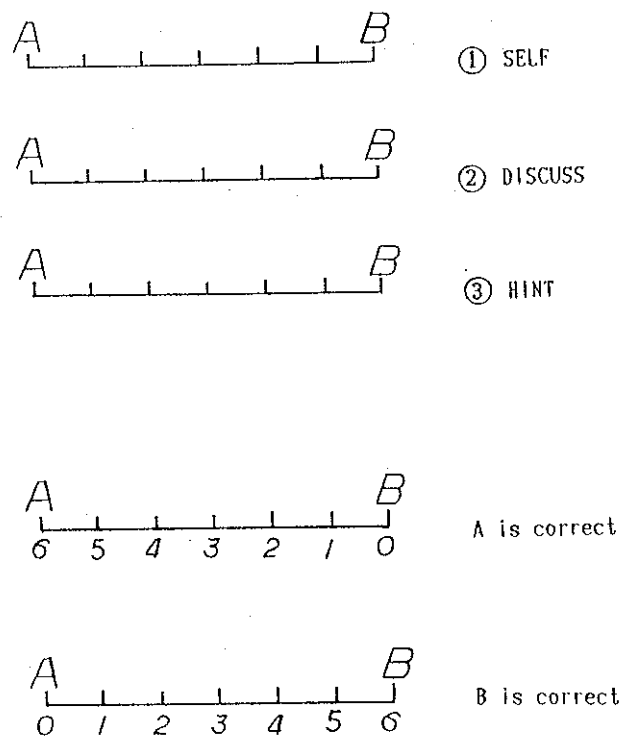


図2.2 回答形式と回答肢の値

用紙を用いるかが考えられるが、回答用紙を配布し記入する方法を考える。

さて以上のような授業展開におけるテーマ内容が、学習者自身による考察と推論および話し合いとして有効であるためには、経験的ではあるが次のような内容が妥当である。

- ① 計算しないで直観的に回答できる問題
- ② 経験的に推論できる問題
- ③ 誤まりやすい問題
- ④ 主観の要素の大きい問題

等がテーマの範囲であることが多い。このような問題（テーマ）設定をした時、経験的にその問題は2肢選択問題でよい場合が多い。

具体的事例を、図 2.4 に示す。

このように2肢選択問題とは、AかBかの2つの選択肢だけから構成されており、いずれか一方が正答であり一方が誤答である問題形式のことをいう。

ところでAかBかの選択に対しては、学習者に応じて確信度の程度が異なることが予想される。そこで、確信度を記入させる方法も考えられるが、筆者は回答形式を図 2.2 のように考案した。

図 2.2 における①～③の回答欄の意味は次の通りである。

- ① 自分自身で推論した時の回答 ( SELF )
- ② 話し合いの結果の回答 ( DISCUSS )
- ③ 教授者側のヒントを与えた時の回答 ( HINT )

通常の2肢選択問題の場合は、AかBか回答欄に記入するだけであるが、図 2.2 のように確信度（自信度）に応じて回答するのである。

AかBかまったく迷っている場合は真中に回答するであろうし、確信度の大きい場合は両端のAかBの近くに回答するであろう。各水準に対して、図 2.2 のように数値を与える。

0から6の数値は、確信度の情報を加味した順位尺度を示す。

この回答形式の特長は、次の通りである。

- ① 自信の程度が数量化できる。
- ② 学習者は迷わずどれかに記入できる。
- ③ 選択肢A、Bの間の各水準に対する説明文が不要である。すなわち、

2肢選択問題であれば、どのような問題に対しても同一回答形式でよい。

ここでこの回答形式と従来の方法を比較して、その特徴をさらに詳細に示す。

従来の確信度を記入させる方法では、解答の記述の他に、確信度という情報を新たに付記する必要がある。この方法は、例えば0から1までの数字か、1（確信度あり）、0（確信度なし）の記号の記入のどちらかが提案されているが、回答者の立場に立つ時、この余分の情報を付記することはかなり負担である。と同時に、0から1までの間の数字で確信度を表現する場合、確信度というあいまい情報を数値化することに困難性が伴う。また、1（確信度あり）、0（確信度なし）で記述する場合は、回答者としてはかなり迷うことがあると同時に、このようにあり、なしという2値で表現することは、あいまい情報を集約しすぎていると考えられる。

そこで、本回答形式では、AとBの数直線上の相対的位置関係から判断すればよいのであるから、上記の困難はとり除かれる。

さらに本回答形式の場合、選択肢A、Bの内容に依存せず、同一回答形式でよい。また本回答形式では、両端はAとBという記号にしかすぎないが、どちらかが正答でありどちらかが誤答であるという正誤の明確な情報が組み込まれている。

同時にこの正誤とは、Aが正答ならばBは必ず誤答であるという、反対語より強い2律背反の性質を持っている。したがって本回答形式のように、1次元上に対比することに意味がある。同時に、Bに近い水準に回答すればBに対する確信度が大きく、逆にAに対する確信度は小さい。真中の水準に回答すれば、両方の答に対する確信度が同じ程度、すなわち迷っていることを示す。

このように、本回答形式においては、A、Bが一方が正答で他方が誤答という明確な基準があるために、この各水準の回答は2肢の答に対する確信度情報を反映している。

ただし、Aに対して低い確信度を示し、かつAの反対である（またはAの否定である）Bに対しても低い確信度を許す立場の研究もある。<sup>(2-10)</sup> この立場は、確率でいえば、すべての事象の主観確率の和は必ずしも1でないということであり、新しい確率論の展開になる。したがってSHAFERらは、Belief確率と名付けているが、本回答形式における確信度の表現は、この立場に立

ってはいない。

以上のように本回答形式は、A、Bの記号とAB間の水準だけで構成される簡単な形式であり、A、Bの内容や各水準に対する説明文は不要である。ただし、本回答形式はこのような特徴を有しているが、一般の多肢選択問題や記述式問題には適用できない欠点がある。

そこで、この回答形式が有効に適用されるためには、その問題内容や授業での場面が限定されることになる。問題内容については前述したので、適用場面について示す。経験的ではあるが、以下のような場面が有効である。

- ① 授業の導入による動機付け
- ② 実験・演示の前の事前調査や動機付け
- ③ 仮説実験授業における事前の意見調査や動機付け
- ④ 話し合い授業や討論の場面
- ⑤ グループ学習における意見調査
- ⑥ 2肢選択問題のテストの形式

以上の場面は、2肢選択問題が比較的用いられやすい場面である。例えば授業の導入による動機付けでは、授業の導入時にある問題を提示して学習者に興味と関心を持たせ、授業の展開時でこれを学習させていく方法である。仮説実験授業の場合も同様で、あらかじめ仮説を立てて予想し、実験によってその生徒達の立てた仮説を検証していく方法である。しかしいずれの場合も、教師は生徒達がどの程度の確信をもって、問題に対する回答をしているのかわからない。同様に生徒側も迷っている場合に、A、Bと明確に答えることができない。

本回答形式は以上の欠点を補い、かつこのような実践の場面で適用することが可能である。

本研究では、主としてこの回答形式から得られる結果に基づいて、回答者の回答肢選択の過程を推測する方法を、以下のとおり示す。

さらにその結果から、回答肢選択と確信度の関係についても示す。

### 2.2.2 回答分布の考察

以上の回答形式による回答分布は、学習者の回答肢の選択過程を推論する手掛りになると考えられる。初めに、この回答分布について簡単な考察をする。

- (1) 学習者は、能力や直観や経験等を総合して回答すると考えられるが、その正答確率を  $p$  とおく。(  $0 \leq p \leq 1$  )
- (2) 2肢選択しかないのであるから、思考は正答か誤答かのどちらかであり、その思考を  $z$  (正答  $z=1$ , 誤答  $z=0$ ) とおくと、思考の過程  $\mathbf{Z}$  は、 $\mathbf{Z} = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$  として表現される。
- (3) いま、 $n$  回の思考の過程を考え、 $n$  回中正答を  $x$  回思考した時、回答肢  $x$  を選択すると仮定する。この場合回答肢が 0 から 6 までの分割による回答形式であるから、 $n=6$  と仮定する(一般には  $n$  分割)。
- (4) すべての思考過程のパターンを考えると、 $n$  回中  $x$  回正答をする組合せは  ${}_n C_x$  となり、その回答分布は 2 項分布になると推測される。

ところで実測値の一例を図 2.3 に示す。

実測値は、物理の簡単な問題について、高校生を対象として 6 クラス 252 名に対して得られた。この授業は物理の波動の単元であり、その問題は授業の導入として設定された。問題内容の一部を図 2.4 に示すが、問題番号 I から VII までは波の進行の問題、VIII は斜面上の運動の問題であるが、⑩だけは正答が A でも B でもない特別な問題である。

この波の進行の問題は、授業の導入として適切である。何故ならば、通常この単元の学習はシャイプ式の波動実験器を用いて演示される。しかしこの実験結果は観察するだけであるから、学習の定着が困難である。したがってこの授業の導入において、その現象についての興味と関心を事前に持つておくことによって、その実験結果が強く印象付けられ、学習が定着しやすい。

このような授業を 6 クラスについて 2 回実施し、その結果の代表的な回答分布を示したものが図 2.3 であり、まとめたものが図 2.5 である。

図 2.3 は正答確率  $p$  の高い場合と低い場合の代表的な回答分布例である。一般的に正答確率  $p$  が高い場合は分布は似た形状になりやすいが、回答確率が低い場合は図 2.3 のように典型的な U 字分布を示すので、2 項分布が適合しないことは明らかである。

このことは、単純なこのようなモデルではこの回答分布を説明できず、その選択にいたるまでの思考過程を説明できない。そこで新しい回答肢の選択モデルを提案する必要がある。

2 肢選択問題は、一般の多肢選択問題にとって基礎的な意味を持っており、

図2.3 実測データの事例

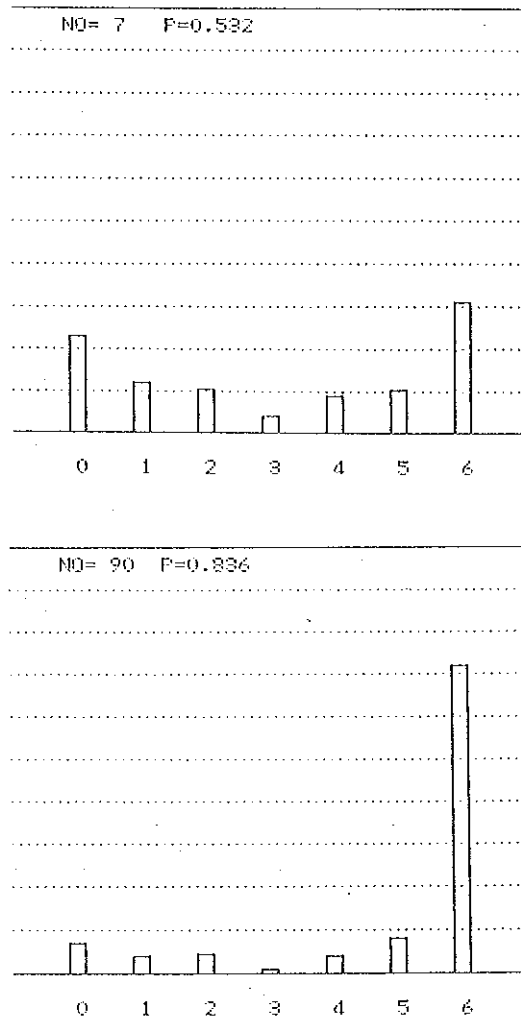
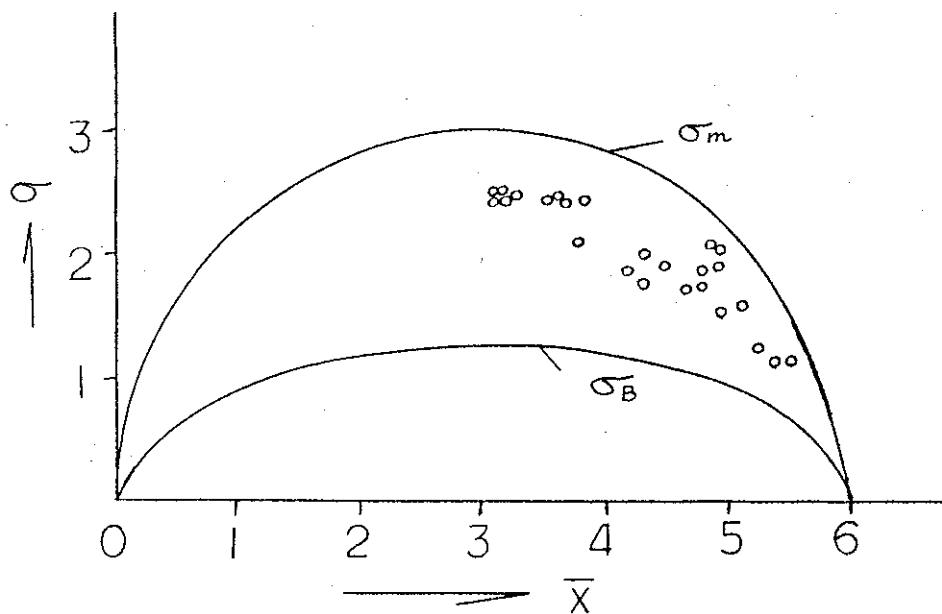
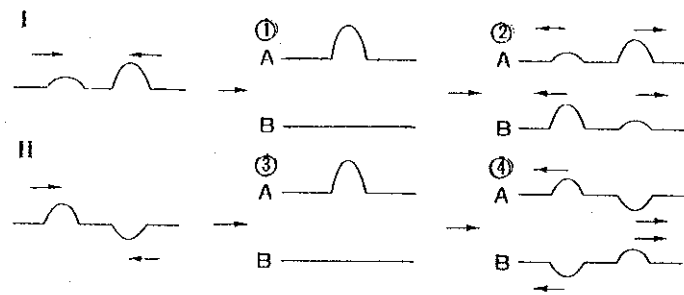
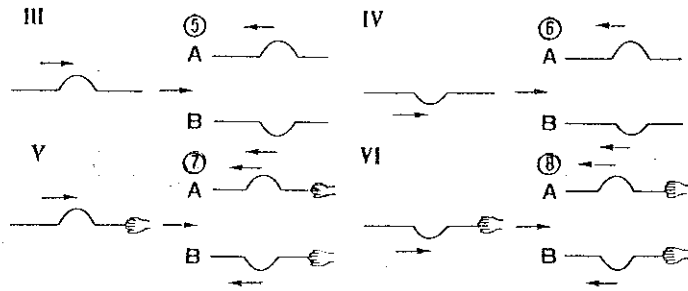


図2.5 実測データの  $\bar{x}$ - $\sigma$  平面上での分布

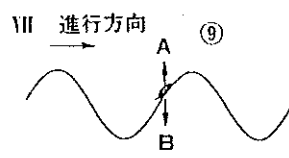




① ③：波の重ね合せ  
② ④：波の独立性

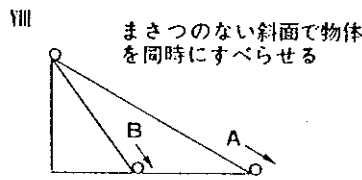


⑤ ⑥：自由端での反射  
⑦ ⑧：固定端での反射



水面上の木の葉の振動方向

⑨：波の進行  
⑩ ⑪：斜面上での運動



⑩ 速さはどちらが大きいか  
⑪ どちらが先につくか

この図中にある2肢選択問題の事例は、テスト問題ではなく、授業展開の中で実施したワークシートである。学習の動機付けとして活用した事例でありその後波動実験器を用いて演示して、結果を確認させる展開である。したがって問題内容は、教師による説明であるが、上記のワークシート内の2肢選択問題の概略は、以下の通りである。

- I. 図のような山と山のパルスの波が衝突した時の波形は、①のAかBか。またその後波が進行していく様子は、②のAかBか。
- II. 図のような山と谷のパルスの波の衝突についての2肢選択問題であり、Iと同様の問題内容。

- III. 図のような山のパルスが自由端で反射した時、反射した波形は⑤のAかBか。
- IV. IIIと同様に谷のパルスの場合の問題。
- V. 図のような山のパルスが固定端で反射した時、反射した波形は⑦のAかBか。
- VI. Vと同様に谷のパルスの場合の問題。
- VII. 図のように波が右側に進行している時、水面上に浮んでいる木の葉が、次に振動する方向はAかBか。
- VIII. ワークシートの説明通りの問題。ただし、⑩の問題の解は、AでもBでもない。

図2.4 2肢選択問題の事例

選択のための思考プロセスを理解する上で必要だと考えられるからである。

ところで、この回答形式における実測分布の大まかな分布形状を調べるために、図 2.5 に平均値( $\mu$ )と標準偏差( $\sigma$ )の 2 次元平面でのプロット図を示す。

図中、 $\sigma_m$  は  $\sigma$  の最大値を示す。 $\sigma_m$  の時の期待値を  $\mu_m$  とおけば、 $\sigma_m = \sqrt{\mu_m(n - \mu_m)}$  であることは、簡単に導出できる。また図中  $\sigma_B$  は 2 項分布を示し  $\sigma_B = \sqrt{\mu_B(1 - \frac{\mu_B}{n})}$  である。期待値が等しい時、 $\sigma_m = \sqrt{n\sigma_B}$  の関係がある。図 2.5 で明らかなように、実測分布は 2 項分布より分散が大きく適合しない。

このことは、次のことを意味している。

正答か誤答かを何回か思考して、正答を思考した回数が多ければ多いほど正答に対する確信度が高いと簡単には考えられるが、実測値はそのような単純な仮定に適合しないことを示している。

## 2.3 回答肢選択モデルとシミュレーション

### 2.3.1 回答肢選択モデル

2 項分布で説明できないことはわかったが、その不備な点は、正答の思考回数  $x$  が回答肢  $x$  に相当するという仮定である。

例えば、今回答肢の選択のレベルが 0 から  $n$  までであったとする。仮に、正答か誤答かのどちらかを  $n$  回思考して、 $n$  回とも正答を思考したとすれば、正答に対する確信度は極めて高い。これに対し、 $n$  回中半分の回数正答を思考したとすれば、半分は誤答を思考したのであるから、選択のレベルは、迷っている選択肢、すなわち本回答形式では  $x=3$  にあるであろう。このように  $n$  回思考中正答を  $x$  回思考した時、正答に対する確信度 ( $x/n$ ) と対応させる。仮に  $n=6$  水準である場合に、 $\mathbf{Z} = (1, 0, 0, 0, 1, 1, )$  の思考パターンであれば、正答  $x$  の回数は 3 であるから回答肢 3、すなわち A と B の真中の回答肢を選択するであろうという仮定である。ところがこの仮定は、すでに示したように実測値に適合しないことは明らかである。

そこで、回答肢  $x$  を選択するまでにいたる思考の過程を、いくつかの選択の尺度を反映した基準によってふるい分けるというモデルを考えた。以下それを示す。

ある回答肢  $x$  を選択をするまでに A か B かの思考のプロセスがある。これは時系列変化であるから A と B の 2 値パターンで表現される。これを  $n$  回思

考の時系列パターンと呼び、 $\mathbf{Z} = \{ z_1, \dots, z_i, \dots, z_n \}$  で表す。

ここに提案するモデルでは、次の3因子によって回答肢  $x$  を選択するという考えである。

図 2.6 にこのモデルの流れ図を示す。

選択基準の3因子について簡単に記す。

(1) 最後の連の長さ ( $l \geq n_1$ )

最も確信度の大きい  $x=0, 6$  の回答肢を選択するのは、何回続けて最後に同じ思考をしたかによると設定するのである。その最後の連の長さ  $l$  が、ある基準値  $n_1$  より大きいかどうかを選択基準として設定する。これは、選択の確信度の大きさの尺度として、最後の連の長さで表す事を意味する。

(2) 連の数 ( $r \leq n_2$ )

次の基準は、連の数  $r$  であると設定する。連の数は正答と誤答の入れ替りの数のことであるから、 $r$  が大きい時は迷っている場合であり、小さい時はある程度確信のある場合であろう。

すなわち、迷いの尺度として連の数を設定する。

(3) 正答の数と誤答の数の大小

正数の数 ( $Z$ ) が誤答の数 ( $\bar{Z}$ ) より大きい時、最後の思考  $z_n$  が正答の時は多少確信が高いと考えられ、誤答の時は確信が低いと考えられる。逆に  $\bar{Z}$  が  $Z$  より大きい時、最後の思考  $z_n$  が誤答の時は多少確信が高いと考えられる。

以上のように、回答肢  $x$  を選択するのは、思考 ( $z, \bar{z}$ ) の2値の時系列パターンと考え、3つの確信度の尺度を導入して、その基準によってふり分けられる内的な情報処理過程と考えるのである。

### 2.3.2 シミュレーションによる回答分布

図 2.6 で表現された回答肢選択モデルによるコンピュータシミュレーションの方法を以下に示す。

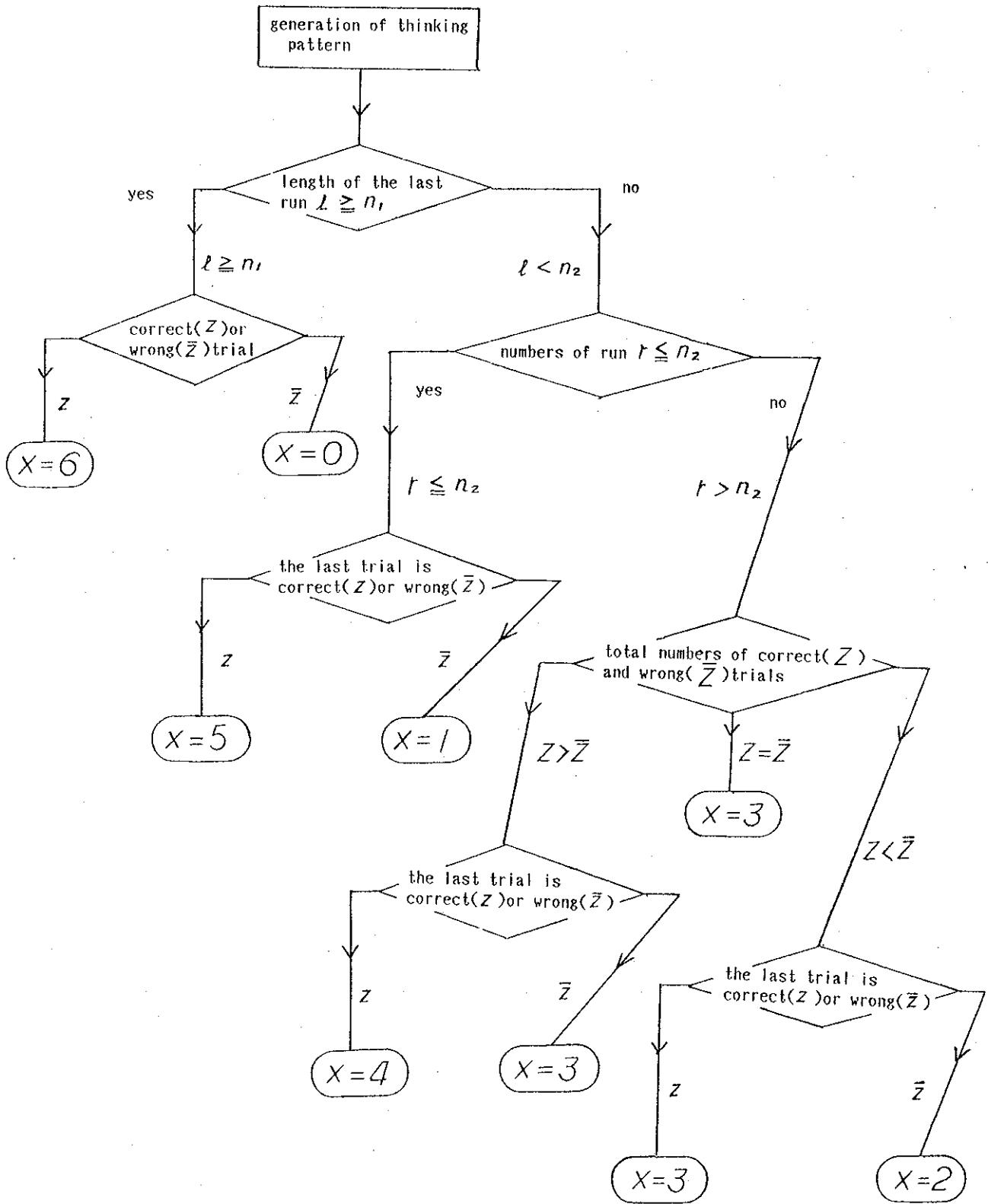
(1) 思考の回数  $n$  を6回と設定する。

(2) 最後の連の長さの基準  $n_1$  を、 $n_1 = 2, 3$  と設定する。

(3) 連の数の基準  $n_2$  を、 $n_2 = 3, 4$  と設定する。

(4) 思考の時系列パターン  $\mathbf{Z} = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$  をすべての場合につ

図 2.6 回答肢選択モデルの流れ



いて発生させる。

(5)  $n_1$  と  $n_2$  の組合せ  $(n_1, n_2)$  について回答肢選択モデルに従って、回答肢  $x$  を選択する時系列パターンの集合  $\mathbf{Z}(x)$  を求める。

(6)  $\mathbf{Z}(x) = \{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_i, \dots, \mathbf{Z}_k\}$  とおく。 $\mathbf{Z}_i$  の時系列パターンにおいて、正答  $z (= 1)$  の総数を  $x_i$  とおけば、誤答  $\bar{z} (= 0)$  の総数は  $n - x_i$  である。正答確率  $p$  を用いて、回答肢  $x$  における確率は  $q = 1 - p$  とおいて、次式で求められる。

$$F_x(n_1, n_2, p) = \sum_{i=1}^k p^{x_i} q^{n-x_i}$$

(7) 明らかに、 $\sum_{x=1}^n F_x(n_1, n_2, p) = (p+q)^n = 1$  の条件を満足する。

(8) 実測分布との関連は、 $F_x(n_1, n_2, p)$  で求まる回答分布の期待値と、実測分布の平均値を等しい条件下で、 $p$  を求める。

例として図 2.7 に  $n_1 = 2, n_2 = 4$  の場合における時系列パターンの回答肢  $x$  におけるふるい分けの分布を示す。U 字分布に似た時系列パターンの集合になっていることがわかる。

次に正答確率  $p$  を変化させた時の  $F(n_1, n_2, p)$  の期待値  $\mu$  の変化のシミュレーション結果を、図 2.8 に示す。

2 項分布  $B(n, p)$  においてその期待値  $\mu_B$  は、 $\mu_B = np$  であるから  $p$  に対して直線になるが、 $F(n_1, n_2, p)$  の場合は、図 2.8 に見られるように以下の性質を持つ。その期待値  $\mu_F (= \sum_{x=0}^n x \cdot F(n_1, n_2, p))$  は、

$$\begin{cases} \mu_F \geq \mu_B & (0 \leq p \leq 0.5 \text{ の時}) \\ \mu_F \leq \mu_B & (0.5 \leq p \leq 1.0 \text{ の時}) \end{cases}$$

$p = 0, 0.5, 1.0$  において等号が成立する。図 2.8 は、 $n_1 = 2, 3, n_2 = 3, 4$  のすべての組合せによる結果を示す。

さてこの図 2.8 を用いて、実測分布の平均値とこのモデルによる期待値  $\mu_F$  が等しい場合における回答分布を比較することができる。

すなわち、

(1)  $\bar{x} = \sum_{x=0}^n x f(x) / N$  により、実測値の平均値  $\bar{x}$  を求める。 $N$  は回答者総数。

(2) 図 2.8 を用いて、 $\bar{x} = \mu_F$  とおき対応する正答確率  $p$  を求める。

(3)  $F_x(n_1, n_2, p)$  に代入して、回答の確率分布を求める。

(4) 実測の比率  $f(x)/N$  と比較する。

0	1	2	3	4	5	6
111000	111110	010010	101010	110101	111101	111111
110000	111010	001010	101001	101101	111001	110111
100000	110110		100101		110001	101111
011000	110010		011010		100001	100111
010000	101110		010110		011101	000111
001000	100110		010101		011001	011111
000000	100010				010001	010111
101000	011110				001101	001111
111100	001110				001001	111011
110100	000110				000101	110011
101100	000010				000001	100011
100100						011011
011100						010011
001100						001011
000100						000011
010100						101011

$n_1=2, n_2=4$

図2.7 回答肢へのふるい分けの例

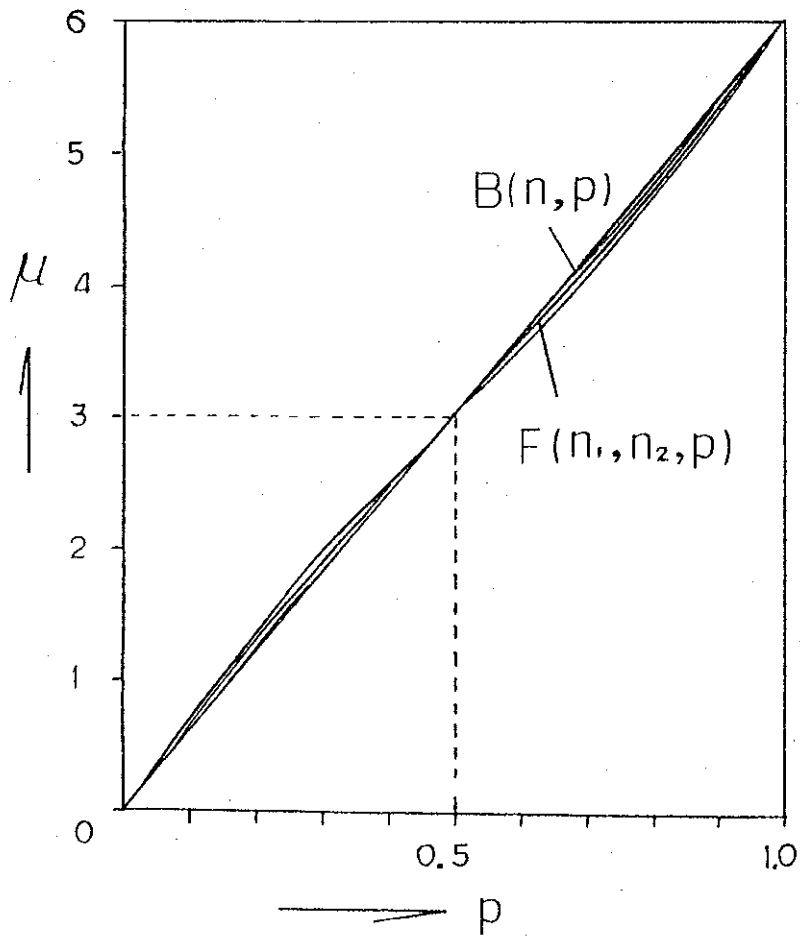


図2.8 正答確率  $p$  と期待値  $\mu$  の関係

以上の手順で求めたモデルによる確率分布と実測分布の比較を図 2.9 に一例を示す。

図において、その回答分布の形状を直観的にもうまく表現していることがわかる。図中、白棒グラフは実測分布であり、黒棒グラフはモデルによる確率分布を示す。

正答確率  $p$  が 1 に近づくとつれて単峰型の分布になるので、分布の形状は類似してくる。 $p$  が 0.5 付近の分布の形状は U 字分布を示しており、A と B に分かれている様子を表わしている。

本研究で提案している回答肢選択モデルは、解釈しやすいという特徴がある。例えば、この 2 肢選択問題においては、正答確率  $p$  が 0.5 付近では、6 回思考の時系列において、

- (1) 最後に 2 回程度続けて正答(z)を思考した場合回答肢 6 を選択し、誤答(z)を思考した場合回答肢 0 を選択する。
- (2) (1)の条件に合わない場合、正答と誤答の入れ替わりの数、すなわち連数の数が 4 回程度以下の場合、最後に正答または誤答を思考したかどうかで、回答肢 5 または 1 を選択する。

等の選択過程をモデル的に推論することができる。実測分布との適合度の様子を、図 2.10 に示す。図中  $\sigma_F$  が本研究における回答分布  $F_x(n_1, n_2, p)$  を用いた、期待値  $\mu$  と標準偏差  $\sigma$  との関係を示す曲線である。曲線は、 $(n_1, n_2)$  の組合せで示したものである。したがって最大値と最小値の曲線を与えているので、 $\sigma_F$  の幅を示している。当然ながらこの図だけで適合度を判定することはできないが、実測分布とモデルによる確率分布は直観的にもよく適合していることがわかる。

なお、 $n_1$  と  $n_2$  の組合せを適当に選ぶことによって、実測分布との適合度は  $\chi^2$ -検定によって、ほとんどが有意差なしと判定された。

以上から本研究で提案する回答肢選択モデルは、図 2.9 および図 2.10 に示されるように、2 肢選択問題という限定された範囲であるが、回答肢選択にたまるまでの過程をモデル化したものであり、実測の回答分布をうまく説明している。  
(2-14)

### 2.3.3 回答肢選択モデルの考察

本回答形式を用いて回答を記入する場合、回答者はある確信度をもつ

図2.9 実測分布とモデルによる分布との比較

但し、白棒グラフは実測分布を

黒棒グラフはモデルによる分布を示す

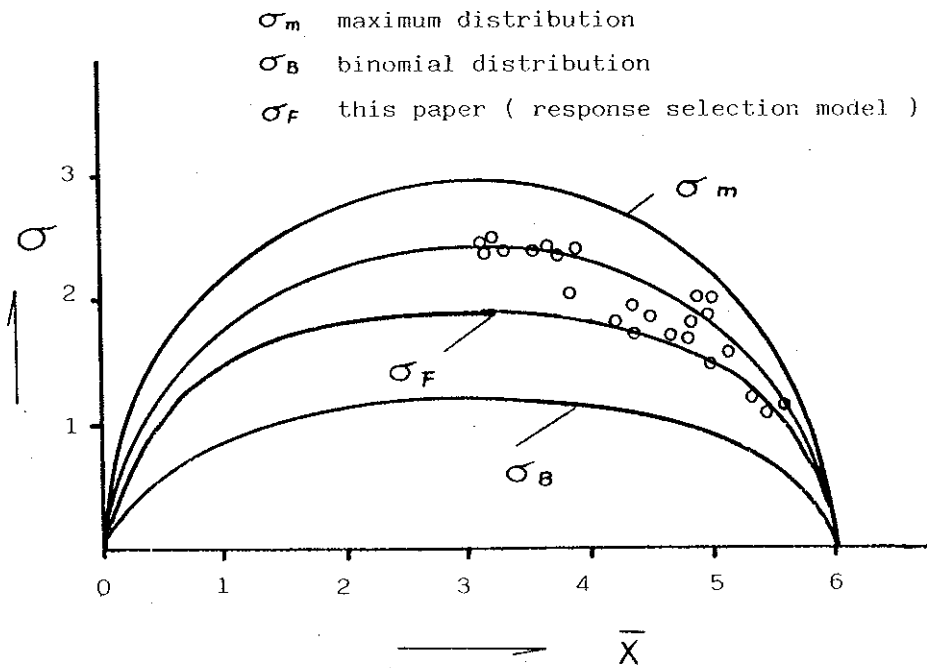
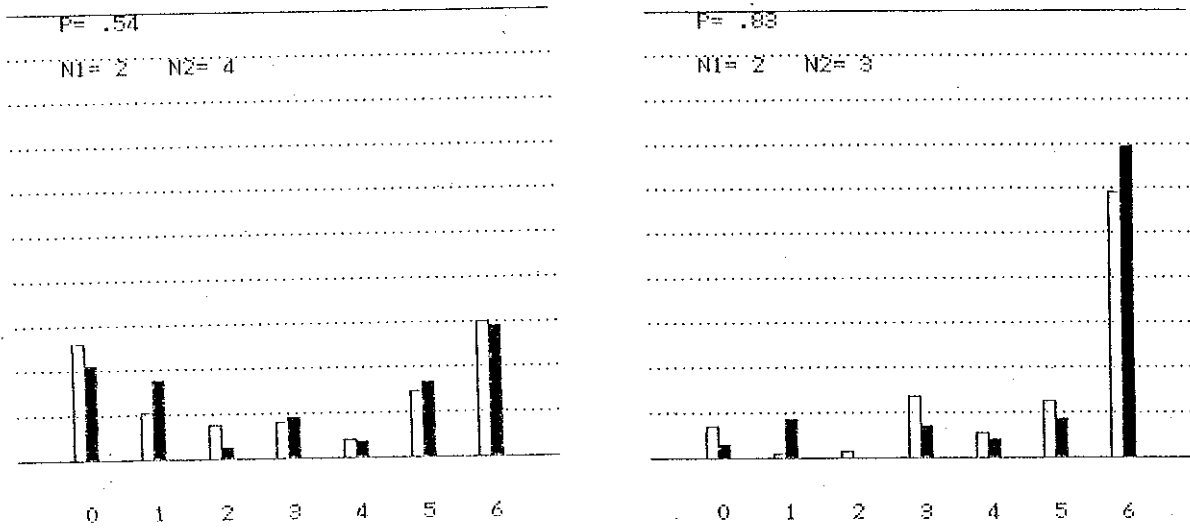


図2.10  $x - \sigma$  平面上での実測データとモデルとの適合度

て回答肢を選択する。この場合、回答肢 0 から 6 の間で 6 に近い回答肢を選択すれば正答に対して確信度が高く、0 に近い回答肢を選択すれば誤答に対して確信度が高い。しかしこの確信度の意味はあいまいであり、どのような過程を経てそのような確信度を持ったかという問いには答えられない。

そこで、本回答形式におけるある回答肢を選択するというプロセスを考えると、選択肢は A か B かのどちらかしかない訳であるから、その思考過程は A か B か、すなわち正答か誤答かの 2 値の時系列パターンで表わされる。

最も簡単に考えれば、その思考回数の中で正答を思考した回数が多いならば正答に確信度が大きく、誤答を思考した回数が多ければ誤答に対する確信度が大きいであろう。

ところが実測の結果が示すように、この仮定ではうまく説明できない。

その理由の 1 つは、正答の回数という点にある。すなわち、A か B かを何回か思考した時、同じ A でも始めに思考したのか最後に思考したのかという位置で異なる。ある時間、すなわちある回数思考した時、その最後に思考した A のほうがそれ以外の A よりも、回答肢選択における A に対する確信度が大きい。最後に何を思考したかが、選択する時の大きな要因になる。このような因子を 3 つ設定したモデルを提案した。すなわち、その思考がどの位置にあり、何回続けて思考したのか、思考が何回入れ替わったのか、全体で何回思考したのかという因子である。

このような選択プロセスである回答肢を選択したとすれば、うまく実測値と適合することがわかった。このことは、確信度についてある意味を与えることになると思われる。

確信度は、回答者のある回答に対する主観的な統合された値であろう。それは結果としての値であって、何回か思考した中で、最後に A を思考したために A に対する確信が大きくなり、A の近くの回答肢を選択したかもしれない。あるいは、A を 2 回程度続けて思考したために、A についての確信度が大きくなった結果かもしれない。

このように、結果としての値である確信度に対して、上記の 3 つの因子の組合せによってふり分けられてある回答肢を選択する、すなわちある確信度をもって回答する、その選択のプロセスを想定すれば実測値をうまく説明することができる。

したがってこの結果から言えることは、確信度に与える影響は、最後に何を思考し何回繰り返して思考したのか、何回思考を入れ替えたのか、全体で何回思考したのかという3つの因子であろうということと、上記の順で影響が大きいであろうと推測される。

ただし、これは一般的な結果ではなく、問題の内容に依存するが、本事例のように直観的に答える問題や計算しないで経験的に回答できる問題に対して、および高校生を対象とした回答者の場合の結果である。

## 2.4 回答の確率分布の定式化<sup>(2-15)</sup>

2.3.1の回答肢選択モデルで示した選択基準の因子について、次のように設定する。

ここで基準値  $n_1$  を、 $n$  回思考過程全体の連の長さの期待値  $(\bar{l})$  とおく。また基準値  $n_2$  を、 $n$  回思考過程全体の連の数の期待値  $(\bar{r})$  とおく。従って、この回答肢選択モデルによる回答肢  $x$  の確率分布は、 $F_x(n, p)$  と表すことができる。但し、 $n$  は思考回数、 $p$  は正答確率である。ここで  $n$  回思考過程全体とは、可能な  $z$  のすべての2値パターンを示す。従って、 $n$  回思考過程において  $2^n$  個のパターンが存在する。 $n$  が増大するとパターンの数が指数的に増大するので、シミュレーションによって回答分布を予測するには膨大な計算時間を必要とする。このことと確率分布を客観的に表現することの意味を含めて、本研究で提案する回答肢選択モデルによる確率分布  $F_x(n, p)$  の定式化を以下の通り示す。

### (a) 連の長さの期待値 $\bar{l}$ および連の数の期待値 $\bar{r}$

$n$  回思考過程  $Z = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$  において、連の長さ  $l$  の数  $n(l)$  は次式で表される。

$$n(l) = \begin{cases} (n-l-1)2^{n-l-2} + 2^{n-l} & (l \leq n-1) \\ 1 & (l = n) \end{cases} \quad (1)$$

(証明)  $Z = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$  において長さ  $l$  の連を考える。

#### (i) $l$ が両端に来た時

$(\underbrace{z_1, \dots, z_l}_l, \underbrace{z_{l+1}, z_{l+2}, \dots, z_n}_{n-l-1})$  であり  $2^{n-l-1}$  通りある。これが2通り

あるから、 $2 \cdot 2^{n-l-1} = 2^{n-l}$  通りある。

(ii)  $l$  が両端でない時

$$( \underbrace{z_1, \dots, z_p}_{a}, \underbrace{z_i, \dots, z_q}_l, \underbrace{\dots, z_n}_b )$$

図のように  $a+b=n-l-2$  であるから、この時、 $2^{a+b}=2^{n-l-2}$  通りある。

$l$  の位置は  $a=0$  から  $a=n-l-2$  の  $n-l-1$  通りある。

故に、この時は  $(n-l-1) \cdot 2^{n-l-2}$  通りある。

(i)と(ii)の和であるから、

$$n(l) = (n-l-1)2^{n-l-2} + 2^{n-l} \text{ である。}$$

$l=n$  の時は、明らかに 1 通りであるから式(1)を得る。

式(1)を用いて  $\bar{l}$  を次式で求める。

$$\bar{l} = \frac{\sum_{l=1}^n l n(l)}{\sum_{l=1}^n n(l)} \quad (2)$$

$$\sum_{l=1}^n l n(l) = n 2^{n-1}$$

$$\sum_{l=1}^n n(l) = n 2^{n-1} - (n-1) 2^{n-2} \text{ から}$$

$$\bar{l} = \frac{2n}{n+1} \quad (3)$$

を得る。

次に、連の数の期待値  $\bar{r}$  を求める。

$Z = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$  において、 $n$  回思考過程の中で  $r$  個の連の数を  $R(r)$  とおくと、 $R(r) = 2_{n-1} C_{r-1}$  で得られる(証明略)。

故に  $\bar{r}$  は次式で求められる。

$$\bar{r} = \frac{\sum_{r=1}^n r R(r)}{\sum_{r=1}^n R(r)}, \quad \sum_{r=1}^n R(r) = 2^n \text{ および}$$

$$\sum_{r=1}^n (r-1)_{n-1} C_{r-1} = (n-1) 2^{n-2}$$

の関係式を用いて計算すれば、

$$\bar{r} = \frac{n+1}{2} \quad (4)$$

を得る。

これは、 $\bar{r} \cdot \bar{l} = n$  なる関係式を満足している。

(b)  $X = 0, X = 6$  における確率  $F_0(n, p), F_5(n, p)$

$X = 0, X = 6$  の回答肢の選択条件は、最後の連の長さを  $l$  とすると、  
 $l \geq \bar{l}$  の条件である。

$n$  回思考過程  $Z$  で、最後の連の長さが  $l$  で、かつ  $Z$  の中に正答  $x$  又は誤答の思考の数が  $x$  ある場合の数を、 $S(n, l, x)$  とおくと、

$$S(n, l, x) = \begin{cases} {}_{n-l-1}C_{x-l} & (l \leq n-1) \\ 1 & (l = n) \end{cases}$$

で得られる。

(証明) 最後の長さが  $l$ 、故に隣接した 1 個を除いた  $(n-l-1)$  個の中から  $(x-l)$  個をとり出す組み合わせの数であるから、 ${}_{n-l-1}C_{x-l}$  である。  
 $l = n$  の時は、明らかに 1 である。

後の議論のため、 $\bar{n}, \bar{l}$  はとりあえず整数値として取り扱う。

回答肢選択モデルから、 $F_0(n, p), F_5(n, p)$  は次式で求められる。

$$F_5(n, p) = \sum_{l=\bar{l}}^n \sum_{x=l}^{n-1} S(n, l, x) p^x (1-p)^{n-x} \quad (5)$$

上式において、 $p = 1-p$  とおけば  $F_0(n, p)$  が求まる。

$$F_5(n, p) = \sum_{l=\bar{l}}^n \left( \sum_{x=l}^{n-1} {}_{n-l-1}C_{x-l} p^x (1-p)^{n-x} \right), \quad x-l = x' \text{ とおいて変形し,}$$

$$(p+q)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k p^k q^{n-k}$$

なる関係式を用いて計算すると、

$$F_5(n, p) = p^{\bar{l}} \quad (6)$$

$$F_0(n, p) = (1-p)^{\bar{l}} \quad (7)$$

なる簡単な分布式を得る。

(c)  $X = 1, X = 5$  における確率  $F_1(n, p), F_5(n, p)$

$n$  回思考過程  $Z$  の中で、最後の連の長さが  $l$  で、かつ連の数が  $r$  の時、その最後の連と同じ思考の個数が  $x$  個の時の場合の数を  $L(n, l, r, x)$  とおき、これを始めに求める。

準備として  $m$  個の正答(1)と  $s$  個の誤答(0)があって、これを  $r'$  個の連に分ける場合の数を求める。

(i)  $r'$ が偶数の時

$$r' = 2k \text{ とおいて, } {}_{m-1}C_{k-1} \cdot {}_{s-1}C_{k-1}$$

(ii)  $r'$ が奇数の時

$$r' = 2k+1 \text{ とおいて, } {}_{m-1}C_{k-1} \cdot {}_{s-1}C_k$$

(証明)  $r' = 2k$ の時, 正答1の連の個数も誤答0の連の個数も共に  $k$  個ある。故に,  $m$  個を  $k$  個の連に分ける場合の数は,  ${}_m C_{k-1}$  通りある。同様に,  $s$  個から  $k$  個の連に分ける場合の数は,  ${}_{s-1} C_{k-1}$  である。各々独立事象であるから,  ${}_{m-1} C_{k-1} \cdot {}_{s-1} C_{k-1}$  で得られる。

$r' = 2k+1$ の時,  $m$  個の思考の方を  $k$  個の連とすれば,  $s$  個の思考は  $k+1$  個の連がある。故に,  $r' = 2k$ の時と同様にしてその場合の数は,  ${}_{m-1} C_{k-1} \cdot {}_{s-1} C_k$  通りある。

以上の準備から  $L(n, l, r, x)$  を求める。  $n$  回思考過程  $Z$  において, 最後の連の思考を正答1と仮定しても一般性を失わない。

最後の連の長さが  $l$  であるから, この最後の連を除いた思考  $(z_1, \dots, z_{n-l})$  は  $(n-l)$  個の過程であり, 正答1を含む個数は  $(x-l)$  個であり, 誤答0の個数は  $(n-x)$  である。

正答1の個数が  $x$ , 最後の連の長さ  $l$ , 連の数が  $r$  の時,  $(z_1, \dots, z_{n-l})$  の連の数は  $(r-1)$  である。そこで,  $(r-1)$  が偶数か奇数かによって,  $L(n, l, r, x)$  を求めることができる。

(1)  $r-1=2k$  の時

$r = 2k+1$  で  $r$  が奇数の時, (ii)式において,  $m = x-l$ ,  $s = n-x$  を代入して,

$$L(n, l, r, x) = {}_{x-l-1} C_{k-1} \cdot {}_{n-x-1} C_{k-1}$$

(2)  $r-1=2k+1$  の時

$r = 2k+2$  で,  $r$  が偶数の時も同様に,  $m = x-l$ ,  $s = n-x$  を代入して,

$$L(n, l, r, x) = {}_{x-l-1} C_{k-1} \cdot {}_{n-x-1} C_k$$

以上をまとめて,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(i) } r = 2k+1 \text{ の奇数の時} \\ L(n, l, r, x) = {}_{x-l-1} C_{k-1} \cdot {}_{n-x-1} C_{k-1} \quad (8) \\ \text{但し, } (k=1, 2, \dots \text{の時}) \end{array} \right.$$

(ii)  $r = 2k + 2$  の偶数の時

$$L(n, l, r, x) = \begin{cases} 1 & (k = 0 \text{ の時}) \\ x^{l-1} C_{k-1} \cdot n^{x-1} C_k & (k = 1, 2, \dots \text{の時}) \end{cases} \quad (9)$$

以上の  $L(n, l, r, x)$  を用いて,  $F_5(n, p)$ ,  $F_1(n, p)$  は, 次のように求められる。  $n, l, r$  が与えられた条件での正答 1 の個数  $x$  を求めておく。その時の正答 1 の個数  $x$  の最大値  $x_{\max}$ , 最小値  $x_{\min}$  は次式で与えられる。

$$x_{\min} = l + k$$

$$x_{\max} = \begin{cases} r - k & (r \text{ が奇数}) \\ r - k - 1 & (r \text{ が偶数}) \end{cases}$$

但し,  $k$  は,  $r = 2k + 1$  (奇数の時),  $r = 2k + 2$  (偶数の時) で与えられる整数値を示す。

上記の  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$  の値は,  $n, l, r$  が与えられる条件下での  $x$  の最大値, 最小値を示す。

(証明)  $n$  回の思考過程  $\mathbf{Z}$  において

$$\mathbf{Z} = (\underbrace{z_1, \dots, z_{n-l}}_{n-l}, \underbrace{z_{n-l+1}, \dots, z_n}_l)$$

最後の連を除いた思考過程を  $\mathbf{Z}' = (z_1, \dots, z_{n-l})$  とおく。最後の連の思考を正答 1 と仮定しておく。連の数が  $r$  の時,  $\mathbf{Z}'$  の連の数は  $(r-1)$  個ある。

$r-1 = 2k$  の時, 0 の連の数も 1 の連の数も  $k$  である。  $r-1 = 2k+1$  の時, 0 の連の数は  $(k+1)$  個, 1 の連の数は  $k$  個ある。

故に,  $(r-1)$  個の連が偶数, 奇数に無関係に 1 の連の数は  $k$  個存在する。 $x$  の最小値は,  $l$  と  $\mathbf{Z}'$  の思考過程における正答 1 の数の最小値の和である。 $\mathbf{Z}'$  の正答 1 の数の最小値  $x'_{\min}$  は,  $k$  個の連が 1 個の正答 1 から成り立っている時である。

$$\text{故に } x'_{\min} = k, \text{ 故に } x_{\min} = l + x'_{\min} = l + k$$

次に,  $x_{\max}$  については,  $\mathbf{Z}'$  の過程の誤答 0 の連の数に注目する。 $\mathbf{Z}'$  の正答 1 の数の最大値を  $x'_{\max}$  とおけば,  $x_{\max} = l + x'_{\max}$  である。 $x'_{\max}$  は,  $\mathbf{Z}'$  の過程の誤答 0 の数の最小値の時得られる。 $\mathbf{Z}'$  の過程の誤答 0 の数の最小値は,  $\mathbf{Z}'$  中の各連に 1 個の誤答 0 の思考から成り立っている時である。

$\mathbf{Z}'$  中の誤差 0 の数の最小値を  $x'_0, \min$  とおけば,

$$x'_{0, \min} = \begin{cases} k & (r = 2k+1 \text{ の時}) \\ k+1 & (r = 2k+2 \text{ の時}) \end{cases}$$

故に,  $x_{\max} = n - x'_{0, \min}$  で得られるので,

$$x_{\max} = \begin{cases} n-k & (r = 2k+1 \text{ の奇数の時}) \\ n-k-1 & (r = 2k+2 \text{ の偶数の時}) \end{cases}$$

故に  $F_5(n, p)$ ,  $F_1(n, p)$  の確率は,  $l \leq \bar{l}-1$ ,  $r \leq \bar{r}$  の条件から次のように計算できる。

$$F_5(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left( \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \right) \cdot p^x (1-p)^{n-x} + p^l (1-p)^{n-l} \quad (10)$$

$$F_1(n, p) = F_5(n, 1-p) \quad (11)$$

また,  $L(n, l, r, x)$  は, 式(8), (9)で定義されている式である。また,  $r$  の最小値は,  $r=2$  であるが, この時  $r=2k+2$  において  $k=0$  に相当する。この時  $L(n, l, r, x)=1$  であるから,  $F_5(n, p)$  の式に  $p^l (1-p)^{n-l}$  として計算する。従って,  $\sum_r$  の  $r$  の最小値は  $r=3$  として計算する。

$F_1(n, p)$  も同様である。

(d)  $X = 2 \sim 4$  における確率  $F_2(n, p) \sim F_4(n, p)$

$F_2(n, p)$ ,  $F_4(n, p)$  のふり分けの条件は次の通りである。

$l < \bar{l}$  すなわち  $l \leq \bar{l}-1$  かつ,  $r > \bar{r}$  すなわち  $r \geq \bar{r}+1$  の条件のもとで, 正答1の数が誤答0の数より大きく, 最後の思考の連が正答1の時,  $F_4(n, p)$  の分布を与える。

同様の条件のもとで, 誤答0の数が正答1の数より大きく, 最後の思考の連が誤答0の時,  $F_2(n, p)$  の分布を与える。それ以外の時は,  $F_3(n, p)$  になる。そこで, 最後の連の長さ  $l$  の最小値, 最大値は,

$$l_{\min} = 1, \quad l_{\max} = \bar{l}-1$$

連の数  $r$  の最小値は  $r_{\min} = \bar{r}+1$ , 最大値は最後の連の長さが  $l$  であるから,  $(n-l)$  個の思考の中の最大の連の数に1を加えたものである。その連の数は  $(n-l)$  個である。故に  $r_{\max} = n-l+1$  である。

次に最後の連の思考と一致する思考の数  $x$  の最大値, 最小値を求める。

$F_5(n, p)$  の条件を考える。正答1の数が誤答0の数より大きい条件か

ら、正答 1 の数を  $x$  とおくと、誤答の数は  $n-x$ 、故に  $x > \frac{n}{2}$  である。

$x = \frac{n}{2}$  は  $F_3(n, p)$  に入るので、 $x$  の最小の条件は次式で示される。

$$x_{\min} = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & (n: \text{奇数}) \\ \frac{n}{2} + 1 & (n: \text{偶数}) \end{cases} \quad (12)$$

$x_{\max}$  は、(c) の項で記述した方法で求められる。すなわち、

$$x_{\max} = \begin{cases} n-k & (r = 2k+1 \text{ の時}) \\ n-k-1 & (r = 2k+2 \text{ の時}) \end{cases} \quad (13)$$

この  $x_{\max}$  は、最後の連の思考（正答か誤答か）と一致している条件を含めて求めているので、 $F_4(n, p)$ 、 $F_2(n, p)$  の分布条件を満たしている。

そこで、 $l \leq \bar{l}-1$ 、かつ  $r \geq \bar{r}+1$  の条件を入れた  $F_4(n, p)$ 、 $F_2(n, p)$  の分布は次式で与えられる。

$$F_4(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot p^x (1-p)^{n-x} \quad (14)$$

$$F_2(n, p) = F_4(n, 1-p) \quad (15)$$

$F_3(n, p) = 1 - \sum_{i \neq 3} F_i(n, p)$  で得られる。

(e) 分布式のまとめと数値計算

$F_x(n, p)$  の確率分布の分布式を以下まとめて示す。

$$F_6(n, p) = p^{\bar{l}}$$

$$F_5(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left( \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \right) \cdot p^x (1-p)^{n-x} + p^{\bar{l}} (1-p)^{n-\bar{l}}$$

$$F_4(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot p^x (1-p)^{n-x}$$

$$F_2(n, p) = F_4(n, 1-p)$$

$$F_1(n, p) = F_5(n, 1-p)$$

$$F_0(n, p) = F_6(n, 1-p)$$

$$F_3(n, p) = 1 - \sum_{i \neq 3} F_i(n, p)$$

$$\text{但し、} \bar{l} = \frac{2n}{n+1}, \quad \bar{r} = \frac{n+1}{2}$$

$$x_{\min} = \begin{cases} (n+1)/2 & (n \text{ が奇数の時}) \\ n/2+1 & (n \text{ が偶数の時}) \end{cases}$$

$$x_{\max} = \begin{cases} n-k & (r=2k+1 \text{ の時}) \\ n-k-1 & (r=2k+2 \text{ の時}) \end{cases}$$

$$L(n, l, r, x) = \begin{cases} {}_{x-l-1}C_{k-1} \cdot {}_{n-x-1}C_{k-1} & (r=2k+1 \text{ の時}) \\ {}_{x-l-1}C_{k-1} \cdot {}_{n-x-1}C_k & (r=2k+2 \text{ の時}) \\ 1 & (r=2 \text{ の時}) \end{cases}$$

但し、思考過程  $\mathbf{Z}$  において、 $n$  は思考回数、 $l$  は最後の連の長さ、 $r$  は連の数、 $x$  は正答 1 の数等を示す。以上で  $F_x(n, p)$  の数値計算が可能になったが、数値計算上の  $\bar{l}$ 、 $\bar{r}$  の取り扱いについて記す。

$F_x(n, p)$  の数値計算の中には、 ${}_nC_k$  が入っているために、一般には整数値でないと取り扱いが困難である。 $\bar{l}$ 、 $\bar{r}$  は一般には実数である。そこでこの場合、次のように数値計算を実行する。

(1) 連の数の期待値  $\bar{r}$  について

$$\bar{r} = (n+1)/2 \text{ である。}$$

故に  $n=2k+1$  (奇数) の時、 $\bar{r}=k+1$  (整数) であるから、 $F_x(n, p, \bar{r})$  は  $F_x(n, p, k+1)$  で計算できる。

$n=2k$  (偶数) の時、 $\bar{r}=k+0.5$  となる。

従って、

$$F_x(n, p, \bar{r}) = \frac{F_x(n, p, k) + F_x(n, p, k+1)}{2}$$

で求める。

(2) 最後の連の長さの期待値  $\bar{l}$  について

$$\bar{l} = 2n/(n+1) \text{ である。}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{l} = 2$  であり、 $n$  の大きい所では  $\bar{l} = 2$  としてさしつかえない。

$n$  が小さい思考過程を考慮して、次の手順で数値計算する。

$\bar{l}$  の分布への影響度は、 $F_0(n, p)$  と  $F_6(n, p)$  の二つが最も大きい。そこで、

①  $\bar{l} = 2$  と仮定して、 $F'_x(n, p)$  を計算する。

②  $x=0$ 、 $x=6$  の分布について、 $\bar{l}$  を実数値として次式で求める。

$$F_0(n, p) = (1-p)^{\bar{l}}, \quad F_6(n, p) = p^{\bar{l}}$$

③  $x = 0, x = 6$  以外の分布については、 $\bar{l}$  の影響度はあまり大きくないので、比例配分する。

①の  $F'_x(n, p)$ , ②の  $F_0(n, p), F_6(n, p)$  を用いて、

$$F_x(n, p) = \frac{\{1 - F_0(n, p) - F_6(n, p)\} \cdot F'_x(n, p)}{\sum_{x=1}^5 F'_x(n, p)}$$

より、 $F_x(n, p)$  を求める。但し、 $x = 1, 2, \dots, 5$  である。

以上の方法で数値計算を実行する。

## 2.5 実測値との比較と時系列シミュレーション

### 2.5.1 実測値との比較

モデルによる確率分布  $F_x(n, p)$  は、思考回数  $n$  と正答確率  $p$  によって決定される。 $F_x(n, p)$  の  $n$  依存性については、2.5.2 の時系列シミュレーションで調べるが、結果としては  $n$  がある程度大きい値 ( $n$  が 5 回以上程度) になると、 $n$  依存性は小さくなる。 $F_x(n, p)$  の正答確率  $p$  と期待値  $\mu$  の関係を、図 2.11 に示す。比較のために 2 項分布  $B(n, p)$  (但し、 $n = 6$ ) の関係  $\mu = np$  も添付する。 $F(n, p)$  の関係は、( $n \geq 5$ ) の条件で示してある。

次に、実測値との比較を図 2.12 に示す。但し、期待値  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  の  $\mu - \sigma$  平面上で比較する。実測値 (約 250 名の回答者による) とモデルによる分布の適合度は良好と考えられる。但し、 $F(n, p)$  は、( $n \geq 5$ ) の条件で示してある。モデルによる回答分布と実測データの回答分布の適合度は、 $\chi^2$ -検定によりほとんどが有意差なしと判定された。(  $p < 0.05$  ) 比較の一例を図 2.13 に示す。

### 2.5.2 時系列シミュレーション

$n$  回思考過程  $\mathbf{Z} = \{z_1, \dots, z_i, \dots, z_n\}$  において、思考回数  $n$  を変化させた時の確率分布  $F_x(n, p)$  の変化を、選択過程の時系列変化と考える。2 肢選択問題が与えられた時、回答者の内的過程として、 $\mathbf{Z}$  が発生する。思考に要する時間は、その思考回数  $n$  に対応していると考えられるので、 $F_x(n, p)$  における  $n$  を変化させることにより、選択過程の時系列変化を調べるという考え方である。

選択にいたるまでの内的過程が、時系列的にどのように回答分布の上で変

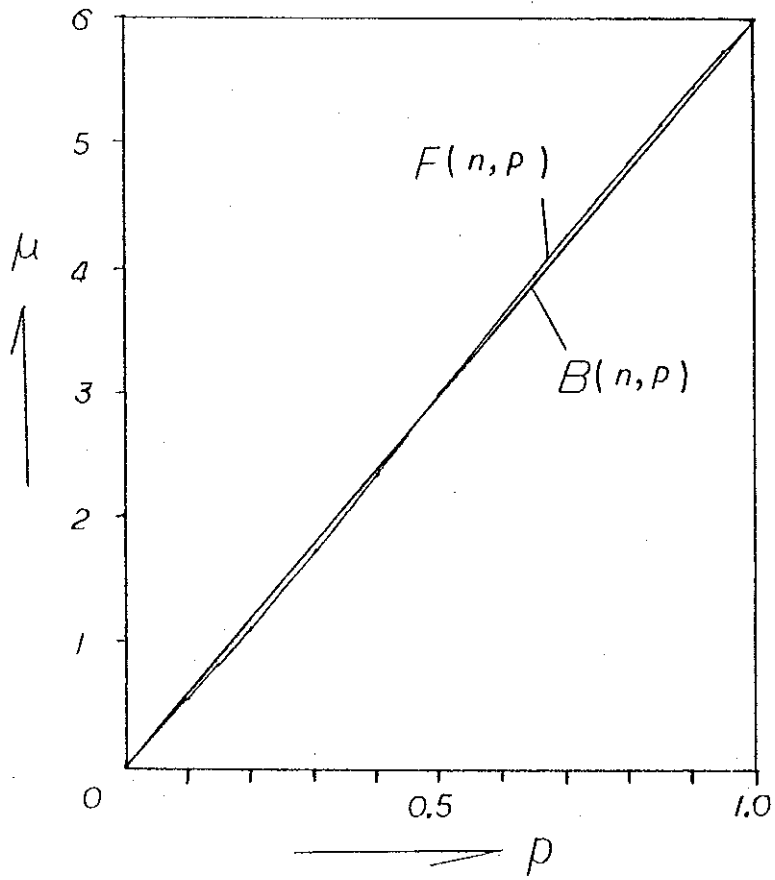


図2.11 正答確率  $p$  と期待値  $\mu$  の関係

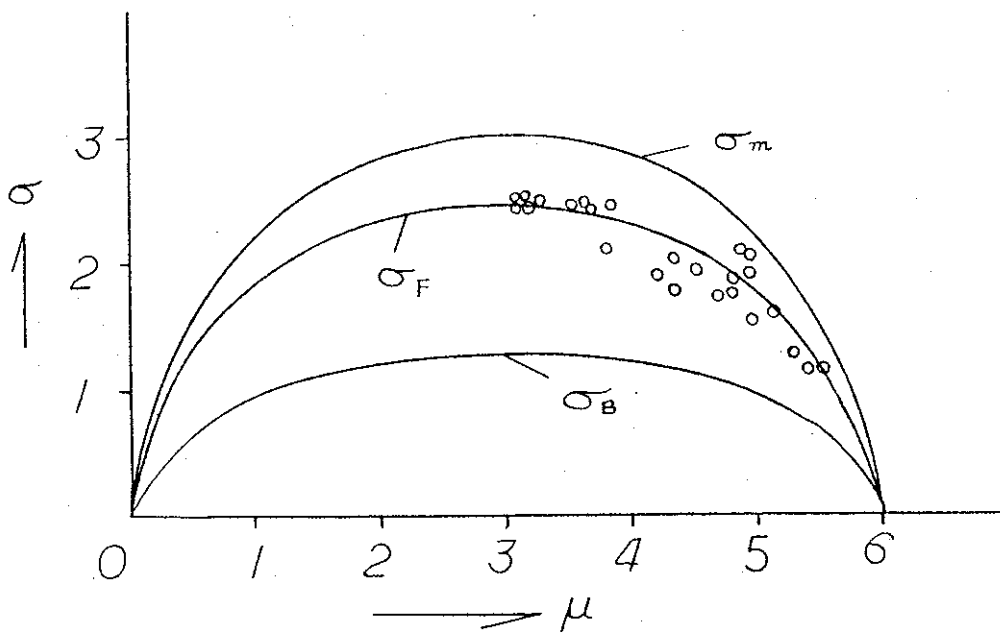


図2.12  $\bar{x} - \sigma$  平面上での実測データとモデルとの適合度

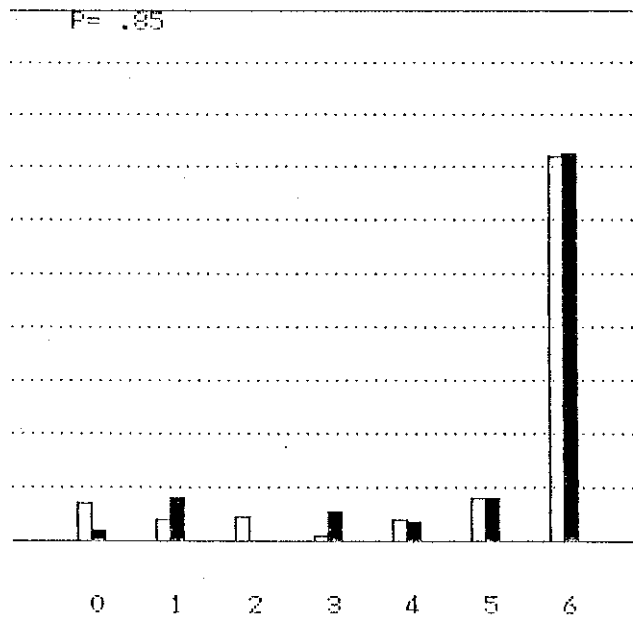
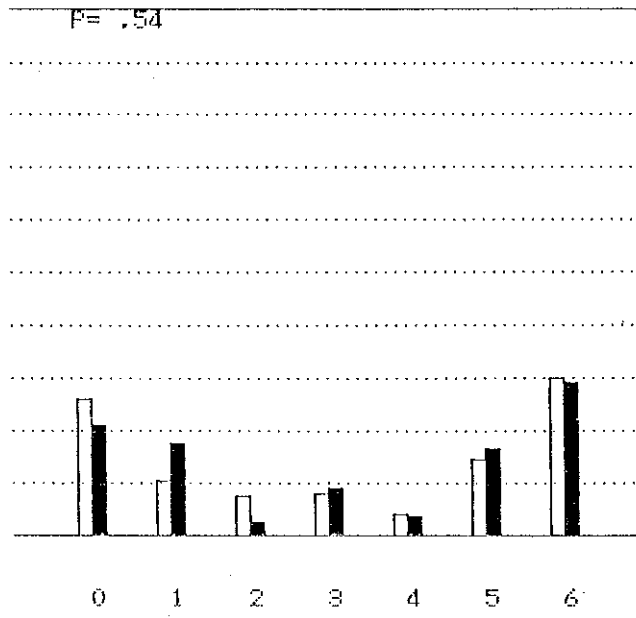


図2.13 実測分布とモデルによる分布との比較  
 但し、白棒グラフは実測分布を  
 黒棒グラフはモデルによる分布を示す

化していくかという事象は、それが外部から観察しにくい事象であるから、興味あるシミュレーションといえる。同時に、授業中における教師のヒントの時期や、話し合い授業における打ち切り時間等の情報を知るという実践的意味でも、重要であろう。

$p = 0.55$  を与え、 $n = 2 \sim 20$  までの回答分布の時系列変化の結果の一部を、図 2.14 に示す。比較のため、 $p = 0.55$  における実測データを図 2.15 に示す。図 2.14 をグラフ化して求めたものを図 2.16 に示す。

図 2.16 は確率分布であるから、回答者個人の確信度を表現した内的な時系列過程と考えることができる。この図を含めて図 2.16 のシミュレーション結果から、次のような知見を得る。

- (1) ある程度思考した時点から、迷い ( $X = 3$ ) が生ずる。
- (2) 確信度の大きい回答肢  $X = 6, 0$  は、単調減少しながら、平衡状態に達する。
- (3) 確信度の小さい  $X = 2, 4$ 、迷いの回答肢  $X = 3$  においては、時系列変化において確率の増減のくりかえしがある。
- (4) その増減の差は、迷っている状態の  $X = 3$  が大きい。

以上の結果は、個人の選択にいたるまでの思考の時系列過程をうまく表現していると考えられる。又実測の回答分布は、上記の平衡状態に対応すると考えられる。

## 2.6 まとめ

授業における導入場面や動機付け、実験の前の予想、討論におけるテーマ設定等の教育の場において、2肢選択問題がとりあげられる場合がある。2肢選択しかないのであるから、回答肢への選択の確信度はかなりあいまいである。このあいまいな情報を加味した新しい回答形式を考察し、その回答分布に対して、回答肢選択モデルを提案した。

そして、このモデルによる回答分布の確率分布を定式化した。更に、思考回数を変化させることによって、時系列シミュレーションを実行した結果、確信度についての意味情報を得ることができた。本モデルによる回答分布は、実測データとの適合度も良好であることを示したが、更に重要なことは、回答肢を選択するという事象に対して、回答者の内的な認知過程をとらえ、これを情報処理過程として表現している点である。2肢選択問題は最も単純な問題構造で

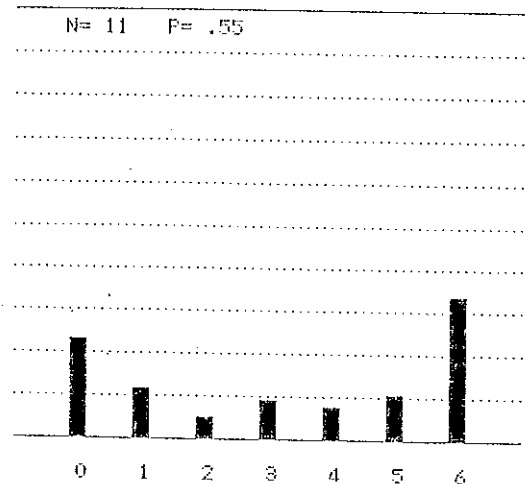
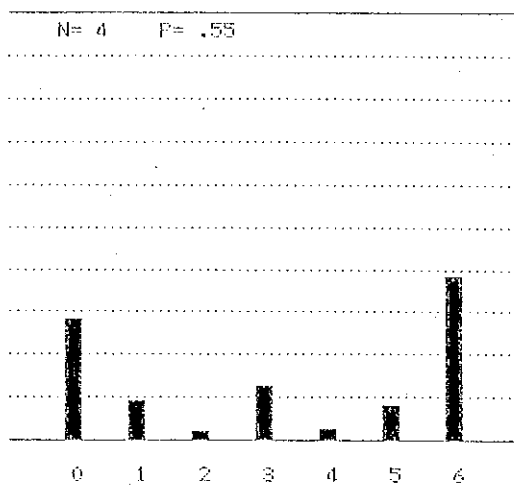
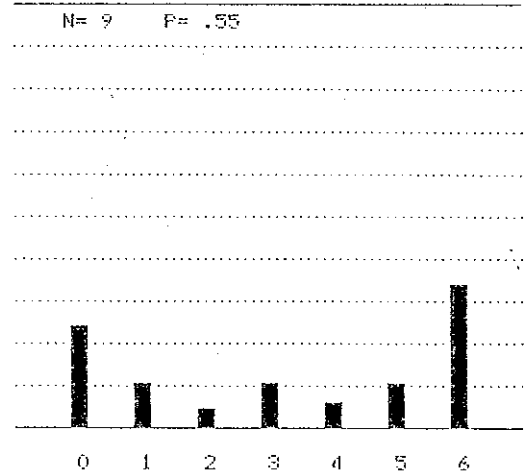
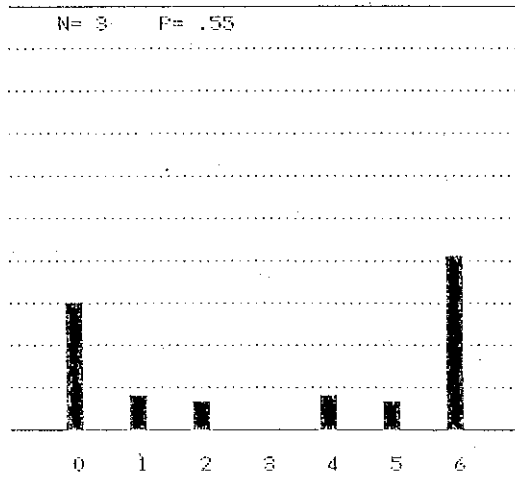
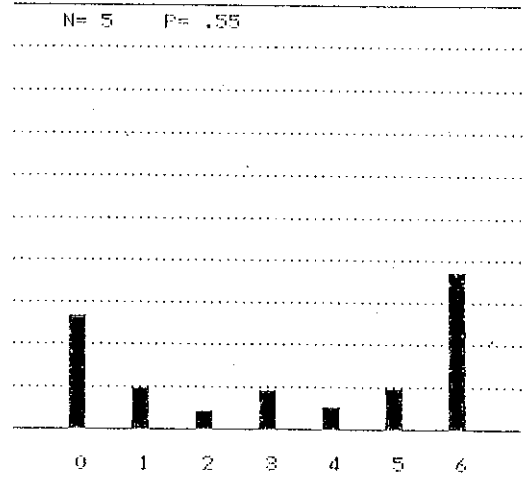
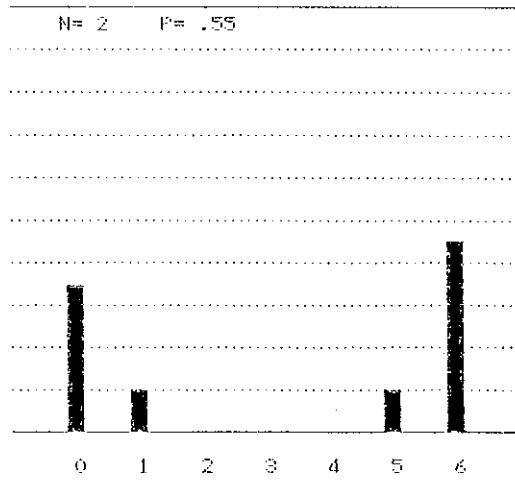


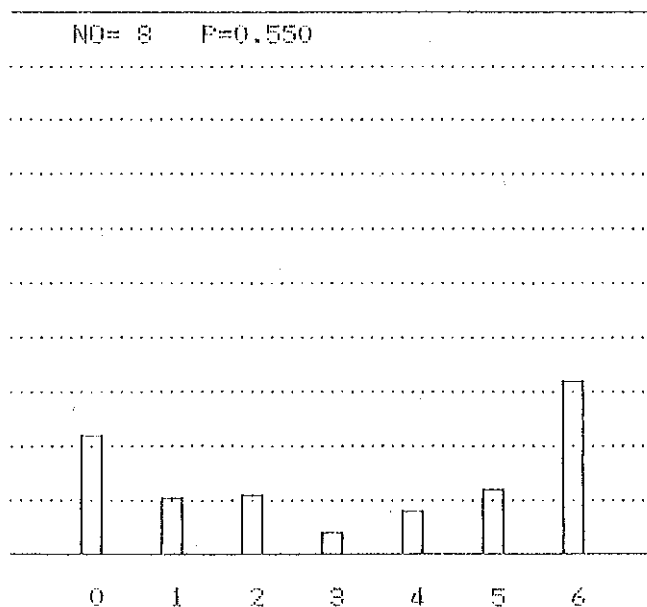
図2.14 モデルによる回答分布の時系列変化  
但し、N は思考回数を示す

あり、回答者の複雑な内的過程を表現するには適した対象であるといえる。

回答を選択した結果における回答分布は、そのような過程が顕在化された結果の情報であり、確信度という認知的なあいまい情報も、内的な情報処理過程の結果の集約された情報と考えることができる。従って、本研究は得られた回答分布についての情報処理ではなく、回答肢選択にいたるまでの過程に注目している点に特徴がある。

更に時系列シミュレーションにおいて、その結果は我々が経験している思考過程をうまく表現していると思われる。但し、思考を深めることによって考えに飛躍が生ずることは推測されることではあるが、本モデルではそのようなシミュレーションはできない。正答確率が一定としてシミュレートしているからである。このことは、他の情報等によって  $p$  の変化のないことを意味している。従って、回答者が自分自身で推測したり考察したりする過程を設定した場合であり、実測回答分布もその条件下で得ている。回答者相互の情報交換や教師側のヒント等によって正答確率  $p$  が変化していく過程は、別のモデルが必要である。

図 2.15  
 $p = 0.550$  の  
実測データの  
事例



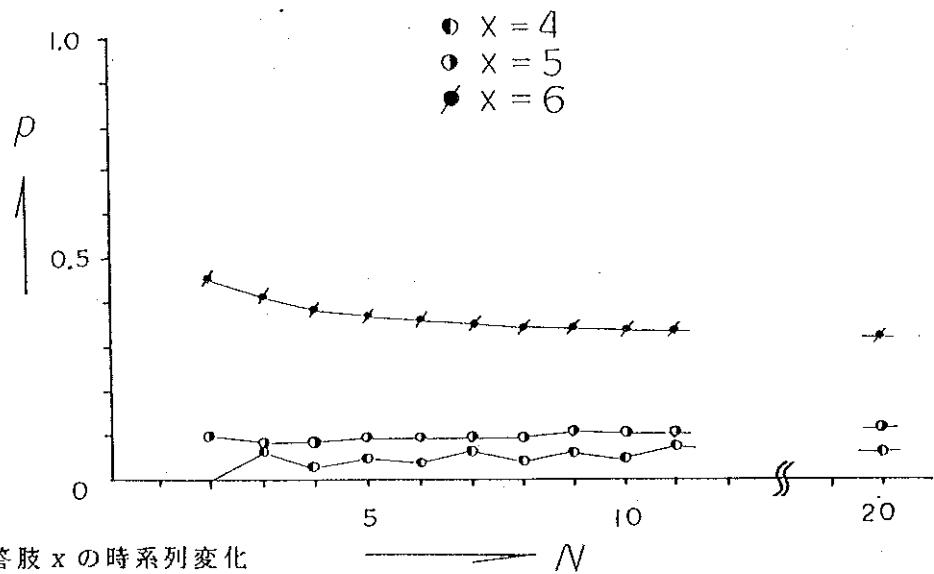
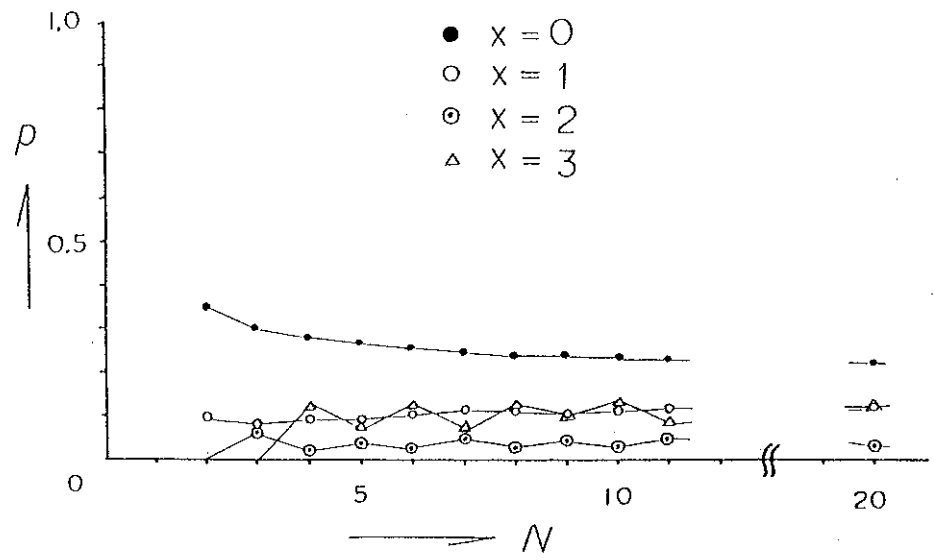


図2.16 各回答肢  $x$  の時系列変化  
但し、 $N$  は思考回数を示す

## 第 3 章

### クラス集団の回答分布

## 第3章 クラス集団の回答分布

### 3.1 まえがき

2肢選択問題に対して、確信度を反映できるような回答形式を考案し、その回答形式における回答分布を説明する回答肢選択モデルを第2章で提案した。本章では、その回答肢選択モデルをベースとして、クラス集団全体を対象とした回答分布について、その定式化を試みた。その結果、理論値が実測値をうまく説明することがわかったが、同時にこの方法によってクラス集団の正答確率の分布を得ることができる。また、クラス集団全体の回答分布が、時間と共に変容していく過程を調べることができる。これらの方法と結果について報告している。<sup>(3-1)</sup>

### 3.2 クラス集団の回答分布

#### 3.2.1 回答肢選択モデルの概略

さて、2肢選択問題が与えられたとき、回答者は図2.2の回答肢を選択するまでに、何回か思考して選択の意思決定をする。回答はAかBかの正答か誤答かの2選択しかないのであるから、各回にAかBかのいずれかを推量する。これを1回の思考と呼ぶ、従って選択の意思決定をするまでに、思考の時系列パターンができる。 $n$ 回思考の時系列パターンを、 $\mathbf{Z} = \{z_1, \dots, z_i, \dots, z_n\}$ で表現する。但し、 $z_i$ は正答か誤答かの2値である。

最も単純に考えれば、 $\mathbf{Z}$ の中で正答を思考した回数が多ければ多いほど、正答に対する確信度は大きいので、図2.2の回答形式において正答側に近い回答肢(または水準)を選択すると予想される。しかしながら、この考えでは実測値を説明することは不可能であった。そこで、ある回答肢を選択するに至るまでの思考過程をいくつかの選択の尺度を反映した基準によってふるい分けるというモデルを考えた。これを回答肢選択モデルと名付けたが、その概略を図2.6に示した。

図2.6の中に各選択基準が設定されているが、その基準の内容は主に次の三つである。

(1) 最後の連の長さ( $\bar{l}$ )の基準

2 値の時系列パターン  $\mathbf{Z}$  において、最後に同じ思考を何回以上続けたかが、確信度に反映する基準の一つである。

(2) 連の数( $r$ )の基準

2 値の時系列パターン  $\mathbf{Z}$  において、何回思考が入れ換わっているか、すなわち連の数が何回以下であるかどうか、確信度に反映する基準の一つである。

(3) 正答の回数( $Z$ )と誤答の回数( $\bar{Z}$ )の大小の基準

$Z$  の中に現れた正答の回数と誤答の回数の大小が確信度に反映する基準の一つである。

以上の基準によってふり分けられるモデルを考え、その結果得られる各回答肢の確率分布を定式化した。その結果を次に示す。

今、 $i$  を回答肢 ( $i=0, 1, \dots, 6$ ),  $p$  を正答確率,  $n$  を思考回数とすると、各回答肢の選択確率  $F_i(n, p)$  は次式で与えられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} F_6(n, p) = p^{\bar{l}} \\ F_5(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left\{ \left( \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^x L(n, l, r, x) \right) \cdot p^x (1-p)^{n-x} + p^l (1-p)^{n-l} \right\} \\ F_4(n, p) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^x L(n, l, r, x) \cdot p^x (1-p)^{n-x} \\ F_2(n, p) = F_4(n, 1-p) \\ F_1(n, p) = F_5(n, 1-p) \\ F_0(n, p) = F_6(n, 1-p) \\ F_3(n, p) = 1 - \sum_{i \neq 3} F_i(n, p) \end{array} \right. \quad (1)$$

但し、

$$\bar{l} = \frac{2n}{n+1}, \quad \bar{r} = \frac{n+1}{2},$$

$$x_{\min} = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & (n \text{ が偶数のとき}) \\ \frac{n}{2} + 1 & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

$$x_{\max} = \begin{cases} n-k & (r=2k+1 \text{ のとき}) \\ n-k-1 & (r=2k+2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$L(n, l, r, x) = \begin{cases} x^{l-1} C_{k-1} \cdot n^{n-x-1} C_{k-1} & (r=2k+1 \text{ のとき}) \\ x^{l-1} C_{k-1} \cdot n^{n-x-1} C_k & (r=2k+2 \text{ のとき}) \\ 1 & (r=2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$n$  : 思考回数,  $l$  : 最後の連の長さ,  $\bar{r}$  : 連の数の期待値,  $\bar{l}$  : 最後の連の長さの期待値,  $r$  : 連の数,  $x$  : 正答 (または誤答) の数。

コンピュータによる数値計算の場合は,  $\bar{r}$ ,  $\bar{l}$  については, 整数値に換算し, 更に比例配分によって実数値に変換する手続きを用いている。

以上が本研究に関連する第2章の概要である。

本研究での重要な点は, 確信度という主観的なあいまい情報<sup>(3-2)(3-3)</sup>を, 内的な情報処理過程の結果の集約された情報としてとらえていることである。従って本研究は, 得られた回答分布についてのデータ処理ではなく, 回答肢選択に至るまでの過程に注目している点に特徴がある。このようなアプローチによる研究では, Tversky らの選択モデルの研究等があるが, 確信度の概念はなく<sup>(3-4)</sup>, 教育への応用はほとんど見受けられない<sup>(3-5)</sup>。

### 3.2.2 クラス集団の回答分布

さて第2章における定式化は, 正確に記述すれば, ある個人についての回答肢の選択確率を示すと考えることができる。式(1)における回答の確率分布  $F_i(n, p)$  は, 思考回数  $n$  と正答確率  $p$  の二つのパラメータで表される。従って, 正答確率  $p$  を有した回答者が  $n$  回思考考した場合, 回答肢  $i$  を選択する確率が  $F_i(n, p)$  で与えられると解釈することができる。

実測値はクラス集団全体で得られる。従ってクラス集団全体で正答確率  $p$  と思考回数  $n$  が一定ならば, 式(1)でよい。または,  $p$  と  $n$  を, クラス集団全体についての期待値として近似的に解釈することもできる。

クラス集団全体で得られる回答分布を記述するには,  $p$  と  $n$  は一定ではなく分布を有している訳であるから, その分布に適合度のよい分布を仮定することによって定式化することができる。

正答確率  $p$  のクラス集団の分布を  $g(p)$  とおけば, クラス集団の回答分布  $F'_i(n, p)$  は, 式(1)の  $F_i(n, p)$  を用いて, 次式で得られる。

$$F'_i(n, p) = \int_0^1 F_i(n, p) g(p) dp \quad (2)$$

同様にある時点で回答者は回答肢に記入するのであるから, その時点までに思考した回数  $n$  の分布を  $h(n)$  とおけば, クラス集団の回答分布  $F''(n, p)$

は次式で得られる。

$$F_i''(n, p) = \sum_{n=1}^{\infty} F_i(n, p) h(n) \quad (3)$$

更に正確には、 $p$  と  $n$  の分布を同時に考慮に入れた  $F'''(n, p)$  が、クラス集団全体の回答分布を示す。

$$F_i'''(n, p) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_0^1 F_i(n, p) g(p) dp \right) \cdot h(n) \quad (4)$$

しかしながら、式(4)は繁雑な式になることもあるが、以下記述するように、思考回数  $n$  が回答分布に効果的に寄与するのは、 $n$  が小さい範囲だけであるという知見から、式(4)については、ここでは言及しない。なぜならば、実測値は回答者が十分考えた結果回答肢を選択するという条件の元で得られたものであるから、 $n$  はある程度大きい値であり、その回答分布は平衡状態に達していると考えられるからである。従って式(2)と式(3)について定式化し、その結果得られる知見について、以下のとおり報告する。

### 3.3 正答確率分布を考慮した回答分布

さて、テスト理論における得点分布モデルの一つに2項誤差モデルがあり、ベータ分布が用いられている。ベータ分布は、テスト得点等の分布としては適合度のよいことが経験的にも知られている。

本論文においても、正答確率  $p$  の分布としてベータ分布を仮定し、クラス集団における確率分布を求める。

$$g(p) = \frac{p^{a-1} (1-p)^{b-1}}{B(a, b)} \quad (5)$$

とおく。但し、 $B(a, b)$  は、

$$B(a, b) = \int_0^1 p^{a-1} (1-p)^{b-1} dp \quad (6)$$

なるベータ関数である。従ってクラス集団の回答分布  $F'(n, p)$  は、 $F'(n, a, b)$  として記述される。 $a, b$  は、ベータ分布の形状を示すパラメータである。はじめに、 $a, b$  と正答確率  $p$  の期待値  $\bar{p}$  と、分散  $\sigma_p^2$  の関係を示しておく。

$$\bar{p} = \int_0^1 p g(p) dp = \frac{a}{a+b} \quad (7)$$

$$\sigma_p^2 = \int_0^1 p^2 g(p) dp - \bar{p}^2 = \frac{ab}{(a+b)^2 (a+b+1)} \quad (8)$$

さて式(1)を用いて、回答肢選択をモデルによるクラス集団の回答分布  $F_i'(n,$

$a, b$ ) を求めよう。

式(1)の  $F_0(n, p) = p^{\bar{l}}$  から,

$$F'_0(n, a, b) = \int_0^1 p^{\bar{l}} g(p) dp = \frac{B(\bar{l}+a, b)}{B(a, b)} \quad (9)$$

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \quad (10)$$

なる関係を用いて,  $F'_0(n, a, b)$  は次式で与えられる。

$$F'_0(n, a, b) = \frac{\Gamma(\bar{l}+a)\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(\bar{l}+a+b)} \quad (11)$$

但し,  $\Gamma(x)$  は, ガンマ関数である。  $F'_0(n, a, b)$  も同様に,  $F_0(n, p)$  を用いて,

$$F'_0(n, a, b) = \int_0^1 (1-p)^{\bar{l}} g(p) dp = \frac{\Gamma(b+\bar{l})\Gamma(a+b)}{\Gamma(b)\Gamma(a+b+\bar{l})} \quad (12)$$

が得られる。思考回数  $n$  が増大するにつれて, 式(1)より  $\bar{l}$  は 2 に近似される。コンピュータによる数値計算の場合は,  $\bar{l}=2$  とおいて計算し, その後  $\bar{l}$  の実数値に変換する方法を用いている。そこで,  $\bar{l}=2$  の場合をはじめに求めておく。 $\bar{l}=2$  のときは整数値であるので,  $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$  なる関係式を用いて, 次式で求められる。

$$\begin{cases} F'_0(\infty, a, b) = \frac{a(a+1)}{(a+b+1)(a+b)} \\ F'_0(\infty, a, b) = \frac{b(b+1)}{(a+b+1)(a+b)} \end{cases} \quad (13)$$

次に,  $i=5, 1$  のときの分布  $F'_i(n, a, b)$  を求める。はじめに  $F'_5(n, a, b)$  を求める。  $F_5(n, p)$  の式を用いて,

$$F'_5(n, a, b) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left\{ \left( \sum_{r=3}^{\bar{n}} \sum_{x=l+k}^{n+k} L(n, l, r, x) \right) \cdot \int_0^1 p^x (1-p)^{n-x} g(p) dp + \int_0^1 p^l (1-p)^{n-l} g(p) dp \right\} \quad (14)$$

前項の積分を  $S_1$ , 後項の積分を  $S_2$  とおけば,

$$S_1 = \int_0^1 p^x (1-p)^{n-x} \frac{p^{a-1} (1-p)^{b-1}}{B(a, b)} dp = \frac{B(a+x, b+n-x)}{B(a, b)} \quad (15)$$

$$S_2 = \int_0^1 p^l (1-p)^{n-l} \frac{p^{a-1} (1-p)^{b-1}}{B(a, b)} dp = \frac{B(a+l, b+n-l)}{B(a, b)} \quad (16)$$

が得られる。ここで,  $l, x$  は共に正の整数であるから,  $S_1, S_2$  は次式のよう  
に簡単になる。  $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$  の性質を用いて,

$$S_1 = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \cdot \frac{\Gamma(a+x)\Gamma(b+n-x)}{\Gamma(n+a+b)} = \frac{a+x-1 C_x \cdot b+n-x-1 C_{n-x}}{a+b+n-1 C_n \cdot n C_x} \quad (17)$$

同様に、 $S_2$ も次式で得られる。

$$S_2 = \frac{{}^{a+l-1}C_l \cdot {}^{b+n-l-1}C_{n-l}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_l} \quad (18)$$

ゆえに、 $F'_5(n, a, b)$ は次式で与えられる。

$$F'_5(n, a, b) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left\{ \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot \frac{{}^{a+x-1}C_x \cdot {}^{b+n-x-1}C_{n-x}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_x} + \frac{{}^{a+l-1}C_l \cdot {}^{b+n-l-1}C_{n-l}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_l} \right\} \quad (19)$$

また、 $F_1(n, p) = F_5(n, 1-p)$ の関係から、 $F'_1(n, a, b) = F'_5(n, b, a)$ であることは簡単に証明できる。

次に、 $F'_4(n, a, b)$ 、 $F'_2(n, a, b)$ を求める。式(17)を用いれば、 $F'_4(n, a, b)$ は、次式で得られる。

$$F'_4(n, a, b) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot \frac{{}^{a+x-1}C_x \cdot {}^{b+n-x-1}C_{n-x}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_x} \quad (20)$$

以上から、クラス集団における回答分布 $F'_i(n, a, b)$ の式をまとめておく。但し、( $i=0, 1, \dots, 6$ )である。

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_6(n, a, b) = \frac{\Gamma(\bar{l}+a) \cdot \Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(\bar{l}+a+b)} \\ F'_5(n, a, b) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left\{ \left( \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot \frac{{}^{a+x-1}C_x \cdot {}^{b+n-x-1}C_{n-x}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_k} \right) + \frac{{}^{a+l-1}C_l \cdot {}^{b+n-l-1}C_{n-l}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_l} \right\} \\ F'_4(n, a, b) = \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot \frac{{}^{a+x-1}C_x \cdot {}^{b+n-x-1}C_{n-x}}{{}^{a+b+n-1}C_n \cdot {}_n C_x} \\ F'_2(n, a, b) = F'_4(n, b, a) \\ F'_1(n, a, b) = F'_5(n, b, a) \\ F'_0(n, a, b) = F'_6(n, b, a) \\ F'_3(n, a, b) = 1 - \sum_{i=3} F'_i(n, a, b) \end{array} \right. \quad (21)$$

但し、 $\bar{l}$ 、 $\bar{r}$ 、 $x_{\min}$ 、 $x_{\max}$ 、 $L(n, l, n, x)$ 等は、式(1)の定義と同じである。

以上の式を用いて数値計算することができるが、 $\bar{l}$ 、 $\bar{r}$ は実数であって、整数でないので、次のように計算する。

(1) 連の数の期待値 $\bar{r}$ について

$\bar{r} = (n+1)/2$ であるから、 $n=2k+1$ (奇数)のとき、 $\bar{r}=k+1$ で整数、ゆえにそのまま計算できる。次に、 $n=2k$ (偶数)のとき、 $\bar{r}=k+0.5$

であるから、はじめに  $F'_i(n, a, b, k)$  と  $F'_i(n, a, b, k+1)$  を計算して、平均で求める。

(2) 最後の連の長さの期待値  $\bar{l}$  について

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{l} = 2 \quad (22)$$

であるから、 $n$  が大きいときは  $\bar{l} = 2$  で計算しても誤差は小さい。 $n$  が小さい思考過程では、次の手順で求める。 $\bar{l}$  の分布への影響度は、 $F'_6(n, a, b)$  と  $F'_0(n, a, b)$  が最も大きいので、 $F'_6(n, a, b)$  と  $F'_0(n, a, b)$  を正確に求める。これは式 (21) より求めることができる。

次に、 $\bar{l} = 2$  と仮定して、式 (13) より  $F'_6(\infty, a, b)$  と  $F'_0(\infty, a, b)$  を求める。 $i = 0, 6$  以外の  $F'_i(n, a, b)$  は、 $\bar{l}$  の影響度はあまり大きくないので、次式のように比例配分で求める。

$$F'_i(n, a, b) = \frac{\{1 - F'_0(n, a, b) - F'_6(n, a, b)\} F'_i(\infty, a, b)}{\sum_{i=1}^5 F'_i(\infty, a, b)} \quad (23)$$

以上で、クラス集団の回答分布の定式化ができた。ベータ分布が正答確率の分布として適当であるかどうかは、実測値との比較によって調べることになる。実測値の比較の方法について、次に示す。

実測値と比較する場合の問題点は、 $F'_i(n, a, b)$  が思考回数  $n$  と、正答確率  $p$  の分布形状を示すパラメータ  $a, b$  の 3 変数で記述されていることである。

そこで、次のような方法によって実測値との対応をすることができる。

まずはじめに、正答確率  $p$  の分布を考えない確率分布  $F_i(n, p)$  による回答肢  $i$  の期待値  $\mu$  と  $p$  との関係をシミュレーションによって求めておく。図 3.1 にそれを示す。図中、 $B(n, p)$  は、2 項分布の期待値  $np$  (但し、 $n=6$ ) を示す。 $F_i(n, p)$  の期待値  $\mu$  は、 $p$  を 0.05 きざみで変化させて求めた。

思考回数  $n$  は、 $n=2 \sim 30$  まで変化させてプロットしてあるが、図のように  $n$  にはほとんど関係せず、 $p$  のみに依存する。このことは、実測値との比較の上で有効な性質である。 $F_i(n, p)$  による期待値  $\mu$  は、 $p=0.5$  を境として 2 項分布の直線から若干ずれるが、その差異は小さいことがわかる。

さて、この図を用いて理論分布と実測の回答分布を比較する方法を以下に示す。なお以下の記号で、 $m$  は回答肢の数を示し、本回答形式の場合 6 である。

1° 実測値の回答肢  $i$  の平均値を求める。すなわち、

$$\bar{i} = \frac{\sum_{i=0}^m i f_i}{N} \quad (24)$$

但し、 $f_i$ は回答肢  $i$  の頻度、 $N$ は全回答者数を示す。

2°  $F_i(n, p)$ における期待値  $\mu$  を、 $\bar{i}$  に等しいとおく。図 3.1 を用いて、 $\bar{i}$  に対応する正答確率  $p$  を求める。この  $p$  を、クラス集団の正答確率の分布の期待値  $\bar{p}$  に等しいとおく。

$$3^\circ \bar{p} = \int_0^1 p g(p) dp = \frac{b}{a+b} = \frac{(b/a)}{1+(b/a)} \quad (25)$$

によって、 $\bar{p}$  と  $(b/a)$  を対応させる。すなわち、 $\bar{p}$  に対応する  $(b/a)$  を求める。

4°  $F_i(n, p)$  の時系列シミュレーションにおいて  $n$  が 5 回程度以上であれば、 $F_i(n, p)$  の分布に大きな差異はなく、 $n$  の大きな値、例えば  $n=20$  と比較しても同じ分布を示す。3.4 に具体的な時系列変化の回答分布を示す。(または、文献 2-15 を参照) そこで思考回数  $n$  を 5 以上の適当な数値を与える。本事例では、 $n=7$  を設定している。

5°  $p$  の分布の形状パラメータ  $a, b$  の内どれかを変化させる。例えば、 $a$  をゼロから 10 程度まで 0.05 きざみで変化させる。3° より、 $b$  の値は自動的に決定される。

6° 以上から、 $n, a, b$  が決まるので、対応する理論分布  $F'_i(n, a, b)$  を計算する。

7° 理論値と実測値の残差平方和  $Q$  を次式によって計算する。

$$Q = \sum_{i=0}^m \left( F'_i(n, a, b) - \frac{f_i}{N} \right)^2 \quad (26)$$

8°  $Q$  の値を最小にする  $a, b$  の値を求める。

9° 実測値と理論値の回答分布を比較する。

10° このときの  $p$  の分布  $g(p)$  を求める。

以上の方法で実測分布との比較ができる。その結果の一部を、図 3.2 ~ 図 3.4 に示す。但し、図において、白棒グラフは実測分布を、黒棒グラフは理論分布を示す。

また、図 3.3, 図 3.4 において、S (SELF の略) は、与えられた 2 肢選択問題に対して自分自身で推論した結果の回答分布を、D (DISCUSS の略) は、

図3.1 正答率  $p$  と期待値  $\mu$  の関係

但し、 $B(n,p)$ は2項分布を、 $F(n,p)$ は選択モデルによる分布を示す

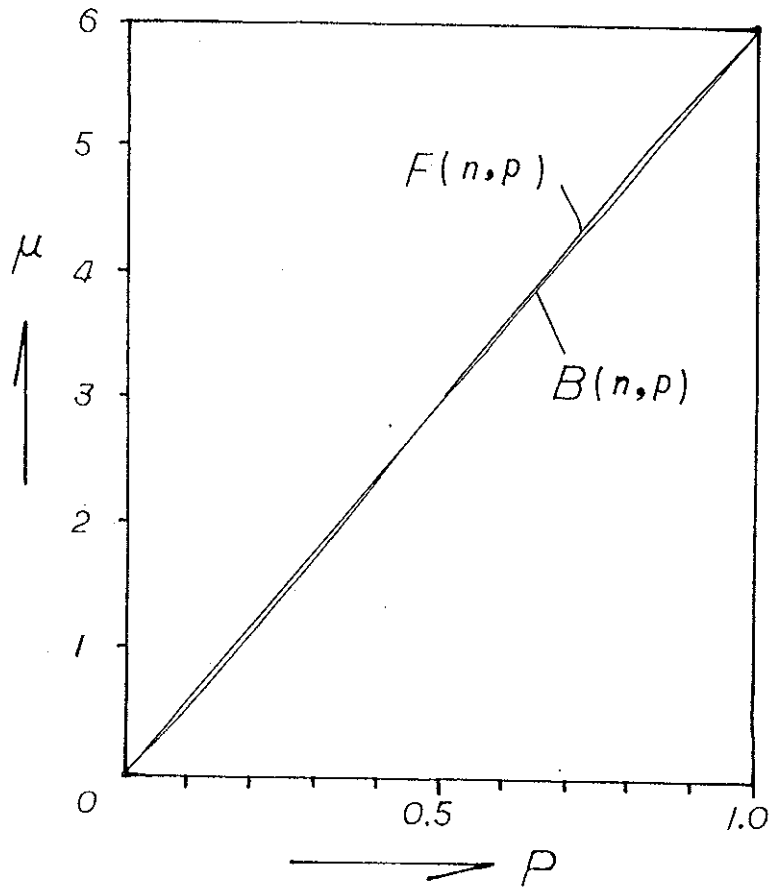
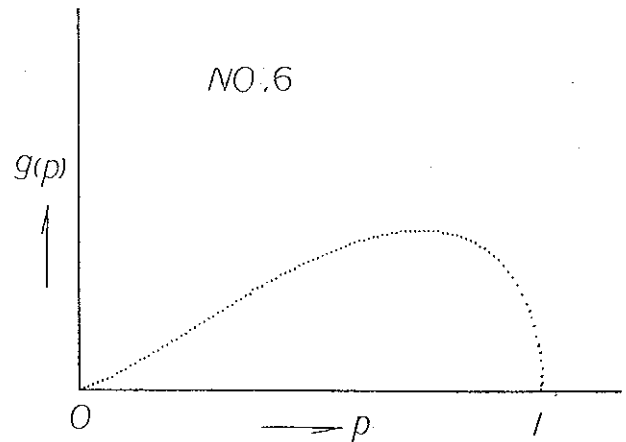
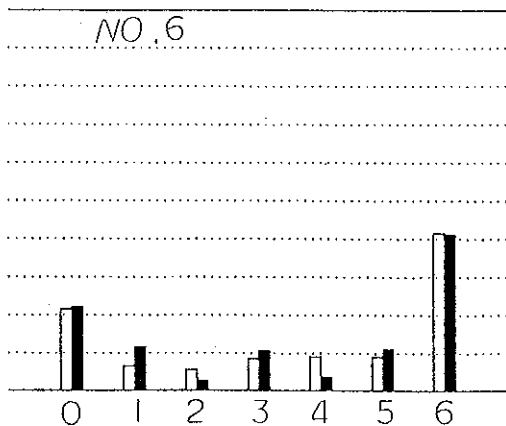


図3.2 実測分布、理論分布および正答率  $p$  の分布

但し、□は実測分布を、■は理論分布を示す

$$\begin{aligned} a &= 2.70 \\ b &= 2.34 \\ \bar{p} &= 0.536 \\ \sigma &= 0.203 \end{aligned}$$



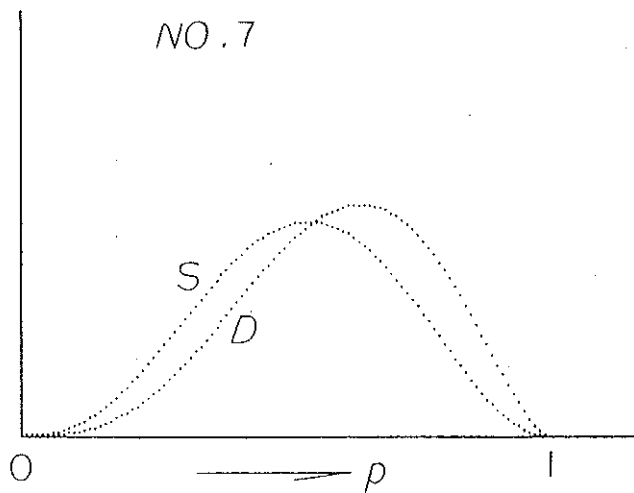
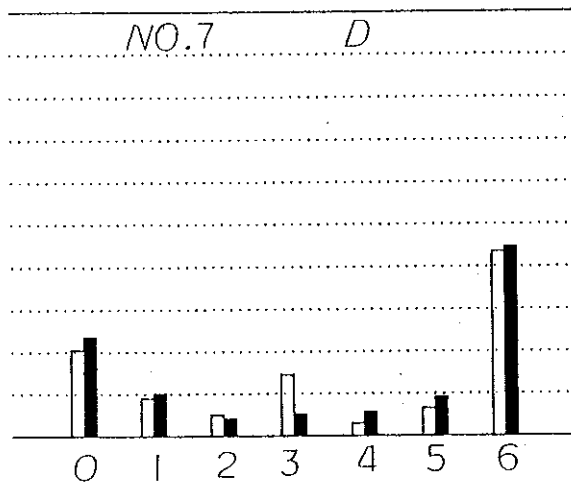
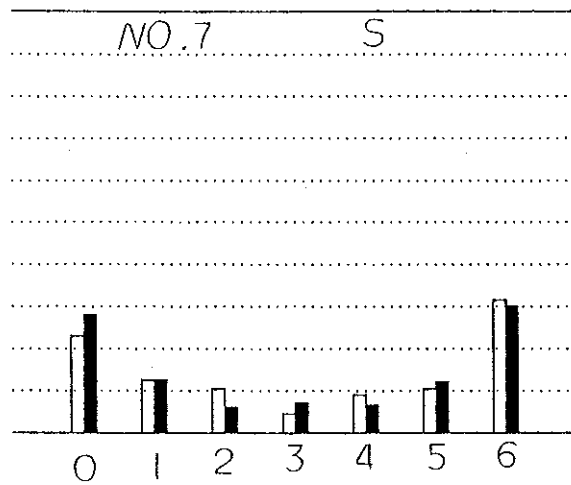


図3.3 S (SELF) とD (DISCUSS) の実測分布と理論分布、および正答確率  $p$  の分布の事例(1)

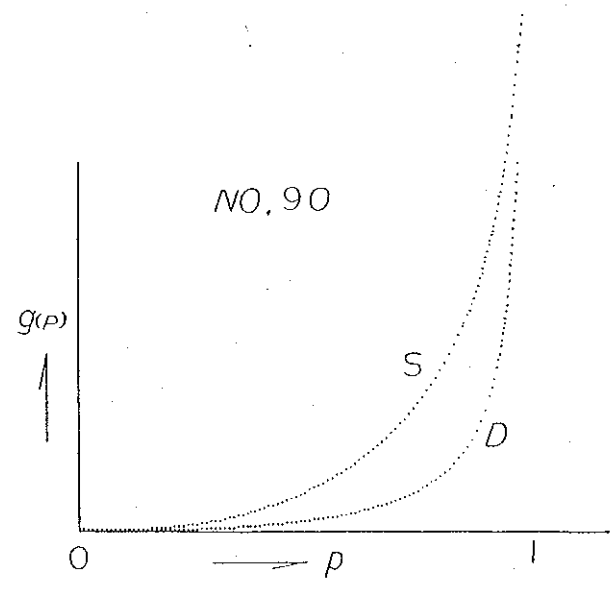
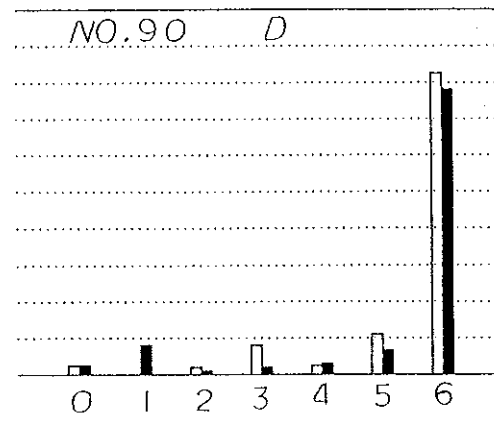
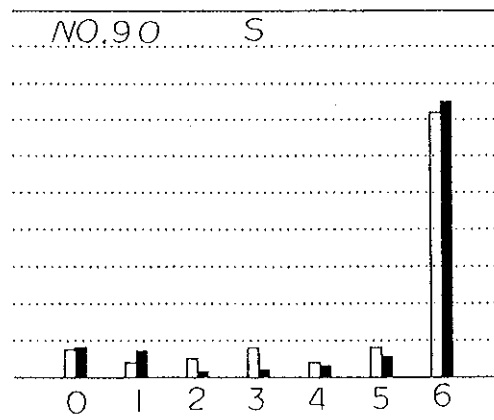


図3.4 S (SELF) とD (DISCUSS) の実測分布と理論分布、および正答確率  $p$  の分布の事例(2)

生徒同士で話し合っただけの情報交換した結果の回答分布を示す。なお実測分布は、以下のような条件下で得られた。問題内容は、物理の波動の学習単元であり、自由端と固定端での反射、波動の線型性、重ね合わせの原理等に関する2肢選択問題である。その手順は、

1. 教師による問題内容の説明
2. 生徒自身の推論による回答形式への記入
3. 生徒同士の話し合いによる回答形式への記入
4. 演示実験による結果の確認

である。回答時間は、各問いにつき5分程度で、推論したり話し合ったりする時間としては、全員の記入が終了できる時間である。高校生5クラスの約250名を対象に、12問の問いについて得られたものである。

図3.2において、実測値の回答肢 $i$ の平均値 $\bar{x}_i = 3.223$ であり、これに対応する $p$ の期待値 $\bar{p}$ を図3.1より求め $\bar{p} = 0.536$ を得て、 $\bar{p} = 0.536$ になるように、形状パラメータ $a$ を変化させて、残差平方和 $Q$ を最小にする分布を求めた。

その結果、 $a = 2.70$ 、 $b = 2.34$ を得て、図の $p$ の分布が得られた。この $p$ の分布は、回答者のこの問題に対する能力分布とも考えられ、興味深い。

図3.3、図3.4において、生徒同士の話し合いによって正答確率 $p$ の分布が変化しており、情報交換による効果を知ることができる。

さてこの回答の確率分布であるが、理論分布と実測分布の適合度は、残差平方和 $Q$ の大きさによって評価できるが、 $\chi^2$ -検定によっても適合度の有意差検定ができる。本事例のSELFとDISCUSSの24問の回答分布のすべてについて、 $\chi^2$ -検定の結果適合していると判定された。なお、残差平方和 $Q$ の平方根は、実測値の理論値からの偏差の大きさを表す目安になるが、それが0.1であれば約10%程度の誤差があることになる。従って、 $Q$ として0.01の大きさをもつ場合、本確率分布の有効範囲と考える目安と設定できる。

### 3.4 思考回数の分布を考慮した回答分布

前項では、正答確率 $p$ の分布を考慮したクラス集団の回答分布を論じた。ここでは、回答者の思考回数 $n$ の分布を考慮に入れて、クラス集団の回答分布を求める。

さて回答の過程を考慮すれば、一般にこの思考回数 $n$ の分布は、次の条件を満足するものである。

(1) 時間が大きくなるほど、 $n$ の分布の分散は大きくなる。

(2) 一定時間に到達する思考回数の分布である。

以上の条件を考慮すれば、この $n$ の分布は待ち行列等で適用されるポアソン分布が適当であろう。そこで平均思考回数を $n_0$ とにおいて、クラス集団の $n$ の分布として次式を用いる。

$$h(n, n_0) = \frac{n_0^n}{n!} e^{-n_0} \quad (27)$$

但し、思考回数は1回以上であるから、上式において $n$ の代わりに $(n-1)$ を用いる。 $n$ の範囲は $(1, 2, \dots, \infty)$ となる。従って、式(1)における回答分布 $F_i(n, p)$ を用いて、クラス集団の回答分布は $F_i''(n_0, p)$ として表される。すなわち、

$$\left\{ \begin{aligned} F_6''(n_0, p) &= \sum_{n=1}^{\infty} p^{\frac{2n}{n+1}} \frac{n_0^{(n-1)}}{(n-1)!} e^{-n_0} \\ F_5''(n_0, p) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \left\{ \left( \sum_{r=3}^{\bar{r}} \sum_{x=l+k}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot p^x (1-p)^{n-x} \frac{n_0^{(n-1)}}{(n-1)!} e^{-n_0} \right) \right. \\ &\quad \left. + p^l (1-p)^{n-l} \frac{n_0^{(n-1)}}{(n-1)!} e^{-n_0} \right\} \\ F_4''(n_0, p) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\bar{l}-1} \sum_{r=\bar{r}+1}^{n-l+1} \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} L(n, l, r, x) \cdot p^x (1-p)^{n-x} \frac{n_0^{(n-1)}}{(n-1)!} e^{-n_0} \\ F_2''(n_0, p) &= F_4''(n_0, 1-p) \\ F_1''(n_0, p) &= F_5''(n_0, 1-p) \\ F_0''(n_0, p) &= F_6''(n_0, 1-p) \\ F_3''(n_0, p) &= 1 - \sum_{i \neq 3} F_i''(n_0, p) \end{aligned} \right. \quad (28)$$

但し、 $\bar{l}$ ,  $\bar{r}$ ,  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ,  $L(n, l, r, x)$ 等は式(1)の定義と同じである。

以上の式を用いて数値計算することができるが、その方法は、3.3で示した方法と同じである。これにより、回答者個人の選択確率を表す回答分布と、思考回数 $n$ の分布を考慮に入れたクラス集団の回答分布の比較ができる。事例を用いて、その比較を示す。

式(1)および式(28)において、 $n$ または $n_0$ を変化させれば、思考回数は時間と対応付けられるので、回答分布が時間的にどのように変容するかという過程を調べることができる。実測して得られる回答分布は、ある一定時間において得られる分布であるから、そのような変容過程を調べることは困難である。従って、これを回答分布の時系列シミュレーションと呼ぶ。

図3.5に実測の回答分布を示す。この実測回答分布の正答確率 $p$ の値は、

0.55 と求められた。そこで、 $p=0.55$  として、式(1)および式(28)において、 $n$  および  $n_0$  を 1 から 20 まで変化させて得られる回答分布を図 3.6 と図 3.7 に示す。但し、思考回数が 5 回以上になるとほぼ平衡状態に達するので、7 回以上の回答分布のグラフは省略してある。

図中、白棒グラフは式(1)による個人の確率分布を、黒棒グラフは式(28)によるクラス集団の確率分布を示す。また、 $N$  は思考回数を示すが、これは式(1)の場合には  $n$  に、式(28)の場合は、 $n_0$  に対応する。

図の個人の回答分布の時系列変化から、次のことがわかる。

- (1) ある程度思考した時点から、迷い(回答肢 2~4)が生ずる。
- (2) 確信度の大きい  $X=6, X=0$  の回答肢および次に確信度の大きい  $X=5, X=1$  は、単調減少しながら、ほぼ一定値になって、平衡状態に達する。
- (3) 確信度の小さい  $X=2, X=4$ 、迷いの回答肢である  $X=3$  においては、増減の繰返しがある。その増減の差は、 $X=3$  が大きい。

思考回数が 5 回程度から回答分布は平衡状態に近似されるが、これは実測の回答分布である図 3.5 とよく対応している。これは、実測データが十分時間を与えられて回答した条件とも一致している。

クラス集団の回答分布では、ほぼ似た傾向を示しているが、主な相違点は、思考回数の小さい段階においても確信度の小さい回答肢にも分布が生ずることである。

実測して得られる回答分布は、このクラス集団の回答分布に近似されると考えられるので、クラス集団の回答分布の時系列変化は、図のように変容していく過程であろうと推測される。

これらの時系列シミュレーションの結果は、思考をするに従って迷いが生じたり、その迷いも増減しながら変容していくという我々の経験ともうまく一致しているように考えられる。

### 3.5 まとめ

本研究は、筆者の提案している 2 肢選択問題の回答肢選択モデルに基づいて、回答者集団全体による回答分布を定式化し求めることであった。

その一つは、正答確率  $p$  の分布をベータ分布として与え、実測値との対応が最もよい分布を最小 2 乗誤差によって求め、理論分布を比較する方法とその結

果を示したことである。

正答確率の分布は、生徒個人が考え推論したときの分布と生徒同士の話し合いによる分布との比較をすることができるので、教師にその情報をフィードバックすることによって、有効な指導のヒントを得ることができる。従って、実際の授業の利用としては、レスポンスアナライザーにマイコンを接続し、回答を即時に分析し表示するシステムが考えられる。正答確率の分布は、そのクラスの集団の、その設問に対する理解分布とも考えられるので、その情報は有効と考えられる。

更にもう一つは、クラス集団の回答分布の時系列変化を求める方法である。この方法によって回答分布の定常状態を推測することができるので、教師側からのヒントや生徒同士の話し合いによる情報交換のタイミングを知ることが可能である。

このような情報を元に、授業、特に話し合い授業やグループ学習、仮設実験授業などに応用していくことができると考えられる。

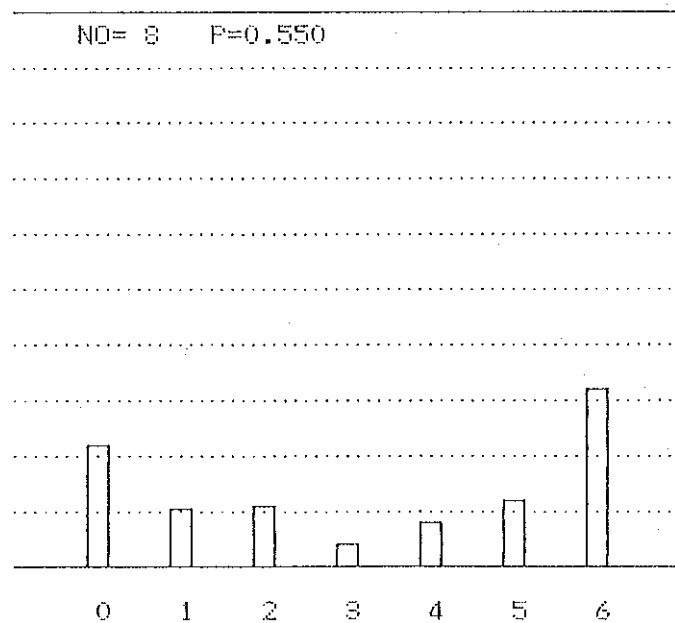


図3.5 正答確率  $p = 0.550$  における実測分布

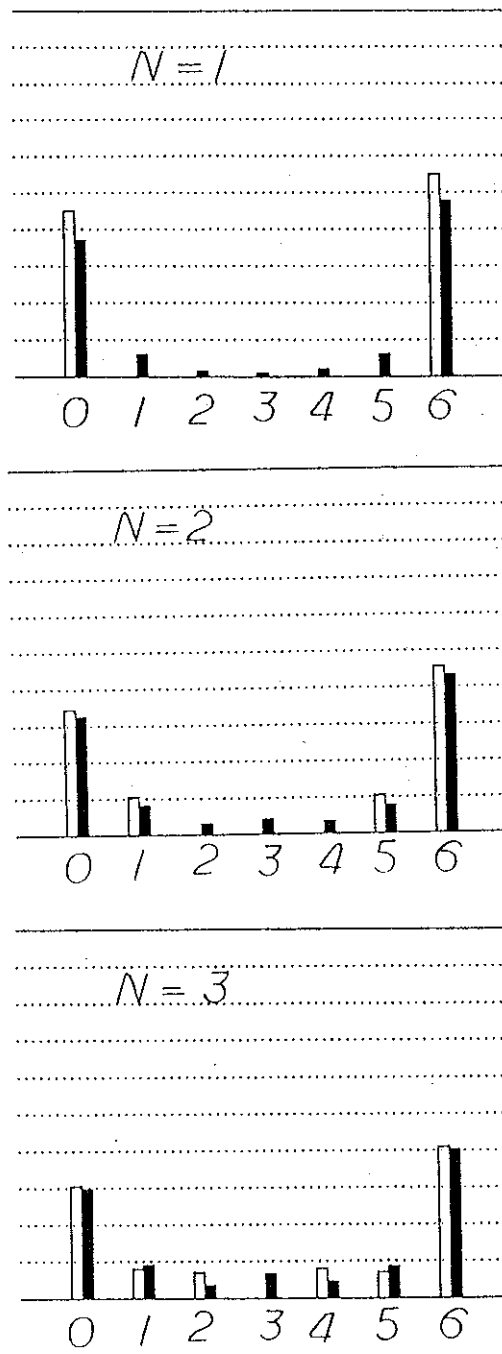


図3.6 正答確率  $p = 0.550$  における時系列変化のシミュレーション ( $N=1\sim 3$ )  
 但し、□は個人の確率分布を、■はクラス集団の確率分布を、 $N$  は思考回数を示す

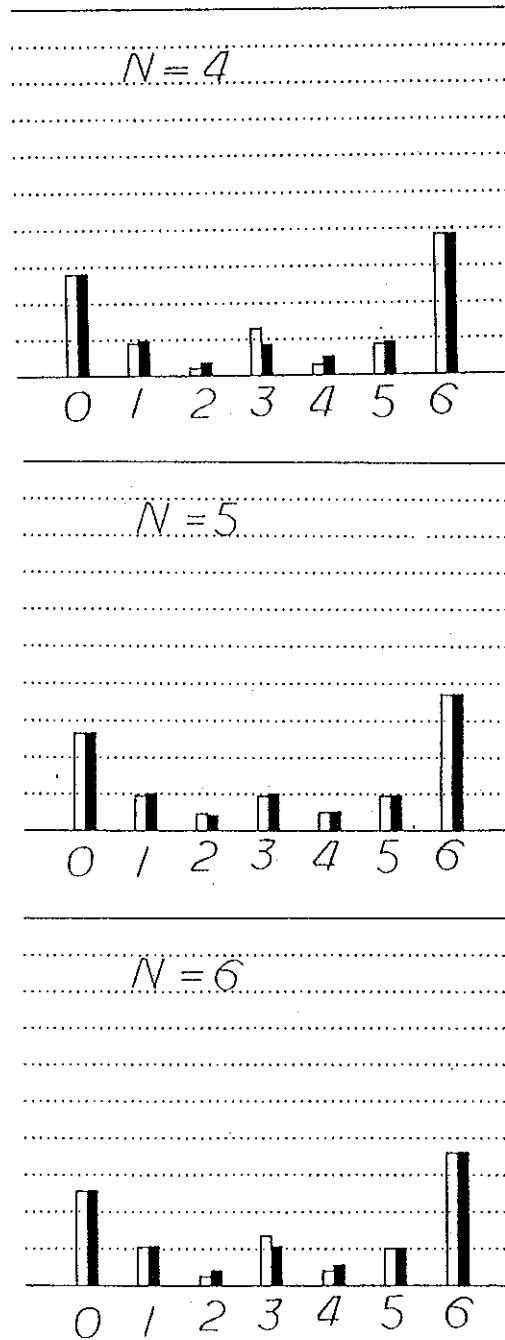


図3.7 正答確率  $p = 0,550$  における時系列変化のシミュレーション ( $N=4\sim 6$ )

但し、□は個人の確率分布を、■はクラス集団の確率分布を、 $N$ は思考回数を示す

## 第 4 章

話 合 い に よ る

回 答 分 布 の 遷 移 過 程

## 第4章 話し合いによる回答分布の遷移過程

教育の場において、生徒同士の「話し合い」を導入する授業展開がある。

この話し合い授業における思考の変容過程を、マルコフ過程としてとらえモデル化する。これを話し合い過程と呼ぶ。

このモデルによる話し合い過程は、非定常マルコフ過程として表現されるが、非定常マルコフ過程の研究はほとんど見受けられず、一般論としての数学的記述もほとんどない。そこで、この話し合い過程を位相空間の概念を用いて記述し、その性質について論ずる。その性質を用いて、生徒同士の話し合い過程を対象として、「平均何回程度思考のぶつかりあいがあり、どの程度思考の変化をしたのか」という外部から観察されにくい内的情報およびその変容過程を調べることができる。

本章は、その方法と結果について論じている。<sup>(4-1)</sup>

### 4.1 まえがき

教育の場において、授業の中で生徒同士の「話し合い」を導入する方法は、第2章で述べたがその概要は以下の通りである。

ある教材をテーマとして、初めに学習者自身に考えさせる。次に授業への参加意欲を高めるために、グループごとにまたは隣り同士で話し合いをさせる。このテーマまたは問題について結論が出る場合もあれば出ない場合もあるが、いずれにしてもその結果をKR情報として学習者に確認させることが必要である。

この結果の確認の方法として、理科の授業において学生実験または演示（デモンストレーション）を用いることは、その結果が強く印象付けられるために、授業展開方法としては興味ある方法である。以上の方法を図式化して示せば、**図2.1**のようになる。

通常の授業プロセスはCが欠けることが多いわけであるが、CとDの間に教授者側からヒントを与えることもある。教授者と学習者の授業展開における活動は、**図2.1**の通りである。

さて本章で対象としている「自分自身で推論する」過程も、「生徒同士による話し合い」過程も、いずれも生徒達による学習行動であって、教師からの教授行動ではない。従って、生徒達が解答を求めようとする能動的な学習行動と言えよう。このような学習行動は、教育実践においては、授業の活性化や生徒達の主体性の観点から重要視されるべき性質のものである。

更に、これらの学習行動から有効な情報を教師側が受けとり、授業評価したり教授行動、例えばヒント等、の意思決定をする手掛りとすることができる。その意思決定をする教授行動が適切であるためには、生徒達の学習行動の外部からの観察だけでなく、その学習行動の内部に関連している情報を得ることが大切なことである。筆者は、「生徒同士の話し合い過程」を対象として、「平均何回程度思考のぶつかり合いがあり、どの程度思考の変化をしたのか」という内的情報、およびその変容過程を推測する方法について検討している。このような人間の情報処理過程についての研究は、認知科学等の分野で盛んであるが、教育の分野での応用は少ない。<sup>(4-2)(4-3)</sup>

## 4.2 話し合い過程のモデル

話し合い過程をマルコフ過程として表現し分析している例として、大坊、<sup>(4-4)</sup>  
永岡らの研究があるが、いずれも定常マルコフ過程または時間を考慮に入れた<sup>(4-5)</sup>  
マルコフ再生過程<sup>(4-6)</sup>である。本研究での話し合い過程は、非定常マルコフ過程として表現される。以下そのモデルを示す。今、状態 $i$ を図2.2の回答形式における回答肢の $i$ に対応させる。 $(i=0, \dots, 6)$ 。回答肢 $i$ を選択した人(以下状態 $i$ と呼ぶ)が、回答肢 $j$ を選択した人(以下状態 $j$ と呼ぶ)と話し合う場合を想定する。この時次の仮定をする。

仮定：状態 $i$ が、状態 $j$ に出合って話し合った時、その時の思考の遷移(状態の遷移)は、状態 $i$ と状態 $j$ に限る。

例えば、回答肢4の人と回答肢6の人が話し合った時、両方の生徒達は4か6に遷移し、3や5には遷移しないという仮定である。すなわち、話し合いが発生した時、その両者の思考のぶつかり合いが生じ、その両者の思考(回答肢)のどちらかに組み込まれるという設定である。

さて状態 $i$ が状態 $j$ と話し合った時、その遷移は、状態 $j$ の有している強さに依存する。状態 $i$ が状態 $j$ に出合ったという条件の元での、状態 $i$ から状態

$j$  に遷移する時の割合  $P(i \rightarrow j)$  を、パラメータ  $s$  を用いて次のように表す。

$$P(i \rightarrow j) = \begin{cases} s & (j > i \text{ の時}) \\ 1 & (j = i \text{ の時}) \\ 1-s & (j < i \text{ の時}) \end{cases}$$

$P(i \rightarrow j)$  から、遷移確率  $P_{ij} (=P(j|i))$  を求める。話し合う相手はでたらめに占席しているから、状態  $i$  が状態  $j$  に出合う確率は、 $P_j$  に比例する。そこで、状態  $i$  が状態  $j$  に出合い、かつ話し合いの結果として状態  $i$  から状態  $j$  に遷移する遷移確率  $P_{ij}$  は次のようになる。但し、 $\sum_{j=0}^m P_{ij} = 1$  である関係式を用いる。

$$P_{ij} = P(j|i) = \begin{cases} sP_j & (j > i \text{ の時}) \\ (1-s)P_j & (j < i \text{ の時}) \\ 1 - \left( \sum_{j>i}^m sP_j + \sum_{j<i}^{i-1} (1-s)P_j \right) & (j = i \text{ の時}) \end{cases}$$

$j=i$  の  $P(j|i)$  は、次の三つの場合を含んでいる。状態  $i$  が状態  $j$  と出合った時、 $j > i$  の時は  $(1-s)$  の割合で  $i$  に留まる。同様に、 $j < i$  の時は、 $s$  の割合で  $i$  に留まる。 $j = i$  の時は、 $1$  の割合で  $i$  に留まる。

さて上記の遷移確率  $P(j|i)$  は、 $P_i$  を含んでいるので定常マルコフ過程にはならない。従って正確には次のように表現しなければならない。

今  $n$  回話し合った時の状態ベクトル（以下、回答分布と呼ぶ）を、 $\mathbf{P}^{(n)} = (P_0^{(n)}, \dots, P_i^{(n)}, \dots, P_m^{(n)})$  とおく。 $i$  は回答肢を表し、この回答形式の場合  $m=6$  である。 $n$  回から  $(n+1)$  回への話し合いの遷移確率は、 $\mathbf{P}^{(n)}$  に依存して、 $\mathbf{P}^{n, n+1}(j|i) = sP_i^{(n)}$  ( $j > i$  の時) のように記述する必要がある。しかし記述の繁雑さのため、ここでは添字の  $n, n+1$  等は省略して以下記述する。

次に  $s$  は話し合いによる遷移の特徴を示すパラメータであり、次のような意味を有している。

1.  $s = 0.5$  は、状態  $i$  と  $j$  が等割合で遷移する。
2.  $s > 0.5$  は、状態  $i$  と  $j$  が値の大きい側（正答に近い側）に遷移する割合が大きい。
3.  $s < 0.5$  は、状態  $i$  と  $j$  が値の小さい側（誤答に近い側）に遷移する割合が大きい。

但し、以上は状態  $i$  と状態  $j$  が出合った条件の元で解釈される意味である。この  $s$  を遷移パラメータと呼ぶことにする。

遷移マトリクス ( $P_{ij}$ ) は、具体的には以下の通りである。

$$\begin{array}{c}
 0 \quad \dots \quad j \quad \dots \quad m \\
 \left[ \begin{array}{cccc}
 0 & 1 - s \sum_{i=1}^m P_i^{(n)} & \dots & s P_j^{(n)} \quad \dots \quad s P_m^{(n)} \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 i & (1-s) P_0^{(n)} \dots \dots 1 - \left\{ (1-s) \sum_{i < j} P_i^{(n)} + s \sum_{i > j} P_i^{(n)} \right\} & \dots & s P_m^{(n)} \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 m & (1-s) P_0^{(n)} \dots \dots (1-s) P_j^{(n)} \dots \dots 1 - (1-s) \cdot \sum_{i=0}^{m-1} P_i^{(n)}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

以上が、このモデルによる話し合い過程を示す遷移マトリクスである。

### 4.3 話し合いによる確信度の変化の推測

このモデルが示すような、遷移マトリクス ( $P_{ij}$ ) が  $P_j$  を含んでいるような非定常マルコフ過程についての、一般的な数学的記述はほとんど見うけられな(4-7)(4-8)い。そこでこのモデルによる回答分布  $\mathbf{P}^{(n)}$  の性質を明らかにすることによって、「生徒同士の話し合い過程において、平均何回程度思考のぶつかり合いがあり、どの程度思考の変化をしたのか」という内的情報を得る方法について述べる。

$n$  回話し合った時の回答分布  $\mathbf{P}^{(n)}$  は、 $(n-1)$  回目の回答分布  $\mathbf{P}^{(n-1)}$  を用いて、 $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1)}(P_{ij})$  と書ける。すなわち、 $P_{ij}$  マトリクスを用いて計算すれば、

$$P_j^{(n)} = \sum_{i=0}^m P_{ij} P_i^{(n-1)} = P_i^{(n-1)} \left\{ 1 + (1-2s) \left( \sum_{i > j} P_i^{(n-1)} - \sum_{i < j} P_i^{(n-1)} \right) \right\}$$

と表される。

$P_j^{(n)}$  を遷移パラメータ  $s$  を用いて整理すれば、

$$P_j^{(n)} = (P_j^{(n-1)} + A_j^{(n-1)}) - 2A_j^{(n-1)} \cdot s \tag{1}$$

となる。但し、 $A_j^{(n-1)}$  は、

$$A_j^{(n-1)} = P_j^{(n-1)} \left( \sum_{i > j} P_i^{(n-1)} - \sum_{i < j} P_i^{(n-1)} \right)$$

である。

ここで、話し合いの結果による実測の回答分布を、 $\mathbf{q} = (q_0, \dots, q_i, \dots, q_m)$  とおく。 $n$  回目の話し合いの結果による回答分布  $\mathbf{P}^{(n)}$  は、そのモデルが妥当であれば、 $\mathbf{q}$  に近似される。そこで始めに記した、「話し合いによる思考の変化

の平均回数」の推測は、 $\mathbf{q}$  に最も近似される  $s$  と  $n$  を求めることに帰着される。  
そこで、

$$\varepsilon_{(n)}^2 = |\mathbf{P}^{(n)} - \mathbf{q}|^2 = \sum_{j=0}^m (P_j^{(n)} - q_j)^2$$

を最小にする  $s$  と  $n$  を求める。

$$\varepsilon_{(n)}^2 = \sum_{j=0}^m \{ (A_j^{(n-1)} + P_j^{(n-1)} - q_j) - 2A_j^{(n-1)} \cdot s \}^2$$

とにおいて、 $d\varepsilon_{(n)}^2/ds = 0$  により、 $n$  話し合いによる遷移パラメータ  $s^{(n)}$  は、  
次式で求められる。

$$s^{(n)} = 0.5 + \frac{\sum_{j=0}^m A_j^{(n-1)} (P_j^{(n-1)} - q_j)}{2 \sum_{j=0}^m (A_j^{(n-1)})^2} \quad (2)$$

以上で、生徒自身の推論による実測の回答分布と、話し合いによる実測の回答分布が与えられれば、式(2)によって、その時の遷移のパラメータ  $s^{(n)}$  を求めることができる。 $s^{(n)}$  は、解釈しやすい量である。

さて次に実測値の話し合いの回答分布が得られた時点での、話し合いの回数  $n$  を推定する。

現実には生徒達は話し合いによって何回か思考を変化させており、話し合い後の回答分布はある時点での情報がある。従って、何回程度思考を変化したかまたは話し合ったかを推定できることは、重要な意味を有する。

そこで、この  $n$  を推定する方法を次に示すが、式の煩雑さのため次のようなベクトルで表現する。

$\mathbf{P}^{(0)} = (P_0^{(0)}, \dots, P_i^{(0)}, \dots, P_m^{(0)})$  : 生徒自身で推論した時の、実測回答分布の  
状態ベクトル

$\mathbf{q} = (q_0, \dots, q_i, \dots, q_m)$  : 話し合い後の、実測回答分布の状態ベクトル

$\mathbf{P}^{(n)} = (P_0^{(n)}, \dots, P_i^{(n)}, \dots, P_m^{(n)})$  :  $n$  回目の話し合い後の、推定回答分布の  
状態ベクトル

$\mathbf{A}^{(n)} = (A_0^{(n)}, \dots, A_i^{(n)}, \dots, A_m^{(n)})$  :  $n$  回目の話し合い後の、次式で定義される  
ベクトル

$$A_j^{(n)} = P_j^{(n-1)} \left( \sum_{i>j} P_i^{(n-1)} - \sum_{i<j} P_i^{(n-1)} \right)$$

$\varepsilon_{(n)}^2$  :  $n$  回目の話し合い後の、推定回答分布と、話し合い後の実測回答分布

との残差平方和

さて以上の準備から、 $\varepsilon^2_{(n)}$ 、 $s^{(n)}$ は次式で表される。

但し、 $'$ は転置ベクトルを表す。

$$\varepsilon^2_{(n)} = (\mathbf{P}^{(n)} - \mathbf{q})' (\mathbf{P}^{(n)} - \mathbf{q})$$

$$s^{(n)} = 0.5 + \frac{\mathbf{A}'^{(n-1)} (\mathbf{P}^{(n)} - \mathbf{q})}{2 \mathbf{A}'^{(n-1)} \cdot \mathbf{A}^{(n-1)}}$$

ここで、 $\Delta_{(n-1)}^{(n)} = \varepsilon^2_{(n)} - \varepsilon^2_{(n-1)}$ とおく。

(1)式より、 $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1)} + \mathbf{A}^{(n-1)}(1 - 2s^{(n)})$ を用いて、 $\Delta_{(n-1)}^{(n)}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta_{(n-1)}^{(n)} &= (\mathbf{P}^{(n-1)} + \mathbf{A}^{(n-1)}(1 - 2s^{(n)}) - \mathbf{q})' \\ &\quad \cdot (\mathbf{P}^{(n-1)} + \mathbf{A}^{(n-1)}(1 - 2s^{(n)}) - \mathbf{q}) - (\mathbf{P}^{(n-1)} - \mathbf{q})' (\mathbf{P}^{(n-1)} - \mathbf{q}) \\ &= 2(1 - 2s^{(n)}) \mathbf{A}'^{(n-1)} (\mathbf{P}^{(n-1)} - \mathbf{q}) + (1 - 2s^{(n)})^2 \mathbf{A}'^{(n-1)} \mathbf{A}^{(n-1)} \end{aligned}$$

ところで、 $s^{(n)}$ の式を変形して、

$$\mathbf{A}'^{(n-1)} (\mathbf{P}^{(n-1)} - \mathbf{q}) = -\mathbf{A}'^{(n-1)} \mathbf{A}^{(n-1)} (1 - 2s^{(n)})$$

の関係式を用いれば、 $\Delta_{(n-1)}^{(n)}$ は次のようになる。

$$\Delta_{(n-1)}^{(n)} = -(1 - 2s^{(n)})^2 |\mathbf{A}^{(n-1)}|^2 \quad (3)$$

従って、話し合い過程では $\varepsilon^2_{(n)}$ について次の定理が成立する。

[定理1]

$n$ を話し合い回数とし、 $\varepsilon^2_{(n)}$ を実測回答分布と推測回答分布の残差平方和とする時、 $\varepsilon^2_{(n)}$ は $n$ と共に単調減少する。すなわち、 $\varepsilon^2_{(1)} \geq \dots \geq \varepsilon^2_{(n)} \geq \dots$ 。

次に推定回答分布ベクトル $\mathbf{P}^{(n)}$ の有している性質を、位相空間の概念を用いて記述する。

本研究における話し合いモデルは、遷移確率 $P_{ij}$ に、状態ベクトル $\mathbf{P}^{(n-1)}$ を含んでいるので、定常マルコフ過程ではない。従って、本研究で提案している話し合いモデルで成立する推定回答分布の遷移に関するいくつかの性質を、始めに明らかにする。

まず、 $\mathbf{P}^{(n)}$ 、 $\mathbf{q}$ に関して次の定理が成立する。

[定理2]

$\mathbf{q}$ 、 $\mathbf{P}^{(n)}$  (但し、 $n=0, 1, \dots$ )の各ベクトルの先端の点は、 $m$ 次元ユークリッド単体の要素である。

( 証明 )

(  $m + 1$  ) 次元のユークリッド空間  $R^{m+1}$  を想定する。第  $i$  軸上の単位ベクトルを  $\mathbf{e}_i$  とすると、 $\mathbf{P}^{(n)} = \sum_{i=0}^m P_i^{(n)} \mathbf{e}_i$  と表現できる。

また、 $P_i^{(n)} \geq 0$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) かつ、 $\sum_{i=0}^m P_i^{(n)} = 1$  であるから、 $\mathbf{P}^{(n)}$  の先端の点  $P^{(n)}$  は、 $m$  次元の超平面上に依存する。その超平面は、 $\mathbf{e}_i$  ベクトルの先端の点  $e_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m$ ) を頂点とする  $m$  次元ユークリッド単体である。これを、 $\bar{X}^m = \overline{e_0 \cdots e_i \cdots e_m}$  で表せば、 $P^{(n)}, q \in \bar{X}^m$  である。

定理 2 から、 $\mathbf{P}^{(n)}, \mathbf{q}$  は、 $m$  単体上の位相空間で考えればよいことがわかる。 $\varepsilon_{(n)}^2$  等は、その  $m$  単体上の 2 要素間の距離として定義できる。すなわち、次の系が成立する。

[ 系 2 - 1 ]

残差平方和  $\varepsilon_{(n)}^2 = |\mathbf{P}^{(n)} - \mathbf{q}|^2$  は、 $m$  単体上の 2 要素の点  $P^{(n)}, q$  の間の距離の平方である。

そこで、 $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1)} + (1 - 2s^{(n)}) \mathbf{A}^{(n-1)}$  から、 $\mathbf{P}^{(n)}$  と  $\mathbf{P}^{(n-1)}$  の関連を、位相空間で考えると次の定理が成立する。

[ 定理 3 ]

$\mathbf{P}^{(n)}, \mathbf{P}^{(n-1)}$  の  $m$  単体上での要素の点を、 $P^{(n)}, P^{(n-1)}$  とすれば、 $\mathbf{P}^{(n)}$  は  $m$  単体上での  $\mathbf{P}^{(n-1)}$  の連続写像である。

( 証明 )

$\mathbf{A}^{(n-1)}$  の  $j$  要素は、

$$A_j^{(n-1)} = P_j^{(n-1)} \left( \sum_{i>j}^m P_i^{(n-1)} - \sum_{i<j}^m P_i^{(n-1)} \right)$$

であるから、 $\mathbf{A}^{(n-1)}$  は、 $\mathbf{P}^{(n-1)}$  写像である。すなわち、 $\mathbf{A}^{(n-1)} = g(\mathbf{P}^{(n-1)})$  と書ける。

故に、

$$\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1)} + (1 - 2s^{(n)}) g(\mathbf{P}^{(n-1)}) = f(\mathbf{P}^{(n-1)})$$

であり、 $\mathbf{P}^{(n-1)}$  の写像である。

$\mathbf{P}^{(n)}, \mathbf{P}^{(n-1)}$  の先端の点  $P^{(n)}, P^{(n-1)}$  は共に  $m$  単体上にあるから、 $P^{(n)}$  は  $m$  単体上での  $P^{(n-1)}$  の写像である。すなわち、 $f: \bar{X}_m \rightarrow \bar{X}_m$  の写像である。一般に、この写像は、連続写像である。

従って、これから次の定理が導かれる。

[ 定理 4 ]

$m$  単体上において、不動点  $P^{(N)}$  が存在する。

位相幾何学における Brouwer の不動点定理によれば、 $(m+1)$  胞体  $E^{(m+1)}$  から  $E^{(m+1)}$  自身の連続写像  $f$  は、必ず不動点が存在する。すなわち、 $f(p)=p$  を満足する点  $p \in E^{(m+1)}$  が存在する。従って、 $(N-1)$  回、 $N$  回話し合い後の  $P^{(N-1)}$ 、 $P^{(N)}$  の  $m$  単体上の点を  $P^{(N-1)}$ 、 $P^{(N)}$  とすれば、定理 3 から  $P^{(N)} = f(P^{(N-1)})$  である。不動点定理から、 $P^{(N-1)} = P^{(N)}$  なる不動点が存在する。

この定理 4 は重要である。本研究で提案している話し合いのモデルはマルコフ過程であるが、定常推移マルコフ過程ではない。定常推移マルコフ過程における定常ベクトル  $P^{(\infty)}$  については良く研究されている。

従って、この話し合い過程のモデルでの不動点の存在は、より概念の広いものと考えることができる。

ここで得られる  $P^{(N)}$  を不動点ベクトルと呼ぶことにする。さて、この定理 4 から次の系が導かれる。

[ 系 4-1 ]

話し合い過程において、推定回答分布は不動点  $P^{(N)}$  に収束し、その時の遷移パラメータ  $s^{(N)}$  は 0.5 である。

[ 証明 ]

(定理 1) から  $\epsilon^2_{(n)}$  は単調減少する。すなわち任意の  $n$  に対して、 $\epsilon^2_{(n-1)} \geq \epsilon^2_{(n)}$  が成り立つから、 $m$  単体上で  $P^{(n)}$  は  $q$  に近づいていく。

一方、定理 4 から、不動点  $P^{(N)}$  が存在する。この時、 $P^{(N-1)} = P^{(N)}$  であるから、

$$\rho(P^{(N-1)}, q) = \rho(P^{(N)}, q)$$

が成立する。但し、 $\rho$  は、 $m$  単体上の 2 要素間の距離である。すなわち、 $\epsilon^2_{(N-1)} = \epsilon^2_{(N)}$  である。

(3) 式より、

$$d_{(n-1)}^{(q)} = -(1 - 2s^{(N)})^2 |A^{(N-1)}|^2$$

であるから、 $d_{(n-1)}^{(q)} = 0$ 、故に  $s^{(N)} = 0.5$  である。すなわち、不動点  $P^{(N)}$  に収束し、その時の  $s^{(N)}$  は、0.5 である。

以上から話し合い過程を  $m$  単体上で考察すれば、話し合い回数  $n$  の増大と共に、話し合い後の実測回答分布の  $q$  に近づいてくが、不動点  $P^{(N)}$  に達して収束することがわかる。従ってこの残差平方和  $\epsilon^2_{(N)} = \rho^2(P^{(N)}, q)$  は、話し合いモデ

ル自身が有している誤差と考えることができる。そこでこの  $\varepsilon_{(N)} = \sqrt{\sum_{i=0}^m (P_i^{(N)} - q_i)^2}$  を、話し合いモデルの誤差と呼ぶことにする。

最後にこの話し合いモデルでは、次の定理が成立する。

[ 定理 5 ]

$m$  単体上に、要素  $P^{(n)}$ ,  $P^{(n-1)}$ ,  $q$  がある時、

$$\rho^2(P^{(n-1)}, q) = \rho^2(P^{(n)}, q) + \rho^2(P^{(n)}, P^{(n-1)})$$

が成立する。

( 証明 )

$\rho(\alpha, \beta)$  は、 $m$  単体上の要素  $\alpha$ ,  $\beta$  間の距離である。さて、(1)式より、

$$P^{(n)} = P^{(n-1)} + (1 - 2s^{(n)}) A^{(n-1)}$$

である。これより、

$$(P^{(n)} - P^{(n-1)})' (P^{(n)} - P^{(n-1)}) = (1 - 2s^{(n)})^2 |A^{(n-1)}|^2$$

である。(3)式より、

$$d_{(n-1)}^{(n)} = -(1 - 2s^{(n)})^2 |A^{(n-1)}|^2$$

であるから、

$$\varepsilon_{(n)}^2 - \varepsilon_{(n-1)}^2 = -(P^{(n)} - P^{(n-1)})' (P^{(n)} - P^{(n-1)})$$

が成立する。一方、 $(P^{(n)} - P^{(n-1)})' (P^{(n)} - P^{(n-1)})$  は、 $m$  単体上で考えれば、

$\rho^2(P^{(n)}, P^{(n-1)})$  である。故に

$$\rho^2(P^{(n)}, q) - \rho^2(P^{(n-1)}, q) = -\rho^2(P^{(n)}, P^{(n-1)})$$

が成立する。故に、

$$\rho^2(P^{(n-1)}, q) = \rho^2(P^{(n)}, q) + \rho^2(P^{(n)}, P^{(n-1)})$$

が証明される。

一般に  $m$  単体上の要素  $\alpha$ ,  $\beta$  に対して、次式が成立することはよく知られている。

(i)  $\rho(\alpha, \beta) \geq 0$ , 等号は  $\alpha = \beta$  の時成立する。

(ii)  $\rho(\alpha, \beta) = \rho(\beta, \alpha)$

(iii)  $\rho(\alpha, \beta) + \rho(\beta, \gamma) \geq \rho(\alpha, \gamma)$

上記の定理 5 は、(i)~(iii)を満足するのは当然であるが、この話し合いモデルにおいて更に成立する関係式である。

以上定理 1 から定理 5 およびそれらの系を用いることによって、話し合い過程の理解が容易になる。このことを直観的に理解するために、次のように幾何学

的に解釈してみよう。

今直観的に理解するために、 $m+1=3$ 次元で表してみる。図 4.1 に、その 2 単体上の点、 $P^{(0)}, \dots, P^{(n)}, q$  を画いておく。残差平方和  $\varepsilon_{(n)}^2 = \overline{P^{(n)}q}^2$  である。1 回目に話し合うと、 $P^{(0)}$  は  $P^{(1)}$  に遷移する。この時定理 1 から、 $\overline{P^{(0)}q}^2 \geq \overline{P^{(1)}q}^2$  である。かつ定理 5 から、 $\overline{P^{(0)}q}^2 = \overline{P^{(1)}q}^2 + \overline{P^{(0)}P^{(1)}}^2$  が成立する。

従って、 $m+1=3$  の 2 単体上では、三角形  $P^{(0)}P^{(1)}q$  は、 $\overline{P^{(0)}q}$  を斜辺とする直角三角形に相当する。

次に 2 回目の話し合いの時、 $P^{(1)}$  は  $P^{(2)}$  に遷移する。この遷移の仕方も、 $\overline{P^{(1)}q}$  が直角三角形の斜辺となるように移動するのである。従って、少しずつ  $q$  に近づいていくことがわかる。

さてこれをくり返していくのであるが、ある時点で  $P^{(N-1)} = P^{(N)}$  となる不動点  $P^{(N)}$  が存在する。すなわち、不動点  $P^{(N)}$  に収束し、これ以上は  $N$  を増大させても  $P^{(N)}$  点に留まる。この時の  $s^{(N)}$  が 0.5 である。従って、 $\overline{P^{(N)}q} = \varepsilon_{(N)}$  がこのモデルの有している誤差である。

以上は  $m+1=3$  次元の直観的な図示であるが、一般の  $(m+1)$  次元ユークリッド空間に拡張して考えればよい。

さて以上の数学的準備から、推定の遷移パラメータ  $\hat{s}^{(n)}$ 、および思考の変化の回数、すなわち推定の話し合いの回数  $\hat{n}$  を求めることができる。この  $\hat{n}$  は、外部から観察するには極めて困難な情報であり、生徒達の内的な変容過程を表す量である。

$\hat{n}$  は、不動点  $P^{(N)}$  の  $N$  を用いればよいが、現実的には  $P^{(N)}$  の近傍に存在する  $\hat{n}$  が妥当である。すなわち、 $\varepsilon \ll 1$  なる  $\varepsilon$  に対して、 $|s^{(n)} - 0.5| \leq \varepsilon$  を満足する  $\hat{n}$  が、求める推定の話し合い回数である。

従って計算手順は以下の通りである。

- ① 生徒自身の推論による実測回答分布  $\mathbf{P}^{(0)}$  を初期ベクトルとして、(2)式により  $s^{(n)}$  を求める。
- ② (1)式に代入して、推定の回答分布  $\mathbf{P}^{(n)}$  を求める。
- ③  $\varepsilon \ll 1$  なる  $\varepsilon$  に対して、 $|s^{(n)} - 0.5| \ll \varepsilon$  の条件を満足する時終了する。

この時の  $n$  を、実測の話し合い過程までの、思考の変化の回数  $\hat{n}$  として推定する。

- ④ 条件を満足させない時、 $n$  を  $n+1$  として、 $\mathbf{P}^{(n)}$  を用いて①の  $s^{(n+1)}$  を求

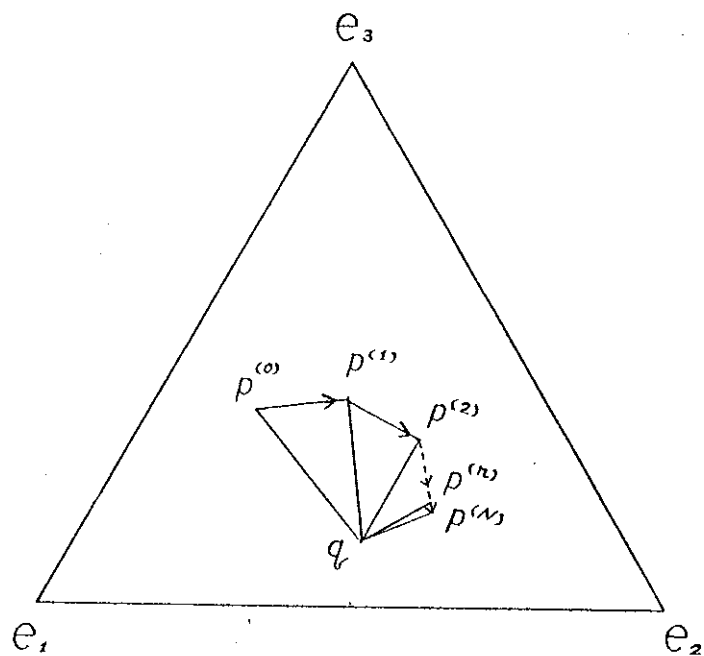


図4.1 2単体における遷移過程の模式図

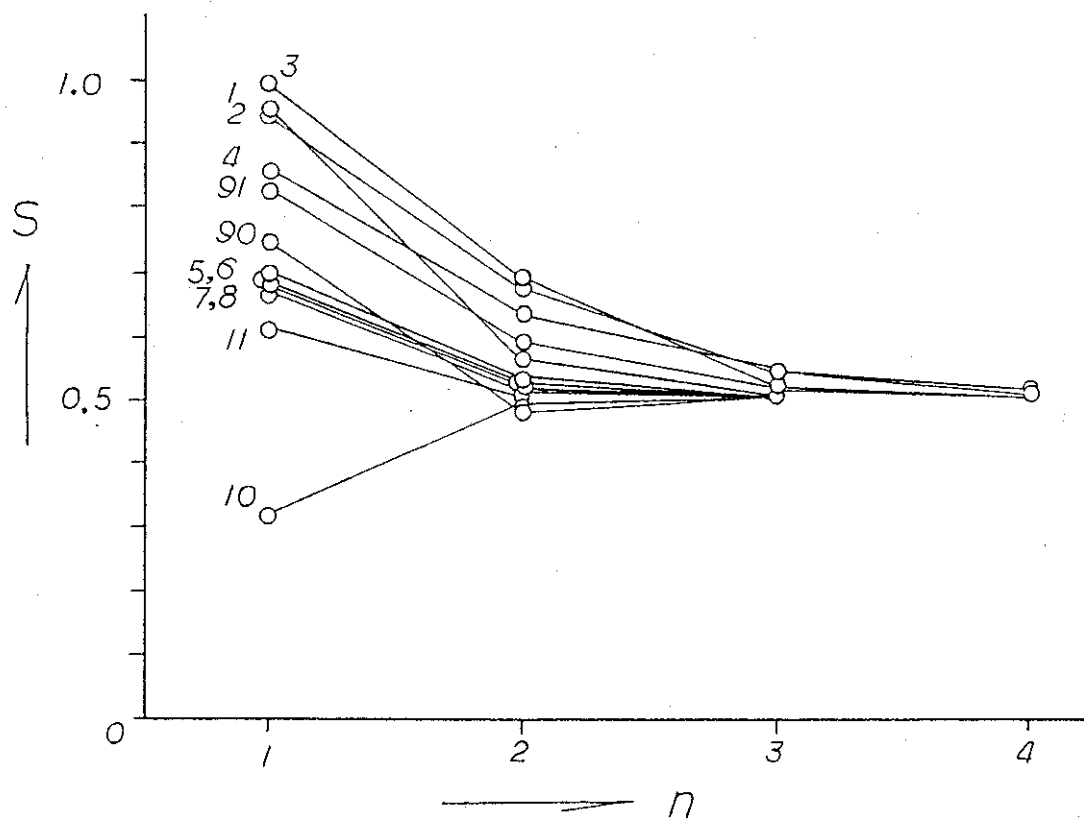


図4.2 遷移パラメータSと、話し合いによる思考の回数nの関係

める。

以下、くり返す。

以上の計算手順で $\hat{n}$ および $\hat{s}^{(n)}$ ,  $\hat{\mathbf{P}}^{(n)}$ を求めることができる。またその過程までの、 $k=1, 2, \dots, (\hat{n}-1)$ の時の $s^{(k)}$ ,  $\mathbf{P}^{(k)}$ を求めることができる。この $s^{(k)}$ ,  $\mathbf{P}^{(k)}$ は、実測した話し合い時点までの遷移の特徴や、その時点での推測の回答分布を示す。以下実測値を用いた適用事例を示す。

#### 4.4 実測値によるモデルの適用結果

表 4.1 に結果の一部を示す。SELF は生徒自身による推論の実測データ、DISCUSS は話し合い後の実測値データを示す。 $N=1, N=2$ 等は、本研究で示したモデルによる推定の話し合い回数または思考の変化の回数であり、分布はその時の推定回答分布を示す。また $X=0\sim 6$ は、選択肢 $X$ を示す。 $s$ は遷移パラメータである。

表で明らかなように、 $s=0.50$ に収束していく様子が確認される。

以上の結果について、12問の問題の遷移パラメータ $s$ の変化を、図 4.2 に示す。

図 4.2 から $s$ がすべての問題について、理論通りに0.5に収束されていく過程が読みとれる。なお、図中の添字の数字は問題番号を示す。実測値データは250名程度の生徒数から得られている。図から、 $\varepsilon \ll 1$ に対して $|s-0.5| \ll \varepsilon$ を満足する推定話し合い回数（または思考の変化の回数）は、約3回から4回程度であることがわかる。

このことは、現実の生徒達の話し合い過程を想定すれば、話し合う相手は本人を中心にして3~4人であることとうまく対応する。

すなわち、教室内での座席の状況から、教室の前後と両側に占めている生徒の周りの生徒達は約3人程度、それ以外は4人程度が隣り合う生徒数である。本実測値は現実の授業の中で得られたものであり、教室内での立居行動は許されていない。従って、隣り合う生徒同士で話し合うことになり、推定話し合い回数（または思考の変化の回数）が3~4回であることは、現実の状況をうまく説明しており、興味ある結果を示している。

推定話し合い回数が2か3か4かは、問題の性質に依存している。理論通りに、不動点が存在し、そこに収束する様子が確認された。

表 4.1 遷移過程における回答の確率分布

但し, SELF, DISCUSS は実測分布,  
 $N=1, 2 \dots$ モデルによる遷移過程の確率分布,  
 $s$  は遷移パラメータを示す。

problem No =1

X	SELF	DISCUSS	$N=1$	$N=2$	$N=3$
0	0.046	0.023	0.006	0.005	0.005
1	0.046	0.046	0.010	0.008	0.008
2	0.042	0.015	0.012	0.011	0.011
3	0.057	0.065	0.022	0.019	0.019
4	0.130	0.038	0.072	0.065	0.064
5	0.238	0.146	0.212	0.197	0.197
6	0.441	0.667	0.667	0.694	0.695
			$s=0.959$	$s=0.562$	$s=0.503$

problem No =4

X	SELF	DISCUSS	$N=1$	$N=2$	$N=3$	$N=4$
0	0.116	0.087	0.043	0.032	0.030	0.030
1	0.058	0.025	0.029	0.022	0.021	0.020
2	0.104	0.054	0.063	0.050	0.047	0.047
3	0.083	0.162	0.062	0.051	0.048	0.048
4	0.154	0.091	0.140	0.123	0.118	0.117
5	0.212	0.095	0.248	0.243	0.240	0.239
6	0.274	0.485	0.416	0.477	0.495	0.499
			$s=0.858$	$s=0.626$	$s=0.536$	$s=0.509$

problem No =8

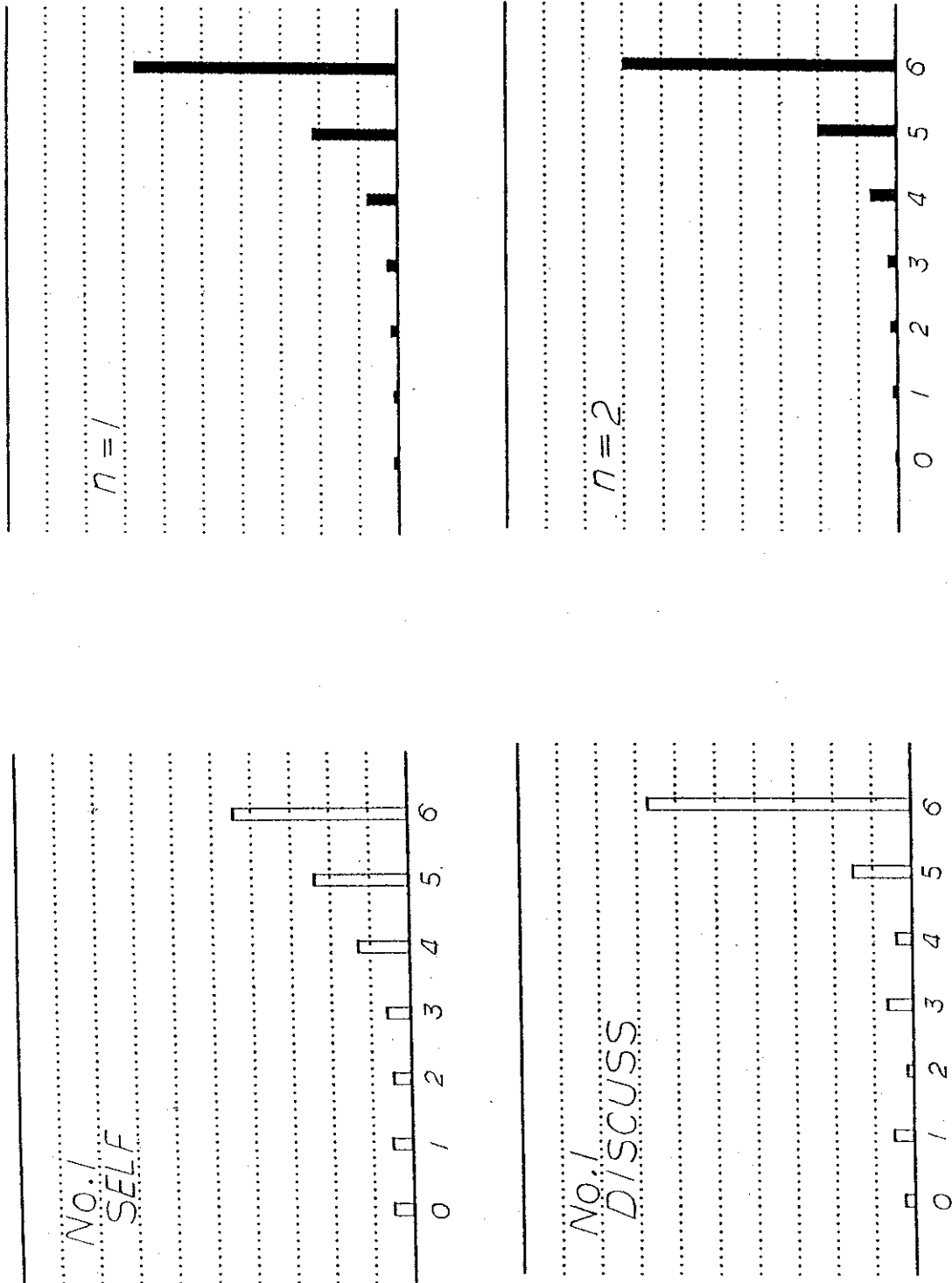
X	SELF	DISCUSS	$N=1$	$N=2$	$N=3$
0	0.220	0.184	0.153	0.146	0.145
1	0.106	0.098	0.087	0.084	0.084
2	0.110	0.049	0.100	0.098	0.097
3	0.041	0.131	0.039	0.039	0.039
4	0.082	0.049	0.083	0.082	0.082
5	0.118	0.049	0.129	0.130	0.130
6	0.322	0.441	0.408	0.421	0.423
			$s=0.696$	$s=0.527$	$s=0.504$

図 4.3 に, その遷移過程の推測回答分布を示す。図 4.2 の  $s$  の変化で予想されるように, SELF から  $n=1$  への遷移の回答分布の変化は大きく,  $n=1$  から  $n=2$  への遷移の回答分布の変化は小さい。

図 4.4 に, 話し合いモデルの有している誤差の一部を示す。図中, 白棒グラフは実測回答分布を, 黒棒グラフは不動点における理論回答分布を示し,  $\epsilon^{(N)}$

図4.3 回答分布の遷移過程

但し、SELF、DISCUSSは実測の回答分布  
 $n = 1, 2$ は遷移過程の回答分布を示す



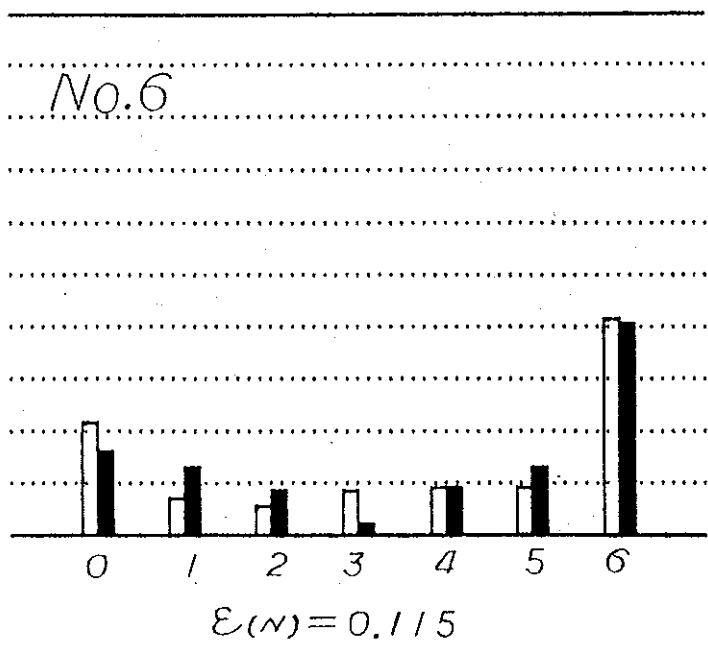
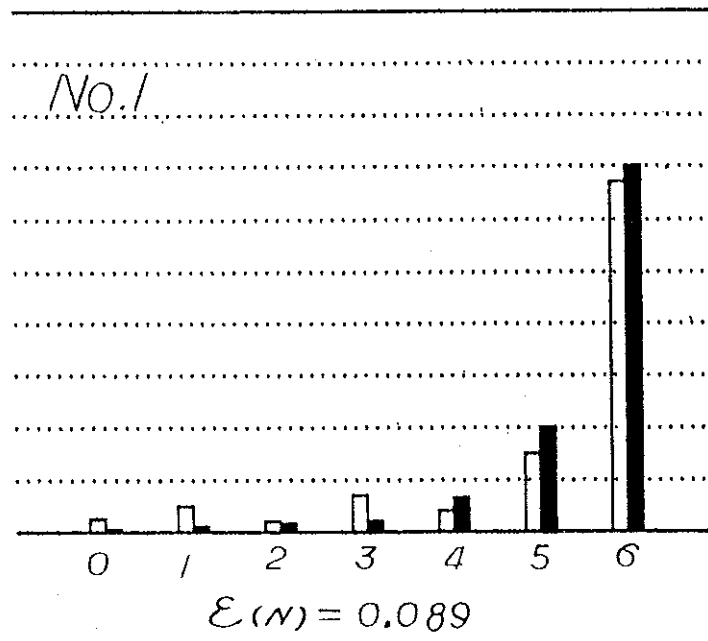


図4.4 話し合い後の実測分布と、不動点における理論分布との比較  
 但し、 $\mathcal{E}(N)$ は話し合いモデルの誤差を示す

はその誤差の値を示す。

#### 4.5 まとめ

本研究では、非定常マルコフ過程である話し合いモデルを提案し、位相幾何学の概念を用いて推測回答分布を得る理論構成と、実測値への適用結果について報告した。本研究は現実の学校教育の中で活用できることを想定して、その学習行動である「話し合い」の過程に着目して、思考の変化過程を理論化した。その結果、かなり興味ある知見を得ることができた。

例えば、図 4.2 において問題番号 1～4 (A群とする)と問題番号 5～8 (B群とする)の 1 回目の  $s$  の値に大きな差が見受けられる。図 2.4 で判るように A 群と B 群はほぼ類似した問題内容であるにもかかわらず、B 群の  $s$  の値が A 群の  $s$  の値より小さい理由は、次の様に推測される。

図 2.4 の問題は実際の授業で実施されたものであり、かつその問題番号は実施の順序を示している。そこで A 群の場合は最初の問題であり、話し合いによって学習者の考え方が大きく変化したと思われる。その後演示実験によってその結果を確認しており、その内容についての学習は成立したと考えられる。一方 B 群は、A 群の次に提示した問題群であり、A 群の学習内容からその結果を類推しやすい状態になっており、話し合いによっても各学習者の考え方が大きく変化しなかったと思われる。この後に  $s$  の値の変化から、学習過程との関連を調べる事ができる。さらに図 2.4 で判る通り、問題番号 9 から 11 は A 群・B 群とは異質な問題であり  $s$  の値は変動している事と対応している。

最後に、本研究の有効性について若干触れておきたい。推測回答分布、推測話し合い回数、遷移パラメータ等の情報を得るために必要な入力データは、SELFとDISCUSSの回答分布のデータのみである。これは現実にはレスポンスアナライザでもよく挙手による方法でもよい。いずれにしても極めて単純な方法であり、これらの数値を入力するだけで上記のデータが出力される。

従って、学習者の思考の変容過程を知る手掛りとなり、教師の教授行動を起す意思決定を支援するという意味で現実の教育の場でも有効であろう。

## 第 5 章

### 拡張回答肢選択モデル

## 第5章 拡張回答肢選択モデル

筆者は、教育の場等で発生する2肢選択問題を対象として、その確信度を反映する回答形式を提案し、その回答分布を説明する回答肢選択モデル(RSモデル)を第2章で報告した。本論文では、このRSモデルの考え方を基礎にして、これを一般的に拡張した拡張回答肢選択モデル(ERSモデル)を提案する。RSモデルでは、そのモデルから導かれる回答の確率分布を定式化した<sup>(5-1)</sup>が、ERSモデルでは、シミュレーションによって、そのモデルの妥当性を論じている。

### 5.1 まえがき

本研究は、回答がAかBかという2肢のみに限定されている問題、すなわち2肢選択問題に対する選択の意思決定の過程をモデル化したものである。

ところで、回答者が回答肢 $x$ を選択する過程は、意思決定の情報処理過程とみなされる。その情報処理過程の結果が、確信度または回答肢 $x$ の選択という事象として顕在化されることになる。その内的な情報処理過程をモデルとして表現したものを、本研究では「回答肢選択モデル」と呼んでいる。

さてこのような情報処理モデルとしては、Tverskyらの一連の研究が挙げられる。<sup>(5-2)(5-3)</sup> Tverskyらは、いくつかの選択項目(多肢選択項目)に属性を与え、その属性の好ましき(preference)によって選択行動を説明するモデル、EBA(Elimination By Aspects)モデルを提案している。また、EBAモデルを、ファジー集合論を用いて拡張した研究も見受けられる。<sup>(5-4)</sup> しかしながら、本研究では選択に至るまでの思考の過程を2値パターンで表現しており、対象および方法もTversky等とは異にしている。

また確信度という情報は、選択肢に対する主観確率とも考えられるが、その立場からShaferらのBelief関数を用いる方法によって、あいまい情報を取り扱う研究も見受けられる。<sup>(5-5)</sup> 更に、ベイズ統計を組み込んだ統計的意思決定理論<sup>(5-6)(5-7)</sup>についての研究は数多くあるが、損失関数の最小化というモデルに基礎をおいており、本研究のアプローチと基本的に異なっている。

本研究では回答者がある回答肢を選択した場合、そのプロセスについてのモデル的な解釈を与えることが可能である。それは、単に回答に対する確信度が

大きいとか小さいなどの情報ではなく、その回答者が正答または誤答をあるパターンで思考した結果であろうという知見を与えることであり、その意味でありまい情報の中身の分析とも考えられる。

## 5.2 拡張回答肢選択モデル(ERSモデル)

本研究はRSモデルを基礎として、このモデルを一般的に拡張した内容であるが、そのモデルを拡張回答肢選択モデル(Extension model of Responses Selectionとして、ERSモデルと略す)と呼ぶ。以下その考え方と方法を示す。

RSモデルでは選択基準の因子として、3因子取り上げている。すなわち、 $n$ 回思考の時系列パターン $\mathbf{Z}$ の最後の連の長さ $l$ 、 $\mathbf{Z}$ の中の連の数 $r$ 、 $\mathbf{Z}$ の中の正答の数 $Z$ と誤答の数 $\bar{Z}$ の大小関係である。

更にこの基準のほかに、 $\mathbf{Z}$ の最後の思考 $z_n$ が正答か誤答かによってふるい分けるモデルである。従って、正確には4因子によって回答選択の過程を説明する内容である。ここで、正答の数 $Z$ と誤答の数 $\bar{Z}$ の大小関係の基準を、次のように表現し直す。

$Z(z_n)$ を最後の思考 $z_n$ と同じ思考(正答または誤答)の $\mathbf{Z}$ の中の数とする。また $Z(\bar{z}_n)$ を、最後の思考 $z_n$ と異なる思考(正答または誤答)の $\mathbf{Z}$ の中の数とする。明らかに、 $Z(z_n) + Z(\bar{z}_n) = n$ である。そこでこの基準を、 $Z(z_n) > Z(\bar{z}_n)$ と設定する。これは、 $z_n$ が正答ならば $\mathbf{Z}$ の中の正答の数は誤答の数より大きい、または $z_n$ が誤答ならば $\mathbf{Z}$ の中の誤答の数が正答の数より大きいことを意味している。

そこで、各因子の基準を次のような記号で表現しておく。

$$L : l \geq n_1$$

$$R : r \leq n_2$$

$$Z : Z(z_n) > Z(\bar{z}_n)$$

以上の基準を、それぞれ一般的に条件1, 2, 3と設定しておく。更に最後の思考 $z_n$ が正答であるかどうかの基準、すなわち、 $z_n = 1$ を条件4と設定する。

このような設定をすれば、RSモデルを表す図2.6は図5.1のように記述することができる。

このモデルのタイプを、タイプ1と名付ける。

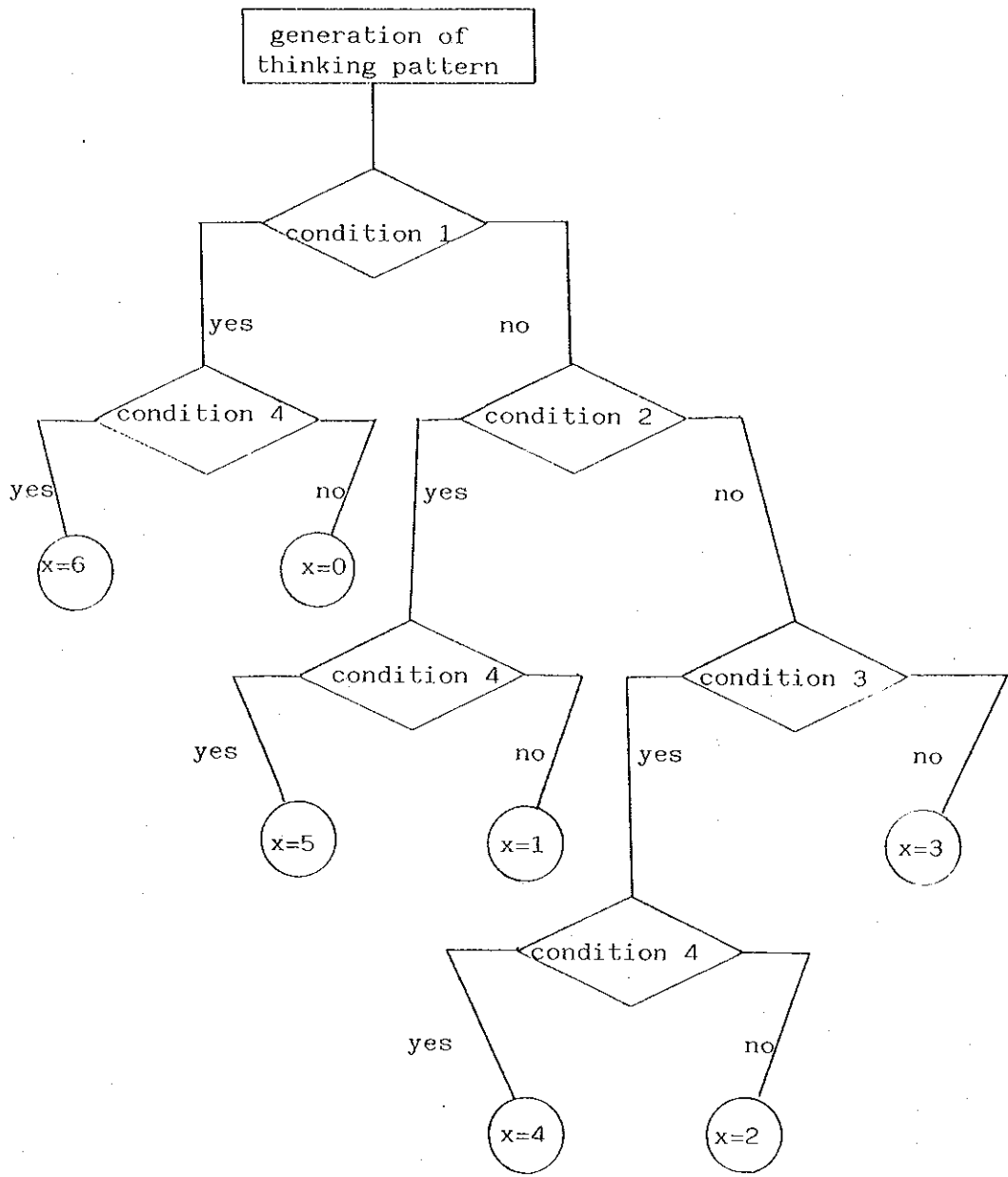


図5.1 回答肢選択モデルタイプ1

タイプ1のモデルでは、条件1によって確信度の最も大きい  $x=6$ ,  $x=0$  をふるい分けるのであるから、条件1を最も強く評価している考えである。同様に条件2によって次に確信度の大きい  $x=5$ ,  $x=1$  をふるい分けるのであるから、条件2を次に強く評価している考えである。条件3がこれに続く、従って、条件1、条件2、条件3の順でふるい分け、かつ各条件の確信度に寄与する影響を強く評価した基準設定のモデルである。

次のタイプを図5.2に示す。

図5.2で示されるモデルのタイプを、タイプ3と名付ける。タイプ3のモデルでは、条件1、2、3が同時に満足されたとき、最も確信度の大きい  $x=6$ ,  $x=0$  をふるい分け、条件1、2が同時に満足されたとき、次に確信度の大きい  $x=5$ ,  $x=1$  を含めてふるい分ける。条件1だけ満足されたとき、次に確信度の大きい  $x$  を含む。

すなわち、条件1は最も確信度の小さい  $x=3$  以外のすべての回答肢に寄与し、条件2、条件3の順に寄与する回答肢の確信度の総和が減少する。従って、タイプ3は、条件1、条件2、条件3の順でふるい分け、かつ各条件の確信度に寄与する影響を弱く評価した基準設定のモデルである。

最後のタイプを図5.3に示し、このタイプをタイプ2と名付ける。タイプ2のモデルでは、条件1と条件2の二つだけでふるい分ける。条件1と条件2が同時に満足されたとき、最も確信度の大きい  $x=6$ ,  $x=0$  をふるい分け、条件1だけ満足されたとき、次に確信度の大きい  $x=5$ ,  $x=1$  を含めてふるい分ける。条件2だけ満足されたとき、次に確信度の大きい  $x$  を含む。すなわち、条件1、条件2の順で寄与する回答肢の確信度の総和が減少する。その寄与する確信度の大きさを考えれば、タイプ1とタイプ3の間であり、条件1、条件2の順でふるい分け、かつ各条件の確信度に寄与する影響を、タイプ1とタイプ3の間で評価した基準設定のモデルである。

以上のことを直観的に理解するために、図5.4にその模式図を示す。各回答肢の確信度の大きさの順序と、各条件が寄与する回答肢を対応させることによって、基準設定の意味を読みとることができる。すなわち、図5.4は、タイプ1が強い評価基準、タイプ3が弱い評価基準、タイプ2が中間の評価基準であることを示す。

さてこれまでの議論では、条件1にL、条件2にR、条件3にZの基準を対

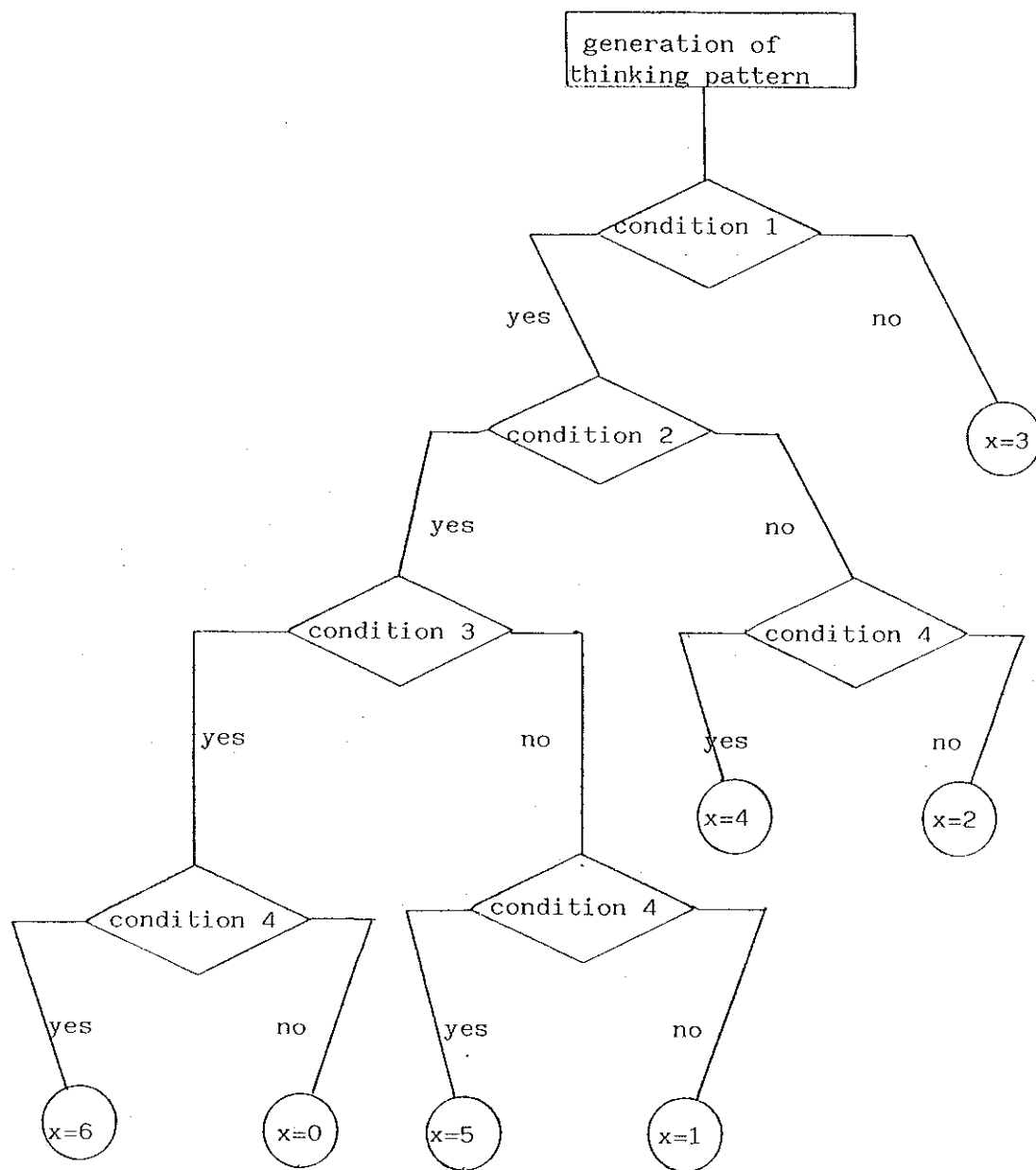


図5.2 回答肢選択モデルタイプ3

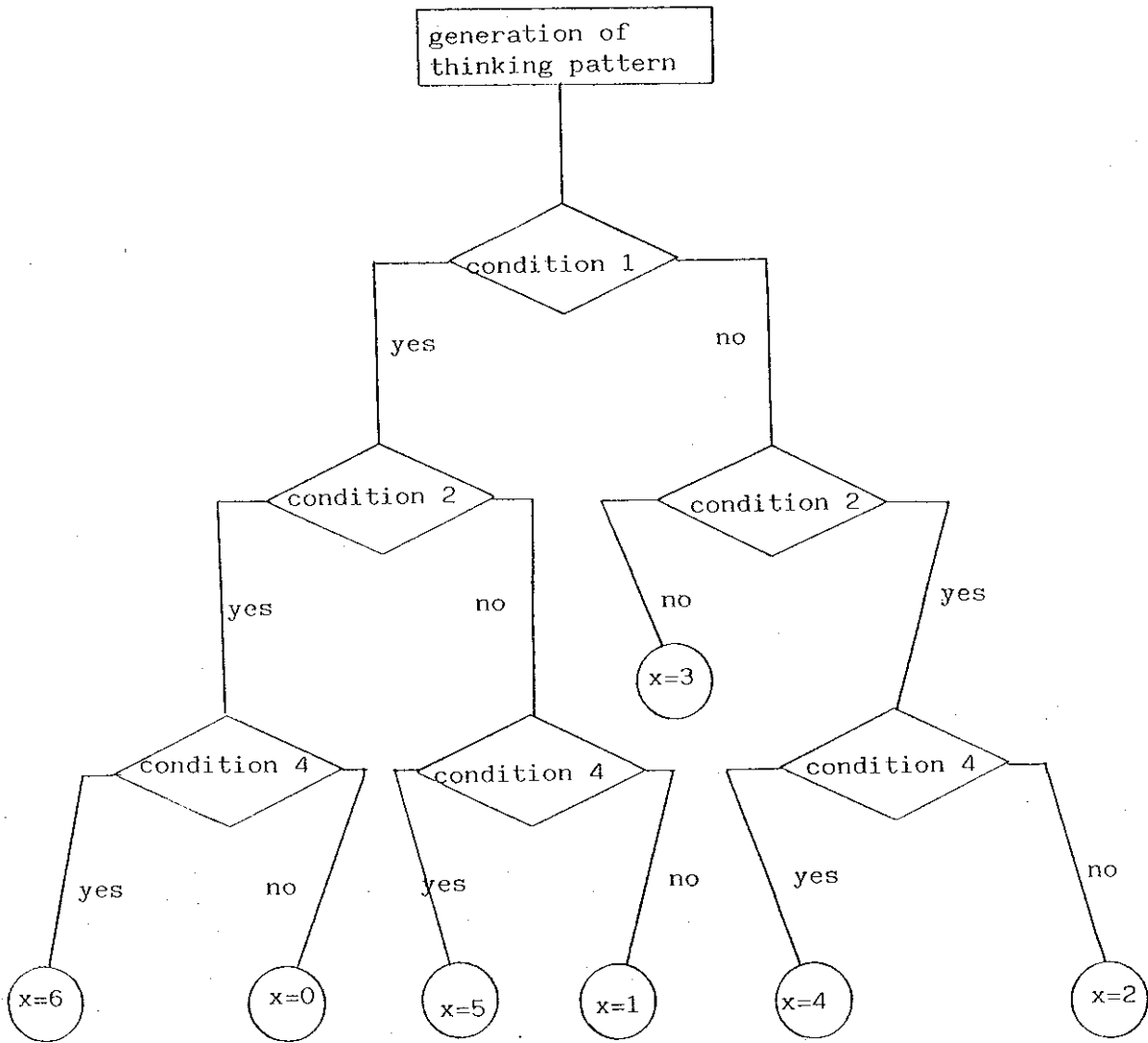
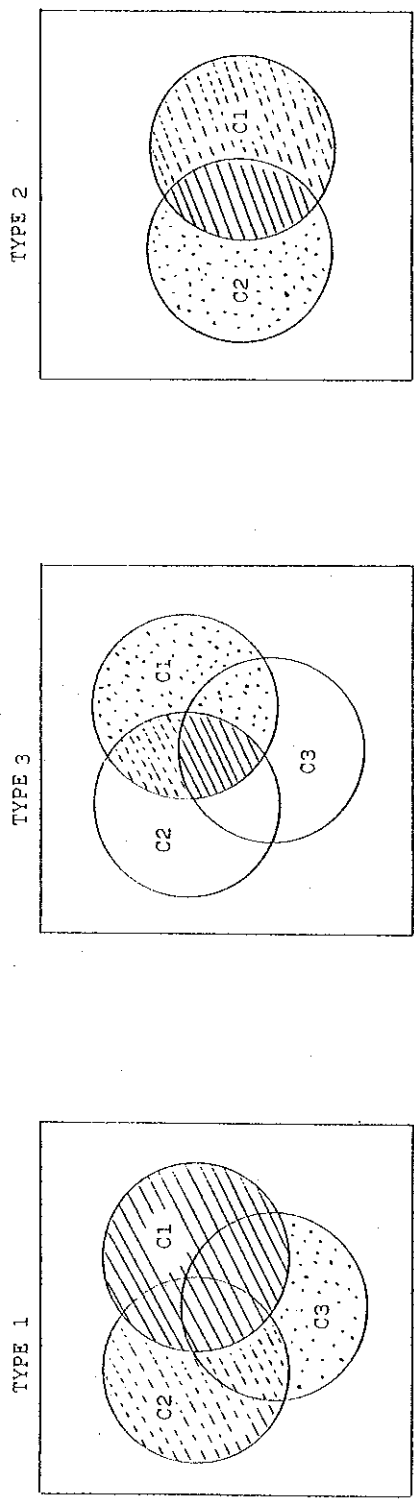


図5.3 回答肢選択モデルタイプ2



C1:condition 1    C2:condition 2    C3:condition 3



図5.4 各タイプの模式図

応させていたが、その対応の必然性はない。そこで各条件に、L, R, Zの基準の組合せで対応させることにより、RSモデルの拡張が可能になる。

各タイプ共、確信度の大きさに寄与する順序は、条件1, 条件2, 条件3の順であるから、これを(条件1-条件2-条件3)として表し、各条件に、L, R, Zを対応させ、各々のモデルに対してタイプ1からタイプ3までを組み合わせた表が、表5.1である。

従って、18モデルが提案されることになる。タイプ2においては条件1と2だけであるから、LRのようにして表す。RSモデルは、この表でいえば、LRZ-1モデルに対応する。RSモデルを含めて、このように一般的に拡張したモ

表 5.1 拡張回答肢選択モデルの一覧表

	TYPE 1	TYPE 2	TYPE 3
L-R-Z	LRZ-1	LR	LRZ-3
L-Z-R	LZR-1	LZ	LZR-3
R-L-Z	RLZ-1	RL	RLZ-3
R-Z-L	RZL-1	RZ	RZL-3
Z-L-R	ZLR-1	ZL	ZLR-3
Z-R-L	ZRL-1	ZR	ZRL-3

デルを、ここでは拡張回答肢選択モデル(Extension model of Response Selection, 略してERSモデル)と呼ぶ。

このモデルに従えば、多くの範囲の回答分布を説明することが予想される。

なお図5.4において、形式的には他のタイプも設定することは可能である。但し、各々のタイプは、次の条件を満足する必要がある。

1° 条件1 > 条件2 > 条件3の順に確信度に寄与する割合が減少する。

2° 回答肢について、6(または0) > 5(または1) > 4(または2) > 3の順に確信度が減少する。

そこで、1°の確信度に寄与する割合を強く評価した基準がタイプ1であり、弱く評価した基準がタイプ3であり、その中間がタイプ2である。他のタイプは、各々これらのタイプの間に位置するか、もしくは上の二つの条件を満足しないか、強い、弱いなどの基準で評価できないかなどである。そこでここでは、代表として三つのタイプを設定してある。

### 5.3 ERSモデルによる回答分布

次に、ERSモデルによる回答分布の計算の方法を示す。この方法の説明

のため、事例として、思考回数  $n = 6$ 、 $L$  の基準値  $n_1 = 2$ 、 $R$  の基準値  $n_2 = 4$  と仮に設定したときの思考パターン  $\mathbf{Z}$  のふり分けによる回答分布を示す。

表 5.2 に LRZ-1 モデルによる例を、表 5.3 に ZLR-1 モデルによる例を示す。

表に示されるように、回答肢  $x$  を選択する思考パターンの集合を  $\Omega(x)$  で表し、 $\Omega(x) = \{ Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_k \}$  とおく。  $Z_i$  の思考パターンにおいて、正答 ( $z_i = 1$ ) の数を  $X_i$  とおけば、誤答 ( $z_i = 0$ ) の数は明らかに、 $n - X_i$  である。正答確率  $p$  を用いて、回答肢  $x$  を選択する確率  $F_x(p)$  は、 $q = 1 - p$  とおいて、次式で求められる。

$$F_x(p) = \sum_{i=1}^k p^{X_i} q^{n-X_i} \quad (1)$$

明らかに、

$$\sum_{x=0}^m F_x(p) = (p+q)^n = 1 \quad (2)$$

の条件を満足する。但し、 $m$  は回答肢の数を示す。更に ERS モデルでは、 $n_1$ 、 $n_2$  をそれぞれ最後の連の長さの期待値  $\bar{l}$ 、連の数の期待値  $\bar{r}$  に等しいと設定しているのので、思考回数  $n$  がパラメータとなる。従って、 $F_x(p)$  は、 $F_x(n, p)$  と表すことができる。

ところで実測の回答分布は、多くの回答者による頻度分布で得られる。 $F_x(n, p)$  は確率分布であるから、正確には個人の選択確率を表している。従って集団全体の回答分布を説明するためには、正答確率  $p$  と思考回数  $n$  の集団での分布を考慮する必要がある。このような集団における回答分布について検討した結果、 $p$  の分布は大きく影響しないことが確かめられた。(第 3 章の 3.3)

そこで  $n$  の分布を考慮に入れる。回答の過程を想定すれば、回答時間が大きくなるほど、 $n$  の分散は大きくなることと、一定時間に到達する  $n$  の分布であることの二つの条件を満足する必要がある。

この条件を満たす  $n$  の分布として、ポアソン分布を適用する。 $n_0$  を平均思考回数とおき、思考回数が 1 回以上であることを考慮すれば、集団の回答分布  $F'_x(n_0, p)$  は、次式で求められる。

$$F'_x(n_0, p) = \sum_{n=1}^{\infty} F_x(n, p) \frac{n_0^{(n-1)}}{(n-1)!} e^{-n_0} \quad (3)$$

次に実測回答分布と比較する場合、 $n_0$  を決定する必要がある。この思考回数

を変化させることは、回答時間と対応していると考えられるので、回答分布の時系列過程をシミュレートしていることになる。その結果は、2章で述べたように、 $n$  が5回程度以上になると回答分布はほぼ平衡状態に近似されることが確かめられている。

実測の回答分布の回答時間は、十分時間が与えられた条件で得られるものであるから、平衡状態における回答分布と設定してよい。そこで、平均思考回数  $n_0 = 10$  と設定する。

ERSモデルでは合計18モデルを提案しているのは、18モデルすべてについて計算するためには、コンピュータシミュレーションによる方法が実用的である。式(3)より、 $n_0$  が与えられたので、 $p$  が与えられれば原理的に計算可能である。

但し、 $F_x(n, p)$  を式(1)によって求めなければならないが、数値計算上の問題は、 $L$  と  $R$  の基準値  $n_1 = \bar{l}$ ,  $n_2 = \bar{r}$  の取扱いにある。RSモデル、すなわちLRZ-1モデルについては、数学的定式化を報告したが、ここではコンピュータシミュレーションによる方法を用いるために、次のような方法で計算する。

$\bar{l}$ ,  $\bar{r}$  は、2章で述べたように次式で与えられる。

$$\bar{l} = \frac{2n}{n+1}, \quad \bar{r} = \frac{n+1}{2} \quad (4)$$

従って、 $n$  が大きいときの  $\bar{l}$  は2に近似される。また、 $\bar{r}$  は、 $n = 2k + 1$  (奇数) のとき、 $\bar{r} = k + 1$  (整数)、 $n = 2k$  (偶数) のとき、 $\bar{r} = k + 0.5$  (整数 + 0.5) となる。

表 5.2 LRZ-1モデルにおける思考パターン例 (但し、 $n=6, n_1=2, n_2=4$ )

0	1	2	3	4	5	6
111000	111110	010010	101010	110101	111101	111111
110000	111010	001010	101001	101101	111001	110111
100000	110110		100101		110001	101111
011000	110010		011010		100001	100111
010000	101110		010110		011101	000111
001000	100110		010101		011001	011111
000000	100010				010001	010111
101000	011110				001101	001111
111100	001110				001001	111011
110100	000110				000101	110011
101100	000010				000001	100011
100100						011011
011100						010011
001100						001011
000100						000011
010100						101011

表 5.3 ZLR-1 モデルにおける思考パターン例 (但し,  $n=6, n_1=2, n_2=4$ )

0	1	2	3	4	5	6
000000	011100	001110	010101	000001	000011	001111
000010	101100	011110	010110	000101	000111	010111
000100	110100	100110	011010	001001	001011	011011
000110	111000	101110	100101	001101	010011	011101
001000	111100	110010	101001	010001	100011	011111
001010		110110	101010	011001		100111
001100		111010		100001		101011
010000		111110		110001		101111
010010						110011
010100						110101
011000						110111
100000						111001
100010						111011
100100						111101
101000						111111
110000						101101

更に式(3)でポアソン分布は,  $n_0=10$  であるから,  $n$  の小さい値についての寄与は小さい。そこで  $\bar{l}$  について,  $n \leq 2$  では  $\bar{l}=1$ ,  $n \geq 3$  では  $\bar{l}=2$  とした整数値に置き換えても, その数値的な近似は十分である。また,  $\bar{r}$  については, 次式で計算すれば良好な近似であることがわかる。

$$F_x(n_1, n_2, p) = \begin{cases} F_x(\bar{l}, k+1, p) & (n=2k+1 \text{ のとき}) \\ \frac{F_x(\bar{l}, k, p) + F_x(\bar{l}, k+1, p)}{2} & (n=2k \text{ のとき}) \end{cases} \quad (5)$$

そこで  $p$  が与えられたときの, ERS モデルによる回答分布のコンピュータシミュレーションによる計算の方法は, 次のとおりである。

- 1°  $n_0=10$  と設定する。
- 2° ポアソン分布は,  $n$  の大きな値については小さい値を示すので, ここでは  $n$  の最大値を  $n=18$  と設定する。
- 3°  $n=1$  から  $n=18$  までの思考回数について,  $2^n$  個の思考パターン  $\mathbf{Z}$  を発生させる。
- 4° 表 1 の ERS モデルに従って, 合計 18 モデルの各々について, 各回答肢  $x$  にふり分けられた  $\mathbf{Z}$  の集合  $\mathcal{Q}(x)$  を求める。このとき,  $L$  と  $R$  のふり分けの基準値  $n_1, n_2$  の取扱いについては, 上記に述べた方法を用いることによって, 整数として処理できる。
- 5° 式(1)に従って,  $F_x(n_1, n_2, p)$  を計算する。
- 6° 式(3)に従って,  $n=1$  から  $n=18$  までの総和を計算し,  $F'_x(n_0, p)$  を

求める。これをモデルによる確率分布とする。

#### 5.4 実測回答分布との比較

はじめに、回答分布の比較の方法の手順を示す。

1° 回答肢  $x$  の実測の頻度を  $f_x$  とおくと、その回答肢  $x$  の平均値  $\bar{x}$  は、次式で求められる。

$$\bar{x} = \frac{\sum_{x=0}^m x \cdot f_x}{\sum_{x=0}^m f_x} \quad (6)$$

但し、本回答形式の場合  $m=6$  である。

2° コンピュータシミュレーションにおいて、正答確率  $p$  の期待値  $\bar{p}$  は、 $\bar{p} = \bar{x}/m$  と近似されることが確かめられている。そこで  $p = \bar{p}$  とおく。

3° ERS モデルによる 18 モデルの各々について、 $n_0 = 10$ 、および 2° で求めた  $p$  を用いて、その回答分布  $F'_x(n_0, p)$  を求める。

4° ERS モデルによる理論分布と実測分布との差の平方和を  $Q$  とおく。すなわち、

$$Q = \sum_{x=0}^m (F'_x(n_0, p) - f_x)^2 \quad (7)$$

5° 18 モデルの中で  $Q$  の最小値を示すモデルを、この実測回答分布を説明するに適したモデルとして解釈する。

以上の方法によって、実測分布と理論分布の比較が可能であるが、具体的な比較の事例を次に示す。

実測分布は、約 250 名の回答者を対象として、物理の 2 肢選択問題に対して得られたものである。そのデータの概略については、図 2.5 に示されている通りである。

表 5.4、図 5.5 は、問題番号 10 についての事例である。  $p$  の大きい場合の

表 5.4 各モデルの  $Q$  の値の事例 1

problem No. 10  $P=0.80$

L-R-Z	LRZ-1	0.0159
	LR	0.0548
	LRZ-3	0.0316
L-Z-R	LZR-1	0.0236
	LZ	0.0541
	LZR-3	0.0327
R-L-Z	RLZ-1	0.0488
	RL	0.0375
	RLZ-3	0.0201
R-Z-L	RZL-1	0.0432
	RZ	0.0268
	RZL-3	0.0565
Z-L-R	ZLR-1	0.0483
	ZL	0.0372
	ZLR-3	0.0161
Z-R-L	ZRL-1	0.0688
	ZR	0.0240
	ZRL-3	0.0335

図5. 5  
 実測分布と  
 モデル分布の  
 比較の事例 1

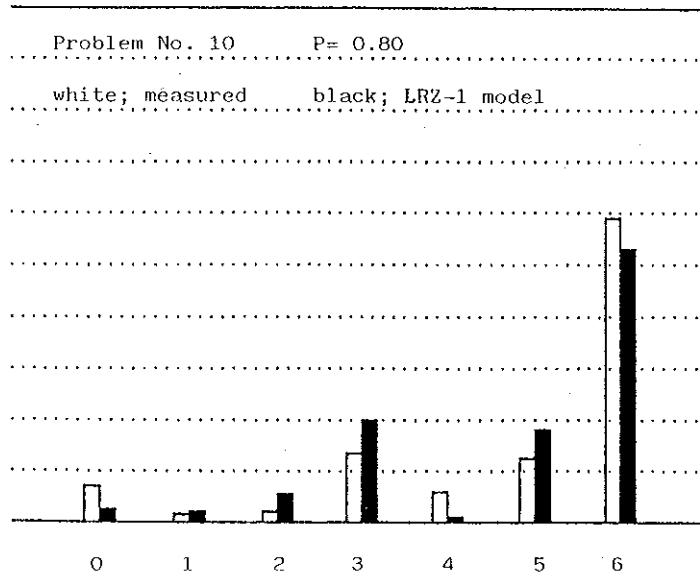


図5. 6  
 実測分布と  
 モデル分布の  
 比較の事例 2

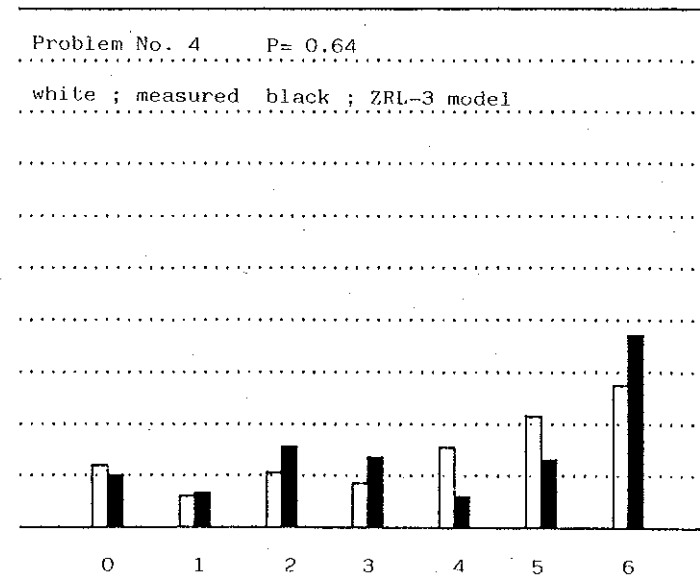
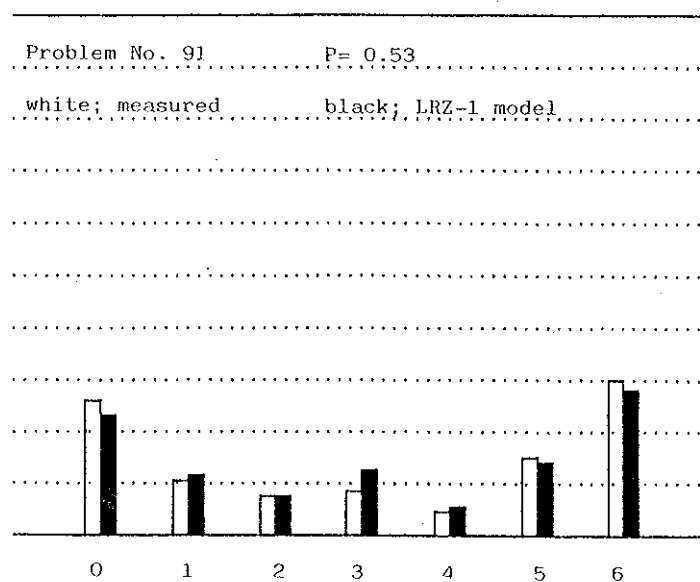


図5. 7  
 実測分布と  
 モデル分布の  
 比較の事例 3



事例であるが、LRZ-1モデル(RSモデル)が最も適合性がよい。

次に表5.5, 図5.6に, 問題番号4の事例を示す。ZRL-3モデルが最も適合のよいモデルであるが,  $Q$ の値が比較的大きい事例である。

最後に, 表5.6, 図5.7に  $p$ の値が小さいときの事例を示す。この場合は, LRZ-1モデル(RSモデル)と適合性がよく, 分布の形状がうまく説明される。

この実測回答分布の場合には, 全体的にLRZ-1モデル(RSモデル)が適合性の良好なことが示された。実測する条件によってその分布の形状は異なるので, このERSモデルではかなり多くの分布を説明し得ると予想される。

なお, 差の平方和  $Q$ のほかに,  $\chi^2$ の値で適合性を調べたが, この事例において最小値を与えるモデルの抽出の結果は, ほとんど一致した。

## 5.5 まとめ

本研究は, 2肢選択問題を対象として, 回答肢選択という意思決定の過程を調べたものである。回答が2肢という最も単純な問題形式であるが, その選択行動の過程はかなり複雑であろうと予想される。その過程を, 2値で表される  $n$ 回思考パターンが, どのようにふり分けられるかというモデルで表現した。

本研究では, 既に提案したRSモデルを基礎にして, これを一般的に拡張したERSモデルについての, 考え方・方法・計算・実測回答分布との比較等について論じた。

このモデルの特徴は, 得られた回答分布についてのデータ処理ではなく, 選択行動に至るまでの過程に注目している点にある。従って, その結果の意味解釈が可能になる。例えば, ある2肢選択問題について回答を得たとする。従来の回答方式であれば, AかBかという正誤情報のみである。本回答形式の場合は, 更にその回答の確信度についての情報も得られる。例えば, 回答肢6を選択すれば正答に確信が強く, 回答肢1を選択すれば誤答にやゝ確信が強く, 回答肢3を選択すれば迷っている。等の情報が付加されて, 反応を調べることができる。

ところがその回答分布を得たとしても, これを説明し得るモデルがなければその意味を解釈することはできない。そこで従来の確率分布の考えを導入して,

表 5.5 各モデルの Q の値の事例 2

problem No. 4 P=0.64

L-R-Z	LRZ-1	0.0409
	LR	0.2010
	LRZ-3	0.0445
L-Z-R	LZR-1	0.0298
	LZ	0.1945
	LZR-3	0.0649
R-L-Z	RLZ-1	0.0905
	RL	0.0886
	RLZ-3	0.0466
R-Z-L	RZL-1	0.0890
	RZ	0.0795
	RZL-3	0.0610
Z-L-R	ZLR-1	0.0958
	ZL	0.0948
	ZLR-3	0.0447
Z-R-L	ZRL-1	0.1178
	ZR	0.0844
	ZRL-3	0.0294

表 5.6 各モデルの Q の値の事例 3

problem No. 91 P=0.53

L-R-Z	LRZ-1	0.0036
	LR	0.2207
	LRZ-3	0.0610
L-Z-R	LZR-1	0.0040
	LZ	0.2196
	LZR-3	0.0638
R-L-Z	RLZ-1	0.0166
	RL	0.1330
	RLZ-3	0.0425
R-Z-L	RZL-1	0.0109
	RZ	0.1223
	RZL-3	0.0221
Z-L-R	ZLR-1	0.0165
	ZL	0.1353
	ZLR-3	0.0427
Z-R-L	ZRL-1	0.0129
	ZR	0.1252
	ZRL-3	0.0191

例えば正答に確信度が大きいという事象は、正答か誤答かという 2 値パターンにおいて、正答の数を多く思考した結果であると解釈すれば、これは 2 項分布に類似した回答分布を示すことになる。ところが実測の回答分布は、このような従来の確率分布の考えでは説明できないことを示している ( 図 2.5 )。そこでこのような回答分布の意味解釈においては、思考した正答の数という一つの因子だけで解釈することに問題がある。それは、例えば A か B かと  $n$  回思考して最後に AA と連続して同じ思考をしたために、A に対する確信度が強くなったかもしれない。これは、最後に思考した連の長さの因子である。あるいは A か B かと  $n$  回思考した中で、その A と B の入れ換わりの数が多いために迷って確信度が低くなったかもしれない。これは連の数の因子である。そこで本モデルでは、これらの因子、すなわち正答の数 (Z)、最後の連の長さ (L)、連の数 (R) の組合せによって、確信度に反映されると考えるのである。

そこで例えばある問題の回答分布が、LRZ-1 モデルの適合性がよいとすれ

ば、この回答分布は次のように解釈できる。

確信度の最も大きい  $x=6$ ,  $x=0$  の回答肢を選択したのは、 $L$ 、すなわち最後に同じ思考を2回以上したからであろう。次に確信度の大きい  $x=5$ ,  $x=1$  の回答肢を選択したのは、最後に同じ思考を2回以上しなかったけれども、 $R$ 、すなわち思考した回数の約半分以下の思考の入れ換わりであるために、やや確信が強くなったのでであろう。更に、 $x=4$ ,  $x=2$  の回答肢を選択したのは、最後に同じ思考を2回以上せず、思考の入れ換わりの数も思考した回数の約半分以上であるが、 $Z$ 、すなわち正答の数を誤答の数より多く思考したために、少しだけ確信が生じたのでであろう。

以上のように適合するモデルに従って解釈できる。

この場合 LRZ-1 モデルであるということは、確信度についての因子の寄与は、 $L > R > Z$  の順であることと、タイプ1であることから、 $L$ 、 $R$ 、 $Z$  を確信度に寄与する大きさとして強く評価していることを示している。 $L$  が満足されれば、最も確信の大きい  $x=6$ ,  $x=0$  を選択する訳であるから、 $L$  の条件は確信度に強く反映されている。同様に  $R$ 、 $Z$  についてもこの順に強く確信度に反映されている。

以上のように、ERS モデルでは18モデルを提案し、その適合度が最も良好なモデルに応じてその回答分布を解釈することができる。

但し、モデルであるからそのように解釈すれば、その回答分布をうまく説明できるということにすぎない。しかしながらこれまでの研究では、確信度や主観確率などの人間の内的な情報について、それがどのようなプロセスによって説明されるかというアプローチはほとんどなく、本研究はその確信度にいたるまでの過程を情報処理モデルとして提案しているところに、特徴をもっている。

## 第 6 章

### 回答選択の確信度

## 第6章 回答選択の確信度

本章では、第5章のERSモデルを説明する確率分布を提案する<sup>(6-1)</sup>。この確率分布は、回答者が回答選択するまでの過程をある仮定のもとで表現したものであり、その特徴は、思考過程における各思考が各々独立でなく、その思考が生起する以前の思考に依存するという考えを導入した点にある。その依存する程度を表すパラメータによって、独立の場合である2項分布を含む種々の分布の形状を導くことができる。この確率分布を用いて、回答選択に伴う確信度について、思考のパターンと関連付けて論ずる。さらに実測値との比較についても報告する。

### 6.1 まえがき

本研究は、研究面でみれば、次のような領域と関連する。1番目は、選択における人間行動との関連である。これについては、選択項目の属性記述によるTversky等の研究がある。また、Dik<sup>(6-2)</sup>は、 $\chi^2$ の統計量を用いた選択の問題を報告している。またWeidlich<sup>(6-3)</sup>は、世論形成過程について論じている。2番目は、主観確率との関連である。先に述べたファジー論的アプローチもあるが、人間行動との関連で考えれば、Dempster & ShaferのBelief関数との関連が深い。3番目は、確率分布論との関連である。確率分布は、古典的な分布も含めて<sup>(6-4)</sup>、各領域で適合する多くの確率分布が提案されている<sup>(6-5)</sup>。4番目は、テスト理論との関連である。Ebel、藤田、成瀬等の確信度をテストに付記させる報告がある。

以上の研究領域の関連においても、本研究は2肢選択問題を対象としている事、既に述べた様に、確信度の構造的知見を調べようとしている事、この様な確率分布がまだ報告されていない事等の点で、特徴を持っている。

### 6.2 以前の思考に依存する確率分布

Z、L、Rの構造因子の組合せによって、回答分布を説明するモデルを拡張回答肢選択モデルとして第5章で報告したが、そのモデルを統一的に扱うために、本論文では次の様な考えを導入する。

(仮定) n回思考過程  $Z = \{Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_n\}$  において各思考は独立でなく、それ以前の思考に依存する。即ち、 $Z_{i+1}$ の思考は $Z_i$ に依存すると仮定するのであるが、 $Z_i$ は $Z_{i-1}$ に依存するのであるから、それ以前の思考に依存する仮定

である。

$\theta_i$  を  $Z_i$  における確率とする時、 $0 \leq k \leq 1$  の範囲をもつパラメータ  $k$  を導入して、次の様に表す。

$$\theta_{i+1} = \begin{cases} \theta_i^{(1-k)} & (Z_{i+1}=Z_i \text{ の時}) \\ 1 - \theta_i^{(1-k)} & (Z_{i+1} \neq Z_i \text{ の時}) \end{cases} \quad (1)$$

但し、

$$\theta_1 = \begin{cases} P & (Z_1=1 \text{ の時}) \\ 1 - P & (Z_1=0 \text{ の時}) \end{cases} \quad (2)$$

(但し、 $P$  は正答確率である。)

$n$  回思考過程  $Z$  における確率  $\Theta$  は、次の様に表せる。

$$\begin{aligned} \Theta(Z) &= \theta_1 \cdot \theta_2 \cdots \theta_n \\ &= \prod_{i=1}^n \theta_i \end{aligned} \quad (3)$$

$\Theta(Z)$  は、 $n$ 、 $p$ 、 $k$  の関数であるので、これを、 $\Theta(Z) = \Theta_z(n, p, k)$  と表す。この確率は、次のような性質をもつ。

(i)  $k=0$  の時

$$\theta_i = \begin{cases} p & (z_i=1 \text{ の時}) \\ 1-p & (z_i=0 \text{ の時}) \end{cases}$$

となるから、 $\Theta_z$  は、

$$\Theta_z(n, p, 0) = p^x (1-p)^{n-x}$$

但し、 $x$  は  $Z$  中の正答1の総数を示す。故に  $k=0$  は、前の思考に完全に依存しない。即ち独立思考である事を示す。

(ii)  $k=1$  の時

$$\Theta_z(n, p, 1) = \begin{cases} p & (Z = \{1, \dots, 1\} \text{ の時}) \\ 1-p & (Z = \{0, \dots, 0\} \text{ の時}) \\ 0 & (Z \text{ がそれ以外の時}) \end{cases}$$

(1)(2)式において、 $Z_1$  が正答であれば、その後の思考も確率1で正答が生起し、 $Z_1$  が誤答であれば、その後も確率1で誤答が生起する。従って、 $n$  回思考過程における確率は、上記のように表現される。この事は、前の思考に完全に依存する事を意味している。

以上から、 $k$  のパラメータは、次の様に解釈できる。その思考以前の思考に対して、

$$\left\{ \begin{array}{ll} k = 0 \text{ の時} & \text{独立} \\ k = 1 \text{ の時} & \text{完全依存 (又は完全従属)} \\ 0 < k < 1 \text{ の時} & \text{依存 (又は従属)} \end{array} \right. \quad (4)$$

従って、 $k$  は依存の程度を表すパラメータである。これは、 $0 < k < 1$  の時、 $Z_i$  の思考に従属して  $Z_{i+1}$  が  $Z_i$  と同一の思考は生起しやすく、 $\theta_{i+1} > \theta_i$  になると推測され、 $Z_{i+1}$  が  $Z_i$  と逆の思考は生起しにくく、 $\theta_{i+1} < \theta_i$  になると推測されるからである。

$\Theta_z(n, p, k)$  の解析的な表示は複雑であるが、 $Z$  が  $Z = \{1, \dots, 1\}$  又は  $Z = \{0, \dots, 0\}$  の特別な思考過程の時は、単純に表す事ができる。

(iii) 特別な  $Z$  の時

$$\Theta_z(n, p, k) = \begin{cases} p^{S_n} & (Z = \{1, \dots, 1\} \text{ の時}) \\ (1-p)^{S_n} & (Z = \{0, \dots, 0\} \text{ の時}) \end{cases}$$

但し、

$$S_n = \frac{1-(1-k)^n}{k} \quad \text{である。} \quad (5)$$

証明は簡単であり、

$$\theta_2 = \theta_1^{1-k}, \quad \theta_3 = \theta_2^{1-k} = \theta_1^{(1-k)^2}, \quad \dots, \quad \theta_n = (\theta_1)^{(1-k)^{n-1}} \text{ であるから、}$$

$\Theta_z$  は、

$$\begin{aligned} \Theta_z(n, p, k) &= \prod_i^n \theta_i = \theta_1 \theta_1^{1-k} \theta_1^{(1-k)^2} \dots \theta_1^{(1-k)^{n-1}} \\ &= \theta_1^{1+(1-k)+\dots+(1-k)^{n-1}} \\ &= \theta_1^{\frac{1-(1-k)^n}{k}} = \theta_1^{S_n} \end{aligned}$$

である。また、 $0 \leq k \leq 1$  であるから、

$$\Theta_z(\infty, p, k) = \theta_1^{\frac{1}{k}} \text{ となる。}$$

$k=0$  の独立の時は、 $\Theta_z(\infty, p, 0) = 0$  である。

(iv) 2項分布との関連

$k=0$  で、 $Z$  の中の正答の数  $x$  を変数とした時、当然ながら以下の様に 2項分布と

なる。

$$\sum_{i=1}^{nC_x} \Theta_i(n, p, 0) = {}_n C_x P^x (1-P)^{n-x}$$

さらに  $\Theta_i(n, p, k)$  の確率パターンは、

$$\theta_{i+1} = \begin{cases} \theta_{i+1}^+ = \theta_i^{1-k} & (Z_{i+1}=Z_i \text{の時}) \\ \theta_{i+1}^- = 1 - \theta_i^{1-k} & (Z_{i+1} \neq Z_i \text{の時}) \end{cases}$$

と表せば、

$(\theta_1^+ + \theta_1^-) (\theta_2^+ + \theta_2^-) \cdots (\theta_n^+ + \theta_n^-)$  を展開した確率パターンとなる。これは、2項分布の  $(\theta_1^+ + \theta_1^-)^n$  に対応する。任意の  $i$  について、 $\theta_i^+ + \theta_i^- = 1$  であるから、すべての確率パターンの和は1である。即ち、

$$\sum_{i=1}^{2n} \Theta_i(n, p, k) = 1$$

この以前の思考に依存する確率を用いて、次の3つの確率分布を求める。

#### (1) 確信度の仮定1 (Z) に基づく確率分布

Z中の正答の数  $x$  を確率変数とした確率分布であり、これを、 $D^Z(n, p, k, x)$  と表す。

$x = (0, 1, \dots, n)$  であり、 $D^Z(n, p, k, x)$  は、

$$D^Z(n, p, k, x) = \sum_{i=1}^{nC_x} \Theta_i(n, p, k) \quad (6)$$

#### (2) 確信度の仮定2 (L) に基づく確率分布

Zにおいて最後の連の長さ  $l$  を確率変数とした確率分布を考える。但し、確信度の仮定2により、最後の思考が正答である場合と誤答である場合を区別して、確率変数  $l'$  を次の様に設定する。

$$l' = \begin{cases} n+l-1 & (\text{最後の思考 } Z_i=1 \text{の時}) \\ n-l & (\text{最後の思考 } Z_i=0 \text{の時}) \end{cases}$$

これから、 $l' = (0, 1, \dots, 2n-1)$  となり、 $l'$  の大きい順に正答に対する確信度が大きくなる変数とする事ができる。長さ  $l$  の連を持つ Z の数を  $L(l)$  とおけば、

$$L(l) = \begin{cases} (n-l-2)2^{n-l-2} + 2^{n-1} & (l \leq n-1 \text{の時}) \\ 1 & (l = n \text{の時}) \end{cases}$$

であるから、 $l'$  を確率変数とする確率分布

$D^L(n, p, k, l')$  は、

$$D^L(n, p, k, l') = \sum_{i=1}^{L(l')} \Theta_i(n, p, k) \quad (7)$$

### (3) 確信度の仮定 3 (R) に基づく確率分布

Zにおいて連の数  $r$  を確率変数とした確率分布を考える。但し、確信度の仮定 3 によって、最後の思考が正答である場合と誤答である場合を区別して、確率変数  $r'$  を次の様に設定する。

$$r' = \begin{cases} 2n-r & (\text{最後の思考 } Z_n=1 \text{の時}) \\ r-1 & (\text{最後の思考 } Z_n=0 \text{の時}) \end{cases}$$

これから、 $r' = (0, 1, \dots, 2n-1)$  となり、 $r'$  の大きい順に正答に対する確信度が大きくなる変数とする事ができる。連の数  $r$  を持つ Z の数を  $R(r)$  とおけば、

$$R(r) = 2^{n-1} C_{r-1}$$

であるから、 $r'$  を確率変数とする確率分布

$D^R(n, p, k, r')$  は、

$$D^R(n, p, k, r') = \sum_{i=1}^{R(r')} \Theta_i(n, p, k) \quad (8)$$

以上(6)、(7)、(8)式より、いずれも確率変数の値が大きい程正答側に、小さい程誤答側に確信度が大きくなる変数をもつ確率分布を求める事ができる。

今、 $n=6$ 、 $p=0.5$ とおき、 $k$ を変化させた3つの確率分布グラフを、図6.1、図6.2、図6.3に示す。

図6.1は、 $D^Z(6, 0.5, k)$  のグラフであるが、 $k=0$ の時2項分布を表しており、 $k=0.3$ ではほぼ直線分布の形状に近似され、 $k$ の値が大きくなるにつれて、U字型分布の形状になる。 $k=1$ の時は、 $x=0$ 、 $x=6$ のみ確率をもつ分布となる。これは、前の思考に依存する考えが反映されている。即ち、2項分布を含む種々の分布形状を、 $k$ パラメータの値によって調べる事ができる。

図6.2は、 $D^L(6, 0.5, k)$ のグラフであるが、最後の連の長さを確率変数とした分布の形状は、 $D^Z$ に比較して変数の中央値における確率が大きくなる特徴を持っている。

図6.3は、 $D^R(6, 0.5, k)$ のグラフであるが、連の数を確率変数とした分布の形状は、 $k$ の値が小さい時2つの峰を持つ確率分布の特徴を持っている。

$k$ の値が1に近づくにつれて、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ のいずれも類似の分布形状を示し、 $k=1$ で同一分布となる。図6.1から図6.3において、概略的には思考が依存している場合( $0 < k < 1$ )、次の様な事が推測される。

- (i) 回答分布において、両端に大きい確率をもつU字型分布は、 $D^Z$ の分布が近似される。これは、回答者の集団が2肢の回答に分かれている場合に相当する。
- (ii) 回答分布において、両端と中央に大きい確率をもつ場合は、 $D^L$ の分布が近似される。これは、回答者の集団が2肢と迷っている又は不明という3つの回答に分かれている場合に相当する。
- (iii) 回答分布において、両端と両端に近い側に大きい確率をもつ場合は、 $D^R$ の分布が近似される。これは、回答者の集団が2肢とやや近い回答に分かれている場合に相当する。

以上から、この3つの確率分布を用いて、実測の回答分布の特徴を調べる事ができる。これらの分布は、共通的に $k=1$ において最大の分散を持ち、 $k$ が0に近づくにつれて、分散が小さくなる。図2.5に実測回答分布の分散のグラフを示す。 $\mu$ は平均値、 $\sigma$ は標準偏差、 $\sigma_B$ は2項分布、 $\sigma_m$ は $k=1$ の分布の場合の標準偏差を示すが、図から実測回答分布は、 $0 < k < 1$ の値を持つ事が推測され、この事は思考過程において前の思考に依存して次の思考が生起される仮定が不自然ではない事を示している。

### 6. 3 パラメータと確率分布の割合の決定

実測回答分布に適用するためには、 $n$ 、 $p$ 、 $k$ の決定と、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ がどの位の割合で実測分布を説明し得るかの決定の2つの方法を始めに求めなければならない。その2つの方法について述べる。

#### (1) $n$ 、 $p$ 、 $k$ の決定

実測回答分布が十分時間が与えられた後の回答分布であるとすれば、 $n$ が $\infty$ における連続確率分布を考え、回答形式が $(m+1)$ 肢に分割されている場合は、連続分

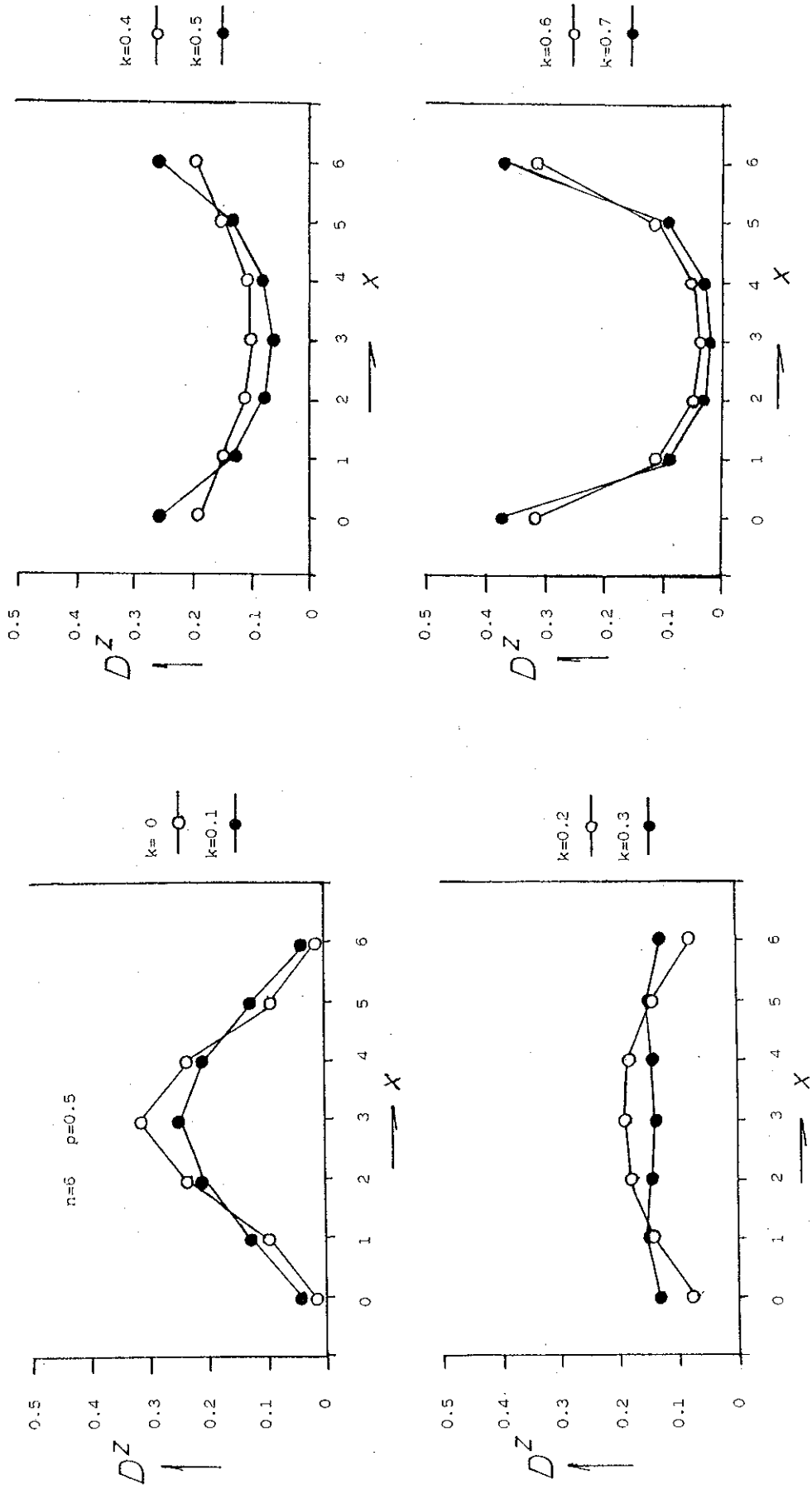


図6.1 確信度の仮定1 (Z) に基づく確率分布  $D^Z$

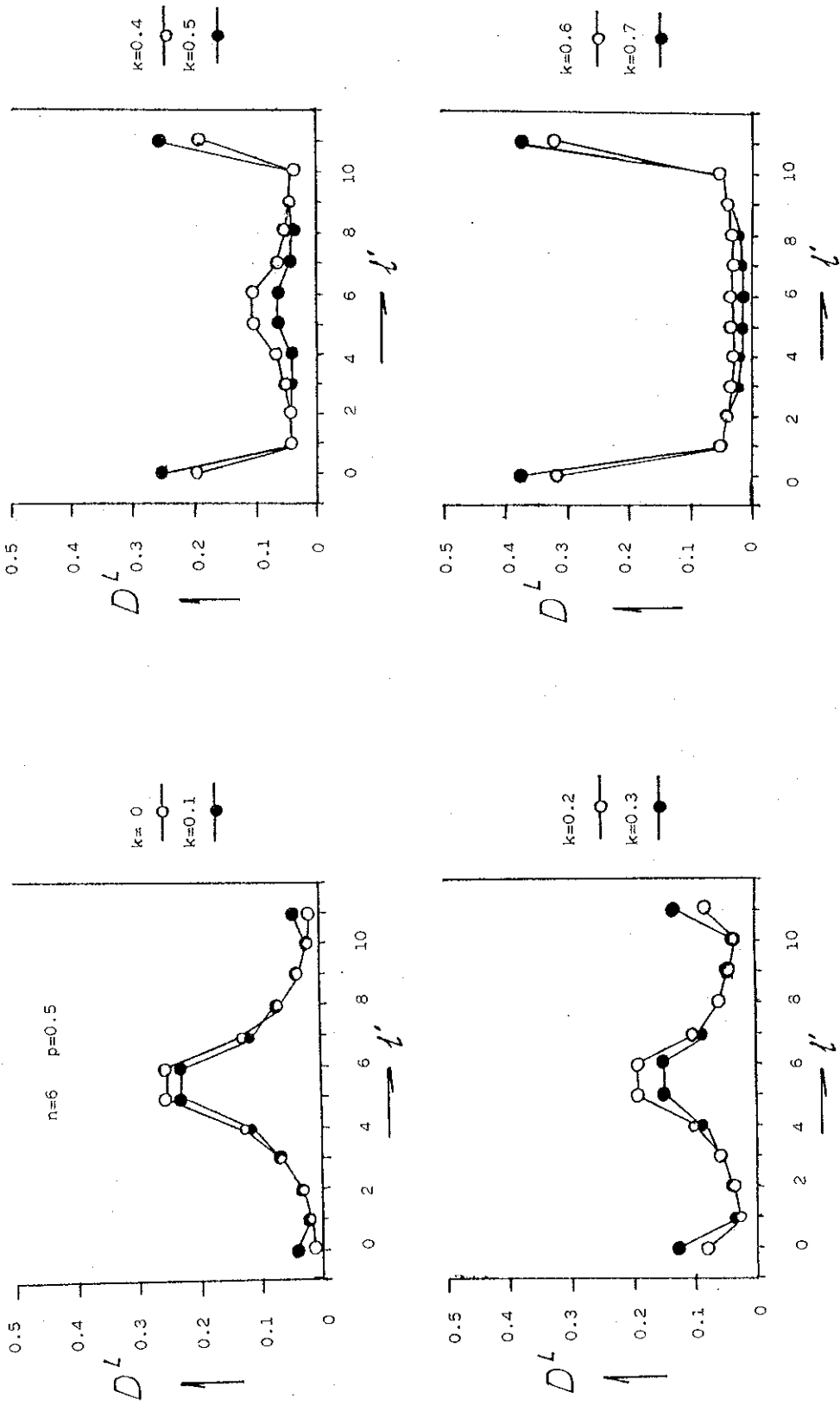


図6.2 確信度の仮定2 (L) に基づく確率分布  $D^L$

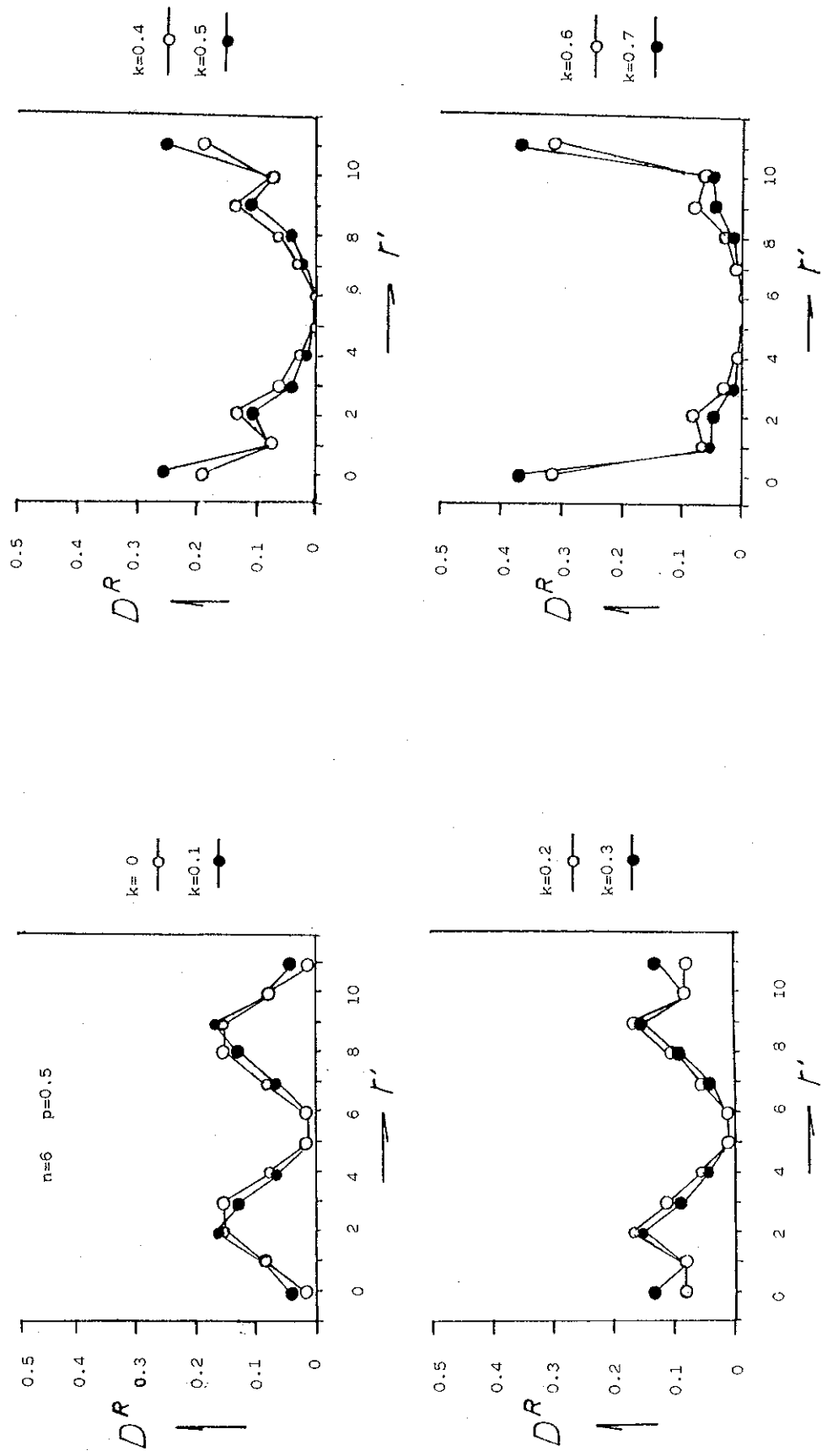


図6.3 確信度の仮定3 (R) に基づく確率分布  $D^R$

布を $m$ 分割して確率を計算する必要がある。但し、これは現実的でないので、 $(m+1)$ 肢の分割の時は、 $n=m$ とにおいて近似しても誤差は小さい。実測回答分布は、 $m=6$ であるので、 $n=6$ とする。次に、 $p$ 、 $k$ の決定であるが、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ のいずれも確率変数の最小値と最大値においては、 $(x, l', r'=0$ と、 $x=n, l', m'=2n-1)$ 同一の思考過程である。即ち、確率変数の最小値に対応する $Z$ は、 $Z = \{0, \dots, 0\}$ であり、最大値に対応する $Z$ は、 $Z = \{1, \dots, 1\}$ である。これらの $Z$ に対応する確率は $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ のいずれも同じであり、式(5)から、

$$\begin{aligned} D^Z(n, p, k, 0) &= D^L(n, p, k, 0) \\ &= D^R(n, p, k, 0) = (1-p)^{S_n} \\ D^Z(n, p, k, n) &= D^L(n, p, k, 2n-1) \\ &= D^R(n, p, k, 2n-1) = p^{S_n} \end{aligned}$$

但し、
$$S_n = \frac{1-(1-k)^n}{k} \quad (9)$$

これを用いて、 $k$ と $p$ を決定する。実測回答分布を、 $F = (f_0, \dots, f_n)$ とおけば、

$$Q = (p^{S_n} - f_n)^2 + ((1-p)^{S_n} - f_0)^2$$

を最小にする $k$ と $p$ を求める事になる。これは、

$$p^{S_n} = f_n, (1-p)^{S_n} = f_0 \quad (10)$$

を求める事と同じである。(10)式より、

$$f_n \frac{1}{S_n} + f_0 \frac{1}{S_n} = 1 \quad (11)$$

を得る。

$$f_n \frac{1}{2S_n} = \sin \theta, f_0 \frac{1}{2S_n} = \cos \theta \quad (12)$$

とおけば、(11)式を満足するので、これから

$\log(\sin \theta) / \log(\cos \theta) = \log(f_n) / \log(f_0)$ を得る。これから $\theta$  (但し、 $0 < \theta < \pi/2$ ) を求め、(12)式より $S_n$ を求める。これを(9)式に代入すれば、(9)式は、

$$(1-k)^n + S_n k - 1 = 0 \quad (13)$$

となるので、(13)式を満足する $k$ を求めればよい。(10)式から、 $S_n$ の値を用いて、 $p$ を求める事ができる。以上で、 $n$ 、 $p$ 、 $k$ が決定できる。

## (2) $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ の割合の決定

本研究においては、確信度に対する仮定として、3つを設定している。即ち、 $Z$ 、 $L$ 、 $R$ の仮定である。この仮定に基づく確率分布が、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$ であるが、

実測回答分布は、これらの確率分布の組み合わせで説明されるというモデルが、回答肢選択モデルである。例えば、もし  $D^Z$  が大きく寄与するとすれば、仮定  $Z$  が確信度に強く反映されると考える事ができる。そこで、実測回答分布を最もよく説明し得るためには、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$  が各々どの程度の比率で含まれていればよいかを決定する事になる。その割合を各々  $a$ 、 $b$ 、 $c$  とおいて、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$  の線型関数  $G$  を想定する。即ち、

$$G_j = a D_j^Z + b D_j^L + c D_j^R \quad (14)$$

添字  $j$  は確率変数を表し、 $j = (0, 1, \dots, n)$  とおく。 $D_j^Z$  の  $j$  の確率変数  $x$  と同じであるが、 $D_j^L$ 、 $D_j^R$  の  $j$  は、次の様に確率変数  $l'$ 、 $r'$  と対応させる。

( $l'$ 、 $r'=0$ の時、 $j=0$ 、 $l'$ 、 $r'=1, 2$ の時、 $j=1, \dots$ 、

$l'$ 、 $r'=2n-3, 2n-2$ の時、 $j=n-1$ 、 $l'$ 、 $r'=2n-1$ の時、 $j=n$ )

$a$ 、 $b$ 、 $c$  は割合であるので、次の条件を満足せねばならない。

$$0 < a, b, c < 1 \text{ であつ } a+b+c = 1 \quad (15)$$

実測回答分布を  $F = (f_0, \dots, f_n)$  とおいて、(14)式と実測値との誤差を最小にする ( $a$ 、 $b$ 、 $c$ ) を求める。即ち、

$$Q^2 = \sum_{j=0}^n (G_j - f_j)^2 \rightarrow \min \quad (16)$$

(15)式より  $c$  を消去し、 $a$ 、 $b$  についてまとめれば、(16)式は、次式の様にまとめられる。

$A_j = D_j^Z - D_j^R$ 、 $B_j = D_j^L - D_j^R$ 、 $C_j = D_j^R - f_j$  とおけば、

$$Q^2 = (\sum A_j^2) a^2 + (\sum B_j^2) b^2 + (\sum C_j^2) \\ + 2 (\sum A_j B_j) ab + 2 (\sum B_j C_j) b + 2 (\sum C_j A_j) a$$

$A_j$ 、 $B_j$ 、 $C_j$  を要素とするベクトルを、

$A = (A_j)$ 、 $B = (B_j)$ 、 $C = (C_j)$  とおけば、 $Q^2$  は

$$Q^2 = (A^2) a^2 + (B^2) b^2 + C^2 + 2 (A B) ab \\ + 2 (B C) b + 2 (C A) a \quad (17)$$

とまとめられる。

ところが、(15)式の制約条件があるために単純には、( $a$ 、 $b$ 、 $c$ ) の値を決定する事ができない。そこで、決定問題を整理すれば、次の様にまとめられる。

制約条件：  $0 \leq a \leq 1, \quad 0 \leq b \leq 1,$

$$a + b \leq 1$$

目的関数：  $Q^2(a, b) \rightarrow \min \quad (18)$

以上の非線型計画の問題に帰着される。

但し、(17)式と制約条件が簡単であるために、この問題は解析的に解く事ができる。その方法を次に示す。始めに、 $Q^2(a, b)$ を最小にする。 $(a_0, b_0, c_0)$ を求める。即ち、

$$\frac{\partial Q^2}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial Q^2}{\partial b} = 0$$

による連立方程式を、 $a, b$ について解けば次式を得る。

$$\begin{cases} a_0 = \frac{(AB)(BC) - (CA)(B^2)}{(A^2)(B^2) - (AB)^2} \\ b_0 = \frac{(AB)(CA) - (BC)(A^2)}{(A^2)(B^2) - (AB)^2} \\ c_0 = 1 - (a_0 + b_0) \end{cases} \quad (19)$$

これが、(18)式の制約条件を満足すれば解である。これが、制約条件を満足しない時は、次の方法で求める。 $F(a, b) = (A^2)a^2 + (B^2)b^2 + C^2$

$$+ 2(AB)ab + 2(BC)b + 2(CA)a - Q^2 = 0 \quad (20)$$

とおけば、 $F(a, b)$ は2次曲線の式となり、

$$F(a_0, b_0) = Q \min(a_0, b_0) - Q^2 \leq 0 \quad (21)$$

を得る。この2次曲線の形状の判定は、(20)式における $a^2$ と $b^2$ と $ab$ の係数の間の関係から判定できる。即ち、 $A^2 \cdot B^2 - (AB)^2 \geq 0$ から、楕円である。そこで、(19)式における $a_0, b_0$ を用いて、座標 $(a, b)$ を $(a - a_0, b - b_0)$ に平行移動し、 $\theta$ 回転すれば、初等代数の方法により次式に変換される。

$$\begin{aligned} & (A \cos \theta + B \sin \theta)^2 \bar{a}^2 + (A \sin \theta - B \cos \theta)^2 \bar{b}^2 \\ & = Q^2(a, b) - Q^2 \min(a_0, b_0) \end{aligned} \quad (22)$$

$(\bar{a}, \bar{b})$ は $\theta$ 回転後の座標である。

(22)式において、 $(a, b) = (a_0, b_0)$ の時は、 $(\bar{a}, \bar{b}) = (0, 0)$ で楕円の中心点を示す。右辺の $Q^2(a, b) - Q^2 \min(a_0, b_0)$ が楕円の径に比例するので、 $Q^2(a, b)$ を最小にする事は、楕円の径を最小にする事に帰着される。

ところで、制約条件による制約範囲の境界線上の点集合は、凸集合である。同様に(22)式による楕円の点集合も凸集合である。従って、 $(a_0, b_0)$  が制約範囲内に存在する時は、これが解であるが、制約範囲外にある時は、上記の凸集合の性質と、 $Q^2(a, b) - Q^2 \min(a_0, b_0)$  が楕円の径に比例する性質を利用すれば、その最適解は制約範囲の境界線上にある事が判る。

従って、 $D^Z$ 、 $D^L$ 、 $D^R$  の割合の決定方法は次の様にまとめられる。

(i) (19)式による  $(a_0, b_0)$  が(18)式の制約条件を満足する場合

$$(a_0, b_0) \text{ が解であり、} Q^2 = Q^2 \min(a_0, b_0)$$

(ii)  $(a_0, b_0)$  が制約条件を満足しない場合

(ii-1)  $\{b \mid 0 \leq b \leq 1 \text{ かつ } a=0\}$  の境界線上の時

$$Q_1^2 = Q^2(0, b) \text{ とおいて、}$$

$$\frac{d Q_1^2}{d b} = 0 \quad \therefore \quad b_1 = -\frac{(B C)}{B^2}$$

故に

$$Q_1^2, \min = \begin{cases} Q^2(0, b_1) & (0 < b_1 < 1 \text{ の時}) \\ Q^2(0, 1) & (1 \leq b_1 \text{ の時}) \\ Q^2(0, 0) & (b_1 \leq 0 \text{ の時}) \end{cases}$$

(ii-2)  $\{a \mid 0 \leq a \leq 1 \text{ かつ } b=0\}$  の境界線上の時

$$Q_2^2 = Q^2(a, 0) \text{ とおいて、}$$

$$\frac{d Q_2^2}{d a} = 0 \quad \therefore \quad a_2 = -\frac{(C A)}{A^2}$$

故に

$$Q_2^2, \min = \begin{cases} Q^2(a_2, 0) & (0 < a_2 < 1 \text{ の時}) \\ Q^2(1, 0) & (1 \leq a_2 \text{ の時}) \\ Q^2(0, 0) & (a_2 \leq 0 \text{ の時}) \end{cases}$$

(ii-3)  $\{(a, b) \mid a+b=1 \text{ かつ } 0 \leq a, b \leq 1\}$  の境界線上の時

$$Q_3^2 = Q^2(a, 1-a) \text{ とおいて、}$$

$$\frac{d Q_3^2}{d a} = 0$$

から、

$$a_3 = -\frac{(A - B)(B + C)}{(A - B)^2}$$

$$b_3 = \frac{(A - B)(C + A)}{(A - B)^2}$$

故に

$$Q_3^2, \min = \begin{cases} Q^2(a_3, b_3) & (0 < a_3, b_3 < 1 \text{ の時}) \\ Q^2(1, 0) & (1 \leq a_3 \text{ 又は } b_3 \leq 0 \text{ の時}) \\ Q^2(0, 0) & (a_3 \leq 0 \text{ 又は } 1 \leq b_3 \text{ の時}) \end{cases}$$

故に、最小の  $Q^2$  は、

$$Q^2 = \text{Min} \{Q_1^2, \min, Q_2^2, \min, Q_3^2, \min\} \quad (23)$$

であり、この時の  $(a, b, c)$  が求める解である。

#### 6. 4 実測回答分布への適用

高校生約250名を対象にした物理の2肢選択問題で、本回答形式による回答分布との比較を示す。24のすべての回答分布について理論分布と実測分布の適合性は良好であったが、その代表事例を図6.4、図6.5に示す。図中、白棒は実測値を、黒棒は理論値を示す。

図6.4の問題では、 $k=0.36$ であり、 $a=0.972$ 、 $b=0$ 、 $c=0.028$ である事から、回答選択について次の様に解釈できる。 $k$ の値から、その思考過程は前の思考にやや依存している過程と推測できる。 $a$ 、 $b$ 、 $c$ の値から、確信度への寄与は、 $a$ 、即ち思考過程における正答の思考の数による影響が大きい。即ち、思考過程において正答を思考した回数が多い程、正答への確信度が大きくなっていると解釈できる。

図6.5の問題では、 $k=0.51$ であり、 $a=0$ 、 $b=0.581$ 、 $c=0.419$ である事から、回答選択について次の様に解釈できる。 $k$ の値から、その思考過程は前の思考にやや強く依存している過程と推測できる。 $a$ 、 $b$ 、 $c$ の値から確信度への寄与は、 $b$ と $c$ 、即ち思考過程における最後の連の長さや連の数による影響が大きい。即ち、思考過程において最後に同じ思考を続けた回数が多い程、また思考の入れ変わりの数が少ない程、確信度が大きくなっていると解釈できる。

表6.1に、問題項目12題についての自分自身で推論して回答した分布 (SELF) と生徒同士で話し合った後の回答分布 (DISCUSS) の適用結果を示す。問題内容は、図2.4に具体的内容を示してあるが、概略的には表6.1の通りである。図中  $Q^2$  に\*を付加している意味は次の通りである。

Problem No. 4

$k=0.36$        $p=0.59$

$a=0.972$      $b=0$            $c=0.028$

$Q^2=0.0049$

Choice(j)	Measured	Calculated
0	0.116	0.102
1	0.058	0.111
2	0.104	0.104
3	0.083	0.107
4	0.154	0.134
5	0.212	0.190
6	0.274	0.252

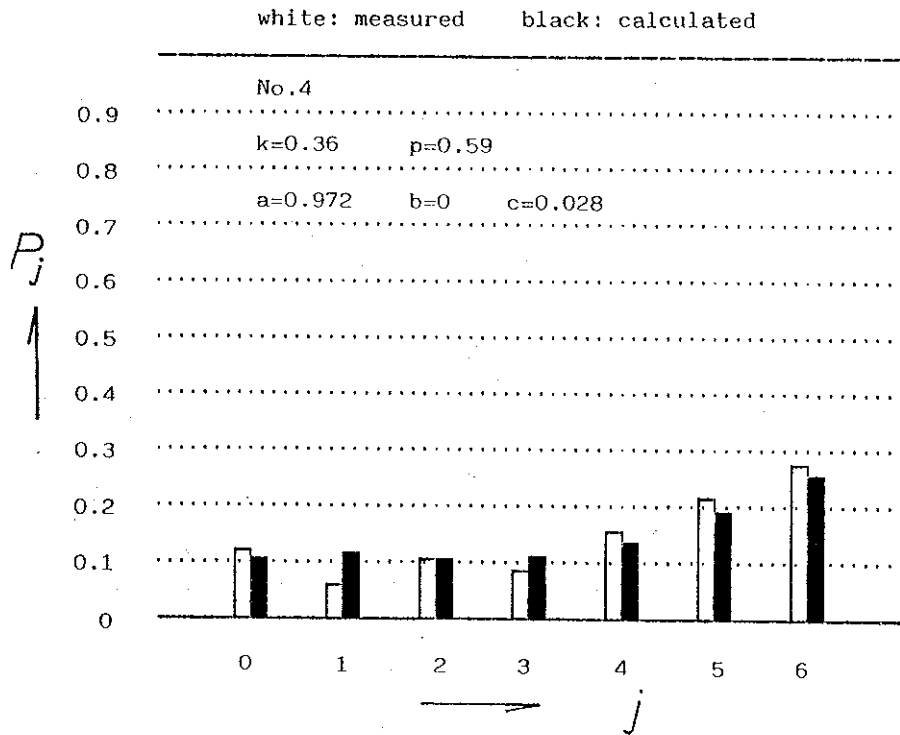


図6.4 問題番号No.4の実測分布との比較

但し、白棒は実測値、黒棒は理論値を示す

Problem No. 91

$k=0.51$     $p=0.52$

$a=0$     $b=0.581$     $c=0.419$

$Q^2=0.0025$

Choice(j)	Measured	Calculated
0	0.258	0.244
1	0.105	0.121
2	0.073	0.075
3	0.081	0.072
4	0.040	0.078
5	0.145	0.130
6	0.298	0.280

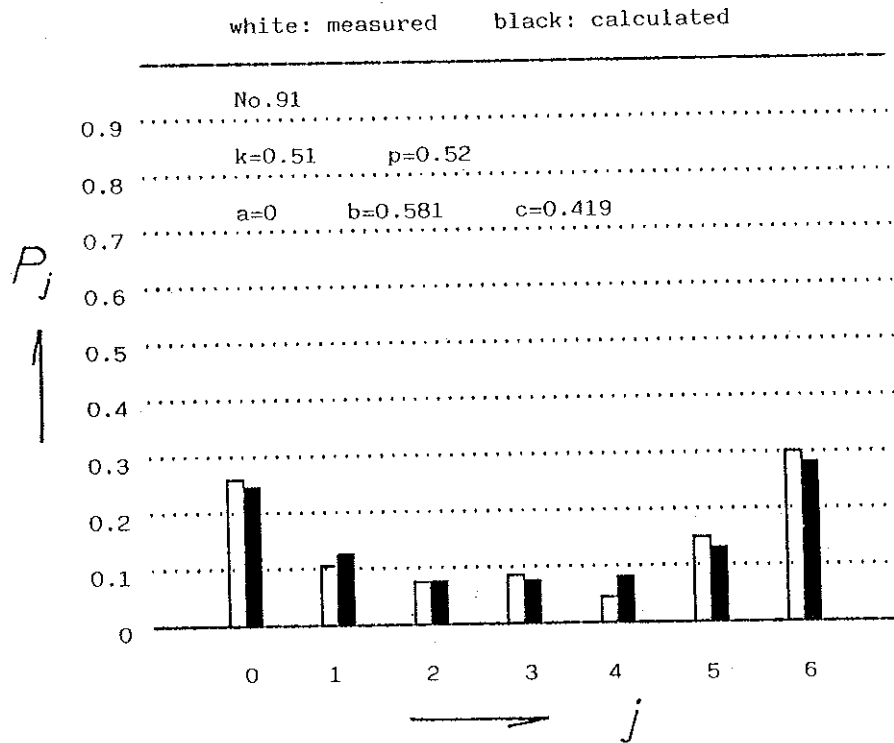


図6.5 問題番号No.91の実測分布との比較

但し、白棒は実測値、黒棒は理論値を示す

$Q^2$ の値を、理論値と実測値の適合度の判定の目安としているが、 $Q^2$ は誤差二乗であるので $Q^2$ の平方根が10%以内の時\*、5%以内の時\*\*を付記して適合度の判定基準としている。即ち、 $Q^2 < 0.01$ 、 $Q^2 < 0.0025$ の時それぞれ\*、\*\*を付記してある。この表において、 $p$ 、 $k$ については後に議論するが、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ の値については、概略次の事が読みとれる。自分自身による回答では $a$ と $c$ 即ち、 $Z$ と $R$ の因子が比較的寄与しているが、話し合いによる回答では $b$ 即ち、 $L$ の寄与が大きい傾向がある。但し、問題番号90、91、10、11では上記の傾向はないのであるが、問題内容から推測できるようにこれらの問題群は、問題番号1から8までの問題群とは異質である。仮に問題番号1から8までをA群、問題番号90から11までをB群とすれば、図2.4の具体的問題内容をみれば判るように、A群は直観的又は経験的要素の大きい問題群であるのに対して、B群は論理的要素の大きい問題群であると言える。この様に論理的に納得しやすい内容に対しては、 $b$ 即ち $L$ の寄与が大きくなっている。直観的又は経験的要素の大きい問題群であっても、話し合いによってその経験的内容を納得しやすい考え方に变化するために、話し合いによる回答では $b$ の値が大きくなったと推測される。 $L$ の因子とは、以前の思考に無関係に最後に何を思考したかに依存する因子であるから、試行錯誤の結果、最後に何を思考したかで意思決定するためには、論理的又は納得しやすい動機付けが必要とされると思われるからである。以上の事から、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ の値を、問題の性質と回答者の考え方と関連付けて調べる事に有効と思われる。

次に、 $k$ パラメータの適用について考察する。図6.6に $k$ と $Z$ を確率変数とした確率分布の標準偏差 $\sigma_z$ との関係を示す。図中 $\sigma_B$ は2項分布を、 $\sigma_m$ は最大の分散をもつ分布を表す。 $\mu$ は期待値である。図6.6は既に図2.5、図2.10、図2.12で表示してあるが、図6.6では、 $k$ パラメータとの関係を示している。図中の数字は $k$ の値を示し、○は実測値を示すが、この様に $k$ の値は標準偏差と対応しており、 $\sigma_B$ では $k=0$ 、 $\sigma_m$ では $k=1$ である。この様に $k$ と $\sigma$ が対応するのであれば、 $\sigma$ の代用としての意味しか持たないという訳ではない。両者の間には重要な差異がある。

1番目は図で判るように、 $\sigma$ は期待値 $\mu$ に依存しているので $\mu$ と $\sigma$ を分離して分布を議論する事が出来ない。 $k$ パラメータは図の様に $\sigma$ を正規化したような値であるから、 $\mu$ と $k$ を分離して比較する事ができる。

2番目は、 $\sigma$ は分布のばらつきを表すのにたいして、 $k$ は回答者の思考の依存

No.	自分自身による回答(SELF)						話し合いによる回答(DISSCUSS)						問題内容
	p	k	a	b	c	Q <sup>2</sup>	p	k	a	b	c	Q <sup>2</sup>	
1	.69	.41	.83	0	.17	.0033 *	.81	.48	0	.59	.41	.0018 **	波の 重ね合わせ
2	.62	.36	.56	0	.44	.0118	.75	.43	0	.93	.07	.0009 **	
3	.62	.36	.43	0	.57	.0234	.75	.46	0	.69	.31	.0070 *	波の 独立性
4	.59	.36	.97	0	.03	.0049 *	.68	.49	0	1.00	0	.0045 *	
5	.52	.51	.75	0	.25	.0020 **	.59	.58	0	1.00	0	.0033 *	自由端 反射
6	.53	.53	.65	0	.35	.0035 *	.59	.58	0	1.00	0	.0008 **	
7	.54	.49	1.00	0	0	.0037 *	.61	.56	0	1.00	0	.0092 *	固定端 反射
8	.53	.54	.75	.25	0	.0041 *	.62	.56	0	1.00	0	.0082 *	
90	.80	.66	0	1.00	0	.0017 **	.89	.56	.70	0	.30	.0004 **	波の進行 (授業後)
91	.52	.51	0	.58	.42	.0025 **	.63	.66	0	1.00	0	.0218	波の進行 (授業前)
10	.75	.51	0	1.00	0	.0048 *	.73	.46	0	1.00	0	.0372	斜面の速度
11	.83	.46	0	1.00	0	.0068 *	.87	.41	0	1.00	0	.0096 *	斜面の時間

表6. 1 実測データの結果  
但し、\* Q<sup>2</sup><0.01 \*\* Q<sup>2</sup><0.0025

度を表す差異である。即ち、 $k$ の値が大きい事は、前の思考に依存する割合が大きいのであるから、その選択肢に対する考えが固定化されている。 $k=1$ の場合は完全依存であり、他の選択肢を選ぶ事はない。逆に $k$ の値が小さい事は、前の思考に依存する割合が小さいのであるから、その選択肢に対する考えが流動的である。 $k=0$ の場合は完全独立であり、正答確率  $p$  に従って2肢選択のどちらも生起する。この事は世論形成過程について、Weidlich<sup>(6-3)</sup>も同様の結果を別の方法で示している。即ち、筆者の方法で言えば世論が形成されるにつれて、 $k$ が大きくなる事に対応している。

そこで、この $k$ と $p$ を適用した場合の解釈を、図6.7に示す。目安として $p=0.5$ 、 $k=0.5$ を選べば、 $p$ の大小は問題内容の難易度を、 $k$ の大小は回答者の考え方が固定的傾向か流動的傾向かを表すので、 $p$ - $k$ 平面で図示すれば図の様に解釈できる。そこで実測データに適用し、これを図6.8に示す。○は自分自身による回答、●は話し合いによる回答を示し、数字は問題番号を示すが、問題番号は●側に添字してある。本図から判るように話し合いによってA群(問題番号1から8まで)は $p$ も $k$ も大きくなっている事が判る。この事は、話し合いによって正答側に近づくと同時に、回答者の考え方が固定的になる事を示している。

ところでA群の中でも問題番号1から4(これをA1群とする)と問題番号5から8(これをA2群とする)はそれぞれ別の群を形成しており、A2群の $k$ の値がA1群より大きい。これは次の様に解釈できる。実測データは実際の授業の中で得られたものである。授業展開は図2.1で示してあるが、2肢選択問題の提示→自分自身による回答→話し合いによる回答→演示実験による確認又は教師説明の過程をくりかえして実施された。実測データの場合は、A1群→A2群→B群の順で実施された。そこでA2群ではA1群の結果の学習をした後であるので、その選択肢に対する考え方はA1群より固定的になったと推測される。B群については、問題の性質が異なるので上記の様に解釈できないが、問題番号10は解なしの問題であるために $p$ も $k$ も減少している。また、問題番号91、90はその内容を授業で学習する前か後かの差異を示しており、 $p$ と $k$ の変化も異なっている。

以上の様に、 $k$ パラメータを用いる事によって回答者の考え方が流動的か固定的かを調べる目安とする事ができる。これは、授業活動の中では重要な情報であり、教師は常に学習者の考えを推測しながら授業を展開するのであるから、その学習者の考えがどの程度固定化されているかを知るパラメータとして有効と思わ

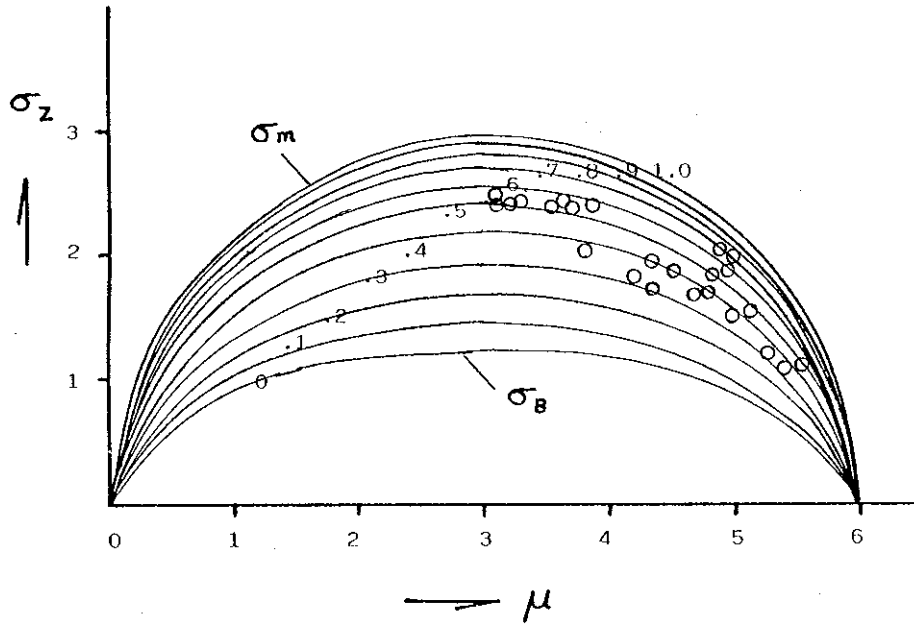


図 6. 6  $k$  と  $\sigma_z$  の関係  
但し、図中の数字は  $k$  の値を示す

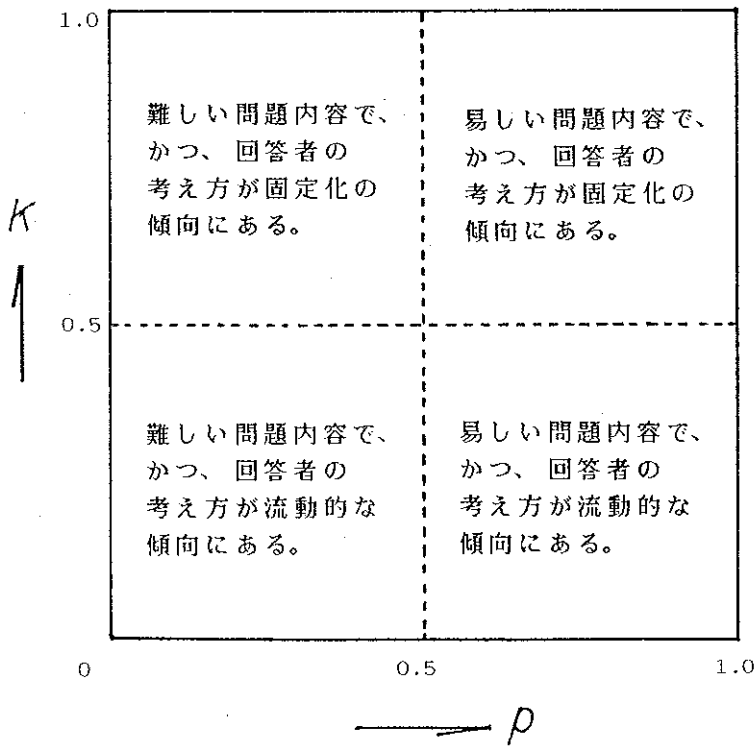


図 6. 7  $p$ - $k$  平面上での、問題内容と回答者の考え方の解釈

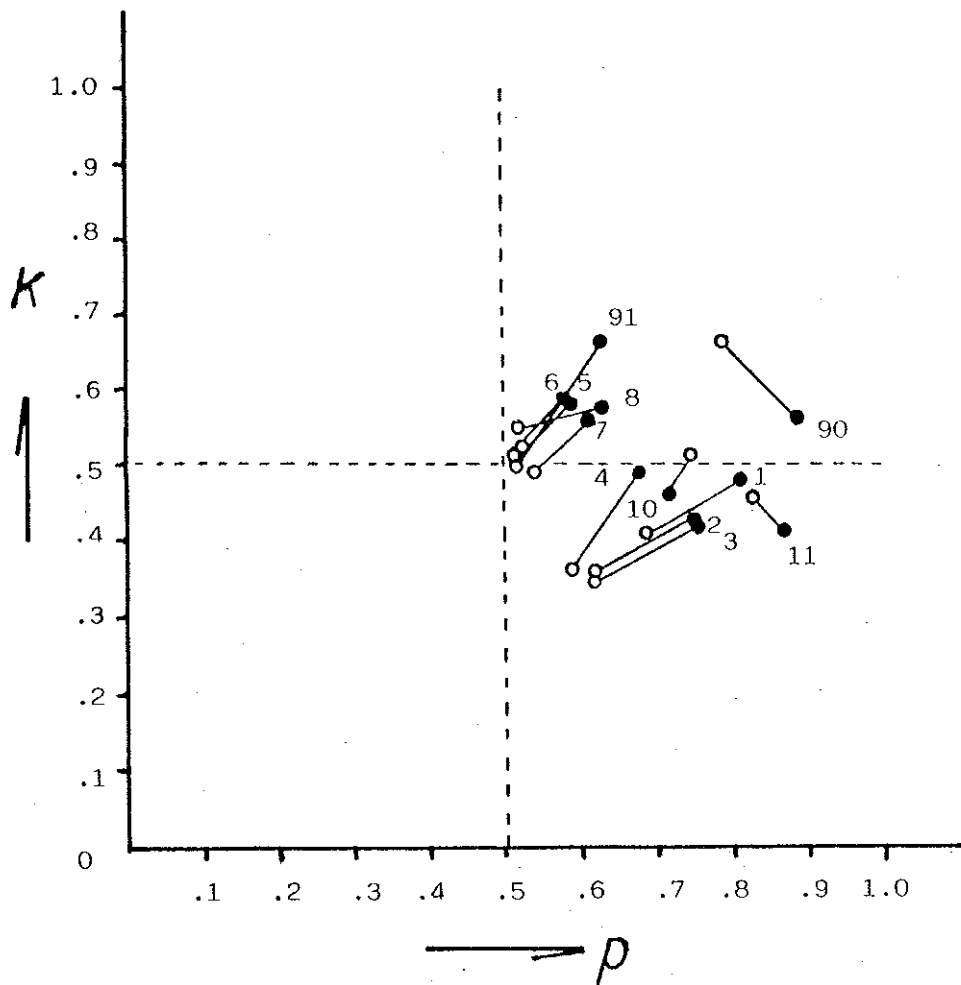


図6. 8 p-k 平面上での実測データの結果  
 但し、○は自分自身による回答、●は話合いによる回答を示す

れる。 $\sigma$ の値の変化では調べる事は出来ない訳であり、 $k$ パラメータの特徴と考えられる。

## 6. 5 まとめ

実測回答分布への適用について注意しなければならない事は、その様に解釈すれば、実測分布をうまく説明できるという点である。それは緒論で述べた様に、思考過程と確信度についていくつかの仮定を設定して論理を展開しているからである。そのような解釈にすぎないという弱点はあるが、確信度という人間の主観量を、この様な構造としてとらえモデル化した研究はほとんどなく、1つの興味ある方法と思われる。また、得られる結果も、実測値とうまく対応している。

また本論文の中で提案している、前の思考に依存する確率、 $Z$ 、 $L$ 、 $R$ の3つの確率分布、実測値に適合する確率分布の割合の決定等は、他の領域にも一般化できる。即ち、前の事象に依存する確率、3つの確率変数による確信分布、実測値との最小誤差を求める非線型計画等への一般化である。但し、 $Z$ 、 $L$ 、 $R$ については、これらの確率変数が互いに独立でなく相互依存しているので、一般化のためにはその依存関係を組み込んだ定式化が、今後の課題となる。但し前の事象に依存する確率はそのまま他の領域にも適用できるが、特に思考過程を対象にした場合には有効な考え方と思われる。

## 第 7 章

### 授業分析と学習行動分析

## 第7章 授業分析と学習行動分析

### 7.1 まえがき

本章では、長期間の授業を対象とした、2つの分析法の提案と得られた知見および授業形態の1つである作業についての構造分析の結果について述べる。

始めは、長期間の授業評価アンケートによる授業分析であり、<sup>(7-1)</sup>(1) 日常の授業における生徒による調査表への記入、(2) データの尺度値変換、(3) 数量化理論による要因分析の手順である。

2番目は学習行動に着目した分析であり、<sup>(7-2)</sup>(1) テープレコーダによる長期間の授業の音声記録、(2) 各授業毎の小規模の達成度テストの実施、(3) テスト項目に直接関連のある学習行動のチェック (4) 判別関数を用いた評価が主な手順である。

最後に、授業形態の1つである作業について、主成分分析の結果得られたその構造的特徴について述べる。

### 7.2 授業分析

#### 7.2.1 物理授業の「作業」

高校生を対象とした物理授業の授業形態について、次の様な内容を導入する。

1) 物理で現れる数式の代わりに、ものさし、分度器等を用いて直接測定による具体化、グラフや図式に表わすことによる視覚的なものを多く導入する。

2) 帰納的な方法を導入する。即ち、数値計算を行ない、その結果をグラフ化図式化することにより物理的な理解をさせる。また、生徒に関心のある対象を教材として導入する。

3) 例えばソロバンや電卓を導入し計算を作業化する。

4) ワークシートを開発する。生徒の学力レベルに添うように独自のものを開発した。

結局、授業形態としては、ワークシートを用いて、時に視聴覚教材または日常的なものを教材として併用しながら、測定、計算、グラフ化図式化を行

い、得られた図グラフを用いて講義討論をして理解させるというパターンである。実際の授業場面では、生徒自身による図の作成をする時間が多いので、これを「作業」と呼ぶ。理科教育における通常の作業の概念は、生徒実験を中心におく全般の思考過程を示すと思われるが、ここにいう作業は上記のように少し狭義の意味で用いており、実験とは区別して用いている。すなわち実験においては、実験装置が必要であるのに対して、ここにいう作業の作業具は、主にものさし、コンパス、分度器、腕時計、そろばん等の類である。また実験においては、モデル化された装置が多いが、作業の場合は日常的なものを教材とすることが多い。作業では、作図に重点をおくために、データ処理グラフ化は作業の範ちゅうに入れる。たとえば、まさつのない状態での運動のモデルとして、エアートラックの装置を用いてのマルチストロボ写真の撮影は実験である。これに対し、時刻表を用いて、列車のダイヤグラムを作成し、このグラフの傾き等から、平均速度や加速度を理解させるというのは作業と呼ぶ。あるいは、電磁音叉を用いて、弦の張力を重りで変化させ、振動数の弦の長さ依存性、張力依存性をモデル的に測定するのは実験であり、ギターを用いて、音の高低を聞きながら、調整ネジの回転角依存性、フレット間の長さをものさしで測ってフレットと音階との関係をグラフ化し、調べるのは作業と呼ぶ。あるいは、電解槽法で探針を用いて、各場所の電位を測定し電位図を画くのは実験であり、電極を水槽に入れて花の種子で電気力線を OHP で投影するのはデモンストレーションであり、各場所における電位の値をコンピュータで計算して、数値の記入されたシートを用いて、等電位線、電気力線を画かせ、その関係を調べるのは、作業と呼ぶ。ただしこの場合は、モデル的であるので、OHP での投影と併用する。具体的なワークシート例、授業の展開例は、紙面の都合により省略するが、以上のように生徒実験と区別して、作業の範囲を規定した。したがって、各単元内容を作業化する。図式化するためのワークシートの開発が、重要なポイントになる。

以上のことから、授業形態としての位置付けは、より実証的であるという観点からすると、講義による一斉授業と個々の生徒による実験中心の授業との中間的な位置を示す。しかしながら、講義による一斉授業とは厳密に区別されるべきものであって、学習の主体を個々の生徒に重点をおくという観点からすると、むしろ実験中心の授業方式に近い。この距離関係を模式的に図

示すれば、図 7.1 のようになるであろう。ただし図 7.1 は厳密には、能動的側面と実証的側面の二次元の中で各授業形態が位置付けられるべきものであるので、図の視聴覚教材、デモンストレーションの位置はあいまいであるが、目安として記入した。予備実験として、この作業導入の授業形態を物理授業において実施し、そのテストを通じ定性的および不十分な定量的分析を行ない、理解度のうえで作業効果のあることが予想された。そこで3か月半の物理授業において、アンケート方式による授業態度の直接測定を行ない、予備実験で得られた結果を数量的に評価した。

## 7.2.2 授業分析の方法

この授業分析の方法は、次の手順からなる。

- (1) 生徒による授業の5段階評価
- (2) データの尺度値変換
- (3) 数量化理論による要因分析

以下(2)・(3)について簡単に述べる。

(2)のデータの尺度値変換では、系列カテゴリー法によって順位尺度に変換する。その変換の方法は、以下の通りである。

1°  $n$ 回の授業を実施して、 $m$ 個のカテゴリー、即ち1から5までの5個のカテゴリーに分類するとする。この時、授業 $j$ に対して、カテゴリー $g$ が選ばれる比率を $p_{jg}$ とおく。 $p_{jg}$ を $(j, g)$ 要素とする、 $(n \times m)$ のマトリクスを $P$ とおけば、 $P = (p_{jg})$ である。

2° カテゴリー1から5までをある連続的尺度上に並べて、その頻度分布を正規分布 $N(0, 1)$ と仮定する。授業 $j$ に対して $g$ 以下のカテゴリーが選ばれる比率を、その正規分布の連続尺度上の値 $x_{jg}$ 以下の確率に等しいと仮定して、 $x_{jg}$ を求める。即ち、

$$\int_{-\infty}^{x_{jg}} N(0, 1) dx = \sum_{h=1}^g p_{jh}$$

$x_{jg}$ を $(j, g)$ 要素とする、 $(n \times m)$ のマトリクスを $X$ とおけば、 $X = (x_{jg})$ である。

3° Torgerson のカテゴリー判断の法則によれば、<sup>(7-3)(7-4)(7-5)</sup> 授業 $j$ の持つ尺度上の平均値を $R_j$ 、その標準偏差を $\sigma_j$ 、 $g$ 番目のカテゴリー境界の尺度上の平均値を $t_g$ 、その標準偏差を $\sigma_g$ とおけば、これらの諸量の間関係は

次式で求められる。

$$t_g - R_j = x_{jg} \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_g^2 - 2 r_{jg} \sigma_j \sigma_g} \quad (1)$$

$$(j = 1, \dots, n, g = 1, \dots, m)$$

これから  $t_g, R_j$  等を求める解法として、条件A, 条件B, 条件C, 条件Dの4つの解法が提案されている。本研究では条件Dを採用するが、その場合は  $\sigma_j = \text{一定}$ ,  $\sigma_g = \text{一定}$ ,  $r_{jg} = \text{一定}$ の仮定のもとで計算すると、(1)式は、 $t_g - R_j = C x_{jg}$  となる。

定数  $C$  を 1 とおいて

$$t_g - R_j = x_{jg} \quad (j = 1, \dots, n, g = 1, \dots, m) \quad (2)$$

を得る。(2)式を満足するような実測データとの最小自乗誤差となる  $\hat{t}_g, \hat{R}_j$  は、次式で求められる。

$$\hat{t}_g = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{jg} \quad (3)$$

$$\hat{R}_j = \frac{1}{mn} \sum_{g=1}^m \sum_{j=1}^n x_{jg} - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{jg} \quad (4)$$

(3), (4)式を用いて、実測データ  $x_{jg}$  から  $\hat{t}_g, \hat{R}_j$  を求める。 $\hat{t}_g, \hat{R}_j$  を  $t_g, R_j$  と略して記述し、特に  $R_j$  を授業  $j$  の尺度値とする。この場合  $n$  個の授業全体の尺度平均値を 0 とおいているので、 $R_j$  が正の時その授業の評価が高く、負の時その授業の評価が低いと解釈できる。

以上が、5段階評価データから各授業の評価の代表値を求める手順である。

次に、これらのデータを用いて数量化理論による要因分析の方法を示す。<sup>(7-6)</sup>

1° 授業と関連する要因と各要因に属するカテゴリーを列挙する。例えば、授業の要因では、単元内容、授業形態等であり、カテゴリーとは、授業形態の要因では講義、作業、デモ実験等の事である。授業は、各要因のいずれか1つのカテゴリーに属する。

2°  $k_j$  個のカテゴリーをもつ  $R$  個の要因を想定し、 $i$  番目の授業が  $j$  番目の要因に関し  $k$  番目のカテゴリーに反応する時 1, 他の  $(k_j - 1)$  のカテゴリーに反応した時には 0 の値をとる  $\delta_i(jk)$  の量を導入する。

$$\delta_i(jk) = \begin{cases} 1 & (\text{カテゴリー } k \text{ に反応した時}) \\ 0 & (k \text{ 以外のカテゴリーに反応した時}) \end{cases}$$

3°  $i$  番目の授業の評価尺度値を  $R_i$  とする。この時、

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^R \sum_{k=1}^{k_j} \delta_i(jk) x_{jk} \quad (5)$$

と、 $R_k$  の相関係数  $\rho_{R\alpha}$  が最大になるように  $x_{jk}$  を決定すれば、合成変数  $\alpha$  が最良の予測変数になる。

$$\rho_{R\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}) (\alpha_i - \bar{\alpha}) / \sigma_R \sigma_\alpha \quad (6)$$

座標原点を  $(\bar{R}, \bar{\alpha})$  にとって、

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_{lm}} = 0 \quad (m=1, \dots, k_l, l=1, \dots, R) \quad (7)$$

を満足する  $x_{lm}$  を求めればよい。得られる連立方程式に、 $\sigma_\alpha = \rho \sigma_R$  なる 1 次変換をすれば、次式を得る。

$$\sum_{i=1}^n R_i \delta_i(lm) = n_{lm} x_{lm} + \sum_j' \sum_k' f_{lm}(jk) x_{jk} \quad (8)$$

$(m=1, \dots, k_l, l=1, \dots, R)$

但し、
$$\sum_{i=1}^n \delta_i(lm) = n_{lm}$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_i(lm) \delta_i(jk) = f_{lm}(jk)$$

(8) 式の連立方程式を  $x_{lm}$  について解けばよい。

4° 得られた結果の  $x_{lm}$  について、次式のように変換する。

$$x'_{jk} = x_{jk} - \sum_k x_{jk} n_{jk} / n \quad (9)$$

この  $x'_{jk}$  は、 $j$  要因の  $k$  カテゴリーの授業評価の影響の大きさを示す。これをカテゴリーウエイトと呼ぶ。このカテゴリーウエイトはそのカテゴリーの規定力の大きさを表す。さらに各要因のカテゴリーウエイトの最大値と最小値の差を、レンジと呼び、各要因の規定力の大きさを表す。即ち、 $j$  要因のレンジを  $\Delta_j$  とおけば、

$$\Delta_j = \max_k (x_{jk}) - \min_k (x_{jk}) \quad (10)$$

5° 得られた  $x_{jk}$  を用いて  $\alpha_i$  を計算し、(6) 式によって相関係数  $\rho_{R\alpha}$  を求める。この  $\rho_{R\alpha}$  の値によって、 $x_{jk}$  の大きさの信頼度の目安とする。

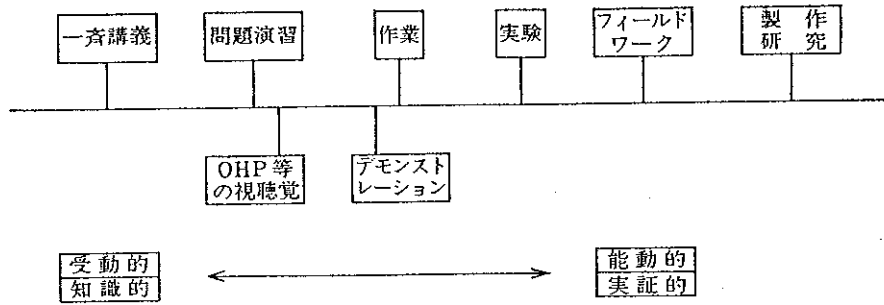


図7.1 授業形態における作業の位置付け

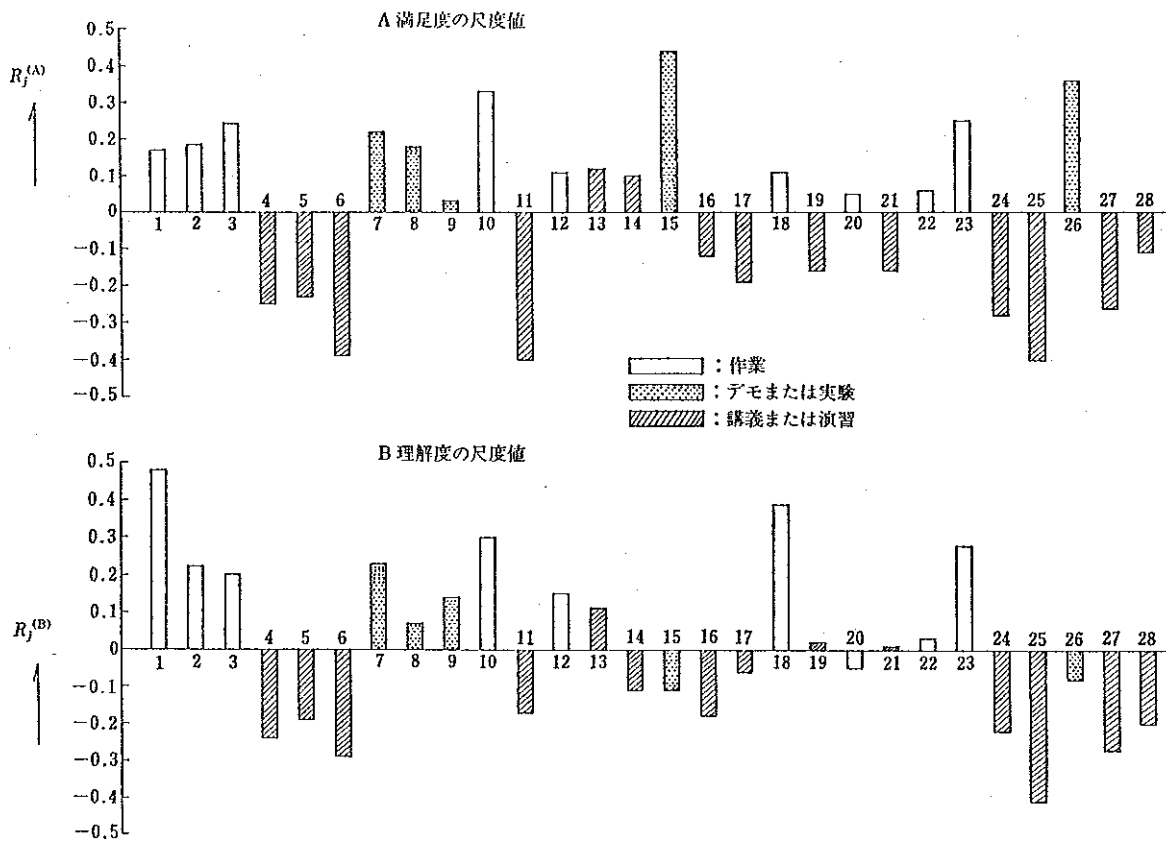


図7.2 満足度, 理解度の尺度値

表7.1 度数分布と尺度値

No.	内 容	形態	A 満 足 度					$R_j^{(A)}$	B 理 解 度					$R_j^{(B)}$
			5	4	3	2	1		5	4	3	2	1	
1	仕事の原理	作業	0.015 2	0.069 7	0.855 103	0.977 16	1.00 3	+0.17	0.008 1	0.062 7	0.698 82	0.961 34	1.00 5	+0.48
2	E - 保存則	作業	0.013 2	0.145 20	0.829 104	0.954 19	1.00 7	+0.19	0.007 1	0.176 26	0.797 95	0.974 27	1.00 4	+0.22
3	E - 保存則	作業	0.012 2	0.172 26	0.779 99	0.939 26	1.00 10	+0.24	0.013 2	0.194 29	0.756 90	0.969 34	1.00 5	+0.20
4	E - 計 算	計算	0.036 6	0.315 46	0.897 96	0.982 14	1.00 3	-0.25	0.042 7	0.416 62	0.886 78	0.976 15	1.00 4	-0.24
5	E - 計 算	計算	0.051 8	0.285 37	0.835 87	0.987 24	1.00 2	-0.23	0.038 6	0.268 36	0.822 87	0.994 27	1.00 1	-0.19
6	E - 保存則 (応 用)	計算	0.074 12	0.362 47	0.914 90	0.982 11	1.00 3	-0.39	0.085 14	0.393 50	0.883 80	0.987 17	1.00 2	-0.29
7	円 運 動 (周 期)	デモ	0.006 1	0.108 16	0.816 112	0.981 26	1.00 3	+0.22	0.019 3	0.108 14	0.796 108	0.968 27	1.00 5	+0.23
8	円 運 動 (向心力)	デモ	0.019 3	0.127 17	0.816 109	0.956 22	1.00 7	+0.18	0.013 2	0.201 30	0.836 101	0.981 23	1.00 3	+0.07
9	単 振 り 子	実験	0.032 5	0.136 16	0.844 109	0.974 20	1.00 4	+0.02	0.006 1	0.194 29	0.845 101	0.981 21	1.00 3	+0.14
10	単 振 り 子	作業	0.008 1	0.083 9	0.800 86	0.958 19	1.00 5	+0.33	0.008 1	0.156 18	0.779 76	0.959 22	1.00 5	+0.30
11	単 振 動	講義	0.093 11	0.263 20	0.890 74	0.992 12	1.00 1	-0.40	0.034 4	0.195 19	0.890 82	0.992 12	1.00 1	-0.17
12	波(進行波)	作業	0.019 3	0.139 20	0.801 110	0.976 29	1.00 4	+0.11	0.018 3	0.164 24	0.842 112	0.958 19	1.00 7	+0.15
13	地 震 波	講義	0.006 1	0.154 23	0.859 110	0.981 19	1.00 3	+0.12	0.006 1	0.175 26	0.857 105	0.987 20	1.00 2	+0.11
14	問 題	演習	0.009 1	0.168 17	0.888 77	0.963 8	1.00 4	+0.10	0.019 2	0.171 16	0.923 79	0.990 7	1.00 1	-0.11
15	波の現象	デモ	0.007 1	0.088 11	0.801 97	0.997 13	1.00 14	+0.44	0.022 3	0.206 25	0.868 90	0.956 12	1.00 6	-0.11
16	屈 折	講義	0.024 4	0.181 26	0.885 117	0.988 17	1.00 2	-0.12	0.048 8	0.234 31	0.868 106	0.988 20	1.00 2	-0.18
17	屈 折	講義	0.049 6	0.221 21	0.902 83	0.975 9	1.00 3	-0.19	0.025 3	0.175 18	0.900 87	0.983 10	1.00 2	-0.06
18	干 渉	作業	0.019 3	0.156 21	0.812 101	0.968 24	1.00 5	+0.11	0.006 1	0.162 24	0.792 97	0.974 28	1.00 4	+0.39
19	干 渉	計算	0.019 3	0.169 24	0.894 116	0.994 16	1.00 1	-0.16	0.019 3	0.189 27	0.862 107	0.981 19	1.00 3	+0.02
20	定 常 波	作業	0.019 3	0.213 30	0.871 102	0.948 12	1.00 8	+0.05	0.045 7	0.290 38	0.845 86	0.955 17	1.00 7	-0.05
21	音 波	講義	0.030 5	0.175 24	0.898 120	0.988 15	1.00 2	-0.16	0.024 4	0.195 28	0.884 113	0.970 14	1.00 5	+0.01
22	弦の振動 (ギター)	作業	0.013 2	0.196 28	0.882 105	0.961 12	1.00 6	+0.06	0.013 2	0.222 32	0.882 101	0.974 14	1.00 4	+0.03
23	弦の振動 (ギター)	作業	0.012 2	0.159 23	0.858 94	0.949 30	1.00 8	+0.25	0.013 2	0.178 26	0.745 89	0.949 32	1.00 8	+0.28
24	管の振動	講義	0.043 7	0.227 30	0.877 106	0.994 19	1.00 1	-0.28	0.049 8	0.264 35	0.883 101	0.988 17	1.00 2	-0.22
25	管の振動	講義	0.084 12	0.287 29	0.923 91	0.986 9	1.00 2	-0.40	0.091 3	0.350 37	0.923 82	0.986 9	1.00 2	-0.41
26	気柱共鳴	実験	0.017 2	0.059 5	0.731 80	0.958 27	1.00 5	+0.36	0.025 3	0.160 16	0.874 85	0.992 14	1.00 1	-0.08
27	問 題	演習	0.051 8	0.244 30	0.891 101	0.987 15	1.00 2	-0.26	0.051 8	0.288 37	0.904 96	0.987 13	1.00 2	-0.27
28	問 題	演習	0.017 2	0.191 20	0.878 79	0.991 13	1.00 1	-0.11	0.034 4	0.259 26	0.914 76	0.991 9	1.00 1	-0.25

上段：累積相対度数分布，下段：実数の度数分布，  
 $R_j^{(A)}$ ：満足度の尺度値， $R_j^{(B)}$ ：理解度の尺度値

以上が要因分析の方法である。

以下この方法による結果について報告する。

### 7.2.3 結果および考察

#### (1) 調査結果の分析

集計した授業時間数は28時間であった。No.1～28までは授業の時間的順序を示すが、毎時間の授業内容における4クラスの集計の度数分布を表7.1に示す。授業形態としては、講義、計算、演習、作業、実験装置または視聴覚教材を用いたデモンストレーション、生徒実験に分類した。同表の満足度と理解度の項目の1～5は、アンケート調査において採用したカテゴリー番号であり、上段は累積相対度数、下段は実数の度数分布を示す。全体を通じては、約130～170名の人数である。これらの1～5のカテゴリー分類の数値は単に順位尺度であるから、距離尺度に変換しおのおのの授業内容の尺度値が求められることが望ましい。授業内容、授業形態は、与えられた刺激と考えられるので、それらの刺激を順序付けられたカテゴリーに分類する時の、カテゴリー判断の計算法が適用される。Torgersonによる分類の条件Dを採用し、正規分布仮定によるZ値の最小二乗解を、A満足度B理解度の両方で求め、各授業内容の距離尺度として表7.1に示した。条件Dにおいては各尺度値には、任意定数一つが残るが、この場合その定数を1とおいている。また尺度値の平均値は0としているので、+側は平均より満足度、理解度が大きく、-側はそれぞれ小である。また累積相対度数が0.95以上、0.05以下の場合も欠測値としないで、そのまま計算した。各カテゴリー境界の平均値は表7.2に示す。これによると、カテゴリー3の範囲はA、B共Z値で約-0.9～1.0程度であるから、約66%程度含むことになる。各授業内容の尺度値のグラフを図7.2に示す。授業形態を、作業、デモ

表 7.2 カテゴリー境界の平均値

	5～4	4～3	3～2	2～1
満足度	-2.011	-0.946	+1.063	+1.982
理解度	-2.016	-0.833	+1.071	+2.051

表 7.3 要因分析表と数量化理論による推定値

No.	内容	要因 カテゴリ カテゴリ変数		単元内容			形 態			回 数		プリント		A 満足度		B 理解度	
		E-保	円・単	波	講義	作業	デモ	1	2	あり	なし	測定値 $R_j(m)^{(A)}$	推定値 $R_j(t)^{(A)}$	測定値 $R_j(m)^{(B)}$	推定値 $R_j(t)^{(B)}$		
		$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{41}$	$x_{42}$						
1	仕事の原理	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	+0.17	+0.17	+0.48	+0.28		
2	E-保存則	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	+0.19	+0.17	+0.22	+0.19		
3	E-保存則	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	+0.24	+0.22	+0.20	+0.20		
4	E-計 算	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	-0.25	-0.20	-0.24	-0.11		
5	E-計 算	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	-0.23	-0.15	-0.19	-0.10		
6	E-保存則 (応 用)	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	-0.39	-0.20	-0.29	-0.20		
7	円 運 動 (周 期)	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	+0.22	+0.20	+0.23	+0.11		
8	円 運 動 (向心力)	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	+0.18	+0.20	+0.07	+0.02		
9	単振り子	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	+0.02	+0.20	+0.14	+0.11		
10	単振り子	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	+0.33	+0.09	+0.30	+0.36		
11	単 振 動	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	-0.40	-0.33	-0.17	-0.04		
12	波(進行波)	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	+0.11	+0.16	+0.15	+0.25		
13	地 震 波	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	+0.12	-0.21	+0.11	-0.14		
14	問 題	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	+0.10	-0.20	-0.11	-0.20		
15	波の現象	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	+0.44	+0.32	-0.11	0.00		
16	屈 折	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	-0.12	-0.21	-0.18	-0.23		
17	屈 折	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	-0.19	-0.16	-0.06	-0.22		
18	干 渉	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	+0.11	+0.16	+0.39	+0.25		
19	干 渉	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	-0.16	-0.16	+0.02	-0.14		
20	定 常 波	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	+0.05	+0.16	-0.05	+0.16		
21	音 波	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	-0.16	-0.21	+0.01	-0.14		
22	弦の振動 (ギター)	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	+0.06	+0.16	+0.03	+0.16		
23	弦の振動 (ギター)	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	+0.25	+0.21	+0.28	+0.16		
24	管の振動	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	-0.28	-0.21	-0.22	-0.14		
25	管の振動	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	-0.40	-0.16	-0.41	-0.14		
26	気柱共鳴	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	+0.36	+0.32	-0.08	0.00		
27	問 題	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	-0.26	-0.21	-0.27	-0.23		
28	問 題	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	-0.11	-0.16	-0.25	-0.23		

ただし、1：該当するカテゴリ、0：該当しないカテゴリ

表 7.4 要因分析計算結果 (数量化理論 I 類)

要因	カテゴリー	A 満足度		B 理解度	
		カテゴリー ウエイト $x_{jk}^{(A)}$	レンジ	カテゴリー ウエイト $x_{jk}^{(B)}$	レンジ
単 元 内 容	E-保存則	0.0295	0.1309	0.0068	0.1085
	円運動 単振動	-0.1014		0.0804	
	波	0.0188		-0.0281	
形 態	講義・演習	-0.2116	0.5223	-0.1507	0.3882
	作業	0.1565		0.2375	
	デモ・実験	0.3107		-0.0057	
回 数	1 回	-0.0134	0.0468	-0.0014	0.0048
	2 回	0.0334		0.0034	
プ リ ン ト	あり	0.0001	0.0002	-0.0502	0.0877
	なし	-0.0001		0.0375	

ンストレーションまたは実験，講義または問題演習の三つに分類し図示した。これより，作業形態が，満足度，理解度の両方に効果があり，有意差のあることが判明する。デモ・実験もまた，数例を除いて効果あることがわかる。とくに満足度においては，作業，デモ・実験の授業形態は，平均値 0 より小さいものがないことは注目に値する。作業ワークシートの開発，記入法については省略するが，たとえば表 7.1 における 22, 23 の「弦の振動」(作業)，24, 25 の「管の振動」(講義)で，単元内容にはあまり差がないと思われるのに顕著な満足度，理解度の差を示しているのは，その典型とみることができる。「弦の振動」の作業過程は 2 時間で終了した。このため表 7.2 にみられるように，1 回目の授業 22 では， $R_j^{(A)} = +0.06$ ， $R_j^{(B)} = +0.03$  に対し，2 回目の授業 23 では， $R_j^{(A)} = +0.25$ ， $R_j^{(B)} = +0.28$  と満足度，理解度とともに増加を示した。これに対して，「管の振動」では 1 回目の授業 24 では  $R_j^{(A)} = -0.28$ ， $R_j^{(B)} = -0.22$  と尺度値自身もマイナスであり，2 回目の授業 25 において  $R_j^{(A)} = -0.40$ ， $R_j^{(B)} = -0.41$  といずれも減少を示したこと対照的であ

る。弦の振動例では、生徒に関心の高いギターを導入したこと、計算の苦手な商業科の生徒に得意なソロバンという作業具を用いることにより、計算が作業化したこと、音階とフレットの関係のように音楽と物理という意外性等が相乗効果となっていると考えられる。以上で各授業内容の尺度値を決定する要因は、その授業形態が大であることがわかったが、もちろんそれだけではない。そのほかに、個々の授業内容のもつ困難度の差異、作業具、実験装置の影響、学校行事、試験の前後による差異、授業の時間帯、さらには指導者学習者両方の身体的精神的状態まで含めて、それらの要因の重なり合いを分離して評価することが必要である。しかしながら、これらすべてを含んで検討することは困難であるので、比較的客観的なその他の要因をとりあげ、満足度、理解度の尺度値を規定するパラメーターとして、数値的に分析した。

## (2) 数量化理論による要因分析

以下のように比較的客観的である要因を大まかに四つとりあげ、各要因を2～3のカテゴリーに分類した。

### 1) 単元内容

(1) エネルギー保存則, (2) 円運動・単振動, (3) 波

### 2) 授業形態

(1) 講義(計算演習を含む), (2) 作業(ものさし, ソロバン, コンパス, 腕時計等の作業具が伴う), (3) デモ・実験(各種視聴覚教材実験具が伴う)

### 3) 回数

(1) 1回, (2) 2回

### 4) プリント

(1) あり, (2) なし

回数とは、例えば小単元である干渉、屈折、等の内容を何回続けて授業したかということであり、プリントは、作業に伴うワークシート、実験に伴う手引書、問題の用紙等の印刷物である。各授業内容における要因分析の一覧表を表7.3に示す。表中1はそのカテゴリーに該当することを示し、0は該当しないことを示す。これらの因子はいずれも質的因子であるので、林の数量化理論を適用した。外部基準変数として満足度、

理解度の尺度値を用い、数量化理論第I類を用いて計算した。計算結果を表7.4に示す。各カテゴリーウエイト( $x_{jk}^{(A)}$ ,  $x_{jk}^{(B)}$ )は、各要因の平均値からの差を示してある。+の符号のカテゴリーウエイトは、プラス要因、-の符号のものはマイナス要因である。レンジは、各要因の規定する大きさを示す。これらを図示したものが図7.3~7.5である。図7.3から、予想されるように授業形態が満足度、理解度とともに、最も大きい要因となっている。満足度の場合は次が単元内容であり、プリントの有無にはほとんど影響しない。理解度の場合は逆にプリントの有無が次に大きい要因で次に単元内容になっている。単元内容のレンジの大きさは予想より低い。これは内容が三つの単元だけであり、各単元中の小単元の項目、たとえば「波」の中の「干渉」「屈折」等により困難度が異なるからで、それを一つの単元内容として分析しているために、各単元の困難度が平均化された結果と推測される。図7.4と7.5より、円運動・単振動については理解しやすいが満足度は低い傾向があり、波については、理解しにくいが多少満足する傾向が見られる。もちろん個々の小単元の授業内容自身に支配されるけれども、波は空間図形的要素の大きい単元であるが、円運動・単振動はむしろ数値的要素の大きい単元の違いによるものでないかと考えられる。予想されるように、講義演習はいずれもマイナス要因で作用し、作業は両方共プラス要因で作用する。一方デモ・実験は、満足度としては大きいプラス要因であるが、理解度については0に近いマイナス要因となっている。これは、デモ・実験の設定の仕方の問題、学習者の学力レベルの問題、興味本位になりやすい傾向等の原因が考えられる。また実験後のデータ整理グラフ化等は、作業のカテゴリーに分類しているためでもある。両方が重なり合って理解が深化されると、推測されるからである。回数については大きな規定力をもたないが、理解度については、プリントの無いほうがプラス要因となっている。これはプリントの無いほうが理解しやすいというよりも、プリントを配布して学習する小単元というのは、困難度が高いためである。そのような小単元については、理解させる補助としてプリントを与えるからで、したがってプリントの有無の規定力の大きさは、各小単元内容の困難度の反映であると考えられる。また、回数については規定力

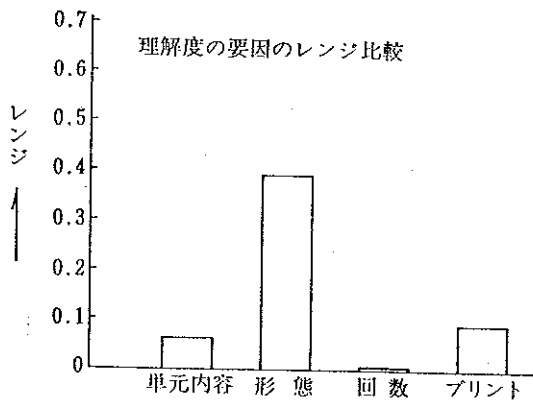
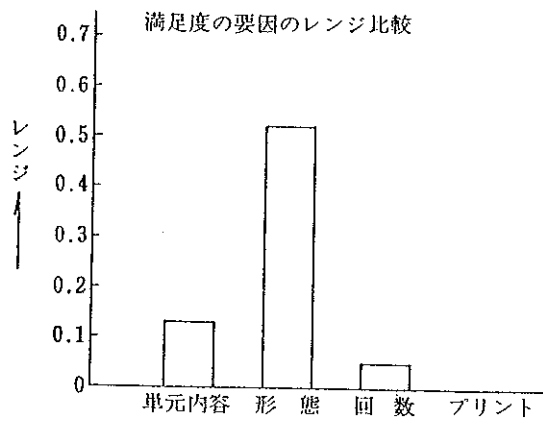


図7.3 各要因のレンジ比較

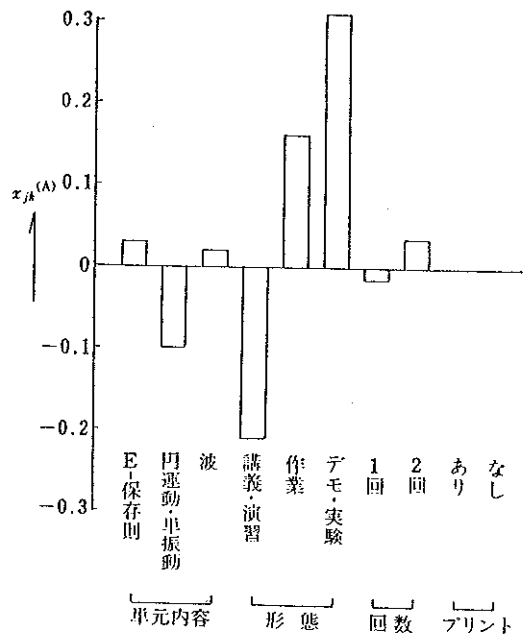


図7.4 満足度のカテゴリウエイト比較

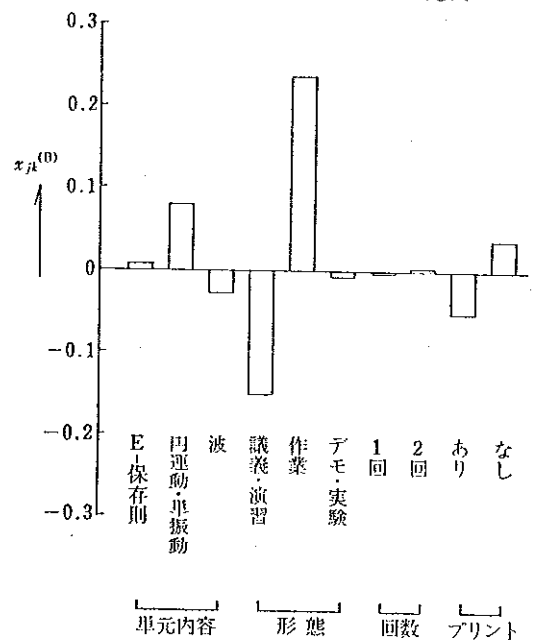


図7.5 理解度のカテゴリウエイト比較

の大きさはほとんどないが、これは回数を独立変数として用いていることにも原因がある。表 7.3 において、同一小单元における満足度、理解度の回数依存性を調べると（図は略）、作業は同一授業内容の 2 回目のほうが 1 回目よりも高い満足度、理解度を示すが、講義においてはそのような傾向は全体として認めがたい。すなわち、授業形態と回数との間には交互作用がある。この計算ではカテゴリー数が多くなりすぎるためのために、交互作用はとり入れないので、この交互作用が回数についての規定力の大きさに影響を与えていると思われる。

### (3) その他の要因の分析

計算された  $x_{jk}(A)$ ,  $x_{jk}(B)$  を用いて、個々の授業内容の推定値を求めた。その値を表 7.3 に示す。この場合、この予測方程式が妥当性を有するためには、実測値との間にある程度高い相関係数をもつことが必要である。推定値と測定値の間の相関係数を求め、その関係を図 7.6 ~ 7.8 に図示した。比較のため、理解度と満足度の測定値間の相関図も示した。推定値と測定値の相関係数は、満足度において 0.843、理解度において 0.815 とやや低いが、VI-2 で記したように個々の小单元の困難度が異なるための誤差を考慮すれば、まずまずの値と思われる。回帰直線からのずれの幅を示す推定誤差  $\sigma_e$  の範囲内のもは、すでに記した四つの要因により規定されると考えてもよいが、推定誤差範囲外のもは、その他の要因により規定されるので、これらについて検討する必要がある。

図 7.6 は、理解度-満足度の測定値間の相関を示すが、相関係数は 0.691 である。もちろん高い相関を示す必然性はない。推定誤差範囲外のもの、すなわち理解度に比較して満足度の高いものまたは低いものを、グラフ中にそれらの小单元の内容を記した。当然ながらこのような小单元があってもよい訳であるから、このグラフよりその原因となる因子を見つけだすことは困難であった。

次に図 7.7 は、満足度の測定値と推測値の間の相関を示す。推定誤差範囲外のもは、図 7.6 と同様にその小单元内容を記してある。まず 9, 10 は、それぞれ単振り子の実験と作業（実験データの整理、グラフ化）であり、VI-2 で記したように、この一連の学習内容によって理解が深化される内容であるので、グラフのように分離したと考えられる。これは

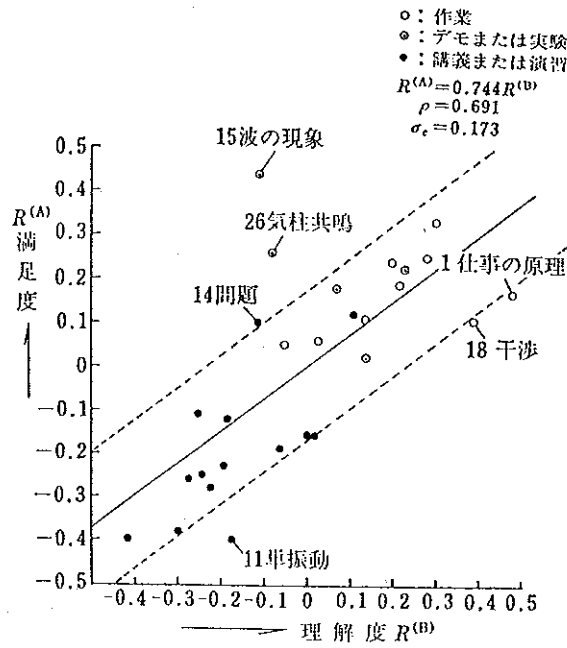


図 7.6 満足度と理解度の相関

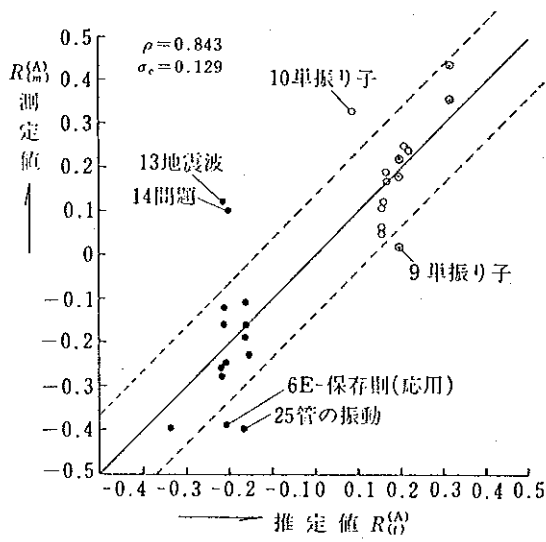


図 7.7 満足度の測定値と推定値の相関

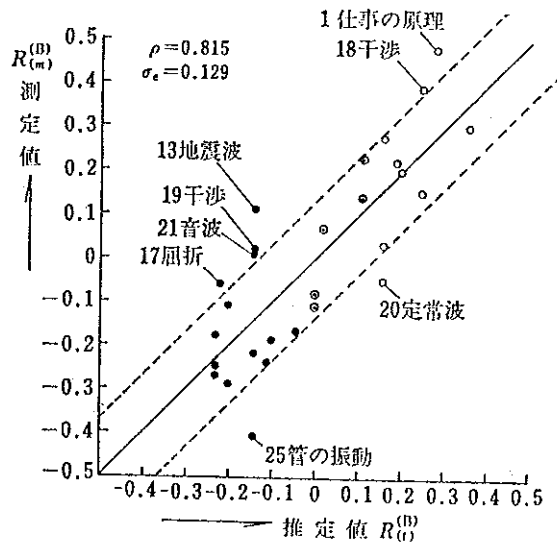


図 7.8 理解度の測定値と推定値の相関

単振り子の糸の長さ依存性（すなわち、 $T \propto \sqrt{l}$ 、 $T$ ：周期、 $l$ ：糸の長さ）を調べる実験であるが、 $T - \sqrt{l}$ のグラフに測定データをプロットすると、きれいな直線性を示す。単振り子の実験は、高校物理の範囲内の実験の中では、誰が行なっても最も誤差の小さい実験の一つであるために、10のように高い満足度を示したと考えられる。6のE-保存則（応用）は、ストロボ写真の解析の応用計算であり、授業では方法を説明、計算は家庭学習とレポート提出としたために、その授業時間内に完成することができず、不満度を示しそののではないかと推測される。25の管の振動は、**図 7.8**で見られるように理解度が推定誤差範囲より低い内容のため、満足しなかった例と考えられる。13の地震波については、単元内容が波であったことから、教科書の内容を離れて「地震波」について話した。タイムリーな内容であったこと、身近な問題で関心の強いこと、教科書の内容から離れたこと等から、講義形式であるにもかかわらず、高い満足度を示したと考えられる。14の問題演習については、要因がよくわからない。次に**図 7.8**は、同様に理解度についての測定値と推定値の相関グラフである。推定誤差範囲外の授業内容のうち、17、18、19、20、21、25は同じ「波」の単元に属する内容であるが、これらは15の波の現象の授業と関連させることにより、その要因が判明する。すなわち、これらの番号は時間的順序を示しているので、17～25の以前に15の波の現象（デモ）を実施している。この15の授業では、水波投影器を用いて水波をスクリーンに投影し「波の現象」を観察したのである。この水波による観察では、波の反射、屈折、回折、干渉が現象的に学習できた。また同時に、音叉を用いた共鳴、うなり、母声音による音の高低大小による波形を、オシロスコープで観察した。ところがシャイブ式ウェーブマシンがないため、重ね合せの原理による定常波の観察ができなかった。この15の授業内容と関連させて、すなわち、この時に観察した項目はその後の学習強化に役立ち、17屈折、18、19干渉、21音波の各授業においては、推定値以上の理解度を示したと考えられる。これに対し、観察または実験のできなかった20定常波、25管の振動は、推定値より小さい理解度を示したと推測される。さらに25の管の振動は、満足度にも関連していることは既に記した。13の地震波については、

満足度と同様の要因による。1の仕事の原理については、内容がやさしかったのではないかと思われる。

以上のように、これらの推定値と測定値の相関グラフを検討することにより、V-2でとりあげた四つの要因以外の要因について検討することができた。すなわち、

- 1) 実験・デモンストレーションによる測定観察等が、後の同一小単元の内容の授業における理解を高めることに役立つ。
- 2) タイムリーな話題、身近な関心事に関連させた授業は、高い理解度、満足度を示す。

以上二つの効果は、過去の授業経験から推測して妥当であろう。

### 7.3 学習行動分析

作業の位置付けとしては、授業形態としての作業と、授業における生徒の学習行動としての作業の二面について考えられる。前者はたとえば、講義、生徒実験、デモンストレーション等に対比する作業の授業形態である。後者は、授業における生徒の学習行動、たとえば、板書したものをノートに写す、教師の説明を聞く、スライドを見る、測定等の作業をするというように位置づけた時の意味である。もちろん、両方とも生徒の学習行動の内容は同一のものであり、その位置づける観点だけ異なる。

また、授業形態として位置づけた作業の学習効果については、7.2 授業分析において、授業を受けとめる側の生徒の示す、主観的な理解度満足度の分布の長期的なデータから分析し報告した。そこで7.3 学習行動分析については、作業を生徒の学習行動として位置づけ、他の学習行動の内容との対比において分析した。評価の手段としては、授業直後における理解度テストの客観データを用いている。その結果およびその授業分析の評価の方法を合わせて報告する。

#### 7.3.1 学習行動のカテゴリー分類

授業を教材を媒介とした、教授行動の相互作用とした視点から、その相互作用の解明については、そのカテゴリーシステムの開発等によって、授業研究の分野で意欲的に研究されている。本研究においては

- (1) 授業における生徒の学習行動としての活動内容に注目し、とくにその動作に限定してカテゴリー化する。

(2) 学習行動の評価については、概略的で大握みに分析する。

以上の立場から、生徒の学習行動のカテゴリーとして、次のように分類した。

記号	意味	学習行動の内容
N	ノート	板書したもの、または OHP 等でスクリーンに投影したものをノートする行動
H	聞く	教師の説明を聞く行動
O	見る	VTR, スライド等を見る, デモンストレーション等を観察する行動
S	発言	発問による応答, またはグループ討議等話し合いによる行動
W	作業	測定, 計算, 作図等の作業をする行動

基本的には以上であるが、これらの組合せによる学習行動がある。組合せによる学習行動としては多く考えられるのであるが、実例で検討すると、次のタイプが多いことがわかった。もちろんこれは、教師、教科、単元内容によりさまざまなタイプが出てくるが、筆者の場合の例を示すと以下のようである。

SH 発言+聞く, SN 発言+ノート,

WO 作業+見る, WH 作業+発言,

当然ながらこれらの学習行動の間に、思考の知的操作が行なわれている。

### 7.3.2 学習行動分析の方法

これらの学習行動の各カテゴリーが、授業の理解度にどのような規定力もつかを評価するための手順を、概略的に図 7.9 に示す。

①から⑤までの手順で、問題項目の正答率と、その問題項目に直接関連する学習行動、学習行動の継続時間、問題領域の一覧表が作成される。正答率をある基準値を設定してその基準値以上であれば達成されたとし、それ以下であれば未達成という様に、2値に分類する。これを達成状態と呼ぶ。また学習行動および問題領域はカテゴリー分類されており、学習行動の継続時間も多い少ない等のようにある基準値を設定してカテゴライズする。この一覧表を要因分析表と呼ぶ。これが⑥の手順である。そこで、問題領域、学習行動、学習行動の継続時間を要因と呼び、これらの要因の中、例えば学習行動

の中の発言や作業等をその要因のカテゴリーと呼ぶ。これらの要因が原因となって、問題項目の達成状態が結果として表われると考える。そこで、この問題項目の達成状態は、外的基準となる。この外的基準は、達成されたか否かの2値である。

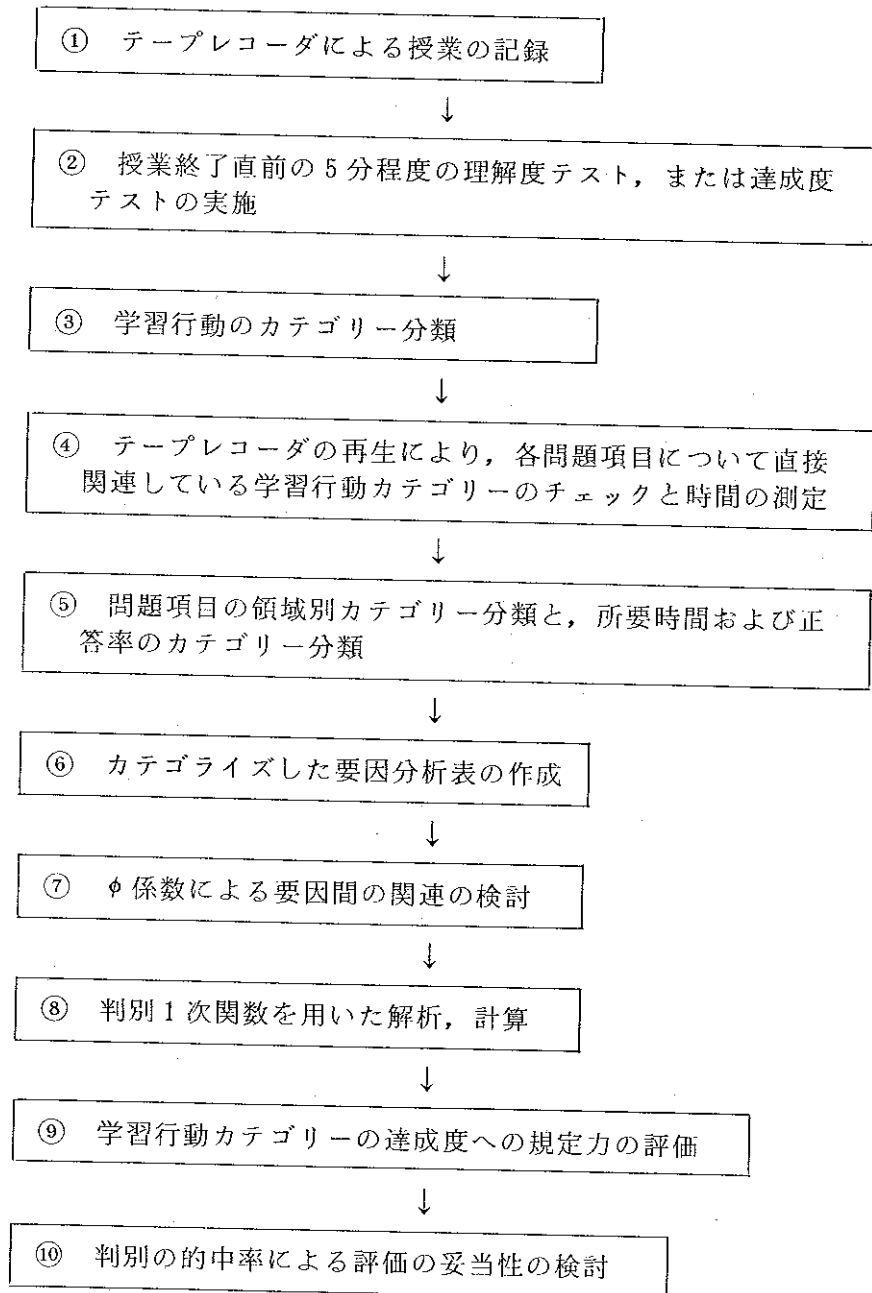


図 7.9 学習行動分析の手順

(7-6)  
さて、数量化理論に従って、次の様な記号を導入す。

$$\delta_i(jk) = \begin{cases} 1 & \text{問題項目 } i \text{ が } j \text{ 要因 } R \text{ カテゴリーに分類される時} \\ 0 & \text{そうでない時} \end{cases}$$

この時次の様に略記する。

$$\sum_i \delta_i(jk) = f_{jk} \quad \sum_i (1 - \delta_i(jk)) = \bar{f}_{jk}$$

$$\sum_i \delta_i(jk) \delta_i(lm) = f_{jk, lm}$$

$$\sum_i (1 - \delta_i(jk)) \delta_i(lm) = \bar{f}_{jk, lm}$$

$$\sum_i \delta_i(jk) (1 - \delta_i(lm)) = f_{jk, \bar{lm}}$$

$$\sum_i (1 - \delta_i(jk)) (1 - \delta_i(lm)) = \bar{f}_{jk, \bar{lm}}$$

とおけば  $j$  要因  $k$  カテゴリーと、 $l$  要因  $m$  カテゴリー間の相関係数である  $\phi$  係数は、次式で示される。

$$\phi_{jk, lm} = \frac{f_{jk, lm} \cdot \bar{f}_{jk, \bar{lm}} - f_{jk, \bar{lm}} \cdot \bar{f}_{jk, lm}}{\sqrt{f_{jk} \bar{f}_{jk} f_{lm} \bar{f}_{lm}}}$$

これが、⑦の  $\phi$  係数による要因間の関連の検討であり、 $\phi$  係数の大小によって、各カテゴリー間の関連を検討する事ができる。

次に⑧の判別1次関数を用いた解析方法について示す。

これは、数量化理論第Ⅱ類<sup>(7-6)</sup>と呼ばれる方法であり、その概略について以下示す。

$j$  要因の  $k$  カテゴリーの規定力の大きさを  $x_{jk}$  とおき、

$$\alpha_i = \sum_j^R \sum_k^{k_j} \delta_i(jk) x_{jk} \quad (11)$$

なる合成変数を考える。但し、 $R$  は要因の数であり、 $k_j$  は  $j$  要因のカテゴリー数である。判別を最も効果的にするための  $x_{jk}$  を求めるためには、級間分散を全分散で割った商である相関比の二乗  $\eta^2$  を最大にすればよい。即ち、

$$\eta^2 = \frac{\sigma_b^2}{\sigma^2} \rightarrow \max \quad (12)$$

即ち、
$$\frac{\partial \eta^2}{\partial x_{uv}} = 0 \quad (u=1, \dots, R; v=1, \dots, k_u)$$

これから次式を得る。

$$FX = \frac{n_1 n_2}{n} I h \quad (13)$$

但し、 $F$  は  $(k_1 + \dots + k_R)$  次の正方行列であり、

$$F = [ f_{uv}, l_m - \frac{1}{n} f_{uv} f_{lm} ]$$

$X$  は,  $X' = [ x_{11}, \dots, x_{Rk} ]$  なる縦ベクトルである。  $h$  は, 次のような縦ベクトルである。

$$h = \begin{pmatrix} \frac{g^1(11)}{n_1} & \frac{g^2(11)}{n_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{g^1(jk)}{n_1} & \frac{g^2(jk)}{n_2} \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

ここで,  $n$  は全問題項目数,  $n_1$  は外的基準 1 (達成可) に属する問題項目数,  $n_2$  は外的基準 2 (達成否) に属する問題項目数である。  $f_{uv}, l_m$  は  $u$  要因  $v$  カテゴリーに属し, かつ  $l$  要因  $m$  カテゴリーに属する問題項目数であり,  $f_{uv}$  は  $u$  要因  $v$  カテゴリーに属する問題項目数,  $f_{lm}$  は  $l$  要因  $m$  カテゴリーに属する問題項目数である。  $g^1(jk)$  は, 外的基準 1 に属し, かつ  $j$  要因  $k$  カテゴリーに属する問題項目数,  $g^2(jk)$  は, 外的基準 2 に属し, かつ  $j$  要因  $k$  カテゴリーに属する問題項目数である。

以上から (13) 式の連立方程式を解く事によって, カテゴリーの規定力を表わす  $x_{jk}$  を求める事ができる。

さらに各要因の規定力は, レンジを求める事によって評価する事ができる。即ち,  $j$  要因のレンジを  $D_j$  とおけば,

$$D_j = \max_k (x_{jk}) - \min_k (x_{jk}) \quad (14)$$

で得られる。

この  $x_{jk}$  および  $D_j$  の計算によって, ⑨の各カテゴリーの規定力の評価をする事ができる。

次に⑩の判別の的中率の方法について述べる。

計算した  $x_{jk}$  を用いて, (11) 式に代入し  $\alpha_i$  を求める。  $\alpha_i$  を変数にした外的基準 1 の近似的な分布密度関数を  $f_1(\alpha)$ , 外的基準 2 の分布密度関数を  $f_2(\alpha)$  とおけば, 判別の的中率  $p$  は, 次式で得られる。

$$p = \frac{n_1}{n} \int_{-\infty}^{x_0} f_1(\alpha) d\alpha + \frac{n_2}{n} \int_{x_0}^{\infty} f_2(\alpha) d\alpha \quad (15)$$

$p$  の最適な  $p_0$  は,

$$p_0 = \max_{x_0} \min_{n_1} p \quad (16)$$

で与えられ、その時の  $p_0$  および  $x_0$  は、次式で得られる。

$$p_0 = \int_{-\infty}^{x_0} f_1(\alpha) d\alpha = \int_{x_0}^{\infty} f_2(\alpha) d\alpha \quad (17)$$

これが⑩の判別の的中率による評価の妥当性の検討のための計算である。

以上が、学習行動分析のための手順である。

### 7.3.3 結果および考察

#### (1) 学習行動の記録

生徒の学習行動を記録する場合は、VTRが最も適切であるが、日常の授業で継続的に実施する場合は困難である。そこでテープレコーダを代用する。ハンディタイプの小型のものは、生徒に緊張感を与えず便利である。これで授業内容を記録する。次に授業の終了直前に、5分間程度の理解度テストを実施する。4問～6問の小テストで、その授業で学習した項目の簡単な内容である。その場で解答し、自己採点をさせ回収する。この方法は、生徒自身も授業に適度な緊張感を与え、授業の理解度をチェックできるという点で好評である。この場合小テスト用紙は、毎月の初めに10枚程度渡しておきすぐにとり出せるようにしておくとの時間の無駄がない。問題は口答または板書して提示する。回収したテストで、各問題項目ごとの正答率を算出する。理解度テストにおいては、レスポンスアナライザー(RA)を用いるともっと便利であろう。

さてテープレコーダを再生して、理解度テストの各問題項目に直接関連のある授業内容に注目して、その授業内容における生徒の学習行動の 카테고리をチェックし、それに応じて時間を記録する。テープレコーダのカウンターを利用し、時間に換算すると便利である。この直接関連のある授業内容に注目するところがポイントである。この分析は多少時間を要するが、テープレコーダには、教師の説明、生徒の応答、板書の音等が録音されているので、自分で授業した記録を、自分で分析する場合は、そのカテゴリー分類は比較的容易である。以上の方法で、高校物理Iの授業において、約1年間をかけて39単位時間(1単位時間は50

分)の授業について記録分析した。

単元内容は、力学、エネルギー、波動、電気のほぼ全単元について記録した。データの一部を表 7.5 に示す。

表 7.5 問題内容に応じた学習行動のカテゴリー

(単位は分)

クラス	授業番号	問題番号	問題内容	学習行動のカテゴリー					所要時間	正答率
				N	H	O	S	W		
A	1	11	直流電流計	1.3					1.3	0.91
		12	交流回路の作図	7.5					7.5	0.42
		13	電流計の接続	4.4			1.2		5.6	0.69
		14	電圧計の接続	4.3			1.2		5.5	0.87
A	2	21	直流回路の作図 (1)					5.9	5.9	0.89
		22	直流回路の作図 (2)	4.5			2.5		7.0	0.93
		23	並列接続	1.9			2.5		4.4	0.93
		24	並列接続の電流値 (1)	4.1	0.3		2.5		6.9	0.89
		25	並列接続の電流値 (2)	2.2	0.3		1.3		3.8	0.75
A	3	31	交流電源				0.9		0.9	0.98
		32	電流(交流)の計算	0.1			2.5	2.2	4.8	0.91
		33	ヒューズ	0.1			2.4	2.3	4.8	0.89
		34	抵抗値の計算	0.1	1.2		1.6		2.9	0.83
		35	電力量(交流)	4.6			3.2	0.1	7.9	0.87
B	4	41	抵抗値					6.3	6.3	0.94
		42	I-V グラフ	0.6			0.6		1.2	0.98
		43	オームの法則	1.9			0.6		2.5	1.00
		44	直列接続の抵抗の公式	0.9			0.6		1.5	0.98
		45	並列接続の抵抗の公式	2.2			1.5		3.7	0.79

(以下授業番号 39 まで省略)

## (2) 学習行動の評価

学習行動のカテゴリーは、理解度テストの各項目に直接関連している訳であるから、その正答率を1次的に対応させることによって評価することが可能である。

しかしながら正答率を規定する要因は複雑であり、正確に評価することはきわめて困難である。概略的に把握し教育現場での有用な情報を得るという立場で評価する。

正答率を規定する要因として、ここでは①生徒の授業における学習行動の内容、②学習行動の所要時間、③理解度テストの問題の領域の三つをとりあげる。

まず問題の領域について、これは理解度テストの問題内容に関することであり、正答率はこの内容に依存して大きく左右されると考えられる。そこで問題領域として、主に知識を検査する問題(K)、理解力を検査する問題(U)、計算力を検査する問題(C)、応用力を検査する(A)の四つの領域に分類した。

所要時間は、おのこの問題について直接関連している生徒の学習行動の要した時間のことであるが、これも5分以上の学習行動のあった時、時間大とし、5分未満の学習行動の時、時間小の二つのカテゴリーに分類する。この値は、長期的な本データ合計198問の問題数から妥当と推測して設定したものである。学習行動のカテゴリーについては、7.3.1の分類によるものであり、その組合せについては、筆者の場合の実例で検討してみると、大部分が、SH、SN、WO、WSのタイプになった。したがって本データの場合、生徒の学習行動のカテゴリーとしては、9つのカテゴリーになり、そのいずれかに該当する。なお学習の行動時間が0.1(分)未満のカテゴリーの場合は、正答率への規定力は小さいとして省略する。

さらに正答率については、授業直後の小テストであること、また内容も平易であることから、85%以上の正答率の場合その学習項目は達成されたとし、85%未満の場合は未達成であると判定基準を設定する。教育現場においては、とくに2分法のほうが有効に活用できることが多い。

以上のように、生徒の学習行動、所要時間、問題領域、問題の正答率による学習項目の理解の達成度についてのカテゴリー分類、および設定基準については、地域差を含めた学校格差、生徒の能力、教授方法、教科内容、単元内容の広さと深み等によって当然異なってくる。したがって本文においては、上記のように設定してあるが、各学校においてその目的と方法、教育条件に従って決めればよい。

以上で大変概略的であるが、すべての要因についてカテゴライズした

表 7.6 カテゴリー化した要因分析表

ク ラ ス	授 業 番 号	問 題 番 号	問題領域				学習行動カテゴリー								時間		達成	
			知 識	理 解	計 算	応 用	N	H	O	S	W	S H	S N	W O	W S	大	小	可
A	1	11	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
		12	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
		13	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
		14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
A	2	21	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
		22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
		23	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
		24	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
		25	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
A	3	31	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	
		32	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
		33	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
		34	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
		35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
B	4	41	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
		42	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
		43	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
		44	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
		45	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1

(以下授業番号 39 まで省略)

1 : 該当あり      0 : 該当なし

うえで評価する。表 7.6 にその一部を示す。表中 1 はそのカテゴリーに該当することを示し、0 は該当しないことを示す。もちろん始めに記したように、正答率を規定する因子としてはより複雑な因子が考えられ、上記の要因だけでは説明できない。またこれらの交互作用も考慮しなければならない。したがって若干の問題は残るが、概略的に評価するという観点で、上記のような分析を試みた。

(3) 各カテゴリー間の関連

各カテゴリー間の関連を調べるためには、 $\phi$  係数を求めればよい。表 7.7 に  $\phi$  係数による相関表を示す。比較的大きい  $\phi$  係数の値をかってで示したが、これから以下のように各カテゴリー間の特徴を調べることが

表 7.7  $\phi_{ij}$  の相関表

		問題領域				時間	
		K	U	C	A	大	小
学 習 行 動	N	0.30	-0.30	0.07	-0.03	-0.30	0.30
	H	0.18	-0.24	-0.10	0.25	-0.16	0.16
	O	0.16	-0.05	-0.10	-0.02	0.23	-0.23
	S	0.19	-0.06	-0.11	-0.04	0.09	-0.09
	W	-0.09	0.04	0.04	0.01	0.13	-0.13
	SH	-0.17	0.28	-0.08	-0.11	-0.01	0.01
	SN	-0.20	0.01	0.19	0.05	-0.11	0.11
	WO	-0.12	0.15	-0.00	-0.07	0.24	-0.24
時 間	WS	-0.18	0.22	-0.05	-0.02	0.13	-0.13
	大	-0.24	0.26	-0.02	-0.04		
	小	0.24	-0.26	0.02	0.04		

(a) 知識の問題領域(K)とノート(N)の学習行動，理解力の問題領域(U)はSH(発言+聞く)およびWS(作業+発言)と関連が大きい。等，特に理解力の学習項目については，発問による応答と教師説明，作業を通じて理解させるという傾向が読みとれる。

(b) 知識の問題領域は時間少，理解力の問題領域は時間大と相関が大きい。これも物理的な理解に時間をかけている傾向がわかる。

(c) 学習行動と時間では，特に作業(W, WO, WS)と時間大の相関が大きい。すなわち作業の学習行動に時間をかけていることがわかる。

このように，クロス集計から $\phi$ 係数を算出することによって，学習内容の問題領域と生徒の学習行動および所要時間の関連を読みとることができ，教授行動へのフィードバックに役立つ。

#### (4) 判別関数による学習行動の評価

ダミー変数を用いた1次判別関数を用いることにより，各カテゴリーの評価，とくにここでは生徒の学習行動の評価をすることが可能である。

評価の前に，今回の39単位時間のデータはA, B両クラスからのデータであるので，両クラスが同一母集団かどうか検定しておく必要がある。

表 7.8 に1年間における両クラスの物理の定期テストのF値，t値を示

表 7.8 A, B 両クラスの定期テストの平均と分散

定期テスト	問題数	クラス	正答数		F	t
			M	SD		
1 学期中間	29	A	13.4	5.3	1.03	1.85
		B	15.4	5.2		
1 学期期末	32	A	18.2	7.2	1.08	0.34
		B	17.7	7.0		
2 学期中間	25	A	12.6	5.1	1.10	0.68
		B	13.0	4.9		
2 学期期末	25	A	14.1	4.8	1.09	0.69
		B	13.4	5.0		
3 学期期末	30	A	19.0	6.4	1.23	0.72
		B	20.0	7.1		

A : 人数 = 49    B : 人数 = 48

してある。 $F_{0.025}(47, 48) = 1.85$ ,  $t_{0.05}(95) = 1.99$  から, 両クラスの間で物理のテストからみた得点の平均と分散について, 危険率 5% で有意差があるとはいえない。すなわち, 同一母集団であると仮定してよい。

そこで, 合計 39 単位時間の授業による計 198 問の問題について, 正答率 85% 以上の達成項目と 85% 未満の未達成項目を 2 群とする 1 次判別関数を用いて評価する。すなわち級間変動  $S_B$  と級内変動  $S_W$  の比  $G = S_B/S_W$  を最大にするような, 各カテゴリーに与えられた 1 次判別関数の係数  $x_{jk}$  を求めることになる。計算結果を表 7.9 に示す。

$x_{jk}$  は,  $j$  要因の  $k$  カテゴリーに与えられたカテゴリーウェイト,  $\Delta x_j$  は  $j$  要因のレンジの大きさである。各カテゴリーの変数は 0, 1 の値の大きさであるから,  $x_{jk}$ ,  $\Delta x_j$  はそのままそのカテゴリーおよびその要因の規定因子の大きさを示す。

要因のレンジの大きさの比較を図 7.10 に示す。学習行動の要因がやや大きい, 問題領域, 所要時間ともにほぼ同じ程度に規定力を有することを示した。

次におのおののカテゴリーの規定力の大きさを図 7.11 に示す。各要因の重み付き平均を 0 とおいて計算してあるので, + は達成へのプラス因

図 7. 10 要因のレンジ比較

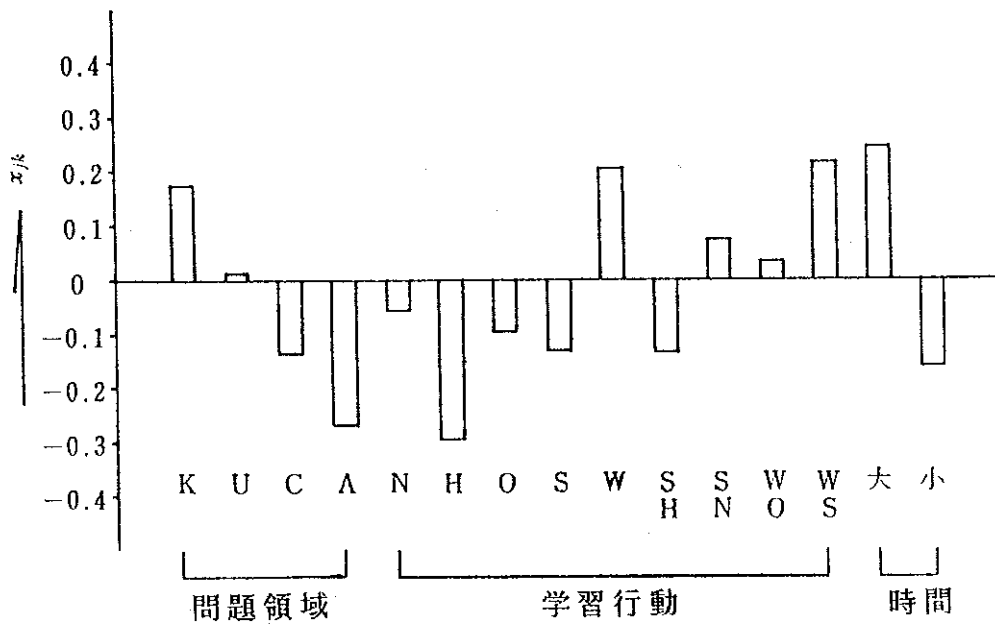
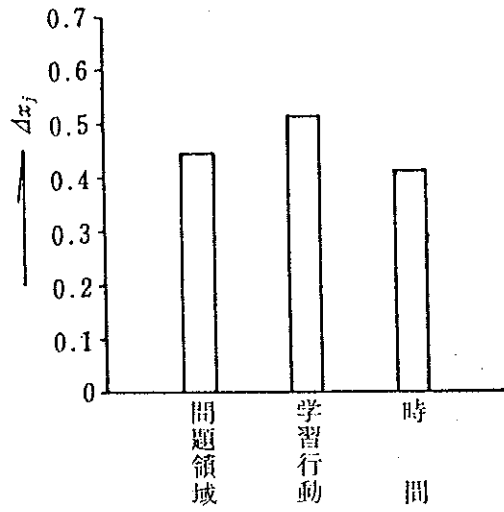


図 7. 11 カテゴリーウェイト比較

子，-のものは達成へのマイナス因子で作用する。

この結果から，問題領域については，知識(K)，理解力(U)，計算力(C)，応用力(A)，の順に小さくなっており，妥当な結果を示している。とくに商業科の高校生を対象とした物理授業においては，過去の授業経験から推測した結果と一致している。

学習行動については，WS（作業+発言），W（作業），SN（発言+ノート），WO（作業+見る）の順に規定力は低下してゆき，H（聞く）が最も小さい。このことは，どの程度能動的学習をしたかという程度に比例していると推測される。この学習行動

の中では，H（聞く）カテゴリーは教師の説明を聞くだけであり，生徒の授業における学習行動としては最も受動的である。これに対し，W（作業）カテゴリーは，生徒の主体性，能動性を促進する学習内容であり，このことは7.2.1で指摘してある。この結果は，生徒の学習行動としての作業が，他の学習行動と対比してどのような評価をもつかという点でうまく解析されていると考えられる。

ただ，SH，WS等のカテゴリーの組合せは，それぞれの学習行動が同時に行なわれている場合と，別々に行なわれている場合の両方を含んでいる。したがって同時に行なわれている時の交互作用の大きさは，ここでは評価できない。この学習行動の評価は，特定の教育条件下での結果であるので，他の教育条件では当然異なってくる。学習行動の所要時間は，大きいほうが当然プラス要因として作用している。

以上のように，各カテゴリーの学習項目の達成度への規定力の大きさを評価することができた。この評価はすべての複雑な因子をとり出さな

表 7.9 判別分析の計算結果

要因	カテゴリー		$x_{jk}$	$\Delta x_j$
問題領域	知識	K	0.167	0.439
	理解	U	0.005	
	計算	C	-0.136	
	応用	A	-0.272	
学習行動	ノート	N	-0.058	0.511
	聞く	H	-0.303	
	見る	O	-0.098	
	発言	S	-0.134	
	作業	W	0.204	
	発言・聞く	SH	-0.136	
	発言・ノート	SN	0.068	
	作業・見る	WO	0.028	
作業・発言	WS	0.208		
時間	大		0.243	0.408
	小		-0.165	

$x_{jk}$ : カテゴリーウェイト,  
 $\Delta x_j$ : 各要因のレンジ

いで評価しているのです。たいへん概略的ではあるが、教育現場で有用な情報を得ることができると考えられる。とくに、学習行動の内容の達成度への規定力の大きさが、その学習行動の生徒の能動性にきわめて強く依存していると推測されることは、興味ある結果を示している。

#### (5) 判別予測と誤差について

この1次判別関数による結果が妥当性を有するためには、ある程度高い判別予測ができなければならない。

表 7.10 にその一部を示すが、判別 1 は達成可、判別 0 は達成不可を示すが、予測値の符号では 1 は + に、0 は - として計算されていることがわかる。

図 7.12 に 2 群の累積相対度数の交差の Mini-Max 法による判別の分割点を示す。図のように最大予測誤差は 0.25 であるから 0.75 ということになる。判別が 0.75 という値は低くもなく、まず妥当な値であると考えられ、表 7.9 の結果の各カテゴリーの規定力の大きさも妥当性を有すると考えられる。したがって、特定の教育条件下においては、判別 1 次関数の値  $Z$  が、 $Z \geq -0.04$  の時達成可、 $Z \leq -0.04$  の時達成不可、と予測が可能である。

## 7.4 作業構造の分析

授業を効果的に実施するためには、各学校の教育条件に合った方法を開発していくことが必要である。本研究の場合、作業の授業形態を考え実施しているが、作業をより有効に生かすためには、まずその授業構造を把握する必要があると考えられる。作業そのものの概念については、既に述べたがその特徴として、①ワークシート、②作業具、③作図グラフ化、④身近な教材、⑤具体化視覚化を挙げている。そこでこの作業構造がどのようになっているか分析した結果を報告する。

### 7.4.1 作業構造のカテゴリー分類

典型的な作業の授業展開は、ワークシートを用いて身近な教材を併用しながら、測定、計算、グラフ化図式化を行ない、得られた図グラフを用いて講義討論して理解させるというパターンである。そこで一般に作業構造のカテゴリーとして、測定、計算、作図、考察の四つに分類できる。

表7.10 各問題の判別予測値の計算

番号	問題領域										判別	予測値			
	K	U	C	A	N	H	O	S	W	S			W		
	H N O S														
11	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	-0.05	
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0.03
21	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0.45
22	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0.31
23	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0.07
24	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0.31
31	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-0.13
32	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0.04
33	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0.04
35	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0.31
41	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0.45
42	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	-0.09
43	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0.07
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.09
384															0.31
391	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0.31
394	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0.27
395	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0.27
12	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.45
13	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0.05
25	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.43
34	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-0.23
45	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.36
53	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.74
54	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.36
55	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.57
64	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.35
65	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.30
72	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.30
73	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.30
75	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0.09
	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-0.05
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-0.09
															-0.09
															-0.36
															-0.36
															-0.13
															0.29

1 : 達成可  
0 : 達成否

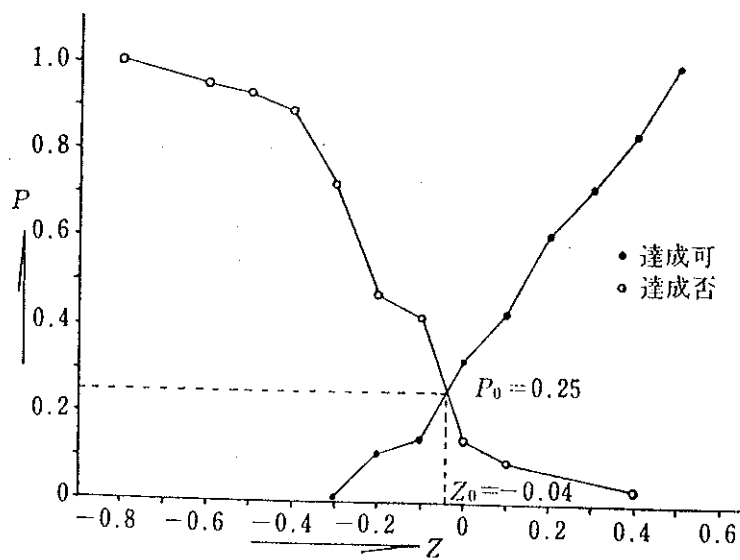


図7.12 Mini-Max 法による判別の分割

(1) 測定とは、ものさし、

表 7.11 各調査項目の比率のデータの一部

分度器、腕時計等を用いて、記録テープの打点間距離や、ベクトル間の角度、時間等を測る作業である。

(2) 計算とは、ソロバン等を用いて、データ処理、

計算する作業である。

(3) 作図とは、ものさし、

分度器、コンパス等を用いて、図グラフを作成する作業である。

(4) 考察とは、得られた図

グラフ等から、討議等を通じて物理的理解を得る作業である。

そこで、このような作業構造が、授業を受けとめる側の生徒にどのような学習効果を与えるかを分析するために、調査を実施する。

単元	項目	平易度	興味度	理解度	自信度	測定	計算	作図	考察
等速度運動	1	0.98	0.56	0.98	0.98			1	
	2	0.99	0.57	0.98	0.98			1	
	3	0.87	0.37	0.91	0.89				1
	4	0.84	0.35	0.93	0.85				1
	5	0.71	0.29	0.86	0.72				1
	6	0.68	0.37	0.82	0.68				1
	7	0.43	0.32	0.67	0.49		1		
	8	0.64	0.39	0.73	0.66				1
等加速度運動	1	0.78	0.26	0.88	0.74				1
	2	0.96	0.37	0.96	0.91				1
	3	0.90	0.35	0.94	0.89	1			
	4	0.88	0.39	0.92	0.84	1			
	5	0.85	0.45	0.92	0.84			1	
	6	0.70	0.40	0.85	0.70			1	
	7	0.81	0.34	0.87	0.80				1
	8	0.47	0.28	0.72	0.49		1		
	9	0.38	0.20	0.58	0.44				1
	10	0.28	0.18	0.41	0.28				1
	11	0.51	0.23	0.65	0.47				1
放物運動	12	0.30	0.26	0.51	0.33				1
				(中略)					
	2	0.69	0.22	0.77	0.67	1			
	3	0.35	0.16	0.63	0.43		1		
	4	0.59	0.22	0.75	0.59	1			
	5	0.33	0.17	0.62	0.42		1		
	6	0.68	0.26	0.79	0.70	1			
	7	0.38	0.18	0.63	0.46		1		
	8	0.64	0.27	0.79	0.69	1			
	9	0.35	0.19	0.62	0.42		1		
	10	0.35	0.20	0.59	0.38		1		
11	0.41	0.26	0.58	0.50				1	
			(以下略)						

作業の授業終了時に、ワークシートの項目番号に応じて、平易度、興味度、理解度、自信度の四つの調査項目に生徒に記入させる。各調査項目は、いずれも主観的な程度を示す。ワークシートの作業を家庭学習にした時は家で、授業時間で終了した時は、その時間内に記入して提出させる。調査の記入による時間的な支障はない。データの記入人数は、約 200～230 名程度である。得られた結果を以下示す。

#### 7.4.2 結果および考察

(1) 結果の集計

1 学期間をかけ、ワークシートを用いた授業で、力学の中の 7 つの小

単元について得られたデータを元に分析した。

各調査項目の中で、たとえばA平易度については、右半分の“やや”と“やさしい”を1とし、左半分の“やや”と“むずかしい”を0とする。B興味度、C理解度、D自信度についても同様に得点を与える。ワークシートの各項目について、AからDの四つの調査項目の得点1について単純集計をする。全体の記入者数に対する比率を算出する。その結果を表7.11に示す。表中右側は、作業構造のカテゴリーに所属するものを1の記号で示してある。全項目数は62項目であり、測定のカテゴリーに属する項目数は13項目、計算に属するものは13項目、作図に属するのは10項目、考察は26項目である。

この表から作業構造のカテゴリーの各調査項目における影響の度合を個々に推測することができるが、それぞれの平均値と標準偏差を算出し、表7.12にその結果を示す。

全体的にみると各調査項目に対して、理解の比率が0.723で最も大きく、興味の比率が0.288で最も小さい。すなわち物理のこれらの単元に対して、生徒はあまり興味はなく(約29%)、各項目に対して約56%平易であると感じているが、72%ほどは理解できたと思っていることがわかる。

これらをわかりやすく図示したものが、図7.13～図7.16である。縦軸に平均値、横軸に標準偏差をとって作業カテゴリーに応じてプロットすると、A平易度～D自信度のおのおのについてやや似たパターンが得られる。すなわち作図と測定のカテゴリーはいずれも全体の平均値よりも高く、考察のカテゴリーは標準偏差が大きく、作業内容に依存して比率のばらつきが大きいことを示している。また計算は全体の平均値よりも小さい。

このことは、作業構造の中でも作図と測定が特徴的で、生徒に受け入れられやすいと推測される。計算は逆に生徒には受け入れられにくく作業構造の中ではマイナス要素となっていることが予想される。考察は全体的にばらついており平均的である。

またこれは、作業の授業形態が作図に重点をおく形態であり、計算や考察は作業でなくても講義の中でも行なわれる内容であることと相関し

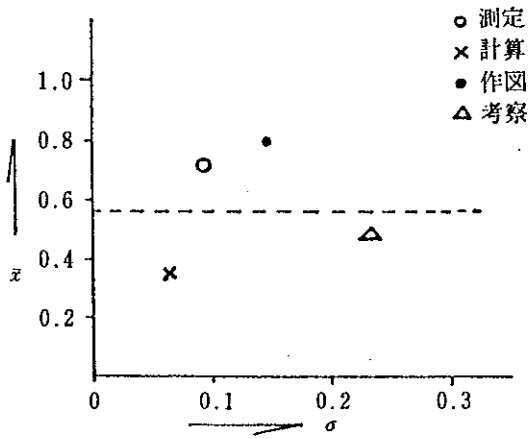


图7.13 平易度

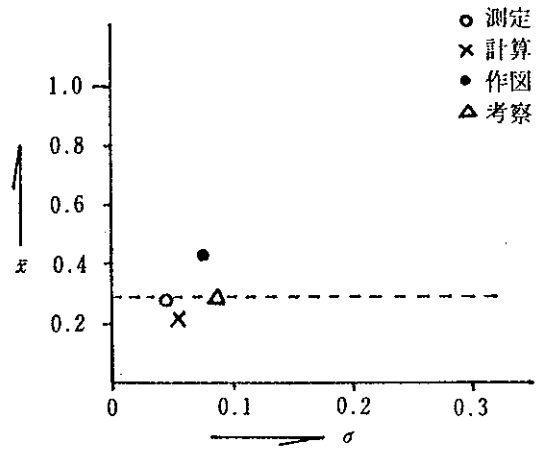


图7.14 興味度

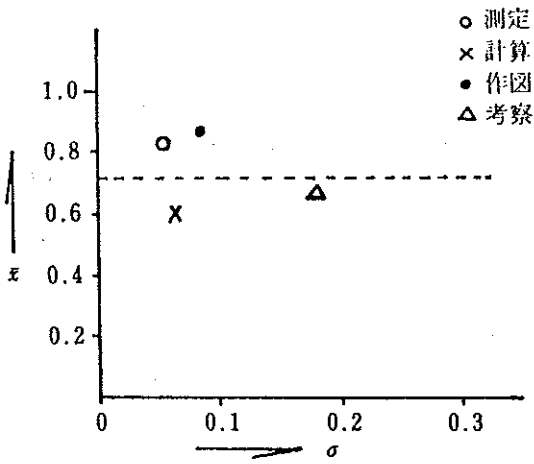


图7.15 理解度

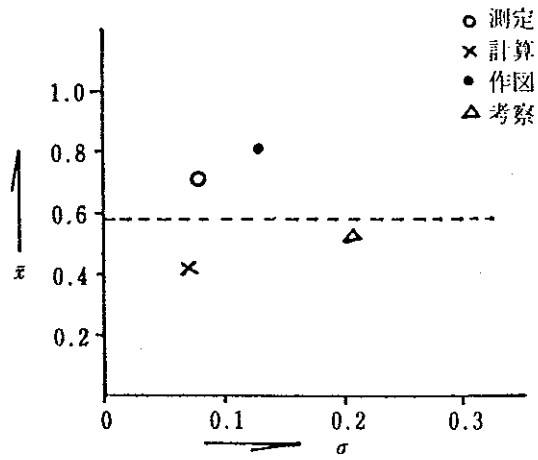


图7.16 自信度

表 7.12 作業カテゴリー毎の平均と標準偏差

調査項目	カテゴリー				全体
	測定	計算	作図	考察	
平易度	0.711	0.356	0.788	0.496	0.559
	0.092	0.064	0.147	0.231	0.228
興味度	0.273	0.220	0.426	0.277	0.288
	0.046	0.053	0.077	0.083	0.095
理解度	0.828	0.610	0.870	0.672	0.723
	0.055	0.066	0.085	0.180	0.161
自信度	0.708	0.424	0.803	0.523	0.586
	0.079	0.071	0.134	0.209	0.204

上段：平均 $\bar{x}$ ，下段：標準偏差 $\sigma$

ていると考えられる。

以上素データからの推測を理解するために、A 平易度～D 自信度の四つの変数の中から、主成分を抽出して図示することによって分析を試みた。以下その分析結果を示す。

## (2) 主成分分析による結果

調査項目の A 平易度～D 自信度の間に、かなり高い相関のあることは予想される。したがって四つの変数ではなく、より少ない変数で解釈説明できれば、分析結果が理解しやすい。そのために、互いに直交する変数で元のデータをなるべく多く説明できる主成分を算出し、その主成分でデータ解析し、解釈するほうがより正確に判断できる。

(7-7)  
主成分分析を行なうために、A 平易度～D 自信度までの相関係数を計算し、その結果を表 7.13 に示す。おのおのの調査項目間に高い相関性のあることがわかる。

この相関行列を  $R$  とおき、主成分のベクトルを  $I$ ，固有値を  $\lambda$  とおくと、各主成分の分散を最大にする条件は、固有方程式  $|R - \lambda I| = 0$  により固有値  $\lambda$  を求めることに帰せられる。ただし、 $I$  は単位行列である。

計算は、JACOBI 法のプログラムを用いて求めた。計算結果を表 7.14 に示す。

第  $k$  成分までの累積寄与率  $p(k)$  の値から、第 2 成分  $Z_2^*$  までで、約 98% まで元のデータを説明できるので、第 2 成分までとれば十分である。

各主成分と変数の相関係数である因子負荷量  $r$  の計算値と、固有ベクトル  $l$  の値を表 7.15 に示す。この  $l$  と  $r$  の値と符号から、第 1 主成分  $Z_1^*$  と第 2 主成分  $Z_2^*$  について次のように解釈をつけた。

第 1 主成分  $Z_1^*$  については、平易度  $X_1^*$  から自信度  $X_4^*$  までの符号がプラスであり、大きさもほぼ等し

い。したがって第 1 主成分は、これらの因子をすべて同程度に反映するような成分であるので、授業の「わかりやすさ」を表す成分と解釈した。第 2 主成分  $Z_2^*$  については、興味度の因子だけプラスであり、他の因子はマイナスである。したがって第 2 主成分は興味度をとくに反映するような成分であるので、生徒の「好み」を表わす成分と解釈した。

そこでワークシートの各項目の表 7.11 の A 平易度から D 自信度についてのデータを標準化し、各項目の主成分値を計算した。結果の一部を表 7.16 に示す。

この第 2 主成分までで、元のデータの約 98% まで説明し得る訳であるから、 $Z_1^* - Z_2^*$  平面でプロットすれば、正確な分析が期待できる。結果図 7.17 に示す。

作業構造の各カテゴリーに応じてプロットしてみると図のようによくクラスターを形成していることがわかる。各クラスターに各カテゴリーが対応しており、それを破線で示した。

### (3) 結果についての考察

まず測定のカテゴリーに対しては、主にわかりやすいが好み小の領域に集中して分布している。計算のカテゴリーは、好みには無関係でわかりにくい領域に集中している。また作図のカテゴリーは、わかりやすく好み大の領域に集中して分布しており、考察のカテゴリーは、各主成分

表 7.13 調査項目間の相関係数

	平易度	興味度	理解度	自信度
平易度	1.000			
興味度	0.691	1.000		
理解度	0.940	0.668	1.000	
自信度	0.964	0.741	0.963	1.000

表 7.14 固有値の計算結果

主成分	$Z_1^*$	$Z_2^*$	$Z_3^*$	$Z_4^*$
固有値	3.520	0.407	0.052	0.021
累積寄与率	0.880	0.982	0.995	1.000

表7.16 各項目の主成分値

項目	平易度 $X_1^*$	興味度 $X_2^*$	理解度 $X_3^*$	自信度 $X_4^*$	$Z_1^*$	$Z_2^*$
1	1.84649	2.86315	1.59627	1.93137	4.04226	1.22860
2	1.89035	2.96842	1.59627	1.93137	4.11091	1.31004
3	1.36403	0.86315	1.16149	1.49019	2.46281	-0.21066
4	1.23245	0.65263	1.28571	1.29411	2.26407	-0.37339
5	0.66228	0.02105	0.85093	0.65686	1.13494	-0.54097
6	0.53070	0.86315	0.60248	0.46078	1.20404	0.35564
7	-0.56578	0.33684	-0.32919	-0.47058	-0.56145	0.63417
8	0.35526	1.07368	0.04347	0.36274	0.86561	0.78952
1	0.96929	-0.29473	0.97515	0.75490	1.27065	-0.96318
2	1.75877	0.86315	1.47204	1.58823	2.87813	-0.43724
5	1.49561	0.65263	1.34782	1.49019	2.53478	-0.49601
6	-0.17105	1.07368	1.22360	1.24509	2.48095	-0.02018
7	-0.91666	1.17894	1.22360	1.24509	2.68920	0.57913
8	-1.04824	0.86315	-0.70186	-0.55882	1.53503	-0.53701
9	1.40789	1.38947	1.34782	1.63725	2.82912	-0.27262
10	1.05701	1.28421	0.97515	1.34313	2.31524	-0.10898
11	-0.34649	0.33684	0.04347	-0.12745	-0.07583	0.40141
12	-0.96052	0.44210	-0.57763	-0.56862	-0.89867	0.93476
1	0.66228	-0.71578	0.54037	0.01960	0.31769	-1.00282
2	-0.52192	-0.92631	0.16770	-0.61764	-0.91194	-0.64361
3	-0.91666	-1.03157	-0.76397	-1.15686	-1.92557	-0.24333
	0.65350	-0.92631	-0.51552	-1.20588	-1.64155	-0.29757
		-0.40000	0.66459	0.11764	0.27741	-0.61665
			-0.26708	-0.32352	-0.91248	-0.34430
				-0.96078	-1.88100	-0.24297
					-2.11541	-0.11477
						0.38201

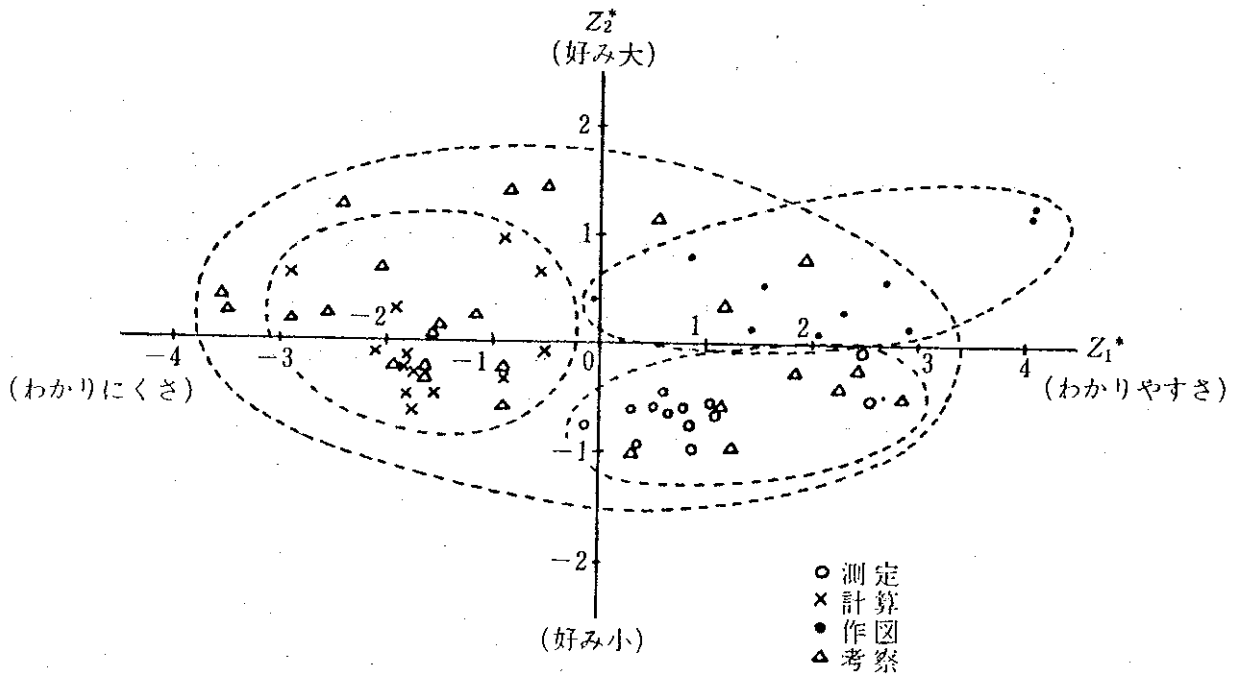


図7.17  $Z_1^*$ - $Z_2^*$  平面上でみた作業カテゴリーの分布

表 7.15 固有ベクトルと因子負荷量の計算

$X_i^*$	主 成 分							
	$Z_1^*$		$Z_2^*$		$Z_3^*$		$Z_4^*$	
	$l$	$r$	$l$	$r$	$l$	$r$	$l$	$r$
平易度 $X_1^*$	0.516	0.968	-0.280	-0.179	-0.435	-0.100	-0.683	-0.100
興味度 $X_2^*$	0.438	0.822	0.891	0.568	0.085	0.194	-0.089	-0.013
理解度 $X_3^*$	0.516	0.968	-0.327	-0.209	0.791	0.180	0.021	0.003
自信度 $X_4^*$	0.525	0.985	-0.145	-0.093	-0.422	-0.096	0.725	0.105

$l$ : 固有ベクトル,  $r$ : 因子負荷量

に無関係に全体的に広く分布していることがわかる。

以上のことから、作図のカテゴリーが、授業のわかりやすさとともに生徒の好み大という点で作業の特徴となっており、中心的な役割をすることが示された。測定のカテゴリーが、わかりやすいが好み小という事は興味ある結果を示している。すなわち測定の段階では、測定そのものの作業は簡単でありわかりやすいが、まだ物理的概念は把握されない状態であることに対して、作図の段階では、図を仕上げていく過程において理解が深化され、学習意欲を刺激するのではないかと推測される。

計算のカテゴリーが好みに無関係にわかりにくい領域にあることも興味ある結果である。すなわち、計算そのものに対しては、生徒も苦痛ではないと推測されるが、計算の段階では物理的概念が完全に把握されていない状態が多く、わかりにくい感じを受けるのではないかと推測される。また、数式で表現されたものより作図による方が、直観的でありわかりやすいということも妥当な結果である。

考察のカテゴリーが全般的にばらついていて、各主成分に無関係であることも、すでに記したように標準偏差が大きく予想されたことであった。これは考察の内容に依存するところが大きいこと、考察は作業の特徴としては小さく、講義等のその他の授業形態でも一般に行なわれていることと対応している。

以上の分析結果と考察から、物理授業の作業構造の特徴が、作図を中心としたクラスターを形成しているということは、すでに記したように作図に重点をおくことを授業の作業化の特徴として挙げていることと良い一致を示し

ており、分析結果はそのことを  $Z_1^* - Z_2^*$  平面上でうまく表現している。すなわち、作業構造の各カテゴリーは、作業の特徴の依存度に応じた分布領域を形成していることがわかる。

以上の分析は主成分で表現しているために多少抽象的であるが、作業構造をみるうえでは有効であろうと思われる。すなわち理解度、平易度等の尺度は主観的尺度であること、その意味内容に共通部分を含んでいることのために、互いに独立な変数とはなりえない。そこで主成分で表現すれば、少ない次元の互いに独立な変数で素データの大部分を表示できるからである。

これらの結果から、

- ① 作業を通じて仕上げていく過程
- ② 数式表現よりも視覚的表現（作図）
- ③ 抽象的より具体的作業（測定、作図）

において、特に理解力を高めるポイントがあると考えられる。

したがって教育現場において、指導案作成、授業展開の中にこれらの事項を考慮することにより役立たせることができる。

## 7.5 まとめ

本章では授業を対象とした長期間の継続観察による授業分析の2つの方法と得られた知見、および授業形態の一つである作業についての構造分析の知見について述べた。得られた知見については、以下の様にまとめられる。

1 番目の授業分析においては、

- (1) この授業分析の方法によって、授業に影響を与える要因についての評価が可能である。
- (2) 本事例における授業形態の評価では、一斉授業と生徒実験の中間的な概念をもつ「作業」が、他の授業形態に比較して、効果的である。

2 番目の学習行動分析においては、

- (1) この学習行動分析の方法によって、どのような学習行動が内容理解の上にとどの程度効果的であるかその規定力を評価する事が可能である。
- (2) 本事例における学習行動の評価では、作業およびこれと他の学習行動の組み合わせが、内容理解の上に効果的である。

3 番目の作業の構造分析においては、

(1) 作業を構成する測定，計算，作図，考察のサブカテゴリーにおいて，作図が作業の中心的役割を果たす。

(2) さらに，作業を通じて仕上げていく過程，視覚的表現方法，具体的操作が理解力を高める事に効果的である。

以上の知見を得た。

## 第 8 章

### 教授・学習行動の パターン分析

## 第8章 教授・学習行動のパターン分析

授業を対象として、これを分析する方法を開発した<sup>(8-1)</sup>。授業を教師と学習者のコミュニケーション過程としてとらえ、教師の教授行動と学習者の学習行動の相互作用を、単位時間の授業の中から抽出する方法である。

その方法は、1. 授業をVTRに録画する。2. 教授行動、学習行動のカテゴリー分類に従って分類する。3. カテゴリーの時系列データから、授業の特徴を表すカテゴリーの遷移パターンを抽出する。4. この遷移パターンを解釈する事によって、その授業の特徴を分析するという方法である。授業という人間系(ヒューマンシステム)における情報伝達過程を分析する方法として、有効であろうと思われる。

### 8.1 まえがき

教育工学又は教育情報科学の研究分野の1つに授業研究がある。授業研究は文字通り授業そのものを研究対象とする。従来授業は名人芸という言葉で代表されるように、授業に関与する要因を制御したり、他に伝達可能な方法を提示する事は困難な対象と考えられていた時期があった。1970年代にアメリカの教師教育改善の1つの基盤として、CBTE (Competency Based Teacher Education) やPBTE (Performance Based Teacher Education) の主張がなされた。即ち、教師教育、教師の教授能力の改善を目的として、授業を教授行動・学習行動のカテゴリーに分類して分析するという方法が試みられた<sup>(8-2)</sup>。もう1つの流れは、教育工学の基礎の1つとして、教育のシステムアプローチがある。その考え方から、授業を教材を媒介にした教師と児童・生徒のコミュニケーション過程ととらえ、これをモデル化して、授業を分析しその知見から授業を設計するという方法が試みられた。

そこで、このような授業において発生する行動、これは教授行動、学習行動に大きく分類されるが、これらの行動の記述によって授業を分析する研究が、授業分析の中で、特にカテゴリー分析と呼ばれている。教授行動、学習行動をいくつかの視点からカテゴリーに分類する手法が提案されたが、中でもFlanders (1968) の相互作用分析<sup>(8-3)</sup>、Hough & Duncan (1970) のOSIA (Observational System for Instructional Analysis) のシステム<sup>(8-4)</sup>が有名であり、日本においてもこれらのカテゴリーをベースにしたいくつかのカテゴリーシステムが提案

された<sup>(8-5)</sup>。表8.1にFlandersのカテゴリー分類を示す。Flandersは、教師と学習者の言語活動に着目して全部で10のカテゴリーに分類した。

ところで、このカテゴリーシステムの分析については、例えば、ベテラン教師と新人教師の各カテゴリーの出現頻度といった統計量の比較が代表的である。ところが、この様な比較は、総量、平均値といった統計量であり、カテゴリー間の遷移というコミュニケーション過程に注目していない。

そこで、本研究においては、カテゴリー間の遷移パターンに着目した分析法を提案する<sup>(8-6)</sup>。その分析法は、2つの方法から構成されており、1つは遷移パターンの抽出法であり、他方は、教授・学習系列の抽出法である。本研究においては、前半の遷移パターンの抽出法とその適用事例について報告する。

## 8. 2 教授・学習行動の遷移パターンの分析

授業における教師の教授行動をいくつかのカテゴリーに分類し、このカテゴリーの集合を  $T = \{T_1, \dots, T_m\}$  で表す。同様に、学習者の学習行動をいくつかのカテゴリーに分類し、このカテゴリーの集合を  $S = \{S_1, \dots, S_n\}$  で表す。

授業をVTRで記録し、教師および学習者の言語活動（場合によっては、非言語活動まで含む）をTとSのカテゴリーの中から一致しているカテゴリーを記録する。この記録の仕方には、一定の時間間隔に従って記録する方法と、1つの会話文で記録する方法の2つがある。時間間隔による方法では、例えば3（秒）とか5（秒）といった物理的時間毎にカテゴリー化する方法であり、1つの会話文で記録する方法は、1つの意図を持った言語活動を最小単位とみなす方法である。これらの方法によって、授業即ち、教授・学習過程Iは、TとSの時系列のカテゴリーデータで表される。これを、ここでは

$$I = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \dots\dots\dots (1)$$

とおく。

但し、 $x_i$  は授業の流れの中で  $i$  番目に出現したT又はSの中の1つのカテゴリーである。

この(1)の時系列データを元に、2つの分析法を検討した。1つはカテゴリー間の遷移パターンの抽出法であり、他方は、カテゴリー系列のパターンの抽出法で

教師発言 Teacher talk	間接的影響 Indirect influence	1 感情を受け入れる Accept feeling
		2 ほめる、はげます Praises or encourages
		3 アイディアを受け入れる Accept or uses ideas of students
		4 発問する Ask questions
	直接的影響 Direct influence	5 講義・説明する Lectures
		6 指示方向を与える Gives directions
		7 批判や正当化する Criticizes or justifies authority
学習者発言 Student talk	8 応答する Student talk-response	
	9 自主発言する Student talk-initiation	
	10 沈黙する又は混乱する Silence or confusion	

表8.1 フランダースの相互作用カテゴリー

ある。本研究の場合は、カテゴリー間の遷移パターンの抽出法について報告する。

これは、授業の中で、カテゴリー間の遷移がどのようなパターンで出現するかを抽出する方法である。ここでそのパターンを2つのタイプに分類する。

#### (1) ネットワーク型遷移パターン

カテゴリー間の遷移がネットワークのように互いに遷移しているもので、グラフ構造で言えば強連結グラフに対応する。これは、あるまとまりのある教授・学習行動のパターンとして解釈される。

#### (2) 階層型遷移パターン

カテゴリー間の遷移が階層的に表されるパターンで、代表的な教授・学習行動の系列として解釈される。グラフ構造で言えば弱連結グラフに対応する。

このような遷移パターンの抽出は、遷移マトリクスから出発するが、そのデータ構造は非対称マトリクスである。この非対称マトリクスからグラフ構造を抽出する手法は、Hubert, L., <sup>(8-7)</sup> (1973)、藤原<sup>(8-8)</sup> (1980)、Takeya<sup>(8-9)</sup> (1983)、Warfield<sup>(8-10)</sup> (1973)、佐藤、千村<sup>(8-11)</sup> (1982)等によって提案されている。

例えばHubert、藤原等は、クラスタリング手法を用いて、非対称マトリクスから全順序グラフ、双方向連結グラフ等を含めたグラフを抽出するアルゴリズムを提案し、Takeyaはファジー演算を導入して、強連結グラフ、片連結グラフ等を含めたグラフの抽出の一般的方法を提案した。WarfieldはISM法 (Interpretive Structural Modeling) によって、複雑なグラフを階層的に表示するアルゴリズムを提案し、佐藤・千村等はこれを学習目標の階層化に適用し、さらにこれを発展させた。

本研究における抽出法の基本的なアルゴリズムは、WarfieldのISM法に類似している。しかし、ISM法と異なるのは、その演算がブール演算でないという点と、クラスタリングの方法を導入した点にある。以下その手順を示す。

1° (1)式の時系列データから、出現頻度を含んだ1次の遷移マトリクスを作成し、これを、 $D = (d_{ij})$  とおく。但し、 $i, j = 1, \dots, m+n$  であり、 $i, j = 1, \dots, m$  は、 $T_1$  から  $T_m$  に対応し、 $i, j = m+1, \dots, m+n$  は、 $S_1$  から  $S_n$  に対応する。従って、 $d_{ij}$  は  $i$  から  $j$  への遷移の頻度を示す。1 から、 $m+n$  までの集合をここではTSと表

す。TS = { 1, ..., m, m + 1, ..., m + n }

2°  $d_{ij}$  は 0 又は正の整数であるが、任意の 0 又は正の整数である  $x, y$  についての演算を次の様に定義する。

$$x + y = \max \{x, y\}$$

$$x \cdot y = \min \{x, y\}$$

$x, y$  が {1, 0} であればブール演算に対応し、0 と 1 の間であればファジー演算に対応する。

この演算によって、D の可到達マトリクス M を次式によって求める。

$$M = \bigcup_{i=1}^k D^i = \bigcup_{i=1}^{k+1} D^i \quad \dots\dots\dots (2)$$

但し、 $\bigcup$  は和を表し、 $D^i$  のマトリクス演算は上記の演算法に従って計算する。従って、 $D^2$  の  $ij$  要素  $d_{ij}^{(2)}$  は次式で演算する。

すべての  $i, j \in TS$  に対して

$$d_{ij}^{(2)} = \max_{k \in TS} \{ \min (d_{ik}, d_{kj}) \}$$

### 3° ネットワーク型遷移パターンの抽出

ネットワーク型遷移パターンは、強連結グラフに対応するが、これをクラスタリングする方法を示す。

3-1° 遷移の出現頻度  $d_{ij}$  の中で、しきい値の最大値と最小値を設定する。

これを  $x_{\max}$  と  $x_{\min}$  とおく。

3-2° 可到達マトリクス M を、 $M = (m_{ij})$  とおく。

2° における演算法によって、 $m_{ij}$  は  $d_{ij}$  値のどれかと一致する。即ち、

$$m_{ij} \in \{d_{i'j'} \mid i', j' \in TS\}$$

3-3° しきい値によって、M マトリクスを 1, 0 の 2 値パターンに変換する。即ち、

$$m'_{ij} = \begin{cases} 1 & (m_{ij} \geq x_{\max}) \\ 0 & (m_{ij} < x_{\max}) \end{cases}$$

3-4°  $M' = (m'_{ij})$  とおいて、 $m'_{ij} = 1$  かつ  $m'_{ji} = 1$  なるノード  $i, j$  の集合を求める。即ち、すべての  $i, j \in TS$  に対して

$$N = \{i, j \mid m'_{ij} = 1 \text{ かつ } m'_{ji} = 1\}$$

集合 N は、出現頻度  $x_{\max}$  以上における強連結グラフを形成するノードの集合

である。強連結グラフは同値関係を有するので、その性質を用いて、例えば、集合  $N$  が  $p$  個の強連結グラフを持つ場合、次のようにそのノードを  $p$  個に分割して抽出する事ができる。即ち、 $N = \{N_1, \dots, N_p\}$ 。但し、 $N_i$  は 1 個の強連結グラフのノードの集合である。

3-5° しきい値によって、 $D$  マトリクスを、 $\{1, 0\}$  の 2 値パターンに変換する。

即ち、

$$d'_{ij} = \begin{cases} 1 & (d_{ij} \geq x_{\max}) \\ 0 & (d_{ij} < x_{\max}) \end{cases}$$

$D' = (d'_{ij})$  とおいて、集合  $N$  と  $D$  マトリクスによって、出現頻度  $x_{\max}$  以上におけるネットワーク型遷移パターンが得られる。

3-6°  $M$  マトリクスにおいて、 $x_{\max}$  以外の  $m_{ij}$  の最大値を求める。これを  $x_{\max}$  と置き換えて、3-3° をくりかえす。 $x_{\max}$  が  $x_{\min}$  に一致したら中止する。

#### 4° 階層型遷移パターンの抽出

階層型遷移パターンは、弱連結グラフに対応するが、これをクラスタリングし、ISM法と同様に階層的に表示する方法を示す。

4-1° 3-1° において設定されたしきい値の最大値、最小値  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  を用いる。

4-2° 3-3° と同様に、しきい値  $x_{\max}$  によって  $\{1, 0\}$  の 2 値パターンに変換されたマトリクス  $M' = (m'_{ij})$  を用いる。

4-3°  $M' = (m'_{ij})$  において、 $m'_{ij}=1$  または  $m'_{ji}=1$  なるノードの集合を求める。

即ち、すべての  $i, j \in TS$  に対して

$$H = \{i, j \mid m'_{ij}=1 \text{ 又は } m'_{ji}=1\}$$

集合  $H$  は、出現頻度  $x_{\max}$  以上における弱連結グラフを形成するノードの集合である。

4-4° 集合  $H$  は集合  $N$  を必ず包含するので、 $H = N + H'$  と表す事ができる。

但し、 $H' = \{i, j \mid (m'_{ij}=1 \text{ かつ } m'_{ji}=0) \text{ 又は } (m'_{ij}=0 \text{ かつ } m'_{ji}=1)\}$ 。

従って、 $H$  のノードの数は、 $N = \{N_1, \dots, N_p\}$  の  $p$  個のノードと、 $H'$  のノードの数の和である。

4-5° 2 値の可到達マトリクス  $M'$  を変形して、 $H$  のノードだけで構成される 2 値のマトリクス  $M''$  を作成する。これを、 $M'' = (m''_{ij})$  とおく。但し、 $m''_{ij}$  は、 $i, j$  が  $H'$  のノードの時は、 $m'_{ij}$  に等しく、 $i, j$  の少なくとも 1 つが  $N$  のノ

ードである時は、 $m''_{ij}$  は、そのノードに対応するすべての  $m'_{ij}$  の中に 1 つでも 1 があれば 1 となる。即ち、 $N = \{N_1, \dots, N_p\}$  において、 $i$  が  $N_i$  のノードである時は、 $N_i = \{i_1, \dots, i_q\}$  とおけば、 $m''_{ij} = \max \{m'_{ij_1}, \dots, m'_{ij_q}\}$ 、同様に、 $m''_{ji} = \max \{m'_{ji_1}, \dots, m'_{ji_q}\}$  である。まとめれば、

$$\left\{ \begin{array}{l} m''_{ij} = \begin{cases} m'_{ij} & (i, j \in H' \text{ の時}) \\ \max \{m'_{ii_1}, \dots, m'_{ii_q}\} & \left( \begin{array}{l} i = N_i \in N, N_i = \{i_1, \dots, i_q\} \\ j \in H \text{ の時} \end{array} \right) \end{cases} \\ m''_{ji} = \begin{cases} m'_{ji} & (i, j \in H' \text{ の時}) \\ \max \{m'_{ji_1}, \dots, m'_{ji_q}\} & \left( \begin{array}{l} i = N_i \in N, N_i = \{i_1, \dots, i_q\} \\ j \in H \text{ の時} \end{array} \right) \end{cases} \end{array} \right.$$

4-6° I S M法と同様に階層レベルの高い順にとり出す。即ち、階層レベル 1 に属するノードの集合を  $H_1$  とおけば、 $H_1$  は、 $M''$  マトリクスから、 $j$  が  $i$  以外のすべてに対して、 $m''_{ij}=0$  となる  $i$  の集合によって得られる。即ち、

$$H_1 = \{i \mid m''_{ij} = 0, \text{ for } \forall j (\neq i), i \in H\}$$

4-7°  $H$  から  $H_1$  のノードをとり除いた  $M''$  マトリクスを改めて  $M''$  とおき、4-6° をくりかえす。これによって、 $H$  は階層レベル  $l$  までに属するノードの集合に分割できる。即ち、

$$H = \{H_1, \dots, H_l\}$$

4-8° 3-5° と同様に、 $D$  マトリクスをしきい値  $x_{\max}$  によって、 $\{1, 0\}$  の 2 値パターンに変換する。変換されたマトリクスを  $D' = (d'_{ij})$  とおいて、集合  $H$  と  $D'$  マトリクスによって、出現頻度  $x_{\max}$  以上における階層型遷移パターンが得られる。

4-9°  $M$  マトリクスにおいて、 $x_{\max}$  以外の  $m_{ij}$  の最大値を求める、これを  $x_{\max}$  と置き換えて、4-2° をくりかえす。  $x_{\max}$  が  $x_{\min}$  に一致したら中止する。

以上のアルゴリズムで、あるしきい値において得られるネットワーク型遷移パターン、階層型遷移パターンのいずれにおいても、グラフ構造においては、次の

様な包含関係が成立する。しきい値  $x_i$  において得られるグラフを  $G_{x_i}$  とおいて、

$x_1 > x_2 \cdots > x_s$  ならば、

$$G_{x_1} \subset G_{x_2} \cdots \subset G_{x_s} \quad \cdots \cdots (3)$$

が成立する。 $G_{x_i} \subset G_{x_j}$  は、 $G_{x_i}$  が  $G_{x_j}$  のパーシャルサブグラフである事を示す。但し、パーシャルサブグラフを次のように定義する。

グラフ  $G$  は、グラフの頂点集合  $V$  と任意の頂点から直接に結ばれている頂点の集合  $E$  で表すことができる。頂点  $i$  から直接に結ばれている頂点の集合を  $E_i$  とおけば、

$$E = \bigcup_{i \in V} E_i \text{ を用いて、 } G = (V, E) \text{ で表される。}$$

$V$  の部分集合を  $V_1$  とおき、この  $V_1$  と  $V_1$  だけで結ばれている辺で構成されるグラフを  $V$  のサブグラフと呼ぶ。即ち、

$$V_1 \subset V, \quad E_1 = E \cap V_1 \text{ とおけば、 } G \text{ のサブグラフ } G_1 \text{ は、 } G_1 = (V_1, E_1) \text{ で表される。}$$

一方、頂点の集合  $V$  はそのまま、辺の部分集合即ち  $E$  の部分集合で構成されるグラフをパーシャルグラフと呼ぶ。

$$E_2 \subset E \text{ とおけば、 } G \text{ のパーシャルグラフ } G_2 \text{ は、 } G_2 = (V, E_2) \text{ で表される。}$$

$G$  のサブグラフであり、かつパーシャルグラフであるグラフを  $G$  のパーシャルサブグラフと呼ぶ。即ち、

$$V_3 \subset V, \quad E_1 = E \cap V_3, \quad E_3 \subset E_1$$

の時、 $G$  のパーシャルサブグラフ  $G_3$  は、

$$G_3 = (V_3, E_3) \text{ で表される。}$$

(3)式から、出現頻度に応じた遷移パターンを画く事ができるが、これらの遷移パターン図は、教授行動と学習行動のまとまりや系列を示しているので、授業分析としては、有効な方法であろうと思われる。本分析手法の適用事例について次に示す。

### 8. 3 パターン分析法の適用

小学校の授業を  $VTR$  で記録し、これを再生して、カテゴリーに分類した。

カテゴリーは、言語行動を対象にして、教授行動16、学習行動16の合計32のカテゴリーを作成した。これをT01, ..., T16, S01, ..., S16のように記号化する。但し、T01, S01等のように同じ番号は同じカテゴリー内容を示し、それが教師による教授行動の場合Tを、児童・生徒による学習行動の場合Sを用いて記号化した。例えば、T01(又はS01)は、単純な問いのカテゴリーであり、これは四角形ですかといったYES, NOで回答できる様な問いである。これを表8.2に示す。授業記録の内、算数の授業の1つに適用した結果を図8.1、図8.2に示す。図8.1、図8.2からある教師による小学校4年生の算数の45分授業の特徴を解釈してみよう。

図8.2の最も出現頻度の高いパターン(しきい値 $x=18$ )は、図のように2つ抽出される。生徒がある現象について説明し(S03)、これを教師が受けてその現象を確認し、発言をくりかえす(T08)パターンが1つである。他方は、教師の単純な問いかけ(T01)に対して、(T11, S07)がくりかえされる。(T11, S07)は、図8.1から教師の呼びかけ(T11)と生徒の単純応答(S07)の呼びかけ・応答のパターンである。

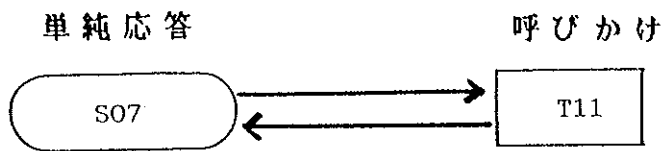
図8.2の次に出現頻度の高いパターン(しきい値 $x=14$ )は、グラフ構造的には、図のように $x=18$ のグラフを包含する。教師の単純な問いかけ(T01)に対して、呼びかけ・応答のパターン(T11)と、生徒の現象に対する説明(S03)が生起される。呼びかけ・応答(T11, S07)の次に、教師の断定的な指示(T12)や、教師の現象の確認や発言のくりかえし(T08)が生起される。一方生徒の説明(S03)を受けて、教師のその説明の確認(T08)や受け入れ(T13)が生起される。

図8.2の次に出現頻度の高いパターン(しきい値 $x=13$ )は、しきい値 $x=14$ のグラフを包含する。教師の単純な問いかけ(T01)に対して、(T08, T11, T12, T13, S03, S07)のまとまった教授・学習行動のパターンが生起される。このパターンは、図8.1に示される。S07とT11による呼びかけ・応答のパターンと、S03とT08による現象に対する説明とこれに対する確認のパターンが組み込まれている。さらに、生徒の応答(S07)を受けて、教師が指示し(T12)、生徒が説明(S03)をし、これを教師が受容(T13)し、さらに教師が呼びかける(T11)といった、教授・学習行動のまとまりあるパターンが抽出される。

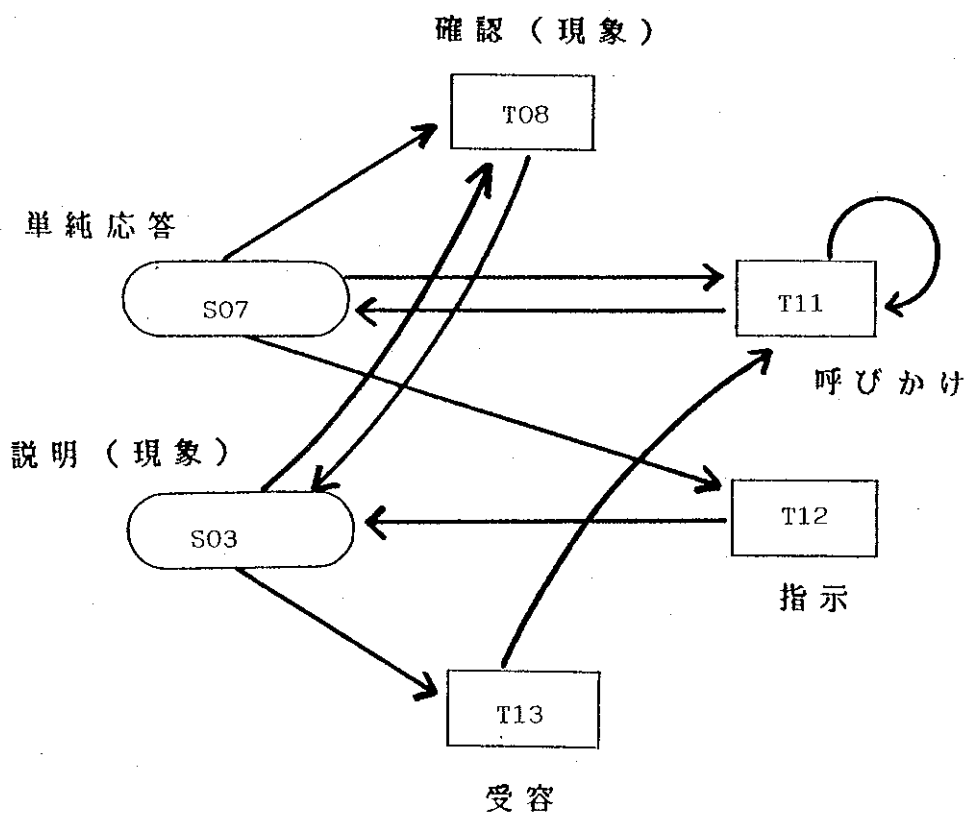
以上のように教授行動と学習行動のパターンの特徴を抽出する事ができる。

記号	カテゴリー名	内 容	具 体 例
S/T01	単純な問い	ハイ、イイエや記憶で応答できる問いかけ	T01:これは正方形ですか
S/T02	深い問い	思考をゆさぶるような問いかけ	T02:辺の長ささと広さとは、どういう関係があるのかな
S/T03	説明（現象）	現象の説明、意見	S03:長さを測る
S/T04	説明（方法）	方法を含む意見	S04:AとBとの部分を切って重ねてみる
S/T05	説明（理由）	理由付けを含む意見	S05:こちらでは、四角形を2つに分けています。ですから、大きさが違うから比較できません
S/T06	説明（ルール）	ルールを含む説明、意見	S06:もともとなる広さを決めれば、そのいくつぶんかで広さがあらわせる
S/T07	単純応答	ハイ、イイエや単純な受け応え	S07:はい、そうです
S/T08	確認（現象）	現象の確認、先行する発言のくりかえし	T08:辺の長さは12cmなんですね
S/T09	確認（問題）	問題の確認、くりかえし	T09:辺の長ささと広さとの関係ですよ
S/T10	方向付け	問題を疑問の形で暗黙的に示す場面の切り換え	T10:どうしてだろうね、数で比べられるんじゃない
S/T11	呼びかけ	運営・管理に関する呼びかけ あいまいな問いかけ	T11:誰か発表してくれる人は T11:他には
S/T12	指示	指名、断定的な指示	T12:ノートを開いてください
S/T13	受容	おだやかな受け入れ	T13:うん、そうだねえ
S/T14	促し	おだやかな誘い	T14:みんな、2つぐらい書けるかもしれないね
S/T15	はげまし	ほめ、はげます	T15:とっても良いところに目をつけたね
S/T16	感嘆	おどろき、感嘆	S16:ワー、アレ

表8.2 筆者等による教授・学習行動のカテゴリー分類



X=18



X=13

図8.1 ネットワーク型遷移パターン

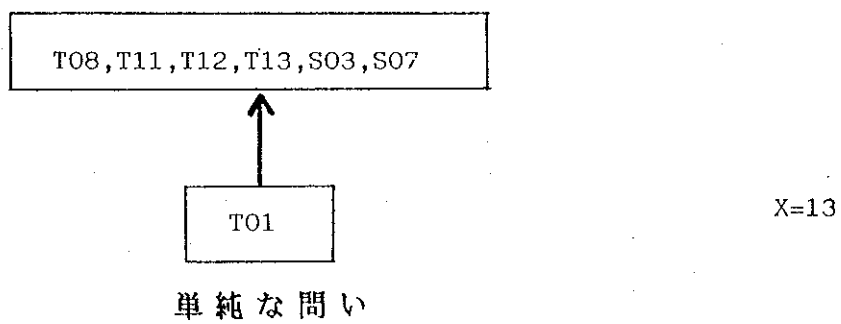
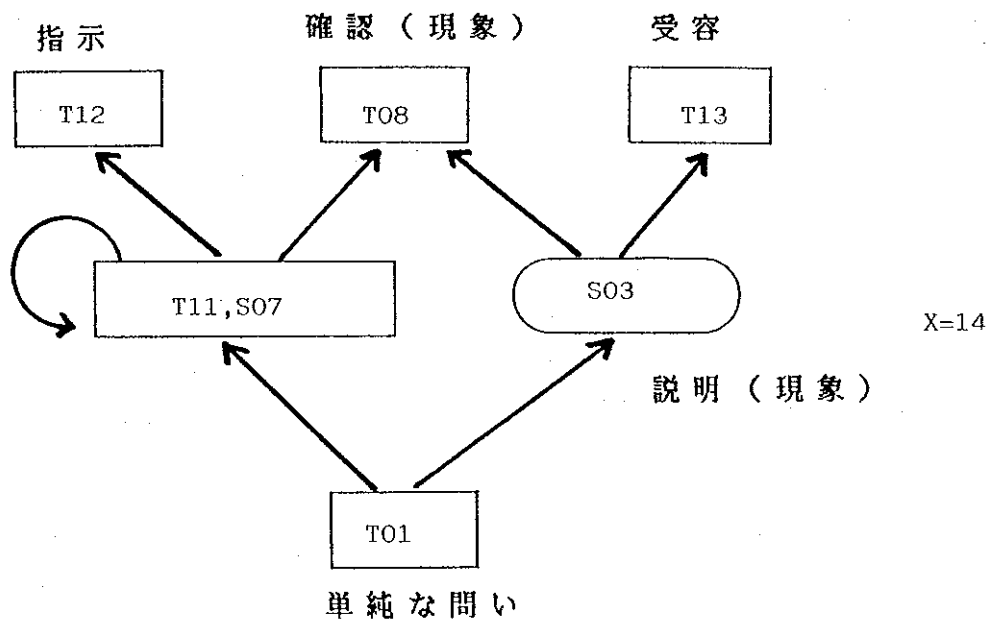
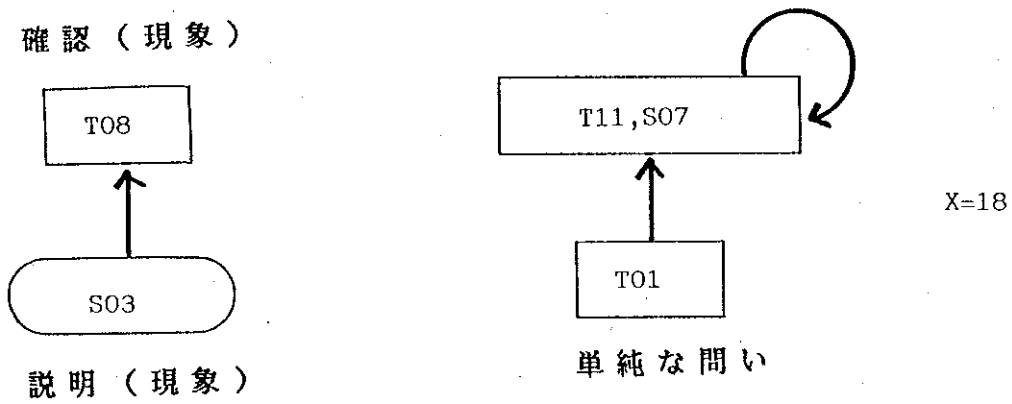


図8.2 階層型遷移パターン

#### 8. 4 まとめ

授業は、教師と学習者の間のコミュニケーション過程ととらえることができる。換言すれば、人間系（ヒューマンシステム）における情報を対象とする領域である。この研究分野においては、コミュニケーションの過程、情報の伝達過程を記号表現し、これを解析する手法を求める事が大切と思われる。

そこで、本研究では、授業における教師による教授行動、学習者による学習行動をカテゴリーに分類し、このカテゴリー分類に従って、授業を時系列カテゴリーデータとして記号表現した。このカテゴリーの中に行動の意味が包含されている。コミュニケーション過程、情報の伝達過程を調べるためには、この記号表現された時系列データから、その授業を特徴づけるカテゴリーの遷移パターンを抽出すればよい。特に義務教育における授業の特徴は、教授行動と学習行動の相互作用という観点で調べる事が重要である。そこで、この授業を特徴づけるカテゴリーの遷移パターンとして、まとまりのある遷移パターン（ネットワーク型遷移パターン）と、系列をもつ遷移パターン（階層型遷移パターン）の2つに分類し、これを抽出する方法を示した。

本研究においては、主にその手法に重点を置いた記述のため、結果の考察については深く言及していないが、これまでの適用結果では、ベテラン教師と新人教師のカテゴリーの遷移パターンの差異が見い出された。この遷移パターンは教科の差異、学年の差異等も反映すると予想されるが、これらの知見については、今後追試する予定である。なお本分析手法は、マイコンを用いて誰でも簡単に分析処理できるようにソフトパッケージを作成した。

## 第 9 章

# 教授・学習行動の 時系列分析

## 第9章 教授・学習行動の時系列分析

授業を対象とし、これを分析する方法を開発した。授業を、教師の教授行動、学習者の学習行動による時系列過程として記号表現し、そこからまとまりのある教授・学習行動の系列パターンを抽出する方法を提案する。筆者の提案する方法は、2種類の分析法であり、これを時系列クラスター分析<sup>(9-1)</sup>、および分割クラスター分析<sup>(9-2)</sup>と名付ける。この方法は、時系列カテゴリーデータであれば一般的に適用される。この方法は、時系列データのデータ構造の特性を活用して、結果の解釈がわかりやすく、視覚的に表示できる等の特徴を持っている。

### 9.1 まえがき

学校教育における教師の学習指導には、教科内容に関する知識と、それを教える教育方法としての学習指導方法の両面がある。特に義務教育段階における教師の力量は、後者の学習指導方法の技量に依存する事が多い。教員養成系大学においては、学習指導方法の講義が開設されている所もあるが、多くは実際に児童・生徒を相手にして授業を実施する教育実習において、学生達は学習指導方法を体験学習する。教師になって以降は、主に経験によって体得していく。このように学習指導方法は経験によって蓄積され体得される要因が大きく、教科内容のように体系化された知識として学習する事が困難な領域と言われている。そこで、この学習指導方法については、教育実習や、教育実習の事前・事後に実施される予備学習において体験学習する。学生達はmicro-teachingや自己および他人の授業のVTRを観察しながら、その学習指導方法について討論し、授業展開の技術や、発問構成、児童・生徒の反応に対する応答の仕方等について学習する。なお、micro-teachingとは、学生達だけによる小規模の模擬授業の事であり、実際の授業を実施する前に行う一種の授業シミュレーションの事である。

以上のように、授業における学習指導方法は、再現性や他人に伝達可能な表現にする事が困難な対象であり、時として名人芸等と呼ばれる事がある。1970年代において、アメリカを中心にして教師の学習指導能力、即ち教授能力を向上する目的で、授業を科学的に表現する方法が試みられた<sup>(9-3)</sup>。授業を教授行動・学習行動にカテゴリー分類して分析する方法である。ここで教授行動とは教師による発言内容、学習行動とは学習者に発言内容を示す。但し、発言内容のみならず非

言語行動まで含める場合もある。

このような授業分析において重要な視点はカテゴリー間の遷移であり、教授行動と学習行動の相互作用に注目する事である。なぜならば、このようなカテゴリー分析の背景には、授業を教師と学習者のコミュニケーション過程としてとらえる基本的考え方があるからである。コミュニケーション過程とは、換言すれば教授行動と学習行動の相互作用である。従って、授業の事を、教授・学習過程と呼ぶ事がある。

そこで、本研究では、カテゴリー間の遷移に注目した分析手法を提案し、授業のカテゴリー分析の一助とする試みである。本研究に関連がある分析手法の研究には、例えば永岡の発言時間に注目した分析<sup>(9-4)</sup>や、松原、吉本、藤田のS-T分析<sup>(9-5)</sup>等が挙げられる。筆者の分析手法は、次のように分類できる。

#### 1. 遷移パターン分析

#### 2. 時系列クラスター分析

1の遷移パターン分析とは、授業の中の代表的なカテゴリーの遷移パターンを抽出する方法であり、(1)ネットワーク型遷移パターンの抽出、(2)階層型遷移パターンの抽出の2つから構成される。グラフ理論を基礎とするこの方法については第8章で報告した<sup>(9-6)</sup>。本章においては、教授・学習系列を抽出し、これを時系列的に表示する方法として、時系列クラスター分析および分割時系列クラスター分析を提案する。この方法は、従来のクラスター分析法を基礎とするが、時系列データを対象としたクラスター分析法は、これまでに提案されておらず、新しいクラスター分析法である。この方法の特徴は、非対称マトリクスを対象とする事、ポテンシャルを測度として採用している事、分析結果の解釈が容易であり実用的である事等である。非対称マトリクスのクラスター分析法としては、Hubert、藤原、Takeya等の方法が既に提案されている<sup>(9-7)</sup><sup>(9-8)</sup><sup>(9-9)</sup>。しかしながら、これまでの研究は、時系列データを対象としないグラフ理論を基礎におく研究であり、本研究では、いくつかの新しい考え方を導入する事によって、分析法を開発している。

### 9. 2 時系列クラスター分析

以下述べる方法を時系列クラスター分析と呼ぶが、この方法はカテゴリーデー

タが時系列である場合に、一般的に適用される。

さて、授業における教師の行動である教授行動をいくつかのカテゴリーに分類し、この集合を  $T = \{T_1, \dots, T_m\}$  で表す。同様に、授業における学習者の行動である学習行動を  $S = \{S_1, \dots, S_n\}$  で表す。TとSを合わせた集合をTSで表す。即ち、

$$TS = T \cup S = \{T_1, \dots, T_m, S_1, \dots, S_n\} \dots (1)$$

従って、TSのカテゴリーの数は、 $(m+n)$ である。

まず、授業をVTRで録画し、これを教授行動、学習行動の意味内容に応じて記録する。これは時系列のカテゴリーデータであり、それをここでは教授・学習過程Iと呼び、次のように表す。

$$I = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_N\} \dots (2)$$

但し、 $x_k$ は、TかSのいずれかのカテゴリーに該当し、添字kを時系列番号と呼ぶ。即ち、

$$x_k \in TS, \quad (k=1, \dots, N)$$

さて、始めにいくつかの定義をする。

#### 定義1 系列

Iにおいて、あるカテゴリー*i* ( $\in TS$ ) が出現する時系列番号を  $\{i_1, i_2, \dots, i_p\}$  とおく。同様にあるカテゴリー*j* ( $\in TS$ ) がIにおいて出現する時系列番号を  $\{j_1, j_2, \dots, j_q\}$  とおく。

但し、 $i_1 < i_2 < \dots < i_p$ ,

$$j_1 < j_2 < \dots < j_q \text{ である。}$$

この時、 $i_s < j_r$ を満足するカテゴリー*i*からカテゴリー*j*にいたる  $\{i_s, \dots, j_r\}$ の時系列番号をもつカテゴリーからなる系列を系列*ij*と呼ぶ。これを*ij*(*s, r*)と表記する。従って、系列*ij*の経路は  $(j_r - i_s)$ の大きさをもち、 $i_s < j_r$ を満足する組み合わせの数だけ存在する。

#### 定義2 系列の包含と交差

今2つの系列*ij*(*s, r*)と*ij*(*s', r'*)を考える。もし  $i_{s'} < i_s$ かつ  $j_r < j_{r'}$ ならば、系列*ij*(*s, r*)は系列*ij*(*s', r'*)に包含されると言う。さらに ( $i_{s'} < i_s$ かつ  $j_r = j_{r'}$ ) 又は ( $i_{s'} = i_s$ かつ  $j_r < j_{r'}$ ) の時も、系列*ij*(*s, r*)は系列*ij*(*s', r'*)

に包含されると言う。

次に、もし  $(is' < is \text{ かつ } jr' < jr)$  又は  $(is < is' \text{ かつ } jr < jr')$  ならば、系列  $ij(s, r)$  は系列  $ij(s', r')$  と交差すると言う。

この関係を模式的に図9.1に示す。

### 定義3 極小系列

系列  $ij(s, r)$  が他の系列  $ij(s', r')$  を包含せず、かつ他の系列  $ij(s', r')$  と交差しない時、極小系列  $ij$  と呼ぶ。

この極小系列  $ij$  は、時系列番号1からNまで順番にカテゴリー  $i, j$  を探索した時、その経路の極小な系列に対応する。図9-1の例でいえば、 $ij(s, r)$  が極小系列である。

### 定義4 極小系列のポテンシャル

極小系列  $ij$  は、Iの中に一般的に複数個存在する。この集合を、 $\{ij(1), ij(2), \dots, ij(K_{ij})\}$  とおく。但し、かっこの中の1, 2, ...,  $K_{ij}$  は、時系列番号の若い順から取り出した順番を示す。

極小系列  $ij$  のポテンシャル  $p_o(ij)$  を次式で定義する。

$$p_o(ij) = \sum_{k=1}^{K_{ij}} \left(\frac{1}{2}\right)^{d_{ij}(k)-1} \dots\dots\dots (3)$$

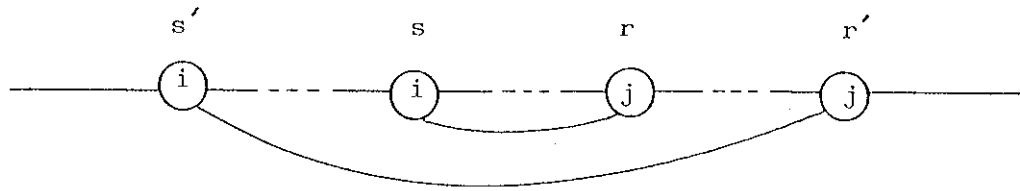
但し、 $d_{ij}(k)$  は、 $ij(k)$  の経路の長さを示す。

$d_{ij}(k)$  は最小が1となる整数である。従って、

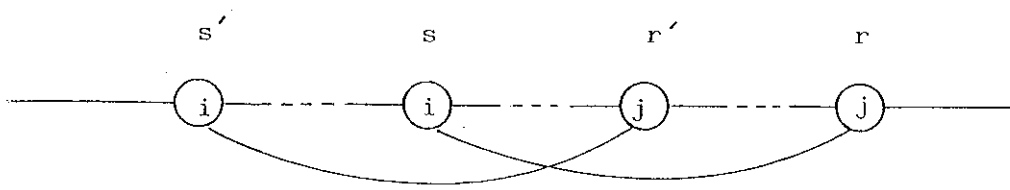
$\left(\frac{1}{2}\right)^{d_{ij}(k)-1}$  は、カテゴリー  $i, j$  が隣り合っている時1で最も大きく、経路の長さが大きくなる程指数的に小さくなる。そこで、このポテンシャル  $p_o(ij)$  を、極小系列  $ij$  の  $i$  と  $j$  の結合度の測度とする。

### 定義5 ポテンシャルの基準値

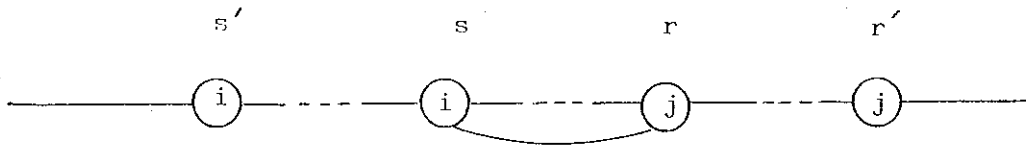
カテゴリー  $i$  と  $j$  が隣り合っている系列が、ただ1つある場合、そのポテンシャルは1である。従って、 $n$ 個のカテゴリーがあり、 $n$ 時系列カテゴリーデータにおける、任意の系列  $ij$  のポテンシャルの最大値は1である。1をポテンシャルの基準値と定める。



Inclusion of sequence 系列の包含



Intersection of sequence 系列の交差



Minimal sequence 極小系列

図9.1 系列の包含、交差と極小系列

ここで極小系列のポテンシャルの基準値を定義するが、その基準値の意味は次の通りである。本分析手法は、ポテンシャルを極小系列の結合度の測度として、併合していく分析法である。ところで、極小系列が只1つだけ存在する時の系列の併合は、無意味である。例えば、 $n$ 種類のカテゴリーがあり、各々のカテゴリーが只1個だけからなる $n$ 時系列カテゴリーデータにおける系列は、同じ種類の系列が2つ以上存在しないので、その併合は意味を持たない。そこでその境界となるポテンシャルの値を基準値と呼ぶ事にすれば、隣り合っている系列のポテンシャルのが最大であり、その値は1となる。そこでポテンシャルの基準値を1と設定する。但し、極小系列  $ij$  のポテンシャルの値が1である場合は、 $i$ と $j$ のどちらかのカテゴリーが只1つだけ存在する場合と、 $i$ と $j$ のカテゴリーが複数存在するが、その系列の経路が長い場合の2つの場合を含む。上記の基準値は、そのどちらの場合にも適用されるものとして、ポテンシャルの基準値を1と設定してある。

#### 定義6 極小系列の併合

極小系列  $ij$  が存在する時、そのカテゴリー  $i$  と  $j$  の経路に含まれる他のカテゴリーを無視して、極小系列  $ij$  を1つのカテゴリーとみなす時、これを極小系列の併合と呼ぶ。

#### 定義7 併合の排除

ポテンシャルは、複数個の極小系列  $ij$  を含んで計算されるので、その値が大きくても、経路の極めて長い極小系列  $ij$  を含んでいる場合がある。このような特別な極小系列を併合すれば、その経路の間に、他の重要な極小系列を含んでいる可能性がある。そこで、上記のような特別に経路の長い極小系列を、併合の段階において排除する必要がある。これを併合の排除と呼ぶ。

その排除の方法を示す。

始めに極小系列  $ij$  の経路の長さの平均値を求める。その平均値は、次のように  $\bar{d}_{ij}$  と  $\tilde{d}_{ij}$  の2つの求め方が考えられる。

$$\bar{d}_{ij} = \frac{1}{K_{ij}} \sum_{k=1}^{k_{ij}} d_{ij}(k) \quad \dots\dots(4)$$

と、

$$\left(\frac{1}{2}\right) \quad \tilde{d}_{ij-1} = \frac{1}{K_{ij}} \sum_{k=1}^{k_{ij}} \left(\frac{1}{2}\right)^{d_{ij}(k)-1} \quad \dots\dots(5)$$

を満足する  $\tilde{d}_{ij}$  であり、 $\bar{d}_{ij} \geq \tilde{d}_{ij}$  なる関係がある。

ここでは極小系列  $ij$  の経路の長さの平均値として  $\bar{d}_{ij}$  を採用する。

次に、極小系列  $ij$  の経路の長さの標準偏差  $s_{ij}$  を次式によって求める。

$$s_{ij}^2 = \overline{d_{ij}^2} - \bar{d}_{ij}^2 \quad \dots\dots(6)$$

但し、

$$\overline{d_{ij}^2} = \frac{1}{K_{ij}} \sum_{k=1}^{k_{ij}} d_{ij}^2(k) \quad \dots\dots(7)$$

今、 $t$  を定数として、 $(\bar{d}_{ij} + t \cdot s_{ij})$  の値を超える整数値以上の経路をもつ極小系列  $ij$  を、特別に長い経路をもつ極小系列として、これを排除する。但し、 $t$  はここでは 1 とおく。

即ち、

$$d^*_{ij} = [\bar{d}_{ij} + t \cdot s_{ij} \uparrow]$$

この記号は、切り上げによる整数値を示す。

$$\begin{cases} d_{ij}(k) < d^*_{ij} \text{ の時} & \text{併合} \\ d_{ij}(k) \geq d^*_{ij} \text{ の時} & \text{排除} \end{cases}$$

の条件を付加する事によって、併合の排除ができる。

さて、以上の定義を用いて時系列クラスター分析を実行する手順を示す。

1° TS に属するカテゴリー  $i$  と  $j$  のすべてについて、極小系列  $ij$  を求める。但し、

$i, j \in TS, i \neq j$  である。従って、TS が  $(m+n)$  個のカテゴリーをもつ場合、

極小系列の種類数は、 $(m+n)(m+n-1)$  個ある。

2° 極小系列  $ij$  のポテンシャル  $p_o(ij)$  を求める。このポテンシャルの値を要素と

するマトリクスをつくる。これを  $A = (a_{ij})$  とおく。

但し、 $i, j \in TS$ ,  $a_{ij} = p_0(ij)$

$a_{ij} = 0$  とおく。

また、 $a_{ij} \neq a_{ji}$  であるから、非対称マトリクスとなる。

このポテンシャルの計算において、計算時間を節約するために次のような設定をする。

4° の手順で述べるように、ポテンシャルの基準値は1である。従って、ポテンシャルが1以下の極小系列は始めから計算しなくてよい。

そこで、TSに属するカテゴリーの時系列データIにおける出現頻度を求める。カテゴリーiの出現頻度を  $f_i$  とおく。もし、 $f_i \leq 1$  の時は、極小系列ijはたかだか1つだけ存在し、そのポテンシャルの最大値は1である。そこで、Aマトリクスのi行をすべて0とする。同様に、極小系列kiはたかだか1つだけ存在し、そのポテンシャルの最大値は1である。そこで、Aマトリクスのi列をすべて0とする。即ち、すべてのカテゴリー  $i \in TS$  について  $f_i \leq 1$  の時、

$$\begin{cases} a_{ij} = 0 & (\text{for } \forall j \in TS) \\ a_{ki} = 0 & (\text{for } \forall k \in TS) \end{cases}$$

とする。

3° すべての  $i, j$  についての  $a_{ij}$  の最大値を求める。これを次のように表す。

$$\Pi(k) = a_{st} = \text{Max} \{ a_{ij} \} \quad \dots\dots(8)$$

$i, j \in TS$

但し、添字kをレベルと呼び、クラスタリングの順序を示す。最初のkの値は1である。

4° ポテンシャルの基準値は1であるが、1より少しだけ大きい値によって、クラスタリングの実行条件とする。即ち、1より小さい値  $\varepsilon$  に対して、

$$\begin{cases} \Pi(k) > 1 + \varepsilon & \text{の時} & \text{併合} \\ \Pi(k) \leq 1 + \varepsilon & \text{の時} & \text{終了} \end{cases}$$

とする。

5° 最大値を与えるカテゴリー対s,tを併合する。即ち、カテゴリーsとtの経路に含まれる他のカテゴリーを無視して、極小系列stを1つのカテゴリーとみなす。但し、併合の排除の方法によって、特別に長い経路をもつ極小系列は併合しない。

6° カテゴリー-stを、TSに追加する。即ち、

$$TS(k) = TS \cup (st) \quad \dots\dots(9)$$

但し、kはレベルを示す。

このように、併合によって形式的にはカテゴリーの数が1つずつ増加する。一方併合によって元のカテゴリー-sとtの出現頻度が併合された数だけ減少し、それが1以下になった時、ポテンシャルの計算は不要になる。

これまでのクラスター分析と、本研究の時系列クラスター分析の最も異なる点は、併合によって新しいカテゴリー-stが形成されても、一般的にはその元のカテゴリー-sとtが残っているという点である。

7° 極小系列stの併合によって、時系列カテゴリーデータIを書き改める。これを、

$$I(k) = \{x_1, \dots, x_{N(k)}\}$$

とおく。添字kはレベルを示す。併合によってN(k)の大きさは減少する。

8° TS(k), I(k)をそれぞれTS, Iとみなして、1°を繰り返す。但し、レベルkは、1つずつ増加させ、k+1とおく。

以上によって、レベル1からLまでクラスタリングする事ができる。これから次のような結果が得られる。

レベルk=1, ..., Lに対して、カテゴリーの集合 $TS(k) = TS \cup (st)$ と、時系列カテゴリーデータ $I(k) = \{x_1, \dots, x_{N(k)}\}$ である。このI(k)を用いて、クラスタリングの過程を図式化する事ができる。その様式を、簡単な例を用いて図9.2に示す。

図9.2において、カテゴリーの種類は、 $TS = \{T01, T03, T05, T07, S02, S04, S06\}$ の7個である。図9.2の縦軸は時系列番号を示し、横軸はレベルを示す。レベル1において、T01とS02が併合され、T01→S02が形成される。レベル2も同様に、T03→S04が形成される。レベル3において、S06と(T03→S04)が併合されて、S06→T03→S04が形成され、同様にレベル4において、S02と(T01→S02)が併合されて、S02→T01→S02が形成される。このように、そのクラスタリングの過程を図的に表す事ができる。そこで、仮に、レベル3でクラスタリングを打ち切ったとすれば、図のように、まとめて表示する事ができる。これは、元の時系列カテゴリーデータを観察するよりも、はるかにわかりやすい表現となっている。

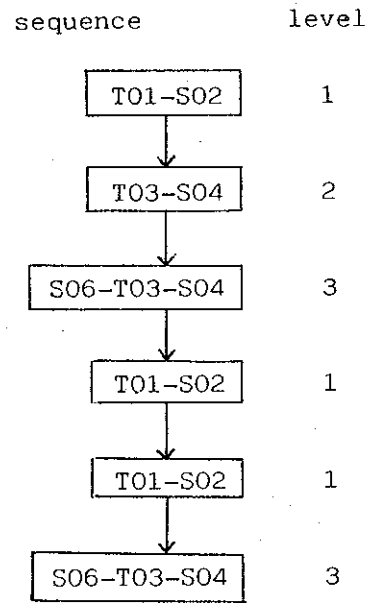
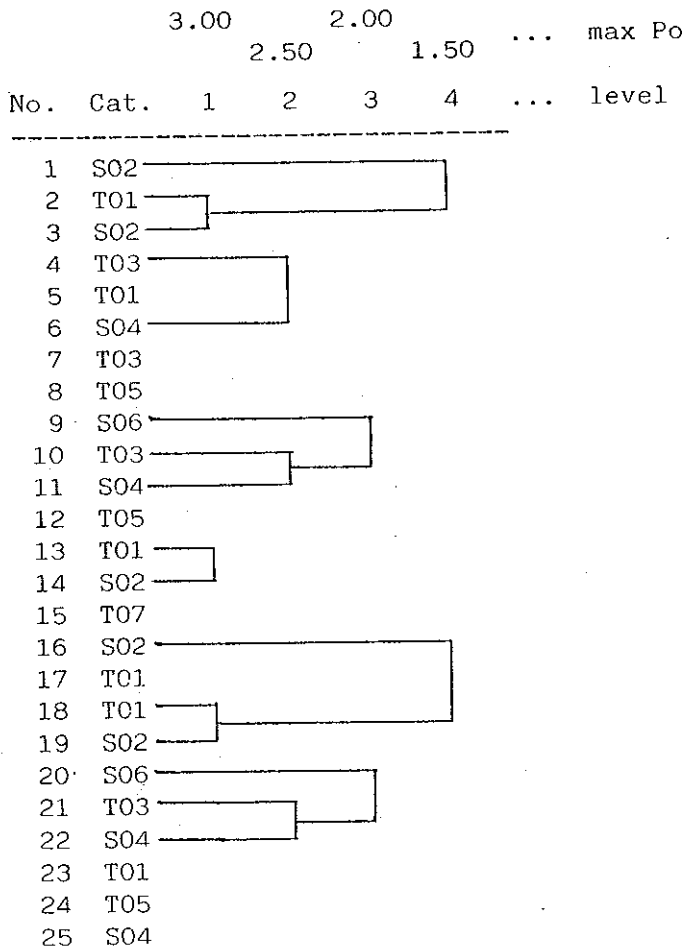


図9.2 人工データを用いたクラスタリングの図的表示

特に、授業、即ち教授・学習過程を分析する上においては、教授・学習行動のまとまりのある系列が、授業の流れのどの位置に出現したかという情報が重要である。

### 9. 3 時系列クラスター分析の適用

小学校の授業をVTRで記録し、これを再生して、カテゴリーに分類した。カテゴリーは、言語活動を対象にして、教授行動16、学習行動16の合計32のカテゴリーを作成した。これをT01, ..., T16, S01, ..., S16のように記号化する。T01, S01等のように同じ番号は同じカテゴリー内容を示し、それが教師による教授行動の場合Tを、児童・生徒による学習行動の場合Sを用いて記号化した。その内容を表8.2に示す。

さて、VTRを再生し、これをカテゴリーに分類して時系列データを記録する方法は2つある。1つは5(秒)とか10(秒)といった物理的な一定時間毎に記録する方法であり、他方は、1つの会話文を最小意味単位とみなして記録する方法であり、本事例の場合は後者である。授業記録の内、算数の授業の1つに適用した結果を図9.3に示す。

図は、クラスタリングの過程を示しているが、時系列データが長いので、その一部を示している。例えば、レベル4のT02→S07→T12の系列では、教師が思考をゆさぶるような深い問いかけをして(T02)、それに対し学習者が応答し(S07)、さらに教師が指名・指示する(T12)系列パターンであるが、図のように、いくつかの授業場面で見受けられる。即ち、時系列番号のNo22-24, No.38-40, No.88-90である。図の2箇所、教師が深い問いかけ(T02)をする前に、教師の現象を確認する行動(T08)が見受けられる。これは、授業場面において、ある現象を学習者に確認させ、それは何故かと問いかけ、これに学習者が応答し、さらに指名や指示によって探求していくという教授・学習行動の系列パターンと解釈できる。このようなパターンが授業の流れのいくつかの場面で出現する事を示している。この事は、その授業の実施者である教師は意識していないかもしれないが、この分析結果をその教師に提示する事によって、その教師の学習指導方法について意識化する事が可能となる。

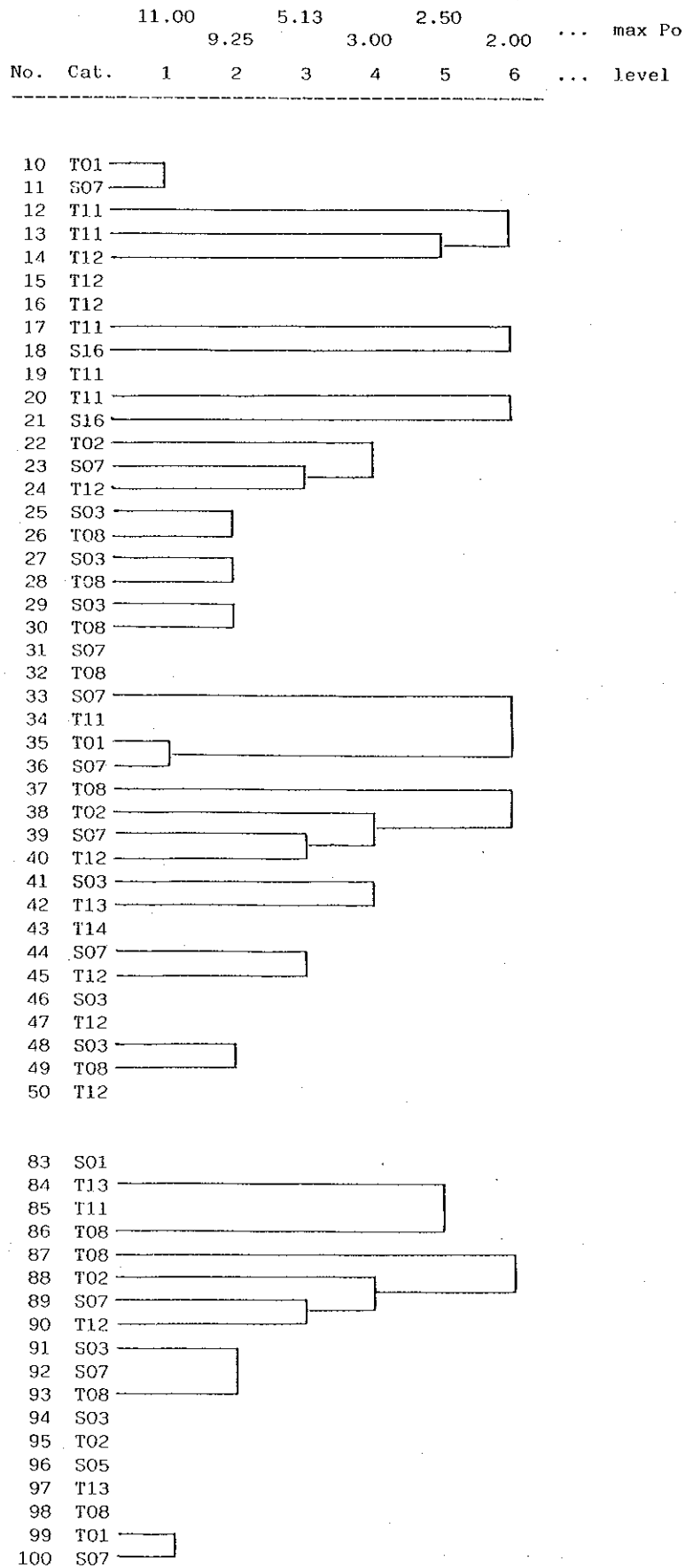


図9.3 小学校4年生の算数の授業への適用

#### 9. 4 分割時系列クラスター分析

さて、教授・学習過程 I は、授業構成から考えればいくつかの区切りがある。例えば最も単純な構成では、導入、展開、まとめとか、起承転結といったその意味内容からの区切りである。授業分析の研究では、この様なまとまりのある系列を対象とする考え方は、きわめて重要であるが、ここではデータ構造上、次のような系列の定義をする。

##### <定義1> カテゴリー c による分割系列

I の中でカテゴリー c から始まって次の c が出現するまでのカテゴリー系列を、c による分割系列（又は単に分割系列と略す）と呼び、この系列の集合を  $M_c$  と表す。即ち、I におけるカテゴリー c が出現する時系列番号を順に、 $\{c_1, \dots, c_{f+1}\}$  とおけば、

$$M_c = \{ M_c(1), \dots, M_c(f) \} \quad \dots\dots(10)$$

である。但し、 $M_c(i)$  は、i 番目の分割系列である事を示す。このようにカテゴリー c によって I を分ける事を、カテゴリー c による分割と呼ぶ。

次に、 $M_c$  中の任意の  $M_c(i)$  と  $M_c(j)$  の類似度を定義する。 $M_c(i)$  と  $M_c(j)$  の分割系列を、時系列番号で、

$$M_c(i) = \{ i_1, \dots, i_{u+1} \}$$

$$M_c(j) = \{ j_1, \dots, j_{v+1} \}$$

と書き表す。但し、 $i_1, j_1$  のカテゴリーはいずれも c である。そこで、 $i_1, j_1$  を除いたそれぞれ u 個、v 個のカテゴリー系列について、カテゴリー系列の一致度とカテゴリー系列間の順位相関を求める。その模式図を図9.4に示す。 $M_c(i)$  と  $M_c(j)$  には、一般に同じカテゴリーが複数個ふくまれている。この時には、時系列番号の若い順から対応させる。図9.4の実線は、その対応するカテゴリーが  $M_c(i)$  で s 個あれば、 $M_c(j)$  も s 個あるので、その一致度は、 $2s / (u+v)$  と表される。

次に  $M_c(i)$ 、 $M_c(j)$  の分割系列から対応するカテゴリー、即ち s 個だけ取り出す。この s 個の中で順序性をもつ順序対を調べる事によって、順位相関を求める事ができる。即ち、s 個のカテゴリーの中の対応する任意の2つのカテゴリー

の時系列番号を、 $M_c(i)$ において、 $(i_s, i_{s'})$ 、 $M_c(j)$ において、 $(j_r, j_{r'})$ とする。

$i_s > i_{s'}$  の時、 $j_r > j_{r'}$  であるか、又は、

$i_s < i_{s'}$  の時、 $j_r < j_{r'}$  であれば、これらの2つのカテゴリーは、順序性をもつ。そこで、 $(s \times s)$  のマトリクスにおいて、順序性をもつ順序対の個数を  $z$  とすれば、その順序相関は、 $2z / s(s-1)$  と表わされる。

これはKendallの順序相関と形式的には類似しているが、Kendallの順序相関は、最大順位相関が+1、最小順位相関が-1である事に対して、本論文における順位相関の場合は、最大順位相関が+1、最小順位相関が0として規準化している。これは、次の類似度の定義から、正である事が必要な理由による。

<定義2> 分割系列間の類似度

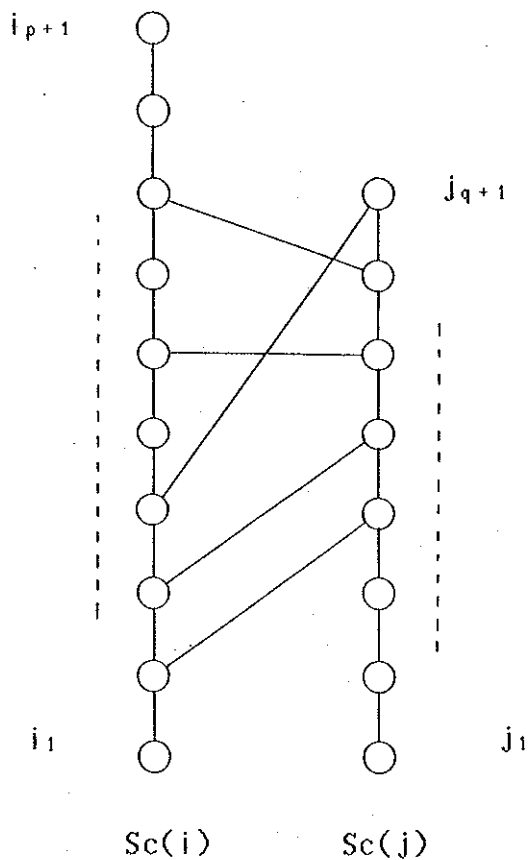
分割系列  $M_c(i)$  と  $M_c(j)$  の系列間の類似度  $r_{ij}$  を、一致度と順位相関の積で定義する。即ち、

$$r_{ij} = \left( \frac{2s}{u+v} \right) \left( \frac{2z}{s(s-1)} \right)$$

$$= \frac{4z}{(u+v)(s-1)} \quad \dots\dots(11)$$

当然ながら、 $0 \leq r_{ij} \leq 1$  である。

図9. 4  
分割系列間の対応



以上から類似している分割系列を、クラスター分析によって求める事ができる。  
即ち、

- 1° 分析者が、その意味内容から判断して、カテゴリー  $c$  を指定する。このカテゴリーによって  $I$  を分割する。
- 2° 類似度、一致度と順位相関の積で定義されているので、極めて長い分割系列や極めて短い分割系列との類似度は小さくなる。類似度の高い分割系列から併合し、クラスター分析する。
- 3° クラスター分析の結果から、分析者が判断して類似した分割系列を取り出す。

授業分析においては、分割して抽出した行動系列が重要である。例えば、教師が説明する行動から始まって、次の説明する行動に至るまでの授業過程は、1つのまとまりと見なされる。授業分析ではこれを分節と呼ぶ事もあるが、その理由は、分節単位で授業における教師の行動、学習者の反応を検討し、その授業を評価する事が多いからである。この時この分析のように類似した行動系列を抽出する事ができれば、その授業の検討に有効な情報を提供する事ができる。

類似した複数個の分割系列を対象にして、その時系列データの特性を失う事なく、さらにクラスタリングする方法を次に示す。

いま、これらの類似の分割系列の集合を  $S_c$  とおけば、 $S_c$  は  $M_c$  の部分集合である。

$$S_c = \{S_c(1), \dots, S_c(l)\} \quad \dots\dots(12)$$

但し、(12)より、 $l < f$  である。

$S_c(i)$  の時系列カテゴリーデータを、

$$S_c(i) = \{x_{i1}, \dots, x_{iq}\} \quad \dots\dots(13)$$

とおく。 $S_c$  に含まれる教授・学習行動のカテゴリーの集合を改めて  $TS$  とおく。

但し、この  $TS$  は、全カテゴリー集合の部分集合であるが、これを、

$$TS = \{Y_1, \dots, Y_w\} \quad \dots\dots(14)$$

とおく。

以上の準備から、いくつかの定義をする。

< 定義 3 > 部分系列

分割系列の集合  $S_c$  の中で、カテゴリ  $g$  とカテゴリ  $h$  があり、 $S_c(i)$  中の時系列番号をそれぞれ、 $ig$ 、 $ih$  とする時、 $ig$  から  $ih$  までのカテゴリ系列を、部分系列  $gh$  と呼び、 $gh(ig, ih)$  と表す。

< 定義 4 > 部分系列の包含と交差

$S_c(i)$  中の  $gh(ig, ih)$  と  $gh(ig', ih')$  において、もし、 $ig' \leq ig$  かつ  $ih \leq ih'$  ならば、 $gh(ig, ih)$  は、 $gh(ig', ih')$  に包含されるという。但し、条件式において、同時に等号が成立する事はない。次に、 $(ig' < ig$  かつ  $ih' < ih)$  又は、 $(ig < ig'$  かつ  $ih < ih')$  ならば、 $gh(ig, ih)$  は、 $gh(ig', ih')$  に交差するという。

< 定義 5 > 極小系列

$gh(ig, ih)$  が他の  $gh(ig', ih')$  を包含せず、かつ交差しない時、 $gh(ig, ih)$  を、極小系列  $gh$  と呼ぶ。この極小系列は、時系列番号の若い順からカテゴリ  $g$ 、 $h$  を探索した時、その経路の極小な系列に対応する。極小系列  $gh$  は、一般に  $S_c(i)$  の中に、複数個存在する。

< 定義 6 > 極小系列の結合度

極小系列の結合度  $C_o(gh)$  を次式で定義する。但し、 $K_i$  は、 $S_c(i)$  の中に含まれている極小系列  $gh$  の数である。  $n$  は、 $S_c$  の中の分割系列の数である。また、 $S_c(i)$  中の  $K_i$  個中の  $j$  番目の極小系列  $gh$  の長さを  $d_j$  とする。極小系列の長さとは、その極小系列に含まれるカテゴリの数であり、 $gh(ig, ih)$  の長さは、 $(ih - ig)$  である。

$$C_o(gh) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{K_i} \left(\frac{1}{2}\right)^{d_j-1} \dots\dots\dots (15)$$

(15)式の中の  $(1/2)^{d_j-1}$  は、カテゴリ  $g$  と  $h$  が隣り合っている時、1で最も大きく、極小系列が大きくなる程指数的に小さくなる。また、極小系列  $gh$  が分割系列の中に多く含まれている程、大きくなる。そこでこの  $C_o(gh)$  を、極小系列

g hにおけるgとhの結合度と定義する。

<定義7> 極小系列の併合

極小系列g hがあって、カテゴリ-gとhの間に含まれる他のカテゴリ-を無視して、極小系列g hを1つのカテゴリ-g hとみなす時、これを極小系列の併合と呼ぶ。

<定義8> 結合度の基準値

部分系列の中にカテゴリ-gとhのいずれかが只1個存在する時、極小系列g hの結合度 $C_o(gh)$ の最大値は、gとhが隣り合った時であるから、1である。そこで、この1を結合度の基準値と定める。

以上の定義を用いて、カテゴリ-cから始まる分割系列の集合 $S_c$ を対象として、時系列時にクラスタリングする方法を以下示す。

1° 複数の分割系列 $S_c = \{S_c(1), \dots, S_c(\dots)\}$ を対象として、 $S_c$ の教授・学習行動カテゴリ-の集合 $T S = \{Y_1, \dots, Y_w\}$ のすべてのカテゴリ-の組み合わせについて、極小系列を求める。即ち、極小系列 $Y_i Y_j$ ,

$(i, j = 1, \dots, w)$ を求める。

2° 結合度 $C_o(Y_i Y_j)$ を計算する。 $C_o(Y_i Y_j)$ を、 $(i, j)$ 要素とする $(w \times w)$ のマトリクスを作り、これをDとおく。即ち、

$$D = (C_o(Y_i Y_j)), (i, j = 1, \dots, w)。$$

但し、 $C_o(Y_i Y_i) = 0$ ,  $(i = 1, \dots, w)$ であり、一般に、

$C_o(Y_i Y_j) \neq C_o(Y_j Y_i)$ であるから、Dマトリクスは、非対称マトリクスである。

3° Dマトリクスの要素の最大値を求める。それが、 $(a, b)$ 要素であれば、

$$C_o^*(Y_a Y_b) = \text{Max} \{C_o(Y_i Y_j)\} \dots \dots (16)$$

$$(i, j = 1, \dots, w)$$

4° 結合度の基準値が1であるので、この基準値より少しだけ大きい値によって、併合の基準とする。即ち、 $\epsilon < 1$ に対して、

$C_o^*(Y_a Y_b) > 1 + \epsilon$ の時 併合

$C_o^*(Y_a Y_b) \leq 1 + \epsilon$ の時 終了

5° 極小系列  $Y_a Y_b$  を併合し、これを1つの新しいカテゴリー  $Y_a Y_b$  とする。

3° 1つのカテゴリー  $Y_a Y_b$  を、 $T S$  に追加する。即ち、(14)式を、次式に書き改める。

$$T S = \{Y_1, \dots, Y_w, Y_a Y_b\} \dots\dots\dots (17)$$

これまでのクラスター分析における併合と異なり、カテゴリー  $Y_a$  と  $Y_b$  は、一般に分割系列  $S_c = \{S_c(1), \dots, S_c(l)\}$  の中に残っている事に注意せねばならない。 $Y_a$  と  $Y_b$  は、併合した数だけ減少し、その頻度が1以下になった時、計算は不要になる。何故ならば、頻度が1以下であれば、定義8の基準値により、結合度の最大値が1以下になり、併合される事はないからである。

7° 併合によって、 $S_c$  を書き改める。即ち、(12)式および(13)式において、

$$S_c(i) = \{x_{i1}, \dots, x_{iq}\} \dots\dots\dots (18)$$

と書き改める。但し、 $(i = 1, \dots, l)$ 。

(13)式は併合される前の分割系列であり、(18)式は、併合された結果の分割系列を示す。

8° ステップ1° からくりかえす。くりかえし回数をレベルと呼び、最小の併合をレベル1とする。

以上の方法によって、各レベルにおいて併合されたカテゴリー  $Y_a Y_b$  と、それを含んだ分割系列の集合  $S_c(i) = \{S_c(1), \dots, S_c(l)\}$  が得られる。

$S_c(i)$  の内容は、(18)式で得られる。そこで、各々の分割系列  $S_c(i)$  を縦軸に、レベルを横軸に画けば、クラスタリングの過程を図的に表す事ができる。

具体的な事例を次に示す。

## 9. 5 分割時系列クラスター分析の適用

小学校4年生の算数の45分授業をVTRに録画し、これを再生しながら、教授・学習行動のカテゴリーに分類し、時系列データとして記録した。筆者と筆者の協力者が作成したカテゴリー分類表を、表8.2に示す。

Sは学習者による学習行動を、Tは教師による教授行動を示す。記録の仕方は、会話文を1つの最小意味単位として解釈しカテゴリー化した。時系列データの数は、約400である。

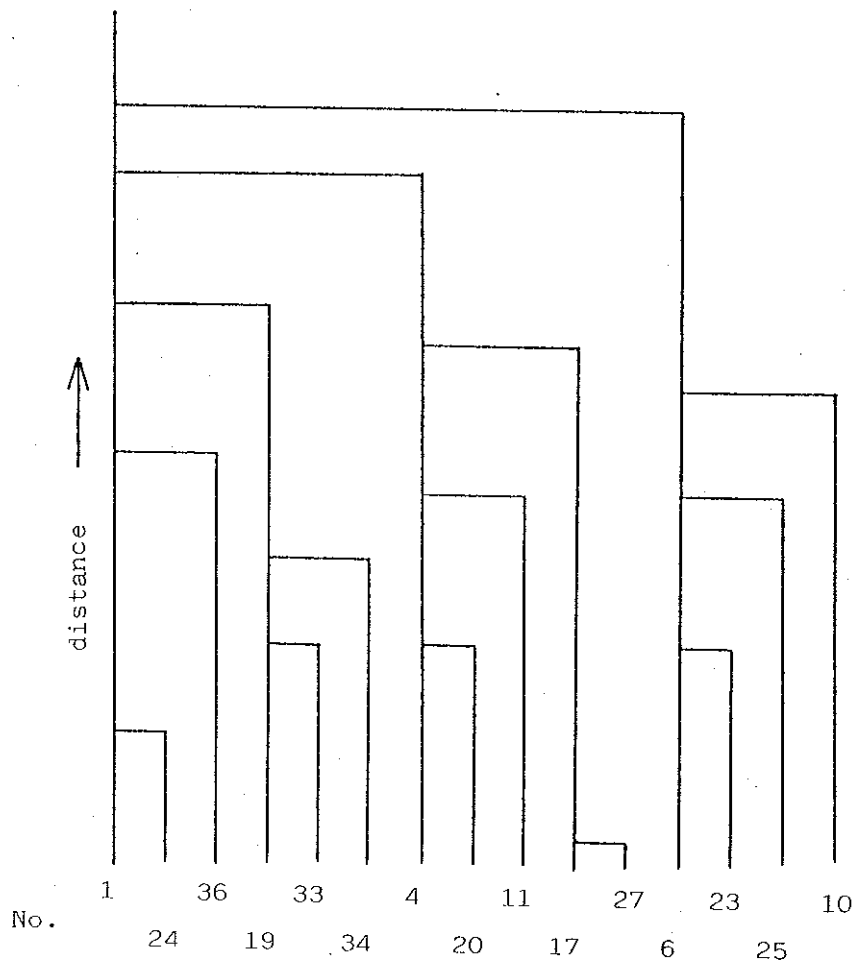


図9.5 分割系列のクラスター分析

No.	start	last	length	category data										
1	1	5	4	T01	S07	T11	S03	T10						
24	323	327	5	T01	S07	T10	S03	T08	T11					
36	379	389	9	T01	T08	S07	T10	S07	T13	S03	T10	S03	T08	
19	299	309	14	T01	S07	T15	T11	T08	S03	T08	T11	T02	S03	
				T02	S03	T08	S03	T11						
33	361	371	12	T01	T08	T02	S03	T08	T10	S03	T08	T11	S03	
				T10	S03	T08								
34	371	377	6	T01	S03	T08	T11	S03	T11	S03				

表9.1 類似の分割系列の時系列データ

この事例では、教師による単純な問いかけ（T01）をカテゴリとして指定し、T01から開始し、次のT01が出現するまでを1つの分割系列として、授業の流れをいくつかの分割系列で表わした。

誰でも簡単に分析できるように、ソフトパッケージを作成したが、このソフトでは計算時間を節約するために、極端に経路の長い分割系列や短い分割系列は、分析者の指定によって除く事ができるように作成した。各分割系列には番号が自動的に付記され、授業場面と対応できるようになっている。

さて、この様ないくつかの分割系列を、定義した類似度を用いてクラスター分析し、互いに類似した分割系列を取り出す。その樹形図を、図9.5に示す。この樹形図で左側のクラスターを形成している分割系列（No.1からNo.34の6個）の時系列カテゴリーデータを、表9.1に示す。

表9.1において、No. は分割系列の番号を、start はその分割系列が始める教授・学習過程 I における時系列番号を、last は終わる時系列番号を、length は経路の長さを示す。category data は左から右への時系列データである事を示す。この表9.1をみると、各々の分割系列が類似した系列である事が、直観的に認められる。しかし、それがどのような行動系列であるかを指示する事は、困難である。

そこで、この6つの分割系列をさらに時系列的にクラスター分析する。その結果を、図9.6に示す。図9.6は、縦軸を時系列データの時系列番号順に並べ、横軸はレベルを示したものである。この図によって、各カテゴリーが併合されていく過程を図的に読み取る事ができる。横軸をその併合時の結合度の最大値にとって図示してもよいが、ここでの図示の仕方は、レベルで示してある。なお、レベルの下にその併合時の結合度の値を付記しておく。この図から各分割系列が、どのような行動系列を含んでいるかを読み取る事ができる。

いま、レベル5までのクラスタリングの結果を採用して、その行動系列だけで各分割系列を書き直すと、図9.7が得られる。図9.7において、ブロックで囲んだ中味が行動系列であり、各ブロックの横の数字は、レベルの番号である。分割系列の番号は授業場面と対応するので、授業のいくつかの場面において、同じ行動系列が出現している。例えば、レベル3の行動系列は、T10 → S03 → T08であるが、これは現在直面している問題を教師が暗黙的に示して方向付ける（T10）事によって、学習者がその現象を説明したり意見を述べたりする（S03）、それを教師が受けてその現象を学習者に確認させる（T08）という行動系列である。

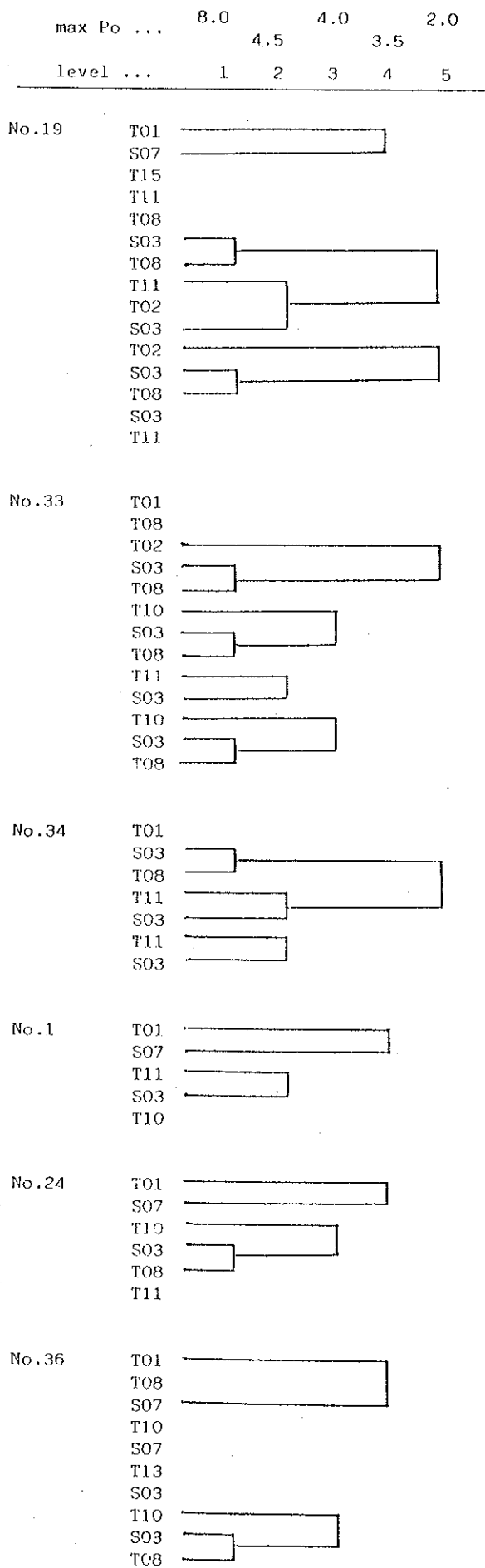


図9. 6  
本手法を適用した  
結果の図的表示

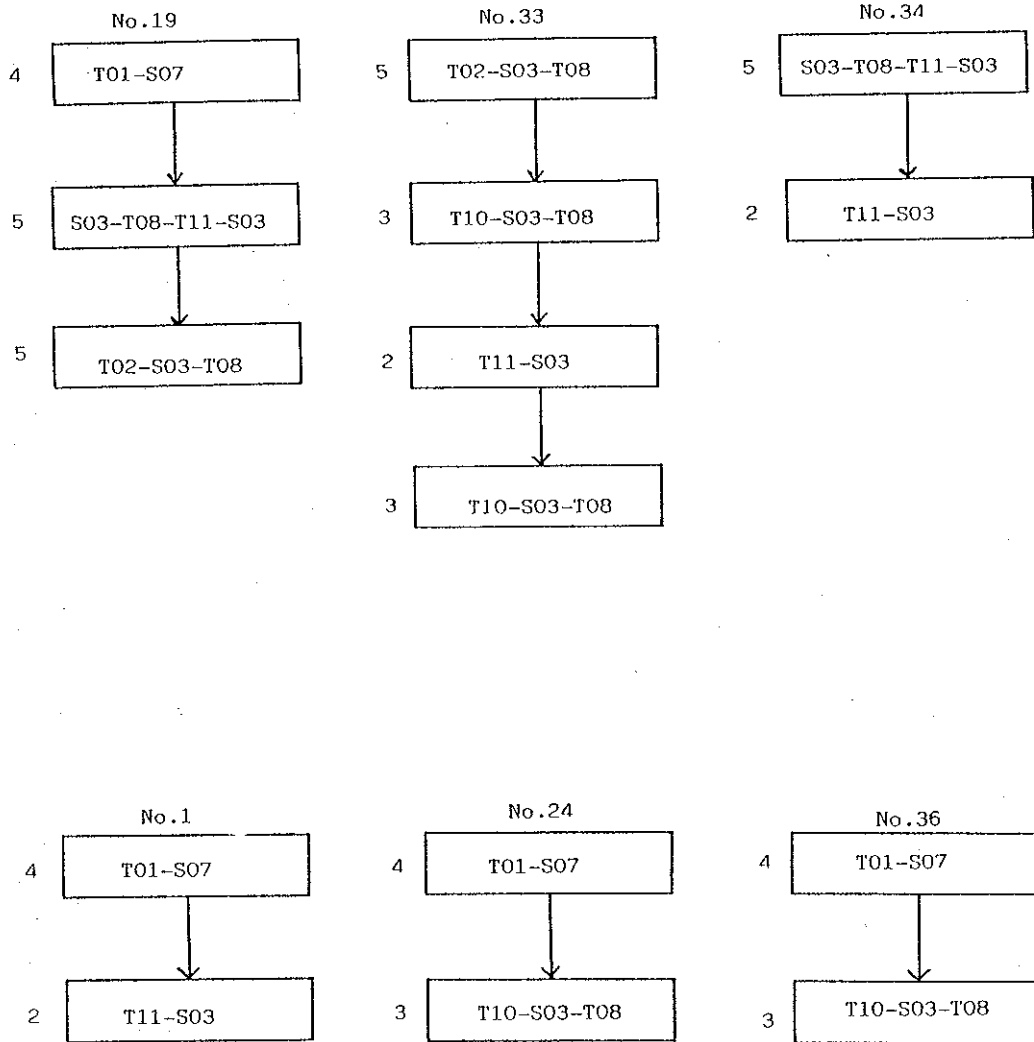


図9.7 行動系列で表した各分割系列  
但し、数字はレベルを表す

このような行動系列が、授業の流れのいくつかの場面で出現し、かつこれらの行動系列の組み合わせによって、授業が展開されている。この事を教師自身が意識する事は困難である。その意味でこのような行動系列の分析は、その学習指導法について有効な情報を与えるものと考えられる。

## 9. 6 まとめ

始めに述べたように授業はこれまで名人芸という言葉で示されるように、その学習指導法を分析して他に伝達可能な情報として提示する事が、困難な対象と考えられていた時期があった。しかし、授業は教授行動と学習行動による情報伝達過程ととらえる事ができる。そこで本研究では、この過程を教授・学習行動の時系列データとして記号表現し、この系列を分割し、分割された複数個の分割系列を対象として、行動系列をクラスタリングする方法と、その適用結果について報告した。

この分析結果は図的表示できる事から、その結果の解釈が容易であり、授業分析の上で有効であろうと思われる。特に教師は、自己流の教授スタイルや教授方略を持っており、それを意識化する事は困難と思われる。その意味で、教員養成系大学における教育実習の事前・事後指導において、ベテラン教師の授業や教育実習生の授業の学習指導方法についての分析が可能であり、実用的であろうと思われる。

本研究の適用の結果、ベテラン教師と新人教師の学習指導方法の差異を見出す事ができたが、教科や学年等の比較分析も可能である。例えば新人教師の授業では、教師による単純な問いかけ（T01）に対して、学習者の単純な応答（S07）の行動系列が多く観察された。これに対してベテラン教師の授業では、教師の深い問いかけ（T02）に対して、学習者の理由付けを含む意見（S05）や現象に対する説明・意見（S03）があり、これを教師が受けてその現象を確認する（T08）行動系列が観察された。これまでのカテゴリー分析による学習者の発言率（授業全体の中で学習者の発言量の占める割合）は、新人教師が大きいにもかかわらず、上記のような結果を得た。この事は、学習者の発言の頻度が大きく一見活発な授業のように見受けられても、その行動系列を分析すると、新人教師とベテラン教師の間に内容的な差を見出す事ができる事例である。

学習指導法は、講義ではなく実習を通さないと体得しにくいものであり、このため教育実習や公開授業等が実施されている。ところが授業の評価には価値観が伴うため、その良否を判定する事は困難である事と、その教師の力量を評価する事になるためにプライバシーの問題等があるため容易な事ではない。そこで、重要な事は、その授業を鏡のように映して自らの授業を眺める事である。このため授業研究ではVTR録画の手法が導入された。しかしその録画テープの再生だけでは単純なくりかえしに過ぎず、情報価値を生み出してはいない。そこで教授・学習行動をカテゴリーに分類して分析するという、カテゴリー分析の手法が有効になった。

本手法は、従来のカテゴリー分析の方法を、行動系列に注目して発展させたものである。得られる結果は、時系列カテゴリーデータを生かして、授業の場面場面で類似な行動系列が出現する事を図示する方法であり、わかりやすいと思われる。各場面の教える内容は異なっても、その方法に類似な系列が出現するという事は、その教師の教授スタイルを抽出している事であり、先に述べた自らの授業を眺める事に対して、有効な情報を提供する事と思われる。

# 第 1 0 章

## 結 論

## 第10章 結 論

本研究は、授業、即ち教授・学習過程を対象にして、学習者の情報処理過程およびその情報伝達過程の分析を行った。本研究は、大きく2つの領域に分類される。1つは授業における学習者の回答選択の情報処理モデルに関する研究であり、他方は、授業における教授行動・学習行動の伝達過程の分析に関する研究である。その結果をまとめると、以下の様な結論になる。

### A 回答選択の情報処理モデルについて

- (1) 2肢のみから構成される回答に対する、学習者の回答選択の認知的な選択モデルを提案した。その回答肢選択モデルに従って、回答の確率分布を定式化した。この定式によって、実測の回答分布と比較することができるが、この比較によって、その問題に対する学習者の選択過程を推測することができた。
- (2) クラス集団の回答分布を定式化した。この方法によって、クラス集団のその問題に対する正答確率分布を求めることができた。
- (3) 学習者相互の話し合い過程における情報を抽出する方法を提案し、その方法によって話し合いによる学習者の確信度の変容過程を調べる事ができた。
- (4) 2肢選択における一般的な回答選択のモデルを提案したが、このモデルを用いて、多くの問題に対する学習者の選択過程を推測することができた。
- (5) 上記のモデルを表現する確率分布を提案した。この確率分布を用いて、学習者のその問題に対する考え方が、流動的か固定的かを推測することができた。
- (6) 確信度に寄与する因子の大きさを評価する方法を提案したが、この方法を用いて問題の性質を推測することができた。

### B 教授・学習行動の分析について

- (1) 長期的な授業観察による授業分析の2つの方法を提案し、これらの方法を用いてどの様な授業要因が、学習内容の理解度に効果的であるかを評価する事ができた。
- (2) 上記の方法を用いて、どの様な学習行動が、学習内容の理解度に効果的であるかを評価する事ができた。
- (3) 単位時間の授業を対象として、教授・学習行動の遷移パターンを分析表示する手法を提案した。
- (4) 同様に、教授・学習行動の時系列的な特性を保持した形で、類似な行動系列

をクラスタリングする時系列クラスター分析の手法を2つ提案した。

(5)上記(3)(4)の分析手法を用いて、事例に適用した結果、教授・学習行動の遷移過程について検討する事ができた。

なお本研究の課題として、

1. 第4章における話合いの学習過程において、グループ編成による学習効果の差異の研究、
2. 第6章におけるkパラメータを用いた、問題内容の改善手法の開発、
3. 第8、9章における抽出した教授・学習行動系列の、フィードバックによる学習指導法の改善処方の研究、
4. ベテラン教師の教授パターンの抽出への適用可能性の研究、  
等が挙げられる。

本論文では以上の様な結果を得たが、教授・学習過程という人間を系の中を含んでいる複雑で動的なシステムを対象とするには、不十分であり、対象とする事象も限定している。これは、工学又は情報科学という立場から教育が研究対象となった期間が短く歴史も浅く、蓄積されている知見も少ないという背景がある。しかしながら、本論文は、授業というこれまで名人芸とみなされていた領域に科学や工学という考え方からアプローチしたものであり、これらの方法や知見を教師の学習指導や授業改善に役立てようとする目的であり、かつ教育研究の一助とする試みである。教育事象に対しては人間との関わりなしでは論ずる事も研究対象とする事もできないが、特に科学や工学との融合は困難であろうが、これから必要とされる分野と考えられる。本論文は、その新しい領域に対して、教育工学又は教育情報科学の立場から、学習者の回答選択における確信度の意味構造、および教授・学習行動の遷移過程という限定された内容であるが、いくつかの方法の提案と得られた知見について報告しているものである。

## 謝 辞

本研究に対して、終始一貫懇切なる御指導と励ましの言葉を戴きました、東京工業大学教育工学開発センター清水康敬教授に心から厚く御礼申し上げます。

本研究の遂行に当たって、常に励ましと理解ある御配慮を戴きました、東京学芸大学教育学部藍尚禮教授、藤原喜悦名誉教授、高萩保治教授に深く感謝いたします。また終始励ましの言葉と理解ある援助を戴きました、東京工業大学工学部坂元昂教授に、厚く御礼申し上げます。さらに、本研究をまとめるに当たり御指導と御助言を戴きました、東京工業大学工学部当麻喜弘教授、志村正道教授、梶谷洋司教授、田中穂積教授、小川英光教授、酒井善則助教授に、厚く御礼申し上げます。

本研究を含め広範囲にわたり、御助言と御指導をいただきました日本電気（株）C&C情報研究所佐藤隆博主管研究員に厚く御礼申し上げます。

また常に研究会等で検討をしていただき励ましを戴いた神戸大学教育学部教育工学センター永岡慶三助教授、拓殖大学工学部竹谷誠助教授、東京学芸大学教育学部岡本敏雄助教授、横山節雄助教授、東京学芸大学教育学部教育工学センター井上光洋助教授、新藤茂講師に深謝いたします。さらに長崎大学教育学部松原伸一講師や、教育システム分析研究会の早稲田大学政経学部山下元教授、工学院大学工学部米澤宣義助教授には、研究会等で貴重な御助言をいただきましたことを御礼申し上げます。また、東京学芸大学教育学部島貫陸教授を代表とする教育情報科学研究会の諸氏には、多方面から議論頂きましたことを深謝致します。

本研究にあたり理解ある御配慮を頂きました、東京学芸大学海外子女教育センター三笠乙彦センター長、中西晃教授、野田一郎助教授、西村俊一助教授、およびセンター職員の皆さんに、深く感謝申しあげます。特に本研究に甚大な御協力を頂きました大谷博美教務補佐員に、厚く御礼申し上げます。

最後に、本研究をまとめるに当たって、励ましの言葉を贈ってくれた妻と両親に心から感謝致します。

## 本研究に関する報告

- (1) 赤堀侃司(1986)、2肢選択問題における回答肢選択モデル、  
日本教育工学雑誌、V o 1. 10、N o. 4, p p. 23-33
- (2) 赤堀侃司(1987)、回答肢選択モデルによる回答分布の時系列変化  
電子情報通信学会論文誌、V o 1. J70-A、N o. 3、  
p p. 366-377
- (3) 赤堀侃司(1987)、教育の場における話し合いによる回答分布の遷移  
過程、電子情報通信学会論文誌、V o 1. J70-A、N o. 3、  
p p. 378-387
- (4) 赤堀侃司(1987)、回答肢選択モデルによるクラス集団の回答分布の  
変容過程、電子情報通信学会論文誌、V o 1. J70-A、N o. 7、  
p p. 981-990
- (5) 赤堀侃司(1987)、2肢選択問題における拡張回答肢選択モデル、  
電子情報通信学会論文誌、V o 1. J70-A、N o. 7、  
p p. 991-1001
- (6) 赤堀侃司(1977)、物理教科の授業分析(1)、日本教育工学雑誌、  
V o 1. 2、N o. 1、p p. 7-17
- (7) 赤堀侃司(1981)、物理教科の授業分析(11): 学習行動による  
分析と作業構造の分析、日本教育工学雑誌、V o 1. 5、N o. 1  
p p. 1-12
- (8) Kanji AKAHORI, Hiromi OHTANI(1987), Extended Method of Categorical  
Analysis: Teacher-Pupils Interaction, Aspects of Educational  
Technology, Vol. 21, pp. 79-90
- (9) 赤堀侃司(1988)、教授学習行動の時系列分析、電子情報通信学会論  
文誌、V o 1. J71-A、N o. 5、p p. 1185-1192
- (10) 赤堀侃司(1988)、授業のカテゴリー分析における行動系列の抽出、  
行動計量学、V o 1. 15、N o. 2、掲載予定
- (11) 赤堀侃司(1988)、教授学習行動のパターン分析、日本教育工学雑  
誌、投稿中
- (12) 赤堀侃司、清水康敬(1988)、2肢選択問題における回答選択の確  
信度、電子情報通信学会論文誌、投稿中

## その他の報告

- (1) Kanji AKAHORI(1988), Analysis and Assessment of Educational Computer Software in Japan(I); Educational Software Evaluating, Journal of the Association for Educational and Training Technology(PLET), England, Vol. 25, No. 1, pp. 46-56
- (2) Kanji AKAHORI(1988), Analysis and Assessment of Educational Computer Software in Japan(II); Practical Problems Associated with Its Courseware, Journal of the Association for Educational and Training Technology(PLET), England, Vol. 25, No. 1, pp. 57-66
- (3) 赤堀侃司、平沢正啓、中野靖夫(1988)、素材データベースを用いた教材開発支援システム、日本教育工学雑誌、Vol. 12、No. 3、掲載予定
- (4) 赤堀侃司(1986)、海外日本人学校向け赤道地域型簡易星座早見盤の開発、日本理科教育学会研究紀要、Vol. 27、No. 2、pp. 15-20
- (5) Kanji AKAHORI(1986), Instructional Materials Development in Astronomy for Overseas Japanese Schools through the Use of Microcomputers, Proceedings of the IFIP TC 3 Regional Conference on Microcomputers in Secondary Education, MCSE'86 pp. 293-298
- (6) 赤堀侃司(1986)、世界各地域に適合する理科の天体教材星座早見盤の開発、日本教育工学雑誌、Vol. 10、No. 2、pp. 23-34
- (7) 赤堀侃司(1983)、マイコンを用いた星座の立体視の方法の開発、日本理科教育学会研究紀要、Vol. 24、No. 1、pp. 91-96
- (8) 赤堀侃司(1983)、物理授業の作業化の方法とその事例、科学教育研究、Vol. 7、No. 4、pp. 152-159
- (9) 赤堀侃司(1978)、物理教科の作業化の研究：コンピューターの応用日本理科教育学会研究紀要、Vol. 19、No. 1、pp. 51-61

- (10) 赤堀侃司(1979)、物理教科の作業化の事例：運動量ベクトルと速度ベクトル、日本物理教育学会誌、V o 1. 27、N o. 2、  
p p. 125-130
- (11) 新藤 茂・赤堀侃司(1987)項目協同関連(Item Co-relational Structure)によるテストの特性解析、日本教育工学雑誌、  
V o 1. 12、N o. 1、掲載予定
- (12) 赤堀侃司(1986)、記述式テストの誤答分析：誤答、その指導の分析の基礎、日本教科教育学会誌、V o 1. 11、N o. 2、  
p p. 87-94
- (13) 赤堀侃司、鈴木豊一、稲葉鋭男(1982)、生徒指導における問題行動の分析、日本教育工学雑誌、V o 1. 6、N o. 3、  
p p. 115-125
- (14) 赤堀侃司(1983)、等価回答肢数の分散に関する考察、東京学芸大学紀要(教育科学)、第34集、p p. 193-202
- (15) 赤堀侃司(1984)、教育情報における2値時系列データの特徴分析、東京学芸大学紀要(教育科学)、第35集、  
p p. 209-220
- (16) 山口博美、赤堀侃司(1986)、帰国児童生徒情報データベースの利用行動に関する実証的研究、東京学芸大学紀要(教育科学)、  
第37集、p p. 65-73
- (17) 赤堀侃司(1982)、海外日本人学校向けの天体教材の開発、  
東京学芸大学海外子女教育センター研究紀要、第1集、  
p p. 97-110
- (18) 中西晃、赤堀侃司(1982)、帰国児童生徒の日本語力の考察：  
クローズ法を用いて、東京学芸大学海外子女教育センター研究紀要、  
第1集、p p. 69-93
- (19) 赤堀侃司、大谷博美(1987)、帰国児童生徒の教育情報のシステム化、東京学芸大学海外子女教育センター研究紀要、第4集、  
p p. 61-74

## 参 考 文 献

### 第 1 章

- (1-1) TVERSKY, A : " Elimination by aspects : A theory of choice ",  
*Psychol. Rev.*, **76** (4), pp.281-299, (1972)
- (1-2) TVERSKY, A and SATTAH, : " Preference Trees ", *Psychol. Rev.*,  
**86** (6), pp.542-573, (1979)
- (1-3) BROWN, J.S. and BURTON, R.R. : " Diagnostic models for  
procedural bugs in basic mathematical skills ", *Cognitive  
Science*, vol. **2**, pp.155-192, (1978)
- (1-4) SLEEMAN, O, and BROWN, J. S. : " Intelligent Tutoring Systems ",  
Academic press (1982)
- (1-5) SHAVELSON, R. J. and STERN, P. : Research on teachers' peda-  
gogical thoughts, judgements, decisions, and behavior ", *Rev.  
Educ. Res.*, vol. **51**, pp. 455-498 (1981)
- (1-6) SHAFER, G. : " A Mathematical theory of Evidence ", Princeton  
University Press, Princeton and London, (1976)
- (1-7) FLANDERS, N. A. : " Analyzing Teaching Behavior ", Reading,  
Mass., Addison-Wesley, (1970)
- (1-8) HOUGH, J. B and DUNCAN, J. K. : " Teaching : Description and  
Analysis ", Reading, Mass., Addison-Wesley, (1970)

### 第 2 章

- (2-1) TVERSKY, A. " Elimination by aspects : A theory of choice. "  
*Psychol. Rev.* **76** (4), pp. 281 - 299 (1972)
- (2-2) TVERSKY, A. and SATTAH, S. " Preference Trees. " *Psychol.  
Rev.*, **86** (6), pp. 542 - 573 (1979)
- (2-3) BIRENBAUM, M. and SHAW, D. J. " Task specification chart :  
A key to a better understanding of test results. " *J. Educ.  
Meas.*, **22** (3), pp. 219 - 230 (1985)
- (2-4) 北川 仁, 正司和彦 " 正の数・負の数の計算における誤答シミュレーション

- ン”，教育工学関連学協会連合大会論文集，pp. 313-314, (1985)
- (2-5) 藤田廣一，永岡慶三 “教育データ処理のエントロピーモデルの適用とエントロピー関数の応用”，電子情報通信学会論文誌，**J60-D**(4)，pp. 259-266，(1977)
- (2-6) 佐藤隆博，森本泰弘，菊川 健 “Item Banking Systemの開発(Ⅲ) - Item Poolのための多肢選択テストの項目分析.”，電子通信学会教育技術研究報告，**ET76-9**，pp. 27-30，(1977)
- (2-7) 藤田恵麿，成瀬正行 “テスト項目の反応時間-正誤および自信との関連について.”，日本教育工学雑誌，**1**(1)，pp. 27-36，(1976)
- (2-8) EBEL, R.L. “Cognitive weighting and test validity.” *J. Educ. Meas.*, **2**(1)，pp. 49-57，(1965)
- (2-9) EBEL, R.L. “Valid confidence testing.” *J. Educ. Meas.*, **4**(4)，pp. 353-354，(1968)
- (2-10) SHAFER, G. “A Mathematical theory of Evidence,” Princeton University Press, Princeton and London, pp. 35-56，(1976)
- (2-11) SHAFER, G. and TVERSKY, A. “Languages and design for probability judgement.” *Cognit. Sci.*, **9**，pp. 309-339，(1985)
- (2-12) 安西祐一郎，佐伯 胖，無藤 隆 “LISTで学ぶ認知心理学1(学習)” 東京大学出版会，東京，pp. 99-114，(1981)
- (2-13) BARSALOW, L.W. and BOWER, G.H. “Discrimination nets as psychological models.” *Cognit. Sci.*, **8**，pp. 1-26，(1984)
- (2-14) 赤堀侃司 “2肢選択問題における回答肢選択モデル”  
日本教育工学雑誌，**10**(4)，pp. 23-33，(1986)
- (2-15) 赤堀侃司 “回答肢選択モデルによる回答分布の時系列変化”  
電子情報通信学会論文誌，vol. **J70-A**，No. 3, pp. 366-377，(1987)

### 第3章

- (3-1) 赤堀侃司 “回答肢選択モデルによるクラス集団の回答分布の変容過程”  
電子情報通信学会論文誌，vol. **J70-A**，No. 7, pp. 981-990，(1987)
- (3-2) G. SHAFER: “A mathematical theory of evidence”，  
Princeton University Press (1976)

- (3-3) A. P. DEMPSTER: "Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping", *Annals of Mathematical Statistics*, **38**, pp. 325-339, (1967)
- (3-4) A. TVERSKY: "Intransitivity of Preferences", *Psychological Review*, **76**, 1, pp. 31-48, (1976)
- (3-5) R. R. BURTON: "Diagnosing bugs in a simple produced skill", *Intelligent Tutoring Systems*, Academic Press, pp. 157-183 (1982)

#### 第4章

- (4-1) 赤堀侃司: "教育の場における話し合いによる回答分布の遷移過程"  
電子情報通信学会論文誌, vol. **J70-A**, No. 3, pp. 378-387, (1987)
- (4-2) D. E. RUMELHART: "An Introduction to Human Information Processing", John Wiley (1977), (御領 謙(訳): "人間の情報処理", サイエンス社 (1979))
- (4-3) G. SHAFER and A. TVERSKY: "Languages and Design for Probability Judgement", *Cognitive Science*, **9**, pp. 309-339 (1985)
- (4-4) 大坊郁夫: "3者間コミュニケーションにおける対人印象と言語活動性", *Jap. J. of exp. soc. Psychol.*, **18**, 1, pp. 21-34, (1978)
- (4-5) 永岡, 吉田, 藤田: "討論の発言遷移に関する分析", *行動計量学*, **7**, 1, pp. 1-10 (1979)
- (4-6) R. PYKE: "Markov Renewal Process: Definitions and Preliminary Properties", *Ann. Math. Stat.*, **32**, pp. 1231-1241 (1961)
- (4-7) S. KARLIN: "A First Course in Stochastic Processes", Academic Press (1969); (佐藤健一(訳): "確率過程講義", 産業図書 (1974))
- (4-8) S. SENATA: "Non-negative Matrices and Markov Chains", 2nd edition, Springer-Verlag (1981)

#### 第5章

- (5-1) 赤堀侃司: "2肢選択問題における拡張回答肢選択モデル"

- 電子情報通信学会論文誌, vol. **J70-A**, No. 7, pp.991-1001, (1987)
- (5-2) A. TVERSKY: "Elimination by Aspects: A theory of choice",  
Psychological Review, **76**, 4, pp.281-299, (1972)
- (5-3) A. TVERSKY and S. SATTAN: "Preference trees",  
Psychological Review, **86**, 6, pp. 542-573, (1976)
- (5-4) 荒木保之: "EBAモデルのファジィ集合による拡張",  
心理学研究, **55**, pp. 88-94, (1984)
- (5-5) G. SHAFER: "A mathematical theory of evidence",  
pp. 35-55, Princeton University Press (1976)
- (5-6) 松原 望: "新版意思決定の基礎", 朝倉書店 (昭60)
- (5-7) H. CHERNOFF and L. MOSES: "Elementary Decision Theory",  
John Wiley & Sons; 宮沢光一訳: "決定理論入門", 紀伊国屋書店  
(昭35)

## 第6章

- (6-1) 赤堀侃司, 清水康敬: "2肢選択問題における回答選択の確信度", 電子  
情報通信学会投稿中
- (6-2) DIK, J.J.: "Tests for preference", Mathmatisch Centrum,  
Amsterdam (1983)
- (6-3) WEIDLICH, W.: "Collective phenomena"  
(Editor, Hakken, H: "Synergetics", Springer-Verlag (1978)),  
(訳, 牧島邦夫, 小森尚志, "協同現象の数理", 東海大学出版会(1986))
- (6-4) KENDALL, M.G.: "The Advanced Theory of Statistics", vol.1-  
vol.3, Charles Griffin Co, London (1952)
- (6-5) KENDALL, M.G., BUCKLAND, W.R.: "A dictionary of statistical  
terms", 4th edition, International Statistical institute,  
Longman Group Co, New York (1982)

## 第7章

- (7-1) 赤堀侃司: "物理教科の授業分析", 日本教育工学雑誌, vol. **2**,  
pp. 7-17, (1977)

- (7-2) 赤堀侃司：“物理教科の授業分析(Ⅱ)”，日本教育工学雑誌，vol. 5，  
pp. 1-12，(1980)
- (7-3) 田中良久：“心理学研究法 16，尺度構成”，東京大学出版会，東京，  
(1973)
- (7-4) GUILFORD，J. P. “Psychometric methods”，2nd ed.  
Mc Graw-Hill，(1954)
- (7-5) TORGERSON，W. S. “Theory and Methods of Scaling”，  
Wiley，(1958)
- (7-6) 林知己夫，藤本 熙：“統計数理の基礎と応用”，日刊工業新聞社，  
(1968)
- (7-7) LAWLEY，D. N and MAXWELL，A. E：“Factor Analysis as  
a Statistical Method”，Butter worths，(1963)  
(丘本正 監訳：因子分析法，日科技連 (1970))

## 第 8 章

- (8-1) 赤堀侃司：“教授学習行動のパターン分析”，日本教育工学雑誌，投稿中
- (8-2) ALLEN，D. and PYAN，K.：“Microteaching”，Addison-Wesley，  
Reading，Mass. (1969)
- (8-3) FLANDERS，N. A.：“Interaction Analysis and inservice Training”，  
J. of Exper. Educ.，37，pp. 294-298，(1968)
- (8-4) HOUGH，J. B. and DUNCAN，J.K.：“Teaching：Description and  
Analysis”，Addison-Wesley，Reading，Mass. (1970)
- (8-5) 小金井正己：“教師教育と教育工学(その1)”，日本教育工学雑誌，2.  
pp. 161-170，(1977)
- (8-6) AKAHORI，K. and OHTANI，H.：“Extended Method of Categori-  
cal Analysis：Teacher-Pupils Interaction”，Proceedings of  
Educational Technology International Conference，ETIC' 87，  
p. 8 (1987)
- (8-7) HUBERT，L.：“Min and Max Hierarchical Similarity using  
Asymmetric Similarity Measures”，Psychometrika，38，1，  
pp. 63-72 (1973)

- (8-8) 藤原秀雄：“非対称測度と等質性係数を用いたクラスター分析法”，  
行動計量学，7，2，pp.12-21 (1980)
- (8-9) TAKEYA, M.：“A Clustering Method for a Fuzzy Digraph Based  
on Connectedness and its Application to Instructional Evaluation”，  
Proceedings of the IFAC Symposium, pp. 163-168 (1982)
- (8-10) WARFIELD, J. N.：“Binary Matrices in System Modeling”，  
IEEE Trans. **SMC-3** (5), pp. 441-449 (1974)
- (8-11) 佐藤隆博，千村浩靖：“キー概念と教材モジュールを関連づけて表した教  
材構造グラフの作成法”，日本教育工学雑誌，6，pp. 147-156 (1982)

## 第9章

- (9-1) 赤堀侃司：“教授学習行動の時系列分析”，電子情報通信学会論文誌，  
vol. **J71-A**, No. 5, pp. 1185-1192, (1988)
- (9-2) 赤堀侃司：“授業のカテゴリー分析における行動系列の抽出”，行動計量  
学，vol. **15**, No. 2, 掲載予定, (1988)
- (9-3) ALLEN, D. and PYAN, K.：“Microteaching”，Addison-Wesley,  
Mass. (1969)
- (9-4) 永岡慶三：“授業過程における教師発言等の状態持続時間の計測と分析の  
方法の開発”，日本教育工学雑誌，vol. **8**, pp. 1-9, (1983)
- (9-5) 松原伸一，吉本英夫，藤田廣一：“S-T授業表示法における指数の利用  
法—授業のパターン化—”，日本教育工学雑誌，vol. **7**, pp. 9-19,  
(1982)
- (9-6) AKAHORI, K. and OHTANI, H.：“Extended Method of Categorical  
Analysis : Teacher-Pupils Interaction”，Aspects of Educational  
Technology, vol. **21**, pp. 79-90, (1987)
- (9-7) HUBERT, L.：“Min and Max Hierarchical Similarity using  
Asymmetric Similarity Measures”，Psychometrika, **38**, 1,  
pp. 63-72 (1973)
- (9-8) 藤原秀雄：“非対称測度と等質性係数を用いたクラスター分析法”，  
行動計量学，7，2，pp.12-21 (1980)

( 9-9 ) TAKEYA , M. : " A Clustering Method for a Fuzzy Digraph  
Based on Connectedness and its Application to Instructional  
Evaluation " , Proceedings of the IFAC Symposium , pp.163-  
168 (1982)