

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	大強度軽イオンビームの自己磁場による収束と伝播の理論的研究
Title(English)	
著者(和文)	青木尊之
Author(English)	TAKAYUKI AOKI
出典(和文)	学位:理学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第1964号, 授与年月日:1989年9月30日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Science, Conferring organization: , Report number:乙第1964号, Conferred date:1989/9/30, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

大強度軽イオンビームの自己磁場による
収束と伝播の理論的研究

青木 尊之

目次

第1章 序論	1
1-1 慣性核融合	1
1-2 エネルギー・ドライバーとしての軽イオンビーム	3
1-3 軽イオンビームの収束と伝播	4
1-4 研究の目的	6
第2章 自己磁場によるビーム伝播	11
2-1 ビームの平衡状態と回転伝播	11
2-2 微視的基礎方程式と平衡解	13
2-3 巨視的基礎方程式と平衡解	16
2-4 ビーム伝播中の電流中性化	19
2-5 自己磁場を考慮したビームの電流中性化	21
2-5-1 二流体モデル	21
2-5-2 強磁場中の電流中性化率の次元解析	24
2-6 ビーム伝播のシミュレーション	26
2-7 まとめ	28
第3章 ビーム伝播の安定性	37
3-1 基礎方程式と平衡解	37
3-2 安定化効果の解析的見積り	39
3-3 安定性解析の方法	42
3-4 数値計算の結果	45
3-5 まとめ	46
第4章 回転伝播ビームのプラズマ中での収束	59
4-1 導入	59
4-2 自己磁場による収束の機構	60
4-3 シミュレーションの手法	61
4-3-1 基礎方程式	61
4-3-2 数値計算法	64
4-3-3 C I C法	67
4-4 ビーム収束性への背景プラズマ密度の影響	69
4-5 回転のための磁場 B_r の最適化	71

4-6	まとめ	73
第5章	ビーム収束過程の電子電流と磁場発生	89
5-1	導入	89
5-2	数値計算法	90
5-2-1	基礎方程式	90
5-2-2	陰解法	91
5-2-3	行列計算	93
5-3	電荷中性化の過程	94
5-4	電子電流のパス	95
5-5	自己磁場のエネルギー	96
5-6	ビームの収束性	98
5-7	まとめ	99
第6章	中性ガス中でのビーム収束	107
6-1	導入	107
6-2	ビームと中性ガスの相互作用	107
6-3	プラズマ生成過程	108
6-4	中性ガス中でのビーム収束のシミュレーション	110
6-5	まとめ	111
第7章	結 論	118
	発表論文	121
	謝 辞	124

本論文で用いられる物理量の表記

n	数密度
u	流体速度
T	温度
p	圧力
f_b	ビームの分布関数
r_b	ビーム粒子の位置
v_b	ビーム粒子の速度
E	電場
B	磁場
ϕ	スカラー・ポテンシャル
A	ベクトル・ポテンシャル
k_B	ボルツマン定数
ϵ_0	真空の誘電率
μ_0	真空の透磁率
e	素電荷
m	質量
c	光速
ρ	密度または電荷密度
j	電流密度
σ	電気伝導度または断面積
ω_p	プラズマ振動数
ω_c	サイクロトロン振動数
τ_{ei}	電子-イオン衝突緩和時間
ν_{ei}	電子-イオン衝突振動数
下付き添字 b	ビームの物理量を表す
下付き添字 e	電子の物理量を表す
下付き添字 i	イオンの物理量を表す
下付き添字 n	中性ガスの物理量を表す
f_e	電荷中性化率
f_m	電流中性化率

MKSA 単位系が用いられている。

第1章 序 論

エネルギー源としての核融合の重要性については言及するまでもないであろう。これまで、主に磁場閉じ込め方式と慣性閉じ込め方式により研究が進められてきた。最近では μ 粒子による触媒核融合も見直され始めているが、どの方式も核融合実現への見通しは立っていないのが現状である。本章では、慣性核融合の特徴について述べ、軽イオンビームを慣性核融合のエネルギー・ドライバーとして用いる場合の利点と問題点を明らかにすることにより、本論文の主題である「軽イオンビームの伝播と収束」の研究の目的と意義を明確にする。

1-1 慣性核融合

熱核融合を評価するパラメータとしてプラズマの数密度 n と閉じ込め時間 τ の積 $n\tau$ がある。本論文では最も実現性の高い DT 反応にのみ話を限ることとし、Lawson 条件¹⁾は $n\tau > 10^{21}$ s/m³ となる。磁場閉じ込め方式はプラズマ密度を比較的低くし ($n \sim 10^{21}$ m⁻³)、閉じ込め時間を長くする ($\tau \sim 1$ sec) ことにより Lawson 条件を達成しようとする。それに対し慣性閉じ込め方式は $n \sim 10^{31}$ m⁻³、 $\tau \sim 1$ nsec を目指す。慣性核融合ではパラメータ $n\tau$ は DT 燃料コアの半径 R と密度の積 ρR に対応し、 $\rho R \sim 10$ kg/m² が Lawson 条件に相当する²⁾。慣性核融合の特徴は、DT 反応率、energy deposition rate、電子-イオン・エネルギー緩和率など ρ^2 に比例することから、反応生成物による自己加熱や反応波の伝播が ρR に比例することである³⁾。DT 燃料の燃焼率 f も

$$f = \frac{\rho R}{8mc_s / \langle \sigma v \rangle + \rho R} \quad (1-1)$$

ρR に支配される⁴⁾。 c_s は音速を表し、 $\langle\sigma v\rangle$ は平均反応周波数である。 $\rho R \sim 30 \text{ kg/m}^2$ 温度が 20 keV ならば、反応率は $f \sim 35\%$ に達する。そして発生した α 粒子は DT 燃料内にエネルギーを落とすため、一度燃料の中心で点火すれば DT 反応の燃焼波が燃料内を伝播する。また ρR が 30 kg/m^2 以上であれば生成された中性子もそのエネルギーの数 % 以上を燃料内に落とす⁵⁾。燃料が高 Z 物質で囲まれていると、輻射エネルギーの損失も防ぐことができる。さらに DT 燃料が高密度であるため、結合係数 $\Gamma \sim 1$ の強結合プラズマになり DT 反応の断面積の増加も期待できる⁶⁾。このように慣性核融合には多くの利点が存在し、非常に効率の良い核融合方式と言える。慣性核融合の本質は、如何に DT 燃料を高密度、高温に圧縮するかということになる。短時間に膨大なエネルギーを DT 燃料に隣接する物質（プッシャー）に与え、その圧力により燃料を圧縮させるのが爆縮である。圧縮は 3 次元的に行うと効率が良く、標的は必然的に球状になる。しかしプッシャーの圧力以上に燃料の圧力を上げることはできないため、燃料の受ける圧力を運動量に変える方法がとられる。即ち図 1-1 のような中空状（球殻状）の標的構造にし、燃料は圧力を受けて内向きに加速されて中心で衝突する。そこで燃料の持つ運動量が圧力に変換され、圧力はプッシャーの圧力の 10^4 倍にも達する⁷⁾。この圧力により慣性核融合に必要な高密度、高温プラズマが形成される。

そこで、エネルギーを短時間で燃料に隣接する物質に注入する方法が問題となる。指向性が強く、時間、空間的に密度の高いエネルギー源を用いることが考えられる。即ちパルス状のビーム（粒子ビーム、レーザービーム）を用いる方法であり、慣性核融合ではそれらをエネルギー・ドライバーと呼ぶ。エネルギー・ドライバーについては、本論文の主テーマであり、次節で説明を行う。

慣性核融合炉は大別すると、エネルギー・ドライバーの発生、燃料への注入、核反応エネルギーの回収からなる。燃料標的の密度が大きいため、発生する反応エネルギー束は燃料近傍で膨大になる。そのため、炉の第一壁は燃料標的から数 m 以上離れている必要がある。ただし炉内を高真空にする必要がなく第 1 壁に液体 Li を使用することができるため、中性子損傷の問題は大幅に軽減される⁸⁾。炉心プラズマの閉じ込めのための装置や磁場エネルギーなどが必要ないため、DT 燃料プラズマ自身の反応効率の良さと合わせて、慣性核融合は将来の実用炉につながる非常に有望な方式と言える。

1-2 エネルギー・ドライバーとしての軽イオンビーム

慣性核融合ではエネルギー・ドライバーの占める役割が大きい。約 20mg DT 燃料から GJ のエネルギーを取り出すためには標的表面上で 100 TW/cm² 以上のパワー密度、数 MJ のエネルギーを半径数 mm の燃料標的に注入することが要求される⁹⁾。軽イオンビームをエネルギー・ドライバーとして用いることの利点について、他のエネルギー・ドライバー（レーザー、重イオンビーム、相対論的電子ビーム）と比較して説明を行う。エネルギー・ドライバーにかかわる事項として、ビーム発生、収束、伝播、標的相互作用が上げられるが、本節ではビーム発生と標的相互作用について考察する。

粒子ビームやレーザービームの様な指向性の強いエネルギーはエントロピーが低い形態のエネルギーと言える。ここではエントロピーについて厳密に議論するつもりは無く、無秩序さを表す量として感覚的に使用することにする。エントロピーを低下させるには一般にエネルギーが必要であり、ビーム発生においても、電力からのビームへのエネルギー変換効率が重要となる。この発生効率は核融合炉がサイクルとして成り立つために非常に重要な事項である。レーザーはコヒーレント光であり、重イオンビームは加速器を用いるため粒子のエネルギーが一定になっていて、エントロピーの非常に低いエネルギー形態のビームと言える。軽イオンビームと相対論的電子ビームはパルスパワーを用いて発生するため、加速された粒子は広範囲のエネルギー分布を持ち、重イオンビームなどと比べて桁違いに高いエントロピーを持つ。粒子の質量が重い分だけ電子ビームより軽イオンビームの方がエントロピーが低い。レーザーや重イオンなどのエントロピーの低いビームは、発生効率が極めて低いが、多方向への応用は可能になる。しかし、慣性核融合への利用を考えた場合、燃料に熱というエントロピーの高い形態のエネルギーを注入することが目的なので、発生効率を低下させてまで、エントロピーの低いレーザーや重イオンビームを用いることが必要なのか疑問が生じる。パルスパワーを利用した粒子ビームの発生の現状は、軽イオンビームの発生効率が～20%、相対論的電子ビームの発生効率は～50%であり、総エネルギーでは慣性核融合に必要な範囲にあと一桁以内に到達していて、十分にスケールアップは可能である。

ビームと標的の相互作用は多くの物理過程が絡み合うため、エントロピーと言
 う一面的な評価は難しい。レーザーは電磁波であるためそのエネルギーを標的の
 内部に注入することができず、爆縮効率の低下につながる。それに比較すると粒子
 ビームは飛程 (stoppingrange) が長く、終点近くに多くのエネルギーを落とす。
 しかし相対論的電子ビームの場合、古典的な相互作用以外に異常相互作用が現れ、
 爆縮に適さない現象を伴う。軽イオンビームと重イオンビームはほぼ古典的な相
 互作用を行い、標的内部のプッシャー層に十分なエネルギーを落とせる。これは
 外側に図 1-1 のようなタンパー層を持つ標的構造を可能にし、プッシャーの圧
 力を高めることができるため爆縮効率を上げることができる¹⁰⁾。また、高温のプッ
 シャーの回りに高 Z 物質を置くことができれば、輻射に対するキャビティ構造に
 なり、X 線への高効率な変換が可能になる。従ってプッシャーの温度分布に不均
 一が生じてても、平均自由行程の長い輻射輸送により均一化が期待できる。さら
 に X 線による間接駆動爆縮も可能になる¹¹⁾。シミュレーションなどの結果により、ビー
 ム粒子としてプロトンを用いた場合、最適な粒子エネルギーは数 MeV であり¹²⁾、
 パルスパワー装置で十分加速できる範囲である。ビーム発生と標的相互作用の点
 からは、パルスパワーを利用した軽イオンビームが最も慣性核融合に適している
 と言える。

1-3 軽イオンビームの収束と伝播

エネルギー・ドライバーには標的表面上で $\sim 100 \text{ TW/cm}^2$ が要請されるが、
 発生の段階からこのパワー密度を要求するのは困難である。それぞれのビームで
 単位面積当り発生できるパワー密度に限界があり、軽イオンビームの場合、
 Child - Langmuir 制限電流^{13,14,15)}により規定される。プロトンビームであるとす
 ると、発生可能な電流密度は

$$j_b = \frac{4}{9} \epsilon_0 \left(\frac{2Z_b e}{m} \right)^{1/2} V^{3/2} d^{-2} \quad (1-2)$$

になり、電位差 V を 5 MV、電極間距離 d を 2.7 mm とすると j_b は 8 kA/cm² になる。これはパワー密度にすると 40 GW/cm² にしかならず、ビーム収束により 2000 倍に増加させなければならない。収束という観点から見れば、エントロピーの低い形態のエネルギーは容易であり、レーザーと重イオンビームにおいて収束の問題は無いと言ってよい。軽イオンビームの場合は収束が問題であり、エネルギー密度、あるいはパワー密度が不足しているのが現状である。現在、軽イオンビームの収束はビームの電荷と電流を中性化し、ダイオードの形状により幾何学的に収束する方法を試みている^{16,17)}。従ってより良質のビーム（エントロピーの低いビーム）を発生することが重要になっている。ビームの収束性を悪くしている（エントロピーを高くしている）理由は、粒子の局所発散角 (divergence angle)、およびずれ角 (deviation angle) である。その原因はアノードプラズマの不均一性、温度分布、カソード電子シースの安定性¹⁸⁾、ダイオード形状、絶縁磁場による影響、自己電荷、自己磁場の影響などである¹⁹⁾。これらはビーム発生効率が高いことに付随して現れる特徴と理解でき、ビームの収束は軽イオン慣性核融合のエネルギー・ドライバーに用いる場合の最も大きな問題点である。これを回避できるかどうかは核融合炉への鍵と言える。

ビームが収束できたと仮定すると、次にビームを標的まで輸送させることが必要となる。ビームを幾何学的に収束した場合、収束点を通過するとビームは発散する。収束点を標的の位置とすればよいが、ビーム粒子が局所発散角を持つ（エミッタンスを持つ）場合に数 m 先の標的上に幾何学的に収束することは非常に困難である。これは光学と同じことであり、収束点はビーム発生位置から～ 30 cm 以内が限界である。収束点通過以後はビームを収束させた状態で標的まで輸送させる必要がある。半径方向に発散するビーム粒子の運動を数 mm の半径内に閉じ込める機構が必要となる。現在、 z 放電プラズマ・チャンネルによる方法²⁰⁾が提案されていて、伝播方向の放電電流の作る磁場により閉じ込めることが検討されている。しかし、以下のような多くの問題点を含んでいる。1) チャンネル・プラズマの形成、2) 半径方向のビーム粒子の運動エネルギーが大きいことによる放電電流の増大²⁾、3) チャンネル磁場と帰還電流との相互作用によるチャンネル・プラズマの半径方向への拡散²¹⁾、4) それによる最終収束の必要性²²⁾、5) チャンネル不安定性、6) 標的近傍でチャンネルの重なり合いによる閉じ込め磁場の消

失、等である。ビームを収束させたことによりビームのエントロピーが増大し、伝播をより難しくしたとも考えられる。核融合炉につながる軽イオンビームの伝送法は現状では確立されていない。軽イオンビームは標的物質との相互作用が良いが、そのことは逆に電磁場の影響を受け易いことにつながり、収束や伝播が困難になっている理由と考えられる。

1-4 研究の目的

軽イオンビームは発生と標的相互作用において有利であるが、収束と伝播が難しく、軽イオンビームによる慣性核融合は大きな問題点を持っている。本論文では軽イオンビームの収束と伝播を可能にする新しい方法を提案し、計算機シミュレーションによりその有効性を検証することを目的とする。

軽イオンビームの収束と伝播が困難な理由はビームが荷電粒子であり、電磁場の影響を受け易いためと考えられる。ビーム発生効率が高いことからエントロピーが高くなるのは必然的であり、それを改善する方法が必要になる。ビームが荷電粒子であるために集団的なビーム電荷とビーム電流が現れるが、それを逆に利用する方法を提案する。今まで提案されている収束と伝播法は電子によりビーム電荷とビーム電流を中和する方法であった。しかしビーム発生時に持ち込まれたエントロピーの高さは改善できない。そこでビームの自己電流の作る自己磁場を利用した収束と伝播を考える。ビーム電荷の作る静電場はビームを発散させエントロピーを増大させるが、自己磁場はビームをピンチさせエントロピーを低下させる。しかしその分、ビームの運動エネルギーが磁場のエネルギーに変換されて、ビームとしてのエネルギーの輸送効率は低下する。また、ピンチ効果を利用するためには、ビームを回転し安定化させることが必要になる。

自己磁場によるビームの収束と伝播においては、ビームの電荷は十分に中和されていること、電流中性化率が低いこと、ビーム電流が大きいこと、自己磁場のエネルギー変換率が高すぎないことなどが必要条件になる。以下、第2章ではビーム伝播における回転伝播ビームの平衡解が調べられ、その性質が理解される。

また、平衡解において仮定された電流中性化率が、次元解析とシミュレーションで評価される。第3章ではビーム伝播の平衡解の巨視的安定性が解析され、ビームの回転による安定化効果が理解される。また、安定性の点からビームの回転速度に制限が与えられる。第4章ではプラズマ中において自己磁場を利用したビーム収束について、電荷の準中性の仮定を用いたシミュレーションにより検証される。背景プラズマ密度と、ビームを回転させるために半径方向に外部から印加する磁場強度を求める。しかし、強磁場が発生し、プラズマ密度がビームと同程度以下になる収束点近傍では、準中性の仮定を置くことができなくなる。第5章では Poisson 方程式を解き、ビームの収束過程を再評価する。背景プラズマ中の電子電流と、ビームの運動エネルギーから自己磁場のエネルギーへの変換率も調べられ、ビーム収束に対する背景プラズマ密度の条件が若干修正される。第6章では中性ガス中でのビーム収束の可能性が検討される。

軽イオンビームによる慣性核融合は将来の炉につながる方式として有望であり、その問題点であるビームの収束と伝播に関する研究は、エネルギー源としての核融合の実現に対して重要であり意義深いものと考えられる。

第1章の参考文献

- 1) J. D. Lawson : Proc. Phys. Soc. London **B70**, 6 (1957).
- 2) K. Niu : "Nuclear Fusion" (Cambridge Univ. Press, 1989).
- 3) J. J. Duderstadt and G. A. Moses : "Inertial Confinement Fusion" (J. Wiley & Sons, New York, 1982)
- 4) G. S. Fraley, E. J. Linnebur, R. J. Mason and R. L. Morse : Phys. Fluids, **17**, 474 (1974).
- 5) F. H. Southworth and J. D. Campbel : Trans. Am. Nucl. Soc., **21**, (1975) 15.
- 6) N. Itoh, H. Totsuji, S. Ichimaru and H. E. Dewitt : J. Astrophys., **234** (1979) 1079.
- 7) K. Niu and T. Aoki : Fluid Dynamics Research, **4**, 195 (1988).
- 8) H. Madarame, et al. : Rep. of Univ. Tokyo, Nucl. Eng. Res. Lab., UTNL-R-0144 (1982).
- 9) K. Niu and S. Kawata : Fusion Tech., **11**, 365 (1987).
- 10) M. Tamba, N. Nagata, S. Kawata and K. Niu : Laser and Particle Beams, **1**, 121 (1983).
- 11) T. Yabe : Jpn. J. Appl. Phys., **22/2**, L88 (1983).
- 12) K. Niu, H. Takeda and T. Aoki : Laser and Particle Beams, **6**, 149 (1988).
- 13) I. Langmuir : Phys. Rev. **2**, 450 (1913).
- 14) C. D. Child : Phys. Rev. **32**, 492 (1911).
- 15) I. Langmuir : Phys. Rev. **33**, 954 (1929).
- 16) D. J. Johnson, et al. : J. Appl. Phys., **58**, 12 (1985).
- 17) J. E. Maenchen, et al. : Proc. 6th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Kobe, 85 (1986).

- 18) T. R. Lockner, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 311 (1988).
- 19) C. L. Chang, et al. : Phys. Fluids, **29**/4 (1986) 1258.
- 20) P. F. Ottinger, D. Mosher and S. A. Goldstein : Phys. Fluids, **23**, 909 (1980).
- 21) G. Cooperstein, et al. : Laser Interaction and Related Plasma Phenomena, **6** (Plenum Press, New York, 1983).
- 22) J. M. Neri, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 165 (1988).

3層球殻構造

外半径 5 mm

各層の厚さ

⊘ Pb Tamper

$$\delta_{\text{Pb}} = 25 \mu\text{m}$$

⊘ Al Pusher

$$\delta_{\text{Al}} = 250 \mu\text{m}$$

■ DT

$$\delta_{\text{DT}} = 25 \mu\text{m}$$

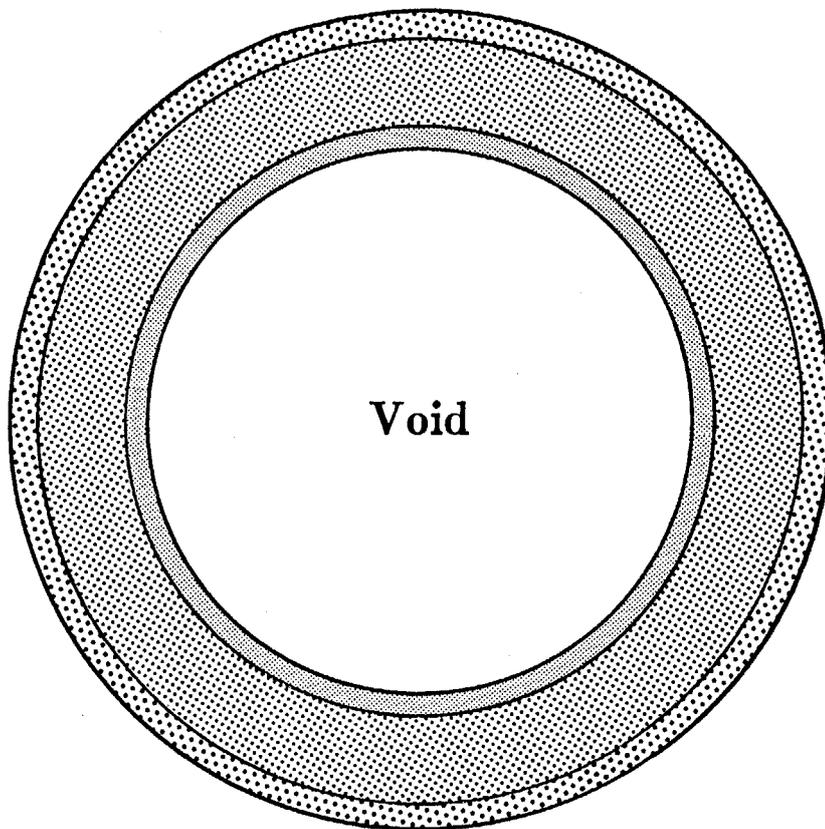


図1-1 軽イオンビームによる慣性核融合の燃料標的構造

第2章 自己磁場によるビーム伝播

2-1 ビームの平衡状態と回転伝播

慣性核融合炉の概念では、ダイオードで発生された円柱形状のビームが炉内を数 m 伝播して半径数 mm の標的に照射される¹⁾。本論文ではビームの伝播方向を z とする円柱座標を用い、 θ 方向には一様であると近似する (図 2-1)。ビームパルスは 30 nsec で粒子エネルギーが数 MeV 程度と考えると、半径数 mm で長さ 1 m 程度の細長いビームとなるため、ビームの殆どの部分が z 方向にも一様であると見なすことができる。従ってビーム伝播中の電磁場とビームの分布を調べることは、第 0 次近似で r 方向の一次元平衡解を解く問題になる。2-4 節以降ではビームが有限な長さであることを考慮した非定常の解析が行われる。軽イオンビームは荷電粒子の集合体であるため、電磁場との相互作用を含んだ気体分子運動論的扱いと、巨視的な電磁流体力学的扱いが可能になる。

軽イオンビームの平衡状態では、 z 方向に伝播しながら r 方向に拡がらないために、ビームの r 方向の巨視的な速度はゼロでなければならない。そのためにはビームの背景に (負の電荷の) 電子が存在し、ビームの電荷を巨視的に打ち消す必要があることを示す。ビームの密度が r 方向に中心から r_b まで一定値 n_0 で分布し、 z 方向と θ 方向には一様であるとする。ビームの巨視的な速度は z 方向に u_0 であるとき、電磁場の r 方向の分布は

$$E_r = (1 - f_e) \frac{en_0}{2\epsilon_0} r, \quad (2-1)$$

$$B_\theta = (1 - f_m) \frac{\mu_0 en_0 u_0}{2} r, \quad (2-2)$$

となる。背景電子の影響は電荷中性化率 f_e 、電流中性化率 f_m として式 (2-1)、(2-2) に含まれる。最も外側のビーム半径 ($r=r_b$) を通過するビーム粒子を考え、

その r 方向の運動方程式を立てると、

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e^2 n_0 r_b}{2 \epsilon_0 m_b} \left(1 - f_e - \beta^2 (1 - f_m) \right), \quad (2-3)$$

となる。ここで β は u_0/c であり、 c は光速を表す。粒子エネルギーが数 MeV の場合、 β は 0.1 程度になり、ビームの外端が外側に拡がらないためには、 $(1-f_e) - \beta^2(1-f_m) \leq 0$ が必要とされる。電流中性化は $0 \leq f_m \leq 1$ であるので、電荷中性化率に対し $f_e \geq 0.99$ が要求される²⁾。

実際にはビーム粒子は収束などの原因で r 方向の速度を持つため、 r 方向の圧力勾配が存在する。従ってビームが伝播するためには、ビーム粒子を r 方向に閉じ込める機構が必要となる。これには二つの方法が現在考えられている。一つは外部から磁場をかける方法である。ビームを閉じ込めるには θ 方向の磁場が必要で、外部から z 放電チャンネルなどの z 方向の放電電流を利用する。しかし第 1 章で述べたように、この方法には数多くの問題点が存在している。

もう一つの方法はビーム自身の電流を利用し、自己磁場でビームを閉じ込める方法である^{3,4)}。ビーム電荷が完全に中性化され、電流だけが中性化されない状況になれば、 $(1-f_e) - \beta^2(1-f_m) \sim -\beta^2(1-f_m) \leq 0$ となり、式 (2-3) からビームの端の粒子は内向きの加速度を受けて中心へ向かう。中心を通り越すと外向きの速度を持つようになるが、再び内向きの加速度を受けて減速し、ビーム半径の端で方向を変える。ビーム粒子はこのような r 方向のベータトロン振動を伴いながら z 方向に伝播する。このビーム粒子の振動エネルギーは巨視的には温度と見なされる。慣性核融合のドライバーの場合、軽イオンビームの電流は数 MA と大きく、自己磁場は数 10 Tesla 以上にもなり得る。ビームの発生条件から、ビームの r 方向の温度が \sim MeV になる場合でも自己磁場を利用できればビーム伝播が可能になる。その反面、ビーム電流が弱い場合 ($<$ MA) や、電流中性化率 f_m が 1 に近い場合などは発生する磁場が弱く平衡が成り立たなくなる。電荷中性化率と電流中性化率は背景プラズマの状態、特に密度に依存することが予想される。プラズマの密度が十分に高い場合は $f_e \sim 1$ 、 $f_m \sim 1$ が達成されることが分かっている²⁾。また、密度が極端に低い場合も $f_e \sim 0$ 、 $f_m \sim 0$ となるのは明かである。ビ

ームの平衡条件の議論の際には、非定常的に決まる電流中性化の議論は不可能なので $f_m=0$ または $f_m < 1$ として平衡状態を解析する。

自己磁場を利用したビーム伝播においては、平衡状態の安定性が問題になる。強磁場下では Alfvén 波の速度で成長する不安定性の存在が予想され、ビーム伝播時間の 100 nsec (炉半径÷ビーム速度) 内にビームが崩壊してしまう恐れがある。従ってビームを安定化させる機構が必要となる。磁場閉じ込めプラズマのソーセージ不安定性が軸方向磁場で抑えられるように、自己磁場伝播ビームにも z 方向の磁場を加えることが考えられる。 z 方向の磁場は θ 方向の電流で誘起されるが、炉ガス中に θ 方向の電流を流すのは困難である。そこでビームを回転させ、 θ 方向の自己電流により z 方向の磁場を作り自ら安定化させる方法が考えられる。この回転伝播ビームについて、まず平衡解を導くことにより性質を調べる。

2-2 微視的基礎方程式と平衡解

ビーム粒子は数 MeV の運動エネルギーを持つため、粒子相互の衝突あるいは背景プラズマとの衝突の平均自由行程は 10^4 m になる。炉内を伝播する程度の距離では無衝突として扱うことができ、ダイオードで発生された際の速度空間で非等方的なビームの分布関数は Maxwell 分布へと緩和しない。従ってビームの伝播の平衡解を考える場合も、ビームの分布関数 f_b と電磁場に対する Vlasov-Maxwell 方程式を基礎方程式とする⁵⁾。

$$\frac{\partial f_b}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_b}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m_b} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_b}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (2-4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (e \int f_b d\mathbf{v} + \rho_i + \rho_e), \quad (2-5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (e \int \mathbf{v} f_b d\mathbf{v} + \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2-6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (2-7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (2-8)$$

ここで f_b はビームの分布関数を表し、位相空間と時間の関数 $f_b = f_b(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ である。式(2-4)の特性方程式は、粒子の運動方程式

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{m_b}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) , \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} , \quad (2-9)$$

になる。平衡状態については、定常であり θ 方向と z 方向に一様であると仮定するため

$$v_r \frac{\partial f_b}{\partial r} + \left[\frac{v_\theta^2}{r} + \frac{e}{m_b}(v_\theta B_z - v_z B_\theta) \right] \frac{\partial f_b}{\partial v_r} - \frac{e}{m_b} v_r B_z \frac{\partial f_b}{\partial v_\theta} + \frac{e}{m_b} v_r B_\theta \frac{\partial f_b}{\partial v_z} = 0 ,$$

となる。この形の方程式の一般解は特性線上で保存される量 (運動の積分) H, P_θ, P_z

$$H = \frac{1}{2}(v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2) , \quad (2-10)$$

$$P_\theta = m_b r v_\theta + e r A_\theta , \quad (2-11)$$

$$P_z = m_b v_z + e A_z , \quad (2-12)$$

の任意関数で表される。特解として⁶⁾

$$f_b(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n_0 r_0 m_b^2}{2\pi} \delta(H - H_0) \delta(P - P_0) , \quad (2-13)$$

$$H_0 = v_0 P_z - \frac{1}{2} m_b v_0^2 + E_0 , \quad (2-14)$$

を選ぶ。この解は z 方向に一定の角運動量 P_0 を持ち、 z 方向に速度 v_0 で動く系から見ると一定のエネルギー E_0 を持つ分布である。ダイオードでのビームの発生状況から考えると合理的な分布と考えられる。この分布ならば Maxwell 方程式 (2-5), (2-6) はベクトル・ポテンシャル A_θ , A_z について積分が可能になる。ビーム粒子はある一定の範囲内にしか存在できず、

$$E_0 - \frac{1}{2m_b r^2} (P_0 - erA_\theta)^2 + ev_0 A_z \geq 0 \quad (2-15)$$

を満たす $r_1 \leq r \leq r_2$ の半径内に分布する。巨視量は以下のように得られる⁶⁾。

$$n_b = n_0 \frac{r_0}{r} \quad (2-16)$$

$$u_\theta = \text{const} \left[I_1(\alpha r_2^{1/2}) K_2(\alpha r^{1/2}) + I_2(\alpha r^{1/2}) K_1(\alpha r_2^{1/2}) \right] \quad (2-17)$$

$$u_z = v_0 \quad (2-18)$$

$$B_\theta = B_0 \left(1 - \frac{r_1}{r} \right) \quad (2-19)$$

$$B_z = B_0 \left(\frac{r_2}{r} \right)^{1/2} \left[I_1(\alpha r_2^{1/2}) K_2(\alpha r^{1/2}) - I_2(\alpha r^{1/2}) K_1(\alpha r_2^{1/2}) \right] \quad (2-20)$$

ここで $\alpha^2 = 4n_0 e^2 r_0 / m_b \epsilon_0 c^2$, $B_0 = \mu_0 n_0 v_0 r_0$ である。解の r 方向のプロファイルを図 2-2 に示す。ビームの数密度が中空状になっているのは、分布関数を式 (2-13) と規定したことにより、角運動量がゼロの粒子が存在しないためである。分布関数の選び方次第でビームの数密度が中実になることもあり、ビーム発生の状況を十分に反映させることが現実に近い平衡解を得るために重要である⁷⁾。

2-3 巨視的基礎方程式と平衡解

ビームの分布関数は Maxwell 分布から外れている方が一般的であるが、ビームの圧力勾配が他の巨視的物理量に較べて支配的でないならば、電磁流体力学近似により巨視量だけの性質を調べることも十分に意味がある。電磁流体力学の基礎方程式は Vlasov 方程式(2-4) のモーメントを取ることもによっても導出できる。Maxwell 方程式も合わせて記述すると、

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla \cdot (n_b \mathbf{u}_b) = 0, \quad (2-21)$$

$$m_b n_b \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_b = Z_b e n_b (\mathbf{E} + \mathbf{u}_b \times \mathbf{B}) - \nabla p_b, \quad (2-22)$$

$$-\frac{3}{2} n_b k_B \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] T_b = -p_b \nabla \cdot \mathbf{u}_b, \quad (2-23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_b + \rho_i + \rho_e), \quad (2-24)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j}_b + \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2-25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2-26)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2-27)$$

となる。ビームの圧力 p_b , 内部エネルギー e_b については、理想気体の $p_b = n_b k_B T_b$, $e_b = 3/2 n_b k_B T_b$ が適用される。 \mathbf{u}_b は巨視的速度を表し、 Z_b はビームの電荷であるが、本章ではプロトン・ビームを仮定し $Z_b = 1$ とする。Collision less であるため、輸送係数を含む項は存在しない。

巨視的な平衡状態を考えると、前節と同じく系は定常で、 θ 方向と z 方向

に一様であるとする。\$r\$ 方向にビーム半径が拡大しないために \$u_r=0\$ であると仮定される。連続方程式 (2-21) とエネルギー方程式 (2-23) は自動的に満たされ、運動方程式 (2-22) と Maxwell 方程式 (2-25) だけがビームの巨視量を決定する。自己磁場で閉じ込められながら伝播する熱いビームの平衡解の一例として、軽イオンビームの場合にも Bennet ピンチ⁸⁾のプロファイルがある。ビームは \$z\$ 方向の速度だけを持ち、回転していないとすると、運動方程式 (2-22) の \$r\$ 成分と Maxwell 方程式 (2-27) の \$z\$ 成分から \$B_\theta\$ を消去して

$$\frac{d^2 n_b}{dr^2} - \frac{1}{n_b} \left(\frac{dn_b}{dr} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{dn_b}{dr} + \frac{1}{n_0 r_b^2} n_0 = 0, \quad (2-28)$$

$$r_b = \frac{k_B T_0}{\mu_0 e^2 n_0 u_{z0}}, \quad (2-29)$$

が得られる。ここで \$T_0\$ はビームの温度であり、半径方向に一定であるとしている。式(2-28) は変数変換を繰り返すことにより解析的に解くことができ、

$$n_b = \frac{n_0}{\left(1 + \frac{r^2}{r_b^2}\right)^2}, \quad (2-30)$$

となる。ここで \$n_0\$ は \$r=0\$ でのビームの数密度を表し、\$r_b\$ はビームの代表的な半径を示す。慣性核融合のドライバーに求められるビームのパラメータ \$n_0=10^{22} \text{ m}^{-3}\$, \$r_b=5 \text{ mm}\$, \$u_{z0}=3 \times 10^7 \text{ m/s}\$ を式 (2-29) に代入すると、\$T_0=3.5 \text{ MeV}\$ が導かれる。これは自己磁場による平衡が成り立つには、ビームは高温である必要があることを示している。実際にはビームの温度は収束過程で入り込むビーム粒子の \$r\$ 方向の運動エネルギーであり、\$\sim \text{MeV}\$ に達することも考えられる。

ビームに回転を加えることにより、冷たい平衡解を導くことができる。この平衡状態は、遠心力とローレンツ力のみのもつり合になり、

$$-m_b n_b \frac{u_\theta^2}{r} = en_b (v_\theta B_z - v_z B_\theta), \quad (2-31)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_{\theta} = \mu_0 e n_b u_{z0} , \quad (2-32)$$

$$-\frac{\partial}{\partial r} B_z = \mu_0 e n_b u_{\theta} , \quad (2-33)$$

ビームは θ 方向に角速度 ω_b で剛体回転しているとする ($u_{\theta} = r\omega_b$)、

$$n_b = n_0 \Omega \frac{1 + \Omega^2}{\left[1 + \Omega^2 \frac{r^2}{r_b^2}\right]} , \quad (2-34)$$

$$B_{\theta} = B_0 \frac{1 + \Omega^2}{1 + \Omega^2 \frac{r^2}{r_b^2}} \frac{r}{r_b} , \quad (2-35)$$

$$B_z = B_0 \Omega \frac{1 - \frac{r}{r_b}}{1 + \Omega^2 \frac{r^2}{r_b^2}} , \quad (2-36)$$

を得る。ここで n_0 と B_0 は、

$$n_0 = \frac{2m_b \Omega^2}{\mu_0 e^2 u_z^2} , \quad B_0 = \frac{m_b \Omega^2 r_b}{\mu_0 e u_z} , \quad (2-37)$$

$\Omega = r_b \omega_b / u_z$ である。ただしこの解には平衡が成り立つための回転速度に制限があり、 $r_b = 5 \text{ mm}$ 、 $I_{\text{tot}} = 2.5 \text{ MA}$ のとき $\Omega = 0.8$ である。

式 (2-22) より明かなように、ローレンツ力と遠心力が非常に大きな力であるため、ビームの圧力勾配が平衡状態に影響する場合、温度は $\sim \text{MeV}$ になる。 r 方向の温度を考慮した回転伝播ビームの巨視的平衡解は数値計算により求めることができ、第3章で安定解析の対象として用いられる。微視的考察から求めた平衡解と巨視的考察から求めた平衡解を比較すると、回転速度の r 方向分布が異なる。巨視的な平衡解で剛体回転を仮定する理由の一つは、熱力学的平衡状態の場

合に、系は剛体回転することが統計力学により導けるためである⁹⁾。しかし式(2-27)の分布関数から求めた平衡解では、半径が大きくなるほど回転速度は下がる分布を持つ。巨視的な考察だけでは回転速度や温度の r 依存性が決定できない。これらは、ビームの発生時に決まる分布関数と平衡状態が形成されるまでの過程に支配される。しかし、回転速度分布とビームの温度の r 依存性が重要でない場合には、巨視的方程式だけでビーム伝播を議論することが許される。

2-4 ビーム伝播中の電流中性化

軽イオンビームはパルス状であり、有限な長さを持って伝播しているため、ビームの先端と後端で非定常現象が発生する。ビーム粒子は回転しながら z 方向に移動するだけなので、力学的な理解が容易である。しかし荷電粒子であるため、電磁場の時間、空間的变化を伴う。ビームと共に動く座標系に系を変換し、従属変数(電磁場)まで変換すると、直感的な理解がしづらくなる。よって本章では座標変換をする場合、独立変数についてのみ変換を行う。

ビーム電流が十分に中性化されない場合、 z 方向に有限な長さの電流が生じる。自己磁場 B_0 の強さが z 方向に変化していて、ビームが z 方向に移動するために磁場の強さも時間的に変化する。そのため誘導電場が Maxwell 方程式(2-8)により z 方向に現れる。ビームが θ 方向に回転している場合は z 方向の磁場のせいで θ 方向にも誘導電場が現れる。誘導電場は磁場の時間的变化を緩和する方向にビーム・プラズマ系に作用する。背景電子に対してはビーム電流と逆向きの電流ができるように加速し、ビームに対しては電流を弱めるように減速する。本節以後では、この電流中性化の過程を調べる。まず、背景電子の電気伝導度が磁場の影響を受けない場合について、簡単なモデルで解析を行う。

背景電子については、磁場が無視できイオンとの衝突が十分に頻繁であるならば、オームの法則

$$\mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E} \quad (2-38)$$

により電子電流が決定される。ビームの運動は周囲の電磁場に影響されず z 方向に一定の速度 u_b で伝播しているとする。Maxwell 方程式 (2-25)、(2-27) と連立させることにより、電子電流の挙動を調べることができる。ベクトル・ポテンシャルで表示すると、

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} = \mu_0 j_{bz} \quad (2-40)$$

を得る。ビームと共に動く座標系

$$\chi = \frac{u_{b0} t - z}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \quad (2-39)$$

で見ると、ビーム電流は $0 \leq \chi \leq \gamma L$ で一定値をとる。ここで L はビームの z 方向の長さであり、 $\beta = u_{b0}/c$ 、 $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$ である。座標系 χ での定常解を求めることを考へ、変換は独立変数に対してだけ行い、従属変数は実験室系の値をとる。ビーム電流密度の r 方向分布を次式のように Bessel 関数型に仮定すると

$$j_{bz} = en_0 u_b J_0(\lambda_1 r / r_b) \quad (2-41)$$

A_z を解析的に解くことができる。 J_i は i 次の Bessel 関数であり、 λ_i は J_0 の i 番目の 0 点である。 A_z から j_{ez} を求めると、

$$j_{ez} = -en_0 u_b J_0\left(\frac{\lambda_1 r}{r_b}\right) \left[e^{-\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\lambda_1^2}{r_b^2} (t - z/u_b)} - e^{-\frac{\sigma}{\epsilon_0} (t - z/u_b)} \right] \quad (2-42)$$

が得られる²⁾。式 (2-42) のなかで時間 t を含む項に注目すると、 $\tau_1 = \epsilon_0 / \sigma$ の時間で増加する項と $\tau_2 = \mu_0 \sigma r_b^2$ の時間で減衰する項がある。 τ_1 は衝突のために電流が流れ出すのに時間遅れが生じることを意味し、 τ_2 は衝突により磁場が拡散する時

間を表す。 σ はプラズマの密度によらないため、 $\tau_1 \sim 10^{-14}$ sec、 $\tau_2 \sim 10^{-5}$ sec となる。 $\tau_1 \ll t \ll \tau_2$ であるならビーム電流は背景電子によりほぼ完全に中性化されていると考えてよい。ビーム伝播の時間スケールは $10^{-7} \sim 10^{-8}$ sec であるため、ビーム電場の先端と後端の 10^{-7} m 程度が電流中性化されないだけであることが分かる。従って、背景電子が理想的なオームの法則 (2-38) に従うならば、ビームの自己磁場は殆ど発生せず、その磁場でビームを半径方向に閉じ込めながら伝播させることは不可能となる。

2-5 自己磁場を考慮したビームの電流中性化

背景電子の電気伝導度が磁場の影響を強く受ける場合、前節の線形応答のモデルは成り立たなくなる。ビーム伝播中に発生する自己磁場は背景電子の有効電気伝導度を低下させ、その結果自己磁場はより増大し電気伝導度がさらに低下する非線形現象となる。解析的に調べることは困難であり、数値計算で評価する必要がある。

2-5-1 二流体モデル

ビームを電磁流体として扱うことは良い近似ではないが、ビームの圧力分布、あるいは温度分布は電磁場に影響しないため、電流中性化を調べる上では流体モデルは妥当だと言える。ビームの電荷は完全に中性化されているとし、背景プラズマも流体モデルで扱う。プラズマ中を流れる電子電流密度には一般化されたオームの法則を適用する。まずビーム流体とプラズマ流体に対する基礎方程式を導く。ビームと背景イオンの連続方程式と運動方程式は

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla \cdot (n_b \mathbf{u}_b) = 0, \quad (2-43)$$

$$m_b n_b \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_b = e n_b (\mathbf{E} + \mathbf{u}_b \times \mathbf{B}) - \nabla p_b , \quad (2-44)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{u}_i) = 0 , \quad (2-45)$$

$$m_i n_i \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_i = Z_i e n_i (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) , \quad (2-46)$$

となる。電荷中性が成り立っているため、 $n_e = n_b + Z_i n_i$ である。プラズマ中を流れるイオン電流と電子電流の和を、

$$\mathbf{j}_p = -e n_e \mathbf{u}_e - e Z_i n_i \mathbf{u}_i \sim e n_e \mathbf{u}_p \quad (2-47)$$

と定義し、プラズマの数密度はイオンの数密度である($n_p = n_i$)とする。準中性が仮定される電磁流体力学では、運動方程式から電場を消去することにより、電子の受けるローレンツ力と衝突による摩擦力がビームとイオンにかかる。ビームと電子とイオンの系で電荷中性が成り立つため、電子の受ける力はビームに n_b/n_e 、イオンに $Z_i n_i/n_e$ の割合で配分される。従って、ビームとプラズマの運動方程式は

$$m_b n_b \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_b = e n_b \eta \mathbf{j}_p + (\mathbf{j}_b - \frac{n_b}{n_e} \mathbf{j}_p) \times \mathbf{B} - \nabla p_b , \quad (2-48)$$

$$m_p n_p \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_p \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_p = e n_b \eta \mathbf{j}_p + (e Z_i n_p \mathbf{u}_p - \frac{Z_i n_p}{n_e} \mathbf{j}_p) \times \mathbf{B} - \nabla p_p , \quad (2-49)$$

となる。ここで η は抵抗率で、 $\eta = m_e \nu_{ei} / n_e e^2$ である。プラズマのエネルギー方程式に対しては一般の電磁流体力学の式が用いられる。また、電子電流は慣性項を無視した運動方程式から導出でき、

$$-en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - m_e n_e \nu_{ei}(\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) - \nabla p_e = 0, \quad (2-50)$$

を \mathbf{j}_p で書き換えると、

$$\mathbf{E}' = \frac{\mathbf{j}_p}{\sigma} - \frac{1}{en_e} \mathbf{j}_p \times \mathbf{B} \quad (2-51)$$

になる¹⁰⁾。 σ は通常電気伝導度 $\sigma = 1/\eta$ で、右辺第2項は Hall 電場である。磁場が強くなると式(2-38)とは大きく異なる。式(2-51)を \mathbf{j}_p について解くと

$$\mathbf{j}_e = \sigma_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel}' + \frac{1}{1 + \omega_{ce}^2 \tau_{ei}^2} \sigma_{\perp} \mathbf{E}_{\perp}' + \frac{\omega_{ce} \tau_{ei}}{1 + \omega_{ce}^2 \tau_{ei}^2} \sigma_{\perp} \mathbf{b} \times \mathbf{E}_{\perp}', \quad \mathbf{b} = \mathbf{B}/B, \quad (2-52)$$

となる。ここで $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{u}_p \times \mathbf{B}$ であり、 \mathbf{b} は磁場の方向の単位ベクトルである。 \parallel は磁場に平行方向、 \perp は垂直方向を意味する。 ω_{ce} は電子のサイクロトロン振動数、 τ_{ei} は電子-イオンの衝突時間を示す。式(2-52)の中に現れる無次元パラメータ $\omega_{ce} \tau_{ei}$ は磁場の強さの衝突時間に対する目安を示し、 $\omega_{ce} \tau_{ei} \gg 1$ ならば、電子は磁場によりラーマー運動の周期より十分長い時間でイオンとの衝突が無いため、電子はドリフト方向にのみ移動できる。逆に $\omega_{ce} \tau_{ei} \ll 1$ ならば、ラーマー運動が一周期なされない間に何度もイオンと衝突するため、電子の軌道は磁場で殆ど曲げられない。電子は衝突しながら電場方向に移動する通常のオームの法則になる。式(2-52)でも $\omega_{ce} \tau_{ei} \rightarrow 0$ とすると、式(2-38)になることは明らかである。電子電流における磁場の影響は $\omega_{ce} \tau_{ei}$ で評価でき、磁場が電場に対して垂直にかかっている場合の有効電気伝導度 σ_{eff} を、

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1 + \omega_{ce}^2 \tau_{ei}^2} \quad (2-53)$$

と定義する。ビーム伝播におけるプラズマの数密度は $10^{22} \sim 10^{24} \text{ m}^{-3}$ であり、磁場の強さが $1 \sim 100 \text{ Tesla}$ である。 $\omega_{ce}\tau_{ei}$ の値は、

$$\omega_{ce}\tau_{ei} = 0.28 \frac{1}{Z_i} \left(\frac{k_B T}{e} \right)^{3/2} \left(\frac{n_e}{10^{22}} \right)^{-1} B$$

と書ける。 σ はプラズマの密度に依存しないが、 σ_{eff} は衝突時間 τ_{ei} を通じて密度の関数になる。

2-5-2 強磁場中の電流中性化率の次元解析

電流中性化率が低く、ビーム電流が占める大部分の領域で大きな自己磁場が発生している場合、電流中性化率を次元解析により見積ることができ、その背景密度の依存性を調べることができる。ビーム電流パルスの立ち上がり時間を $\Delta\tau$ とすると発生する自己磁場 ΔB_θ と誘導電場 ΔE_z の間には式 (2-27) から

$$\frac{\Delta E_z}{r_b} = - \frac{\Delta B_\theta}{\Delta\tau} \quad (2-54)$$

の関係がある。 r_b はビームの代表的半径である。電流中性化率 f_m を用いてプラズマ電流は $\mathbf{j}_p = -f_m \mathbf{j}_b$ と書けるので、式 (2-25) から

$$\Delta B_\theta = (1 - f_m) \frac{\mu_0 \Delta I_b}{2\pi r_b} \quad (2-55)$$

が得られる。 ΔI_b はビームパルスの中心での全電流である。有効電気伝導度 σ_{eff} を用いたオームの法則を適用すると、

$$-f_m \frac{\Delta I_b}{\pi r_b^2} = \sigma_{\text{eff}} \Delta E_z \quad (2-56)$$

が得られる。式(2-54), (2-55), (2-56) から ΔE_z と ΔB_θ を消去することにより、

$$f_m = \frac{\mu_0 \sigma_{\text{eff}} r_b^2}{2\Delta\tau + \mu_0 \sigma_{\text{eff}} r_b^2} \quad (2-57)$$

が導ける。 $\tau_m = \mu_0 \sigma_{\text{eff}} r_0^2$ は式(2-42) で得られた解析解に現れた τ_2 の σ を σ_{eff} で置き換えたもので、磁場の拡散による電子電流の減衰時間である。 $2\Delta\tau \ll \tau_m$ ならば $f_m = 1$ となる。 $\tau = 10$ nsec, $r_b = 5$ mm に選び、 f_m をプラズマの密度と磁場に対する存在性を示すと、表2-1となる。プラズマ密度が低く、強い磁場が存在していれば電流中性化率が小さくなり、回転伝播ビームの自己磁場による閉じ込め伝播が可能であることが分かる。

n_p (m ⁻³) B	10 ²¹	10 ²²	10 ²³
1.0	0.3581	0.9615	0.9780
10.0	5.617×10 ⁻³	0.3581	0.9615
100.0	5.645×10 ⁻⁵	5.617×10 ⁻³	0.3581

表2-1 プラズマ密度と磁場の強さに対する電流中性化率

式(2-56) から $I_b = 1.5$ MA, $f_m = 0.1$ のとき、誘導電場は 10⁶ V/m に達する。誘導電場は電子電流を促すだけでなく、伝播時間中にビームをバンチングさせることが予想される。

2-6 ビーム伝播のシミュレーション

前節の二流体モデルの基礎方程式を用い、差分法によりビーム伝播のシミュレーションを行う。空間は (r, z) 2次元で行い、中心差分を取る。時間積分は中心差分を逐次的陰解法で解く。例として

$$\frac{\partial f}{\partial t} = X(f) \quad (2-58)$$

を次式のように差分化する。

$$\frac{f^{n+1} - f^{n+1}}{\Delta t} = X(f^{n+1/2}) \quad (2-59)$$

n は時間方向の離散化を示し、 Δt は差分の時間刻みである。 f^n が既知であるとき、 f^{n+1} を求めるために $f^{n+1/2}$ が必要であるが、3ステップ方式にして $f^{n+1/2}$ のステップを設けると双曲型方程式、放物型方程式に対して数値的に無条件不安定スキームになることは良く知られている。 $f^{n+1/2} = f^{n+1} + f^n$ とすると、Crank Nicolson 法になる。ここでは右辺を $f^{n+1/2} = f'^{n+1} + f^n$ とし、 f'^{n+1} を初めは f^n で近似する。次に式(2-59)で求めた f^{n+1} を右辺の f'^{n+1} に代入してまた新しい f^{n+1} を求めるという逐次法を求める。 f^{n+1} と f'^{n+1} が収束すると次のステップに進む。このスキームは陰解法的であるが、本来の陰解法と異なり時間刻みに対する制限は陽解法に近い。しかし計算時間は少なく、安定性に関しては陽解法より優れていることが確かめられている¹¹⁾。

シミュレーションでは、ビームが z 方向に 3×10^7 m/s の速度を持ち、 θ 方向に剛体回転しながら $z=0$ の面から入射されると仮定される。ビームの全電流は 1.5 MA で回転速度の平均は z 方向の速度の 0.4 倍である。ビーム半径は 5 mm とし、ビームパルスの立ち上がり時間は 10 nsec、その後 40 nsec 間一定値を取り 10 nsec で減衰する。初期にビーム電流は全く中性化されていないと仮定するので 70 Tesla におよぶ自己磁場が θ 方向に発生する。この磁場により、 σ_{eff} は小さくなり、電流中性化は伝播中に低い値を取る。2-5節で述べたように、電

流中性化率は背景プラズマの密度に強く依存することが予想されるため、背景プラズマの密度をアルゴン¹²⁾と水素の場合について 0.5 , 1.0 , 2.0 , 5.0 Torr (273 K) としてシミュレーションを行った。

電流中性化率はビームの位置により異なるが、ビームの先端付近の典型的な電流中性化率を表 2 - 2 に示す。

圧力(Torr)	水素	アルゴン
0.5	0.017	0.08
1.0	0.045	0.11
2.0	0.043	0.34
5.0	0.29	0.76

表 2 - 2 ビームの電流中性化率

また電流中性化率の時間変化を図 2 - 3 に示す。 θ 方向の電流中性化率が z 方向より高いのは、 z 方向の自己磁場が θ 方向より小さいため、 θ 方向の σ_{eff} が大きくなったためである。シミュレーションの結果から、背景プラズマが 2 Torr 以下であるならばビーム伝播中の電流中性化率は小さく、回転伝播ビームの平衡配位を形成しながら伝播が可能であることが分かる。背景プラズマの密度が 2 Torr の場合のビーム伝播中のビーム密度、磁場、誘導電場の空間分布を図 2 - 4 から図 2 - 8 に示した。数 10 Tesla の自己磁場が発生し、回転伝播ビームの伝播が可能なが分かる。誘導電場はパルスの中心に対し、 z 方向に反対になっていることが分かる。誘導電場は背景電子にビーム電流を打ち消す方向の力として作用するが、その代わりビームに対してはパルス前方でビームを減速し、後方で加速する働きをするため、ビームはバンチングされる。シミュレーションにおいても誘導電場の大きさは $\sim 10^6$ V/m に達し、ビームパルスの時間的な立ち上がりを緩やかにする方向に作用する。誘導電場はビームパルスの先端から 10 nsec 後の位置と、後端から 10 nsec 前の位置で最大になるため、ビームの中央部はよ

りバンチングされる。バンチングは慣性核融合の爆縮にとって好都合であるが、ビームが変形することにもない誘導電場も変わるため、長時間のシミュレーションが必要となる。また、ビーム先端に電荷非中性の領域が発生する可能性もあり、その影響を伝播中にも考慮する必要があるかも知れない。

2-7 まとめ

軽イオンビーム（プロトン・ビーム）の伝播を可能にするために、自己磁場によりピンチして伝播する回転伝播ビームの利用を検討した。微視的および巨視的な基礎方程式から r 方向一次元の平衡解が導出され、その性質が調べられた。また、自己磁場の発生を支配する電流中性化率は、平衡解では1より十分低いことが仮定されたが、次元解析と非定常のビーム伝播のシミュレーションにより、背景プラズマの密度がビームと同程度以下では小さな値となることが示された。シミュレーションの結果から、回転伝播ビームの伝播が可能ことが示され、誘導電場によるバンチングも指摘された。

第2章の参考文献

- 1) K. Niu and S. Kawata : Fusion Tech., **11**, 365 (1987).
- 2) P. B. Miller : "An Introduction to the Physics of Intense Charged Particle Beams" (Plenum Press, New York, 1982).
- 3) K. Niu, et al. : 14th Intl. Sympto. Rarefied Gas Dynamics, Tsukuba Science City, **2** (1984).
- 4) C. L. Olsen : AIP Conf. Proc. 152, Heavy Ion Inertial Fusion, Washington, DC, 215 (1986).
- 5) R. C. Davidson : "Theory of Nonneutral Plasma" (W. A. Benjamin, 1974).
- 6) H. S. Uhm and R. C. Davidson : Phys. Fluids **24**, 1541 (1981).
- 7) H. Murakami : Jpn. J. Appl. Phys., **22**, 1227 (1984).
- 8) W. H. Bennet : Phys. Rev. **45**, 890 (1934).
- 9) L. D. Landau and E. M. Lifshitz : "Statistic Physics" (New York, Pergamon, 1959).
- 10) S. I. Braginskii : Rev. Plasma Phys. **1**, 205 (1965).
- 11) S. Kawata and K. Niu : Laser and Particle Beams, **1**, 219 (1983).
- 12) J. A. Swegle, S. A. Slutz, D. J. Johnson : Proc. 5th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, 93 (1983).

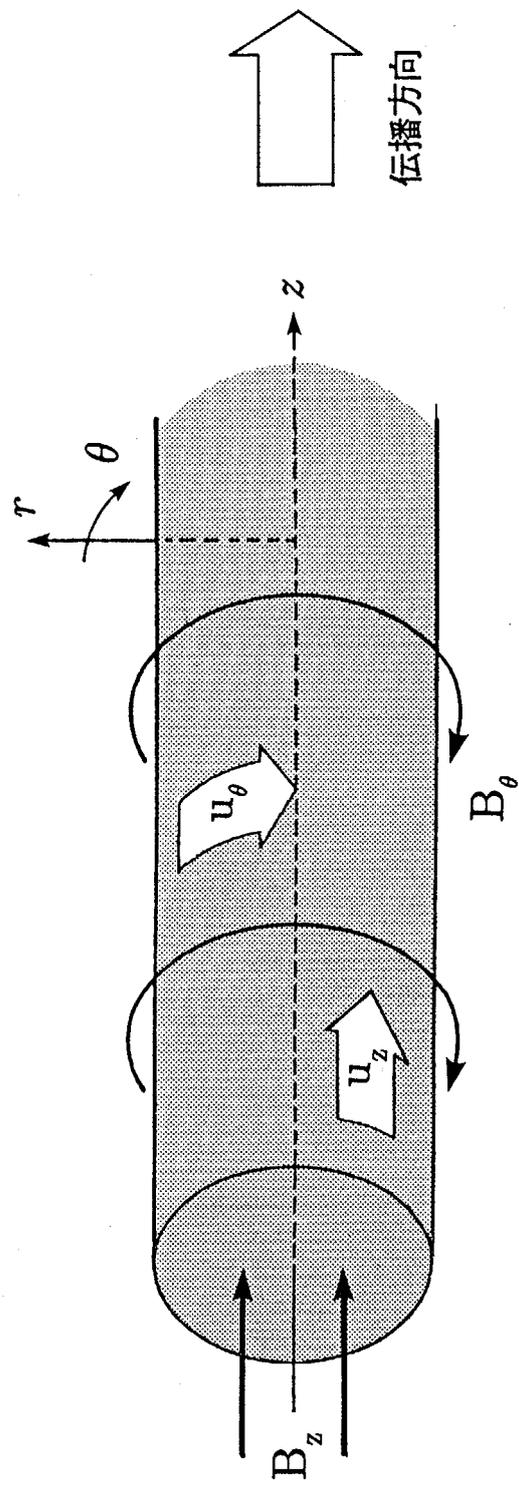


図2-1 軽イオンビーム伝播の概念図と円柱座標

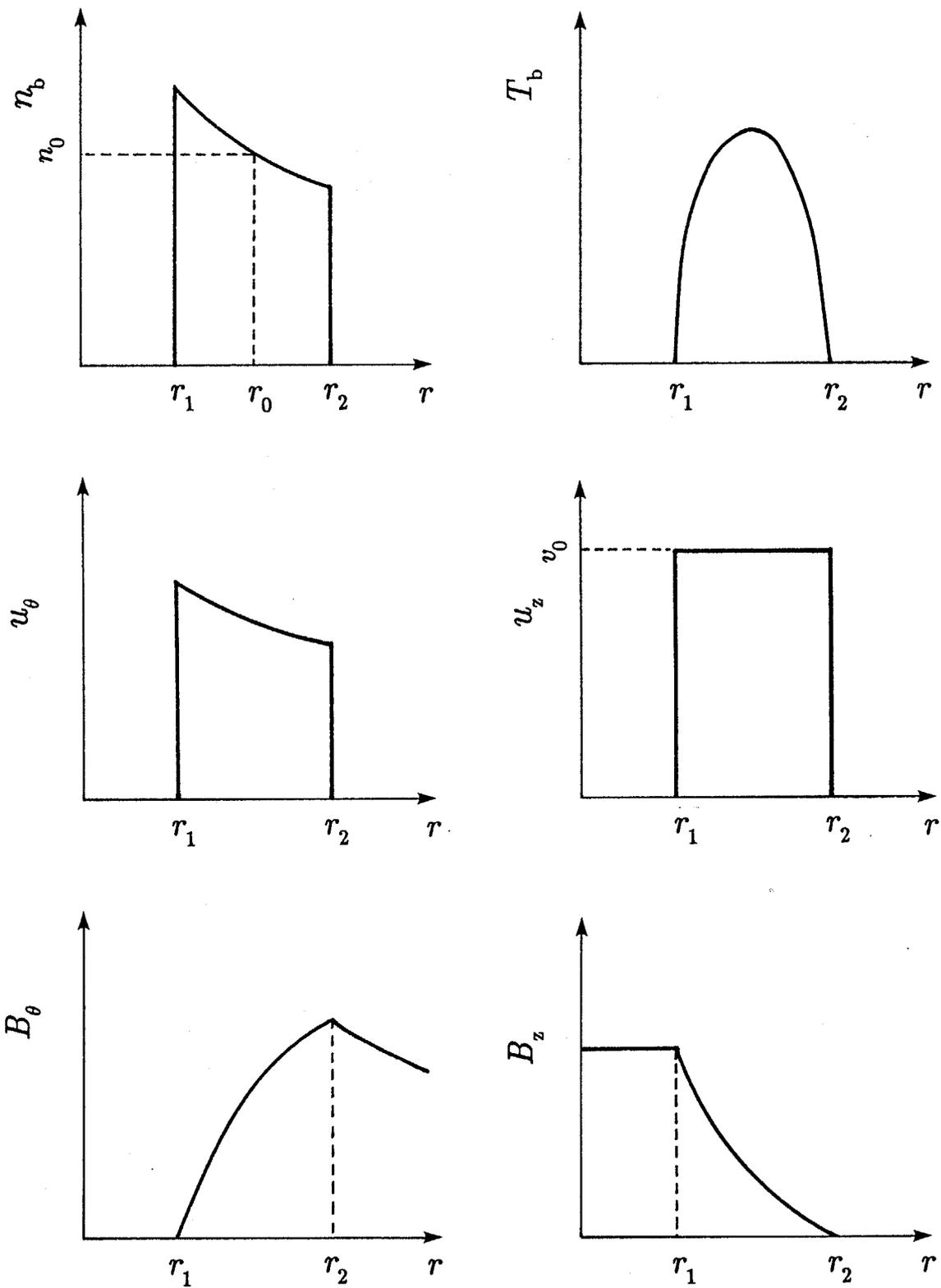


図2-2 分布関数から得られる回転伝播ビームの平衡解

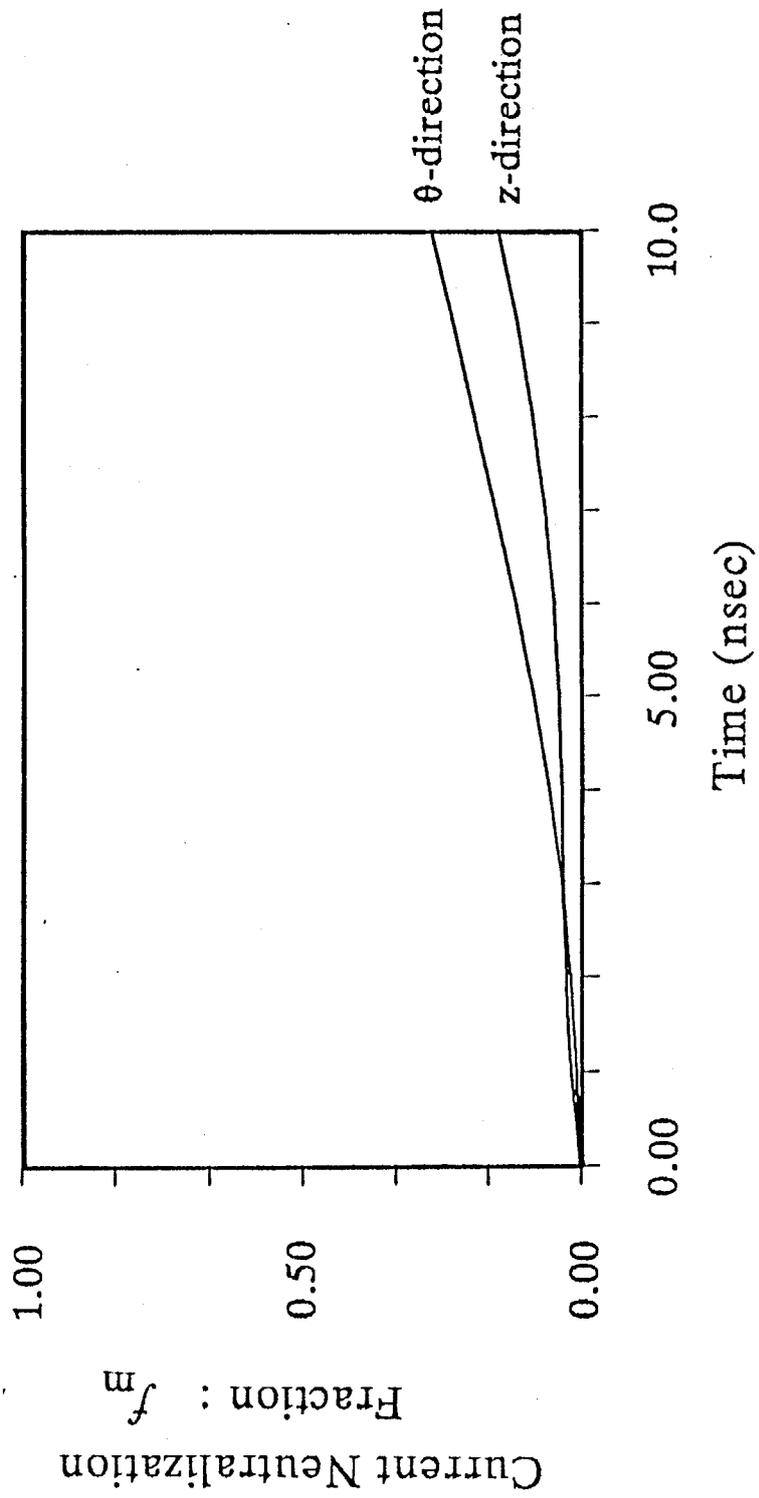


図 2-3 電流中性化率の時間的变化

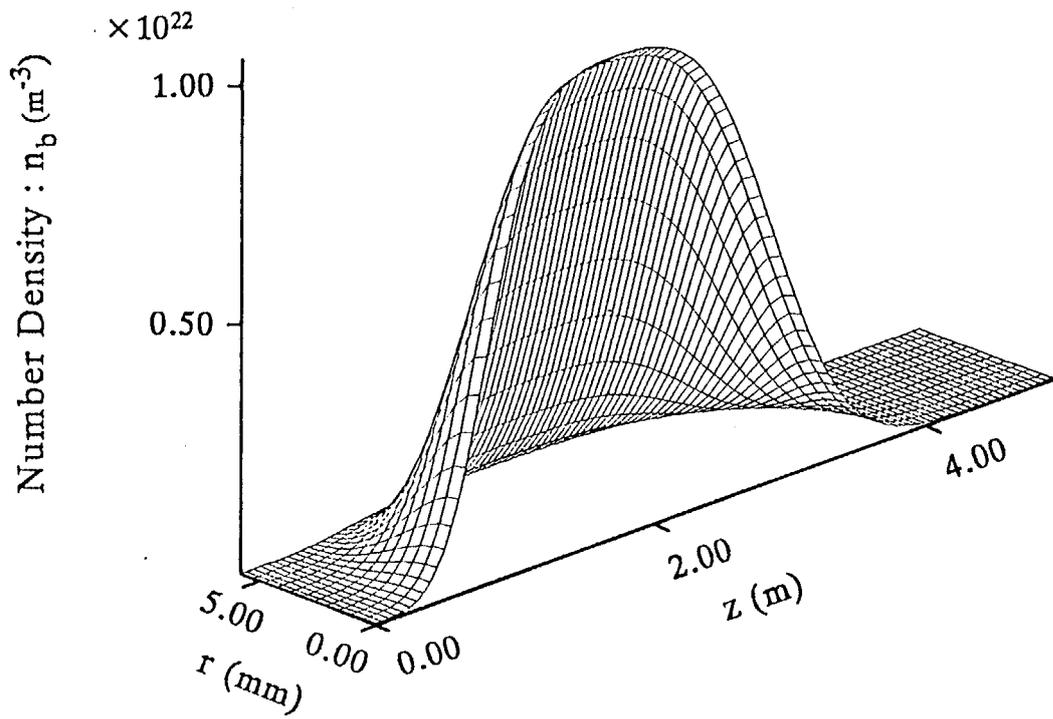


図 2-4 ビーム数密度の空間分布

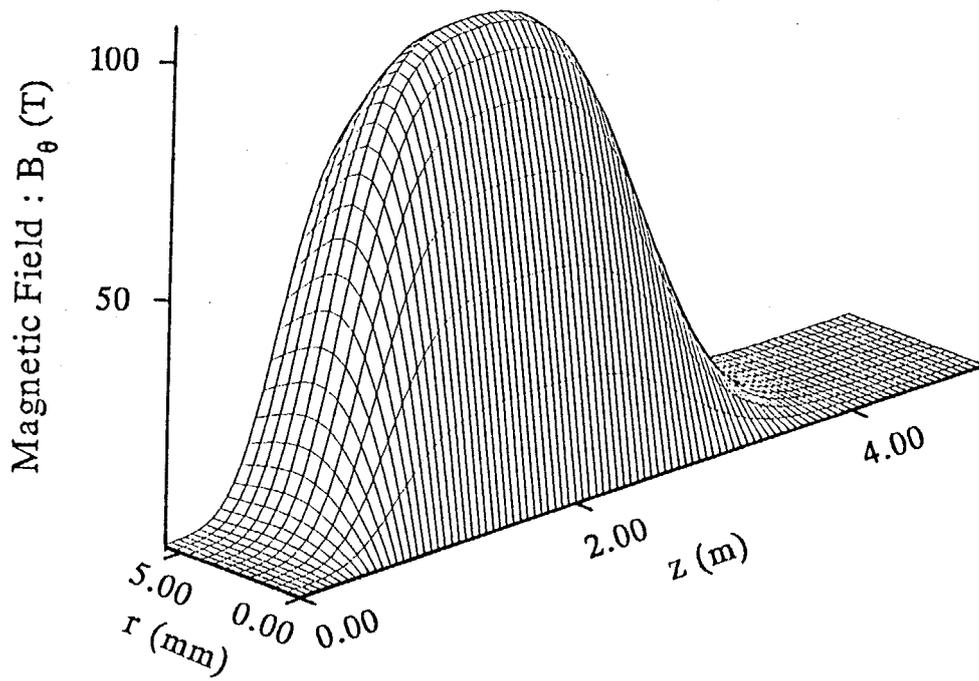


図 2 - 5 θ 方向の自己磁場の空間分布

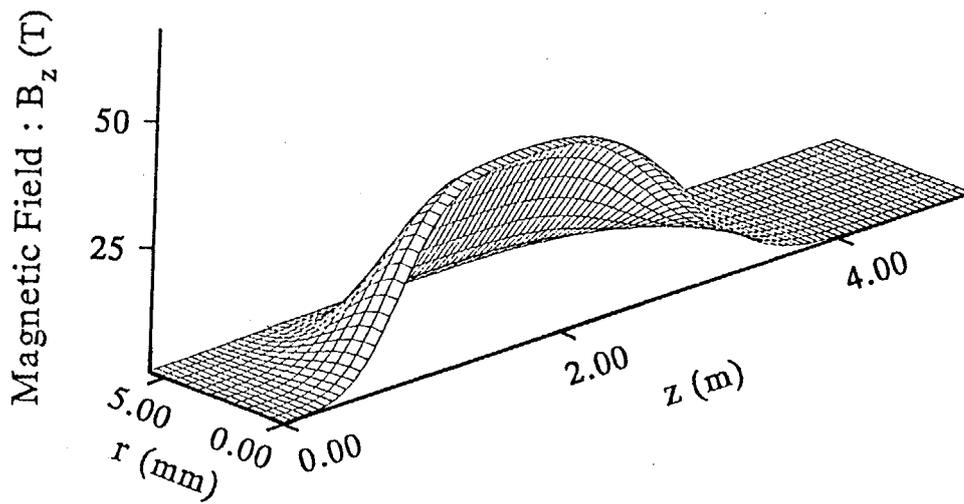


図 2 - 6 z 方向の自己磁場の空間分布

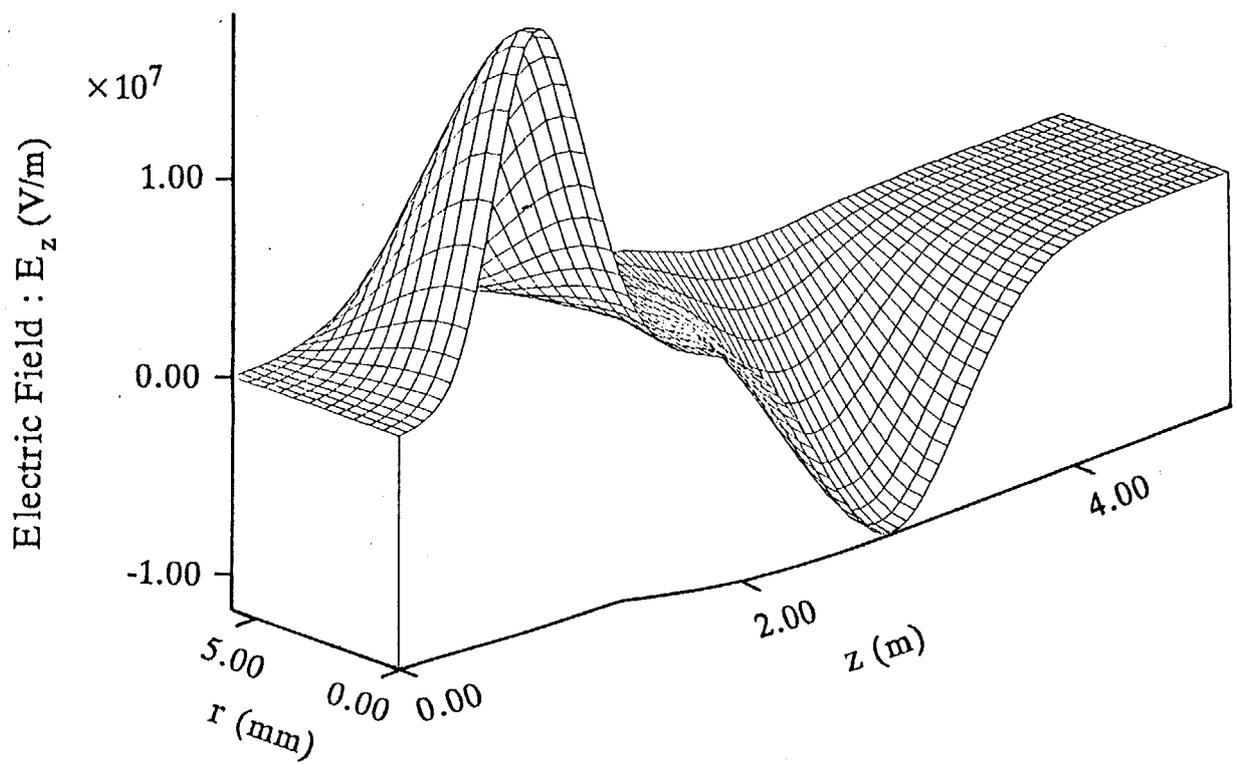


図 2 - 7 z 方向の誘導電場の空間分布

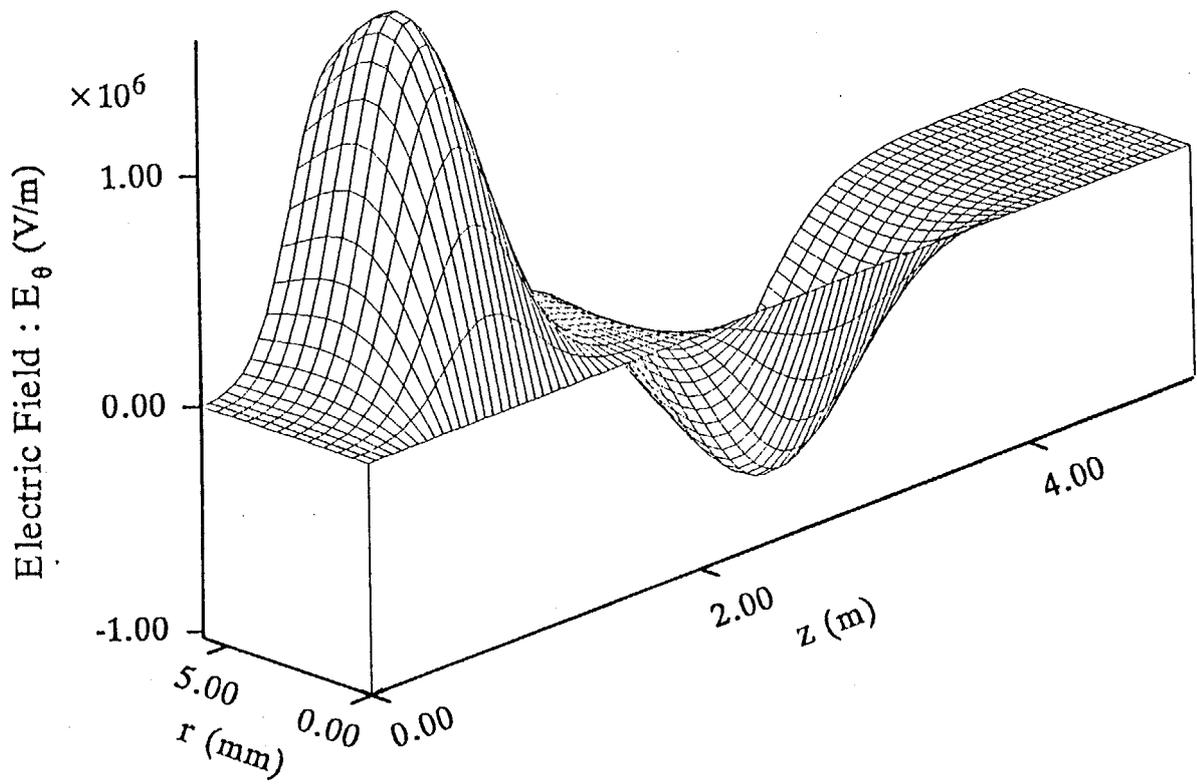


図 2 - 8 θ 方向の誘導電場の空間分布

第3章 ビーム伝播の安定性

3-1 基礎方程式と平衡解

ビーム伝播についての平衡解が物理的に意味を持つためには、その安定性が要求される。安定性解析では、平衡解に微小な擾乱を加え、その擾乱の時間発展による線形の範囲での成長率が求められる^{1,2)}。安定性は大別すると巨視的安定性と微視的安定性とがあるが、本章では巨視的安定性にのみ限定し平衡解の検証を行う。また、解析の対象となる回転伝播ビームの平衡状態には、プロトン・ビームを仮定したビームパラメータが用いられる。

巨視的安定性の基礎方程式には、第2章とはわずかに異なる以下の電磁流体方程式が用いられる。

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla \cdot (n_b \mathbf{u}_b) = 0, \quad (3-1)$$

$$m_b n_b \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_b = e n_b (\mathbf{E} + \mathbf{u}_b \times \mathbf{B}) - \nabla p_b, \quad (3-2)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_b \cdot \nabla \right] p_b n_b^{-\gamma} = 0, \quad (3-3)$$

$$-e n_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) = 0, \quad (3-4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (3-5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3-6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (en_b \mathbf{u}_b - en_e \mathbf{u}_e), \quad (3-7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (3-8)$$

背景プラズマのイオンは常に静止しているとし、背景電子によりビーム・プラズマ系は電荷中性が成り立っているとす。本章でも電子の運動方程式 (3-4) で慣性項は無視され、電子の連続方程式も不要となる。ビームの安定解析でこの近似を置く理由は、系の不安定性として関心がある現象が、ビームの変動する時間スケールであり、電子にプラズマ振動数の逆数程度の時間スケールの不安定性が発生しても、ビームに与える影響は無視できるからである。そのような不安定性は静電場と電子とで閉じた系で近似できる現象であり、ビームの安定性の議論には不要である。このため Maxwell 方程式 (3-7) でも変位電流の項が無視される。従って本章ではビームと電磁場の間でほとんど閉じた系を対象とする。ビームの内部エネルギーについては断熱変化が仮定され、 γ は比熱比である。また圧力 p_b には、ビームの温度を T_b とする理想気体の状態方程式 $p_b = n_b k_B T_b$ が適用される。

ビームの平衡状態について第2章と同様の仮定を置き、系は定常であるとする。ビームは z 方向に無限に長く、 θ 方向に剛体回転しながら z 方向に一定の速度で伝播している。ビームの巨視的な速度は $\mathbf{u}_b = (0, r\omega_b, z_{b0})$ と表され、 ω_b は一定の回転角速度を表す。 θ 方向と z 方向の速度比として Ω を導入し、 $\Omega = r_b \omega_b / z_{b0}$ と定義する。平衡状態では系が θ 方向と z 方向に一様であると仮定すると、式 (3-1)~(3-8) は、

$$-m_b n_{b0} \frac{u_{b0}^2}{r} = en_{b0} u_{b\theta 0} B_{z0} - en_{b0} u_{bz0} B_{\theta 0} - \frac{\partial p_0}{\partial r}, \quad (3-9)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_0 = (1 - f_m) \mu_0 en_{b0} \mathbf{u}_{b0}, \quad (3-10)$$

に帰着される。ここで添字 0 は平衡量を意味する。電子電流の磁場への寄与は式中で電流中性化率 f_m として入るが、ほとんど電流中性が起こっていない平衡状態

考えることにする ($f_m=0$)。ビームの平衡解のパラメータとして、ビームの z 方向の全電流 I_{tot} を 5.3 MA, z 方向の速度 u_{z0} が 3×10^7 m/s、ビーム半径の大値 r_b を 5.5 mm とする。

式 (3-9), (3-10) から数値計算により図 3-1 ~ 図 3-4 に示す平衡解を求め、章における安定性解析の対象とする。回転速度比 Ω は唯一の可変パラメータで 0 から 1 の間の値を取る。

3-2 安定化効果の解析的見積り

ソーセージ型不安定性に限れば、特殊な平衡解を選ぶことにより解析的に安定を調べることができ、回転伝播ビームの安定化の機構を物理的に理解することができる³⁾。平衡解としては、前節および第 2 章で求めた解の性質を失わず、解析的な扱いが容易なプロファイルが適する。そこで図 3-5 の hollow ring の解をい⁴⁾。ビームは z 方向に無限に長く半径 r_b のところに Δr の厚さを持ち、 θ 方向に Ωu_{z0} の速度で回転しながら z 方向に u_{z0} で伝播している。ただし Δr は小さく、 $r_b \gg \Delta r$ であるとする。ビームの電荷は完全に中性化され、電流はそのまま残ると仮定すると、

$$n_{b0} = \begin{cases} 0 & (0 \leq r < r_b - \Delta r) \\ n_0 & (r_b - \Delta r \leq r \leq r_b + \Delta r), \\ 0 & (r_b + \Delta r < r) \end{cases}, \quad (3-11)$$

$$\langle B_{\theta 0} \rangle = \frac{\mu_0 I_{tot}}{4\pi r_b}, \quad (3-12)$$

$$\langle B_{z0} \rangle = \frac{\mu_0 I_{tot}}{4\pi r_b} \Omega, \quad (3-13)$$

のように表せ、 n_0 は定数である。 $\langle \dots \rangle$ は次のようにビームの数密度で重みをつけた半径方向の平均値を表す⁵⁾。

$$\langle \dots \rangle \equiv \int r dr n_{b0}(r) (\dots) / \int r dr n_{b0}(r) , \quad (3-15)$$

ここで $I_{\text{tot}} = 4\pi n_0 u_{z0} r_b \Delta r$ は z 方向の全電流量を表す。この解は、ビームの平衡分布関数を

$$f_{b0}(H, p_\theta, p_z) = n_0 \delta(H - H_0) \delta(P_\theta - P_{\theta 0}) \delta(P_z - P_{z0}) , \quad (3-16)$$

としたときの巨視的な物理量になっていて、単色ビームの極限と言える。

今、ビームの半径の中心が、 r_b から $r_b + \delta r$ に変位したと仮定する。これに伴い他の物理量も摂動を受けるが、 θ 方向の角運動量及び z 方向の運動量は保存される。従って θ 方向、 z 方向に伝播する摂動量は考えない。 θ 方向と z 方向の磁場の摂動量は、

$$\langle \delta B_\theta \rangle = -\frac{\mu_0 I_{\text{tot}}}{4\pi r_b} \left(\frac{\delta r}{r_b} - \frac{\delta u_z}{u_{z0}} \right) , \quad (3-16)$$

$$\langle \delta B_z \rangle = -\frac{\mu_0 I_{\text{tot}}}{4\pi r_b} \left(\Omega \frac{\delta r}{r_b} - \frac{\delta u_\theta}{u_{z0}} \right) , \quad (3-17)$$

と表せる。ここで δu_θ と δu_z は θ 方向と z 方向の速度の摂動量である。ビームの運動方向式の θ 成分と z 成分から、 θ 方向の角運動量と z 方向の角運動量が次のように保存することが分かる。

$$L_\theta = r m_b u_\theta + e \langle B_z \rangle r^2 = \text{const} , \quad (3-18)$$

$$L_z = m_b u_z - e \langle B_\theta \rangle r = \text{const} , \quad (3-19)$$

式 (3-16)~(3-19) を使うと

$$\delta u_\theta = -u_{z0} \Omega \frac{\delta r}{r_b} , \quad (3-20)$$

$$\delta u_z = 0 , \quad (3-21)$$

を得る。式 (3-9) のつり合から、ビームが r 方向に受ける力の摂動量 δF_r を求めることができ、

$$\begin{aligned} \delta F_r = & 2m_b n_0 u_{\theta 0} \frac{\delta u_\theta}{r_b} - m_b n_0 \frac{u_{\theta 0}^2}{r_b} \frac{\delta r}{r_b} \\ & + en_0 \langle B_{z0} \rangle \delta u_\theta + en_0 u_{\theta 0} \langle \delta B_z \rangle - en_0 u_{z0} \langle \delta B_\theta \rangle , \end{aligned} \quad (3-22)$$

となる。この式の右辺第一項と第二項は遠心力の摂動量を表している。式 (3-16)~(3-21) を右辺に代入すると

$$\delta F_r = \left[-\left(3 + 3 \frac{r_b \omega_c}{u_{z0}}\right) \Omega^2 + \frac{r_b \omega_c}{u_{z0}} \right] m_b n_0 \frac{u_{z0}^2}{r_b} \frac{\delta r}{r_b} , \quad (3-23)$$

が導かれる。ここで $\omega_c = eB_0/m_b$ はサイクロトロン振動数を意味し、定数である。また $B_0 = \mu_0 I_{\text{tot}}/4\pi r_b$ はビームの作る典型的な磁場の強さで、96 Tesla になる。式 (3-23) から平衡解 (3-11), (3-12), (3-13) の安定性を調べることができ、 $\delta F_r \cdot \delta r < 0$ のときビームは安定である。

回転伝播ビームの全電流を $I_{\text{tot}} = 5.3 \text{MA}$ としたとき、式 (3-23) 中の無次元パラメータは $r_b \omega_c / u_{z0} = 1.69$ となる。回転パラメータ Ω が 0.46 より大きい値をとるとなるならば $\delta F_r \cdot \delta r < 0$ となる。式 (3-22) の各項を評価すると、遠心力の項

と z 方向の磁場によるローレンツ力が式 (3-23) 中の Ω^2 の項に寄与していて、ビームを安定化する働きがあることが分かる。 z 方向の磁場の安定化効果は磁場閉じ込めプラズマにおいてよく知られているが、遠心力による安定化の効果は次のように説明できる。回転を伴う平衡状態を半径方向に δr 微小量増加させたとする。この変位に対し角運動量は保存されるため、 θ 方向の速度は小さくなり遠心力は弱くなる。そのために生ずる平衡からのずれは r 方向の内側に働く。従ってビームに r 方向の逆向きの力が働き、ビームは元の位置に戻ろうとする。図 3-5 の平衡解の場合 $r=r_0$ (ビームの半径方向の端) では z 方向の自己磁場が無いため、この安定化作用は期待できない。しかし θ 方向に回転しているため遠心力によりビームは安定化されている。

3-3 安定性解析の方法

本節では 3-1 節で求めたより現実的な分布を持つ平衡解の安定性を調べる。線形安定性解析の一般的方法として、基礎方程式 (3-1)~(3-8) の物理量を平衡量と摂動量の和として表す。

$$n = n_0 + n_1, \quad (3-24)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1, \quad (3-25)$$

$$T = T_0 + T_1, \quad (3-26)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1, \quad (3-27)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1. \quad (3-28)$$

ここで添字 1 は摂動量を表す。これらを基礎方程式に代入し、平衡量に関する式 (3-9)、(3-10) が成り立つことを用いて摂動量に関する 1 次の項を集めると、

$$\frac{\partial n_{b1}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{b0} \mathbf{u}_{b1} + \mathbf{u}_{b0} n_{b1}) = 0, \quad (3-29)$$

$$\begin{aligned} & m_b n_{b0} \left[\frac{\partial \mathbf{u}_{b1}}{\partial t} + \mathbf{u}_{b0} \cdot \nabla \mathbf{u}_{b1} + \mathbf{u}_{b1} \cdot \nabla \mathbf{u}_{b0} \right] \\ & = e n_{b0} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{b0} \times \mathbf{B}_1 + \mathbf{u}_{b1} \times \mathbf{B}_0) - \nabla p_{b1} + \frac{n_{b1}}{n_{b0}} \nabla p_{b0}, \end{aligned} \quad (3-30)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_{b0} \cdot \nabla \right] (p_{b1} - \gamma \frac{p_{b0}}{n_{b0}} n_{b1}) = 0, \quad (3-31)$$

$$-e n_{e0} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{e1} \times \mathbf{B}_0) - m_e n_{e0} \mathbf{u}_{e1} \nu_{ei} = 0, \quad (3-32)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = 0, \quad (3-33)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0, \quad (3-34)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 (e n_{b0} \mathbf{u}_{b1} + e n_{b1} \mathbf{u}_{b0} - e n_{e0} \mathbf{u}_{e1}), \quad (3-35)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = - \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}, \quad (3-36)$$

が得られる。これらの方程式を解くために、一般には摂動量の時間依存性に対して $e^{-i\omega t}$ を仮定し、 θ 方向と z 方向にはフーリエ分解して

$$f_1(r, \theta, z, t) = \sum \sum f_1^*(r, l, k) e^{-i\omega t + i l \theta + i k z}, \quad (3-37)$$

と置く。ここで実数 k と整数 l は z 方向、 θ 方向に立つ摂動量の波の波数をそれぞれ表す。 r 方向には平衡解が分布を持つために、摂動量の解の形は仮定でき

ない。それぞれの摂動量を式 (3-37) の形で式 (3-28) ~ (3-36) に代入すると r 微分は残り、 f_1^* に関する連立常微分方程式となる。平衡解から要請される境界条件が存在し、 f_1^* はその条件を満足するような r 方向の波しかとり得ない。安定性を調べるにことは固有値問題を解くことに帰着される。しかし複素係数の独立変数が係数にランダムに入る固有問題を解くのは容易ではなく、本節では異なる方法で安定性を調べることにした。

本章におけるビームの安定性解析の目的は、平衡解が物理的に意味ある存在かどうかを調べることであり、系の全ての分散関係関を求めることではない。従って平衡解の不安定性の最大成長率 γ_m だけが分かれば良く、ビームの伝播時間 τ_b に対して $\gamma_m \tau_b < 1$ であれば、その平衡解にも意味がある。

そこで摂動量の時間依存性を $e^{-i\omega t}$ と置くことを止め、

$$f_1(r, \theta, z, t) = \sum \sum f_1^*(r, l, k, t) e^{il\theta + ikz}, \quad (3-38)$$

とする。この形の摂動量を式 (3-28) ~ (3-36) に代入すると、 f_1^* に関する t と r の連立偏微分方程式になる。例えば式 (3-28) の連続方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{b1}^*}{\partial t} + \frac{n_{b0} \mathbf{u}_{br1}^*}{r} + \frac{\partial n_{b0}}{\partial r} \mathbf{u}_{br1}^* + n_{b0} \frac{\partial \mathbf{u}_{br1}^*}{\partial r} \\ + \frac{il}{r} (n_{b0} \mathbf{u}_{b\theta 1}^* + n_{b1}^* \mathbf{u}_{b\theta 0}) + ik (n_{b0} \mathbf{u}_{bz1}^* + n_{b1}^* \mathbf{u}_{bz0}) = 0, \quad (3-39) \end{aligned}$$

となり、初期値境界値問題としてこれらの方程式を解く必要がある。解析的に解くことは非常に困難であるので、数值的に解くことを考える。適当な初期条件を各摂動量に設定し、境界条件を満足するように時間積分すれば、摂動量の時間発展を求めることができる。初期条件は r 方向の固有関数の線形結合と見なすことができ、少なくとも数値誤差として最大成長率を持つ固有関数の成分も含まれる。数值的に時間発展させていくと、成長率が小さいか負である固有関数の成分は成長率の高い固有関数の成分に対してその比率が減少していき、最終的には摂動量

はほとんど最大成長率の固有関数の成分になってしまう。摂動量の時間的成長率が飽和することにより、最大成長率を持つ固有関数に漸近したと判断できる。

数値的に摂動量の時間発展を追いかけ、最大成長率を求める場合にいくつかの問題点がある。まず摂動量の初期値の設定のしかたであるが、回転伝播ビームの安定性を調べる限りでは、初期値をどう与えてもほとんどの場合最大成長率をもつ固有関数を求めることができた。また、数値計算において数値的な不安定性、散逸、拡散などを含まないようにする必要があり、本節では中立なスキームである Leap-frog 法を用いている。しかし数値計算の場合、空間は離散的に分割しなければならないため、有限な分割幅になる。数値的に現れる固有関数はその分割幅より波長の短い波は取り得ないことになる。従ってそのような r 方向の波長領域に最大成長率の不安定性が存在していた場合、その不安定性を数値的に調べることはできない。一般に r 方向の固有関数は低モードで不安定性が大きく、非線形発展でも低モードの不安定性が最終的には危険であると予想される。数値計算では、 r 方向の分割をビーム半径の数十分の一にし、分割幅も変えてみたが、結果には影響がなかった。

3-4 数値計算の結果

回転速度比 Ω に対する平衡解の安定性が 3-3 節の方法により調べられた。ビームはダイオードで発生されて標的に到達するまで、核融合炉内を数 m 伝播する。この距離を 5 m とし、ビームの速度を $3 \times 10^7\text{ m/s}$ とすると、ビームの伝播時間 τ_b は $1.66 \times 10^{-7}\text{ s}$ となる。図 3-6 には摂動量の θ 方向の波数が $l=0$ の場合の不安定性の最大成長率 γ_m が k と Ω の関数として与えられている⁶⁾。図中に示されている数値は最大成長率を示し、 $\gamma_m \tau_b$ の形に規格化されている。また波数 k も kr_b として規格してある。ビームの平衡解は $\gamma_m \tau_b \leq 1$ ならば物理的に意味があり、必ずしも絶対安定を必要としていない。図 3-6 の陰の領域は最大成長率が正の領域であり、ほとんど $\gamma_m \tau_b > 1$ である。不安定性の機構としては、ソーセージ型の電磁流体的不安定性⁷⁾、Kelvin-Helmholtz 不安定性^{8,9)}などが

さまざまに混じり合い、最大成長率に最も寄与している不安定性を判別することは難しい。図3-6から判るように、ビームの回転速度比 Ω を増加させていくと、不安定性の成長率は減少していき、 $\Omega \geq 0.8$ ならば全ての波数 k の領域でビームは安定になる。この結果は3-2節で調べた hollow ring モデルの安定性と同じ傾向を示している。従って、 z 方向の自己磁場とビームの回転による遠心力がこの平衡解の場合にも安定化に作用していると言える。図3-6において、 $kr_b \sim 2\pi$ のところに成長率の大きな不安定領域があるが、ここは r 方向に立つ波の波長がビームの半径程度であるため、これに対応するような z 方向の波長が成長し安いことを示している。

θ 方向の波数が $l=1$ の場合、摂動量に対する $r=0$ での境界条件が $l=0$ の場合と異なるため、 r 方向の固有関数のプロファイルも変化する。図3-7に $l=1$ に対する不安定性の最大成長率を示した。この不安定性には通常のキンク不安定性⁷⁾、resistive hose 不安定性^{10,11,12)}なども含まれている。 $l=0$ の場合と同じく、成長率は Ω の増加と共に減少し、 $\Omega \geq 0.8$ では全ての k に対して安定である。 z 方向の磁場が円柱プラズマのキンク不安定性を抑えることができないことはよく知られているが、回転伝播ビームの場合、不安定な摂動の波がビームの速度に追いつけず減衰する結果となると考えられる。また、背景プラズマの密度が低い状況では return 電流の影響は少ないため、resistive hose 不安定性も危険ではない。図3-8から図3-10には $l=2, 3, 4$ に対する最大成長率が示されている。図3-8には $kr_b \sim 2\pi$ で $0 \leq \Omega \leq 0.4$ の領域に狭い不安定領域が出ている。 $l=3, 4$ については、全ての k, Ω に対してビームは安定である。一般に磁場のピッチに沿って成長する波 ($l/k=rB_z/B_\theta$) の成長率が大きい。回転伝播ビームの場合、 z 方向の磁場が r 方向に大きなシェアを持つため、そのような波は成長できないと考えられる。 θ 方向の波数 l が増加すると、最大成長率はさらに低下していく。従って最も危険な不安定性は $l=0, 1$ のときに現れるが、回転速度比が $\Omega \geq 0.8$ ならば安定になる。

3-5 まとめ

回転伝播ビームの巨視的な平衡解について安定性が調べられた。簡単な hollow ring モデルから、 z 方向の磁場と遠心力とが安定化に寄与していることが解析的に分かった。また半径方向に 5.5 mm の広がりを持って分布する平衡解に対して、摂動量の時間発展を数値的に調べることにより、不安定性の最大成長率が求められた。その結果、 $l=0, 1$ で $kr_b \sim 2\pi$ に最も大きな不安定性の成長率が現れるが、回転速度比を $\Omega \geq 0.8$ とすることにより、安定化されることが分かった。

微視的不安定性については全く検討しなかったが、ビームの平衡分布関数が Maxwell 分布から大きく外れているため、 $\partial f_{b0}/\partial v < 0$ となる共鳴点が存在する可能性が強い。またビーム粒子は r 方向にベータトロン振動していて、その振幅はビーム半径と同程度である。この運動が引き起こす不安定性は巨視的解析では扱わず、微視的不安定性に関する研究¹³⁾は今後の重要課題である。

第3章の参考文献

- 1) A. B. Mikhailovskii : "Theory of Plasma Instabilities" (Consultants Bureau, New York, 1974).
- 2) F. F. Cap : "Handbook on Plasma Instabilities" (Academic Press, 1976).
- 3) 宮本健郎 : "核融合のためのプラズマ物理" (岩波, 1976)
- 4) R. C. Davidson : "Theory of Nonneutral Plasma" (W. A. Benjamin, 1974).
- 5) R. V. Lovelace: Phys. Fluids **22** (1979) 708.
- 6) H. Murakami, T.Aoki, S.Kawata and K.Niu: Laser and Particle Beams, **2** (1984) 1.
- 7) Kruskal and Schwarzschild: Proc. Roy. Soc., London, A223 (1954) 348.
- 8) E. P. Lee : Lawrence Livermore Lab. Report No. UCID-16286 (1973).
- 9) B. K. Shivamoggi: *Theory of Hydromagnetic Stability* (Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1986) 116.
- 10) J. E. Brandenburg: Sandia Report, SAND84-1024 (1985).
- 11) E. P. Lee : Phys. Fluids, **16** (1973) 1072.
- 12) P. B. Miller : "An Introduction to the Physics of Intense Charged Particle Beams" (Plenum Press, New York, 1982).
- 13) K. Niu, M. Seto and M.Tamba : Proc. 14th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, Tsukuba Science City, Vol.2 (1984) 1023.

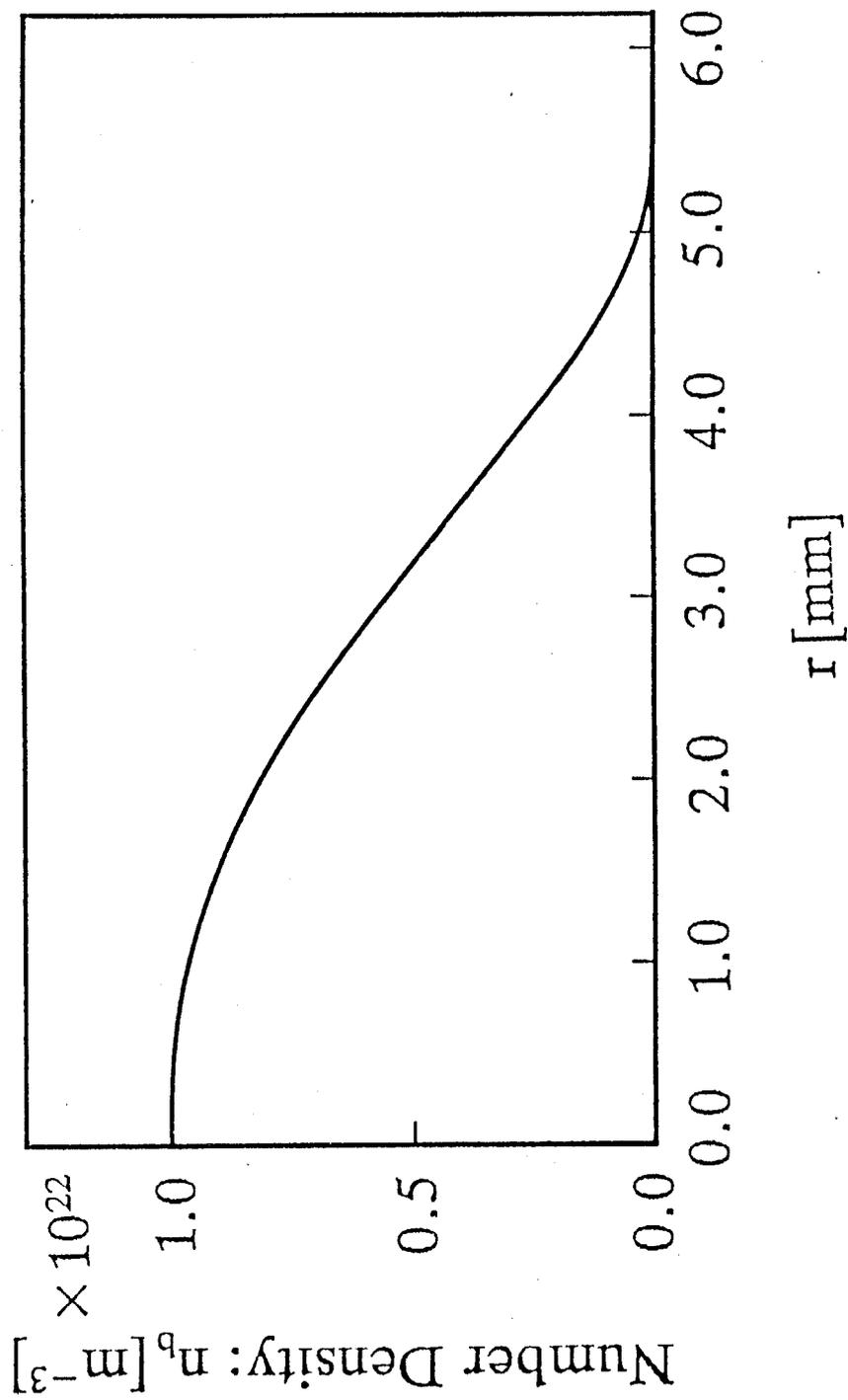


図3-1 巨視的平衡解のビーム数密度分布

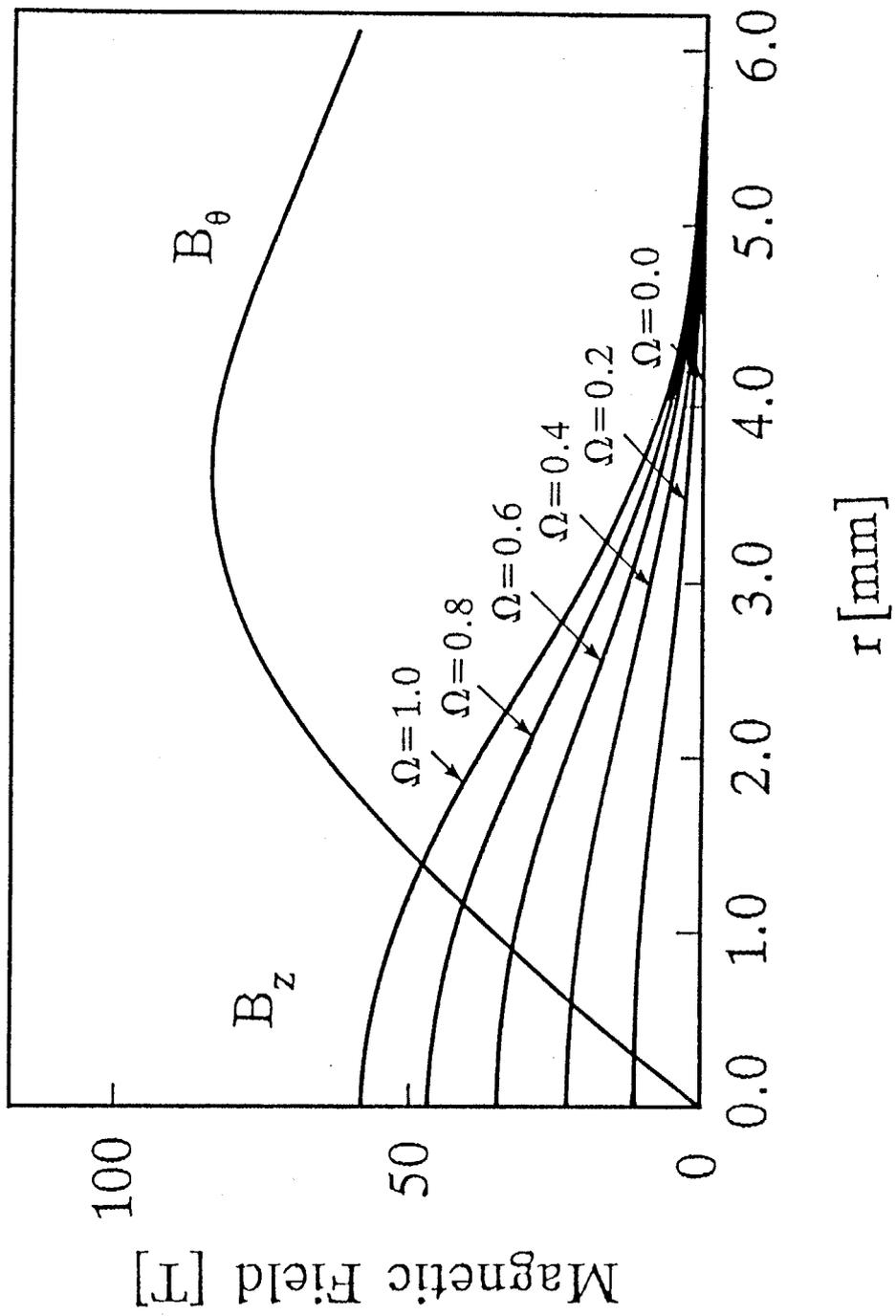


図3-2 巨視的平衡解の θ 方向と z 方向の自己磁場分布

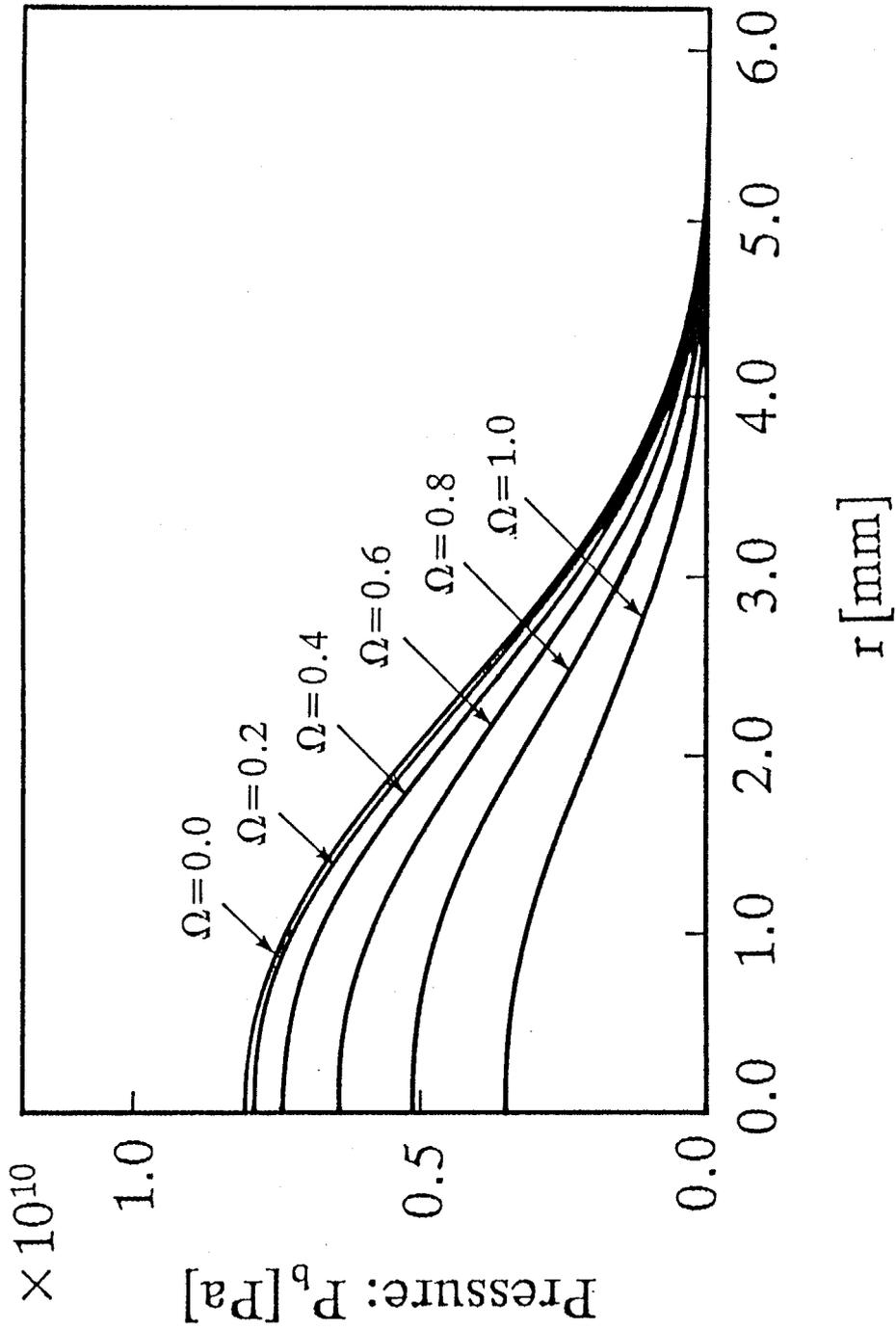


図 3-3 巨視的平衡解のビーム圧力分布

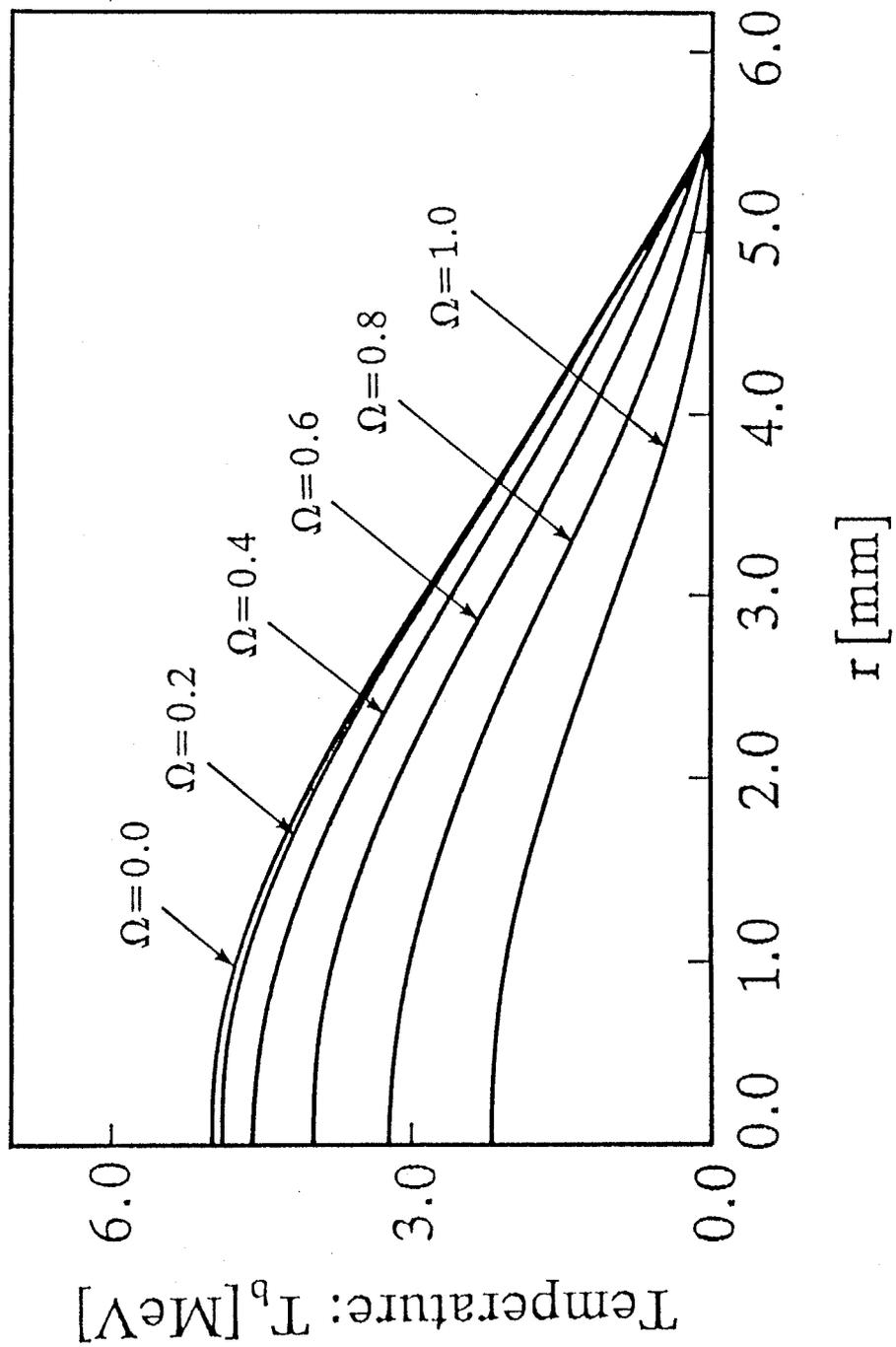


図3-4 巨視的平衡解のビーム温度分布

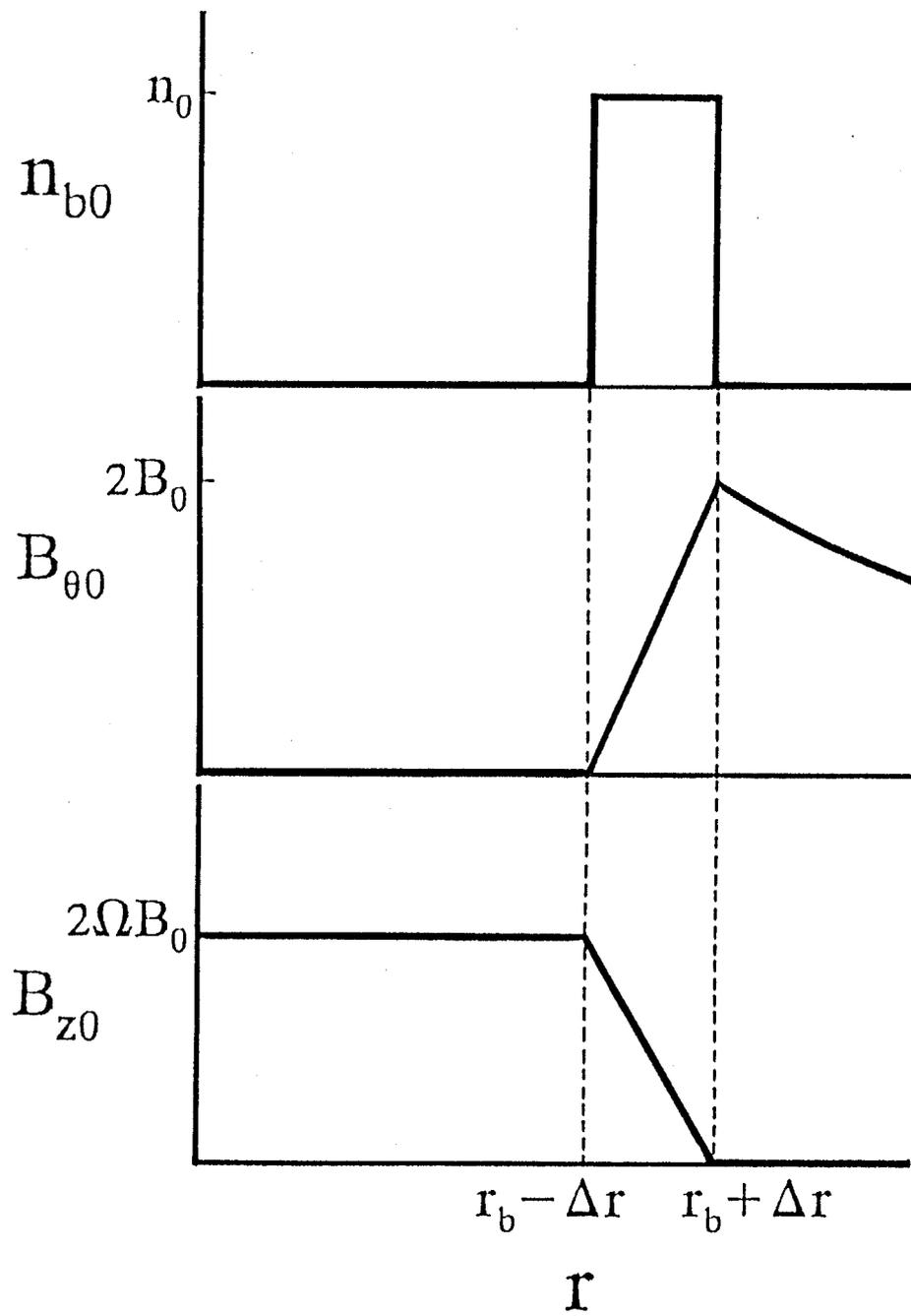


図 3-5 回転伝播ビームの hollow ring 平衡解

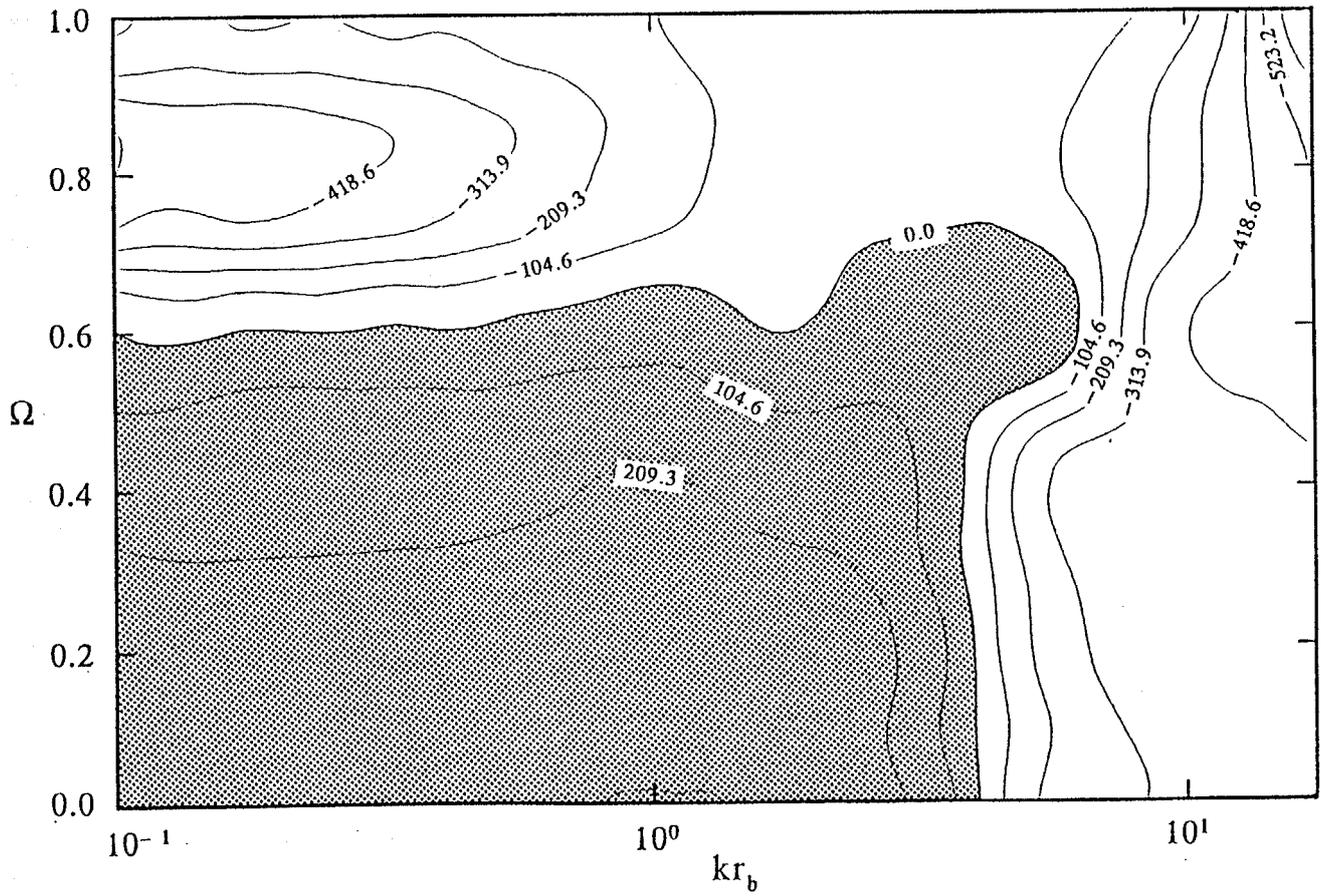


図3-6 $l=0$ の場合の k と Ω に対する最大成長率 γ_m

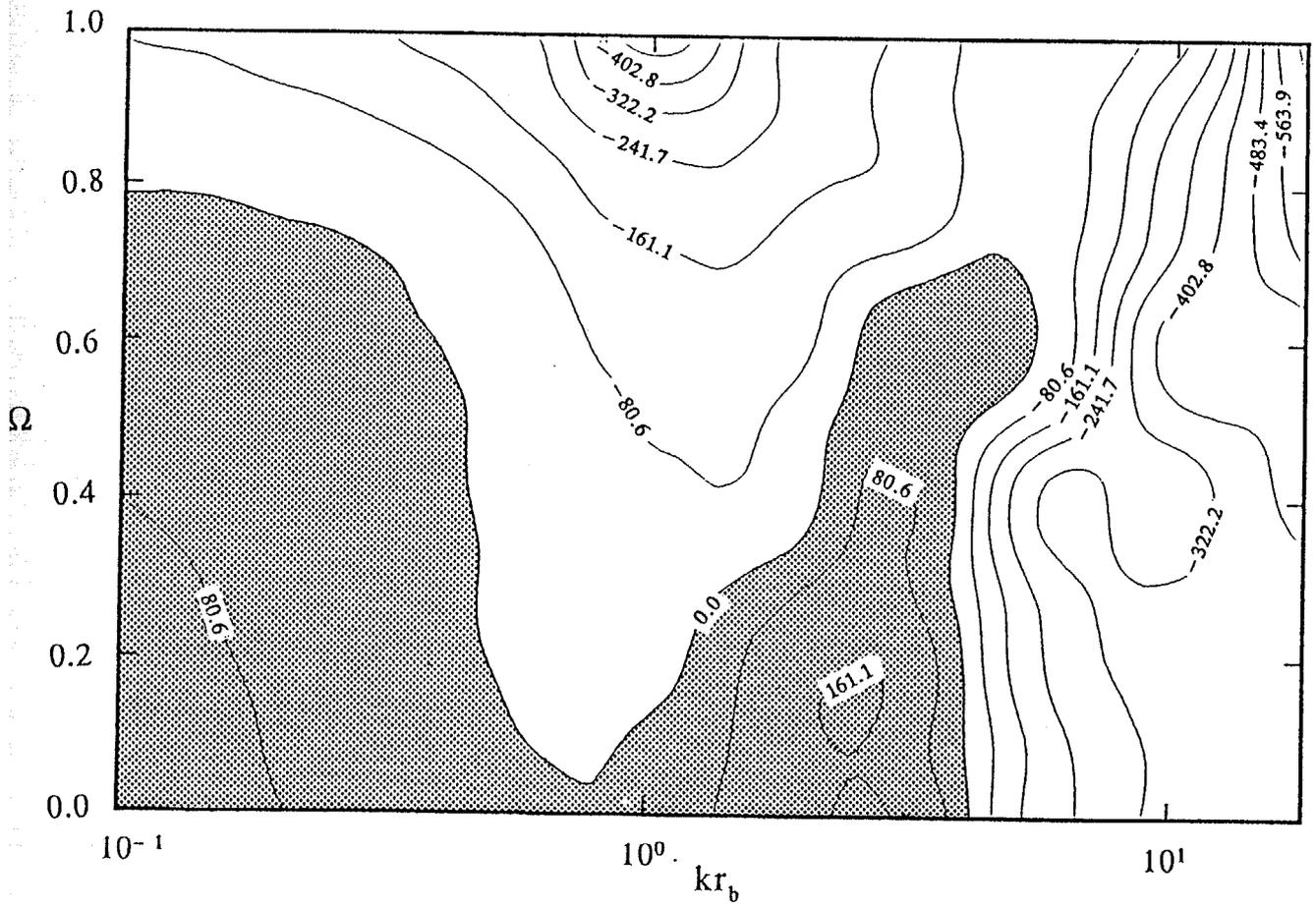


図3-7 $l=1$ の場合の k と Ω に対する最大成長率 γ_m

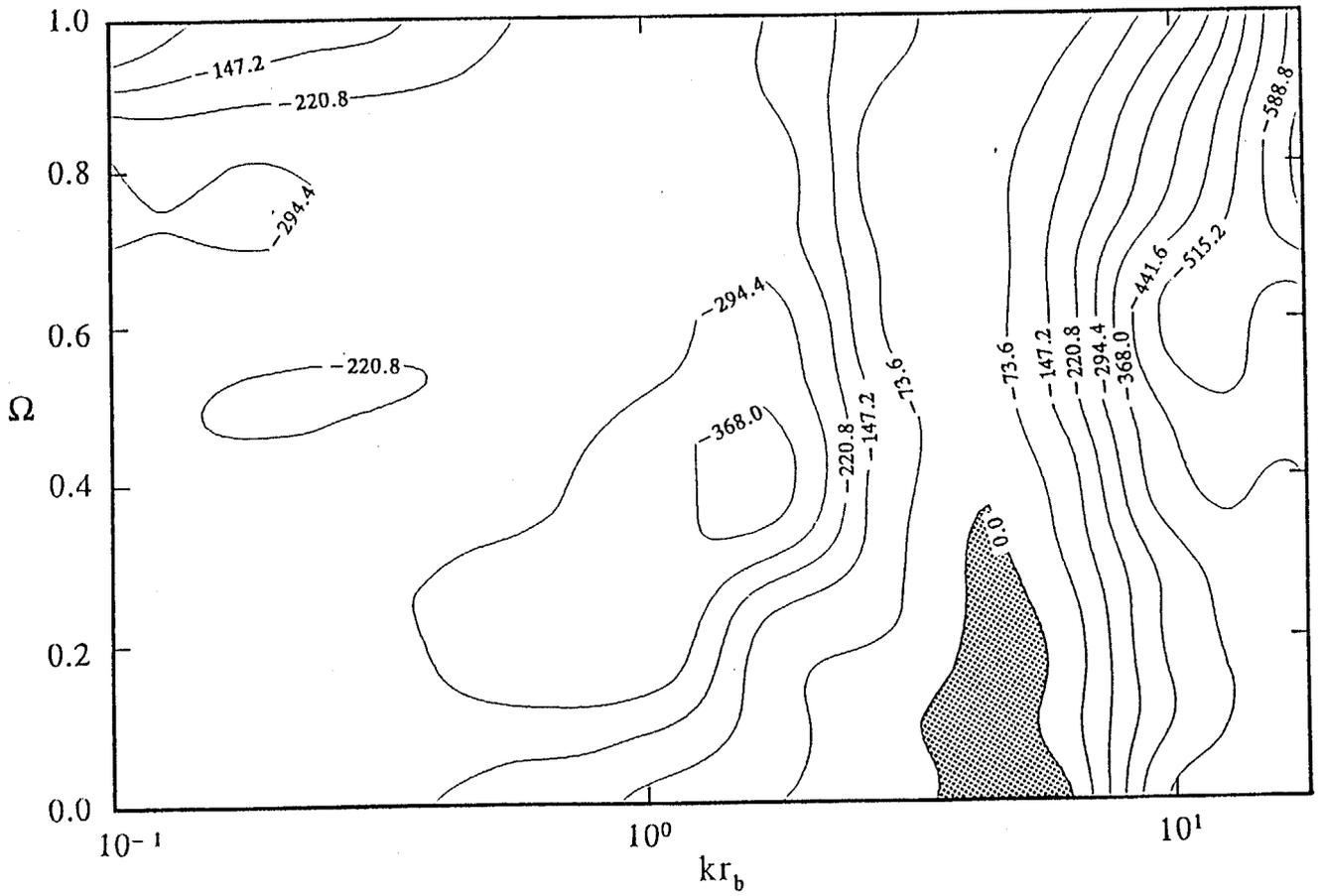


図 3-8 $l=2$ の場合の k と Ω に対する最大成長率 γ_m

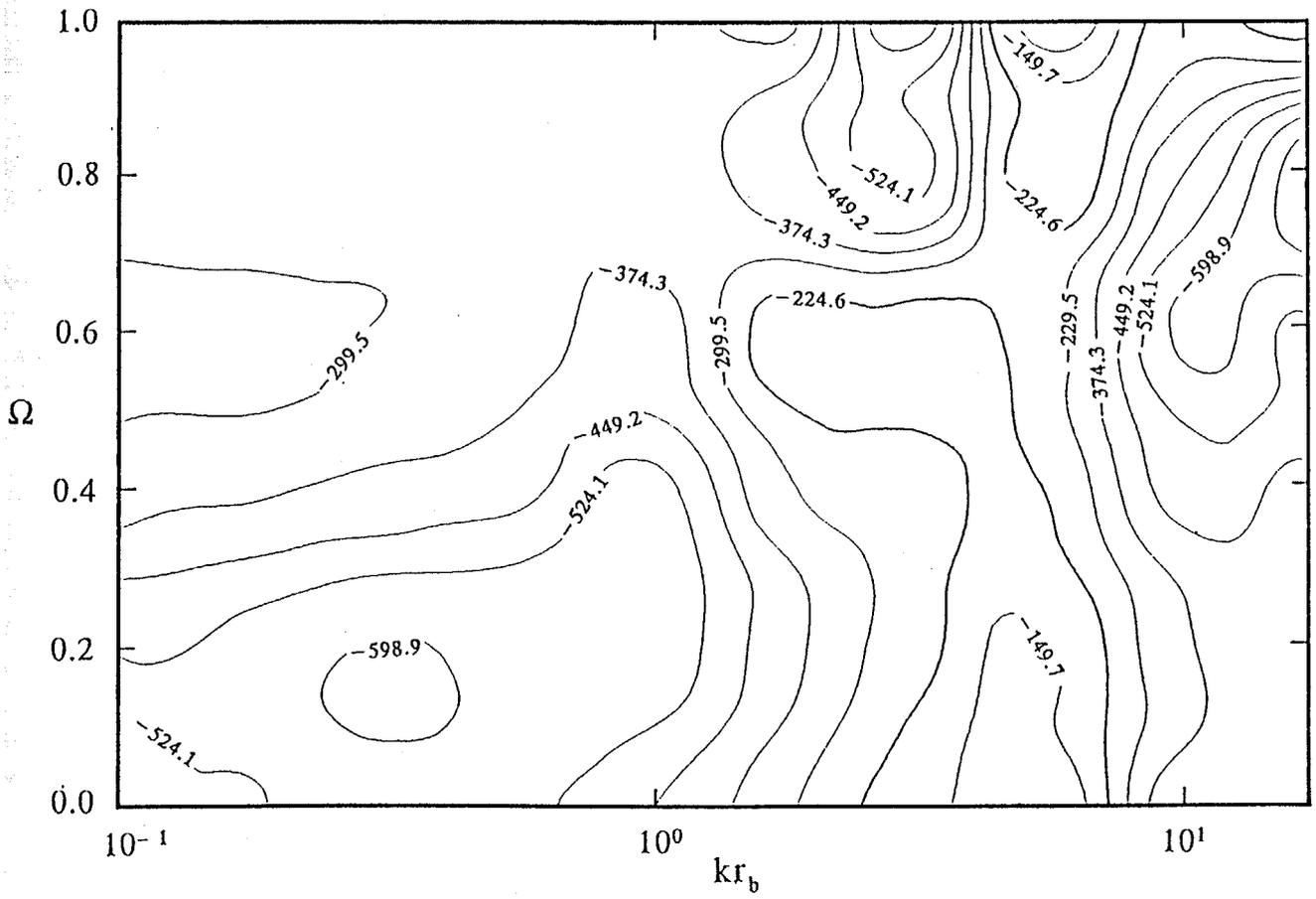


図3-9 $l=3$ の場合の k と Ω に対する最大成長率 γ_m

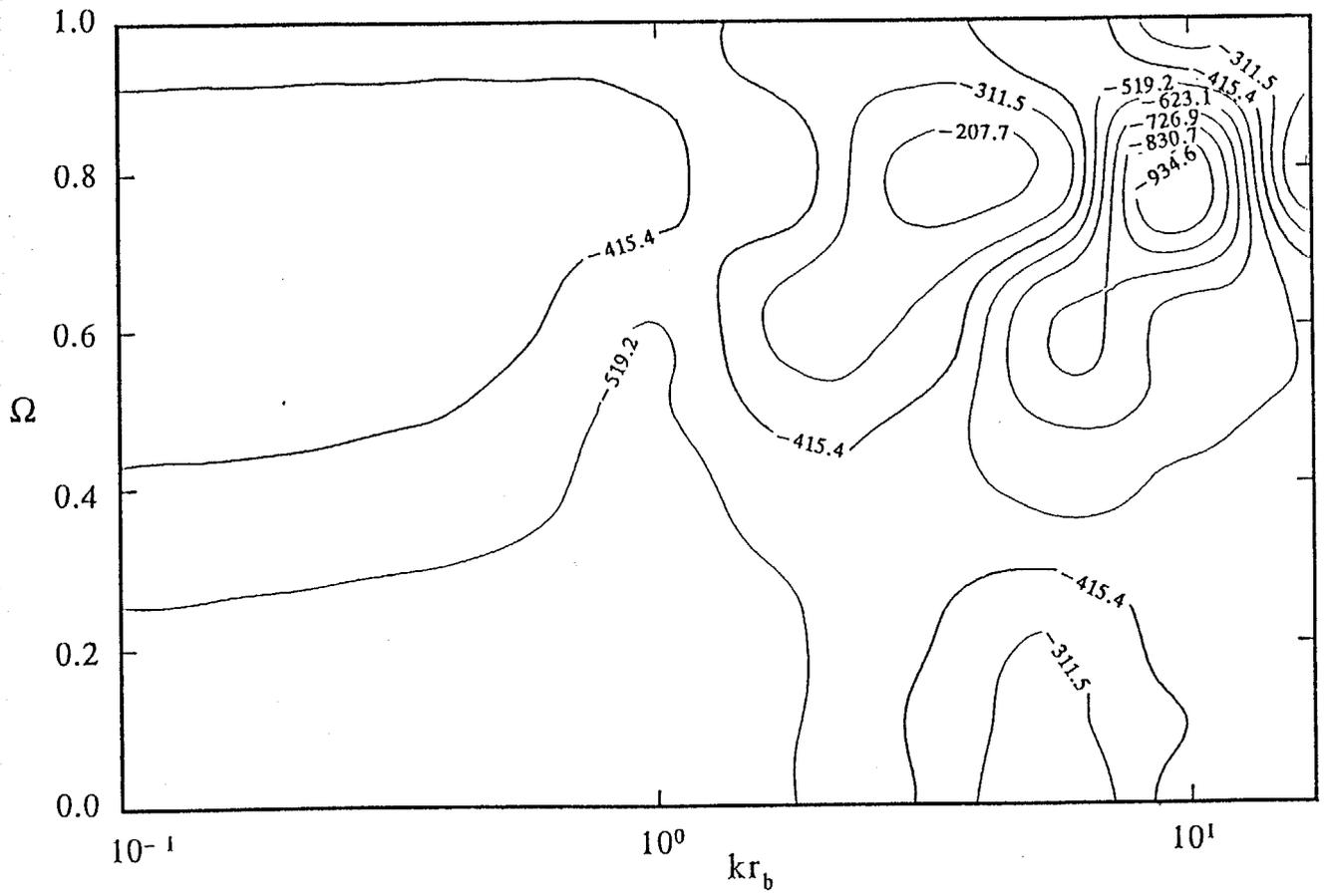


図3-10 $l=4$ の場合の k と Ω に対する最大成長率 γ_m

第4章 回転伝播ビームのプラズマ中での収束

4-1 導入

軽イオンビームが慣性核融合のエネルギー・ドライバーと成り得るためには半径数 mm の標的表面上で 100 TW/cm^2 以上のパワー密度を達成できるビームを発生しなければならない。現状の軽イオンビーム発生用ダイオードでは、パルスパワー電源を用いた縁面放電型磁場絶縁ダイオードが有望視されている¹⁾。ビーム電流が多くとれ、ビーム発散角が比較的小さい利点があるが、イオン源やダイオード・インピーダンスの制御などに問題が未解決で、技術的には確立されていない²⁾。プロトンをイオン種に選んだ場合、ビームと標的の相互作用の点から、ダイオードの印加電圧は数 MV となる。引き出せるビーム電流は、ダイオードの電極間距離が短い程大きくなるが、絶縁磁場強度の問題やアノード・プラズマの拡散による Gap Closer などのため、数 mm 以下にすることは困難である。電極間の空間電荷制限のため Child-Langmuir 電流 Limit が存在し、ダイオードで発生できるプロトン電流密度は数 kA/cm^2 、パワー密度は数 10 GW/cm^2 が限界である。標的表面上では 1000 倍以上のパワー密度を必要とするため、軽イオンビームを空間的に収束して標的に照射する必要が生じる。

現在の実験装置で行われているビームの収束法は、ダイオードの幾何学的形状による光学的方法と言える³⁾。ダイオードの電極間の等電位面が、目標とする収束点に対して球面状になるようにアノード形状や印加磁場の空間分布を調節する。ダイオードから出たビーム粒子は電子を引き連れ、ほぼ完全に電荷中性化、電流中性化されて収束点に到達すると考えられている。従ってビーム粒子はダイオードから収束点まで直線的に運動する。ダイオード内で発生するアノード・プラズマの不安定性や、電子シースの非一様性が及ぼす等電位面の乱れなどが直接ビーム粒子の発散角の増大に影響し、収束性の低下を引き起こしている⁴⁾。また引き出すビーム電流量が増大してくると、電極間でのビームの自己磁場や、ドリフト領域での電荷、電流の中性化率がビームの発散角に影響することも指摘され始めて

いる⁵⁾。現在のところ、米国の Sandia 国立研究所の PBFA-II が最も規模の大きな実験装置で、ダイオード電流 3MA、ダイオード電圧 5 MV、収束点でのパワー密度は数 TW/cm² である⁶⁾。

収束性を向上させる方法として、二つの方法が考えられる。一つは Sandia 国立研究所で行われているようなプロトンより重いイオン種を用い、加速電圧を上昇させ、全電流を減らす方法である^{7,8)}。ビーム粒子はプロトンより比電荷が小さいのと、粒子の運動エネルギーが大きいいため電磁場の影響を受けにくい。また全電流が小さいため自己電流、電荷の作る電磁場も小さくなり、収束性は向上する。現在、リチウム・ビームが考えられていて、加速電圧は 30MV 程度である。しかし、イオン源の問題、電圧の昇圧等の基本的問題等が未解決である^{9,10,11)}。

これに対し、ビームの自己電流の作る磁場によるピンチ効果でビームを収束させる方法がある¹²⁾。ダイオードで生じたビームの発散角をドリフト領域でカバーし収束性を向上させ、ビームの自己伝播も可能にする方法である。ドリフト領域内でビーム電荷だけがほぼ完全に中性化され、ビーム電流は中性化されずに強力な自己磁場を発生する。従って電子はビームと完全に同じ運動をすることができず、予めドリフト領域にはプラズマあるいは中性気体が存在している必要がある。ドリフト領域のプラズマ及び中性気体の密度はビームの電流中性化率に強く影響することは第 2 章で述べたが、本章では自己磁場でビームが収束するための最適な背景プラズマ密度を調べる。また回転伝播ビームを形成するために、ドリフト領域において、 r 方向の磁場が加えられるが、この回転によるビームの収束性と収束点付近での安定化効果をシュミレーションで確認する。ドリフト領域が予めプラズマで満たされている場合と、中性ガスで満たされている場合は第 6 章で述べられるので、本章ではプラズマで満たされている場合をシミュレーションにより解析する。ビームは比電荷が大きいほど磁場の影響を受けるため、自己磁場による収束にはプロトン・ビームに適していると考えられる。本章以降では、プロトン・ビームに限定して解析を行う。

4-2 自己磁場による収束の機構

本節では、自己磁場によりビームが収束され、回転伝播ビームが形成される物理的な過程を述べる。ダイオードで発生されたプロトン・ビームは幾何学的収束角と局所発散角を持ってドリフト領域に入射される。図4-1にドリフト領域の形状と座標系が示されている。幾何学的なビームの収束点は z_f で示されている。ドリフト領域の入口には、ビームを回転させるために外部から r 方向の磁場が加えられている。図4-1の点線は磁力線を示している。ビーム粒子はその磁場領域を通過すると、ローレンツ力により z 方向の速度の一部が θ 方向の速度に変換される。入射直後のビーム数密度は $n_b \sim 10^{19} \text{ m}^{-3}$ 程度なので、背景プラズマの数密度を $n_p \sim 10^{22} \text{ m}^{-3}$ にしておくと、ビームは初期に電流、電荷ともにほぼ完全に中性化される。幾何学的収束によりビームが収束点 z_f にほぼ弾道的に $\sim 1 \text{ cm}$ まで近づく、ビームの数密度が上昇し背景プラズマと同程度になる。この段階でビーム電流の中性化率が低下し始め、自己磁場が収束点付近に発生する。この磁場によりビームはピンチし、ビームの数密度はさらに増加する。磁場は背景プラズマ電子の有効電気伝導度を低下させるため、ビームの電流中性化はさらに低下し、より強い自己磁場が発生する。ビーム半径が数 mm 以下に収束されると、初期にビームの r 方向速度のエネルギーは巨視的に内部エネルギーと見なされ、 r 方向の圧力勾配として外向きの力が現れる。また角運動量保存から θ 方向の速度が大きくなり、 z 方向の速度に匹敵するようになる。このため遠心力も大きくなり、ビーム半径が数 mm になったところでこれらの力が平衡に達する。このときビームの回転により現れる z 方向の磁場は収束過程を安定化させる効果が期待される。収束点で形成された回転伝播ビームの平衡配位は、収束点 z_f をビームが通過しても崩れることはなく、回転伝播ビームの炉内の伝播が可能になる。

4-3 シミュレーションの手法

4-3-1 基礎方程式

自己磁場により回転伝播ビームが収束され、平衡配位が形成される過程を調べるために、2次元ハイブリッド・シミュレーションコード HPYICQ が開発された。物理的なモデルを以下に示す。

系はビーム、背景電子とイオンから構成されている。ビーム粒子は高エネルギー ($\sim \text{MeV}$) を持つため衝突の平均自由行程が長く、ビーム粒子間、ビームと背景イオン及び電子間の衝突は無視できる。従ってビームを流体モデルで扱うことは近似が悪く、古典的 Newton 方程式に従う粒子モデル^{13,14)}で扱う。

$$\frac{d\mathbf{v}_b}{dt} = \frac{e}{m_b} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_b \times \mathbf{B}) , \quad (4-1)$$

$$\frac{d\mathbf{r}_b}{dt} = \mathbf{v}_b . \quad (4-2)$$

ここで \mathbf{v}_b と \mathbf{r}_b はビーム粒子の速度と位置であり、時間のみの関数である。ビームの挙動を表すために、約 10000 個の超粒子 (10^{16} 個分) がシミュレーションで用いられている。

背景のイオンと電子は相互に衝突が頻繁であるため、二流体モデル^{15,16)}で扱う。今、電子プラズマ振動 ω_{pe} やサイクロトロン振動数 ω_{ce} の逆数の時間スケールで起こる現象には興味がなく、ビームの運動と同じ時間スケールの現象が調べるところを目的としている。電子の質量が小さいため電磁場に瞬時的に応答すると近似として、電子の運動方程式中で慣性項が無視される¹⁶⁾。その場合、系の電荷が準中性 ($n_e = Z_i n_e + n_b$) の近似を置くことも許される。しかし第5章ではこの近似が破れ、ビームの運動の時間スケールでも起こる電子の慣性がビームの収束に影響する場合について調べられる。本章では背景電子について以下の方程式が用いられる。

$$-en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - m_e n_e \nu_{ei}(\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) - \nabla p_e = 0 , \quad (4-3)$$

$$\frac{3}{2} n_e k \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right] T_e = -p_e \nabla \cdot \mathbf{u}_e + \nabla \cdot \kappa_e \nabla T_e + Q_e , \quad (4-4)$$

$$Q_e = \frac{3m_e}{m_i} \nu_{ei} n_e k (T_i - T_e) + \eta j_p^2 \quad (4-5)$$

$$+ Q_{\text{stopping}} - Q_{\text{Bremsstrahlung}} ,$$

ここで ν_{ei} は電子-イオン間の衝突振動数、 κ は熱伝導率、 η は電気抵抗率を表す。また \mathbf{u} は流体運動としての速度であり、 Q_{stopping} はビーム粒子が衝突により単位時間に落とすエネルギー量である。背景プラズマは輻射に対して透明であるとし、 $Q_{\text{Bremsstrahlung}}$ は制動輻射による内部エネルギー損失の項である。

背景イオンに対しては、以下の標準的な電磁流体方程式が用いられる。

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{u}_i) = 0 , \quad (4-6)$$

$$m_i n_i \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right] \mathbf{u}_i = Z_i e n_i (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i \quad (4-7)$$

$$- m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) ,$$

$$-\frac{3}{2} n_i k \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right] T_i = -p_i \nabla \cdot \mathbf{u}_i + \nabla \cdot \kappa_i \nabla T_i + Q_i , \quad (4-8)$$

$$Q_i = \frac{3m_e}{m_i} \nu_{ei} n_i k (T_e - T_i) . \quad (4-9)$$

電磁場をスカラー・ポテンシャル ϕ とベクトル・ポテンシャル \mathbf{A} で表すと

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} , \quad (4-10)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} , \quad (4-11)$$

になり、クーロンゲージ $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ を選ぶと Maxwell 方程式

$$\Delta\phi = -\frac{e}{\epsilon_0}(Z_i n_i + n_b - n_e), \quad (4-12)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{A} = \mu_0 e (Z_i n_i \mathbf{u}_i + n_b \mathbf{u}_b - n_e \mathbf{u}_e) - \frac{\partial \nabla \phi}{\partial t}, \quad (4-13)$$

に帰着される。真空の誘電率は非常に小さな値であるため、準中性の条件下では、Poisson 方程式 (4-12) の右辺が微小量を微小量で割る形になり、スカラーポテンシャルを評価することができない。そこで式 (4-4) を \mathbf{E} について解き、divergence をとると、

$$\Delta\phi = \nabla \cdot \left(\mathbf{u}_e \times \mathbf{B} + \frac{m_e \nu_{ei}}{e} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) + \frac{1}{en_e} \nabla p_e \right). \quad (4-14)$$

が得られる。式 (4-13) と (4-14) により電磁場は決定される。シミュレーションにおいては、以上のモデル以外の原子過程、電離、励起、再結合等は無視されている。

4-3-2 数値計算法

シミュレーションの対象となるドリフト領域は、図 4-1 に示されているように格子に分割され数値計算のメッシュとして用いられる。メッシュ間隔が一定でなく、長方形メッシュにもなっていないため、円柱座標からの座標変換¹⁷⁾が必要となる。新しい座標系 (ξ, η) への変換則は、

$$r = r(\xi(r, z), \eta(r, z)) \quad (4-15)$$

$$z = z(\xi(r, z), \eta(r, z)) \quad (4-16)$$

(ξ, η) 座標系において格子が等間隔に分割されるように $r(\xi, \eta)$ と $z(\xi, \eta)$ を決定

する。円柱座標での r 微分、 z 微分は、

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (4-17)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (4-18)$$

となる。 J は Jacobian を表し、

$$J = \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \quad (4-19)$$

である。式 (4-15), (4-16) については、収束点付近に多くメッシュが集まるように解析的に変換則を与える。実際の空間は非一様に分割されるため、数値計算の誤差は1次となるがメッシュ数は数十分の一になる。そして解析すべき現象の空間的振舞いがある程度予測できるならば、十分な精度で計算が行える。

ビーム粒子は式 (4-1), (4-2) を差分化して解く。粒子の位置 (r_b, z_b) における電磁場の値が必要になり、次節で説明する C I C 法により内挿して求める。

Newton 方程式を円柱座標系で表した差分式は、

$$\frac{v_r^{n+1} - v_r^n}{\Delta t} - \frac{v_\theta^n v_\theta^{n+1}}{r^n} = \frac{e}{m_b} \left(E_r^{n+1/2} + \frac{v_\theta^n B_z^{n+1/2} + v_\theta^{n+1} B_z^{n+1/2}}{2} - \frac{v_z^n B_\theta^{n+1/2} - v_z^{n+1} B_\theta^{n+1/2}}{2} \right), \quad (4-20)$$

$$\frac{v_\theta^{n+1} - v_\theta^n}{\Delta t} - \frac{v_r^n v_\theta^{n+1} + v_r^{n+1} v_\theta^n}{2r^n} = \frac{e}{m_b} \left(E_\theta^{n+1/2} + \frac{v_z^n B_r^{n+1/2} + v_z^{n+1} B_r^{n+1/2}}{2} - \frac{v_r^n B_z^{n+1/2} - v_r^{n+1} B_z^{n+1/2}}{2} \right), \quad (4-21)$$

$$\frac{v_z^{n+1} - v_z^n}{\Delta t} = \frac{e}{m_b} \left(E_z^{n+1/2} + \frac{v_r^n B_\theta^{n+1/2} + v_r^{n+1} B_\theta^{n+1/2}}{2} - \frac{v_\theta^n B_r^{n+1/2} - v_\theta^{n+1} B_r^{n+1/2}}{2} \right), \quad (4-22)$$

で与えられる。粒子の位置は、

$$\frac{\mathbf{r}^{n+1} - \mathbf{r}^n}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}^n + \mathbf{v}^{n+1}}{2} + \frac{1}{2} \mathbf{a}^{n+1/2} \Delta t \quad (4-23)$$

で求められる。ビーム粒子の速度と位置の表記において、ビームを表す添え字 b は省略されている。また、 \mathbf{E} と \mathbf{B} は、粒子の位置での電場と磁場をあらわす。 $\mathbf{a}^{n+1/2}$ は粒子の加速度で、式 (4-20)~(4-22) の右辺と等しい。加速度項を加えることにより¹⁸⁾、粒子の位置は2次の精度で求めることができ、時間刻み Δt は長くできる。式 (4-20)~(4-22) は円柱座標系でのBuneman スキーム¹⁹⁾と見なすことができ、速度に対してもほぼ2次精度が得られ、数値的に安定であることが確認されている。また、粒子運動に対して、1次精度で可逆的である。差分の時間刻みは $v_b \Delta t \leq \min(\Delta r, \Delta z)$ に取る必要があるが、従属変数は円柱座標表示であるため粒子が $r=0$ に近づくとき大きな遠心力が働き、 Δt をいくら小さくしても発散が起こる。そこで中心付近の $r < \Delta r$ に到達した粒子は、円柱座標からデカルト座標 (x, y, z) に変換して解き、 $r \geq \Delta r$ になったら円柱座標に再び変換し直す²⁰⁾。

電磁場、イオン、電子については一般的な電磁流体方程式の解法を用い、時間的には Leap-frog 法で解く。Maxwell 方程式に変位電流が入るため、差分の時間刻みは $c\Delta t \leq \min(\Delta r, \Delta z)$ に制限される。また $\Delta r, \Delta z$ も収束点付近の最も小さい値が使われる。

シュミレーションのアルゴリズムは、ビーム粒子、イオンと電子流体の運動が先に解かれ、生じる電流、電荷から電磁場が求められる。その電磁場のもとでビーム、イオン、電子が運動する。全体としては陽的な時間発展のスキームになっている。

初期条件は、数 eV のプラズマがドリフト領域内に静止しているとする。ビーム粒子は $\xi = 0$ の面のランダムな位置から収束点に向かって速度 $v_b = 3 \times 10^7$ m/s で入射される。このとき、局所発散角も入射角に加えられる。境界は金属壁であるとし、境界に衝突した粒子はそこで吸収され、反射されることは無いとする。電磁場に対する境界条件は、金属壁に対して完全導体の条件が使われる。ただし、金属中の自由電子は、ビームの収束過程で現れる電場のポテンシャルに対して仕事関数が無視し得る程度に小さいため、電場がかかれば電子はその電位勾配がゼロになるまで自由に放出される。従って境界に垂直方向の電場もゼロである。

4-3-3 CIC法

格子点で与えられる電磁場を粒子の位置に内挿する方法として、CIC (Cloud - in - Cell) 法^{14,21)}を用いる。粒子の大きさをメッシュ幅の雲と見なし、粒子雲の中の各格子点には占有面積あるいは体積に比例した粒子の存在確率が分配される。図4-2に示す通り、格子 (j_ξ, j_η) における粒子 (ξ_b, η_b) の存在確率 $P_b(j_\xi, j_\eta)$ は、

$$P(j_\xi, j_\eta) = \frac{A_1}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}, \quad (4-24)$$

である。 A_1 は、粒子が占める面積のうち、格子点 (j_ξ, j_η) に割り振られる面積である。粒子の位置における電場は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_b = & P(j_\xi, j_\eta)\mathbf{E}(j_\xi, j_\eta) + P(j_\xi+1, j_\eta)\mathbf{E}(j_\xi+1, j_\eta) \\ & + P(j_\xi, j_\eta+1)\mathbf{E}(j_\xi, j_\eta+1) + P(j_\xi+1, j_\eta+1)\mathbf{E}(j_\xi+1, j_\eta+1) \end{aligned} \quad (4-25)$$

で求められる。

ビーム粒子の巨視的な密度と速度は

$$n_b(j_\xi, j_\eta) = \sum P_i(j_\xi, j_\eta) , \quad (4-26)$$

$$\mathbf{u}_b(j_\xi, j_\eta) = \sum \mathbf{v}_i P_i(j_\xi, j_\eta) , \quad (4-27)$$

で求められる。ここで i は存在する全ビーム粒子についての総和を意味する。

CIC 法では数値メッシュが本章のような不規則である場合、粒子の位置 (r_b, z_b) が変換された座標系 (ξ, η) のどこに対応するかを決定することが難しい。解くべき問題は、

$$r(\xi_b, \eta_b) = r_b , \quad (4-28)$$

$$z(\xi_b, \eta_b) = z_b , \quad (4-29)$$

で ξ_b と η_b を求めることである。 ξ_b と η_b から式 (4-24) の P が決定できる。 $r(\xi, \eta)$ と $z(\xi, \eta)$ は格子点上でのみ値が分かる。この問題を2次元の Newton-Raphson 法で解くことを考える。

ξ_b と η_b の近似値 $\xi_b^{(1)}$ と $\eta_b^{(1)}$ が分かっているとき、 $\xi_b = \xi_b^{(1)} + \Delta_\xi$, $\eta_b = \eta_b^{(1)} + \Delta_\eta$ と書ける。これらを式 (4-28), (4-29) に代入し Δ_ξ と Δ_η を微小量として展開すると、

$$\frac{\partial r}{\partial \xi} \Delta_\xi + \frac{\partial r}{\partial \eta} \Delta_\eta = r_b ,$$

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} \Delta_\xi + \frac{\partial z}{\partial \eta} \Delta_\eta = z_b ,$$

となる。 Δ_ξ と Δ_η について解くと、

$$\Delta_{\xi} = \xi_b^{(2)} - \xi_b^{(1)} = \frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \eta} r_b - \frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \eta} z_b \quad (4-30)$$

$$\Delta_{\eta} = \eta_b^{(2)} - \eta_b^{(1)} = -\frac{1}{J} \frac{\partial z}{\partial \xi} r_b + \frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \xi} z_b \quad (4-31)$$

が得られ、より解に近い $\xi_b^{(2)}$ と $\eta_b^{(2)}$ が求められる。ここで J は式 (4-19) の Jacobian である。式 (4-30), (4-31) を繰り返して計算することにより、 $\xi_b^{(2)}$ と $\xi_b^{(1)}$, $\eta_b^{(2)}$ と $\eta_b^{(1)}$ を収束させて十分な精度の解を得ることができる。この方法において、式 (4-30), (4-31) の r_b と z_b の係数が、シミュレーションで用いる座標変換の式 (4-17), (4-18) に現れる係数と一致するため、新たに計算する必要がない。また、時間発展を追うようなシミュレーションでは、前の時刻で $\xi_b^{(1)}$ と $\eta_b^{(1)}$ が分かっているので、式 (4-30), (4-31) の計算の収束性が非常によく、ベクトル計算機にもうまく適合するなどの利点を持っている。

4-4 ビーム収束性への背景プラズマ密度の影響

ビーム電流の中性化率は背景プラズマの密度と磁場の強さに大きく依存し、電子電流が一般化されたオームの法則に支配されることは2章で述べた。磁場がビームの自己電流により発生されるため、磁場の強さも電流中性化率の関数となる。ビーム収束における電流中性化率は強い非線形現象となり、非定常な収束過程に依存する。従ってシミュレーションにより解析する必要がある。

シミュレーションで想定される入射面でのビームのパラメータと時間依存性を図4-3に示す。入射ビームの電流密度は10 nsecの立ち上がりで増加し、粒子の運動エネルギーは5 nsecで立ち上がる。それ以後は時間的に一定であるとしている。幾何学的な収束点は $z_f = 28.5$ cm に設定し、各粒子の局所発散角はランダムに $\phi \leq 30$ mrad とした。局所発散角の値は、ビーム発生の実験データから妥当な値と考えられる²²⁾。ドリフト領域内で仮想的にビーム粒子が電磁場と相互作用をしないとすると、ビームの軌道は直線になり、局所発散角が $\phi = 0$ ならば入射

した全ての粒子が z_f の収束点を通過する。また $\phi = 30$ mrad ならば収束点でのビーム半径は 8 mm に達する。背景には、アルゴン・プラズマが定常的に 1 価に電離していると仮定されている。本節ではビームを回転するために入口付近にかけられる r 方向の磁場は 0.2 Tesla で、距離は約 2.0 cm としている。

20 Torr (273 K) のアルゴン・プラズマが背景にある場合にシミュレーション結果を示す。図 4-4 には、収束過程の時間経過に対するビーム粒子マップを示した。また図 4-5 は $t=30$ nsec におけるビーム・エミッタンスが z 軸方向に変化している様子を示している。背景プラズマが 20 Torr の場合、ビーム電流はほとんど中性化され、強い自己磁場が発生していないことが分かった。幾何学的収束によりビームの数密度が増加してピークに達する収束点 z_f でも、ビームの数密度がプラズマの数密度より一桁以上小さいためである。収束点をビームが通過すれば再び幾何学的に発散し、回転伝播ビームの平衡配位は形成されない。ビーム粒子の軌道はほぼ直線であり、ビーム光学の理論から導かれるビーム・エミッタンスの保存も図 4-5 では成り立っている。背景プラズマが 5 Torr (273 K) 以上の場合はほぼ同じ状況になり、自己磁場を利用したビーム収束は不可能である。

次に背景プラズマが 3 Torr の場合のシミュレーション結果について、幾何学的収束点付傍のビーム粒子マップを図 4-6 に示し、ビーム・エミッタンスを図 4-7 に示した。4-2 節で述べた自己磁場によるビームの収束の機構がシミュレーションでも確認され、収束点でのパワー密度は最大で 108 TW/cm^2 に達した。また収束半径は r 方向の半値半幅 (HWHM) が 3.5 mm となった。各ビーム粒子の速度分布を調べるために、Steering angle²³⁾として

$$\text{Steering angle} = \tan^{-1} \left(\frac{u_{\text{radial}}}{u_{\text{axial}}} \right) \quad (4-28)$$

を定義し、その分布を図 4-8 に示した。収束点以後の z の領域で、Steering angle が正と負の領域にほぼ均等に分布していることが分かる。これはビーム粒子が r 方向にベータトロン振動をしていて、自己磁場で小さなビーム半径内に閉じ込められていることを意味している。また、図 4-9 には粒子の z 方向の速度

に対する θ 方向の回転速度比 (v_θ/v_z) の分布が示される。ビームが収束点に近づくにつれてビーム半径が小さくなり、角運動量の保存から各粒子が大きな回転速度を持つようになることが分かる。収束点におけるビーム回転速度比の平均値は 0.5 に達した。収束点付近では、 θ 方向の自己磁場が最大で 60 Tesla 発生し、大きな遠心力にまさるローレンツ力が働き、ビームを収束させている。これらの結果から、回転伝播ビームの平衡配位が形成されていることが確認できる。背景プラズマ電子はジュール加熱により温度が 100 eV 以上に上昇するが、イオン-電子間の温度緩和時間が長いのでイオンの温度はほとんど上昇しない。背景プラズマは $\mathbf{J}_{\text{return}} \times \mathbf{B}$ のローレンツ力と圧力勾配で外向きに膨張するが、ビームの収束過程の時間内では r 方向の空間分布の変化は大きくない。

背景プラズマの圧力が 1 Torr の場合のビーム粒子マップ、エミッタンス、Steering angle、回転伝播比の分布が図 4-10～図 4-13 に示される。収束点から広い範囲に非常に大きな誘導電場 ($\sim 10^8$ V/m) が発生し、ビーム粒子を収束点から遠ざける方向の力が働く。ビーム粒子の軌道は収束点付近に達する前に偏向されてしまう。誘導磁場による力が自己磁場によるピンチ力の大きさを上回るため、ビーム収束性は非常に悪くなり、回転伝播ビームの平衡配位も形成されない結果となる。

背景が水素プラズマの場合、イオンの質量が小さいため $\mathbf{J}_{\text{return}} \times \mathbf{B}$ の力で r 方向にプラズマの拡散が起こる。従って収束点付近のプラズマの密度が低下し、誘導電場が大きくなるが、収束の時間が 30 nsec 程度であるならば、それほど深刻ではない。以上からビームの背景には 1 Torr ～ 5 Torr のアルゴンプラズマが存在していることが必要であり、3 Torr が回転伝播ビームの収束に最適という結果が得られた。しかしこの状況では、準中性の仮定が成り立つことが保証されなくなる。第 5 章では電子の慣性を考慮した電荷の流れが、Poisson 方程式を含んだシミュレーションで調べられ、ビーム収束に対する背景プラズマの最適な密度 (圧力) が若干修正される。

4-5 回転のための磁場 B_r の最適化

収束点に向かって z 方向の速度を持つビーム粒子を θ 方向に回転させるために、ドリフト領域の入口に r 方向の磁場が図 4-1 のように加えられる。図に示される磁力線は θ 方向の外部電流コイルにより誘起される。コイルはダイオードまで続き、ビームは return 磁場を受けないようにする。本節では、回転伝播ビームの収束に最適な磁場の強さ B_{applied} と磁場を与える距離 Δz を見積り、シミュレーション結果との比較を行う。ビーム粒子がこの磁場のかかっている領域 Δz を通過したときに得る θ 方向の速度 Δu_θ は

$$\Delta u_\theta = \frac{e}{m_b} u_{bz} B_{\text{applied}} \Delta t = \frac{e}{m_b} B_{\text{applied}} \Delta z, \quad (4-29)$$

で与えられる。 u_{bz} は z 方向のビームの入射速度で、 $u_{bz} \gg \Delta u_\theta$ である。 Δt はビーム粒子が距離 Δz 通過する時間である。系は θ 方向に対称であるため角運動量が保存され、

$$L_\theta = m_b r u_\theta + e r A_\theta = \text{const.} \quad (4-30)$$

が成り立つ。回転伝播ビームの平衡配位では、ビーム数密度が $n_b^a \sim 10^{22} \text{ m}^{-3}$ 、ビームの θ 方向速度が $u_\theta^a \sim 10^7 \text{ m/s}$ を必要とする。ベクトルポテンシャル A_θ は式 (4-13) から近似的に、

$$A_\theta \sim \mu_0 e n_b^a u_\theta^a r^a, \quad (4-31)$$

で表せる。上付き添え字 a は収束後の物理量を意味する。 r^a は収束後のビーム半径 ($r^a \sim 5 \text{ mm}$) である。収束前の物理量には上付き添え字 b を付けることにし、初期の角運動量は $m_b r^b u_\theta^b$ となる。収束前後での角運動量の保存から

$$B_{\text{applied}} \Delta z = \frac{m_b u_\theta^a r^a}{e r^b} \left(1 + \frac{n_b^a e^2 r^a{}^2}{m_b \epsilon_0 c^2} \right), \quad (4-32)$$

が得られる。 r^b は収束前のビーム半径で、ドリフト領域の入口半径程度 ($r^b \sim 10$ cm) である。これらの値を代入すると、 $B_{\text{applied}} \Delta z \sim 10^{-3}$ Tesla·m となる。4-4 節のシミュレーションは $B_{\text{applied}} \Delta z \sim 4 \times 10^{-3}$ Tesla·m と選んで行われていて、高い収束性と十分な回転速度比を達成できた。

回転を与える r 方向の磁場強度 B_{applied} に対するビームの収束性を検証するために、背景プラズマは 3 Torr のアルゴン・プラズマとしてシミュレーションを行った。まず、 r 方向の磁場をかけない場合 ($B_{\text{applied}}=0$) のシミュレーションを行った。ビームは θ 方向の回転なしに収束する。ビーム粒子マップと Steering angle の分布を図 4-14 と 4-15 に示した。収束点付近にリップルが発生していることが分かり、パワー密度も平均すると 50 TW/cm² までしか増加していない。このリップルは微視的不安定の可能性もあるが、非線形現象と混在しているため確認することはできない。本章のシミュレーションは θ 方向に対称なため、ソーセージ型不安定性など θ 方向の波数が $l=0$ の不安定性のみ現れる可能性がある。第 3 章の結果では、回転していない平衡状態は不安定であり、シミュレーションに現れるリップルを電磁流体不安定性と考えることもできる。

r 方向の磁場を見積り値より強く与えた場合、ビーム粒子は収束前に回転速度が大きくなりすぎる結果となった。 $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.01$ Tesla·m としてシミュレーションを行うと、ビームが幾何学的に収束し半径が小さくなるにつれて u_θ が大きくなり、収束点では遠心力はローレンツ力をはるかに上回る。図 4-16～図 4-19 にビーム粒子マップ、回転速度比、エミッタンス、Steering angle が与えられている。遠心力のために収束点に近づくまでにビームは拡がってしまい、収束点ではビーム半径が 2 cm にまでなってしまう。ビームの数密度が増加しないため電流中性化が成り立ち、自己磁場が誘起されないため、回転伝播ビームの平衡配位も形成されない。

r 方向の磁場強度と z 方向に印加する距離の積が $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.004$ Tesla·m に選んだ前節のシミュレーションでは、幾何学的収束により半径が 1 cm 以下になると遠心力が大きくなり、自己磁場によるピンチ力との平衡が成り立つ。収束点付近の狭い範囲に z 方向の磁場が誘起されることにより局所的なピンチを防ぎ、安定に回転伝播ビームが形成されることが確認された。

4-6 まとめ

準中性の仮定を用いたハイブリッド粒子-流体コードにより、プラズマで満たされたドリフト領域における回転伝播ビームの収束過程がシミュレーションにより解析された。入射ビームのパラメータとしては電流密度 8kA/cm^2 、半径 10 cm 、パルスの立ち上がり時間 10 nsec 、局所発散角 30 mrad が選ばれた。背景プラズマ密度は電流中性化率に強く影響し、 3 Torr が最適値があることが分かった。またビームを回転させるために加える r 方向の磁場は、最適値が $B_{\text{applied}}\Delta z=0.004\text{ Tesla}\cdot\text{m}$ であり、ビームの回転は収束過程でも安定化の効果を持つことが確認された。収束点でのパワー密度の最大値は 108 TW/cm^2 、ビーム半径の半値半幅は 3.5 mm であった。収束後に回転伝播ビームの平衡配位が形成され、自己磁場により伝播が可能であることが確認された。

第4章の参考文献

- 1) J. P. VanDevender, et al. : Laser and Particle Beams, **3/1**, (1985) 93.
- 2) S. A. Slutz, et al. : J. Appl. Phys. **62/1** (1987) 16.
- 3) D. J. Johnson, et al. : J. Appl. Phys., **58**, 12 (1985).
- 4) T. R. Lockner, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 311 (1988).
- 5) J. A. Swegle, S. A. Slutz, D. J. Johnson : Proc. 5th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, 93 (1983).
- 6) D. L. Cook, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 35 (1988).
- 7) B. N. Turman, et al. : Proc 5th IEEE Pulsed Power Conference, Arlington (1985).
- 8) K. W. Bieg, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 587 (1988).
- 9) Special Issue on Fast Opening Vacuum Switches, IEEE Trans. Plasma Sci. **PS-15**, Dec. (1987).
- 10) R. A. Meger, R. J. Commisso, G. Cooperstein and S. A. Goldstein : J. Appl. Phys. Lett., **42** (1983) 943.
- 11) R. J. Mason and M. E. Jones : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 1137 (1988).
- 12) K. Niu and S. Kawata : Fusion Tech., **11** (1987) 365.
- 13) J. M. Dawson : Meth. Comp. Phys., **9** (Academic Press, New York, 1970)
- 14) C. K. Birdsall and A. B. Langdon : "Plasma Physics via Computer Simulation" (McGraw-Hill, 1985).
- 15) A. G. Sgro and C. W. Nielson : Phys. Fluids, **19** (1976) 126.
- 16) A. Mankofsky, N. R. Sudan and J. Denavit : J. Comp. Phys., **70**

(1987) 89.

- 17) T. Westermann : Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, **A263** (1988) 271.
- 18) R. J. Mason : J. Comp. Phys. **41** (1981) 233.
- 19) O. Buneman : J. Comp. Phys., **1**, (1967) 517.
- 20) D. W. Hewett and A. B. Langdon : J. Comp. Phys. **72** (1987) 121.
- 21) R. L. Morse : Meth. Comp. Phys., **9**, (Academic Press, New York, 1970).
- 22) K. Yatsui, et al. : Laser and Particle Beams, **5** (1987) 415.
- 23) J. P. VanDevender : Laser and Particle Beams, **5** (1987) 439.

Drift Region

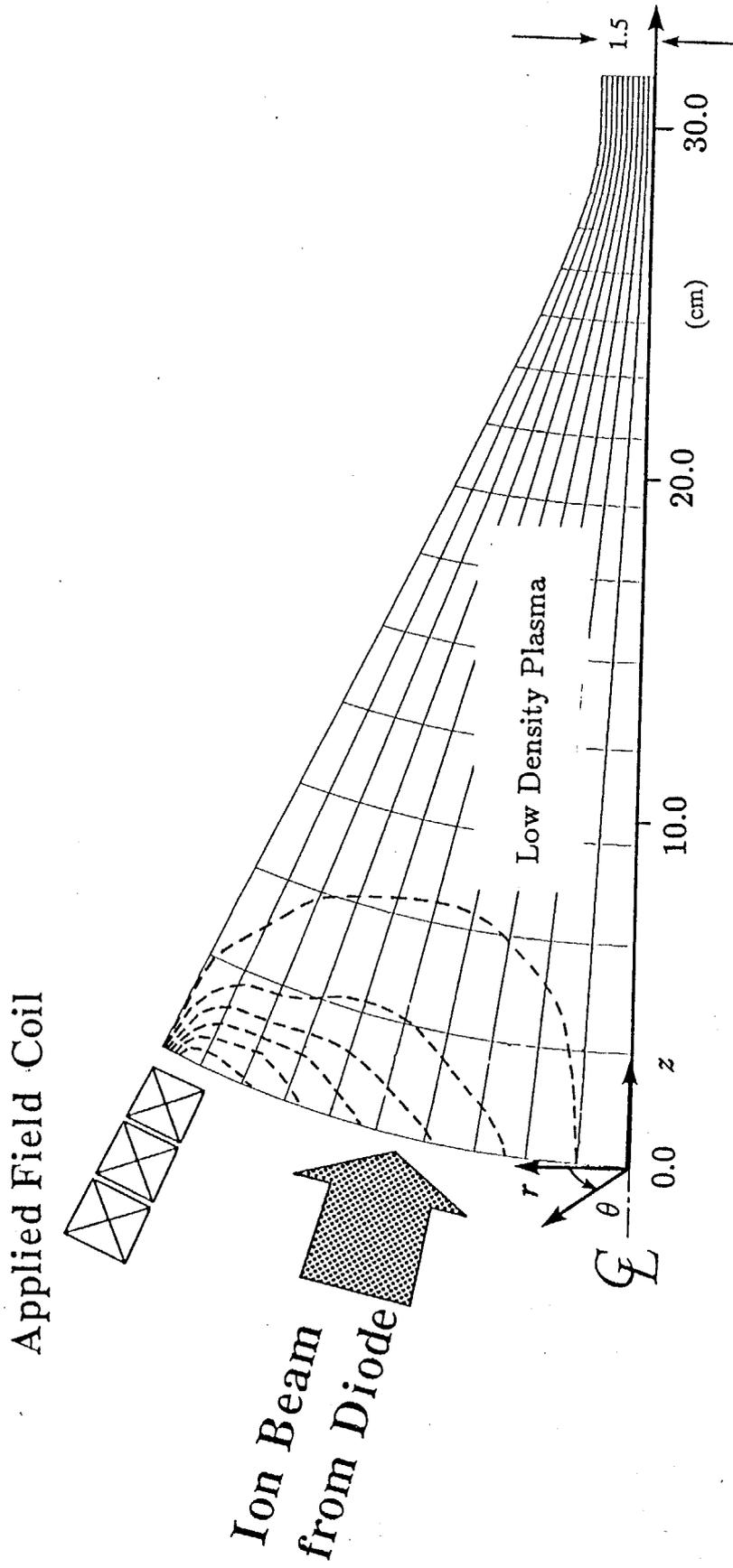


図4-1 ドリフト領域の断面図。点線は磁力線を表し、格子は数値計算で用いられるメッシュ構造を示す。

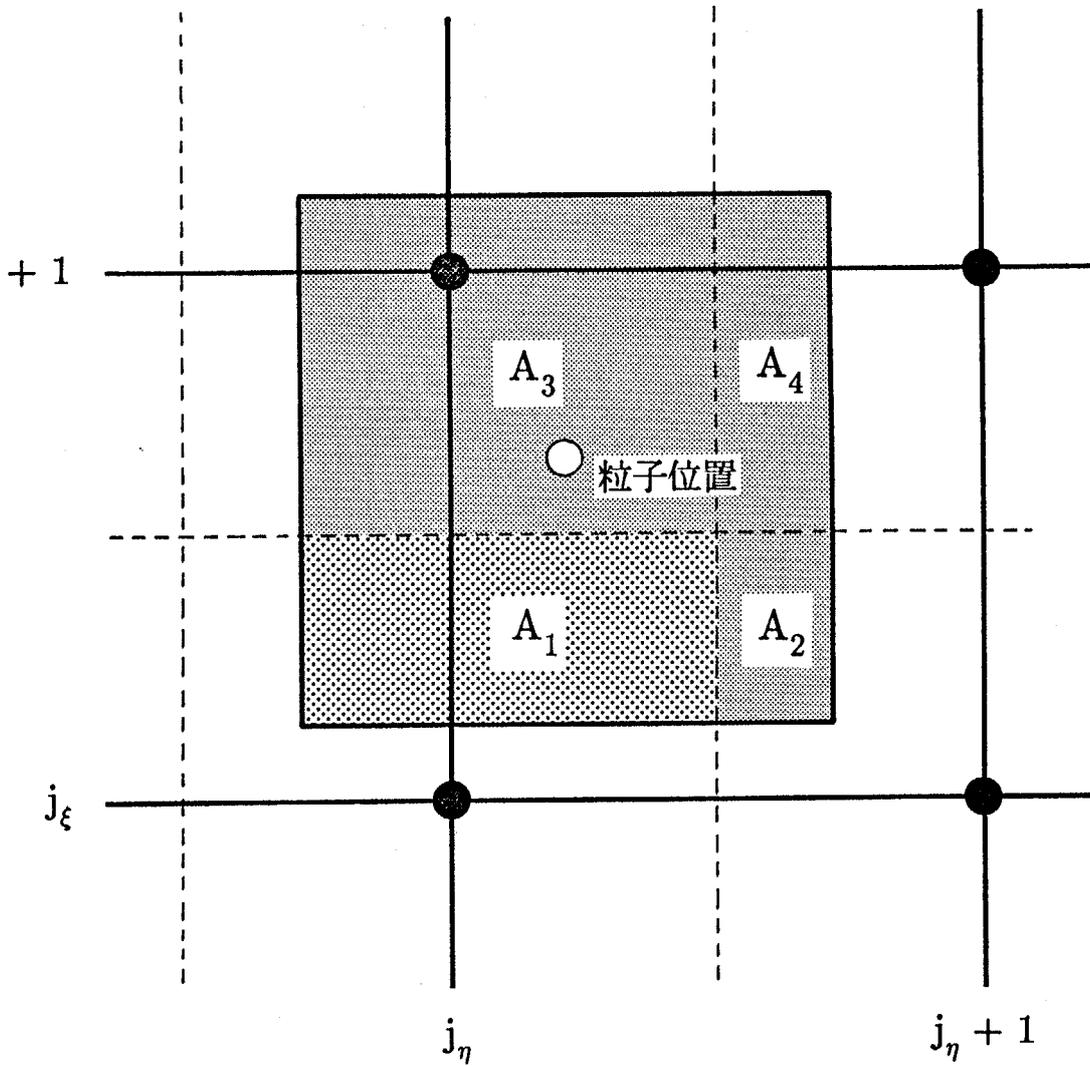


図4-2 CIC法における粒子の格子点への配分

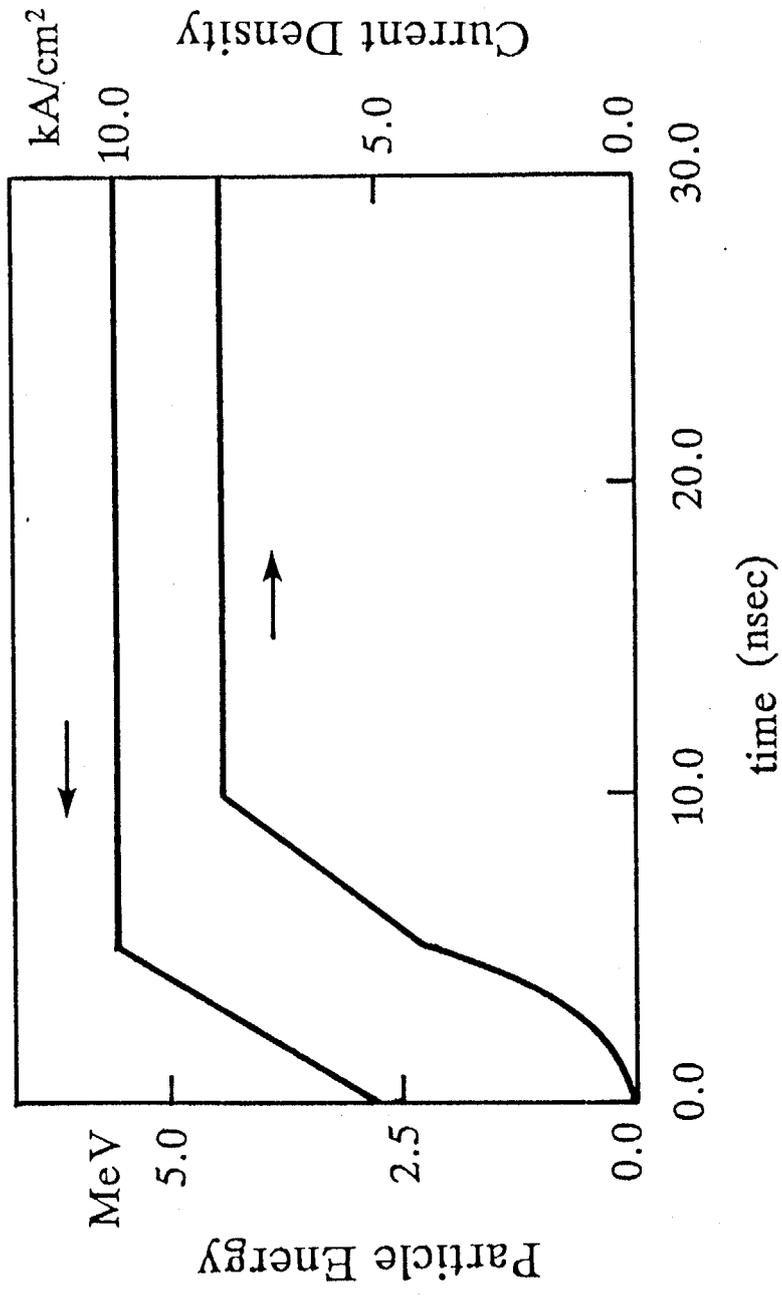
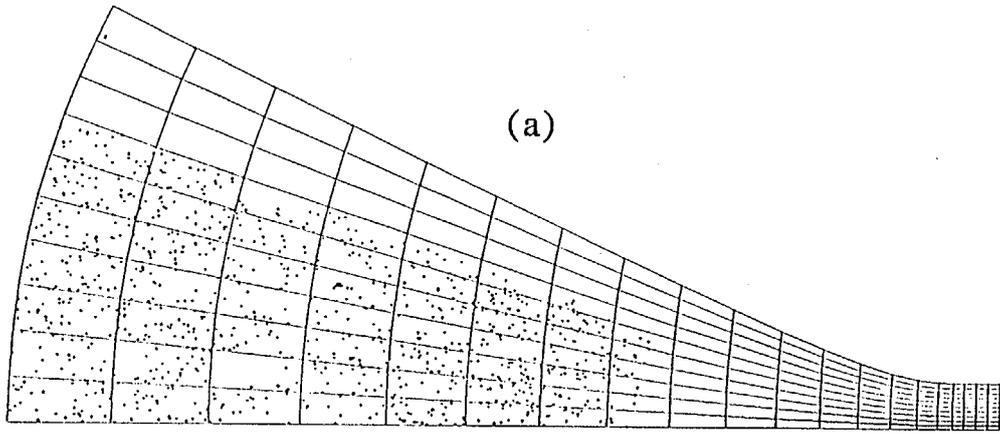
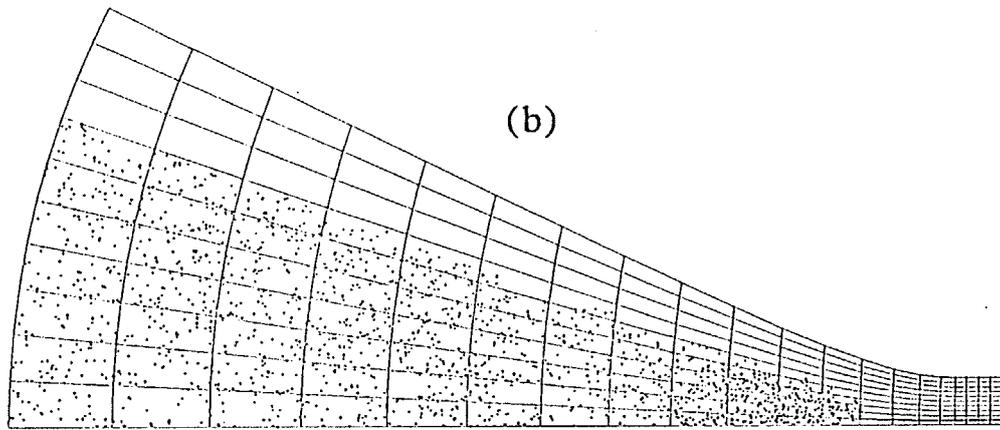


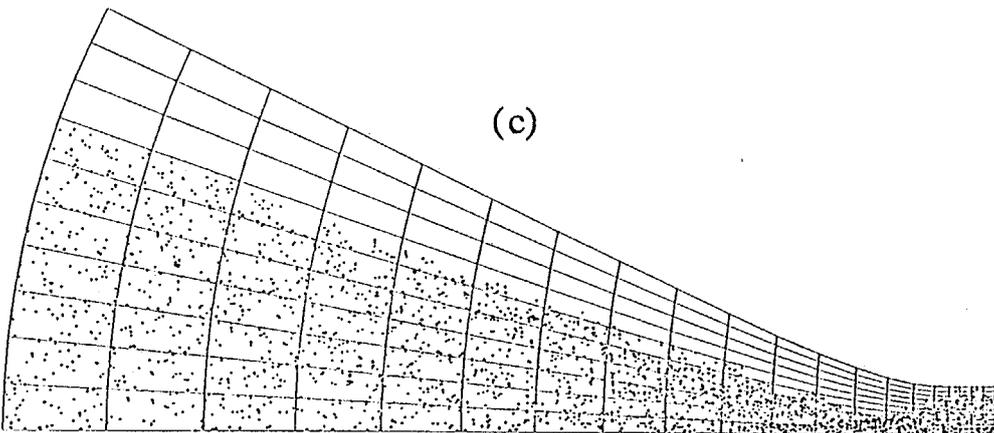
図4-3 ドリフト領域に入射するビームの粒子エネルギーと電流密度の時間変化



time = 6.6 (nsec)



time = 9.9 (nsec)



time = 13.2 (nsec)

図4-4 ビーム収束過程のビーム粒子マップの時間変化。背景プラズマは 20 Torr。 (a) 6.6 nsec, (b) 9.9 nsec, (c) 13.2 nsec.

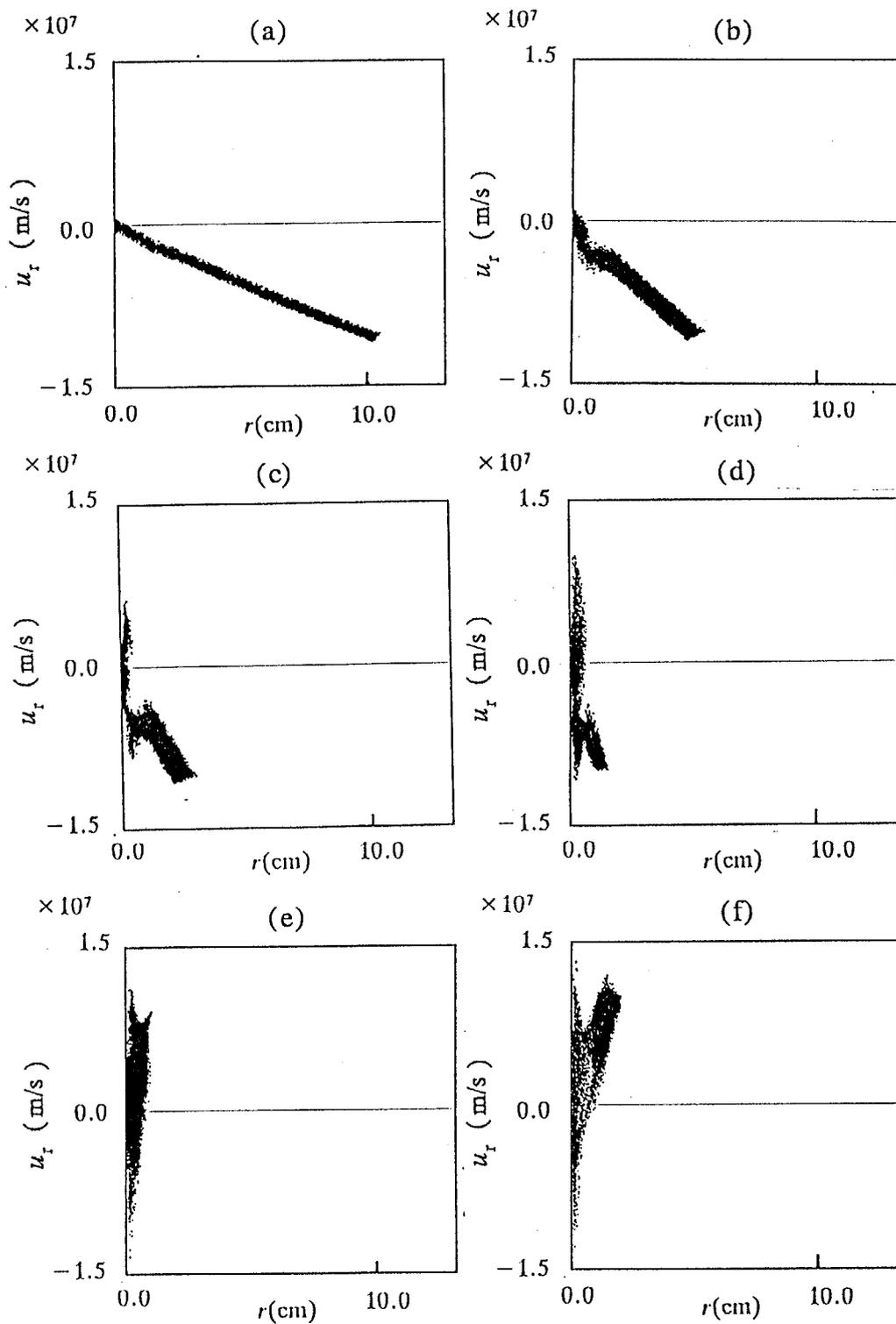


図4-5 収束過程におけるビーム・エミッタンスの空間変化。時刻 30 nsec。
 背景プラズマは 20 Torr。 (a) $z=7.0$ cm, (b) $z=18.0$ cm,
 (c) $z=23.0$ cm, (d) $z=26.0$ cm, (e) $z=28.5$ cm, (f) $z=31.0$ cm

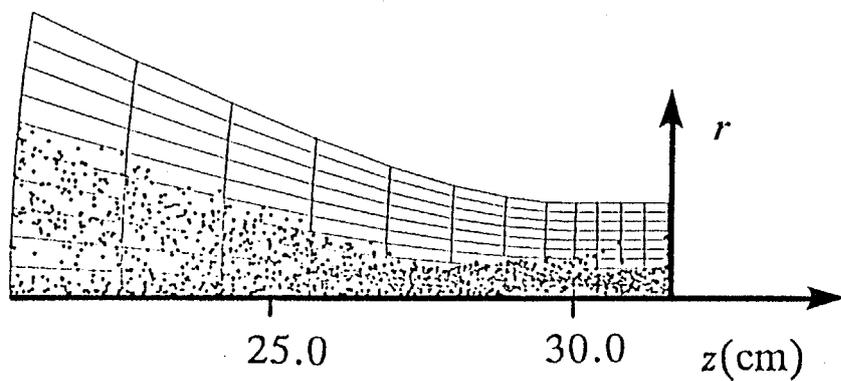


図4-6 背景プラズマが 3 Torr の場合の収束点付近のビーム粒子マップ

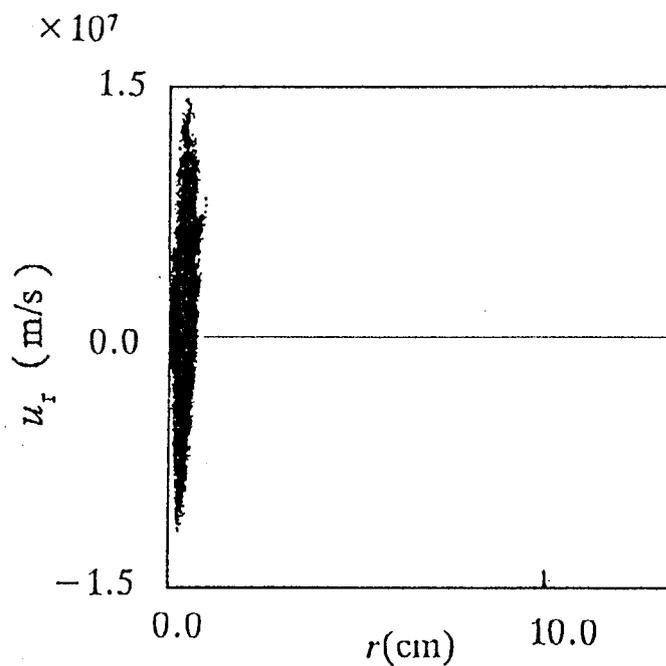


図4-7 背景プラズマが 3 Torr の場合の収束点以後におけるビーム・エミッタンス

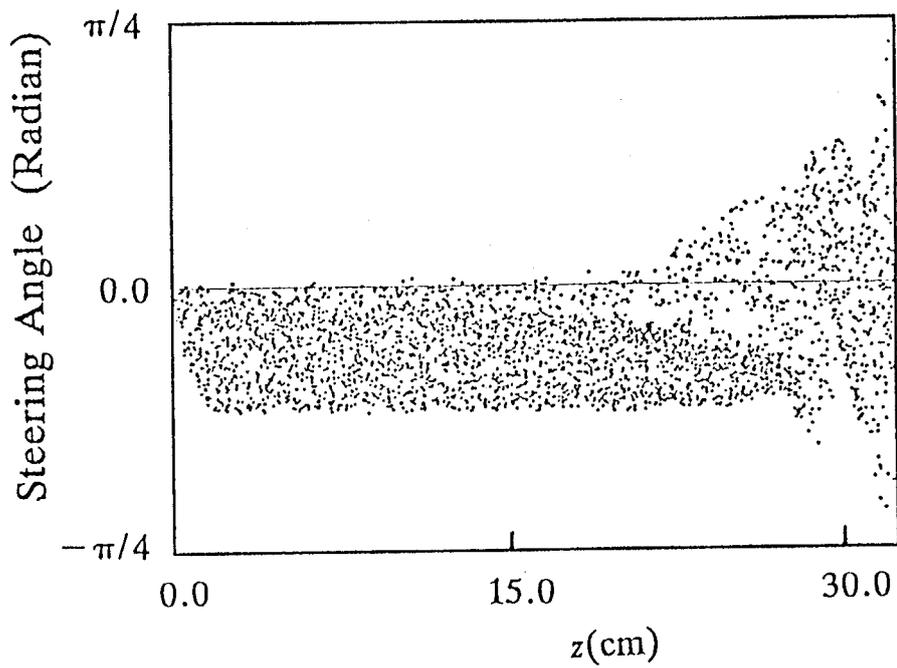


図4-8 背景プラズマが 3 Torr の場合の Steering Angle の分布

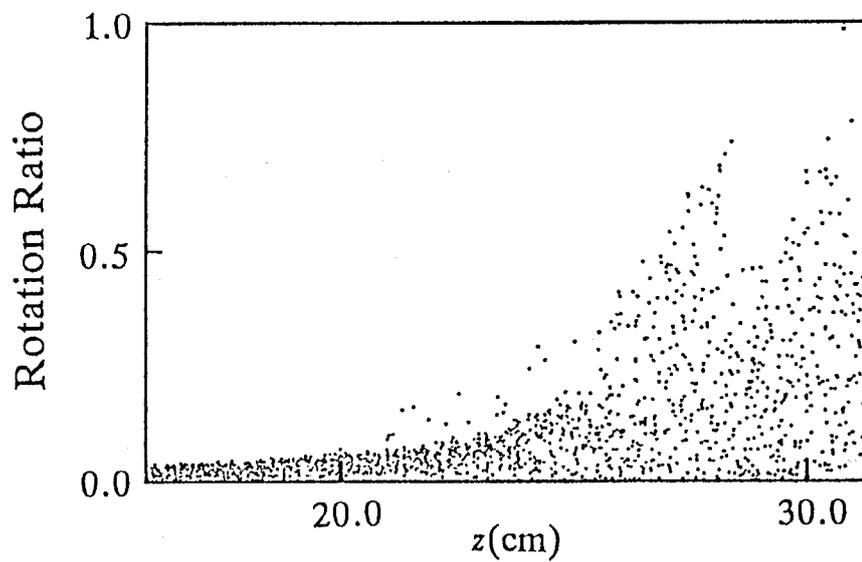


図4-9 背景プラズマが 3 Torr の場合におけるビーム粒子の回転速度比分布

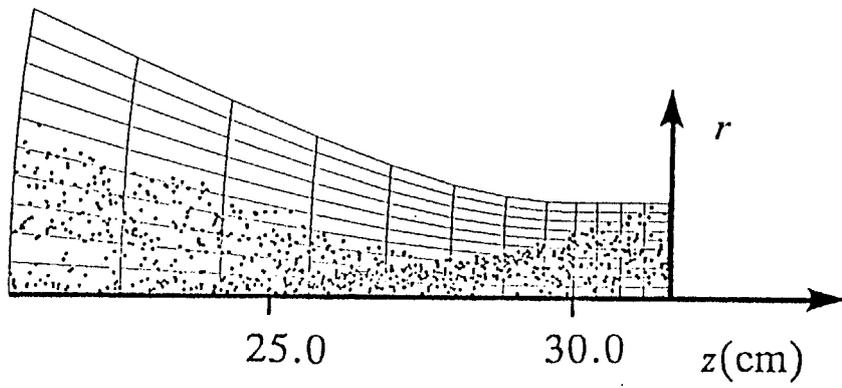


図4-10 背景プラズマが 1 Torr の場合の収束点付近のビーム粒子マップ

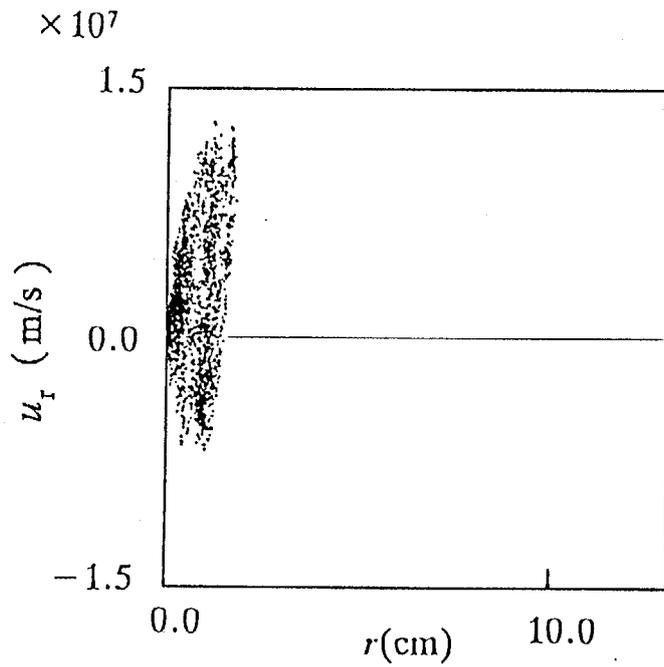


図4-11 背景プラズマが 1 Torr の場合の収束点におけるビーム・エミッションス

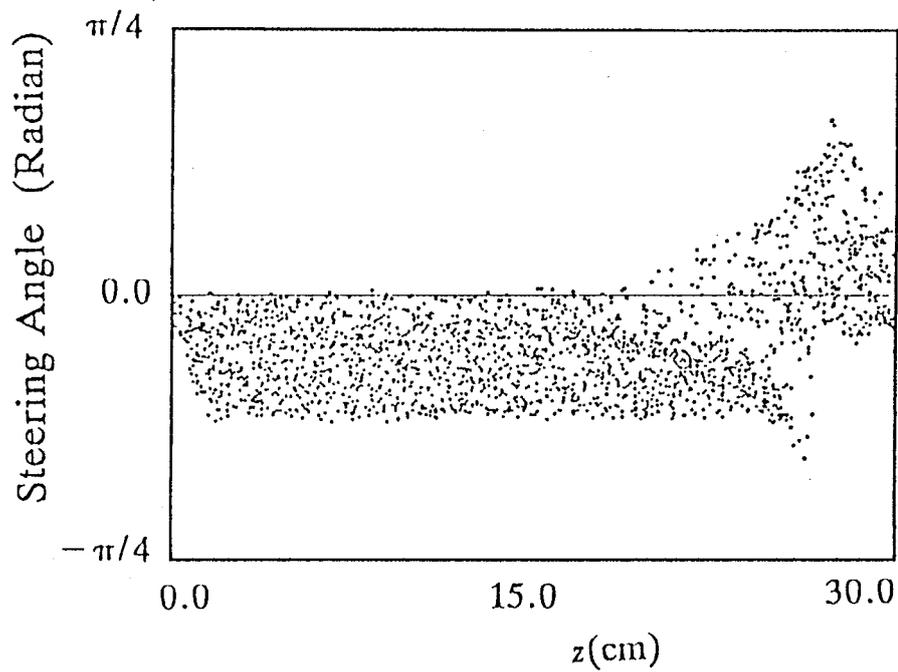


図4-12 背景プラズマが 1 Torr の場合の Steering Angle の分布

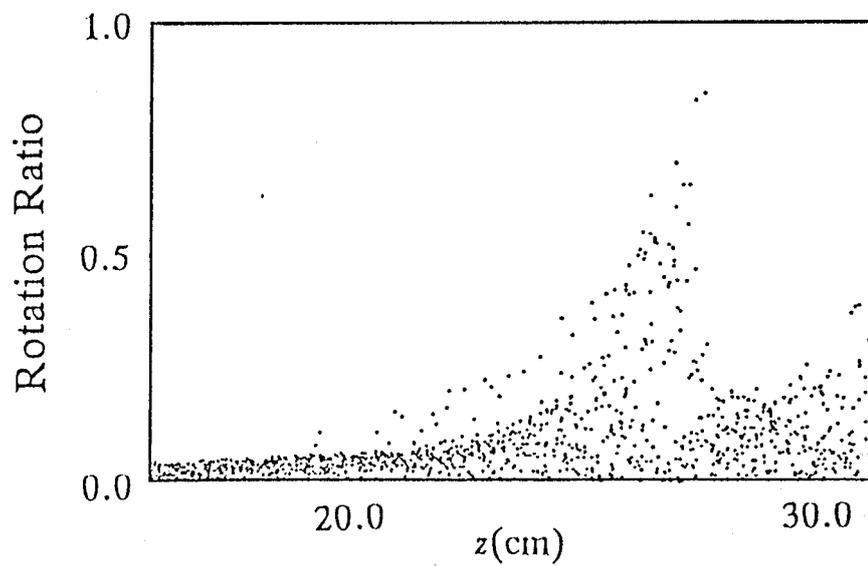


図4-13 背景プラズマが 1 Torr の場合のビーム粒子の回転速度比分布

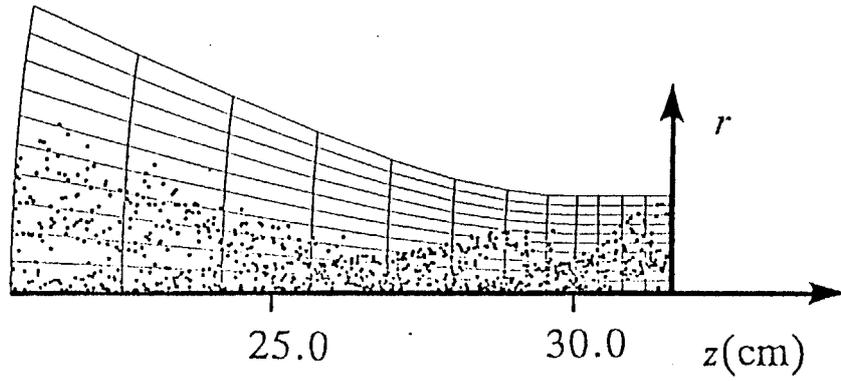


図4-14 ビームに回転を与えない場合の収束点近傍のビーム粒子マップ

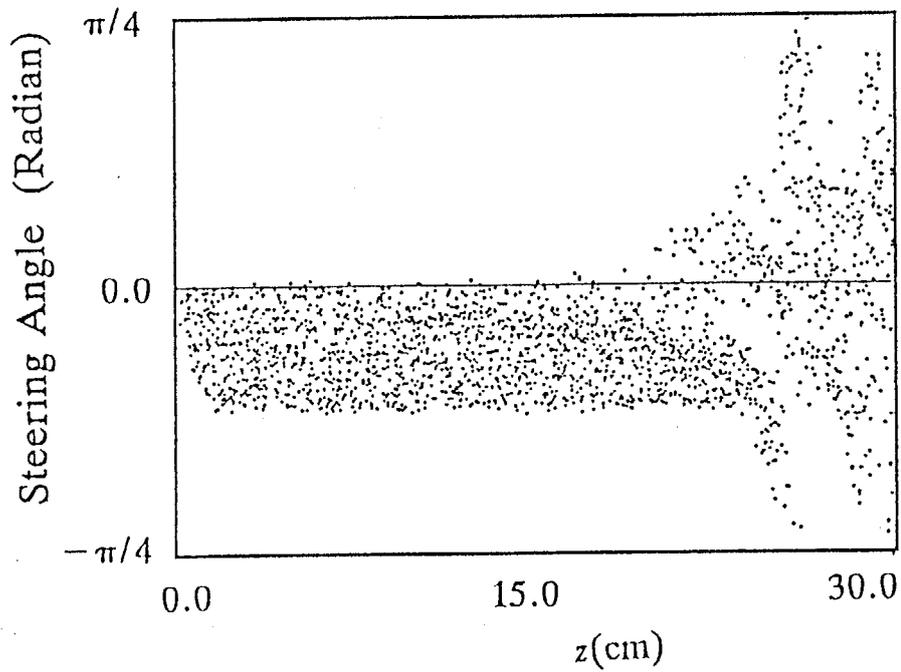


図4-15 ビームに回転を与えない場合の Steering Angle の分布

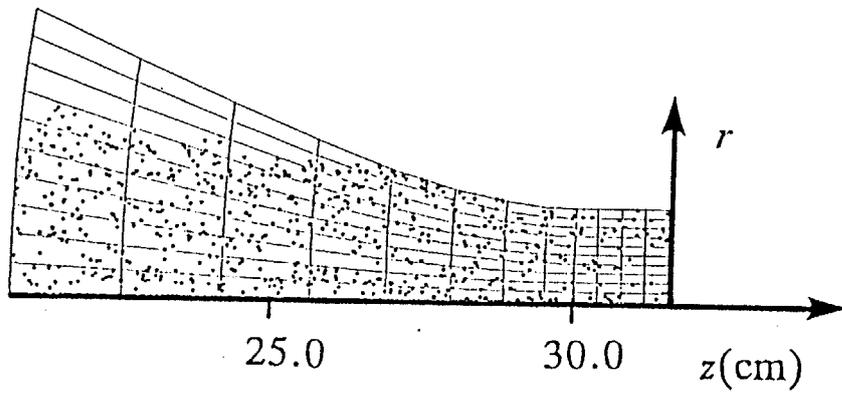


図4-16 $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.01 \text{ Tesla} \cdot \text{m}$ の磁場を加えた場合の収束点近傍の粒子マップ

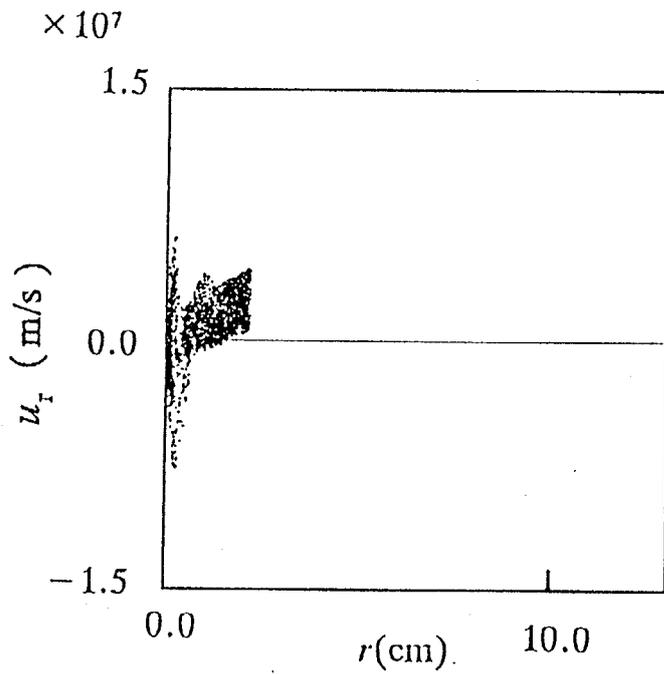


図4-17 $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.01 \text{ Tesla} \cdot \text{m}$ の磁場を加えた場合の収束点におけるビーム・エミッタンス

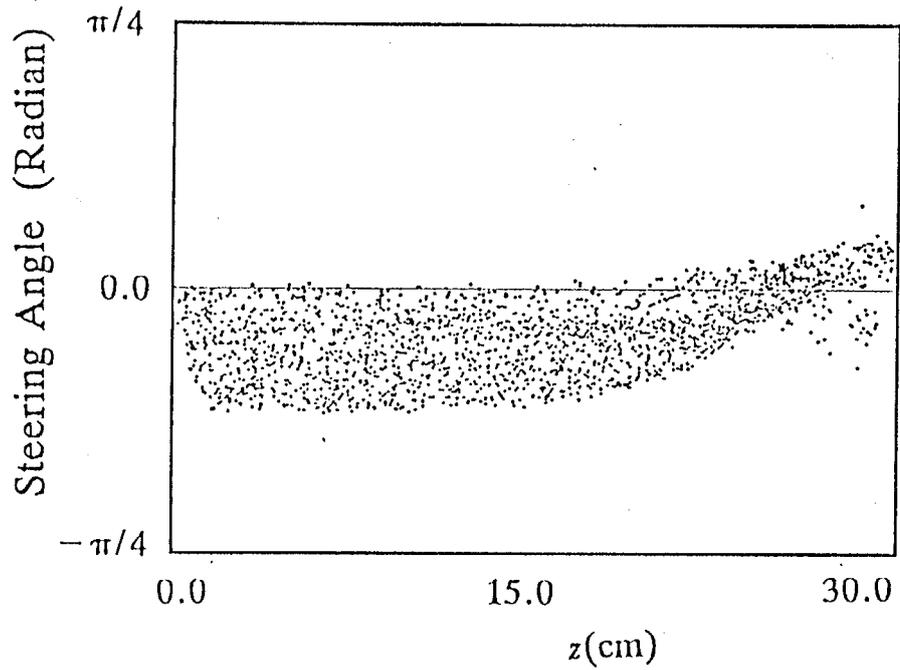


図 4 - 1 8 $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.01$ Tesla·m の磁場を加えた場合の Steering Angle の分布

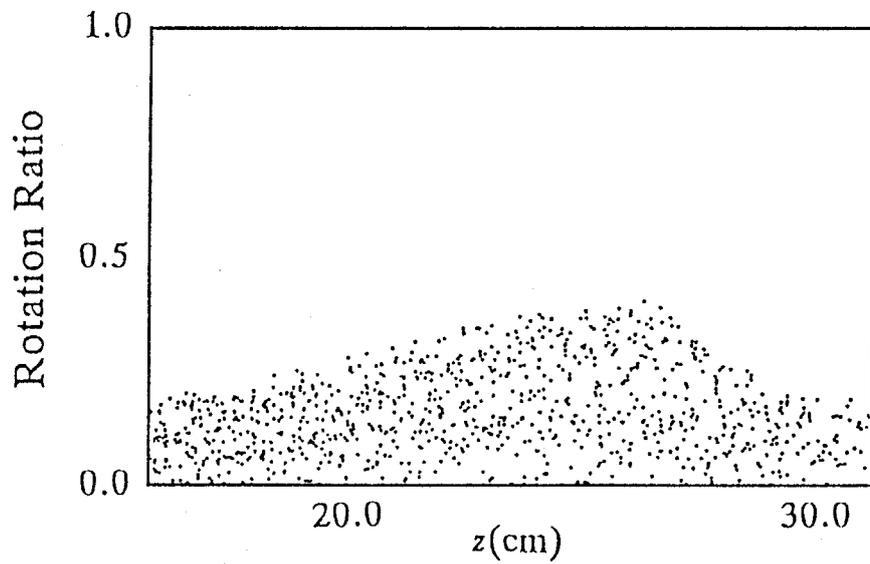


図 4 - 1 9 $B_{\text{applied}} \Delta z = 0.01$ Tesla·m の磁場を加えた場合の回転速度比分布

第5章 ビーム収束過程の電子電流と磁場発生

5-1 導入

第4章において、ビームを粒子モデル、背景イオンと電子を流体モデルで扱うシミュレーションコード PHYICQ を開発し、ビームの収束過程を調べた。同時に背景イオンと電子の応答も調べられ、背景プラズマの密度に最適値があることが分かった。これは主に電子電流に電子-イオン間の衝突と磁場が強く影響するため、ビーム収束過程に電子電流が本質的役割を果たすからである。第4章のシミュレーションでは、ビーム・プラズマ系の電荷に対して準中性の仮定が置かれ、電子の運動方程式中の慣性項が無視された。電子は電磁場の変化に対して瞬時的に応答すると近似した。背景プラズマの密度が高く、電子-イオン間の衝突時間が十分短いならばこの仮定は十分成り立つ。しかし第4章では、回転伝播ビームが収束する場合、背景プラズマの密度はビームの密度と同程度であるという結果が得られた。実際には、入射されたビームの電荷が中和されるために有限な時間を要し、それはプラズマ振動数の逆数の時間よりも長くなる。また、強磁場が存在すると電子に対して電場方向への運動が制限されるため、中性化に要する時間はさらに長くなる。

ビーム収束の時間スケール (~ 10 nsec) においても電子の慣性が影響し、電荷中性の遅れから大きな静電場を発生する場合、ビーム収束過程が大きく変わる可能性がある。電子の慣性項を考慮し、Poisson 方程式により静電場を決定すれば、収束過程における電子電荷の流れを解析することができる。さらに、収束過程で発生する強い自己磁場のエネルギーはビームの運動エネルギーから変換されるが、その割合も電子電流の流れ方に支配される。自己磁場のエネルギーがビームの運動エネルギーを上回した場合、ビームの伝播が不可能になることが予想され、シミュレーションにより磁場のエネルギーへの変換率も調べられる。本章では、電子の慣性項を含み、準中性の仮定を置かないシミュレーションコード PHYICQ-CE が開発され、ドリフト領域におけるビームの収束過程が再評価される。

5-2 数値計算法

5-2-1 基礎方程式

ビームと背景イオンに関しては第4章のシミュレーションと同じCIC法による粒子モデルと流体モデルで扱われる。電子と電磁場については準中性の近似を用いず、慣性項を含む電子の運動方程式、連続方程式と Maxwell 方程式を用いる。電子についての基礎方程式¹⁾は、

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = 0, \quad (5-1)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_e = -en_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) \quad (5-2)$$

$$-m_e n_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) - \nabla p_e,$$

$$\frac{3}{2} n_e k \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right] T_e = -p_e \nabla \cdot \mathbf{u}_e + \nabla \cdot \kappa_e \nabla T_e + Q_e, \quad (5-3)$$

となる。また電磁場については、Maxwell 方程式の全てが用いられる。後の説明のために再び記すと、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_b + \rho_i - \rho_e), \quad (5-4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5-5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5-6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j}_b + \mathbf{j}_i - \mathbf{j}_e) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (5-7)$$

となる。ここで、 ρ と \mathbf{j} は電荷密度と電流密度を表す。本章のシミュレーションでもベクトル・ポテンシャルとスカラー・ポテンシャルで表示された式、

$$\Delta \phi = -\frac{1}{\epsilon_0}(\rho_b + \rho_i - \rho_e), \quad (5-8)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{A} = \mu_0(\mathbf{j}_b + \mathbf{j}_i - \mathbf{j}_e) - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \nabla \phi}{\partial t}. \quad (5-9)$$

が用いられる。ただしクーロン・ゲージが選ばれている。静電場はスカラー・ポテンシャルからの寄与だけで決まるが、真空の誘電率 ϵ_0 は非常に小さな値であるため、電荷中性化率を正確に評価しないと、 ϕ に大きな誤差が生じる。また、運動方程式 (5-2) に慣性項が存在することは、方程式の解の中にプラズマ振動が含まれることを意味する。第4章と同じくプラズマ振動のような高周波の現象を調べる必要はなく、ビームの収束の時間のスケールで意味を持つ電子の平均的な運動及び慣性項の影響が重要である。従って、数値計算の段階で解のうちの高周波成分をカット (filtering) することが必要となる。

5-2-2 陰解法

電子は背景イオンやビーム粒子に比較して易動度が大きく、電磁場の変化に対して最初に応答する。短い時間内での系の電荷と電流の変化は電子に支配される。ビーム粒子は運動エネルギーが大きく平均自由行程が長いので、電磁場以外はビームの運動に影響を与えることができない。また電子は背景イオンと頻りに衝突するが、その運動量変化の反作用はイオンにとっては小さい。従って電子と電磁場だけが非常に強く結び付いていて、短い時間間隔では閉じた系と見なすことが

できる。ビームとイオンはその時間内で電子-電磁場系で決まる平均的な電磁場により運動が決定されると見ることができる。

電子の温度は電磁場の変化の速さの時間スケールで変化することはない。数値計算では、電子に対する基礎方程式 (5-1), (5-2) と Maxwell 方程式が短い時間間隔 (数値計算の時間刻み Δt) で閉じた系と見なし先に解く。得られた電磁場に対してビームとイオンは第4章と同じ解法で解く。電子-Maxwell 方程式系に対し、ビームとイオンの作る電荷密度 ρ_b, ρ_i と電流密度 $\mathbf{j}_b, \mathbf{j}_i$ は、前のステップで求められている値を用い、既知であるとする。

電子の慣性項がもたらす高い振動数成分があるため、これを排除するための数値計算が必要となる。数値計算では時間及び空間を有限な間隔に分割し、離散的な代表点についてのみ値を求める。従って空間の刻みより短い波長の波は扱えず、基礎方程式に対して短波長の dumping になる。時間についても、数値的な時間ステップ Δt を長くとれば、 Δt^{-1} より高い振動数の現象は dump し、物理量はその時間間隔で平均した値が得られる。しかし時間発展させる数値計算では、時間刻みに対して数値計算スキームの安定性からくる制約を受ける。陽解法の場合この制限は厳しく、本章の基礎方程式系では $\omega_{pe} \Delta t \leq 1$ が要求される。この時間刻みを用いると、プラズマ振動も含む全ての現象が計算できる。背景プラズマの数密度が 10^{22} m^{-3} とすると $\Delta t = 10^{-13} \text{ sec}$ になる。しかし、ビームが収束する時間スケールは数 10 nsec であるから、計算には $10^5 \sim 10^6$ 回の時間ステップを要する。2次元のシミュレーションの場合、1ステップの計算量が多いため、現在の計算機的能力では 10^4 回が限界に思える。また数値誤差の蓄積も物理量の0次オーダーまで増大することが考えられる。従って陽解法で電子-Maxwell 方程式をビーム収束の時間スケールまで解くことは不可能に近い。

陰解法を用いるならば、数値的な時間刻みによらず差分スキームは安定である。従って $\omega_{pe} \Delta t \gg 1$ で計算することができ、高周波成分の cut off フィルターになる^{2,3,4,5,6)}。その反面、数値解法は陽解法に比べて格段に複雑になる。また陰解法は全ての解析する対象に有効であるわけではない。 Δt の時間内で、現象が緩和していくような場合、例えば拡散や中性化、電子-イオン間の温度緩和、及び緩やかな時間変化は捕らえることができ、非常に有効である。しかし Δt の時間内で継続的に速い振動などが続き、物理量の平均値が意味を持たない場合など、陰解法

は大きな誤差を持ち込む⁷⁾。

5-2-3 行列計算

基礎方程式 (5-1), (5-2), (5-4), (5-5) を陰解法で解くためにそれぞれを差分化すると、 $n+1$ の時刻の物理量 ρ_e^{n+1} , u_e^{n+1} , ϕ^{n+1} , \mathbf{A}^{n+1} に対する 8 本の連立方程式が得られる。ここで n は時間方向のステップを示す。2次元空間の各数値メッシュ点上で方程式を立てると、 r 方向に NR メッシュ、 z 方向に NZ メッシュがある場合、 $8 \times NR \times NZ$ 個の連立方程式を解かなければならない。係数行列を A とし、列ベクトル \mathbf{x} を $n+1$ の時刻の物理量とすると

$$A \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (5-10)$$

となる。 \mathbf{b} は時間ステップが n の物理量から成っている。係数行列 A の性質は不規則非対称であり、Sparsity が 0.99 の大規模疎行列である。疎行列に対する数値解法はいろいろあるが、係数の値の範囲が広く、非ゼロの係数の位置が中心から離れているため、逐次法 (SOR) は殆ど収束しない。また連立方程式の両辺に係数行列の転置行列をかけ、

$${}^t A A \mathbf{x} = {}^t A \mathbf{b} \quad (5-11)$$

とし、係数行列を対称行列 ${}^t A A$ に変換し ICCG 法^{8,9)}をつかうことも試みたが、解の収束半径が小さ過ぎ適用は困難であった。 ${}^t A A$ の非ゼロ要素が多くなり過ぎたことが原因と考えられる。結局、疎行列に対するイータ LU 分解によるガウスの消去法¹⁰⁾を用い、直接法で解くことにした。

5-3 電荷中性化の過程

本章で開発したシミュレーション・コードを用いることにより、ビーム収束の過程における電子電荷の流れを解析することが可能になる。まずビームの電荷が背景電子に中性化される過程を調べる。正の電荷を持つビーム粒子はダイオードからドリフト領域に浸入する際、電子シース領域やカソード・プラズマなどの電子密度が高い領域を通過する。また実カソードが使われている場合には金属中を通過する。この過程でビーム粒子は電子を捕獲して電荷中性が起こる^{11,12)}。しかしビーム粒子のエネルギーが高いため、ビーム粒子個々を作るポテンシャルに電子が捕獲され、荷電交換などのように中性原子になる確率は非常に低い。電子はビーム粒子系全体を作るポテンシャルに捕獲され、ビーム粒子と共にドリフト領域内に浸入する。ビーム電流密度が十分小さく、ドリフト領域が真空の場合、ビームの電荷と電流が中性化されたままビームは弾道的に収束される。

ビームの全電流と電流密度が大きくなると、電子シースなどで捕獲する電子の量が不足し、ドリフト領域内で電荷の非中和が起こる。そこでドリフト領域には中性化のためのプラズマや中性気体が満たされる。プラズマ中の電子はイオンとの衝突が頻繁で、平均自由行程が $l_e = 10^{-6}$ m と短いため、電子はビームと同じ速度で移動することができない。その代わりに、ビーム電荷を中性化するために、背景プラズマの電子密度の空間分布が変化する。その時間スケールはプラズマ振動の逆数のオーダーであり、ドリフト領域内全体にポテンシャル分布の変化が広がる。ドリフト領域を囲む壁からは、そこでの電位勾配が無くなるまで電子が放出され、ドリフト領域内の電子電荷の不足分を供給する。ドリフト領域内のプラズマの密度がビームの密度に比べて十分に高ければ、ビームはこの領域内で電流、電荷と共に中性化される。

ドリフト領域内のプラズマの密度が低く、ビームと同程度の場合、背景電子の空間分布が変化する時間は、プラズマ振動数の逆数より長くなる。電子の微小変化だけでなく、流体運動を伴って電子が集まるためであり、電子の慣性が効く現象である。電子の慣性による電荷中性化の遅れは、ビーム収束の時間スケールにも現れ、そのために生じる静電場はビームを発散させる結果となる。

ドリフト領域のプラズマの密度が低い場合、ビーム電流も十分に中和されず、

大きな自己磁場が発生する。磁場は電荷非中和のために発生した静電場の方向に電子が運動することを妨げるため、電荷中性化に要する時間はさらに長くなる。図5-1にプラズマ密度に対する電荷中性化の時間を示した。ビームの数密度が 10^{22} m^{-3} になる位置での値であり、自己磁場の影響も含まれている。図から明かなように、プラズマ密度がビームより十分高ければプラズマ振動数の逆数の時間で中性化するが、ビームと同程度以下になると、電荷中性化の遅れは急速に増加する。また、プラズマの密度が低く、自己磁場 B_0 が存在していて $\omega_{ce}\tau_{ei} \gg 1$ のときは、十分長い時間経過した後も $E_r \sim v_z B_0 = 10^7 \text{ V/m}$ の電場が残る。これは r 方向のローレンツ力が電子とビームで逆方向であり、電荷分離が生じるためである。プラズマの数密度がビームより一桁以上大きいならば、ビームの収束過程で電荷非中性の影響は殆ど無いと考えてよい。

5-4 電子電流のパス

電子がビーム粒子群の作るポテンシャルに捕獲されて同じ方向に運動する原因は、ビーム電流の作る自己磁場が時間的に変化することにより生じる誘導電場である。誘導電場はビーム電流と逆の方向に発生し、ビームを減速させ電子を加速し、ビーム電流を打ち消すそうとする。電子は背景イオンとの衝突により加速が制限され、衝突時間が十分に短いならば電子の慣性が無視でき、電場による加速と衝突とのつり合いで電子電流が決定される。第2章で述べたように、巨視的には電気伝導度 σ が導入され、オームの法則として電場と電子電流が関係づけられる。磁場が存在し $\omega_{ce}\tau_{ei} > 1$ のときには、有効電気伝導度 σ_{eff} を導入することもできるが、電荷と電流の保存関係を保つためには5-2-1の方程式系を用いる必要がある。

電子電流は誘導電場の強い領域を流れるため、ビーム電流と同じ空間プロファイルを持つことが予想されるが、シミュレーションの結果から、電子電流のパスに2つのパターンがあることが分かった。一つはビーム電流と同じパスを流れ、局所的な電流中性化 $\mathbf{j}_b + \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e = 0$ が成り立つ。ドリフト領域の境界が完全導

体であっても、プラズマの電気伝導度が十分に高いため、電子電流はプラズマ中を流れ、強い自己磁場の発生する領域は存在しない。この状況はプラズマの密度が高い場合に現れる。

強い自己磁場が発生し $\omega_{ce}\tau_{ei} > 1$ の場合、電子電流はビーム電流より半径方向に外側の領域を流れる。ローレンツ力が電子に対しては r 方向外向きに働くことが原因であり、ビームの収束点付近でこの状況が現れる。ビーム電流が存在している領域には電子電流が少ないため、局所電流中性化率は低下する。磁場はビームの半径 r_b 程度から弱くなり始めるため、電子電流はビームの外側の領域を流れる。また前節で述べた電荷分離による $E_r \sim v_z B_\theta$ の電場も発生しビーム収束半径を拡げる方向に作用する。このような状況において、ビームが自己磁場でピンチする過程が、回転伝播ビームの収束の典型と言える。

5-5 自己磁場のエネルギー

ビームがダイオードからドリフト領域に入射された直後は電流密度が低く、せいぜい $j_b \sim \text{kA/cm}^2$ 程度であるために強い磁場は発生しない。電磁場のエネルギー ϵ_F (主に磁場のエネルギー) はビームの運動エネルギー ϵ_K に比較すると無視できる。しかし収束点付近ではビーム電流密度が上昇し、電流中性化率が低下する場合には数 10 Tesla の磁場が発生する。このとき ϵ_F は ϵ_K を上回る可能性もある。前節で述べたビーム電流と電子電流が r 方向に分離して流れることにより生じる隙間の空間に ϵ_F は蓄えられる。

ϵ_F が ϵ_K から変換される過程はポインティングの定理¹³⁾から説明できる。Maxwell 方程式 (5-5), (5-6) から

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \epsilon_0 \frac{E^2}{2} \right) + \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = -\sum \mathbf{j}_j \cdot \mathbf{E}, \quad (5-12)$$

が導ける。添え字 j はビーム、電子、イオンをそれぞれ意味する。式 (5-12) の右

辺の項を消去するために、ビーム、電子、イオンの流体モデルの運動方程式を使うと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \sum \frac{1}{2} m_j n_j u_j^2 \right) + \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B} + \sum \frac{1}{2} m_j n_j u_j^2 \mathbf{u}_j) \\ = - \sum \mathbf{u}_j \cdot \nabla p_j - m_e n_e \nu_{ei} (u_e^2 + u_i^2), \end{aligned} \quad (5-13)$$

が得られる。これは電磁場のエネルギーとビーム流体の運動エネルギーの保存則を示している、右辺は圧力仕事とジュール加熱により内部エネルギーへの移行を表している。式(5-12)と(5-13)を比較すると、 $\mathbf{j}_j \cdot \mathbf{E}$ の項を通じて ϵ_K と ϵ_F の間にエネルギーの変換が起こることが分かる。ビーム収束の場合、収束点付近でビームの電流密度 \mathbf{j}_b が大きくなり、背景電子による電流中性化率が低いと自己磁場が発生する。同時に誘導電場も発生するため、単位時間当たり $\mathbf{j}_b \cdot \mathbf{E}$ のエネルギー密度がビームの運動エネルギーから電磁場のエネルギーに変換される。この過程は本章のシミュレーションの中で self-consistent に含まれている。 ϵ_K から ϵ_F に変換される割合はビーム収束の過程に依存し、発生する誘導電場の大きさで決まるため、本質的に非定常である。電子電流がビーム電流の外側を流れる場合、ビーム電流の流れている領域で大きな誘導電場が発生し、 $\mathbf{j}_b \cdot \mathbf{E}$ の値が大きくなり、自己磁場のエネルギーが増大する。逆に電子電流がビーム電流と殆ど同じ領域を流れる場合、大きな誘導電場も磁場も発生せず、ビームの運動エネルギーは変化しない。どちらの状況になるかは、ビーム収束の過程により非定常的に決まる。先に述べた状況が達成される場合、シミュレーションによると磁場の単位体積当りのエネルギーは初期の運動エネルギーの11.5%～36.4%に収束点付近で達する結果が得られた。始めに予想された $\epsilon_F > \epsilon_K$ の状況は起こらず、誘導電場によりビームが減速されると \mathbf{j}_b が小さくなり、磁場エネルギーへの変換率も低下することがシミュレーションで確認された。

5-6 ビームの収束性

第4章では、背景プラズマが1～5 Torr のとき自己磁場によるビーム収束が可能である結果が得られたが、電荷の準中性が仮定されていた。電子-イオン間の衝突が頻繁で、ビームの電荷を中性化するための時間が十分短い場合、この仮定は成り立つ。5-3節の結果では、プラズマ密度がビームと同程度以下になる収束点付近では、電荷中性化に要する時間はビーム収束の時間に較べて無視できなくなる。ビーム収束に対する背景プラズマの密度の依存性は定性的には第4章の結果で十分であるが、定量的に評価するには背景電子の電荷移動を考慮する必要がある。そこで本章では、電子の慣性項を考慮し、電荷の準中性近似を用いないシミュレーション・コード PHYIQC-CE を開発し、第4章で行ったビームの収束性に対する背景プラズマの条件を再検討する。入射ビームのパラメータは第4章と同じく、ビーム粒子のエネルギーが5.6 MeV、局所発散角が30 mrad 全電流が2.4 MA 入射時の電流密度が8 kA/cm²、幾何学的な収束点は入口から28.5 cm、ビームの立ち上がり時間は10 nsec である。ビームを回転させるために入口付近に加える r 方向の磁場は第4章で求めた最適値 $B_r \Delta z = 0.004$ Tesla·m が用いられている。

シミュレーション結果から、ビームの収束性は電荷中性化率にも強く依存することが分かった。背景プラズマが0.5 Torr の場合、収束点付近で電荷中性化率の低下が起こり、大きな静電場が r 方向に発生する。ビームが入射されてから10 nsec が経過すると静電場は10⁷ V/m になり、ビームは r 方向に発散してしまう。図5-2にドリフト領域内のビーム粒子マップを示した。収束点付近では背景プラズマの密度がビームと同程度になり、電子の慣性が長い時間スケールで電荷の移動を遅らせている。また電流中性化率も広い領域で低く、収束点よりかなり前からフィラメンテーション不安定性のような現象も現れている。前章では、背景プラズマ密度に対する下限が、誘導電場によるビームの発散により規定された。本章では、背景プラズマ密度に対する下限が電荷中性化率からも与えられ、最低1 Torr (3×10^{22} m⁻³) は必要であることがシミュレーション結果から判明した。

本章のシミュレーションでは、電子電荷の流れが計算されているため、電流中性化に対する背景プラズマ密度の影響がより定量的に評価された。背景プラズマ

が 2 Torr 以上のときはビーム電流はほぼ完全に中性化され、収束点付近にも強い自己磁場は発生しない結果が得られた。第 4 章の結果よりも電流中性化率が高いのは、ビームと共に移動する電子電荷の流れが考慮されたためと考えられる。回転伝播ビームの収束には、電荷が中性化され、電流の中性化は不十分であること ($f_m < 1$, $f_e = 1$) が要請されるが、本章のシミュレーション結果から背景プラズマの密度範囲の上限が少し降下した。図 5-3 にはビームの全電流を縦軸にしたとき、背景プラズマの密度と電流中性化率、電荷中性化率の関係が示されている。濃い陰の部分は $f_e < 1$ が満たされている領域を示し、薄い陰の部分は $f_m = 1$ が成り立つ領域である。全電流 I_{tot} を大きくすれば自己磁場が発生し易く、 $f_e = 1$ 、 $f_m < 1$ の領域は広がるが、 I_{tot} が 2.4 MA ときは $f_e = 1$ 、 $f_m < 1$ の領域が $5 \times 10^{22} \leq n_p \leq 7 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ の狭い範囲であることが分かる。現状ではビームの全電流を大きくすることは容易でなく、背景プラズマ密度を狭い範囲に制御しなければならないのは、好ましくない。

そこで、収束点付近に外部から θ 方向の磁場を加えることを試みる。この磁場はビーム電流と同じ領域に流れる電子電流の一部を r 方向に曲げ、局所電流中性化率を下げる役割をする。 θ 方向の磁場は z 放電などにより形成することが可能である。外部磁場 $B_{\theta,ext}$ に対する $\omega_{ce}\tau_{ei}$ は 1 より小さいが、 $B_{\theta,ext}$ は 3 Tesla より大きいならばビーム電流による自己磁場が成長するためのトリガーになる。一度自己磁場が大きくなれば $\omega_{ce}\tau_{ei} > 1$ になり、回転伝播ビームの収束が可能になる。収束点に r 方向の外部磁場を加えると角運動量が大きく変化し、遠心力が強くなりすぎたり、不安定になるなど極端に収束性が悪くなった。図 5-4 に背景プラズマが 2 Torr、磁場 $B_{\theta,ext} = 3 \text{ Tesla}$ を収束点を中心に z 方向に 6 cm かけた場合のビームの収束状況を示した。収束点のビーム半径の半値半幅 (HWHM) は 5.5 mm、誘起された自己磁場は 40 Tesla であった。しかし、背景プラズマが 5 Torr 以上では電子-イオン間の衝突が支配的になり、 $B_{\theta,ext}$ の効果はなくなった。背景プラズマに対する図 5-3 と同様の関係を図 5-5 に示した。外部磁場を加えたことにより、回転伝播ビームが収束可能な領域 ($f_e = 1$, $f_m < 1$) が広がられたことが分かる。ビームの全電流が 2.4 MA のとき、背景プラズマは $3 \times 10^{22} \leq n_p \leq 2 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ であれば良い。

5-7 まとめ

収束点付近では、背景プラズマの数密度とビームの数密度が同程度になるため、第4章で仮定した準中性近似が成り立たない危険がある。本章では、電子電荷の移動を正しく扱うために、電子の慣性項を考慮し、準中性の仮定を置かないシミュレーションコードを開発した。その数値解法において陰解法を直接法で解く方法が用いられ、電子のプラズマ振動のような高周波成分は除かれた。このコードを用いたシミュレーションにより、ビームの収束過程で電子がビーム電流の外側を流れる場合と、同じ領域を流れる場合があることが分かった。回転伝播ビームが収束するには、前者の形態をとり、ビーム電流の領域と電子電流の流れる領域の間に強い自己磁場が発生しなければならない。その磁場のエネルギーは運動エネルギーの11.5%~36.4%に達した。

本章のシミュレーションにより、ビーム電荷が中性化され、電流だけが中性化されない条件は、背景プラズマの密度の狭い範囲に限定されることが分かった。そこで収束点付近に θ 方向の外部磁場を加えることを試みた。この磁場は電子電流の一部を r 方向に曲げ、ビームの自己磁場が成長するためのトリガー的作用をすることが分かった。 θ 方向の外部磁場の印加により、ビームが収束するための背景プラズマの密度範囲を拡げることができた。

第5章の参考文献

- 1) S. I. Braginskii : Rev. Plasma Phys. **1** (1965) 205.
- 2) A. B. Langdon : J. Comp. Phys. **30** (1979) 202.
- 3) R. J. Mason : J. Comp. Phys. **41** (1981) 233.
- 4) J. Denavit : J. Comp. Phys. **41** (1981) 337.
- 5) R. J. Mason : J. Comp. Phys. **71** (1987) 429.
- 6) D. W. Hewett and A. B. Langdon : J. Comp. Phys. **72** (1987) 121.
- 7) W. L. Kruer, J. M. Dawson and B. Rosen : J. Comp. Phys. **13** (1973) 114.
- 8) J. A. Meijerink and H. A. Van Der Vorst : Math. Comp. Jan. (1977).
- 9) D. S. Kershaw : J. Comp. Phys. **26** (1978) 43.
- 10) 村田健郎, 小国 力, 唐木幸比古 : "スーパーコンピュータ" (丸善, 1985) .
- 11) S. Humphries, Jr : Appl. Phys. Lett. **32/12** (1978) 792.
- 12) R. N. Sudan : Appl. Phys. Lett. **44/10** (1984) 957.
- 13) J. D. Jackson : "Classical Electrodynamics" (Wiley, New York, 1962).

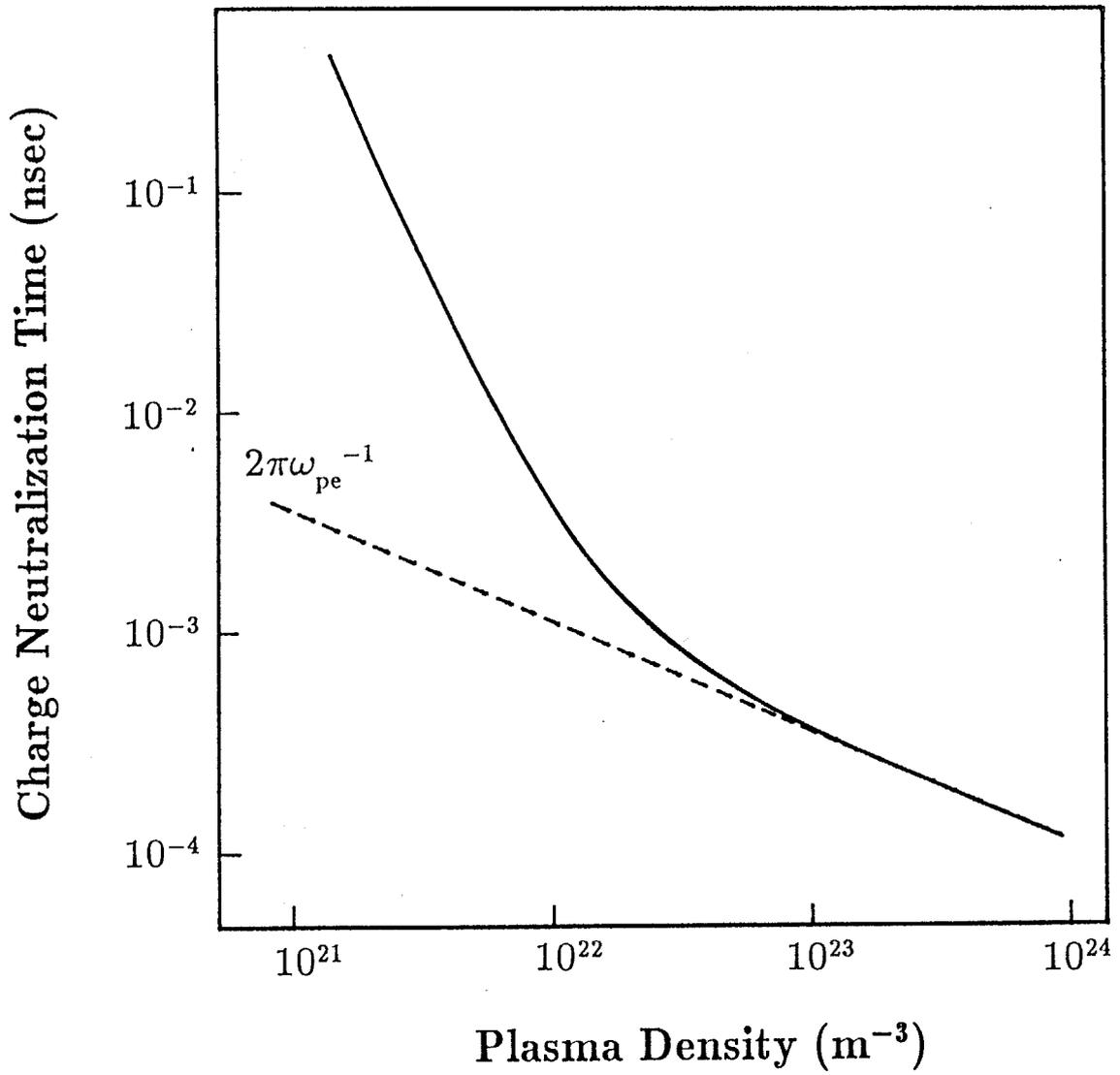


図5-1 背景プラズマ密度に対するビーム電荷中性に要する時間。ビームの数密度は $10^{22} m^{-3}$

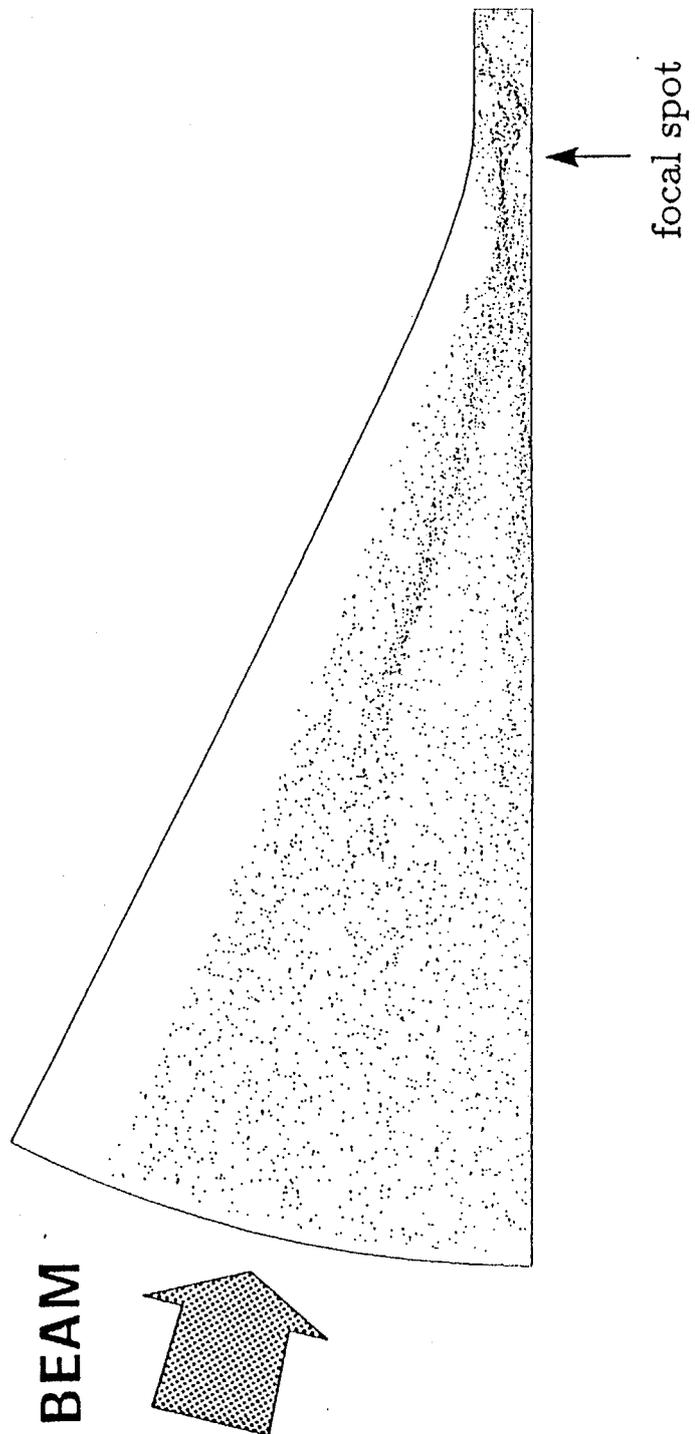


図5-2 背景プラズマが0.5 Torr の場合のドリフト領域内のビーム粒子マップ

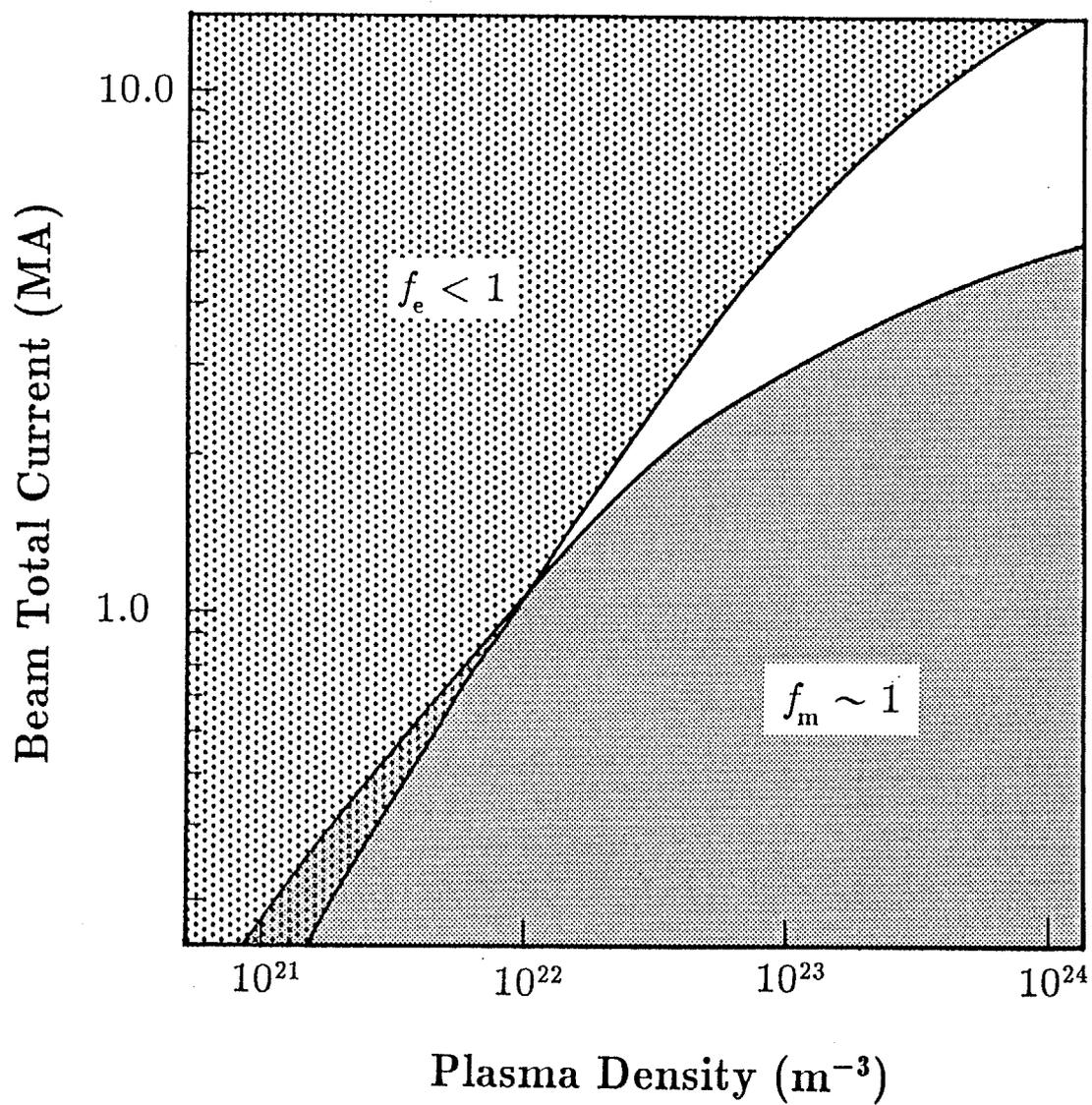


図5-3 背景プラズマ密度に対する電荷中性率と電流中性率

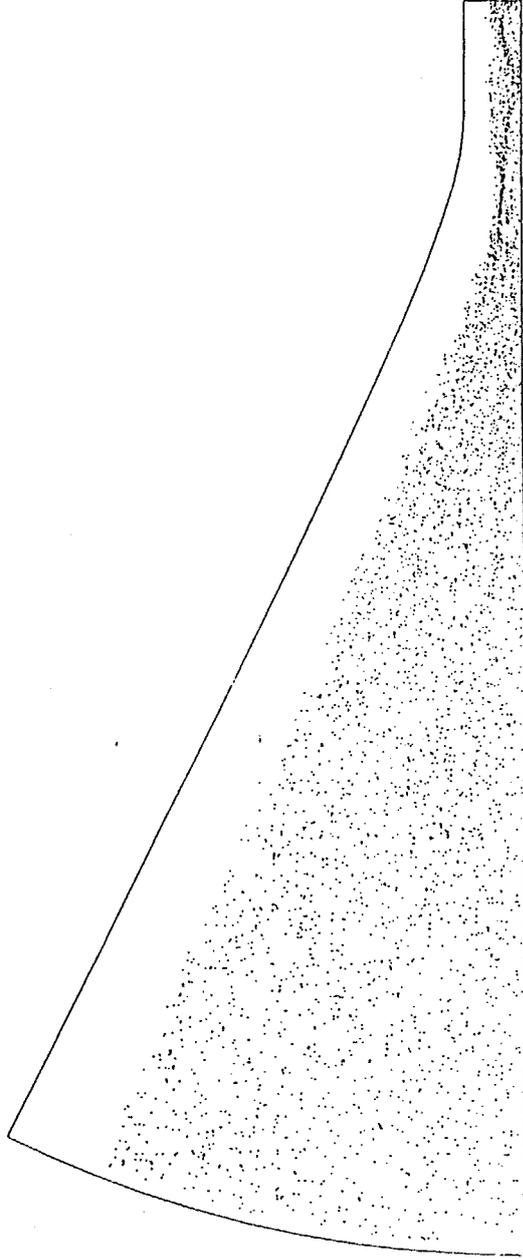


図5-4 収束点付近に θ 方向の外部磁場を加えた場合のビーム収束。背景プラズマは2.0 Torr

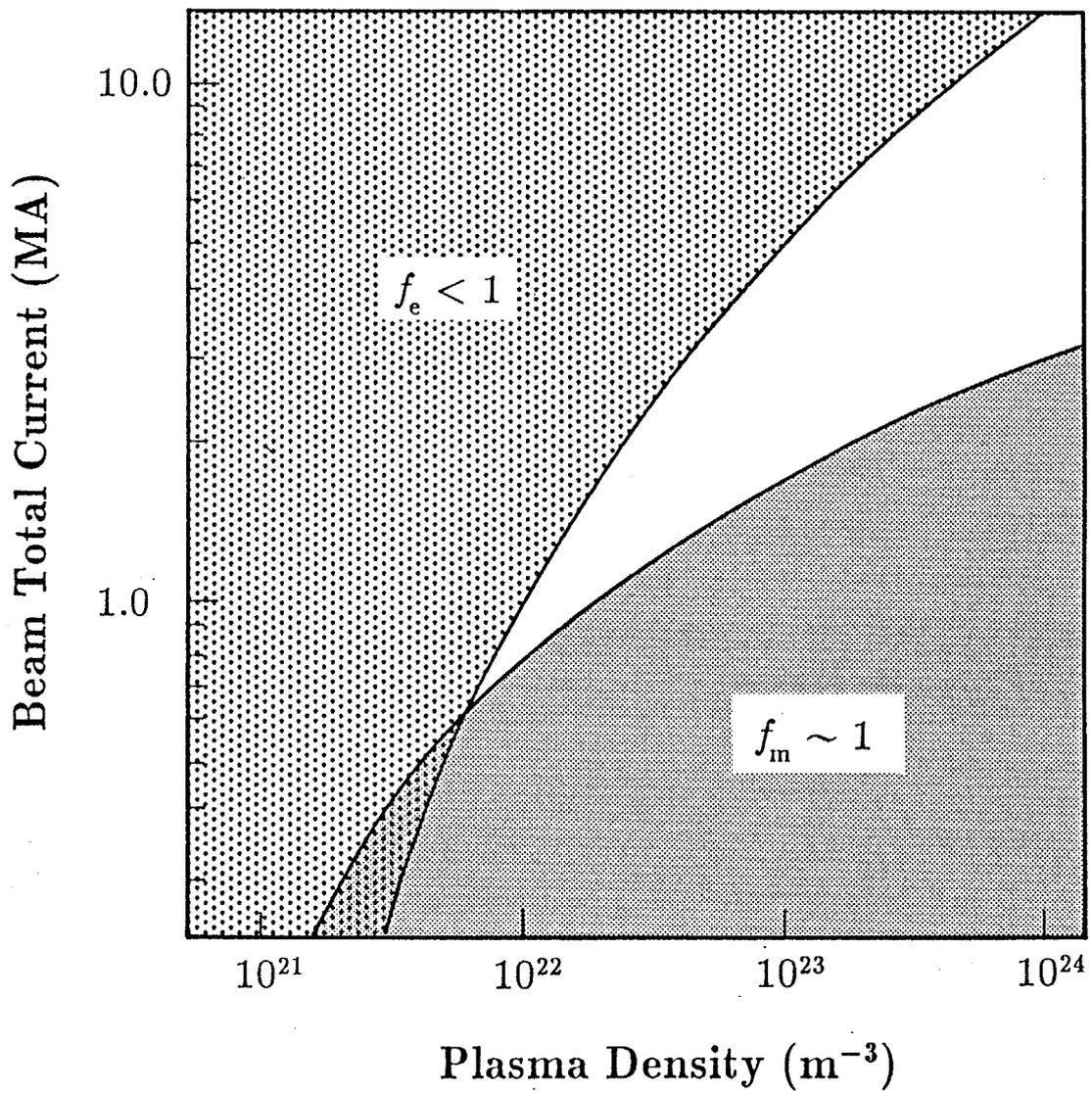


図5-5 収束点付近に θ 方向の磁場を加えた場合の背景プラズマ密度に対する電荷中性化率と電流中性化率

第6章 中性ガス中でのビーム収束

6-1 導入

大電流、大強度の軽イオンビームをドリフト領域で収束させるためには、電荷中性化のためにドリフト領域をプラズマで満たし、電子を補給する必要があった。しかし、ドリフト領域が初めに中性ガスで満たされていても、ビームのパワー密度が大きいために、中性ガスはビーム粒子との相互作用で電離されることが期待できる。ドリフト領域を始めからプラズマを満たす必要がなければ、ビーム収束の実験は容易になる^{1,2)}。また慣性核融合炉を考えた場合、炉ガスとドリフト領域内の中性ガスを共通にすることができ、炉構造が簡単になる利点がある。しかし第4章と第5章の結果から、ドリフト領域にプラズマが満たされている場合、回転伝播ビームが収束するための密度の範囲に制限があった。中性ガスが満たされている場合には、初期密度と時間的な電離度の変化が重要になる。中性ガスの種類として、第4章の結果からはアルゴンが適当であるが、ビーム粒子との相互作用の断面積に関するデータが不足しているため、中性ガスとして水素を用いることにした。

6-2 ビームと中性ガスの相互作用

ビーム粒子は第4章、第5章と同じくプロトンを考え、中性ガスは水素であるとする。プロトンはダイオードで加速され 5.6 MeV のエネルギーでドリフト領域に入射される。プロトンは水素の中性原子と相互作用し、衝突電離により電子-イオン Pair を生成する。発生した二次電子、イオンのエネルギーはあまり高くないため、その運動は周囲の電磁場により決定されると考えてよい。大強度ビームがドリフト領域に入射されているため、大きな電磁場も発生することが予想さ

れる。二次電子は電場で急速に加速され、高エネルギーに達する。従って高エネルギー二次電子による電離過程は衝突電離として扱われる。低エネルギーの二次電子とイオンは電離なだれを引き起こす。二次電子とイオンの生成は

$$\frac{\delta n_e}{\delta t} = \frac{n_b}{\tau_{bn}} + \frac{n_e}{\tau_{en}} + \frac{n_e}{t_{en}} + \frac{n_i}{t_{in}} - \varepsilon_e + S_e, \quad (6-1)$$

$$\frac{\delta n_i}{\delta t} = \frac{n_b}{\tau_{bn}} + \frac{n_e}{\tau_{en}} + \frac{n_e}{t_{en}} + \frac{n_i}{t_{in}} - \varepsilon_i. \quad (6-2)$$

と表せる³⁾。ここで数密度 n の添え字 b, e, i, n はビーム、電子、イオン、中性ガスを意味する。ビームによる中性ガスの衝突電離時間 τ_{bn} は

$$\tau_{bn} = \frac{1}{n_n \sigma v_b} \quad (6-3)$$

である⁴⁾。 σ は衝突電離の断面積であり、ビーム粒子の速度 v_b の関数である。電子の衝突電離時間⁵⁾は τ_{en} 、電子とイオンの電離なだれ時間⁶⁾はそれぞれ t_{en} 、 t_{in} である。これらの素過程の考察及び断面積については、章末の参考文献を引用するだけにとどめる。ドリフト領域の境界では電子の放出 S_e と吸収 ε_e があり、イオンについては吸収 ε_i のみがある。上に述べた過程以外にも再結合、荷電交換などがあるが、その断面積は上で述べた過程に比べると十分に小さく、二次電子とイオンの数密度には影響しないため無視した⁶⁾。

6-3 プラズマ生成過程

ビームの収束過程で、ドリフト領域内にプラズマが形成される時間が重要であり、電子、イオンの生成を考慮したシミュレーションを行う必要がある。第5章で開発したコードで変更する点は、電子とイオンの連続方程式に電子とイオンの

生成項を加え、

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = \frac{\delta n_e}{\delta t}, \quad (6-4)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{u}_i) = \frac{\delta n_i}{\delta t}, \quad (6-5)$$

とするだけである。右辺には式 (6-1)、(6-2) をが代入される。中性粒子に対しては電離することにより数密度が減少するだけで、その運動は無視される。

ビームはダイオードの電子シースあるいは入射面の金属の電子の一部を捕獲するため、ほぼ同じ速度の電子もドリフト領域に浸入する。プロトンのエネルギーが高いためプロトンによる衝突電離の平均自由行程は 1 Torr の水素ガスの場合、 $v_b \tau_{bn} = 1.5 \text{ cm}$ である。電子 ($\sim \text{keV}$) による衝突電離の平衡自由行程は $v_e \tau_{en} = 8.5 \text{ cm}$ であるので、ビームによる衝突電離過程がプラズマ生成の初期においては本質的役割をする⁷⁾。

初期に 1 Torr と 2 Torr の水素ガスがドリフト領域に満たされている場合、時間的なプラズマ密度の変化がシミュレーションにより調べられた。図 6-1 の実線 (a) は入射ビームの数密度の変化を表し、10 nsec の立ち上がりで増加している。(b) と (c) は 1 Torr と 2 Torr の場合に生成されるプラズマの数密度である。最初の 5 nsec はビームの衝突電離が支配的である。二次電子はすぐに加速されてしまい、電離の断面積は小さく、5 nsec 以後は二次イオンによる電離をだれでプラズマ密度が増加していく。1 Torr と 2 Torr の水素ガスでは、プラズマの生成される立ち上がり方は異なるが、両方とも 10 nsec で飽和する。殆ど全ての中性ガスが電離したためであり、ビームの立ち上がり時間の 10 nsec を変えても結果は同じであった。従って、ドリフト領域に中性ガスを満たしていても、10 nsec のビームのプレパルスがあれば中性ガスをほぼ電離できる。しかしビームのプレパルスは収束されないため、核融合標的のドライバー・エネルギーとしては無駄になる。

6-4 中性ガス中でのビーム収束のシミュレーション

ドリフト領域に入射するビームのパラメータは前章と同じく電流密度が 8 kA/cm²、全電流が 2.4 MA、局所発散角が 30 mrad、ビームパルスの立ち上がり時間は 10 nsec である。幾何学的収束点は入口から z 方向に 28.5 cm の位置である。ビームを θ 方向に回転させるために、 r 方向の磁場が入口付近にかけられる。その大きさは、 $B_{r, \text{applied}} = 0.2$ Tesla で距離は $\Delta z = 2$ cm である。背景は水素の中性ガスが初期に満たされている。回転伝播ビームが収束するには、ビーム電荷は中性化され、ビーム電流は残り、自己磁場を発生するような背景プラズマ密度を選ぶ必要がある。ビームのプレパルスにより中性ガスを電離し、プラズマ化することにより、メインパルスに対して背景が適当な密度のプラズマになることが望ましい。

背景が 1 Torr の中性ガスするとき、ビームのプレパルスがドリフト領域に入射される過程でプラズマが時間の経過と共に生成される様子が図 6-2、図 6-3 に示される。濃い点はビームの粒子を表し、薄い点は生成されたイオンを表す。ビームが通過する領域では衝突電離によりプラズマが生成され、イオンによる電離をだれでビームの通過しない領域もプラズマ化されていくのが分かる。背景が 1 Torr の場合、収束点付近に 10^{22} m⁻³ 以上のプラズマが生成されるまでに 8 nsec かかる。ビームのメインパルスの電荷の中性化するにはプラズマの密度が低すぎる。図 6-4 は $t = 20$ nsec におけるビーム粒子マップである。収束点付近に静電場が発生し、ビームの収束性は低下している。始めからプラズマが満たされていた第 5 章の結果と比較すると、プラズマが生成するのに時間を要する分だけビームのメインパルスの前半でより発散が大きい。

2 Torr 以上の水素ガスが満たされている場合、10 nsec のプレパルスで十分な密度のプラズマが生成される。メインパルスの電荷電流とともにほぼ完全に中性化されてしまい自己磁場が十分に発生しない。メインパルスに対しては、プラズマが始めから満たされていた場合と状況は変わらない。そこで第 5 章と同様に、収束点付近に θ 方向の外部磁場を加え、電子電流を制御することにより、 $f_e = 1$ 、 $f_m < 1$ の状況を形成する。図 6-5 には 2 Torr の水素ガスが初期に満たされていて、収束点を中心に θ 方向の外部磁場 $B_{\theta, \text{ext}} = 3$ Tesla を z 方向の距離 6

cm に渡り加えた場合のビーム収束の様子を示されている。ビームの収束半径の半値半幅 (HWHM) は 5.5 mm であり、回転伝播ビームの平衡配位が形成されたときのビームの数密度は $7 \times 10^{21} \text{m}^{-3}$ であった。しかし 5 Torr 以上では $B_{\theta, \text{ext}}$ の効果は前章と同じくきかなくなる。

シミュレーションの結果から、ドリフト領域にはプラズマの代わりに中性ガスを始めから満たしていても、2 Torr 程度であるならばビームのプレパルスでプラズマが生成され、ビームの収束が可能になることが判明した。

6-5 まとめ

ドリフト領域が中性の水素ガスで満たされている場合の回転伝播ビームの収束過程が調べられた。プロトン・ビームと中性ガスとの相互作用を含んだシミュレーションにより、考慮した電離過程のなかでは、ビームによる衝突電離と2次イオンによるなだれ電離が主なプラズマ生成過程であることが分かった。初期に 2 Torr の中性ガスが満たされている場合、ビームの 10 nsec のプレパルスで適度な密度のプラズマが生成され、ビームの自己磁場による収束が可能であることが確認された。

第6章の参考文献

- 1) J. P. VanDevender, et al. : Laser and Particle Beams **5**, (1987) 439.
- 2) D. L. Cook, et al. : Proc. 7th Intl. Conf. on High Power Particle Beams, Karlsruhe, 35 (1988).
- 3) P. B. Miller : "An Introduction to the Physics of Intense Charged Particle Beams" (Plenum Press, New York, 1982).
- 4) C. L. Olson : Phys. Rev. A, **11** (1975) 288.
- 5) T. Kato : Report of Inst. Plasma Phys., Nagoya Univ. IPPJ-AM-2 (1977).
- 6) C. L. Olson and J. W. Poukey : Phys. Rev. A, **9**, (1974) 2631.
- 7) D. A. McArthur and J. W. Poukey : Phys. Fluids, **11/16** (1973) 1996.

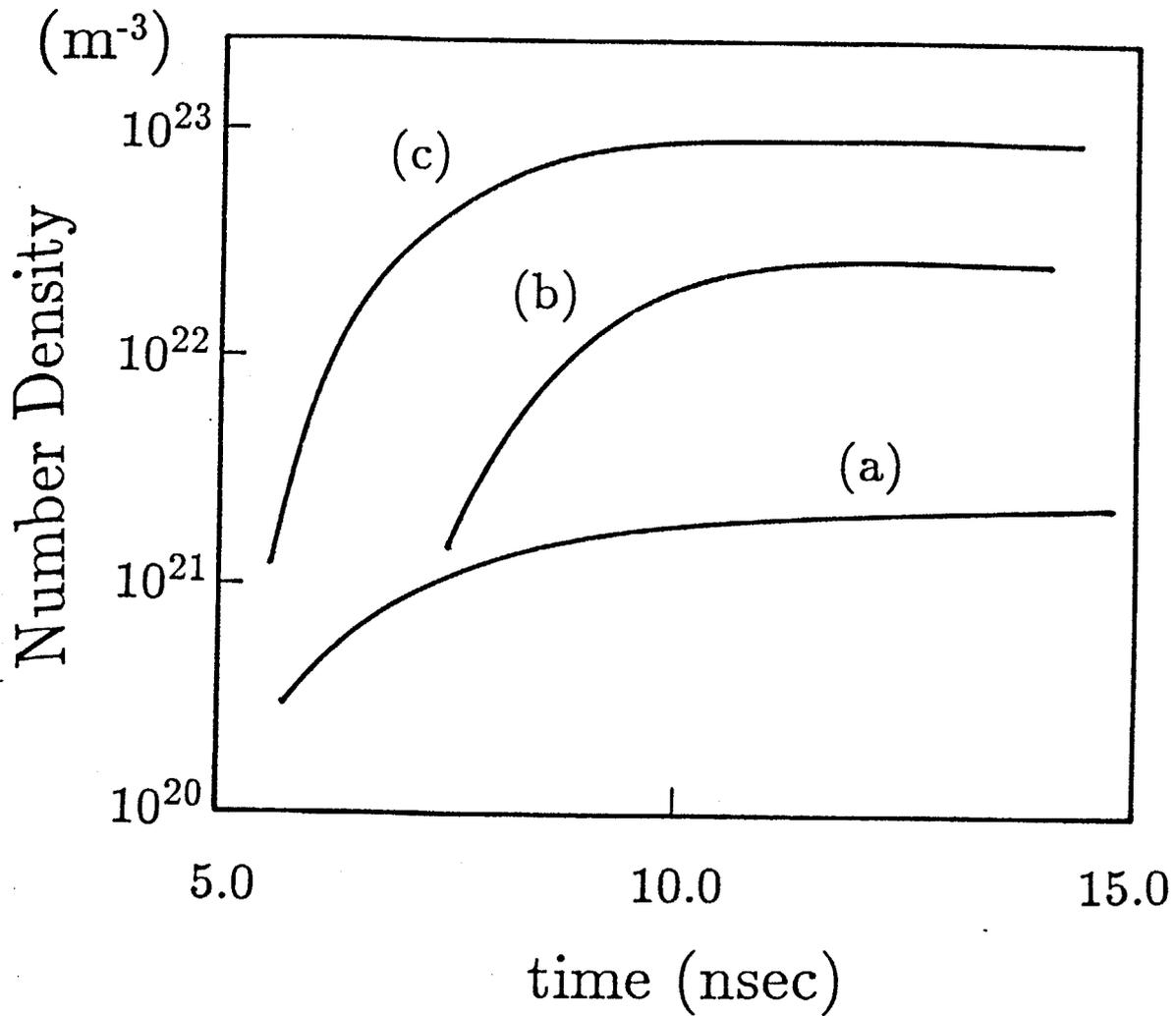


図6-1 生成されるプラズマ数密度の時間変化。(a) 入射ビームの数密度, (b) 初期に 1 Torr の中性ガスが満たされている場合の生成プラズマ密度の時間変化, (c) 初期に 2 Torr の中性ガスが満たされている場合の生成プラズマ密度の時間変化

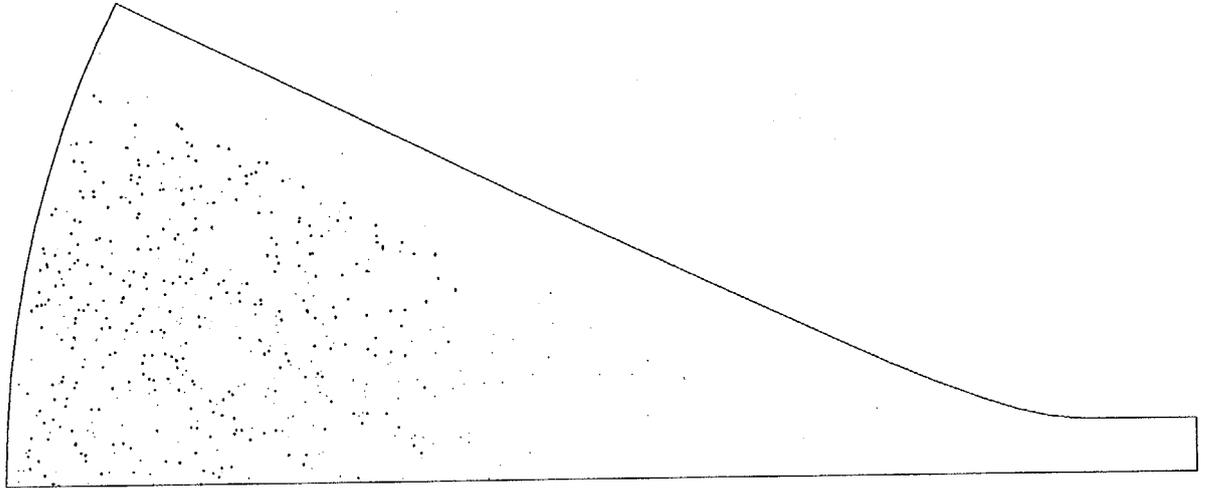


図6-2 (a) time=2.0 nsec におけるドリフト領域で生成されるプラズマ

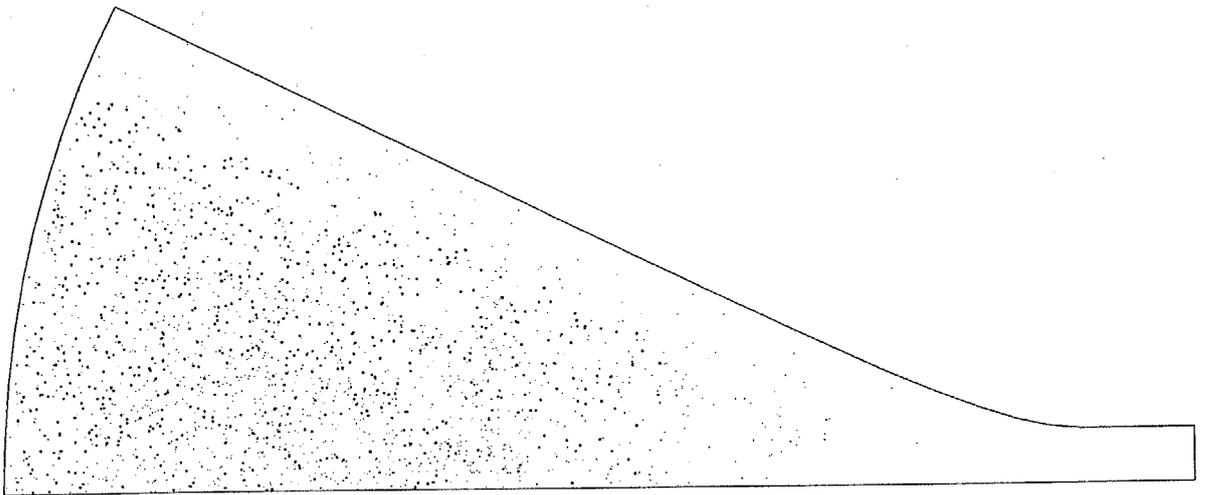


図6-2 (b) time=4.0 nsec におけるドリフト領域で生成されるプラズマ

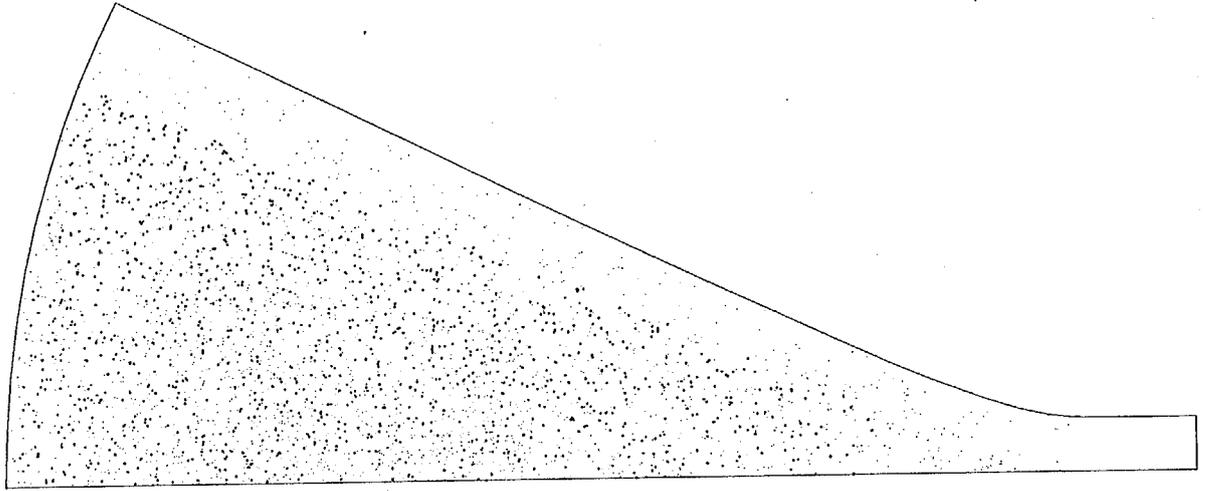


図6-3 (a) time=6.0 nsec におけるドリフト領域で生成されるプラズマ

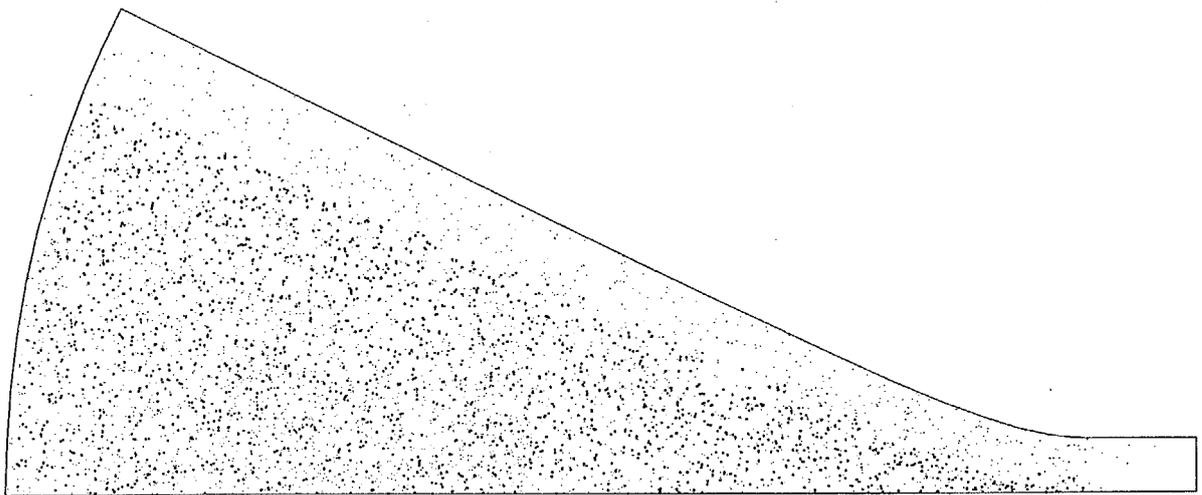


図6-3 (b) time=8.0 nsec におけるドリフト領域で生成されるプラズマ

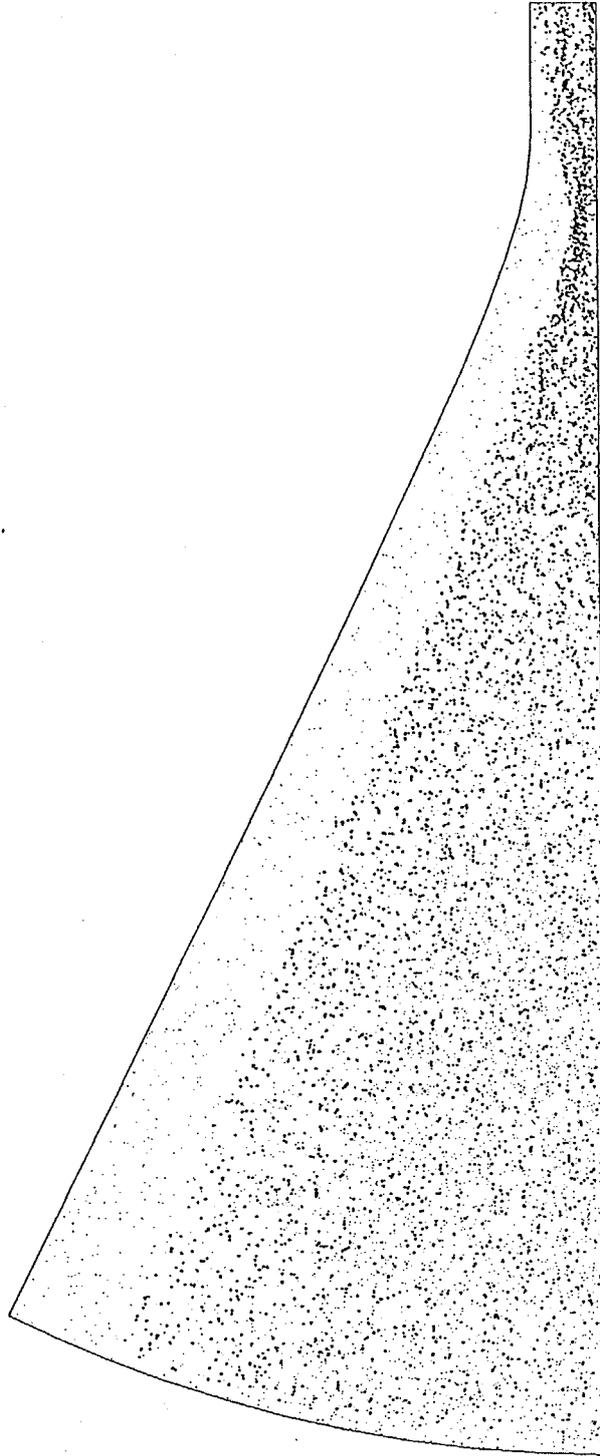


図6-4 初期にドリフト領域が1 Torrの中性ガスで満たされていた場合の
time=20 nsec におけるビーム粒子マップ



図6-5 初期にドリフト領域が2 Torr の中性ガスで満たされていた場合の
time=20 nsec におけるビーム粒子マップ

第7章 結 論

本論文は軽イオンビームを慣性核融合のエネルギー・ドライバーとして用いる場合に特に問題になっているビーム伝播と収束に焦点をしばり研究を行った。軽イオンビームは電荷粒子ビームであることが原因で伝播と収束が困難になっているが、その性質を逆に利用することが考えられる。ビーム電流の作る自己磁場にはビームをピンチさせる効果があり、これを利用したビームの自己収束、自己伝播の可能性が期待できる。但しビームを安定化させるために、ビームを方位角方向に回転させ伝播方向の自己磁場と遠心力を利用することが必要となる。この回転伝播ビームの有効性を検証するために、ビームが自己磁場で収束する過程と、平衡状態が形成されることの検証、また収束後に炉内を標的まで伝播する過程を調べることが必要になる。

第2章では回転伝播ビームの伝播が解析された。まず、平衡解が導出され、ローレンツ力によるピンチ力と遠心力が主につり合いを支配することが理解でき、ビームの温度が \sim MeV になると圧力勾配も平衡状態に影響を与えることが分かった。平衡状態の解析で仮定された電流中性化率は、次元解析とビーム伝播の非定常シミュレーションにより調べられた。背景プラズマの数密度がビームと同程度であれば電流中性化率は低下するため十分な自己磁場が発生し、回転伝播ビームの平衡状態が成り立つことが分かった。また、同時に発生する誘導電場は、ビームをパンチングする作用があることも判明した。

第3章ではビーム伝播の平衡状態について、巨視的安定性が解析された。回転伝播ビームの特徴を持つ hollow ring の解について、ビームを回転させることにより発生する軸方向の自己磁場と遠心力の両方が安定化効果を持つことが解析的に確認された。また、数値計算により不安定性の最大成長率が軸方向の波数と回転方向の波数に対して示され、剛体回転する平衡解について、伝播速度に対する回転速度の比がビーム半径の位置で0.8以上であれば安定である結果が得られた。

第4章では、ダイオードで発生された直後の \sim kA/cm² のビームがプラズマで満たされたドリフト領域中で収束され、回転伝播ビームを形成する過程が、粒

子一流体ハイブリッド・シミュレーションにより調べられた。シミュレーションにおいては、ビームの電荷を背景電子が十分短い時間で中性化するとし、準中性の仮定が置かれた。背景プラズマ圧力を 1～5 Torr (273 K) と選ぶことにより、幾何学的な収束点の近傍でのみ電流中性化率が低下し、自己磁場が発生することが分かった。収束点通過後には回転伝播ビームの平衡配位が形成され、小さな半径にビームが閉じ込められて伝播する結果が得られた。また、ビームを回転させるために入口付近に加える半径方向の外部磁場強度に最適値があり、強すぎる場合には遠心力のため収束点付近で発散が起こり、回転させない場合にはビームの収束過程が不安定になることが分かった。

第4章の結果では、回転伝播ビームが自己磁場で収束される場合は、収束点付近で背景プラズマの数密度がビームと同程度になる。このため準中性の仮定が成り立たなくなる。ビームの収束性に対する背景プラズマ密度の定性的な依存性は第4章の結果で十分であるが、定量的な再評価をするために、第5章では準中性近似を用ずに、ビーム収束過程における電子電荷の移動が考慮されるシミュレーションを行った。自己磁場により回転伝播ビームが収束され平衡状態が形成される場合には、電子電流はビームより半径方向の外側の領域を流れることが分かった。発生する自己磁場はビーム電流と電子電流の間の空間に現れ、そのエネルギーはビームの運動エネルギーの 10 % を越える結果が得られた。ビームの収束性について、回転伝播ビームが形成される条件の電荷中性化率は高く電流中性化率は低い状況は、第4章の結果よりもプラズマ密度の狭い範囲に限られることが分かった。そこで幾何学的収束点の付近に方位角方向の外部磁場を加えることを試みた。この磁場は電子電流の一部を半径方向に曲げ、ビームの自己磁場が成長するためのトリガー的作用をすることが分かった。この磁場の印加により、回転伝播ビームの収束が可能な背景プラズマの密度範囲が広がることが確認された。

第6章ではドリフト領域がプラズマの代わりに中性ガスで満たされている場合のビーム収束が調べられた。大強度のプロトン・ビームによる衝突電離と2次イオンによるなだれ電離により、10 nsec のビームプレパルスで十分なプラズマが生成される結果が得られた。初期に適当な密度の中性ガスでドリフト領域を満たすことにより、回転伝播ビームの収束と平衡配位の形成が可能であることが分かった。

本論文では荷電粒子ビームの持つ自己電流の利用を考え、自己磁場によるビーム伝播と収束が可能であることをシミュレーションにより検証した。自己磁場がビームの挙動を支配するようになるのは、全電流が ≥ 2 MA、電流密度が 10^4 kA/cm²の場合である。数 GJ 出力の慣性核融合のエネルギー・ドライバーでは、1 モジュールのビームがこの程度になり、本論文の回転伝播ビームの利用が可能となる。現在の実験装置ではビーム強度が低く、本論文の結果を実験的に調べるができないのは残念である。パルスパワーにより発生された荷電粒子ビームは発生時点でエントロピーが高い。しかし、自己磁場を誘起することで自己のエネルギーを消費して自動的にエントロピーを下げ、収束と伝播を可能にしていると考えられる。ビーム発生効率が高いため、たとえ運動エネルギーの半分を費やしたとしてもまだエネルギー・ドライバーとしては十分な効率を持っている。自己磁場によるビームの伝播と収束は、荷電粒子ビームが大強度になると現れる自己組織化現象と考えることもでき、回転伝播ビームはソリトンの一形態である可能性もあり、そのために安定なのかもしれない。

今後の課題は、ビーム伝播中の非定常過程が微視的に解析されていなく、安定性の問題とも深くかかわることが予想される。また、ビーム伝播中の電荷中性化も第2章では評価されておらず、ビーム先端及び後端での中性化の時間遅れが長いビーム伝播時間 (100 nsec) では問題になる可能性がある。シミュレーションによりこの問題を調べる場合、長時間の計算を要するが第5章の方法を適用できると思われる。

発表論文

第2章に関係した論文

- [1] T. Aoki and K. Niu: Laser and Particle Beams 5/3 (1987) 481-486. "Current Neutralization of Ion Beam Rotating and Propagating in Plasma".
- [2] T. Aoki, S. Kawata and K. Niu: Res. Rep. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ., IPPJ-742 (1985) 128-137. "Numerical Analysis for Current Neutralization of Rotating Ion Beam".
- [3] H. Murakami, T. Aoki, S. Kawata and K. Niu : Laser and Particle Beams 2/1 (1984) 1-12. "Rotating and Propagating LIB Stabilized by Self-induced Magnetic Field".

第3章に関係した論文

- [4] T. Aoki and K. Niu: J. Phys. Soc. Jpn. 56/10 (1987) 3525-3533. "Macroscopic Stability of Rotating and Propagating LIB".
- [4'] T. Aoki and K. Niu: Res. Rep. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ., IPPJ-821 (1987). "Macroscopic Stability of Rotating and Propagating LIB".

第4章に関係した論文

- [5] T. Aoki and K. Niu: Laser and Particle Beams 6/4 (1988) 737-749. "Numerical Experiment for Focus of Rotating and Propagating LIB in Plasma I - Quasi-neutral approximation".
- [6] T. Aoki and K. Niu: Res. Rep. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ., IPPJ-856 (1988) 56-77. "Hybrid Particle Simulation for Focusing of Rotating and Propagating Light Ion Beam".

第5章に関係した論文

- [7] T. Aoki and K. Niu: Res. Rep. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ., IPPJ-900. (1989) 139-153 "Focusing of Rotating and Propagating Light Ion Beam".

第6章に関係した論文

- [8] T. Aoki and K. Niu: Laser and Particle Beams (to be published). "2-D Simulation for Focus of Rotating and Propagating Ion Beam in Neutral Gas".

その他の論文

- [9] K. Niu, H. Takeda and T. Aoki : Laser and Particle Beams, 6/4 (1988) 149–161. "Optimization of Target for ICF and Target Gain".
- [10] K. Niu and T. Aoki : Fluid Dynamics Research, 4 (1988) 195–205. "Analysis for High Compressible Supersonic Flow in a Converging Nozzle".
- [11] K. Niu, T. Aoki and H. Takeda : Res. Rep. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ., IPPJ–859 (1988) 1–16. "Analysis for Fuel Implosion in ICF Target and Pellet Gain".

プロシーディングス

- [1] T. Aoki and K. Niu : Proceedings of 2nd International Topical Symposium on Inertial-Confinement Fusion Research by High-Power Particle Beams, Nagaoka (1986) 143–151. "Current Neutralization of Ion Beam Rotating and Propagating in Plasma".
- [2] T. Aoki, H. Takeda and K. Niu : Proceedings of the 11th Symposium Ion Sources and Ion-Assisted Technology, Tokyo (1987) 285–288. "Numerical Analysis for Rotating and Propagating Light Ion Beam".
- [3] K. Niu, H. Takeda and T. Aoki : Proceedings of the 11th Symposium Ion Sources and Ion-Assisted Technology, Tokyo (1987) 289–292. "LIB Accelerator for Fusion and Target Gain".

- [4] K. Niu, H. Takeda and T. Aoki : Proceedings of 18th European Conference on Laser Interaction with Matter, Prague, (1987) 000-000. "Optimization of Target for ICF and Target Gain".
- [5] K. Niu and T. Aoki : Supplement au Journal de Physique, 5th International workshop on Atomic Physics for Ion Driven Fusion, Orsay (1988) 205-208. "Effect by Radiative Energy Transport in Pusher Layer and Transport Property of Fuel on Nonuniform Implosion of Target Irradiated by Ion Beam".
- [6] K. Niu and T. Aoki : Proceedings of 7th International Conference on High Power Particle Beams, Karlsruhe (1988) 158-164.
- [7] T. Aoki and K. Niu : 19th European Conference on Laser Interaction with Matter, Madrid (1988). "2-D Simulation for Focus of Rotating and Propagating Ion Beam in Neutral Gas".
- [8] K. Niu and T. Aoki : 19th European Conference on Laser Interaction with Matter, Madrid (1988). "Target Structure in ICF and Implosion Motion of Fuel".
- [9] K. Niu, T. Aoki and H. Takeda : Laser Interaction and Related Plasma Phenomena, Vol. 8 (Edited by H. Hora and G. Miley, Plenum Press, New York, 1989). "Analysis for Fuel Implosion in ICF Target".
- [10] K. Niu, T. Aoki and H. Takeda : Laser Interaction and Related Plasma Phenomena, Vol. 8 (Edited by H. Hora and G. Miley, Plenum Press, New York, 1989). "The Analysis for Spherically Symmetric Implosion Motion of Fluid".

謝 辞

学生時代より今日まで終始ご指導を承りました東京工業大学 丹生慶四郎教授に心から感謝致します。また貴重な助言を下された早稲田大学 加藤鞆一教授、慶応大学 小笠原正忠教授、長岡技術科学大学 川田重夫助教授、東京農工大学 岡田利男助教授、エネルギー科学専攻の諸先生に感謝の意を表します。日々討論に参加してくれた丹生研究室の方々にも感謝致します。

最後に、本研究で行ったシミュレーションは、東京工業大学総合情報処理センターのVAX8600とETA¹⁰、名古屋大学プラズマ研究所付属電子計算機センターのVP200とM380で行ったことを記し感謝の意を表します。