T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題	準ニュートン法を用いた自由角度配線手法
Title	An Any-Angle Routing Method using Quasi-Newton Method
著者	小平行秀, 高橋篤司
Authors	Yukihide Kohira, Atsushi Takahashi
出典	第24回 回路とシステムワークショップ 論文集, Vol. , No. , pp. 425-430
Citation	Proc. the 24th Workshop on Circuits and Systems, Vol. , No. , pp. 425-430
発行日 / Pub. date	2011, 8
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 (c) 2011 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

準ニュートン法を用いた自由角度配線手法
An Any-Angle Routing Method using Quasi-Newton Method

小平 行秀 † 高橋 篤司 ‡
† 会津大学 コンピュータ理工学部
‡ 大阪大学 大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻

Yukihide KOHIRA† Atsushi TAKAHASHI‡
†School of Computer Science, the University of Aizu
‡Division of Electrical, Electronic and Information Engineering, Osaka University

1 はじめに

近年のプリント基板 (PCB) 配線やパッケージ配線では，多くの設計要求を満たすことが求められる．PCB 配線では，基板上に IC チップ，抵抗，コンデンサなどの回路素子が配置され，回路素子間の接続要求を満たすとともに，遅延やノイズなどの対策のために課される様々な制約を満たす配線が求められる．BGA や PGA などのパッケージ配線では，短い間隔で配置された端子やビアの間を間隔制約を満たしながら多数の配線が接続されるため，高密度の配線が要求される．PCB やパッケージのための様々な自動配線ツールは存在するものの，それらにより得られる配線の品質は人手設計に比べると劣るため，現在でも，高密度な配線が要求される PCB やパッケージ配線では人手による設計が主流である．しかし，回路素子の入出力ピン数の増加によるネット数の増大，回路の動作周波数の増大による設計制約の複雑化などにより，設計規模が人手設計の限界に近付いており，設計期間の短縮のため自動配線ツールの性能向上が求められている．

これまで提案されている自動配線では，扱う問題を制約やその制約に含まれるパラメタに合わせてグラフにモデル化し，そのグラフ上で経路を求めることで配線を求める手法が多い．これらの手法はグラフという離散構造を扱うため，実行時間が短く，使用するメモリの量が少ない．しかし，新たな制約が課されたり，パラメタが変更されただけでグラフの構造が大きく変更される場合があり，アルゴリズムの再考が必要になることもある．

そこで本稿では，拡張性の高い配線手法を検討する．近年，数理計画法に定式化することで配置問題を解く analytical placement が提案されている [1–5]．それらの中でも，設計仕様と最適化目標を微分可能な 1 つの目的関数で表し，準ニュートン法を用いて配置を求める手法が注目されている [3–5]．本稿では，この準ニュートン法による自動配置手法を，配線が任意の角度で折れ曲がることが可能な自由角度配線問題に応用する．提案手法は，初期配線が与えられたとき，配線と障害物間の間隔制約，2 配線間の間隔制約，反射ノイズを抑えるために課される折れ曲がり角度の上限に関する制約，配線が交差しないための制約を満たしつつ，総配線長や各配線に与えられた指定長との誤差の総和を最小化する．自由角度配線手法として，ラバーバンド配線手法が知られている [6]．ラバーバンド配線手法は，初期配線の位相を守りつつ，線と障害物間の間隔制約や 2 線間の間隔制約を満たした総配線長が短い配線を得る．しかし，ラバーバンド配線手法を用いて指定長との誤差の総和を最小化する手法は検討されておらず，さらに新たな制約が課されたときの拡張性は乏しい．一方，提案手法において新たな制約が課された場合には，その制約を微分可能な評価関数で定義できれば提案手法に組み込めるため，提案手法は拡張性に優れている．計算機実験により，提案手法の性能を評価する．

2 準備

本稿では，障害物を含む領域において，任意の角度で折れ曲がりを許容する平面配線問題を扱う．配線領域は，2 次元直交座標系で表現し，点 v の位置を $v = (x, y), (x, y \in R)$ で表現する．線分 e が 2 点 u, v を結ぶとき，$e = (u, v)$ と表す．n 本の配線の集合を $L = \{L_1, L_2, \ldots, L_n\}$ とする．配線 L_i は k_i 本の線分からなる折れ線で構成される．配線 L_i の線分の集合を $L_i(e) = \{e_i^1, e_i^2, \ldots, e_i^{k_i}\}$ で表し，点の集合を $L_i(v) = \{v_i^0, v_i^1, \ldots, v_i^{k_i}\}$ で表す．ただし，任意の $j (1 \leq j \leq k_i)$ に対して，$e_i^j = (v_i^{j-1}, v_i^j)$ である．配線 L_i において，v_i^0 と $v_i^{k_i}$ を**端点**と呼び，$v_i^1, v_i^2, \ldots, v_i^{k_i-1}$ を**節点**と呼ぶ．2 線分が同じ節点に接続するとき**隣接する線分**と呼び，節点 v に接続する 2 線分がなす角の角度を単に v の角度と呼ぶ．節点の角度は 0 度以上 180 度以下とする．

2 点 $u = (x_u, y_u), v = (x_v, y_v)$ 間の距離 $d(u, v)$ をユー

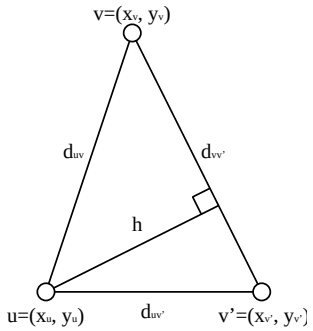


図 1: 点 u と線分 $e=(v,v')$ の距離.

クリッド距離を使って定義する.

$$d(u,v)=\sqrt{(x_u-x_v)^2+(y_u-y_v)^2} \tag{1}$$

簡単化のため $d(u,v)$ を d_{uv} とも表記する.

点 u と線分 $e=(v,v')$ の距離 $d(u,e)$ を

$$d(u,e)=\begin{cases} d(u,v) & (\angle uvv' \text{ が鈍角}) \\ d(u,v') & (\angle uv'v \text{ が鈍角}) \\ h & (\text{上記以外}) \end{cases} \tag{2}$$

で定義する (図 1). ただし, h は点 u から線分 e への垂線の長さで,

$$h=\frac{|(x_v-x_u)(y_{v'}-y_u)-(x_{v'}-x_u)(y_v-y_u)|}{d(v,v')}$$

である.

点 u と配線 L_i の距離 $d(u,L_i)$ を u と配線 L_i に含まれる線分との距離の最小値で定義する.

$$d(u,L_i)=\min_{e_i^j\in L_i(e)} d(u,e_i^j)$$

さらに, 2 つの配線 L_i,L_k 間の距離 $d(L_i,L_k)$ を一方の任意の点と他方の任意の線分との距離の最小値で定義する.

$$d(L_i,L_k)=\min\{\min_{v_i^j\in L_i(v)} d(v_i^j,L_k), \min_{v_k^l\in L_k(v)} d(v_k^l,L_i)\}$$

本稿で扱う問題では, 障害物を含む配線領域に, 位置が指定された各配線の端点と, 初期配線として位置が指定された各配線の節点が与えられている. 障害物の形状は, 本稿の手法を応用すれば任意の形状に対応できるが, 説明の簡単化のために点とする. 制約として, 障害物と配線の間隔を空けるための線-障害物間隔制約, 2 つの配線の間隔を空けるための線-線間隔制約, 2 つの配線が交差しないための交差制約, 配線上の各節点の角度が小さくならないための角度制約を扱う. 各配線の節点の位置を変更することで, 全ての制約を満たし, 総配線長を最小化した平面配線, もしくは, 指定長との誤差の総和を最小化した平面配線を得ることを目的とする.

本稿で扱う問題を以下のように定義する.

自由角度配線問題

入力 : 配線集合 L と各配線の端点の位置と節点の初期位置,
障害物集合 O と各障害物の位置,
任意の障害物 u と配線 L_i の対に対する最小距離 $s_{oL}(u,L_i)$,
任意の 2 つの配線 L_i,L_k の対に対する最小距離 $s_{LL}(L_i,L_k)$,
任意の節点 v の最小角度 $A(v)$,
(任意の配線 L_i に対する指定長 $l_t(L_i)$)

出力 : 節点の位置

目的: 総配線長の最小化, もしくは, 指定長との誤差の総和の最小化

制約 : (線-障害物間隔制約) 任意の配線 L_i と障害物 u の対に対して, 距離が $s_{oL}(u,L_i)$ 以上.

(線-線間隔制約) 任意の 2 つの配線 L_i,L_j に対して, 距離が $s_{LL}(L_i,L_j)$ 以上.

(交差制約) 任意の隣接しない 2 つの線分が交差しない.

(角度制約) 任意の節点 v の角度が $A(v)$ 度以上.

3 提案手法

本稿では, 上記の自由角度配線問題を非線形計画問題に定式化し, その解法の 1 つである準ニュートン法により配線を得る手法を提案する. 準ニュートン法は, 与えられる任意の変数で偏微分可能な 1 つの目的関数の勾配により, 変数値を繰り返し変更することで準最適解を求める. 本稿では, 目的関数を自由角度配線問題の目的と制約の重み付き線形和で表現する.

$$\begin{aligned} \text{目的関数} \quad = \quad & (\text{総配線長 or 指定長との誤差の総和}) \\ & +\alpha(\text{線-障害物間隔制約違反量の総和}) \\ & +\beta(\text{線-線間隔制約違反量の総和}) \\ & +\gamma(\text{交差制約違反量の総和}) \\ & +\delta(\text{角度制約違反量の総和}) \end{aligned}$$

目的関数の重み $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ を 1 より大きい値に設定することで, 制約を満たした配線が得られやすくなる.

先に述べたように, 準ニュートン法を用いるためには, 目的関数は任意の変数で偏微分可能でなければならない. しかし, この目的関数には, 絶対値, max 関数などの偏微分不可能な関数を含むため, そのまま定式化することができない. 本章ではまず, 絶対値などの基本的な関数の近似関数を与え, その後, 目的関数の各項の偏微分可能な近似関数を与える. 各項の関数に含まれる基本的な関数を全て近似関数に置き換えることで, 任意の変数で偏微分可能な関数に近似することが可能である. 以降, ϵ を非常に小さい正数とする.

表 1: $d(u,e)$ の近似値.

	$\angle uvv'$ が鈍角	$\angle uvv'$ が直角	$\angle uvv', \angle uv'v$ とも鋭角	$\angle uv'v$ が直角	$\angle uv'v$ が鈍角
	$d_{uv}^2 < d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2$	$d_{uv}^2 = d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2$	$d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2 < d_{uv}^2 < d_{uv'}^2 + d_{vv'}^2$	$d_{uv}^2 = d_{uv'}^2 + d_{vv'}^2$	$d_{uv}^2 > d_{uv'}^2 + d_{vv'}^2$
S_1	1	0	-1	-1	-1
S_2	-1	-1	-1	0	1
S_3	0	1	1	1	0
$d(u,e)$	d_{uv}	h	h	h	$d_{uv'}$

3.1 絶対値の近似

絶対値は $|x| = \sqrt{x^2}$ と表すことができるが，これを微分すると，$\frac{d\sqrt{x^2}}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$ となり，$x = 0$ のときに微分不可能である．そこで，$|x| \approx \sqrt{x^2 + \epsilon}$ に近似する [7]．この近似関数は微分可能であり，数的に安定となる．

3.2 max 関数と min 関数の近似

max 関数と min 関数も微分不可能であるため，近似関数を用いる．集合 $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots\}$ について考える．$\min_{x_i \in X}\{x_i\} = -\max_{x_i \in X}\{-x_i\}$ であるので，max 関数についてのみ述べる．max 関数の近似手法として，CHKS，P-Norm，ZANG，LSE 等が提案されている [2] が，本稿では，収束性が高く，数的に安定な Stable-LSE 法 (SLSE) [3] を用いる．SLSE では以下のように max 関数を近似する．

$$\max_{x_i \in X}\{x_i\} \approx \underset{x_i \in X}{\mathrm{SLSE}}\{x_i\} = X_{\max} + t \sum_{x_i \in X} e^{\frac{(x_i - X_{\max})}{t}}$$

ここで，t は正定数で，t を 0 に近づけると，近似誤差が小さくなる．また，$X_{\max} = \max_{x_i \in X}\{x_i\}$ であり，準ニュートン法の目的関数値やその偏微分した目的関数の関数値を算出する際には定数とみなすことができる [3–5]．

3.3 2 点間の距離関数の近似

式 1 で定義される 2 点間の距離関数を偏微分した式は数的に不安定である．式 1 を x_u で偏微分した式

$$\frac{\partial}{\partial x_u} d(u,v) = \frac{(x_u - x_v)}{\sqrt{(x_u - x_v)^2 + (y_u - y_v)^2}}$$

は，点 u と点 v が近いときに数的に不安定である．そこで，節 3.1 で述べた絶対値の近似と同様，$d(u,v) = \sqrt{(x_u - x_v)^2 + (y_u - y_v)^2 + \epsilon}$ に近似する．これにより，点 u と点 v が近いときでも数的に安定となる．

3.4 点と線分間の距離関数の近似

式 2 で定義される点と線分間の距離関数は，条件により式が異なる．それぞれの条件を満たす場合に 1，それ以外の場合は 0 以下の値になる関数 S_1, S_2, S_3 を定義し，それぞれの条件に対応する式と積をとり，それらの最大値により，式 2 を 1 つの関数として表現する．図 1 に示した 3 点 u, v, v' による三角形を用いて説明する．$\angle uvv'$ が鈍角ならば，$d_{uv'}^2 > d_{uv}^2 + d_{vv'}^2$ であり，同様に，$\angle uv'v$ が鈍角ならば，$d_{uv}^2 > d_{uv'}^2 + d_{vv'}^2$ である．また，条件を表す関数 S_1, S_2, S_3 を表現するために，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}|x| &\approx \frac{d}{dx}\sqrt{x^2 + \epsilon} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \epsilon}} \\ &= \begin{cases} -1 & x \ll 0 \text{ のとき} \\ 0 & x = 0 \text{ のとき} \\ 1 & x \gg 0 \text{ のとき} \end{cases} \end{aligned}$$

を利用する．条件を表す関数 S_1, S_2, S_3 と点 u と線分 e 間の距離関数 $d(u,e)$ を

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{-d_{uv}^2 + d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2}{\sqrt{(-d_{uv}^2 + d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2)^2 + \epsilon}} \\ S_2 &= \frac{d_{uv}^2 - d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2}{\sqrt{(d_{uv}^2 - d_{uv'}^2 - d_{vv'}^2)^2 + \epsilon}} \\ S_3 &= \frac{1 + S_1 S_2}{\sqrt{(1 + S_1 S_2)^2 + \epsilon}} \\ d(u,e) &\approx \max\{S_1 d_{uv}, S_2 d_{uv'}, S_3 h\} \end{aligned}$$

と定義する．このとき，S_1, S_2, S_3 と距離関数 $d(u,e)$ は表 1 に示す通りとなり，上式と式 2 が一致する．

3.5 総配線長の定式化と指定長との誤差の定式化

自由角度配線問題の目的は，総配線長の最小化，もしくは，指定長との誤差の総和の最小化である．配線は線分により構成され，線分の長さは 2 点間の距離であるので，節 3.3 で定義した 2 点間の距離を用いて，各配線の配線長を定式化できる．

自由角度配線問題の目的が総配線長の最小化の場合は，全ての線分の長さの総和である総配線長 F_d を，以下の式で定義する．

$$F_d = \sum_{L_i \in L} \sum_{e_i^j = (v_i^{j-1}, v_i^j) \in L_i(e)} d(v_i^{j-1}, v_i^j)$$

自由角度配線問題の目的が各配線に指定長が与えられた指定長との誤差の総和の最小化の場合は，指定長との誤差の総和 F_e を，以下の式で定義する．

$$F_e = \sum_{L_i \in L} (l_t(L_i) - \sum_{e_i^j = (v_i^{j-1}, v_i^j) \in L_i(e)} d(v_i^{j-1}, v_i^j))^2$$

ここで，$l_t(L_i)$ は配線 L_i に対する指定長である．

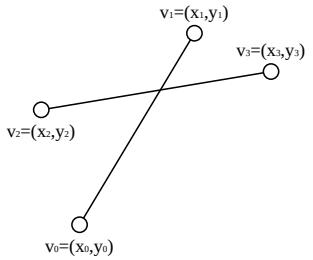


図 2: 線分 $e_i = (v_0, v_1)$ と線分 $e_j = (v_2, v_3)$.

3.6 線-障害物，線-線間隔制約違反量の定式化

障害物の点 u と配線 L_i の距離が $s_{oL}(u, L_i)$ 以上離れるためには，u と L_i 内の任意の線分 $e_i^j \in L_i(e)$ の距離が $s_{oL}(u, L_i)$ 以上であれば良い．したがって，u と e_i^j の間隔違反量を表現する関数 $P_{ol}(u, e_i^j, s_{oL}(u, L_i))$ を

$$P_{ol}(u, e_i^j, s_{oL}(u, L_i)) = \max\{0, s_{oL}(u, L_i) - d(u, e_i^j)\}$$

とする．この関数は，u と e_i^j の距離が $s_{oL}(u, L_i)$ 以上の場合には，距離に依らず $P_{ol} = 0$ となり，u と e_i^j の距離が $s_{oL}(u, L_i)$ より小さい場合には，距離が小さくなるにつれて P_{ol} が大きくなる．準ニュートン法では関数値がより小さくなるように解が更新されるため，P_{ol} により，u と e_i^j の距離を $s_{oL}(u, L_i)$ 以上になるように解が更新される．

障害物の点 u と配線 L_i の線-障害物間隔制約違反量の関数 $P_{oL}(u, L_i, s_{oL}(u, L_i))$ は，点と線分の間隔違反量の総和で表し，以下の式で定義する．

$$P_{oL}(u, L_i, s_{oL}(u, L_i)) = \sum_{e_i^j \in L_i(e)} P_{ol}(u, e_i^j, s_{oL}(u, L_i))$$

2 つの配線間の距離は一方の配線上の任意の点と他方の配線との距離の最小値で与えられるため，線-線間隔制約違反量の関数は線-障害物間隔制約違反量の関数により定義する．配線 L_i と配線 L_k の線-線間隔制約違反量の関数 $P_{LL}(L_i, L_k, s_{LL}(L_i, L_k))$ を以下の式で定義する．

$$\begin{aligned} &P_{LL}(L_i, L_k, s_{LL}(L_i, L_k)) \\ &\quad = \sum_{v_i^j \in L_i(e)} P_{oL}(v_i^j, L_k, s_{LL}(L_i, L_k)) \\ &\qquad + \sum_{v_k^j \in L_k(e)} P_{oL}(v_k^j, L_i, s_{LL}(L_i, L_k)) \end{aligned}$$

3.7 交差制約違反量の定式化

交差制約違反量を定義するため，図 2 に示した異なる 4 点 v_0, v_1, v_2, v_3 と線分 $e_i = (v_0, v_1)$ を $e_j = (v_2, v_3)$ を用いて，2 線分が 1 点で交差する条件について説明する．まず，2 線分の傾きの関係を表す t を定義する．

$$t = (x_3 - x_2)(y_1 - y_0) - (x_1 - x_0)(y_3 - y_2)$$

t は，2 線分の傾きが一致する場合に 0，一致しない場合は 0 以外の値をとる．線分 e_i と線分 e_j が 1 点で交差する条件は，2 つのベクトル $k \cdot \overrightarrow{v_0 v_1}$ と $\overrightarrow{v_0 v_2} + l \cdot \overrightarrow{v_2 v_3}$ が同一ベクトルとなる k と l が存在し，かつ $0 \le k \le 1, 0 \le l \le 1, t \ne 0$ であることである．2 線分の傾きが一致しない場合，2 つのベクトルが同一ベクトルとなる k と l は以下のように求めることができる．

$$\begin{aligned} k &= \frac{s_0}{t} \\ l &= \frac{s_1}{t} \\ s_0 &= (x_3 - x_2)(y_2 - y_0) - (x_2 - x_0)(y_3 - y_2) \\ s_1 &= (x_1 - x_0)(y_2 - y_0) - (x_2 - x_0)(y_1 - y_0) \end{aligned}$$

$k(l)$ は，交点が線分 $e_i = (v_0, v_1)$ $(e_j = (v_2, v_3))$ 上のどこに存在するかを表す．交点は，$k = 0 (l = 0)$ のとき $v_0(v_2)$ に，$k = 1 (l = 1)$ のとき $v_1(v_3)$ に，$k = \frac{1}{2} (l = \frac{1}{2})$ のとき v_0 と v_1 の中点 (v_2 と v_3 の中点) に存在する．

2 線分が交差する場合に交差を効率よく解消するためには，交差制約違反量を表す関数は，$k = l = \frac{1}{2}$ のときに最大値となり，k, l が $\frac{1}{2}$ より離れれば離れるほど小さい値となり，$0 \le k \le 1$ かつ $0 \le l \le 1$ を満たさないときに 0 となることが望ましい．そのような条件を満たす関数 $P_i(e_i, e_j)$ を，正定数 N を用いて，以下の式で定義する．

$$P_i(e_i, e_j) = \max\{0, \frac{|t|}{2} - [(s_0 - \frac{t}{2})^{2N} + (s_1 - \frac{t}{2})^{2N} + \epsilon]^{\frac{1}{2N}}\}$$

関数 $P_i(e_i, e_j)$ の値について，まず，2 線分の傾きが一致しないとき $(t \ne 0)$ について考える．このとき，2 線分が 1 点で交差する条件は，s_0, s_1 が t と同符号で，0 と t の間にあると言い換えることができる．さらに，この条件を満たす s_0, s_1 は，s_0, s_1 の 2 次元直交座標系での $(\frac{t}{2}, \frac{t}{2})$ からの L_∞ 距離が，$\frac{|t|}{2}$ 以下である点である，と言い換えることができる．$P_i(e_i, e_j)$ の定義式内の $[(s_0 - \frac{t}{2})^{2N} + (s_1 - \frac{t}{2})^{2N}]^{\frac{1}{2N}}$ は，$(\frac{t}{2}, \frac{t}{2})$ から (s_0, s_1) までの L_{2N} 距離である．$s_0 = s_1 = \frac{t}{2}$ のとき，$k = l = \frac{1}{2}$ であり，$P_i(e_i, e_j) \simeq \frac{|t|}{2}$ で最大値となる．$P_i(e_i, e_j)$ は，$(\frac{t}{2}, \frac{t}{2})$ から (s_0, s_1) までの L_{2N} 距離が大きくなるにつれ小さくなり，$\frac{|t|}{2}$ 以上のとき 0 となる．L_{2N} 距離に ϵ を加算しなければ，$s_0 = s_1 = \frac{t}{2}$ のとき，微分した式は数的に不安定である．そこで，節 3.3 で 2 点間の距離を定義と同様に，ϵ を加算している．また，$N \to \infty$ とすると，誤差はないが数的に不安定になる．そこで，計算機実験では，$N = 5$ としている．なお，L_∞ 距離から L_{2N} 距離に近似しているため，2 つの線分が端付近同士で交差する場合，$P_i(e_i, e_j) = 0$ となり，誤差が大きくなることに注意されたい．

2 線分の傾きが一致するとき $(t = 0)$ は，$P_i(e_i, e_j)$ は定義式より 0 である．また，2 線分が共通する線分を持つ場合と持たない場合がある．2 線分が共通する線分を持たない場合は，$P_i(e_i, e_j) = 0$ は適切である．一方，2 線分が共通する線分を持たない場合は，$P_i(e_i, e_j) = 0$ は適切で

はない．ただし，線-線間隔制約が課され，その制約を満たす場合は，節点と線分が近づくことがないので，2 線分が共通する線分を持つことはない．計算機実験では，隣接しない 2 線分が共通する線分を持たないようにするため，隣接しない任意の 2 線分間に線-線間隔制約を課す．

3.8 角度制約違反量の定式化

角度制約違反量は，cos 関数を利用して定義する．図 1 に示した 3 点 u, v, v' を用いて説明する．節点 u の角度が $A(u)$ 以上という制約が課されているとする．ここで，節点 u の角度を θ_u とおく．節点 u に対して，角度制約違反量 $P_a(u, A(u))$ を

$$P_a(u, A(u)) = \max\{0, \cos\theta_u - \cos A(u)\}$$

と定義する．ここで，

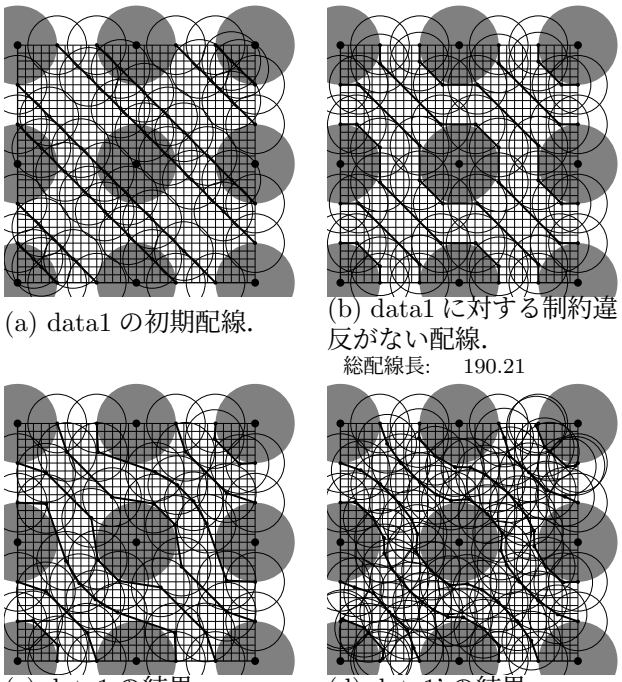
$$\cos\theta_u = \frac{(x_v - x_u)(x_{v'} - x_u) + (y_v - y_u)(y_{v'} - y_u)}{d_{uv} d_{uv'}}$$

である．$\cos\theta_u$ は，0 度以上 180 度以下の θ_u に対して，単調減少関数である．θ_u が大きければ大きいほど，$\cos\theta_u$ が小さくなるので，θ_u が $A(u)$ 以上のときは $\cos\theta_u - \cos A(u)$ が 0 以下であり，$P_a(u, A(u))$ が 0 である．逆に，θ_u が小さければ小さいほど，$\cos\theta_u$ が大きくなるので，θ_u が $A(u)$ より小さいときは $\cos\theta_u - \cos A(u)$ が正となり，θ_u が小さければ小さいほど，$P_a(u, A(u))$ が大きくなる．したがって，準ニュートン法では，節点 u の角度が $A(u)$ より小さい場合は $A(u)$ 以上になるように解が更新される．

4 計算機実験

提案手法の有効性を確かめるため，提案手法を 3 つの例題に適用する計算機実験を行った．準ニュートン法として L-BFGS[8] を用い，2.93GHz Intel Core i7 CPU, 6GB RAM の PC に C++で実装し，gcc4.2.4 でコンパイルしたプログラムを実行した．

まず，総配線長最小化を目的とする実験を行う．PCB 上で，BGA の左上領域から右下領域へ配線が抜ける状況を想定した問題 data1，data1' を扱う．data1 の問題に対する初期配線を図 3(a) に示す．線-障害物間隔制約は全て 5 に設定し，図中では障害物を中心，線-障害物間隔を半径とする灰色の円により線-障害物間隔制約を表す．線-線間隔制約は 3.7 に設定し，図中では節点を中心，線-線間隔を半径とする円により線-線間隔制約を表す．それぞれの円の中を配線が通過する場合，制約違反が生じることを表す．角度制約は各節点の角度が 90 度以上とした．data1 では，障害物を 15 間隔で格子状に配置し，各配線の端点同士を線分で結び，各配線に 2 点もしくは 6 点の節点を挿入した (図 3(a))．data1 は，解空間の中に全ての制約を満たした配線を含む (図 3(b))．data1' では，data1 の初期配線の全ての線分の中点に節点を挿入した．



(a) data1 の初期配線．

(b) data1 に対する制約違反がない配線．
総配線長: 190.21

(c) data1 の結果．
線-障害物違反: 0.02
線-線違反: 4.38
総配線長: 186.87
計算時間 [s]: 1.39

(d) data1' の結果．
線-障害物違反: 0.00
線-線違反: 1.20
総配線長: 185.12
計算時間 [s]: 6.81

図 3: data1，data1' の配線結果．交差違反量，角度違反量は全て 0.

目的関数の線-障害物間隔制約に対する重み α を 100 に，線-線間隔制約に対する重み β を 10 に，交差制約に対する重み γ を 100 に，角度制約に対する重み δ を 100 に設定し提案手法を適用した．提案手法を data1，data1' に適用した結果をそれぞれ図 3(c)，図 3(d) に示す．図 3(c)，図 3(d) ともに，制約違反がない配線を得ることはできないが，違反量が小さく，総配線長が短い配線が得られる．data1' の方が節点数が多いため計算時間は長いが，制約の違反量，総配線長ともに小さい．

次に，指定長との誤差の最小化を目的とする実験を行う．パッケージ配線で，高密度に配置されたフィンガーから配線密度が小さい配線領域外部に向かう配線で，10 本の配線を全て等長で配線する状況を想定した問題 data2 を扱う．data2 の問題に対する初期配線を図 4(a) に示す．線-障害物間隔制約は全て 5，線-線間隔制約は 3，角度制約は各節点の角度が 90 度以上とした．配線領域を限定するため，障害物を 4 点挿入した．配線の番号を左から $i = 0, 1, \ldots, 9$ とおく．配線 i の下側の端点座標を $(10i, 0)$，上部の端点座標を $(45 + 5i, 60)$ に設定した．各配線の端点を線分で結び，その線分を 3 等分する 2 点に対して，下側の点は右側へ移動した点 $(\lfloor \frac{2\cdot(10i)+1\cdot(45+5i)}{3} + 1 \rfloor, 20)$，上側の点は左側へ移動した点 $(\lceil \frac{1\cdot(10i)+2\cdot(45+5i)}{3} - 1 \rceil, 40)$ に節点を挿入する．一番左の配線の端点間の距離は 75 で，全ての配線の中で端点間の距離が最大であるため，指定

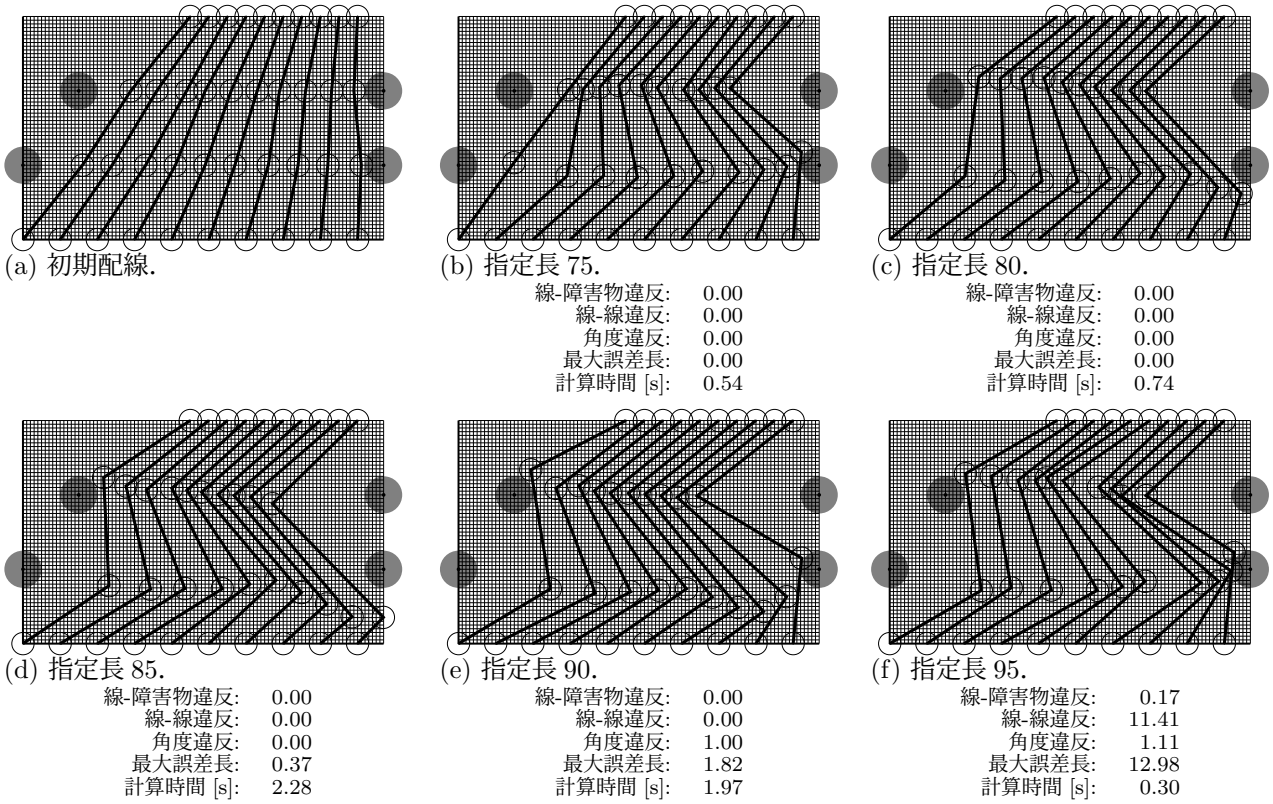


図 4: data2 の配線結果．交差違反量は全て 0.

長 75 未満ではすべての配線を等長にできないが，指定長 75 以上では等長にできる可能性が高い．そこで，指定長を 75 から 95 まで，5 ずつ増加させ，目的関数の各重みは前の実験と同じ設定にして提案手法を適用した．それぞれの結果を図 4(b) から図 4(f) に示す．

指定長が 75 と 80 の場合は，制約違反がなく，指定長との誤差がない配線が得られた．指定長が 85 のときは，全ての制約は満たすが，指定長が実現できない．一番右の配線の配線長が 84.63 で指定長より 0.37 短く，誤差が最大である．指定長が 95 の場合，指定長を 95 として得られた結果より，指定長を 90 として得られた結果の方が，線-障害物間隔制約違反量，線-線間隔制約違反量，角度制約違反量，最大誤差長が小さくなる．これは，提案手法により得られる結果が，初期配線，パラメタ設定，使用する準ニュートン法の性能に依存することを示している．

5 まとめと今後の課題

本稿では，配線が任意の角度で折れ曲がることが可能な自由角度配線問題を非線形計画問題に定式化し，準ニュートン法により配線を求める手法を提案した．計算機実験により，制約の違反量が少なく，総配線長や指定長との誤差の総和が小さい配線が短時間で得られることを示した．本稿では，平面配線について議論したが，制約を課さないことで，提案手法を多層配線に容易に拡張できる．また，新たな制約が課された場合も，その制約を微分可能な評価関数で表現することにより，提案手法を容易に拡張できる．

提案手法は，初期配線や，準ニュートン法に与えるパラメタにより得られる配線が依存する．今後の課題として，初期配線やパラメタの設定法を検討することや，初期配線，パラメタの設定に依存しない最適化フローを検討する必要がある．

謝辞 本研究を進めるにあたり貴重なご意見を頂いた，Fujitsu Laboratories of America, Inc. の澁谷利行氏，富士通研究所の金澤裕治氏，石田勉氏，北九州市立大学の高島康裕准教授に深謝致します．

参考文献

[1] J. Cong, G. Luo, and E. Radke, “Highly Efficient Gradient Computation for Density-Constrained Analytical Placement,” TCAD, pp.2133–2144, 2008.

[2] C. Li and C.K. Koh, “Recursive Function Smoothing of Half-Perimeter Wirelength for Analytical Placement,” SASIMI, pp.423–428, 2006.

[3] N. Funatsu and Y. Takashima, “Overlap-aware Analytical Placement Based on Stable-LSE,” SASIMI, pp.318–323, 2009.

[4] M. Kuwano and Y. Takashima, “Stable-LSE based Analytical Placement with Overlap Removable Length,” SASIMI, pp.115–120, 2010.

[5] 桑原翔太，小平行秀，高島康裕，“解析的配置のための効果的な重なり除去手法,” 信学技報, VLD2011–2，pp.7–12，2011.

[6] W.W.M. Dai, R. Kong, J. Jue, and M. Sato, “Rubber Band Routing and Dynamic Data Representation,” ICCAD, pp.52–55, 1990.

[7] C.J. Alpert, T.F. Chan, D.J.H. Huang, A.B. Kahng, I.L. Markov, P. Mulet, and K. Yan, “Faster Minimization of Linear Wirelength for Global Placement,” ISPD, pp.4–11, 1997.

[8] L-BFGS, http://www.chokkan.org/software/liblbfgs/.