

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	粘弾性ダンパー分数微分構成則の高速化計算アルゴリズム
Title	FAST ALGORITHM FOR FRACTIONAL DERIVATIVE CONSTITUTIVE RULE OF VISCOELASTIC DAMPER
著者(和文)	笠井和彦, 佐藤 大樹
Authors	KAZUHIKO KASAI, daiki sato
出典 / Citation	日本建築学会構造系論文集, , No. 606, pp. 113-121
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), , No. 606, pp. 113-121
発行日 / Pub. date	2006, 8
rights	日本建築学会
rights	本文データは学協会の許諾に基づきCiNiiから複製したものである
relation	isVersionOf: http://ci.nii.ac.jp/naid/110004763716

粘弾性ダンパー分数微分構成則の高速化計算アルゴリズム

FAST ALGORITHM FOR FRACTINAL DERIVATIVE
CONSTITUTIVE RULE OF VISCOELASTIC DAMPER

笠井和彦*, 佐藤大樹**

Kazuhiko KASAI and Daiki SATO

This paper proposes a fast and sufficiently accurate algorithm for calculating fractional time-derivatives of stress and strain in the viscoelastic damper. The algorithm also has an advantage of requiring substantially smaller memory space. At every step, numerical integration using past stress and strain data is required, but the proposed algorithm needs only a small portion of such data: it selects and stores the data at much longer interval than the original algorithm. The algorithm is applied to two types of viscoelastic damper models, which are "short duration model" and "long duration model". Its numerical efficiency and accuracy are demonstrated through comparison with the original and precise algorithm.

Keywords : Viscoelastic Material, Fractional Derivative, Fast Algorithm
Linear Interpolation, Computation Time, L1 Algorithm, G1 Algorithm

粘弾性体, 分数次導関数, 高速化手法, 線形補間, 計算時間, L1 アルゴリズム, G1 アルゴリズム

1. はじめに

1. 1 背景

粘弾性ダンパーは、風や交通振動などによって生じる微小変形から、大地震時の非常に大きな変形まで安定したエネルギー吸収性能を発揮し¹⁾²⁾、長時間の繰り返しに対する性能も高い³⁾⁴⁾など、有用な点が数多く認められている。しかし、粘弾性体の力学特性は一般に温度、振動数、歪に依存した複雑なものであるため⁵⁾⁶⁾、力学モデル（構成則）に関する研究がこれまで数多くなされてきた²⁾⁴⁾⁷⁾¹¹⁾。

既往の粘弾性ダンパーの構成則は、応力・歪の時間微分を整数微分または分数微分としたものに分けられるが⁹⁾、本論文では分数微分に言及する。分数微分は整数微分に比べ数少ないパラメータで高精度に粘弾性挙動モデル化できる利点をもち⁵⁾⁷⁾、笠井ら⁴⁾⁷⁾⁹⁾、Koh & Kelly¹⁰⁾、伊藤ら¹¹⁾のものが挙げられる。

笠井らはこれまでに、地震のように継続時間が比較的短い場合の構成則として、いわゆる短時応答解析手法を提案し、微分次数が1より小さい場合に適用可能なL1アルゴリズム⁷⁾⁸⁾、如何なる微分次数でも適用可能なG1アルゴリズム⁹⁾を採用している。さらに、外乱の継続時間が長い場合において、発生した熱の伝導・伝達を考慮することで、長時間加振時のダンパー特性を高精度に再現できる構成則、すなわち長時応答解析法⁴⁾を提案している。

分数微分の数値積分手法は、過去のデータにある重み係数をかけたものの和として表される。数値積分の際は、Window Timeによりデータ（積分点）数を限定し、演算効率を上げる手法が提案されている⁷⁾¹⁰⁾。これにより、数値積分のため記憶するデータは、履歴の過

去1サイクル半だけでよく、記憶量および積分点数の増大を防ぐ工夫がなされている。また、解析の時間刻みは、1サイクル当たりの積分点が100点で十分な精度が得られ⁷⁾⁹⁾、そのときの計算時間は十分に短いことが示されている⁷⁾⁹⁾。

しかし、粘弾性ダンパーの構成則をプログラムに組み込んで解析を行う場合、架構の塑性化などの理由から、上述より小さい時間刻みで解析を行う場合も考えられる。その場合、過去1サイクル半までのデータ数が増えるため、記憶量が増大し、さらに積分点数が増えることで計算時間も長くなる。

1. 2 本論文の目的と構成

上記のように粘弾性ダンパーの解析精度面からは不必要なほど細かい時間刻みが要求された場合の、分数微分の計算時間の増大を防ぐため、本論文ではそのアルゴリズムの高速化手法を提案する。本手法は計算時間の短縮はもとより、高精度でかつ記憶量を低減できるところに特徴がある。

ダンパーの構成則を挿入する構造解析プログラム母体の精度が、時間刻みや解析法により変化し、挿入した構成則の演算結果にもそれが影響することから、本論文では、プログラム母体と切り離れた上で構成則のみの計算アルゴリズムに絞った直接的な議論を行う。

2章ではL1, G1アルゴリズムの精度を比べるとともに、高速化手法が両アルゴリズムに適用可能なことを述べる。3章では手法の概念を述べて定式化を行う。4章では高速化手法を短時応答解析法に適用し、計算時間および精度検証を行う。5章では、長時応答解析法の高高速化、計算時間、精度について述べる。

* 東京工業大学建築物理研究センター 教授・Ph. D.

** 東京工業大学 大学院生

Prof., Struct'l Eng. Research Center, Tokyo Institute of Technology, Ph. D.
Graduate Student, Tokyo Institute of Technology

2. L1 アルゴリズムと G1 アルゴリズムの比較

2. 1 両アルゴリズムの数値積分手法

関数 y の α 階微分の現ステップ n における値を $D^\alpha y^{(n)}$ と表す。この分数微分値は、時間刻み Δt 秒ごとに行う数値積分から得られ¹²⁾、その代表的な手法として、Riemann-Liouville 積分と Grünwald 積分が挙げられる¹³⁾。笠井らは、粘弾性ダンパーの解析に前者で最も単純な L1 アルゴリズム^{4),7),8)}、そして後者でも、最も単純な G1 アルゴリズム⁹⁾を採用している。

L1, G1 アルゴリズムともに、分数微分値は、過去の解析ステップ $n-i$ で求めた関数の値 $y^{(n-i)}$ と重み係数 $w^{(i)}$ の積を、現ステップ ($i=0$) から過去のステップ ($i=N$) まで足し合わせて求められる。すなわち、

$$D^\alpha y^{(n)} = \sum_{i=0}^N w^{(i)} y^{(n-i)} \quad (n \geq N) \quad (1)$$

となる。ここに、 N は Window Time T_w に相当する積分点数である。

式(1)は、重み係数が過去に遡るほど小さい特性^{7),9)}を利用し、過去 N ステップの範囲のみ、つまり現ステップ n から溯って $n-N$ までのみの積分を行い、演算効率を上げている。また、式(1)は $n \geq N$ の場合であり、計算初期の $n < N$ の場合は後述する。

制振構造の 1 次固有周期を T とすると、次の値が N の必要最小値として推奨されている^{7),9)}。ただし、 N は整数である。

$$N = 1.5T / \Delta t = T_w / \Delta t \quad (2)$$

過去 1.5 サイクルまでのデータさえあれば、厳密と見なせる数値解が得られるため^{7),9)}、これ以後は式(2)のように、 N は 1.5 サイクルに対する積分点数を表すことにする。 $N = 150$ 、つまり 1.5 サイクルに対し 150 の積分点があれば、非常に高い精度が得られる^{7),9)}。

重み係数 $w^{(i)}$ は解析開始前に予め計算しておき、同じものを各ステップで用いることができる。また、両アルゴリズムの $w^{(i)}$ 値は類似するが⁹⁾、式は異なる。L1 アルゴリズムでは⁷⁾、

$$w^{(0)} = 1 / \Gamma(2-\alpha) / (\Delta t)^\alpha \quad (3a)$$

$$w^{(i)} = w^{(0)} \{ (i-1)^{1-\alpha} - 2i^{1-\alpha} + (i+1)^{1-\alpha} \} \quad (i = 1 \sim N-1) \quad (3b)$$

$$w^{(N)} = w^{(0)} \{ (N-1)^{1-\alpha} - N^{1-\alpha} + (1-\alpha)N^{-\alpha} \} \quad (3c)$$

となる。一方、G1 アルゴリズムでは⁹⁾、

$$w^{(0)} = 1 / (\Delta t)^\alpha \quad (4a)$$

$$w^{(i)} = w^{(i-1)} (i-\alpha-1) / i \quad (i = 1 \sim N-1) \quad (4b)$$

$$w^{(N)} = 0 \quad (4c)$$

と表される。G1 アルゴリズムでは L1 アルゴリズムに比べ、ガンマ関数 Γ (式(3a)) を計算する必要がなく簡便である。

なお、計算初期段階で $n < N$ のとき、式(1)の N を n に変更する。

$$D^\alpha y^{(n)} = \sum_{i=0}^n w^{(i)} y^{(n-i)} \quad (n < N) \quad (5)$$

この場合、L1 アルゴリズムでは、各ステップ n で式(3c) の N を n に変え、 $w^{(n)}$ を再計算する必要がある。

2. 2 短時応答解析手法での解析結果の比較

比較的短い継続時間の外乱を対象とした短時応答解析法に、両アルゴリズムを適用し、解析結果および計算時間を比べる。2.6GHz の CPU (Pentium 4)、512MB RAM のパーソナルコンピューターを用いる。振動数・温度・歪への依存性を再現する非線形構成則⁸⁾を考

慮する。対象とした粘弾性ダンパーは、80 × 40 × 8 mm のアクリル系粘弾性体 2 枚を、それぞれ中央鋼板の両面に接着した 2 面せん断型とする^{7),8)}。分数微分パラメータは、文献 7, 8 から $\alpha = 0.558$, $G = 3.92 \text{ N/cm}^2$, $a_{ref} = 5.6 \times 10^{-5}$, $b_{ref} = 2.10$, $p_1 = 14.06$, $p_2 = 97.32$, $\theta_{ref} = 20^\circ\text{C}$, $s\rho = 187 \text{ N/cm}^2/^\circ\text{C}$, $C_3 = 0.278 \text{ N sec/cm}^2$, $C_4 = -0.549$ である。なお、 C_1 , C_2 は文献 8 のものを修正し、温度の関数とした (付録 A)。

正弦波に対する解析結果を、文献 8 で非線形性が強く現れた 3 ケース (表 1) について示す。入力正弦波の周期 T に対し、分数微分の精度の観点から必要無いほど小さな Δt が用いられた場合 (1.1 節) を想定し、 $T/\Delta t = 1,000$ としている。このとき式(2)より $N = 1,500$ であり、必要値 $N = 150$ の 10 倍である。

表 1 正弦波解析ケース

周期 (sec)	歪 (%)	温度 (°C)	Δt (sec)	T_w (sec)	サイクル数
3.33	200	0	0.00333	5.00	10
1.00	200	10	0.00100	1.50	10
0.33	200	20	0.00033	0.50	10

図 1 に、両アルゴリズムによる 5 サイクルまでのダンパー応力・歪 ($\tau-\gamma$) 曲線を示す。また、表 2 に L1 アルゴリズムによる最大・最小応力、10 サイクルまでのエネルギー吸収量、計算時間、そして G1, L1 アルゴリズムから得たそれらの値の比を示す。

両アルゴリズムの結果は一致しているが、L1 アルゴリズムの計算時間が G1 アルゴリズムに比べやや長い。これは、前者ではステップ n が N に達するまで各ステップで $w^{(i)}$ (式(3c)) が再計算されるためである。 $N = 1,500$ でなく、 $N = 150$ としたところ、 $w^{(i)}$ 再計算の回数が減り、両者の計算時間の差が狭まったことを述べておく。

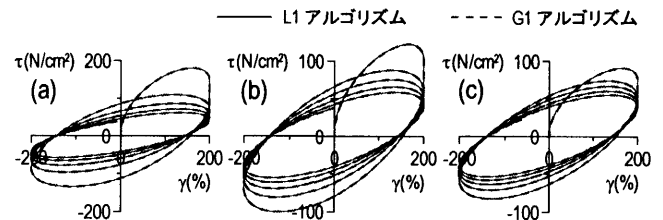


図 1 正弦波履歴の比較 ($T/\Delta t = 1,000$): (a) 3.33sec, 0°C, (b) 1.0sec, 10°C, (c) 0.33sec, 20°C

表 2 正弦波入力時の L1 アルゴリズムの結果および G1 との比較

周期 (sec)	τ_{max} (N/cm ²)	τ_{min} (N/cm ²)	エネルギー (x10 ² Ncm)	計算時間 (sec)
3.33	180.1 (1.000)	-134.7 (1.000)	1571 (0.999)	0.351 (0.850)
1.00	122.1 (1.000)	-100.8 (1.000)	1378 (0.999)	0.348 (0.863)
0.33	91.1 (1.000)	-82.4 (1.000)	1247 (0.999)	0.351 (0.864)

()内の値は G1/L1 を意味する

ランダム波を用いた場合を示す。解析ケースを表 3 に示す。24 層建物の Taft 波、JMA 神戸波に対する時刻歴解析を行い、求めた 1 階ダンパー変形を解析の入力とした。建物の 1 次固有周期 $T = 2.86 \text{ sec}$ である。また、建物間の衝突により生じる衝撃波を含む入力も用いた。衝突前の周期 $T = 2.0 \text{ sec}$ であるが、衝突時に突然約 0.03 sec の成分の衝撃波を受ける。 $T/\Delta t = 1,000$ つまり $N = 1,500$ と設定した。

図 2 に両アルゴリズムによる応力・歪曲線の前半部分、表 4 に L1 アルゴリズムによる最大・最小応力、解析終了までのエネルギー吸収量、計算時間、そして G1, L1 アルゴリズムから得たそれらの値の

表3 ランダム波解析ケース

入力	周期 (sec)	温度 (°C)	Δt (sec)	T_w (sec)	継続時間 (sec)
Taft波	2.86	20	0.00286	4.30	55
神戸波	2.86	20	0.00286	4.30	55
衝撃波	2.00	20	0.00200	3.00	9

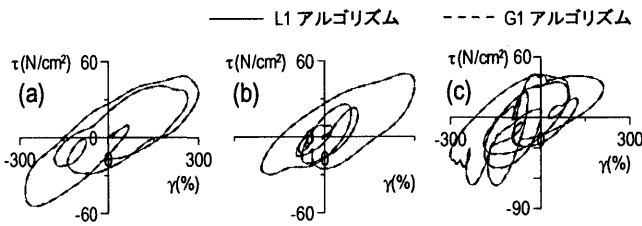


図2 L1とG1のランダム波履歴の比較: (a)Taft波, (b)神戸波, (c)衝撃波

表4 ランダム波入力時のL1アルゴリズムの結果およびG1との比較

入力	τ_{max} (N/cm ²)	τ_{min} (N/cm ²)	エネルギー (x10 ² Ncm)	計算時間 (sec)
Taft波	44.44 (1.000)	-54.16 (1.000)	382.8 (0.998)	0.696 (0.860)
神戸波	49.56 (1.000)	-29.90 (1.000)	172.7 (0.997)	0.691 (0.862)
衝撃波	44.33 (0.997)	-68.11 (0.994)	311.6 (0.995)	0.150 (0.850)

()内の値はG1/L1を意味する

比を示す。両アルゴリズムの結果が一致していること、また、精度、計算時間とも前述の正弦波と同傾向であることが分かる。

2. 3 長時応答解析手法での解析結果の比較

継続時間が長い外乱を対象とした長時応答解析法⁹⁾に両アルゴリズムを適用する。ダンパーは文献4と同じで50.8×30.7×13.3mmの亚克力系粘弾性体2枚をそれぞれ中央鋼板の両面に接着した2面せん断型で、鋼板の厚さは4.76mmである。パラメータは、文献4から $\alpha = 0.609$, $G = 6.516$ N/cm², $a_{ref} = 0.0115$, $b_{ref} = 21.157$, $p_1 = 19.5$, $p_2 = 80.2$, $\theta_{ref} = 0.2^\circ$ C, sp (粘弾性体と鋼板) = 194, 364 N/cm²°C, κ (粘弾性体と鋼板) = 0.188, 43.13 N/sec°C, $\alpha_{c,out}$ と $\alpha_{c,in} = 0.956$, 0.524 N/sec/cm²°Cとし、ダンパーの厚さ方向分割数も文献4と同じである。変形振幅 $u_{d,max} = 0.66$ cm, 周期 $T = 3.0$ secの正弦波を1,000サイクル入力する。ダンパー初期温度と周辺温度は24°Cである。2.2節と同様、 $T/\Delta t = 1,000$, $N = 1,500$ とした。

図3に1サイクル目、1,000サイクル目のダンパー力・変位($F_d - u_d$)曲線の履歴を、表5にL1アルゴリズムによる最大・最小応力、1,000サイクルまでのエネルギー吸収量、計算時間、そしてG1, L1アルゴリズムから得たそれらの値の比を示す。両アルゴリズムの結果が一致していることが分かる。解析総ステップ数 $n = 10^6$ と非常に多いため、初期段階の $n (< N = 1,500)$ でL1アルゴリズムが $w^{(n)}$ を再計算する時間は、無視できるほど小さいことも表5から分かる。

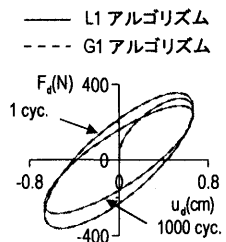


図3 ダンパー履歴の比較

表5 L1アルゴリズム(長時応答解析法)の結果およびG1との比較

$F_d max$ (N)	$F_d min$ (N)	エネルギー (x10 ² Ncm)	計算時間 (sec)
357.3 (1.000)	-364.3 (1.000)	40,082 (0.999)	850.8 (0.988)

()内の値はG1/L1を意味する

3. 分数微分的高速化手法

3. 1 高速化の概念

提案する分数微分アルゴリズムの高速化手法は、数値積分の計算は2.1節と同様に Δt 秒ごとに行うが、ある間隔(以後、スキップ間隔 L と呼ぶ)ごとに記憶したデータのみを用いて記憶量を減らし、かつ、積分点も Δt 秒ごとに細かく設けるのではなく、それらを L ステップ($L\Delta t$ 秒)だけスキップして間隔を大きくし、演算回数を大幅に減らすものである。例として、 $L=5$ の場合を図4に示す。

図4(a)は $n \leq L$ の場合である。 $n=3$ のとき $D^\alpha y^{(3)}$ の計算は2.1節(式(5))と同じで $y^{(0)}, y^{(1)}, y^{(2)}$ と現ステップ $y^{(3)}$ を用いる。その後 $n=L=5$ となるまでこれを同様に行い、用いた $y^{(0)} \sim y^{(5)}$ は次の $L < n \leq 2L$ の時点でも必要のため全て記憶しておく。

図4(b)は $L < n \leq 2L$ の場合である。 $n=8$ のとき $D^\alpha y^{(8)}$ の計算は、既に記憶した $L(=5)$ ステップ前の $y^{(3)}$ と、現ステップの $y^{(8)}$ のみ用いる。その後、 $n=2L=10$ となるまでこれを同様に行い、終了時には $y^{(0)}, y^{(5)}, y^{(10)}$ を記憶し、これ以降は $L(=5)$ ステップごとに記憶していく。よって、 $y^{(1)} \sim y^{(4)}$ は不必要となったので、それらに新しいデータを順に上書きすればよい。

図4(c)は、 $n > 2L$ の場合である。 $n=13$ のとき $D^\alpha y^{(13)}$ の計算は、上記 $y^{(0)}$ と $y^{(5)}$ そして $y^{(5)}$ と $y^{(10)}$ それぞれの線形補間から得た $y^{(3)}$, $y^{(8)}$ の近似値、および現ステップの $y^{(13)}$ を用いる。先の $n \leq L$ の場合に記憶した $y^{(3)}$ を数値積分に直接用いることも可能だが、記憶量が多少増え、記憶の規則性が失われ、アルゴリズムが煩雑となり、かつ解析結果も殆ど変わらないため、線形補間を採用する。

以上より、スキップ無しの必要記憶量 $N = T_w/\Delta t$ (式(2))と対比し、必要記憶量は $N' = T_w/(L\Delta t)$ (式(6), 後述)に抑えられる(付録B)。

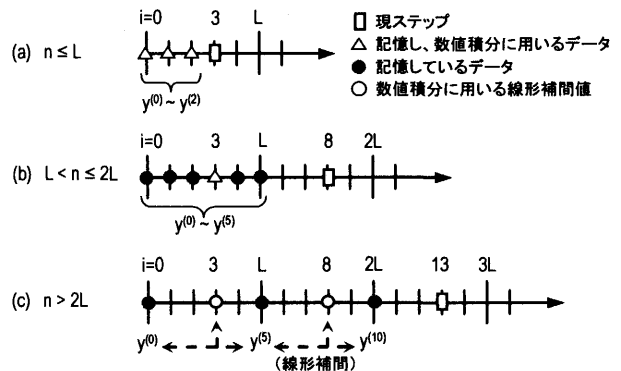


図4 分数微分アルゴリズム高速化の概念(L=5の場合)

3. 2 高速化手法の定式化

本節では、L1, G1アルゴリズム共通に高速化の定式化を行う。まず、重み係数 $w^{(i)}$ ($i = 0 \sim N'$)を式(3)または式(4)で事前に計算しておく。ここで、 N' はスキップにより N から低減した積分点数であり、次式より得られる。ただし、 N' も N と同様に整数である。

$$N' = N/L = 1.5T/(L\Delta t) = T_w/(L\Delta t) \tag{6}$$

L は3.1節で述べたように、記憶ステップの跳び越し間隔(スキップ間隔)である。細かい積分点間隔をスキップして広げても、2.1節より、1.5サイクルに対し150の積分点を確保できれば、高い精度を得ることができると考えられる。この実証は4章以降で行う。

(a) $n \leq L$ (図4(a)): 数値積分は2.2節の式(5)と同様、過去の各ステップで記憶した $y^{(i)}$ ($i = 0 \sim n-1$)と現ステップ n の $y^{(n)}$ を用いる。

$$D^\alpha y^{(n)} = \sum_{i=0}^n w^{(i)} y^{(n-i)} \quad (n \leq L) \quad (7)$$

本論では初期条件 $y^{(0)}=0$ としているが、 $y^{(0)} \neq 0$ の場合は、L1 アルゴリズムだけ、ステップ n が変わると $w^{(n)}$ を再計算する (2章)。

なお、下記(b)の数値積分ではここで用いたデータを再び用いるので、全データを記憶しておく。また、下記(b)以降は、重み係数 $w^{(i)}$ でなく、スキップ間隔を考慮した重み係数 $w'^{(i)}$ を用いるので、ステップ L 終了時に式(8)のように全て変換しておく。

$$w^{(i)} = w'^{(i)} / L^\alpha \quad (i=0 \sim N')$$

(b) $L < n \leq 2L$ (図 4(b)) : L ステップ間隔の積分点、つまり現ステップ n の $y^{(n)}$ と、上記(a)で記憶したステップ $n-L$ の $y^{(n-L)}$ のみ用いる。

$$D^\alpha y^{(n)} = w'^{(0)} y^{(n)} + w'^{(1)} y^{(n-L)} \quad (9)$$

(c) $n > 2L$ (図 4(c)) : L ステップ間隔の積分点を用いて数値積分は、

$$D^\alpha y^{(n)} = \sum_{i=0}^{N'} w'^{(i)} y^{(n-iL)} = w'^{(0)} y^{(n)} + w'^{(1)} y^{(n-L)} + w'^{(2)} y^{(n-2L)} + \dots + w'^{(N'-1)} y^{(n-(N'-1)L)} + w'^{(N')} y^{(n-N'L)} \quad (10)$$

となる。式(10)の $y^{(n-iL)}$ は、 L ステップごとに記憶したデータを線形補間して得た値であり (3.1 節)、以下のように活用できる。

図 5 は計算が十分進み N' 個の数値積分点を用いている状態を示し、現ステップ n とステップ $n-L$ の間に在る最新の記憶ステップ (現記憶ステップ) の番号を $n'L$ と表す。ここに、 n' は記憶したステップ数を表し、式(11a)で与えられる。また、現記憶ステップ $n'L$ から現ステップ n までのステップ数 M は式(11b)で与える。

$$n' = \text{integer}[(n-1)/L], \quad M = n - n'L \quad (11a,b)$$

これらを用い、式(10)右辺第 2 項以降は以下のごとく表される。

$$\begin{aligned} y^{(n-L)} &= \left\{ M y^{(n'L)} + (L-M) y^{(n'L-L)} \right\} / L \\ y^{(n-2L)} &= \left\{ M y^{(n'L-2L)} + (L-M) y^{(n'L-3L)} \right\} / L \\ &\vdots \\ y^{(n-N'L-L)} &= \left\{ M y^{(n'L-N'L+2L)} + (L-M) y^{(n'L-N'L+L)} \right\} / L \\ y^{(n-N'L)} &= \left\{ M y^{(n'L-N'L+L)} + (L-M) y^{(n'L-N'L)} \right\} / L \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)を式(10)に代入し、次式のように簡易な形にまとめる。

$$D^\alpha y^{(n)} = w'^{(0)} y^{(n)} + \{MQ + (L-M)Q'\} / L \quad (13)$$

ここで、 Q, Q' はそれぞれ次式より得られる。

$$Q = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} y^{(n'L-iL+L)}, \quad Q' = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} y^{(n'L-iL)} \quad (14a,b)$$

式(14a)の Q は L ステップごとに計算すればよく、 L が大きいほど計算回数が減り高速化される。また、式(14b)の Q' の値は L ステップ

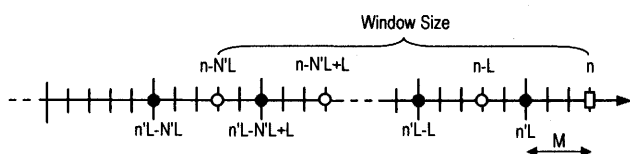


図 5 任意ステップ n での高速化の概念 ($n > N'L$, 凡例は図 4 参照)

前に計算した Q 値と等しいため、新たな計算をせずにそれを再使用できる。ちなみに、解析前半で $n < N'L$ の場合、式(14)の N' は n' に変えればよい。

以上、数値積分を上記の n の範囲(a), (b), (c) により、それぞれ式(7), (9), (10)に分けて示したが、式(13)にまとめることも可能である。つまり、 $n \leq L$ では、式(8), (11), (13), (14)に $L=1$ を代入し、また $n < N$ に注意すればよい。次に、 $L < n \leq 2L$ では、式(13), (14)に $N'=1, M=L$, そして式(11a)の代わり $n'=(n/L)-1$ を代入すればよい。

4. 短時応答解析手法の高速化

4. 1 基本式

分数微分の高速度化計算アルゴリズム (3 章) を短時応答解析法^{7,9)} に適用する。笠井らは、粘弾性体の n ステップ目の歪 $\gamma^{(n)}$ とせん断応力 $\tau^{(n)}$ を表す分数微分構成則として、次式を提案した⁷⁾。

$$\tau^{(n)} + aD^\alpha \tau^{(n)} = G[\gamma^{(n)} + bD^\alpha \gamma^{(n)}] \quad (15)$$

ここで、 a, b, G は構成則のパラメータ⁷⁾である。式(15)を 3 章で示した数値積分 (式(10)) で表現すると次式となる。

$$\tau^{(n)} + a \sum_{i=0}^{N'} w'^{(i)} \tau^{(n-iL)} = G \left[\gamma^{(n)} + b \sum_{i=0}^{N'} w'^{(i)} \gamma^{(n-iL)} \right] \quad (16)$$

また、これに高速化アルゴリズムの式(13), (14)を採用し、

$$\sum_{i=0}^{N'} w'^{(i)} \gamma^{(n-iL)} = w'^{(0)} \gamma^{(n)} + \{MR + (L-M)R'\} / L \quad (17a)$$

$$\sum_{i=0}^{N'} w'^{(i)} \tau^{(n-iL)} = w'^{(0)} \tau^{(n)} + \{MS + (L-M)S'\} / L \quad (17b)$$

となり、 R, R', S, S' はそれぞれ次式で表される。

$$R = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} \gamma^{(n'L-iL+L)}, \quad R' = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} \gamma^{(n'L-iL)} \quad (18a,b)$$

$$S = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} \tau^{(n'L-iL+L)}, \quad S' = \sum_{i=1}^{N'} w'^{(i)} \tau^{(n'L-iL)} \quad (19a,b)$$

ここで、3.2 節と同様、 R', S' はそれぞれ L ステップ前の R, S と等しいため計算の必要性は無い。ちなみに、解析前半で $n < N'L$ の場合、式(18), (19)の N' は n' に変えればよい。

式(17)を式(16)に代入して整理し、歪 $\gamma^{(n)}$ が与えられたときの応力 $\tau^{(n)}$ が次式のごとく表される。

$$\tau^{(n)} = \frac{G \left[\gamma^{(n)} (1 + bw'^{(0)}) + b \frac{MR + (L-M)R'}{L} \right] - a \frac{MS + (L-M)S'}{L}}{1 + aw'^{(0)}} \quad (20)$$

式(20)で応力 $\tau^{(n)}$ は、指定された解析時間刻み Δt 秒ごとに算定するが、 L ステップ ($L\Delta t$ 秒) の間は R, S が定数であることに注意されたい。すなわち、数値積分による R, S の評価 (式(18), (19)) は L ステップ間隔で行うだけである。さらに、式(18), (19)では、 N でなく著しく低減した $N' (=N/L)$ を積分点数として用いる。これらから、式(20)の計算は各ステップで行うものの、各ステップで数値積分を行う既往手法 (2 章) に比べ、計算量が著しく低減されると言える。

4. 2 高速化手法の計算アルゴリズム

短時応答解析法として、歪依存を加味した文献 8 の非線形構成則に、高速化アルゴリズムを適用する。

制振構造の1次固有周期 T と解析時間刻み Δt をもとに、式(6)の $N' \approx 150$ となるようスキップ間隔 L を決める。また、式(3)もしくは(4)より、重み係数 $w^{(i)}$ ($i=0 \sim N'$) を事前に計算しておく。

手順1: 現ステップ n のダンパー変形 $u_d^{(n)}$ と粘弾性体の厚さ d より、せん断歪 $\gamma^{(n)}$ と歪速度 $\dot{\gamma}^{(n)}$ を算出する。

$$\gamma^{(n)} = u_d^{(n)} / d, \quad \dot{\gamma}^{(n)} = (\gamma^{(n)} - \gamma^{(n-1)}) / \Delta t \quad (21a,b)$$

手順2: このステップの温度 $\theta^{(n)}$ と歪 $\gamma^{(n)}$ から、 a, b および G を決定し⁸⁾、式(20)にそれらを代入して応力 $\tau^{(n)}$ を算出する。ただし、解析初期の $n \leq L$ や $L < n \leq 2L$ の場合は式(20)を変更する(3.2節)。

$n \leq L$ の範囲では毎ステップ、それ以外では、 L ステップごとに $\gamma^{(n)}$, $\tau^{(n)}$ を記憶し、その時のみ、次ステップで用いる R, S を式(18), (19)により新たに計算しておく。

手順3: 非線形バネの応力 $\tau_s^{(n)}$ を、 $\dot{\gamma}^{(n)}$ で決まるバネ定数 $G_h^{(n)}$ を用いて次式から求める⁸⁾。

$$\tau_s^{(n)} = \tau_s^{(n-1)} + G_h^{(n)} (\dot{\gamma}^{(n)} - \dot{\gamma}^{(n-1)}) \quad (22)$$

ダンパーの全応力 $\tau_{tot}^{(n)}$, ダンパー力 $F_d^{(n)}$ を算出する。

$$\tau_{tot}^{(n)} = \tau^{(n)} + \tau_s^{(n)}, \quad F_d^{(n)} = \tau_{tot}^{(n)} A_v \quad (23a,b)$$

ここで、 A_v = 粘弾性体の総せん断面積である。

手順4: 次ステップでの温度 $\theta^{(n+1)}$ は、エネルギー吸収量を比熱 s , 密度 ρ で除して求められる⁸⁾。

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + (\tau_{tot}^{(n)} + \tau_{tot}^{(n-1)}) (\dot{\gamma}^{(n)} - \dot{\gamma}^{(n-1)}) / 2s\rho \quad (24)$$

この後、手順1に戻り、繰り返す。

なお、ステップ L 終了時には、式(6)よりスキップ間隔 L を考慮した重み係数 $w^{(i)}$ に変更する。また、各ステップで式(21), (22), (24)の計算をする際、前ステップデータ $\gamma^{(n-1)}$, $\tau_s^{(n-1)}$, $\tau_{tot}^{(n-1)}$ が必要となるため、 L ステップ間隔で記憶した数値積分データとは別に記憶しておく。ただし、一度用いた後は現ステップの値を上書き、最小限の記憶量に留める。

4. 3 短時応答解析法での精度検証と計算時間の比較

前節の手法の精度と計算時間を検討する。本節では、2.2節のL1アルゴリズム ($T/\Delta t=1,000$ と $N=1,500$) による解析結果を精解とする。また、L1アルゴリズムを高速化したものを高速化手法と呼ぶことにする。

ここでは示さないが、G1アルゴリズムによる高速化の検討も行い、L1アルゴリズムと同様の精度・計算時間を確認している。なお、検証には、2.2節と同じコンピューターを用いた。

まず、正弦波による検証結果を示す。解析ケースは2.2節(表1)と同じである。高速化手法の時間刻みは厳密手法と等しくし ($T/\Delta t=1,000$)、スキップ間隔 $L=1, 2, 10, 50, 100$, つまり積分点数 $N'=1,500, 750, 150, 30, 15$ の5ケースを検討した。もちろん、 L が増えるほど N' とデータ記憶量は低減され、 $L=10$ のとき $N'=150$ となり、文献7で推奨する積分点数の数と同じになる。

図6にダンパー応力・歪の履歴を、厳密手法と高速化手法で比較して示す。また、例として3.33 sec, 0°Cでの厳密手法に対する高速化手法の解析結果の比を表6に示す。高速化手法は、一般に $L=10$ までは厳密手法と一致するが、 $L=50, 100$ とスキップ間隔を増やす

につれて誤差が大きくなっている(図6)。

一方、高速化手法の計算時間は、 L を大きくすることで厳密手法より劇的に短くなっており、 $L=10$ の場合で解析時間は厳密手法の0.25倍である。しかし、それより L 値を大きくしても、計算時間の短縮はほぼ頭打ちになっている。(表6)。

表6 正弦波解析結果の比較(高速化手法 / 厳密手法): (3.33sec, 0°C)

	L=1	L=2	L=10	L=50	L=100
τ_{max}	1.000	1.000	1.004	1.030	1.048
τ_{min}	1.000	1.000	1.003	1.022	1.050
エネルギー	1.000	1.000	1.000	0.990	0.960
計算時間	0.914	0.386	0.250	0.229	0.214

次に、ランダム波による検証結果を示す。解析ケースと時間刻みは表3と同じとした。正弦波と同様に高速化手法は $T/\Delta t=1,000$ とし、スキップ間隔 $L=1, 2, 10, 50, 100$ つまり積分点数 $N'=1,500, 750, 150, 30, 15$ の5ケースを検討した。 $L=10$ のとき、 $N'=150$ となる。

図7にTaft波、神戸波、衝撃波(2.2節)入力時のダンパー応力・歪の履歴を、厳密手法と高速化手法で比較して示す。また、図8に高速化手法が $L=10, 100$ の場合について、上記ランダム波での応力の時刻歴波形を厳密手法と比較して示す。

図7のTaft波、神戸波の履歴より、正弦波入力と同様、 $L=10$ までの高速化手法の解析結果は、厳密手法と一致しているが、 $L=50, 100$ だと、応力が厳密手法に比べ大きくなり、逆に履歴曲線の面積は小さくなる。

このことは、図8のTaft波、神戸波入力時の応力時刻歴からも確認でき、 $L=10$ での時刻歴波形は、厳密手法と一致しているが、 $L=100$ の応力は、厳密手法に比べて大きく、かつ位相が進んでいることが分かる。

図7の衝撃波入力時の履歴より、 $L=2$ での高速化手法の履歴は、厳密手法と精度良く一致しているが、 $L=10$ では、特に衝撃が起きた時点での履歴が、厳密手法よりずれてくる。さらに L を増やした場合、 $L=50$ では衝撃の効果を再現できず、 $L=100$ では応力最大値および履歴形状が大きく異なってくる。

これは、衝突により瞬間的に周期成分が約0.03 secの応答(2.2節)となったため、 $L=10$ でも積分点が不足したためである。瞬間的な0.03 secの衝撃波入力に対しては、 $L=4$ で厳密手法と一致すると見なせる結果が得られており(付録C)、高速化手法は衝撃波にも適用可能であるが、高精度の応答再現のためには、通常の外乱に比べ小さいスキップ間隔 L を設定する必要がある。

図9に、Taft波、神戸波、衝撃波を入力した場合の、ダンパーの履歴面積より算出した吸収エネルギーの時刻歴を示す。ここでは、例として $L=10, 100$ での結果を示す。Taft波、神戸波で $L=10$ の場合、高速化手法は厳密手法と一致しているが、 $L=100$ では、Taft波で厳密手法の0.862倍(表7、後述)、神戸波で0.739倍となった。

一方、図9の衝撃波入力時では、上述した理由から $L=10$ でも誤差が確認でき、吸収エネルギー量は厳密手法の結果に対し、 $L=10$ で0.962倍、 $L=100$ では0.678倍となった。

さらに、表7に例としてTaft波での高速化手法と厳密手法の解析結果および計算時間の比を示す。スキップ間隔 $L=10$ での高速化手法の計算時間は、厳密手法の0.219倍となるが、 L をそれ以上大きくしても、計算時間はさほど短縮されず解析精度が低下する。

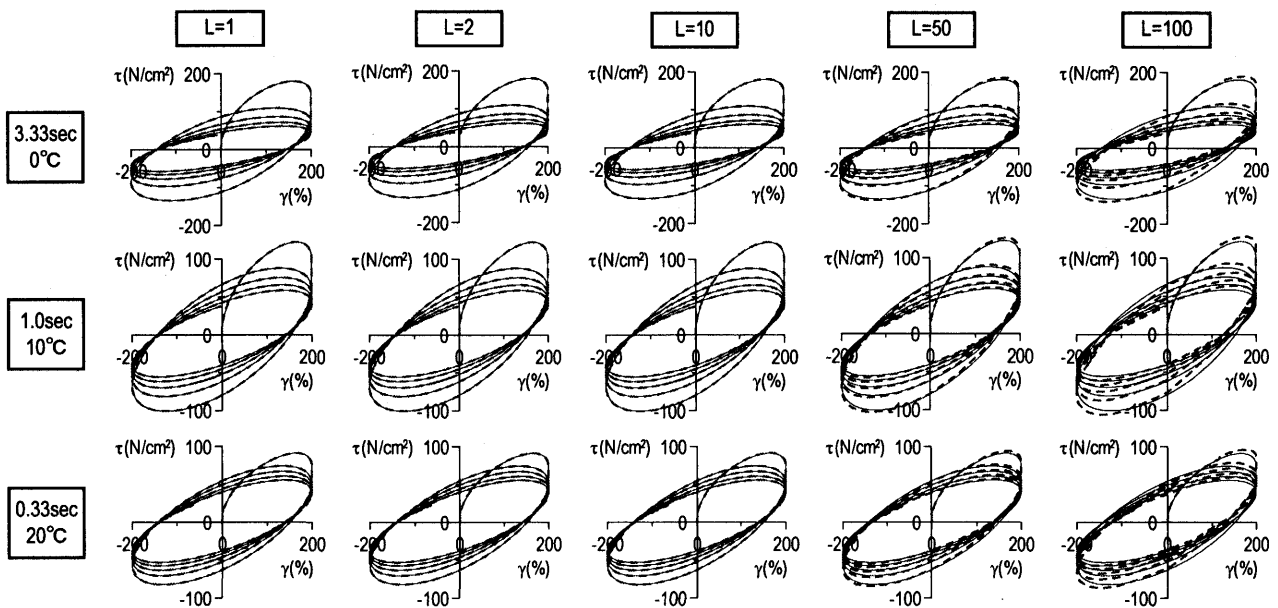


図6 正弦波入力での厳密手法と高速化手法による履歴の比較 (— 厳密手法 --- 高速化手法)

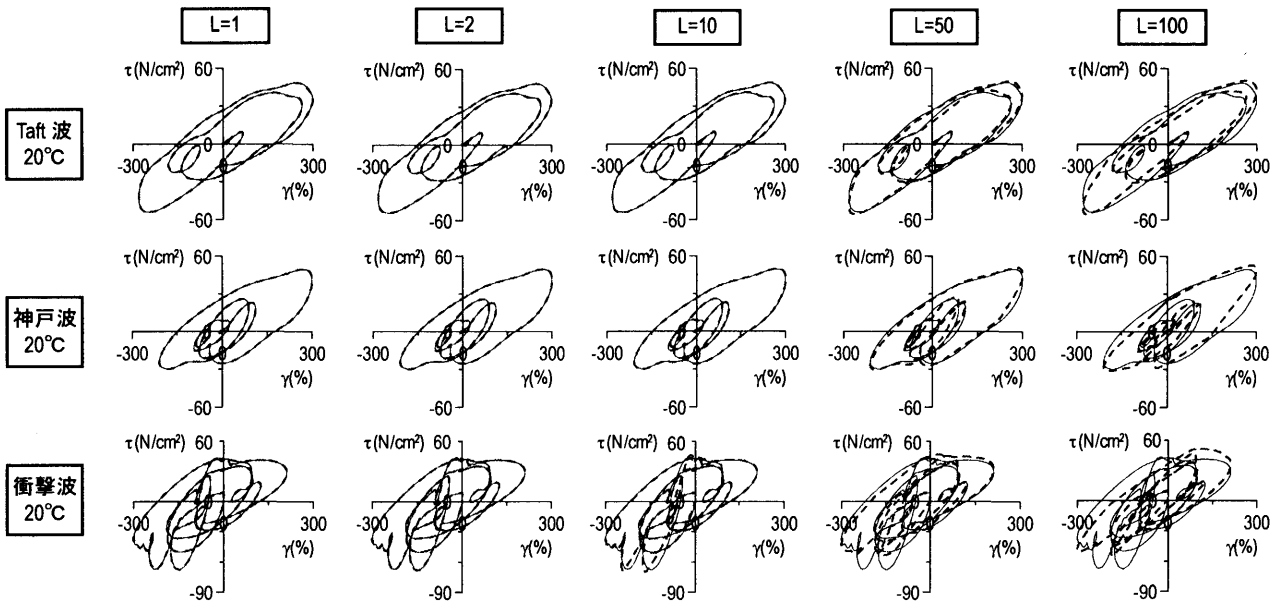


図7 ランダム波入力での厳密手法と高速化手法による履歴の比較 (— 厳密手法 --- 高速化手法)

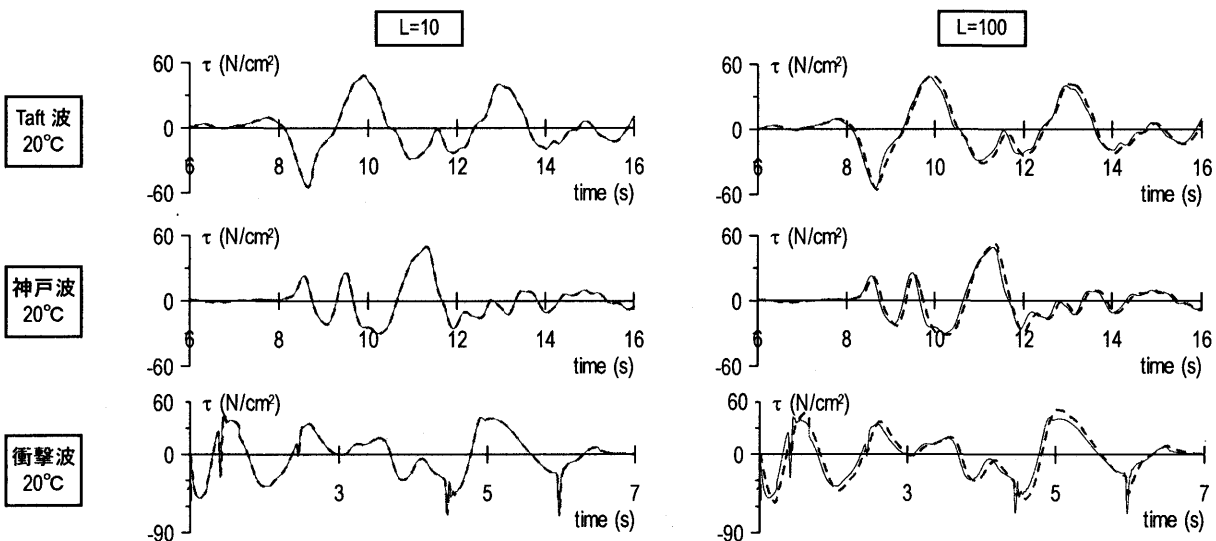


図8 ランダム波入力での厳密手法と高速化手法による応力時刻歴波形の比較 (— 厳密手法 --- 高速化手法)

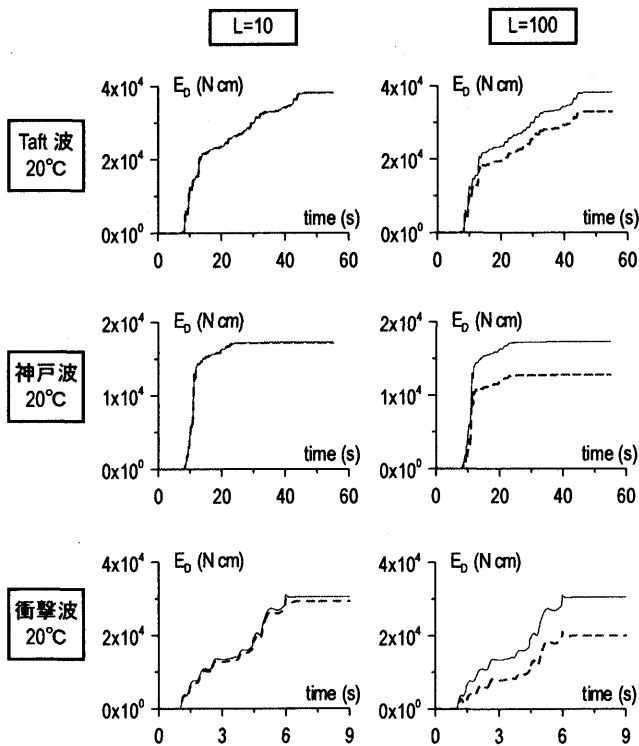


図9 ランダム波入力時の厳密手法と高速化手法による吸収エネルギーの比較 (—— 厳密手法 - - - - 高速化手法)

表7 Taft波解析結果の比較(高速化手法/厳密手法)

	L=1	L=2	L=10	L=50	L=100
τ_{max}	1.000	1.000	1.006	1.023	1.043
τ_{min}	1.000	1.000	1.008	1.031	1.025
エネルギー	1.000	1.000	0.998	0.959	0.862
計算時間	0.906	0.392	0.219	0.209	0.209

5. 長時応答解析法の高速度化

5.1 基本式

分数微分の高速度化計算アルゴリズム(3章)を長時応答解析法⁴⁾へ適用し、定式化を述べる。粘弾性体を厚さ方向に m 分割し、厚さ方向位置 j でステップ n におけるせん断歪を $\gamma_j^{(n)}$ とする。笠井らによる長時応答解析法の構成則は次式で表される⁴⁾。

$$\tau^{(n)} + a_j D^\alpha \tau^{(n)} = G [\gamma_j^{(n)} + b_j D^\alpha \gamma_j^{(n)}] \quad (25)$$

ここで、 $\tau^{(n)}$ はステップ n での応力であり、位置 j によらず一定である⁴⁾。 a_j, b_j は位置 j の温度により計算される(5.2節)。

また、数値積分の式(10)により、式(25)が以下のように表される。

$$\tau^{(n)} + a_j \sum_{i=0}^{n-1} w^{(i)} \tau^{(n-iL)} = G \left[\gamma_j^{(n)} + b_j \sum_{i=0}^{n-1} w^{(i)} \gamma_j^{(n-iL)} \right] \quad (26)$$

これに高速化アルゴリズムの式(13), (14)を採用し、

$$\sum_{i=0}^{n-1} w^{(i)} \gamma_j^{(n-iL)} = w^{(0)} \gamma_j^{(n)} + \{MR_j + (L-M)R'_j\} / L \quad (27a)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} w^{(i)} \tau^{(n-iL)} = w^{(0)} \tau^{(n)} + \{MS + (L-M)S'\} / L \quad (27b)$$

となり、 R_j, R'_j, S, S' はそれぞれ次式で表される。

$$R_j = \sum_{i=1}^{N'} w^{(i)} \gamma_j^{(nL-iL+L)}, \quad R'_j = \sum_{i=1}^{N'} w^{(i)} \gamma_j^{(nL-iL)} \quad (28a,b)$$

$$S = \sum_{i=1}^{N'} w^{(i)} \tau^{(nL-iL+L)}, \quad S' = \sum_{i=1}^{N'} w^{(i)} \tau^{(nL-iL)} \quad (29a,b)$$

ここで、長時応答解析法では粘弾性体の歪が位置 j で異なり⁴⁾、 R_j, R'_j は位置 j の関数となる。また、 S, S' は、4.1節と同様に式(29a,b)で表される。 R'_j, S' は L ステップ前の R_j, S と等しいため計算の必要性は無い。解析前半で $n < N'L$ の場合、式(28), (29)の N' は n' に変えればよい。式(27)~(29)を式(26)に代入し、 $\gamma_j^{(n)}$ について整理すると、

$$\gamma_j^{(n)} = \frac{\tau^{(n)} (1 + a_j w^{(0)}) + \tilde{A}_j - \tilde{B}_j}{G(1 + b_j w^{(0)})} \quad (30)$$

$$\tilde{A}_j = \frac{a_j \{MS + (L-M)S'\}}{L}, \quad \tilde{B}_j = \frac{Gb_j \{MR_j + (L-M)R'_j\}}{L} \quad (31a,b)$$

n ステップでのダンパー変位 $u_d^{(n)}$ と各要素の歪 $\gamma_j^{(n)}$ は次式のような適合条件が成立する。 ζ_j の詳細は文献4を参照されたい。

$$u_d^{(n)} = \frac{1}{2} \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j \gamma_j^{(n)} \quad (32)$$

なお、 $j_1 \sim j_2$ はダンパー内で粘弾性体が存在する範囲を意味し、その間が m 分割されている。詳細は文献4参照のこと。式(32)に式(30)を代入し、 $\tau^{(n)}$ について整理すると次式が得られる。

$$\tau^{(n)} = \left\{ 2Gu_d^{(n)} - \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j (\tilde{A}_j - \tilde{B}_j) \right\} / \left\{ \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j (1 + a_j w^{(0)}) / (1 + b_j w^{(0)}) \right\} \quad (33)$$

ここで、 \tilde{A}_j, \tilde{B}_j は式(31)から分かるように、各ステップで変化するが、式(31)中の R_j, S は、 L ステップの間では定数で、数値積分による評価は L ステップ間隔で行うだけなので、計算が高速化される。

式(33)より得た $\tau^{(n)}$ を式(30)に代入し、位置 j での歪 $\gamma_j^{(n)}$ を求めることができる。

5.2 高速化手法の計算アルゴリズム

長時応答解析法として、熱伝導・熱伝達を加味した文献4の非線形構成則に、高速化アルゴリズムを適用する。

制振構造の1次固有周期 T と解析時間間隔 Δt をもとに、式(6)の $N' \approx 150$ となるようスキップ間隔 L を決める。また、式(3)もしくは(4)より、重み係数 $w^{(i)}$ ($i=0 \sim N'$) を事前に計算しておく。

手順1: 粘弾性部分の位置 j での温度 $\theta_j^{(n)}$ を用い、4.2節と同様に、 a_j, b_j を算出し⁴⁾、それを式(31)に代入して \tilde{A}_j, \tilde{B}_j を計算し、式(33)から応力 $\tau^{(n)}$ を算出する。ただし、解析初期の $n \leq L$ や $L < n \leq 2L$ の場合は式(31), (33)を変更する(3.2節)

手順2: 式(33)より得た $\tau^{(n)}$ を式(30)に代入し、位置 j での粘弾性体の歪 $\gamma_j^{(n)}$ を算出する。 $n \leq L$ の範囲では毎ステップ、それ以外では、 L ステップごとに $\gamma_j^{(n)}, \tau^{(n)}$ を記憶し、その時のみ、次ステップで用いる R_j, S を式(28), (29)により新たに計算しておく。

手順3: n ステップでのダンパー力 $F_d^{(n)}$ は、粘弾性体の総せん断面積 A_v を用いて次式より得られる。

$$F_d^{(n)} = \tau^{(n)} A_v \quad (34)$$

手順4: 位置 j での粘弾性体の発生熱による n ステップ終了時の温度上昇 $\Delta \theta_j^{(n)}$ は、応力と歪から計算されるエネルギー吸収密度の増分 $\Delta \bar{W}$ (式(35b)) を、粘弾性体の比熱 s と密度 ρ で除して求められる(式(35a))⁴⁾。

$$\Delta\theta_j^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\bar{W}_j}{s_j \rho_j} + \frac{\Delta\bar{W}_{j+1}}{s_{j+1} \rho_{j+1}} \right) \quad (35a)$$

$$\Delta\bar{W}_j = (\tau^{(n)} + \tau^{(n-1)}) (\gamma_{j-1}^{(n)} - \gamma_{j-1}^{(n-1)} + \gamma_j^{(n)} - \gamma_j^{(n-1)}) / 4 \quad (35b)$$

手順5: 次ステップでの温度 $\theta_j^{(n+1)}$ は、熱伝導解析の結果 $\bar{\theta}_j^{(n)}$ を考慮して次式より算出される⁴⁾。

$$\theta_j^{(n+1)} = \Delta\theta_j^{(n)} + \bar{\theta}_j^{(n)} \quad (36)$$

この後、手順1に戻り、繰り返す。

なお、ステップ L 終了時には、式(6)よりスキップ間隔 L を考慮した重み係数 $w^{(l)}$ に変更する。また、式(35b)の計算をする際、各ステップで前ステップデータ $\gamma_j^{(n-1)}$, $\tau^{(n-1)}$ が必要となるため、 L ステップ間隔で記憶した数値積分データとは別に記憶しておく。ただし、一度用いた後は現ステップの値を上書き、最小限の記憶量に留める。

5. 3 長時応答解析法での精度検証と計算時間の比較

前節の手法の精度と計算時間を検討する。本節では、2.3 節の L1 アルゴリズム ($T/\Delta t = 1,000$ と $N = 1,500$) による解析結果を精解とする。また、L1 アルゴリズムを高速化したものを高速化手法と呼ぶ。G1 アルゴリズムの高速化においても、同様の精度・計算時間となることを確認している。

まず、正弦波による検証結果を示す。解析ケースは2.2 節 (表1) と同じである。高速化手法の時間刻みは厳密手法と等しくし ($T/\Delta t = 1,000$)、スキップ間隔 $L=1, 2, 10, 50, 100$ 、つまり積分点数 $N'=1,500, 750, 150, 30, 15$ の5 ケースを検討した。もちろん、 L が増えるほど N' とデータ記憶量は低減され、 $L=10$ のとき $N'=150$ となり、文献7 で推奨する積分点の数と同じになる。

図10 にダンパー力・変形の履歴を、厳密手法と高速化手法で比較して示す。高速化手法は、一般に $L=10$ までは厳密手法と一致するが、 $L=50, 100$ とスキップ間隔を増やすにつれて誤差が大きくなっている面は (図6)、短時応答解析法 (4.3 節) と同様である。

図11 に粘弾性ダンパーの (A) 外側鋼板の外気側、(B) 粘弾性体の厚さ $1/4$ の位置、(C) 粘弾性体の厚さ $1/2$ の位置、(D) 内側鋼板の $1/2$ の位置⁴⁾ での温度時刻歴を、高速化手法と厳密手法で比較して示す。ここでは高速化手法においては $L=10$ と 100 の場合のみ例示する。 $L=10$ の各位置での温度は、厳密手法の結果と一致していることが確認できる。しかし、 $L=100$ の場合、高速化手法の履歴面積が厳密手法に比べ小さいことから (図10)、粘弾性体の発熱量を過小評価し、よって厳密手法に比べ温度は低めとなる。

表8 に、高速化手法の厳密手法に対する解析結果の比を示す。スキップ間隔 L を大きくすることで、計算時間は大幅に短縮され、 $L=10$ のときの計算時間は厳密手法のたった 0.139 倍となる。ただし、 L をさらに大きくして $L=50, 100$ としても、計算時間は殆ど短縮されない。

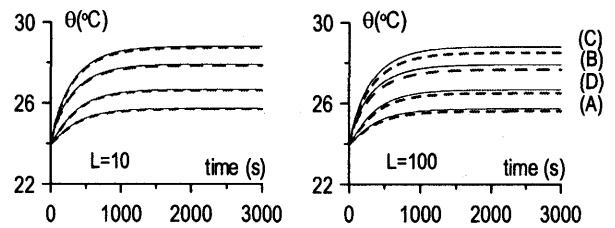


図11 厳密手法と高速化手法による温度時刻歴の比較 (— 厳密手法 - - - 高速化手法)

表8 長時応答解析法解析結果の比較 (高速化手法/厳密手法)

	L=1	L=2	L=10	L=50	L=100
$F_{d,max}$	1.000	1.000	1.005	1.032	1.067
$F_{d,min}$	1.000	1.000	1.004	1.029	1.064
エネルギー	1.000	1.000	0.999	0.985	0.937
計算時間	1.035	0.323	0.139	0.132	0.131

6. おわりに

必要以上に細かい解析時間刻みが要求された場合でも、記憶量や計算時間の増大を抑えながら、粘弾性ダンパーの挙動を精度良く再現できる分数微分アルゴリズム高速化手法を提案し、解析精度・計算時間の検証を行った。以下にまとめる。

- (1) L1 アルゴリズムは、解析初期に重み係数を再計算する必要があるため G1 アルゴリズムより計算時間が多少かかるが、入力の継続時間が長いと両者の計算時間がほぼ等しくなる。また、両者の精度も、ほぼ同じであることを確認した。
- (2) L1, G1 アルゴリズムの重み係数は異なるが、それらを用いる数値積分の式は共通であることから、分数微分値の高速化計算アルゴリズムは、両アルゴリズム共通に適用できるものを提案することができた。
- (3) 解析の時間刻みを跳び越えて記憶したデータを線形補間し、数値積分に用いる高速化手法により、解析の時間刻みが必要以上に細かくても、積分の時間刻みを最適に保つことができる。これにより、記憶量の低減と計算時間の短縮の両方が可能である。
- (4) 比較的短時間の外乱に対する短時応答解析法を高速化し、計算時間と精度を検証した。周期に対応する1サイクルの時間積分点数が100となるようスキップ間隔を決め、かつ積分点数を150個に設定すれば、精度を落とさず計算時間を大幅に短縮できる。衝撃波の場合、スキップ間隔を小さめにする必要がある。
- (5) 比較的長時間の外乱に対する長時応答解析法を高速化し、計算時間と精度を検証した。粘弾性体厚さ方向を分割した計算のため、多くの記憶量・計算時間が必要だが、短時応答解析法と同様なスキップ間隔・積分点数を用いることで、記憶量の低減と計算時間の短縮の効果が著しい結果となった。

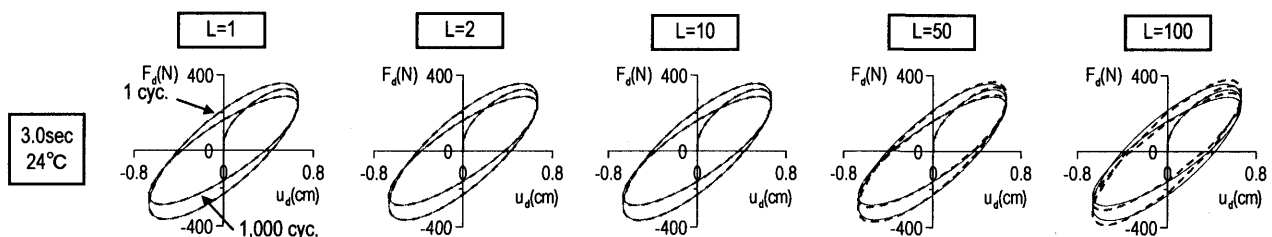


図10 長時応答解析法での厳密手法と高速化手法による履歴の比較 (— 厳密手法 - - - 高速化手法)

参考文献

- 1) (社)日本免震構造協会: パッシブ制振構造設計・施工マニュアル, 第1版, 2003.10, 第2版, 2005.9
- 2) 東京工業大学建築物理センター: パッシブ制振構造シンポジウム 2000~2004, 2000.3, 2001.12, 2002.12, 2004.11
- 3) 曾田五月也, 和田純一, 平田裕一, 山中久幸: 繰返加力実験にもとづく粘弾性ダンパーの力学モデルの構築, 日本建築学会構造系論文集, 第457号, pp.29-36, 1994.3
- 4) 笠井和彦, 佐藤大樹, 黄一華: 継続時間が長い外乱での温度上昇と熱伝導・伝達を考慮した粘弾性ダンパーの解析手法, 日本建築学会構造系論文集, 第599号, pp.61-69, 2006.1
- 5) Jones, D.I.G.: Handbook of Viscoelastic Vibration Damping, John Wiley & Sons Ltd., 2001
- 6) Nashif, A.D., Jones, D.I.G., and Henderson, J.P.: Vibration Damping, John Wiley & Sons Inc., New York, 1985
- 7) 笠井和彦, 寺本道彦, 大熊潔, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則(その1 線形領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第543号, pp.77-86, 2001.5
- 8) 笠井和彦, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則(その2 温度上昇および歪・歪速度がもたらす非線形性のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第561号, pp.55-63, 2002.11
- 9) 笠井和彦, 大木洋司, 雨宮健吾, 木村勝彦: イソブチレン・スチレン系のブロック共重合体からなる粘弾性材料の構成則(その1 小歪領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第569号, pp.47-54, 2003.7
- 10) Koh, C.G., and Kelly, J.M.: Application of Fractional Derivatives to Seismic Analysis of Base-Isolated Model, Earthquake Eng. and Struct. Dynamics, Vol. 19, pp.229-241, 1990
- 11) 伊藤嘉朗, 喜連川昭夫, 浅野清昭, 柴田明徳: 振動数依存を有する粘弾性体の動的抵抗の時刻歴解析用モデル化手法, 日本建築学会構造系論文集, 第525号, pp.41-48, 1999.11
- 12) Oldham, K.B., and Spanier, J.: The Fractional Calculus, Academic Press, New York, 1974

付録A 大歪による軟化のアルゴリズムの変更点

文献8では、「大歪による軟化」に関するパラメータ C_1, C_2 を、初期温度 25°C 以上でかつ歪が 100% 以上の範囲において、 $C_1 = 0.124, C_2 = -0.182$ と一定値としていた。しかし、初期温度は 25°C より小さいが、载荷中に温度が上昇し 25°C 以上となる場合には、大歪による軟化が考慮されないという不具合があった。そこで、初期温度でなく各ステップの温度 θ を用い、 20°C から緩やかに軟化するように変更した。すなわち、

$$C_1 = 0.124(\theta - 20)/15, \quad C_2 = -0.182(\theta - 20)/15 \quad (\text{A1a,b})$$

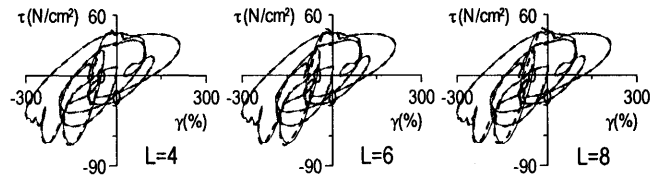
ここに、式(A1)は 20°C で $C_1 = C_2 = 0$, 35°C で $C_1 = 0.124, C_2 = -0.182$ を満たすものであり、各ステップで温度が 20°C 以上、歪が 100% 以上の場合にこれを適用することを提案する。

付録B 過去データの記憶方法に関する注釈

分数微分の数値積分は、過去 N ステップの応力・歪データのみを計算に利用するため、それ以前のデータを必要としない。そこで、 N ステップ以降で数値積分を行う際、最新のデータを、その時点で最も過去のデータの配列位置に上書きし、それに対応するように重み係数を掛けることで、記憶量を増加させることなく計算が高速に行える。

付録C 衝撃波でのスキップ間隔

図C1は衝撃波を含むランダム波の入力で、 $L=4, 6, 8$ とした高速化手法と厳密手法の履歴の比較である。 $L=4$ の解析結果は十分に厳密手法と一致しているが、 $L=6$ では衝撃時のズレが生じはじめ、 $L=8$ ではズレが更に大きくなる。衝撃波のような入力で高精度の解析を行うためには、 L を通常より小さく設定する必要がある。



図C1 衝撃波の応答 (— 厳密手法 - - - 高速化手法)

(2006年1月10日原稿受理, 2006年4月26日採用決定)