

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	継続時間が長い外乱での温度上昇と熱伝導・伝達を考慮した粘弾性ダンパーの解析手法
Title	ANALYTICAL METHODS FOR VISCOELASTIC DAMPER CONSIDERING HEAT GENERATION, CONDUCTION, AND TRANSFER UNDER LONG DURATION CYCLIC LOAD
著者(和文)	笠井和彦, 佐藤 大樹, 黄 一華
Authors	KAZUHIKO KASAI, Daiki Sato
出典 / Citation	日本建築学会構造系論文集, Vol. , No. 599, pp. 61-69
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. , No. 599, pp. 61-69
発行日 / Pub. date	2006, 1
rights	日本建築学会
rights	本文データは学協会の許諾に基づきCiNiiから複製したものである
relation	isVersionOf: http://ci.nii.ac.jp/naid/110004839877

継続時間が長い外乱での温度上昇と熱伝導・伝達を考慮した 粘弾性ダンパーの解析手法

ANALYTICAL METHODS FOR VISCOELASTIC DAMPER CONSIDERING HEAT GENERATION, CONDUCTION, AND TRANSFER UNDER LONG DURATION CYCLIC LOAD

笠井和彦*, 佐藤大樹**, 黄一華***

Kazuhiko KASAI, Daiki SATO and Yi-Hua HUANG

Viscoelastic damper dissipates energy through shear deformation of the viscoelastic material, and this causes temperature rise and softening of the material. Under long duration load, however, significant heat conduction and transfer can occur and control the temperature-rise effects. These and frequency sensitivities are included in the two analysis methods proposed: The first method combines three-dimensional heat transfer analysis and static analysis using a common finite element model of the damper, and estimates damper dynamic properties under long duration load. The second combines one-dimensional heat transfer analysis and viscoelastic constitutive rule using fractional time-derivatives of stress and strain, and it calculates step-by-step the force-deformation time histories of the damper. Good accuracies of both analysis methods are demonstrated by comparing with the results of experiments applying cyclic loading of long duration.

Keywords : Viscoelastic Material, Fractional Derivative, Duration, Heat Conduction, Heat Transfer, Finite Element Analysis

粘弾性体, 分数次導関数, 継続時間, 熱伝導, 熱伝達, 有限要素解析

1. はじめに

1.1 背景

粘弾性体は、振動エネルギーを吸収して熱に変換する材料の一種であり、これまで様々な分野で利用されてきたが、最近では建物の制振を目的とした粘弾性ダンパーの内部材料としても用いられている¹⁾²⁾。このダンパーでは、粘弾性体がせん断変形しながら外力に抵抗することでエネルギーを吸収し、粘弾性体の温度上昇の後、周囲の鋼板への熱伝導、そして鋼板から空気への熱伝達により、エネルギーの消散が行われる(図1)。

粘弾性体の熱伝導率が低いため、熱伝導・伝達による熱の放出には比較的時間がかかり、よって地震のような継続時間が比較的短い外乱(短時外乱)の最中では温度上昇のみが支配的となり、それに伴う粘弾性体の剛性とエネルギー吸収能力の変化などが、過去の実験や解析により既に明らかにされてきた^{3)~9)}。一方で、熱伝導・伝達の影響が大きくなるとされる継続時間の長い外乱(長時外乱)での粘弾性体の挙動や特性の変化、その予測法などに関する検討例はまだ僅かであり、未解決な部分が多い。

特に、最近関心が高まった長周期地震では、継続時間がこれまで考えられていた地震より長いものが多く、さらに台風時には強風が数時間のオーダーとなる。これら長時外乱によるダンパーの変形は、短時外乱の場合ほど大きくないが、一方で、継続時間に対する検討が重要となっている。継続時間が長い場合、熱伝導・伝達により粘弾性体内部の温度、ひいては剛性などの材料特性が、各位置で異なるものとなり(図1)、この時のダンパーの動的特性や履歴挙動を予測する必要がある。

1.2 本論文の目的と概要

以上より本論文の目的は、長時外乱での粘弾性体の温度上昇と熱伝導・伝達を考慮することにより、粘弾性ダンパーの剛性・粘性などの動的特性を評価するための解析手法、および、時系列入力での履歴挙動を高精度で再現する解析手法の提案を行うことである。アクリル系粘弾性体を対象とし、その実験により各手法の検証も行う。

まず、動的特性の評価のための解析手法では、ダンパーの複雑な形状にも対応できる汎用3次元解析プログラムで熱伝導解析を行うことで、粘弾性体内の温度分布を求める。この結果と粘弾性体の温度依存性を併せて各部の剛性・粘性を評価し、さらにその値を上記解析のモデルに用いて静的弾性解析を行い、ダンパー全体の剛性とエネルギー吸収を評価して動的特性を求める。

また、履歴挙動を再現する解析手法では、特に短時外乱の場合に支配的な内部温度上昇、それによる粘弾性体の剛性低下という非線

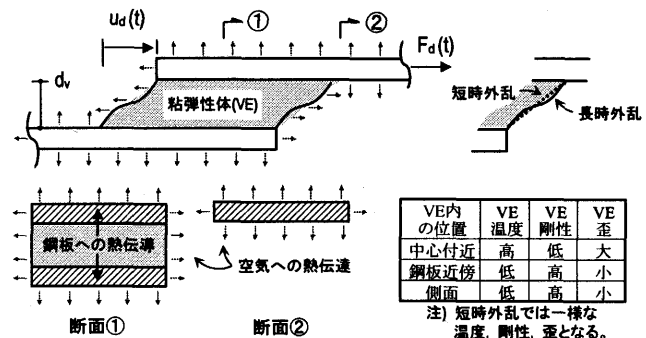


図1 長時外乱における粘弾性体(VE)の温度・歪分布

* 東京工業大学建築物理研究センター 教授・Ph. D.

** 東京工業大学 大学院生

*** 東京工業大学建築物理研究センター 元助手・博士(工学)

Prof., Struct'l Eng. Research Center, Tokyo Institute of Technology, Ph. D.

Graduate Student, Tokyo Institute of Technology

Former Research Assoc., Struct'l Eng. Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

形性を加味した解析モデルは笠井ら^{3)~6)}により提案され、履歴挙動が高精度で再現されている。これは、エネルギー吸収による温度上昇¹¹⁾を熱力学から評価するもので、後に他の解析モデルにも採用され^{7,8)}、短時外乱に対する手法として確立されたものだが、本論では熱伝導・伝達の効果を追加し、長時外乱にも適用可能にする¹⁰⁾。

2. 長時加振実験

2. 1 試験体概要および計測方法

長い時間の正弦波加振試験を行い、ダンパー特性の変化を把握する。図2のように、ダンパーは2層のアクリル系粘弾性体を鋼材からなる中板・外板の間に挟んだ両面せん断型である。粘弾性体の幅・長さ・厚さは、それぞれ $B=37.6$ mm, $L=50.8$ mm, $d_v=13.3$ mm であり、総せん断面積 $A_v=3,817$ mm² である。また、中板・外板厚さ $d_s=4.8$ mm である。粘弾性体は文献4, 5のアクリル系材料よりやや硬く、例えば 24 °C, 0.33 Hz で貯蔵剛性、損失係数が約 1.5 倍、1.1 倍である (3.1 節)。

比較的高層の建物への適用を考慮して加振周期は 3 秒とし、中板に振幅 6.6 mm の正弦変位 $u_d(t)=6.6 \sin(2\pi t/3)$ を与える。この振幅は、粘弾性体のみかけのせん断歪振幅、つまり変位振幅と厚さの比が 50 %に相当する。正弦波加振を時刻 $t=0 \sim 3,000$ 秒 (1,000 サイクル) まで行い、その後 $t=3,000 \sim 5,000$ 秒は加振を止めダンパーの温度低下を計測する。ダンパー初期温度は 24 °C であり、加振時および加振終了後の温度低下を計測している間も、ダンパー周辺温度を常に 24 °C に維持している。

図2に示すごとく、粘弾性体の温度計測は、外板の外気側 (A 点)、粘弾性体の厚さ方向 1/4 (B 点) と 1/2 (C 点) の位置、そして中板厚さの中心 (D 点) の計 4 ヶ所で熱電対により計測した。温度計測の周波数は 2 Hz とし、5,000 秒連続で計測を行った。

粘弾性体ダンパーの変形と力の計測は周波数 20 Hz で行ったが、機器の記憶容量の制約上、長時間の連続計測は不可能であったため、1 回の計測時間を 20 サイクルのみに限定して 60 秒とし、それを 240 秒ごとに 13 回繰り返して行った。

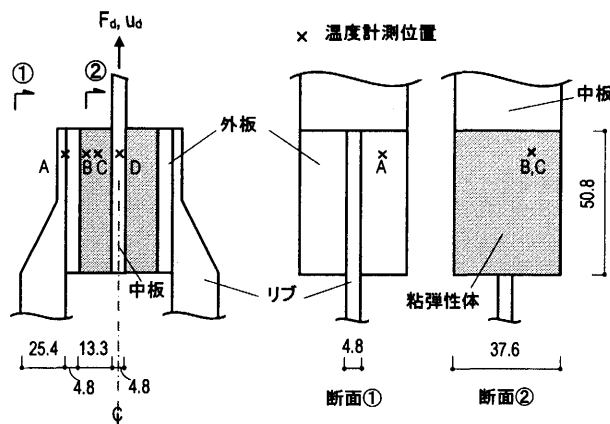


図2 試験体概要および計測位置 (単位:mm)

2. 2 実験結果

図3に、各位置 (図2) での温度時刻歴を示す。加振開始直後では、粘弾性体が比較的硬いため一定変位振幅に対するサイクルごとの歪エネルギー、吸収エネルギー、ひいては発熱量が多めであり、よって温度が大きく上昇している。

一方、1,000 秒以降では温度が上昇しなくなり、ほぼ一定の値となっている。これは、粘弾性体の温度上昇そして軟化により発熱量が

減少したことと、空気への熱伝達量が増加したことにより、発熱量と熱伝達量が釣り合ったためである。すなわち、長時外乱では粘弾性体の温度は上昇し続けることはなく、ある時点で定常状態となる。このことは、エポキシ系材料を用いたダンパーについても過去に曾田らによって実験的に示されており⁹⁾、長時外乱の効果を論ずる上で極めて重要であると言える (3.4 節)。本論文では、これらの効果を再現できる解析的な手法を提案する。

図3 温度時刻歴

また、温度変化はダンパー内の位置によることも図3から確認できる。粘弾性体厚さの中心 C 点で温度が最も高く、逆に、粘弾性体より熱伝導率が格段に高い鋼板で、特に空気にさらされる面積が大きい外板の A 点にて温度が最も低い。また、両側に粘弾性体が接着された中板の D 点は、A 点よりも空気にさらされず熱伝達がおこりにくいため、A 点に比べ温度が高い。なお、加振終了の時刻 3,000 秒以降は発熱が止まるため、空気への熱伝達により各点の温度がダンパー周辺の温度 24 °C まで急速に低下している (図3)。

図4は、1 サイクル、100 サイクル、1,000 サイクル目におけるダンパーの履歴曲線を示す。1~100 サイクル目と対比し、100~1,000 サイクル目において、1 サイクルあたりの履歴曲線の低下が、無視できるほど小さいことが分かる。これを分析するため、図5に履歴曲線から得た貯蔵剛性と損失剛性^{11)~6)} K'_d , K''_d の時間変化をプロットした。各点は、連続 20 サイクル (2.1 節) での履歴曲線において、半サイクル⁴⁾ごとに算出した値の平均を示す。

図5より、加振開始直後は K'_d , K''_d が低下するが、1,000 秒以降は殆ど変化せず、ダンパーが一定の性能を保持することが確認できる。これは、上述した温度上昇の傾向 (図3) と整合し、粘弾性体の温度が定常状態の場合に各剛性も一定値となることを示している。すなわち、初期载荷からの本粘弾性体の剛性の低下 (図5) は温度上昇によるものであり、疲労によるものではない。ちなみに、本粘弾性体は、常温に戻るまで放置した後は初期と同じ性能を示し、他の粘弾性材料^{12), 13)}と同様に回復性に優れることも分かっており、長時外乱に対する制振材料として有利な面をもつと考えられる。

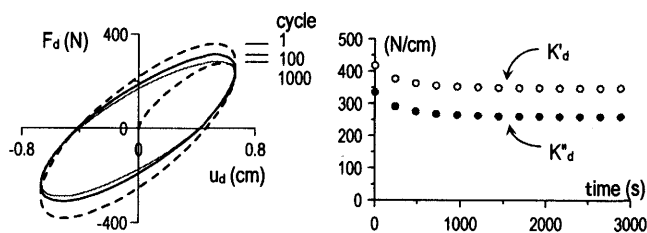


図4 ダンパー履歴

図5 貯蔵剛性, 損失剛性

3. 長時外乱におけるダンパー特性評価のための解析手法

本章で提案する解析手法は、ダンパーの複雑な形状に対応できる汎用 3 次元有限要素解析プログラムにより静的弾性解析と熱伝導解析を行うことで、正弦変形をうける任意形状のダンパーの温度分布、各要素やダンパー全体の貯蔵・損失剛性を求めるものである。

まず 3.1 節では、非定常熱伝導解析により温度がサイクルごとに変化するという前述の現象と、それによる貯蔵・損失剛性の変化を予測できる解析手法を提案する。また、3.4 節で、温度が定常状態と

なる傾向 (2.2 節) を活用し、極めて簡易な定常熱伝導解析を用いた手法を提案する。

3. 1 三次元静的弾性解析と非定常熱伝導解析

3次元の弾性要素 j で粘弾性体を表すとき、せん断貯蔵剛性 G'_j と損失係数 η_j は、各種アクリル系材料を包括的に表す笠井らの式^{3)~9)}を用いて以下のように定義する。

$$G'_j = G \frac{1 + a_j b_j \omega^{2\alpha} + (a_j + b_j) \omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)}{1 + a_j^2 \omega^{2\alpha} + 2a_j \omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)} \quad (1)$$

$$\eta_j = \frac{(-a_j + b_j) \omega^\alpha \sin(\alpha\pi/2)}{1 + a_j b_j \omega^{2\alpha} + (a_j + b_j) \omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)} \quad (2)$$

ここで、 α は後述する分数微分の次数、 a_j, b_j, G は構成則のパラメータである。 a_j, b_j は現サイクルの温度 θ_j に依存し、次式から求める。

$$a_j = a_{ref} \lambda_j^\alpha, \quad b_j = b_{ref} \lambda_j^\alpha \quad (3a,b)$$

$$\lambda_j = \exp[-p_1(\theta_j - \theta_{ref}) / (p_2 + \theta_j - \theta_{ref})] \quad (4)$$

λ_j は温度変化を考慮するシフトファクター¹¹⁾と呼ばれる。 θ_{ref} は基準温度、 a_{ref}, b_{ref} は基準温度での a, b 値で、材料値であるため要素 j によらず共通である。本解析において使用した材料のパラメータ値は、 $G = 6.516 \text{ N/cm}^2$, $\alpha = 0.609$, $a_{ref} = 0.0115$, $b_{ref} = 21.157$, $\theta_{ref} = 0.2^\circ\text{C}$, $p_1 = 19.5$, $p_2 = 80.2$ である。

軸方向貯蔵剛性 E'_j は、共通の¹¹⁾ポアソン比 ν を用いて表される。

$$E'_j = 2G'_j(1 + \nu) \quad (5)$$

以下に解析手法を述べる。載荷円振動数 ω 、変位振幅 $u_{d,max}$ 、そしてダンパー各部、つまり各有限要素の中心における初期温度 θ_j が与えられている。これらと式(1), (5), (2) から各要素の G'_j, E'_j, η_j を算定する。この後、各要素は G'_j, E'_j をもつ弾性要素として設定する。

次に、このモデルに最大変形 $u_{d,max}$ を与える静的弾性解析を行い、得た反力を F'_d とする。変形した要素 j の歪エネルギーに $2\pi\eta_j$ を乗ずれば、1サイクルでの吸収エネルギー $W_{d,j}$ が求まる。すなわち、

$$W_{d,j} = \pi \eta_j V_j \left\{ \sum_{k=1}^3 E'_j \varepsilon_{kk,j}^2 + G'_j (\gamma_{12,j}^2 + \gamma_{23,j}^2 + \gamma_{31,j}^2) \right\} \quad (6)$$

ここに、 V_j は要素 j の体積であり、 $\varepsilon_{mn,j}, \gamma_{mn,j}$ は要素中心における値である。以上より、ダンパー全体としての貯蔵・損失剛性を次式により求める

$$K'_d = F'_d / u_{d,max}, \quad K''_d = (\sum_j W_{d,j}) / (\pi u_{d,max}^2) \quad (7a,b)$$

また、要素 j での単位体積および単位時間当たりの発熱量 $\dot{Q}_j$ は、 T を加振試験での周期とすると式(8)より得られる。

$$\dot{Q}_j = W_{d,j} / (V_j T) \quad (8)$$

ダンパー変形をゼロに戻した後、式(8)の発熱量を用いて非定常熱伝導解析 (以後、非定常解析) を T 秒間行い、得られた粘弾性体部分の各要素での温度と式(1), (5), (2) から、各要素の G'_j, E'_j, η_j を更新する。次サイクルとして、再度 $u_{d,max}$ の変位を与えた静的弾性解析を行う。以上を必要なサイクル数の分だけ繰り返す。

3. 2 三次元解析モデル

実験に用いた (2 章) 粘弾性ダンパーの 3 次元有限要素モデルを図 6 に示す。ダンパーが中板の中心で z 方向に対称であることを利

用し、本解析では中板の半分から下側部分のみの解析を行う。

解析には ABAQUS¹⁴⁾ Version 6.4 の変形-温度連成 8 節点立体アイソパラメトリック要素を用いた。粘弾性体部分の分割数はそれぞれ、 B を 18 分割、 L を 20 分割、 d_v を 12 分割とし、ダンパー全体では 8,260 要素である。この分割数での静的弾性解析の解は、十分な収斂性が得られている。また、幾何学的非線形性の影響は無視できるほど小さい。鋼板から治具への熱伝導の影響を確認するため、中板およびリブの x 方向長さを 2 倍にしたモデルも解析したが、結果は、本モデルとほぼ同等であったことから、図 6 に示す解析領域で治具の効果も十分考慮できていると考える (3.4 節参照)。

3.1 節に倣い、中板に x 方向強制変位 $u_{d,max}$ を与え、リブ端面を固定とし、その反力を F'_d とした。中板は y および z 方向へは変位しない。中板、外板と粘弾性体が接着されており、粘弾性体での発生熱がそれらへ熱伝導される。また、中板、外板と粘弾性体が接着している面、および中板の対称面以外に熱伝達を設定した。対称面では温度の出入りが無いため、その境界条件は断熱とする。ダンパー周辺温度 θ_c は常に 24°C と設定した。

3次元有限要素解析に用いるパラメータを表 1 に示す。ここで、 κ = 熱伝導係数, s = 比熱, ρ = 密度, α_c = 熱伝達係数, ν = ポアソン比, E = ヤング係数である。熱伝達係数 α_c は物体周りの対流の有無や材料の表面状態など様々な要因により変化する¹⁵⁾。しかし、本試験では中板の振動数が 0.33 Hz と低いことから、熱伝達への影響は小さいと考えられる。また、鋼板と粘弾性体の表面状態の違いによる熱伝達への影響が不明であるため、外気に接する粘弾性側面、および中板、外板、リブの面の熱伝達係数 α_c を等しく設定した。本解析では、ダンパー特性、内部温度が実験結果と合致するよう試行錯誤的に $\alpha_c = 0.25 \text{ N/s/cm}^2$ とした。

ちなみに伝熱工学の文献¹⁵⁾によると、 α_c の概略値は自然対流中で $0.05 \sim 0.25 \text{ N/s/cm}^2$ 、強制対流で $0.10 \sim 5.0 \text{ N/s/cm}^2$ とされている。実験中に温度制御チャンバーの作動による対流があったと考えられるが、上記決定値が自然対流と強制対流の間であることから妥当だと判断できる。これについては 3.3 節でさらに言及する。

一般に粘弾性体は非圧縮性材料であり、ポアソン比 ν は 0.5 に近いが、その値は粘弾性体の状態によってばらつきがあることが報告

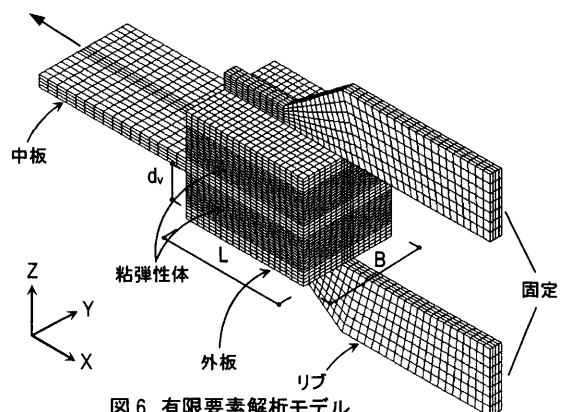


図 6 有限要素解析モデル

表 1 三次元有限要素解析用パラメータ

	鋼板	粘弾性体
$\kappa \text{ (N/s}^\circ\text{C)}$	43.128	0.188
$s \text{ (N}^\circ\text{C/kg}^\circ\text{C)}$	46.63×10^4	19.40×10^4
$\rho \text{ (kg/cm}^3\text{)}$	7.80×10^{-3}	64.63×10^{-3}
$\alpha_c \text{ (N/s/cm}^2\text{)}$	0.25	0.25

1 N/s/cm² = 100 W/m²°C

されている¹¹⁾。また、有限要素解析でアイソパラメトリック要素を用いて非圧縮材料を取り扱う場合に、剛性が過大に評価されるロッキングを生じることがある^{14),16)}。そこで本論文における解析では、粘弾性体のポアソン比を、ロッキングを回避^{14),16)}でき、かつ非圧縮材料に近い $\nu=0.47$ とした。鋼材からなる中板、外板、リブのヤング係数は $2.05 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$ 、ポアソン比は0.3である。

3. 3 実験と三次元解析の比較

解析は、3.1節に述べた手順を1,000回(時刻0~3,000秒)繰り返し、試験体の加振時の内部温度や剛性の変化を模擬した。その後、発熱量を0とした状態で時刻3,000~5,000秒までの非定常解析を行った。図7に各計測位置(図2)での温度時刻歴を、図8に貯蔵剛性・損失剛性 K'_d, K''_d の時間変化について解析・実験を併せて示す。ダンパー半分の解析したため(前述)、反力・剛性の値は解析値の2倍を示している。

図7の3次元非定常解析より得られた温度時刻歴は、D点で実験値と多少の違いはあるものの、加振時・加振終了時ともに実験値と良く一致していることが確認できる。また、図8のように、解析から得た K'_d は、加振開始直後に低下して1,000秒以降一定になった実験値を高い精度で再現している。

なお、図示はしていないが、中板が動く影響を考慮して、粘弾性体の厚さ方向の中板側半分、および中板そのものの熱伝達係数 α_c を $0.30 \text{ N/s/cm}^2\text{C}$ とし、粘弾性体の外板側半分、および外板側とリブで $0.20 \text{ N/s/cm}^2\text{C}$ とした解析も行っている。結果はダンパーの全表面で一様に $\alpha_c=0.25 \text{ N/s/cm}^2\text{C}$ とした図7に比べ、定常時ではA点で温度が 0.25°C 高く、D点で 0.23°C 低くなり、より実験に合う。ただし、剛性は図8に比べ0.2%低だけである。

さらに、ダンパー全表面の α_c を $0.25 \text{ N/s/cm}^2\text{C}$ の0.5倍、2倍にした解析もそれぞれ行った。このように、 α_c にかなりの幅¹⁵⁾をもたせた場合でも、境界付近の温度上昇の変化量は $\alpha_c=0.25 \text{ N/s/cm}^2\text{C}$ とした結果に比べそれぞれ、1.66倍、0.58倍と大きく異なるが、粘弾性体中心部の温度上昇の変化量では1.28倍、0.81倍と小さい。さらに、中心部の温度絶対値では1.04倍、0.97倍とほぼ一致しているため、 K'_d は0.95倍、1.03倍と殆ど変化せず、 K''_d についても0.91倍、1.07倍と大きな違いはないことが確認された。

以上より、粘弾性体の境界面付近での温度の違いが、ダンパー全体の剛性に与える影響は小さいと言え、結局、局所における温度上昇を正確に模擬するためには α_c の設定に注意するべきだが、ダンパー剛性の再現には、 α_c の精度はさほど必要でないと言える。ただし、これらの傾向は、ダンパー形状、周辺温度、粘弾性体の温度依存性などによって、当然異なったものとなる。

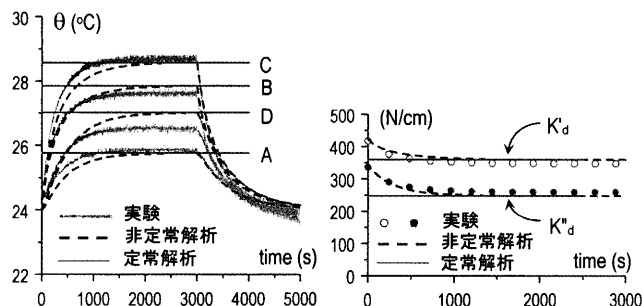


図7 温度時刻歴の比較

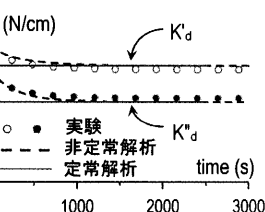


図8 貯蔵剛性の比較

図9に非定常解析の例として、時刻約3,000秒(1,000サイクル目の最大変位時)における温度分布を示す。発熱している粘弾性体が

ら離れるほど温度が低い。中板は外板に比べ熱伝達を行う面積が小さいため温度が高い。粘弾性体で発生した熱は、熱伝達係数の大きい中板、外板へと熱伝導するため、粘弾性体内部の中板・外板付近は温度上昇が少なく(図9断面)、かつ厚さ z 方向で温度が最も不均一であることが確認できる。一方、粘弾性体側面から空気への熱伝達が行われるため、粘弾性体側面では温度上昇が少ないが、それを除けば x および y 方向で内部温度がほぼ均一であることが分かる。

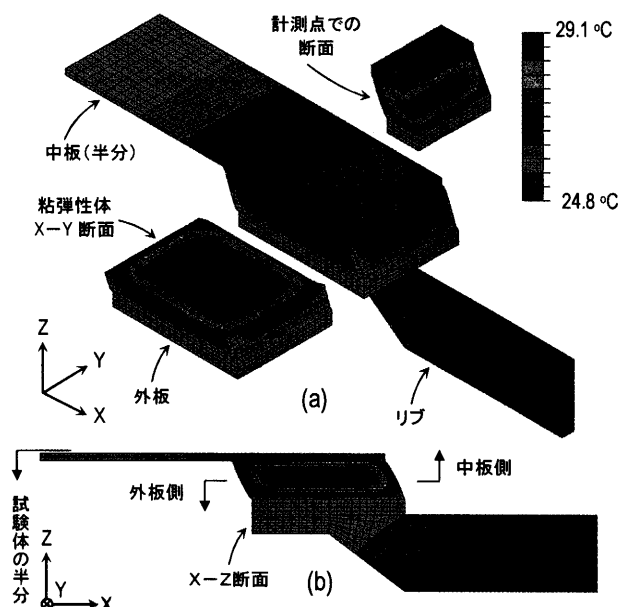


図9 3,000秒での温度分布

図10に静的弾性解析より得られた、図9と同時刻での(a)せん断歪 γ_{xy} の分布、(b)曲げ歪 ϵ_{zz} の分布を示す。短スパン・矩形断面の弾性梁のせん断変形を考えた場合、せん断方向(x 方向)の長さをスパン方向(z 方向)の長さで除した比を大きくしていくと、せん断歪の x 方向分布は、その比が4程度で放物線分布から分布の頂部を平らにした形状となり、さらに比を6以上にすると中央部は小さく、逆に端部から少し内側に入った位置に大きな歪が集中することがTimoshenkoにより示されている¹⁷⁾。本論文で用いたダンパーでは、 x 方向長さと z 方向厚さの比が約4であり、上記と合致するせん断歪の長さ(x 方向)分布が図10(a)より確認できる。一方、図10(a)で厚さ方向(z)分布を見ると、平均的には50%のせん断歪となるべきだが、厚みの中心部分で約54%となり、鋼板付近では低めの値となっている。これは、厚さ方向の温度分布(図9)により、粘弾性体の硬さが異なるためである。

粘弾性体 x 方向端部の鋼板付近では、極めて局所的だが約75%の大きめのせん断歪が生じ、また、同位置に約32%の曲げ歪が生じて

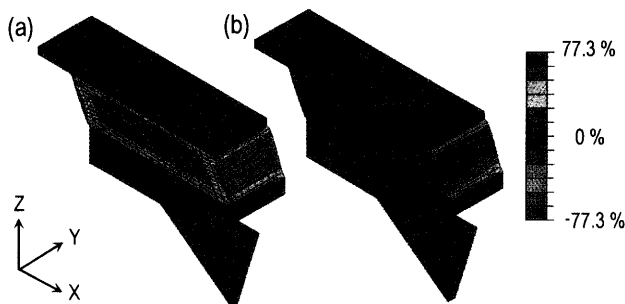


図10 3,000秒での歪分布:(a)せん断歪分布,(b)曲げ歪分布

いる (図 10(b))。これらの歪による発熱も式(6)により考慮されているが、発熱が局所的であること、また、その位置が粘弾性体の表面で且つ鋼板に近いことから、その周辺の温度上昇は見られない (図 9)。つまり、これら局所的なせん断・曲げがダンパーの温度分布や硬さに与える影響は殆ど無視できると考えられる。

3. 4 定常解析手法の提案とダンパー形状の影響の検討

3.1 節で述べた非定常解析による方法は、加振開始から終了までの温度や剛性の変化を精度良く再現することができるが、計算に多くの時間を要する。一方で、長時外乱に対する設計では定常状態に入ったダンパーの動的特性が有用であるため、ここで定常熱伝導解析 (以後、定常解析) を提案する。

定常解析は非定常解析と同じ有限要素モデルを用い、発生熱量と放熱量が同じになり温度がもはや変化しない定常状態のサイクルを対象とする。つまり、時間依存性を省略するため解析は極めて容易である。発生熱量を入力して定常温度分布の解を求め、それと式(1)、(5)、(2)より粘弾性部分の各要素の G'_j , E'_j , η_j を変更し、静的弾性解析を行う。得た歪と式(8)に基づき発生熱量を算定する。この作業を数回繰り返せば温度分布・動的特性の解が収束し、非定常解析に比べ計算時間を大幅に短縮できる。また、4 章で述べる時刻歴解析モデルの熱伝達係数の決定にも極めて有効である (付録 C)。

図 7, 図 8 に定常解析結果を示す。温度分布、 K'_d , K''_d ともに実験 (2.2 節)、非定常解析 (3.3 節) が示した定常値と一致している。また、図 9 と同じ温度分布になることも確認した。さらに、定常解析を活用して、例えばダンパー形状の動的特性への影響などパラメトリックな検討を容易に行うことができる。以下に、検討例として本試験体の形状を変えた時の温度分布や剛性の変化を述べる。

図 6 の 3 次元解析モデルをモデル 1 と呼び、図 11 にはモデル 2～6 のモデル 1 に対する変更箇所を示す。各モデルの定常解析を行ったが、モデル 3, 6 では粘弾性体の厚さが 0.5 倍であり、みかけのせん断歪を他モデルと同一にするため、最大変形 $u_{d,max}$ も 0.5 倍とした。結果を分析するため、次式により粘弾性体、中板、外板、リブから単位時間に空気に放出される熱量 Q 、すなわち熱流量を算出する。

$$Q = \sum A_j \alpha_c (\theta_j - \theta_c) \quad (9)$$

ここで、 A_j は要素 j において熱伝達が行われる表面積であり、 θ_j はその位置での温度である。 θ_c はダンパー周辺温度 (24 °C) である。表 2 に、各部で熱伝達を行う表面積 (以下、表面積) および熱流量を示す。かっこ内の値は、ダンパー全体に対する割合 (%) を意味する。

モデル 2 は、モデル 1 の中板とリブを x 方向に 2 倍にしたものだが、表面積が広がった中板・リブの温度上昇は殆ど無く、熱流量は殆ど変わらない。また、モデル 1 の粘弾性体の厚さを 0.5 倍にしたモデル 3 では、粘弾性体側面積が半分になるためその熱流量の割合が減少し、逆に鋼板の方の割合が増える。

モデル 4 はモデル 1 からリブを除き、かつ中板 x 方向長さを粘弾性体と同じ長さ L に縮めたものであり、中板の表面積が非常に小さくなり、また、リブも無いため鋼板からの熱流量が減少して、粘弾性体側面からの熱流量の割合が増えたとは言え、結局、粘弾性部分に熱が留まる傾向となった。

モデル 5 もモデル 1 のリブを除いたものだが、外板 x 方向長さを中板と等しくする。外板の表面積は、モデル 1 の外板とリブの合計の 1.3 倍となるが、熱流量はあまり変わらない。モデル 6 はモデル 5 の粘弾性体の厚さを 0.5 倍としたため、モデル 5 に比べ粘弾性体側面、外板からの熱流量の割合はそれぞれ減少、増加した。

ダンパーの最高温度は、モデル 1 から順に 29.06, 28.93, 26.44, 30.76, 29.05, 26.42 °C である。熱流量の小さいモデル 4 で温度が最も高く、粘弾性体が薄いため鋼板に熱伝導されやすいモデル 3 と 6 では最も低くなる。

モデル 1 に比べモデル 2 と 5 では最高温度がそれぞれ 0.996 倍、1.0 倍、貯蔵剛性は 1.003 倍、0.998 倍とほぼ同じ値となる。これらは、モデル 1 と同じ粘弾性のサイズをもち、鋼板を大きくしたものだが、熱流量がほぼ頭打ちとなっているため、貯蔵剛性が変化しなかったと思われる。これと対比して、鋼板をかなり小さくしたモデル 4 では熱流量が減少し、その結果、温度が上がり貯蔵剛性は 0.941 倍となった。モデル 1 に比べ粘弾性体の厚さが 0.5 倍のモデル 3 と 6 の貯蔵剛性は、線形理論によるとモデル 1 の 2 倍となるべきだが鋼板に熱伝導し易く温度上昇が小さいことから、それぞれ 2.218 倍、2.221 倍であった。損失剛性にも同様のことが言える。

また、モデル 2 からモデル 1 の解析領域の妥当性も検討できる。モデル 2 の貯蔵剛性、損失剛性、最高温度 (上述) だけでなく、粘弾性と鋼板の境界付近での局所的な温度まで、モデル 1 とほぼ一致したことから、実験との比較に用いた (3.2 節) モデル 1 における中板とリブの解析領域は十分だと判断できる。

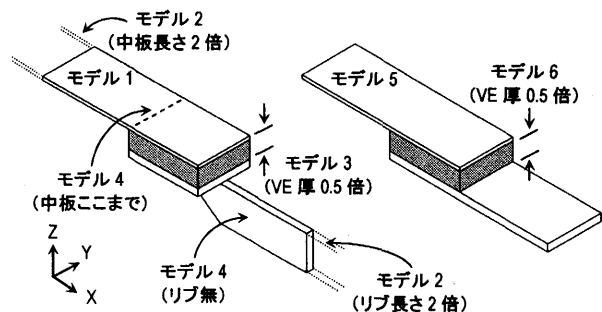


図 11 モデル 1 に対するモデル 2～6 の変更箇所

表 2 ダンパー形状の違いによる熱流量の比較

モデル	比較量	中板	VE側面	外板	リブ	合計
1	表面積 cm^2	41.84 (29.0)	23.47 (16.3)	25.07 (17.4)	53.83 (37.3)	144.21 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	22.05 (35.4)	14.43 (23.2)	10.34 (16.6)	15.46 (24.8)	62.29 (100)
2	表面積 cm^2	79.47 (36.1)	23.47 (10.7)	25.07 (11.4)	92.32 (41.9)	220.33 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	22.83 (34.1)	14.99 (22.4)	10.65 (15.9)	18.50 (27.6)	66.97 (100)
3	表面積 cm^2	41.84 (31.3)	11.74 (8.8)	25.07 (18.8)	53.83 (40.3)	133.54 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	13.34 (35.3)	4.97 (13.2)	8.40 (22.2)	11.09 (29.3)	37.80 (100)
4	表面積 cm^2	4.21 (7.6)	23.47 (42.5)	27.50 (49.8)		55.18 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	5.76 (11.9)	20.82 (43.0)	21.79 (45.1)		48.37 (100)
5	表面積 cm^2	41.84 (24.9)	23.47 (14.0)	102.76 (61.1)		168.07 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	21.56 (32.1)	13.77 (20.5)	31.91 (47.4)		67.25 (100)
6	表面積 cm^2	41.84 (26.8)	11.74 (7.5)	102.79 (65.7)		156.36 (100)
	熱流量 $\text{N}\cdot\text{cm/s}$	13.53 (32.4)	4.71 (11.3)	23.58 (56.4)		41.81 (100)

注) () 内の値はダンパー全体に対する割合を意味する、 $1\text{N}\cdot\text{cm/s} = 100\text{W}$

4. 長時外乱におけるダンパーの時刻歴解析手法

4. 1 定式化とアルゴリズム

3.3 節の 3 次元熱伝導解析 (図 9) より、粘弾性内部の温度は、 xy (せん断面) 方向には一様で、 z (厚さ) 方向のみに著しく変化することが分かった。また、局所的なせん断・曲げ歪によるダンパー全体

の温度分布や剛性への影響は小さいことを確認した。以上より、熱伝導を厚さ方向 1 次元問題として考え、粘弾性体の剛性や歪の値も、厚さ方向のみに変化すると理想化する。また、このような 1 次元モデルが高精度に実験を再現できることを後節にて実証する。

上記に基づき、長時外乱に対する時刻歴解析手法（以後、長時応答解析法）を提案する。これは、粘弾性体・鋼板における熱伝導・伝達と同時に、外乱に対する粘弾性体の応力・歪の変化を同時に高精度で再現できる手法である。正弦波やランダム波などの外乱の種類に関わらず、時系列でダンパーの履歴挙動を再現でき、建物の時刻歴解析に容易に組み込むことが可能である。

なお、短時外乱に対する時刻歴解析手法^{4)~6)}（以下、短時応答解析法）では、載荷初期段階において内部温度がほぼ一様な傾向を利用して、粘弾性体の硬さとしてせん断歪 γ が場所によらず一定であり（図 1）、ダンパー変形 u_d を粘弾性体のせん断厚さ d_v で除して簡単に得られた。一方、前述のように長時外乱では粘弾性体の硬さが位置によって異なり、せん断歪も不均一となる。よって本論で提案する長時応答解析法は、粘弾性体の厚さ(z)方向を要素分割し、各要素での温度、歪を算出するものである。

図 12 に、粘弾性ダンパーを厚さ方向 10 個に分割した例を示す。図中で j は節点番号、 $j_1 \sim j_2$ は粘弾性体が存在する範囲であり、ほかは中板と外板である。また、 j を要素番号としても用い、 d_j は要素 j の長さである。分割数の解析精度への影響は 4.3 節で検討する。

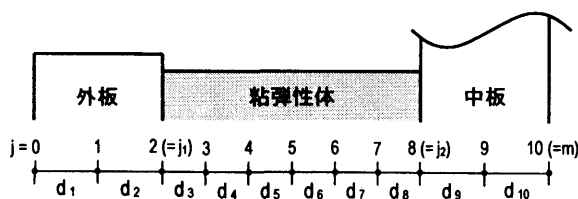


図 12 ダンパーの要素分割の例

与えられたダンパー変形 $u_d(t)$ に対してダンパー力 $F_d(t)$ を求める方法を以下に述べる。現ステップ n でのダンパーの変形 $u_d^{(n)}$ に対し、次式の適合条件が成立する。

$$u_d^{(n)} = \frac{1}{2} \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j \gamma_j^{(n)} \quad (10)$$

ただし、 $\zeta_{j_1} = d_{j_1+1}$ 、 $\zeta_{j_2} = d_{j_2}$ として $j_1 < j < j_2$ では $\zeta_j = d_j + d_{j+1}$ である。節点 j でのせん断歪 $\gamma_j^{(n)}$ は未知であり、それを以下のように決定する。

粘弾性部の応力 $\tau^{(n)}$ は、釣り合いより厚さ方向に一定だが、歪や温度分布は一様でないため、文献 4 の分数微分構成則を、各節点 j について用いる¹⁰⁾。

$$\tau^{(n)} + a_j D^\alpha \tau^{(n)} = G [\gamma_j^{(n)} + b_j D^\alpha \gamma_j^{(n)}] \quad (11)$$

ここで、 $D^\alpha (=d^\alpha/dt^\alpha)$ は分数微分演算子を表す。 α は分数微分の次数、 a_j, b_j, G は構成則のパラメータである。また、温度依存を表す a_j, b_j は現ステップ n での節点 j の温度 $\theta_j^{(n)}$ によって異なり、式(3)、(4)より求められる。式(11)の数値積分は次式の如く表される⁴⁾。

$$\tau^{(n)} + \frac{a_j}{\Delta t^\alpha} \sum_{i=0}^N w^{(i)} \tau^{(n-i)} = G \left[\gamma_j^{(n)} + \frac{b_j}{\Delta t^\alpha} \sum_{i=0}^N w^{(i)} \gamma_j^{(n-i)} \right] \quad (12)$$

ここで、 Δt = 時刻歴解析の時間刻み、 $w^{(0)}$ = 文献 4 の付録 3 に基づき、解析前に予め計算される重み係数である。 N は数値積分点の数であり、載荷初期で n が未だ N に達しない場合は、 N を n と置く⁴⁾。

$\gamma_j^{(n)}$ が不均一であり、かつ変位 $u_d^{(n)}$ に対し式(10)の適合条件を満たす必要がある。これに従いながら $\gamma_j^{(n)}$ 、 $\tau^{(n)}$ を求めるため、 $\tau^{(n)}$ が厚さ方向で一定なことを活用して以下のように定式化した。

式(12)を整理して $\gamma_j^{(n)}$ が得られる。

$$\gamma_j^{(n)} = \frac{\tau^{(n)} (\Delta t^\alpha + a_j w^{(0)}) + \tilde{A}_j - \tilde{B}_j}{G (\Delta t^\alpha + b_j w^{(0)})} \quad (13)$$

$$\tilde{A}_j = a_j \sum_{i=1}^N w^{(i)} \tau^{(n-i)}, \quad \tilde{B}_j = G b_j \sum_{i=1}^N w^{(i)} \gamma_j^{(n-i)} \quad (14a, b)$$

式(13)を式(10)に代入し、 $\tau^{(n)}$ について整理すると次式を得る。

$$\tau^{(n)} = \left\{ 2G u_d^{(n)} - \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j (\tilde{A}_j - \tilde{B}_j) \right\} / \left\{ \sum_{j=j_1}^{j_2} \zeta_j \frac{(\Delta t^\alpha + a_j w^{(0)})}{\Delta t^\alpha + b_j w^{(0)}} \right\} \quad (15)$$

式(15)より得た $\tau^{(n)}$ を式(13)に代入することで、節点 j でのせん断歪 $\gamma_j^{(n)}$ を求めることができる。ここで、式(15)で $\tau^{(n)}$ を求める際に計算した $(\tilde{A}_j - \tilde{B}_j)$ を、式(13)で $\gamma_j^{(n)}$ の算出にも使用することで、計算効率を上げる工夫がなされている。

ダンパー力 $F_d^{(n)}$ は、式(15)より得た $\tau^{(n)}$ に総せん断面積 A_v を乗じることで得られる（式(16)）。

$$F_d^{(n)} = \tau^{(n)} A_v \quad (16)$$

長時外乱を考えた場合、変形は極端に小さく振動数も低いことから、粘弾性体の大歪による軟化や高歪速度による硬化などの非線形性⁹⁾は発生しにくいと考えられる。よって、本構成則ではこれらを考慮せず、載荷中の温度変化による非線形性のみを再現する。

笠井ら^{3)~6)}によれば、アクリル系材料の発熱温度は、エネルギー吸収密度を比熱と密度で割って得られる。そこで節点 j での Δt 秒間の温度上昇量は、節点 j に接する両側の粘弾性要素 j および $j+1$ の中心での応力と歪より算出したエネルギー吸収密度の増分 $\Delta \bar{W}_j, \Delta \bar{W}_{j+1}$ （式(17b)）をそれぞれの比熱と密度で除し、それらの半分の和として求める（式(17a)）。節点 j での発生熱によるステップ n 終了時の温度上昇量 $\Delta \theta_j^{(n)}$ は次式で表される（ $j_1 \leq j \leq j_2$ ）。

$$\Delta \theta_j^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \bar{W}_j}{s_j \rho_j} + \frac{\Delta \bar{W}_{j+1}}{s_{j+1} \rho_{j+1}} \right) \quad (17a)$$

$$\Delta \bar{W}_j = (\tau_j^{(n)} + \tau_j^{(n-1)}) (\gamma_{j-1}^{(n)} - \gamma_{j-1}^{(n-1)} + \gamma_j^{(n)} - \gamma_j^{(n-1)}) / 4 \quad (17b)$$

ただし、粘弾性体以外の部分では発熱が無いため、 $\Delta \bar{W}_{j_1} = \Delta \bar{W}_{j_2+1} = 0$ である。

Δt 秒間において上記の発生熱による温度上昇と同時に、熱伝導・伝達による温度変化も評価する。つまり、次ステップ $n+1$ での初期温度 $\theta_j^{(n+1)}$ は、現ステップ n の熱伝導・伝達による温度上昇または下降と、エネルギー吸収による温度上昇を併せ、次式から得る。

$$\theta_j^{(n+1)} = \Delta \theta_j^{(n)} + \bar{\theta}_j^{(n)}, \quad \bar{\theta}_j^{(n)} = \sum_{k=0}^m x_{jk} \theta_k^{(n)} + y_j \quad (18a, b)$$

ここで、式(18b)は初期温度を $\theta_j^{(n)}$ の時の 1 次元非定常熱伝導方程式の解法を略して表したもので、解 $\bar{\theta}_j^{(n)}$ は熱伝導・伝達から得たステップ n 終了時の温度となる。実際はマトリックスのバンド性を利用して方程式の演算効率を上げている（詳細は付録 A 参照のこと）。

これらをまとめ、ステップ n での変形 $u_d^{(n)}$ が与えられたときの粘弾性ダンパーの力や内部温度の分布は、以下の順に求められる。

- (1) 各節点共通の応力 $\sigma^{(n)}$, ダンパー力 $F_d^{(n)}$ を式(15), (16) から得る。
- (2) 各節点 j の歪 $\gamma_j^{(n)}$ をそれぞれ式(13)から得る。
- (3) 次ステップ $n+1$ の初期温度 $\theta_j^{(n+1)}$ を $\sigma^{(n)}$, $\gamma_j^{(n)}$ と式(18a)から得る。
- (4) 新たな a_j , b_j 値を式(3)から算出し、以上を繰り返す。

4. 2 実験と長時応答解析法の比較

上述の長時応答解析法により、2章の実験結果を再現してみる。正弦波変形を $t=0\sim 3,000$ 秒(1,000 サイクル)で与え $t=3,000\sim 5,000$ 秒では変形ゼロである。外板・中板の周辺温度 θ_e は常に 24°C である。解析時間刻み $\Delta t=0.03$ 秒, 積分区間 $^4) T_w=N\Delta t=4.5$ 秒とした。図12のようにダンパーを厚さ方向1次元モデルとし、熱伝達は $j=0$ の境界(以後、外板側)と $j=m$ の境界(以後、中板側)でのみ行われる。

この1次元モデルの熱伝達係数は、3次元定常解析(3.4節)で用いた熱伝達係数を、得られた熱流量に基づき1次元に変換した値であり、外板・中板側でそれぞれ $\alpha_{e,out}, \alpha_{e,in}=0.956, 0.524$ N/s/cm 2 /°Cである(付録C参照)。また、中板の半分までをモデル化し、粘弾性体、外板、中板の順に12, 4, 2分割して計18要素を用いた。他のパラメータは3.2節のものと同じである。

図13と図14に温度実験値と解析結果の比較を示す。解析がダンパー内部温度の変化を精度良く再現していることが確認できる。ところで、短時応答解析法から得た温度時刻歴も併せて図13に示したが、4.1節に注釈したように粘弾性体内で温度一様として熱伝導・伝達を考えないため、温度が上昇し続け大きな誤差を生じている。

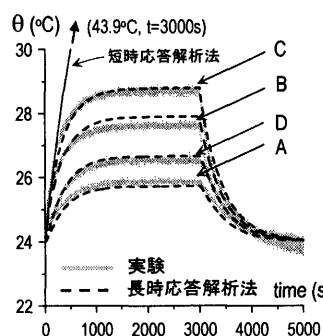


図13 温度時刻歴の比較
(実験, 長時応答解析法,
および短時応答解析法)

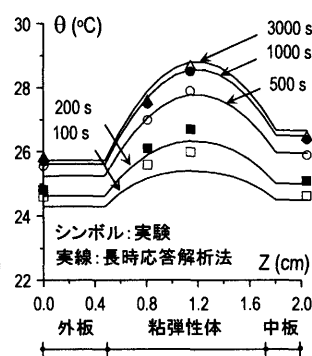


図14 温度分布の比較

図15に、粘弾性体の中央部の歪がサイクル中にピークに達する時の厚さ方向の歪分布を示す。载荷開始直後0.75秒の歪分布は一様に50%である。解析時間の経過とともに粘弾性体の中央部の温度が上がるため(図13, 図14)、中央部分での歪が大きくなる。しかし、時刻1,001秒と2,999秒では、歪分布がほぼ一致しており、これは温度がその時間で定常となっているためである(図13)。ちなみに、中央の歪の値は周辺の歪の約1.2倍であった。これらは、3.3節での3次元有限要素解析より得られた結果(図10)とも合致する。

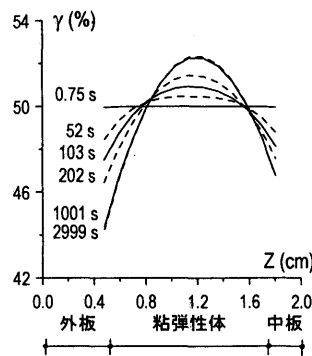


図15 歪み分布の時間変化

図16(a)に、長時応答解析法より得たダンパー変位・力の1, 100, 1,000 サイクル目の履歴を示すが、図4の実験結果と殆ど合致している。図17に貯蔵剛性・損失剛性 K'_d, K''_d それぞれの時間的な変化を示す。これらは、実験と同様にして20サイクルごと(2.1節)の平

均値をプロットしたものであるが、 K'_d, K''_d が载荷初期で低下し、その後の定常状態において安定することなど、長時応答解析法が実験値を非常に高精度で再現している。長時応答解析法では、ダンパーを1次元に理想化しているため、図10に示したような局所的なせん断・曲げによる効果を考慮していないが、実験値と温度、剛性ともに精度良く一致しており、1次元化の妥当性が示されたと言える。

なお、図16(b)および図17に短時応答解析法から得た結果も比較している。内部の温度が定常状態になることなく上昇し続けるため(図13)、履歴曲線(図16(b)) ひいては K'_d, K''_d 値(図17)が低下し続け実験値と大きく異なり、エネルギー吸収も低く評価されることとなる。以上から、長時外乱に対し短時応答解析法を適用することは好ましくないと言える。

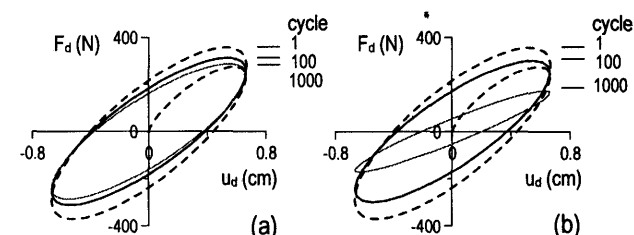


図16 履歴の比較:(a)長時応答解析法, (b)短時応答解析法
(a)は図4の実験結果と合致している。

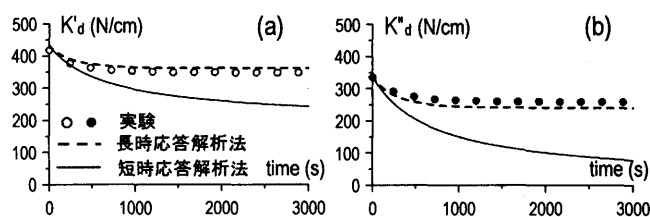


図16 (a) K'_d および(b) K''_d の時間変化

2.6 GHz の CPU (Pentium 4), 512 MB の RAM をもつパーソナルコンピュータで $t=0\sim 5,000$ 秒までの解析に要した計算時間は、長時応答解析法で8.26秒、短時応答解析法で1.39秒であった。前者はダンパーを分割して各要素の歪を算出するため、計算時間は短時応答解析法に比べ増えるが、数値積分(式(14))を迅速に行うアルゴリズムを既に開発しており、その適用を別紙にて報告する予定である。

4. 3 要素数の影響に関する考察

長時応答解析法での要素分割数の解析結果への影響を検証する。4.2節で用いた分割数(18要素)に対し、粘弾性体、外板、中板の分割数を一律に0.5倍(9要素), 2倍(36要素), 4倍(72要素)として解析を行った。

図18は、要素数に対する最大ダンパー力および各計測位置(図2)での初期温度 24°C からの温度上昇量を示す。要素数を減らすと温度がやや高めになる傾向があり、9要素による解析から得た温度上昇量は72要素の場合より最大で6.8%高いが、18要素、36要素となるにつれほぼ収斂している。一方、最大ダンパー力は、いずれの要素数でもほぼ一致していることが確認できる。

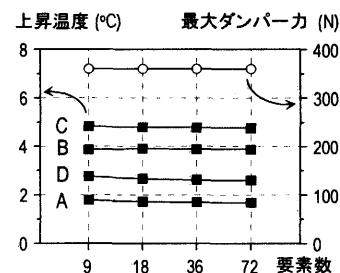


図18 要素数によるダンパー力、
温度の変化

度に対しその影響は小さいと言える。演算時間は9, 18, 36, 72 要素の順に5.00 秒, 8.26 秒, 14.76 秒, 27.48 秒である。多くのダンパーを組み込んだ場合の振動解析の際、演算時間や記憶量を低減するため要素数を少なくしても、履歴挙動が高精度で再現されると言える。

5. おわりに

継続時間が長い外乱下での粘弾性ダンパーの動的特性や履歴応答それぞれを精度良く予測できる2種の解析手法を提案した。長時間の正弦波加振試験結果との比較により各手法の検証を行った。以下に結論を述べる。

- (1) 加振直後では粘弾性体の温度上昇と剛性低下がおこるが、熱伝導・伝達のため温度上昇が留まる定常状態に移り、そのときダンパーは一定性能を保持する。動的特性はこの定常状態に基づき評価することが妥当であると言える。また、加振終了後、温度が常温に戻ればダンパー性能が初期のものに戻る。
- (2) 任意の形状がモデル化できる汎用3次元有限要素解析プログラムにより、非定常の熱伝導解析と静的弾性解析を組み合わせ、長時外乱でのダンパー特性を評価する手法を提案した。時間とともに推移するダンパーの温度分布や剛性が、本手法により精度良く予測できる。
- (3) 上記の3次元非定常解析を定常解析に変えることで著しく作業が簡素化され、このため様々なダンパー形状と熱伝導・剛性の関連がパラメトリックかつ精確に検討できるようになった。また、以下の時刻歴解析手法に必要な1次元的に縮約した熱伝導係数の決定にも、本手法を用いることができる。
- (4) 長時外乱で粘弾性体の温度が厚さ方向のみに大きく変わること考慮した1次元熱伝導解析と、分数微分による粘弾性構成則を組み合わせ、ダンパー履歴挙動の再現精度が極めて高い長時応答時刻歴解析法が構築できた。これは構造の解析プログラムにも導入可能である。
- (5) 従来の継続時間の短い外乱を対象とした短時応答解析法による時刻歴解析では、熱発生は考慮するが熱伝導・伝達の効果を無視するため、温度は定常とならず上昇し続ける。つまり、長時外乱に対しては、温度、剛性、履歴の誤差が大きくなる。
- (6) 長時応答解析法において要素分割数を少なめにすると、内部温度がやや高めに再現されるが、ダンパー力に与える影響は小さいことが確認された。

謝辞

ダンパーの加振実験に御協力頂いた米国3M社のLai氏、Lunsford氏に感謝の意を表す。また、長時応答解析法アルゴリズムは、米国科学財団(NSF)の学部生研究奨励プログラムのもと、当時のLehigh大学学部生Eng氏と開発したものである。3次元有限要素解析に関しては、東京工業大学の元結正次郎助教授から貴重な御助言を頂いた。

参考文献

- 1) パッシブ制振構造シンポジウム論文集・第1回～第4回: 東京工業大学建築物理研究センター, 2000.3, 2001.12, 2002.12, 2004.11
- 2) パッシブ制振構造設計・施工マニュアル, (社)日本免震構造協会, 第1版, 2003.10, 第2版, 2005.9
- 3) Kasai, K., Munshi, J.A., Lai, M.-L., and Maison, B.F.: Viscoelastic Damper Hysteresis Model: Theory, Experiment, and Application ATC17-1 Seminar, Applied Technology Council, Vol.1.2, pp.521-532, 1993.3
- 4) 笠井和彦, 寺本道彦, 大熊深, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則(その1線形領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第543号, pp.77-86, 2001.5

- 5) 笠井和彦, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則(その2温度上昇および歪・歪速度がもたらす非線形性のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第561号, pp.55-63, 2002.11
- 6) 笠井和彦, 大木洋司, 雨宮健吾, 木村勝彦: イソプレチレン・スチレン系のブロック共重合体からなる粘弾性材料の構成則(その1小歪領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第569号, pp.47-54, 2003.7
- 7) Shen, K. L. and Soong, T.T.: Modeling of Viscoelastic Damper for Structural Applications, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 121(6), pp.694-701, 1995
- 8) 黄一華, 加藤敏史, 和田章, 岩田衛, 竹内徹, 大熊深: 振動数と温度に依存する粘弾性ダンパーの動的力学モデル, 日本建築学会構造系論文集, 第516号, pp.91-98, 1999.2
- 9) 曾田五月也, 和田純一, 平田裕一, 山中久幸: 繰返し力実験にもとづく粘弾性ダンパーの力学モデルの構築, 日本建築学会構造系論文集, 第457号, pp.29-36, 1994.3
- 10) Kasai, K., Y. H. Huang and A. Wada: Hysteretic Model of Visco-Elastic damper for Long Duration, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.829-830, 1997.9
- 11) Ferry, J.D.: Viscoelastic Properties of Polymers, John Wiley & Sons Inc., Third Ed., New York, 1980
- 12) 大熊深, 所健: 長時間の連続載荷による、粘弾性体の一時的な性能変化に関する研究, 日本建築学会大会梗概集, B-2, pp.733-734, 2002.8
- 13) 石川和久, 関雅英, 曾田五月也: ジェン系ゴム粘弾性ダンパーの繰返し加振実験, 日本建築学会大会梗概集, B-2, pp.983-984, 1999.9
- 14) ABAQUS Manual, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. 1997
- 15) J.P.ホールマン: 伝熱工学(上), プレイン図書出版, 1993
- 16) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 2004.8
- 17) S.P. Timoshenko and J.N. Goodier: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, Third Edition, 1970

付録A 熱伝導解析手法

継続時間の長い外乱が作用している場合の、粘弾性ダンパー内部温度のシミュレーションを行う時は、熱伝導および熱伝達を考慮する必要がある。粘弾性体内の温度分布は式(A1)の1次元非定常熱伝導方程式で表される。

$$\frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} = \frac{\kappa(z)}{s(z)\rho(z)} \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\tau(t)}{s(z)\rho(z)} \frac{\partial \gamma(z,t)}{\partial t} \quad (\text{A1})$$

ここで、 $\kappa(z)$, $s(z)$, $\rho(z)$ は要素 j 内で一定とする。式(A1)右辺第1項は熱伝導および熱伝達による温度分布の変化を、右辺第2項は粘弾性体が吸収したエネルギーによる温度変化を表す。本手法では、粘弾性体のエネルギー吸収による温度上昇を式(17)より直接計算し、熱伝導解析結果に加えることで考慮するため(式(18a))、式(A1)の右辺第2項を除いた1次元非定常熱伝導方程式を解けばよい。この方法は、本論で用いたモデルのように(図12)、熱伝達を行う節点と発熱を行う節点異なる場合において式(A1)と数学上厳密に一致する。以下にその解法を述べる。

はじめに、節点 $j-1$ と j の間にある要素 j について定式化を行う。時刻 t での温度 $\theta(z,t)$ は、式(A2)で表される。要素の厚さ方向を z とすると、節点 $j-1, j$ の座標は z_{j-1}, z_j である(図12)。

$$\theta(z,t) = \theta_{j-1}(t)N_{j-1}(z) + \theta_j(t)N_j(z) \quad (\text{A2})$$

ここで、 $N_{j-1}(z)$, $N_j(z)$ は形状関数であり、節点温度と要素内部温度を結びつける内挿関数である(式(A3a,b))。 d_j は要素 j の長さ($d_j = z_j - z_{j-1}$)である。

$$N_{j-1}(z) = -(z - z_j)/d_j, \quad N_j(z) = (z - z_{j-1})/d_j \quad (\text{A3a,b})$$

前述の理由から、右辺第2項を省いた式(A1)にGalerkin法を適用する。すなわち N_{j-1} , N_j それらを、右辺第2項を除いた式(A1)に掛け、領域内での積分を行った後でも等号が成立するとし、さらに、要素 j 内で一定の s_j, ρ_j, κ_j を積分の外に出して次式を得る。

$$s_j \rho_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} N_{j-1}(z) \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} dz - \kappa_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} N_{j-1}(z) \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2} dz = 0 \quad (\text{A4})$$

$$s_j \rho_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} N_j(z) \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} dz - \kappa_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} N_j(z) \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2} dz = 0 \quad (\text{A5})$$

式(A4)の左辺第2項の2階の偏微分項に部分積分を用いて、 $N_{j-1}(z_{j-1}) = 1$, $N_{j-1}(z_j) = 0$ の関係(式(A3a,b))を利用すると、式(A4)は次式のように表される。

$$s_j \rho_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} N_{j-1}(z) \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} dz + \kappa_j \left. \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} \right|_{z_{j-1}} + \kappa_j \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{dN_{j-1}(z)}{dz} \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} dz = 0 \quad (\text{A6})$$

式(A6)の左辺第1項に式(A2), (A3a)を代入し、左辺第2項には、フーリエの法則¹⁵⁾により z 方向に正とした熱流速 q を適用し、左辺第3項には式(A2), (A3a)を代入することで、最終的に式(A4)は次式で表される。

$$\frac{s_j \rho_j d_j}{6} (2\dot{\theta}_{j-1}(t) + \dot{\theta}_j(t)) + \frac{\kappa_j}{d_j} (\theta_{j-1}(t) - \theta_j(t)) - q_{j-1}(t) = 0 \quad (\text{A7})$$

同様に、式(A5)にも上述した作業を行い、それらを行列式で表すと、

$$\frac{s_j \rho_j d_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_{j-1}(t) \\ \dot{\theta}_j(t) \end{Bmatrix} + \frac{\kappa_j}{d_j} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{j-1}(t) \\ \theta_j(t) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} q_{j-1}(t) \\ -q_j(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A8})$$

式(A8)を要素 $j=1 \sim m$ のすべてについてまとめると、全体の有限要素式を得る。ここで、式(A8)の左辺第3項の熱流束 q_j は、要素と要素の境界で互いに相殺され、結局、解析対象の外部境界をもつ要素からの寄与分(境界条件) $q_0(t)$ および $q_m(t)$ のみが残る。

ここでは境界条件として、外板および中板からの熱伝達を考慮し(図12)、そこでの熱流速 $q_0(t)$ および $q_m(t)$ は次式で表される。

$$q_0(t) = \alpha_{c,0}(\theta_{c,0} - \theta_0(t)), \quad q_m(t) = \alpha_{c,m}(\theta_m(t) - \theta_{c,m}) \quad (\text{A9})$$

ここで、 $\alpha_{c,0}$, $\alpha_{c,m}$ および $\theta_{c,0}$, $\theta_{c,m}$ は、節点 $j=0, m$ (図12)での熱伝達係数および周辺温度である。これら全要素の集合に対する有限要素式は、式(A10)の如くなる。

$$[E]\{\dot{\Theta}(t)\} + [G]\{\Theta(t)\} - \{V\} = \{0\} \quad (\text{A10})$$

ここで、

$$[E] = \begin{bmatrix} e_{0,0} & e_{0,1} & & & & \\ e_{1,0} & e_{1,1} & e_{1,2} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & e_{m-1,m-2} & e_{m-1,m-1} & e_{m-1,m} & \\ & & & e_{m,m-1} & e_{m,m} & \end{bmatrix}, \quad [G] = \begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & & & & \\ g_{1,0} & g_{1,1} & g_{1,2} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & g_{m-1,m-2} & g_{m-1,m-1} & g_{m-1,m} & \\ & & & g_{m,m-1} & g_{m,m} & \end{bmatrix} \quad (\text{A11a,b})$$

$$\{V\} = \{v_0 \ 0 \ \dots \ 0 \ v_m\}^T \quad (\text{A12})$$

$j=1 \sim m-1$ における式(A11)の各項は、

$$e_{j,j} = (s_j \rho_j d_j + s_{j+1} \rho_{j+1} d_{j+1})/3, \quad e_{j,j-1} = e_{j-1,j} = s_j \rho_j d_j/6 \quad (\text{A13a,b})$$

$$g_{j,j} = \kappa_j/d_j + \kappa_{j+1}/d_{j+1}, \quad g_{j,j-1} = g_{j-1,j} = -\kappa_j/d_j \quad (\text{A14a,b})$$

$j=0$ または m における式(A11), (A12)の各項は、

$$e_{0,0} = s_1 \rho_1 d_1/3, \quad e_{m,m} = s_m \rho_m d_m/3 \quad (\text{A15a,b})$$

$$g_{0,0} = \kappa_1/d_1 + \alpha_{c,0}, \quad g_{m,m} = \kappa_m/d_m + \alpha_{c,m} \quad (\text{A16a,b})$$

$$v_0 = \alpha_{c,0} \theta_{c,0}, \quad v_m = \alpha_{c,m} \theta_{c,m} \quad (\text{A17a,b})$$

式(A9)は現在の温度で表される変数を含むため、それらが式(A16)に移項され、式(A12)には式(17)で与えられる定数のみが残ることに注意する。

時間に関する離散化手法として、安定性に優れたクランク・ニコルソン差分法を用いることで、熱伝導解析の時間刻み Δt を分数微分構成則と等しくすることができる。クランク・ニコルソン差分は、時刻 $(t+\Delta t/2)$ における節点温度が時刻 (t) での温度と時刻 $(t+\Delta t)$ での温度の平均であり、かつ Δt 秒間の温度の変化は一定であるとし差分化するものである。式(A10)にクランク・ニコルソン差分を適用すると、次式が得られる

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [E] + \frac{1}{2} [G] \right) \{\Theta(t+\Delta t)\} = \left(\frac{1}{\Delta t} [E] - \frac{1}{2} [G] \right) \{\Theta(t)\} + \{V\} \quad (\text{A18})$$

上式の右辺は既知であるので、式(A18)左辺の逆マトリックスを求めることで、 Δt 秒後の温度を求めることができる(式(18b))。しかし、実際には式(A18)左辺および右辺の温度ベクトルに乘じるマトリックスが3重対角行列であるので逆マトリックスを求める必要は無く、計算負荷の小さい方法で連立方程式を解くことができる(付録B参照)。さらに、

マトリックスが定数であるので、事前に一度だけ計算し、3重対角項のみを記憶することで記憶量を少なくする。また、式(A18)の右辺の温度ベクトルに乘じる際は、3重対角項のみを計算すればよい。

付録B 3重対角行列を利用した連立方程式の解法

式(B1)に示すような、3重対角行列での連立1次方程式の解法を示す。ただし、 $a_j \neq 0$ である。

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & & & \\ c_2 & a_2 & b_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & c_{m-1} & a_{m-1} & b_{m-1} \\ & & & c_m & a_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{m-1} \\ x_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{m-1} \\ y_m \end{Bmatrix} \quad (\text{B1})$$

$c_1 = b_m = 0$ とし、 $j=1, 2, 3, \dots, m$ の順に p_j, r_j を次式より求める。ただし $p_0=0, r_0=0$ である。

$$p_j = \frac{y_j - c_j p_{j-1}}{a_j - c_j r_{j-1}}, \quad r_j = \frac{b_j}{a_j - c_j r_{j-1}} \quad (\text{B2a,b})$$

次に、 $j=m-1, m-2, \dots, 1$ の順に x_j を求める。ただし $x_m = p_m$ である。

$$x_j = p_j - r_j x_{j+1} \quad (\text{B3})$$

付録C 長時応答解析法に用いる熱伝達係数の決定

熱伝達係数 α_c は、様々な条件に依存する値であるが、実際の形状、寸法を再現する3次元モデルの場合、文献値¹⁵⁾を参考に推定することが可能であった(3.2節)。しかし、4章の解析法では厚さ方向の1次元モデルとしているため、その決定には工夫が必要である。ここでは、比較的容易に得られる3次元定常解析(3.4節)の結果に基づき、長時応答解析法での1次元熱伝導解析に用いる熱伝達係数 $\alpha_{c,in}$, $\alpha_{c,out}$ の決定法を提案する。

3次元モデルにおいて、粘弾性体の厚さの中心より分けた中板側部分(図9(b))の空気への放出熱流量の総和を Q_m と定義し、式(9)より求める。ただし要素 j は、粘弾性体の半分より中板側の、外気に接する粘弾性体表面、および中板表面の要素のみを考える。同様に、粘弾性体の厚さ中心より外板側の粘弾性体の表面、外板表面、リブ表面で放出される熱流量の総和 Q_{out} を算出する。

温度定常状態では、粘弾性内部で発生した単位時間当たりの全熱量は、熱伝達によって放出される熱流量の合計($Q_m + Q_{out}$)と等しくなることを本解析において確認し、また、定常状態の実験の履歴より算出した熱量と一致することも確認している。

1次元モデルでの熱伝達係数は、3次元と1次元での熱流量が一致するように決定する。つまり、1次元モデルでの中板側、外板側の熱伝達係数を $\alpha_{c,in}$, $\alpha_{c,out}$ とすると、

$$\alpha_{c,in} = Q_m / \{A_d(\theta_m - \theta_c)\}, \quad \alpha_{c,out} = Q_{out} / \{A_d(\theta_{out} - \theta_c)\} \quad (\text{C1a,b})$$

ここで、 A_d は粘弾性体 x - y 面(図9)の面積、 θ_m, θ_{out} は3次元定常解析より得られた粘弾性体中板、外板と接着している面の平均値温度である。 $\alpha_{c,in} = 0.524$, $\alpha_{c,out} = 0.956$ N/s/cm²/°Cが得られた。中板側の両側に粘弾性体が接着されているため、中板側では外板側に比べて熱伝達を行う面積が小さいので $\alpha_{c,in}$ も小さめである。ただしこの手法では、粘弾性体のほぼ中心で最大温度となる(図9)ため、粘弾性体の半分で熱流量を Q_m と Q_{out} に分けたが、ダンパー形状などにより最大温度位置が中心から大きくずれる場合は、その位置を考慮して Q_m と Q_{out} に分ける必要がある。

本研究で使用した粘弾性ダンパーは、通常のものに比べ粘弾性体が厚いため、粘弾性体の側面から空気へ放出される熱流量は全体の熱流量の約23%であった(表2, モデル1)。さらに鋼板やリブも複雑な形状であるが、このようなダンパーに対しても、1次元モデルでの熱伝達係数に関する本決定法の有効性を確認できた。よって、より薄い粘弾性体の一般的な形状(3.4節, モデル6)に対しても適用可能なことは明白である。

また、本手法に決定される1次元モデルでの α_c は、ダンパーの形状が等しければ、いかなる定常温度においても、各部の熱流量の分担が変化しないため同じ値となる。熱伝達を行う表面積が A_d に比べ大きい場合、1次元モデルでの $\alpha_{c,in}$, $\alpha_{c,out}$ は3次元モデルの α_c に比べ大きくなるが、その値を直接予測することができないので、正確な値を得るためには上記のような3次元モデルでの定常解析を行う必要がある。

(2005年6月10日原稿受理, 2005年10月7日採用決定)