

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	絡み目のミルナー不変量とナノフレーズについて
Title(English)	On the Milnor invariant for links and nanophrase
著者(和文)	小鳥居祐香
Author(English)	Yuka Kotorii
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9374号, 授与年月日:2014年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:小島 定吉,遠藤 久顕,村山 光孝,服部 俊昭,カルマン タマシ
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9374号, Conferred date:2014/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第 号			学位申請者氏名		小鳥居 祐香	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名	
	主査	小島 定吉	教授	審査員	Tamas Kalman	准教授	
	審査員	遠藤 久顕	教授				
		村山 光孝	准教授				
		服部 俊昭	准教授				

論文審査の要旨（2000 字程度）

複数の結び目からなる絡み目の理論は、3次元空間の中の閉曲線の組の位置関係を扱う幾何学の一分野であるが、近年は Kauffman による仮想絡み目や Turaev によるワードとフレーズというより抽象的に拡張された枠組みが整備され、Alexander 多項式に始まる不変量の研究と合わせて、可視化可能な幾何から一步飛躍した豊かな研究が進行中である。本論文は、前世紀半ばに Milnor により提起された絡み目のホモトピー不変量と、仮想絡み目に対応させることができるナノフレーズをモチーフとして、「On the Milnor invariant for links and nanophrase」と題し、序章およびやや独立した内容の三つの章から構成されている。

第1章「Introduction」では、本論文を通してのモチーフであるナノフレーズと Milnor 不変量について概観した後、以下に続く三つの章の各々の概要を記している。

第2章「Finite type invariants of cyclic equivalence classes of nanophrases」では、ナノフレーズの巡回同値類に対する普遍有限型不変量を構成し、さらにそれが完全不変量であることを証明している。関連する先行研究を辿ると、まず Turaev が、符号付きワードの巡回同値類は曲面上の閉曲線の安定同値類という幾何学的対象と等価であることを示している。その後 Fujiwara が、符号付きワードに対し真の交差と仮想交差の間に特異交差を導入することにより有限型不変量を定義し、それが完全不変量であるかという問題を提起した。本章の結果は、有限型不変量の定義をまったく一般のナノフレーズの場合に拡張し、Goussarov-Polyak-Viro によるレシピにしたがって普遍不変量を構成し、その系として Fujiwara の問題を解決した、とすることができる。

第3章「The Milnor μ -invariants and nanophrases」では、ナノフレーズに対し絡み目の自己交差を許すホモトピーに対応する M ホモトピーとよぶ変換操作を定義し、Milnor 不変量を、仮想絡み目に対応するナノフレーズに対して拡張し、その M ホモトピー不変性を証明している。Milnor 不変量はそもそも、成分にラベルを付けた絡み目と重複を許さないラベルの列に対し、補空間の基本群の表示を用いて定義された。しかし、本章で採用された定義はその過程は模倣するものの基本群を経由せず、したがって定義のみならずホモトピー不変性の証明にも独自のアイデアがある。実際、古典的 Milnor 不変量のホモトピー不変性の別証明をあたえている。関連研究として、Kravchenko-Polyak によるストリング（すなわち基点付き）絡み目に対する Milnor 不変量の定義があり、本章の不変量とは剰余類を取ることににより結びつくが、やはり定義およびホモトピー不変性の証明共に大きく異なる。

第4章「Milnor invariants of length $2k+2$ for links with vanishing Milnor invariants of length $\leq k$ 」では、Milnor 不変量を有限型不変量で記述する先行研究の拡張をあたえている。まず、ストリング絡み目の長さ $n+1$ の Milnor 不変量は次数 n の有限型不変量であることが知られている。そこで、基点を指定しない絡み目の Milnor 不変量と有限型不変量の関係について、Polyak および Meilhan-Yasuhara は、長さが k 以下の Milnor 不変量が消えているという仮定の下で、長さが $2k+1$ 以下の Milnor 不変量は $2k$ 次有限型不変量である HOMFLY 多項式のある係数で表示できることを示した。本章の主定理は、これを同じ不変量消滅に関する仮定の下で補正項を加えて長さが $2k+2$ の Milnor 不変量に拡張している。とくに $k=1$ の場合は、条件なしで長さが 4 の Milnor 不変量の絡み数によるたいへんシンプルな表示をあたえ、計算という観点からも有用な公式であることが示されている。

以上、本論文は絡み目理論における Milnor 不変量とナノフレーズをモチーフとして、新しい不変量の構成および Milnor 不変量の他の不変量による表示をあたえ、幾何学に新たな知見をもたらしたものであり、理学上の貢献は大である。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。