T2R2 東京工業大学リサーチリポジトリ
Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	双曲体積，ファイバーの通約性，そして例外的手術．理論と計算，双方向からの研究
Title(English)	Hyperbolic Volume, Fibered Commensurability, and Exceptional Surgeries, Theory v.s. Computation
著者(和文)	正井秀俊
Author(English)	Hidetoshi Masai
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9421号, 授与年月日:2014年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:小島　定吉,渡辺　治,梅原　雅顕,西畑　伸也,寺嶋　郁二
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9421号, Conferred date:2014/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

Powered by T2R2 (Tokyo Institute Research Repository)

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第　　号		学位申請者氏名		正井　秀俊	
論文審査 審 査 員		氏　名	職　名		氏　名	職　名
	主査	小島　定吉	教授	審査員	寺嶋　郁二	准教授
	審査員	渡辺　治	教授			
		梅原　雅顕	教授			
		西畑　伸也	教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

Poincare に始まる 3 次元多様体論は，Perelman による Thurston の幾何化予想の解決によりほぼ双曲幾何学に支配される世界であることが知られている．本論文はこの背景を前提に，「Hyperbolic volume, Fibered Commensurability and Exceptional Surgeries, Theory v.s. Computation」と題し，前書き，および理論研究と計算を絡めた六つの章から構成されている．

前書き「Preface」では，以下に続く Part１の四つの章，および Part２の二つの章の概要が述べられている．また各章の冒頭には，より詳細な Introduction が記されている．

Part１「Theoretical Study」の第１章「On volume preserving moves on graphs with parabolic meridians」では，補空間が双曲構造をもつグラフの体積不変変形を定義して体積が同じ双曲多様体を作る手続きを提案し，その帰結として，Lackenby-Agol-Thurston による同体積多様体の個数の上からの評価をより精密化できることを示している．

第２章「On the number of hyperbolic 3-manifolds of a given volume」では，第１章の成果を基に，体積が同じ多様体の個数が指数関数的に増大する絡み目の族を構成している．体積を指定したとき多くの場合その値を実現する多様体はごく少数であることが観測されており，したがってこの章で見いだされた例は真に例外的であり，その後の例外的増大度をもつ族の研究を誘発している．

第３章「Equidecomposability, volume formulae and orthospectra」では，測地的境界をもつ一般次元の双曲多様体の体積に関し，境界に直交する測地線の長さの族の関数として表示する既知の二つの方法が，本質的に同じであることを証明している．Bridgeman-Khan および Calegari により与えられた既知の表示は，著しく異なる指針で得られた積分表示であり，表示自身も概念的にも同じであることは極めて非自明である．

第４章「On commensurability of fibrations on a hyperbolic 3-manifold」では，3 次元双曲多様体の束通約性に関し，その剛性および多様性に関するいくつかの成果をまとめている．ここで束は円周上の束を意味する．そもそも束通約性の概念は Calegari-Sun-Wang によるが，その定義にはやや曖昧な点があり，本章の結果はその曖昧さを正し，同時に多種の束構造を許容する一つの多様体上で通約性がどのように読み取れるかを，ほぼ満足できる形で記述している．

Part２「Computational Study」の第５章「Verified computations for hyperbolic 3-manifolds」では，精度保証計算を用いた 3 次元双曲多様体のデータベースの数学的に厳密な再構築を実現している．Weeks による census という 3 次元双曲多様体のデータベースは，研究者のコミュニティーで試行実験に広く用いられているが，その計算には浮動小数点演算に起因する誤差への対処がなく，これまで数学的には必ずしも厳密とは言えなかった．本章の成果はこの曖昧さを埋めるため精度保証計算を実装している．したがって再計算されたデータベースは，結果として同じものであったが，数学的に厳密に証明されたことを保証するという点で大きな貢献がある．

第６章「Exceptional surgeries on alternating knots」では，前章の成果を応用し，交代結び目の例外的手術を完全に決定している．交代結び目は交差の上下が交互に続く結び目で，結び目理論ではいろいろなことを計る重要な族である．過去の研究により例外的手術の可能性の確認は有限の場合に収まることは知られていたが，その数は結果として 6 百万を越える膨大なものであり，本章の成果は本学のスーパーコンピュータ TSUBAME による計算の下で得られている．

以上，本論文は 3 次元多様体論における双曲多様体の多様性を，理論的側面および実験的側面から明示的に記し，幾何学に新たな知見をもたらしたもので，理学上の貢献が大である．よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める．