

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	数理的手法に基づいた 折り畳み可能な構造の展開図創出に関する研究
Title(English)	Mathematical Approach to Create Developed Patterns for Foldable Structures
著者(和文)	石田祥子
Author(English)	Sachiko Ishida
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第4099号, 授与年月日:2014年3月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:古谷 寛,元結 正次郎,盛川 仁,大野 隆造,松永 三郎,萩原 一郎
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第4099号, Conferred date:2014/3/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

数理的手法に基づいた
折り畳み可能な構造の展開図創出に関する研究

**Mathematical Approach to Create Developed Patterns
for Foldable Structures**

石田 祥子
Sachiko ISHIDA

目次

第1章	緒論.....	1
1.1	本研究の背景.....	1
1.2	従来の研究.....	3
1.3	本研究の目的.....	6
1.4	本論文の研究内容と構成.....	8
第2章	折紙の基礎理論と等角写像.....	11
2.1	緒言.....	11
2.2	折紙の基礎理論.....	11
2.2.1	折り畳みの条件.....	11
2.2.2	閉じる条件.....	13
2.3	等角写像.....	16
2.3.1	等角写像の各科学分野にみる応用例.....	16
2.3.2	折り畳み可能な構造の展開図創成への応用指針.....	19
第3章	等角写像を用いた軸方向に折り畳み可能な円錐殻構造の展開図創成.....	21
3.1	緒言.....	21
3.2	定式化.....	21
3.3	1節点6折線から成るモデルの変換結果と理論的考察.....	26
3.3.1	折り畳みの条件のための検証.....	26
3.3.2	閉じる条件のための検証.....	27
3.3.3	閉じる条件のための角度補正.....	32
3.4	1節点4折線から成るモデルの変換結果と理論的考察.....	36
3.4.1	モデル形成のための幾何学的条件.....	36
3.4.2	折り畳みの条件のための検証.....	39
3.4.3	閉じる条件のための検証.....	39
3.5	考察.....	44
3.6	結言.....	44
第4章	等角写像を用いた巻き取り可能な円形膜の展開図創成.....	47
4.1	緒言.....	47
4.2	定式化.....	47
4.3	変換結果.....	50
4.3.1	正多角形に巻き取られる円形膜.....	50

4.3.2	不等分な辺長を持つ多角形状に巻き取られる円形膜.....	53
4.3.3	ジグザグな螺旋からなる円形膜.....	56
4.4	考察.....	61
4.5	結言.....	62
第 5 章	等角写像を用いた 2 方向に折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成.....	65
5.1	緒言.....	65
5.2	定式化.....	65
5.3	変換結果.....	66
5.3.1	一定曲率で湾曲する筒(トーラス)の折り畳みモデル.....	66
5.3.2	曲率が変化する筒の折り畳みモデル.....	72
5.4	考察.....	75
5.5	結言.....	76
第 6 章	薄膜構造物のための折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成.....	77
6.1	緒言.....	77
6.2	トーラスの多面体近似.....	78
6.3	トーラスの折り畳みモデル化.....	80
6.3.1	1 節点 4 折線からなるモデル.....	80
6.3.2	1 節点 6 折線からなるモデル.....	84
6.4	一般形状への発展形.....	85
6.4.1	平面上に存在する曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みモデル.....	85
6.4.2	等角写像を併用した径が変化する湾曲した筒の折り畳みモデル.....	88
6.5	考察.....	90
6.6	結言.....	92
第 7 章	結論.....	95
7.1	本研究の結論.....	95
7.2	今後の展望.....	97
付録 A	1 節点 6 折線から成る円錐殻展開図創成のための Matlab プログラム(第 3 章).....	103
付録 B	1 節点 4 折線から成る円錐殻の折り畳みモデルのための等角写像(第 3 章).....	110
付録 C	径が変化する湾曲した筒の折り畳みモデルのための等角写像(第 6 章).....	112
参考文献		115
研究業績		118
謝辞		122

第 1 章 緒論

1.1 本研究の背景

航空機の軽量化を目的とし、英国の技術者がハニカムコアを研究開発し、その工業生産に成功したのは 1940 年頃である。今やハニカムコアは航空機のみでなくロケットや新幹線などの輸送機の床材や壁材に広く利用され、その関連製品までを含めると世界中で数兆円規模の富を生むまでになった。ハニカム構造は自然界に存在する構造であり古くからその剛性の高さが知られていたが、大量生産をするにあたっては、ハニカムコアの製造法は日本の七夕飾りの紙細工(でんぐり)の製造法を基に発明されたという説もある。本来、折紙は日本の伝統的な芸術であり文化である。正方形の紙を折り、動物や植物、紙箱や飾りなどを創作する折紙に、幼い頃に触れなかった日本人はいないといっても過言ではない。折紙や切紙の持つ工学的応用可能性にいち早く着目し、それを取り入れた工業製品を完成させたのが海外の技術者であるという点は、我々日本人が折紙や切紙を伝統的な遊びとして捉えるにとどまり、学術的観点からその本質を解明する努力を怠ってきたためと考えられる。日本の先端技術の一つであるロボット工学は江戸時代のからくり技術が基になって生まれたと言われている。伝統技術は一見、ローテクのようにみられるが、これに学術的な視点と工学的な取り組みが加わることで先端技術に変貌する可能性を大いに秘めている。

このような背景のもと、折紙や切紙の持つ芸術や文化としての一面のみをとらえるのではなく、その技術を科学的に解明し先端技術として深化させていくこと、またそのリーダーシップを世界に先駆け日本人研究者が担っていくことを目指し、2002 年、「折紙工学」が提唱された。折紙工学とは、日本の伝統工芸である折紙の技術に数理的視点を加えた学問であり、その学術的研究を工学へと応用する試みを指す⁽¹⁾。日本発の折紙工学は、現在、国内外のいくつかの学会でオーガナイズド・セッションが設けられるに至り、様々な工学分野において折紙の持つ特性に関する研究および特性を活かした製品に関する研究が進められている。また、数理的に解析された Origami は世界的にも注目を集め、数々の有名ジャーナルで紹介されている⁽²⁾⁽³⁾。

ここで、折紙の工学応用に関して、特筆すべき折紙の持つ 2 つの特性を以下に示す。

- (1) 折り畳み可能な幾何学的特性: 1 枚の平板を折ることにより平面構造から立体構造を創出でき、また平面構造と立体構造を自在に行き来できる。
- (2) 軽量かつ高剛性な機械的特性: Tessellation に代表される平面充填、さらに高次の空間充填の考えを基に、構造として非常に強固な形状を得ることができる(前述のハニカムコアなど)。

特性(1)に関して、最も大規模な応用例は宇宙産業に挙げられる。ソーラーパネル、パラボラ

アンテナ、ソーラーセイルといった巨大な宇宙構造物はそのままの状態では宇宙へ運ぶことは非現実であり、地球上で小さく折り畳んだ後、宇宙空間に運搬し展開・構築するというプロセスをとる⁽⁴⁾⁻⁽⁸⁾。1996 年、NASA は Spartan207 衛星(レンズアンテナ)の打ち上げを行った。これはインフレータブル(膨張・風船)構造からなるものである。また、2010 年、宇宙航空研究開発機構(JAXA)によりソーラーセイル・イカロスが打ち上げられ、中心ハブに巻き取られたセイルを展開し、ソーラーセイルとして運用に成功したことは記憶に新しい⁽⁸⁾。これらの構造をロケットの先端部に効率よく収納し、確実に宇宙空間で展開するためには、優れた折り畳み収納技術が必要である。他に、民間用としては、折り畳み折線のついた衝撃吸収部材の性能評価に関する研究がある⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。自家用車に使用されている従来の衝撃吸収部材は円筒もしくは断面が正多角形の筒形状であるが、これに折線をつけることで衝突時に衝撃吸収部材が潰れ易くなり、ピーク荷重の大幅な低減が期待される。医療への応用としては折り畳み可能なステントの研究⁽¹²⁾⁽¹³⁾がある。小さく畳んだ状態で血管内を移動させ、患部に届いてから展開し血管を押し広げ治療を行うものであり、血管の径よりも小さな径にステントを収縮させる折り畳み法である。折り畳み可能な建築や家具への応用では、臨時的な用途に早急に対応できることや不使用時にスペースを有効活用できることが期待される。十分な強度を得る必要があるため、部材を剛体とみなし、剛体要素が回転ヒンジで滑らかに接合されているという条件のもとで折り畳み研究がなされている⁽¹⁴⁾。このように、小さく折り畳む事による移動効率や収納効率の向上に着目した応用や、折り畳み易い設計に変えることにより製品の性能向上を狙った応用がある。また、ファッション業界では円筒・円錐の折り畳みのアイデアが婦人服やインテリア用品に応用された例⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾があり、幾何学的造形美という観点からも注目度は高い。近年では、平面ではなく、負のガウス曲率を持つ双曲面を折り畳んで双頭の鶴を折るといった高度な幾何学を用いた折紙の研究もなされている⁽⁵⁰⁾。

特性(2)に関して、サンドイッチコアパネル⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾の設計が挙げられる。代表的かつ汎用的なサンドイッチパネルであるハニカムコアパネルは正 6 角形の平面充填形を高さ方向に押し出した形状をしており、その軽量・高剛性な性能は良く知られている。軽量であることは、材料そのものの削減であり、また、パネルを輸送機に用いた際には燃費の向上による環境汚染の抑制に貢献する。ハニカムコアパネルは長方形平板を幾重にも重ね糊付けし両側から引っ張ることで成形する展張式と、あらかじめ曲げられた平板を糊付けすることで成形するコルゲート式の 2 種の製造法がある。どちらの製造法も接着の必要があり手間がかかるため、高価かつ複雑である点が問題視されている。また、接着剤の使用による耐熱性の問題もある。一方、折紙の特性に基づいたサンドイッチコアパネルは、平板を曲げ加工やプレス加工により多面体コアを成型し、組み合わせて空間を充填する。接着剤を使用する必要がないため耐熱性の問題はない。平板をコンベアにのせ連続的に成型する効率的な製造法の研究もある⁽¹⁹⁾。折紙の特性に基づいたサンドイッチコアパネルは高剛性な機械特性を得るための設計のみでなく、安価かつ容易な製造法までを視野にいれ、輸送機や建築物などに用いられるべく研究されている。

このように、折紙に関する工学的研究はこれら 2 つの特性に基づいており、実に様々な工学分野において折紙の数理が取り扱われている。コアパネルに関しては、ハニカムコアパネルに続く次世代コアパネルが設計され、その大量生産のための製造手法が構築されており、着々と実用化に近づいている。しかし、折り畳み構造物に関しては、実用化まで成功したものは現在のところ宇宙構造物の折り畳みであり、残りの研究は大々的な実用化には未だ至っていないのが現状である。

本研究では、これら 2 つの特性のうち折り畳み性能に焦点を当てる。

1.2 従来の研究

本研究では折り畳み特性に焦点を当てるため、折り畳み可能な構造物の開発を支える幾何学的折り畳みモデルに関する従来の研究を、以下のように形状ごとに分類する。

① 平面の折り畳み

平面の折り畳みで最も基本的なものに平行四辺形要素を互い違いに配置したミウラ折り(図 1.1)があり、地図などの折り畳みに利用されている⁽²⁰⁾。図 1.1(a)の水平方向の折線をさらにジグザグにし一般化したものが図 1.1(b)であり Deployable Double Corrugation Surface (DDC)と呼ばれる⁽²¹⁾。DDC の構造は一軸方向に引張り・圧縮を加えると、力の方向とそれに垂直な方向の 2 方向に展開・収縮が起こる。図 1.1(c)~(e)に展開・収縮の様子を示す。幾何学的には 1 自由度の構造である。

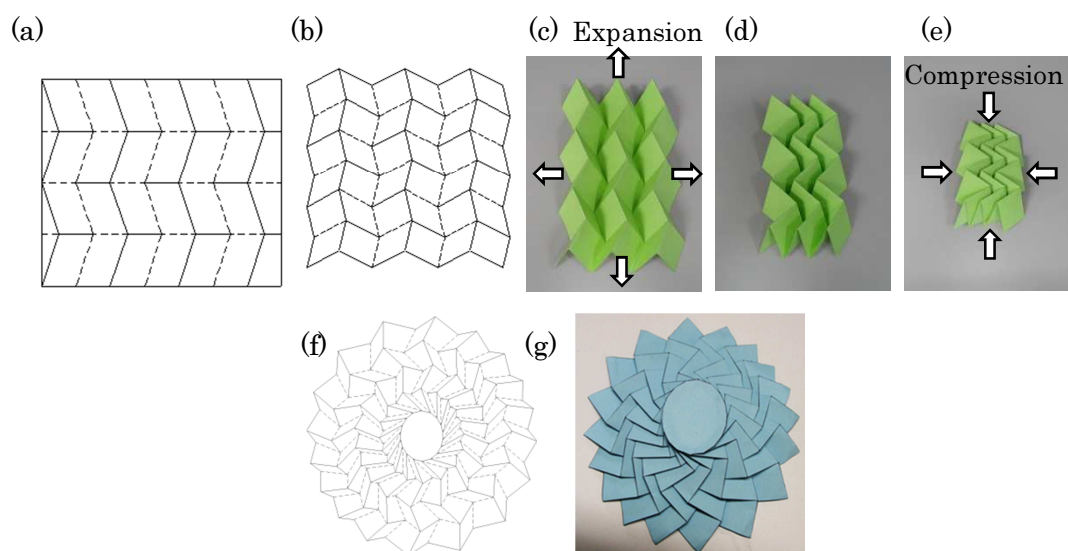


Fig. 1.1 Samples of Folding Patterns for Planar Structures. (a): Fold pattern of Miura-ori; (b): Fold pattern of Deployable Double Corrugation Surface (DDC); (c)~(e): Developing and Folding of DDC; (f): Fold pattern of Oval Tessellation extracted from the reference (22); (g): Origami model of (f).

DDC のジグザグな折線が 2 方向への同時展開・収縮を可能にすることから、図 1.1(f)に示すように、ジグザグな折線を中心周りに配置し、放射線状に展開・収縮する折り畳み構造も可能である⁽²²⁾。図 1.1(g)に実物折紙模型を示す。

② 筒形状の折り畳み

円筒の折り畳みモデルは、古くから折り畳み可能な構造として用いられているジャバラ(ベローズ)に加え、自然界に見られる物理現象や形状に倣って考案されてきた。物理現象との類似性としては座屈パターンとの対応がある^{(23)~(27)}。円筒折り畳みモデルの基本展開図を図 1.2(a)に示す。実線は山折線、破線は谷折線である。展開図の左端と右端が閉じて円筒を構成する。この折線構造は円筒の軸圧縮座屈モデルに対応している(図 1.2(b)および(c))。図 1.2(d)に示す折線構造はねじり座屈モデルに対応するものである。自家用車の衝撃吸収部材の研究に用いられる折線構

造はねじり座屈モデルを基に生まれたものである。自然界に見られる形状との類似性として、植物の螺旋模様を模擬(バイオミメティクス)して得られた折り畳みモデルがある⁽²³⁾⁽²⁴⁾。植物の葉の成長の仕方には規則性があり、茎の周りの葉のつき方(葉序)を基に、節点を配置し折線を加えたものが図 1.2(e)である。図 1.2(f)に図 1.2(e)を折って作成した実物折紙模型、図 1.2(g)に植物螺旋の例としてパイナップルの表面に現れる螺旋パターンを示す。さらに、従来のジャバラパターンを発展させ、柔軟な素材による曲げや折り目の移動がなくとも収縮・展開が可能なジャバラモデルも考案されている⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾。円筒折り畳み構造物を基本ユニットとし、それを空間充填するよう並べたセル型構造物⁽²⁹⁾は折り畳み家具の設計に利用されている。

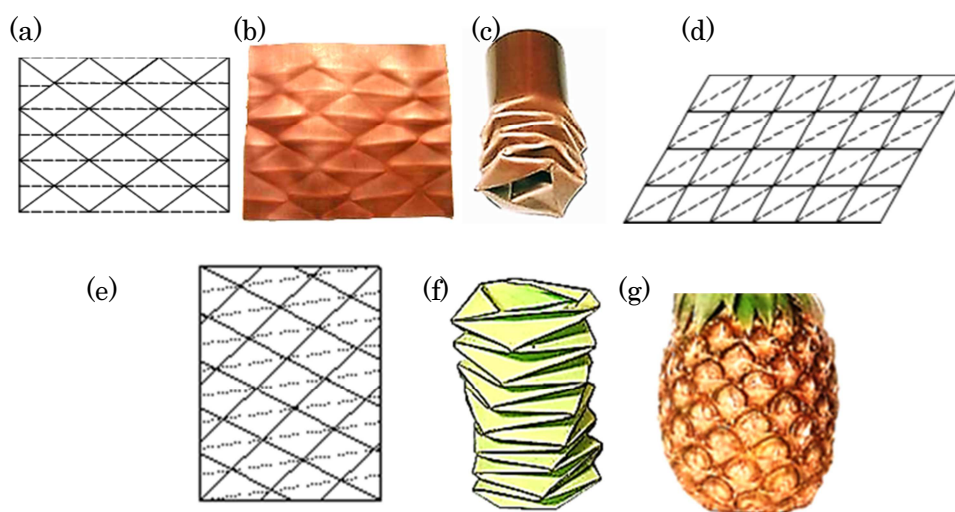


Fig. 1.2 Samples of Folding Patterns for Cylinders; (a): Origami pattern based on axial compressive buckling pattern of cylinder; (b): Developed bucking pattern of cylindrical shell made of copper; (c): Buckling of cylindrical shell made of copper; (d): Origami pattern based on torsional buckling of cylinder; (e): Origami pattern based on spirals on plant; (f): Origami model of (e); (g): Spirals on pineapple. All figures here are extracted from the reference (24).

円錐の折り畳みモデルも円筒の折り畳みモデルと同様に、座屈パターンから創成されたもの^{(23)~(25)(30)(31)}や、動植物の螺旋模様を模擬したもの⁽²³⁾⁽²⁴⁾⁽³²⁾⁽³³⁾がある。円錐の軸圧縮座屈モデルに対応している展開図を図 1.3(a)に、軸圧縮された円錐殻を引っ張り戻し、平面に展開したものを図 1.3(b)~(d)に示す。図 1.3(e)に示すのは植物の葉序を円錐形状にした折り畳みモデルの展開図であり、折り畳み後に隣り合う節点が黄金角をなすように等角螺旋状に並んでいる(図 1.3(g))。円錐殻を横から眺めると(図 1.3(f))、円錐の根本では節点は疎、円錐の頂点に近づくにつれ節点は密になる。これは、葉牡丹を横から眺めた際に葉の脱落痕は根本で疎、葉牡丹の中心に近づくにつれ葉は密になることと類似している(図 1.3(h)(i))。また、一般的な軸回転体は軸に垂直な平面で輪切りにすると円錐殻の集合体と近似できることから、円錐殻の折り畳みパターンを一般的な軸回転体の折り畳みへと拡張できる。球殻の折り畳みモデルや楕円殻の折り畳みモデル⁽³⁴⁾がある。

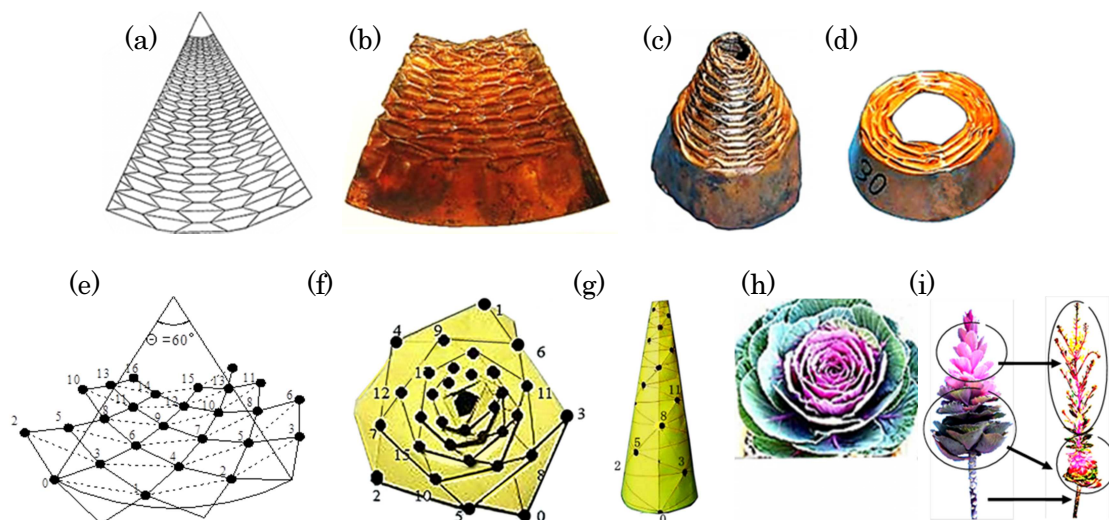


Fig. 1.3 Samples of Folding Patterns for Cones; (a): Origami pattern based on axial compressive buckling pattern of cone; (b): Developed buckling pattern of conical shell made of copper; (c) & (d): Buckling of cylindrical shell made of copper; (e): Origami pattern based on plant spirals arranged by golden angle; (f) & (g): Origami physical model of (f). Top view and side view, respectively; (h) & (i): Ornamental cabbage. Top view and side view, respectively; All figures here are extracted from the reference (24).

さらに、自然界に見られる物理現象や形状に倣ったこれらの折り畳み構造から、そのパターンのみを踏襲し、数値計算によって、設計変数を折り畳みのための条件を満たすように調整し、より一般的な形状の筒の折り畳みモデルへと拡張する手法⁽³⁵⁾が報告されている。この手法では、1枚の紙から折り畳み可能な筒を作することを前提としており、切り込みや中抜きを許容せず一般的な形状の筒を作成し折り畳むため、その折線パターンは要素形状が規則的ではない。

③ 円形膜の巻き取り

円形膜を巻き取り収納する方法は、工学的にはソーラーセイルの帆などの宇宙構造物や展開の容易なパラシュートの設計に利用される。ハブの周りに巻きつくように巻き取られる円形膜⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾はアルキメデス螺旋を基に折線が配置され(図 1.4(a)および(b))、それを平面を充填するように敷き詰めることにより、バラのブーケのような造形を生み出すこともできる⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾。バイオミメティクスの例としては、ひまわりの種子などの配列に見られる螺旋を模した円形膜⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾があり、等角螺旋を離散化した折線で構築される。

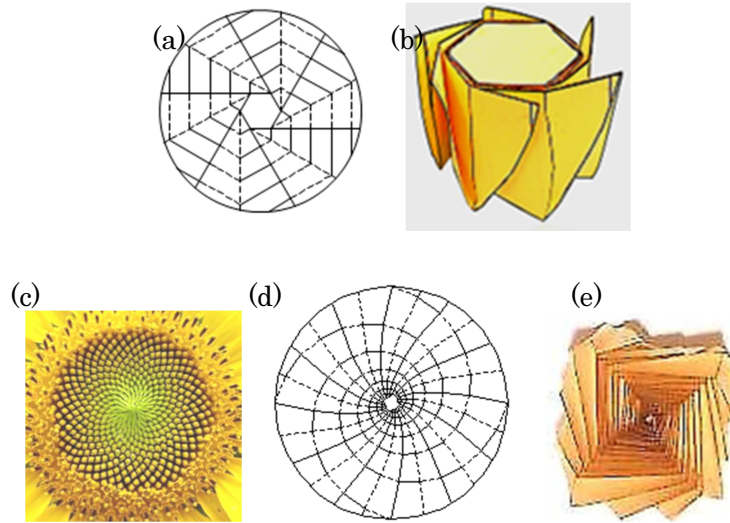


Fig. 1.4 Samples of Folding Patterns for Circular Membranes; (a): Origami pattern constructed by Archimedean spirals; (b): Origami model of (a), wrapped around a hub; (c) Pattern of sunflower's seeds; (d) Origami pattern based on plant-mimetics; (e): Origami model of (d), wrapped around a center. All figures here are extracted from the reference (24).

1.3 本研究の目的

前節で示したように、①平面の折り畳み、②筒形状の折り畳み、③円形膜の巻き取りといった様々な形状の折り畳み構造がこれまでに研究されてきた。これらの研究は平坦に折り畳み可能な条件を満たすように折線を決定するという手順は共通しているが、円筒であれば円筒の折り畳み、平面であれば平面の折り畳み・巻き取りといったように、折り畳みの対象となる形状それぞれに対して独立に折り畳みモデルが考案されてきた。そこで、本研究では等角写像変換⁽⁴²⁾を用いたこれらの形状を包括する折り畳み展開図の創出手法を提案する。提案手法は、既に知られている比較的簡単な折り畳み構造物の展開図から、より複雑な形状の構造物の展開図をシステムティックに得る手法である。異なる形状の折り畳みモデルを数学的変換式で結びつけ、複雑な形状をより簡単な形状へと落とし込んで展開図を作成する画期的な手法である。先行研究で得られた折り畳みモデルのうち、規則的な折線パターンで構成される円錐殻および円形膜は本手法においても展開図の創出が可能であり(アルキメデス螺旋からなるものを除く)、さらに、湾曲する筒の折り畳みモデル化では、先行研究のように多くの設計変数を用いずに必要最低限の設計変数で折り畳みモデルを構築できる。先行研究には規則性のない複雑な折り畳みモデルも含まれているが、実用化を考えれば製造プロセスを簡略化する必要があるため、規則性のある折線パターンで折り畳みを行えることは大きな貢献である。

本研究の目的を以下にまとめる。

①. 折り畳み展開図創出手法の簡素化：数学的変換を用いた手法の提案。

等角写像変換によって、既に知られている比較的簡単な折り畳み構造物の展開図から、より複雑な形状の構造物の展開図をシステムティックに得る手法を提案する。変換前と変換後の異なる構造間の関連性を明らかにし、複雑な形状をより簡単な形状へと落とし込んで折り畳みモデル化を行う。先行研究の折り畳み手法のように多数の設計変数を扱わず、必要最低限の設計変数だけで同形状の折り畳み展開図の創出が可能である。

②. 先行研究にない新しい折り畳み構造の創成.

本手法では複雑な構造の展開図ではなく、比較的簡単な展開図へと落とし込んで折り畳みモデルを考案するため、図形が簡略になり新規のアイデアを生み出しやすい。これにより、先行研究にない新しい折り畳み構造を創成する。

なお、本研究の前提条件として、折り畳み可能な構造は、柔軟であるが非弾性的であり、厚みが 0 の理想的な 2 次元平面で構成されとする。このような理想的な特性に近い特性をもつ材料として具体的には薄い紙がある。紙は折紙に基づいた折り畳みを考慮する際に先行研究においても用いられることの多い材料である。本研究においても折り畳みの検証には各章ごとに紙を用いた実物模型を作成する。

非弾性であるから、構造が完全に折り畳まれた状態(最終状態)での折線の長さが 2 次元展開図(初期状態)での折線の長さと等しいとして、折り畳みに必要な条件を立式する。つまり、初期状態と最終状態の 2 つの状態に置いて折線が伸縮しないことが平坦折り畳みの必要条件とする。これは、2 つの状態の間に存在する折り畳みの過程においても折線が伸縮せず 2 次元平面を保持できることを示してはいない。実際、先行研究には折り畳みの過程において折線が伸縮する構造も報告されている。しかし、伸縮が微小であり、非弾性的とされる紙を用いても破断せずに構造の折り畳みが行える場合には、折り畳み可能な構造として分類されている経緯がある。

本研究は、理想的な条件のもとで折り畳み可能な展開図を創成し、先行研究にない新規の折り畳みが可能な形状を明らかにするという概念設計の位置付けである。将来的なねらいは、材料の厚みや折り畳み過程での材料の伸縮による影響、折線や節点の機構としての取り扱いなどを考慮しながら、本研究結果をもとに、実用的な材料を用いて工学的に役に立つ折り畳み可能な構造へと応用することである。ハニカムコアパネルのように軽量かつ高剛性な機械的特性を活かした構造はすでに産業的に成功をおさめている。折紙のもう一つの特性である折り畳み可能な構造も、宇宙構造物の折り畳みに限らず、より幅広い分野へと応用できる可能性を秘めている。さらなる工学応用をいち早く実現し、折り畳み可能な構造の工学的価値を証明することが、今後のモチベーションである。

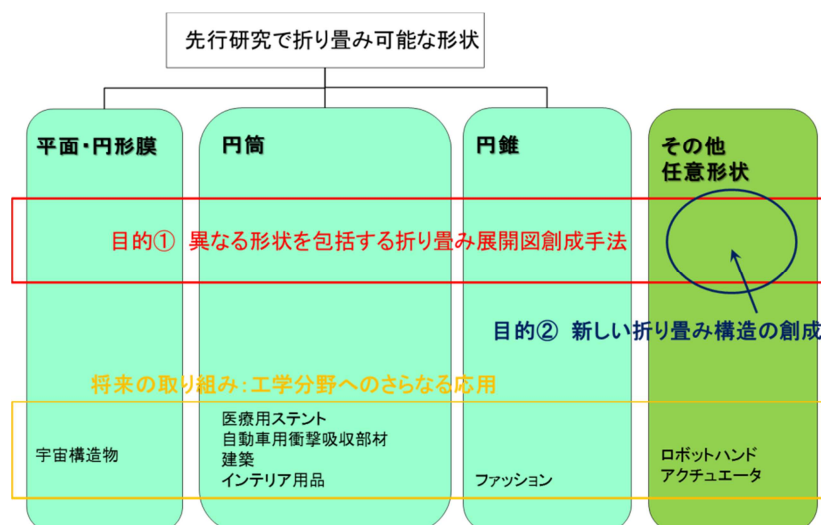


Fig. 1.5 Objectives of this research and future prospects.

1.4 本論文の研究内容と構成

本論文の研究内容および構成は以下のとおりである。

第 1 章は本論文の緒論である。

第 2 章「折紙の基礎理論と等角写像」では、まず、本研究の重要課題となる‘折り畳み’の概念について説明し、平面上に折り畳むために必要な折り畳みの条件、および円筒が折り畳まれた時にも円筒が閉じているために必要な閉じる条件について述べる。次に、本研究で取り扱う等角写像法について論じる。まず、各科学分野で用いられている等角写像法について概説し、特に流体力学で用いられる変換式をもとに、折り畳み可能な構造物設計へ応用するための指針を示す。

第 3 章「等角写像法による軸方向に折り畳み可能な円錐殻構造の展開図創成」では、第 2 章で述べた等角写像法のうち、渦糸の流れの変換を用いて、比較的単純な円筒の折り畳みモデルから、円錐殻の折り畳みモデルを創成する。円筒の閉じる条件を基に円錐殻の閉じる条件を立式し、写像変換によって得られた円錐殻折り畳みモデルにおいて、折り畳みの条件および閉じる条件式からの誤差を検証する。折り畳みの条件には誤差は生じないが、一般的に閉じる条件には誤差が存在するため、誤差をなくすための角度補正の手法について論じる。

第 4 章「等角写像法による巻き取り可能な円形膜の展開図創成」では、第 3 章と同じく渦糸の流れの変換を用いて、円筒形折り畳みモデルから、円形膜巻き取りモデルを創成する。同じ変換式を用いても設計変数を変化させて、全く異なる挙動を示す異なった形状を創成できることを述べると共に、その創成に必要な関係式を論じる。変換前の円筒展開図における段上昇数が、変換後に円周上から円中心へ向かう等角螺旋の本数となり、巻き取られた折紙模型は、螺旋の本数と同数の辺を有する多角形を形作る。これにより、任意の正多角形への巻き取りモデルだけでなく、円筒展開図の要素の辺長および角度を変化させることにより、異なる辺長をもつ多角形(長方形等)および異なる内角をもつ多角形(菱形等)への巻き取りモデルが創作可能となる。異なる辺長および内角を持つ巻き取りモデルは本研究で得られた新たな巻き取りモデルである。等角写像法によって変換前の比較的簡単な展開図において設計を行うことで、新たな形状の折り畳みモデルを創成し易くなる。

第 5 章「等角写像法による 2 方向に折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成」では、湧き出しの流れの変換式を用いて、円筒形折り畳みモデルから、湾曲する筒の折り畳みモデルを創成する。湾曲する筒の場合、筒の内径と外径の長さが異なるため、1 枚の紙の両端を閉じて成形することができない。よって、2 枚の同形の展開図を張り合わせて筒形状を形作る方法をとる。これにより、筒の軸方向へ折り畳んだ状態および初期の 2 枚の平板状態の 2 状態において平面構造となる 2 方向に折り畳み可能なモデルとなる。以上の手法に必要な条件式について論じ、得られた折紙模型およびその展開図を示す。さらに、1 回の写像変換で得られる湾曲する筒は一定曲率で湾曲するトーラスの一部であるが、設計変数を変化させ写像変換することで先ほどとは異なる曲率で湾曲する筒を得ることが出来る。これら 2 種類の展開図を適切に拡大・縮小すると、折線の対称性から、展開図を結合させることができる。これを繰り返すことにより、任意の曲率で湾曲する筒を折り畳むことができることを示す。任意の曲率で湾曲する筒であっても、折線の規則性は維持しており、構造物を製造する過程においても簡略化が期待できる。

第 6 章「薄膜構造物のための折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成」では、薄膜で湾曲する筒を製作することを前提として、湾曲した筒の立体形状を多面体近似し、平面上に展開、折り畳みに必要な折線を導入する手法を論じる。この手法により得られた展開図は円筒の展開図に、筒が湾曲した分だけ筒の内径側に切り抜きを入れた形状となっている。つまり、円筒の展開図を

基に, 切り抜き形状を変化させることで任意の異なる曲率で湾曲する筒を折り畳みモデル化することができることを示す. 最後に, 得られた展開図に等角写像法で変換を行うことにより, 円錐を湾曲した筒の折り畳みモデル化について論じる.

第 7 章「結論」では, 各章で得られた結論から, 等角写像法による折り畳みモデルの創成の利点・利用可能範囲についてまとめ, 本研究全体の総括とする. また, 今後の展望として, 2 枚平板の貼りあわせからなる折り畳みモデルを利用した, プレス加工と溶接で製造する折紙構造サイドメンバー, 円筒折り畳みモデルの折線部をトラス部材として置き換えた振動制御機構, 薄膜の折り畳みとアクチュエータ機構を融合したコンパクトかつ展開のし易い救命器具, といった折り畳み可能な幾何学的特性を活かした人に優しいものづくりへの応用可能性について述べる.

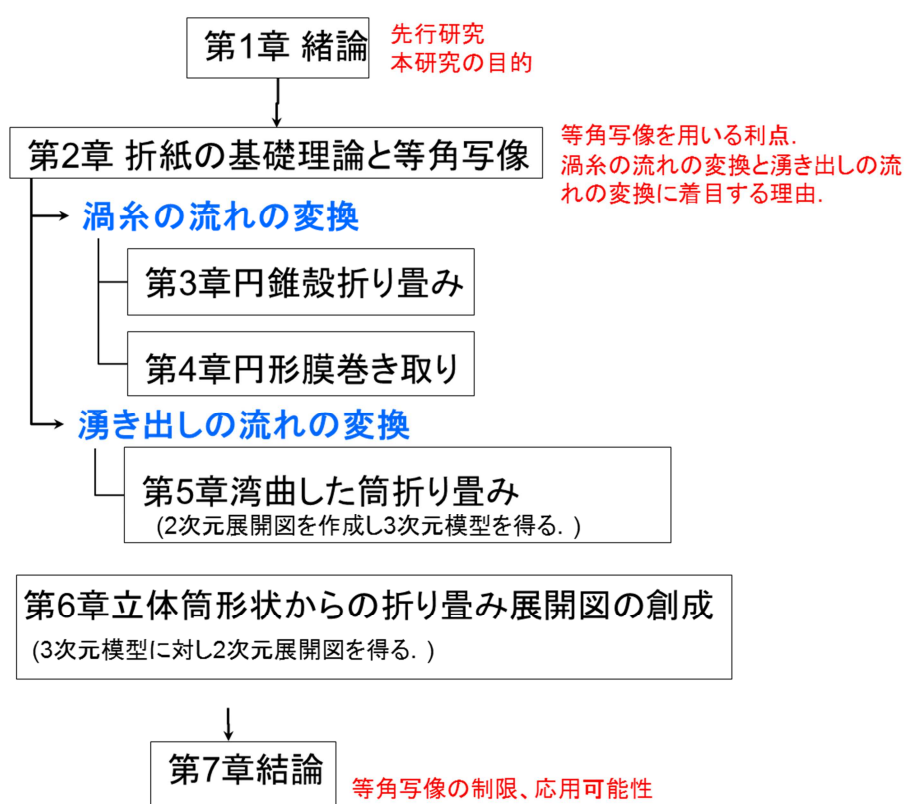


Fig. 1.6 Flowchart of this dissertation

第 2 章 折紙の基礎理論と等角写像

2.1 緒言

先行研究として、折り畳み可能なモデルには、ミウラ折り⁽²⁰⁾や 2 方向に一気に折り畳む Developable Double Corrugation (DDC) Surface⁽²¹⁾に代表される平面の折り畳み、円筒⁽²³⁾⁻⁽²⁹⁾・円錐^{(23)-(25), (30)-(33)}に代表される軸回転体⁽³⁴⁾の軸方向への折り畳み、円形膜⁽³⁶⁾⁻⁽⁴¹⁾の巻き取り、2 枚の平板で構成される円筒の 2 方向への折り畳み⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾など、さまざまなものが報告されている。これらのモデルの折り畳み可能な展開図は対象となる形状それぞれにおいて設計者が独自に行ったものであり、それぞれの形状間の関連性は考えられてこなかった。形状間の数学的関連性が明らかになれば、折り畳みモデルを 1 から考える必要はなく、比較的簡単で既知の展開図から複雑な展開図をシステムティックに得ることが出来る。これは設計者にとって効率的かつ分かりやすい。また、数学的変換により、未だ知られていない折り畳みモデルが生み出される可能性もあり、新規性もある。本研究では、数学的変換として等角写像⁽⁴²⁾を用いる。折り畳み可能な展開図の創成を行う際、折線のなす角度によって構造の機能性が大きく変化するため、角度の設計が非常に重要である。よって、変換前と変換後で折線のなす角度がそのまま保存される等角写像変換を用いることが折り畳み可能な展開図の創成においては非常に都合がよい。

本章では、折り畳み可能な展開図を創成するにあたり、まず、折紙の基礎理論である折り畳みの条件と閉じる条件について述べる。次に、本論文の主要な手法となる等角写像について、その定義を述べ、各科学分野で用いられている等角写像の応用例を示す。さらに、流体力学で用いられている等角写像に着目し、等角写像を折り畳み可能な展開図の創成へ応用するための指針を示す。

2.2 折紙の基礎理論

2.2.1 折り畳みの条件

本研究の重要課題となる‘折り畳み’に関して、基本となる考え方と関係式を以下に述べておく。

図 2.1 に示すように、1 枚の紙の中心に原点 O をとり、原点 O を中心に 4 本の折線を入れ紙を折ることを考える。4 本の折線の端点をそれぞれ A, B, C, D とし、折線によって構成される原点 O 周りの角度をそれぞれ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ とする。紙が完全に開いている状態(Condition1)では原点 O 周りの角度の和は 2π であるから、次式が成り立つ。

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi \quad (2.1)$$

4 本の折線によって紙が折られ、平坦に折り畳まれた状態(Condition2)になったとする。紙を 1

回折る操作で角度は反転するので、初期状態(Condition1)とは異なる平面的な状態(Condition2)では、次式が成り立つ.

$$\alpha - \beta + \gamma - \delta = 0 \quad (2.2)$$

式(2.1)および式(2.2)から次式が得られる.

$$\alpha + \gamma = \pi \quad (2.3)$$

これは4つに分割された中心角を1つ置きに足し合わせると 180° になることを示す. このとき, 線分 OA, OB, OD が山折線, 線分 OC が谷折線に対応している. 3本の山折線と1本の谷折線であるが, 紙を裏返してみると, 3本の谷折線と1本の山折線と同義である. 4折線の場合, 式(2.3)が成り立っているとき, 原点 O の周りにおいて平坦に折り畳むことができる. 式(2.3)を, 4折線の場合の折り畳み条件式⁽²⁶⁾ (もしくは, 平坦折りを行うための補角の条件⁽³⁹⁾)と呼ぶ.

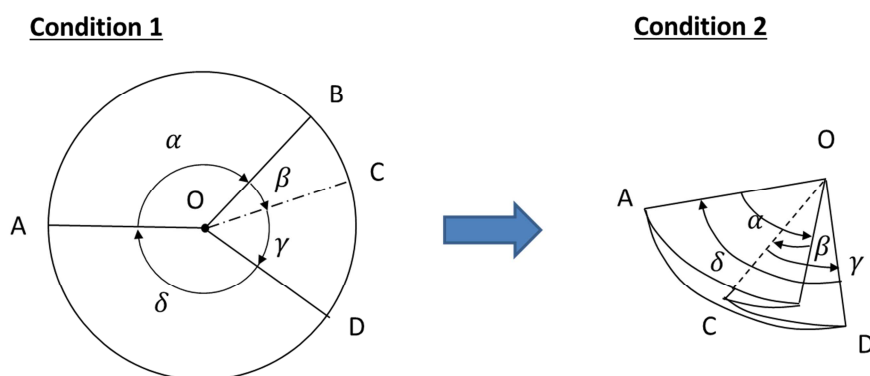


Fig. 2.1 Concept of folding a sheet of paper by four fold lines; Condition 1 and 2 show the initial state and folded state onto plane.

同様の議論を原点 O の周りに 6 本の折線を入れて行くと, 平坦に折り畳みが可能な折線のタイプは図 2.2(a)および(b)に示す通り 2 通り存在する. どちらも, 4 本の山折線と 2 本の谷折線(すなわち 2 本の山折線と 4 本の谷折線と同義)から構成される. どちらの場合も, 平坦に折り畳むことが出来る時, 次式が成り立つ.

$$\beta - \alpha = \delta - \gamma + \theta \quad (2.4)$$

式(2.4)を 6 折線の場合の折り畳みの条件式⁽²⁶⁾と呼ぶ.

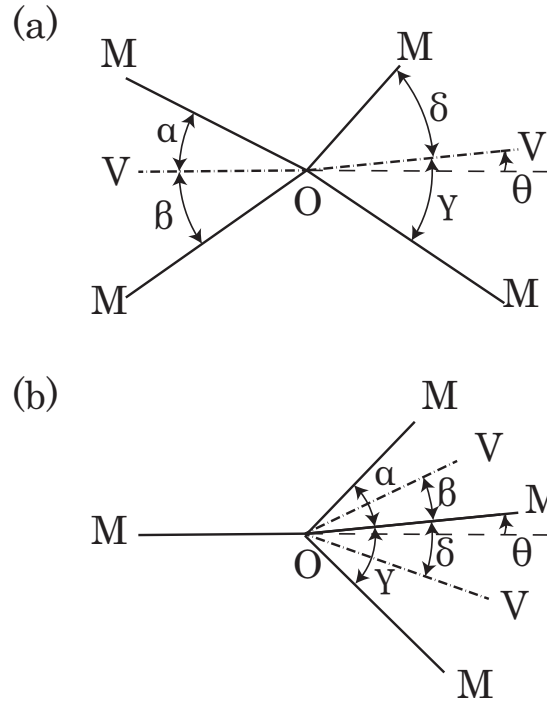


Fig. 2.2 Conditions for Flat Folding with six fold lines; There are two folding types, which consists of four mountain and two valley fold lines. Here, lines (‘—’), dashed-dotted lines(‘-.-’) and broken lines (‘---’) show mountain fold, valley fold and the subordinate lines, respectively.

折線を入れることは角度を反転させることであるため、正回転を G(Go), 反回転を R(Return) とすると、折線を入れる操作は $G R G R G R \cdots$ (もしくは $R G R G R G \cdots$) と表現できる。もし、G や R が連続して起こる、すなわち GG や RR が存在するならば、その間の折線は折線として機能しておらずダミーの折線となる。よって、 $G R$ (もしくは $R G$) は 1 セットの操作としてとらえられ、平坦に折り畳まれるためには節点周りの折線の本数は偶数本である必要がある。最小の 2 本の折線からなる構造とは、紙を半分に折った構造であり、その折線は他のどの折線とも交わることはできないから、折り畳み可能な構造を創出する観点から本論文では対象としない。よって、本論文では以上に述べた 1 節点周りに 4 折線と 6 折線からなる構造を取り扱う。

2.2.2 円筒の閉じる条件

折紙では 1 枚の紙から筒を形成するので、紙の両端を互いに閉じる必要がある。紙の両端が同じ形状をしていれば、筒が立体的な状態で閉じることができる。しかし、この筒を折り畳んだ状態でも両端が開かずに閉じているためには、満たすべき条件式が存在する。これを閉じる条件と呼ぶ。本節では、最も簡単な円筒の折り畳みモデルで、円筒の閉じる条件について論じる。

図 2.3(a)に示すのは、基本的な円筒の折り畳みモデルである。1 節点あたり 6 本の折線で構成される。辺 AC と辺 BD が平行であるため、辺 AC と辺 BD を閉じ円筒を形成する。図 2.3(a)は平行四辺形の要素が平面を充填するように配置されているので、図 2.2(a)に示した折線図の $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$, $\theta = 0$ に対応しており、どの節点においても式(2.4)の折り畳みの条件を満たしているため、円筒を軸方向に折り畳むことが出来る。平坦に折り畳んだ時にも筒形状を維持するためには、辺 AC と辺 BD が離れずに閉じていなければならない。そのための条件、すなわち、円筒の閉じる条件を立式するために、図 2.3(a)に示す

ように水平方向に要素の中心を通る帯を抜き出す(図 2.3(b)). 水平方向の要素数を N とすると, 円筒 1 周あたり, 帯は N 本の山折線と N 本の谷折線で構成される. 図 2.3(c)に示すように, 要素は 1 回の山折りにより $2(\alpha + \beta)$, 1 回の谷折りにより -2α 回転する. すなわち, 回転の合計は $N\{2(\alpha + \beta) - 2\alpha\} = 2N\beta$ である. 回転の合計が 2π になること, つまり, 次式が円筒の閉じる条件である.

$$2N\beta = 2\pi \quad (2.5)$$

図 2.3(a)では $\beta = \pi/6$, $N = 6$ であるから, 式(2.5)を満たし, 円筒は平坦に畳まれた時も辺 AC と辺 BD は厳密に閉じており, 円筒形が崩れることはない. α は任意に決定できる. 図 2.3(d)に, 筒形状を維持したまま折り畳まれる円筒の模型を示す.

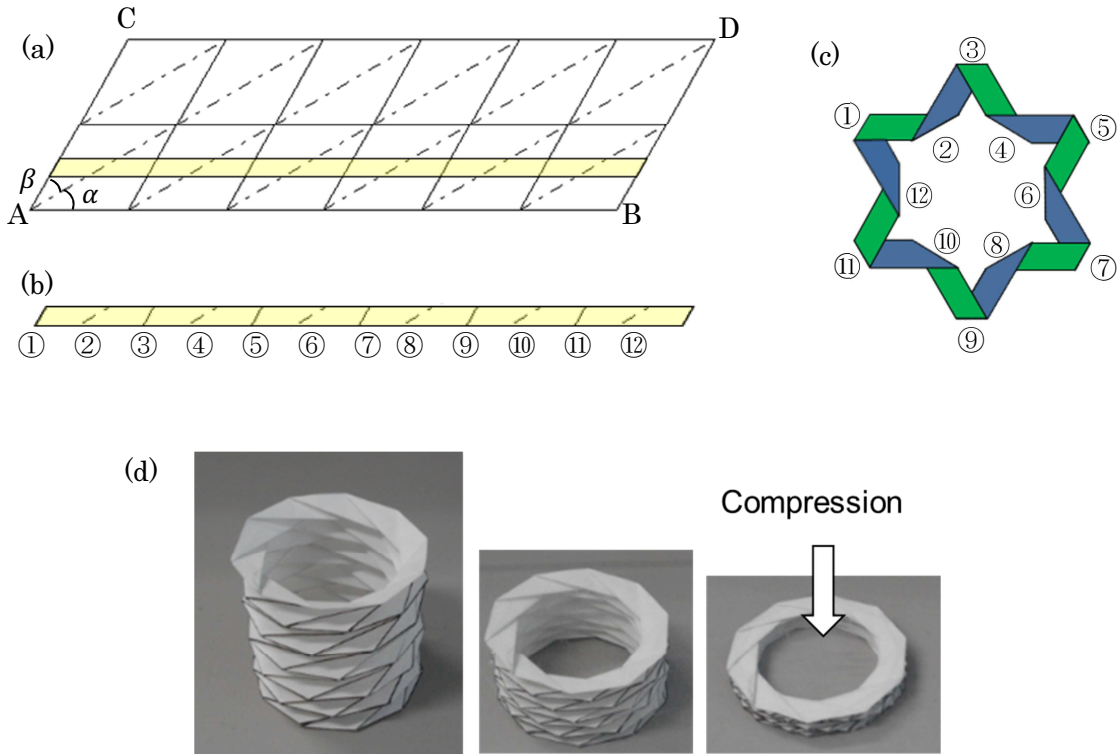


Fig. 2.3 Closing Condition for Cylinder ($N=6$); (a): Origami fold pattern for cylinder; (b): Extracted band and fold lines on it; (c) Folding of the band; (d): The physical model of flat-foldable cylinder.

次に, 図 2.3(a)に示した展開図に, 段差を付けて切断した時を考える. 図 2.4(a)では水平方向の要素数 $N=7$ とし, 段数 $D=1$ をつけて切断した. 切断面が水平になるように置いたものが図 2.4(b)である. 右端に段上昇数 $D=1$ がある. D は整数であるから, 辺 AC と辺 BD を閉じ円筒を形成した時, 折線は連続となる. 段上昇 D による上昇角を θ とする. 図 2.3(a)と同様, 平行四辺形要素の平面充填であるから, 折り畳みの条件式(2.4)を満たす. この時の閉じる条件式について考える. 図 2.4(b)から帯を抽出したものを図 2.4(c)に示す. 円筒 1 周あたり, 通常の N 本の山折線と $(N+D)$ 本の谷折線に加え, 段上昇数 D 本の追加の山折線から構成される. 1 回の折りに対する回転角はそれぞれ $2(\alpha + \beta + \theta)$, $-2(\alpha + \theta)$, 2θ であるから, 回転の合計は $N \cdot 2(\alpha + \beta + \theta) - (N+D) \cdot 2(\alpha + \theta) + D \cdot 2\theta = 2N\beta - 2D\alpha$ となる. つまり, 段上昇 D が存在するときの円筒の閉じる条件式は次式となる.

$$2N\beta - 2D\alpha = 2\pi \quad (2.6)$$

図2.4(a)では $\alpha = \beta = \pi/6$, $N = 7$, $D = 1$ であるから, 式(2.6)を満たし, 円筒は平坦に畳まれた時も辺 AC と辺 BD は厳密に閉じている. 図2.4(e)に, 筒形状を維持したまま折り畳まれる円筒の模型を示す. $D = 0$ の時, 式(2.6)は式(2.5)へと縮退する.

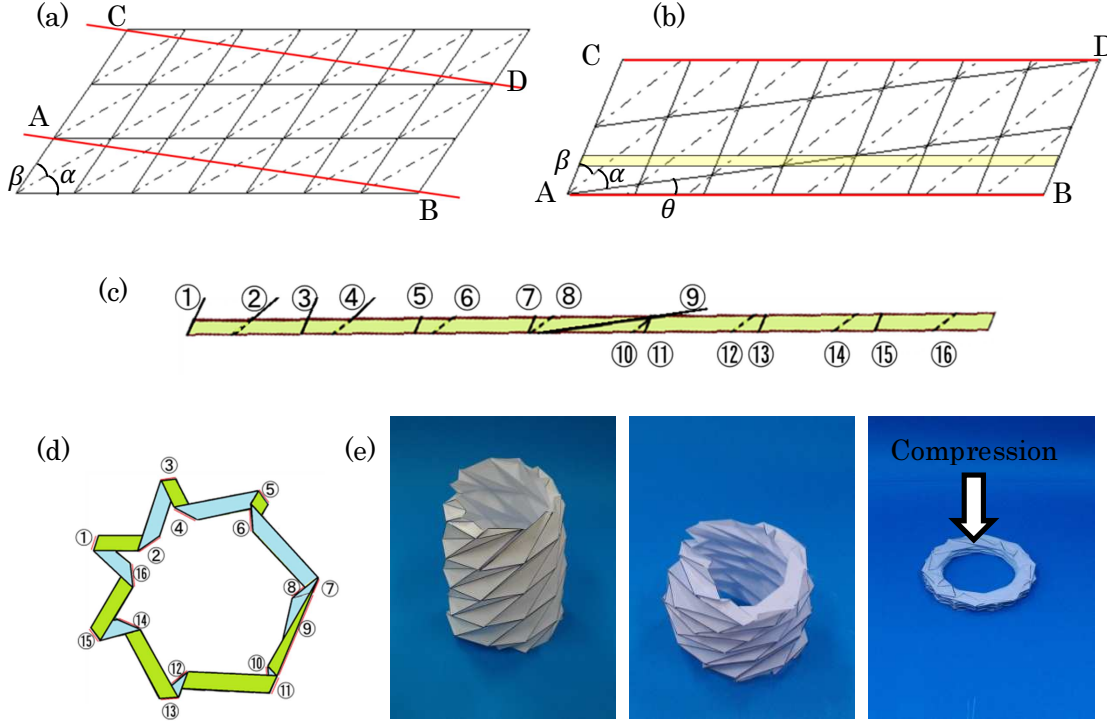


Fig. 2.4 Closing Condition for Cylinder with Ascending Steps ($N=7$); (a) and (b): Origami fold pattern for cylinder; (c): Extracted band and fold lines on it; (d) Folding of the band; (e): The physical model of flat-foldable cylinder.

次に, 1 節点に 4 本の折線から成るモデルとして, 図 2.5 に示すジャバラモデルの閉じる条件を考える. 図 2.5(a)に示すのは円筒ジャバラの展開図である. 右左両端が閉じ円筒を形成する. 台形要素が平面を充填するように配置されているため, 折り畳みの条件式(2.3)を満たし円筒は高さ方向に折り畳まれる. これに段差をつけて切断する場合を考える. 図 2.5(b)では水平方向の要素数 $N=4$ とし, 段数 $D=2$ をつけて切断した. 切断面が水平になるように置いたものが図 2.5(b)である. 先と同様, 図 2.5(b)から帯を抽出したものを図 2.5(c)に示す. 円筒 1 周あたり, N 本の山折線と N 本の谷折線から構成される. 1 回の折りに対する回転角はそれぞれ $2(\alpha + \theta)$, -2θ であるから, 回転の合計は $N\{2(\alpha + \theta) - 2\theta\} = 2N\alpha$ となる. つまり, ジャバラモデルの円筒の閉じる条件式は次式となる.

$$2N\alpha = 2\pi \quad (2.7)$$

ジャバラモデルの円筒では, 段上昇 D が存在しても, 閉じる条件式(2.7)には段上昇 D の項は含まれない. 図 2.5(b)では $\alpha = \pi/4$, $N = 4$ であるから, 式(2.7)を満たし, 円筒は平坦に畳まれた時も辺 AC と辺 BD は閉じている.

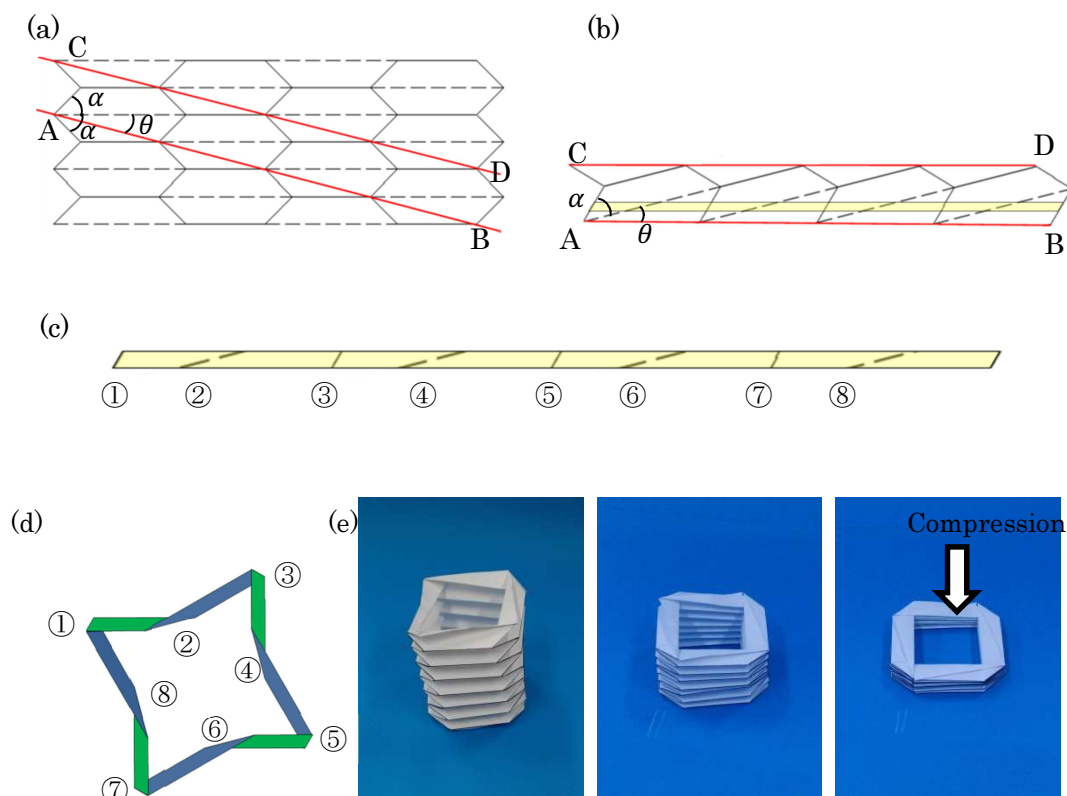


Fig. 2.5 Closing Condition for Cylinder with Ascending Steps ($N=4$); (a) and (b): Origami fold pattern for cylinder; (c): Extracted band; (d) Folding of the band and fold lines on it; (e): The physical model of flat-foldable cylinder.

このように、対象とする折線モデルによって閉じる条件式は異なる。ここでは、基本的な円筒折り畳みモデルのうち、1節点6折線からなるモデルとジャバラモデルの閉じる条件を考察した。その他の折り畳みモデルの閉じる条件に関しては、次章以降で対象とするモデルに対して検証する。

2.3 等角写像

2.3.1 等角写像の各科学分野にみる応用例

等角写像とは、2つの座標系 $\xi-\eta$ 座標系と $x-y$ 座標系において、 $\xi-\eta$ 座標系における任意の2つの線を $x-y$ 座標系に変換するとき、変換の前後において2つの線のなす角が等しく保たれる写像をいう。等角写像は古くから物理学の分野でポテンシャル場を等高線や流線で表現するために広く用いられてきた。例えば、ニュートン力学における重力場、電磁気学における電磁場、流体力学における流れ場などである。図2.6にそれぞれの概念図を示す。

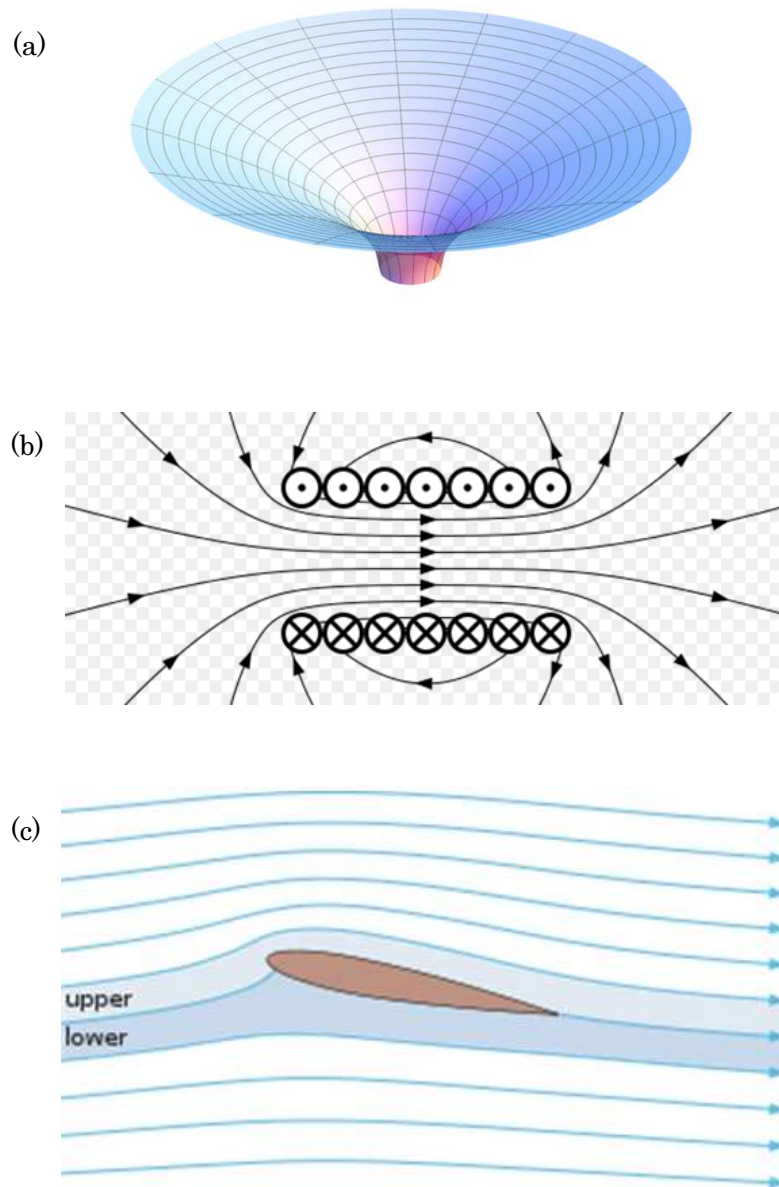


Fig. 2.6 Concepts of Potential Fields; (a): Gravitational field by Newton's theory; (b): Solenoid and its magnetic field lines. The shape of all lines is correct according to the laws of electrodynamics; (c): Potential-flow streamlines around an airfoil at 11° angle of attack, with upper and lower streamtubes identified. All figures are extracted from the references (43), (44) and (45), respectively.

本論文では、流体力学で用いられる等角写像を例にとり、基本的な関係式と、それを用いた折紙の数理に基づいた折り畳み可能な構造の展開図創成への応用指針について述べる。

2次元の非圧縮渦なし流れにおいて、流れの平面を $x-y$ 平面にとる。流体の速度ベクトルを $\vec{U} = (u, v)$ とすると、

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (2.8)$$

をみたすようなスカラー関数 Φ が存在し、 Φ は速度ポテンシャルと呼ばれる。また、連続の式を満たすために、速度ベクトル $\vec{U} = (u, v)$ は任意の関数 $\Psi(x, y)$ を用いて、

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2.9)$$

と表され、 Ψ は流れの関数と呼ばれる。 $\Psi(x, y) = \text{const.}$ で表される曲線が流線である。式(2.8)および式(2.9)をまとめると、

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{cases} \quad (2.10)$$

となる。式(2.10)はいわゆる Cauchy-Riemann の関係式となっており、 $\Phi + i\Psi$ は $x + iy$ の解析関数、すなわち、

$$f = \Phi + i\Psi = f(z), \quad z = x + iy \quad (2.11)$$

である。流体力学における解析関数 f とは、 $x-y$ 平面における実際の流体現象を、 $\Phi-\Psi$ 平面へ写像するための変換式であるといえる。代表的な例を図 2.7 に示す。図 2.7(a)を $\Phi-\Psi$ 平面として、図 2.7(b)に $x-y$ 平面での渦糸の流れ($f = ik \log z$)、図 2.7(c)に湧き出しの流れ($f = k \log z$)、図 2.7(d)に 2 重湧き出しの流れ($f = -k/z$)、図 2.7(e)にくさび型領域での流れ($f = kz^2$)を示す⁽⁴²⁾。図 2.7(b)～(e)に表される実際の流れ場では、速度ポテンシャルの等高線($\Phi = \text{const.}$)と流線($\Psi = \text{const.}$)は絶えず直交する。これらの流れ場をそれぞれの写像変換 f によって得られる流れ場(図 2.7(a))においても、速度ポテンシャルの等高線は直交し、角度が保存、すなわち、等角で写像されていることが分かる。

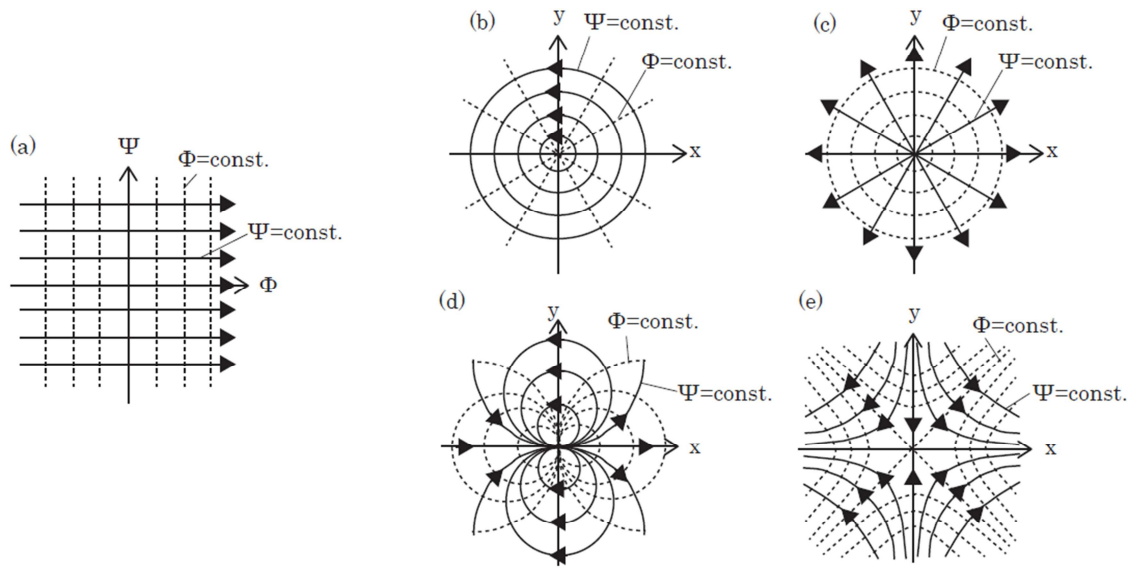


Fig.2.7 Samples of conformal transformation on fluid flows; (a): an analytic flow on $\Phi - \Psi$ plane ;
(b): $f = ik \log z$; (c): $f = k \log z$; (d): $f = -k/z$; (e): $f = kz^2$, where k is constant.

2.3.2 折り畳み可能な構造の展開図創成への応用指針

このように、変換を視覚的にとらえたところで、速度ポテンシャルの等高線($\Phi = \text{const.}$)および流線($\Psi = \text{const.}$)を折線として置き換えて見てみる。すると、写像変換をどのように折紙へ応用するかが見えてくる。つまり、図 2.8(a)に示すように、 $\Phi - \Psi$ 座標系において、既知でシンプルな折紙展開図をあらかじめ作成しておき、それに対して変換(ここでは逆変換 f^{-1})を行う。 $x - y$ 座標系では変換 f^{-1} によって様々なタイプの折紙展開図が自動作成される(図 2.8(b)~(e))。従来、複雑な展開図を作成するには知識と経験が必要でありそれなりの手間と時間がかかるものであるが、図 2.8 に示したような変換を行う作業は非常に簡単である。また、等角写像変換を折紙に応用する利点として、変換の前後で図形の角度が保存されるという点がある。折り畳みモデルを工学応用する際、角度の設定が重要になる場合が多い。よって、変換前に設定した角度がそのまま変換後も保存されるのは角度を制御するうえで非常に都合がよい。

折紙とは、1 枚の紙に折線をデザインすることであるといえる。一般的に、折線は曲線であっても構わない。しかし、曲線の折線に囲まれた平面は曲面を形成するため、平面上に折り畳むことが可能な構造を扱う本論文の趣旨に反する。よって、本論文では直線の折線に限定する。直線の折線を生成する手法としては、折線を変換するのではなく節点座標を変換し、変換後の節点を変換前の節点の関係と同様に線分で結ぶものとする。つまり、変換前に山折り線で結ばれている節点は山折り線で、変換前に谷折り線で結ばれている節点は谷折り線で結ぶ。この時、等角写像変換を用いても、変換の前後で角度は厳密に保存されない。図 2.9 に示すように、変換前の角度 γ は、2 本の折線そのものを変換した角度 γ' に等しいが、節点を変換して得られた節点を直線で結んだ新たな折線の成す角 γ'' とは一般的に等しくないからである。ゆえに、変換前に平坦折り畳みが可能な設計であったとしても、変換後にも折り畳みが可能であるとは現段階では言えない。変換後の構造が平坦折り畳みに必要な条件を満たすよう、誤差の検証および角度の補正を次章以降で行う。

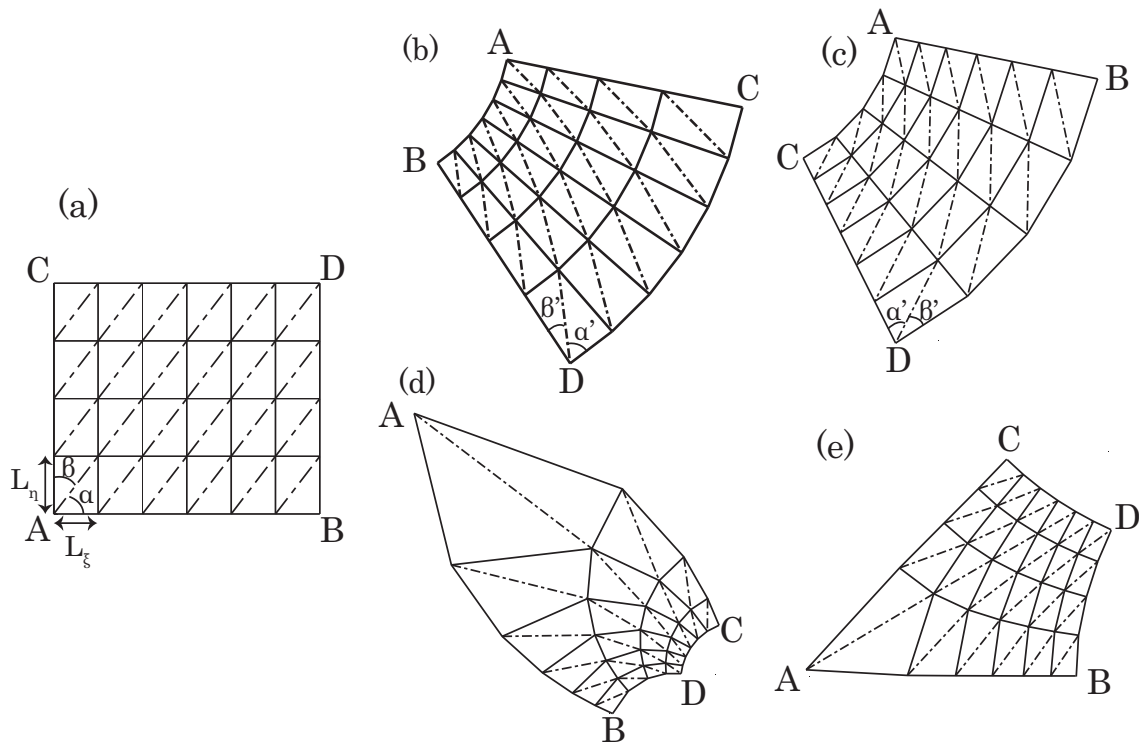


Fig. 2.8 Analogy to Origami Patterns on the Original and Transformed Planes; (a) is a fold pattern on the original plane; (b), (c), (d) and (e) are fold patterns by the transformation shown in Fig. 2.7 (b), (c), (d) and (e), respectively.

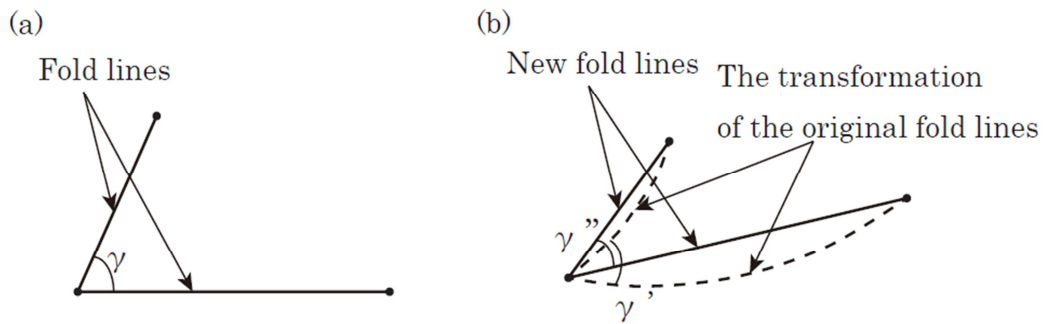


Fig. 2.9 Definition of Fold Lines; (a) The original fold lines; (b): The new fold lines and transformed lines.

第3章 等角写像を用いた軸方向に 折り畳み可能な円錐殻構造の展開図創成

3.1 緒言

これまでに、Deployable Double Corrugation Surface (DDC)に代表される平面の折り畳み⁽²¹⁾、円筒・円錐に代表される筒形状の折り畳み^{(23)~(33)}、巻き取りが可能な円形膜^{(36)~(41)}など、様々な形状の折り畳み構造が研究されてきた。これらの折り畳み構造をより広く工学へ応用するため、数学的にこれらの構造間の関連性を明らかにし、設計者にとって効率的で分かりやすい手法を提案すること、また新規の折り畳み構造を開発する手助けとなる手法が必要である。

流体力学分野では、等角写像によって、簡単な一様流から複雑な流れが生成できたのと同じ手法で、簡単な展開図からより複雑な展開図が得られる指針が第2章において示された。本章では、円筒の展開図を基として、渦糸の流れの変換を用いて、折り畳み可能な円錐殻の展開図を創成する。円錐殻を形成するための閉じる条件および平坦に折り畳みが可能であるための折り畳み条件を検証し、誤差解析を行う。さらに、これらの条件を厳密に満たすための角度補正について述べる。

3.2 定式化

図3.1(a)に示すのは、典型的な折り畳み可能な円筒の展開図である。例として、1節点に6本の折線が集まる1節点6折線モデルを示している。横方向に並ぶ長方形要素の数 N は6であり、図に示す2つの角度は $\alpha = \pi/3$ 、 $\beta = \pi/6$ である。長方形要素1つの底辺の長さを L_ξ 、高さ方向の長さを L_η とする。一方、図3.1(b)に示すのは、図3.1(a)を渦糸の流れの変換(図2.2(b))によって変換して得られた展開図である。角度 α' 、 α'' 、 β' および β'' はそれぞれ角度 α および β の変換後の角度である。ここで、 $\varsigma = \xi + i\eta$ および $z = x + iy$ をそれぞれ変換前および変換後の平面の複素数表記とすると、渦糸の流れの変換は次式で表される。

$$\varsigma = i \cdot k \log z \quad (3.1)$$

すなわち、

$$\begin{cases} x = \exp \frac{\eta}{k} \cdot \cos \frac{\xi}{k} \\ y = -\exp \frac{\eta}{k} \cdot \sin \frac{\xi}{k} \end{cases} \quad (3.2)$$

である．ここで， k は定数である．展開図全体の境界のうち，辺 AC および BD は図 3.1(a)では高さ方向であったが，図 3.1(b)では放射線方向へと変換され，辺 AB および CD は図 3.1(a)では横方向であったが，図 3.1(b)では円周方向へとそれぞれ変換される．図 3.1(a)に示す円筒モデルは辺 AC と BD を閉じて円筒を形成する．図 3.1(a)を変換して図 3.1(b)を作成したことから，図 3.1(b)においても辺 AC と BD が閉じるように考えると，図 3.1(b)は円錐殻の折り畳みモデルとなることが期待される．よって，本章では，式(3.1)に示した渦糸の流れの変換式を用いて，円筒折り畳みモデルの展開図から円錐殻折り畳みモデルの展開図を生成するための手法を明らかにする．

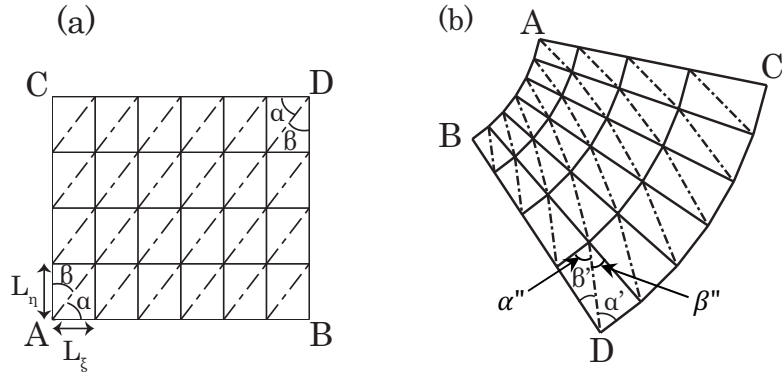


Fig. 3.1 Fold patterns on the original and transformed planes; (a) is a fold pattern of cylindrical structures on the original plane; (b) is the fold pattern by the transformation of a flow with a vortex filament shown in Fig. 2.2 (b).

1 節点に 6 本から成る折り畳みモデルの折り畳みの条件は，式(2.4)で表される．変換前の図 3.1(a)において，長方形要素は平面を充填するように配置されているのですべての要素形状は合同であり，すべての節点において折り畳みの条件式 (1.4) を満たす．つまり，平坦に折り畳むことが可能である．円筒を形成するために辺 AC と辺 BD が閉じるが，平坦に折り畳んだ時にも辺 AC と辺 BD が離れずに閉じているための閉じる条件は，式(2.5)で表される．図 3.1(a)では $\beta = \pi/6$ ， $N = 6$ であるから，式(2.5)を満たし，円筒は平坦に畳まれた時も辺 AC と辺 BD は閉じており，円筒形が崩れることはない．

ここで，より一般的な 1 節点 6 折線からなる円筒折り畳みモデルの展開図例を図 3.3(a-1), (b-1), (c-1) および (d-1) に示す．図 3.3(a-1), (b-1), および (c-1) の横方向の折線は全て水平であるが，図 3.3(d-1)には上昇角 θ がある．展開図の左右両端を閉じた時に折線が連続であるには，横方向の要素が 1 周したときに高さ方向の要素が整数段 D 上昇するよう，上昇角 θ は離散値をとる．図 3.3(d-1)は $D = 2$ の例である．これらそれぞれの展開図において，角度 α および β を一定とし，1 要素の底辺の長さ L_s を変化させることにより，変換後の座標系の原点と 1 要素がなす角を中心角 ϕ と定義して，1 つの展開図から異なる中心角 ϕ を持つ円錐殻展開図 3.3(a-2)～(a-4)，(b-2)～(b-4)，(c-2)～(c-4) および (d-2)～(d-4) を得ることができる．

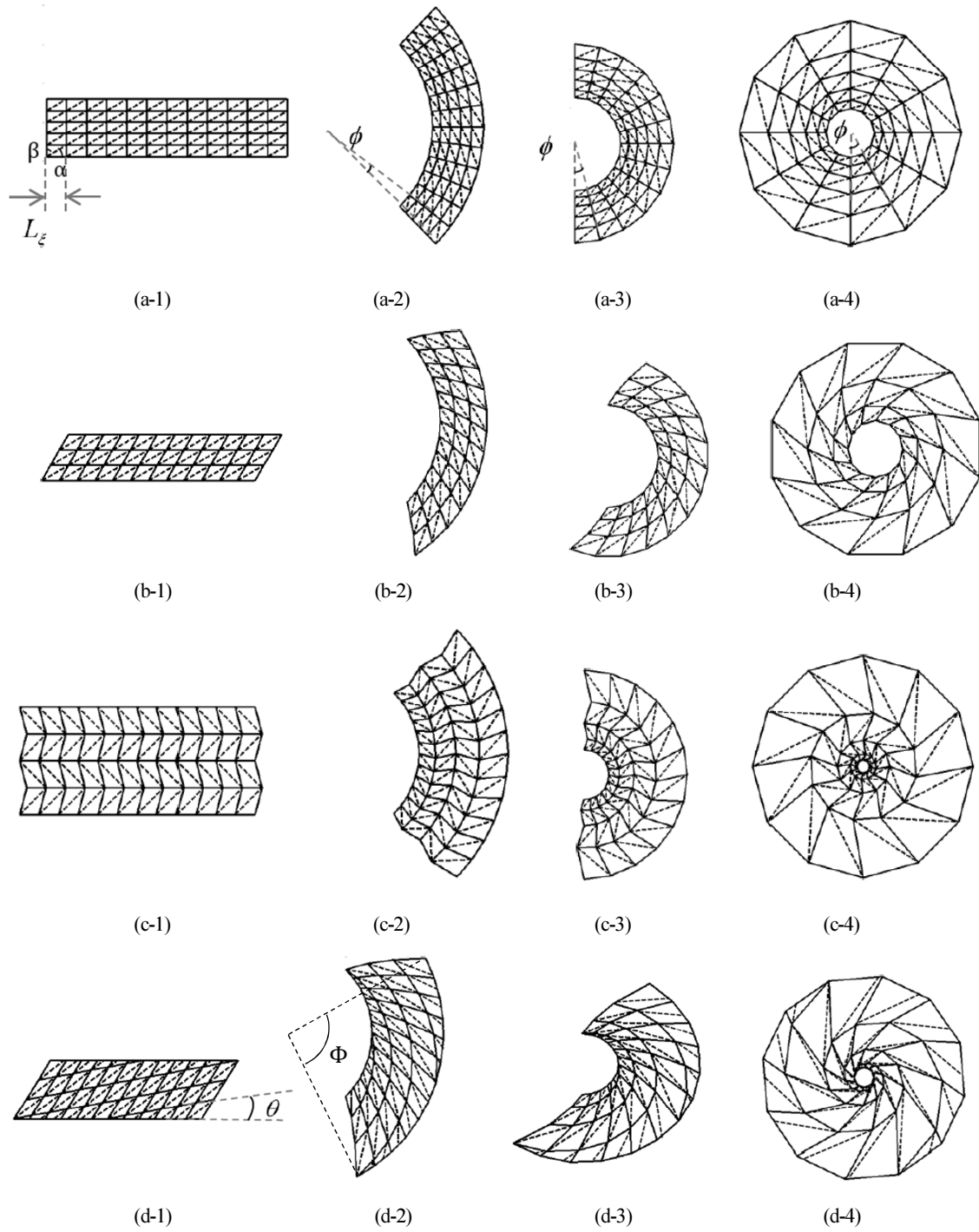


Fig. 3.3 Samples of transformation of patterns with six folding lines. (a-1), (b-1), (c-1) and (d-1) are original fold patterns of cylindrical structures. Others are translated fold patterns of conical structures or circular membranes. By changing L_{ξ} , one original pattern provides various transformed patterns with different center angle Φ .

渦糸流れの変換式(3.1)により，上昇角 θ ，総中心角 Φ と底辺の一边の長さ L_ξ に成り立つ幾何学的関係式は，

$$\Phi = \frac{N \cdot L_\xi \cos \theta}{k} - \frac{D \cdot L_\eta \cos(\alpha + \beta + \theta)}{k} \quad (3.4)$$

と表される．上昇角 θ は

$$\tan \theta = \frac{D \cdot L_\eta \sin(\alpha + \beta)}{N \cdot L_\xi - D \cdot L_\eta \cos(\alpha + \beta)} \quad (3.5)$$

で決定される．図 3.3(a-1), (b-1), (c-1)および(d-1)を変換前の円筒の展開図として，図 3.3 (a-2), (b-2), (c-2) および(d-2)は $\phi = 0.1309 \approx \pi / 24$ ，図 3.3 (a-3), (b-3), (c-3)および(d-3)は $\phi = 0.2618 \approx \pi / 12$ となるようにそれぞれ変換を行い円錐殻展開図を得た例である．図 3.3 (a-4), (b-4), (c-4)および(d-4)は $\phi = 0.5236 \approx \pi / 6$ であり中心角の総和 $\Phi (= N \cdot \phi)$ が 2π となるため，円形膜展開図となる．

同様に，1 節点 4 折り線からなるジャバラ形円筒の展開図を図 3.4(a-1), (b-1), (c-1) および (d-1)に示す．同形状の要素が並ぶ場合が図 3.4(a-1)，同形状の要素が並び段上昇がある場合が図 3.4(b-1)，異なる形状の要素が交互に並ぶ場合が図 3.4(c-1)，異なる形状の要素が交互に並び段上昇がある場合が図 3.4(d-1)である．要素を形成する角度を α および β ，一边の長さを L_ξ および L_η とする．これらの展開図を式(3.1)すなわち式(3.2)に示す渦糸の流れで変換したものが，円錐殻展開図 3.4(a-2)～(a-3), (b-2)～(b-3), (c-2)～(c-3) および(d-2)～(d-3)である．扇形の展開図が原点 O に対して張る角度を総中心角 Φ として，次式で表される．

$$\Phi = \frac{\left(2L_\xi - L_\eta \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\tan \beta} \right) \right) N}{2k \cos \theta} \quad (3.6)$$

上昇角 θ は

$$\tan \theta = \frac{4DL_\eta \sin \alpha}{N(2L_\xi - L_\eta \cos \alpha - L_\eta \frac{\sin \alpha}{\tan \beta})} \quad (3.7)$$

である．よって， L_ξ / L_η を変更することで，変換後の中心角 Φ を調節することができる．

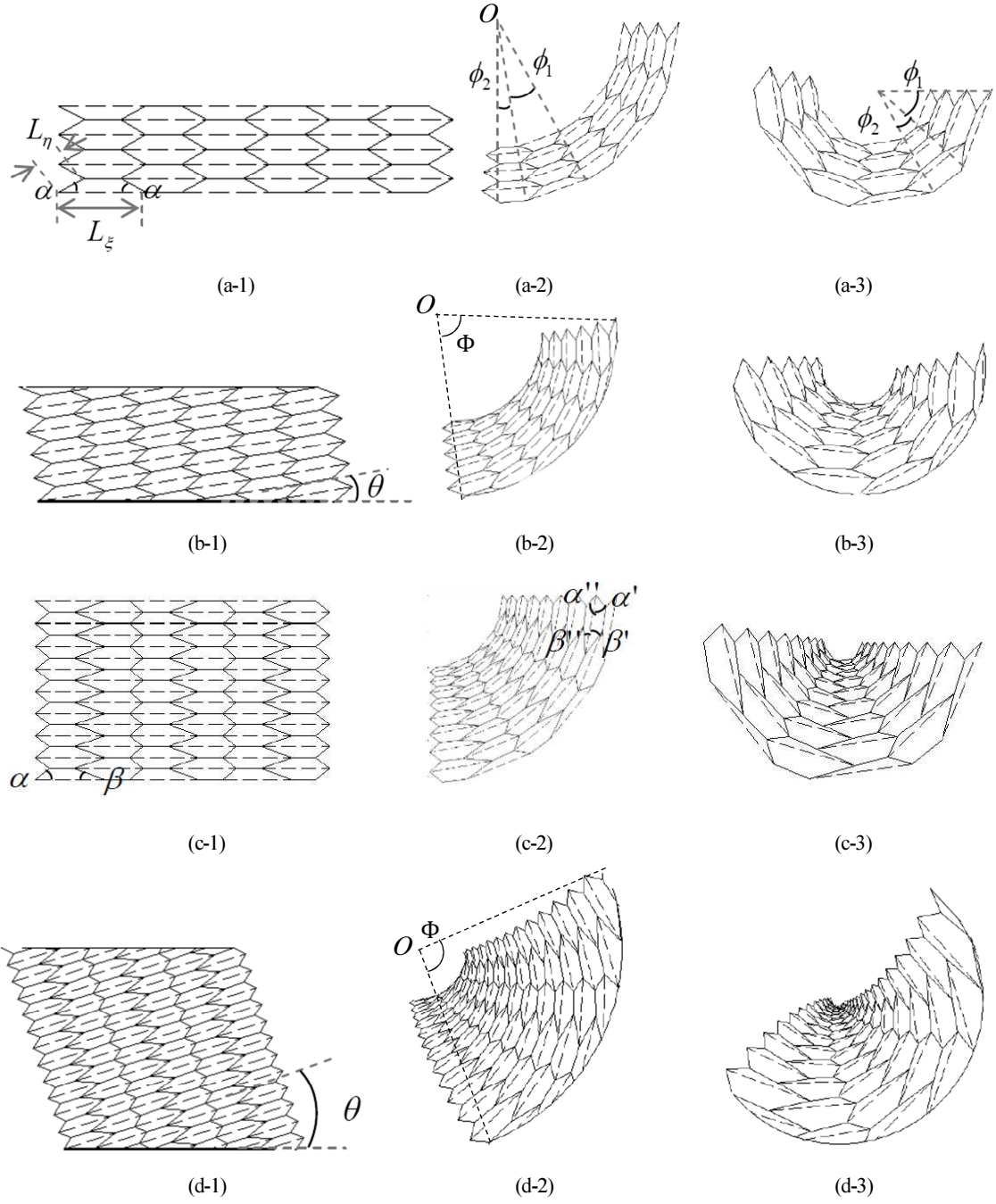


Fig. 3.4. Samples of transformation of patterns for bellow-shaped Origami models. (a-1), (b-1), (c-1) and (d-1) are original fold patterns of cylindrical structures. Others are translated fold patterns of conical structures or circular membranes. By changing L_ξ , one original pattern provides various transformed patterns with different center angle Φ .

3.3 1 節点 6 折線から成るモデルの変換結果と理論的考察

3.3.1 折り畳みの条件のための検証

山折り線が水平方向に続く平行四辺形を 1 単位要素とした円筒展開図 3.3(a-1), (b-1)およびその D 段上昇した展開図 3.3(d-1)に対して, 変換後の閉じる条件を検証する.

変換前の円筒構造物展開図から 1 要素を抜き出し, 式(3.1)に示す変換を行う. 角度 α および β の変換後の角度 α'' および β'' は余弦定理を用いて,

$$\cos \alpha'' = \frac{c(0,1) \cdot e(2,1) - c(1,0) \cdot e(1,0) - c(1,1) \cdot e(1,1) + 1}{\sqrt{1 - 2c(1,1) \cdot e(1,1) + e(2,2)} \sqrt{1 - 2c(1,0) \cdot e(1,0) + e(2,0)}} \quad (3.8)$$

$$\cos \beta'' = \frac{e(1,2) - c(0,1) \cdot e(1,1) - c(1,1) \cdot e(0,1) + c(1,0)}{\sqrt{1 - 2c(1,1) \cdot e(1,1) + e(2,2)} \sqrt{1 - 2c(0,1) \cdot e(0,1) + e(0,2)}} \quad (3.9)$$

と表される. ここで,

$$c(m,n) = \cos \left[\frac{m \cdot L_\xi \cos \theta + n \cdot L_\eta \cos(\alpha + \beta + \theta)}{k} \right] \quad (m = 0,1,2,\dots, n = 0,1,2,\dots) \quad (3.10)$$

$$e(m,n) = \exp \left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta + n \cdot L_\eta \sin(\alpha + \beta + \theta)}{k} \right] \quad (m = 0,1,2,\dots, n = 0,1,2,\dots) \quad (3.11)$$

$$L_\eta = L_\xi \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (3.12)$$

である. 上昇角 θ は式(3.5)で表される. 式(3.5)および式(3.8)~(3.12)より, 変換後の角度 α'' および β'' は変換前の節点座標値に依らない. 変換後の要素を構成する他の角度も同様である. つまり, 変換前の 1 単位要素の形状が全て合同であるので, 渦糸の流れの変換後の単位要素の形状は全て相似である. よって, 任意の節点に着目して折り畳み条件の検証を行えばよい. 1 節点 6 折線での折り畳み条件式は式(2.4)である. 図 3.5 に示すように, 変換後の展開図から 3 要素を抜き出し, 節点 A~H, OD の延長線と AB の交点に I をとる. 中心を O とする. 角度 α , β , γ , δ , θ_1 , θ_2 および ψ を定義する. これらの角度に成り立つ関係式を求める.

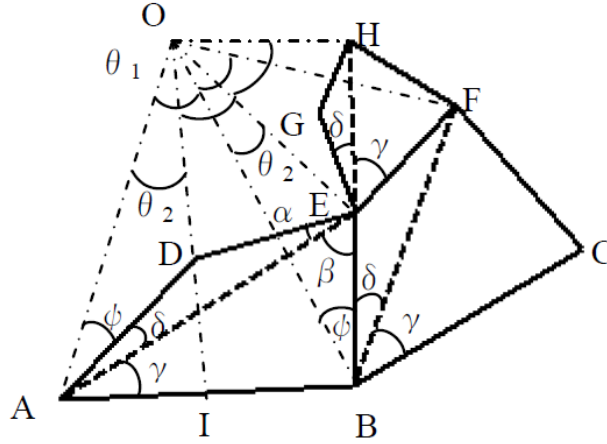


Fig. 3.5 Confirmation of the condition of foldability.

$\triangle ODE \sim \triangle OAB$ より $\angle ODE = \angle OAB = \psi + \delta + \gamma$, また $\angle ADI = \psi + \theta_2$ より $\angle ADE = \angle IDE + \angle ADI = \pi - \angle ODE + \angle ADI = \pi - \delta - \gamma + \theta_2$. $\triangle ADE$ において $\angle ADE = \pi - \delta - \alpha$. よって,

$$\alpha = \gamma - \theta_2 \quad (3.13)$$

が成り立つ. さらに, $\triangle OAB$ において $\angle OBA = \pi - \theta_1 - \psi - \delta - \gamma$ であるから, $\triangle AEB$ において

$$\beta = \pi - \gamma - \psi - \angle OBA = \delta + \theta_1 \quad (3.14)$$

が成り立つ. 式(3.13)および式(3.14)より

$$\beta - \alpha = \delta - \gamma + (\theta_1 + \theta_2) \quad (3.15)$$

が得られる. AE の延長線と EH のなす角は $\theta_1 + \theta_2$ で表されるので, 式(3.15)はまさに節点 E における 6 折線モデルの折り畳み条件式(2.4)である. 他の要素も相似であるからすべての節点において折り畳み条件が成り立つ. よって, 山折り線が水平方向に続く平行四辺形を 1 単位要素とした円筒展開図もしくはその D 段上昇する展開図から渦糸の流れの変換によって得られた円錐殻は自動的に折り畳めることが証明された. また, 図形の相似性から, ξ 軸に平行な折線は円弧上へ, η 軸に平行な折線は中心点からの放射線上へ, 変換前に ξ 軸および η 軸のどちらにも平行でない折線は等角螺旋上へそれぞれ変換される.

3.3.2 閉じる条件のための検証

変換後の展開図の左右両端を閉じて円錐殻を作成するとき, 折り畳まれた状態でも閉じた両端が開かず図形が崩れないためには, 円錐殻の閉じる条件が必要である. 2.2.2 節と同様に, 円錐殻展開図から帯を抽出し, 閉じる条件式を導出する. 図 3.6(a)に示すのは, 段上昇 $D=2$ の円錐殻展開図である. 前節において, 変換後の要素は全て相似であることが示されたので, 三角形要素の角度をそれぞれ α' , α'' , β' , β'' , 段上昇の立ち上がりの角度 θ' とする. 帯を原点 O から等半径の円弧上にとる. 帯に沿って並ぶ i 番目の要素が原点 O に対し張る角度を中心角 ϕ_i とする

($i=1, \dots, N$). 抽出した帯を図 3.6(b)に示す. 帯は, 合計 $2(N+D)$ 本の折線で構成される. $D=2$ であるから, 1 番～ N/D 番目要素と($N/D+1$)番～ N 番目要素はそれぞれ同形状であるので, 前半の 1 番～ N/D 番目要素に着目する.

1 番目要素

折線①の折りによって帯は $2(\alpha'+\beta'+\theta')$ 回転する. さらに 1 番目要素は N 番目と連続していると考え, これらの要素間には, 折る前から $(\phi_N + \phi_1)/2$ の回転角が存在しているため(初期回転角), 折線①による回転角の合計は $2(\alpha'+\beta'+\theta') + (\phi_N + \phi_1)/2$ で表される. 折線②, ③および④による回転角はそれぞれ $-2(\alpha'+\theta')$, $2\theta'$ および $-2(\alpha''+\theta')$ である. よって, 1 番目の要素の回転角合計は

$$-2\alpha''+2\beta'+\frac{\phi_N+\phi_1}{2}$$

となる.

2 番目要素

折線⑤の折りによって帯は $2\{\alpha''+\beta''+\theta'-(\phi_1+\phi_2)/2\}$ 回転し, 初期回転角は $(\phi_1+\phi_2)/2$ であるから, 折線⑤による回転角の合計は, $2\{\alpha''+\beta''+\theta'-(\phi_1+\phi_2)/2\} + (\phi_1+\phi_2)/2$ である. 折線⑥による回転角は $-2\{\alpha''+\beta''+\theta'-(\phi_1+\phi_2)/2-\beta'\}$ であるから, 2 番目要素の回転角合計は

$$2\beta'+\frac{\phi_1+\phi_2}{2}$$

となる.

i 番目要素(折線が 4 本入る要素を除く)

2 番目要素と折線の本数は同じであるから, 2 番目要素に倣って回転角を考えると, 山折線の折りによる回転と初期回転角の合計は

$$2\left\{\alpha''+(i-1)\beta''+\theta'-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\phi_j+\phi_{j+1}}{2}-(i-2)\beta''\right\}+\frac{\phi_i+\phi_{i+1}}{2}$$

である. さらに, 谷折線の折りによって帯は

$$-2\left\{\alpha''+(i-1)\beta''+\theta'-\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\phi_j+\phi_{j+1}}{2}-(i-1)\beta''\right\}$$

回転するので, i 番目要素の回転角合計は,

$$2\beta''+\frac{\phi_i+\phi_{i+1}}{2}$$

となる.

D 段上昇する時, 1 番目要素のように 1 要素に 4 本の折線が入る要素数は D 個, 2 番目要素のように 2 本の折線が入る要素数は $(N-D)$ 個であるから, 帯 1 周あたりの回転角の合計から, 変換後の円錐殻の閉じる条件は

$$2N\beta' - 2D\alpha'' + \Phi = 2\pi \quad (3.16)$$

で与えられる．ここで， $\Phi = \sum_{i=1}^N \phi_i$ である．1 節点 6 折線からなる折り畳み円錐殻の閉じる条件式(3.16)と円筒の閉じる条件式(2.6)を比較すると，式(3.16)には円錐殻展開図の総中心角 Φ の寄与があり， $\Phi = 0$ の時，つまり円筒の時，式(3.16)は式(2.6)に縮退し，矛盾は生じない．また，証明は省略するが，段上昇がない時の円錐殻の閉じる条件式は，式(3.16)に $D = 0$ を代入したものである．図 3.6(c)に帯の閉じている様子を示す．

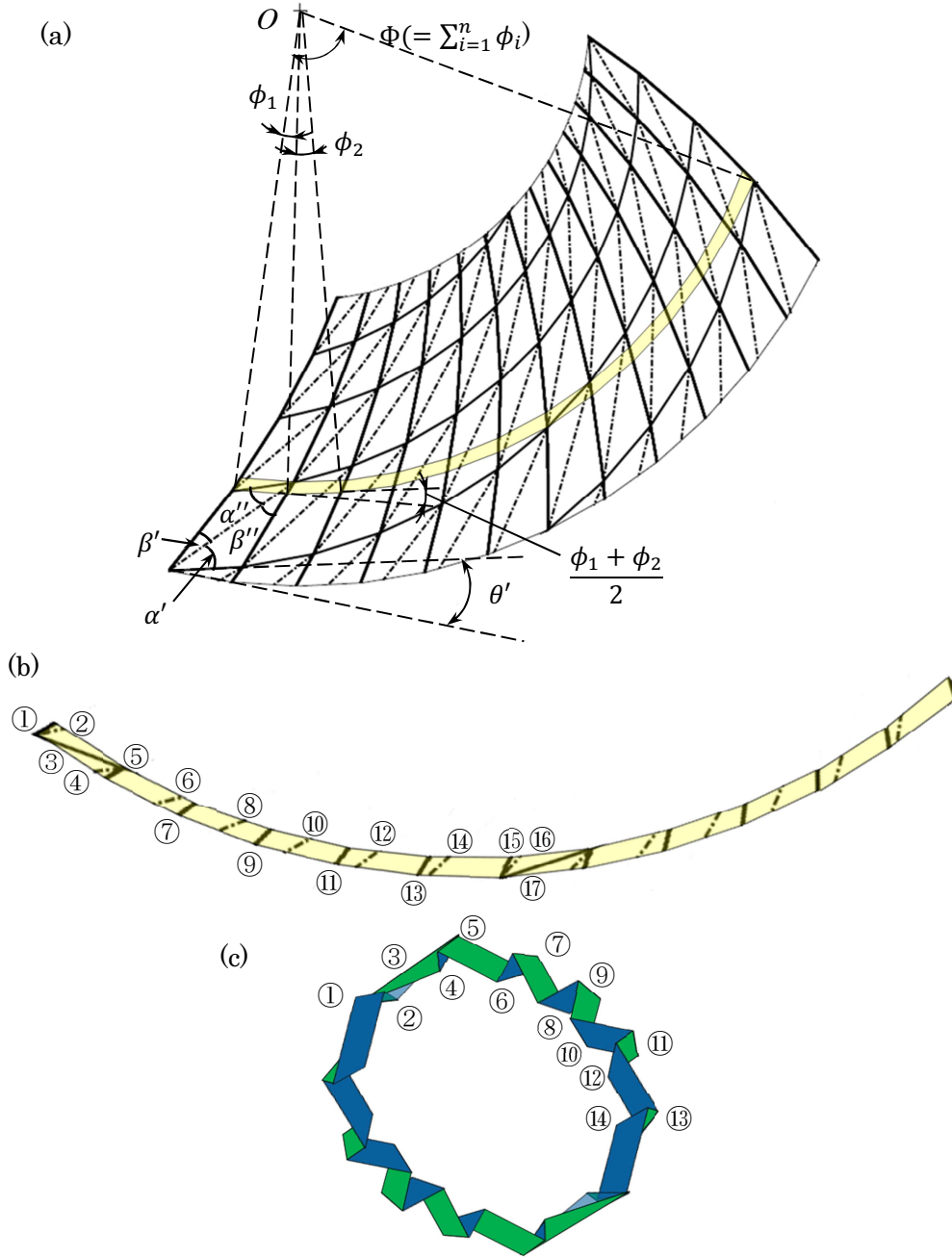


Fig. 3.6 Closing Condition for Conical Shell with Ascending Steps ($N=12$); (a): Origami fold pattern for conical shell; (b): Extracted band and folding lines on it; (c): Folding of the band.

ここで検証すべきは、閉じる条件式(2.6)を満たす円筒展開図を変換して得た円錐殻展開図は、自動的に閉じる条件式(3.16)を満たすか否かである。

変換後の閉じる条件の誤差 E は

$$E = 2N\beta' - 2D\alpha'' + \Phi - 2\pi \quad (3.17)$$

と表される． $\alpha = \pi/6$ とし、 N と β を閉じる条件式(2.6)を満たすように決めた時、式(3.8)および(3.9)から角度 α'' および β' を数値的に求め式(3.17)に代入する．段上昇 $D=0$ 、 $D=1$ および $D=2$ の際の誤差 E を図 3.7 に示す．横軸は総中心角 Φ である．

図 3.7 は以下の 3 点を示している．

1. 円筒の閉じる条件式(2.6)を満たす円筒展開図に渦糸の流れの変換を行っても、変換後の円錐展開図は厳密には円錐の閉じる条件式(3.16)を満たすことはできない．
2. 総中心角 Φ を固定する際は、要素の数 N を増やす($N \rightarrow \infty$)と、1 要素あたりの中心角が小さくなり、角度 β' が β に近づくので、誤差 E は小さくなる．
3. 変換前の角度 β を固定する際は、要素数 N および変換後の角度 β' も固定されるので、中心角 Φ を小さくするほど誤差 E は小さくなる．

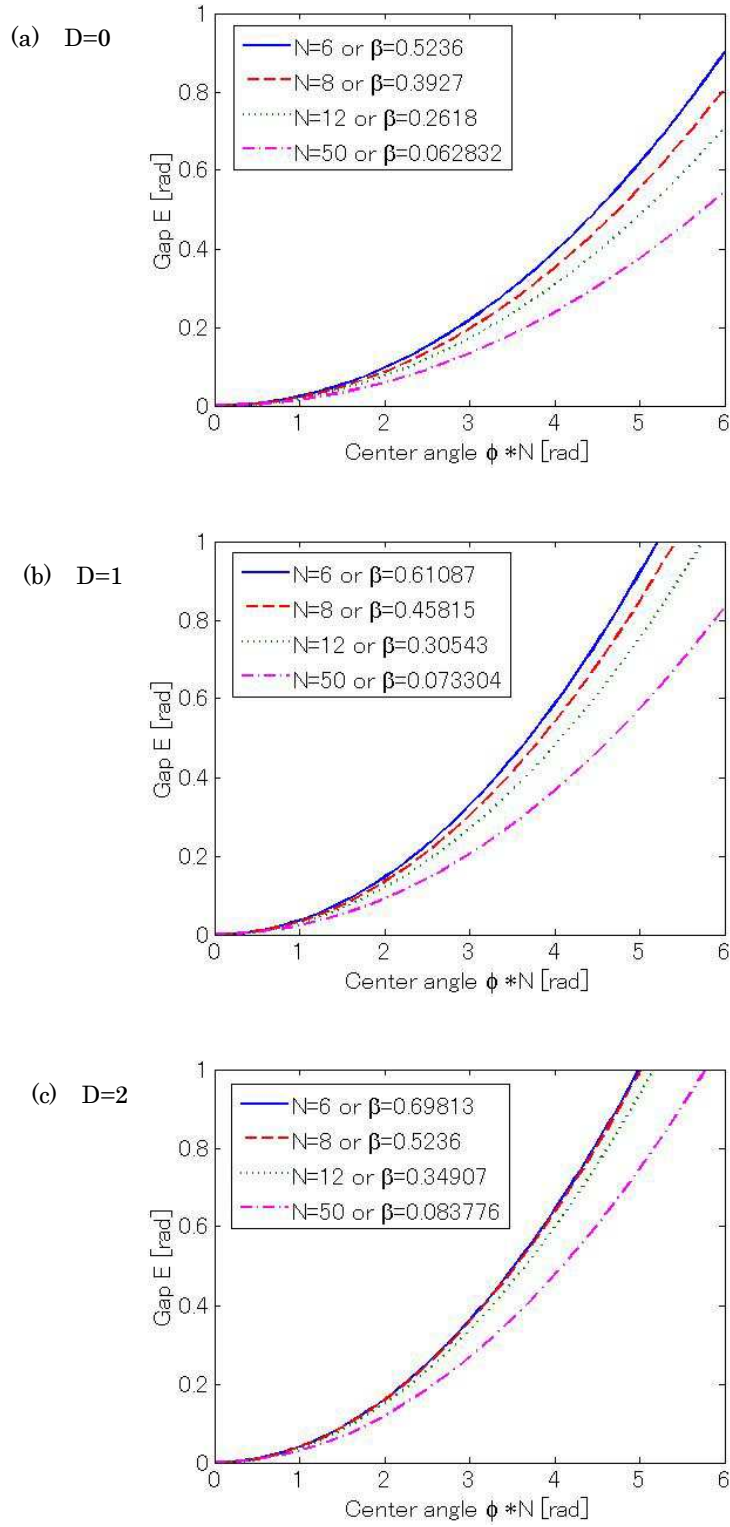


Fig.3.7 Gap E defined by Eq. (3.18) with $k = 1$ and $\alpha = \pi / 6$.

3.3.3 閉じる条件のための角度補正

渦糸の流れの変換では変換前後の両方で閉じる条件を満たすことはできないことが3.3.2節で示された。変換後に閉じる条件を満たすことができるよう、角度の補正を考える。設計変数は角度 α 、 β と横方向の1要素長さ L_ξ の3つに対し、満たすべき方程式は式(3.16)の1つであるから、変数2つを固定し、残りの1変数を未知数とすればよい。変換前の閉じる条件式(2.6)と変換後の閉じる条件式(3.16)を比較すると、 α が α'' に、 β が β' にそれぞれ対応していると考えられるから、変換前の角度 β を変化させて式(3.16)を満たすように角度 β' を調整すると考えると直感的(視覚的)に理解しやすい。よってここでは、 α および L_ξ を固定し、 β を変数とした。式(3.9)～式(3.12)により角度 α'' および β' を求め、式(3.17)に代入し、誤差が0になるよう β を変化させる。本研究ではMatlab 7.11.0 (R2010b)のfsolve関数を用いた⁽⁴⁸⁾。fsolve関数は解くべき非線形方程式と変数の初期値を入力引数とし、方程式の解を出力するものである。ここではオプションとして、解くべき非線形方程式のヤコビ行列もユーザ定義で入力し、誤差を最小化するアルゴリズムとして、trust-region-reflective quadprog という二次計画法のアルゴリズムを用いた⁽⁴⁹⁾。Matlab関数の詳細については参考文献を参照のこと。変換前の閉じる条件式(2.6)をみたす変数値を初期値として反復計算すると、初期値近傍で式(3.17)は必ず収束し、閉じる条件式(3.16)を満たす設計変数 α 、 β 、 L_ξ を得る。反復回数(iteration)に対し、式(3.17)の誤差 E が対数的に0に収束していく様子を図3.8に示す。

このように補正を行っても変換前の展開図は合同な平行四辺形であることには変わりはないから、3.3.1節で述べた変換後の折り畳みの条件は満足する。しかしこの時、角度 β を変更するので変換前の円筒は閉じる条件を満たさないことに注意したい。この補正により得られた1節点6折線から成る円錐殻展開図と作製した折紙模型が平坦に折り畳まれる様子を図3.9～3.11に示す。このようにして、1節点6折線から成る円筒の展開図は等角写像により円錐殻の展開図へと対応付けられた。参考のため、円錐殻展開図創成のためのMatlabプログラムを付録Aに記す。

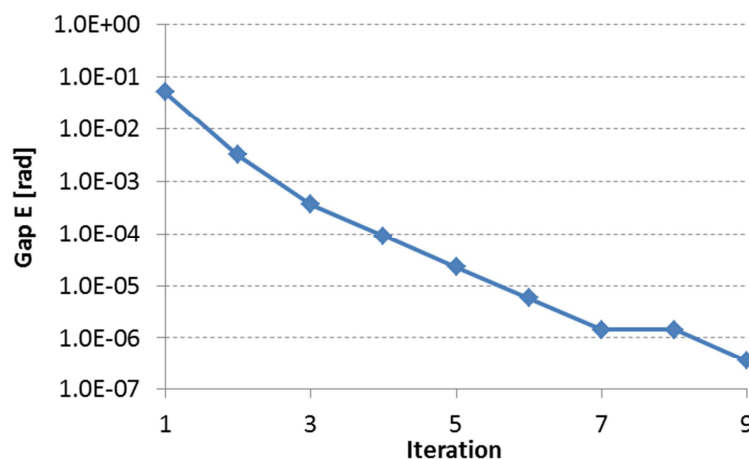


Fig. 3.8 Convergence by the iterative algorithm

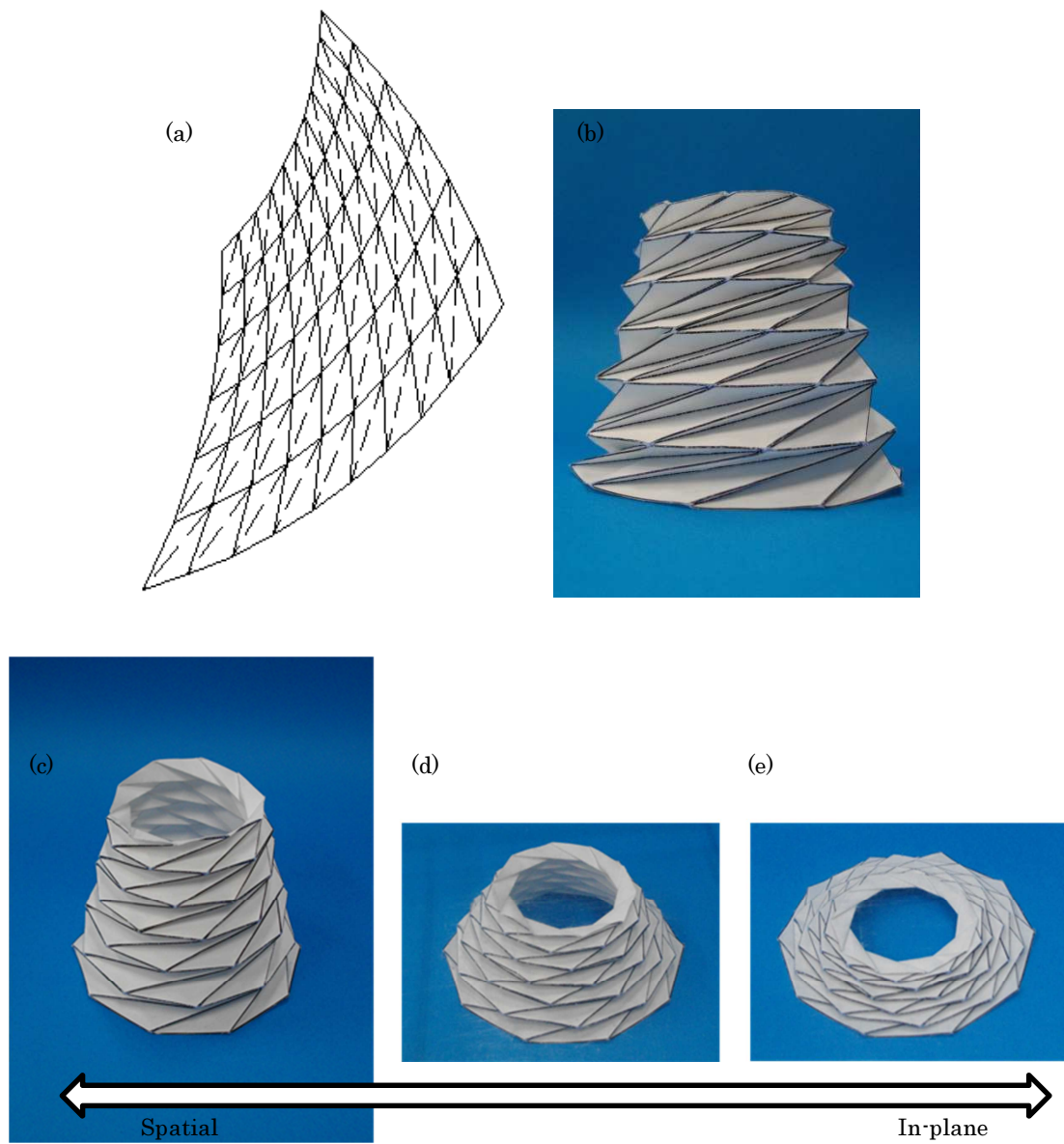


Fig. 3.9 Two-dimensional patterns and physical models of conical shells obtained by the transformation of a flow with a vortex filament with angle correction: (a) is a fold pattern of conformal spirals; (b)~(e) show changes of the structure by compression and expansion along the axis.

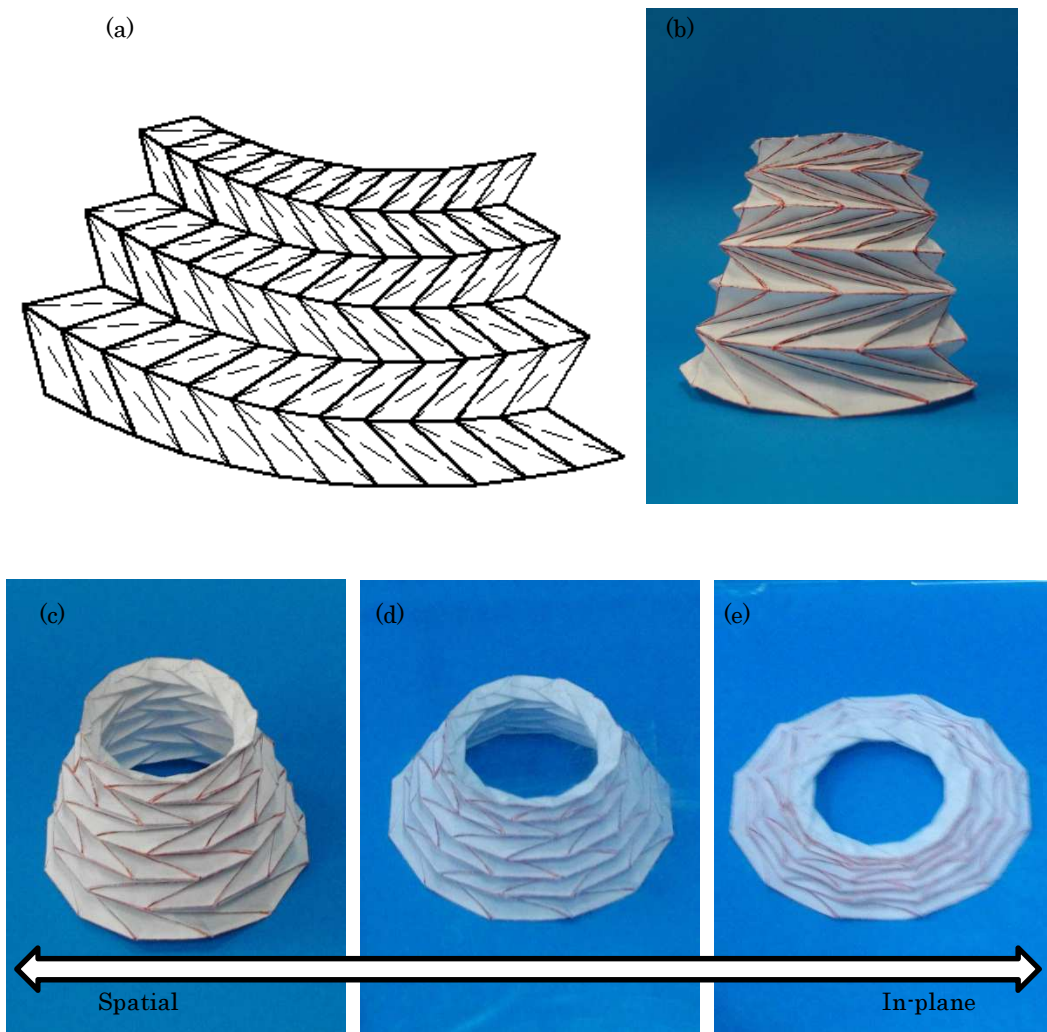


Fig. 3.10 Two-dimensional patterns and physical models of conical shells obtained by the transformation of a flow with a vortex filament with angle correction; (a) is a fold pattern of reversed spirals; (b)~(e) show changes of the structure by compression and expansion along the axis.

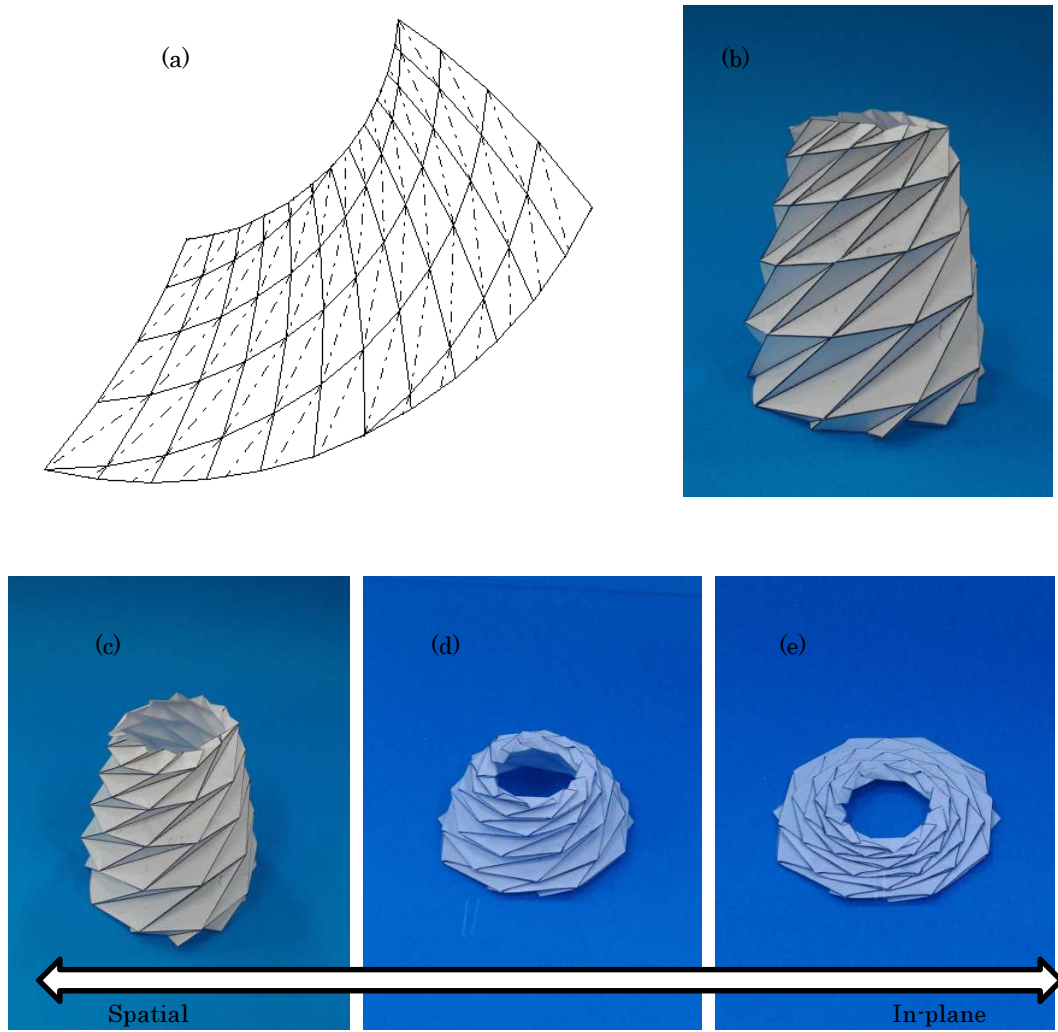


Fig. 3.11 Two-dimensional patterns and physical models of conical shells obtained by the transformation of a flow with a vortex filament with angle correction: (a) is a fold pattern of conformal spirals with ascending steps ($D=2$); (b)~(e) show changes of the structure by compression and expansion along the axis.

3.4 1 節点 4 折線から成るモデルの変換結果と理論的考察

前節では 1 節点 6 折線から成る折紙模型展開図について述べてきた. 本節では図 3.4 に示した 1 節点 4 折線から成るジャバラモデルの折り畳みについて検討を行う.

3.4.1 モデル形成のための幾何学的条件

図 3.4 に示すような 1 節点 4 折線から成るジャバラモデルでは, 縦方向のジグザグの折線がなす角度 α および β に対し, 高さ方向の辺長 L_η が長すぎると, 台形要素が裏返ってしまい, 展開図を作成できない. よって, 変換前の円筒展開図において, 折線が重なって台形がねじれることのないよう幾何学的な条件として,

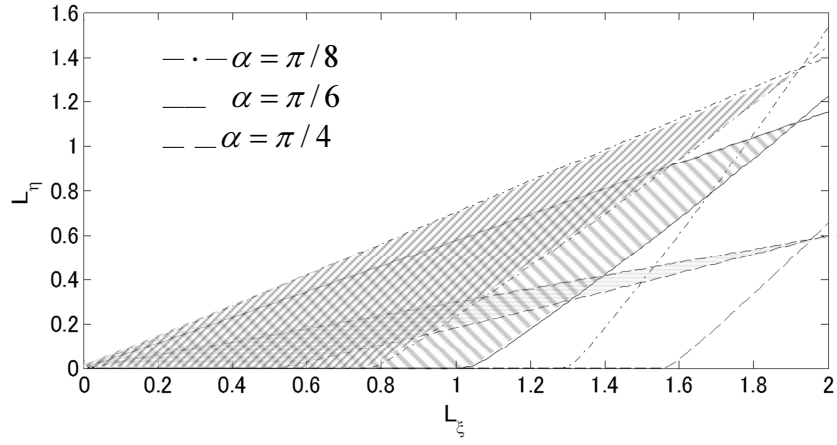
$$L_\xi - (\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}) L_\eta > 0 \quad (3.18)$$

を満たすことが必要である. また, 変換後の展開図においても同様に, 四角形がねじれない条件として, 式(3.19)および式(3.20)が成り立つことが必要である.

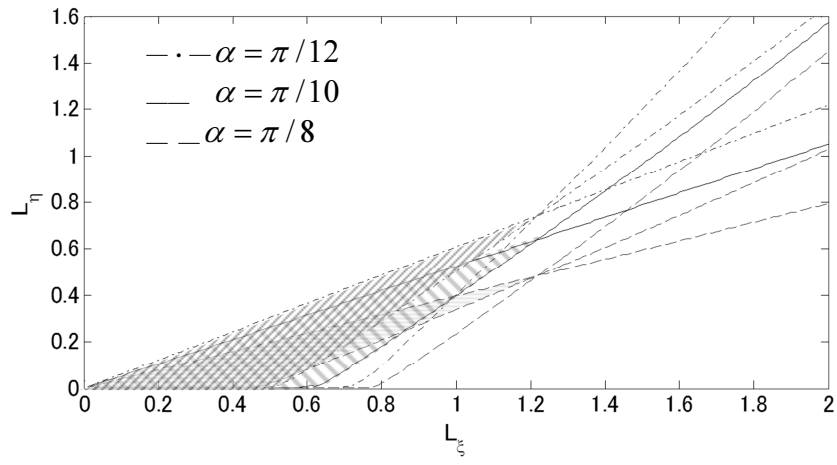
$$\begin{aligned} & \left(-\sin \frac{L_\xi \cos \theta - L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos(\beta + \theta)}{k} + \sin \frac{-L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos(\beta + \theta)}{k} \exp \frac{L_\xi \sin \theta}{k} \right) \\ & \cdot \exp \frac{-L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sin(\beta + \theta)}{k} + \sin \frac{L_\xi \cos \theta}{k} > 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} & \left(-\sin \frac{L_\xi \cos \theta - L_\eta \cos(\alpha - \theta)}{k} + \sin \frac{-L_\eta \cos(\alpha - \theta)}{k} \exp \frac{-L_\xi \sin \theta}{k} \right) \\ & \cdot \exp \frac{-L_\eta \sin(\alpha - \theta)}{k} + \sin \frac{L_\xi}{k} > 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

ここで, D 段上昇する際の上昇角 θ は式(3.7)で表される. 式(3.18)~式(3.20)を満たす領域を図 3.12 および図 3.13 に示す. 次節以降, 曲線で囲まれた薄墨部分に変数を取り図形を作成することを前提とする.

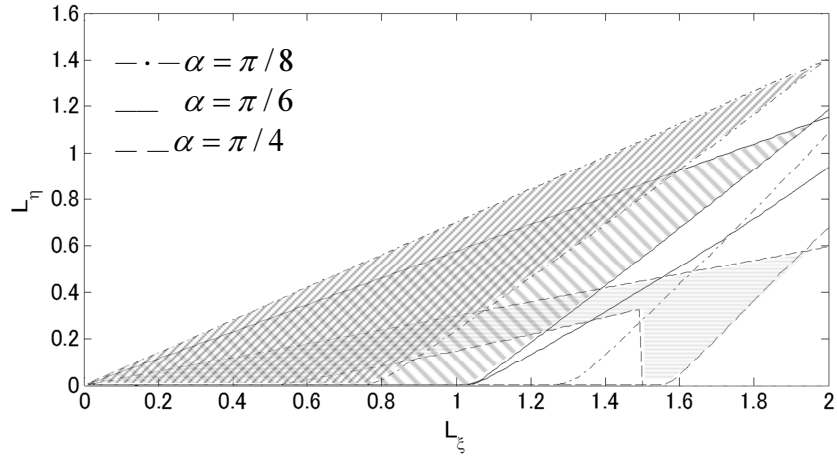


(a) $D=0$, $N=6$

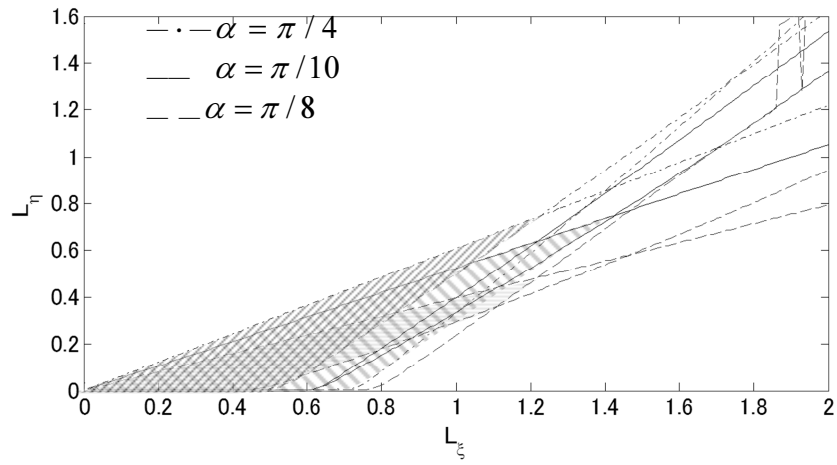


(b) $D=0$, $N=10$

Fig. 3.12 Regions of design parameters for bellow-shaped conical shells; (a): $D=0$, $N=6$; (b) $D=0$, $N=10$.



(c) $D=1, N=6$



(d) $D=1, N=10$

Fig. 3.13 Regions of design parameters for bellow-shaped conical shells; (c): $D=1, N=6$; (d): $D=1, N=10$

3.4.2 折り畳みの条件のための検証

1 節点 4 折線からなる円筒展開図においても変換式(3.1)を用いるので、前節での 1 節点 6 折線からなる折り畳みモデルと同様、変換後の図形の相似性になりたち、各節点において折り畳みの条件式(2.3)は満たされる。同様の議論であるから、立式および証明は省略する。

3.4.3 閉じる条件のための検証

角度 α および β がそれぞれ α' , α'' , β' , β'' へと変換されたとする。図 3.14(a)に展開図を示す。段上昇の立ち上がりの角度を θ' とする。帯を原点 O から等半径の円弧上にとる。帯に沿って並ぶ i 番目の要素が原点 O に対し張る角度を中心角 ϕ_i とする ($i=1, \dots, N$)。抽出した帯を図 3.14(b)に示す。 $D=1$, $N=6$ であり、帯は 1 周あたり N 本の山折線と D 本の谷折線で構成される。

1 番目要素

3.3.2 節と同様に考えると、折線①の折りによって帯は $2(\pi - \beta' + \theta')$ 回転する。さらに 1 番目要素は N 番目と連続しているので、これらの要素間には、折る前から $(\phi_N + \phi_1)/2$ の回転角が存在しているため(初期回転角)、折線①による回転角の合計は $2(\pi - \beta' + \theta') + (\phi_N + \phi_1)/2$ で表される。しかし、この回転角は図 3.14(b)に示すように π 以上であるので、閉じる条件を考える上で、 2π からの残りの角度だけ回転したととらえる。すなわち、1 番目の要素の回転角合計は次式で与えられる。

$$2\pi - 2(\pi - \beta' + \theta') - (\phi_N + \phi_1)/2$$

2 番目要素

折線②の折りによって帯は、 $2\{\alpha' + \theta' - (\phi_1 + \phi_2)/2\}$ 回転する。初期回転角は $(\phi_1 + \phi_2)/2$ であるから、折線②による回転角の合計は、 $2(\alpha' + \theta') - (\phi_1 + \phi_2)/2$ である。折線③の折りによって帯は $-2\{\alpha' + \theta' - (\phi_1 + \phi_2)/2 - \alpha''\}$ であるから、2 番目要素の回転角の合計は

$$2\alpha'' + (\phi_1 + \phi_2)/2$$

である。

このように、回転角が π 以上の折線(すなわち折線①および⑤)は、 2π からの残りの角度だけ回転したととらえることに注意して、全ての折線による回転角の合計が 2π になると立式すると、円錐殻ジャバラモデルの閉じる条件式(3.21)が得られる。

$$N(\alpha' + \beta') - \Phi = 2\pi \quad (3.21)$$

ここで、 $\Phi = \sum_{i=1}^N \phi_i$ である。円錐殻ジャバラモデルの閉じる条件式(3.21)と円筒ジャバラモデルの閉じる条件式(2.7)を比較すると、中心角 $\Phi = 0$ (つまり円筒)かつ $\alpha' = \beta'$ の時に、式(3.21)は式(2.7)に縮退しており矛盾は生じない。図 3.14(c)に帯の閉じている様子を示す。

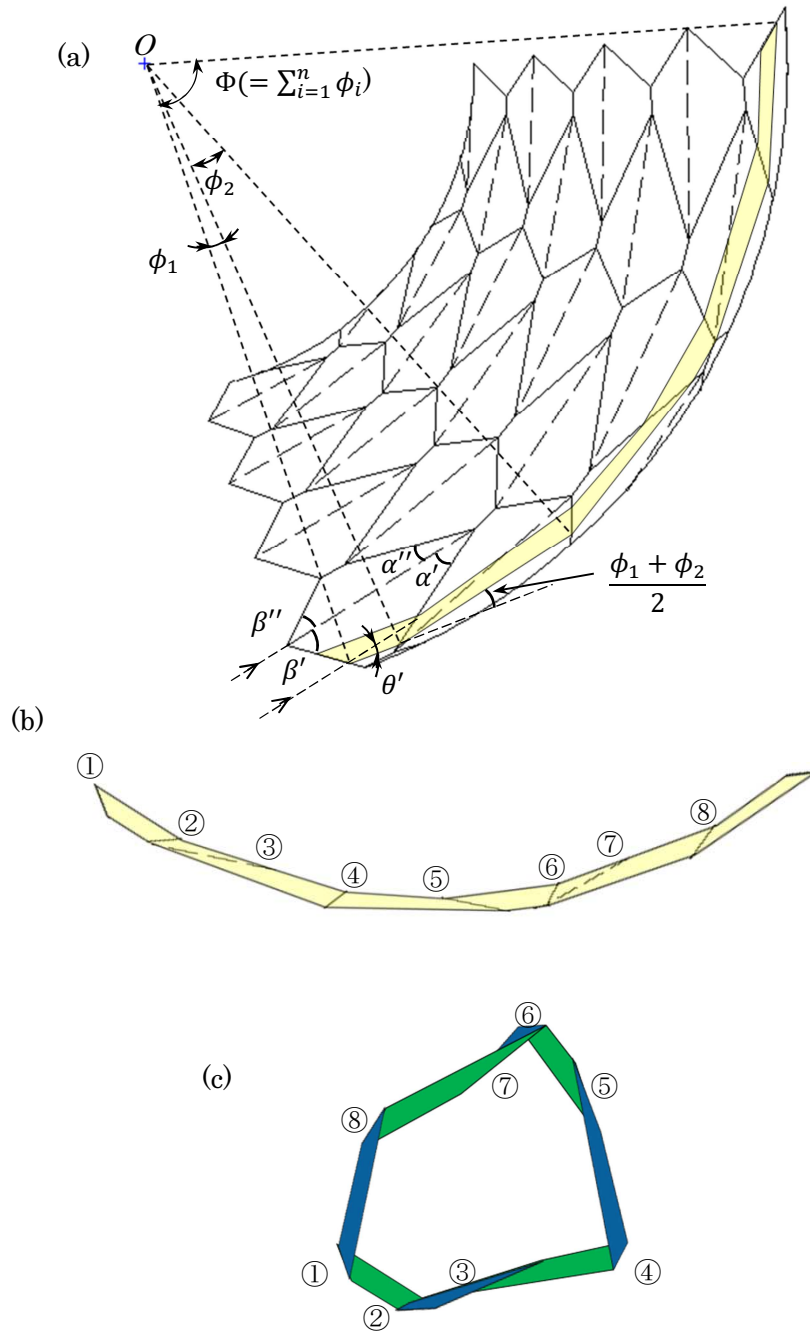


Fig. 3.14 Closing Condition for Conical Shell with Ascending Steps ($N=7$); (a): Origami fold pattern for conical shell; (b): Extracted band and folding lines on it; (c): Folding of the band.

また、1 節点 4 折線モデルでの折り畳みの条件式(2.3)から、 $\alpha''+(\pi-\alpha'+\Phi/6)=\pi$ および $\beta''+(\pi-\beta'+\Phi/6)=\pi$ が成り立つので、これらを式(3.21)に代入すると、円錐殻ジャバラモデルの閉じる条件式は次式で書き換えることができる。

$$\frac{N}{2}(\alpha'+\alpha''+\beta'+\beta'')=2\pi \quad (3.22)$$

式(3.16)で表される 6 折線から成る円錐殻折り畳みモデルの閉じる条件式と異なり、式(3.22)には中心角 Φ の寄与がないため閉じる条件の誤差は比較的小さくて済む。図 3.12 および図 3.13 に示した幾何学的に図形が成立する設計領域では角度補正は必要ない程度であるが厳密に誤差なく閉じるための方法としては、3.3.3 節と同様である。すなわち、設計変数 L_ξ 、 L_η 、 α 、 β の 4 つに対し、満たすべき方程式は式(3.22)のみなので、 L_ξ 、 L_η 、 α を固定し、 β を変化させ閉じる条件式(3.22)を満たすように反復的に解く。初期値は円筒の閉じる条件式をみたす変数値とすればよい。なお、手順は 3.3.3 節と同様であるため、方程式は付録 B に記す。このようにして得られた 1 節点 4 折線から成る円錐殻展開図と作製した折紙模型を図 3.15 および図 3.16 に示す。1 節点 4 折線からなる円筒形構造物も渦糸の流れの変換により円錐殻構造物へと対応付けられた。

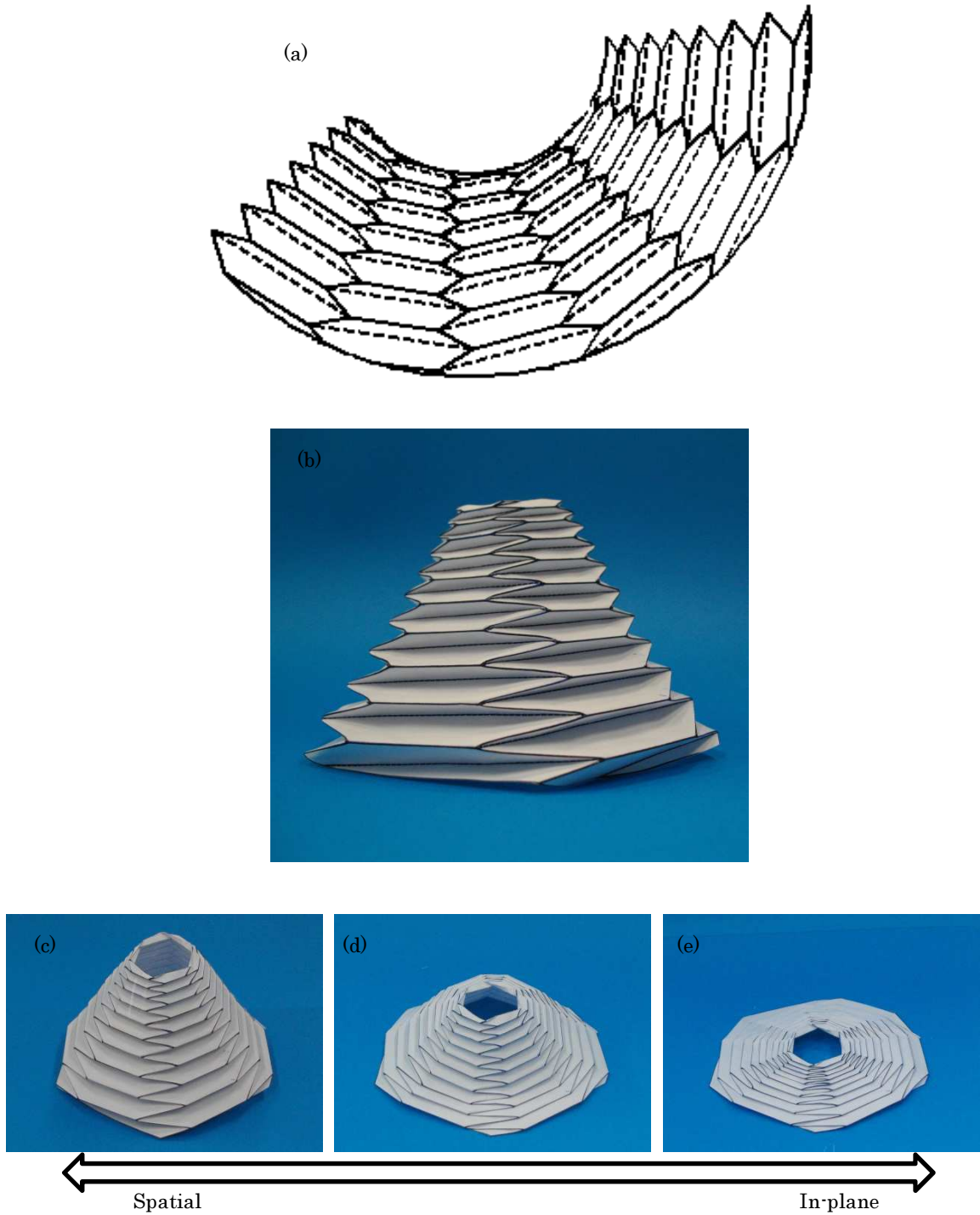


Fig. 3.15 Two-dimensional patterns and physical models of conical shells obtained by the transformation of a flow with a vortex filament with angle correction: (a) is a fold patten; (b)~(e) show changes of the structure by compression and expansion along the axis.

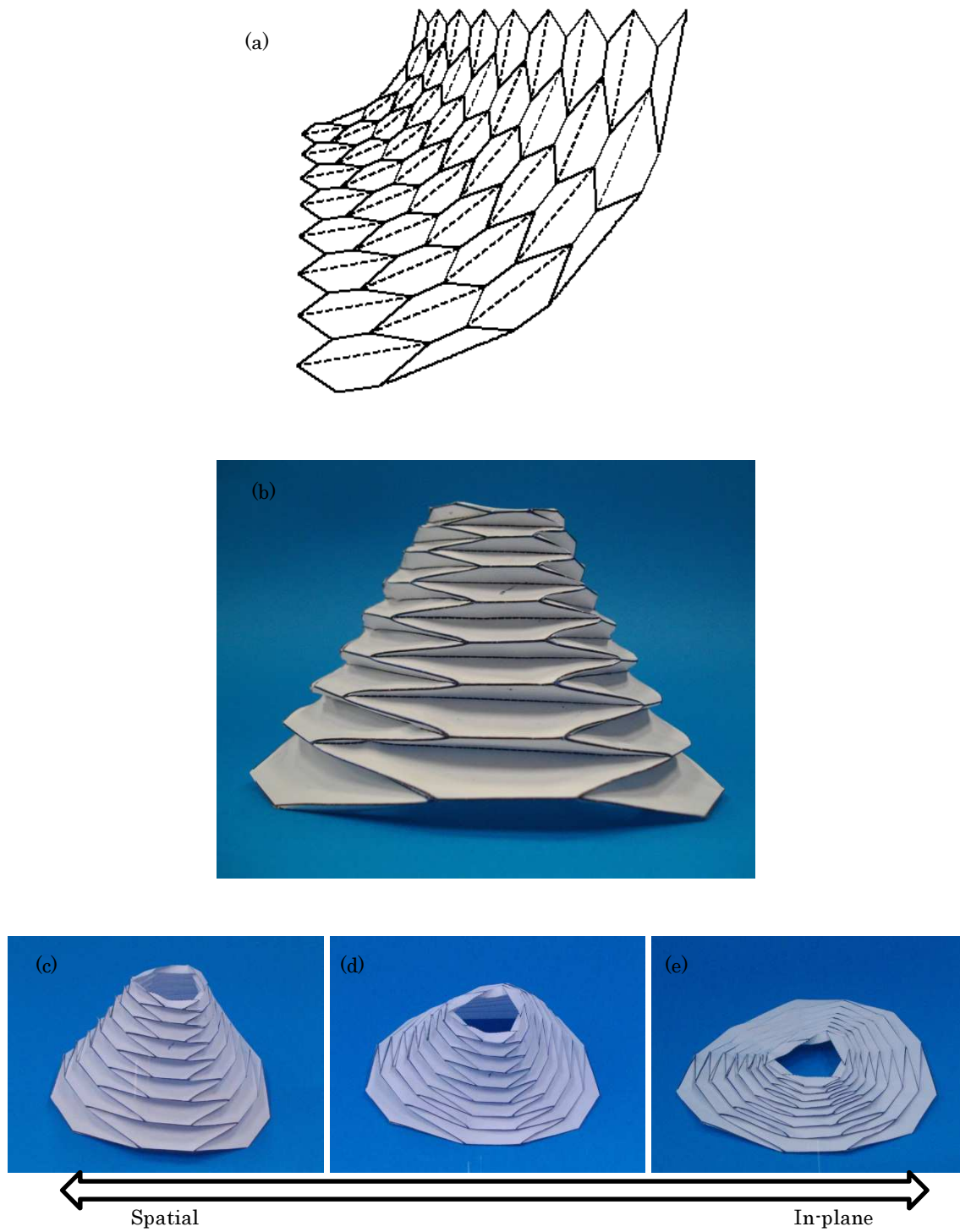


Fig. 3.16 Two-dimensional patterns and physical models of conical shells obtained by the transformation of a flow with a vortex filament with angle correction: (a) is a fold patten; (b)~(e) show changes of the structure by compression and expansion along the axis.

3.5 考察

本章の等角写像を用いた手法を用いると、先行研究で既に知られている円錐の 1 節点 6 折線から成る展開図および 1 節点 4 折線から成る展開図は全て創成することが可能である。ここで議論を拡張し、球殻や瓢箪など、任意の軸回転体の展開図を創成することを考える。軸に直交する平面で軸回転体を輪切りにすると、各輪切り部分が円錐殻と近似できることから、任意の軸回転体の折り畳み展開図は異なる円錐殻の折り畳み展開図を結合させたものととらえることができる。よって、結合部分の各節点で折り畳み条件を満たすように折線を決定すれば、任意の軸回転体の折り畳みが可能であると考えられる。しかし、輪切りにされた円錐 1 つ 1 つに写像を行う必要があり、1 回の写像で折り畳み可能な展開図を即座に得ることはできない。

また、図 3.11(a)に示した段上昇がある場合の 1 節点 6 折線から成る展開図において、隣り合う節点間の中心角が黄金角になるように節点を配置すると、図 1.3(e)に示した植物の葉序を模した円錐の展開図に帰着する。バイオミメティクスでは植物の茎の生長の過程を表すモデルとして取り上げられている。図 3.16(a)に示した 1 節点 4 折線から成る展開図は、四角形要素が等脚台形となったときに、図 1.3(b)に示した金属製円錐殻の軸圧潰にみられるパターンへと帰着する。

3.6 結言

流体力学分野において流体の流れを表現するために大きな貢献をした等角写像変換のうち渦糸の流れの変換を用いて、折り畳み可能な構造の展開図創成においても有用であることを初めて示した。

1. 円筒展開図を基に、渦糸の流れの変換を行うことで様々な中心角を持つ円錐殻展開図および円形膜展開図を簡単に得ることができる。また、既に報告されている円筒折紙モデルにはそれに対応する円錐殻折紙モデルが存在し、両者は渦糸の流れの変換によって関連付けられる。
2. 1節点6折線モデルでは、渦糸の流れの変換後に閉じる条件を満たすためには角度の補正が必要である。しかし、総中心角が小さい時は誤差が十分に小さくなるために補正なしで閉じることは可能である。
3. 渦糸の流れの変換前の要素形状が合同であれば変換後の要素形状は相似に保たれることから、変換後のすべての節点において折り畳み条件が満たされる。よって、1節点6折線モデルでは、閉じる条件の誤差が0になるような設計変数を数値的に求めることにより、閉じる条件を満たしかつ折り畳み可能な円錐殻展開図を創成できる。
4. 1節点4折線ジャバラモデルでは、変換前後の図形が反転せずに成立するための幾何学的条件を満たすように設計変数を選択することが前提であり、この条件を満たす領域においては変換後の閉じる条件の誤差は比較的小さいので角度の補正なしに折り畳み可能で閉じる円錐殻展開図を創成できる。

本章の等角写像を用いた手法を用いると、先行研究で既に知られている円錐の展開図は全て創成することが可能である。軸回転体は異なる円錐の結合とみなすことが出来るので、結合部分の各節点で折り畳み条件を満たすように折線を決定すれば、球殻や楕円球殻を含む任意の軸回転体

の折り畳みが可能であると考えられる．しかし，輪切りにされた円錐 1 つ 1 つに写像を行う必要があり，1 回の写像で折り畳み可能な展開図を即座に得ることはできない．

第 4 章 等角写像を用いた

巻き取り可能な円形膜の展開図創成

4.1 緒言

第 3 章では、渦糸の流れの変換を用いて、円筒展開図から円錐殻展開図の創成を行った。先行研究においてすでに報告されている円錐殻折り畳みモデルが等角写像によって作成できることを示した。

本章では、第 3 章と同じく渦糸の流れの変換を用いて、円筒展開図から、円形膜巻き取り展開図を創成する。同じ変換式を用いても、全く異なる挙動を示す異なった形状を創成できることを述べると共に、その創成に必要な関係式を論じる。変換前の円筒展開図における段上昇数が、変換後に円周上から円中心へ向かう等角螺旋の本数となり、巻き取られた折紙模型は、螺旋の本数と同数の辺を有する多角形を形作る。これにより、段上昇数を変えることで任意の正多角形への巻き取りモデルが生成可能となるだけでなく、変換前の要素の辺長および角度を変化させることにより、異なる辺長をもつ多角形(長方形等)および異なる内角をもつ多角形(菱形等)への巻き取りモデルも生成可能となる。先行研究において既に報告されている円形膜巻き取りモデル^{(37)~(41)}に加え、本研究によって新たに得られた円形膜巻き取りモデルを紹介し、等角写像による設計が新規の折り畳みモデルを創成する可能性のある手法であることを示す。

4.2 定式化

図 4.1 に示した展開図は外周部を除き、各々の節点には 4 本の折線が集まっている。本報では、4 本の折線で平面紙を折り曲げて新たな平面上へと折り畳むことに焦点を当てる。そのためには、任意の節点に集まる 4 本の折線のなす角度が折り畳みの条件式(2.3)を満足していなければならない。変換後の展開図において折り畳み条件を満たすよう立式する。

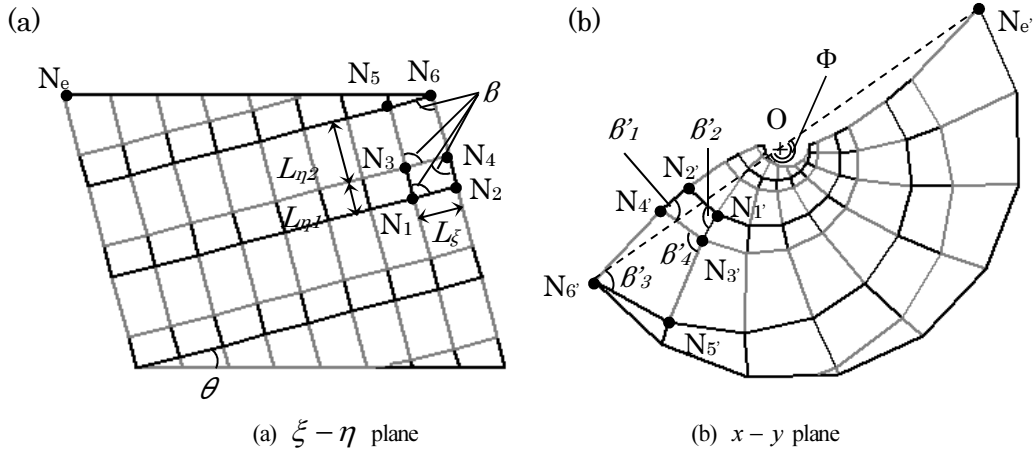


Fig. 4.1 Conformal Transformation on Origami Fold Patterns. (a): Original fold pattern for cylindrical shell. (b): Fold pattern for conical shell given by the transformation of a flow with a vortex filament from (a).

2種類の平行四辺形要素が1段違いに配置された図4.1(a)に示す円筒展開図を考える。この円筒構造物展開図は θ 傾いており、展開図の右端において2段の上昇がある。この上昇段数を D と置く。2種類の平行四辺形要素をなす節点を $N_1 \sim N_6$ 、角度 $N_2N_1N_3 (= N_3N_4N_2)$ および角度 $N_4N_3N_5 (= N_5N_6N_4)$ を β 、横方向の辺の長さを L_ξ 、縦方向の辺の長さを $L_{\eta 1}$ および $L_{\eta 2}$ とする。第3章の折り畳み可能な円錐殻の創成と同様、渦糸の流れの変換式(3.1)を用いると、図4.1(a)は図4.1(b)へと変換される。ここで、 $k=1$ とした。節点 $N_1 \sim N_6$ はそれぞれ節点 $N_1' \sim N_6'$ へと、角度 β は4種の異なる角度 β'_1 、 β'_2 、 β'_3 および β'_4 へと変換される。変換前は平行四辺形要素の配列であったため、角度 β とその補角 $\pi - \beta$ のみを考慮すればよかったが、変換後の要素は向かい合う辺の平行性が失われるため、変換された角度 $\beta'_1 \sim \beta'_4$ は一般的にすべて異なる。第3章において、渦糸の流れの変換では、変換前の要素が合同であった場合、変換後の要素は全て相似形となることが示されたので、変換後の代表節点で折り畳みの条件が成り立てば残りの任意の節点においても折り畳みの条件が成り立つことは自明である。図4.1(a)は2種類の合同な要素から成るので、図4.1(b)は2種類の相似な四角形群から成る。よって全ての節点において折り畳みの条件がなりたつためには、代表して節点 N_1' および N_3' において、それぞれ折り畳みの条件を満たすことと同値である。節点 N_1' での折り畳みの条件は、式(2.3)より $\beta'_2 + \beta'_3 = \pi$ である。 $0 < \beta'_2, \beta'_3 < \pi$ として次式で書き換えられる。

$$\cos \beta'_2 + \cos \beta'_3 = 0 \quad (4.2)$$

同様に、節点 N_3' において折り畳みの条件は次式となる。

$$\cos \beta'_1 + \cos \beta'_4 = 0 \quad (4.3)$$

渦糸流れの変換式(3.1)により、変換後の角度 $\beta'_1 \sim \beta'_4$ は変換前の幾何変数 β 、 θ 、 L_ξ 、 $L_{\eta 1}$ 、 $L_{\eta 2}$ を用いて次式で表される。

$$\cos \beta'_1 = \frac{c_1(1,1) - c_1(0,1) \cdot e_1(1,0) - c_1(1,0) \cdot e_1(0,1) + e_1(1,1)}{\sqrt{1 - 2c_1(0,1) \cdot e_1(0,1) + e_1(0,2)} \sqrt{1 - 2c_1(1,0) \cdot e_1(1,0) + e_1(2,0)}} \quad (4.4)$$

$$\cos \beta'_2 = \frac{c_1(1,1) \cdot e_1(1,1) - c_1(1,0) \cdot e_1(1,0) - c_1(1,0) \cdot e_1(0,1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_1(0,1) \cdot e_1(0,1) + e_1(0,2)} \sqrt{1 - 2c_1(1,0) \cdot e_1(1,0) + e_1(2,0)}} \quad (4.5)$$

$$\cos \beta'_3 = \frac{c_2(1,1) - c_2(0,1) \cdot e_2(1,0) - c_2(1,0) \cdot e_2(0,1) + e_2(1,1)}{\sqrt{1 - 2c_2(0,1) \cdot e_2(0,1) + e_2(0,2)} \sqrt{1 - 2c_2(1,0) \cdot e_2(1,0) + e_2(2,0)}} \quad (4.6)$$

$$\cos \beta'_4 = \frac{c_2(1,1) \cdot e_2(1,1) - c_2(1,0) \cdot e_2(1,0) - c_2(1,0) \cdot e_2(0,1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_2(0,1) \cdot e_2(0,1) + e_2(0,2)} \sqrt{1 - 2c_2(1,0) \cdot e_2(1,0) + e_2(2,0)}} \quad (4.7)$$

ここで $c_1(m, n)$, $c_2(m, n)$, $e_1(m, n)$ および $e_2(m, n)$ ($m = 0, 1, 2, \dots$, $n = 0, 1, 2, \dots$) は次式で表される.

$$c_1(m, n) = \cos\left[\frac{-m \cdot L_\xi \cos \theta + n \cdot L_{\eta 1} \cos(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (4.8)$$

$$e_1(m, n) = \exp\left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta + n \cdot L_{\eta 1} \sin(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (4.9)$$

$$c_2(m, n) = \cos\left[\frac{-m \cdot L_\xi \cos \theta + n \cdot L_{\eta 2} \cos(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (4.10)$$

$$e_2(m, n) = \exp\left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta + n \cdot L_{\eta 2} \sin(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (4.11)$$

変換先の $x-y$ 平面での原点を O , 節点 N_e の変換節点を $N_{e'}$ として, 変換によって得られた扇形の展開図が円形となるための条件は中心角 $\Phi = \angle N_{e'} O N_{e'} = 2\pi$ である. この条件は変換式(3.1)により次式で表される.

$$\frac{NL_\xi \sin \beta}{k \sin(\theta + \beta)} = 2\pi \quad (4.12)$$

ここで, N は水平方向もしくは段上昇 D によって角度 θ 傾いた折線方向の要素数である. また, 図 4.1 に示した図形の左端と右端が閉じられることを考えると, 図形の連続性から上昇角 θ は離散値をとり, 次式が成り立つ.

$$NL_\xi \sin \theta - D \frac{L_{\eta 1} + L_{\eta 2}}{2} \sin(\beta + \theta) = 0 \quad (4.13)$$

ここで簡単のため, $L_{\eta 1}$ と $L_{\eta 2}$ で 1 対となるよう, D は偶数とする. 式(4.4)~(4.7)を式(4.2)および式(4.3)に代入すると, 式(4.2)および式(4.3)は変換前の幾何変数 β , θ , L_ξ , $L_{\eta 1}$, $L_{\eta 2}$ の関数として表される. 変数 5 つに対し, 満たすべき方程式は 4 つであるから, 変数 1 つを固定し, 残りの 4 変数を未知数とすればよい. 試行錯誤を重ねた結果, β を $\pi/2$ 近傍で固定値として与え, 4 式(4.2), (4.3), (4.12)および(4.13)を θ , L_ξ , $L_{\eta 1}$, $L_{\eta 2}$ の関数として連立して解き, 円形膜作成に必要な幾何変数 θ , L_ξ , $L_{\eta 1}$, $L_{\eta 2}$ を得ることができた. 連立方程式は非線形であるため, ヤコビ行列を求め反復法で数値的に解く. $L_{\eta 1}$ と $L_{\eta 2}$ が異なる値へ収束するためには異なる初期値を入力することが考えられるが, $L_{\eta 1}$ と $L_{\eta 2}$ の初期値が大きく異なると, どちらかが 0 に収束したり, 発散し解が求まらないことがある. 図 4.2(a)および(d)に示すように, 変換前の展開図の要素が正方形に近い形になるように初期値を決め収束解を求めておき, そこから徐々に目的とする形状になるよう, 変数を徐々に変化させ収束解を探索していくとよい. あらかじめ β を

$\pi/2$ 近傍に固定したのは、式(4.12)および(4.13)、つまり、向かい合う角度の和が π となる収束解を得るために有効な初期値であることが、検証の結果分かったからである。

4.3 変換結果

渦糸の流れの変換式(3.1)によって得られた円形膜を示す。以下、展開図の山折線を実線、谷折線を破線で示す。

4.3.1 正多角形に巻き取られる円形膜

まず、 $L_{\eta_1} = L_{\eta_2}$ と限定した場合を図 4.2 および図 4.3 に示す。 $L_{\eta_1} = L_{\eta_2}$ のとき、変換前の展開図の要素は全て合同となる。第 3 章で示したように、渦糸の流れの変換を用いると、合同な要素は、全て相似な要素へと変換される。段上昇数 D と同数の螺旋が円形膜外周から円形膜中心へ向かって等間隔に配置される。巻き取り後の形状は螺旋の本数に依存し、螺旋本数で巻き取られる。つまり、変換前の展開図 4.2(a) では段上昇数 $D=2$ である。変換後の展開図 4.2(b) では円形膜外周から円形膜中心へ向かう螺旋本数は段上昇数と同じ 2 本である。この展開図を折ると、図形は 2 本の螺旋で巻き取られ、巻き取り後の形状は線分状(正 2 角形とは言えないので)となる(図 4.2(c))。同様に、変換前の展開図 4.2 (d) では段上昇数 $D=3$ である。変換後の展開図 4.2(e) では螺旋本数が 3 本、巻き取り後の形状は正 3 角形を呈す(図 4.2(f))。同様に、図 4.3 に示すのは、段上昇数 $D=4$ および $D=16$ の時の、変換前の展開図、それによって得られた円形膜展開図、円形膜を折って得られた正 4 角形状および正 16 角形状の折紙模型である。これらの巻き取り型折紙模型は、図 4.4 に示すように、一軸方向に引っ張り/圧縮することにより展開/収縮が自由自在である。段上昇数 D を変化させれば、任意の数の螺旋で巻き取ることができる。正多角形を形成し、コンパクトに収納が可能である。正多角形に巻き取られる円形膜は先行研究においても得られていた⁽⁴⁰⁾が、等角写像によっても生成できることを示した。

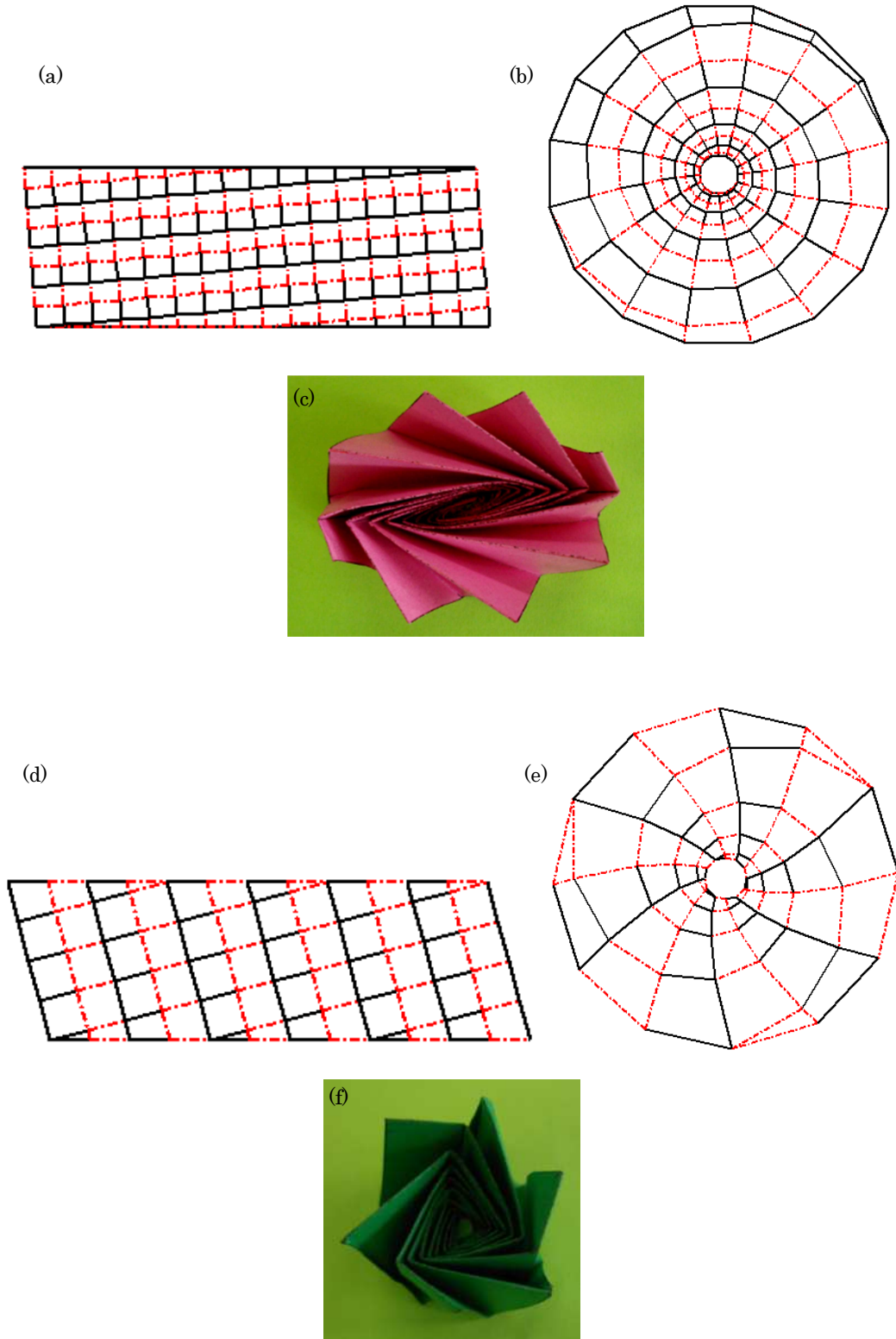


Fig. 4.2 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes; (a) and (d) are original fold patterns with $D=2$ and 3 , respectively; (b) and (e) are transformed fold patterns with two spirals from (a) and with three spirals from (d), respectively. (c) and (f) are physical models of (b) and (e), respectively. Evenly spaced spirals make a regular polygon.

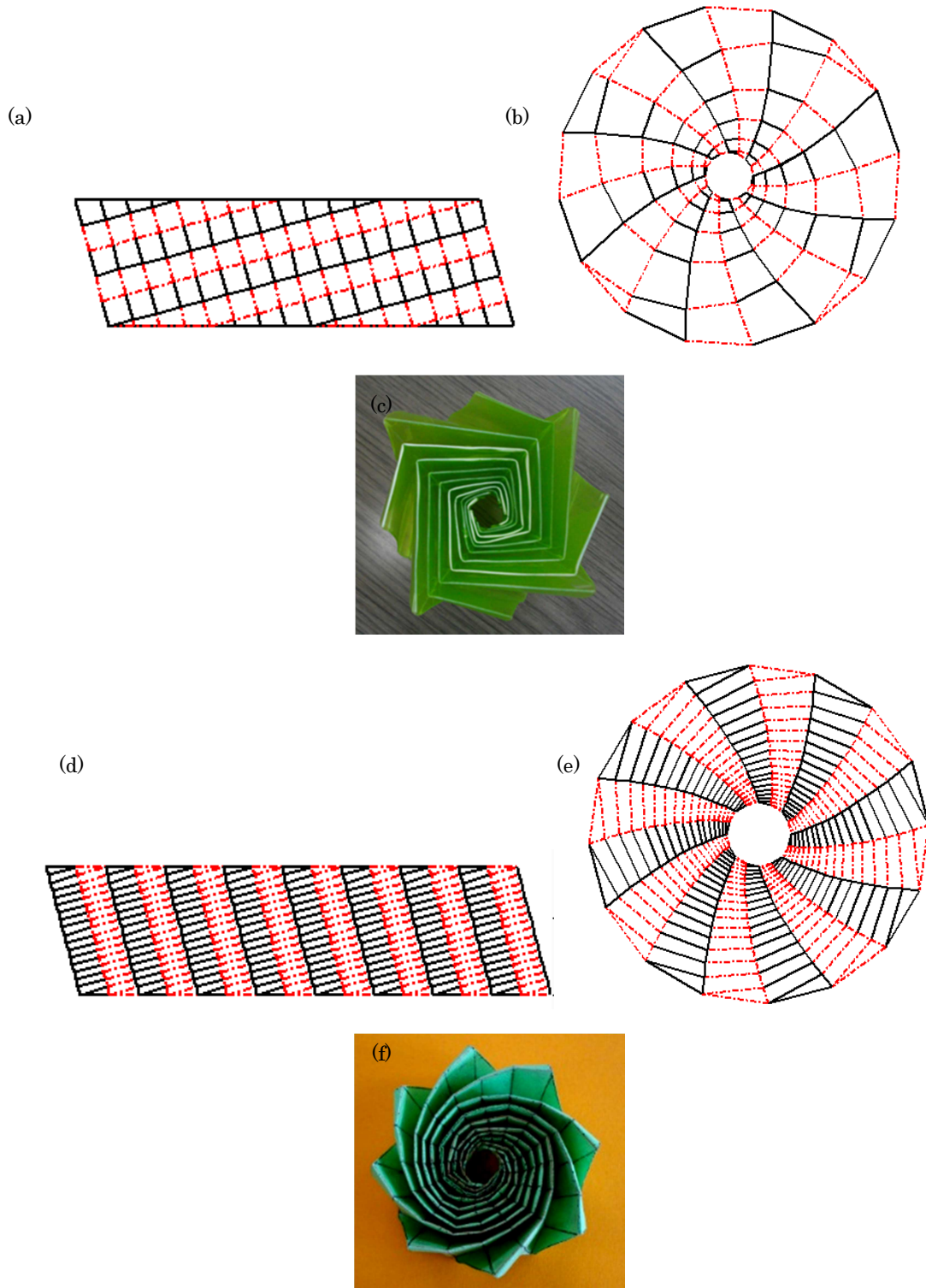


Fig. 4.3 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes; (a) and (d) are original fold patterns with $D=4$ and 16 , respectively; (b) and (e) are transformed fold patterns with four spirals from (a) and with sixteen spirals from (d), respectively; (c) and (f) are physical models of (b) shaped as a square and of (e) shaped as sixteen-sided polygon, respectively. Evenly-spaced spirals make a regular polygon.



Fig. 4.4 Mechanics of the membrane with sixteen spirals (Fig. 4.2 (f)): Wrapping and developing by compression and tension.

4.3.2 不等分な辺長を持つ多角形状に巻き取られる円形膜

$L_{\eta_1} \neq L_{\eta_2}$ とすると変換前の展開図において縦方向の折線間隔を不等分に配することができる。 $L_{\eta_1} < L_{\eta_2}$ とし L_{η_1} と L_{η_2} を交互に配置すると、変換後は円形膜外周から円形膜中心へと向かう螺旋の間隔が長短交互になる。螺旋間隔に長短があるため、巻き取り後も長短 2 つの辺長をもつ多角形となる。図 4.5(a) から変換によって得られた図 4.5(b) は 4 本の不等分配された螺旋からなり、巻き取り後は長方形となる(図 4.5(c))。さらに長短の差を増したものが図 4.5(d)~(f) であり、非常に扁平な長方形となる。図 4.6 も扁平な多角形の例であり、それぞれ長短の辺長を交互に持つ 6 角形および 8 角形である。それぞれ一見すると正三角形および正方形に見え、正多角形の角を面取りしたような形状となっている。短い辺長が極限 0 となったとき、図 4.5(f) は図 4.2(c) に示す線分状への巻き取り、図 4.6(c) は図 4.2(f) に示す正三角形形状への巻き取り、図 4.6(f) は図 4.3(c) に示す正方形形状への巻き取りへと縮退する。円形膜に用いる材料によってはその厚みを無視することができず、図 4.2 および図 4.3 のように折線部分を鋭く巻き取ることが困難になる場合、図 4.5 および図 4.6 に示すように辺の長さに長短をつけることで、厚みによる巻き取りのずれを緩和するような手法が有効である。また、同じサイズの円形膜でも、正方形(図 4.3(c))、長方形(図 4.5(c))、さらに扁平な長方形(図 4.5(f)) と様々な形状の 4 角形に巻き取ることが可能であり、収納スペースの形状に合わせて巻き取り後の形状を決定し、それに見合った折線を決定するといった、より実用的な設計ニーズに対応できる。これらの不等分な辺長を持つ多角形への巻き取り円形膜は本研究で得られた新しい展開図である。

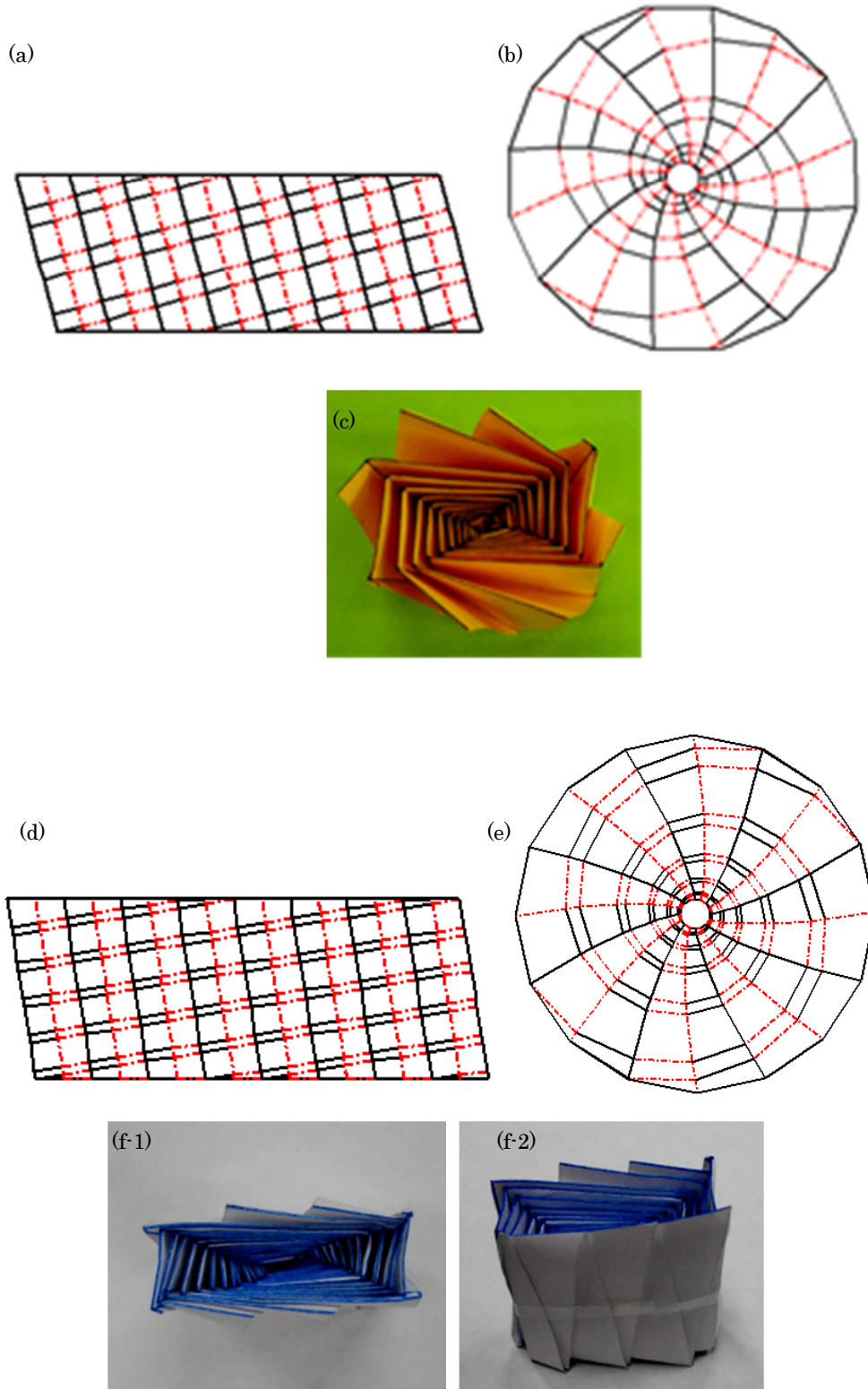


Fig. 4.5 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes. (a) and (d) are original fold patterns. (b) and (e) are transformed fold patterns from (a) and (d), respectively. (c) and (f) are physical models of (b) and (e), respectively. Unevenly-spaced spirals make a polygon with different edge lengths.

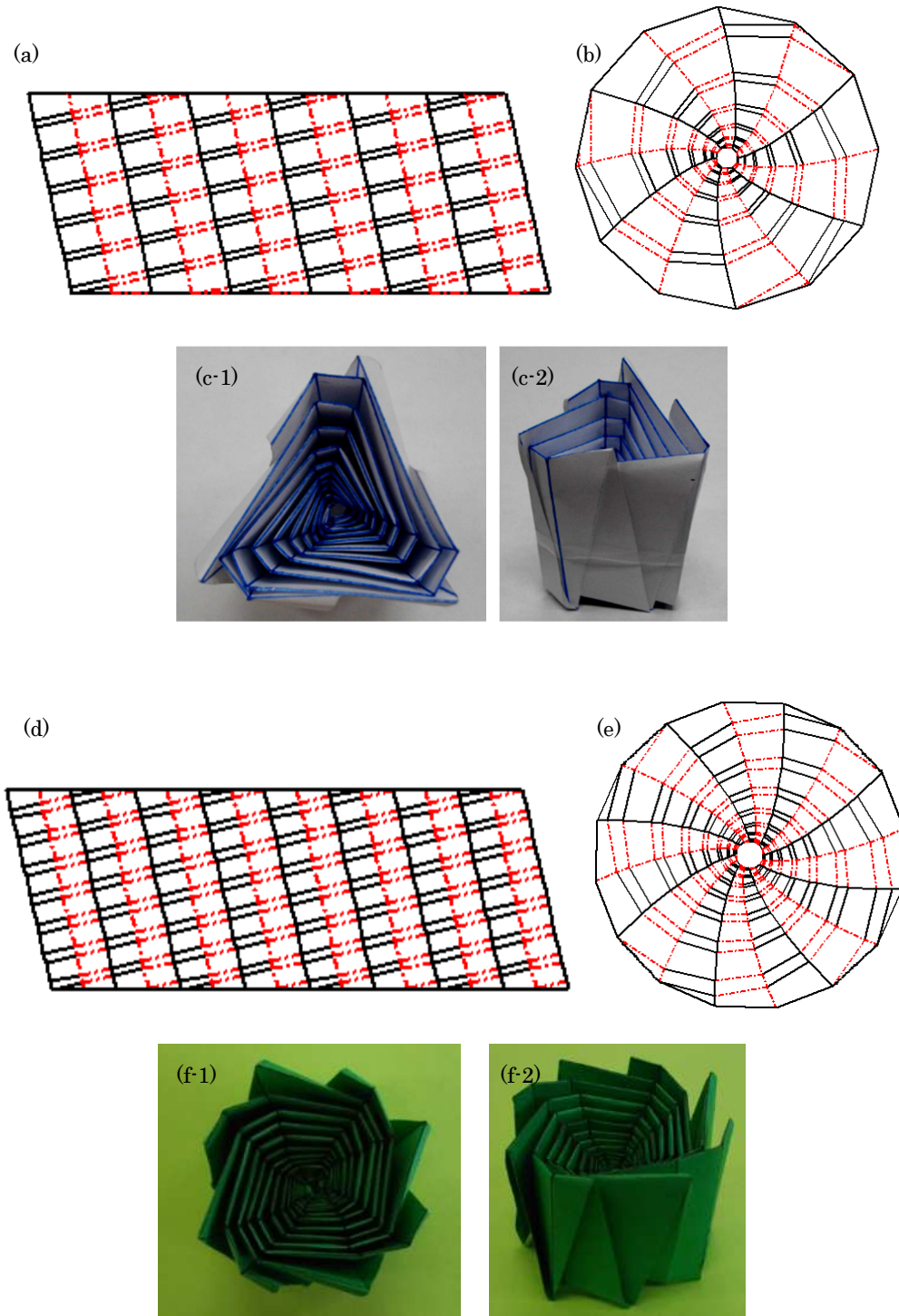


Fig. 4.6 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes. (a) and (d) are original fold patterns. (b) and (e) are transformed fold patterns from (a) and (d), respectively. (c) and (f) are physical models of (b) and (e), respectively. Unevenly-spaced spirals make a polygon with different edge lengths.

4.3.3 ジグザグな螺旋からなる円形膜

4.3.2 節において $L_{\eta_1} \neq L_{\eta_2}$ として得られた 2 種類の要素群のうち、片方の要素群を左右反転させる。反転した要素群を図 4.7(a)に斜線で示す。この時、 $\beta \neq \pi/2$ の条件のもとで縦方向にジグザグの折線を配することができる。図中の■および○は同じ角度(β および $\pi - \beta$)の位置を示す。要素の反転により折り畳みの条件式(4.2)および(4.3)に用いられる角度を入れ替える必要があるが、求めるべき未知数と方程式の数は変わらないので同様の立式が可能である。変換後の円形膜は半径方向の折線がジグザグになる(図 4.7(b))。先と同様、図中のマークは要素の相似性による同じ角度の位置を示す。変換前に 2 種類の要素群を縦方向に十分に長く配置すると、変換後は 2 種類の相似な四角形要素を理論上円形膜中心極限にまで配置でき、すなわち中心近傍にまで半径方向にジグザグな折線を導入することができる。一方、野島は鏡像法を用いて半径方向にジグザグな折線を持つ円形膜を作成する手法について論じている⁽³⁷⁾。鏡像法とは円形膜中心からの 2 本の放射線を鏡面とみなし、折線を光のように入射角と反射角が等しくなるように反射させることによってジグザグの折線を作成する手法である(図 4.7(c))。この手法を用いると円形膜の中心に近づくにつれ入射角および反射角が 0° に近づき、円形膜の中心部分に折線の至らない領域(図 4.7(c)に斜線で表示)ができることは避けられなかった。等角写像を用いた手法では中心極限にまでジグザグな折線を導入でき、理論上鏡像法のような制限はない。よって、半径方向にジグザグな折線を導入する手法として、等角写像はより汎用的であると言える。縦方向にジグザグな折線を持つ展開図 4.8(a)を変換し、半径方向にジグザグな折線を持つ円形膜展開図 4.8(b)を得る。円形膜は外周から円形膜中心へ向かって 4 本の螺旋が存在するが、折線が反転するごとに巻き取りの方向も反転するため、結果として一方向への巻き取りではなく、半径方向へ収縮するように折り畳まれる。図 4.8(c)に折紙模型を、図 4.9 にその巻き取りの様子を示す。

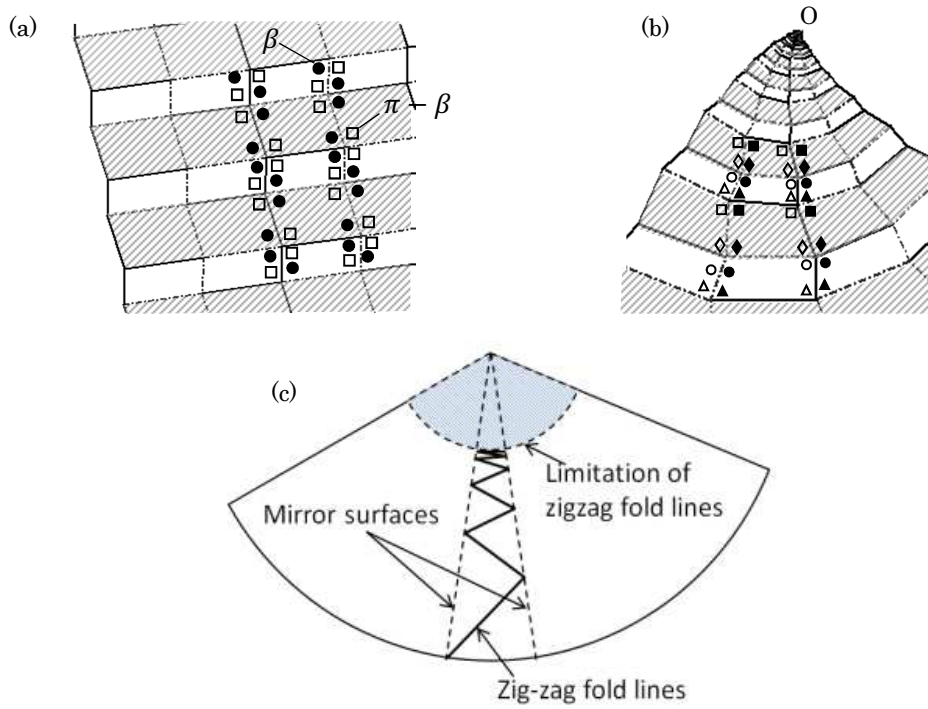


Fig. 4.7 Definition of Zigzag Fold Lines, (a): Original fold lines. (b): Transformed fold lines from (a). (c): Fold lines by the conventional method by mirroring reported in Reference (37).

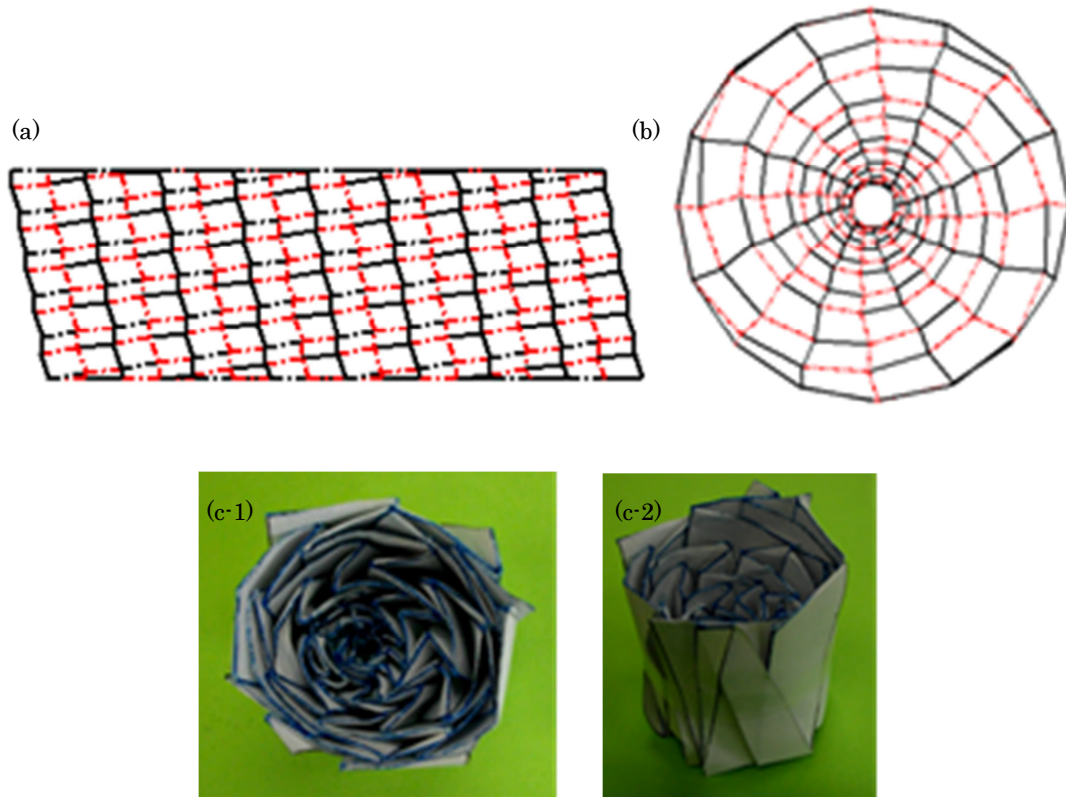


Fig. 4.8 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes to Radial Direction. (a) is an original fold pattern. (b) is a transformed fold pattern from (a) by the new method. (c) is a physical origami model of (b).

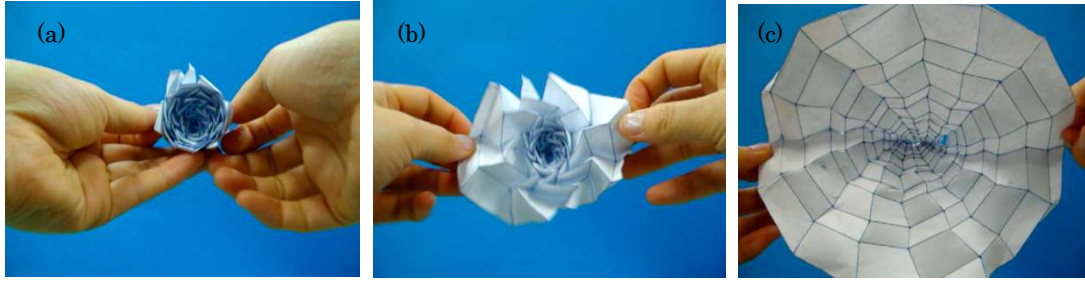


Fig. 4.9 Mechanics of the membrane with zigzag fold lines (Fig. 4.8 (c)): Folding and developing by compression and tension along the radial direction of the membrane

要素を反転させる代わりに図 4.10(a)に示すように 2 種類の角度 β_1 および β_2 を縦方向に交互に配置することで、変換後に半径方向にジグザグな折線からなる円形膜を作成することもできる。図中のマークは同じ角度の位置(β_1 , $\pi - \beta_1$, β_2 および $\pi - \beta_2$)を示す。ここでは円形膜外周から円形膜中心へ向かう螺旋を等間隔で配置できるよう、次式を満たすものとする。

$$L_{\eta_1} \cos \beta_1 = L_{\eta_2} \cos \beta_2 \quad (4.14)$$

よって、角度を 2 種類に増やしたが、未知数の数=方程式の数となる。先と同様、変換後は 2 種類の相似な要素群が交互に配列し、縦方向に十分な要素数をとることにより半径方向のジグザグな折線を中心まで導入することが可能である(図 4.10(b))。図中のマークは要素の相似性による同じ角度の位置を示す。縦方向にジグザグな折線を持つ展開図 4.11(a)を変換し、半径方向にジグザグな折線を持つ円形膜展開図 4.11(b)を得る。その折紙模型を図 4.11(c)に示す。先の例と同様、折線が反転するごとに巻き取りの方向も反転し、半径方向に収縮するように折り畳まれる。

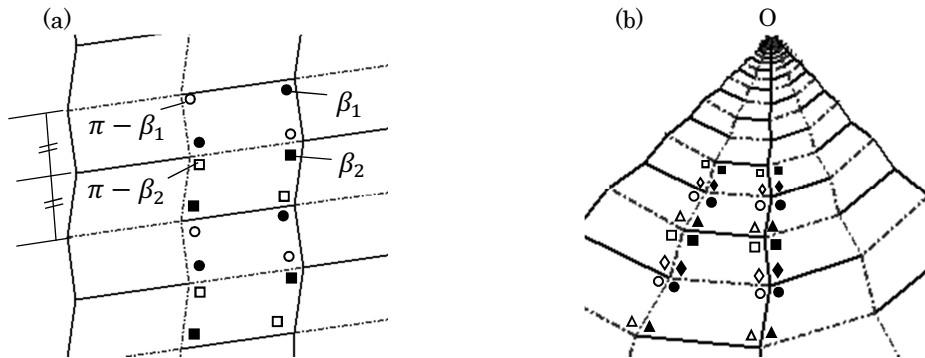


Fig. 4.10 Definition of Zigzag Fold Lines. (a): Fold lines with two angles β_1 and β_2 . (b): Transformed fold lines from (a).

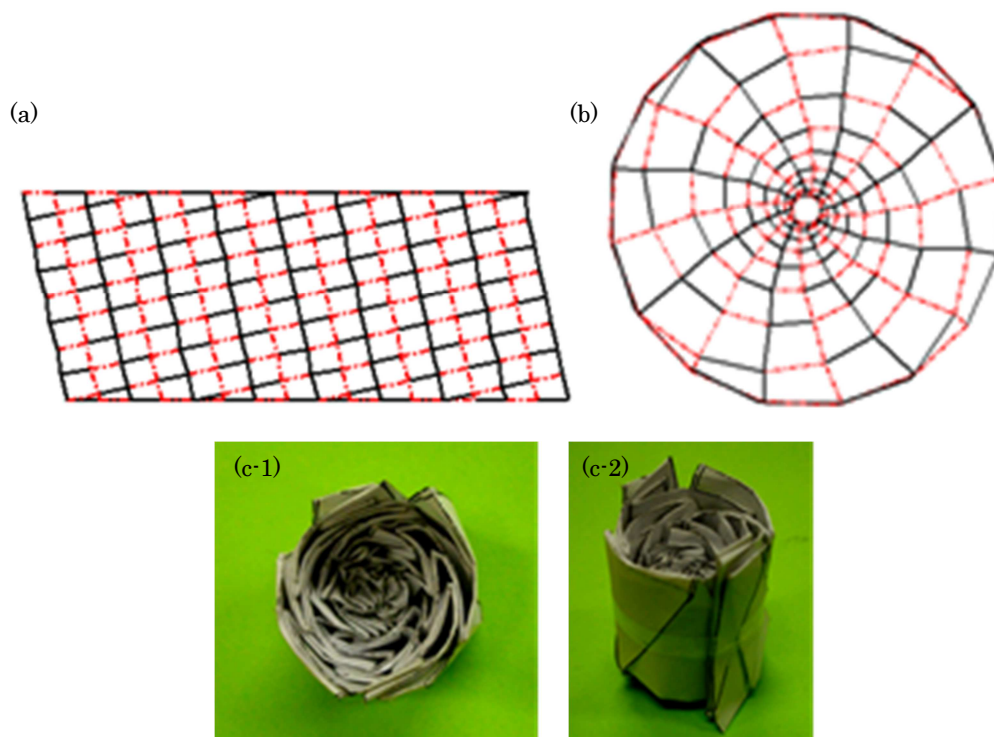


Fig. 4.11 Fold Pattern and Physical Model of Foldable Membrane. (a) is an original fold pattern. (b) is a transformed fold pattern of (a) by the new method. (c) is a physical origami model of (b).

角度 β_1 と β_2 が等しくはないが非常に近い値をとる場合 ($\beta_1 \approx \beta_2$), 変換後に巻き取りの方向が反転するに至らず, 4.3.1 節および 4.3.2 節のように 1 方向に巻き取られる構造を作成することもできる. 図 4.12 に例を示す. $\beta_1 \neq \beta_2$ であるから変換前は 2 種類の合同な要素群が存在し, 図 4.12(a) では縦方向の折線は僅かにジグザグである. 変換後, 図 4.12(b) では 2 種類の相似な要素群が存在しているが, 角度が非常に近いため螺旋は反転していない. よって, 1 方向に巻き取られるが, 折線の角度の違いから巻き取り後の模型は扁平になる. 式(4.14)により螺旋間隔は等しく保たれているので巻き取り後の形状の辺の長さは等しい. よって, 段上昇 $D=4$ すなわち螺旋本数 4 本の時には菱形を形成する(図 4.12(c)). 円形膜を平たく巻き取りたい場合, 図 4.2(c) に示したように 2 本の螺旋で線分状に巻き取る方法が考えられるが, 円形膜の厚みにより巻き取りの中心付近が膨らみ, 厳密に線分状に巻き取ることはできない. このような場合は, 図 4.5(f) に示すように辺長の異なる扁平な長方形で巻き取ることも考えられるが, 最も厚みの影響の出る中心付近に余裕をもたせるため, 図 4.12(c) に示すような菱形に巻き取っても良い. このような内角の異なる多角形への巻き取りも本研究で得られた新たな知見である.

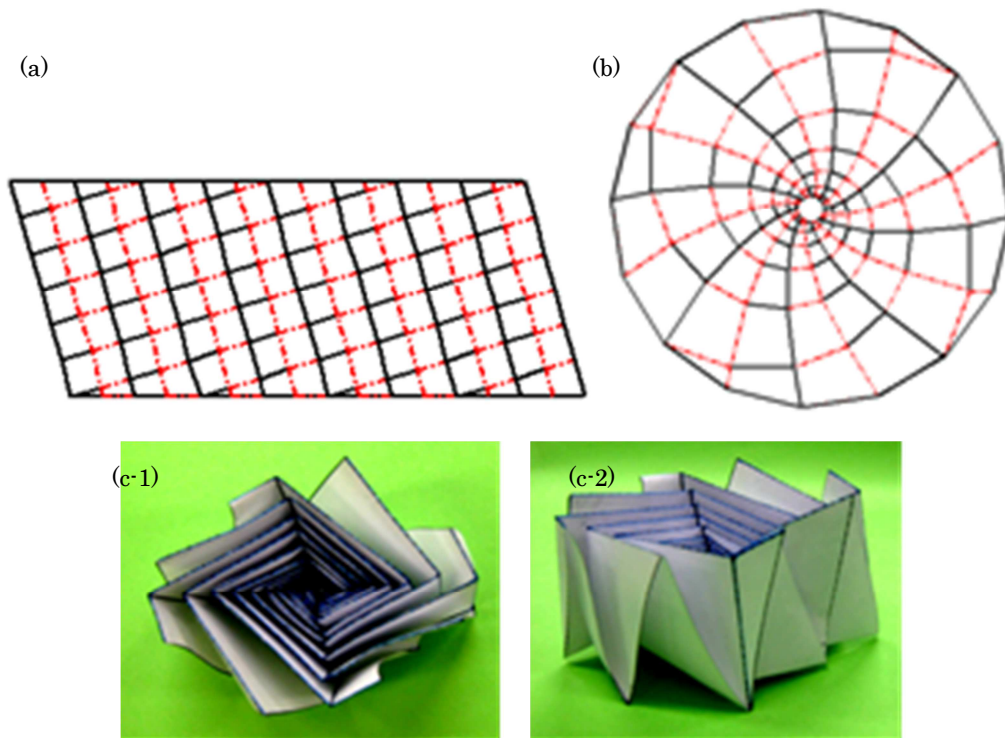


Fig. 4.12 Fold Pattern and Physical Model of Foldable Membrane. (a) is an original fold pattern with slightly zigzag fold lines due to two different angles β_1 and β_2 . (b) is a transformed fold pattern of (a). Fold lines are not zigzag after transformation. (c) is a physical origami model of (b). Since fold lines are not zigzag, the model is wrapped up around center. However, the angle of spiral is still different so that it is shaped as a diamond, in this case of $D=4$.

同様の議論で未知数の数を増やすことなく、縦方向ではなく水平方向にジグザグな折線を設けることもできる。図 4.13 に例を示す。変換後は 4.3.1 節および 4.3.2 節と同様に一方向に巻き取られ、螺旋の本数と同数の正多角形を形成する(図 4.13 (c))。

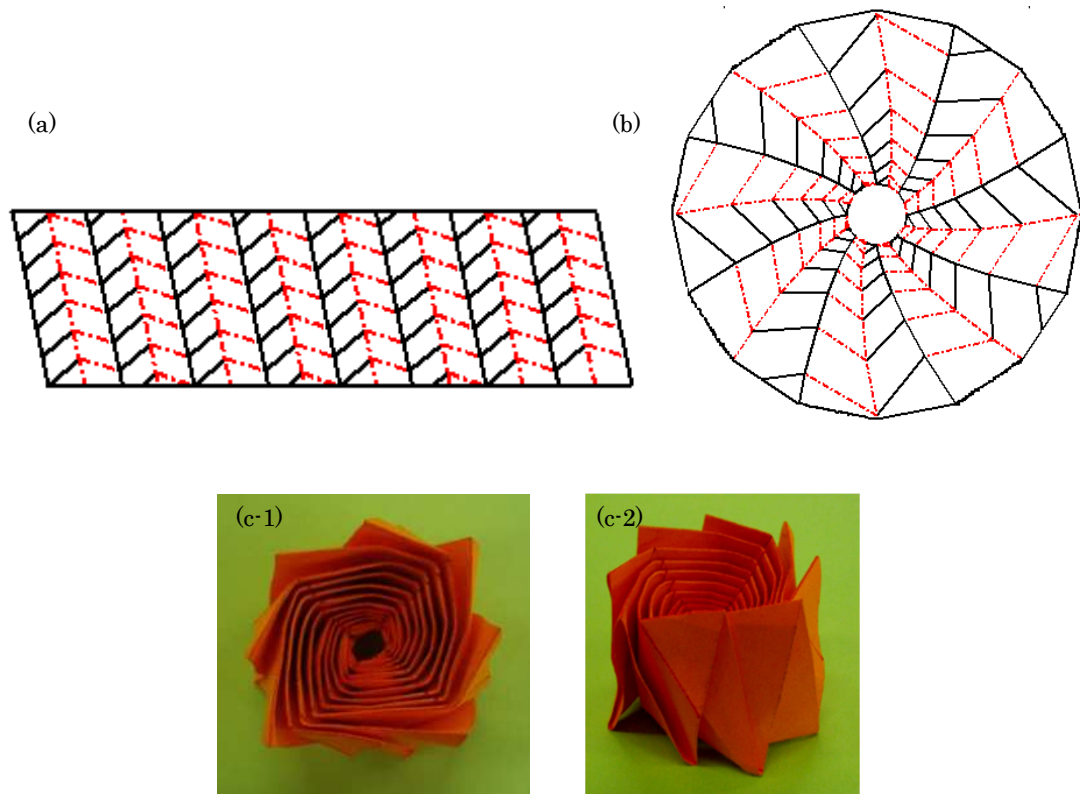


Fig. 4.13 Fold Patterns and Physical Models of Foldable Membranes. (a): Original fold pattern. (b): Transformed fold pattern from (a). (c): Physical model of (b).

4.4 考察

渦糸の流れの変換による円形膜の巻き取り展開図創成手法の利点と制限について考察する．渦糸の流れの変換によって得られた円形膜の巻き取り展開図は相似な四角形要素の平面充填で構成され，折線は円周から円中心へ向かう等角螺旋を描く．つまり，先行研究で報告されている円形膜の巻き取り展開図のうち，等角螺旋から成る折線で構成された展開図のみ創成可能である．アルキメデス螺旋から成る折線で構成された円形膜展開図のように，四角形要素の形状が徐々に変化する展開図に関しては，本手法で創成することは困難である．要素形状が異なる場合，全ての節点において折り畳みの条件を満たすように立式する必要がある，ある代表節点でのみ折り畳みの条件をみたすように立式すればよいという等角写像による手法の利点を活かすことができないためである．一方で，円形膜の巻き取り展開図を一旦簡単な円筒形展開図に落とし込んだことで，辺長や内角の異なる多角形に巻き取られる展開図を新規に創成でき，また，従来の手法より汎用的にジグザグの折線を得ることができた．

自然界に見られる折り畳みモデルと本研究の巻き取りモデルとの類似点について述べる．図 1.4(c)に示したひまわりの種の配列は，34 本と 55 本というフィボナッチ数列の隣り合う 2 数の螺旋数を右回りと左回りに読み取ることができる．段上昇数 D が 55，横方向の要素数が 34 の展開図を渦糸の流れの変換で変換すると，右回りと左回りの螺旋数がそれぞれ 55 と 34 の円形

膜が得られる。この円形膜は正 55 角形に巻き取られる。ひまわりの種の配列の生長過程が円形膜の巻き取り挙動で表現できるか否かは定かではないが、自然界の現象を数理モデルで表現する面白い試みであり、今後の課題である。

これらの巻き取り円形膜の将来的な工学応用を踏まえ、より汎用的な材質を用いて模型を作成した。図 4.14(a)に示すのは、プラスチックフィルム(ポリプロピレンシートおよび PET シート, 厚み 0.1~0.2mm)で作成した模型である。紙による模型と同様、手での造形が可能である。円形膜の中心に空けた穴が巻き取られると小さくなる事から、円形膜を 2 枚重ねて境界を接着し、空気の充填によって巻き取られた状態から膨張する救命浮具への応用を考えている。図 4.14(b)に示すのは、不織布(厚み 1.0mm)で作成した巻き取り模型である。工学からは離れるがファッション業界では円筒・円錐の折り畳みのアイデアが婦人服やインテリア用品に応用された例があり⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾、巻き取り円形膜も十分に面白いファッションデザインになり得る。ここでは、巻き取りやすくするために円形膜を四角形要素ごとに分割し、山折・谷折を考慮しながら縫い合わせた。図 4.14(c)に示すのは、ステンレス板(SUS304, 厚み 0.1mm)の巻き取り模型である。今回は手での製作であったため、加工の容易さから円形膜を四角形要素ごとに分割し、接着テープで境界をつなぎ合わせた。円形膜の中心付近では巻き取られる際に要素がたわむため、十分に薄く柔軟な材料を用いる必要がある。今回は接着テープであったが、折線部分は四角形要素をつなぐ回転ヒンジとして置き換えることができる。実物のヒンジと金属板を考慮した設計については今後の考察が必要である。

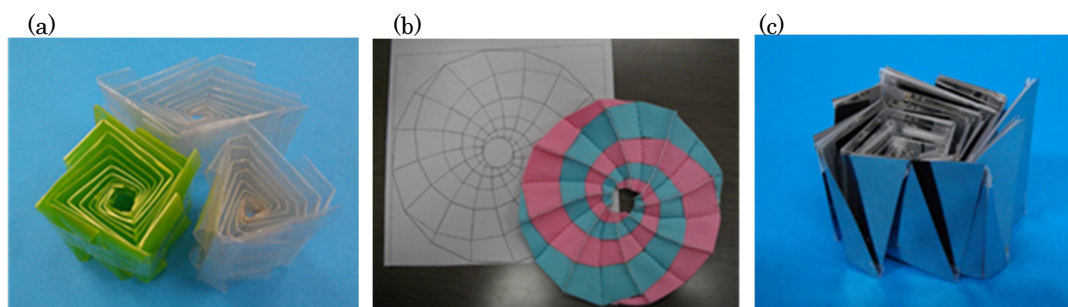


Fig. 4.14 Physical Models Made of Various Materials. (a): Plastic films (thickness: 0.1~0.2mm), (b): Closing (thickness: 1.0mm), (c): Stainless steel plate (thickness: 0.1mm).

4.5 結言

渦糸の流れの変換を用い、既に報告されている円形膜の巻き取り展開図のうち、等角螺旋から成る折線で構成された円形膜の展開図を創成することができた。アルキメデス螺旋から成る折線で構成された円形膜展開図のように、四角形要素の形状が徐々に変化する展開図に関しては、ある代表節点でのみ折り畳みの条件をみたとすように立式すればよいという等角写像による手法の利点を活かすことができないため、本手法で創成することは困難である。一方で、不等分な辺長を持つ多角形や内角の異なる多角形への巻き取り円形膜といった、さらに多様な巻き取り形状を比較的容易に作成できた。半径方向にジグザグな折線を持つ円形膜では従来の鏡像法を用いると円の中心付近には折線を生成できないという制限があったが、等角写像による手法ではその制限はなく、より汎用的にジグザグ折線を創出できることを示した。このように、等角写像変換は既

存の折紙展開図から未だ存在しない折紙構造のイメージを頭の中でふくらませたり、作成したい折紙展開図のラフスケッチを容易に作ることが可能となる。さらに、プラスチックフィルム、布、金属板といった材料を用いても作成可能であり、より広い分野への応用が期待できる。扁平な形状へ巻き取ることによって、厚みを見できない材料の使用や収納スペースの形状に合わせて折線を決定する等、より実用的なニーズにも対応でき、等角写像による展開図創出手法の有用性が示された。

第5章 等角写像を用いた2方向に 折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成

5.1 緒言

渦糸の流れの変換によって、円錐殻の展開図および円形膜の展開図が作成できることが第3章および第4章において示された。次に、他の等角写像変換へと議論を進める。

本章では、円筒の展開図を基にするところはこれまでと同様であるが、湧き出しの流れの変換によって湾曲する筒の展開図を創成する。第3章の円錐殻の折り畳みでもそうであったように、筒形状は展開図の両端を閉じて形成される。湾曲する筒の場合も筒形状を形成するために両端を閉じる必要があるが、湾曲しているため展開図の両端の長さが異なり直接閉じることはできない。そこで2枚の展開図を前後に重ね合わせ、同じ長さの辺を貼り合わせ筒形状を形成する。接合部は1節点6本の折線から成る構造、その他の部分は1節点4本の折線から成る構造とし、湾曲する軸方向へ折り畳む。2枚の展開図を貼りあわせた構造は、完全に展開した状態(初期状態)と完全に折り畳まれた状態の2つの状態で平面的になる。立体形状を呈するのは、それらの間における展開の過程においてである。

5.2 定式化

本章で用いる湧き出しの流れの変換(図2.2(c))の変換式は次式で定義される。

$$\zeta = k \log z \quad (5.1)$$

すなわち、

$$\begin{cases} x = \exp \frac{\xi}{k} \cdot \cos \frac{\eta}{k} \\ y = -\exp \frac{\xi}{k} \cdot \sin \frac{\eta}{k} \end{cases} \quad (5.2)$$

である。ここで、 k は定数である。図5.1(a)に示すのは、1節点6折線から成る円筒の展開図である。式(5.1)により、図5.1(a)に示す $\xi-\eta$ 座標系は図5.1(b)に示す $x-y$ 座標系へと変換される。図5.1(a)において高さ方向であった辺ACおよび辺BD、水平方向であった辺ABおよび辺CDはそれぞれ図5.1(b)において円弧、放射線に対応する。図5.1(a)に示した折線によって円筒は辺ACと辺BDが閉じ、高さ方向に折り畳まれる。図5.1(b)においても辺ACと辺BDが閉じるこ

とが期待されるが、辺 AC と辺 BD の長さは等しくないため、直接閉じることはできない。そこで、図 5.1(b)に示す展開図を 2 枚用意し前部および後部に配置し、辺 AC は辺 AC と、辺 BD は辺 BD と閉じ、円弧方向つまり筒の湾曲する軸方向に折り畳むことを考える。このように、本章では、湧き出しの流れの変換を用い、2 枚の展開図を結合することによって、折り畳み可能な湾曲した筒の展開図を構築することを目的とする。

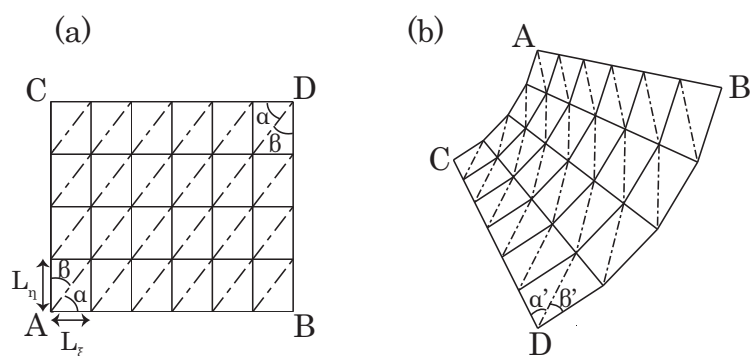


Fig. 5.1 Fold patterns on the original and transformed planes; (a) is a fold pattern of cylindrical structures on the original plane; (b) is the fold patterns by the transformation of a flow with a source shown in Fig. 2.2 (c).

5.3 変換結果

5.3.1 一定曲率で湾曲する筒(トーラス)の折り畳みモデル

2 枚の展開図を前後に結合することを考えると、図 5.1 に示したような 1 節点 6 折線のモデルの場合は、折った時に結合部で前後の要素が互いに干渉しあうので、2 枚の展開図を独立して考えることが難しい。2 枚の展開図をはじめから 1 枚の展開図として考えると良いが、その場合は湧き出しの流れの変換による展開図創成手法からは議論がずれるため、1 節点 6 折線モデルにおける湾曲する筒の折り畳みに関しては第 6 章に述べる展開図を参照されたい。本章では、図 5.2 に示す 1 節点 4 折線のモデルを考える。図 5.2(a)および(b)に示すのは変換前の円筒展開図(それぞれ前部および後部)である。展開図内部の節点は 4 折線が集まり、前部と後部の展開図の結合部にあたる節点では、結合した時に 6 折線が集まる。図 5.2(a)に示すように、変換前の展開図において基準線(Base line)を定義しておく。基準線に対して上下対称に、内部節点では角度 γ_1 , γ_2 , 境界節点では角度 β_1 , β_2 , 1 要素あたりの高さを L_n とする。これを繰り返すと合同な要素が並ぶ展開図が得られる。

図 5.2(c)および(d)に示すのは式(5.1)によって変換後の湾曲した筒の展開図(それぞれ前部および後部)である。基準線も変換され、変換後の基準線は放射線状となる。このような折線にしておくと、折った時に 2 枚の展開図が干渉しあわないので、2 枚の展開図を独立して考えることができる。

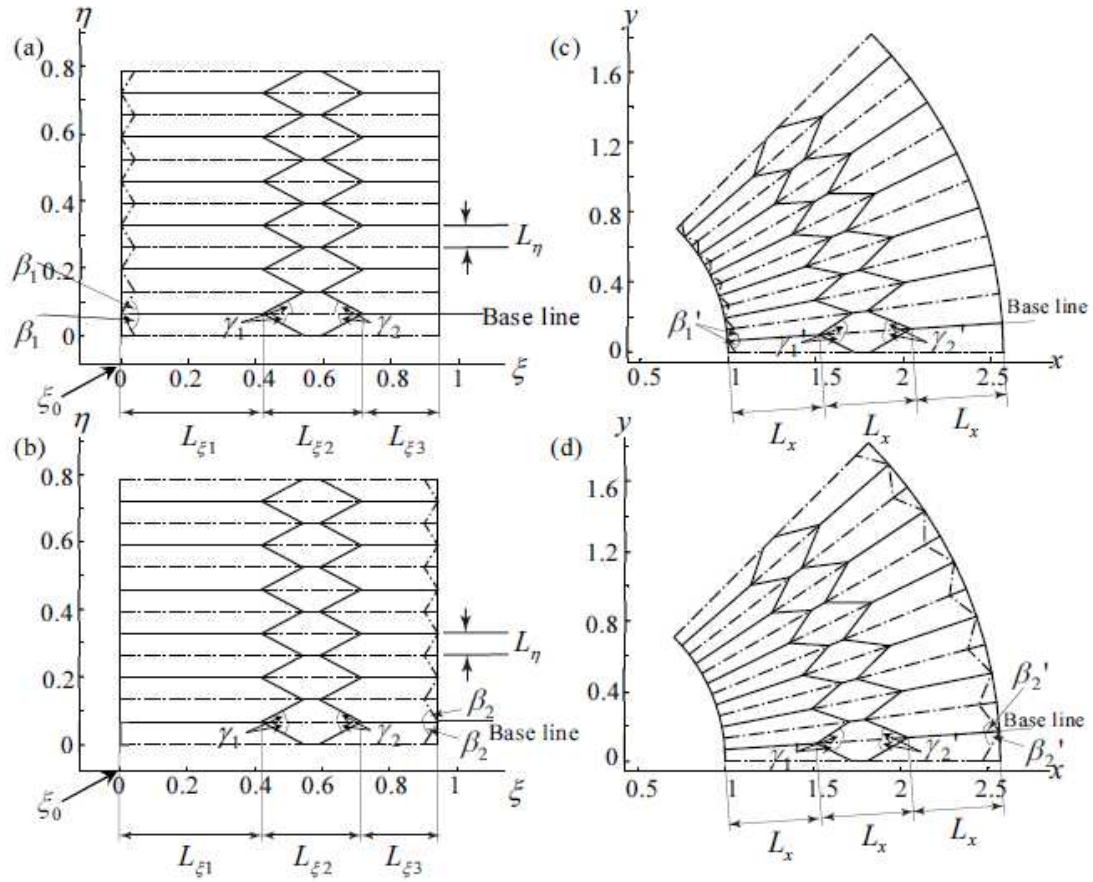


Fig. 5.2 Samples of original and transformed fold patterns with four fold lines at each node. (a): Original front; (b): Original back; (c) Transformed front; (d): Transformed back.

変換後の角度 β_1' , β_2' , γ_1' および γ_2' は式(5.1)により以下の式で表され, 設計変数 γ_1 , γ_2 , β_1 , β_2 および L_η の関数となる.

$$\cos \beta_1' = \frac{\exp \frac{L_\eta}{k \tan \beta_1} \cos \frac{L_\eta}{k} - 1}{\sqrt{\exp \frac{2L_\eta}{k \tan \beta_1} - 2 \exp \frac{L_\eta}{k \tan \beta_1} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}} \quad (5.3)$$

$$\cos \beta_2' = \frac{-\exp \frac{L_\eta}{k \tan \beta_2} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}{\sqrt{\exp \frac{2L_\eta}{k \tan \beta_2} - 2 \exp \frac{L_\eta}{k \tan \beta_2} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}} \quad (5.4)$$

$$\cos \gamma_1' = \frac{\exp \frac{L_\eta}{k \tan \gamma_1} \cos \frac{L_\eta}{k} - 1}{\sqrt{\exp \frac{2L_\eta}{k \tan \gamma_1} - 2 \exp \frac{L_\eta}{k \tan \gamma_1} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}} \quad (5.5)$$

$$\cos \gamma_2' = \frac{-\exp \frac{-L_\eta}{k \tan \gamma_2} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}{\sqrt{\exp \frac{-2L_\eta}{k \tan \gamma_2} - 2 \exp \frac{-L_\eta}{k \tan \gamma_2} \cos \frac{L_\eta}{k} + 1}} \quad (5.6)$$

本手法では、節点座標値を変換し、変換後の節点を線分で結び新たな折線としているため、変換前後で折線の成す角は厳密には保存せず、 $\beta_1' \neq \beta_1$ 、 $\beta_2' \neq \beta_2$ 、 $\gamma_1' \neq \gamma_1$ 、 $\gamma_2' \neq \gamma_2$ である。そのため変換前の設計変数をあらかじめ補正しておく必要がある。以下に補正方法を述べる。

次の4式は、結合部は1節点6折線、展開図内部は1節点4折線から成る本モデルを平坦に折り畳んだ時に、筒を形成するための十分条件を与える。

$$L_{\xi_n} = k \log \left(1 + \frac{L_x}{\exp \frac{\xi_0}{k} + (n-1)L_x} \right) \quad (n=1,2,\dots, N; N:\text{奇数}) \quad (5.7)$$

$$\beta_1' = \beta_2' \quad (5.8)$$

$$\gamma_1' = \gamma_2' \quad (5.9)$$

$$-\beta_1' + (N-1) \cdot \gamma_1' = 0 \quad (5.10)$$

ただし N は展開図1枚当たりの横方向(放射線方向)の要素数であり、図5.2では $N=3$ である。また、 L_{ξ_n} ($1 \leq n \leq N; N:\text{奇数}$)は変換前の基準線上の n 番目の要素間隔を表し、 ξ_0 は基準線上の1番目要素の左節点の実部座標値である。 L_x ($=\text{const.}$)は変換後の基準線上の要素間隔を表す。式(5.7)が示すのは、展開図は指数関数で変換されるので、変換前の基準線上に並ぶ節点をあらかじめ対数的に配置しておき、変換後の展開図において放射線状の基準線上に並ぶ節点を等間隔に配置するための条件である。まず、式(5.7)を証明する。変換前の基準線が水平であることに注意して、基準線上の節点を左から順番に A_0 、 $\dots$ 、 A_n ($=A_{n-1} + L_{\xi_n}$)、 $\dots$ 、 A_N ($=A_{N-1} + L_{\xi_N}$) ($n=1,2,\dots, N$)とする。式(5.1)で変換すると、

$$A_n' = \exp \frac{A_n}{k} = \exp \frac{A_{n-1} + L_{\xi_n}}{k} \quad (5.11)$$

である。変換後の隣り合う節点間距離が等しい、すなわち $|A_n' - A_{n-1}'| = L_x$ ($=\text{const.}$)が成り立つとき、次式を得る。

$$|A_{n-1}'| \left| \exp \frac{L_{\xi_n}}{k} - 1 \right| = L_x \quad (5.12)$$

A_n' ($n=1,2,\dots, N$)は放射線上へ変換されるから、 $A_{n-1}' = A_0' + (n-1)L_x$ ($A_0' / |A_0'|$) が成り立ち、これを代入して、次式を得る。

$$\left(\exp \frac{A_0'}{k} + (n-1)L_x \right) \left| \exp \frac{L_{\xi_n}}{k} - 1 \right| = L_x \quad (5.13)$$

ここで、 A_0 の実部を ξ_0 とすると

$$\left(\exp \frac{\xi_0}{k} + (n-1)L_x \right) \left| \exp \frac{L_{\xi_n}}{k} - 1 \right| = L_x \quad (5.14)$$

L_{ξ_n} ($1 < n < N$) は正数であるから、 k の正負によって $\exp(L_{\xi_n}/k) - 1$ の正負が決定し、次式を得る.

$$L_{\xi_n} = k \log \left(1 + \operatorname{sgn}(k) \frac{L_x}{\exp \frac{\xi_0}{k} + (n-1)L_x} \right) \quad (5.15)$$

湧き出しの流れ ($k > 0$) のとき、確かに式(5.7)が導かれる.

次に、式(5.8)および式(5.9)は変換後の角度 β_1' , β_2' , および γ_1' , γ_2' が互いに等しいことを示している. 最後に、式(5.7)～式(5.9)の条件のもと、式(5.10)を導く. 変換後の展開図から高さ 1 段分の帯を抜き出して、基準線(Base line)周りに、折りによる回転角を考える. 図 5.2(c)および(d)に示した展開図から抜き出した帯を図 5.3(a)に示す. 図に示すように折線を折線①～③および折線④～⑥とする. これらの帯を結合して筒を形成すると、計 6 回の折りによって筒が閉じなければならない. 折線①による回転角は $\pi - 2\beta_1'$, 折線②による回転角は $2\gamma_1'$, 折線③による回転角は $2\gamma_2'$ となり、同様に折線⑥まで考慮すると、図 5.3(b)を得る. 式(5.7)～式(5.9)の条件のもとでは、平坦に折り畳まれた状態で基準線をつないで得られる多角形(ここでは 6 角形)は、2 枚の展開図の接合節点を結んだ直線(Axis 1)に対して線対称、さらにそれに直交し 2 つの接合節点の中点を通る直線(Axis 2)に対しても線対称、つまり 4 回対称である. この時、平坦に折り畳んだ状態で筒が閉じているためには、多角形を 2 本の対称軸で 4 等分し、もとの多角形の内角にあたる角度の和 $\beta_1' + (\pi - 2\gamma_1')$ が $4\pi/4$ に等しければよい. よって、次式が導かれる.

$$-\beta_1' + 2\gamma_1' = 0 \quad (5.16)$$

展開図 1 枚当たりの横方向(放射線方向)の要素数を N として式(5.16)を一般化すると、式(5.10)が導かれる.

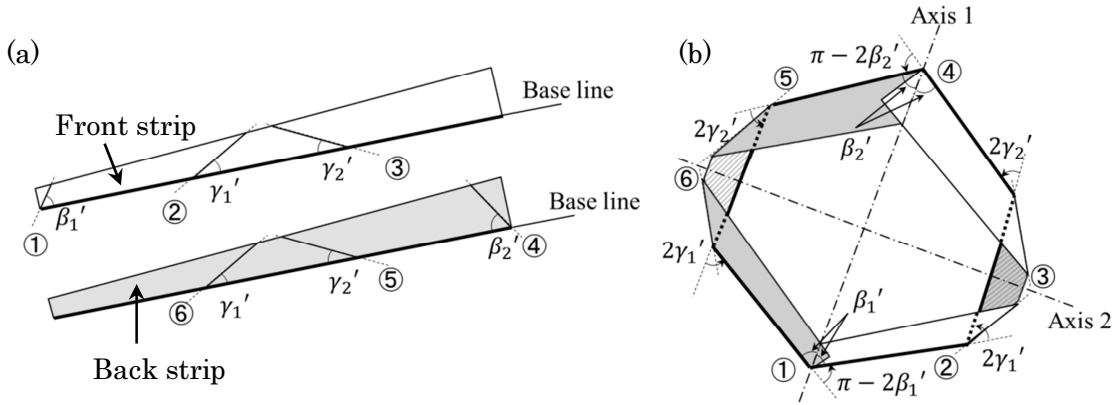


Fig. 5.3 Condition to close the tube along the base line ($N = 3$); (a): Extracted strips from Fig. 4 (c) and (d), respectively; (b): Connection of folded strips and rotated angles by each folding.

式(5.3)～式(5.6)から β_1' , β_2' , γ_1' , および γ_2' を求め式(5.8)～式(5.10)に代入して, 設計変数 γ_1 , γ_2 , β_1 , β_2 , L_η が満たすべき関係式を得る. 変数 5 つに対し, 満たすべき方程式は 3 つであるから, 変数 2 つを固定し, 残りの 3 変数を未知数とすればよい. ${}_5C_2 = 10$ 通りの解き方が考えられるが, 式(5.3)～(5.6)を比較すると, 角度に関してはどの変数を固定しても同等の収束性が得られると推測できる. ここでは, β_1 , β_2 を固定し, γ_1 , γ_2 , L_η を変数とした. 変換後の折線は基準線に対して線対称であるため, 各節点において平坦に折り畳むことができる. 図 5.3 に図 5.2 で得られた一定曲率で湾曲する筒の実物折紙模型の作成手順を示す. 筒は一定曲率で湾曲しているので, それはトーラスの一部となる. ここでは十分に長いトーラスを考え, 紙を貼り合わせ中心角が 360° 以上の平面展開図を作成した(図 5.3(a)). 前部と後部それぞれの展開図を折り(図 5.3(b)), 貼り合わせて図 5.4 に示す実物折紙模型を得る.

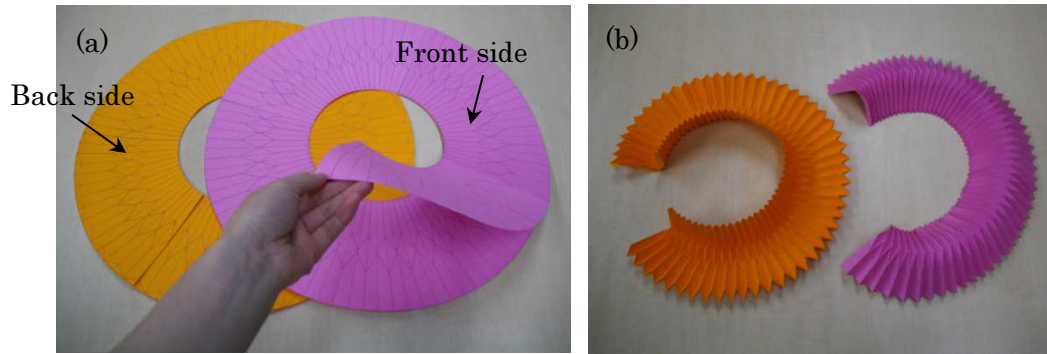


Fig. 5.3 Process to make bi-directionally flat-foldable origami model. (a): Front and back sheets with bigger than 360° degree; (b): Folded sheets to be glued.

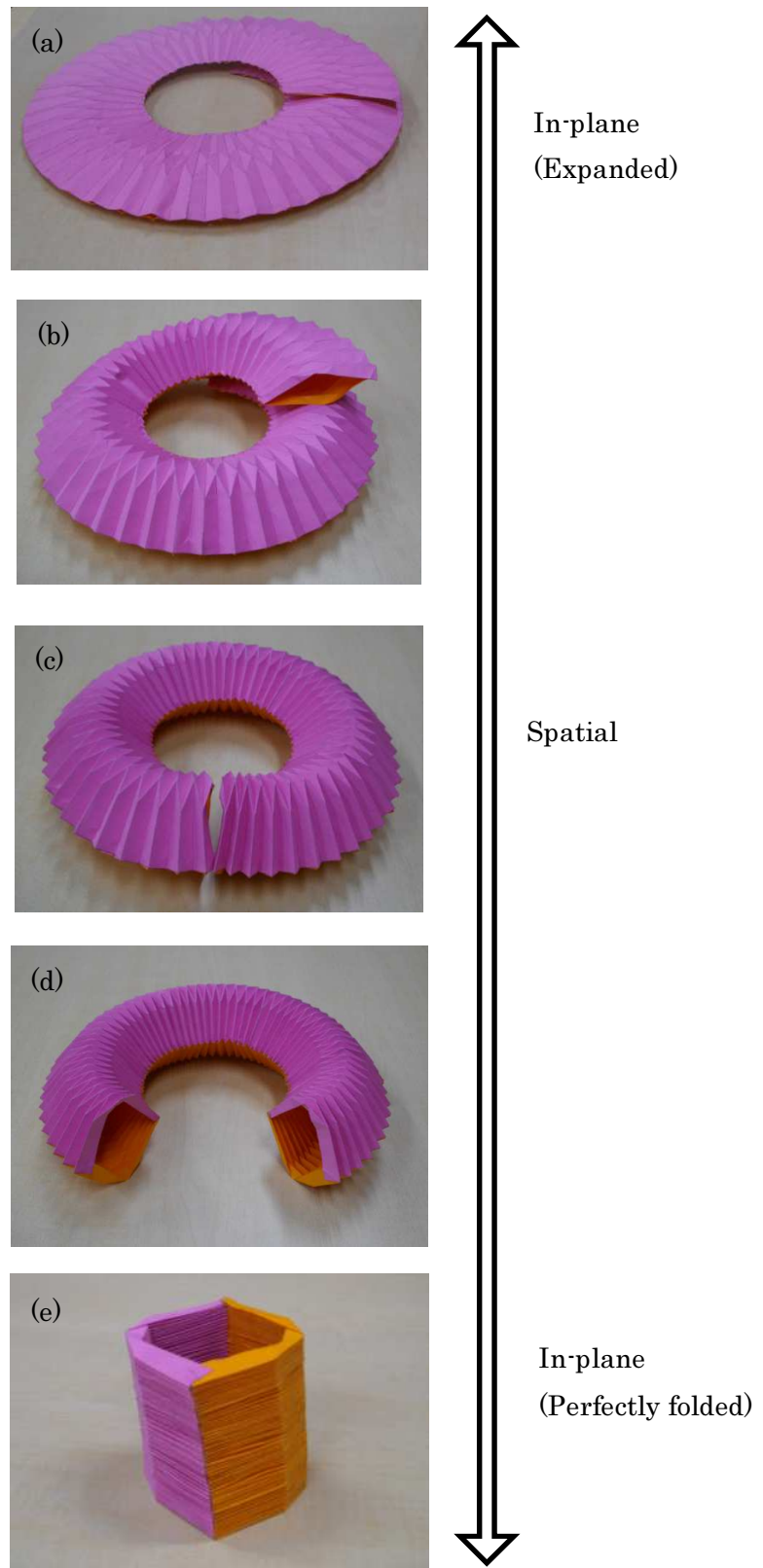


Fig. 5.4 Bi-directionally flat-foldable origami model. (a) is in-plane at initial state. The model is expanded. (b), (c) and (d) are at intermediate spatial state. (e) is perfectly folded or in-plane. Due to thickness of paper, the model has finite height, though.

展開図が折り畳まれた時(図 5.4(e))に平面的(in-plane)になるのはもちろんであるが、2 枚の展開図からできているという構造上、完全に開いた時(初期状態)においても平面的である(図 5.4(a))。このように、この構造は 2 つの方向に対して平坦折り畳み可能である。ただし、紙の厚みの影響があるため、図 5.4(e)に示した状態では有限の高さを持ち 3 次元的な形状になっている。模型が完全に展開した状態(図 5.4(a))では中心角は 360° 以上であったが、模型が立体的になるにつれ中心角は減少し、図 5.4(c)において中心角はほぼ 360° となり、完全なトーラスを形成する。その後、中心角はさらに減少し(図 5.4(d))、完全に折り畳まれた状態で中心角 0° となる。材質の厚みの影響は前述のとおりである。

本節で述べた 2 軸方向に折り畳みが可能な筒構造は、舘⁽²⁸⁾、三浦ら⁽²⁹⁾、野島⁽²⁴⁾によっても考察されている。湧き出しの流れの変換を用いた手法によって、2 方向に折り畳みが可能な構造についても、円筒と湾曲した筒のそれぞれの展開図を数学的に関連付けることができた。折線の対称性を維持していることが設計および模型作成の効率化に大きく貢献する。

5.3.2 曲率が変化する筒の折り畳みモデル

式(5.3)～式(5.6)で決定される β_1' 、 β_2' 、 γ_1' および γ_2' を固定したまま、式(5.7)において L_x を変化させると、様々な折り畳み可能なトーラス展開図を得ることが出来る。ここで、図 5.5 に示すように 2 種類の異なる展開図 Torus1 および Torus2 が得られたとする。どちらの展開図においても基準線上に並ぶ節点間隔は均等になるように設計されているので、2 つの展開図の節点間隔が等しくなるように、片方の展開図を拡大・縮小する。このようにして、2 つの曲率の異なるトーラス展開図は基準線を境界として結合することができる。拡大・縮小によって角度 β_1' 、 β_2' 、 γ_1' および γ_2' は変化しないので、双方の展開図の角度 β_1' 、 β_2' 、 γ_1' および γ_2' は互いに等しく保たれており、展開図の結合境界上で折り畳みの条件式(2.4)は満たされる。

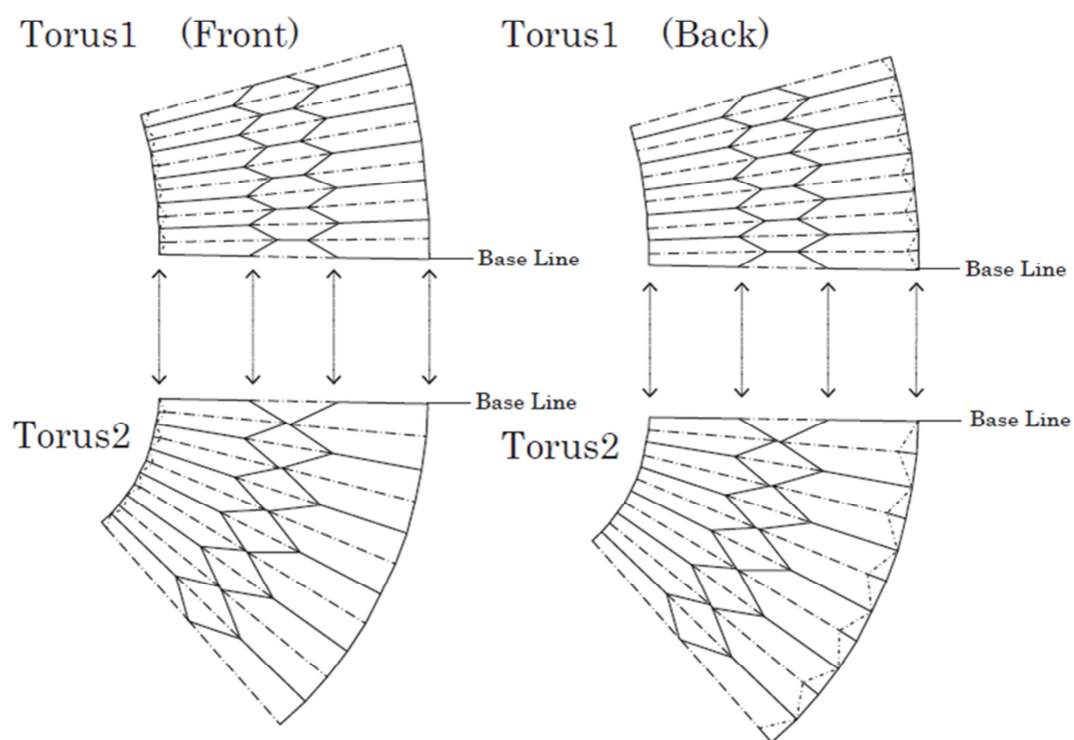


Fig. 5.5 Samples of Transformed Fold Patterns for Foldable Meandering Tubes with Different Curvatures.

図 5.5 に示した展開図をもとに得られた実物折紙模型を図 5.6 に示す. Torus2 を中心に Torus1 を両側に配置した. 2 方向に折り畳みが可能な構造も問題なく維持できている. 図 5.7 は Torus1 と Torus2 を用いて, S 字状の筒を形成したものである.

任意曲率で湾曲する筒は曲率の異なるトーラスを結合したものと近似することが出来るので, 2 つの曲率の異なるトーラスを折り畳み可能な構造のまま結合することができたということは, 任意曲率で湾曲する筒を折り畳みできることを示している.

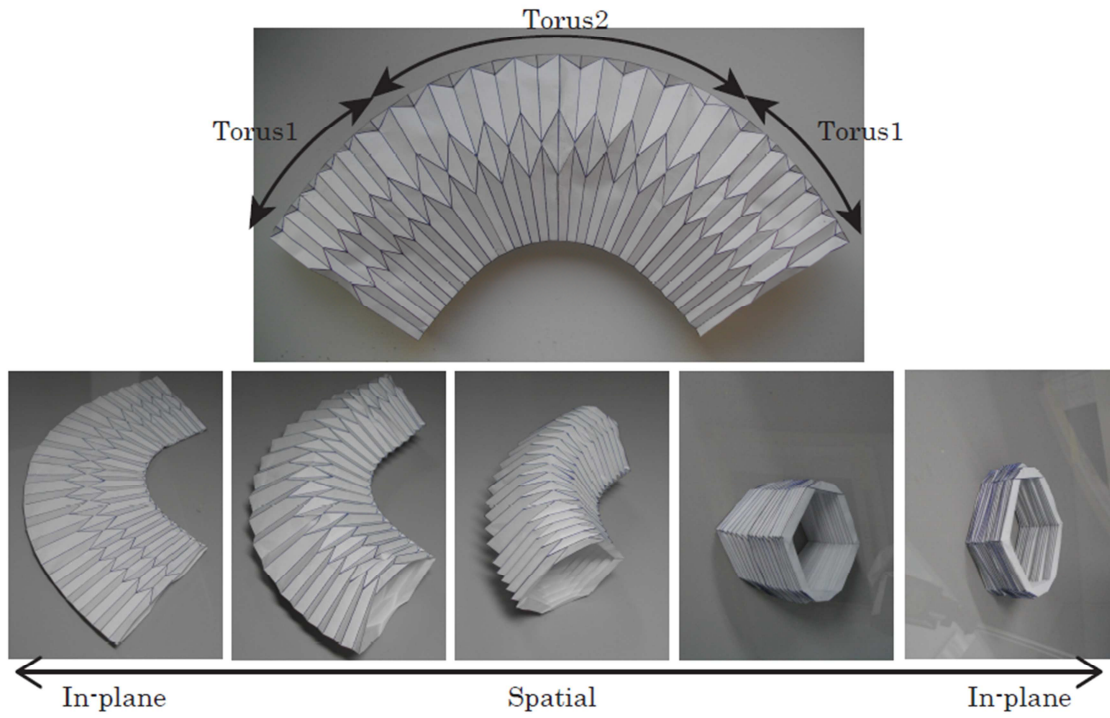


Fig. 5.6 Physical Models of Foldable Meandering Tubes with Different Curvatures. Torus 2 has different curvature from Torus 1.

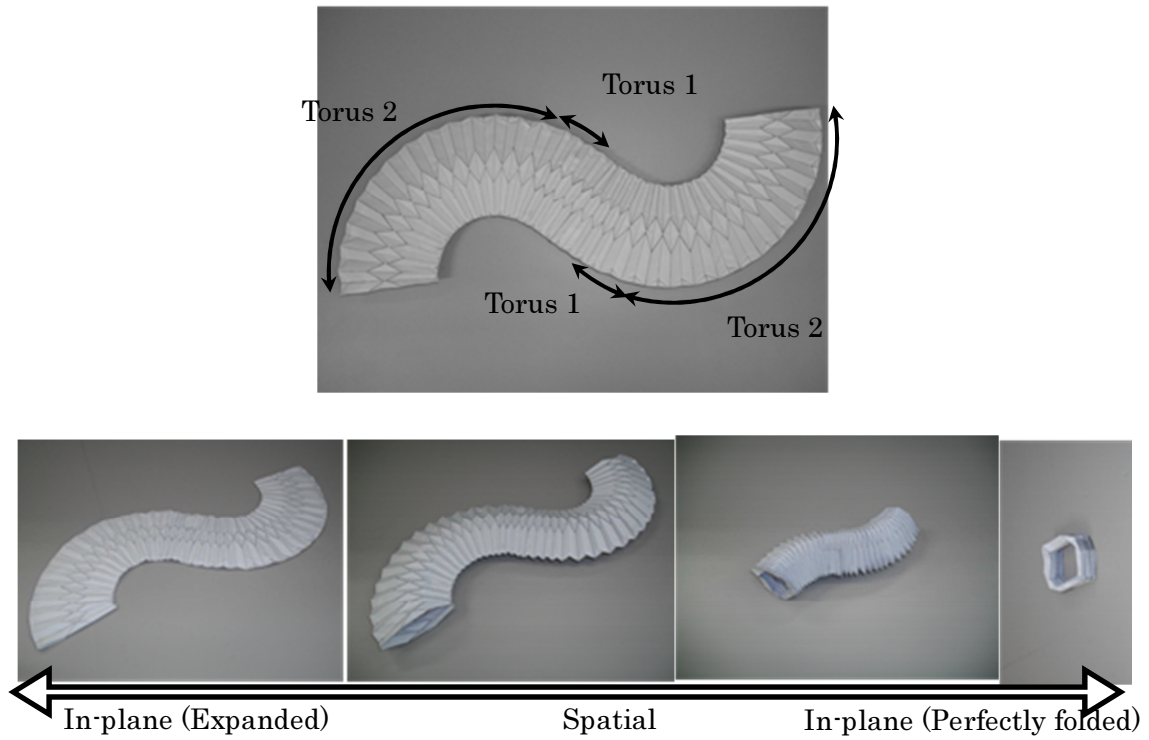


Fig. 5.7 Physical Models of Foldable Meandering Tubes Based on Bellows Folding Pattern with Different Curvatures. Torus 2 has different curvature from Torus 1.

5.4 考察

本章では、展開図が折り畳まれた時と完全に開いた時(初期状態)の2つの状態において平面的な湾曲した筒を作成した。2つの状態において平面的になるという特徴は、2枚の展開図を重ねて筒を構成したことで得られるものであり、湧き出しの流れの変換に起因するものではない。よって、第3章で用いた渦糸の流れの変換に立ち戻って考えると、1枚の扇形展開図の両端を閉じて円錐を作成する代わりに、2枚の扇形展開図を重ねて円錐を作成すれば、2つの状態において平面的になる新規の折り畳み円錐モデルを構築できることが予測できる。折線のパターンは本章と同様、展開図内部では1節点4折線、前部と後部の展開図の結合部に当たる節点では結合した時に6折線が集まるとし、閉じる条件を満たすように折線の角度を決定すればよい。

一定の曲率で湾曲する筒(トーラス)について、図5.3において初期展開図の中心角を 360° 以上としたのは、立体的な状態の過程で完全トーラスを形成するためであり、この状態でトーラスの回転軸方向(図5.4(c)の上部)から圧縮力を受けたとしても、筒の開口端が支えあい、立体形状を維持することができる。初期展開図の中心角が 360° 以下であった場合は、図5.4(a)の状態にまで潰れてしまう。これらのことから、収納時は図5.4(a)や図5.4(e)のように平面的でコンパクトな状態にしておき、使用時は図5.4(c)のように立体を形成、圧縮を受けても潰れないといった用途への応用が考えられる。なお、本模型は材質の柔らかさ(汎用的な厚紙を使用)から図5.4(b)のように重なりあった状態での立体形成が可能であった。

曲率が変化する筒の設計では、角度 β_1' 、 β_2' 、 γ_1' および γ_2' は変化させず、拡大・縮小により長さ L_x を制御した。これにより変換後の展開図において、残る設計変数は1要素の高さ L_y のみとなる。望む曲率になるよう L_y を変化させ、湾曲した筒を設計するという手順に帰着し、設計手法は非常にシンプルである。角度 β_1' 、 β_2' 、 γ_1' および γ_2' を変化させないことで図形の対称性を維持している点が設計者の理解を助け、展開図の創成を容易にしている。

渦糸の流れの変換と同様、湧き出しの流れの変換を用いて折り畳み可能な構造物を作成する利点は、変換によって四角形もしくは三角形要素の相似性が保たれることにある。1節点4折線から成る構造では式(2.3)、1節点6折線から成る構造では式(2.4)によって平坦に折り畳みが可能となるための条件式が与えられるが、要素が相似であることによって、ある代表節点で条件を満たすように変数を決定すれば、残りの全ての節点においても折り畳みが可能となるからである。

先行研究⁽²⁸⁾では、全ての節点を独立に取り扱い、つまり数多くの設計変数を取り扱うことによって、筒径が一定の湾曲した筒の折り畳みを可能にしていた。等角写像による本手法では、必要最低限の設計変数で筒径一定の湾曲した筒が折り畳み可能であることを示し、より簡易な展開図を提案できた。これは等角写像による手法の優位点である。一方で、議論を拡張し、筒断面が円形ではなく任意形状のもののように任意の曲面を折り畳むことを考えると、先行研究による手法は自由度が高いため、曲面に沿うように節点位置を制御でき、複雑な形状の曲面を折り畳める可能性はある。等角写像による手法では、基となる円筒と折り畳むべき曲面との間に数学的関係式が必要であるので、任意曲面のように数学的関係式が徐々に変化すると予測されるものに関しては、その展開図創成の可能性について言及することは難しい。しかし、先行研究による手法であっても、任意の曲面に対し必ず折り畳みが可能となる解が存在することは証明できず、局所的には解が求まっても曲面全体において適切な解が求まるとは限らない。

5.5 結言

湧き出しの流れの変換を用いて、一定の曲率で湾曲する筒(トーラス)の折り畳み展開図を創成できることを示した。2枚の展開図を重ね合わせて作成しているので、2つの方向に折り畳むことが可能である。完全に展開された状態(初期状態)では平面的であり、折り畳むことで模型は立体的になる。完全に折り畳まれた状態で再び平面的となる。

基準線上の要素を等間隔に配置しているため、片方の展開図を拡大・縮小すると、曲率の異なるトーラス展開図を折り畳み可能な構造のまま結合することができる。任意曲率で湾曲する筒は曲率の異なる複数のトーラスを結合したものと近似することが出来るので、2つの曲率の異なるトーラスを折り畳み可能な構造のまま結合することができたということは、任意曲率で湾曲する筒を折り畳みできることを示している。任意曲率で湾曲する筒であっても設計変数を増やす必要はなく、最小限の設計変数で展開図を作成することができるため、この手法は非常にシンプルである。

また、湧き出しの流れを折り畳み可能な構造物の創成に用いる利点は、変換によって四角形もしくは三角形要素の相似性が保たれることにある。1節点4折線から成る構造では式(2.3)、1節点6折線から成る構造では式(2.4)によって平坦に折り畳みが可能となるための条件式が与えられるが、要素が相似であることによって、ある代表節点で条件を満たすように変数を決定すれば、残りの全ての節点においても折り畳みが可能となるからである。

先行研究⁽²⁸⁾では数多くの設計変数を取り扱うことによって、筒径が一定の湾曲した筒の折り畳みを可能にしていたのに対し、等角写像による本手法では、必要最低限の設計変数で筒径一定の湾曲した筒が折り畳み可能であることを示した。一方で、議論を拡張し、筒断面が円形ではなく任意形状のもののように任意の曲面を折り畳むことを考えると、先行研究による手法は自由度が高いため曲面に沿うように節点位置を制御でき、複雑な形状の曲面を折り畳める可能性はあるが、等角写像による手法では、基となる円筒と折り畳むべき曲面との間に数学的関係式が必要であるので、任意曲面のように数学的関係式が徐々に変化すると予測されるものに関しては、その展開図創成の可能性について言及することは難しい。

第 6 章 薄膜構造物のための 折り畳み可能な湾曲した筒の展開図創成

6.1 緒言

第 5 章では、湧き出しの流れの変換を用いて、湾曲した筒の展開図を創成した。曲率が変化する湾曲した筒にも対応可能である。しかし、初期状態と完全に折り畳まれた状態の 2 状態において平面的になり筒断面形状の変化が大きいため、空気を充填し完全に膨張した状態で内圧によって立体的な形状を保持するといった用途には向かない。また、これまでの等角写像を利用した手法では、2 次元展開図を変換によってまず作成し、そこから立体形状を組み立てるという手段をとった。つまり、はじめの段階で最終的な立体形状が見えにくい。そこで本章では、等角写像から一旦離れ、対象とする立体的な湾曲する筒の形状が入力として与えられた時に、その折り畳みを実現するための 2 次元展開図を作成するという、逆の手順を考察する。

これまでの先行研究には、単純な円筒・円錐だけではなく自由形状の筒の折り畳みが可能であることが報告されている⁽³⁵⁾。この先行研究では、切り込みや中抜きを許容せず 1 枚の紙から作ることを前提としているので、折線パターンの規則性は維持されない。本章の手法では、最小限の規則的な切り込みや中抜きを許容し、かつ筒表面の材質の柔軟性を活かすことによって、折線パターンの規則性を維持したまま湾曲した筒の展開図を創成することを目的とする。

まず、第一段階として、湾曲する筒の中で最も単純なトーラス(一定の曲率で湾曲する筒)の折り畳みから考察する。ミウラ折りおよびジャバラ(ベローズ)を基とした折線の場合には、トーラスの折り畳みが可能であると共に、トーラスと円筒の接続が簡単に行えることを述べる。

次に、トーラスの折り畳みを基に、議論をより一般的な形状へ発展させ、曲率が徐々に変化する筒の折り畳みを取り扱う。曲率が徐々に変化する筒の例としてアルキメデス螺旋から構成される筒を取り上げる。曲率が変化していても、折線パターンの規則性を維持しているので展開図は実質 1 つ創成すればよい。簡潔であり、またこのような形状の製品を製造する過程においても部品の統一化および作業の簡素化が期待できる。中抜きせずにその部分を折り畳むことで、さらに簡素化することもできる。

最後に、ここで得られた湾曲する筒の展開図に、等角写像変換を併用することにより、湾曲する円錐の折り畳みモデルを考察する。

6.2 トーラスの多面体近似

任意の湾曲した筒を折り畳むための第一段階として、まず一定の曲率で湾曲するトーラスの折り畳みを考える。トーラス表面は非可展面であるため、膜となる材質を伸縮せずにトーラス表面を厳密に表現することは数学的に不可能である。ここでは折紙を基とし、紙のように伸縮しない(しかし十分に柔軟な)表面で平坦に折り畳むことを目的とするため、トーラスを多面体近似する。

模式図を図 6.1 に示す。トーラスを回転軸 ℓ を含む平面で分割すると断面は真円である。この円断面を正 m 角形で近似する。簡単のため、 m を偶数とし、正 m 角形の頂点の 1 つはトーラスの径が最大となる点 A_1 を通るものとする。この正 m 角形の頂点 $A_1 \sim A_m$ を中心軸 ℓ 周りに θ 回転させ、頂点 $B_1 \sim B_m$ をそれぞれ得る。回転前後の対応する頂点をそれぞれ直線で結ぶと四角形要素 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ で構成されるトーラスの近似多面体を得る($i=1, \dots, m$ 。ただし、 $A_{m+1}=A_1$, $B_{m+1}=B_1$ とする)。 m 個の四角形要素 $A_i B_i B_{i+1} A_{i+1}$ を各辺の長さが変化しないように平面に展開すると、2 次元展開図が得られる(図 6.1(b))。トーラスの径が最大となる円弧が線分 $A_1 B_1 (=A_{m+1} B_{m+1})$ に対応し、径が最小となる円弧が線分 $A_m B_m$ に対応する。線分 $A_1 B_1 \sim A_m B_m$ は山折りに相当する。

展開図 6.1(b)を複数枚用意し、隣り合う線分を貼り合わせると、一定の曲率で湾曲した筒が完成する。貼り合わせた線分も折線と考えると、トーラスの凸に湾曲した側(トーラスの外側)の線分は山折り線、凹に湾曲した側(トーラスの内側)の線分は谷折り線に相当し、1 節点あたりに 4 本の折線が集まる構造である。4 折線によって平坦に折り畳むためには、2.2.1 節で示したとおり、山折り線 3 本・谷折り線 1 本もしくは山折り線 1 本・谷折り線 3 本であることが必要条件であり、このままの折線では筒軸方向に折り畳むことはできない。よって、平坦に折り畳める条件を満たすよう、展開図 6.1(b)上に折線を追加・修正する必要がある。 m が増加し正 m 角形断面が円に近づくにつれ、2 次元展開図では線分 $A_1 A_2 A_3 \dots A_{m+1}$ および線分 $B_1 B_2 B_3 \dots B_{m+1}$ は断面の真円を 2 次元平面上に展開した曲線 C_1 および C_2 にそれぞれ近づく。つまり、曲線 C_1 および C_2 上に点をとる限り、その点は立体に組み立てた時に筒の表面に存在する。次章では、曲線 C_1 および C_2 上に点を取りながら、平坦折りを可能にする折線を 2 次元展開図に追加する。

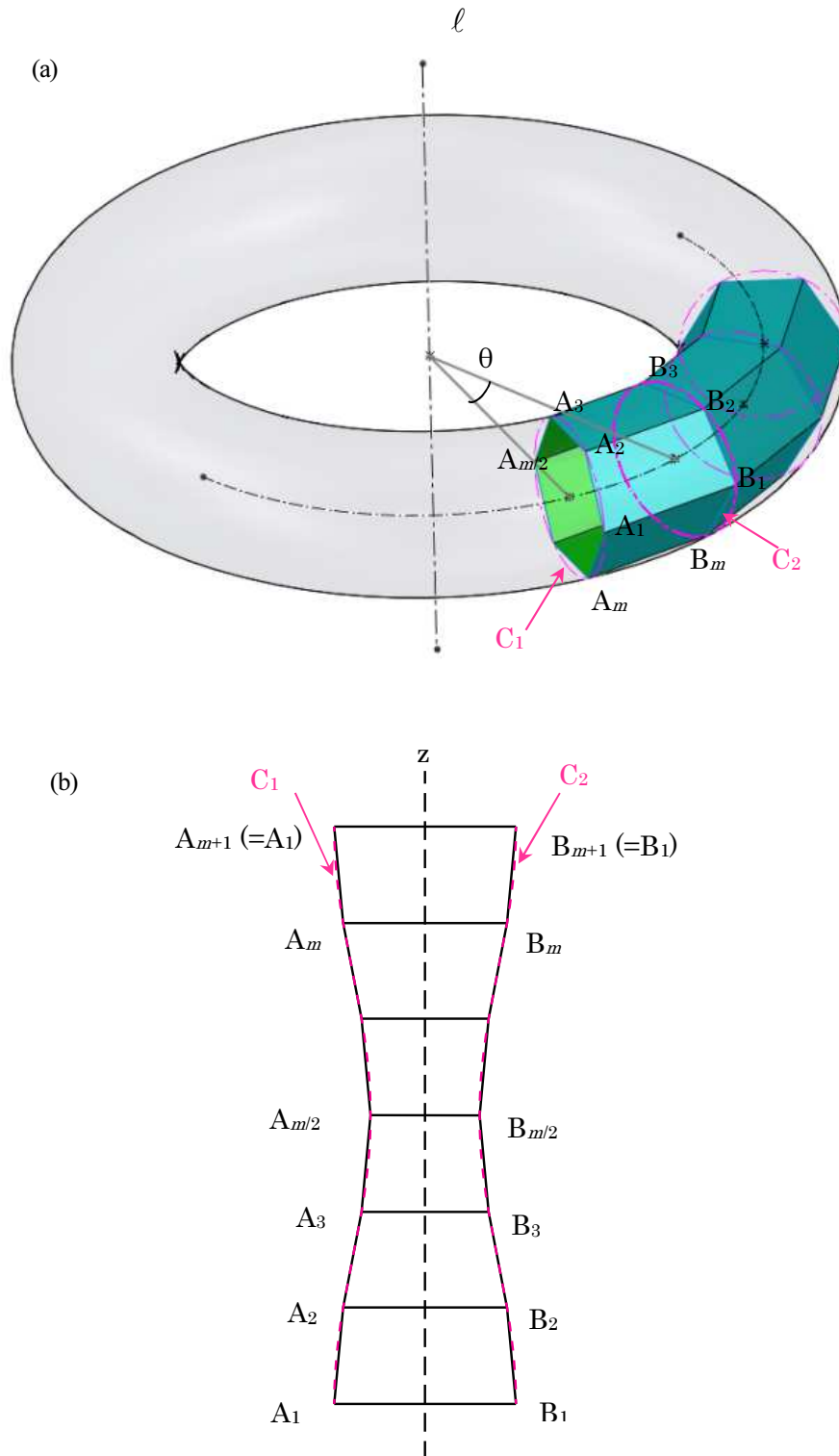


Fig. 6.1 Polyhedral Approximation of Torus and Expanded Diagram onto Plane ($m=6$)

6.3 トーラスの折り畳みモデル化

6.3.1 1 節点 4 折線からなるモデル

平坦に折り畳むことができるモデルで最も簡素な折線から構成されるものは 1 点に 4 本の折線が集まるモデルである。円筒および円錐殻の平坦折り畳みでは 2 種類の角度を交互に配置したミウラ折りモデル、およびジャバラモデルがある。これらのモデルを参考にトーラスの折り畳みを考える。

回転軸 ℓ を含む平面でトーラスを分割しているため、2 次元展開図は対称軸 z に対し、左右対称になる(図 6.1(b))。対称軸 z に対し、谷折りとなる角度を α_v 、山折りとなる角度を α_m とし交互に折線を配置するとミウラ折りを基本にした折線図ができあがる(図 6.2(a))。以下、山折り線を実線、谷折り線を破線で示す。折線は左右対称であるから対称軸上の各点において 1 節点 4 折線の折り畳み条件式(2.3)は自動的に満たされている。立体に組み立てたとき、線分 A_1B_1 と線分 $A_{m+1}B_{m+1}$ は同一線分であるため、折り畳んだ時にもこれらの線分が互いに離れず筒を形成するためには、以下の式(6.1)および式(6.2)の 2 条件を満たせば十分である(閉じる条件)。

- ①. 隣り合う対称軸上の点の距離 L_1 および L_2 が交互に並び、その合計が初期の全体の展開図の長さ L_{tot} に等しい。

$$\frac{m}{2}(L_1 + L_2) = L_{tot} \quad (6.1)$$

- ②. 角度 α_v および α_m の折りによって辺はそれぞれ $-2\alpha_v$ および $2\alpha_m$ ずつ回転していくことから合計が 2π に等しい。

$$m(\alpha_m - \alpha_v) = 2\pi \quad (6.2)$$

②は前章までに議論してきたように、展開図から帯を抽出し、回転角の合計から導出される式である。一方①は、本章の手法では立体形状での筒の大きさがあらかじめ与えられているので、展開図の長さを固定せねばならないことから課された式である。図 6.2(a)に示す展開図は条件式(6.1)および(6.2)を満たす例である。図 6.3(a)に示すのは図 6.2(a)の展開図を並べて表示し、一定の曲率で湾曲した筒の展開図を示したものである。複数枚並べて表示するとわかるように、一定の曲率で湾曲した筒の展開図は円筒の展開図(図 6.3(b))に対し、湾曲して要素の長さが短くなった分だけ中央を中抜きしたものである。左右対称に中抜きするので、組み立てた時に貼り合わせるべき点の不連続性は生まれない。また、曲率を一定にすると中抜き形状を一定にすることと言い換えることができる。

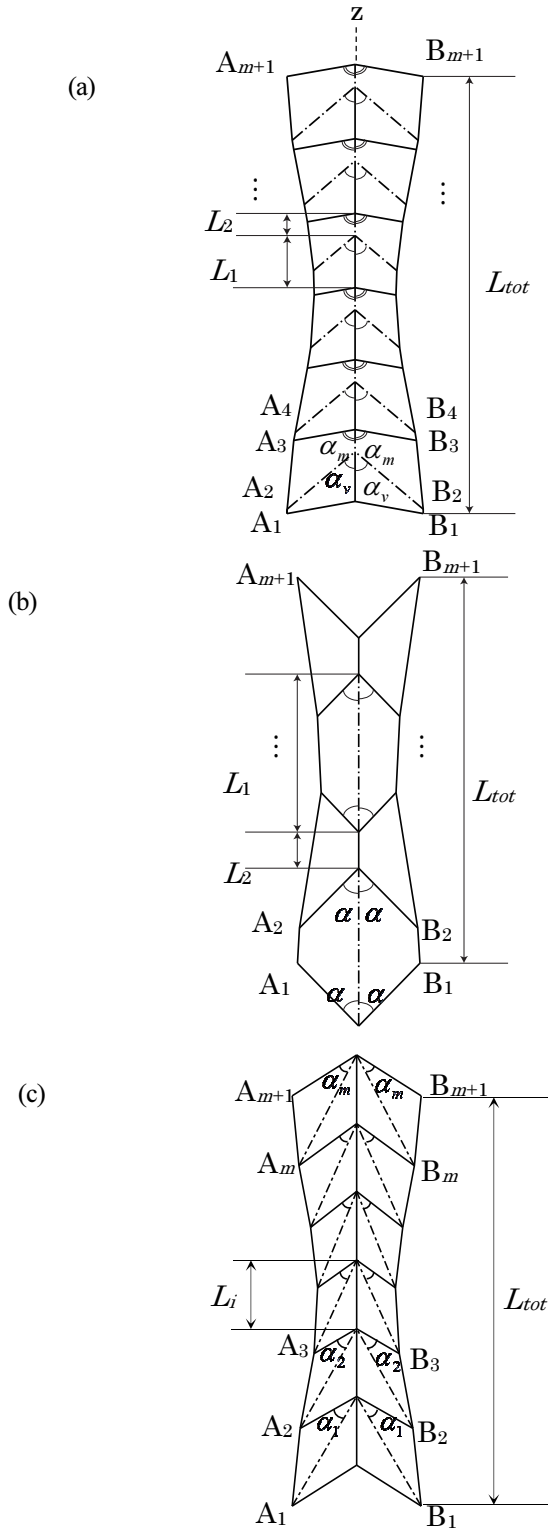


Fig. 6.2 Modules of Flat-Foldable Pattern to Construct a Torus, (a): Miura-Folding Type ($m=12$); (b): Bellows Type ($m=4$); (c): A type with Six Fold Lines ($m=6$).

さらに、図 6.3(a)の右端には中抜きをしない展開図(赤色表示部)を置いた。この部分が連結部となり、一定の曲率で湾曲した筒と円筒(曲率 0)を平坦に折り畳み可能なまま連結させることが出来る。曲率の異なる 2 つの筒の折り畳み可能な展開図であるが、展開図は実質 1 つ(中抜きをするかしないか)であり、展開図創成の観点からも簡潔であり、また将来このような形状の製品を製造する過程で、部品の統一化および作業の簡素化を図ることができる可能性がある。

図 6.4(a)には左部にトーラス、中央に円筒、右部に左部と同曲率のトーラスをそれぞれ連結したモデルを示す。図 6.4(a-1)は折り畳まれた状態である。図 6.4(a-2)には図の手前から奥に向かって徐々に立体へと膨張させる過程を示す。図 6.4(a-3)は膨張完了時である。連結部を挟むことにより、連結部の断面形状は正 m 角形となることから、 $2\pi/m$ の倍数の角度に主曲率方向を入れ替える事もできる。よって図 6.4 に示すモデルでは、模型中心に円筒、両端には湾曲した筒をそれぞれ主曲率の方向を変えて配置した。

ミウラ折りパターンによる折り畳みの特徴は、山折りと谷折りが交互になるよう 2 種類の角度 α_v および α_m を導入したことにより、折り畳み時の筒の径は立体時より小さくなることである。図 6.2(a)に示したミウラ折りパターンからなるトーラス展開図において、対称軸 z 上に交互に並ぶ長さ L_1 と L_2 の折線で立体時と折り畳み時の径の変化を示したものが図 6.5 である。立体時の筒断面は長さ L_1 と L_2 の計 12 本の折線からなる多角形が外接円に接した形状をしている(図 6.5(a))。一方、折り畳まれた時、2 種類の角度 α_v および α_m によって山折りと谷折りで交互に折り畳まれるため(図 6.5(b))、立体時の径よりも小さくなっていることが分かる。ミウラ折りパターンを用いると軸方向に筒を折り畳むと同時に、径方向にも折り畳まれる。このような特徴から、ミウラ折りパターンの工学応用例として、医療用ステントのように、通路内を行き来するときに、大きな径の筒を通路の径よりも小さい径に折り畳んで輸送するといった用途が考えられる。

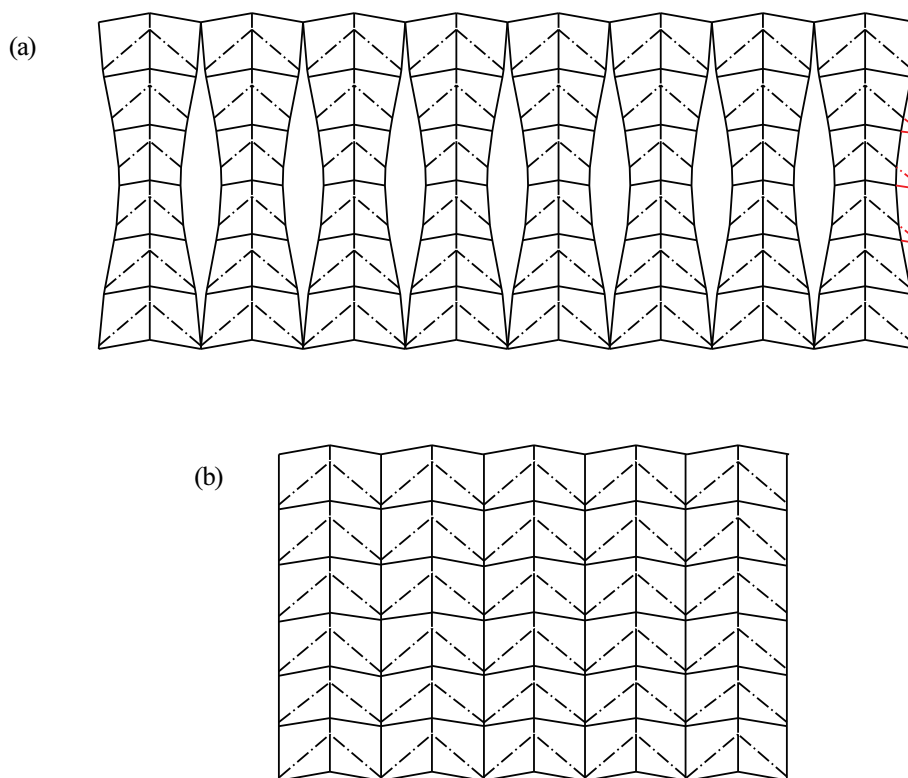


Fig. 6.3 Flat Foldable Patterns with Joint Part to Connect Two Different Cylinders, (a): Torus with Joint Part for Miura-Folding Type; (b): Straight Cylinder to Connect with (a).

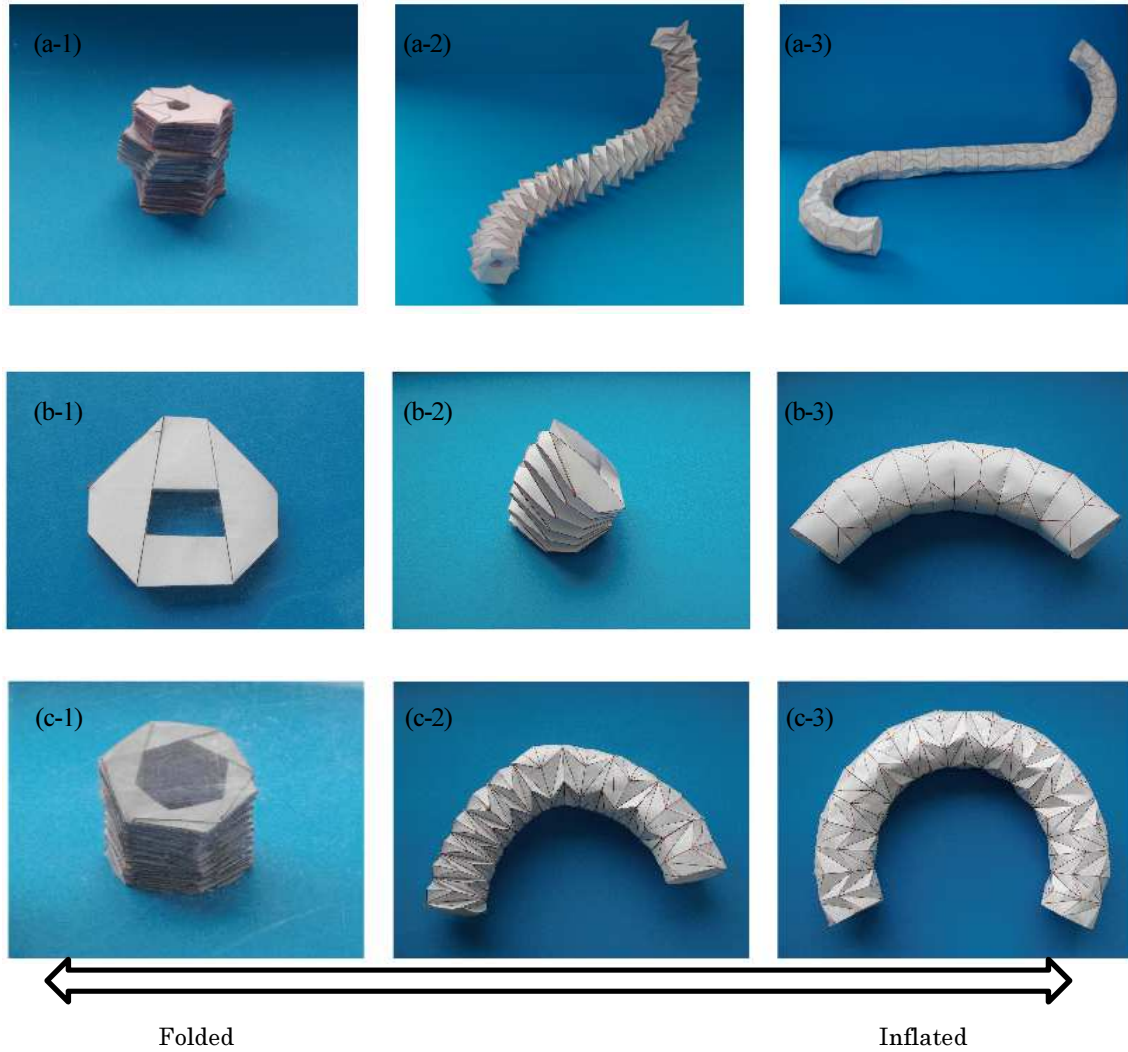


Fig. 6.4 Physical Models of Torus, (a): Miura-Folding Type and connection with straight cylinder ($m=12$); (b) Bellows Type ($m=4$); (c): A Type with Six Fold Lines ($m=6$).

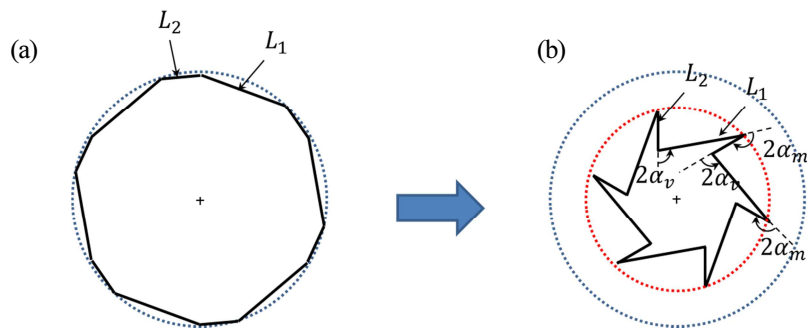


Fig. 6.5 Difference of radius between expanded state and folded state on Miura-Folding Type ($m=12$); (a): Expanded state; (b): Folded state.

第 6.2 節においてトーラスは回転角 θ によって等分割された．ここでトーラスが n 等分されたとする．次に，円断面を m 角形に多角形近似した． m と n が大きい程，トーラス(目的形状)と多面体の筒 (近似された形状)の差は小さくなる．しかし， m と n は任意に決定することはできず，図 6.2(a)において折線が交差して展開図が破たんしないように調節されなければならない．以下，具体的に述べる． m を固定すると，式(6.1)および式(6.2)から α_v ， α_m ， L_1 ， L_2 が決定する． n を減らしていくと，等分割された筒 1 つ当たりの高さは高くなるので，図 6.2(a)はより幅広の展開図となり，節点 A_1 と節点 A_2 および節点 B_1 と節点 B_2 は互いに近づいていく．あるところで位置が逆転し折線が交差することが予測できる．このように， m と n を適切にとらなければ，式(6.1)および式(6.2)を満たしていても，折線が交差し展開図が成り立たないことがある．

他に，1 節点に 4 本の折線が集まる折り畳み構造としてはジャバラ(ベローズ)パターンがある．先と同様，左右対称になるようジャバラ状の折線を導入する(図 6.2(b))．角度 α を一定とすると，線分 A_1B_1 と線分 $A_{m+1}B_{m+1}$ が立体時および折り畳み時共に同一線分であるためには，式(6.1)と式(6.3)が成り立てば十分である．

$$2m\alpha = 2\pi \quad (6.3)$$

図 6.2(b)に示す展開図は条件式(6.1)および式(6.3)を満たす例である．展開図の左右の対称性から，対称軸上の各点において局所的平坦折り畳み条件は自動的に満たされている．先と同様，トーラスの展開図は円筒の展開図に対し，湾曲して要素の長さが短くなった分だけ，中央を中抜きしたものである．よって，中抜きしない展開図を置くと，その部分が連結部となり，トーラスと円筒を折り畳み可能なまま連結することができる．

ジャバラパターンでは，折り畳み時の筒の径は立体時と変わらない．よって，ジャバラパターンの工学応用例としては，筒底をつけ閉構造とし，空気圧により立体へと膨張させるといった用途が考えられる．図 6.4(b-1)にこのタイプの模型の折り畳んだ状態，図 6.4(b-2)に膨張過程，図 6.4(b-3)に膨張完了時を示す．

6.3.2 1 節点 6 折線からなるモデル

1 節点 6 折線からなるパターンにおいて，左右の対称性を維持しながら，線分 A_1B_1 と線分 $A_{m+1}B_{m+1}$ が立体時および折り畳み時共に同一線分である必要十分条件は，以下の 2 条件である．

①対称軸上の点の間隔を L_i ($i=1,2,\dots,m$) とした時，点間距離の合計が初期の全体の展開図の長さ L_{tot} に等しい．

$$\sum_{i=1}^m L_i = L_{tot} \quad (6.4)$$

②線分 L_i ($i=1,2,\dots,m$) が角度 $2\alpha_i$ ずつ回転し境界点の座標値が一致する．

$$\sum_{i=1}^m L_i e^{j\beta_i} = 0 \quad (6.5)$$

ここで， j は虚数単位， $\beta_i = 2\sum_{k=i}^m \alpha_k$ である．図 6.2(c)に示すのは式(6.4)および(6.5)を満たす例である．

1 節点 6 折線から成るパターンの特徴について以下に述べる．図 6.2(c)を複数枚並べてトーラスの展開図を作成できることは 6.3.1 節と同様であるが，トーラスの展開図は円筒展開図を中抜き

きした形ととらえることはできない．6.3.1 節の例のように，折線を延長させて円筒展開図との連結部分を作ろうとすると，6 本の折線構造ではなく 4 本の折線からなる要素を含んでしまい折線構造の一貫性が崩れてしまうからである．よって，筒が一定の曲率で湾曲している場合のみに適用できる展開図であり，曲率が変化する筒の折り畳みに利用することはできない．

ジャバラパターンと同様，1 節点 6 折線からなるパターンも，立体時と折り畳み時で筒の径は変化しない．

6.4 一般形状への発展形

6.4.1 平面上に存在する曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みモデル

6.3.1 節ではミウラ折りパターンにおいて，トーラスの展開図が円筒の展開図を中抜きしたものと考えられることを述べた．中抜き部分を大きくとれば曲率半径は小さくなり，中抜き部分を小さくとれば曲率半径は大きくなる．つまり，中抜き形状は隣り合う 2 つの要素のなす角度によって決定される．以下，隣り合う 2 つの要素のなす角度が徐々に変化する例として，アルキメデス螺旋を用いて説明を行う．アルキメデス螺旋は θ を回転角， R を半径， a を定数として極座標を用いて次式で定義される螺旋である．

$$R = a\theta \quad (6.6)$$

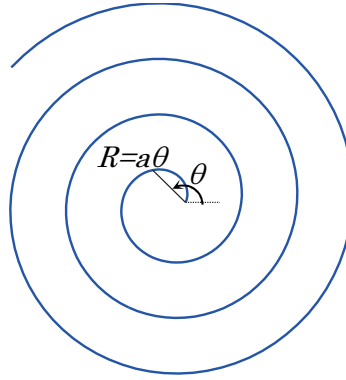
式(6.6)で表されるアルキメデス螺旋の概形を図 6.6(a)に示す．この螺旋を線分長さが b となるように離散化し，点 $A_1, B_1, C_1, D_1, \dots$ を得る(図 6.6(b))．すると，隣り合う 2 つの線分のなす角度を二等分する角度 ϕ_i は次式で表される．

$$\phi_i = \frac{1}{2} \left\{ \arcsin\left(\frac{a}{b}\theta_{i+1} \sin(\theta_{i+1} - \theta_i)\right) + \arcsin\left(\frac{a}{b}\theta_{i-1} \sin(\theta_i - \theta_{i-1})\right) \right\} \quad (6.7)$$

角度 ϕ_i は各 i ごとに異なる値をとる．ここで離散化された回転角 θ_i は初期値 θ_1 に対し次式で表される数列である．

$$a^2(\theta_{i+1}^2 + \theta_i^2 - 2\theta_{i+1}\theta_i \cos(\theta_{i+1} - \theta_i)) - b^2 = 0 \quad (6.8)$$

隣り合う 2 つの線分のなす角度を二等分する直線を含み，螺旋の存在する平面に垂直な平面 S_i をとる．まず，平面 S_1 上に螺旋上の点 A_1 を通るように m 角形を配置し，その頂点を $A_1 \sim A_m$ とする(図 6.6(c))．この m 角形を線分 A_1B_1 に沿って平面 S_2 へ射影し，新たな m 角形を得る．点 $A_1 \sim A_m$ を射影した点をそれぞれ点 $B_1 \sim B_m$ とする． $B_1C_1, C_1D_1, D_1E_1, \dots$ に沿って射影を繰り返し，アルキメデス螺旋に沿った湾曲した筒を定義する．このようにして得られた m 角形断面は正 m 角形とはならないことを記しておく．



(a) Archimedean Spiral

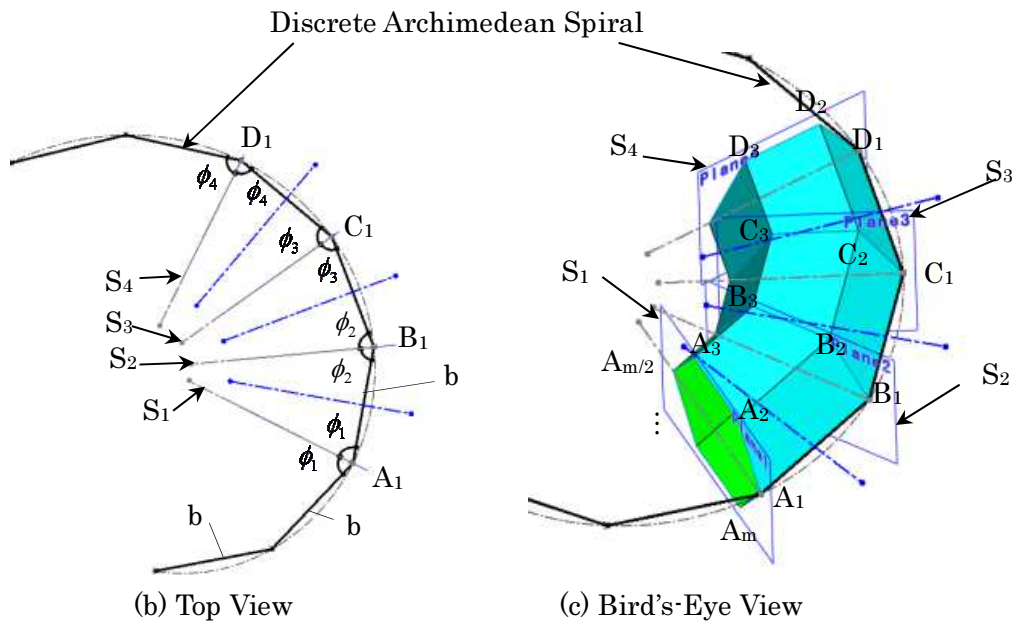


Fig. 6.6 Construction of Meandering Cylinder based on Archimedean Spiral

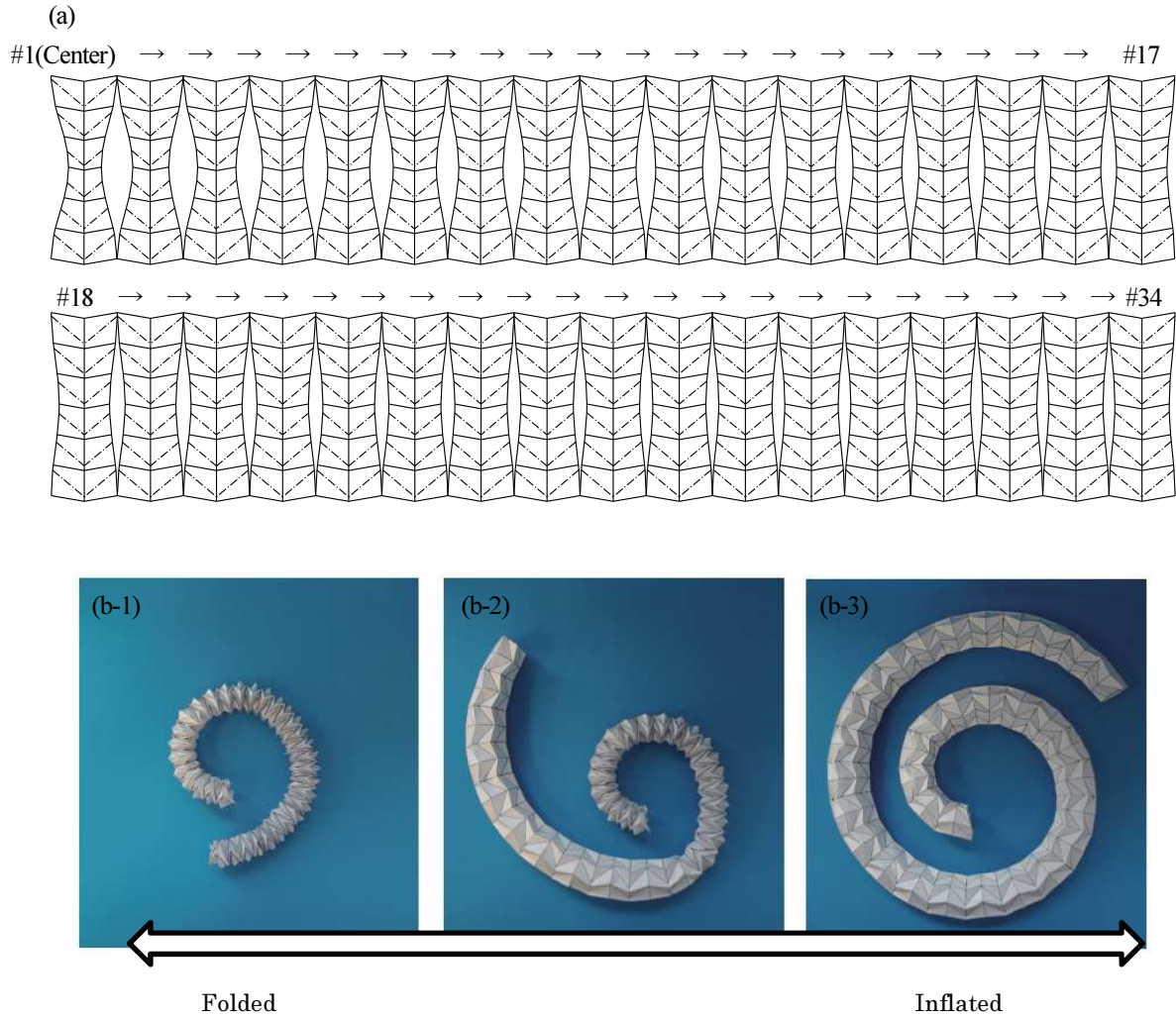


Fig. 6.7 Flat-Foldable Meandering Cylinder Based on Archimedean Spiral ($n = 35$), (a): Fold Pattern of Meandering Cylinder; (b-1): Physical Model in a Folded State; (b-2): In an Expanding State; (b-3): In an Expanded State.

このようにして得られた湾曲した筒に対し、6.3.1節と同じ要領で式(6.1)および(6.2)を満たすように設計変数を決定し、ミウラ折りパターンから成る平面展開図を得る(図 6.7(a)). 中心付近の要素#1の中抜きが最も大きく、螺旋が中心から離れるにつれ中抜きが小さくなっていく. これは、 i が増加するにつれ曲率半径が大きくなるため、角度 ϕ_i は徐々に大きくなる. これにより、 m 角柱を平面 S_i でカットした断面の m 角形の周長 $A_1A_2...A_{m+1}$, $B_1B_2...B_{m+1}$ は徐々に短くなる一方、射影方向に直交する平面での断面 m 角形の周長は全ての i において等しく、つまり図 6.7(a)に示す展開図の高さ L_{tot} は要素番号1~34まで全て等しいためである. この時、展開図の左右の対称性が崩れているため、膨張時には表面の四角形要素 $A_iB_iB_{i+1}A_{i+1}$, $B_iC_iC_{i+1}B_{i+1}$, $C_iD_iD_{i+1}C_{i+1}$, ...は平面を維持することができず曲面となる. よって柔軟な材料で作成する必要があるが、この手法を用いると曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みが可能となる. 本モデルでは上質紙を用い作成可能であることを確認した. 図 6.7(b-1)に折り畳んだ状態、図 6.7(b-2)に膨張過程、図 6.7(b-3)に膨張完了時を示す. 円筒への連結部を挟むと、図 6.4(a-3)と同様、 $2\pi/m$ の倍数の角度に螺旋が存在する平面の向きを変える事が可能である.

式(6.1)および(6.3)を満たすように設計変数を決定し、同様の議論を行うと、ジャバラパターンからなる曲率が変化する筒の折り畳みモデルを得ることが出来る。しかし、6.3.2 小節で述べたとおり、1 節点 6 折線からなるパターンでは曲率が変化する筒の折り畳みモデルを得ることができない。トーラスの展開図は円筒展開図を中抜きした形と捉えることができないためである。

本研究では平面上に存在する螺旋(spiral)の議論に留め、3 次元的に変化する螺旋(helix)への適用については今後の課題とする。

6.4.2 等角写像を併用した径が変化する湾曲した筒の折り畳みモデル

ミウラ折りパターンとジャバラパターンでは、湾曲した筒の展開図は円筒の展開図を中抜きしたものと考えることができた。第 3 章で渦糸の流れの変換を用いて円筒展開図から円錐展開図を創成できたので、湾曲した筒の展開図から湾曲した円錐の展開図が作成できると予測が立つ。渦糸の流れの変換を用いると変換後の角度の制御がしやすいという利点を最大限に利用するためには、変換前の図形は合同な四角形要素が連続している方が都合がよい。この理由から、図 6.8(a)に示す湾曲した筒の展開図の点 $A_1 \sim A_{m+1}$ および $B_1 \sim B_{m+1}$ の座標値を変換するのではなく、まず円筒の展開図(2 種類の合同な四角形要素の連続)の点の座標値を変換する。変換後に折り畳み可能になるよう、変換前の設計変数を数値的に求める。必要な式については付録 C に示す。

次に、数値的に得られた縦横比の円筒展開図に適したトーラスの展開された曲線 C_1 および C_2 の一例(赤色曲線)を図 6.8(a)に示す。円錐の展開図と曲線 C_1 および C_2 を変換し曲線 C_1' および C_2' を得、円錐展開図と共に図 6.8(b)に示す。曲線 C_1' および C_2' と円錐の展開図との交点をとり、 $A'_1 \sim A'_{m+1}$ および $B'_1 \sim B'_{m+1}$ とする。隣り合う交点を結んだ線分 $A'_i A'_{i+1}$ および $B'_i B'_{i+1}$ を求めるべき湾曲した円錐の展開図の境界とする。上側境界の線分 $A'_i A'_{i+1}$ の長さを L_{Ai} 、下側境界の線分 $B'_i B'_{i+1}$ の長さを L_{Bi} とし($i=1, \dots, m$)、それらの比をとり縮小率 L_{Ai} / L_{Bi} を算出する。中抜きをしない時、つまり円錐展開図の時、縮小率 L_{Ai} / L_{Bi} は要素番号 i によらず一定であるが、中抜きをすることにより縮小率 L_{Ai} / L_{Bi} は一定でなくなる。図 6.8(b)に示した展開図($m=12, k=40, \alpha_v=0.8727[\text{rad}], \alpha_m=1.3963[\text{rad}], L_{\xi 1}=2.7094, L_{\xi 2}=5.2896, L_{\eta}=1.6894$)を例にとると、収縮率の最大値は $L_{A6} / L_{B6}=0.96$ 、最小値は $L_{A1} / L_{B1}=0.92$ となる。展開図の左右端で収縮率は小さく、展開図の中心部で大きくなり、その誤差は 4%である。この誤差を許容できるとすると、収縮率の代表値(例えば平均値 $\sum L_{Ai} / \sum L_{Bi}$ 分だけ展開図を相似縮小すると、元の展開図の上側境界と縮小した展開図の下側境界の長さが一致し、このように縮小した展開図を貼り合わせていくことで、湾曲した円錐の折り畳みモデルを得る。図 6.8(c-1)に折り畳まれた状態、図 6.8(c-2)に膨張過程、図 6.8(c-3)に膨張完了時を示す。

この折り畳みモデルの例では最大 4%程度の差があり貼りあわせる両境界の長さは厳密には一致していない点は注意すべきである。しかし、数学的に差が 0 の設計を行っていても実際にものを作るときには製造上のばらつきが発生することを考え、ここではある程度の設計上の差は許容してもよいと考えている。このような条件のもと、円筒展開図と円錐展開図の間の数学的関係を明らかにしておくことで、変換を用いてシステムティックに新たな折り畳み展開図を得ることができる。

先行研究⁽²⁸⁾においても筒径が変化する湾曲した筒の折り畳みは今後の課題とされていた。本研究では誤差量を明らかにし、誤差の許容範囲内においてという条件付きではあるが、筒径が変化する筒を折り畳むことができた。

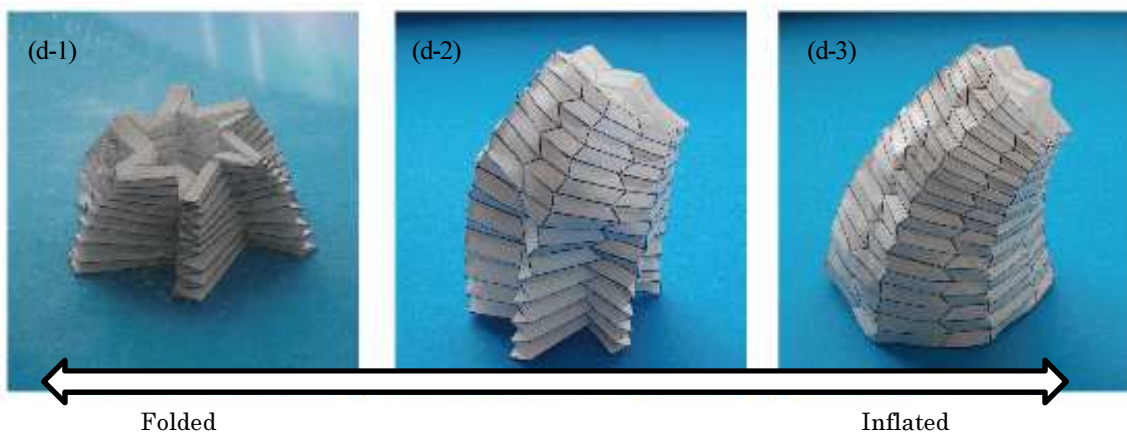
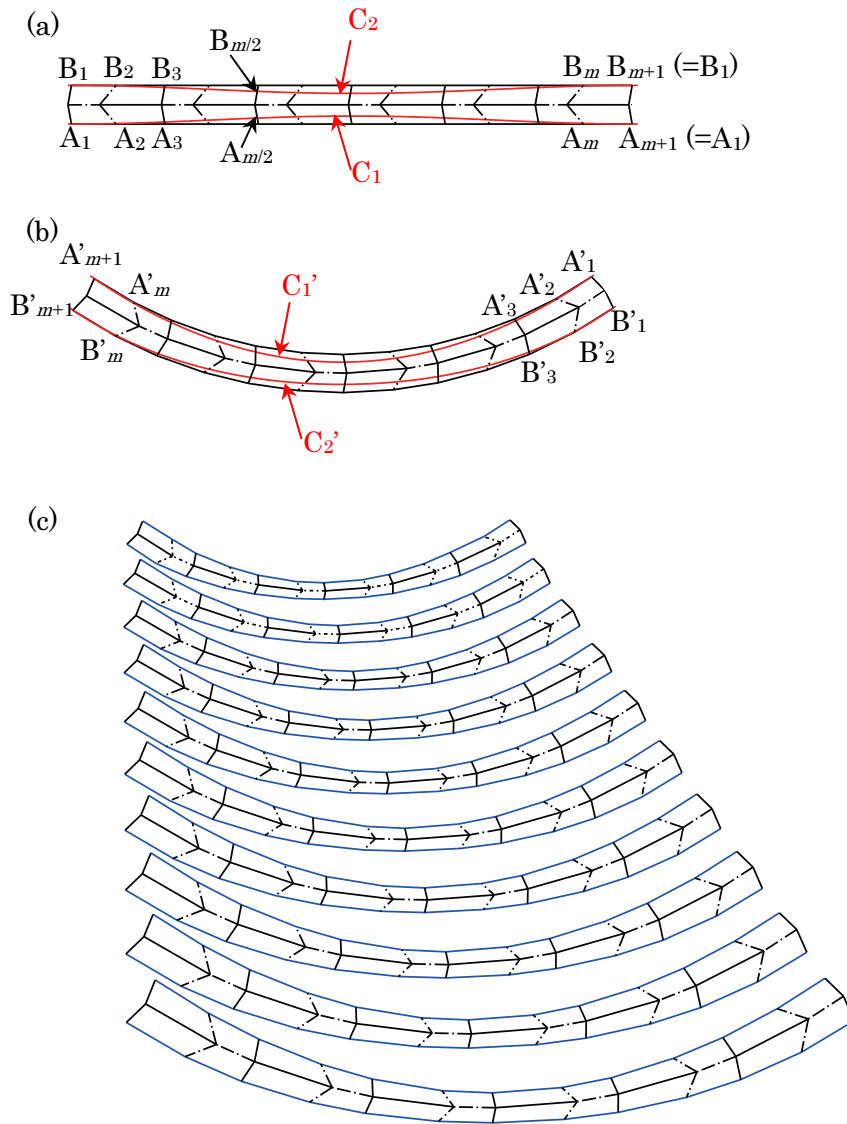


Fig. 6.8 Flat-Foldable Bended Cone, (a): Original Fold Pattern of Cylinder; (b): Fold Pattern of Toroidal Cone Transformed from (a) by Eq. (9); (c): Fold Patterns of Toroidal Cone; (d-1): Physical Model in a Folded State; (d-2): In an Expanding State; (d-3): In an Expanded State.

6.5 考察

円筒の展開図に中抜きを入れると、湾曲する筒の展開図が得られる。曲率が変化する筒の場合、中抜きの形状は徐々に異なるものの、折線の角度は固定であるので、展開図は実質 1 つである。しかし、実際にこのような折り畳み構造を製造することを考えると、展開図を中抜きし境界部を接着するのに手間がかかる。そこで、中抜きをする代わりに、その部分を筒の内部に折り畳むことを考える。

図 6.2 に示した 3 種のトーラス折り畳みモデルのうち、図 6.2(b) のジャバラパターンにおいて、中抜き部分に折線を導入したものを図 6.9 に赤色で示す。中抜き部分の折線もジャバラパターンからなり、本体部分と中抜き部分の境界節点において 1 節点 4 折線の折り畳みの条件式(2.3)を満たすように折線の角度は決定される。中抜き部分は左右対称であるから、左右の四角形要素を互いに貼りあわせると、中抜きをせずに接着のみでトーラスの折り畳み展開図を得ることができ、より簡素化された手法となる。図 6.10 に得られた折紙模型を示す。緑色部分が本来は中抜きされる部分である。完全に膨張した時円筒となる(図 6.10(a))が、緑色の部分を糊付けするとトーラスとなる(図 6.10(b))。緑色の部分には、外側に張り出す要素があるので外観上の問題は許容されなければならない。完全に折り畳まれた状態が図 6.10(c)および(d)である。

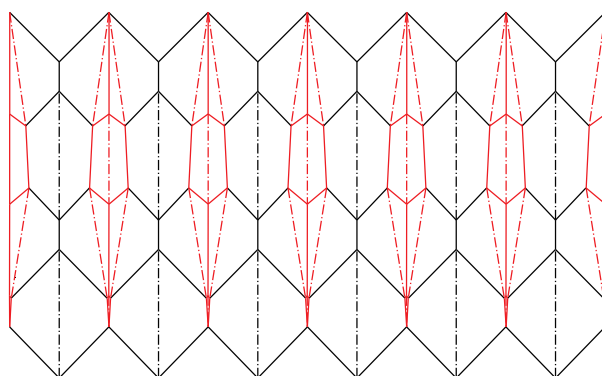


Fig. 6.9 Fold Pattern of Flat-Foldable Meandering Cylinders Based on Bellows Folding without Cutting-Off. Red fold lines are newly added.

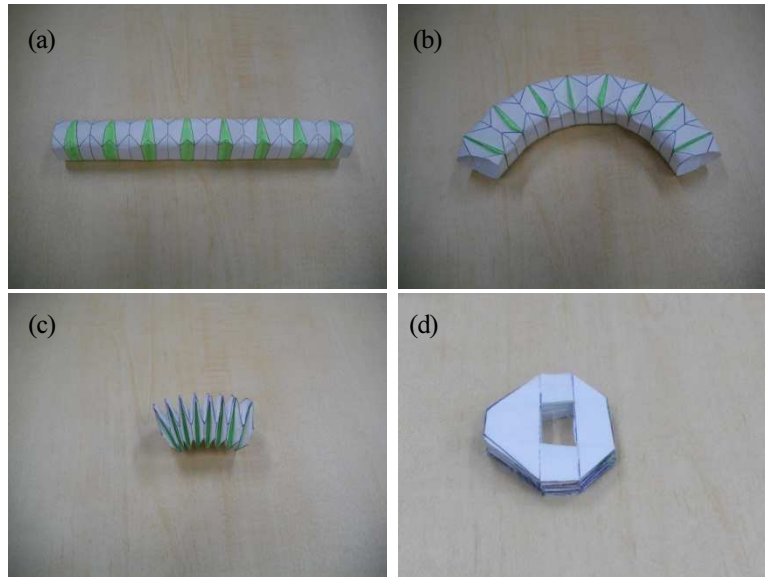


Fig. 6.10 Flat-Foldable Meandering Cylinders Based on Bellows Folding without Cutting-Off: (a) Straight cylinder if perfectly inflated; (b): Meandering cylinder. Green parts are glued; (c) & (d): Folded cylinder.

同様の議論が、図 6.2(c)の 1 節点 6 折線からなるパターンにおいても成り立つ。中抜き部分に折線を導入したものを図 6.11 に赤色で示す。中抜き部分の折線は、本体部分と中抜き部分の境界節点において 1 節点 6 折線の折り畳みの条件式(2.4)を満たすように決定されており、中抜き部分の中心節点においては 1 節点に 4 本の折線が集まる構造になる。中抜き部分の折線は左右対称であるから、中抜き部分の中心節点で 1 節点 4 折線の折り畳みの条件式(2.3)はすでに満たされている。図 6.12 に得られた折紙模型を示す。緑色部分が本来は中抜きされる部分である。完全に膨張した時に円筒(図 6.12(a))、緑色の部分を貼りあわせるとトーラス(図 6.12(b))、平坦に折り畳まれた状態が図 6.12(c)である。

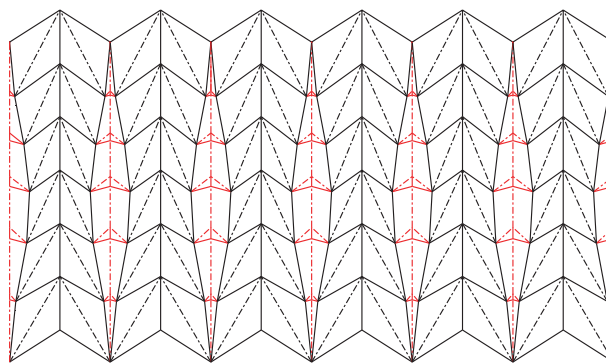


Fig. 6.11 Fold Pattern of Flat-Foldable Meandering Cylinders Based on Folding with Six Fold Lines without Cutting-Off. Red fold lines are newly added.



Fig. 6.12 Flat-Foldable Meandering Cylinders Based on Folding with Six Fold Lines without Cutting-Off: (a) Straight cylinder if perfectly inflated; (b): Meandering cylinder. Green parts are glued; (c) : Folded cylinder.

一方、図 6.2(a)のミウラ折りパターンではこのような議論は成り立たない。なぜならば、図 6.5 に示した通り、ミウラ折りパターンの場合、膨張した状態で筒半径は最大になり、折り畳まれるにつれ筒半径は小さくなる。中抜き部分に折線を導入し折り畳むと、折り畳まれた部分の筒半径が小さくなるのに対し、トーラスを形成する主部分の筒径は大きいままであるから、全体として一様な径をもった筒を形成できないためである。

さらに、ジャバラパターンでは、曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みモデルにおいても、中抜き部分は左右対称であるから、トーラスの場合と同様、中抜きをせずに付加的な折線で部分的に折り畳むことが可能である。

これまでの湾曲する筒の折り畳みに関する研究では、第 5 章で述べた 2 枚の展開図を貼りあわせて折り畳む手法⁽²⁸⁾が報告されていたが、本章のように、中抜きをして湾曲した筒を作成する手法や、中抜きをする代わりにある一部分を折り畳んで湾曲した筒を作成する手法を考察した先行研究は見当たらず、本研究による新規手法といえる。また、中抜きをする代わりにある一部分を折り畳む手法によって、円筒から湾曲する筒を創成できたが、より一般的に表現すれば、可展面から非可展面を創成できたと言える。可展面を部分的に折り畳み、曲面を創成し、さらにその曲面を折り畳むというように、筒に限らず、任意曲面の折り畳みへと応用できる可能性を含んでいる。

図 6.2(b)に示したジャバラパターンからなる湾曲したトーラスの展開図は、曲率を 0 にすると円筒の展開図となる。ジャバラパターンの円筒の展開図は図 1.2(a)に示す金属製の円筒を軸圧潰したときに見られるダイヤモンド形のパターンに類似している。金属製の湾曲する筒を軸方向に圧潰することができるとするならば、図 6.2(b)にみられるようなジャバラパターンに幾何学的には対応すると考えることができる。ただし、湾曲する筒においてジャバラパターンがエネルギー的に最も潰れやすいパターンであることを証明しておらず、人工的なモデルであると言える。

6.6 結言

本章では、対象とする立体的な湾曲する筒の形状が入力として与えられた時に、その折り畳みを実現するための 2 次元展開図を創成する手段を考察した。まず、一定の曲率で湾曲する円筒(トーラス)を多面体近似し、3 種の折線パターンで折り畳みを行った。ミウラ折りパターンおよびジャバラパターンでは、一定の曲率で湾曲する円筒の平坦折り畳みが可能であり、さらに、その展開図は円筒の展開図の中抜きしたものにとらえることができるため、中抜きせずに連結部を作ると円筒との連結が可能である。中抜きの形状を徐々に変化させると、曲率が変化する筒の折り畳みも可能であることを示した。1 節点 6 折線からなるパターンでは一定の曲率で湾曲する筒の

折り畳みは可能であるが、1 点に 6 本の折線が集まるという条件を保ったまま円筒に連結させることはできないため、曲率が変化する筒の折り畳みはできない。

曲率が変化する筒であっても、その展開図の折線の角度は一定に保たれているので創成すべき展開図は実質 1 つで済むため手法として簡潔であり、また将来このような形状の製品を製造する過程においても部品の統一化および作業の簡素化が期待できる。ただし、立体膨張時には多面体表面は曲面であるため、筒表面には柔軟な部材を用いる必要がある。

ジャバラパターンと 1 節点 6 折線から成るパターンでは、中抜きせずにその部分を折り畳む手法でも曲率が一定の筒を折り畳むことができる。これには、筒が膨張した状態と折り畳まれた状態で筒径が変化しないことが必要である。ミウラ折りパターンでは、膨張した状態で筒径が最大、折り畳むにつれて筒径が小さくなるため、この手法を適用できない。中抜きせずにその部分を折り畳む手法で曲率が変化する筒を折り畳む場合には、ジャバラパターンのみ対応可能である。1 節点 6 折線からなるパターンは中抜き有りの手法と同様の理由で適用不可である。

これまでの研究では、第 5 章で述べた 2 枚の展開図を貼りあわせて折り畳み可能な湾曲する筒を作成する手法⁽²⁸⁾が報告されていたが、本研究のように、中抜きをして湾曲した筒を作成する手法や、中抜きをする代わりにある一部分を折り畳んで湾曲した筒を作成する手法を考察した先行研究は見当たらず、本研究の新規手法である。

さらに、渦糸の流れの変換を併用することにより、一定の曲率で湾曲する円錐の展開図創成手法を示した。収縮率には差が存在するため、差の許容が必要である。変換前後の展開図の数学的関係性を明らかにしておくことで、新規の折り畳み可能な構造の展開図作成が可能であることの一例となり、等角写像による手法の有用性が示された。先行研究においても筒径が変化する筒の折り畳みは今後の課題とされていた。誤差の許容範囲内においてという条件付きではあるが、本研究によって筒径が変化する筒を折り畳むことができた。

Table 6.1 Applicability of Techniques and Patterns

	手法 1 中抜き有り		手法 2 中抜きなし	
	トーラス	曲率が変化する筒	トーラス	曲率が変化する筒
ミウラ折り	A	A	N/A	N/A
ジャバラ	A	A	A	A
1 節点 6 折線	A	N/A	A	N/A

A: Applicable, N/A: Not applicable

第 7 章 結論

7.1 本研究の結論

本研究では、折り畳み可能な構造は、柔軟であるが非弾性的で厚みが 0 の理想的な 2 次元平面で構成されており、構造が完全に折り畳まれた状態(最終状態)での折線の長さが 2 次元展開図(初期状態)での折線の長さと等しいとして、折り畳みに必要な条件を立式した。

このような前提条件のもとで、等角写像として渦糸の流れの変換および湧き出しの流れの変換を用い、円筒の展開図を基として、円錐殻の展開図(第 3 章)、円形膜の巻き取り展開図(第 4 章)、湾曲した筒の展開図(第 5 章)が創成可能であることを示し、得られた 2 次元展開図を折り 3 次元立体形状を組み立てた。第 4 章の異なる辺長や内角を持つ多角形への巻き取りは本研究で新規に報告された巻き取りモデルであり、また、第 5 章では曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みが設計変数を増やすことなく可能となることが示され、等角写像を用いた展開図創成手法の発展性と有用性が確認できた。第 6 章では等角写像による展開図創成から一旦離れ、対象とする立体的な湾曲する筒の形状が入力として与えられた時に、その折り畳みを実現するための 2 次元展開図を作成するという手段を考察し、必要最低限の切り込みを入れることで、曲率が変化する湾曲した筒の折り畳みが可能となることが示された。また、切り抜くべき部分に付加的な折線を導入し筒内部に折り畳んで湾曲する筒を形成する展開図も提案し、切り抜く手順を省略し空気漏れといったリスクを低減できる可能性を示した。さらに、ここで得られた湾曲する筒の展開図に、等角写像変換(渦糸の流れの変換)を併用することにより、湾曲する円錐の展開図を得ることができた。

本論文で用いた等角写像変換は、渦糸の流れの変換と湧き出しの流れの変換の 2 種類であるが、これらの変換を折り畳み可能な構造の創成に用いる利点は、変換によって四角形もしくは三角形要素の相似性が保たれることである。1 節点 4 折線から成る構造では式(2.3)、1 節点 6 折線から成る構造では式(2.4)によって平坦に折り畳みが可能となるための条件式が与えられるが、要素が相似であることによって、ある代表節点で条件を満たすように変数を決定すれば、残りの全ての節点においても折り畳みが可能となるからである。図 2.2(c)および(d)で紹介された 2 重湧き出しのある流れの変換およびくさび型領域での流れの変換例を図 7.1 に示す。図 7.1(a)を変換前の円筒展開図として、図 7.1(b)が 2 重湧き出しのある流れの変換による展開図、図 7.1(c)がくさび型領域での流れの変換による展開図である。どちらの変換においても、変換後の展開図の要素の相似性が保たれておらず、つまり変換後の全ての節点において折り畳みの条件を満足するように設計しなければ全体として折り畳むことができない。これでは、数学的変換によってシステマティックに展開図を得るという本研究の目的に反する。このように、全ての等角写像変換が折り畳み設計に有用であるのではなく、相似性を維持できる渦糸の流れの変換および湧き出しの流れの変換において成された結果であることを明記しておく。

また、写像変換後の展開図形状や折線パターンが変わると、その都度、展開図が満たすべき方程式を立式する必要があるため、数学的変換式によってシステムティックに展開図が得られるとはいえず、完全に機械的に対応することはできない。しかし、写像変換で目的とする展開図がだまかに得られると、必要な条件を立式することが視覚的に容易になり、また、未だ存在しない折り畳み構造のイメージを頭の中でふくらませたり、作成したい展開図のラフスケッチを作ることが可能となるため、写像変換による展開図創成はこのような作業の一助を担うことができる。

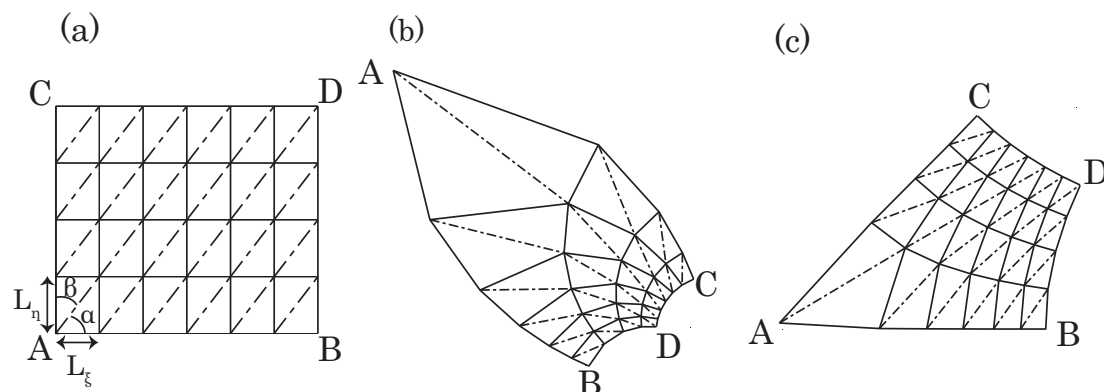


Fig. 7.1 Fold patterns on the original and transformed planes; (a) is a fold pattern of cylindrical structures on the original plane; (b) is the fold pattern by the transformation of a flow with two sources shown in Fig. 2.2 (d); (c) is the fold pattern by the transformation of a flow around a wedge shown in Fig. 2.2 (e).

Table 7.1 Applicability to Generate Foldable Structures

折り畳み可能な形状	先行研究による手法	等角写像による手法
軸回転体		
円筒	○	既知として扱う
円錐	○	○ (3章)
任意軸回転体(球殻・楕円球殻・瓢箪等)	○	○ (3章)
非軸回転体		
湾曲した筒(筒径一定)	○	◎ (5, 6章)
湾曲した筒(筒径変化)	×	△ (6章)
任意曲面	一部は○	× (5章)
平面		
円形膜(等角螺旋からなる折線)	○	◎ (4章)
円形膜(アルキメデス螺旋からなる折線)	○	× (4章)

○：可能，△：条件付きで可能，×：不可能，◎：可能であり従来手法以上の結果が得られる。

先行研究で報告された折り畳み可能な形状と、本論文各章で等角写像を用いて創成できる折り畳み可能な立体形状を整理したものが表 7.1 である。詳細は各章の結言を参照されたいが、全体像把握のため、ここにまとめる。軸回転体について述べると、先行研究ではまず円筒、円錐の折り畳みが為された。ここで、より一般的に任意の軸回転体として議論する。軸に直交する平面で

軸回転体を輪切りにすると、各輪切り部分は円錐と近似できるので、異なる円錐の折り畳みモデルの結合として球殻や楕円球殻の折り畳みモデルが報告されている⁽³⁴⁾。等角写像による手法では、円筒の展開図は既知であるとし、円錐の展開図を得た(第3章)。先行研究による手法と同様の考えを用いると、等角写像による手法を用いても任意の軸回転体の折り畳み展開図を得ることが可能であると予測できる。しかし、輪切りにされた円錐それぞれに対して写像を行う必要があり、1回の写像で折り畳み可能な展開図を即座に得ることはできない。

非軸回転体について述べると、先行研究では筒径が一定の湾曲した筒は折り畳み可能であったが、筒径が変化する筒に関しては今後の課題とされていた。等角写像による手法では、筒径一定の筒は折り畳み可能であり、さらに、折線の規則性を維持したまま必要最低限の設計変数からなる基本展開図を提案できた。また、筒径が変化する湾曲した筒は、誤差をある程度許容するという条件のもとで、折り畳み可能となった。等角写像による手法では、基となる円筒と折り畳むべき形状との間に数学的関係式が必要であるので、任意曲面のように数学的関係式が徐々に変化すると予測されるものに関しては、その展開図創成の可能性について言及することは難しい。一方、先行研究では全ての節点を独立に取り扱い、折り畳むべき曲面に沿うように節点位置を制御するため自由度は高い。しかし、任意の曲面に対し必ず折り畳みが可能となる解が存在することを証明するものではなく、局所的には解が求まっても曲面全体において適切な解が求まるとは限らない。

円形膜の巻き取りについて述べると、先行研究には等角螺旋の折線からなる円形膜とアルキメデス螺旋の折線からなる円形膜に大別できた。等角写像による手法では、写像によって生成される折線が等角螺旋となるため、前者の円形膜は創成可能であるが、後者の円形膜は創成できない。

既知として取り扱った円筒、第3章の円錐、第6章の湾曲する筒の展開図は同一の折線パターンを用いれば、それらを連結させさらに複雑な筒形状を折り畳むことが可能である。その際、連結部での各節点において折り畳み条件を考慮する必要がある。

7.2 今後の展望

本研究の目的は折り畳み可能な構造の展開図創出手法の構築であり、ここで得られた折り畳み展開図を折線に従って折ると、目的とする立体構造を幾何的に製作可能であることを示したものである。第4章の巻き取りモデルでも述べたが、幾何学的には製作可能であっても、材質の厚みによる影響や、折り畳まれる過程における材質の変形、折線や節点に相当する機構の取り扱い方が考慮されていない。製品開発のためには、折り畳みモデルの展開過程の歪の増減・形状安定性を力学的に解析し、それぞれのモデルが持つ機械的特性をまとめ、それを基にどのような構造物への応用が適切かを明らかにする必要がある。

先行研究として、1節点6折線からなる折り畳み可能な円筒構造物の折線部分をトラス部材としてとらえ、折り畳みの過程において各トラスに生じる歪みを理論的に解析した結果がある⁽⁴⁶⁾。⁽⁴⁷⁾これによると、折り畳まれた状態および完全に立体に伸びた状態で各トラス部材の歪みが0となりエネルギー的に安定であり、伸縮の過程で歪みは最大値をとる旨が記されている。これは折り畳み構造物が **Bistable**(双安定)な状態にあることを示している。一般に電磁気学・光学で登場する性質を機械構造物で表現できると、例えば振動制御の分野では、線形バネの特性を加味することにより、歪最大点において、ばね剛性をゼロとすることができ、どんなに大きな速度・加速度の振動が加わっても力を全く伝達しない、理想的な防振機構が考えられるなど、応用可能性は著しく広がる。このように、文献(46)および(47)に報告された設計だけでなく、様々な折り畳

み設計において詳細な機械特性の把握が必要である。

まず、計算力学シミュレーションにより、本研究で得られた折り畳みモデルの機械特性の評価を行い(ステップ 1)、各々の折り畳みモデルに適した工学応用を考察する。実際の応用構造物をモデル化し、さらに計算力学によって性能評価を行う(ステップ 2)。評価の高い構造物を試作し特性を測定する(ステップ 3)。

ステップ 1：計算力学シミュレーションによる折り畳みモデルの機械特性の把握

折紙による折り畳み構造は 2 種類のとらえ方に大別できる。

- ① トラス構造モデル：折線部分をトラス構造に置き換え、トラスによって荷重を支える折り畳みモデル。
- ② シェル構造モデル：折線に囲まれた四角形もしくは三角形要素をシェル要素とみなし、シェルの剛性で荷重を支える折り畳みモデル。

それぞれの折り畳みモデルの解析モデルを作成し、計算力学シミュレーションによりそれらの機械特性を解析する。ジョイント部①の場合はトラスの集まる節点、②の場合は隣り合うシェルの境界線に課すべき拘束条件は、実際の応用が期待される構造物をイメージして適切なものを選択する。

ステップ 2：性能評価シミュレーション

ステップ 1 の結果を元に、それぞれの設計がどのような構造物への応用が適しているかを考察し、実際の構造物の解析モデルを作成し、性能評価のためのシミュレーションを行う。構造解析・音響解析など折り畳み構造物の特性および用途に合わせて、実施すべきシミュレーションを選択する。

ステップ 3：工学応用に向けた試作および機械特性の測定実験

ステップ 2 の結果を元に、実物の試作と測定実験を行い、折り畳み構造物の性能評価を行う。学術的興味や実用性を視野に入れながら研究を進める。

応用例は上記ステップ 1～3 の結果を元に決定されるべきであるが、現段階で興味のあるアイデアを以下に挙げる。

(1)折紙構造サイドメンバー

シェル構造モデルの場合、設計上、板厚は 0 であり、折線部分は回転が自由なピン結合と理想化している。実際に構造物を製造することを考えると、このような理想化された部分をいかに現実の剛性のある形にモデル化することが重要になる。先行研究として、鉄鋼製円筒殻にハイドロフォーミングにより 1 節点 6 折線モデル形状に加工し、円筒殻を折れ易くすることで衝突の際の衝撃を低減する自動車部材(サイドメンバー)に関する研究がある^{(9)～(11)}。サイドメンバー試作品の写真を図 7.2 に示す。



Fig. 7.2 Sample of Origami Side Member Manufactured by Hydro-forming.

この研究では、折線部はピン構造とはとらえず、折線部を含めひとつながりのシェルととらえている。円筒殻を型に押し当てて成形するというプロセス上、殻を鋭く曲げることはできず角部にはある程度の曲率 R が存在するため、先行研究では円筒殻のメッシュモデルをサブディビジョン手法によって細分化しモデル全体に丸みをつけた状態で圧潰シミュレーションが行われた。これにより、メッシュモデルはより実物に近い形状へと近づいたが、曲率 R による衝撃荷重値および吸収エネルギー量への影響について定性的な考察は成されていない。最終的に圧潰特性を評価するため、あらかじめ、より小規模な解析モデルで曲率 R の影響を定性的に考察する必要がある。

製造に関する問題点として、ハイドロフォーミング加工は生産コストが高いため、コスト重視の自動車業界で採用されるのが難しい。そこで、2枚の紙を重ね合わせた折り畳み設計を参考に、比較的安価なプレス加工と溶接で製造可能と思われるサイドメンバーを提案する。模式図を図 7.3 に示す。2枚の鉄板に折線をプレスしておき、後に2枚の鉄板を溶接によって結合するものである。プレス成形によっておこる材料特性の変化を加味した圧潰シミュレーションが必要である。また、折線付きサイドメンバーは衝撃荷重を大幅に低減できるが、塑性変形をせずに折り畳まれる部分が存在するため、いかに吸収エネルギー量をかせぐかが課題となる。そこで、折線を導入する部分と導入しない部分からなるコンバインド・サイドメンバーが有効であると考え(図 7.3)。衝撃荷重を低減するために有効な位置にのみ折線を導入し、それ以外の部分は折線なしの筒モデルとし、衝撃荷重低減と吸収エネルギー量の確保という2つの条件を満たす形状の最適化のためのシミュレーションを行う。提案する製造プロセス(プレス加工と溶接)にかかるコストと提案するモデルの性能から、十分に実用化の可能性について評価する。

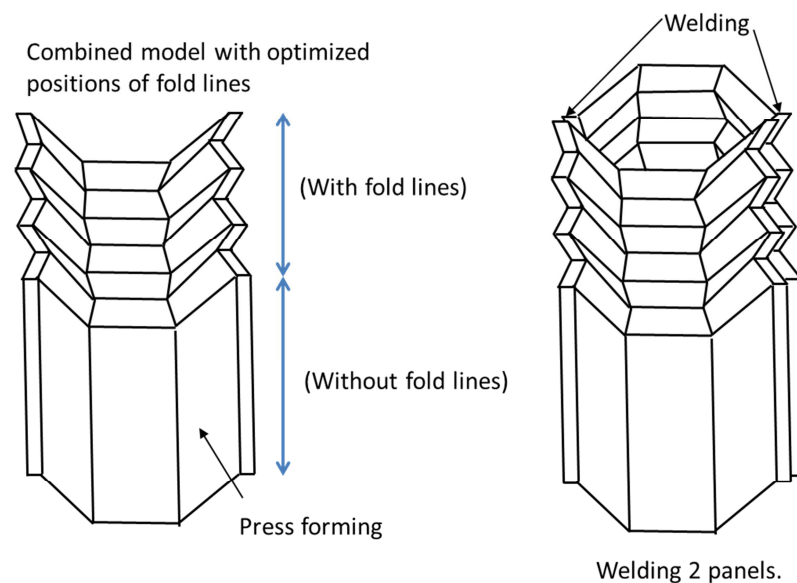


Fig. 7.3 Concepts of Combined Side Member and Manufacturing Process by Pressing and Welding.

(2)折紙振動制御

先に述べた、1 節点 6 折線の折り畳み構造物が Bistable(双安定)な状態にあることを利用した振動制御モデルについてである。折線にあたる部分をトラス部材、トラスの集まる節点では自由に回転するピン結合ととらえる。しかし、複数のトラスが 1 点に集まり自由に回転するようなジョイントを考えることは伸縮の制御や実用化の際の信頼性・安全性の点からも難しい。しかし、折り畳み状態から立体へと展開していく過程を折紙模型において観察すると、トラスは規則性を持って動いており、ある自由度を固定し、簡略化したジョイントととらえられる可能性がある。それぞれの折り畳みパターンにおいて、トラス構造ジョイント部のとらえ方について考察を行う。

(3)コンパクトに折り畳み可能で瞬時に展開可能な救命用具

第 4 章に述べた巻き取り可能な円形膜は中心付近に穴をあけられるので、展開図を 2 枚重ねにし、展開図の内側と外側の境界を接着することによって、閉空間を作成できる。ビニールもしくはゴムといった柔軟な素材を用いると、インフレータブルな救命浮具となる。図 7.4 に概念図を示す。浮具を巻き取り収納しておき、小型の空気を充填する機構を中心に付加し、緊急時に膨張させる。本研究で得られた巻き取りモデルを行う利点としては、対称的に巻き取られることから中心に空気充填アクチュエータを設置すれば、ほぼ無駄がなく効率的に展開するであろうと予測できる点、収納スペースにあわせ巻き取り形状を変化させることができる(第 4 章)ため収納効率が良い点である。小型のアクチュエータを各々の浮具に設置できれば、緊急時に巻き取られた状態で浮具を投げ入れ、着水の衝撃で空気充填するものも考えられる。巻き取られた状態であれば、質量が集中しているため、既存の発泡スチロール製の浮具と異なり、空気抵抗の影響も少なく遠くまで投げられコントロールもつけやすい。多様な形状に巻き取られた円形膜を図 7.5 に示す。収納スペースにあわせ巻き取り後の形状を変えられる利点は、救命器具に限らず広い分野への応用が考えられる。

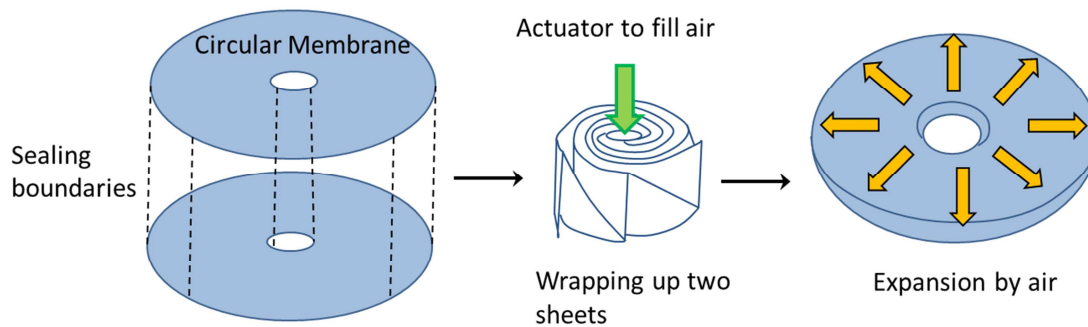


Fig. 7.4 Concepts of Life Buoys by Wrapping Technique of Origami and Expansion Process by Actuator.

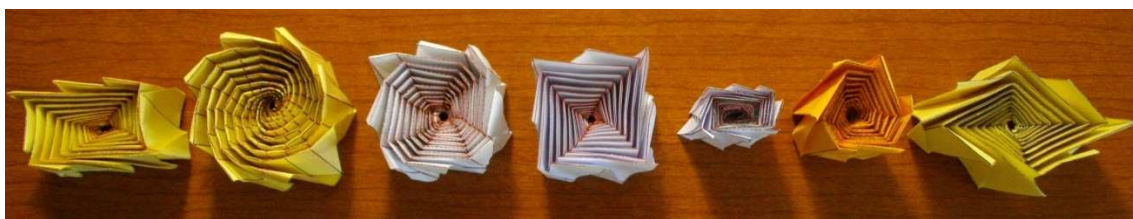


Fig. 7.5 Variation of Forms for Customer-Oriented Design

このほかに、折り畳み可能な湾曲する筒を用いて、救命用具の形状のバリエーションを増やすこともできる。例えば図 6. 4 に示した半トラス状もしくは円筒と連結した U 字状の筒に底をつけ、閉空間とする。これをユニットとし、小さく折り畳みコンパクトに収納しておく。非常時にはユニットごとに展開し個人で利用することもできるし、複数のユニットを平行に並べ連結することで壁のついた救命ボートになるなど、既存の救命器具にとらわれない新たな救命器具を考案できる可能性がある。

付録A 1節点6折線から成る円錐殻展開図 創成のためのMatlabプログラム (第3章)

以下のプログラムはMatlab 7.11.0 (R2010b)において作成された.

```
% Conformal transformation
% This program is to generate crease patterns for conical shells from patterns for cylinders by using a
transformation used for flows with a vortex filament (Uzuito)

clear all; close all;
%Input parameters
k=1;%Coefficient for transformation
D=0;% The number of steps to climb up. Symmetrical design is not applicable for D~=0.
Sym=0; %Sym=0: Continuous design for buckling, Sym=1: Symmetric design for axi-compression buckling
Nx=8; % Number of elements in lateral direction
Ny=5; % Number of elements in height direction
alpha=30*pi/180; %[rad]
beta=(pi+D*alpha)/Nx; %[rad]
Lx=2*pi/4/Nx;

for loop=1:2, %1: before angle correction, 2: after angle correction
%-----
%Dependent parameters
Ly=sin(alpha)/sin(beta)*Lx;
theta=atan(D*Ly*sin(alpha+beta)/(Nx*Lx-D*Ly*cos(alpha+beta)));
%-----
%Plotting nodes to draw fold patterns.
%1st layer
xi(1,1:Nx+1)=(Lx*cos(theta)-Lx*sin(theta)/tan(alpha+beta+theta))*([0:Nx]);
eta(1,1:Nx+1)=0;

if D==0,
```

```

%2nd layer
xi(2,1:Nx+1)=xi(1,1:Nx+1)+Ly*cos(beta+alpha);
eta(2,1:Nx+1)=eta(1,1:Nx+1)+Ly*sin(beta+alpha)*eye;

dy=Ly*sin(beta+alpha);
for i=3:Ny+1,
    dx=xi(i-1,1:Nx+1)-xi(i-2,1:Nx+1);
    if Sym==0,
        xi(i,1:Nx+1)=xi(i-1,1:Nx+1)+dx;
        eta(i,1:Nx+1)=eta(i-1,1:Nx+1)+dy;
    elseif Sym==1;
        xi(i,1:Nx+1)=xi(i-1,1:Nx+1)-dx;
        eta(i,1:Nx+1)=eta(i-1,1:Nx+1)+dy;
    end
end

elseif D~=0,

% Bottom layers
for i=1:D-1,
    xi(i+1,Nx-Nx/D+1:Nx+1)=xi(i,Nx-Nx/D+1:Nx+1)+(Lx*sin(theta)/tan(alpha+beta+theta))*([0:Nx/D]);
    xi(i+1,1:Nx-Nx/D)=xi(i,1:Nx-Nx/D);
    eta(i+1,Nx-Nx/D+1:Nx+1)=eta(i,Nx-Nx/D+1:Nx+1)+Lx*sin(theta)*([0:Nx/D]);
    eta(i+1,1:Nx-Nx/D)=eta(i,1:Nx-Nx/D);
end

xi(D+1,1:Nx+1)=xi(1,1:Nx+1)+(Lx*sin(theta)/tan(alpha+beta+theta))*([0:Nx]*eye);
eta(D+1,1:Nx+1)=eta(1,1:Nx+1)+Lx*sin(theta)*([0:Nx]*eye);

% Middle layers
dy=Ly*sin(beta+alpha+theta);
for i=1:Ny-2*(D-1),
    dx=Ly*cos(beta+alpha+theta);
    if Sym==0,
        xi(D+1+i,1:Nx+1)=xi(D+i,1:Nx+1)+dx;
        eta(D+1+i,1:Nx+1)=eta(D+i,1:Nx+1)+dy;

```

```

elseif Sym==1;
    xi(D+1+i, 1:Nx+1)=0;% Not applicable xi(i-1, 1:Nx+1)-dx;
    eta(D+1+i, 1:Nx+1)=0;% Not applicable eta(i-1, 1:Nx+1)+dy;
    disp('Symmetrical design is not applicable for D~=0.');
```

end

end

% Top layers

```

for i=1:D-1,
    xi(-D+3+Ny+i, 1:Nx-Nx/D+1)=xi(-D+2+Ny+i, 1:Nx-Nx/D+1)+dx;
    xi(-D+3+Ny+i, Nx-Nx/D+2:Nx+1)=xi(-D+3+Ny+i, Nx-Nx/D+1)+(Lx*cos(theta)-Lx*sin(theta)/tan(alpha+beta+theta))*([
    1:Nx/D]);
    eta(-D+3+Ny+i, 1:Nx-Nx/D+1)=eta(-D+2+Ny+i, 1:Nx-Nx/D+1)+dy;
    eta(-D+3+Ny+i, Nx-Nx/D+2:Nx+1)=eta(-D+3+Ny+i, Nx-Nx/D+1)*eye;
end

xi(3+Ny, 1:Nx+1)=xi(2+Ny, 1)+Ly*cos(alpha+beta+theta)+(Lx*cos(theta)-Lx*sin(theta)/tan(alpha+beta+theta))*([
0:Nx]);
eta(3+Ny, 1:Nx+1)=eta(2+Ny, Nx+1)*eye;

%For D, the lines to cut the pattern.
test_xi1=xi(2+D, 1)+xi(1, :);
test_eta1=eta(2+D, 1)*ones(1, length(test_xi1));
test_xi2=xi(end-1, 1)+xi(1, :);
test_eta2=eta(end-1, 1)*ones(1, length(test_xi2));

end

%-----
% Angular coordinates Transformation
%Uzuito
x=exp(eta./k).*cos(xi./k);
y=-exp(eta./k).*sin(xi./k);

if D~=0,
    test_x1=exp(test_eta1./k).*cos(test_xi1./k);
```

```

test_y1=-exp(test_eta1./k).*sin(test_xi1./k);
test_x2=exp(test_eta2./k).*cos(test_xi2./k);
test_y2=-exp(test_eta2./k).*sin(test_xi2./k);

end

%-----

figure;
set(gca,'FontSize',16); h=get(gca,'Position');
set(gca,'Position',[h(1)+0.022 h(2)+0.02 h(4) h(4)]); h=get(gcf,'Position');
set(gcf,'Position',[h(1) h(2) h(4)+30 h(4)+30]);

for m=1:size(x,1),%Ny+1,
    plot(x(m,:),y(m,:), 'Color','k','LineWidth',1);
    hold on;
    for n=1:Nx+1,
        plot(x(:,n),y(:,n), 'Color','k','LineWidth',1);
        if (m~=size(x,1)) && (n~=Nx+1),
            if Sym==0,
                line([x(m,n),x(m+1,n+1)], [y(m,n),y(m+1,n+1)], 'LineStyle','-', 'Color','k', 'LineWidth',1);
            elseif Sym==1,
                if mod(m,2)==1,

line([x(m,n),x(m+1,n+1)], [y(m,n),y(m+1,n+1)], 'LineStyle','-', 'Color','k', 'LineWidth',1);

                elseif mod(m,2)==0,

line([x(m,n+1),x(m+1,n)], [y(m,n+1),y(m+1,n)], 'LineStyle','-', 'Color','k', 'LineWidth',1);

                end
            end
        end
    end
end
if D~=0,
    plot(test_x1,test_y1,'-k');    plot(test_x2,test_y2,'-k');
end
plot(0,0,'+');
xlabel('x'); ylabel('y');

```

```

if loop==1,
    legend('Before angle correction')
elseif loop==2,
    legend('After angle correction')
end
axis equal
%-----
figure;
set(gca, 'FontSize', 16); h=get(gca, 'Position');
set(gca, 'Position', [h(1)+0.02 h(2)+0.02 h(4) h(4)]); h=get(gcf, 'Position');
set(gcf, 'Position', [h(1) h(2) h(4)+30 h(4)+30])
for m=1:size(xi, 1), %Ny+1,
    plot(xi(m, :), eta(m, :), 'Color', 'k', 'LineWidth', 1);
    hold on;
    for n=1:Nx+1,
        plot(xi(:, n), eta(:, n), 'Color', 'k', 'LineWidth', 1);
        if (m~=size(xi, 1)) && (n~=Nx+1),
            if Sym==0,

line([xi(m, n), xi(m+1, n+1)], [eta(m, n), eta(m+1, n+1)], 'LineStyle', '-.', 'Color', 'k', 'LineWidth', 1);

                elseif Sym==1,
                    if mod(m, 2)==1,

line([xi(m, n), xi(m+1, n+1)], [eta(m, n), eta(m+1, n+1)], 'LineStyle', '-.', 'Color', 'k', 'LineWidth', 1);

                        elseif mod(m, 2)==0,

line([xi(m, n+1), xi(m+1, n)], [eta(m, n+1), eta(m+1, n)], 'LineStyle', '-.', 'Color', 'k', 'LineWidth', 1);

                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        if D~=0,
            plot(test_xi1, test_eta1, '-k');    plot(test_xi2, test_eta2, '-k');
        end
    xlabel('¥xi')

```

```

ylabel('Yeta')
if loop==1,
    legend('Before angle correction')
elseif loop==2,
    legend('After angle correction')
end
axis equal
if loop==2,
    break %End of computation.
end
%-----
% Correction of beta
i=1;
count(1)=-999; count(2)=-999;
while count(i)*count(i+1)>0
    i=i+1;
    beta_p=pi/3/400*(i+60); % Change beta from 0 to pi/2 to find the gap=0.
    Ly_p=sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx;
    theta_p=atan(D*Ly_p*sin(alpha+beta_p)/(Nx*Lx-D*Ly_p*cos(alpha+beta_p)));
    % g=beta'
    g(i)= acos(...
        (exp((1*Lx*sin(theta_p)+2*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
        -exp((1*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
        *cos((0*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
        -exp((0*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
        *cos((1*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
        +cos((1*Lx*cos(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k))...
        /sqrt(...
            1+exp((2*Lx*sin(theta_p)+2*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
            -2*exp((1*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
            *cos((1*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
            )...
        /sqrt(...
            1+exp((0*Lx*sin(theta_p)+2*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
            -2*exp((0*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
            *cos((0*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...

```

```

        )...
    );

% gg=alpha'
gg(i)= acos(...
    (exp((2*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    *cos((0*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    -exp((1*Lx*sin(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    *cos((1*Lx*cos(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    -exp((1*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    *cos((1*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    +1)...

/sqrt(1+exp((2*Lx*sin(theta_p)+2*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    -2*exp((1*Lx*sin(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    *cos((1*Lx*cos(theta_p)+1*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k))...

/sqrt(1+exp((2*Lx*sin(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    -2*exp((1*Lx*sin(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*sin(alpha+beta_p+theta_p))/k)...
    *cos((1*Lx*cos(theta_p)+0*sin(alpha)/sin(beta_p)*Lx*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k))...
);

%Total Center Angle
pp(i)=acos(cos((Nx*Lx*cos(theta_p)-D*Ly_p*cos(alpha+beta_p+theta_p))/k));

g_c(i)=(2*Nx*g(i)-2*D*gg(i)+pp(i)-2*pi);%[rad] Gap of the conical model(after transformation)
count(i+1)=g_c(i);

if i>1,
    if g_c(i-1)<0 && g_c(i)<0,
        beta_c=beta_p; beta_tc=g(i); alpha_ttc=gg(i); phi_c=pp(i); gap=g_c(i);
    end
end
end
end

beta=beta_c; % To repeat with loop=2.
end

```

付録B 1節点4折線から成る円錐殻の 折り畳みモデルのための等角写像 (第3章)

式(3.1)で定義される渦糸の流れの変換によって、1 節点 4 折線の蛇腹形状の円錐殻構造展開図が満たすべき方程式を以下に記す。の角度を以下に示す。図 A1(a)に 2 種類の角度 α および β によって構成される変換前の四角形要素を示す。縦方向の辺の長さを L_η 、横方向の長辺の長さを L_ξ とすると、横方向の短辺の長さは $L_\xi - L_\eta \cos \alpha - L_\eta \sin \alpha / \tan \beta$ で表される。図 A1(a)の展開図は渦糸の流れの変換式(3.1)によって図 A1(b)の円錐展開図へと変換される。角度 α は 2 種の異なる角度 α' および α'' へと、角度 β は角度 β' および β'' へとそれぞれ変換される。変換式(3.1)により、変換後の角度 α' 、 α'' 、 β' 、 β'' は変換前の幾何変数 α 、 β 、 $L_{\xi 1}$ 、 $L_{\xi 2}$ および L_η を用いて次式で表される。

$$\cos \alpha' = \frac{c_1(1,1) \cdot e_1(1,1) - c_1(0,1) \cdot e_1(0,1) - c_1(1,0) \cdot e_1(1,0) + 1}{\sqrt{1 - 2c_1(0,1) \cdot e_1(0,1) + e_1(0,2)} \sqrt{e_1(2,0) - 2c_1(1,0) \cdot e_1(1,0) + 1}} \quad (\text{A.1})$$

$$\cos \beta' = \frac{c_2(1,1) \cdot e_2(0,1) - c_2(0,1) \cdot e_2(1,1) - c_2(1,0) \cdot e_2(1,0) + e_2(1,0)}{\sqrt{1 - 2c_2(1,0) \cdot e_2(1,0) + e_2(2,0)} \sqrt{e_2(0,2) - 2c_2(0,1) \cdot e_2(0,1) + 1}} \quad (\text{A.2})$$

$$\cos \alpha'' = \frac{c_3(1,1) \cdot e_3(1,1) - c_3(0,1) \cdot e_3(0,1) - c_3(1,0) \cdot e_3(1,0) + 1}{\sqrt{1 - 2c_3(0,1) \cdot e_3(0,1) + e_3(0,2)} \sqrt{e_3(2,0) - 2c_3(1,0) \cdot e_3(1,0) + 1}} \quad (\text{A.3})$$

$$\cos \beta'' = \frac{c_4(1,1) \cdot e_4(0,1) - c_4(0,1) \cdot e_4(1,1) - c_4(1,0) \cdot e_4(1,0) + e_4(1,0)}{\sqrt{1 - 2c_4(1,0) \cdot e_4(1,0) + e_4(2,0)} \sqrt{e_4(0,2) - 2c_4(0,1) \cdot e_4(0,1) + 1}} \quad (\text{A.4})$$

ここで、

$$c_1(m, n) = \cos \left[\frac{m \cdot L_\xi \cos \theta - n \cdot L_\eta \cos(\alpha + \theta)}{k} \right] \quad (\text{A.5})$$

$$e_1(m, n) = \exp \left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta + n \cdot L_\eta \sin(\alpha + \theta)}{k} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$c_2(m, n) = \cos \left[\frac{m \cdot L_\xi \cos \theta - n \cdot L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos(\beta - \theta)}{k} \right] \quad (\text{A.7})$$

$$e_2(m, n) = \exp\left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta + n \cdot L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sin(\beta - \theta)}{k}\right] \quad (\text{A.8})$$

$$c_3(m, n) = \cos\left[\frac{m \cdot L_\xi \cos \theta - n \cdot L_\eta \cos(\alpha - \theta)}{k}\right] \quad (\text{A.9})$$

$$e_3(m, n) = \exp\left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta - n \cdot L_\eta \sin(\alpha - \theta)}{k}\right] \quad (\text{A.10})$$

$$c_4(m, n) = \cos\left[\frac{m \cdot L_\xi \cos \theta - n \cdot L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (\text{A.11})$$

$$e_4(m, n) = \exp\left[\frac{m \cdot L_\xi \sin \theta - n \cdot L_\eta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sin(\beta + \theta)}{k}\right] \quad (\text{A.12})$$

である. ($m = 0, 1, 2, \dots$, $n = 0, 1, 2, \dots$)

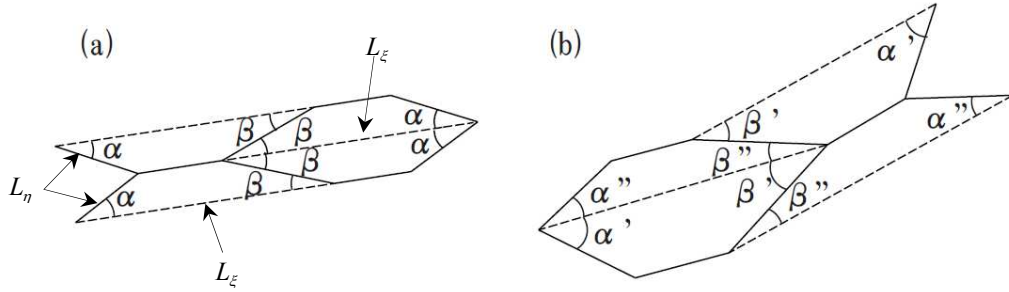


Fig. A1 Transformation of flow with vortex filament. (a): before transformation; (b): after transformation.

付録C 径が変化する湾曲した筒の 折り畳みモデルのための等角写像 (第6章)

ミウラ折りを基とした折線図において、式(3.1)で定義される渦糸流れの変換後の図形が満たすべき方程式を以下に記す。

2種類の四角形要素からなる円筒展開図を構成する点を $N_1 \sim N_9$ とし、図 B1(a)に示す。実線は山折線、破線は谷折線をそれぞれ示す。角度 $\angle N_2 N_1 N_4 (= \angle N_2 N_1 N_7)$ を α_m および角度 $\angle N_3 N_2 N_5 (= \angle N_3 N_2 N_8)$ を α_v 、横方向の辺 $N_1 N_2$ および $N_2 N_3$ の長さをそれぞれ L_{ξ_1} および L_{ξ_2} 、縦方向の辺 $N_1 N_4 (= N_1 N_7)$ の長さを L_η とする。図 B1(a)の円筒展開図は渦糸の流れの変換式(3.1)によって図 B1(b)の円錐展開図へと変換される。点 $N_1 \sim N_9$ はそれぞれ点 $N_{1'} \sim N_{9'}$ へと、角度 α_v は2種の異なる角度 α'_{v1} および α'_{v2} へと、角度 α_m は角度 α'_{m1} および α'_{m2} へとそれぞれ変換される。変換後の図形の相似性から、2つの代表点 $N_{1'}$ および $N_{2'}$ において平坦折り畳みの条件が成り立てば残りの任意の点においても折り畳みの条件式(1.3)が成り立つ。点 $N_{1'}$ で平坦に折り畳むことができる条件は式(1.3)より、 $\alpha'_{m1} + \angle N_2 N_3 N_9 = \pi$ である。 $0 < \alpha'_{m1} < \pi$ 、 $0 < \angle N_2 N_3 N_9 < \pi$ として次式で書き換えられる。

$$\cos \alpha'_{m1} + \cos \angle N_2 N_3 N_9 = 0 \quad (B1)$$

同様に、点 $N_{2'}$ において折り畳みの条件は次式となる。

$$\cos \alpha'_{v1} + \cos \angle N_{1'} N_2 N_{8'} = 0 \quad (B2)$$

変換式(3.1)により、変換後の角度 α'_{v1} 、 α'_{m1} 、 $\angle N_2 N_3 N_9$ および $\angle N_{1'} N_2 N_{8'}$ は変換前の幾何変数 α_m 、 α_v 、 L_{ξ_1} 、 L_{ξ_2} および L_η を用いて次式で表される。

$$\cos \alpha'_{m1} = \frac{c_1(1, -1) \cdot e_1(1) - c_1(1, 0) - c_1(0, -1) \cdot e_1(1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_1(0, -1) \cdot e_1(1) + e_1(2)} \sqrt{2 - 2c_1(1, 0)}} \quad (B3)$$

$$\cos \alpha'_{v1} = \frac{c_2(1, -1) \cdot e_1(1) - c_2(1, 0) - c_2(0, -1) \cdot e_1(1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_2(0, -1) \cdot e_1(1) + e_1(2)} \sqrt{2 - 2c_2(1, 0)}} \quad (B4)$$

$$\cos \angle N_2 N_3 N_9 = \frac{c_3(1, 1) \cdot e_1(-1) - c_3(1, 0) - c_3(0, 1) \cdot e_1(-1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_3(0, 1) \cdot e_1(-1) + e_1(-2)} \sqrt{2 - 2c_3(1, 0)}} \quad (B5)$$

$$\cos \angle N_{1'} N_2 N_{8'} = \frac{c_4(1, 1) \cdot e_1(-1) - c_4(1, 0) - c_4(0, 1) \cdot e_1(-1) + 1}{\sqrt{1 - 2c_4(0, 1) \cdot e_1(-1) + e_1(-2)} \sqrt{2 - 2c_4(1, 0)}} \quad (B6)$$

ここで、 $c_1(i, j)$ 、 $c_2(i, j)$ 、 $c_3(i, j)$ 、 $c_4(i, j)$ および $e_1(i, j)$ ($i, j \in I$) は次式で表される。

$$c_1(i, j) = \cos \left[\frac{i \cdot L_{\xi_1} + j \cdot L_\eta \cos \alpha_m}{k} \right] \quad (B7)$$

$$c_2(i, j) = \cos\left[\frac{i \cdot L_{\xi_2} + j \cdot L_{\eta} \frac{\sin \alpha_m}{\tan \alpha_v}}{k}\right] \quad (\text{B8})$$

$$c_3(i, j) = \cos\left[\frac{i \cdot L_{\xi_2} + j \cdot L_{\eta} \cos \alpha_m}{k}\right] \quad (\text{B9})$$

$$c_4(i, j) = \cos\left[\frac{i \cdot L_{\xi_1} + j \cdot L_{\eta} \frac{\sin \alpha_m}{\tan \alpha_v}}{k}\right] \quad (\text{B10})$$

$$e_1(j) = \exp\left[\frac{j \cdot L_{\eta} \sin \alpha_m}{k}\right] \quad (\text{B11})$$

式(B3)～(B6)を式(B1)および式(B2)に代入すると、式(B1)および式(B2)は変換前の幾何変数 α_v , α_m , L_{ξ_1} , L_{ξ_2} および L_{η_1} の関数として表される。次に、平坦に折り畳んだ時に円錐の展開図の左端と右端が離れず閉じているための条件は、要素数を m として、 $m/2(\alpha'_{m1} + \alpha'_{m2} - \alpha'_{v1} - \alpha'_{v2}) = 2\pi$ である。ここで、簡単のため m を偶数とする。 $0 < \alpha'_{m1} + \alpha'_{m2} < \pi$, $0 < 4\pi/m + \alpha'_{v1} + \alpha'_{v2} < \pi$ として次式で書き換えられる。

$$\cos(\alpha'_{m1} + \alpha'_{m2}) = \cos\left(\frac{4\pi}{m} + \alpha'_{v1} + \alpha'_{v2}\right) \quad (\text{B12})$$

$\cos(\alpha'_{m1} + \alpha'_{m2})$ および $\cos(\alpha'_{v1} + \alpha'_{v2})$ は次式で与えられる。

$$\cos(\alpha'_{m1} + \alpha'_{m2}) = \frac{2 - c_1(0,1) \cdot e_1(1) - c_1(0,1) \cdot e_1(-1)}{\sqrt{1 - 2c_1(0,1) \cdot e_1(-1) + e_1(-2)} \sqrt{1 - 2c_1(0,1) \cdot e_1(1) + e_1(2)}} \quad (\text{B13})$$

$$\cos(\alpha'_{v1} + \alpha'_{v2}) = \frac{2 - c_2(0,1) \cdot e_1(1) - c_2(0,1) \cdot e_1(-1)}{\sqrt{1 - 2c_2(0,1) \cdot e_1(-1) + e_1(-2)} \sqrt{1 - 2c_2(0,1) \cdot e_1(1) + e_1(2)}} \quad (\text{B14})$$

式(B13)および式(B14)を式(B12)に代入し、変換前の幾何変数 α_v , α_m , L_{ξ_1} , L_{ξ_2} および L_{η} の方程式を得る。ここでは、変数 α_v および α_m を固定値として与え、3式(B1), (B2)および(B12)を連立して解くことにより、平坦に折り畳み可能な円錐展開図に必要な幾何変数 L_{ξ_1} , L_{ξ_2} および L_{η} を得る。連立方程式は非線形であるため、ヤコビ行列を求め反復法で数値的に解く。

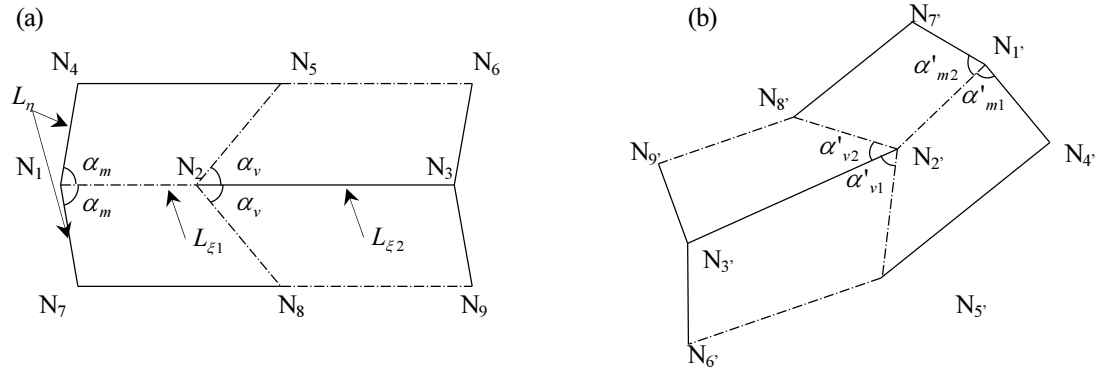


Fig. B1 Transformation of flow with vortex filament. (a): before transformation; (b): after transformation.

参考文献

- (1) JST Science Links Japan, Origami Engineering, <http://sciencelinks.jp/content/view/656/260/> (参照日 : 2013 年 6 月 16 日)
- (2) Cipra, B. A., “In the Fold, Origami Meets Mathematics”, *SIAM News*, Vol. 34 No. 8 (2001).
- (3) Stewart, I., “Mathematics: Some Assembly Needed”, *Nature*, Vol. 448 (2007), p. 419.
- (4) Freeland, R. E., Bilyeu, G. D., Veal, G. R., Mikulas, M. M., “Inflatable Deployable Space Structures Technology Summary”, *49th International Astronautical Congress*, Melbourne, Australia. IAF-98-I.5.01. (1998)
- (5) Guest, S.D., Pellegrino, S., “A New Concept for Solid Surface Deployable Antennas”, *Acta Astronautica*, Vol. 38, No. 2 (1996), pp.103-113.
- (6) Johnson, L., Young, R. M., Montgomery IV, E. E., “Recent advances in solar sail propulsion systems at NASA”, *Acta Astronautica*, Vol. 61 (2007), pp. 376-382.
- (7) 名取通弘, “展開する膜”, 日本機械学会誌, Vol. 102, No. 962 (1999), pp.48-50.
- (8) Tsuda, Y., Mori, O., Funase, R., Sawada, H., Yamamoto, T., Saiki, T., Endo, T., Kawaguchi, J., “Flight Status of IKAROS deep space solar demonstration”, *Acta Astronautica*, Vol. 69 (2011), pp.833-840.
- (9) 萩原一郎, 山本千尋, 陶金, 野島武敏, “反転らせん型モデルを用いた円筒形折り紙構造の圧潰変形特性の最適化検討”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 70, No. 689 (2004), pp. 36-42.
- (10) 趙希祿, 胡亜波, 萩原一郎, “折紙工学を利用した円筒薄肉構造物の衝突圧潰特性の最適設計”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No. 761 (2010), pp. 10-17.
- (11) 趙希祿, 胡亜波, 萩原一郎, “折紙工学援用による半割り型自動車サイドメンバーの圧潰エネルギー吸収性能に関する研究”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No. 767 (2010), pp. 1131-1138.
- (12) Merali, Z., “‘Origami Engineer’ Flexes to Create Stronger, More Agile Materials”, *Science*, Vol. 332 (2011), pp. 1376-1377.
- (13) Kuribayashi, K., Tsuchiya, K., You, Z., Tomus, D., Umemoto, M., Ito, T., and Sasaki, M., “Self-deployable origami stent grafts as a biomedical application of Ni-rich TiNi shape memory alloy foil”, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 419, Issues 1-2 (2006), pp. 131-137.
- (14) Tachi, T., “Simulation of Rigid Origami”, *Origami 4: Fourth International Meeting of Origami Science, Mathematics and Education* (2009), pp. 175-187.
- (15) 132 5. ISSEY MIYAKE, http://www.isseymiyake.com/brand/132_5.html#news_section, 参照日 : 2013 年 6 月 4 日.
- (16) IN-EI ISSEY MIYAKE, <http://mds.isseymiyake.com/mds/jp/product/#entry6>, 参照日 : 2013 年 6 月 4 日.
- (17) Fischer, S., Drechsler, K., Kilchert, S., and Johnson, A., “Mechanical tests for foldcore base material properties”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 40, Issue 12 (2009), pp. 1941-1952.
- (18) Vinson, J. R., “Sandwich Structures: Past, Present, and Future”, *Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials* (2005), pp. 3-12.

- (19) Alekseev, K. A., Zakirov, I. M., and Karimova, G. G., “Geometrical Model of Creasing Roll for Manufacturing Line of the Wedge-Shaped Folded Cores Production”, *Russian Aeronautics* (2011), Vol. 54, No. 1, pp. 104-107.
- (20) 三浦公亮, “形の科学百科事典”, 形の科学会編 (2004), pp. 649-650, 朝倉書店.
- (21) Miura, K., “Method of Packing and Deployment of Large Membranes in Space”, *The Institute of Space and Astronautical Science*, Report No. 618, December 1985.
- (22) Robert J. Lang ORIGAMI, 参照日 : 2013 年 6 月 8 日
http://www.langorigami.com/art/creasepatterns/creasepatterns_gallery.php
- (23) 野島武敏, “折紙の数理化とその学術的応用 : 主に折紙の工学化について”, 日本応用数理学会, 応用数理, Vol. 18, No. 4 (2008), pp. 271-284.
- (24) 野島武敏, “折紙の数理とその応用”, 野島武敏・萩原一郎編 (2012), pp. 60-77, 共立出版.
- (25) 野島武敏, 森下浩司, “軸圧縮による高分子材円筒及び円錐殻の塑性座屈モードのモデル化”, 日本機械学会, 機械材料・材料加工技術講演会講演会講演論文集, pp. 83-84 (2000).
- (26) 野島武敏, “平板と円筒の折り畳み法の折紙によるモデル化”, 日本機械学会論文集(C 編), Vol. 66, No. 643 (2000), pp.1050-1056.
- (27) Nojima, T., “Modeling of Folding Patterns in Flat Membranes and Cylinders by Origami”, *JSME International J. series C*, **45**(1) (2002), pp. 364-370.
- (28) Tachi, T., “One-DOF Cylindrical Deployable Structures with Rigid Quadrilateral Panels”, *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium* (2009), pp. 2295-2306.
- (29) Miura, K., and Tachi, T., “Synthesis of Rigid-Foldable Cylindrical Polyhedra”, *Journal of the ISIS-Symmetry, Special Issues for the Festival-Congress Gmuend* (2010), pp. 204-213.
- (30) 野島武敏, “折りたたみ可能な円錐殻の創製”, 日本機械学会論文集(C 編), Vol. 66, No. 647 (2000), pp.2463-2469.
- (31) 野島武敏, 亀井岳行, “ら旋状の折り線で構成された折りたたみ式円錐殻の折紙によるモデル化”, 日本機械学会論文集(C 編), Vol. 68, No. 667 (2002), pp.1009-1014.
- (32) Sushida, T., Hizume, A., and Yamagishi, Y., “Triangular spiral tilings”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, Vol. 45, No. 23 (2012), 235203.
- (33) 野島武敏, 齋藤淳, ‘黄金螺旋と折紙構造’, 日本機械学会年次大会講演論文集(2004), pp. 77-78.
- (34) 野島武敏, 多田章二, 勇田篤, 日下貴之, 武田英徳, “折り畳み展開の可能な小型膜構造の創作”, 日本膜構造協会膜構造研究論文集, No. 15 (2001), pp.19-26.
- (35) 館知宏, “可展性および平坦可折性を保持した(非)ディスク折紙の自由形状変形”, 日本折紙学会, Vol. 2, No. 1 (2012), pp. 45-58.
- (36) Guest, S. D., and Pellegrino, S., “Inextensional Wrapping of Flat Membranes”, *Proceedings of 1st International Seminar on Structural Morphology*, Montpellier (1992), pp. 203-215.
- (37) 野島武敏, “容易な展開を考慮した薄い円形膜の折りたたみ法の折紙によるモデル化(半径方向への折りたたみとアルキメデスのら旋状折り線による収納)”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 67, No. 653 (2001), pp. 270-275.
- (38) 杉山文子, 野島武敏, “正多角形要素からなる平面充填型膜の螺旋状折線を用いた収納モデル—エデュテイメント性を有する教材の開発—”, 数学教育学会誌, Vol. 51, No.1・2 (2010), pp. 25-38.
- (39) 川崎敏和, “バラと折り紙と数学と” (1998), 森北出版.

- (40) 野島武敏, “薄い円形膜の折りたたみ法のモデル化(等角螺旋による折りたたみ法)”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 67, No. 657 (2001), pp.1669-1674.
- (41) 野島武敏, “展開の容易な円形膜の折りたたみ/巻き取り収納法”, 日本機械学会論文集(C編), Vol. 70, No. 689 (2004), pp. 251-257.
- (42) 今井 功, “等角写像とその応用” (1979), 岩波書店.
- (43) Wikipedia, 重力場, <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E9%87%8D%E5%8A%9B%E5%A0%B4>, 参照日 : 2013 年 5 月 30 日.
- (44) Wikipedia, Electromagnetic field, http://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_field, 参照日 : 2013 年 5 月 30 日.
- (45) Wikipedia, Potential field, http://en.wikipedia.org/wiki/Potential_flow, 参照日 : 2013 年 5 月 30 日.
- (46) 萩原一郎, 灘吉聡, 折り紙工学を利用した円筒構造物の圧潰特性に関する考察, 自動車技術会論文集, Vol. 34, No. 4 (2003), pp. 145-149.
- (47) 小林秀敏, “側面が多角形で構成される折畳み疑似円筒の展開特性評価と簡易アクチュエータへの展開”, 平成 13~14 年度科学研究費補助金研究成果報告書(基盤研究(C)(2)), 科研課題番号 13650070.
- (48) Math Works, Matlab Documentation, fsolve 関数, <http://www.mathworks.co.jp/jp/help/optim/ug/fsolve.html?searchHighlight=fsolve>, 参照日 : 2014 年 1 月 15 日.
- (49) Math Works, Matlab Documentation, trust-region-reflective quadprog アルゴリズム, <http://www.mathworks.co.jp/jp/help/optim/ug/quadratic-programming-algorithms.html#brnox8d>, 参照日 : 2014 年 1 月 15 日.
- (50) Alperin, R. C., Hayes, B., and Lang, R. J, “Folding the Hyperbolic Crane”, The Mathematical Intelligencer, Vol. 34, No. 2 (2012), pp. 38-49.

研究業績

学術論文

1. 石田祥子, 野島武敏, 亀井岳行, 萩原一郎, 等角写像とその円錐殻折紙構造物設計への応用, 日本応用数理学会論文誌, Vol.22, No.4, pp.301-318 (2012-12) (第3章)
2. 石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 等角写像の折紙への応用(巻き取り可能な円形膜作成法), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 801, pp. 1561-1569 (2013-5) (第4章)
3. 石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 湾曲した筒の折り畳みモデル化, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 808, pp. 5117-5127 (2013-12) (第6章)
4. 石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 等角写像を利用した折り畳み可能な湾曲した筒型構造物設計, 日本応用数理学会論文誌, Vol. 24, No. 1 (2014-3) (採録決定済み) (第5章)
5. S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Systematic Technique to Model Foldable Structures by Using Conformal Mapping, *ASME Journal of Mechanical Design*, (修正投稿中) (第3章)
6. 石田祥子, 森村浩明, 萩原一郎, 有限要素法による新しい透過損失算出手法, 日本機械学会(査読中)
7. S. Ishida, X. Zhao, I. Hagiwara, New Optimal Design Technique by Using Perturbation Method with Complementary Terms, (*Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering* に投稿予定)
8. E. Nakayama, S. Ishida, Y. Liao, I. Hagiwara, Clothing skirt designed on conical truss model, *Advances in Manufacturing*, Vol. 1, No. 2, pp.130-135.

Proceedings 論文

1. S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Application of Conformal Maps to Origami-Based Structures: New Method to Design Deployable Circular Membranes, *Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference* (ASME2013), Paper No. DETC2013-12725, Portland, US. (第4章)
2. S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Design Techniques for Deployable Meandering Tubes, *Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference* (ASME2014), (査読中) (第6章)
3. Y. Liao, X. Zhao, S. Ishida, I. Hagiwara, 3D Origami Structure Design and Simulation by Parametric Origami Module, *Proceedings of International Conference on System Simulation and Scientific Computing*, Part I (Springer Berlin Heidelberg), pp. 228-240, Shanghai, China.
4. E. Nakayama, S. Ishida, Y. Liao, I. Hagiwara, Consideration of Origami Design Clothing, *Proceedings of International Conference on System Simulation and Scientific Computing*, Part I (Springer Berlin Heidelberg), pp. 211-215, Shanghai, China.

特許

- 1 萩原一郎, 石田祥子, 野島武敏, 筒状折り畳み構造物の製造方法、筒状折り畳み構造物の製造装置、及び、筒状折り畳み構造物, (特願 2013-164614 号)
- 2 萩原一郎, 石田祥子, 内田博志, 非線形ばね及び防振装置, (特願 2013-220548 号)

受賞歴

1. 日本応用数理学会, 2012 年度若手優秀講演賞, 講演題目「折紙造形への数学的アプローチ—等角写像の応用—」
2. 日本応用数理学会, 2013 年度優秀ポスター賞, 講演題目「折紙の逆問題: 折り畳み可能な湾曲する筒を成形する折線パターンとその規則性」
3. 日本シミュレーション学会, JSST2013 International Conference on Simulation Technology, Outstanding Presentation Award, Presentation title: Development of New Perturbation Method with Complementary Terms.
4. 日本学術会議 第3回計算力学シンポジウム 日本応用数理学会選抜代表(2013年12月3日)

競争的資金

1. 日本科学協会 平成 25 年度笹川科学研究助成「折紙の数理を利用した展開収縮が容易な救命器具に関する研究」, 研究代表者.
2. 一般財団法人丸文財団 第 17 回(平成 25 年度)丸文財団国際交流助成金, 助成代表者.
3. 公益財団法人宇宙科学振興会 平成 25 年度 国際学会出席旅費支援, 助成代表者.

招待講演

1. ○石田祥子, 等角写像の折紙への応用, 平成 24 年度文部科学省 数学・数理科学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ 「折紙工学の深化と適用拡大に貢献する数理科学」, 講演資料集 pp69-75, 2012 年 11 月 14~15 日, 明治大学.
2. ○石田祥子, トラスコアパネルの遮音特性について, RC259「折紙工学の基盤技術の推進とその産業応用に関する調査研究分科会」第 1 回会合, 2013 年 1 月 31 日, 明治大学.
3. ○石田祥子, トラスコアパネルの遮音特性, 日本自動車技術会振動騒音部門委員会, 2013 年 7 月 30 日, 自動車技術会.
4. ○石田祥子, Origami's Geometry and Structure Design/折紙の幾何学と構造設計, 2013 年度第 1 回 MIMS 折紙と計算科学融合セミナー 主催: 明治大学先端数理科学インスティテュート(MIMS), 現象数理学研究拠点(CMMA), 2013 年 7 月 31 日, 明治大学.
5. ○高橋 大輔, ○高島 克幸, ○高田 章, ○石田 祥子, 応用数理の魅力とキャリアパス, 日本応用数理学会 2013 年年会 パネルディスカッションパネラー, 2013 年 9 月 9 日, 福岡.
6. ○ S. Ishida, Conformal Transformation and Deployable Structures, the 66th ICAT/JTTAS Joint International Smart Actuators/Sensors Symposium, October 1-2, 2013, Pennsylvania, USA.
7. ○野島武敏, 石田祥子, 安達悠子, 折紙と幾何学(実技・ユニット折紙), 日本折紙協会講師講習会(D コース)講師, 2013 年 10 月 19 日, 大阪.
8. ○石田祥子, 伝統折紙の“技”! 曲がった筒の折り畳み設計手法, 科学技術振興機構(JST) 主催 龍谷大学・明治大学 新技術説明会, 2013 年 12 月 3 日, JST 東京本部別館.
9. ○石田祥子, 折紙の軽量高剛性からみた細胞構造, 統計数理研究所 数学協働プログラム, ヒト細胞・筋肉・臓器の幾何学的及び力学的解明とモデル化, 2014 年 2 月 26 日~28 日,

明治大学.

10. ○石田祥子, 折り紙が広げるハイテクの世界, 三鷹ネットワーク大学主催, くらしとパイオプラザ 21 企画サロン サイエンスカフェみたか, 2014 年 3 月 6 日, 東京.
11. ○石田祥子, FEM シミュレーションによる高剛性サンドイッチパネルの遮音性能評価, 平成 25 年度文部科学省 数学・数理科学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ 「折紙工学の深化と適用拡大に貢献する現象数理学」, 2014 年 3 月 27 日~28 日, 明治大学. (予定)
12. ○S. Ishida, Origami-based robotic hand designs, US-Japan workshop on soft matter active materials and actuators, 21-23 May, 2014, Maui, USA. (予定)

口頭発表

国際会議

1. ○S. Ishida, M. Nagata, Bifurcation of the flow between two vertical parallel plates with a constant temperature gradient, British Applied Mathematics Colloquium, 7-10 April, Southampton, UK, 2003.
2. ○S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Systematic Technique to Model Origami Structures by Using Conformal Maps, Asia Simulation Conference & the International Conference on System Simulation and Scientific Computing, 27-30 Oct, 2012, Shanghai.
3. ○S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Application of Conformal Maps to Origami-Based Structures: New Method to Design Deployable Circular Membranes, ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Paper No. DETC2013-12725, 4-7 Aug, 2013, Portland, US.
4. ○S. Ishida, T. Nojima, I. Hagiwara, Design Techniques for Deployable Meandering Tubes, JSST2013 International Conference on Simulation Technology, Paper No. 107, 11-14 Sep, 2013, Tokyo, Japan.
5. ○S. Ishida, X. Zhao, I. Hagiwara, Development of New Perturbation Method with Complementary Terms, JSST2013 International Conference on Simulation Technology, Paper No. 141, 11-14 Sep, 2013, Tokyo, Japan.
6. ○S. Ishida, T. Nojima, and I. Hagiwara, Inflatable Product Design Based on Origami Theory, Paper No. 1678, APCOM & ISCM, 11-14 Dec, 2013, Singapore.

国内会議

1. ○石田祥子, 永田雅人, 一定な温度勾配をもつ 2 枚の鉛直平行平板間の流れの分岐, 日本流体力学会年会議論文集, 2003 年
2. ○石田祥子, 趙希祿, 萩原一郎, 補正付き摂動法を用いた新しい最適解析技術の開発の検討, 日本シミュレーション学会大会論文発表, 2011 年 10 月
3. ○石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 等角写像変換を用いた新しい円錐殻構造設計法, 日本応用数理学会口頭発表, 2012 年 3 月
4. ○石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 折紙造形への数学的アプローチ ―等角写像の応用―, 日本応用数理学会 2012 年度年会, 講演予稿集 pp 305-306, 2012 年 8 月.
5. ○石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎, 等角写像の折紙への応用, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2012, 講演予稿集電子版 No.818, 2012 年 9 月.
6. ○石田祥子, 趙希祿, 萩原一郎, 補正付き摂動法の改良と汎用化に関する検討, 日本機械学

会計算力学講演会，講演予稿集電子版 No.2311，2012 年 10 月．

7. ○石田祥子，野島武敏，萩原一郎，半径方向円筒折畳法の開発とその応用，日本応用数理学会研究部会 合同発表会，2013 年 3 月．
8. ○石田祥子，森村浩明，萩原一郎，トラスコアパネルの遮音性能評価，日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2013，講演予稿集電子版 No.546，2013 年 8 月．
9. ○石田祥子，野島武敏，萩原一郎，等角写像と湾曲する筒の折り畳みモデル，日本応用数理学会 2013 年度年会，講演予稿集 No. 9143，2013 年 9 月．

ポスター発表

国際会議

- 1 ○S. Ishida，T. Nojima，and I. Hagiwara，Folding in Nature and its Application to Engineering, International Conference on Mathematical Modeling and Application (ICMMA2013), Poster No. 8, 26-28 Nov, 2013, Tokyo, Japan.

国内会議

- 1 ○石田祥子，野島武敏，萩原一郎，折紙の逆問題：折り畳み可能な湾曲する筒を成形する折線パターンとその規則性，日本応用数理学会 2013 年度年会(2013)，ポスター講演 No. 9144，2013 年 9 月．

謝辞

本研究の遂行ならびに本論文の作成にあたり、終始丁寧なご指導を賜りました明治大学先端数理科学インスティテュート教授 萩原一郎先生に心より深く感謝申し上げます。2011 年 12 月、前職を退社し、当時東京工業大学にいらした萩原先生のもとで半ば押しかける形で研究員としてのスタートを切りました。このような私を研究室のメンバーとして温かく迎えてくださり、数ある研究課題の中でも最も先駆的な折紙工学という題材と、研究に専念できる環境、多くの研究発表の機会を与えてくださいました。

折紙の数理に関する技術指導に関しましては、(株)アートエクセル折紙工学研究所代表・明治大学先端数理科学インスティテュート客員研究員 野島武敏先生に厚く御礼申し上げます。学生時代、京都大学では同じ専攻にいらっしゃいましたが、専門が違ったために直接お話しする機会は少なかったかと思います。10 年近い時を経て、研究者として野島先生と再会できたことは私の人生の大きな転機となり、折紙の数理に関する知識だけではなく、研究者としての研究姿勢を学ばせていただきました。

本論文の作成にあたっては、東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻 古谷寛 准教授に心より感謝申し上げます。ご多忙であるにもかかわらず快く主査を引き受けてくださり、詳細にわたりご検討とご助言をいただきました。無事、本論文を完成させることができましたのも古谷先生のご教授のおかげです。

また、研究生生活の様々な場面で支えていただいた明治大学 MIMS 研究室のメンバー、私のよき理解者でありいつも励ましてくれた友人たち、学位取得への挑戦を温かく見守ってくれた両親に感謝申し上げます。