

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	T縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルターの合成法
Title(English)	A Synthesis of Low-Sensitivity digital Filters Using T-Cascade Connection - By the Extraction of Wave Digital Lattice Filter Sections
著者(和文)	渡部英二, 皆川健二, 西原明法
Authors(English)	Eiji Watanabe, Knji Minagawa, AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会 A, Vol. J72-A, No. 7, p. 1030-1037
Citation(English)	, Vol. J72-A, No. 7, p. 1030-1037
発行日 / Pub. date	1989, 7
URL	<a href="http://search.ieice.org/">http://search.ieice.org/</a>
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1989 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

T 縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法  
 ——ウェーブデジタル格子形フィルタ区間の  
 引抜きによる——

正 員 渡部 英二<sup>†</sup>      非会員 皆川 健二<sup>††</sup>      正 員 西原 明法<sup>††</sup>

A Synthesis of Low-Sensitivity Digital Filters Using T-Cascade Connection  
 ——By the Extraction of Wave Digital Lattice Filter Sections——

Eiji WATANABE<sup>†</sup>, Member, Kenji MINAGAWA<sup>††</sup>, Nonmember and  
 Akinori NISHIHARA<sup>††</sup>, Member

あらまし デジタルフィルタを実現するときは、有限係数語長における特性劣化の少ない低係数感度な構造が望まれる。加えて処理速度の高速化を考慮すれば、並列処理あるいはパイプライン処理の可能な構造であることが望ましい。低係数感度でパイプライン処理の可能な構造をもつデジタルフィルタとしては、Fettweisらによって提案されたウェーブデジタル格子形フィルタがよく知られているが、これは任意の伝達関数の実現が不可能である。以上を考慮して、本論文では、ウェーブデジタル格子形フィルタと同様に、低感度でパイプライン処理が可能な構造を有しながら、なおかつ任意の伝達関数の振幅特性を実現可能なデジタルフィルタの構成法を提案している。まず基本区間を T 縦続に接続した形の回路構造がパイプライン化の可能な構造であることを示し、次に与えられた  $z$  領域の伝達関数から、この形の構造を有するデジタルフィルタの合成手順を導出している。このとき提案する方法では、IIR フィルタだけでなく、FIR フィルタも統一的に合成可能であることを同時に明らかにしている。最後に例題により本構成法の有効性を確認している。

1. ま え が き

現実のデジタルフィルタでは乗算器係数が有限語長で表現されるため、その特性が無限語長のときのものから劣化する。こうして生じる特性劣化は少ない方が望ましいので、デジタルフィルタの回路構造は語長制限の影響の少ないもの、すなわち低係数感度な構造が優れていると言える。このような低係数感度デジタルフィルタとして Fettweis によって提案されたウェーブデジタルフィルタ（以後 WDF と略す）がよく知られている<sup>(1),(2)</sup>。

これに加えて、最近のデジタル信号処理技術の普及に伴って処理速度の高速化も望まれている。高速デジタルフィルタを実現するための手法として考えら

れるのは、用いるデバイスの高速化と並んで、並列処理あるいはパイプライン処理の採用である。ところが LC ラダーフィルタをシミュレートする WDF（これをラダー WDF と呼ぶ<sup>(3)</sup>）の構造では、各処理装置に均等にジョブを割り当てて有効な並列処理を行うのが非常に困難である。更に、ラダー WDF における基本区間の接続方式ではパイプライン処理を行うための遅延要素の挿入、すなわちパイプライン化<sup>(4)</sup>がほとんど不可能であるため、パイプライン処理は適用できない。一方、対称 LC 格子形フィルタをシミュレートする WDF（これをウェーブデジタル格子形フィルタと呼び、以後 WDLF と略す<sup>(5)</sup>）に対しては並列処理とパイプライン処理の両方が適用可能である。しかし、WDLF には対称形伝達関数しか実現できないという欠点がある<sup>(6)</sup>。また、サーキュレータによって基本区間が相互に接続された形のリアクタンスフィルタをシミュレートする WDF（これをウェーブデジタルサーキュレータフィルタと呼び、以後 WDCF と略す<sup>(7)</sup>）に対してはパイプライン処理が適用可能であるが、対称

<sup>†</sup> 東京工業大学大学院総合理工学研究科物理情報工学専攻，横浜市 The Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of Technology, Yokohama-shi, 227 Japan

<sup>††</sup> 東京工業大学理工学国際交流センター，東京都 International Cooperation Center for Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

形伝達関数しか実現できない。

このような状況のもとで筆者らは、WDFと同様な感度特性を有しながら、パイプライン処理が可能で、なおかつ任意の伝達関数の振幅特性を実現可能なデジタルフィルタの合成法を提案した<sup>(9)</sup>。このデジタルフィルタはWDCFと同様な構造を有しながらも、その合成にはアナログフィルタを一切参照する必要がないという特長がある。欠点としては、直交デジタルフィルタ<sup>(9)</sup>あるいはユニバーサルWDF<sup>(10)</sup>をもとにして基本区間を構成したために、その内部構造が多少複雑になっていることが挙げられる。特に、WDCFやWDLFでも実現可能で、かつ実用に供されることの多い対称形伝達関数を実現したときの乗算器数がそれに比べて多くなるところに問題がある。

本論文は、文献(8)の構成法の発展形として、より簡単な構造の基本区間を用いる新たな構成法を提案するものである<sup>(11)</sup>。そのために本論文でも、文献(8)と同じく、 $z$ 領域無損失散乱行列の概念を導入し、パイプライン化が可能なT縦続接続<sup>(12)</sup>を用いて基本区間を相互接続することにより回路を合成する。但し、本論文では基本区間として1次および2次のWDLFを採用する。これにより回路中での信号の流れがすっきりしたものになる。更に、対称形伝達関数を実現したときには単に1個のWDLFとなる。また、本構成法においてもIIRフィルタだけでなくFIRフィルタも統一的に実現できる。

## 2. $z$ 領域散乱行列とT縦続接続

図1に示すデジタル2ポート回路において、その入出力関係が、

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(z^{-1}) & T_{12}(z^{-1}) \\ T_{21}(z^{-1}) & T_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

と表現されるとき、この行列  $T$  を散乱行列と名づける。そして、散乱行列  $T$  の  $z$  を  $z^{-1}$  で置き換えて転置したものを  $T_*$  とするとき、

$$T_* \cdot T = U \quad (U \text{ は単位行列}) \quad (2)$$

なる関係があるならば、すなわち散乱行列  $T$  がパラウ

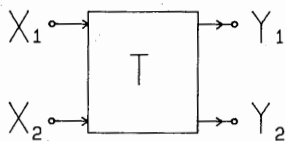


図1 デジタル2ポート回路  
Fig. 1 Digital 2-port network.

ニタリ行列であれば、この散乱行列は無損失であると言う。Vaidyanathan と Mitra が既に明らかにしているように<sup>(12)</sup>、無損失な散乱行列を回路実現した場合、乗算器係数の変動にもかかわらずパラユニタリ性が維持されるならば通過域内での整合点での係数感度が零になる。このような性質のことを構造的に有界であると呼ぶ。従って、構造的に有界な回路は通過域内で低感度であることが期待できる。

式(2)から行列  $T$  の各要素は上限が1の有界実関数になることがわかるので、与えられた伝達関数もこのような有界実関数であれば、散乱行列  $T$  の要素としてこれを実現することができる。 $T_{11}(z^{-1})$  として実現する場合には、 $X_2=0$  とし  $X_1$  を入力  $Y_1$  を出力とすればよい。このことより、今、伝達関数として有界実関数

$$H(z^{-1}) = \frac{f(z^{-1})}{g(z^{-1})} \quad (3)$$

が与えられると、パラユニタリ性の散乱行列が定められ、それは

$$T = \frac{1}{g(z^{-1})} \begin{bmatrix} f(z^{-1}) & \pm h(z)z^{-N} \\ h(z^{-1}) & \mp f(z)z^{-N} \end{bmatrix} \quad (4)$$

と表される。ここで  $h(z^{-1})$  は

$$h(z^{-1})h(z) = g(z^{-1})g(z) - f(z^{-1})f(z) \quad (5)$$

により与えられる。式(4)の複号は同順でいずれを選んでもよい。

式(4)で表されるような高次の無損失散乱行列から、構造的に有界な回路をそのまま合成するのは非常に困難である。従って、低次の構造的に有界な回路の相互接続によって構成するのが妥当である。構造有界性を保持するデジタル2ポート回路の相互接続法として図2に示す二つの方法が考えられる。図2(a)が

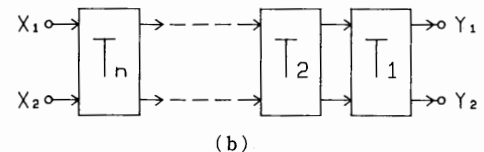
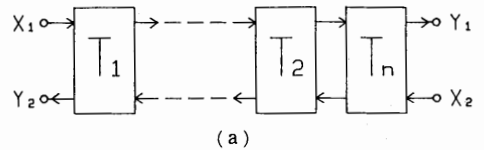


図2 (a) II縦続接続 (b) T縦続接続  
Fig. 2(a) II-cascade connection  
(b) T-cascade connection.

II 縦続接続であり、WDF など従来の回路はこの接続法によるものが多いが、パイプライン化が不可能であり、なおかつ基本区間の接合部でディレーフリーループが生じる恐れがあるため何らかの処置が必要である<sup>(9)</sup>。そして同図(b)が本論文で用いる T 縦続接続であるが、パイプライン化が可能であり、基本区間の接合部でディレーフリーループは生じない。

図 2 (b) の回路の散乱行列を各基本区間の散乱行列を用いて表現すると

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdots T_n \quad (6)$$

となる。このことより図 2 (b) の回路の合成問題は、高次の散乱行列を低次の散乱行列の積に分解する問題に帰着される。因数分解は、まず行列  $T$  からある行列  $T_1$  を引き抜いて、つまり、

$$T' = T_1^{-1} \cdot T \quad (7)$$

として、 $T'$  の次数を  $T$  の次数よりも低下させる。更にある行列  $T_2$  を  $T'$  から引き抜き、つまり

$$T'' = T_2^{-1} \cdot T' \quad (8)$$

として  $T''$  の次数を  $T'$  の次数より低下させる。逐次このような操作を繰り返し、最後に定数行列  $T_n$  が得られれば、分解は終結し、散乱行列  $T$  は式(6)のように低次の散乱行列に分解されたことになる。また、パラユニタリ行列の積または逆行列もパラユニタリ行列となるので、常にパラユニタリ行列から基本区間行列を引き抜くという問題に帰着させるには、基本区間行列がパラユニタリ行列であれば十分である。

### 3. WDLF 区間の引抜き

#### 3.1 実数極の場合

本論文では、1次あるいは2次の WDLF を基本区間として用いる。その散乱行列は

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_2(z^{-1}) - S_1(z^{-1}) & S_2(z^{-1}) + S_1(z^{-1}) \\ S_2(z^{-1}) + S_1(z^{-1}) & S_2(z^{-1}) - S_1(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

で与えられる。但し、 $S_1(z^{-1})$  と  $S_2(z^{-1})$  は全域通過関数である。実現回路を図 3 に示す。最も簡単な実数極を有する 1 次の WDLF 区間は

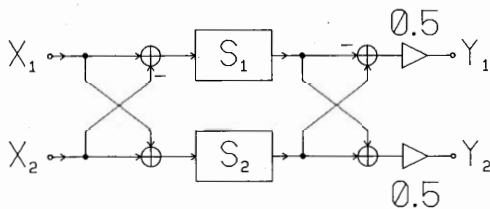


図 3 WDLF 区間の実現回路

Fig. 3 Circuitry realization of a WDLF section.

タイプ 1 :  $S_1(z^{-1}) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$  かつ  $S_2(z^{-1}) = 1$

タイプ 2 :  $S_2(z^{-1}) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$  かつ  $S_1(z^{-1}) = 1$

のような二つのタイプに分類できる。ここで、タイプ 1 の区間では

$$A(z^{-1}) = 1 - \alpha z^{-1} \quad (10)$$

かつ

$$B(z^{-1}) = z^{-1} - \alpha \quad (11)$$

と置き、またタイプ 2 の区間では

$$A(z^{-1}) = z^{-1} - \alpha \quad (10)'$$

かつ

$$B(z^{-1}) = 1 - \alpha z^{-1} \quad (11)'$$

と置くことによって、いずれの区間の散乱行列も

$$T_i = \frac{1}{2(1 - \alpha z^{-1})} \begin{bmatrix} A(z^{-1}) - B(z^{-1}) & A(z^{-1}) + B(z^{-1}) \\ A(z^{-1}) + B(z^{-1}) & A(z^{-1}) - B(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

と書ける。この  $T_i$  を式(7)のように式(4)の  $T$  から引き抜くことを考える。引き抜き後の散乱行列  $T'$  が  $T$  の次数より下がるためには、まず、 $\alpha$  が伝達関数の極、すなわち  $g(z^{-1})$  の零点となっている必要がある。なぜなら、 $T'$  における  $g'(z^{-1})$  は

$$g'(z^{-1}) = \frac{g(z^{-1})}{1 - \alpha z^{-1}} \quad (13)$$

のように与えられるので、 $\alpha$  が  $g(z^{-1})$  の零点であれば  $g'(z^{-1})$  は多項式となり、その次数が 1 次低減するからである。加えて、式(7)から

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f'(z^{-1}) \\ h'(z^{-1}) \end{bmatrix} &= \frac{-1}{2A(z^{-1})B(z^{-1})} \cdot \begin{bmatrix} A(z^{-1}) - B(z^{-1}) & -A(z^{-1}) - B(z^{-1}) \\ -A(z^{-1}) - B(z^{-1}) & A(z^{-1}) - B(z^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f(z^{-1}) \\ h(z^{-1}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{-1}{2A(z^{-1})B(z^{-1})} \cdot \begin{bmatrix} A(z^{-1})\{f(z^{-1}) - h(z^{-1})\} - B(z^{-1})\{f(z^{-1}) + h(z^{-1})\} \\ A(z^{-1})\{h(z^{-1}) - f(z^{-1})\} - B(z^{-1})\{f(z^{-1}) + h(z^{-1})\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

のように与えられる  $f'(z^{-1})$  と  $h'(z^{-1})$  の次数が 1 次低下する必要がある。そのためには、 $f(z^{-1}) + h(z^{-1})$  が  $A(z^{-1})$  を因数としてもつと共に、 $f(z^{-1}) - h(z^{-1})$  が  $B(z^{-1})$  を因数として持っていることである。このことは、特性関数  $P(z^{-1})$  を

$$P(z^{-1}) = \frac{h(z^{-1})}{f(z^{-1})} \quad (15)$$

と定義することにより、次のように表現される。

(i) タイプ1区間を引き抜く場合 因数定理から

$$f(z^{-1}) + h(z^{-1}) = (1 - az^{-1}) \cdot (z^{-1} \text{の多項式}) \quad (16)$$

かつ

$$f(z^{-1}) - h(z^{-1}) = (z^{-1} - a) \cdot (z^{-1} \text{の多項式}) \quad (17)$$

が成立しなければならない。式(16)の両辺に  $z = a$  を代入すると

$$f(a^{-1}) + h(a^{-1}) = 0 \quad (18)$$

となるので、式(17)から

$$P(a^{-1}) = -1 \quad (19)$$

が得られる。また、式(16)に  $z = 1/a$  を代入すると

$$P(a) = 1 \quad (20)$$

が得られる。ここで式(5)に  $z = a$  を代入することにより

$$P(a^{-1})P(a) = -1 \quad (21)$$

が成り立つので、式(20)は式(19)に従属であることがわかる。従って、タイプ1区間が引き抜かれるための条件は式(19)が成立すること、すなわち分離しようとする極における特性関数の値が-1になることである。

(ii) タイプ2を引き抜く場合 タイプ2区間が引き抜かれるための条件は、タイプ1区間と同様に考えると

$$P(a^{-1}) = 1 \quad (22)$$

のようになる。すなわち分離しようとする極における特性関数の値が+1になることである。

### 3.2 複素極の場合

複素極対  $a = r(\cos \theta \pm j \sin \theta)$  を分離するには、実数極の場合の基本区間を次のように変形する。

(i) タイプ1区間

$$S_1(z^{-1}) = \frac{r^2 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (23)$$

$$S_2(z^{-1}) = 1 \quad (24)$$

(ii) タイプ2区間

$$S_2(z^{-1}) = \frac{r^2 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (25)$$

$$S_1(z^{-1}) = 1 \quad (26)$$

このようにすることにより、実数極の分離で行った議論に対し、 $z^{-1} - a$  を  $r^2 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + z^{-2}$  に、 $1 - az^{-1}$  を  $1 - 2(r \cos \theta)z^{-1} + r^2 z^{-2}$  に置き換えれば同様な結果が得られる。すなわち引抜き条件は、タイプ

1の場合に式(19)が成り立つことで、タイプ2区間では式(22)である。

## 4. 実現可能な伝達関数の拡大

WDLF 区間の引抜きの条件は、結局のところ、極における特性関数の値が+1か-1になることである。ところが、すべての場合についてこれが満足されているわけではない。そこで本章では、これが満足されていないときの対応法について述べる。まず、極における特性関数の値が実数である場合について述べ、次に複素数の場合について述べる。

### 4.1 零次区間の前引抜き

まず、零次のパラユニタリ行列

$$\begin{bmatrix} k & \pm\sqrt{1-k^2} \\ \sqrt{1-k^2} & \mp k \end{bmatrix} \quad (27)$$

を引き抜き、残りの部分の特性関数の値を+1か-1としてから、WDLF 区間を引き抜くことを考える。ここで、式(27)の複号は同順でいずれを選んでもよい。式(27)の実現回路を図4に示す。同図において

$$k' = \sqrt{1-k^2} \quad (28)$$

である。引抜き前の特性関数を  $P_1(z^{-1})$ 、引抜き後の特性関数を  $P_2(z^{-1})$  とすると、これらの間には

$$P_2(z^{-1}) = \frac{-kP_1(z^{-1}) + \sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2}P_1(z^{-1}) + k} \quad (29)$$

なる関係がある。従って、極  $z = a$  における  $P_2(z^{-1})$  の値を+1または-1にするための  $k$  を求めると、

$$k = \sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{P_1(a^{-1}) + 1/P_1(a^{-1})}} \quad (30)$$

となる。但し、+1とするとときに-の符号を取る。そして、 $P_1(a^{-1})$  が実数ならば  $k$  の絶対値は必ず1以下になることが容易にわかるので、図4の回路の乗算器係数はすべて実数となる。故に、この操作により実現可能な伝達関数の範囲が、極における特性関数の値が実

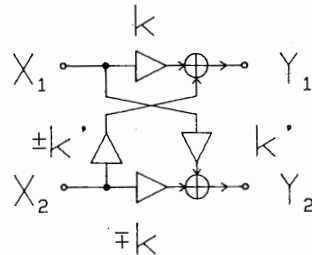


図4 零次のパラユニタリ行列の実現回路  
Fig. 4 Circuitry realization of a zeroth-order paraunitary matrix.

数になりさえすればよいところまで拡大された。

ここで、極が原点に存在するときを考えてみよう。このときの極における特性関数の値は必ず実数になるので、本章で述べた操作を適用することにより原点に極をもつ1次のWDLF区間が分離できる。FIRフィルタの伝達関数はすべての極が原点にあると考えられるので、この方法でFIRフィルタが合成可能である。得られるFIRフィルタの構造はFIRウェーブデジタルフィルタ<sup>(2)</sup>および低感度FIRデジタル格子形フィルタ<sup>(13)</sup>と同一である

4.2 1次区間の前引抜き

次に、極における特性関数の値が複素数の場合について考えてみる。ここでは文献(8)で提案された方法を適用する。実数極 $\gamma$ をもつパラユニタリ行列

$$T_p(z^{-1}) = \frac{1}{1-\gamma z^{-1}} \begin{bmatrix} 1-\gamma z^{-1} & 0 \\ 0 & -\gamma+z^{-1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

を式(4)で極における特性関数の値が複素数の場合の散乱行列から引き抜く。引抜き後の散乱行列 $T'$ の式(4)に対応した各要素をそれぞれ $g'(z^{-1}), f'(z^{-1}), h'(z^{-1})$ とすると、

$$g'(z^{-1}) = (-\gamma+z^{-1})g(z^{-1}) \quad (32)$$

$$f'(z^{-1}) = (-\gamma+z^{-1})f(z^{-1}) \quad (33)$$

$$h'(z^{-1}) = (1-\gamma z^{-1})h(z^{-1}) \quad (34)$$

となる。従って、引抜き後の極における特性関数の値 $P'(a^{-1}) = h'(a^{-1})/f'(a^{-1})$ が実数となるような $\gamma$ の値は、 $a = r(\cos \theta + j \sin \theta)$ とし、引抜き前の極における特性関数の値を $P(a^{-1}) = \sigma(\cos \phi + j \sin \phi)$ とすると、  

$$\gamma = \frac{(1+r^{-2})\sin \phi \pm \sqrt{2(1-r^{-2})\sin 2\phi + 4r^{-2}\sin 2\theta}}{2r^{-1}\sin(\phi-\theta)} \quad (35)$$

となる。

ところで、以上の方法では引き抜いた区間 $T_p(z^{-1})$ が $\gamma$ の極をもち、残った散乱行列は $1/\gamma$ の極をもつので、これらのどちらかは不安定となる。式(35)の二つの $\gamma$ のうち一つは $|\gamma| < 1$ で一つは $|\gamma| > 1$ であることが容易に証明されるが、ここでは後者の方を正式な $\gamma$ として用いる。これによって $T_p(z^{-1})$ が不安定となる。そこで、これに

$$T_q(z^{-1}) = \frac{1}{z^{-1}-\gamma} \begin{bmatrix} 1-\gamma z^{-1} & 0 \\ 0 & 1-\gamma z^{-1} \end{bmatrix} \quad (36)$$

というパラユニタリ行列を掛ける。このような操作をしても、散乱行列 $T$ の各要素の位相特性が変化するだけで、振幅特性は変化しない。このとき

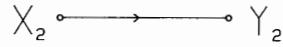


図5 散乱行列 $T_p T_q$ の実現回路

Fig. 5 Circuitry realization of a scattering matrix  $T_p T_q$ .

$$T_p(z^{-1})T_q(z^{-1}) = \frac{1}{z^{-1}-\gamma} \begin{bmatrix} 1-\gamma z^{-1} & 0 \\ 0 & -\gamma+z^{-1} \end{bmatrix} \quad (37)$$

となり、式(37)の極は $1/\gamma$ となっているので安定である。よって、 $T_p(z^{-1})T_q(z^{-1})$ を $T_p(z^{-1})$ の代わりに新たな基本区間として定める。実現回路を図5に示す。この操作を1回実行した回路の伝達関数は、元の伝達関数に1次の全域通過関数

$$\frac{1-\gamma z^{-1}}{z^{-1}-\gamma} \quad (38)$$

が掛けられている。

この操作によって散乱行列は1次昇次するが、引き続き複素共役極対の分離ができるので、その後次数が2次低減する。従って、特性関数の値が複素数である複素共役極対を分離すると、結局のところ、次数が1次低下することになるので、分離を終結させることができる。

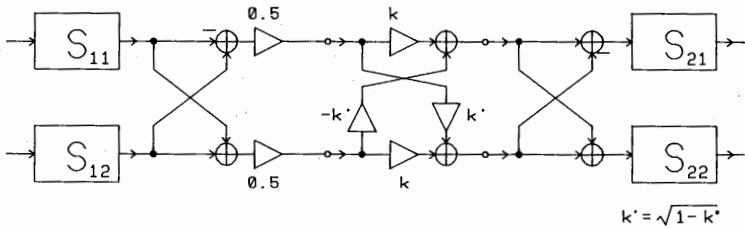
本論文で提案するすべての基本区間の引抜き法を組み合わせて用いることにより、実現可能な伝達関数には分母多項式と分子多項式の次数差に関する制限がなくなり、任意の伝達関数の振幅特性を実現することができる。

5. 基本区間のT縦続接続

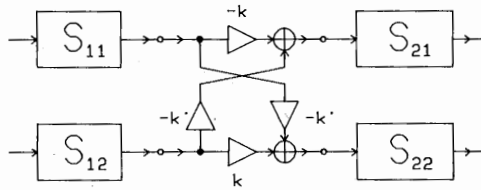
今までに述べた方法により、高次の散乱行列が低次の基本区間の散乱行列の積の形に分解されたので、得られた基本区間をT縦続接続することにより回路合成が完了する。このとき図6に示すようなシグナルフローグラフの簡略化が可能である。

ここで同図において $k=1$ とすることにより、2個のWDLF区間をT縦続に接続した回路はやはり1個のWDLF区間となることがわかる。従って、すべての極における特性関数の値が+1か-1であれば、完全なWDLFが合成されることになる。この条件はWDLFの合成条件と等価である<sup>(14)</sup>。

また、本論文で提案する構成法では回路中に図7

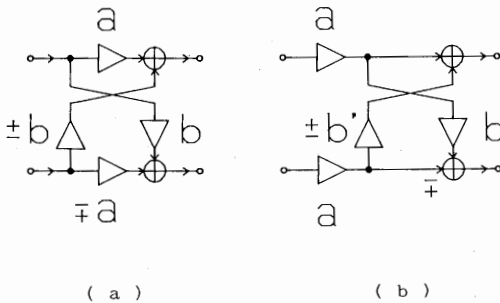


( a )



( b )

図 6 シグナルフローグラフの簡略化  
Fig. 6 Simplification of signal flow graph.



( a )

( b )

図 7 乗算器の削減  
Fig. 7 Saving of multipliers.

(a)のような区間が複数個存在する。これは図7(b)のように変形される。但し

$$b' = \frac{b}{a} \quad (39)$$

乗算器  $a$  は利得水準にのみ関係するので、すべてのこのような乗算器を取り去り、その代わりにこれらの係数の積を乗算器係数とする1個の乗算器を入力端子か出力端子に接続しても、伝達関数は不変である。このようにして乗算器数の大幅な削減が可能である。但し、回路にスケーリングを施すときにはこれらの乗算器がスケーリング乗算器として用いられる。

## 6. 感度比較

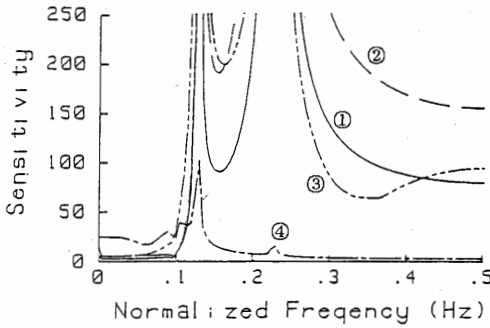
ここでは与えられた伝達関数から実際に回路を構成し、パイプライン化可能な従来の回路(1D形縦続構成法)による回路との感度比較を行うことによって、本論文で提案している構成法の有効性を示す。伝達関数として

$$H(z^{-1}) = \frac{\{0.043715 - 0.072699z^{-1} + 0.10426z^{-2}\}}{\{1 - 3.0159z^{-1} + 3.7965z^{-2}\} \{ -2.2880z^{-3} + 0.55931z^{-4}\}}$$

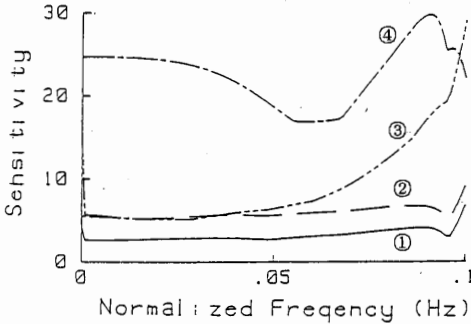
(40)

与えられる4次連立チェビシェフ低域通過関数を採用する。その規格は、標準化周波数1 Hz、遮断周波数0.1 Hz、通過域リプル1 dB、阻止域最少減衰量30 dBである。なお、全域通過回路は2ポートアダプタ<sup>(15)</sup>を使用して文献(16)の方法で構成している。

図8に得られた回路の相対振幅感度の絶対値和を示す。ここで、①は前章で述べた乗算器数の削減操作を施した回路の感度であり、②は施していないときの感度である。また、③は文献(8)の回路の感度であり、④は1D縦続形回路の感度である。但し、回路中のある一つの乗算器係数を  $x$  とするとき相対係数感度は



( a )



( b )

図 8 相対振幅感度の絶対値和  
Fig. 8 Worstcase sensitivity.

$$\frac{x}{|H(e^{-j\omega T})|} \frac{d|H(e^{-j\omega T})|}{dx} \quad (41)$$

により定義され、その絶対値和はすべての乗算器係数が±1パーセント変動したときの振幅の最悪変動の割合（ネーパ）を示している。

この図からわかるように、本構成法は通過域では他の構成法に比べかなり低感度になっているが、阻止域では1D縦続形回路に比べ感度が高くなっている。これは一つの減衰極を構成するのに複数の乗算器が関係しているからであり、この事情は文献(8)や(12)と同じである。そして、それらと同様に本構成法でも阻止域での感度はあまり問題にならず、その影響は大したことはないと思われる。

## 7. むすび

本論文では、WDLFと同様な低感度性を有しながら、パイプライン処理が可能で、なおかつ任意の伝達関数の振幅特性を実現可能なデジタルフィルタを、基本区間のT縦続接続を用いて合成する方法を提案

した。この合成は、アナログフィルタを一切参照することなく、与えられたz領域の伝達関数から直接行われる。本構成法では、1次および2次のWDLFを基本区間として採用することにより、文献(8)の構成法の問題点であった回路構造の複雑さという点を克服した。

今後の課題としては、本構成法では位相特性まで考慮したときに構成不能になる場合があるが、この点の克服がある。

謝辞 日ごろから御指導頂き本研究に対しても御助言、御討論頂いた東京工業大学柳澤健教授、藤井信生教授、木田拓郎教授に深く感謝する。

## 文 献

- (1) A. Fettweis: "Digital filter structures related to classical filter networks", Arch. Elektron. Übertagungstech, **25**, pp. 79-89 (Feb. 1971).
- (2) A. Fettweis: "Wave digital filters: Theory and practice", Proc. IEEE, **74**, 2, pp. 270-327 (Feb. 1986).
- (3) A. Sedlmeyer and A. Fettweis: "Digital filters with true ladder configuration", Int. J. Circuit Theory & Appl., **1**, 1, pp. 5-10 (March 1973).
- (4) R. E. Crochiere and A. N. Oppenheim: "Analysis of linear digital networks", Proc. IEEE, **63**, 4, pp. 581-595 (April 1975).
- (5) A. Fettweis, H. Levin and A. Sedlmeyer: "Wave digital lattice filters", Int. J. Circuit Theory & Appl., **2**, 2, pp. 203-211 (June 1974).
- (6) J. Neiryneck and C. Vinckenbosch: "Design and properties of canonic symmetric digital filters by schur parametrisation", 1979 ISCAS Proc., pp. 360-363 (July 1979).
- (7) W. Wegener: "Synthesis of wave digital filters by scattering matrix facrization", Proc. 1981 ECCTD, pp. 877-882 (Aug. 1981).
- (8) 渡部英二, 村越信雄, 西原明法: "T縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法", 信学論(A), **J70-A**, 3, pp. 491-499 (昭62-03).
- (9) E. Deprettere and P. Dewilde: "Orthogonal cascade realization of real multiport digital filters", Int. J. Circuit Theory & Appl., **8**, 3, pp. 245-272 (July 1980).
- (10) H. Kikuchi, Y. Tomidokoro and H. Watanabe: "A z-domain synthesis of wave digital filters using a new universal adaptor", 1985 ISCAS Proc. pp. 507-510 (June 1985).
- (11) 渡部英二, 皆川健二, 西原明法: "T縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法(II)", 第1回デジタル信号処理シンポジウム, A 1.5 (昭61-11).
- (12) P. P. Vaidyanathan and S. K. Mitra: "Low passband sensitivity digital filters: a general view points and synthesis procedures", Proc. IEEE, **72**, 4, pp. 404-423 (April 1984).
- (13) P. P. Vaidyanathan: "New cascaded lattice structures

- for FIR filters having extremely low coefficient sensitivity", 1986 ICASSP Proc., pp. 497-500 (April 1986).
- (14) 渡部英二, 皆川健二, 西原明法: "2ポートの引き抜きによるウェーブデジタルラティスフィルタの一合成分法とその拡張", 昭61信学通信全大, S1-1.
- (15) A. Fettweis and K. Meerkötter: "On adaptors for wave digital filters", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-23, 6, pp. 516-525 (Dec. 1975).
- (16) 渡部英二, 西原明法: "ラティス構造に基づく低感度2次デジタルフィルタ", 信学論(A), J68-A, 9, pp. 896-902 (昭60-09).

(昭和63年7月15日受付)



渡部 英二

昭56電通大・電気通信・電波通信卒。昭58同大大学院修士課程了。昭61東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了。工博。同年同大大学院総合理工・物理情報助手。デジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事。



皆川 健二

昭60東北大・工・電子卒。昭62東工大大学院理工・電子物理修士課程了。同年(株)東芝入社。大学院在学中デジタルフィルタの研究に従事。



西原 明法

昭48東工大・工・電子物理卒。昭53同大大学院博士課程了。工博。同年より同大勤務。現在、同大理工学国際交流センター助教授。東南アジア諸国との学術交流事業のほか、回路理論、電子回路等の研究、教育に従事。信号処理と信号処理用プロセスにも興味をもつ。IEEE会員。