

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	LMSアプローチに基づくIIRデジタルフィルタの振幅位相同時近似
Title(English)	Simultaneous Approximation of Magnitude and Phase of IIR Digital Filters Based on LMS Approach
著者(和文)	石渡俊一, 西原明法, 藤井信生
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA, NOBUO FUJII
出典(和文)	電子情報通信学会, Vol. J73-A, No. 3, p. 419-427
Citation(English)	, Vol. J73-A, No. 3, p. 419-427
発行日 / Pub. date	1990, 3
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1990 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

LMS アプローチに基づく IIR デジタルフィルタの振幅位相同時近似

正員 石渡 俊一[†] 正員 西原 明法[†] 正員 藤井 信生[†]

Simultaneous Approximation of Magnitude and Phase of IIR Digital Filters Based on LMS Approach

Shun'ichi ISHIWATA[†], Akinori NISHIHARA[†] and Nobuo FUJII[†], *Members*

あらまし 本論文では、LMS アプローチに基づいた、IIR デジタルフィルタの振幅位相同時近似法を提案する。LMS アプローチとは、重みを付けた正弦波の和を入力したときの、時間領域での出力誤差の2乗平均値を最小にし、かつ更に、入力重みの自動調整を繰り返すことにより、周波数領域での誤差関数を等リプル化する、という方法である。従来、この方法に基づいた FIR フィルタの設計法が提案されている。この場合には、時間領域での出力誤差の2乗平均値を最小にするフィルタ係数を決定する方程式は線形であるが、IIR フィルタの場合には非線形となる。本方法ではこの方程式を線形化するため、伝達関数の分母多項式を実現する部分を、実際の出力ではなく希望の出力を入力とする FIR フィルタで近似している。この近似のため、通常は、伝達関数の分母の重みの影響が結果を劣化させる。本方法では入力重みの自動調整法を改良することにより、近似の誤差を打ち消してこの問題を解消し、誤差関数を等リプル化できるようにしている。また設計例により、本方法の有効性を示している。

1. ま え が き

フィルタ設計では、波形伝送用フィルタ等のように、通過域内で定遅延特性が要求される場合がある。この目的にデジタルフィルタを用いる場合、完全な直線位相特性が実現可能であり、かつその設計プログラム⁽¹⁾が広く流布しているため、直線位相 FIR フィルタがよく用いられている。しかしこれは、急しゅんな遮断特性を実現しようとする、非常に高次となるという欠点を有する。Chen と Parks は、位相特性は必ずしも完全な直線特性である必要はなく、通過域内である一定誤差内に近似されていればよいということに着目し、同様の振幅特性をより低次で実現できる設計法を提案している⁽²⁾。一方、IIR フィルタでは、もともと完全直線位相特性は実現不可能であるが、更に次数の低減が期待できる。そこで、振幅近似を行った IIR フィルタをオールパスセクションで遅延等化する方法が提案されている⁽³⁾。また、これよりも次数が低減される方

法として、伝達関数が全極型の定遅延フィルタに直線位相 FIR フィルタを継続に接続することにより、振幅の等リプル近似を行う方法が提案されている^{(4),(5)}。しかし、分母と分子を別々に近似するよりも、同時に近似する方がより良い結果が得られると期待できる。よって、振幅・位相同時近似 IIR フィルタ伝達関数の設計は重要であると言える。

その設計法として、非線形計画法を用いる方法⁽⁶⁾や、線形計画法を用いる方法⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾などが提案されている。しかし、前者には、フィルタ係数の良好な初期値を必要とするという問題があり、後者には、フィルタの安定性確保のための必要十分条件が線形な式で表せないこと、伝達関数の分母の重みを十分に打ち消せないこと、などにより等リプル解が得られないといった問題点がある。そこで本研究では、良好な初期値を必要とせず、かつ等リプル解を得ることのできる、振幅・位相同時近似 IIR フィルタ伝達関数の設計法を提案することを目的とする。

Mason と Chit より、時間領域での LMS アプローチを用いた、直線位相 FIR フィルタの設計法⁽¹⁰⁾、および、最小位相 FIR フィルタの設計法⁽¹¹⁾が提案されて

[†] 東京工業大学工学部電子物理工学科, 東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo,
152 Japan

いる。本論文で提案する設計法は、IIR フィルタを FIR フィルタで近似することによりこの設計法を利用可能にしている。また、この近似の影響を、コスト関数をうまく調整することにより打ち消せるようにし、等リプル解が得られるようにしている。

2. 振幅・位相同時近似問題の定式化

伝達関数の振幅と位相を同時に近似する問題は、次のように表せる。

$$\min_a \|D(\omega) - H(e^{j\omega}, \mathbf{a})\| \quad (1)$$

但し、 $D(\omega)$ は希望の伝達関数、 $H(e^{j\omega}, \mathbf{a})$ は実際の伝達関数、 $\mathbf{a}$ はフィルタ係数、 $\|\cdot\|$ は適当なノルムを表す記号である。式(1)のノルムの中は、振幅誤差と位相誤差の二つの目的関数を含み、式(1)は多目的最適化問題となっている。そこで、二つの目的関数のトレードオフを考慮して、ノルムをどのようにとるのがよいか問題となる。

時間領域でフィルタの応答を調べると、振幅・位相特性の誤差がともに正弦波の場合、振幅誤差によるペアドエコーと位相誤差によるペアドエコーが発生することが知られている⁽¹²⁾。ここで簡単な計算により、伝達関数の絶対値誤差(本論文では、 $|D(\omega) - H(e^{j\omega}, \mathbf{a})|$ を絶対値誤差と呼ぶことにする。)を小さくすれば、両エコーが同程度に小さくなると期待できることがわかる(詳細は付録に示す)。そこで本論文では、ノルムの取り方を通過域内では重みを付けた絶対値誤差、阻止域内では重みを付けた振幅誤差とする。すなわち、最小にすべき誤差関数 $E(\omega)$ を次式のように定める。

$$\text{通過域内} \quad E(\omega) = C_o(\omega) |D(\omega) - H(e^{j\omega}, \mathbf{a})| \quad (2)$$

$$\text{阻止域内} \quad E(\omega) = C_o(\omega) \|D(\omega) - |H(e^{j\omega}, \mathbf{a})|\| \quad (3)$$

ここで、 $C_o(\omega)$ は重み関数である。

3. 設計法

3.1 LMS アプローチの概略

Mason と Chit による、LMS アプローチに基づいた FIR フィルタの設計法⁽¹⁰⁾の概略を、図 1 に示す。図 1 において、入力 $u(n)$ は、角周波数 ω_i の正弦波に重み C_i を乗じたものの和とする。 C_i はコスト関数と呼ばれるもので、仕様からその初期値を決定する。 $y(n)$ は、仕様から得られる理想的な出力とする。 $\hat{y}(n)$ は設計しようとしているフィルタに $u(n)$ を入力したときの出力とする。ここで、出力誤差 $e(n) = y(n) - \hat{y}(n)$ の 2

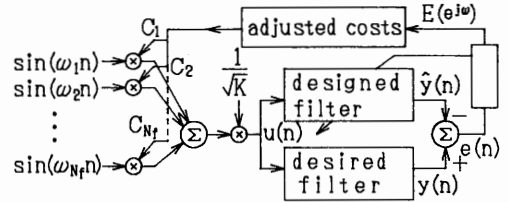


図 1 LMS アプローチ
Fig. 1 LMS approach

乗平均値 $E[e^2(n)]$ が最小になるように、フィルタ係数を決定する。しかしながら、このフィルタ係数が仕様を満足するとは限らない。そこで従来は、コスト関数 C_i を試行錯誤で変えて周波数特性を調整していた⁽¹³⁾。これに対して、Mason, Chit は、周波数領域で、誤差関数 $E(\omega)$ を計算し、誤差関数の最大値が小さくなるようにコスト関数 C_i を調整するようにしている。更に、以上の操作を繰り返すことにより、誤差関数の最大値を小さくしていった、誤差関数を等リプルに近づけていくようにしている。次節以降では、本論文で提案する設計法について詳述する。

3.2 IIR フィルタ係数の決定

本節では、出力誤差の 2 乗平均値 $E[e^2(n)]$ を最小にする IIR フィルタ係数をどのようにして決定するかを説明する。

仕様から、離散角周波数 ω_i と共に、 ω_i における希望の利得 G_i 、位相 θ_i およびコスト関数 C_i の初期値(本方法では、重み関数 $C_o(\omega)$ と等しくしている)を指定する。入力信号を、

$$u(n) = K^{-0.5} \sum_{i=1}^{N_f} C_i \sin(\omega_i n) \quad (4)$$

とする(より正確には、 $u(n)$ は、

$$\begin{aligned} (2K)^{-0.5} C_i, & \quad \omega_i = 0 \\ K^{-0.5} C_i \sin(\omega_i n), & \quad 0 < \omega_i < \pi \\ (2K)^{-0.5} (-1)^n C_i, & \quad \omega_i = \pi \end{aligned} \quad (5)$$

の和とする)。この入力 $u(n)$ に対する希望の出力を、

$$y(n) = K^{-0.5} \sum_{i=1}^{N_f} C_i G_i \sin(\omega_i n + \theta_i) \quad (6)$$

とする(より正確には、 $y(n)$ は、

$$\begin{aligned} (2K)^{-0.5} C_i G_i, & \quad \omega_i = 0 \\ K^{-0.5} C_i G_i \sin(\omega_i n + \theta_i), & \quad 0 < \omega_i < \pi \\ (2K)^{-0.5} (-1)^n C_i G_i, & \quad \omega_i = \pi \end{aligned} \quad (7)$$

の和とする)。ここで、 K は入力電力の平均値 $E[u^2(n)]$ を 1 に規格化する定数で、

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_f} C_i^2 \quad (8)$$

である。設計する IIR フィルタに $u(n)$ を入力したと

きの出力は、実際には、

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=0}^N u(n-i)a_i - \sum_{j=1}^M \hat{y}(n-j)b_j \quad (9)$$

であるが、このままでは Mason, Chit の方法が適用できない。そこで式(9)を、

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=0}^N u(n-i)a_i - \sum_{j=1}^M y(n-j)b_j \quad (10)$$

と近似する(この近似の影響については、3.3で考察する)。ここで、 a_i は伝達関数の分子の係数で、 b_j は分母の係数である。また、 N は分子の次数で、 M は分母の次数である。出力の誤差を、

$$e(n) = y(n) - \hat{y}(n) \quad (11)$$

とする。式(10)のように近似したため、出力誤差の2乗平均値 $E[e^2(n)]$ を最小にするフィルタ係数を求める方程式は、Wiener-hopf の方程式となり、次式のようになる。

$$Ra = p \quad (12)$$

但し、

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}, \quad p = [p_1 \ p_2]^T$$

$$a = [a_0, a_1, \dots, a_N, -b_1, -b_2, \dots, -b_M]^T$$

$$R_{11}(i, j) = \phi_{uu}(i-j), \quad i=0 \sim N, \quad j=0 \sim N$$

$$R_{12}(i, j) = \phi_{uy}(i-j), \quad i=0 \sim N, \quad j=1 \sim M$$

$$R_{21}(i, j) = \phi_{yu}(i-j), \quad i=1 \sim M, \quad j=0 \sim N$$

$$R_{22}(i, j) = \phi_{yy}(i-j), \quad i=1 \sim M, \quad j=1 \sim M$$

$$p_1(i) = \phi_{uy}(i), \quad i=0 \sim N$$

$$p_2(j) = \phi_{yu}(j), \quad j=1 \sim M$$

$$\phi_{uu}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 \cos\{\omega_n(i-j)\} \quad (13)$$

$$\phi_{uy}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 G_n \cos\{\omega_n(i-j) + \theta_n\} \quad (14)$$

$$\phi_{yy}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 G_n^2 \cos\{\omega_n(i-j)\} \quad (15)$$

以上より、出力誤差の2乗平均値 $E[e^2(n)]$ を最小にするフィルタ係数を決定するためには、式(12)の線形方程式を解けばよいことがわかる。

3.3 近似の影響

本節では、式(9)を式(10)で近似した影響について考察する。式(9)に式(4)を代入し、フーリエ変換して定常応答を求めた後、逆フーリエ変換すると、次式のようになる。

$$\hat{y}(n) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^{Nf} C_k \frac{\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_i b_j \sin\{\omega_k(n-i+j)\}}{\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M b_i b_j \cos\{\omega_k(i-j)\}} \quad (16)$$

但し、 $b_0=1$ である。式(6)、(16)を用いて、出力誤差の2乗平均値 $E[e^2(n)]$ を求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_i a_j \phi'_{uu}(i-j) \\ &\quad - 2 \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_i b_j \phi'_{uy}(i-j) \\ &\quad + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M b_i b_j \phi'_{yy}(i-j) \end{aligned} \quad (17)$$

但し、

$$\phi'_{uu}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 \cos\{\omega_n(i-j)\} \quad (17a)$$

$$\phi'_{uy}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 G_n \cos\{\omega_n(i-j) + \theta_n\} \quad (17b)$$

$$\phi'_{yy}(i-j) = \frac{1}{2K} \sum_{n=1}^{Nf} C_n^2 G_n^2 \cos\{\omega_n(i-j)\} \quad (17c)$$

$$C_n^2 = C_n^2 / W(\omega_n) \quad (17d)$$

$$W(\omega_n) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M b_i b_j \cos\{\omega_n(i-j)\} \quad (17e)$$

ここで、 $W(\omega_n)$ は、文献(8)、(9)などで述べられている、伝達関数の分母の重みに相当するものである。

一方、式(10)を用いた場合は、 $E[e^2(n)]$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_i a_j \phi_{uu}(i-j) \\ &\quad - 2 \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_i b_j \phi_{uy}(i-j) \\ &\quad + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M b_i b_j \phi_{yy}(i-j) \end{aligned} \quad (18)$$

式(17)と式(18)を比較すると、式(18)において、 C_n^2 の代わりに $C_n^2 (= C_n^2 / W(\omega_n))$ を用いたものが、式(17)と等しくなることがわかる。このことから、コスト関数を調整することにより、 $W(\omega_n)$ を打ち消せるものと期待できる。よってコスト関数が、(a)誤差関数を等リプル化する、(b)伝達関数の分母の重み $W(\omega_n)$ を打ち消す、という二つの役割を果たすことが可能である。しかし一方では、このことにより本方法(IIR)の場合、FIRの場合⁽¹⁰⁾と比べて収束が遅くなる。次節では、以上のことを考慮したコスト関数の調整法を示す。

3.4 コスト関数の調整

$E[e^2(n)]$ をフィルタ係数 a に関して最小にすることは、次式のように表せる。

$$\min_a E[e^2(n)] \quad (19)$$

式(19)は、パーセバルの関係を用いて、

$$\min_a \int_0^{2\pi} |Y(e^{j\omega}) - \hat{Y}(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (20)$$

と表すことができる。但し、 $Y(e^{j\omega})$ 、 $\hat{Y}(e^{j\omega})$ はそれぞれ、 $y(n)$ 、 $\hat{y}(n)$ のフーリエ変換である。入力信号 $u(n)$

のフーリエ変換を $U(e^{j\omega})$, 希望の周波数応答を $D(\omega)$, 設計しようとしているフィルタの周波数応答を $H(e^{j\omega})$ とすると, 式(20)は,

$$\min_a \int_0^{2\pi} |D(\omega)U(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})U(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

$$= \min_a \int_0^{2\pi} |U(e^{j\omega})|^2 |D(\omega) - H(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (21)$$

となる。式(4)より,

$$|U(e^{j\omega_i})| \propto C_i / \sqrt{K} \quad (22)$$

であるから, 式(21)は,

$$\min_a \sum_{i=1}^{N_f} (C_i^2 / K) |D(\omega_i) - H(e^{j\omega_i})|^2 \quad (23)$$

となる。式(23)より, C_i は $|D(\omega) - H(e^{j\omega})|$ の角周波数 ω_i における重みとなっていることがわかる。よって, C_i を大きくすると, 対応する $|D(\omega_i) - H(e^{j\omega_i})|$ が小さくなる可能性が高いと期待される。

式(2), (3), (23)より, 誤差関数 $E(\omega)$ の極大値が大きい周波数に対応する C_i を大きくすることにより, $E(\omega)$ の最大値を小さくすることができ, これを繰り返していくことにより, 誤差関数を等リプルに近づけていくことができると考えられる。この考えに基づきかつ, 3.3での考察結果を考慮した, コスト関数の調整法を以下に示す。

誤差関数が極大となる角周波数を ω_{pi} , $i=1, 2, \dots, N_p$ とする。但し, N_p はピークの数である。誤差関数の極大値の平均値を,

$$\delta = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} E(\omega_{pi}) \quad (24)$$

とする。コスト関数の増分を,

$$\Delta C_i = \begin{cases} \{C_i + \mu \sqrt{C_i C_{oi}}\} \frac{E_i - \delta}{\delta}, & \text{if } E_i > \delta \\ 0, & \text{if } E_i \leq \delta \end{cases} \quad (25)$$

とする。新しいコスト関数は,

$$C_i = C_i + \Delta C_i \quad (26)$$

とする (等号は右辺の値を左辺の変数に代入することを意味している)。ここで, μ は収束の速さに関するパラメータである。この値を大きくするほど収束が速くなるが, あまり大きくし過ぎると収束しなくなる。本研究では, 経験的に $\mu=10$ にしている。

なお, 正確な等リプル近似を行うためには, 離散周波数点における値ではなく, 誤差関数の正確な極大値を用いる必要がある。このため, 誤差関数は連続周波数の関数として定義しておく必要がある。

3.5 群遅延の最適化

定遅延特性に等リプル近似したい場合, 群遅延の平

均値は, 通常, あまりに大き過ぎなければどのような値でもよく, 誤差関数の最大値が最小になるという意味での最適値を選ぶのがよい。3.2で述べたように, 本設計法では希望の位相特性を指定しなければならない。この値として最適な群遅延を指定したいが, 群遅延の最適値は実際に設計してみないとわからない。そこで本設計法では, 希望の位相特性の傾きを適当に変化させて, そのつど本アルゴリズムを用いてフィルタ係数を求めることにより, 群遅延の最適値を探索している。

3.6 安定性の確保

IIR フィルタの場合には, 伝達関数の極がすべて単位円内に存在するという安定条件を満足しなければならない。線形計画法を用いた設計法⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾では, 線形な安定条件式が必要であるが, その式として十分条件しか得られていないため, 結果が劣化している。本設計法では, 式(12)を解いてフィルタ係数を求めた後, 安定性を必要十分条件で判別するという方法をとっている。この場合, 遷移域内においても誤差関数を指定し, かつ, 仕様で指定する位相の傾きを変えて安定な解を探索すれば, 安定性の確保が可能であり, 結果の劣化を避けることができる。安定性の判別法としては, 文献(14)の方法を用いている。

3.7 設計アルゴリズムのまとめ

① フィルタの仕様より, 離散角周波数 ω_i , ($i=1, 2, \dots, N_f$), 利得 $G(\omega)$, 位相 $\theta(\omega)$, コスト関数の初期値 (重み) $C_o(\omega)$ ($0 \leq \omega \leq \pi$) を指定する。

② 式(12)を解くことにより, 出力誤差の2乗平均値を最小にするフィルタ係数を求める。

③ フィルタ係数が安定性を満足しているかどうかを判別する。もし, 得られたフィルタ係数が安定性を満足していなければ⑥に行く。

④ 誤差関数 $E(\omega)$ の極大値を計算し, 式(25), (26)のようにコスト関数を調整する。

⑤ 次の収束判定条件を満たすまで, ②, ③, ④を繰り返す。

$$\left| \frac{E_{\max} - \text{old } E_{\max}}{E_{\max}} \right| < \varepsilon \quad (27)$$

但し, $E_{\max}$ は誤差関数の最大値, old $E_{\max}$ は繰り返し1回前の $E_{\max}$ の値である。本論文では, $\varepsilon=10^{-7}$ としている。

⑥ ①で指定する位相の傾きを適当に変化させ, ②, ③, ④, ⑤を繰り返す。

4. 設計例

本章では、前章で述べた設計法を用いて実際にフィルタを設計した例を示す。また、本設計法による結果と従来の設計法による結果を比較する。更に、収束特性について述べる。

4.1 設計例および他の設計法との比較

フィルタの仕様は以下のようなものとする。

低域通過フィルタ

次数 12次/12次

サンプリング周期 1[s]

通過域 0.0-0.25[Hz]

遷移域 0.25-0.3[Hz]

阻止域 0.3-0.5[Hz]

周波数点数

通過域 36, 遷移域 7, 阻止域 29

遷移域内の仕様の与え方により、次の2通りの例について比較する。

① 振幅特性に制限がある場合

遷移域内の振幅仕様は、通常ある程度減衰していればよいという程度にしか与えられない。しかし本方法では、遷移域内においても明確に誤差関数を与えなければならない。そこで、振幅の遮断特性として必ずしも最適な特性ではないが、仮に、文献(7)にある、次式(28)の特性をターゲットとする。また誤差関数は、阻止域内と同様に重みを付けた振幅誤差とする。

遷移域利得 $e^{-47(0.5\pi - \omega)^2}$ (28)

コスト関数の初期値 (重み)

1.0 (0.0-0.25, 0.3-0.5[Hz])

遷移域利得に同じ (0.25-0.3[Hz])

② 遷移域利得が通過域内利得を超えなければよい場合

誤差関数は、次式(28)とする。

コスト関数の初期値 (重み)

5.0 (0.0-0.25, 0.25-0.3[Hz])

1.0 (0.3-0.5[Hz])

遷移域内の誤差関数

$E(\omega) = C_o(\omega)(|H(e^{j\omega})| - 1.0)$ (29)

図2に、①の場合の結果を示す。(a)は振幅と群遅延の全域の周波数特性、(b)は(a)の通過域内特性であり、以下の周波数特性図においても同様とする。この12次/12次のIIRフィルタを、デジタルシグナルプロセッサで実現したときに同程度のプログラムステップ数となる24次直線位相FIRフィルタと比較する。図3に、通過域内の重みが1.0、阻止域内の重みが2.6、という仕様で、Remezのアルゴリズム⁽¹⁾を用いて設計した24次直線位相FIRフィルタの結果を示す。

図4に、Inukaiの方法⁽⁶⁾に初期値として文献(3)のフィルタを用いた結果を示す。図5に、通過域内の絶対値誤差特性を示す。本設計法による結果は、直線位相FIRフィルタと比較して、振幅リプル、絶対値誤差ともになりに小さい。また、Inukaiの方法による結果と比較すると、群遅延リプルは大きいですが、振幅リプルと最大絶対値誤差は小さい。図6に、②の場合の結果を示す。図7に、吉田の方法^{(8),(9)}による結果を示す。図8に、通過域内の絶対値誤差特性を示す。本設計法による結果を、吉田の方法による結果と比較すると、振幅リプル、群遅延リプル、最大絶対値誤差がすべて小さい。

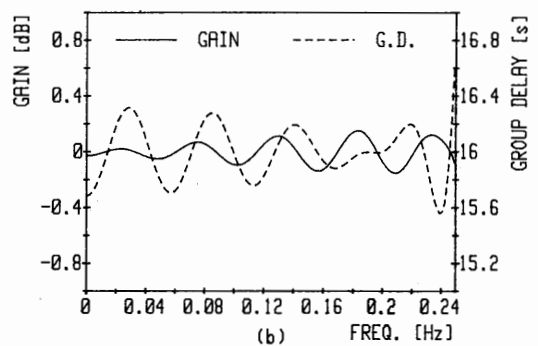
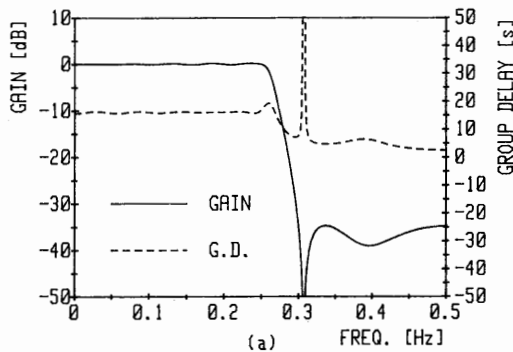


図2(a) 例①の本方法による結果
(b) 通過域特性

Fig. 2(a) Results of example ① using the proposed method.

(b) Characteristics in the passband.

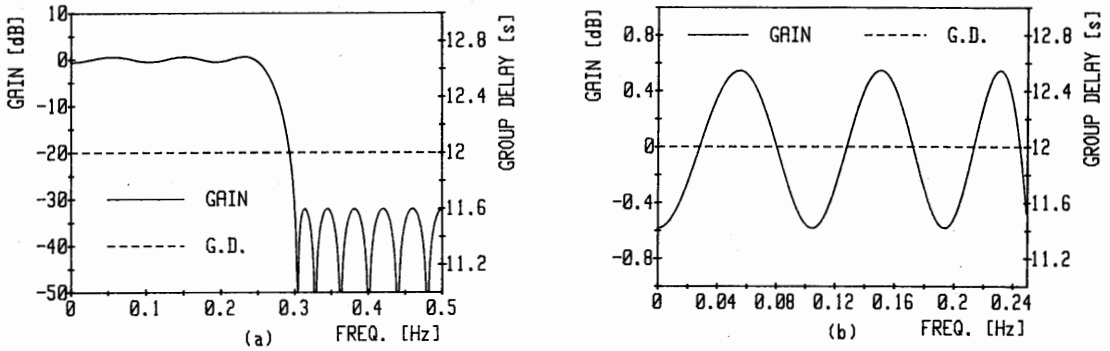


図 3(a) 24次直線位相 FIR フィルタの結果

(b) 通過域特性

Fig. 3(a) Results of 24th-order linear phase FIR filter.

(b) Characteristics in the passband.

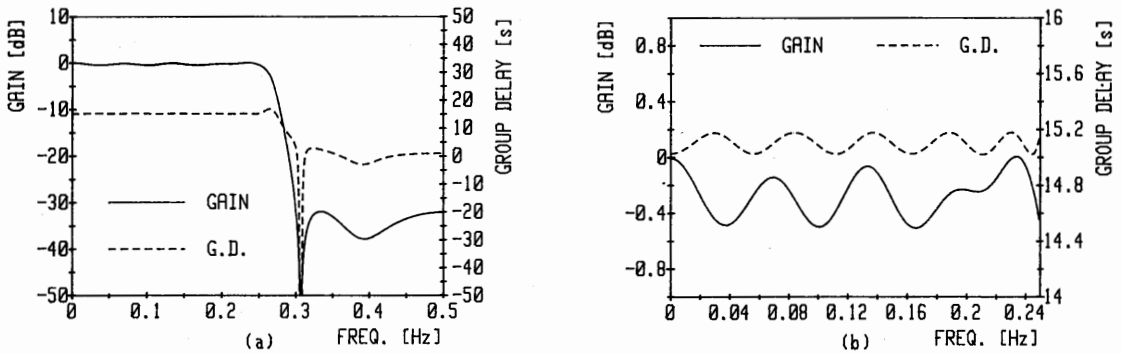


図 4(a) Inukaiの方法による結果

(b) 通過域特性

Fig. 4(a) Results using Inukai's method.

(b) Characteristics in the passband.

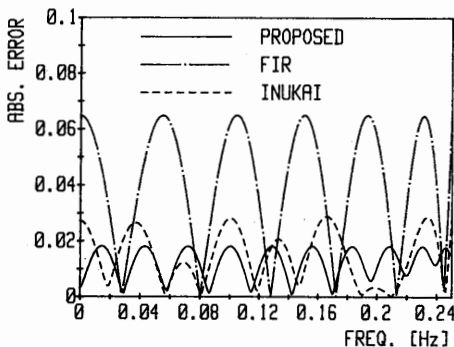


図 5 例①の通過域内の絶対値誤差特性

Fig. 5 Absolute error characteristics of example ① in the passband.

い。しかし、群遅延の値は吉田の方法による結果の方が小さい。

図 2, 5, 6, 8 より、本設計法による結果では、誤差関数が等リプル化されていることがわかる。また、遷移域内で群遅延特性にピークを許すことにより、誤差関数の最大値を非常に小さくできることがわかる。

なお、この場合、設計に要した計算時間は、ワークステーション NWS-821 (ソニー) 上の UNIX C を使用して、4~5 分程度である。また、プログラムステップ数は約 950 行である。

4.2 収束特性

図 9 に、3.1 の①の場合の収束特性を示す。(a) は全体図で、(b) は繰返し回数 20 回以降を拡大した図である。図 9 のように、本設計法では、漸近収束するわけ

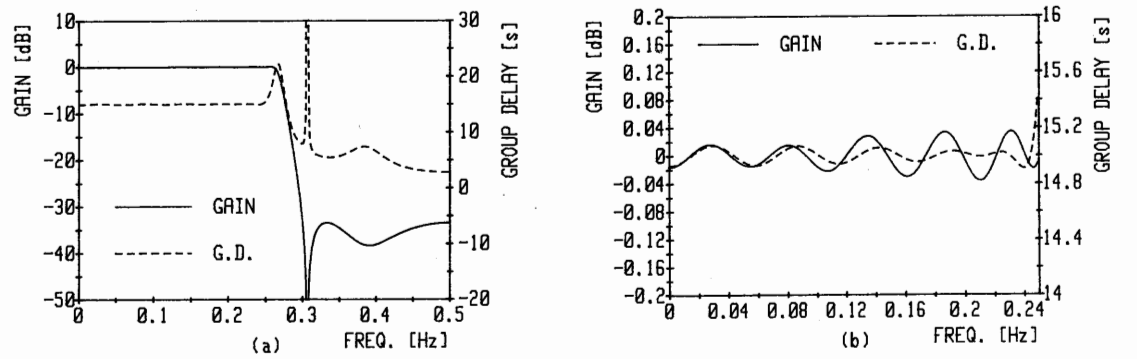


図 6(a) 例②の本方法の結果
(b) 通過域特性
Fig. 6(a) Results of example ② using the proposed method.
(b) Characteristics in the passband.

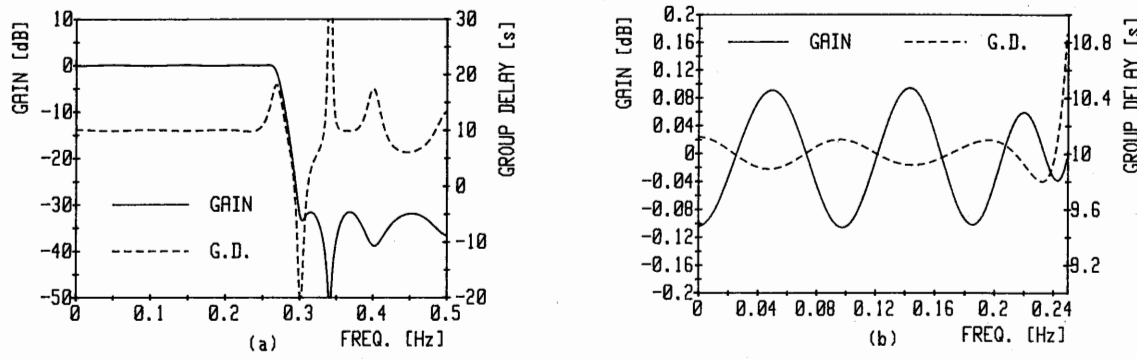


図 7(a) 吉田の方法による結果
(b) 通過域特性
Fig. 7(a) Results using Yoshida's method.
(b) Characteristics in the passband.

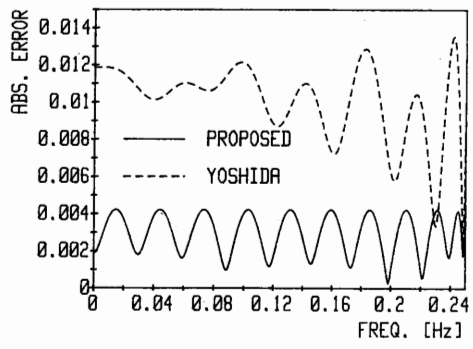


図 8 例②の通過域内の絶対値誤差特性
Fig. 8 Absolute error characteristics of example ② in the passband.

ではなく、収束性を証明できていない。しかし、経験的にはほぼ等リプル解に収束し、実用上はあまり問題とはならない。また、遷移域内の仕様の与え方によっては、収束特性が悪化することがあり問題である。特に、通過域と遷移域の接する周波数において、誤差関数が不連続になっていたりすると、収束特性に重大な悪影響を及ぼすことがある。

5. む す び

本論文では、LMS アプローチを用いた、振幅・位相同時近似 IIR フィルタ伝達関数の設計法を提案した。本方法では、フィルタ係数の初期値を必要とせず、任意の振幅特性を容易に実現できるなどの利点を有す

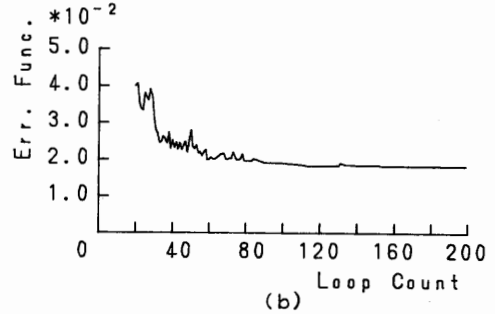
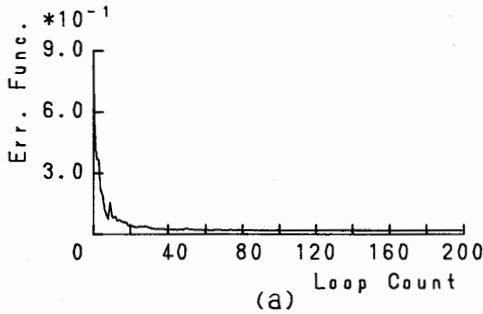


図 9(a) 収束特性
(b) 拡大図

Fig. 9(a) Convergence property.
(b) Magnified figure of (a).

る。また、コスト関数をうまく調整することにより、絶対値誤差が等リプルとなる解が得られるようにした。これで、目的がほぼ達成されたと言える。更に、本設計法を複素係数フィルタの設計法にも容易に拡張できることが示せるが、これについては省略する。

今後の課題としては、安定性の確保の仕方の改善、より収束特性の良いコスト関数の調整法の研究等が挙げられる。

謝辞 御討論頂いた東京工業大学の柳沢健教授、高木茂孝助手ならびに大学院生の吉田俊之氏に感謝致します。

文 献

- (1) J. M. McClellan, T. W. Parks and L. R. Rabiner: "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters", IEEE Trans. Audio & Electroacoust., **AU-21**, pp. 506-526 (Dec. 1973).
- (2) X. Chen and T. W. Parks: "Design of FIR filter in the complex domain", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., **ASSP-35**, 2, pp. 144-153 (Feb. 1987).
- (3) A. G. Deczky: "Synthesis of recursive digital filters using the minimum p-error criterion", IEEE Trans. Audio & Electroacoust., **AU-20**, 4, pp. 257-263 (Oct. 1972).
- (4) T. Saramäki and Y. Neuvo: "Digital filters with equiripple magnitude and groupdelay", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., **ASSP-32**, 6, pp. 1194-1200 (Dec. 1984).
- (5) 西川 清, 崔 昌石: "指定群遅延をもつ低域 IIR デジタルフィルタの振幅等リプル近似法", 信学論(A), **J72-A**, 1, pp. 65-73 (平 1-01).
- (6) T. Inukai: "A unified approach to optimal recursive digital filter design", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-27**, 7, pp. 646-649 (July 1980).
- (7) A. T. Chottera and G. A. Jullien: "A linear programming approach to recursive digital filter design with

linear phase", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-29**, 3, pp. 139-149 (March 1982).

- (8) 吉田俊之, 西原明法, 藤井信生: "線形計画法による IIR デジタルフィルタの振幅・位相の同時近似", 信学技報, **CAS87-256**, (1988-03).
- (9) T. Yoshida, A. Nishihara and N. Fujii: "Magnitude and phase approximation of IIR digital filters using linear programming", Proc., Joint Tech. Conf. on Circuits/Syst., Computers & Communications, pp. 408-413 (Nov. 1988).
- (10) J. S. Mason and N. N. Chit: "New approach to the design of FIR digital filters", IEE Proceedings, **134**, Pt. G, 4, pp. 167-180 (Aug. 1987).
- (11) N. N. Chit and J. S. Mason: "Design of minimum phase FIR digital filters", IEE Proceedings, **135**, Pt. G, 6, pp. 258-264 (Dec. 1988).
- (12) H. A. Wheeler: "The interpretation of amplitude and phase distortion in terms of paired echoes", Proc. IRE, **27**, 6, pp. 359-385 (June 1939).
- (13) B. Widrow, P. F. Titchener and R. P. Gooch: "Adaptive design of digital filters", IEEE International Conf. on Acoust., Speech & Signal Process., **ICASSP**, 1, pp. 243-246 (1981).
- (14) P. P. Vaidyanathan and S. K. Mitra: "Discrete Version of Richard's theorem and applications to cascaded lattice realization of digital filter transfer matrices and functions", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-33**, 1, pp. 26-34 (Jan. 1986).

付 録

絶対値誤差最小に近似する根拠

希望の特性を近似的に実現したフィルタの振幅特性 $A(\omega)$, 位相特性 $\theta(\omega)$ が通過域内で次式のように表せるものとする。

$$A(\omega) = A + \delta_A \cos(c_1 \omega) \quad (\text{A} \cdot 1)$$

$$\theta(\omega) = -\tau \omega + \delta_\theta \sin(c_2 \omega) \quad (\text{A} \cdot 2)$$

式(A・1), (A・2)の特性を有するフィルタに信号 $f(n)$ を入力したときの出力信号を $g(n)$ とすると, 文献(12)より,

$$\begin{aligned} g(n) \approx & Af(n-\tau) \\ & + (\delta_A/2)\{f(n-(\tau-c_1))+f(n-(\tau+c_1))\} \\ & + (A\delta_\theta/2)\{f(n-(\tau-c_2))-f(n-(\tau+c_2))\} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

となって, 振幅誤差によるペアドエコーと位相誤差によるペアドエコーが, それぞれ主応答の両側に生じる. このエコーを最小にしたいが, $\delta_A, A\delta_\theta$ の一方を極端に小さくしようとするともう一方がかなり大きくなると考えられるため, 両方を同程度に小さくした方がよいと推定できる.

ところで, 伝達関数の絶対値誤差関数 $E_{abs}(\omega)$ は, 式(A・1), (A・2)より, 次式のようにになる.

$$\begin{aligned} E_{abs}(\omega) &= |Ae^{-j\tau\omega} - (A + \delta_A \cos(c_1\omega))e^{-j\tau\omega + j\delta_\theta \sin(c_2\omega)}| \\ &\approx |A - (A + \delta_A \cos(c_1\omega))(1 + j\delta_\theta \sin(c_2\omega))| \\ &\approx |-\delta_A \cos(c_1\omega) - jA\delta_\theta \sin(c_2\omega)| \\ &\approx \sqrt{\{\delta_A^2 \cos^2(c_1\omega) + (A\delta_\theta)^2 \sin^2(c_2\omega)\}} \quad (\text{A} \cdot 4) \end{aligned}$$

仮に, 絶対値誤差 $E_{abs}(\omega)$ が正確に式(A・4)で表されたとすると, 絶対値誤差の最大値 $E_{\max}$ は, $E_{\max} \geq \delta_A$, $E_{\max} \geq A\delta_\theta$ であり, 絶対値誤差を最小とするように近似することにより, δ_A と $A\delta_\theta$ を同程度に小さくすることができると推測される.

(平成元年7月18日受付, 9月28日再受付)



藤井 信生

昭41慶応大・工・電気卒. 昭43東工大大学院修士. 昭46同博士課程了. 工博. 同年東工大工学部助手. 昭50同助教授. 昭63同教授. 昭59~60カリフォルニア大学客員研究員, 50年度本会米澤記念学術奨励賞, 昭57年度本会論文賞, 電子回路, 回路網理論, 能動フィルタなどの研究に従事. 著書, アナログ電子回路(昭晃堂)など. 電気学会, IEEE各会員.



石渡 俊一

昭62東工大・工・電子物理卒. 平成元年同大学院修士課程了. 同年同大学院博士課程入学, 現在に至る. デジタルフィルタの研究に従事.



西原 明法

昭48東工大・工・電子物理卒. 昭53同大学院博士課程了. 工博. 同年より同大勤務. 現在, 同工学部電子物理工学科助教授. 回路理論, 電子回路等の研究, 教育に従事. 信号処理と信号処理用プロセッサにも興味をもつ. IEEE会員.