T2R2東京工業大学リサーチリポジトリ Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報 Article / Book Information

論題(和文)	せん断スパン内にひび割れを有する鉄筋コンクリートはりのせん断疲 労耐荷機構に及ぼすひび割れ先端位置の影響
Title(English)	Effect of Crack Length on Shear Fatigue Mechanism of RC beam with Cracks in Shear Span
著者(和文)	山田雄太, 千々和伸浩, 岩波光保
Authors(English)	Yuta Yamada, Nobuhiro Chijiwa, Mitsuyasu Iwanami
出典(和文)	コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 37, No. 2, pp. 643-648
Citation(English)	Proceedings of JCI, Vol. 37, No. 2, pp. 643-648
 発行日 / Pub. date	2015, 7

論文 せん断スパン内にひび割れを有する鉄筋コンクリートはりのせん断 疲労耐荷機構に及ぼすひび割れ先端位置の影響

山田 雄太*1·千々和 伸浩*2.·岩波 光保*3

要旨:鉄筋腐食ひび割れを有する鉄筋コンクリートはりにおけるせん断疲労挙動を解明するための,基礎的 理論の構築を目的とし、コンクリートのせん断力分担分をストラット幅及び角度に及ぼす影響に分離する方 法を提案した。せん断スパン内に導入されたひび割れ先端位置を変化させた三次元有限要素解析を行った結 果、ストラット幅及び有効圧縮強度係数は、上限荷重比の低下に伴い減少することが明らかになった。静的 載荷時、耐力の増加に寄与するひび割れを有するはりは、ストラット幅の減少が支配的な影響を及ぼすこと で、繰返し回数の増加に伴い、せん断疲労耐力が急激に減少することが明らかになった。 キーワード:せん断疲労、ひび割れ長、ストラット-タイモデル、有効圧縮強度係数

1. 序論

鉄筋コンクリート(RC)構造物の経年劣化に伴い,顕在 化が予測される鉄筋腐食と疲労の複合劣化に着目すると, 健全な状態に対して,曲げ破壊先行の設計がなされた構 造物においても,鉄筋腐食と繰返し載荷の相互作用によ る劣化促進が生じ,せん断破壊先行の破壊モードに移行 する可能性がある。

鉄筋腐食と疲労の複合劣化に関する研究は一部の報告に限られているが^{例えば 1)},鉄筋腐食と曲げ疲労の複合劣化に関しては,鉄筋の疲労強度によって概ね評価できることが知られている。せん断疲労に関する知見は特に限定されており,鉄筋腐食ひび割れを有する RC はりのせん断疲労耐荷機構は解明されていないのが現状である。

健全なはりを対象としたせん断疲労に関する研究では、最大せん断力のコンクリート分担分が、繰返し回数の増加に伴い減少することが明らかにされている²⁾。コンクリートが受け持つせん断力の減少は、ひび割れ進展に伴い生じると考えられるが、ひび割れを有する RC はりでは、ひび割れの存在により、ひび割れ進展位置が限定されることで、その減少率が変化する可能性がある。

ひび割れを有する RC はりでは,繰返し載荷に伴うマ イクロクラックの進展や,ひび割れ面を介する荷重伝達 経路の形成により³⁾,応力伝達領域が変化すると考えら れる。耐荷機構を簡便に表現したストラット-タイモデル に着目すると,応力伝達領域の変化は,ストラット幅, 及び角度の変化と等価と見なすことができる。国内外の 設計指針^{例えば4)}では,ストラット部の応力状態に応じて, 設計基準強度に有効圧縮強度係数を乗じた有効強度を用 いることが定められている。ストラット幅及び角度が変 化した場合,ストラットの破壊荷重が変化することから, ひび割れを有する RC はりのせん断疲労耐荷機構に及ぼ すひび割れ先端位置の影響は,現行の設計指針における 有効圧縮強度係数の変化として説明できる可能性がある。

上述の観点から、本研究では、ひび割れを有する RC はりのせん断疲労耐荷機構の解明を目的として、ストラ ット幅及び角度の変化を、有限要素解析に基づき、上限 荷重比及びひび割れ先端位置の影響に分離して明らかに すると共に、ストラット幅及び角度の変化がストラット の有効圧縮強度係数に及ぼす影響について考察を行った。

2. ひび割れを有するはりの耐荷挙動

ストラット幅及び角度の算出に用いる三次元有限要素 解析の妥当性を確認するために,鉄筋腐食模擬ひび割れ を導入した試験体を用いて,静的載荷実験を行った。以 下に,実験概要及び結果について述べる。

2.1 試験体諸元

試験体諸元を図-1 に示す。実験に用いた試験体は 2 体であり, a/d はそれぞれ, 1.6 及び 2.9 とした。せん断 補強筋の影響を除くためせん断補強筋は配していない。 軸方向引張及び圧縮主鉄筋には, せん断破壊を確実に先 行させるため, USD685 をそれぞれ 4 本用いた。実験時 におけるコンクリートの圧縮強度は, a/d=1.6 及び 2.9 の 試験体でそれぞれ, 32.3MPa, 35.3MPa であった。載荷板 には厚さ 20mm, はり軸方向幅 100mm の鉄板を用いた。 載荷は, 0.1mm/分の変位制御とし, 2 点載荷で行った。

2.2 模擬ひび割れの導入方法

試験体には、軸方向主鉄筋に沿う模擬ひび割れをせん 断スパン内に導入した。模擬ひび割れは、腐食ひび割れ 面の噛合せ効果を無視し得る極限状態を模擬するために、 軸直角方向に貫通する平面として与えた。模擬ひび割れ

*1	東京工業大学	大学院理工学研究科	修士	(工学)	(学生	三会員)
*2	東京工業大学	大学院理工学研究科	助教	博士	(工学)	(正会員)
*3	東京工業大学	大学院理工学研究科	教授	博士	(工学)	(正会員)

は、厚さ1.5mmの鉄板と紙やすりを、エポキシ系接着剤 を用いて貼付したものを2組、紙やすりの面が相対する ようにして主鉄筋直上に配した。鉄板とコンクリートの 定着は、鉄板に設置した木ネジの付着により確保した。

図-1に示される lc はひび割れ先端位置を示し、載荷 点位置を原点に、主鉄筋軸方向スパン外を正に変化する。 本研究では、ひび割れ長を示すパラメータとして損傷比 lc/a を定義した。実験に用いた試験体の lc/a は、a/d=1.6 及び2.9の試験体に対してそれぞれ0.77及び0.75である。

2.3 実験結果

図-2 に各試験体の荷重変位図を示す。健全なはりの 解析結果を併記した。耐力は a/d=1.6 及び 2.9 の試験体に 対してそれぞれ, 244kN, 200kN であった。各試験体の 耐力は,二羽式 ⁵を用いた健全なはりにおける斜めひび 割れ発生荷重の予測値に対してそれぞれ, 2.2, 2.4 倍の 値を示した。図-3 に各試験体の主鉄筋位置における鉄 筋のひずみ分布を示す。荷重の増加に伴い,スパン内の 計測点におけるひずみが一定値に漸近していることが確 認できる。健全なはりに対する耐力の増加と,鉄筋のひ ずみ分布から,実験に用いた試験体はいずれもタイドア ーチ的な耐荷機構を示したと考えられる。

3. 解析モデルの妥当性検証

本研究では、ストラット幅及び角度の算出に、三次元 有限要素解析 COM3 を用いた。COM3 は、前川らのによ り開発された有限要素解析コードであり、圧縮及び引張 応力作用下の構成則において繰返し載荷に対する損傷を 弾性剛性の低下として考慮することで、RC 部材の疲労 破壊モードと疲労寿命を精度よく再現できることが報告 されている⁷⁾。本研究では有限要素モデルとして、要素 の非線形性に支配的な影響を及ぼすひび割れ面の変形を 考慮する多方向非直交固定ひび割れモデルを選んだ。有 限要素には 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた。 解析モデルは、対称性を考慮し、軸直角方向に 1/6 分割 したモデルを適用した。要素分割数は、a/d=1.6 及び 2.9 のはりに対しそれぞれ 692、1186 である。軸直角方向要 素数は1とした。以下に、静的載荷実験及び解析結果の 整合性について述べる。

3.1 模擬ひび割れの再現方法

模擬ひび割れ面の解析的再現には,要素節点間にモー ルクーロンの線形摩擦則を適用する接合要素を用いた。 接合要素特性は,軸力を作用させた試験面を滑動させる 要素実験³により定めた。要素実験による結果から算出 された模擬ひび割れ面のせん断剛性及び摩擦係数はそれ ぞれ,4.68kN/cm³,1.4 であった。ひび割れ幅とせん断剛 性の関係を表す青柳・山田式⁸⁾を用いれば,算出された せん断剛性は1.28mmのひび割れ開口量に相当する。



3.2 静的解析結果

図-2 に実験の再現解析結果を示す。いずれの a/d に おいても、初期及び弾塑性域における剛性は概ね一致し た。図-2(a)に示した a/d=1.6 の場合には、解析に基づく 耐力が実験結果と比較して、特に低下する傾向を示した。 プレピーク挙動が概ね一致したことから、接合要素を用 いた模擬ひび割れを有するはりの解析結果は概ね妥当で あると考えられる。図-4 に、実験に基づくひび割れ分 布図及び解析により得られた最大主ひずみ分布図の比較 を示す。いずれの a/d においても、ひび割れ分布図及び 最大主ひずみ分布図は概ね一致した。従って、ひび割れ を有するはり内部に形成される応力分布は概ね解析によ り再現可能であると判断し、本章で述べた解析モデルを 用いて疲労解析を行うこととした。

4.せん断疲労耐荷機構の評価方法

ひび割れを有する RC はりのせん断疲労耐荷機構は, ストラット-タイモデルに基づき,上限荷重比,損傷比, はりの幾何学的条件を変数に持つストラット幅及び角度 の変化に依存すると仮定した。この仮定により,疲労と 鉄筋腐食ひび割れの複合劣化がはりの耐荷機構に及ぼす 影響を,現行の設計指針^{例えば4)}で定義される有効圧縮強 度係数の変化として表現することが可能となる。以下に, 耐荷機構の評価方法について述べる。

4.1 等価有効圧縮強度係数の導出

主鉄筋軸方向にひび割れを有する RC はりは,ひび割 れ位置に応じて,ひび割れ面を介し,圧縮応力を伝達す るストラットが形成される。この場合,ひび割れ面特性 に起因するせん断応力が,ひび割れ面を含む連続体とし ての主応力方向であるストラット角度を変化させる可能 性がある。一方,繰返し載荷に伴い,ストラット内部に 発生するマイクロクラックが,応力伝達領域を微視的に 変化させる可能性がある。微視的な圧縮応力伝達領域の 変化は,ストラット幅の変化として発現すると考えられ る。ストラット幅及び角度の変化は,ストラットの破壊 荷重を変化させることから,本研究では,ひび割れの存 在と繰返し載荷によるストラット幅及び角度の変化をス トラットの有効圧縮強度係数の変化として置換する方法 を提案する。

ストラットが、圧縮応力伝達部材であることを考慮す れば、ストラット幅は、図-5 に示す基本モデルを用い て中立軸高 x,載荷板幅 Wb及びストラット角度により一 意に定まると考えられる。

このモデルを用いた場合,ストラットの破壊荷重は式(1)で表される。

$$P_{fS} = -\nu f_c' \, b w_s \, \sin^2 \alpha_s \tag{1}$$



(a) a/d=1.6(ピーク荷重時)



図-4 ひび割れ分布及び最大主ひずみ分布図の比較





図-6 有効ストラット幅及び角度算出に関する概念図

簡単のため、はりの断面形状は矩形断面を仮定した。

上限荷重比及びひび割れ長の変化に伴い,耐荷機構に 寄与する有効ストラット幅及び,角度の正弦をそれぞれ, $w_{(s,l_c)}$, $sin \alpha_{(s,l_c)}$ とすると,ストラットの破壊荷重は,式 (2)で表される。

$$P_{fS} = -f_c' bw_{(S,l_c)} \sin^2 \alpha_{(S,l_c)}$$
(2)

ここに、S:上限荷重比(%), l_c :ひび割れ長である。 ただし、 $W(s,l_c)$ 及び^{$sin \alpha$}(s,l_c)の算出方法については 4.2 で述べる。

式(1),式(2)から,ストラットの等価有効圧縮強度係数 は,式(3)で表される。

$$v_{S(S,l_c)} = \frac{w_{(S,l_c)} \sin^2 \alpha_{(S,l_c)}}{w_s \sin^2 \alpha_s} \tag{3}$$

4.2 有効ストラット幅及び角度の算出方法

有効ストラット幅 $w(s,t_e)$ 及び角度の正弦 $sin\alpha(s,t_e)$ は,有限要素解析に基づく破壊時の最小主応力分布から算出した。図-6に算出に関する概念図を示す。 $w(s,t_e)$ は,はり

の幾何学的条件から定まる応力境界内部のはり軸方向要 素寸法の和をはり高で平均化したものとして定義した。 すなわち,

$$w_{(S,l_c)} = \frac{1}{h} \sum_{i} \sum_{j} \left\{ 1 - H_{(\sigma_{ij} - \sigma_{3min})} \right\} w_{ij}^{x_2}$$
(4)

ここに、h:はり全高、i, j:面内座標を示す添え字、 $W_{ij}^{x_2}$:はり軸方向要素寸法、 $H(\sigma_{ij}-\sigma_{3min})$:Heaviside 関数である。

応力境界の閾値は,基本となるストラット-タイモデル のストラット部に伝達される応力の定数倍として与えた。

$$\sigma_{3min} = -n \frac{P_{max}}{bw_s \sin \alpha_s} \tag{5}$$

ここに、 $n: スケールファクタ, P_{max}: 上限荷重である。静的載荷時における健全なはりの基本モデルにおけるストラット耐力と、算出された有効ストラット幅及び角度の正弦から定まるストラット耐力が等しくなるよう、<math>v_s = 1$ におけるnを与えた。

有効ストラット角の正弦は,図-6に示したはり下縁 に形成される応力境界の中心位置と,中立軸位置から定 まる正弦として式(6)で定義した。

$$\sin \alpha_{(S,l_c)} = \frac{h-x}{\left\{ l_{eff}^{\alpha}^2 + (h-x)^2 \right\}^{0.5}}$$
(6)

ここに, *l*^e_{eff}: はり下縁における応力境界中心から載 荷点までの距離, x:等価応力ブロックを用いて算出さ れる終局時の中立軸高さである。

5. ひび割れを有するはりのせん断疲労耐荷機構

上述の耐荷機構評価方法に基づき,ひび割れ長がスト ラット幅及び角度に与える影響を確認した。最後に,ス トラット幅及び角度の変化が等価有効圧縮強度係数に及 ぼす影響について述べる。

5.1 疲労解析

(1) 解析対象諸元

表-1に解析対象諸元を示す。せん断スパン比 a/d,上限荷重比 S,損傷比 lc/a を解析変数にとり,有効圧縮ストラット幅及び角度の正弦,等価有効圧縮強度係数を算出した。解析ケースは,合計 23 ケースである。損傷比の定義は,2.2 に述べたとおりである。今回の検討ケースにおいて,損傷比-0.38 及び,-0.23 は健全なはりを示す。疲労解析において,下限荷重は 9.8kN に固定した。載荷方法は,上限荷重まで静的載荷を行い,上限荷重に達した後,載荷周波数 1Hz で繰返し載荷を行った。

(2) 荷重変位図に及ぼすひび割れ先端位置の影響

図-7 に各損傷比を有するはりの静的解析結果を示す。 いずれの a/d においても, lc/a 約 0.8 で耐力が著しく増加 しているのが確認できる。lc/a 約 0.8 とは,載荷点と支点 を結ぶ線分上にひび割れ先端が存在する場合を示してい る。図-8 に解析結果に基づく応力伝達領域に関する概 念図を示す。ひび割れ先端位置を決定する幾何学的因子 を独立変数に選ぶ時,最大の耐力を発揮する最小主応力 分布が存在すると考えられる。耐力の発現に最も効果的

表-1 解析対象諸元

せん断 スパン 比	スケール ファクタ	上限荷重比	上限荷重	損傷比	破壊サイクル	有効圧縮 ストラッ ト幅	有効圧縮 ストラッ ト正弦	等恤有効 圧縮強度 係数
a/d	п	S(%)	$P_{max}(kN)$	lc/a	Nf	<i>w</i> (mm)	sina	\mathcal{V}_{S}
		100	89.8	-0.38	1	307	0.28	1.00
			112.0	0.50	1	259	0.28	0.88
2.9			159.4	0.75	1	348	0.28	1.16
			105.3	1.20	1	332	0.27	1.03
		20	71.8	-0.38	577777	218	0.28	0.71
			89.6	0.50	2677	236	0.29	0.84
		80	127.5	0.75	1764	307	0.28	1.01
	1 20		84.3	1.20	27277	319	0.27	1.02
	1.50	60	53.9	-0.38	115277781	236	0.28	0.79
	_		67.2	0.50	105277781	331	0.30	1.27
			95.7	0.75	562777	324	0.28	1.09
			63.2	1.20	1665277	183	0.29	0.67
		40	35.9	-0.38	1580277801	252	0.27	0.81
			44.8	0.50	2292777801	157	0.28	0.54
			63.8	0.75	137777781	229	0.33	1.08
			42.1	1.20	407777781	300	0.26	0.89
	0.97	100	132.3		1	184	0.50	1.00
1.6		90 56	118.8	-0.23	32	185	0.48	0.92
			73.5		70277778	175	0.50	0.95
		100	00 163.9	0.77	1	189	0.48	0.96
		80 60 40	131.1		11777	164	0.50	0.89
			98.3		1165277	135	0.50	0.73
			65.6		135277781	117	0.52	0.69

※下限荷重:9.8kN

な最小主応力分布の稜線の中で、載荷点と支点を結ぶ曲 線を最適荷重伝達経路と定義すると、 lc/a 約 0.8 の場合, ひび割れ面がストラットを横断せず、圧縮応力伝達領域 が局所化することで、圧縮応力の主軸が、最適荷重伝達 経路に近接すると考えられる(図-8(a))。一方,ひび割れ 先端がストラットを横断する位置に存在する場合、ひび 割れ面上の作用最大せん断応力が健全時と比較して減少 する。その結果, 主応力角が低減することで, 最適荷重 伝達経路から圧縮応力の主軸が逸脱する(図-8(b))。ひび 割れ先端が極端にスパン内部に存在する場合、圧縮応力 伝達域が限定されないため、圧縮応力主軸が逸脱すると 考えられる(図-8(c))。主応力方向の変化に起因して, 圧 縮応力の主軸が,最適荷重伝達経路から逸脱する場合, ストラットに作用する内力を軸力に変換して外力に抵抗 するタイドアーチ的機構を十分発現することができず, 耐力の低下に繋がったと考えられる。

(3) S-N曲線に及ぼすひび割れ先端位置の影響

図-9 に各損傷比を有するはりに対する S-N 曲線を示 す。縦軸は上限荷重を示し、横軸は破壊サイクルを対数 軸で示している。いずれの a/d においても、lc/a 約 0.8 の はりでは、静的耐力は高いが負勾配が大きく、疲労耐力 の低減に伴い、破壊繰返し回数がその他のはりの結果に 漸近する傾向が確認された。lc/a 約 0.8 のはりでは、圧縮 応力伝達領域の局所化により、繰返し載荷に伴う損傷蓄 積領域が限定されたことが原因と考えられる。

5.2 有効ストラット角度に及ぼす損傷比の影響

図-10に算出された有効ストラット角正弦を示す。線 形近似線を実線で示した。正弦は、*lc/a*=0.8 付近におい て上限荷重比の低下に伴い増加傾向にある。ストラット 角の変化は、鉄筋定着部に水平力が繰返し作用すること により生じると考えられる。*lc/a*=0.8 のはりでは、40% 程度の上限荷重比が作用する場合においても、定着部へ の損傷蓄積が少ない状態で破壊に至ることが推察される。 他の*lc/a*を有するはりにおいて、各*a/d*に対する変化は ほぼ見られないことから、*lc/a*がストラット角度に及ぼ す影響は無視できると言える。

5.3 有効ストラット幅に及ぼす上限荷重比の影響

図-11に算出された有効ストラット幅を示す。*lc/a*約 0.8における結果の線形近似線を実線で示し、その他を破 線で示した。いずれの場合も、上限荷重比の低下に伴い、 ストラット幅が減少傾向にあることが確認できる。いず れの*a/d*においても健全なはり(*lc/a=-0.38,-0.23*)において、 減少率の低下が確認できる。健全なはりでは、5.1に述べ たように、ひび割れの存在による圧縮応力伝達領域の局 所化が生じないため、損傷蓄積領域がひび割れを有する はりより広範囲に及ぶことが原因と考えられる。*a/d=1.6* の健全なはりのストラット幅に着目すると、上限荷重比 の低下に伴うストラット幅の減少量が小さいことから、





a/d の小さなはりほどストラット幅の減少量は小さいこ とが推察できる。実線で示した lc/a=0.8 付近のはりでは, ストラット幅の減少率が他の損傷比を有するはりと比較 して高いことが確認できる。ひび割れの存在による圧縮 応力伝達領域の局所化によりストラット幅の減少率が高 くなることで, 5.1 に示した S-N 曲線の負勾配が増加す る可能性がある。

5.4 等価有効圧縮強度係数

図-12 に算出された等価有効圧縮強度係数vs 及びそ の線形近似線を示す。lc/a=0.8 付近のはりのデータに対 する線形近似線を実線で示した。いずれのケースも、概 ね有効ストラット幅の影響を受けて、上限荷重比の低下 に伴いvs が減少傾向にあるのが確認できる。しかしなが ら, lc/a=0.75, a/d=2.9 のはりにおいて, vs は概ね一定の 値を示した。*lc/a*=0.8 付近では, 図-10 に示したように, 正弦の値が上限荷重比の低下に伴い増加する傾向にある ことから、有効ストラット幅が減少傾向を示しているに もかかわらず,正弦の2乗の積に比例するusが概ね一定 の値を示したと考えられる。lc/a=0.77, a/d=1.6の結果に 着目すると、上限荷重比の低下に対して最も減少率が高 いことが確認できる。従って、繰返し荷重作用下に供さ れたひび割れを有する RC はりにおいて, ストラットに 対する損傷の蓄積を最も考慮すべきなのはせん断スパン 比の小さいはりである可能性が示された。

算出された等価有効圧縮強度係数は、現行の設計指針 に記される有効圧縮強度係数の最小値(約 0.4)を上回る 値であった。本研究の対象範囲において、現行の設計指 針に記される、最も安全側の状態を考慮して設計を行え ば、繰返し荷重作用下に供される、ひび割れを有する RC はりにおけるストラットの安全性は確保されていると言 える。しかしながら、個体差によるばらつきを考慮した 結論を導くためには実験に基づく検証が不可欠である。

6. 結論

本研究により得られた主な結果を以下に示す。

- (1) タイドアーチ的機構の発現に効果的な範囲にひび 割れを有するはりでは、損傷蓄積領域が限定され、 上限荷重比の低下に伴うストラット幅の減少が生 じる。その結果、繰返し回数の増加に伴い、せん断 疲労耐力が急激に減少する。
- (2) ストラットの有効圧縮強度係数は、上限荷重比の低下に伴い減少傾向を示す。その傾向は、せん断スパン比の小さなはりで顕著である。

参考文献

- 前島拓,子田康弘,土屋智史,岩城一郎:塩害による鉄筋腐食が道路橋 RC 床版の耐疲労性に及ぼす影響,土木学会論文集 E2, Vol. 70, No.2, pp.208-225, 2014,6
- 2) 上田多門,岡村甫:疲労荷重下のスターラップの挙動、コンクリート工学, Vol.19, No.5, pp.101-116,1981
- Y. Yamada, N. Chijiwa, M. Iwanami: Shear fatigue mechanism of reinforced concrete beams with cracks due to rebar corrosion, Proceedings of the Fourth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering, Tokyo, Japan, 2014, 11
- ACI Committee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, 2008, 2
- 二羽淳一郎、山田一宇、横沢和夫、岡村甫:せん断 補強鉄筋を用いない RC はりのせん断強度式の再評 価、土木学会論文集,第 372 号, V-5, pp.167-176, 1986
- K. Maekawa, A. Pimanmas, H. Okamura : Nonlinear mechanics of reinforced concrete, Spon, London, 2003
- 7) 藤山知加子,商峰,櫻井信彰,前川宏一:直接経路 積分法に基づく鋼コンクリート合成床版の疲労寿 命推定と損傷モード,土木学会論文集 A, Vol.66, No.1, pp.106-116, 2010, 3
- 山田一宇,青柳征夫:ひび割れ面におけるせん断伝 達,第2回RC構造のせん断問題に対する解析的研 究に関するコロキウム論文集,pp.19-28,1983,9