

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	空気加圧法による漏れ検査に関する基礎研究
Title(English)	Basic study for leak test using compressed air
著者(和文)	土屋順裕
Author(English)	Nobuhiro Tsuchiya
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10005号, 授与年月日:2015年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:香川 利春,川嶋 健嗣,北條 春夫,松村 茂樹,只野 耕太郎
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10005号, Conferred date:2015/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成 27 年度 博士（工学）学位論文

空気加圧法による漏れ検査に関する基礎研究

東京工業大学大学院総合理工学研究科

メカノマイクロ工学専攻

土屋 順裕

指導教員 香川 利春 教授

川嶋 健嗣 教授

空気加圧法による漏れ検査に関する基礎研究

論文要旨

本論文は、「空気加圧法による漏れ検査に関する基礎研究」と題し、全 6 章から構成されている。

第 1 章「序論」では、この研究を開始するに至った背景と解決しようとする課題を述べた。背景としては、温水の容器や熱交換器の漏れ検査において、最も広く用いられているヘリウムを用いた検査法が、ヘリウムの需給の不安定という問題を抱えるようになったことを述べ、生産ラインにおける製品の漏れ検査を、空気加圧法により代替する必要性があることを述べた。そこで、空気加圧法による漏れ検査を、ヘリウム検査法や手間のかかる水没漏れ試験法に代替すれば、工業的価値が大きいと考えた。そして、空気加圧法の実用性を検討することを目的とした。

第 2 章「漏れ計測」では、漏れ計測方法の現状調査を行い、特に漏れの表示量すなわち次元に関する考察を行った。また現状における規格および様々な漏れ試験方法の整理を行った。そこで本研究が取扱う漏れ計測方法を空気加圧法とし、なかでも空気加圧の後に圧力の変化を観察して漏れを求める方法に限定している。

第 3 章「空気加圧法」では、空気加圧法には、いろいろな種類があるので、それらの技術的特徴を調べ、空気加圧法が、現実の作業性に優れていることを、論証している。また空気を用いる方法と、ヘリウムを用いる方法を比較すれば、感度、精度ではヘリウムを用いた方が優れていることは論を待たない。しかし漏れについての多くの検査対象にヘリウムを用いることは、しばしば性能過剰であり、空気加圧法により要求される漏れ検出水準での検査が可能であることを実証した。

第 4 章「大容量タンクに対する漏れ計測」では、150 L 程度の大形容器の漏れ検出について、漏れの無い場合と人工漏れを付加した場合の比較実験を行い、この容量クラスの容器に対する空気加圧法適用の可能性を調べた。

まず供給圧力をゲージ圧 30 kPa から、ゲージ圧 500 kPa の範囲で変化させて、充填後の内部圧力、及び温度が変化する様子を調べた。容器の圧力変化は実際の漏れによる質量変化に加えて、温度変化による圧力変化で生じる見かけの質量変化を仮想漏れと定義して検討を加えた。仮想漏れ量は低圧ほど相対的（仮想漏れ/真の漏れ）に小さくなるという特徴がある。しかし、低圧にすることにより数値が小さくなって、精度が悪くなることや、実際の加圧試験は耐圧試験を兼ねるので、低圧試験を実用することは有利でないことを明らかにした。

この実験に続き、容器内の空気の温度分布を知るために、多数の熱電対を容器に取り付けて、その温度分布が時間的に変化する様子を調べた。このようにして求め

た平均の温度を用いて、漏れ流量と温度、圧力の関係を求めることができることを示した。漏れの大きさは容器内気体の状態量や環境温度の影響を受けるが、漏れ通路の大きさを表示する幾何学的定数 K_R を定義し、これを実験データから推定する手順を示した。ここで定義した K_R を求めておけば、任意に与えられたガス種、及び実験条件のもとでの漏れ量を推定することができる。そしてこの方法を適用する場合の課題を整理した。

第5章「熱交換器に対する漏れ検査」では、比較的容量の小さい容器の場合に、空気加圧法の試験時間を短縮することを目的として、新しいデータ処理法を考案し、それを実験的に検証して実用性を検討した。新しい方法は、一定時間ごとの圧力測定値の数値から、その差分数列を求め、差分数列の極限值が漏れに比例した差圧を与えることに着目したものである。これは、漏れによる質量減少が生み出す圧力差分は定数であるのに対し、温度変化によって生じる圧力差分は、時間の指数関数に類似した変化を示し、時間増加に伴い急速に減少するという特性に着眼したものである。ここでは、工場の製造ラインを想定して測定時間5分程度に設定して、実験を行った。実験環境として、断熱空間、通常防風、強制送風の3種類での実験を行い、それぞれで漏れ流量の推定値と実測値が許容できる誤差範囲で一致することを確認した。以上により実際に工場現場で採用されている水準の漏れ判定が可能であるとされた。

第6章「結論」では、本論文により得られた結果を総括するとともに今後の課題について述べた。

本論文は容器の漏れ検査法として、空気加圧法を適用する場合の制約及び問題点を明らかにし、問題点のいくつかを解決したものである。漏れの大きさを表す方法として、漏れ抵抗の係数 K_R を定義した。圧力測定値の数値から、その差分数列を求め、差分数列の極限值が漏れに比例した差圧を与えるという原理に基づく漏れ判定を実証し、課題であった時間短縮が可能であることを確認した。

空気加圧法による漏れ検査に関する基礎研究

目次

1. 序説	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 研究の動機	3
1.3 本研究の目的	9
2. 漏れ計測	11
2.1 漏れとは何か（定義）	11
2.2 漏れの単位	12
2.3 漏れ試験の方法と種類	16
2.4 本研究が取り扱う範囲	19
3. 空気加圧法	22
3.1 加圧法の一般特性	23
3.1.1 単圧加圧法とその特性	23
3.1.2 差圧法とその特性	25
3.1.3 流量測定法とその特性	32
3.2 空気圧を用いた漏れの閾値の決定方法	33
3.2.1 水漏れ量と空気漏れ量の理論値	34
3.2.2 水漏れ量と空気漏れ量の実験値	39
3.2.3 ヘリウム漏れ量と空気漏れ量の比較	44
3.3 本章のまとめ	47
4. 大容量タンクに対する漏れ検査	50
4.1 質量流出による圧力変化と温度変化による圧力変化	51
4.2 見かけの漏れ流量	54
4.2.1 真の漏れと見かけの漏れ	54
4.2.2 実験による検証	55
4.2.3 実験装置及び実験方法	56
4.2.4 実験結果とその整理；圧力の影響	57
4.2.5 考 察	62
4.3. K_r の推定	64
4.3.1 K_r 推定の理論	64
4.3.2 実験的検討	67
4.3.3 実験結果	69
4.3.4 データ整理と考察	71
4.4 本章のまとめ	78

5.	熱交換器に対する漏れ検査	81
5.1	数学モデル	82
5.1.1	温度による圧力変化	82
5.1.2	外部温度の影響	87
5.2	実験	89
5.2.1	実験装置	89
5.2.2	実験条件及び実験方法	92
5.2.3	実験結果	96
5.2.4	実験結果の整理方法	100
5.2.5	実験結果の検討	104
5.2.6	漏れ無しの判定について	110
5.3	本章のまとめ	113
6.	結論	115
	付録： A キャピラリー流れ	117
	B オリフィス流れ	125

1 章

1. 序説

1.1 研究の背景

1.2 研究の動機

1.3 研究の目的

1.1 研究の背景

漏れ検査は何のためにするのだろうか？素朴な疑問であるが、何の漏れかによって、その答は異なる。

水が漏れるという場合を考えてみよう。身近な例として、家庭において水道の水が蛇口から漏れたいたならどうするだろうか？当然蛇口から滴る水が見えているのだから、自分で修理するか、修理業者を呼んで修理してもらうかになる。

では、どこで漏れているかはわからないが、最近水道代金支払額が増えたなどという場合はどうか？その場合は、各家庭への水道配管の入口に設置されている、水道メータの蓋を開けてみる。これは一種の積算流量計で、それについているパイロット回転子の動きで最小単位の流量が検出されるから、これで漏れがわかる。水道代金が増えるほどの水漏れにも大小あろうが、例えば蛇口から太さ 1 mm 位の糸状の水漏れがあるときの漏水量は、約 6 m³/月で水道代は、約 1,900 円ほどである。（東京都水道局ホームページ <https://www.waterworks.metro.tokyo.jp/kouhou/pamph/guide/pdf/kurashi-23.pdf>,

(download, 2015/06/20)

もっと微小な水道水の漏れを発見しようとするなら、水を使っていない状態で、1 回転 1 リットルのパイロット回転子が回るのを見極められるかどうかにかかってくる。このパイロットが半日(6 時間) かけて半回転するのが確認できたとすれば 1.4 mL/min の漏れが発見できたことになる。しかし、水漏れ修理を依頼しても、漏れ場所が確認できなければ出張費だけを支払う羽目になりかねない。

家庭においては、水が漏れて水道代金が増えては困るので、日々家人が監視して、家屋に被害が及ばない範囲で、修理するかどうかを決めることになる。

化学プラントにおいて冷却水が漏れていたならどうであろう。すぐに保全部が修理するわけで、水漏れに対してそれぞれの会社ごとに遵守する規格など [1] があり、社内基準値を持っているはずである。当然、定期的な検査も行われている。目的は化学製品の品質に対する悪影響を防ぐためであり、工場の環境保全、むだな経費の削減も目的である。水など、液体の漏れの場合は、量的な発見よりも、漏れた液あるいはその痕跡により発見されるほうが多いし、明確でもある。

1 章

気体が漏れる場合はどうであろう。気体の場合は、目には見えない。漏れる流量が少ないものなら、香水の容器からの漏れがある。香水は、香料とエタノールの混合物であるが、香水の容器のネジ部やディスペンサーの嵌合部から揮発した中身が抜けてしまう場合がある。エタノールが揮発して瓶から漏れが発生する量は、まさに微量漏れである。香水なら良い香りが漏れ出すだけなので気にする必要はないか？仮に輸送中に香水が漏れ出し、傍にあった食料品の荷物に香りが付着してしまったなら問題である。つまり香水の漏れ検査は、商品の蒸発による品質劣化を防ぐためであり、香水の周辺への香り漏れによる被害を防ぐためでもある。ガス漏れの場合には、微量の漏れでもそれとわかるように、付臭剤を加えて、発見しやすいようにしてある。

もう少しサイズの大きい気体による漏れ検査を行うものには、次のようなものがある。空気圧駆動で動く装置のシリンダーや気密タンク、エアコンや給湯器の熱交換器、自動車のラジエーターや、屋外に設置される各種のガスタンクなどである。漏れ検査はこれらの製品が所定の機能を発揮するため、また、内部の液体や気体が漏れ出すことによる被害の発生を防ぐために行われる。気体を使う漏れ検査には、気体を入れる目的の容器を気体で漏れ検査する場合と、液体を入れる容器を気体で漏れ検査する場合とがある。

以上のように、漏れ検査はさまざまな産業分野で欠かせない技術となっており、工業製品を対象とする漏れ検査においては、部品製造工程や中間検査工程、完成品検査工程などで広く行われている。漏れ検査の対象品の例として、先に上げたように、ガス機器及び配管、加圧容器、水道配管類、電気器具類、自動車部品などがすぐに思い浮かぶが、実は食品、薬品、化粧品などの小型容器類はすべて漏れ検査の対象品である。こうして見ると、漏れ検査と無縁の工業製品を見つけるのが難しいくらいである。

一般に、漏れ検査では、検査対象固有の検査基準値を設定し、検査もこれに従って実施する。漏れ検査に関する工業規格は、ASTM が最も早くから整備されているが、現在では JIS [2] にも基礎的な規格がある。ISO では ASTM [3], [4] とほぼ同じ内容 [5] が、検討中となっている。JIS の漏れ試験方法（この場合の試験は、検査と技術的には同等である）は、目的や対象により、多様なものがあり、液没法 [2]、発泡法 [6]、圧力変化法 [7] 加圧法、流量測定法、超音波法、ヘリウム漏れ試験方法 [8] などが規定されている。これらの方法にはそれぞれ得失があり、検出可能な漏れのレベルにも違いがある。

現在、著者が勤務している工場でも、水漏れが許されない重要部品については、ヘリウム漏れ試験方法を用いている。ヘリウム漏れ試験装置は検出能力が高く、 10^{-10} [Pa \cdot m³/s] (6.0×10^{-8} mL/min) の漏れをも検出することができる。また検出時間も短く、検出する漏れ量にもよるが 1~5 分程度で検出することができる。しかしヘリウム漏れ試験装置の価格は 1200~1500 万円と高価であり、ヘリウムガスの入手も近年困難になりつつある [9]。

ヘリウムの生産は、1903 年に米国カンサス州における石油採掘に際し、湧出した不燃性

1 章

ガスに含まれていたヘリウムを採取することで始まったといわれる。現在では米国の油田地帯の天然ガスから採取されるものが最も多く、その生産量は世界全体のヘリウム生産の約 80%近くに及んでいる。しかし、アメリカのヘリウム生産は、米国土地管理局 BLM (Bureau of Land Management) に管理されており、需要に対する生産量の不足は BLM からの民間放出によって補われてきている。BLM の貯蔵量以外の、他の国々の生産貯蔵量は少ないので、世界の経済状況の変化によるヘリウムの需要増減により、ヘリウムの価格は大きく影響される [9]。さらに、近年は中国、韓国、台湾などのアジアの各国の、半導体や光ファイバー製造に使うヘリウム需要が高まったことにより、これまでの需給のバランスは崩れつつあり、日本への供給量にも影響が出てくる可能性がある。

さて、日本国内のヘリウム消費量は約 12,000 立方メートル (標準大気) であって (2012 年) [10]、そのうちで消費割合が最も多いのは、医療関係で、全体の約 23%である。これに光ファイバー製造工程、半導体製造工程などが続き、そして、漏れ試験に用いられるヘリウムは第 4 位にあって、全体の約 10%となっている。これは決して少ない量ではない。

近年エアコン製造メーカーにおいては、製品から冷媒ガスが漏れないように、製造工程で行う検査用ガスをフロン HCFC から、オゾン層破壊や温室効果のないヘリウムガスへの置き換えが進んでいる [11]。このように国内のヘリウム漏れ検査方式は、漏れ検査の重要な手法であるとともに、漏れ検査に用いるヘリウムの安定供給がいつまで確保できるのか不安定要素が多いこともうかがえる。

1.2 研究の動機

ここで本研究を始めるに至った動機を説明したいと思う。

まず研究の対象となる製品を紹介しよう。図 1.1 に示すのは太陽熱利用ガス温水システムであり、太陽熱を集熱器で吸収し、その熱で貯湯ユニットにある貯湯タンクに貯えた水道水を温める。貯湯ユニットは天候などで太陽熱が不足した場合のために、バックアップ給湯機を接続してある。集熱器と貯湯ユニットは、基本的に給湯機の給水予熱装置として働いて、ガスの消費量を削減するものである。太陽熱が豊富なときは、太陽熱だけで浴槽の水を加熱することもできる。

System configuration of "SOLAMO"

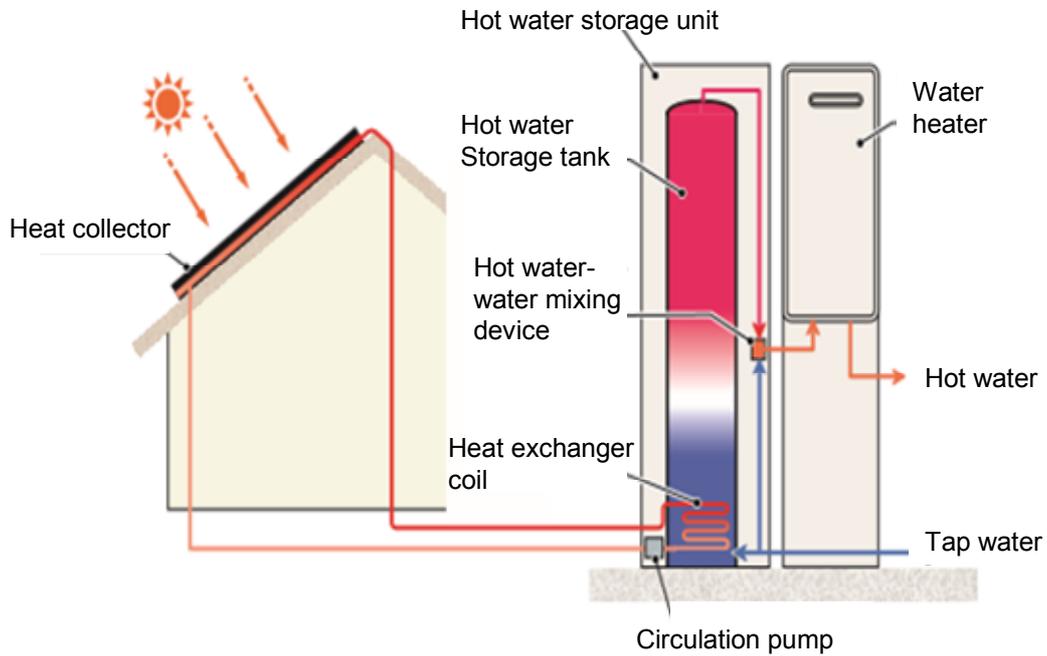


図 1.1 太陽熱利用ガス温水システム

図 1.2 は燃料電池排熱利用温水システムである。これは前記の太陽熱利用ガス温水システムの太陽熱を、都市ガス利用式の燃料電池の発電排熱に置き換えたものである。このシステムでは、水道水で熱回収した温水を貯湯タンクに貯えて有効利用する。

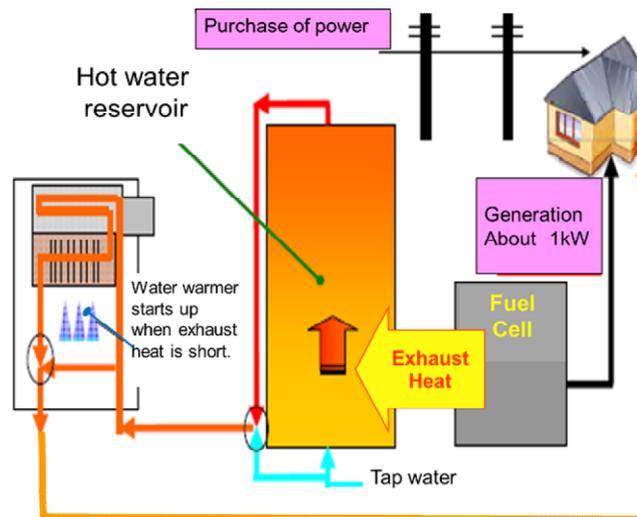


図 1.2 燃料電池排熱利用温水システム

1 章

これらのガス温水設備と呼ばれる製品について、生産工場の概要、生産ラインにおける漏れ検査事情について述べる。

ガス温水設備は、家庭用の設備の一つであって、都市ガスなどガス燃料を、内蔵するバーナーによって燃焼させ、そこで発生する高温の燃焼ガスにより、ガスから水への熱交換器で水道水を温め、家庭内に温水を供給する装置である。

ガス温水設備には、水道水を直接温めてできた温水を、その施設内の必要なところに供給する「給湯器」と、浴槽に貯めた水を追いきまして沸かす「風呂がま」がある。さらにその両方の機能を備えた「風呂給湯器」や、床暖房などへの温水の供給まで可能な「暖房風呂給湯器」もある。後者を設備することは、最近の住宅においては主流となりつつある。

最新のオプション温水設備としては、太陽熱を熱源として集熱パネルで熱交換したお湯や、都市ガス中の水素を利用する燃料電池発電を行い、そのとき発生する熱を回収した温水を貯湯タンクに貯めておき、必要に応じて所望の温度に調節したお湯を供給する、ガス温水システムも登場した。これらの装置は、各家庭に設置された後は約 200 kPa の水道圧に加圧されて運転するため、高い密封性が求められ、水が漏れることは許されない。

さてガス温水設備は、次のようなユニットで構成されている。

- ガス通路ユニットは、燃料ガス通路と、そこに取り付ける遮断弁や流量調整弁、燃焼装置などが組み込まれる。
- 熱交換器ユニットは、ガス温水設備に合わせた継手を溶接した、熱交換器と継手のユニット。
- 水通路ユニットは、所望の湯量に調節するための水量調整弁や遮断弁、逆止弁などを配管でつないだユニット。
- タンクユニットは、お湯を貯めておくタンクと、要求水温になるまでお湯と適量の水道水を混ぜる混合器や、遮断弁からなるユニット。

これらのユニットに組み込む部品は、工場に納入される前に各メーカーにおいて検査に合格したものである。最初の漏れ検査は、これらユニットを組み上げたサブ組立ラインにおいて、組み上がったユニットに対して行う、一段目の工程内漏れ検査である。

メイン組立ラインには、サブ組立ラインで合格した各種のユニットが投入されて、コンベアに載せられたガス温水設備の外郭をなすケースに順次組み付けられて行く。メイン組み立てラインにおいても、途中幾つかのガス通路ユニットや、水通路ユニットが組みつけられた段階で、二段目の工程内漏れ検査が行われる。

最終的な漏れ検査は、メイン組立ラインの最後に、製品として組み上がった状態で行う。そして製品ごとに 1 台当たりの完成時間は異なるものの、5 分～10 分に 1 台の製品が完成する。

生産工程における漏れ検査の実情は、このような条件の下、生産ラインの速度に合わせ、

1 章

しかもコンベアの周辺で検査を行うため、空間的にも制約を受けた中で行う必要がある。そのため求める漏れ検査の閾値に合った検査装置を使うことができない場合があったり、時間制約を満足するために、必要以上に高精度の漏れ検査装置を使わざるを得なかったりする。

現在は空気加圧法、発砲漏れ試験法およびヘリウム漏れ試験方法用いているが、中でも圧力変化法加圧法・差圧法が多く採用されている。空気加圧法が多く採用されるに至った理由は、加圧空気が工場内のコンプレッサーから簡単に入手できることと、ヘリウム検査装置（後述）などと比べ検査装置が安価であること、などが主なものである。タンクユニットの漏れ検査は、タンクが 150 リットルと大型のため、タンク自体は製造メーカーにおいて水没試験法で検査して合格したものが納入される。それに水通路ユニットを工場においてを組み付けた後、発砲漏れ試験法で最終漏れ試験を行っている。1 リットル以下の熱交換器の漏れ試験は、ヘリウム漏れ試験法を適用している。

このような状況の下で、生産ラインにおいてヘリウム漏れ試験（図 1.3）を行っている給湯器用銅製熱交換器（図 1.4）や潜熱回収型高効率給湯機エコジョーズ用のステンレス製二次熱交換器（図 1.5）、（図 1.6）をヘリウム漏れ試験方法以外の方法で検査したいという要望が高まってきた。

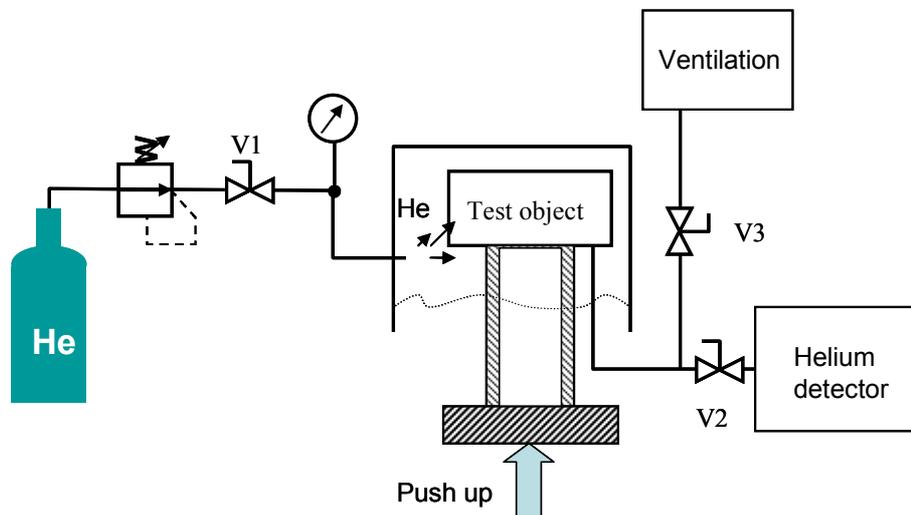


図 1.3 生産ラインのヘリウム漏れ試験

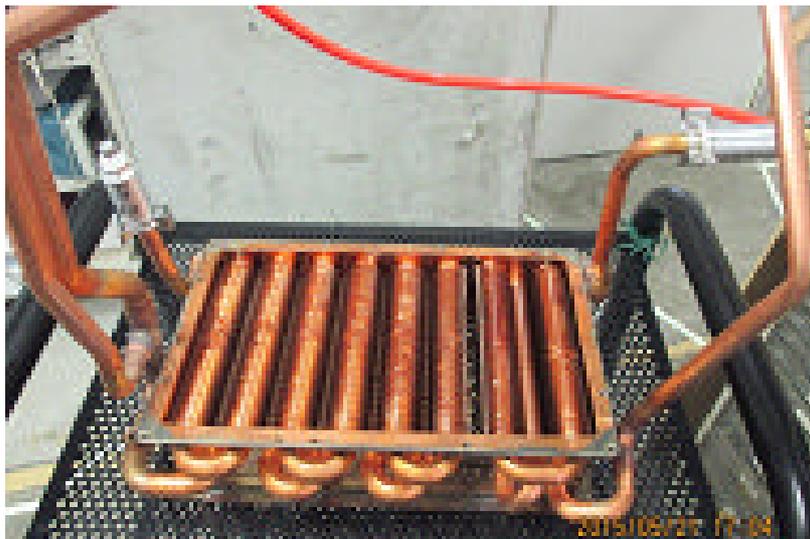


图 1.4 給湯器用銅製熱交換器

‘ECO-JOZU’ System configuration

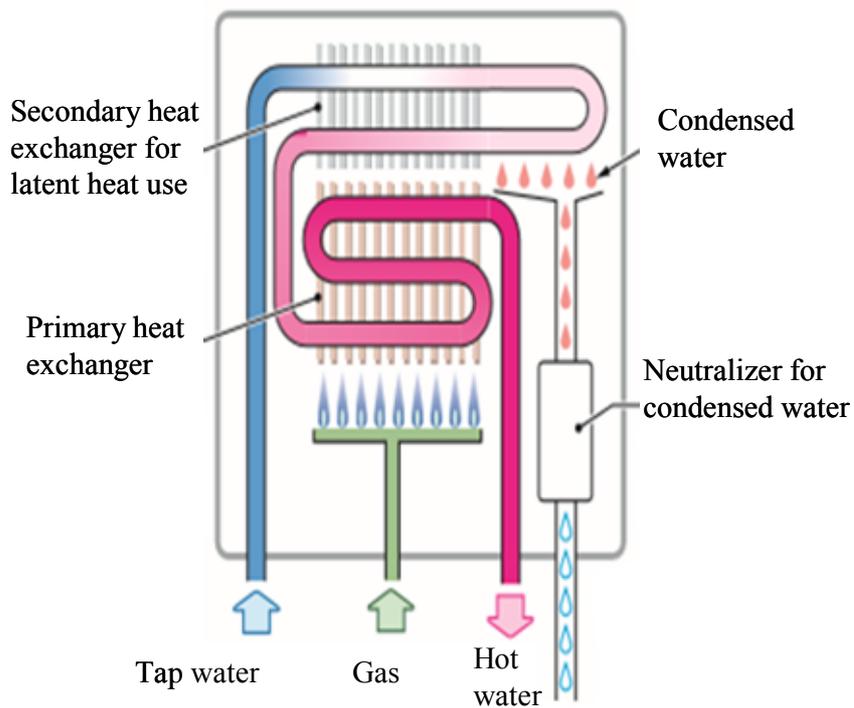


图 1.5 潜熱回収型高効率給湯機



図 1.6 潜熱回収型高効率給湯機用ステンレス製二次熱交換器

また検査対象物の大きさや、生産ラインの制約などからヘリウム漏れ試験法を運用できないため、水没試験法（図 1.7）及び発砲漏れ試験法で検査を行っている 150 リットルの大型ステンレス製タンクについても漏れ量が定量化できる新しい検査方法の導入を要望された。そこで工場として供給量や価格において心配のない、空気を用いた圧力変化法加圧法（図 1.8）によって検査する技術を確立するための研究をおこなうことを計画した。

さて、JIS Z 2332 の圧力変化法加圧法 [7] は、空気圧を封入した後の圧力低下の判定時間を 24 時間又はその整数倍の時間で行うことが望ましいとしている。生産ラインにおける漏れ検査では、このように長い時間を取ることは非常に困難である。そこで、短時間で試験実施ができる空気加圧法による漏れ検査方法を導入し、工場の要求に応えようと考えた。工場生産ラインで流れている部品を用いた実験検証によって、目標の漏れ流量がどのくらいの時間で検出できるか、その条件は何かを確認する研究を行うことにした。

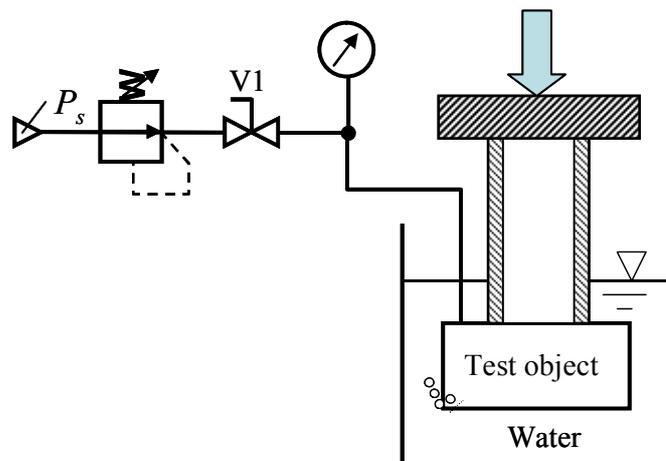


図 1.7 水没試験法

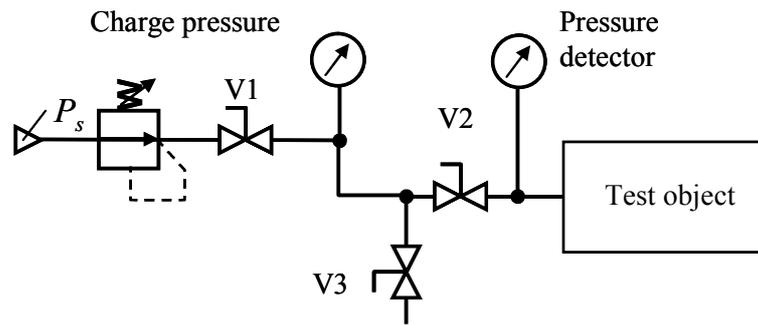


図 1.8 空気を用いた圧力変化法加圧法による漏れ検査

1.3 本研究の目的

本研究では、空気加圧法にて短時間で漏れ計測を行う技術を確立することを目的とする。すなわち、従来ヘリウム漏れ試験や水没法で行っていた水通路の漏れ試験を空気圧加圧法に換える場合の問題点を調査し、それを解決する。具体的には、圧縮性流体（空気）を用いて必要精度を満たす検査手法を確立し、検査時間の短縮および検査設備の小規模化を実現する技術を構築する。

検査対象物は、生産ラインに流れているタンク、熱交換器を対象とし、工程内検査における漏れ検査を前提として、諸条件を設定して検査技術の基礎研究を行う。

具体的には：

- (1) 圧縮性流体（空気）を用いた圧力変化法加圧法で、検知すべき漏れ量を検出する検査手法の確立、
- (2) 検査時間 5 min ないし 10 min 程度で完了することを目標とする基礎研究、
- (3) 容器内部圧力と容器内部空気の温度及び、外壁面温度などの変化の調査、
- (4) タンクにおける充填空気圧力の高さや、漏れ判定に費やす時間が、漏れ検出誤差に与える影響の調査、
- (5) 熱交換器の漏れ検査への影響因子の調査、

である。

1 章 の文献；

- [1] JIS B 8266: 11.6, 耐圧試験 附属書 17 (規定) 圧力容器の耐圧試験及び漏れ試験.
- [2] JIS Z 2330: 2012, 非破壊試験—漏れ試験法方の種類及びその選択.
- [3] ASTM E 432--91 (confirmed 2004), Standard Guide for Selection of a Leak Testing Method

1 章

- [4] ASTM E 479--91(confirmed 2006), Standard Guide for Preparation of a Leak Testing Specification.
- [5] BS EN 13184:2001 (confirmed 2007), Non-destructive testing—Leak testing—Pressure change method.
- [6] JIS-Z2329: 2002, 発泡漏れ試験方法.
- [7] JIS Z 2332: 2012, 圧力変化による漏れ試験方法(2012-09-20 改訂).
- [8] JIS-Z 2331: 2006, ヘリウム漏れ試験方法.
- [9] 大家泉, ヘリウム需給の見通し, 日本高圧力学会, 高圧力の科学と技術 Vol. 22, No. 3 (2012).
- [10] 日本産業医療ガス協会 (JIMGA) 2011 年販売実績データ,
<http://daitoh-mg.jp/2012/11/helium-stop-2.html>, downloaded;2015/6/20.
- [11] ダイキン工業ホームページ, <http://www.daikin.co.jp/index.html>,downloaded;2015/6/20.

2. 漏れ計測

2.1 漏れとは何か (定義)

2.2 漏れの単位

2.3 漏れ試験の方法と種類

2.4 本研究が取り扱う範囲

2.1 漏れとは何か

著者がここで考察する漏れは、工業的に製造された容器などの、内部と外部とが期待していない流通路を通じて、物質の移動が生じる現象である。

一般に漏れとは、境界面を横切って、比較的少量の物質などが、期待していないところに移動することである。光が漏れる、情報が漏れる、などの場合は、物質ではないが、関心の対象が、期待していないところに、それらが移ってくるという点では共通している。しかし、この論文では物質の移動に限定するので、これらは考察の対象外である。

物質の移動の場合には、固体、液体、気体のすべてについて、漏れを考えることができる。固体の場合は、小さな粒子となっているものについてのみ、漏れを考えることができる。そして、その場合の粒子は、液体または気体の中に混入している場合のみ、漏れという言葉が当てはまる。実際、固体粒子を運搬する流体がなくて、固体粒子が移動することは非常に困難で、ごく短時間しか、それは続かない。それは固体の粒子は相互の摩擦力や、通路との間の摩擦によって、始めに存在した通路が塞がれてしまうからである。

上記のような状況であるから、われわれの考察すべき物質が、気体または液体となっているときに、漏れを考えることができる。

漏れという言葉は、微小な通路があって、そこを通るというところに特徴がある。微量の物質の移動であっても、溶出や拡散などは、特定の通路があるために生じるのではない。逆な表現を使うと、漏れ概念はさらに明確になる。すなわち、漏れとは、通路を塞げば止めることができる、物質の移動である。固体粒子の場合は、漏れの通路の寸法が粒子の寸法よりも小さければ、漏れは生じない。液体や気体の漏れでも、分子の寸法よりも小さな通路ならば漏れないということになる。浸透膜の作用はこのような考え方で説明されている。微量な漏れは、最後は、こうした分子一つの通過を数えるという問題にまで行き着く。この論文で扱うのは、そこまで微量の漏れではなく、流体を連続体として扱える範囲に限っている。

ここで生じる素朴で基本的な疑問は、どの位の隙間あるいは大きさまで、巨視的な

法則が成り立つであろうか、というものである。この疑問に対する初等的な回答は、粘性流と分子流の区分である。これは決して明瞭な区分ではないが、この論文では粘性流の範囲の現象を扱い、分子流の問題には入らない。一般に言われているように、分子流はクヌーセン数(Knudsen number)がある程度(通常、0.3程度[1])以上大きい場合に現れる流れで、壁面でのスリップ現象が生じることにより、粘性流と区別される。クヌーセン数 K_n は、

$$K_n = \lambda / D \quad (2.1)$$

λ = 平均自由行程, D = 流路断面の代表寸法 (直径など)

である[1]~[4]. 平均自由行程は、分子が他の分子に衝突するまでの飛行距離である[2]. 分子の衝突とは、分子間の引力が他の分子に影響を与えることであると定義して、計算を行うと、 λ が産出される。 λ は 101.3 kPa, 25°Cで、次のような値となる[3].

単位 nm(nanometer): CO₂; 43.3, O₂; 70.2, N₂; 65.5, Ar; 69.3, H₂; 122.6, He; 196.2.

これで $D=10 \mu\text{m}$ のときの K_n を求めれば、次のとおりとなる。

CO₂; 4.33×10^{-3} , O₂; 7.02×10^{-3} , N₂; 6.55×10^{-3} , Ar; 6.93×10^{-3} , H₂; 12.26×10^{-3} , He; 19.62×10^{-3} .

水素とヘリウムは $K_n \sim 0.01$ のオーダーで、窒素などの3倍近いけれども、それでも分子流の領域からはほど遠いことがわかる。しかし、これは圧力が高いからであって、分子が単位体積空間に存在する数(数密度)は圧力に比例するので、 K_n についても同じことがいえる。たとえば、圧力が 1 kPa に減圧されると、上の数字は 100 倍となり、すべて分子流の領域となる。それゆえ、真空を利用して、漏れの測定を行う場合には、分子流も視野に入れなければならない。本論文では、大気圧よりも高い圧力を使う、加圧法を考察する。それゆえ、登場する現象に分子流は現れないことがわかる。

広い意味での漏れは、物質、エネルギー、情報などの、期待していなかった移動である。本論文はそのうちの流体の漏れを扱う。流体の漏れの形態には、粘性流と分子流に大別できる。本研究はそのうちの粘性流を扱う。

2.2 漏れの単位

ここで扱う漏れは物質特に気体または液体の移動であることを、さきに定義した。これに沿って、漏れを測定する単位を決めるならば、それは、対象を単位時間に通過する物質のモル、または質量であるべきである。すなわち、漏れの単位は

質量流量 G [kg/s]

モル流量 F_n [mole/s], [5]- [10]

が、物質の移動割合という定義と整合する。

物質のモル数 n と質量 M の関係は、その物質の分子量を M_w とすると、質量及び

2 章

モルの関係は

$$M = nM_w \quad (2.2)$$

である。微小時間に流れる質量は、

$$\Delta M = G(\Delta t) = (\Delta n)M_w \quad (2.3)$$

である。それでモル流量を F_n と表せば

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = G = \frac{(\Delta n)}{\Delta t} M_w = F_n M_w \quad (2.4)$$

である。それゆえ、モル流量と質量流量の関係は、

$$F_n = \frac{G}{M_w} \quad (2.5)$$

である。このように、質量流量とモル流量の関係を表すためには、分子量を知っておく必要がある。

実際に漏れを検査あるいは、止める作業をする現場、及びこれらに直接関与する工業規格 (JIS, ISO) などでは、上記の単位はあまり使われず、慣用の単位が使われているのが実態である。

まず現場での状況を見ると、体積流量が最も広く用いられ、次いで EN(Euro Norm) などが用いている $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ である [11]。体積流量は、流体が液体であっても、気体であっても意味が明瞭で、直感でもわかりやすい。しかし、気体の場合には、同じ質量流量に対して、圧力や温度による数値的相違が大きくなることがあるので、数値の取り扱いに注意が必要になる。

これに対して、 $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ は、気体の漏れの測定、表示に適している。液体の漏れに対してこの単位を用いることは、不便であり、不適切である。日本の JIS2332 などに定義されている $\text{Pa} \cdot \text{l}/\text{s}$ (パスカル・リットル毎秒) も使われることがあるけれども、これは $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ のように、SI の単位系と整合しない。

以上のように、一般性 (単位系との整合、流体すべてへの適用性など) の点では上記した単位 (kg/s 及び mole/s) が優れているが、案外使われていない。

これらの複数の単位の間には、もちろん換算関係があるけれども、長さのメートルとインチのように、一意的で不変の換算係数とはいえない。

さて、日本国の現場で、最も親しまれている単位は mL/min (あるいは cc/min) である。これと質量流量との表示数値の関係は、次のように表される。

$$G = (10^{-6} q^* / 60) \rho \quad (2.6)$$

q^* : mL/min で表した流量, ρ : kg/m^3 で表した密度

液体の場合は、圧力や温度による密度の変化が少ないから、密度の値として、理科学年表などに記載されている標準状態の値を用いることができる。

気体の場合は、密度が温度と圧力によって変化するため、上の表記では不十分であ

2 章

る。多くの場合、標準状態の密度を用いて、質量流量を体積流量に換算する。やっかいなことであるが、「標準状態」は、科学・技術の分野によって異なる。物理学や化学で普通に使われている標準状態は、標準 1 気圧、0°C である。すなわち

圧力：101.3 kPa (Abs)，温度：273.16 K.

次に、工業技術中、流体駆動などで使う標準状態は次のとおりである。

圧力：100 kPa (Abs)，温度：293.15 K. [18], [19]

これらのいずれでもない状態を標準状態と称する場合（たとえば、ISO 8778, Standard reference atmosphere, JIS B 8393 などは、圧力標準を 101.3 kPa としている, [20], [21]）もあるので、注意が必要である。

この論文では、上記の (100kPa, 293.15 K) を基準として使う。その主な理由は、101.3 kPa は平均海面上の大気圧であり、海辺以外に立地している工場では 100 kPa 程度が実際の平均的な圧力であること、後に示すように Leak との換算が容易であることなどである。

標準状態に添え字 (0) をつけて表す。また(ANR)を追記して表す。たとえば次のとおりである。

$$q \text{ mL/min(ANR)} = \frac{G}{\rho_0} \times (60 \times 10^6) \quad (2.7)$$

温度や圧力が、この標準状態と異なるときの体積流量を q_c (mL/min) とすれば、次のように換算すれば良い。

$$q_c = q(\text{ANR}) \cdot \frac{\theta_c P_0}{\theta_0 P_c} \quad (2.8)$$

漏れの単位として、急速に広く使われるようになった、 $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ について、質量流量との関係を述べておくことにする。

この単位 [$\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$] は EN (Euro Norm) 13184 において使用されていて (ISO は審議中[12], [22], [23]), 単位系としては SI と整合している。JIS 2332 (漏れに関する日本の規格) は、漏れの単位として $\text{Pa} \cdot \text{L}/\text{s}$ を使っている。これは $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ で表した数値の 1000 倍になり、単位系としては、SI とも整合しないから、海外との文書では注意して、変換などが必要となる。

$\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ が漏れの単位として、広く使われる理由はその便利さにあると思われる。

次のような状況を考えよう。容積 V の容器にガスが封入されているが、この容器からは、わずかな漏れがあるとする。そこでその漏れを測定するために、時刻 $t=0$ において、その内圧を測定し、これを P_0 とする。このとき容器内のガスは平衡状態にあるとみなせるとする。すなわち温度、圧力の変化率は極めて小さいとする。さて、この容器を長時間放置し、時間 T が経過したときに、温度は $t=0$ における値と同じであり、圧力は P に変化していたとする。このときにも、温度及び圧力の変化率は極

2 章

めて小さい値であったとする. 以上のような条件を付けたのは, 内部のガスについて, 両時刻において, それぞれ次の状態方程式が, 必要な精度で成り立つために必要だからである (状態方程式は定常状態に対して成り立つ関係式の一つである).

$$t=0 \text{ において, } P_0V = M_0R\theta \quad (2.9)$$

$$t=T \text{ において, } PV = MR\theta \quad (2.10)$$

以下においては, 漏れを

$$\text{Leak} = \frac{(P_0 - P)V}{T} \quad (2.11)$$

と表す. Leak の単位は, $[\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}]$ となる.

時間 T における平均の質量流量は

$$G = \frac{M_0 - M}{T} = \frac{(P_0 - P)V}{T} \frac{1}{R\theta} = \text{Leak} \frac{1}{R\theta} \quad (2.12)$$

である. すなわち, Leak は質量流量に比例する. 比例係数には温度 θ が関係する. この温度は, 内部のガスの温度である. 次に, この Leak の意味を考えて見る.

容器内のガスの持つエンタルピーは, (内部の流動が無視できるので), 全エネルギーに等しく

$$H_0 = c_v\theta M_0 + P_0V \quad (2.13)$$

である. 第 1 項は内部エネルギー, 第 2 項は圧力エネルギーである. 時刻 T では

$$H = c_v\theta M + PV \quad (2.14)$$

である. 漏れ流れ以外から仕事の出入りはないから, H_0 と H の差は, 容器に外部から供給された熱量を表す. その熱量の一部は仕事に変換される.

$$H_0 - H = c_v\theta(M_0 - M) + (P_0 - P)V \quad (2.15)$$

と表すと, 右辺第 1 項は漏れたガスが運び去った内部エネルギーである. 残る第 2 項はガスの流れを生じさせた仕事である. したがって, $(P_0 - P)V$ は, 時間 T の間に, 外部に対してなされた仕事を表し, 漏れ

$$\text{Leak} = \frac{(P_0 - P)V}{T} = W \quad (2.16)$$

は, 平均の動力ということになる. その単位を調べれば,

$$\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{s}} = \frac{\text{N}/\text{m}^2 \times \text{m}^3}{\text{s}} = \frac{\text{N} \times \text{m}}{\text{s}} = \text{W} \quad (2.17)$$

と, 確かに動力の単位 (W) となっている. これは広く誤解されているようであるが, Leak $[\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}]$ は, 体積流量でも, 質量流量でもなく, エネルギー流量というのが最も近い. なお, この漏れ流れにともなうエネルギー移動は, Leak に $Gc_v\theta$ を加えたものである. すなわち,

$$\text{Energy flux} = \text{Leak} \times \frac{R + c_v}{R} \quad (2.18)$$

である。

漏れを上式のように Leak によって評価するのは、実務上は、非常に便利である。圧力の測定値の引き算と、容器体積、経過時間の乗除だけで表現できる。

さて、漏れを表示するときに体積流量 q (mL/min) を用いることは、現場では広く行われていて、これを排除して、Leak (Pa·m³/s) を強要することが良いともいえないであろう。この場合の体積は、標準状態あるいは、室温とそのときの大気圧での空気(ガス)のもとでの体積である。容器内状態での体積ではない。

標準状態 (293.15 K, 100 kPa) と、Leak との換算は次のようになる。まず m³/s で表した体積流量 Q は

$$\begin{aligned} Q(\text{ANR}) &= \frac{G}{\rho_a} = \frac{(M_0 - M)}{\rho_a T} = \frac{(P_0 - P)V}{\rho_a T R \theta} \\ &= \frac{\text{Leak}}{\rho_a R \theta} = \frac{\text{Leak}}{\rho_a R \theta_a} \cdot \frac{\theta_a}{\theta} = \frac{\text{Leak}}{P_a} \cdot \frac{\theta_a}{\theta} \end{aligned} \quad (2.19)$$

である。温度の換算は、乗数として現れている。 $P_a = 100$ kPa である。 Q [m³/s] から q [mL/min] への換算は

$$\begin{aligned} q &= Q \times \frac{10^6 \text{ mL}}{1 \text{ m}^3} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{\theta_a}{\theta} = \text{Leak} \times \frac{6 \times 10^7}{10^5 \text{ Pa}} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{mL}}{\text{min}} \cdot \frac{\theta_a}{\theta} \\ &= 600 \cdot \left(\text{Leak} \times \frac{\text{s}}{\text{Pa} \cdot \text{m}^3} \right) \frac{\text{mL}}{\text{min}} \cdot \frac{\theta_a}{\theta} \end{aligned} \quad (2.20)$$

である。容器内気体温度が θ_a に等しければ、Leak の数値を 600 倍すると、単位を mL/min としたときの数値となる。この温度に関する乗数 (θ_a/θ) は通常は無視して、単に 600 倍しても、誤差は問題にするほどの大きさにならない。実際、容器内温度は、多くの場合室温となり、その値は 20°C からさほど離れないからである。仮に 3 K 異なっても、誤差は 1% であり、通常の工業上の漏れ検査において、漏れの測定値に 1% の精度を要求することは、あり得ないからである。

2.3 漏れ試験の方法と種類

漏れに多様な形態ないし種類があることを、本章の始めに述べた。それに対し、漏れ試験の種類には、漏れの発見を主目的にするものと、工業製品などの完全性の検査を目的とするものがある。ここでは、後者の検査を漏れ試験と呼んで、その種類などを調査した概略を述べる。表 1.1 は主な漏れ試験法の規格を表にまとめた。この表以外にも規格となっているものがある (たとえば [6]~[17] 参照)。

屋外施設、たとえばパイプラインなどについては、規格化された試験法などはなく、

2 章

メンテナンスの一部として、実施されている[24], [25].

表 1.1 主な漏れ試験法の規格

漏れ試験方法	検出可能な漏れ 量	長所	短所
	[Pa・m ³ /s]		
ヘリウム試験法 真空外覆法（フード 法） (JIS-Z2331:2006)	10 ⁻¹⁰	極微小漏れまで検出可能	検査機械が高価 He ガスが必要 漏れ個所の特定不可
加圧法 (JIS-Z2332:2012)	10 ⁻³ ~10 ⁻⁵	検査手順が簡便	温度補正が困難 漏れ個所の特定不可
差圧法 (JIS-Z2332:2012)	10 ⁻⁵ ~10 ⁻⁶	検査手順が簡便	温度補正が困難 漏れ個所の特定不可
流量計測法 (JIS-Z2332:2012)	10 ⁻²	質量流量の確認可能	供給圧・温度変化による漏れ 流量変動 漏れ個所の特定不可
発泡液法 (JIS-Z2329:2002)	10 ⁻⁴ [mL/s]	漏れ個所の特定可能	10 分以上の圧力保持時間を 要する
加圧法と同じ単位に 換算⇒	10 ⁻⁵		
加圧法 (ASTM E1003-05) (JIS-Z2330:2012)	10 ⁻² ~10 ⁻⁴ [mL/s]	漏れ箇所の確認可能	表面張力の影響； 目視での判定； 乾燥工程が必要
加圧法と同じ単位に 換算⇒	10 ⁻³ ~10 ⁻⁵		定量化は不可能

表に示した規格のうちで、本研究と関係の深いものは、JIS Z 2332: 2012, 圧力変化による漏れ試験方法 (2012-09-20 改訂) である。この規格では、試験方法の種類を 1. 圧力を測定する試験法, 2. 流量を測定する試験法と区分し、さらに圧力を測定する試験法については、1.1 圧力を直接測定する方法 (加圧法, 減圧法, チャンバ法, 圧力変化法密封品チャンバ法), 1.2 組み合わせ試験法 (マスタ容器比較法, 差圧法, 標準リーク法) と区分している。流量を測定する試験方法についての細分類はない。

2 章

この規格の場合は、付属書が A から H までつけられていて、その中で、具体的な試験法が記述されている。A-G が圧力測定法で、H は流量測定法である。圧力測定法の付属書の要点を列記すると、次のようである。

A 圧力変化法加圧法

容器に圧縮空気を導き加圧する。その圧力を測り、一定時間後にまた圧力を測る。圧力降下があれば、漏れとみなす。時間は日数の単位である。温度に相違があれば、状態方程式を使って補正する。加圧による温度上昇は、それが収まってから圧力を測ることとする。大気圧の変化は、必要に応じて考慮、補正する。この規格の漏れ流量の単位は $\text{Pa} \cdot \text{L/s}$ である。(ちょっと珍しい。Z 2331 は $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ で、これが普通) 単位を L/s に直すには、この値を大気圧で割る。ここでは $101,325 \text{ Pa}$ としているが、やや現実的ではない。

B 圧力変化法減圧法

容器を排気装置で減圧する。減圧したときの平衡圧力は容器の変形などに配慮、とある。この規格は定性的で、たとえば圧力、時間などの数値は一切記載されていない。

C 圧力変化法チャンバ法

C 1 : 試験体内に加圧空気を導入するのであるが、試験体は大きな容器に入れてある。その容器は密閉してある。容器内の圧力変化を測り、漏れ出した流量を知る。

C 2 : 試験体内は減圧してその圧力を保持し、容器を密閉して一定時間内の圧力低下を見る。

いずれも温度は平衡状態の温度を使うから、試験体の大きさによるが、試験時間はあまり短くないであろう。この規格に表れる数値は標準 20°C 、標準温度 293 K のみである。定性的である。

D 圧力変化法密封品チャンバ法

容器内に密封製品の内部への漏れ、内部からの漏れを調べる。チャンバを空気加圧して、圧力低下を見る、または減圧して圧力上昇を見る。これは密封製品のため、製品内部の圧力の直接介入ができない場合に使う。

E マスタ容器対比法

漏れないマスタ容器を作っておき、試験体と並列設置して同時加圧する。それぞれに生じる圧力変化の差が試験体からの漏れであるとする。これは圧力計の精度、容器温度など、条件が悪い。

F 差圧法

漏れないマスタ容器を作っておき、試験体と並列設置するが、両容器の接続口に弁を置き独立に遮断できるようにする。弁の下流側の両容器に差圧計を接続しておく。同時加圧して、しかる後、両方の弁を閉じる。差圧計で観測される差圧により漏れを

知る。これも研究を続けている手法であるが、規格にあるような理想的条件は容易に実現できない。

繰り返し使用において、マスタ温度上昇の注意を記載している。逆にマスタ温度が低下する場合もある。むしろこの方が影響は大きい。実験などの経験の裏打ちが示されていないと感じられる。

G 標準リーク対比法

圧力変化法加圧法など、これまでの (A-F) の方法は、空間の体積を知っていないと、漏れ流量の計算ができないものであったが、この標準リーク法では、空間体積を使わずに漏れが計算される。原理は、試験体に流量特性のわかっている細孔など(標準リーク)を、弁を介して接続し、これを使う場合と使わない場合の漏れを比較する。すなわち次の式が成り立つと仮定する。

圧力の添え字の O, C はリーク弁の開, 閉を, 1, 2 は測定終了, 開始の時刻を示す。 Q_s は $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$ の単位で示してある漏れ量で既知とする。

$$\frac{Q}{Q+Q_s} = \frac{P_{C2} - P_{C1}}{P_{O2} - P_{O1}} \quad (2.21)$$

この式は温度が一定であること, 測定時間が共通であること, 容器内空間の体積が両試験で同じならば成立する。この 3 条件が満たされていれば, (2.21) は状態方程式

$$PV = MR\theta \quad (2.22)$$

から, 直接導ける。問題は上の条件のうちの温度条件である。また, 体積条件は試験体容積によっては, 難しくなる。

2.4 本研究が取り扱う範囲

本研究は, 容器の漏れ検査法を扱う。特に漏れ検査法の中の, 圧縮空気を容器に充填して, その圧力低下から漏れを判定する方法に関係する, 技術的要点に関する, 基礎研究を行う。

これは規格などで, 圧力法と呼ばれる方法に属し, 米国の ASTM 規格が古くからあり, わが国はもとより, ヨーロッパ各国もこれに倣っている。しかし技術内容に関しては, さほど詳細な研究は行われてきていない。

実際には内部に水を入れる容器であっても, 水で内圧をかけるよりも, 空気の内圧をかけるほうが, 検出感度は高く, 気体として空気ではなくヘリウムを用いれば, さらに感度が高い上, 検出に必要な時間も短い。あえて空気圧法を選ぶ理由は第 1 章で述べた。使用する空気圧の範囲は, 工場の空気圧源を用いることが容易な 500 kPa 以下とする。容器の漏れ検査では, 小さな容器, 大きな容器はそれぞれ固有の問題を持つようになるので, 本研究測定対象容器の内容量は, 数百 mL 以上, 150 リットル程度までとする。また検査時間は, 工場内における生産ライン内での検査を考慮するので,

2 章

所要時間が数分以内となることを目標として研究を行う。

2 章の文献

- [1] 千田裕彦, 粘性流領域における真空排気の理論計算とその応用, SEI テクニカルレビュー, 第 176 号, p. 1-7. (2010)
- [2] 藤田重次(著), (原啓明, 他訳), 統計熱物理学, 裳華房, p.166. (1991).
- [3] 上平恒, 水とは何か (ブルーバックス), 講談社, 1977 第一刷, 第 36 刷, p.15, (1995).
- [4] H. E. Liepmann and A. Roshko, (訳 ; 玉田琮), 気体力学(Elements of Gasdynamics), 吉岡書店, p.421, (1960).

漏れ関係 ASTM

- [5] ASTM E432-91 Standard Guide for Selection of a Leak Testing Method (2004)
- [6] ASTM E479 – 91 Standard Guide for Preparation of a Leak Testing Specification (2006).
- [7] ASTM E515 – 05 Standard Test Method for Leaks Using Bubble Emission Techniques (2005).
- [8] ASTM E165-71 Test Method for Liquid Penetrant Examination (2003).
- [9] ASTM E1002 – 05 Standard Test Method for Leaks Using Ultrasonics (2005).
- [10] ASTM E1003 – 05 Standard Test Method for Hydrostatic Leak Testing (2005).

漏れ関係 EN, ISO

- [11] BS EN 13184:2001 (confirmed 2007-12), Non-destructive testing—Leak testing—Pressure change method.
- [12] ISO, TC 135/SC 6 Leak detection methods, <http://www.iso.org/iso/home/standards-development/list-of-iso-technical-committees/downloaded-06/11/2013>.

漏れ関係 JIS

- [13] JIS-Z2329: 2002; 発泡漏れ試験方法
- [14] JIS Z 2330 : 2012 非破壊試験－漏れ試験法方の種類及びその選択
- [15] JIS Z 2332: 2012, 圧力変化による漏れ試験方法(2012-09-20 改訂).
- [16] JIS-Z2331: 2006; ヘリウム漏れ試験方法
- [17] JIS Z2333: 2005; アンモニア漏れ試験法

空気の標準状態

- [18] ISO 6358: 1989, Pneumatic fluid power—Components using compressible fluids—Determination of flow-rate characteristics. (100 kPa)
- [19] JIS B 8390: 2000 : 空気圧-圧縮性流体用機器-流量特性の試験方法
- [20] ISO 8778: 1990 Pneumatic fluid power-Standard reference atmosphere
- [21] JIS B 8393: 2000 : 空気圧－標準参考空気

漏れ試験一般

2 章

- [22] 田村芳一, 漏れ試験方法の規格の現状, J. Vac. Soc. Jpn. (真空), Vol. 50, No. 8, p.517-249, (2007)
- [23] Schröder, G., New European standard for the selection of a suitable method for leak detection and leak tightness testing, <http://itis-nl.com/upload/bestanden/downloads/EN1779%20English.pdf> (downloaded 2011/5/31).
- [24] Anderson, G. L., Pinpoint colorimetric leak testing, <http://www.amgas.com/clmwhite.htm> (downloaded /2011/5/31).
- [25] Leak testing ([http:// www.leaktesting.co.uk/leak_detection.htm](http://www.leaktesting.co.uk/leak_detection.htm); downloaded/ 2011/05/12).

3. 空気加圧法

3.1 加圧法の一般特性

3.1.1 単圧加圧法とその特性

3.1.2 差圧法とその特性

3.1.3 流量測定法とその特性

3.2 空気圧を用いた漏れの閾値の決定方法

3.2.1 水漏れ量と空気漏れ量の理論値

3.2.2 水漏れ量と空気漏れ量の実験値

3.2.3 ヘリウム漏れ量と空気漏れ量の比較

3.3 本章のまとめ

3 章で用いる主な記号

a : 円管半径 [m]

A : 流路断面積 [m^2]

A_0 : オリフィス穴断面積 [m^2]

b : 平行板の間隔 [m]

B : 流路幅 [m]

c_d : 流量係数

d : 穴の直径 [m]

g : 単位流路幅あたりの質量流量 [kg/m/s]

G : 流路の質量流量 [kg/s]

L : 流路長さ [m]

m : 流路断面形状で定まる特性長さ [m]

M : 気体の質量 [kg]

Q : 体積流量 [m^3/s]

Q_T : 理論流量 [m^3/s]

P : 圧力 [$\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$]

P_1 : タンク内圧力（抵抗要素上流の圧力）[Pa]

P_2 : 抵抗要素下流の圧力[Pa]

P_a : 流路の出口圧力[Pa]

P_S : 流路の入り口圧力[Pa]

r : 半径座標 [m]

R : 気体定数 [$\text{J}/\text{kg}/\text{K}=(\text{m}^2/\text{s}^2)/\text{K}$]

S : Sutherland 定数

u : x 方向 (流路長手方向) 流速 [m/s]

u_m : 平均流速 [m/s]

U : 流速の代表値 [m/s]

v : 比体積 ($=1/\rho$) [m³/kg]

V : 気体の体積[m³]

w : z 方向流速[m/s]

x : 流れ方向座標 [m]

z : 流れに垂直な方向の座標 [m]

θ : 気体温度 [K]

κ : 比熱比 [-]

μ : 気体粘度 [Pa.s]

ρ : 気体密度 [kg/m³]

τ : 摩擦応力 [Pa]

添え字 0: 基準点

添え字 C: 臨界点

添え字 r : 参照(reference)

添え字 R : マスター

添え字 st : 標準条件 (圧力, 温度, 密度)

添え字 T : タンク

3.1 加圧法の一般特性

3.1.1 単圧加圧法とその特性

単圧計測法は単純圧力変化法の略称であり圧力変化法加圧法 (JIS 2332, 付属書 A) [1]で規定されている. 図 3.1 に示すように漏れ検査対象品に試験圧力を充填して弁を閉じ, 圧力の変化を計測する方法である.

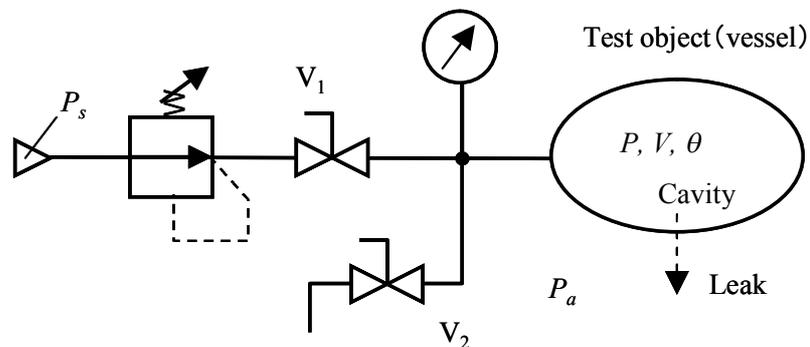


図 3.1 単圧法基本回路

JIS 規格[1] の場合は、 $t=0$ においても $t=T$ においても、容器内空気が定常状態であることを前提としている。そのため変化の結果、温度が一致しない場合は、温度補正が必要となる。

図 3.1 において、 V_1 は圧縮空気を検査対象の容器に充填する弁で、これを通じて、所定圧力の空気を容器に導入する。このとき、弁 V_2 は閉じていなければならない。容器内圧力を上げたところで弁を閉じる。 V_2 は検査終了時に排気を行うために設置してある。このような装置の組み立てにおいて、非常に重要なことは、一般の空気圧のストップ弁として、通常仕様の 2 ポート切換弁、ボール弁その他を用いると、その弁自体に内部漏れや外部漏れがあり、検査対象品の漏れ測定が行えないことである。それゆえ、使用する弁は JIS などの一般規格品(たとえば[2], [3]) をそのまま使用してはならない。それらは、ここで問題にする漏れ流量、たとえば $0.1\text{mL}/\text{min}$ の 100 倍ないし 10,000 倍以下ならば合格としているのである。それゆえ、漏れ検査の回路を作るときには、漏れが無い、あるいは十分小さいことを確認した弁（特に注文するか、あるいは製作）を用いなければならない。

この加圧法は、単純加圧法といってもよいもので、圧力源から供給する空気を減圧弁によって所定の圧力に下げ、空気供給弁の開閉によって漏れ検査対象品に内圧をかける。加圧後、空気供給弁を閉じ、圧力計指示が低下したならば、漏れ有りと判定するものである。この場合、圧力計の指示の変化が検出できるためには、一定以上の時間が必要である。その時間は、たとえば、JIS 2332 では日の単位を前提としていることを、ここで注意しておくべきであろう。圧力計の指示圧力というものも、空気供給の直後には、急激に降下するものであって、これが一応目に見える変化を示さなくなってから、数値を読み取り記録する。その数日後に二度目の圧力の読み取りを行うのである。このようにすべき理由は次のとおりである。

空気供給の直後には、空気充填のための仕事が熱に変換されたことにより、容器内空気の温度が高くなっている。このために圧力上昇も起こしているが、放熱により温度は低下して、やがて室温に十分近づき、それに伴い、圧力も準平衡の状態になる。このときの圧力を、測定開始点圧力（以下では初期圧力）とするのである。このあと、温度の多少の変化はあっても、二度目の圧力測定するときには、一度目の圧力測定時と同じ温度に戻っている必要がある。もし、それが同じでない場合には温度補正が必要である。それにはボイル・シャルルの法則を適用すればよい。

温度補正が不要の場合

$$\text{Leak} = \frac{(P_0 - P)V}{T} \quad (3.1)$$

である。これは圧力のエネルギー PV が時間 T の間に失われたことを示す。したがって単位は動力(W)である。しかし、漏れの工学では、この計算で現れた SI の単位をそのまま読んで、「Pa・m³/s」としている。

初期温度と終端温度に相違がある場合には、

$$\text{Leak} = \frac{V\theta_r}{T} \left(\frac{P_0}{\theta_0} - \frac{P}{\theta} \right) \quad (3.2)$$

とする。このときの参照温度 θ_r は、JIS Z 2332 では 293 K (約 20°C) である。これは、式(3.1)と比べると、若干の違和感があるが、それは漏れを簡便な式(3.1)で表示しようとした結果として、やや無理を生じたのである。漏れの本質を、内部質量の減少割合という定義に従えば、時間 T にわたる平均は

$$\theta_0 = \theta = \theta_r \quad (3.3)$$

であることを始めに規定して、それを (3.1) の前提にしてあげれば、違和感は生じないと思われる。

ここで述べた単位や記号は、JIS2331 とは若干異なる。すなわち JIS の場合、内部加圧では、漏れは負の値となるが、我々の定義した Leak は外への漏れが正符号となるように定義してあること、体積の単位は m³ で、SI にあわせていること (JIS Z 2332 はリットル; L) などである。なお、式 (3.2) は次のように質量変化に換算できる。

$$\begin{aligned} G &= \frac{M_0 - M}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{P_0 V}{R\theta_0} - \frac{PV}{R\theta} \right) = \frac{V}{RT} \left(\frac{P_0}{\theta_0} - \frac{P}{\theta} \right) \\ &= \frac{1}{R} \left(\frac{P_0}{\theta_0} - \frac{P}{\theta} \right) \frac{V}{T} = \frac{\text{Leak}}{R\theta_r} \end{aligned} \quad (3.4)$$

単位間の換算は、2 章で説明したとおりであるが、この単圧法に関しては、Pa・m³/s が特に便利である。その場合は $R\theta_r = 8.42 \times 10^4 \text{ J/kg}$ である。

3.1.2 差圧法とその特性

差圧計測法(JIS Z 2332, 付属書 F)[1] は、漏れのない基準品(マスター)と漏れ検査対象に同時に試験圧力をかけ、弁閉鎖後に生じる差圧を計測する (図 3.2)。この方法は二つの容器内で温度変化が同じであると仮定した方法である。

この装置の原理は次のようなものである。マスターと称する、検査対象品と同じ製品であって、漏れが無いことを確認してある容器を用意する。図 3.2 中の V_4 は排気弁、 V_3 は平衡弁、 V_1 、 V_2 は充填弁である。 V_3 を開、 V_4 を閉として、 V_1 、 V_2 を開いて圧縮空気の充填を行う。次いで V_1 、 V_2 を閉じる。このとき差圧

計出力は 0 である．そこで、 V_3 を閉じる．もし検査対象に漏れがあれば、こちらの圧力 P_T は、マスターの圧力 P_R よりも下がり始める．検出される差圧が漏れにより生じた圧力損失であると考えれば、漏れの計算式は式 (3.1) に代わる次式となる．

$$\text{Leak} = V \cdot \Delta P / T \quad (3.5)$$

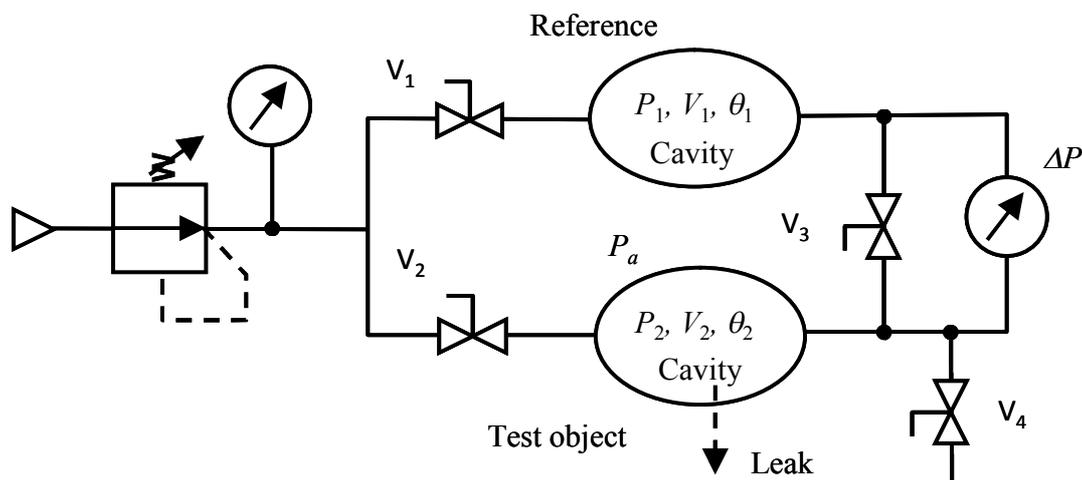


図 3.2 差圧法の基本回路

工業規格 (JIS, EN など) に定める単圧法の基本的な弱点は、それが非常に長い時間を必要とすることである．差圧法は、これに比べて、比較的短時間で検査を終わることができる．その理由の第 1 は、なんと言っても圧力計のレンジの問題である．単圧法の場合、圧力計のレンジは充填圧より高くなければならない．たとえば、400 kPa の充填圧を必要とするならば、圧力計のレンジは 500 kPa または 1000 kPa となるであろう．500 kPa レンジで精度 1% ならば、少なくとも 5 kPa 以上の圧力降下が生じるまでの時間を待たねばならない．それは、容器寸法によるとはいえ、非常に長くなることは容易に予想できる．実際、0.1 mL/min の漏れを検出するとしよう．容器の容量は 1L(0.001m³) とすると、10 kPa の圧力損失を生じるために必要な時間は、

$$(0.1/600) \text{ Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s} = 10,000 \text{ Pa} \times 0.001/T$$

から、

$$T = 6 \times 10^4 \text{ s} = 1000 \text{ min} = 16 \text{ 時間 } 40 \text{ 分}$$

である．工業製品を製造ライン上で漏れ検査するというような目的があるならば、これはおよそ現実からかけ離れた数値である．

こうなる理由は 10 kPa という大きな圧力降下でないと、圧力計の精度 5 kPa を超えて、それらしい測定値とならない、というところにある．差圧計はこの

問題を解決するために考えられたといえるであろう。差圧計ならば、特別な仕様でなくても、式 (3.5) に示す出力 ΔP は 50 Pa 程度の精度を持つことができる。上記の単圧式と同じ漏れならば、観測値が 100 Pa となる場合、単圧式の 1/1000 の差圧検出であるから、時間も 1/1000 に短縮できるであろう。

これは非常に気の利いた方法のように見えるが、実務に当たってみると、そうではないことがわかる。空気圧加圧法では、圧縮空気を容器に押し込むことが最初のプロセスであるが、このとき、容器内の空気はかなりの温度上昇をする。(始めに容器内にあった空気が断熱圧縮されると説明されることがあるが、断熱しているわけではないので、その説明は不正確である)。プロセスとしては、空気を押し込むために、気体に対して仕事がされるのであるが、その仕事が容器内では熱になってしまうので、それで温度が上がるのである。単圧法では、十分長い時間をとるので、温度が上がっても、周囲に放熱して平衡温度に達してから圧力を測定すれば、この問題は計測に支障を与えない。

*漏れが無くても差圧が生じる

差圧法は、単圧法の欠点である、長時間を費やすという問題を解決したように見えるが、問題はそう簡単ではない。圧縮空気充填で生じた温度上昇が、放熱により室温に戻るのには、相当の時間が必要である。温度低下によっても、漏れによる質量損失によっても、同じように圧力低下が生じる。差圧法の当初の発想はこの温度による圧力低下がマスターを使うことでキャンセルできるであろうというものであった。詳しく述べると次のような考えである。

「マスターと検査対象は「同じ」製品であるから、その放熱特性も同じはずである。したがって、差圧を測れば、温度低下による圧力低下は、両方の容器に同じように生じるであろうから、特別な温度補償は不要であろう。」

しかし、実測をすると、そうではないことが明らかとなる。すなわち、マスターだけでなく、検査対象品も漏れの無いものを使って、差圧測定を行うならば、差圧は常に 0 となるはずであるが、実際は前の数値例のような、1 L 程度の容器で、数分で 100 Pa 程度の差圧が生じることが普通に起こる。

これはなぜかということであるが、まず二つの容器、マスターと検査品との設置場所は同一ではない。寸法が非常に小さい物品ならば、位置の相違による影響が少ないこともある。そういう場合でも、熱的な履歴により、温度の影響は変化する。温度が 1 K 異なっていれば、容器内が基準値として 400 kPa(Abs)、温度 293 K 程度ならば、約 1.4 kPa の圧力差が生じることを忘れてはならない。温度が 1 K 異なることは少ないであろうが、異なる場所にある容器内空気温度の差を 0.1 K 以内に管理、制御することが容易でないことは、一般の理解を得る

ことができると思う。そして、温度差 0.1 K ならば、圧力変化 140 Pa になる。

検査品は加圧後に温度が低下するプロセスを一回だけ、経験する。マスターはある試験体の検査終了後に排気をするのであるが、このときには、空気充填とは逆に空気を外に押し出す仕事を、容器内空気が行うので、温度が低下する。この温度低下が完全に回復するには、相応の時間がかかり、通常は容器壁面が室温より低い状態で、次の検査のための空気充填が始まる。それゆえ、容器の温度は、空気充填開始時において、マスターとワークとは異なる。したがって、マスターの環境と検査品（ワークと呼ばれる）の環境が非常に類似している場合であっても、圧縮空気充填後に差圧が生じて、それが漏れによるものとは言えないのである。要するに、充填・放出を繰り返した容器と、始めて充填を行う容器とでは、容器外のすべての環境、条件が同じであっても、圧力変化は異なったものとなる[4]。

このような物理的な背景があるので、マスター・ワーク方式の差圧法、すなわち規格に定める方法では、漏れが無くても漏れと誤認される差圧を生じる。このため、漏れを検出する計測器のメーカーなどでは、全圧力降下から、温度低下による圧力降下を補償して、質量流出による圧力降下を見分けようとする努力を払っている。それが「温度補償機能」と称して、各メーカーがそれぞれ工夫を行っているものである。その中には有効なものも若干あるが、効果があまりないものもある。この論文は各メーカーの性能調査や比較を行うものではないが、ほぼすべてに共通する問題点は指摘しておく。それは、マスター・ワーク式差圧法の場合には、作業開始頃のデータすなわち、朝などの作業開始における 1 個以上の検査品では、正しい結果が出ないことである。これはいずれのメーカーも認めている。これはマスター容器の熱容量は、内部空気温度よりずっと大きいので、容器温度の初期条件が、数回の充填・放出後でないと、安定した値とならないことが、主な原因である。実験室での研究結果[5], [6], [7] などを見ると、このような現象を軽視しているように見受けられる。

このように、差圧法は、短時間で検査を終了させることができるので、実際の生産ラインなどで利用できる場合があるが、単圧法と同じ程度までに、検査結果の信頼性を高めるためには、装置やデータの取り扱いの工夫の上に、十分な経験、履歴を加味する必要がある、当初考えられたように単純ではない。

*** どの程度の漏れならば検出できるか**

次に式 (3.5) でどの程度の漏れが検出されるかを調べてみる。
まず、おのおののタンクにおいて、次の式が成り立つ[8]。

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta \theta}{\theta} \quad (3.6)$$

この場合、参照用タンクはあらかじめ調査を行って、漏れが無いことが確認されているものとする。参照タンク（添え字 R ）においては次式を得る。

$$\frac{1}{P_R} \frac{dP_R}{dt} = \frac{1}{\theta_R} \frac{d\theta_R}{dt} \quad (3.7)$$

試験タンクについては次式が成り立つ。

$$\frac{1}{P_T} \frac{dP_T}{dt} = \frac{1}{\theta_T} \frac{d\theta_T}{dt} + \frac{1}{M_T} \frac{dM_T}{dt} \quad (3.8)$$

これより

$$\frac{1}{M_T} \frac{dM_T}{dt} = \left(\frac{1}{P_T} \frac{dP_T}{dt} - \frac{1}{P_R} \frac{dP_R}{dt} \right) - \left(\frac{1}{\theta_T} \frac{d\theta_T}{dt} - \frac{1}{\theta_R} \frac{d\theta_R}{dt} \right) \quad (3.9)$$

である。差圧法では、左辺の 4 つの変数を測定するのではなく、 P_T と P_R の差を測定する。

二つの容器において

$$V_R P_R = M_R R \theta_R \quad (3.10)$$

$$V_T P_T = M_T R \theta_T \quad (3.11)$$

が成り立つから、

$$P_T - P_R = R (M_T \theta_T / V_T - M_R \theta_R / V_R) \quad (3.12)$$

である。漏れはここに現れた変数 ($P_T, P_R, M_T, M_R, \theta_T, \theta_R$) に比べて、微小量であるから、

$$\left. \begin{aligned} P_T &= P_{T0} + \Delta P_T \\ M_T &= M_{T0} + \Delta M_T \\ \theta_T &= \theta_{T0} + \Delta \theta_T \\ P_R &= P_{R0} + \Delta P_R \\ M_R &= M_{R0} + \Delta M_R \\ \theta_R &= \theta_{R0} + \Delta \theta_R \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

として、一次微小量の間になり立つ関係を調べる。温度は、参照タンクと試験タンクにおいて独立に変化するから、初期値からの変化量は Δ をつけて表す。ここでの初期値は、測定開始時点での値である。測定は充填から若干の時間をおいてから開始する。 V_T, V_R は定数とする仮定は、これまでと変わらない。また、参照タンクでは漏れがないので、 $\Delta M_R = 0$ である。

さて、検出される圧力差は

$$P_T - P_R = (P_{T0} - P_{R0}) + (\Delta P_T - \Delta P_R) \quad (3.14)$$

である．式(3.14)の右辺の計算では，一次微小量の積は無視する．式(3.10)，(3.11)の右辺を計算すると

$$\begin{aligned}\frac{(M_{T0} + \Delta M_T)(\theta_{T0} + \Delta\theta_T)}{V_T} &= \frac{M_{T0}\theta_{T0}}{V_T} + \frac{M_{T0}\Delta\theta_T + \theta_{T0}\Delta M_T}{V_T} \\ \frac{M_{R0}(\theta_{R0} + \Delta\theta_R)}{V_R} &= \frac{M_{R0}\theta_{R0}}{V_R} + \frac{M_{R0}\Delta\theta_R}{V_R}\end{aligned}\quad (3.15)$$

である．これより

$$P_{T0} - P_{R0} = \frac{RM_{T0}\theta_{T0}}{V_T} - \frac{RM_{R0}\theta_{R0}}{V_R}\quad (3.16)$$

$$\Delta P_T - \Delta P_R = \frac{M_{T0}\Delta\theta_T + \theta_{T0}\Delta M_T}{V_T/R} - \frac{M_{R0}\Delta\theta_R}{V_R/R}\quad (3.17)$$

である．式 (3.16) は差圧の初期値であり，計測時間の経過により変わることはない．時間とともに変化するのは，式 (3.17) である．これを次のように書く．

$$\frac{\Delta P_T - \Delta P_R}{R} = \frac{\theta_{T0}\Delta M_T}{V_T} + \frac{M_{T0}\Delta\theta_T}{V_T} - \frac{M_{R0}\Delta\theta_R}{V_R}\quad (3.18)$$

まず，この式において，次の式が成り立つ場合を考える．

$$M_{T0}/V_T = M_{R0}/V_R\quad (3.19)$$

これは，測定開始時において，二つの容器内空気の密度が等しいということである．この式が成り立つ場合には

$$\frac{\Delta P_T - \Delta P_R}{R} = \frac{\theta_{T0}\Delta M_T}{V_T} + \frac{M_{T0}}{V_T}(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)\quad (3.20)$$

である．ここでさらに $\Delta\theta_T = \Delta\theta_R$ と仮定すれば，漏れ質量 $\Delta M \propto \Delta P_T - \Delta P_R$ となる．しかし，このような仮定は，すでに注意したように，科学的根拠のないものであるから，その上に理論や技術を作ることはできない．

一般的には，漏れ流量は次式で表される．

$$\Delta M_T = \frac{V_T}{R\theta_{T0}}(\Delta P_T - \Delta P_R) - \frac{M_{T0}}{\theta_{T0}}(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)\quad (3.21)$$

差圧計を使うことにより，

$$\Delta P_T - \Delta P_R = \Delta P\quad (3.22)$$

が直接出力されるから

$$\Delta M_T = \frac{V_T}{R\theta_{T0}}\Delta P - \frac{M_{T0}}{\theta_{T0}}(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)\quad (3.23)$$

これを通常の評価パラメータ（標準状態での体積流量; Q ）で表すと

$$TQ = \frac{V_T}{\rho_{st}R\theta_{T0}}\Delta P - \frac{M_{T0}}{\rho_{st}\theta_{T0}}(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)\quad (3.24)$$

である。ただし、添え字 st は工業標準状態 (20°C, 以下, 単に標準状態という), 添え字 $T0$ はタンクの初期状態である。ここで, θ_{T0} はほぼ標準状態に近いものと考えてよい。著しく標準状態と異なるのでは, 誤差が大きくなるから, なるべく標準状態に近い値で測定を行うのがよい。そのように設定してあるとすると,

$$TQ = \frac{V_T}{P_{st}} \Delta P - \frac{RM_{T0}}{P_{st}} (\Delta\theta_T - \Delta\theta_R), \quad P_{st} = 100 \text{ kPa} \quad (3.25)$$

である。この式は, 差圧が漏れ流量を表すのではないこと, 第 2 項で表される修正を加えることにより, 漏れがわかることを示す。この修正項がゼロのときには, 発生差圧は

$$\Delta P = P_{st} \frac{TQ}{V_T} \quad (3.26)$$

であって, これは始めの式, (3.5) に他ならない。式(3.5)は実は温度による圧力変化が無い場合, ないし十分時間がたって, マスターと検査対象の内部の空気温度が同じになった場合の式である。

表示単位を, Q については ml/min, T については min, V_T については L(リットル)とすれば

$$\Delta P = P_{st} \frac{[T][Q]}{1000[V_T]} \quad (3.27)$$

である。これは, 単圧式の場合の P のところに P_{st} が入っただけの式である。これだけならば, 優位性は少ないが, 圧力計のレンジが, 単圧では 1 MPa レベルであるのに対して, 差圧計では 1 kPa レンジのものでも使えるから, さほど無理なく, T, Q の指定が行える。この式に供給した圧力 P_{T0} などが現れないのは一見奇妙に見えるかも知れない。実は, この式は, 標準状態での体積変化は, 標準状態でいくらの圧力変化をもたらすかを表しているにすぎないのである。この式はまた, 容積が大きいものほど, 漏れがあってもそれが圧力に反映しにくいという, 当然の理屈をすぐ数値で表すものとして, 便利である。

例題

$T=5 \text{ min}$, $Q=0.5 \text{ mL/min}$, $V_T=100 \text{ L}$ のときに生じる差圧を求める。上の式(3.27)に代入して,

$$\Delta P = 100 \text{ kPa} \frac{5 \times 0.5}{1000 \times 100} = 2.5 \text{ Pa}$$

である。差圧計はこのレンジで作動するものを用意しなければならない。それは容易ではない。しかし漏れ検査すべき容器が 1 L の場合は, 250 Pa の差圧を

生じるから、差圧計としては特別のものでなくて良いであろう。

上の例は、非常に都合の良い場合の結論であり、実務上は採用できない。それは温度の影響の項を単純に 0 と置いていることである。実は、温度による影響は、二つの容器（タンクなど）に独立に現れるので、0 と置くことができない。

$$TQ = \frac{V_T}{P_{st}} \Delta P - \frac{RM_{T0}}{P_{st}} (\Delta\theta_T - \Delta\theta_R), \quad P_{st} = 100 \text{ kPa} \quad (3.28)$$

$$M_{T0} \approx \rho_{T0} V_T, \quad P_{T0} = \rho_{T0} R \theta_{T0} \quad (3.29)$$

であるから、温度の影響する項（上の式の第 2 項）を $V_{C\text{-temp}}$ と書けば

$$\begin{aligned} V_{C\text{-temp}} &= \frac{RM_{T0}}{P_{st}} (\Delta\theta_T - \Delta\theta_R) \approx \frac{\theta_0 RM_{T0}}{P_{st}} \frac{(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)}{\theta_0} \\ &= V \frac{P_{T0}}{P_{st}} \frac{(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)}{\theta_0} \end{aligned} \quad (3.30)$$

となる。温度影響項の大きさは容器容積に比例し、充填圧に比例する。温度差の項 $(\Delta\theta_T - \Delta\theta_R)$ がゼロになるという根拠は存在しないし、それを測定している ΔP から推測する方法もない。それゆえ、差圧式を用いて、レンジの壁を解消するための条件として、温度影響項の減殺が不可欠となる。しかし、それは非常に難しい技術である。

差圧式のなかには、参照容器を使わないで、定圧源により圧力バイアスを取るといった考え方のものがある。その場合にも温度の影響は補償されない。ただ、大型容器などの場合は、設備として、参照容器を使わない方が有利であろう。以上述べたように、同形・同仕様の容器を参照検体として用いるという方法が、漏れ測定の精度向上に有効である場合が無いとはいえないが、一般的には逆効果となる場合もある。

3.1.3 流量測定法とその特性

流量計測法 (JIS 2332, 付属書 H) は、漏れ検査対象品内へ試験圧力を充填し、圧力を維持するために必要な流量を流量計で検出してこれを漏れ流量とする方法である。

この方法の最も単純化した回路が図 3.3 に示してある。これは次のように動作させる。まずすべての弁が閉じてある状態を初期状態として、圧力制御弁により、 P_0 を設定する。次に弁 V_2 を開くと、検査対象品の内圧が上がる。圧力が P_0 で落ち着いたならば、 V_2 を閉じ、 V_1 を開く。このとき、流量計の出力が 0 でそれが持続すれば、漏れはない。流量計で、ある流量が測定されたならば、そ

れは検査対象品からの漏れであろう，というものである．この方法は，漏れが小さくなると，実施が非常に難しくなる．

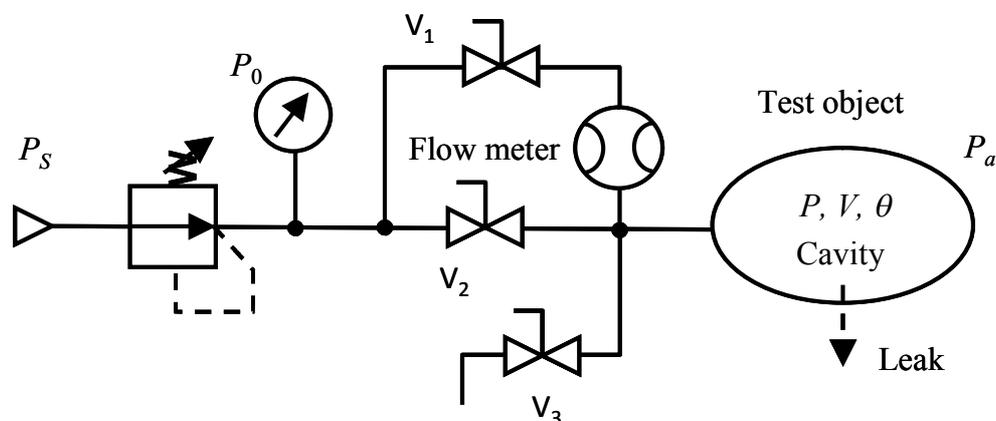


図 3.3 流量計測法

問題の第 1 は減圧弁（圧力制御弁）の流量ゼロの近傍の特性は一般に不安定で，ある程度以上の圧力変化がないと，弁は開かないし，開く圧力（クラッキング圧力）は，通常 1 kPa 以上のばらつきがある．それゆえ，圧力設定弁は特別なものを用意しなければならない．流量計は，漏れ流量を測定するのであるから，微小流量計ということになる．微小流量計は，難しい機器であり，このような閉回路の中に組み込めるものは，かなり特殊なものとなる．もちろん市販されている流量計の中に，漏れ測定の目的にかなうものがあるが，その校正，検定は容易な作業ではない．この方法の場合も容器内空気の温度変化による圧力低下が流量を発生するので，容器内空気が十分安定するまで，漏れがなくても流量計はゼロでない値を発信するので，十分な温度安定時間後の流量を漏れとしなければならない．この方法は，検査時間が長い上に，精度を上げるために，減圧弁と流量計を共に高性能とする必要があり，したがって単圧法，差圧法よりも実施困難と判断した．よって，本研究では，この方法を採用しない．

3.2 空気圧を用いた漏れの閾値の決定方法

閾値は，いろいろな場合に定義される．本節「漏れの閾値」と著者が定義するのは，水通路の漏れ測定において，水では漏れないが，空気では漏れが発生する流量の上限である．すなわち，閾値と称する数値は空気の流量で，その数値以下の空気ならば流れるが，水は流れないという流量である．なお，一般的な漏れ検査の閾値は，漏れの有無による製品の合否判定を行う境目の数値である．すべての測定値に誤差が含まれていて，完全な 0 は到達できない理想値で

あるから、測定器出力に、閾値の設定を行うことは必要である。それゆえ、漏れ検査の閾値は製品ごとに異なる。

3.2.1 水漏れ量と空気漏れ量の理論値

漏れの通路は、整った形の場合は少なく、通常は不規則に曲がり、流路断面は一定ではない。しかし、基本的幾何学的寸法と漏れの大きさの基本的概念を持つことは、漏れ測定や、漏れ対策技術を進める上で必要となる。本節では、基本的幾何学的形状として、細管と小孔を考える。流体は、液体、気体ともニュートン流体を考える。気体の流れについては、粘性流のみを考える。

(A) 細管などの場合 [9], [10], [11], [12]

まず、細管は、その断面に対して、流れ方向の長さは十分大きくて、いわゆる流れの助走区間[12],[13]は考えなくてよいものとする。このときの流量公式は、次のようなものである。

流路の幅に比べて、高さは小さい隙間の場合は、平行平板間流れで近似する。単位幅あたりの流量は次のようになる。

液体（平行平板）

$$q = \frac{b^3(P_1 - P_2)}{12\mu L} \quad (3.31)$$

気体（平行平板）

$$g = \rho_a q_a = \frac{b^3}{24L} \frac{(P_s^2 - P_a^2)}{\mu RT} \quad (3.32)$$

液体では、ここで扱う 1 MPa 以下の圧力では、密度は一定とみなせる。

流路を円管とした場合の流量の式は次のとおりである。

液体（円管）

$$Q = \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (3.33)$$

気体（円管）

$$G = \frac{\pi d^4 (P_s^2 - P_a^2)}{256\mu R\theta L} \quad (3.34)$$

式(3.31)~(3.34)を導く手順は、付録 A に記載した。

ここで、下流側が標準大気の状態である場合を考えると、

$$G = \rho_a Q_a \quad (3.35)$$

であるが、気体の場合の質量流量は(3.34)を次のように書くことができる。

まず(3.34)を因数分解して

$$G = \frac{P_s + P_a}{2R\theta} \cdot \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (3.36)$$

このように、気体の場合の質量流量は、液体の場合の体積流量に、流路の中心の圧力における密度を乗じると得られる。これと標準状態密度の関係は

$$\left(\frac{P_s + P_a}{2R\theta}\right) / \rho_a = \left(\frac{P_s + P_a}{2R\theta}\right) / \left(\frac{P_a}{R\theta}\right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{P_s}{P_a}\right) \quad (3.37)$$

である。よって

$$G = \frac{1 + P_s / P_a}{2} \cdot \rho_a \cdot \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (3.38)$$

あるいは

$$Q_a = \frac{1 + P_s / P_a}{2} \cdot \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (3.39)$$

となる。これは、気体の体積流量を概算するときに Hagen-Poiseuille の式を使うときの誤差がどの位になるかを表したもので、たとえば $P_s = 500 \text{ kPa(Abs)}$ ならば、3 倍である。

いま、液体の場合と気体の場合の体積流量を、同じ力学的条件で比較する。液体については添え字 L 、気体について添え字 G をつけることにすると、式(3.31)と式(3.32)、式(3.33)と(3.39)から、平行平板の場合でも、円管の場合でも同じ比が次のように得られる。

$$\frac{Q_G}{Q_L} = \left(\frac{P_s + P_a}{2P_a}\right) \frac{\mu_L}{\mu_G} \quad (3.40)$$

よって、流体力学の範囲で考える限り、気体は流れるが、水は流れない流路や圧力比は存在せず、閾値も存在しない。

(B) オリフィスないしノズルの場合

ノズルとオリフィスの区別を何により行うかという、明確な定義は見当たらない[13]。書物であれ、文献であれ、著者による判断に任されているようである。いずれも流体の流れに対する絞りであるが、オリフィスは流量断面の縮小、拡大が比較的短い区間で急激、ないし不連続的に生じているもの、ノズルは断面の縮小、拡大のいずれか、または両方が、緩やかに生じているもの、という見解は共通である。しかし、薄刃オリフィスのように、誰が見てもオリフィスと呼ぶであろうものと、消防用ノズルのように、オリフィスと呼ばれることはまず無い、というもののよう形がかけ離れていれば、区別も難しくない。しかし、四分円ノズルのように、四分円オリフィスと呼んでも違和感のないものもある。流量係数を縮流係数と速度係数に分けて、縮流係数が 1 となるものをノ

ズルと呼ぶ，という考え方もあるが，縮流係数を測定して，1であるか否かの判定は，実は容易ではないから，実地的な定義とはならないであろう．本章では，細管として扱えない程度に流路長さの短い絞りを，ノズルないしオリフィスの中にも含めることにする．

ここで考えているノズルないしオリフィスのイメージを図 3.4 に示す．

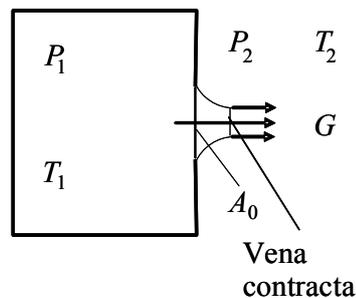


図 3.4 オリフィス

液体（オリフィス）

オリフィスを通る流れでは，ベルヌーイの定理などを使って，いわゆる理論流速を求め，それに孔の面積をかければ，オリフィスを通る理論体積流量(Q_{Th})は次のようになる．

$$Q_{Th} = A_0 U = A_0 \sqrt{2\Delta P / \rho} \quad (3.41)$$

上の式は非圧縮性流体の場合の式で，気体の場合はこれとは違う形の式になるが，それを以下で導くことにする．オリフィスを出た噴流は流路断面が慣性力により縮小し，孔の面積よりも小さくなる．これを縮流という．最小断面部を **Vena contracta** というが，これはもとラテン語で，学術書では英語，ドイツ語共通して，この名前を使うことがあるし，和書でもかな書きしない．

気体，液体によらず，上記の縮流が生じるから，実際の流量は，

$$Q = c_d Q_{Th} = c_d A_0 U = c_d A_0 \sqrt{2\Delta P / \rho} = c_d A_0 \sqrt{2(P_s - P_a) / \rho} \quad (3.42)$$

となる． c_d は流出係数，流量係数などと呼ばれる．式(1)と(2)を比べれば

$$A = c_d A_0 \quad (3.43)$$

c_d には，流路断面積の縮小のほかに，流路断面上の速度分布の影響も含まれている．残念ながら，現在の CFD は実験によらずに， c_d を求めるに至っていない．それゆえ， c_d は一般的に実験によって求める．実験は古来多く行われていて，実験式があるので，あとでそれを参照する．

流体が液体であれば，式 (3.42) に既知の数値を代入して，流量を得る．ただ

し、流量係数 c_d があらかじめ既知ということはありません。これはレイノルズ数の関数であり、その関数は実験的に求める。レイノルズ数は多くの場合

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d v} = \frac{4G}{\pi d \mu} \quad (3.44)$$

と、 Q または G を使って表示されるから、そのときには、繰り返し代入などの演算が必要である。

気体（オリフィス） [14]

気体のオリフィス流れに関しては、次の Saint Venant-Wantzel の式が良く知られている。

$$G = c_d A_0 \frac{P_1 \psi_0}{\sqrt{RT_1}} \phi(p), \quad p = \frac{P_2}{P_1} \quad (3.45)$$

ただし

$$\phi(p) = \begin{cases} 1, & 0 < p < p_c \\ \frac{1}{\psi_0} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} (p^{2/\kappa} - p^{(\kappa+1)/\kappa})}, & p_c < p < 1 \end{cases} \quad (3.46)$$

$$\psi_0 = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (3.47)$$

である。

図において、流量が一定となる区間、すなわち $p < p_c$ では、ノズル出口、オリフィスでは最小断面において流速が音速に達して、出口圧力 P_2 の変化によらず質量流量が一定となる。

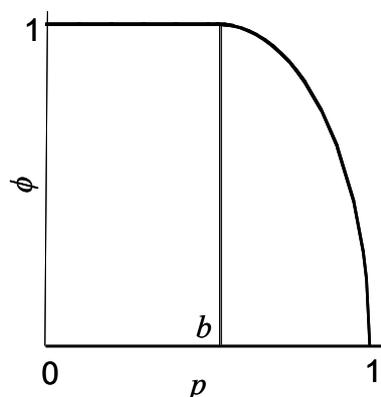


図 3.5 気体のオリフィス流れ（理想条件）

これは理想的な場合である。流量係数 c_d は、液体の場合と同じ値が使えるこ

とが、実験的に知られている。流量係数はレイノルズ数によって変化する。そのため、上の理論式は、上流圧力を一定にして、下流圧力を変えた場合には正しい。しかし、上流圧力が変化する場合には、質量流量変化により Re が変わって流量係数が変わるので、臨界比以下でも $\phi(p)$ は定数とならない。

式(3.44)により、臨界比以下の圧力比では

$$G = c_d A_0 \frac{P_1 \psi_0}{\sqrt{RT_1}} = c_d A_0 \rho_c w_c \quad (3.48)$$

である。これはチョーク流れと呼ばれる。漏れ試験の場合、容器内空気圧は、通常臨界比で決まる圧力より高圧となるから、オリフィスを通る流れは、この式で決定する。

流量係数は多くの文献中に見られるが、低いレイノルズ数についてのデータは少ない。Lichtarowicz の実験式は[15]、直径と長さの比(d/L)をパラメータとした円筒絞り（円筒オリフィス）に関するものであるが、代表速度が理論速度としてあるので使いやすい。

レイノルズ数は式 (3.44) に代わり

$$Re_h = \frac{w_c d}{\nu_c} = \frac{\rho_c w_c d}{\mu_c} \quad (3.49)$$

により求める。なお、代入により

$$Re_h = \frac{P_1 d}{\mu_c \sqrt{RT_1}} \psi_0 = \frac{P_1 d}{\mu_c \sqrt{RT_1}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (3.50)$$

となる。粘度は次の Sutherland の式[13]により求める。

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T+S}{T_0+S} \quad (3.51)$$

であるが、 $T_0=273.15$ K のとき、空気では $S=110$ 、ヘリウムでは $S=79.4$ である。

同じオリフィスを液体が流れる場合と気体が流れる場合の質量比は、式(3.41)と式 (3.49) から、

$$\begin{aligned} \frac{G_G}{G_L} &= c_d A_0 \frac{P_s \psi_0}{\sqrt{RT_s}} / c_d A_0 \sqrt{2(P_s - P_a)} \rho_L = \frac{P_s \psi_0}{\sqrt{2(P_s - P_a)} \sqrt{\rho_L RT_s}} \\ &= \psi_0 \sqrt{\frac{P_s}{2(P_s - P_a)}} \frac{\sqrt{\rho_{GS}}}{\sqrt{\rho_L}} \end{aligned} \quad (3.52)$$

である。体積流量の比ならば

$$\frac{Q_G}{Q_L} = \psi_0 \sqrt{\frac{P_s}{2(P_s - P_a)}} \frac{\sqrt{\rho_L}}{\sqrt{\rho_{GS}}} \quad (3.53)$$

である。このように、気体は流れるが、液体が流れないという状況は、流体力

学的な条件の中では説明されない。

この流量比の概略値を示すことは、有益と思われる。液体を水、気体は標準状態の空気として、 P_d/P_s の関数として、この流量比を図 3.6 に示す。この横軸は、空気流れが臨界となる圧力比 0.528 としてある。流れはこれ以上でも生じるのであるが、圧力比が 2 以下の加圧法はあまり実用性がないので、圧力比 0.528 を上限とした。

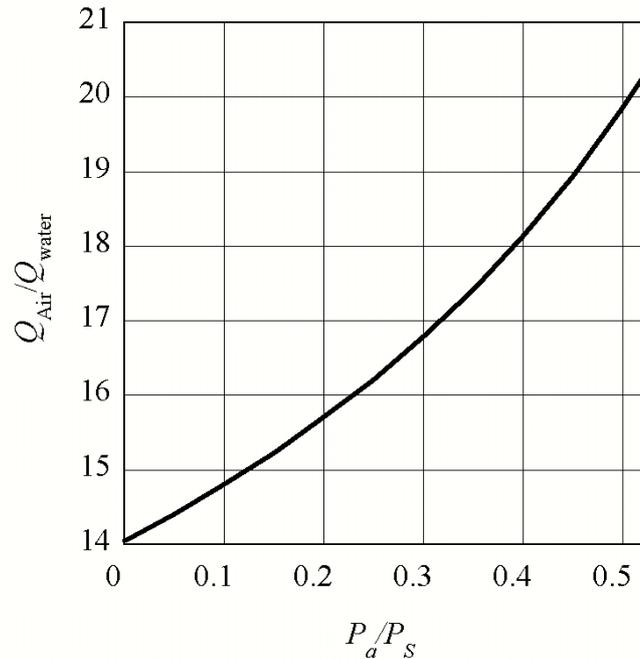


図 3.6 同じ孔を、同じ圧力比のもとで通る水と空気の体積流量比

さて、以上のように、細管や細隙、あるいはオリフィスを通る流れの流体力学上の理論からは、気体の流れ、水が流れないという閾値は導かれない。

3.2.2 水漏れ量と空気漏れ量の実験値

前節では、水漏れが無くても空気が流れるという状況が、通常の流体の流れの理論では説明できないことが明らかとなった。そこで、水は漏れないが、空気が漏れるという状況を実験室内で作り、閾値を実験的に求めることを計画した。

まず、漏れが発見された機器について、原因の調査を進めた。過去の事例のうち、多かったのは、Oリングに繊維、毛髪、加工バリ破片などが付着して、シールの不完全となって漏れを引き起こしたものであった。

この種の漏れを実験室内で再現するために、Oリングに細い銅線を付着させ

た．銅線の直径は 34, 46, 56, 78 μm である．Oリングに銅線を付着させた様子を 図 3.7 に示す．



図 3.7 Oリングに付着させた銅線

この Oリングは, 図 3.8 に示す継手のシールに用いているもので, 内径 5.8 mm, 太さ 1.9 ± 0.08 mm の固定用 Oリング(JIS 2401)である．図において, 流体は水または空気である．空気の場合は, 下流側に微小流量計 (Alicat Scientific.inc. M-0.5SCCM-D 0.0025-0.5mL/min) を接続する．水の場合は, 出口の下にビーカーを置いて, 重量変化及び流出時間を測定して, 流量を算定する．図 3.9 が実験装置全体の概略図である．水压は水ポンプ(手動)で, 圧力計を見ながら加圧する．空気の場合は, 装置に水を入れない状態で, 流量計を試験片下流側に接続し, 空気圧をかけて, 流量測定を行う．

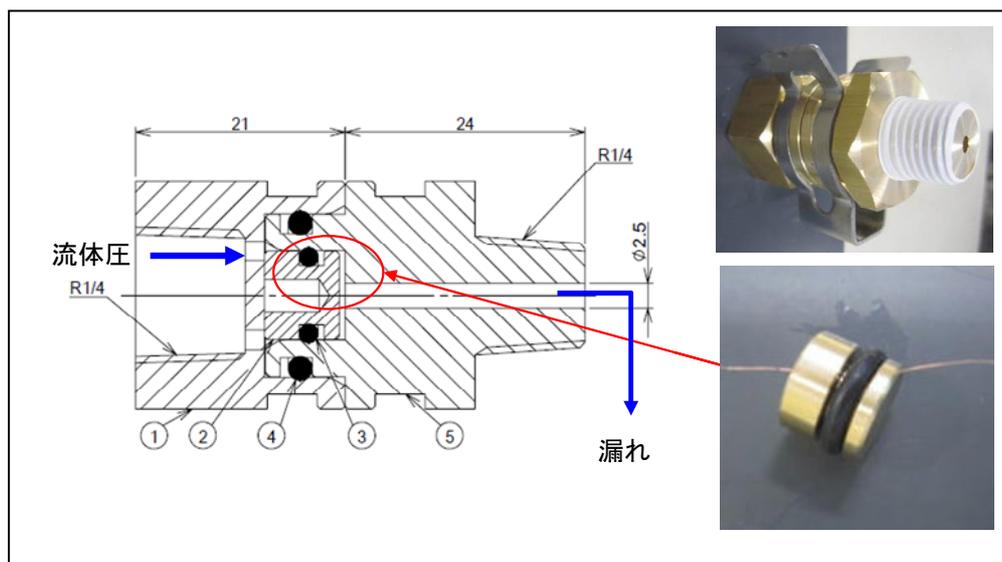


図 3.8 漏れ実験用の Oリングを組み込んだ継手

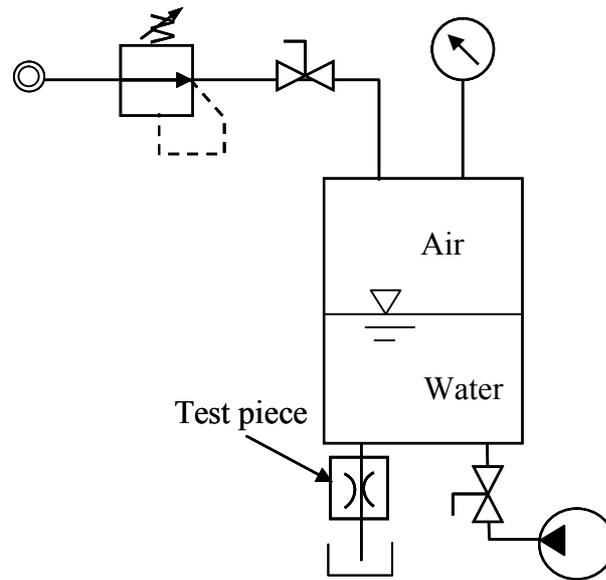


図 3.9 実験装置概略図（水）

図 3.9 には，流量計を接続しない場合を描いてあるが，空気の実験では，絞りの下流に流量計を取り付ける．この水は清浄でなければならない．ここでは，水道水をポアサイズ 0.2μ の中空糸フィルタでろ過した水を使用した．水圧は 1.8 MPa に加圧して実験を行った．図 3.10 は水漏れ実験を行っている様子を示す．空気圧の場合は内部圧力を $100\sim 500\text{ kPa(G)}$ に変化させて流量を調べた．



図 3.10 水漏れの実験

空気圧実験，水圧実験の結果を表 3.1, 3.2 に示す．

表 3.1 空気圧実験結果

空気圧 [kPa(G)]	漏れ流量 [ml/min]			
	34 μ m	46 μ m	56 μ m	78 μ m
100	0.0070	0.0246	0.90	3.70
200	0.0190	0.0635	2.29	7.42
300	0.0308	0.1120	3.46	13.88
400	0.0415	0.1554	4.83	19.02
500	0.0605	0.1930	6.20	25.16

表 3.2 水圧実験結果

水圧	漏れ流量 [ml/min]			
	34 μ m	46 μ m	56 μ m	78 μ m
1800kPa (1.8MPa)	漏れなし	漏れなし	0.06	1.09
	-	-	10 滴 : 645 s	10 滴 : 36 s

表より水圧試験により漏れが確認できる限界は，銅線径が 56 μ m のときで，それより小さい線径では漏れは確認できなかった．その際の空気圧による実験結果から漏れの閾値は 100kPa(G) において 0.0246~0.90mL/min の間にあることがいえる．

このように，空気では漏れを発生しているにもかかわらず，水では漏れないという状況が存在する．この原因として考えられるのは，フィルタの目詰まりなどと同じ，流体中の微粒子（コンタミナント）の付着ないし吸着である．同じ差圧では，水の方が流速がずっと遅いので，微粒子が細隙に吸着されやすい．細長い管では，こうした目詰まりなどを直接見ることができない．そこで，直径の小さい漏れマスターを製作して，それに水を流したときに付着物などが観

測されるかどうかを調べた。製作した漏れマスターの概略形状を図 3.11 に示す。

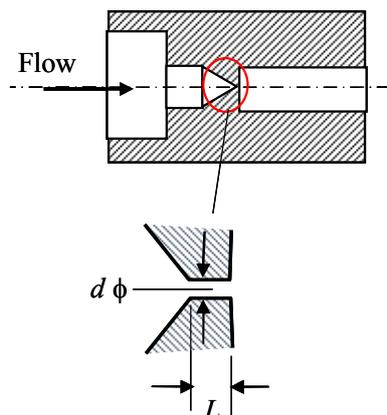
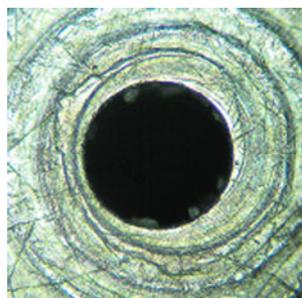
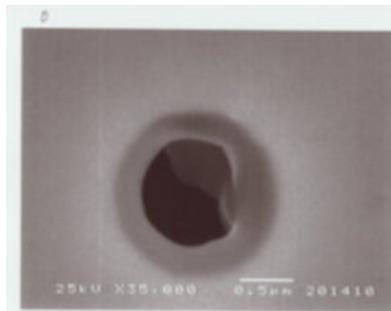


図 3.11 製作した短管ノズル

このノズルに、 $0.2\mu\text{m}$ のフィルタを通した水道水を通した後で観察すると、付着物が見える。少量の水の通過であったのに、このような付着物が観測されたのは、容器内面の洗浄が不十分であったためと考えている。一般に、数ミクロンの微粒子が洗い出されないように、容器内面を高度の静浄度とするには、専門的な洗浄技術が必要である[16]。漏れの検査の現場レベルでは、そのような洗浄を行うことは現実的ではない。通常は厳しいフィルタを通すことも行えない。



$L/d=2, d=14\mu\text{m}$



$L/d=2, d=1\mu\text{m}$

図 3.12 水圧実験後にノズル出口から見た孔の電子顕微鏡写真

したがって、小さな孔や隙間が目詰まりを起こして、水漏れを止めてしまうことは、一般的に起こり、逆に目詰まりを起こさない可能性は、ほとんどない。こうして、実験結果が示したように、空気が漏れても、水が漏れないという現象は、当然のように発生する[17~20]。この場合に孔の寸法の下限を、数値的に決定することはできない。それは容器の内面の清浄度により変わるのであるが、通常、コンタミナツツの管理が行われていないからである。

以上のことから、内部に満たした水を加圧して、漏れの限界を指定することは、再現性がなく、不適切であるといえる。それゆえ、漏れの検査を、製品の密封性ないし完全性の観点から行うには、水ではなく、気体を使うのが良い。

3.2.3 ヘリウム流量と空気流量の比較

漏れ流量 X は、一般的には、まず $\text{Pa}\cdot\text{m}^3/\text{s}$ で表示される。これが標準状態（ 293.15K , 100kPa ）での体積流量(mL/min)で表示すると、 $600X$ となることを前章で述べた。この X の値は、物性や幾何学的パラメータの影響がすべて含まれた結果の値である。このことは、しばしば忘却されて、ときに[タンク A の漏れは X ($\text{Pa}\cdot\text{m}^3/\text{s}$) 以下とせよ]などと言われることがある。これはもちろん不完全な表現である。 X の値は、タンク内の初期圧力、ガスの物性によって異なる。

この場合、液体、とくに水を使う漏れ量下限の設定は、前節に述べた理由により、正確な結果をもたらさない。気体ならば、どの気体でもコンタミナントの影響は、水の場合のように顕著でない。それゆえ、気体どうしについて、流体力学的な比較を行うことは、合理的といえるであろう。現在漏れ試験で使用されている試験流体は主に空気とヘリウムである。したがって同条件下におけるヘリウムと空気の流量の比較は重要である。そこで、本節では、漏れ流量に関してヘリウムと空気を比較する。以下ではヘリウムの質量流量を G_H 、空気の質量流量を G_A と表す。

まず、キャピラリーの場合を考える。式(3.34)は、気体の質量流量を表す。これを用いると、同じ幾何学的寸法で、同じ圧力条件を与えた場合には[10]

$$\frac{G_H}{G_A} = \left(\frac{\pi d^4 (P_s^2 - P_a^2)}{256 \mu_H R_H \theta L} \right) \bigg/ \left(\frac{\pi d^4 (P_s^2 - P_a^2)}{256 \mu_A R_A \theta L} \right) = \frac{\mu_A R_A}{\mu_H R_H} \quad (3.54)$$

である。これに数値を代入するにあたり、粘度 μ が温度の関数であることに注意が必要である。気体粘度は次の Sutherland の公式 (式 (3.51)) で求める。

Sutherland 定数, θ_0, μ_0 はそれぞれ、基準とした温度とそのときの粘度である。これらの定数は測定者により、若干のばらつきはあるが、次の値を以下では用いる。

表 3.3 Sutherland 定数

	S	θ_0	$\mu_0 \times 10^6$
Air	120	291.15	18.27
He	79.4	273	19

この値を用いて、異なる温度における、空気とヘリウムの質量流量比、体積流量比を計算すると、次の表を得る。

表 3.4 空気とヘリウムのキャピラリ流量（粘度の単位は Pa.s）

θ °C	空気粘度	He 粘度	G_H/G_A	Q_H/Q_A
0	1.736E-05	1.901E-05	0.1261	0.913
5	1.762E-05	1.926E-05	0.1263	0.915
10	1.787E-05	1.951E-05	0.1264	0.916
15	1.812E-05	1.975E-05	0.1266	0.917
20	1.837E-05	2.000E-05	0.1268	0.919
25	1.862E-05	2.024E-05	0.1269	0.920
30	1.886E-05	2.048E-05	0.1271	0.921
35	1.910E-05	2.072E-05	0.1273	0.922
40	1.934E-05	2.095E-05	0.1274	0.923

これより、空気よりもヘリウムの流量が少ないことがわかる。質量流量では約 1/8 にすぎないし、体積流量では、約 8% 少ない。なお、Pa. m³/s での表示は体積流量に比例する。

次にノズル・オリフィス流れの場合を考える。チョーク流れ[14]を考えれば実用には十分であるから、式(3.47)に基づいて計算を行うと次式を得る。

$$\frac{G_H}{G_A} = \left(c_{dH} A_0 \frac{P_1 \psi_{0H}}{\sqrt{R_H T_1}} \right) / \left(c_{dA} A_0 \frac{P_1 \psi_{0A}}{\sqrt{R_A T_1}} \right) = \frac{c_{dH}}{c_{dA}} \frac{\psi_{0H}}{\psi_{0A}} \sqrt{\frac{R_A}{R_H}} \quad (3.55)$$

上の右辺において、 c_{dH}/c_{dA} 以外の部分は定数であって、

$$\frac{G_H}{G_A} = \frac{c_{dH}}{c_{dA}} \frac{\psi_{0H}}{\psi_{0A}} \sqrt{\frac{R_A}{R_H}} = 0.3938 \frac{c_{dH}}{c_{dA}} \quad (3.56)$$

である。標準状態の流量比では

$$\frac{Q_H}{Q_A} = \frac{G_H \rho_A}{G_A \rho_H} = 1.134 \frac{c_{dH}}{c_{dA}} \quad (3.57)$$

である。流量係数はレイノルズ数と形状パラメータの関数であるが、上の二つの式に現れる比は若干 1 とは異なる値となる。おおまかなところでは、質量流量ではヘリウムは空気の 4 割流れるのに対し、体積ではヘリウムの方が 1 割くらい多く流れる。

一つの具体例として、ここでは $L/d=2$ の単管ノズルにおいて、上流圧力 200 kPa (Abs), 上流温度 293.15 K, 下流圧力 100 kPa (Abs) とし(下流温度の指定はできない), ノズルの直径 d を変化させた際の空気とヘリウムの体積流量およびそのときの流量比を示す. c_d の計算には Lichitaowitez の実験式[15]:

$$\frac{1}{c_d} = \frac{1}{c_{du}} + \frac{20}{Re_h} \left(1 + 2.25 \frac{L}{d}\right) - \frac{0.005L/d}{1 + 7.5(\log_{10} 0.00015 Re_h)^2} \quad (3.58)$$

$10 < Re_h < 20,000; c_{du} = 0.810, (1.5 < L/d \leq 10).$

を用いた. 図 3.13 は体積流量, 図 3.14 はその比 Q_H/Q_A を示す. 図 3.13 を見ると, 低流量領域においては同じ漏れ孔径に対して空気のほうが流れやすいが, 流量が大きくなるとその関係が逆転することがわかる. 漏れ検査では一般的に低流量領域が対象となるのでその領域では空気のほうがヘリウムより流量が大きくなる. ヘリウムでの値(体積流量, ないし $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$) をそのまま空気で用いると, 安全側の見積もり, ないし厳しい基準となる. この場合に限らないが, オリフイス流れであるならば, 上流側圧力や温度の指定を併記することが肝要である.

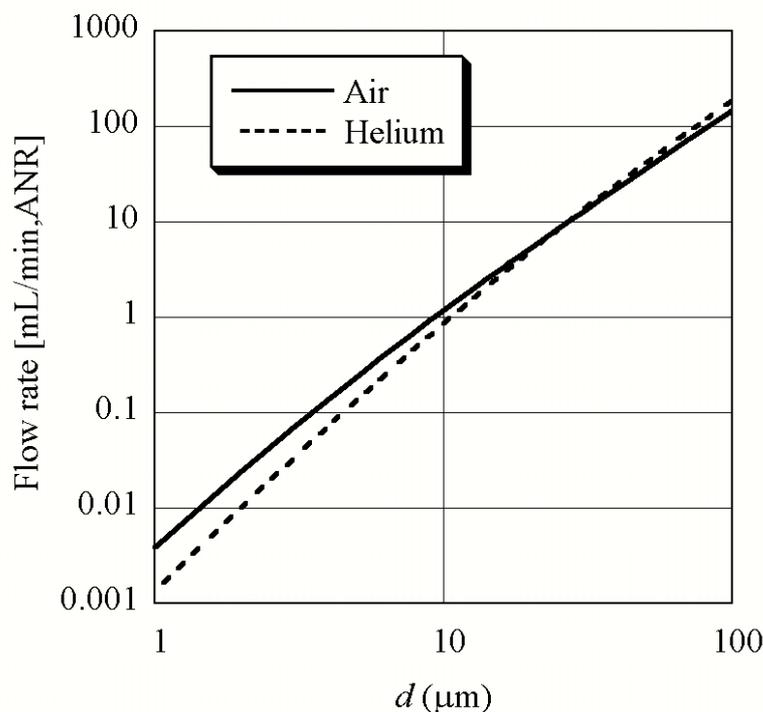


図 3.13 空気とヘリウムの流量比較[上流温度; 293.15K, 上流圧力 200 kPa(Abs), 下流圧力 100 kPa(Abs)]

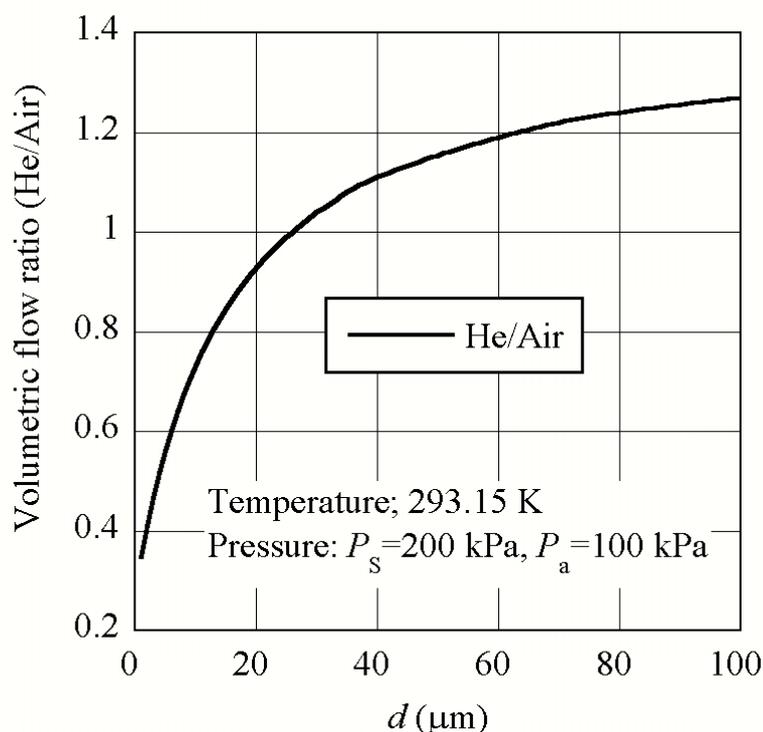


図 3.14 オリフィス流れでの空気とヘリウムの流量比較

キャピラリー流れでは、寸法によらず、ヘリウムの方が 8%ほど流量が少なかったのであるが、オリフィス流れでは、口径が大きくなると、ヘリウムの方が多く流れる。図 3.13 の例では、口径が $27 \mu\text{m}$ で空気流量と、ヘリウム流量が一致する。口径が $2 \mu\text{m}$ のときには、ヘリウム流量 0.01 mL/min に対して、空気流量は 0.025 mL/min となり、倍以上の空気が流れることになる。オリフィス流れにおける、このような問題は流量係数の変化に帰着する。式(2.56)で、 c_{dH} と c_{dA} が等しければ、流量比は 1.134 であるが、これは d が十分大きくなったときには、 c_d が一定値となることに対応している。図 3.14 の曲線も、右の極限は、この値 (1.134) に近づく傾向を示している。

3.3 本章のまとめ

本章では、空気加圧法の取り扱い方を調べた。本章で扱った加圧法は、容器に内圧をかけ、これを封じて、内圧の低下、または内圧低下を補償する作用の検出により、漏れを検知するものに限ってある。3.1 節では、検査対象容器に内圧をかけ、その圧力が低下する現象から、漏れを判定するという考え方を、批判的に検討した。すなわち温度変化と容器内部気体の質量変化が、ともに圧力変化に寄与することから、温度変化の影響を補償する考え方に関する検討を行

った。3.2 節で検討した差圧法は、温度の影響を補償する方法として、また差圧計が利用できることにより、圧力計のレンジによる精度の制約から解放されることを目途として使われているものである。これらの他、規格では流量法が併記されることが多けれども、本論文ではこれは技術的に異なる手法が中心となるので、詳細な検討からは除外した。単圧法と差圧法を比較すると、それらの特性には得失があり、差圧法が優れているとはいえないことを示した。

3.2 節では、水通路の漏れ検査において登場する、漏れの閾値について検討を行った。幾何学的条件が同じとき、水試験では、空気圧の数倍の圧力をかけても、水漏れを生じない閾値が存在することがわかった。すなわち、空気が漏れても、水漏れを生じない孔の寸法があることを示した。これは流体力学の問題ではなく、水を用いることにより、容器内壁から、微粒子が剥落し、目詰まりを起こすものであることを、電子顕微鏡写真により確認した。

目詰まりを起こさず、流体力学的な考察の範囲であっても、空気の体積流量は水の体積流量の 14 倍以上になるので、検出しやすい。以上の検討により、水漏れ試験よりも、空気圧による漏れ試験が、より優れていると結論した。

次いでヘリウムと空気の漏れ流量について、隙間流れとオリフィス流れについて比較した。隙間流れでは、寸法、圧力比が同じであれば、空気の方がやや流量が大きい。オリフィス・ノズルでは寸法が小さくなると、空気の方が流れやすい（体積流量が多い）が、寸法が大きくなるとヘリウムがより多く流れることを示した。ヘリウムでは、微小流量でも検出感度の高いセンサがあるので、ヘリウムは漏れ量が多いと誤解されやすいが、粘性流の範囲では、空気の方が流れやすい場合が少なくないことを示した。

3 章の文献

- [1] JIS Z 2332: 2012, 圧力変化による漏れ試験方法(2012-09-20 改訂).
- [2] JIS B 8373:1972;2002, 空気圧用 2 ポート電磁弁.
- [3] JIS B 8374:1975;2001, 空気圧用 3 ポート電磁弁.
- [4] J. H. Horlock and W. A. Woods, The Thermodynamics of Charging and Discharging Processes, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings, Vol 180, Pt 3, 3F, pp.16-24 (1965).
- [5] G. L. Harus, M. Cai, K. Kawashima and T. Kagawa, Determination of temperature recovery time in differential-pressure-based air leak detector, Meas. Sci. Technol. 17, No. 2, pp. 411-418 (2006).
- [6] ハルス・ラクサナ・グントル, 蔡茂林, 川嶋健嗣, 香川利春: 差圧式漏れ試験装置の再現性に対する温度回復時間の影響, 日本フルードパワーシステム

- 学会論文集, Vol. 38, No. 4, p.54-59 (2007).
- [7] Y. Shi, X. Tong and M. Cai, Temperature effect compensation for fast differential pressure decay testing, *Meas. Sci. Technol.* 25, 065003 (8pp), (2014).
- [8] 谷下市松, 工業熱力学基礎編, 修正第 46 版, 裳華房, (1998).
- [9] 管路・ダクトの流体抵抗出版分科会 (編), 技術資料—管路・ダクトの流体抵抗, 日本機械学会, p. 22, p. 127, (1979).
- [10] A. H. Shapiro, The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, Vol. 1, p.189, John Wiley & Sons (1953).
- [11] F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, 3rd Ed., p.112 (McGraw-Hill, Boston, 2006).
- [12] S. Goldstein, *Modern Development of Fluid Dynamics*, Dover Publications, p.299 (1965).
- [13] 板谷松樹, 水力学, 朝倉書店, p.79,(1966).
- [14] 香川利春, 蔡茂林; 圧縮性流体の計測と制御, 日本工業出版, p.48, (2010).
- [15] A. Lichtarowicz, R. K. Duggins and E. Markland, Discharge coefficients for incompressible non-cavitating flow through orifices, *IMEchE, Journal of Mechanical Engineering Science*, Vo.7, No 2, p.210-219 (1965).
- [16] JIS B 9937: 2001 油圧—作動油試料容器—清浄度の品質及び管理方法.
- [17] K. C. Khilar and H. S. Fogler, *Migration of fines in porous media*, Kluwer Academic Publications, p.31 (1998).
- [18] J. S. Stecki (ed.), *Total Contamination Control*, Fluid Power Net Publication, p.102, (2000).
- [19] E. Urata, Notes on contamination control, *Proc. th JFPS Internat. Symp. on Fluid Power*, Paper 3A1-2, Tsukuba 2005, Novemebr 7-10.
- [20] E. Trostmann, Bo Frølund, Bo Højiris and Bjarne Hilbrecht, *Tap Water as a HYdraulic Pressure Medium*, p. 125, Marcel Dekker Inc., (2001).

4. 大容量タンクに対する漏れ検査

4.1 質量流出による圧力変化と温度変化による圧力変化

4.2 見かけの漏れ流量

4.2.1 真の漏れと見かけの漏れ

4.2.2 実験による検証

4.2.3 実験装置及び実験方法

4.2.4 実験結果とその整理 ; 圧力の影響

4.2.5 考 察

4.3 K_R の推定

4.3.1 K_R 推定の理論

4.3.2 実験的検討

4.3.3 実験結果

4.3.4 データ整理と考察

4.4 本章のまとめ

4 章で用いるおもな記号

b : 長方形流路の高さ [m]

d : 管の直径 [m]

$E(Q)$: Q の推定誤差 [-]

G : 質量漏れ流量 [kg/s]

G^* : 仮想の質量漏れ流量 [kg/s]

K_R : 漏れ経路の形状係数 [m²]

L : 流路長さ [m]

M : 指定空間内の空気質量 [kg]

P : 圧力 [Pa]

P_0 : 初期圧力 [Pa]

P_a : 環境圧力 [Pa]

P_A : 加圧ステップ圧力 [Pa]

Q : 標準状態での体積漏れ流量 [m³/s]

Q_A : 見かけの体積漏れ流量 [m³/s]

Q^* : 仮想の体積漏れ流量 [m³/s]

r : 円柱座標系の半径座標 [m]

R : 空気のガス定数 [J/K/kg]

t : 時間 (時刻) [s]

t_m : 漏れを判定する時刻 [s]

T : 時間 (インターバル) [s]

V : 容器内容積 [m^3]

W : 長方形流路の幅 [m]

θ : 温度 [K]

θ_0 : $=273.15$; 絶対温度への換算定数 [K]

θ_a : 室温 [$^{\circ}\text{C}$]

θ_c : 容器内中心温度 [$^{\circ}\text{C}$]

θ_w : 容器外壁温度 [$^{\circ}\text{C}$]

μ : 空気の粘度 [Pa.s]

ρ : 空気密度 [kg/m^3]

ρ_0 : 標準状態における空気密度 [kg/m^3]

($\bar{\quad}$): 平均値を表す

4.1 質量流出による圧力変化と温度変化による圧力変化

本節では、固体の丈夫な容器について考える。その容器の外部は室温で、圧力は、工場現場などの環境圧力に等しいとする。容器内の空気圧が周囲圧力よりも高いならば、漏れがあるときには、容器内部の空気の質量が時間経過に伴って変化する。この圧力変化を考えよう。

$t=0$ においては、容器内は平衡状態で

$$P_0V = M_0R\theta_0 \quad (4.1)$$

が成り立っているとす。次に時間が経過して容器からの漏れにより、質量や圧力が変わったときには、どのような関係になるかを考える。内部の質量は M 、圧力は P 、温度は θ になったとする。このとき、同じ容器内を観察すると、空気について

$$P(t)V = RM(t) \cdot \theta(t) \quad (4.2)$$

が成り立つであろうか。状態方程式は平衡状態について成立するので、漏れがあれば平衡ではないから、厳密に言えば、式 (4.2) は成り立つとはいえない。しかし、熱移動や流体の運動があつて、不平衡な場合にも、任意の点において、次の状態方程式が成り立つことは、多くの実験事実によって、裏付けられてきた [1].

$$P = \rho R\theta \quad (4.3)$$

この式の場合、圧力 P 、密度 ρ 、温度 θ はいずれも場所と時間の関数である。

容器の内壁を検査面として、上の式の両辺の体積積分を行う。容器内での圧力の変化は微小であるから、これを容器内至るところで同じとみなせば、左辺の体積積分は

$$\iiint_V P dV = PV \quad (4.4)$$

である。右辺の体積積分は

$$\iiint_V \rho R \theta dV = R \iiint_V \rho \theta dV = RM \bar{\theta} \quad (4.5)$$

ただし

$$M = \iiint_V \rho dV \quad (4.6)$$

$$\bar{\theta} = \iiint_V \theta d(\rho V) / M \quad (4.7)$$

である。以下では表記を簡単にするために、 $\bar{\theta}$ を単に θ と書く。温度が位置により異なるので、その質量平均を用いるのである。

さて、このように記号を定めるとき、式(4.1), (4.2)の右辺どうしを差し引くと

$$P_0 V - PV = (P_0 - P)V \quad (4.8)$$

である。同様に左辺の引き算からは

$$M_0 R \theta_0 - MR \theta = (M_0 - M)R \theta_0 + MR(\theta_0 - \theta) \quad (4.9)$$

である。これらは等しいから

$$(P_0 - P)V = (M_0 - M)R \theta_0 + MR(\theta_0 - \theta) \quad (4.10)$$

である。時間 t までの間の平均漏れ流量は

$$M_0 - M = \int_0^t G dt = \bar{G}t, \quad \bar{G} = \int_0^t G dt / t \quad (4.11)$$

である。非常に狭い流路からの流出流量は

$$G = \frac{K_R (P^2 - P_a^2)}{\mu R \theta} \quad (4.12)$$

と表されて、 K_R は幾何学的な定数である。我々は検査中の圧力変化が微小である場合を扱うので、 G は定数とみなせる。それゆえ

$$(P_0 - P)V = GtR\theta_0 + MR(\theta_0 - \theta) \quad (4.13)$$

である。もし温度が一定ならば、

$$G = \frac{(P_0 - P)V}{tR\theta_0} \quad (4.14)$$

によって、 G が決定できる。これが規格に定める圧力法による漏れ決定法である。これは十分長い時間の放置によって実現できる。しかし、時間が短いときには、温度変化の影響が無視できない。

圧力の変化は、式 (4.13) が示すように容器内の質量変化と、温度変化によりもたらされる。図 4.1 は容器内の圧力変化の模式図を示す。

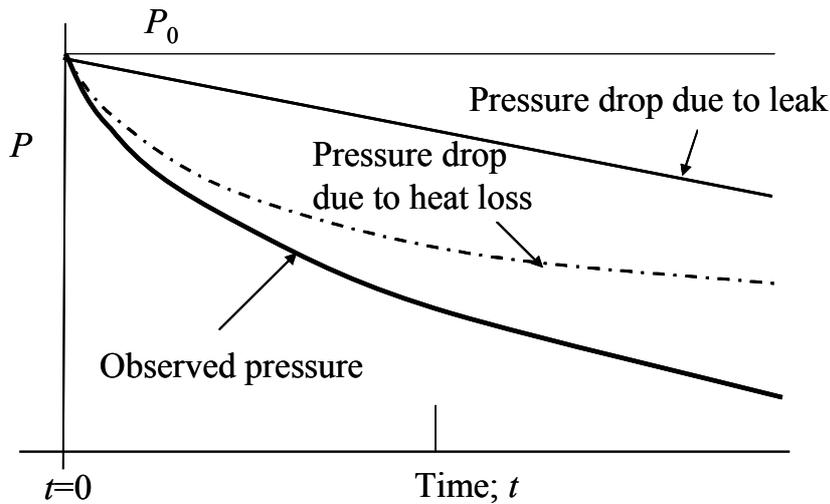


図 4.1 漏れと温度低下により生じる圧力低下

まず、容器内を等温に保った状態で、どこかに微小な漏れの通路があるならば、容器内の空気圧は、図中の 太い実線 のように変化するであろう。これが直線で表されるのは、漏れ出た質量と容器内質量の比が 10^{-6} などと、微小な場合である。このときの勾配は、式 (4.12) の係数 K_R であって、これが判れば、容器圧力ごとに漏れが変わる様子がわかる。一方、漏れが全く封じられていても、温度が自然放熱によって低下するならば、やはり圧力低下が起こるのである。この放熱が一定の環境温度のもとで生じるならば、(指数が負の) 指数関数的な圧力低下を生じるであろう。この二つの要因による圧力低下は、関数形が違っても、時間が短いときにこれらを弁別することは困難である。

十分長い時間を待てば、熱の移動は平衡に達して温度の変化が止まる。そのときの温度が θ_0 であれば、漏れは式 (4.14) で与えられる。しかし温度が変化の途上であるときには、式 (4.13) の右辺第 2 項は零ではないから、これを $tR\theta_0$ で割った値が、あたかも漏れのように見えることになる。短時間での漏れ測定を行うには、短時間の観測により、式 (4.13) の右辺第 2 項に現れている $(\theta_0 - \theta)$ を推定することが要求されることがわかる。そこで θ の推定法を考えるのであるが、その前に実験的にこの現象を観測して、右辺の二つの項の比がどの程度かを観測することにする。もし第 2 項が第 1 項よりもずっと小さいならば、それは考慮する必要性が乏しくなるであろう。

以下の二つの節において、我々は、まず温度による圧力降下を見かけの漏れと呼んで、これを推定する問題を実験的に検討する。ついで、式 (4.12) に現れた幾何学的な係数を実験的に求めることを検討する。

4.2 見かけの漏れ流量

4.2.1 真の漏れと見かけの漏れ

容器内に圧縮空気を充填して行う漏れ検査の、基本的な考え方は次のとおりである。

- (1) 容器に、弁を介して圧縮空気を充填する。
- (2) 所定圧力になったら、弁を閉鎖する。
- (3) その容器からの空気の漏れを、何らかの方法で検出する。

一般的な加圧式漏れ検査は上記のとおりであるが、ここで考察する漏れ検査方法は、検査対象容器内の圧力変化を測定するもので、単圧式と呼ぶことがある。

本章では、加圧による内部温度変化の影響が、長い時間にわたって残りやすい、大形の容器を対象として、短時間で漏れ検出を行おうとする場合の、加圧力と漏れ検出精度との関係を考察する。漏れがあれば圧力は低下するが、漏れがなくても、冷却により圧力は低下する。小さな容器では、短時間で容器内至るところで室温に達するから、温度の影響は小さく、無視できる場合もある。それに対して大形の容器では、内部の温度分布、容器外側の熱的条件などが漏れ判定に対して、無視できない影響を与える。

そこで、漏れの無い容器における温度変化により生じる圧力変化を、温度変化が無いときの、漏れによる圧力変化に換算することを考える。そのように換算した流量を、本論文では、仮想の漏れ流量と呼ぶことにする。このように、あたかも漏れが生じたかのように見える仮想の漏れ流量を算出することによって、短時間の漏れ検査における、真の漏れを推定する。

まず空気の状態方程式は

$$PV=MR\theta \quad (4.15)$$

であるが、前節 (p. 51) で述べたように、この式は時間による微分が可能であるから、

$$\frac{V}{R\theta} \frac{dP}{dt} = \frac{dM}{dt} + \frac{M}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.16)$$

である。質量保存則により、漏れの質量流量 G は

$$G = -\frac{dM}{dt} \quad (4.17)$$

である。ここで、式 (4.16) を

$$-\frac{V}{R\theta} \frac{dP}{dt} = G + G^* \quad (4.18)$$

と表すとき、 G^* が前述の仮想の漏れの質量流量であり、

$$G^* = -\frac{M}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.19)$$

と表される。式 (4.17)~(4.19) を標準状態 (ANR; 293.15 K, 100 kPa (Abs)) における体積流

量に換算すると

$$\text{見掛けの漏れ流量： } Q_A = -\frac{V}{\rho_0 R \theta} \frac{dP}{dt} \quad (4.20)$$

$$\text{真の漏れ流量： } Q = \frac{G}{\rho_0} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{dM}{dt} \quad (4.21)$$

$$\text{仮想の漏れ流量： } Q^* = \frac{G^*}{\rho_0} = -\frac{M}{\rho_0 \theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.22)$$

である。式 (4.18), (4.20) - (4.22) から、標準状態に換算した、見かけの漏れ流量、真の漏れ流量、仮想の漏れ流量の関係は

$$Q_A = Q + Q^* \quad (4.23)$$

である。

容器内へ圧縮空気を充填するとき、注入に費やした仕事によって容器内温度が上昇するが、それ以後放置すれば、周囲と熱交換を行い、室温に戻る。この温度変化の影響が Q^* により表される。それゆえ、加圧法で真の漏れ流量を知るには、 Q^* を推定する必要がある。この推定を行うために、漏れの無い容器を用いて、圧力と温度の測定を行う。漏れの無い容器では、式 (4.23) において、 $Q=0$ であるから

$$Q_0^* = -\frac{V}{\rho_0 R \theta} \frac{dP}{dt} \Big|_{Q=0} \quad (4.24)$$

と表す。式 (4.24) で求めた Q_0^* と、漏れがあるときの式 (4.23) に現れた Q^* とは、式 (4.21)~(4.23) に代入する M や θ が測定時間内であまり変わらなければ、近似的に等しいと見なせる。よって、式 (4.24) を式 (4.23) に代入して、真の漏れ流量を

$$Q \approx Q_A - Q_0^* \quad (4.25)$$

を用いて推定する。以上が本章で扱う空気加圧式漏れ検査における補正の方法である。

あらかじめ漏れが無いことがわかっている容器について、 Q_0^* を測定しておけば、同製品における Q_A から Q を推定できる。

4.2.2 実験による検証

容器に空気を加圧充填し、圧力及び温度の大きな過渡的変動がおさまった後に、あらかじめ定めた時間内の容器内圧力、容器内温度、容器外壁温度の変化を調べる。この実験には、あらかじめ漏れが無いことを確認してある容器を用いる。始めに漏れ無しの実験を行う。その後で、図 4.2 に示す実験装置の弁 V_3 を開いて、人工的に漏れがある状態とした場合の実験を行う。

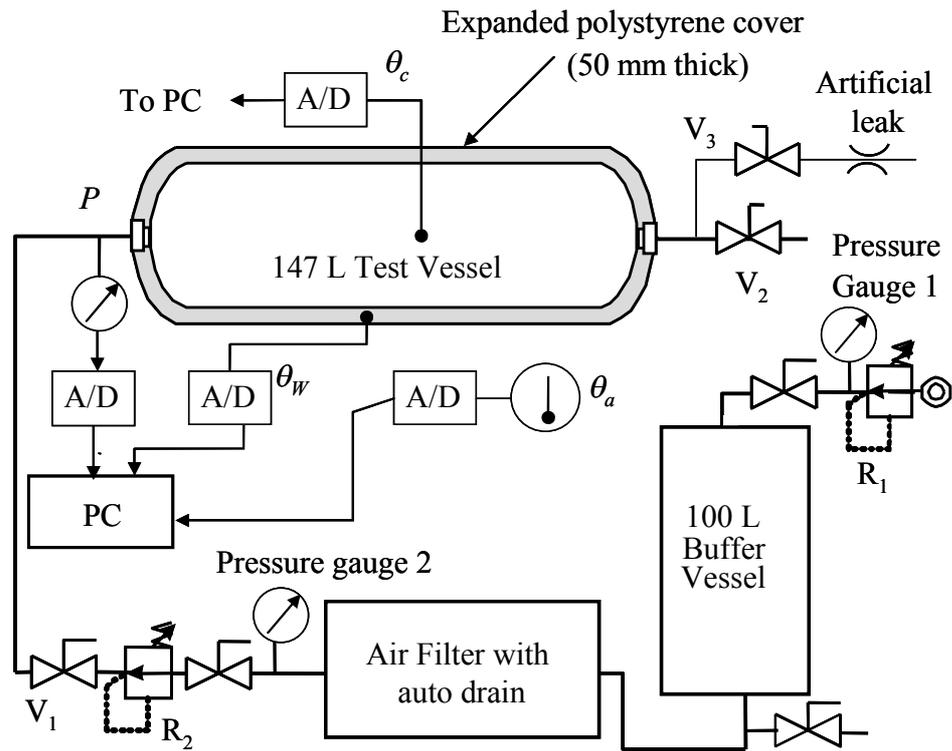


図 4.2 実験装置

4.2.3 実験装置及び実験方法

実験に用いた容器は、容量 0.147 m^3 、板厚 1.0 mm のステンレス製である。容器の概略寸法は、高さ 1.564 m 、直径 0.355 m の円筒形で、両端は丸みをつけてある。この容器の最大許容内圧は 500 kPa(G) である。容器は横置きに設置し、室温変化等の外乱を減らすために、容器全体を厚さ約 50 mm の発泡スチロールで覆った。この容器には、内容物を注入する口と、放出用の口が設けてあるので、これらに空気圧配管を接続した。注入側は、まず空気圧源を一次レギュレータ R_1 の上流に接続し、下流には供給圧力安定化のためのバッファ容器、空気清浄・乾燥システム、二次レギュレータ R_2 をこの順番に接続して、圧縮空気を容器入り口に接続した。

実験ごとに、 R_2 の下流に設けた空気供給弁 V_1 により、容器内への圧縮空気の充填を行い、容器出口に設けた放出弁 V_2 により容器内の圧縮空気の放出を行う。漏れなしの実験では、弁 V_3 は閉じておく。加圧力は約 $25 \sim 500 \text{ kPa (G)}$ の間の複数の値とする。

容器に圧力センサを装着して容器内の圧力 P を計測し、AD 変換を行ってパソコンに自動保存をしている。圧力センサは、計測レンジ $0 \sim 1 \text{ MPa}$ 、非直線性 $\pm 0.5 \% \text{ F.S.}$ のキーエンス社製圧力センサ (AP-13S) を用いた。また容器内部の中央、容器外壁面、及び室温を測定するための熱電対が取り付けられている。温度計は、T 型熱電対; クラス 2 (JIS C1602-1995),

増幅器は(株)システム技研製 (M5TS-55-R/K) である。

実験を行った手順は次のとおりである。

一次レギュレータ R_1 及び二次レギュレータ R_2 を調整して、充填する圧力を定める。

容器への空気供給弁 V_1 を閉じ、その状態で、放出弁 V_2 を開放して容器内部を大気圧としてから、 V_2 を閉じる。

圧力計、温度計のデータの記録を開始する。この時刻を $t=0$ s とする。

初期の容器内圧力を 60 秒間 ($=T_1$) 計測する。終端の時刻は $t=t_1=60$ s である。

V_1 を開き、60 秒間 ($=T_2$) 加圧空気を充填する。終端の時刻は $t=t_2=120$ s である。

V_1 を閉じた後、圧力及び温度の大きな過渡的変動がおさまるまで 60 秒間以上 ($=T_3$) 待つ。終端の時刻は $t=t_3 > 180$ s である。

漏れ判定のために、 t_3 以後 T_4 秒間圧力測定を続ける。終端の時刻は $t=t_4=t_3+T_4$ である。

加圧状態を $t=t_5$ まで維持してから放出弁 V_2 を開き、容器内圧力を大気圧に戻す。

充填圧力ステップ毎に①～⑧の作業を行った。圧力及び温度記録ステップは最小 0.25 s とびである。

T_1 から T_4 までの合計 t_4 が漏れ検査にかかる時間、すなわち測定時間である。 t_4 をどの程度に取ればよいかを、実験的に調べる。

4.2.4 実験結果とその整理 ; 圧力の影響

漏れがない場合の容器内圧力変化の測定例を、図 4.3 に示す。容器内圧力は、圧縮空気供給弁 V_1 を開くと同時に上昇を始め、弁 V_1 を閉じた時点から降下を始めている。各時刻の圧力は大きなノイズを含んでいるが、全体的には時間経過に伴い、緩やかに低下している。

容器への圧縮空気充填終了後、圧力と温度の測定値から漏れ流量を求める手順を、図 4.4 を用いて説明する。圧力及び温度の大きな過渡的変動がおさまった後の、 t_3 から t_4 までのインターバル (T_4) における、観測記録を用いて解析を行う。仮定の漏れを求める計算では、漏れ判定時刻を

$$t_m = (t_3 + t_4) / 2 \quad (4.26)$$

とする。計算に用いる時間幅は、 $T_4=120$ s とした。時刻 t_m における圧力の微分係数を求めるために、 $t_3=(t_m-60)$ s から $t_4=(t_m+60)$ s までの 120 秒間の圧力の測定値を 2 次曲線で近似する。

$$P = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (4.27)$$

係数 (a_0, a_1, a_2) は実験データに最小二乗法を適用して求め、 t_m における圧力の微分を次のように求める。

$$\left. \frac{dP}{dt} \right|_{t=t_m} \approx a_1 + 2a_2 t_m \quad (4.28)$$

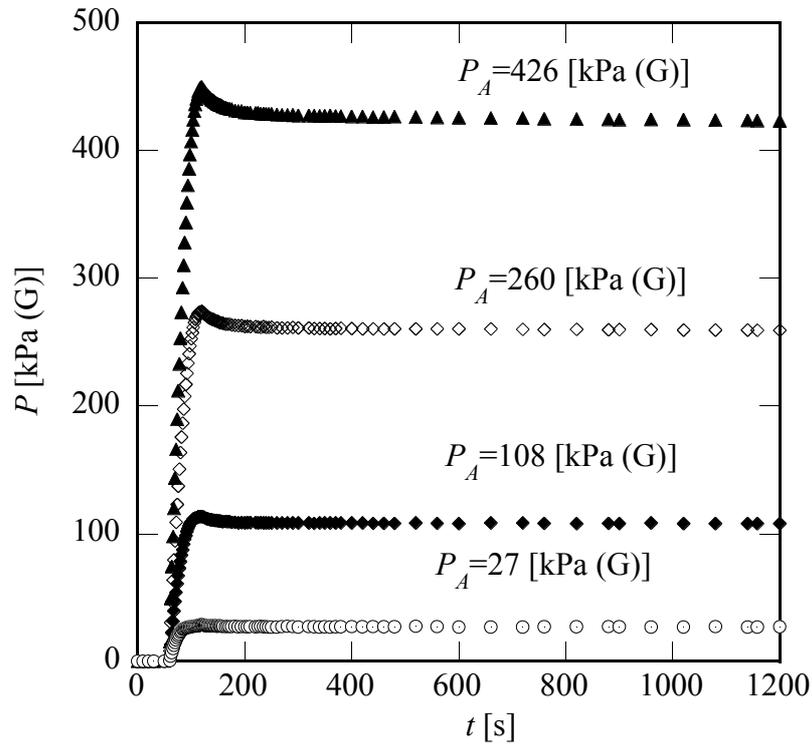


図 4.3 漏れの無い容器内の圧力変化

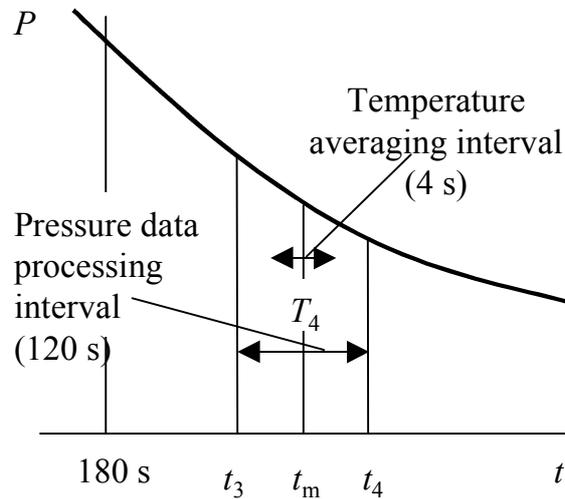


図 4.4 データ処理の時間間隔

式 (4.28) で求めた値を、漏れがある場合は式 (4.20) に、漏れが無い場合には式 (4.24) に代入する。式 (4.20), (4.24) の計算に必要な温度 θ についても、ノイズを除く必要がある。そのために判定時刻 t_m の前後 ± 2 s の間の θ_c の平均を、 t_m における θ_c の値とした。

θ_w についても同様である。容器内の空気の平均温度は正確にはわからないので、タンク中心温度とタンク壁面温度を用いて、次のように推定した。

$$\theta = [\theta_w + (\theta_c - \theta_w)(1/3)] + \theta_0 \quad (4.29)$$

ここで使った係数 (1/3) は、(1) 壁面温度は至るところで同じである、(2) 温度は注入直後ではタンク内で一定、(3) その後は壁面により冷却されるが、対流は無視できる、(4) その結果、温度は半径方向にも長さ方向にも放物線的に分布し、(5) 壁面では壁面温度に等しいこと、を仮定して求めた値である（長さ方向の放物線分布の仮定から係数 2/3、半径方向の放物線分布の仮定から係数 1/2 となり、これらの積で 1/3 となる）。

漏れ無しの実験の圧力、温度データから式 (4.24) によって求めた Q^*_0 と加圧ステップ P_A の関係を、図 4.5 に示す。

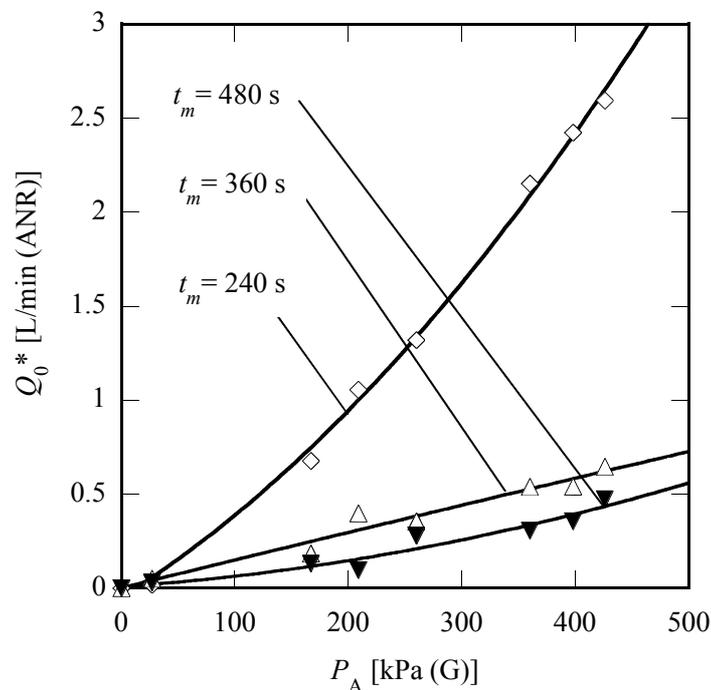


図 4.5 漏れ無し容器での仮想漏れ流量

この仮想の漏れ流量と同程度の大きさの漏れ流量を発生させる、細管式の漏れ発生器(図 4.2 中の Artificial leak) を製作した。製作した漏れ発生器の圧力流量特性を 図 4.6 に示す。この流量は容積式流量計 (シナガワ湿式ガスメータ : 型式 : WS-1 型) で測定した。

漏れがあるときの実験は、図 4.2 の弁 V_3 を開いて行う、実験の手順、データ処理は、漏れが無い場合と同じとした。実験結果の見掛けの漏れ流量 Q_A を式 (4.20) により求めて、図 4.7 に示す。式 (4.20) に代入する値は、式(4.28), (4.29) を用いて、実験値から算出した。

次に温度変化の経過について述べる。以下の記述の中の数値は漏れなしの実験での値であるが、図 4.6 に示した漏れを加えた場合であっても、ほぼ同じ値となった。

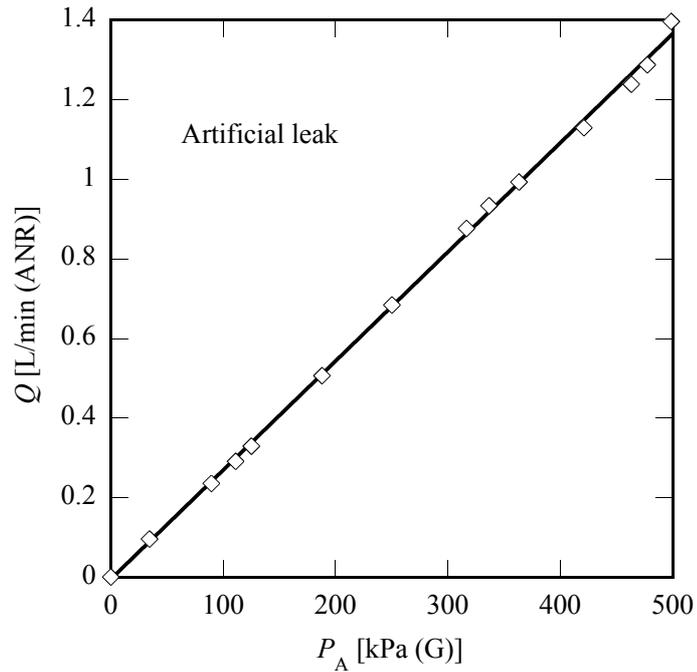


図 4.6 漏れ発生器の圧力流量特性(20°C)

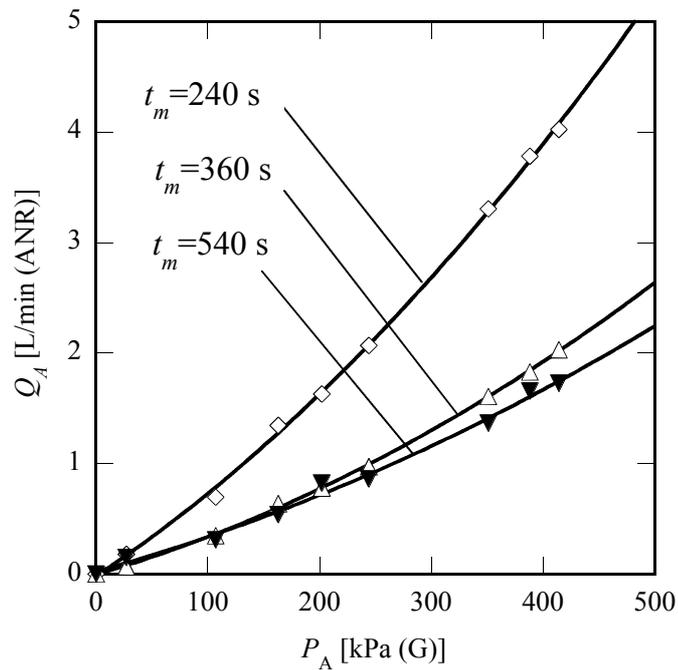


図 4.7 見掛けの漏れ流量

充填開始と同時に温度上昇も始まるが、その温度上昇と同時に容器壁面への熱伝達も生じる。それゆえ容器内空気の温度上昇は、理想的な断熱圧縮の場合の温度上昇よりも低い。漏れ無しの場合の、加圧開始後の容器中心温度及び容器壁面温度の測定結果を、図 4.8, 4.9

に示す。温度測定はすべての加圧実験について行ったが、図が込み入って、わかりにくくなるので、これらの図には、その一部を代表データとして示してある。

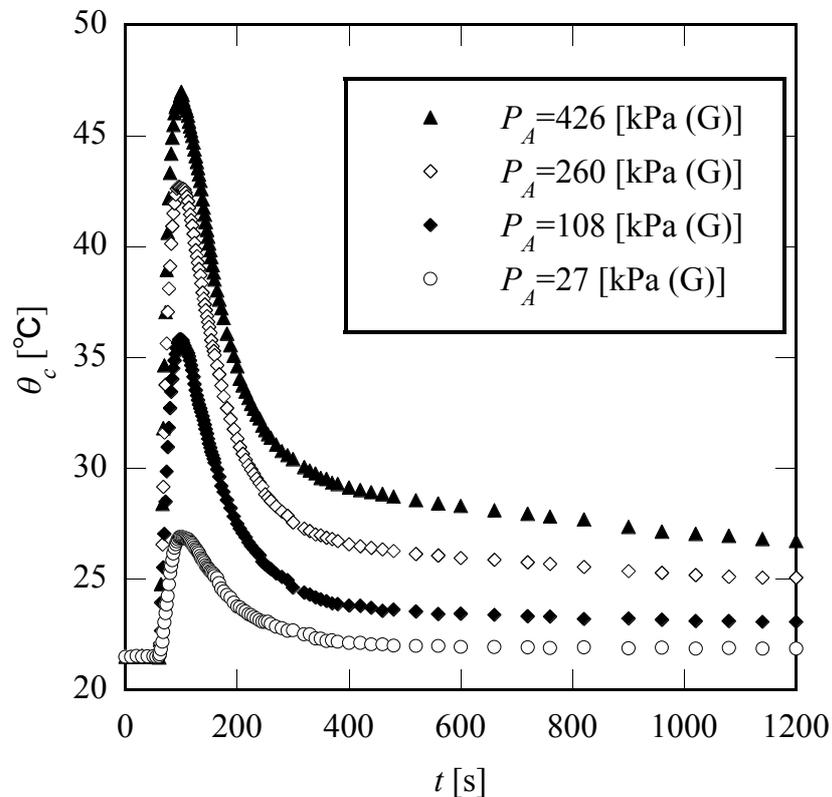


図 4.8 容器中心の温度

図 4.8 に示す内部気体の温度は、充填後に急激な上昇を示し、その後減衰する。図 4.9 に示す容器壁面温度は、気体温度のように激しい変化をしない。これらの図を比べると、式 (4.29) による、右辺 θ の変化の大部分が、 θ_c によるものであることがわかる。

充填圧力が小さいときには、圧力の変化が小さいだけでなく、容器内部の空気の温度変化も小さくなる。容器の外壁面の温度変化はさらに小さい。充填圧力ステップが高くなると、容器内部の温度変化が大きくなるが、圧力ステップの大きさと温度変化幅は比例していない。図 4.8 の容器内部の温度上昇幅の最高値は、圧力ステップ 27 kPa では 5 K 程度であるが、圧力ステップが 426 kPa と約 16 倍になっても、温度上昇幅の最高値は約 26 K と、5 倍程度にとどまる。

容器圧力充填により、気体は発熱するが、その熱は熱容量の大きな容器壁に伝達されるので、気体の温度は断熱圧縮から想像するほどは上がらない。一方、容器の熱容量は大きいから、容器壁面温度の上昇は、気体のように高くない。容器壁温度が上昇すると、その熱は外気に放出されるが、外気と容器壁の温度差はさほど大きくないから、放熱率は小さい。したがって、内部気体の発熱量の大部分は一時的に容器に蓄えられていて、それ

が時間の経過に伴って徐々に外部に放出される。

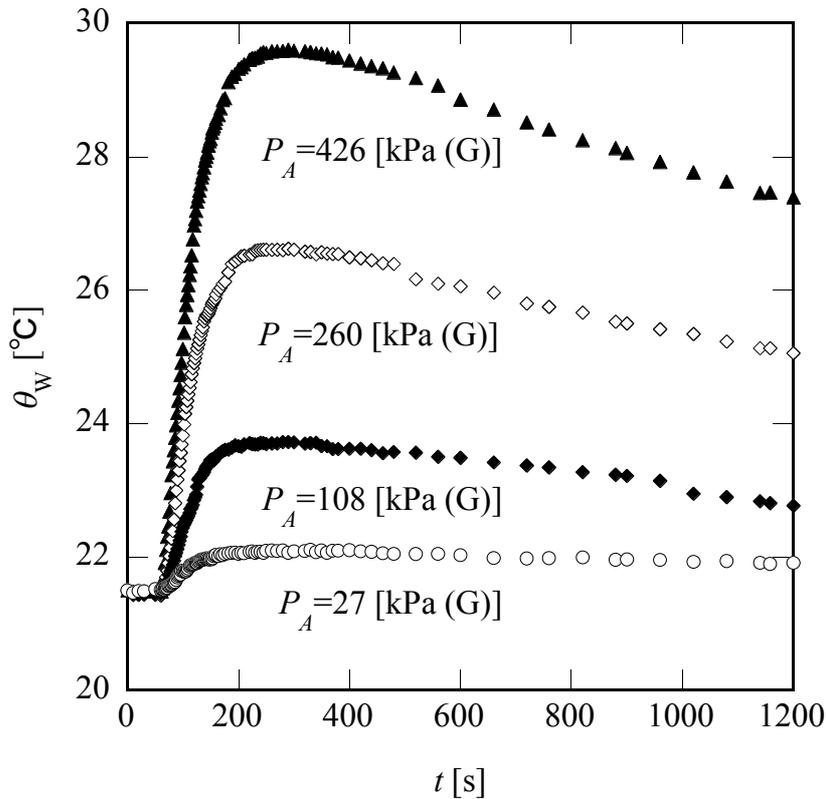


図 4.9 容器壁面温度

図 4.9 に示した実験結果は、従来示されてきた漏れ測定の基本式の仮定とは異なる。すなわち、従来の研究では[2], [3], [4], [5], 容器壁面の温度を環境温度に等しいとして、扱ってきた。しかし、図 4.9 の実験結果は、そのような仮定が一般的に許容されるものでないことを示している。

4.2.5 考 察

式 (4.25) を参照して、漏れの推定値の誤差は

$$E(Q) = Q_A - (Q + Q_0^*) \quad (4.30)$$

である。この式の右辺を次のように求めた。 Q_A は図 4.7 により P_A の二次関数で近似する。 Q は図 4.6 に示した細管の圧力流量特性を表す直線の式で近似する。 Q_0^* を表す関数は、図 4.5 に示した漏れ無しの実験における曲線を P_A の二次関数で近似したものである。このようにして、 $E(Q)$ が、 P_A により変化する様子を算出した結果を 図 4.10 に示す。これらの 3 本の曲線のパラメータは、漏れ判定時間 t_m である。 t_m を大きくすれば、推定の誤りは減少する。 P_A が 0 ならば、理論上はすべての流量が 0 となるのであるが、ここに示したグラフは 0 ではない。これは計算に用いた曲線の式を、実験値から最小二乗法で求めたからである。この推定誤差の値は、 Q_0^* と比べると $t_m=360$ s, 480 s ではやや小さい程度であるが、

$t_m=240$ s では Q^*_0 の約 10%程度である。

全体としては、測定時間の延長により推定誤差が減る。また、加圧力 P_A が小さいときにも推定誤差は小さくなるが、こちらは圧力が低ければ漏れ流量が小さいという当然の結果である。温度変化は図 4.9 に示されているように、時間の延長により少なくなるから、充填から長時間後の圧力変化の原因は漏れのみによるものに近づく。したがって、判定時間を長く取れば、漏れの推定誤差は小さくなる筈で、図 4.10 はその傾向を示している。この図で $P_A < 320$ kPa (G) では $t_m=360$ s での誤差が、 $t_m=480$ s の場合よりも小さくなる区間があるが、これは実験誤差と考えている。

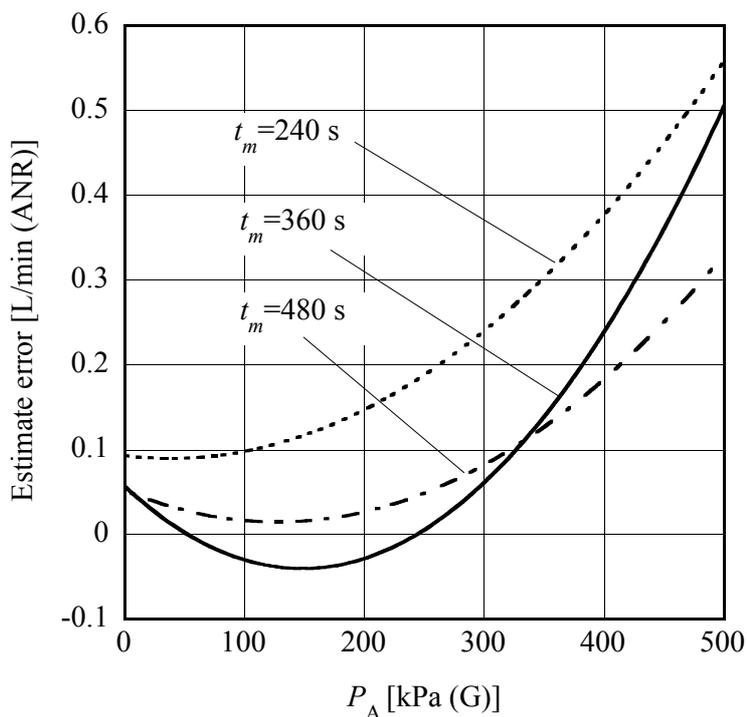


図 4.10 漏れの推定値の誤差

容器の漏れ量は、流量値がいくら以下として上限を指定するのが一般的で、通常は、容器が大きくても、許容される漏れ量が増すことはあまりない。そのため、大容量の容器では漏れ測定が困難になる。これを説明しよう。容器内の空気の質量保存則及び状態方程式から

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta \theta}{\theta} \quad (4.31)$$

である。温度は 300 K のまわりでの変動で、 $\Delta \theta$ が約 1 K とすると、これは質量が 0.3% 流出したのと同じ圧力変化をもたらす。容量 150 L の容器で内圧 500 kPa (Abs) では、これと同じ圧力変化をもたらす質量流出は $1.2 \times 0.15 \times 5 \times 0.003 \text{ kg} = 0.0027 \text{ kg}$ であるが、それは標

準状態では $5 \times 150 \times 0.003 \text{ L} = 2.25 \text{ L}$ の体積にあたる。これが 5 分間で流出するならば、平均流量は 0.45 L/min (ANR) となり、図 4.10 に現れている誤差と同じオーダーになる。今回の実験は、加圧法での漏れ検出における推定誤差の要因に、温度の推定誤差があることを示すものといえる。本章の手法は、このレベルの誤差が許される場合に適用できる。

許容漏れ流量を一定に指定すると、一定時間内に許容できる質量減 ΔM も一定である。容器容量と M は比例し、これが増加すると $\Delta M/M$ は小さくなる。簡単のために、温度変化を 0 にできたとすると、容量増加により、式 (4.30) 左辺の $\Delta P/P$ は小さくなるから、 ΔP の検出精度の向上が要求される。この観点からは低圧ほど不利である [11]。

これを数値的に見るために、検出しなければならない漏れのオーダーを 1 mL/min (ANR) と仮定する。初期圧力 500 kPa (Abs), 温度は 300 K で一定のもとで、 1 mL/min (ANR) の漏れが 5 min 続いた場合の質量減少は、約 $6 \times 10^{-6} \text{ kg}$ である。容量 150 L , 500 kPa (Abs) の容器内空気の初期質量は約 0.9 kg であるから、この質量流出の相対値は、 $\Delta M/M = 6.7 \times 10^{-6}$ である。式 (4.30) で、これに対応する圧力の変化量は、 $5 \times 10^5 \text{ Pa} \times 6.7 \times 10^{-6} = 3.4 \text{ Pa}$ である。この圧力変化の検出は困難であるから、このレベルの漏れ、容器容量、計測時間に対して、本論文の手法を適用するのは困難である。圧力検出が成功しても、温度の相対変化の影響を、かなり小さく（すなわち $\Delta \theta < 0.003 \text{ K}$ ）抑えておかなければならず、これも極めて困難である。

漏れ判定に費やす時間が長いほど、漏れ検出の精度が増す。圧力計の不正確さは、推定漏れ流量の不正確さと一次の関係にある。 P_A が小さいときには、 $E(Q)$ も小さくなるが、この傾向の原因の一つが温度変化である。内圧が低いときに漏れなくても、高圧では漏れを生じることがある。たとえば容器に微小なクラックがある場合には、クラックの寸法を固定して考えがちであるが[9]、高圧に至ってクラックが開いて漏れを生じることがある。それゆえ、単純に低圧による検査が良いとはいえないが、高圧での漏れ検査は、温度変化による誤差増加を招きがちであることは、注意事項の一つである。

4.3. K_R の推定

4.3.1 K_R 推定の理論 [12]

加圧法では空気の注入口から空気が入るが、圧力の伝播は、熱や物質の移動に比べると非常に早いから、容器内は常に、至るところ同じ圧力となっているとみなせる。このことはまた、熱の発生は至るところで同じ割合となり、温度上昇も同時に生じることをも意味する。しかし、その後の熱の移動は容器壁への移動がほとんどすべてを占めるから、場所による温度差が生じるであろう。しかしこの論文では、容器寸法があまり大きくなくて、温度の場所による分布が、短時間で無視できる程度に減少する場合を扱う。したがって、空気の状態量は、容器内の場所によって変わらないものと仮定して、以下の解析を行う。

小さな穴や隙間からの微少な流れが漏れであるから、その流れは層流である、と仮定で

きる。また、漏れ流路内で、空気の温度は壁の温度に等しく、壁の温度は流路にそって一定の値を保っていると仮定することができる[5], [6], [7]。このような条件での空気の質量流量は次式によって表される [8]。

$$G = \frac{K_R}{\mu R \theta_w} (P^2 - P_a^2) \quad (4.32)$$

ここで、 K_R の値は漏れ通路の形と大きさにより定まる幾何学的な定数である：

直径 d 、長さ L の円形断面の細管ならば

$$K_R = \frac{\pi d^4}{256L} \quad (4.33)$$

平行すきまに近い長方形断面で、二つの辺 b 、 W が

$$b \ll W \quad (4.34)$$

であるときには

$$K_R = \frac{Wb^3}{24L} \quad (4.35)$$

である。

実際に漏れを生じるすきまは複雑な形状をしているので、このように単純ではない。しかし、通路断面が複雑になっても、幾何学的なパラメータ K_R は長さの 3 乗の次元を持つ量である。この K_R の大きさを求めれば、漏れ流量が、どんな温度、圧力条件でどれだけになるかがわかる。

さて、漏れの検出では、あらかじめ定めた圧力などの条件のもとで、指定値以下の漏れを「漏れなし」とし、指定値を超える漏れについて、流量を正しく求めるという要求がない場合が多い。それゆえ容器などのメーカーでは、いろいろな団体の規定に対して、それぞれの試験条件に応じて試験を実施する。しかし、上記のもれ係数を知っておけば、あらゆる試験条件に対する適、不適をあらかじめ知ることができて、便利である。以下ではこの係数を推定する一つの方法を述べる。容器内にある空気に関する質量保存則は

$$\frac{dM}{dt} = -G \quad (4.36)$$

$$M = \rho V \quad (4.37)$$

であるが、この研究では V は定数とみなす。容器が圧力、温度などにより変形する場合には、この仮定は当てはまらず、別に研究する必要があるが、主要な多くの問題において、この仮定が成り立つ。次に、空気は圧力 1 MPa 以下、温度は常温 (約 300 K) では理想気体とみなせるから、次の状態方程式が成り立つ。

$$P = \rho R \theta \quad (4.38)$$

ここでは容器内温度を一つの値 θ で表しているが、これは容器の寸法が小さくて、場所による温度差が無視できると仮定していることに相当する。また、容器温度を一つの値 θ_w

で表しているが、これは容器の熱伝導率が非常に大きくて、容器壁面の至るところで、温度が同じであると仮定したことに相当する。空気の粘度は温度のみの関数とみなせるが、この流れでは、その温度は壁面温度に等しい。

漏れに関するパラメータは K_R であって、幾何学的測定が可能ならば、それから算定すればよい。しかし漏れ流路の寸法の直接測定は現実には不可能である。そこで、圧力や温度の観測値から K_R を決定する方法を考える。我々が観測できる量は、 θ, θ_w, P の三つの変数である。式 (4.32), (4.36) から

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{K_R}{\mu R \theta_w} (P^2 - P_a^2) \quad (4.39)$$

である。ついで、式 (4.36), (4.37) を用いて

$$\frac{dM}{dt} = \frac{V}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\theta} \right) \quad (4.40)$$

となる。式 (4.39), (4.40) をまとめると、

$$K_R = \frac{-\mu R \theta_c}{(P^2 - P_a^2)} \frac{d}{dt} \int_V \frac{P}{\theta} dV \quad (4.41)$$

である。式(4.41) は、 P, θ, θ_w が時間に関して連続的に記録されるならば、それらの値から漏れ係数が算出できることを示す。観測値の数値微分は観測ノイズに敏感であるから、その悪影響を避けるために、式 (4.40) の両辺を積分して、

$$\int_V \frac{P_0}{\theta_0} dV - \int_V \frac{P}{\theta} dV = K_R \int_{t_0}^{t_n} \frac{(P^2 - P_a^2)}{\mu \theta_c} dt \quad (4.42)$$

とする。ここで

$$J(t_0, t_n) = \int_{t_0}^{t_n} \frac{(P^2 - P_a^2)}{\mu \theta_w} dt \quad (4.43)$$

とおき

$$K_R = \left(\int_V \frac{P_0}{\theta_0} dV - \int_V \frac{P}{\theta} dV \right) / J(t_n, t_0) \quad (4.44)$$

とすれば、 K_R が観測値 (P, T, T_w) により求められる。求めた K_R を、あらかじめわかっている K_R の理論値または実験値と比較することができる。

式 (4.44) の空間積分を行うためには、空間内の温度分布がわかっているなければならない。また、式 (4.43) の定積分を実行するには時間区間 $[t_0, t_n]$ 内の短時間ステップごとの圧力がわかっているなければならない。圧力測定のノイズの影響は、この積分では緩和されるが、式 (4.42) の左辺ではそのまま現れる。それゆえ、異なる時刻ごとに K_R を算定し、それらの平均を求めることにする。

4.3.2 実験的検討

実験装置の本体はすでに図 4.2 で示したものを使用するが、図 4.11 に示すように測定対象の容器内に多数の温度計を設置して、式 (4.44) の体積積分を行う準備をする。

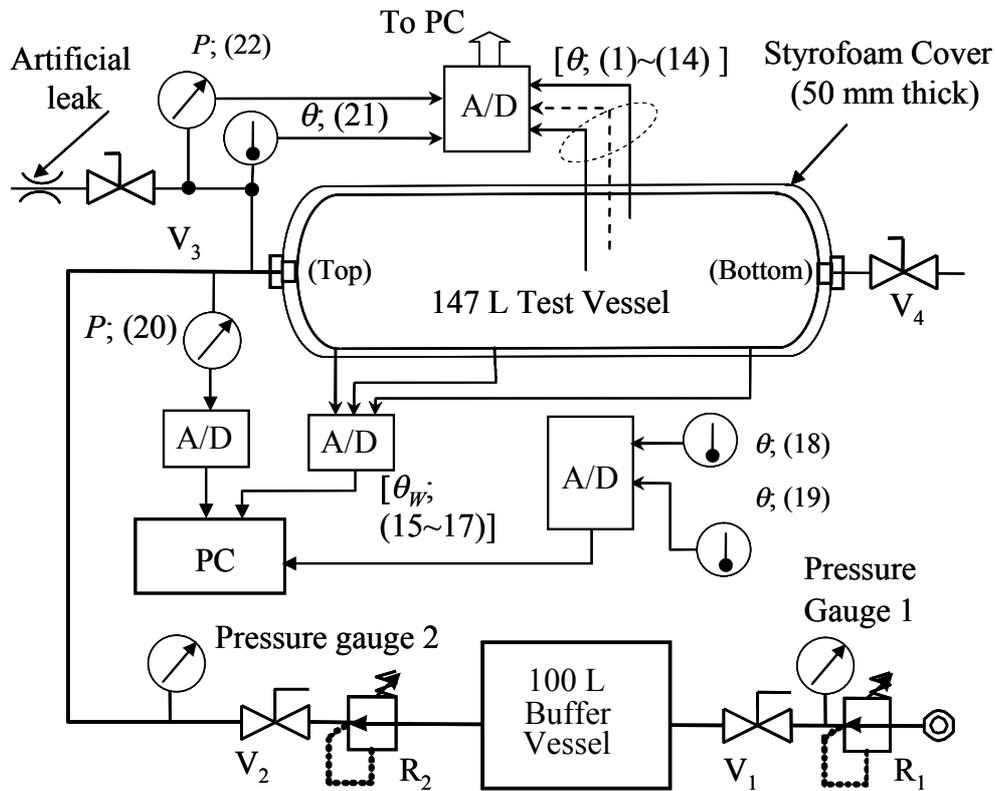


図 4.11 実験装置

図 4.12 に温度計の番号と、その設置場所を示す。この実験における測定項目は、空気供給路上の 2 点における圧力、タンク内の 14 点の温度、容器壁面上の 3 点の温度、室温(2 点) 及び供給管内温度である。

センサの仕様は次のとおりである。

温度計; JIS C 1602: 1995 熱電対 T, Class 2, シース; SUS 316, 直径 1.6 mm.

圧力計

センサ No. 20; KEYENCE Co. Ltd., AP-13S, (レンジ; 1 MPa, 精度; 0.5% FS)

センサ No. 22; CKD Co. Ltd., PPE-P10A-6, (レンジ ; 1 MPa, 精度; 1% FS)

細管を用いて、既知の流量特性を持つ漏れを作成した。これは内径 0.2 mm, 長さ 1 m のステンレス管である。式 (4.33) にこの値を代入すると、 $K_R = 1.96 \times 10^{-17} \text{ m}^3$ である。図 4.13 は測定した流量と理論流量を比較したもので、 K_R が計算どおりの性能を持つことを確認したものである。

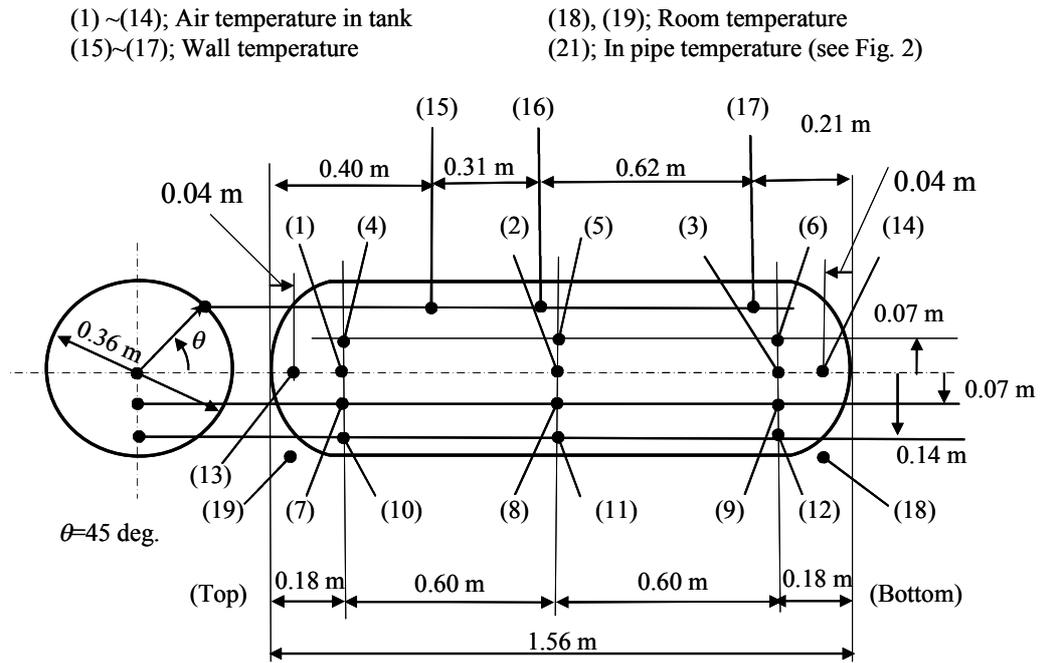


図 4.12 熱電対の位置

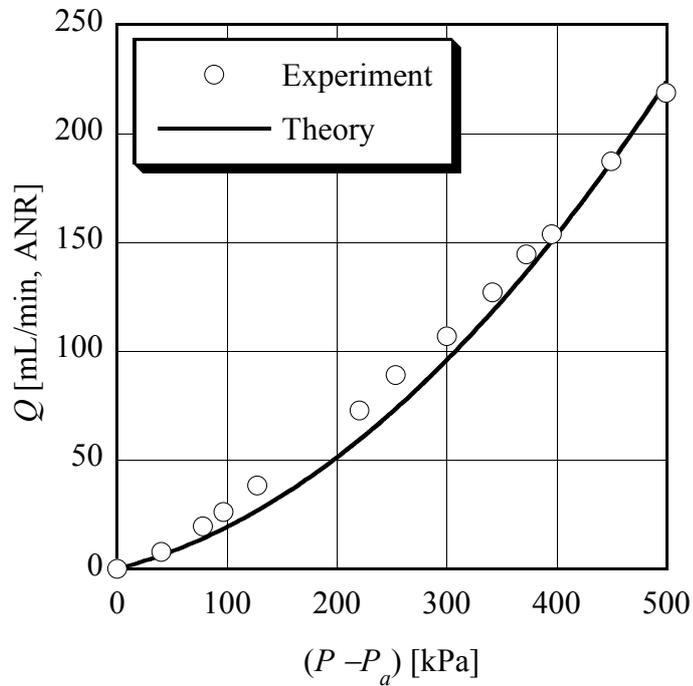


図 4.13 製作した人工漏れの特徴

空気加圧実験における温度，圧力の測定ステップは 0.25 s とした．測定値は PC に記録

し、漏れの推定計算を行う。注入圧力をいろいろに変えて実験を行った。注入圧力は 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa 及び 400 kPa (G)である。室温は 22~26°C, 大気圧力は 100.0~100.5 kPa であった。

4.3.3 実験結果

図 4.14, 4.15 及び 4.16 は得られたデータの概略を示す。図示のデータは 10 秒間の平均を取って、ノイズを平滑化したものである。この平滑化を行うと、空気注入直後の、圧力及び温度の鋭いピークも平滑化されてしまう。しかし、今回行っている、この過渡現象が平滑化される問題は、 K_R 推定に支障を与えることはない。

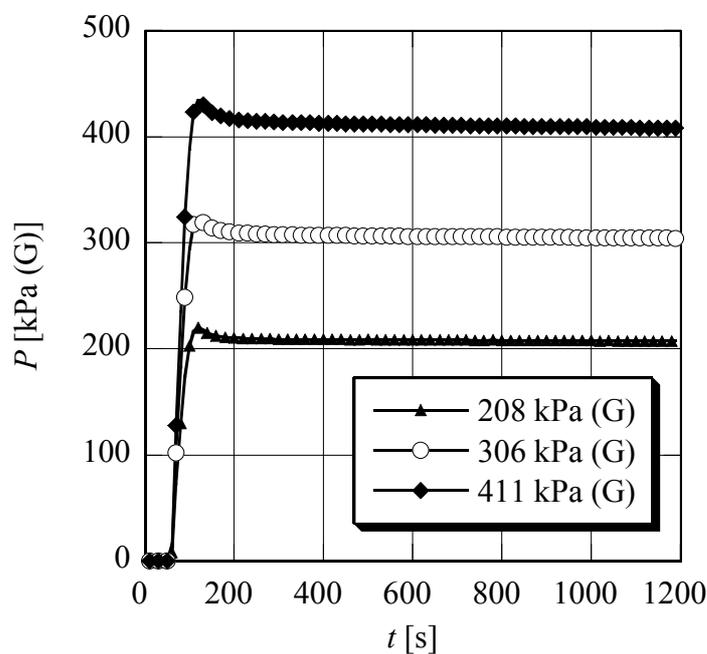


図 4.14 漏れがある場合の圧力変化

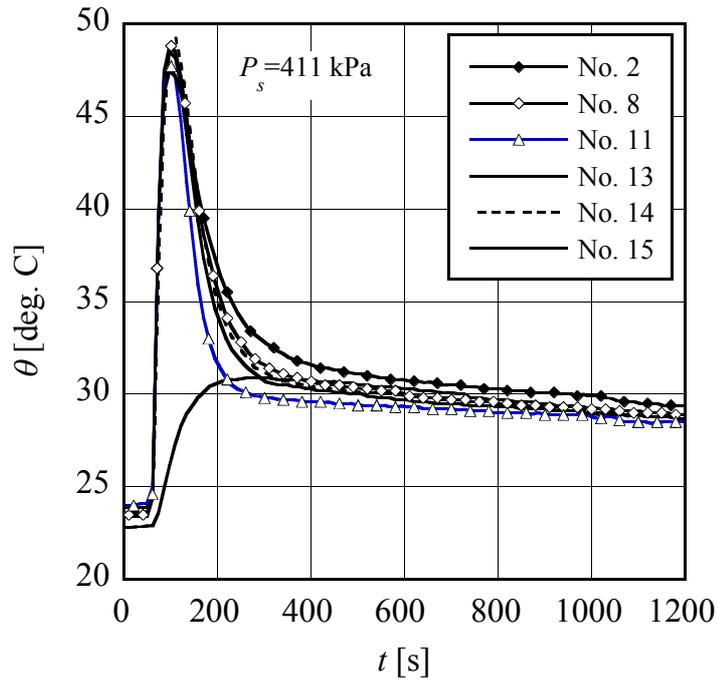


図 4.15 漏れがある場合の温度変化；チャージ圧力 411 kPa

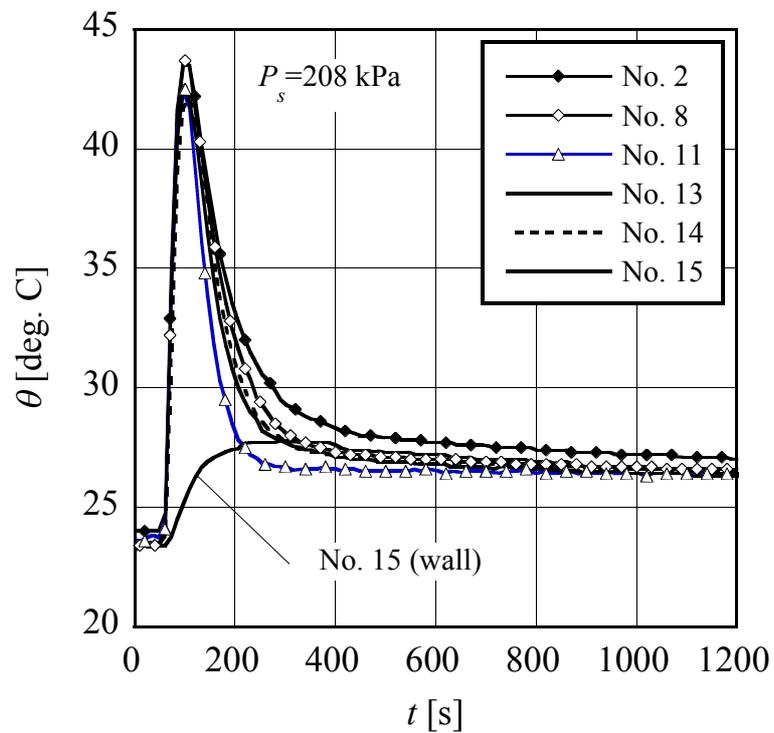


図 4.16 漏れがある場合の温度変化；チャージ圧力 208 kPa

図 4.11 中のセンサ番号が図 4.14, 4.15 中に記載してある。注入初期における温度上昇は急峻である。容器壁の温度 (センサ No. 15) は内部空気よりも遅れて上昇し、上昇自体が

穏やかである。初期の急激な上昇の後に、圧力、温度ともにややゆっくりと下降する。壁温度、内部空気温度ともに、やがて室温に近づく。圧力は、漏れがなければ、ある極限值に近づく。漏れがある場合には、最終的には、圧力は大気圧まで降下するであろう。

図 4.14 及び図 4.15 では No. 11 センサが $t=200$ s において、壁の温度よりも低い値を示している。壁近くの内部空気温度が壁よりも低下することは奇妙である。いろいろな状況が想定されるけれども、この問題は今のところは、考察しないでおく。

4.3.4 データ整理と考察

図 4.14 及び図 4.15 に現れたように、容器内の温度は場所により異なる。図 4.17 は容器中心軸上の温度である。 $t=0$ では温度の場所による違いはほとんどないが、空気充填がちょうど終わった $t=120$ s で温度は上がっているが、場所によって上昇量が異なる。 $t=240$ s では、温度は一様に近づくが、容器の頂上と底の断面では中央部よりはより室温に近い。注入の直後以外では、容器の軸にそった温度はほとんど一様である。図 4.18 は軸に垂直な断面上の、鉛直な半径に沿う温度の分布である。半径座標が負として描いてあるのは、中心より高い位置であることを表す。この断面の位置は頂点から約 1.4 m 離れている。

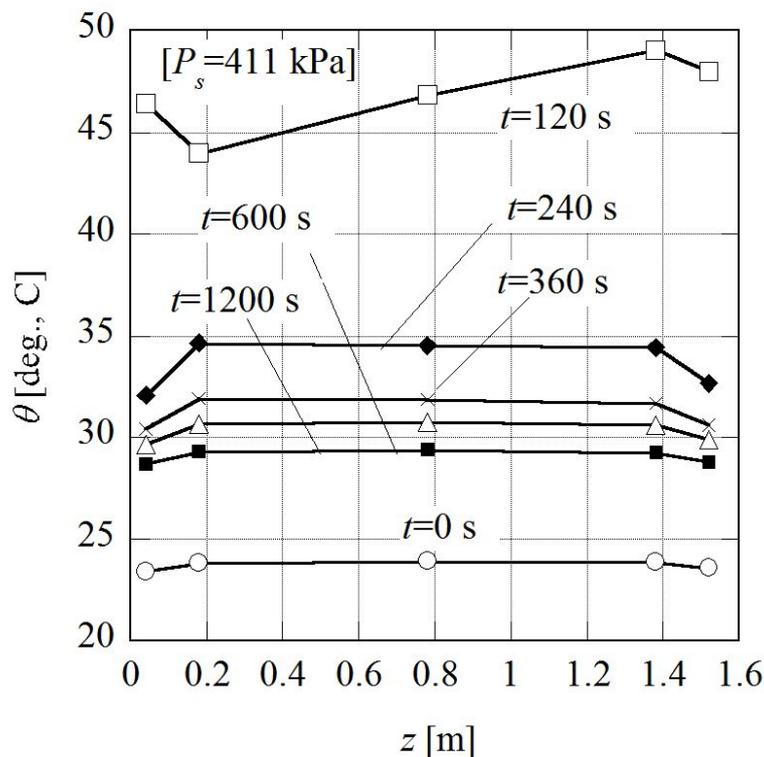


図 4.17 容器中心軸上の温度分布

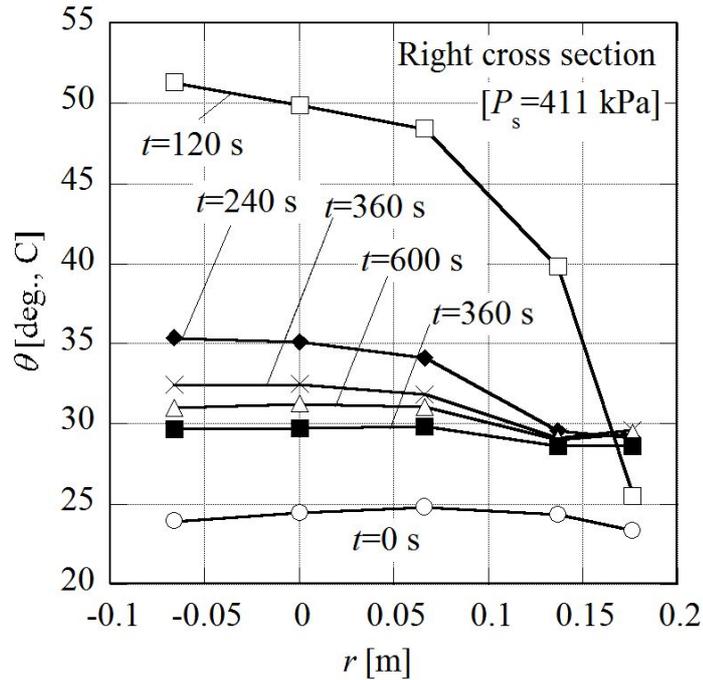


図 4.18 容器の軸に垂直な断面の半径に沿った温度分布

チャージ後 240 s において、円筒部では、壁から 40 mm の点と壁温度がほぼ等しい。それゆえ、この部分の温度分布は、あまり放物線と似ていない。断面上の温度分布は、円筒中央と端に近い部分とで、ほとんど同じである。これは 図 4.18 から見てとれるであろう。以上の観察をもとに、容器内空気の密度分布を推定する。図 4.19 の r_a 及び r_b は容器断面上のセンサ位置を説明する。

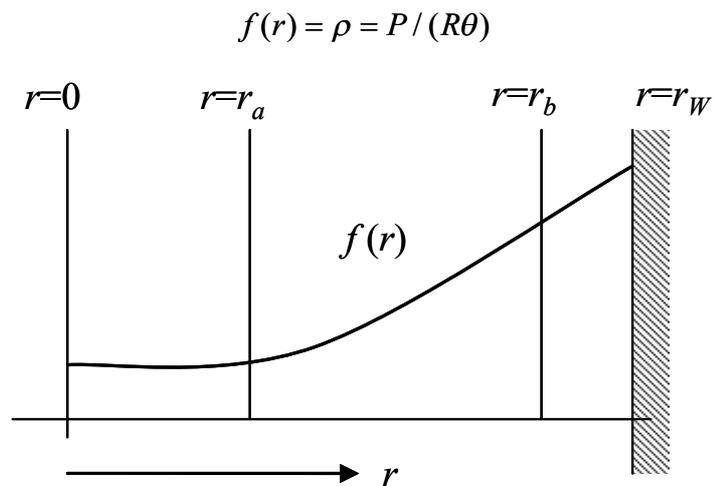


図 4.19 容器断面上の密度分布のモデル

容器は軸対称の形をしているから、次の式が成り立つ。

$$dM = \rho dV = \rho 2\pi r dr dz = dz \frac{P}{R\theta} 2\pi r dr \quad (4.45)$$

断面上の積分を行うと、

$$\int_{r_A}^{r_B} \frac{2\pi r dr}{\theta} \approx \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\theta_A} + \frac{1}{\theta_B} \right) 2\pi r dr = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\theta_A} + \frac{1}{\theta_B} \right) \pi (r_B^2 - r_A^2) \quad (4.46)$$

である。温度センサの配置を示した図 4.12 を参照すると、両端部の積分は次のように近似できる。

$$\begin{aligned} dm &= \int_0^{r_w} \frac{2\pi r dr}{\theta} \\ &\approx \left(\frac{1}{\theta_0} + \frac{1}{\theta_a} \right) \frac{\pi r_a^2}{2} + \left(\frac{1}{\theta_a} + \frac{1}{\theta_b} \right) \frac{\pi (r_b^2 - r_a^2)}{2} + \left(\frac{1}{\theta_b} + \frac{1}{\theta_w} \right) \frac{\pi (r_w^2 - r_b^2)}{2} \\ &= \frac{\pi r_a^2}{2\theta_0} + \frac{\pi r_b^2}{2\theta_a} + \frac{\pi (r_w^2 - r_a^2)}{2\theta_b} + \frac{\pi (r_w^2 - r_b^2)}{2\theta_w} \end{aligned} \quad (4.47)$$

この dm を z 軸方向に積分して、空気質量 M が得られる。積分の実行には z 軸に沿う温度分布を知る必要がある。図 4.17 に示した温度分布の測定値を参照すると、空気注入から 240 秒後には、温度は軸に沿ってほぼ一定となっていることがわかる。同図によると、円筒部の温度はほぼ一定であることもわかる。両端の楕円体部に関しては、温度センサは楕円体のほぼ中央に配置してあって、それらは θ_L 及び θ_R と名づけてある。これらの楕円体内は一樣な温度となっていて、測定値からさほど異なっているとは考えにくい。初期温度は室温であるが、空気注入から 120 s 後には温度が高くなっていて、240 s 後には低下して、しかも容器の長さ方向にほぼ一樣となる。この後は軸方向の一樣性を保ちながら一樣に下がる。したがって、式 (4.46) に現れている円筒部の温度は、 z 方向に一定であるとみなすことができる。以上の観察に基づき、容器内の質量は次のように推定できる。

$$\begin{aligned} M &= \int_V dM = \int_V \rho dV = \frac{P}{R} \int_V \frac{1}{\theta} dV \\ &= \frac{P}{R} \frac{2\pi h r_w^2}{3} \left(\frac{1}{\theta_L} + \frac{1}{\theta_R} \right) + \frac{PL\pi}{2R} \left[\frac{r_a^2}{\theta_0} + \frac{r_b^2}{\theta_a} + \frac{(r_w^2 - r_a^2)}{\theta_b} + \frac{(r_w^2 - r_b^2)}{\theta_w} \right] \end{aligned} \quad (4.48)$$

センサ番号と温度の対応は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \theta_L &= \theta_{13} \quad \theta_R = \theta_{14} \\ 1/\theta_0 &= (1/\theta_1 + 1/\theta_2 + 1/\theta_3)/3 \\ 1/\theta_a &= 1/6 \sum_{k=4}^9 1/\theta_k \\ 1/\theta_b &= (1/\theta_{10} + 1/\theta_{11} + 1/\theta_{12})/3 \\ 1/\theta_w &= (1/\theta_{15} + 1/\theta_{16} + 1/\theta_{17})/3 \end{aligned} \quad (4.49)$$

任意の時刻における空気質量は、これらの値を式 (4.48) に代入することにより得られる。代入計算は以下のとおりである。測定した温度を次の行列に保管する。

$$\mathbf{A} = [1/\theta_{i,j}]$$

ただし、 i は時刻に対応する。すなわち $t=10(i-1)$ s で $i=1$ から 121 までである。 j はセンサの番号である。

式 (4.48) は次のように書くことができる。

$$M \frac{2R}{\pi r_w^2 LP} = \frac{4h}{3L} \left(\frac{1}{\theta_L} + \frac{1}{\theta_R} \right) + \left[\frac{s_a^2}{\theta_0} + \frac{s_b^2}{\theta_a} + \frac{(1-s_a^2)}{\theta_b} + \frac{(1-s_b^2)}{\theta_w} \right] \quad (4.50)$$

$$s_a = r_a / r_w, \quad s_b = r_b / r_w$$

式(4.48)を参照すると、温度データ ($1/\theta_{i,j}$) にかかる係数は、次のとおりである。

$$\begin{aligned} j=1, 2, 3; & \quad s_a^2 / 3 \\ j=4 \sim 9; & \quad s_b^2 / 6 \\ j=10, 11, 12; & \quad (1-s_a^2) / 3 \\ j=13; & \quad 4h / 3L \\ j=14; & \quad 4h / 3L \\ j=15, 16, 17; & \quad (1-s_b^2) / 3 \end{aligned} \quad (4.51)$$

行ベクトル \mathbf{b} を次式で定義する。

$$\mathbf{b} = \left(\frac{s_a^2}{3}, \frac{s_a^2}{3}, \frac{s_a^2}{3}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{s_b^2}{6}, \frac{1-s_a^2}{3}, \frac{1-s_a^2}{3}, \frac{1-s_a^2}{3}, \frac{4h}{3L}, \frac{4h}{3L}, \frac{1-s_b^2}{3}, \frac{1-s_b^2}{3}, \frac{1-s_b^2}{3} \right) \quad (4.52)$$

このベクトルの要素はタンクの幾何学的寸法で決定する。式 (4.49) の右辺の全時刻のデータは、次のように与えられる。

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{b}^T \quad (4.53)$$

ただし \mathbf{C} は列ベクトル [c_1, c_2, \dots, c_{121}] であって、右辺で計算された値は式 (4.49) の時刻 t_i における値である。よって、時刻 t_i における容器内空気の質量は

$$M_i = \frac{\pi r_w^2 L}{2R} P_i c_i, \quad (i=1 \sim 121) \quad (4.54)$$

となる。

さて、容器内質量の変化率が漏れであるから、質量は非常な高精度で求める必要がある。質量の変化率を求めるためには、理論的には時間原点は任意である。しかし温度分布の一樣性は、注入後の時間により著しく異なることもあるので、時間原点はなるべく注入時刻から離れている方が良い。しかしあまり遠くなると、室温との温度差が小さくなって、センサ誤差が災いとなる。なお、質量の基準値は任意に取ることができる。

図 4.20 は容器内の空気質量の計算例を示した。この場合の時間原点は注入後 120 s である。図 4.20 は計算された質量が定常的に減少していることを示している。計算開始時に算出される鋭い極小値は、温度分布が一様でなかったことによると考えている。このグラフから、質量の減少をより明瞭に知るためには、各曲線の 600 s - 1200 s の区間に対して、最小二乗法を適用して、その勾配を求めるのが良い。

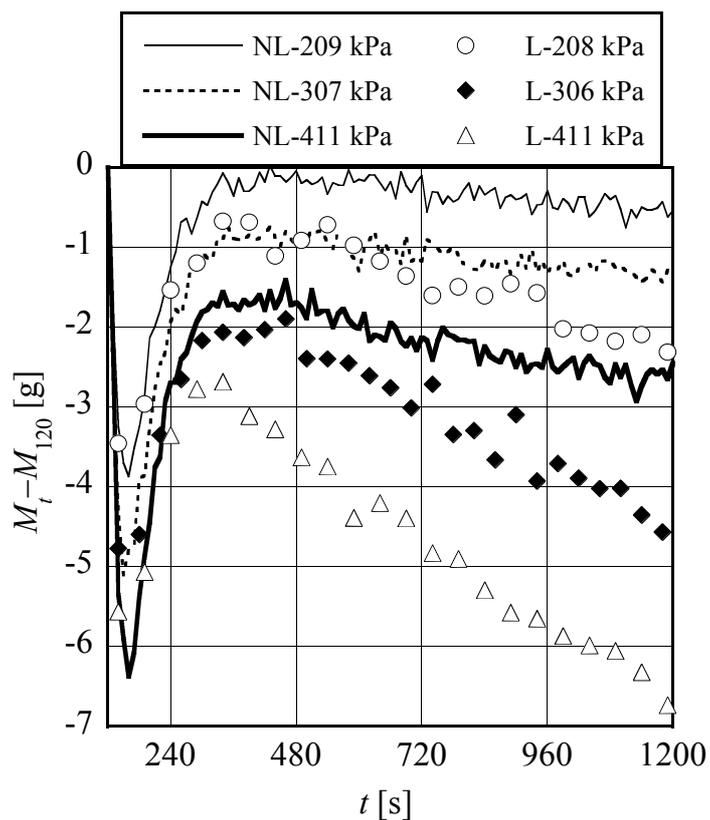


図 4.20 容器内の質量変化

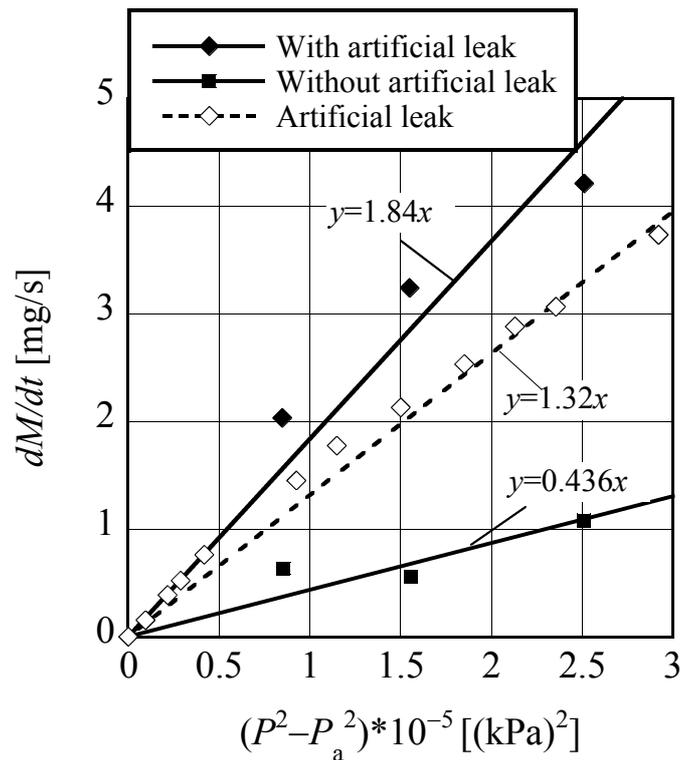


図 4.21 質量の変化率

図 4.21 はそのようにして得た勾配のプロットである。図の横軸はタンク内の絶対圧の平方と、外部（大気）絶対圧の平方の差である。これにより、式(4.41) の K_R との対応を充填圧力ごとに見ることができる。この直線の勾配と K_R とを表 1 に比較してある。表の最下行は、推定した K_R の値であって、理論値は次のとおりである。

$$K_R = (0.0002\text{m})^4 \pi / 256 / 1\text{m} = 1.96 * 10^{-17} \text{m}^3 \quad (4.54)$$

(表の 2 行目の K_R は dM/dt から算出した K_R である。細管をつけた場合と、つけない場合の差が表の最下行である。従って、これが細管を通った流量ということになる)。

表の結果は 400 kPa(G) では、計算値と実験値は一致するが、300 kPa(G) 及び 200 kPa(G) では、理論値より約 50%大きいことを示している。なお、計算にあたっては次の値を用いている。

$$\theta_C = (273.15 + 25) \text{K}, \mu = 18.5 * 10^{-6} \text{Pa} \cdot \text{s}, R = 287.2 \text{J/kg/K}.$$

表 4.1 式 (4.41) による K_R の値

A: 細管つき			
P_s (kPa)	208	306	411
dM/dt	2.03	3.24	4.21
K_R	3.79E-17	3.31E-17	2.65E-17
B: 細管なし			
P_s (kPa)	209	307	411
dM/dt	0.64	0.55	1.08
K_R	1.18E-17	5.64E-18	6.82E-18
A, Bの差			
K_R (C)	2.61E-17	2.7E-17	2E-17

次に、式 (4.44) を用いた K_R の推定法を調べよう。 $t=kT$ における圧力データを次の記号で表す。

$$t_k = t_0 + kT, \quad P(t_k) = P_k \quad (4.56)$$

式 (4.43) の右辺の積分は台形公式を用いて行う。

$$J(t_0, t_n) \approx \frac{\Delta t}{\mu\theta_C} \sum_{k=0}^{n-1} (P_{k+1}^2 + P_k^2 - 2P_a^2) / 2 \quad (4.57)$$

この積分へのランダムな雑音の影響を消すためには、十分長い時間間隔 $n\Delta t$ が必要である。積分を開始する時刻もやはり結果に影響を与える。次に示す例では、 $t_0=120$ s とし、データは $t_n=600\sim 1200$ s の間で採っている。求めた K_R の平均値と標準偏差は表 4.2 に示す。

表 4.2 式 (4.43) を用いた K_R [m3] の算定

圧力 水準 (kPa)	細管つきの 場合	細管なしの 場合	細管の K_R の推 定値
200	3.84E-17	8.98E-18	2.97E-17
300	4.44E-17	1.87E-17	2.58E-17
400	4.23E-17	9.70E-17	3.26E-17

表に示した K_R の算定値は、既知の値の約 2 倍となっている。式 (4.44) による推定は式 (4.41) による推定よりも理論値との差が大きい。

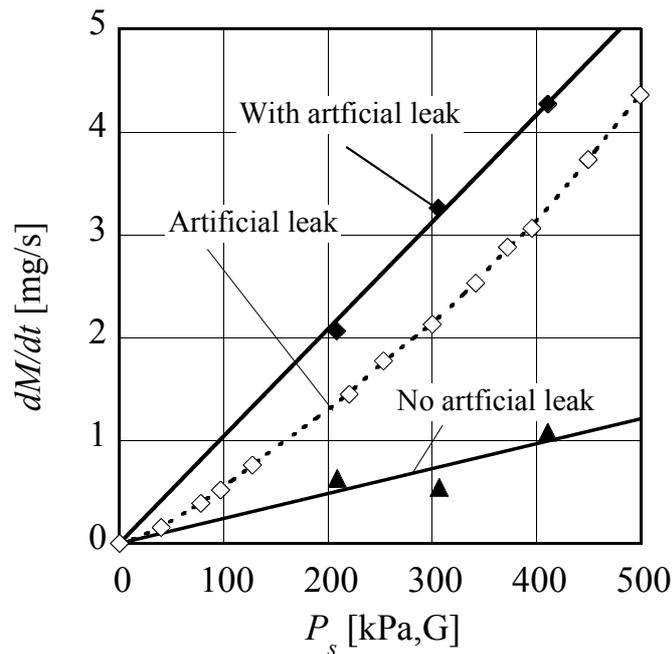


図 4.22 推定値と測定済み人工漏れとの比較

4.4 本章のまとめ

本章では、比較的大きな円筒状の容器を用いて、漏れ検出の実験を行い、現象の基礎的な特性を明らかにすることを試みた。第1の結論は、圧力の変化には、真の漏れではなく、温度変化による部分があり、その大きさを推定して、真の漏れを推定しようという試みである。それにより知られたことは、次のようなものである[10]。

150 L の容器内空気が常温で 400 kPa のとき、その質量は約 0.9 kg である。漏れ流れ 100 mL/min (ANR) が 10 分続くと、20°C、100 kPa の空気が 1 リットル漏れたことになり、これは約 1.2 g である。それゆえ、この漏れを圧力計で検出するには、圧力計の精度は、電気系のノイズなしとして、悪くとも $1.2/900 \div 0.0013$ であることを要する。このとき、等温条件であるとして、圧力変化は 0.67 kPa である。この実験で用いた圧力センサのレンジは 1 MPa で、その精度は通常 0.5% である。すなわち 5 kPa である。これは上記の値 0.67 kPa の約 7 倍である。いくつかの方法で 150 リットルタンクからの 100 mL/min (ANR) 程度の漏れの検出を試みた [11]。評価値は、検定した流量と比べて大きさの桁は一致した。

もう一つの目的は、圧力充填後、どのくらいの時間にわたって、内部温度が変動しているかという問題である。このことを知るために、容器の内部に 16 本の熱電対を配置して、内部温度の変化を測定した [12]。また容器壁面の 3 点と、室内空間 2 点の温度を測定した。その測定結果により、容器内部温度は安定した速やかな変化をとげ、対流の残存などの影

響は小さいことが知られた。また容器の壁面温度は、数 K の変化を示し、従来の理論 [2], [3], [4] が壁面温度を室温と仮定してきたことは正しくないことがわかった。

本章における第 3 の主題は、漏れの表示方法の一つの提案である。すでに規格ともなり、広く使われている方法は、漏れの大きさそのものを、モル流量 mole/s, 質量流量 kg/s, 標準状態での体積流量 mL/min, 損失動力: Pa·m³/s, などにより表すものである。これらの表示方式で表される漏れ量は、装置の運転状態あるいは検査ならば、検査条件により異なる値を示すものである。すなわち、円形断面の円筒状の穴から漏れる質量流量を例に取れば、

$$G = \frac{\pi d^4 (P_s^2 - P_a^2)}{256 \mu R \theta L} \quad (4.58)$$

である。この式には、温度 θ と、温度の関数となる μ , 気体の種類により変わる R , 及び検査条件の圧力 P_s がパラメータとして入っている。これらが異なる条件で検査をすれば、当然漏れの数値が変わる。しかし漏れを引き起こしたのは、幾何学的パラメータであるところの d と L である。それゆえ、幾何学的パラメータを知っていれば、検査条件が変わったときの漏れ量もわかるのである。そこで、本章では上の式に代わって

$$G = K_R \frac{(P_s^2 - P_a^2)}{\mu R \theta} \quad (4.59)$$

と表し、漏れを流量などで表すかわりに、もれを生じる K_R を表示するという表示方法を提案した。これに対しては、長さとお内径を決めた細管を容器に取り付けた実験を行い、寸法から計算した K_R と、圧力変化から算定した漏れ流量とを比較し、幾何学的数値をほぼ正しく推定することに成功した。図 4.22 は測定された細管の漏れ流量（これは流量計で測った正しい値）、この漏れをつけた場合と、つけない場合のそれぞれのタンクからの漏れ流量推定値がプロットしてある。

本章の計算を支えた温度測定のための温度計の設置は非常に煩雑なもので、大量生産ラインで実施することは、認めがたいであろう。実際の漏れ検出では、もっと簡単な方法が必要である。

4 章の文献

- [1] A. H. Shapiro, The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, Vol. 1, p.40, John Wiley & Sons (1953).
- [2] L. G. Harus, M. Cai, K. Kawashima, and T. Kagawa, Determination of temperature recovery time in differential-pressure-based air leak detector, Meas. Sci. Technol. 17, No. 2, pp. 411-418 (2006).
- [3] ハルス・ラクサナ・グントル, 蔡茂林, 川嶋健嗣, 香川利春: 差圧式漏れ試験装置の再現性に対する温度回復時間の影響, 日本フルードパワーシステム学会論文集, Vol. 38, No. 4, p.54-59 (2007).

- [4] Y. Shi, X. Tong and M. Cai, Temperature effect compensation for fast differential pressure decay testing, *Meas. Sci. Technol.* 25, 065003, (2014).
- [5] C. Hong, Y. Asako and J-H. Lee, Estimation of Leak Flow Rates Through Narrow Cracks, *ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 131 / 051405-1~8, (2009).
- [6] A. Ya, Rozinov, Physical Evaluation of the Efficiency of Applying Liquid Indicators during Leakproofness Inspection, *Russian Journal of Nondestructive Testing*, Vol. 42, No. 8, pp. 551–557 (2006). (Pleiades Publishing, Inc., 2006. ISSN 1061-8309, Original Russian Text copy wright A. Ya. Rozinov, 2006, published in *Defektoskopiya*, 2006, Vol. 42, No. 8, pp. 81–91.)
- [7] G. P. Celata, M. Cumo, S. McPhail, and G. Zummo, Characterization of fluid dynamic behaviour and channel wall effects in microtube, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27, 135–143, (2006).
- [8] A. H. Shapiro, *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*, Vol. 1, p.189, John Wiley & Sons (1953).
- [9] C. Hong, Y. Asako and J-H. Lee, Estimation of Leak Flow Rates Through Narrow Cracks, *ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 131 / 051405-1~8, (2009).
- [10] 土屋順裕, ウーレイレイ, 尹鍾皓, 香川利春, 圧力変化法による容器の漏れ検査について, (基礎的特性の研究), *日本フルードパワーシステム学会論文集*, Vol. 45, No. 5, p.73-78 (2014).
- [11] N. Tsuchiya, L. Oo, C. Youn and T. Kagawa, Correlation of Charge Pressure Level and Leak Detection Sensitivity in Pressure Method, *FLUCOME2013, The 12th International Symp. on Fluid Control, Measurement and Visualization*, November 18-23, 2013, Nara, Japan.
- [12] N. Tsuchiya, E. Urata, L. Oo, C. Youn and T. Kagawa, A Method for Estimate of Leak Coefficients, *JFPS International Journal of Fluid Power System* 8-1, 52/59, (2015).

5. 熱交換器に対する漏れ検査

5.1 数学モデル

5.1.1 温度による圧力変化

5.1.2 外部温度の影響

5.2 実験

5.2.1 実験装置

5.2.2 実験条件及び実験方法

5.2.3 実験結果

5.2.4 実験結果の整理方法

5.2.5 実験結果の検討

5.2.6 漏れ無しの判定について

5.3 本章のまとめ

5 章で用いるおもな記号

c_C : 容器材料の比熱 [J/kg/K]

c_P : 空気の定圧比熱 [J/kg/K]

c_V : 空気の定積比熱 [J/kg/K]

F_M : 式(5.44)で定義する差分数列 [Pa]

G : 質量流量 [kg/s]

h_i : 容器内面の熱伝達率 [W/K/m²]

h_e : 容器表面の外部へ熱伝達率 [W/K/m²]

H : 式(5.38)で定義する時間 [s]

k : 圧力差から漏れ流量への換算係数 [mL/min/Pa]

M : 容器内空気質量 [kg]

M_C : 容器質量 [kg]

p_1, p_2 : 特性方程式(5.12)の根 [s⁻¹]

P : 圧力 [Pa]

Q_i : 内部空気から容器への熱流量 [W]

Q_e : 容器から外部への熱流量 [W]

R : ガス定数 [J/kg/K]

s : ラプラス演算子 [s⁻¹]

S_i : 内部空気と容器との接触面積 [m²]

S_e : 容器の外部との接触面積 [m²]

t : 時間 [s]

T : インターバル [s]

V : 容器内容積 [m^3]

Z_M : 式 (5.41) で定義する圧力の積分 [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]

β : 容器内外面の放熱係数比 ; 式(5.11)で定義 [-]

γ : 式 (5.49) で定義する漏れによる圧力変化率 [Pa/s]

θ : 温度 [K]

θ_a : 環境温度 [K]

θ_c : 容器温度 [K]

ρ : 空気密度 [kg/m^3]

添え字 0: 初期値を表す

5.1 数学モデル

本章では、熱交換器を対象として、空気圧加圧による漏れ検査の基礎理論と、これに関連する実験の結果をまとめる。ここで扱う対象の形を一般化して表現すれば、容器内部における空気の対流が無視でき、容器内の熱の伝達は伝導のみによること、である。この範疇に入る形状は、細い管状の容器、あるいは管径差の小さな二重管などである。容器の外部は室温であるとする。容器の外部は静置されている場合が一般的であったが、本研究では強制的に風を送る場合も一部考慮する。また従来の研究、文献等を見ると、容器の熱容量に関する考慮がなされていないので [1], [2], この点を改善した理論構築を行う。

5.1.1 温度による圧力変化

容器内の空気の圧力の変化は、温度変化の影響を受けるが、その温度は、主に容器との熱の授受により決定する。容器は外界との熱交換により、環境温度に近づく。熱の授受の様子を簡略化すると、図 5.1 のようになる。厳密には、漏れがあれば、その漏れる流体によっても熱が外に出る。

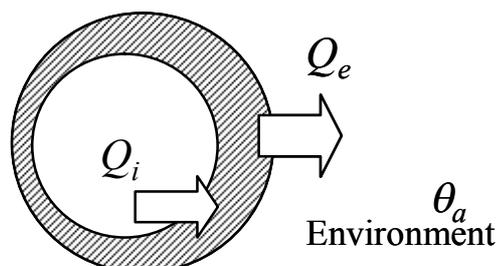


図 5.1 容器に出入りする熱

内部空気から容器への熱流量は、次のように表される。

$$Q_i = h_i S_i (\theta - \theta_c) \quad (5.1)$$

容器から外気への熱流量は、次のように表される。

$$Q_e = h_e S_e (\theta_c - \theta_e) \quad (5.2)$$

漏れ流れに伴うエネルギー損失は、次のように表される。

$$Q_L = G c_p \theta \quad (5.3)$$

容器内空気に関するエネルギー保存則は、次のように表される。

$$M c_v \frac{d\theta}{dt} + Q_i + G c_p \theta = 0 \quad (5.4)$$

容器に関するエネルギー保存則は、次のように表される。

$$M_c c_c \frac{d\theta_c}{dt} = Q_i - Q_e \quad (5.5)$$

これらの式 (5.1) から式 (5.5) までをまとめると、次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M c_v \frac{d\theta}{dt} + (G c_p + h_i S_i) \theta - h_i S_i \theta_c &= 0 \\ M_c c_c \frac{d\theta_c}{dt} + (h_e S_e + h_i S_i) \theta_c - h_i S_i \theta &= h_e S_e \theta_a \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

式 (5.6) を解く。まず

$$\theta_c = \frac{M c_v}{h_i S_i} \frac{d\theta}{dt} + \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) \theta \quad (5.7)$$

である。これを第2式に代入する。

$$M_c c_c \frac{d}{dt} \left[\frac{M c_v}{h_i S_i} \frac{d\theta}{dt} + \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) \theta \right] + (h_e S_e + h_i S_i) \left[\frac{M c_v}{h_i S_i} \frac{d\theta}{dt} + \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) \theta \right] - h_i S_i \theta = h_e S_e \theta_a$$

次いで標準型に直す。

$$\begin{aligned} \frac{M_c c_c M c_v}{h_i S_i} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left[M_c c_c \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) + M c_v \left(1 + \frac{h_e S_e}{h_i S_i} \right) \right] \frac{d\theta}{dt} \\ + \left[(h_e S_e + h_i S_i) \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) - h_i S_i \right] \theta = h_e S_e \theta_a \end{aligned} \quad (5.8)$$

通常は

$$G c_p \ll h_i S_i \quad (5.9)$$

であるから、以下では表記の煩雑を避けるために $c_p G$ の項を省略すると

$$\frac{M_c c_c M c_v}{h_i S_i} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left[M_c c_c + M c_v \left(1 + \frac{h_e S_e}{h_i S_i} \right) \right] \frac{d\theta}{dt} + h_e S_e \theta = h_e S_e \theta_a$$

である。整理して

$$\frac{M_c c_c M c_v}{h_e S_e h_i S_i} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left[\frac{M_c c_c}{h_e S_e} + \frac{M c_v}{h_i S_i} \left(1 + \frac{h_i S_i}{h_e S_e} \right) \right] \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_a \quad (5.10)$$

である。この解は次のように表される。記号を

$$A = \frac{M_c c_c}{h_e S_e}, \quad B = \frac{M c_v}{h_i S_i}, \quad \frac{h_i S_i}{h_e S_e} = \beta \quad (5.11)$$

と定義すれば、方程式は

$$AB \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (A + B + B\beta) \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_a \quad (5.12)$$

である。特性根は

$$p_1 = \frac{-(A + B + B\beta) + \sqrt{(A + B + B\beta)^2 - 4AB}}{2AB}, \quad p_2 = \frac{1}{ABp_1} \quad (5.13)$$

である。これを使って

$$\theta = \theta_a + B_1 \exp(p_1 t) + B_2 \exp(p_2 t) \quad (5.14)$$

である。初期条件により、 B_1, B_2 が決まるのであるが、初期値は $t=0$ をどう与えるかによって異なる。空気充填直後は、容器内部の空気運動が盛んであるが、内部空気がほぼ静止したと見なせる時刻を越えた任意の時刻において、初期値を定める。

上の解を、式 (5.6) の第 1 式に代入して

$$\theta_c = \frac{M c_v}{h_i S_i} \frac{d\theta}{dt} + \left(1 + \frac{G c_p}{h_i S_i} \right) \theta \quad (5.15)$$

から、 θ_c を求める。ここでも G の項は省略しておく、次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_c &= \frac{M c_v}{h_i S_i} \frac{d\theta}{dt} + \theta \\ &= b [B_1 p_1 \exp(p_1 t) + B_2 p_2 \exp(p_2 t)] + B_1 \exp(p_1 t) + B_2 \exp(p_2 t) + \theta_a \\ &= (b p_1 + 1) B_1 \exp(p_1 t) + (b p_2 + 1) B_2 \exp(p_2 t) + \theta_a \end{aligned}$$

ただし

$$b = \frac{M c_v}{h_i S_i} \quad (5.16)$$

以上を整理すると

$$\theta_c = \theta_a + (b p_1 + 1) B_1 \exp(p_1 t) + (b p_2 + 1) B_2 \exp(p_2 t) \quad (5.17)$$

式 (5.12) に現れた 3 つの定数の大きさを調べる。下の表は長さ 1m, 半径 1 cm, 肉厚 2 mm の銅管の両端を塞いだものを容器としてある。

表 5.1 物性値数値例

M_C	kg	1.116
$c_C(\text{copper})$	J/kg/K	386
S_i	m ²	0.6
h_e	W/m ² /K	10
S_e	m ²	0.7
h_i	W/m ² /K	1
$V(\text{air})$	m ³	0.000314
$\rho(\text{air})$	kg/m ³	1.17
$M(\text{air})$	kg/m ³	0.000366

式 (5.11), (5.13) に物性値を代入すると,

$$A = 61.5, \quad B = 0.44, \quad \beta = 0.086$$

$$p_1 = -0.016, \quad p_2 = -2.27$$

である. この場合は, B は A に比べて非常に小さいから, 式 (5.12) は一次遅れ系

$$\theta_C \approx \theta, \quad A \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_a \quad (5.18)$$

で近似できることがわかる. そして, その時定数を決定するパラメータの質量及び, 比熱などは, 中の空気のそれではなく, 銅管の値, すなわち容器の熱容量である. 従来の解析等で, 物質の熱容量として, 容器内空気の熱容量をとっているものがあるが, それは, 容器熱容量が内部空気の熱容量に比べて十分小さい場合になれば当てはまるであろうが, 一般的な容器では, 容器の熱容量を用いる方がより正確である. このように求めた温度を, 状態方程式に代入すれば, 圧力の解析値が求められる.

さて,

$$(P_0 - P)V = R\theta_0 Gt + MR(\theta_0 - \theta) \quad (5.19)$$

において, θ_0 は初期値である. 観測値を用いて, 初期値を表現することを考えよう. (我々は, 温度計は使わず, 圧力計だけですべてを決定するという問題を解くのである. 温度計を使うことを条件に加えるならば, 数学的な問題はもっと容易になる.)

さて, 時刻データを利用するために, 式 (5.19) は次のように書くことにする.

$$[P_0 - P(t)]V = R\theta_0 Gt + MR[\theta_0 - \theta_a - B_1 \exp(p_1 t) - B_2 \exp(p_2 t)] \quad (5.20)$$

数値例が示すように, 通常の物理量では, $|p_1| \ll |p_2|$ であるから, ごく短時間後には

$$[P_0 - P(t)]V \approx R\theta_0 Gt + MR[\theta_0 - \theta_a - B_1 \exp(p_1 t)] \quad (5.21)$$

という近似が十分な精度で成り立つ. しかし, 以下では, 形式的であるが, このような近似を行わない形で, 式を展開しておく. 我々が指定する時刻において観測する圧力と室温とから, 定数 G, B_1, B_2 が, 次のように求められる.

$t=0$ では

$$[P_0 - P(0)]V = MR[\theta_0 - \theta_a - B_1 - B_2] \quad (5.22)$$

である。次に、 $t=T$ では

$$[P_0 - P(T)]V = R\theta_0 GT + MR[\theta_0 - \theta_a - B_1 \exp(p_1 T) - B_2 \exp(p_2 T)] \quad (5.23)$$

であるから、これから式 (5.19) を引いて

$$[P_0 - P(T)]V = R\theta_0 GT + MR[B_1 \{1 - \exp(p_1 T)\} + B_2 \{1 - \exp(p_2 T)\}] \quad (5.24)$$

同様に次式も得られる。

$$[P_0 - P(nT)]V = nR\theta_0 GT + MR[B_1 \{1 - \exp(np_1 T)\} + B_2 \{1 - \exp(np_2 T)\}] \quad (5.25)$$

式 (5.25) に異なる n を代入した式は、互いに線形独立であるから、たとえば、観測値 $P_0, P(T), P(2T)$ から G, B_1, B_2 を決定することができる。

注意：観測値はノイズを含むから、 $P(0), P(T), \dots, P(nT), (n>2)$ と数値を求めて、最小二乗法により、 G を決定すると、誤差を少なくすることができる。

このようにすれば、測定時間を長く取らなくても、 G を決定することが可能である。時間原点は、内部流動が収まり、容器内壁と容器内空気との熱伝達率が一定と見なせるならば、任意である。これは通常、安定化時間と称する時間で、容器形状や寸法により異なるので、若干回数の試験的測定により定めることができる。

この演算の欠点の一つは、 p_1 と p_2 があらかじめ解っていると仮定していることである。これらをも未知数に含めてパラメータ推定を行うのは非線形推定となり、計算の収束は難しいし、解の一意性についても検査が必要である。それよりは、個々の要素の放熱係数を実測しておくのが、実際的である。この研究では、要素の放熱係数は別に測定しておく。

測定時間がある程度長く取れる場合には、次の方法が簡単でかつ確実である。ただし、測定時間が長い場合の欠点として、周囲温度が一定でなくなりやすいということがある。

まず、式 (5.22), (5.23) から

$$\frac{[P(0) - P(T)]V}{T} = GR\theta_0 + \frac{MR[B_1 \{1 - \exp(p_1 T)\} + B_2 \{1 - \exp(p_2 T)\}]}{T} \quad (5.26)$$

以下同様に考えて

$$D_n(P, T) = \frac{[P(nT) - P(nT + T)]V}{T} \quad (5.27)$$

$$C_1 = \frac{MRB_1[1 - \exp(p_1 T)]}{T}, \quad C_2 = \frac{MRB_2[1 - \exp(p_2 T)]}{T} \quad (5.28)$$

とおけば、

$$D_n(P, T) = R\theta_0 G + C_1 \exp(np_1 T) + C_2 \exp(np_2 T) \quad (5.29)$$

を得る。この段階では、 C_1, C_2 は定数である。式 (5.29) は時間を延長すれば、すなわち n を順次増加させれば、数列 $D_n(P, T)$ は一定の極限に近づき、その極限值が $R\theta_0 G$ であることを示している。実測した P の時間的変化は次章に示すが、式 (5.29) の右辺はかなりノイ

ズを含む。これは式 (5.27) が微分に似た計算式となっていることも一因である。このことの部分的な解消は次のように行う。

式 (5.20) の両辺を t で割れば

$$\frac{[P_0 - P(t)]V}{t} = R\theta_0 G + \frac{MR[\theta_0 - \theta_a - B_1 \exp(p_1 t) - B_2 \exp(p_2 t)]}{t} \quad (5.30)$$

である。この左辺

$$D(P, t) = [P_0 - P(T)]V / t \quad (5.31)$$

を t に対してプロットすれば、左辺の観測値が

$$D(P, t) \rightarrow R\theta_0 G + MR(\theta_0 - \theta_a) / t \quad (5.32)$$

となる。これは収束が遅い。しかしこの計算法によると、指数関数的な変化よりも遅い $1/t$ に比例する項が生じることを示している。そしてそれも時間とともに消滅する。消滅まで待つ方法が、「JIS Z 2332 放置法による漏れ試験方法」に定めてある方法である [3]。

5.1.2 外部温度の影響

室温が時間的に変化すると、どうなるかを調べる。もちろんそれは容器温度に影響を与え、それはさらに内部空気に伝えられる。これは式 (5.12) において、 θ_a が定数でなくて、時間の関数であるとして、微分方程式の解を求めればよい。ここでは式 (5.12) において、 θ_a が入力、内部温度が出力となる 2 次遅れ系と見て、伝達特性を見ることにする。

$$AB \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (A + B + B\beta) \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_a \quad (5.33)$$

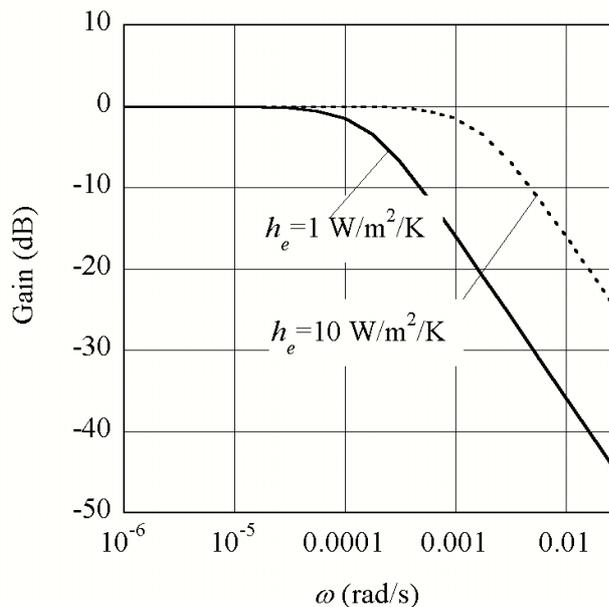


図 5.2 ゲイン特性

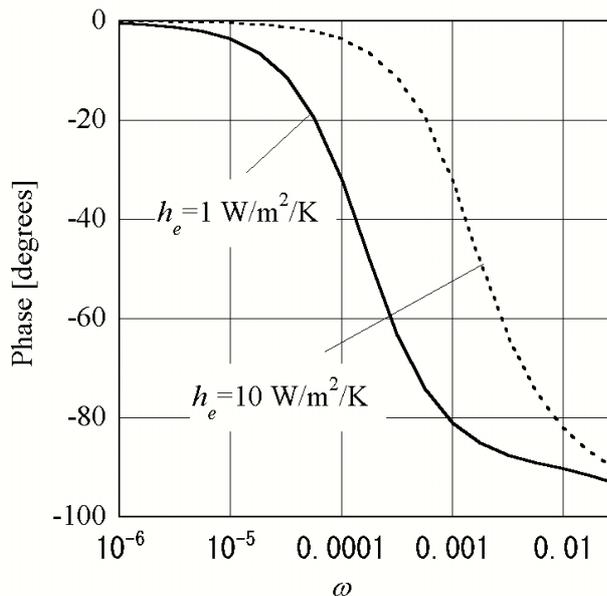


図 5.3 位相特性

であるから，両辺をラプラス変換して，伝達関数は次のように得られる．

$$\frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}_a} = \frac{1}{1 + (A + B + B\beta)s + ABs^2} \quad (5.34)$$

この式に対して， $s=j\omega$ を代入して，ゲインと位相を求める．表 5.1 の値を用いて計算した例を図 5.2 及び 5.3 に示す．

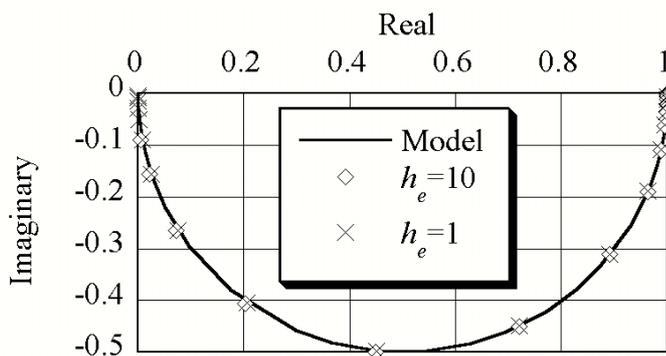


図 5.4 ベクトル軌跡

これらの図は，伝達関数が一次遅れ系に非常に似ていることを示している．これは A が B の 100 倍以上と，大きさがかけ離れ，低周波では，上の式が

$$\frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}_a} \approx \frac{1}{1 + As} \quad (5.35)$$

と近似できるためである。式 (5.34) のベクトル軌跡を描くと、図 5.4 のようになる。

これらから、周波数が高く、ゲインが -15dB 、位相は -80 度くらいまでは、一次遅れ系とほぼ重なることがわかる。もちろん、これは数値的な組合わせの結果であるが、今回の熱交換器ではこのような結果をもたらした。また今回の熱交換器は特別なものではないので、一般的な性質として、外部環境の影響が内部に伝わるのは、非常にゆっくりした現象であると言える。

また、図 5.3 から、 $h=1$ ($\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$) では、一次遅れ系での近似が、およそ $\omega < 0.001$ rad/s 以下で正しいことがわかる。 h が約 10 倍に大きくなると、限界の ω も約 10 倍になる。このように h が大きいと、内部への影響が早く現れるので、漏れ計測上は不利になる。たとえば、環境温度変化があるときに、風があたるなど、強制対流が生じる時には、内部温度の変動を引き起こしやすくなり、漏れ計測における数値的な誤差の要因となる。

5.2 実験

5.2.1 実験装置

実験装置の回路図を図 5.5 に示す。供給する空気はコンプレッサから供給された約 600 kPa(G) の乾燥空気であるが、これを減圧弁で所定圧力に減圧して、約 5 リットルの等温化圧力容器に導く。この下流側に次の減圧弁を設けて、これにより必要な圧力まで減圧して、測定システムに供給する。測定システムから試験対象に空気が送られる。測定システムには圧力計と差圧計、及びその信号処理装置が組み込まれている。測定システムには、試験対象への空気供給、試験対象からの空気排出を制御する弁が組み込まれている。装置全体の説明を図 5.5 に、写真を図 5.6 に示す。

実験装置は、半透明及び透明のプラスチック膜で実験、周囲から遮蔽した箱に収めてある。装置前面は透明な遮蔽版がフレームに沿って上下できるようになっている。図 5.5 において、空気圧源は減圧弁の上流とパイロット弁系の上流に引いてある。減圧弁の下流側に等温化圧力容器が設けてある。これにより、供給される空気は圧力、温度ともに安定化されている。等温化圧力容器の下流にフィルタがあり、フィルタ下流に電磁弁 V_1 がある。この弁の開閉により、測定システムと容器等に圧縮空気を供給する。図中の一点鎖線で囲まれた部分が圧力測定システムである。

検査対象品には適当と思われる場所に熱電対を装着して、温度を測定しているが、図には記入していない。弁 V_7, V_8 は手動の開閉弁で、測定システムと容器を切り離すときなどに閉鎖する。これは測定開始の前に開いておく。ダミー容器は差圧式を適用する場合のもので、今回は研究対象のデータとしないが、弁及び差圧計は自動的に動作する。検査対象品には、人工的な漏れを設けた場合が図示してある。

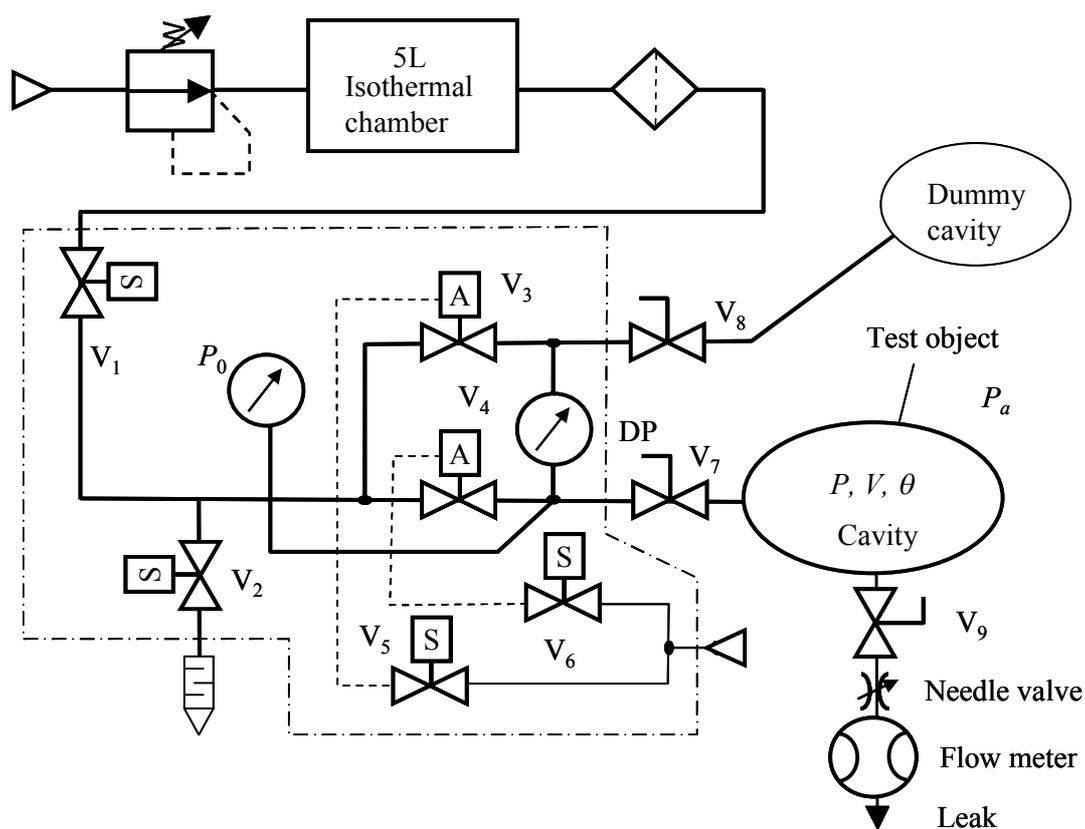


図 5.5 実験装置説明図

漏れの無い実験では、ニードル弁上流のボール弁を閉じて実験を行う。容器に至る通路の弁 V_3 , V_4 は温度変化を考慮した空気圧作動の切り換え弁である。 V_5 , V_6 はこれら进行操作するための電磁弁である。 V_2 は排気用の電磁弁である。圧力計 P_0 は検査対象品の内圧を常時観測する。圧力計出力と、熱電対温度計の出力は、それぞれに接続した記録装置に、測定時間中、指定時間間隔とびに記録される。指定した時間間隔は 0.2 s であるが、一つの点とみなす時間は 1 ms 以下である。

V_3 , V_4 に電磁弁を用いると、コイルの発熱により、装置内空気があたたまる影響が出るので、空気圧作動弁としてある。人工漏れに直結した流量計は 0.5 mL/min(ANR) を計測する層流式微小流量計である。計測器の主な諸元は、表 5.2 に示す。

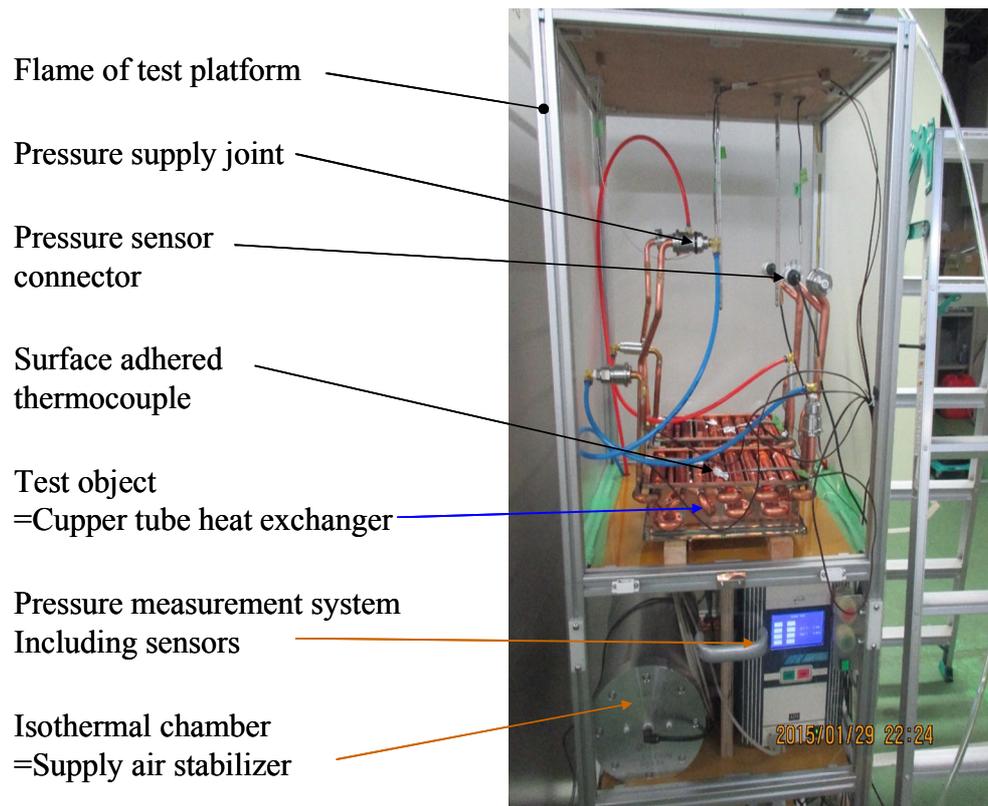


図 5.6 装置写真

表 5.2 計測器の諸元

	メーカー	型式	計測範囲	直線性／ ヒステリシリス	最小表示
試験圧力センサ	日本電産コパル電子株式会社	P-2000-502G-15-BN	0-500 kPa	±0.3%F. S.	0.1kPa
差圧センサ	日本電産コパル電子株式会社	P-8300-101D (特)	±1kPa	±0.5%F. S.	0.1Pa
空気作動弁 AV ₂ , AV ₃	SMC株式会社	VXA2123V-001	パイロット圧 300~500 kPa	-	-
電磁弁 SV ₂ , SV ₃	SMC株式会社	V114-5G	-	-	-
電磁弁 SV ₁	SMC株式会社	VX210EA	-	-	-
電磁弁 SV ₄	SMC株式会社	VX240EA	-	-	-

ラミネーター式 マスフローメータ	ALICAT SCIENTIFIC, Inc.	M-0.5SCCM-D	0.0025-0.5mL/min 20°C 1Atm(101.325kPa)	±2.0%F.S.	0.0001mL/ min
---------------------	----------------------------	-------------	---	-----------	------------------

5.2.2 実験条件及び実験方法

この装置の運転は次のとおりである。

始めに弁 V_1 は閉鎖状態であるとする。

1. まず、試験対象品と必要な場合にはダミー容器を接続する。
2. 検査対象品およびダミー容器を連通する弁 V_6, V_7 を開く
3. 弁 V_1 を開くと下流の空気作動弁 V_3, V_4 は通常開（以後 NO と略す）のため、直ちに容器へ空気充填が開始される。この時点を開充填開始と呼ぶ。
4. この充填開始と同時に NO の放出弁 V_2 を閉じて回路を閉じておく。
5. 充填開始後 10 s で電磁弁 V_5 を開くことで空気作動弁 V_3, V_4 を閉じる。この時点を開定開始と呼ぶ。
6. この時点で放出弁 V_2 を開いて閉じて空気作動弁 V_3, V_4 の背圧を取り除いておく。
7. 測定開始後 300 s 間前項 6 の状態を維持する。この時間を測定時間と呼ぶ。
8. 測定時間経過後直ちに電磁弁 V_5 を閉じることで、空気作動弁 V_3, V_4 を開き内部空気を放出する。この時間を放出時間と呼び 10 s とする。
9. 次の実験までの温度安定時間として 160 s を取り、合計 8 min を一回の実験時間として設定回数の実験を行った。
10. 以上の一回の実験時間 8min を正確に守って繰り返し実験を行った。これは検査対象物の初期温度の条件を一定にするためである。
11. 実験装置を設置した部屋の環境条件は、エアコン設定により温度 24°C、湿度 50%となるようにしている。また日中の大きな温度変動を避けるため、外気温度の変化の小さい 22 時から 6 時にかけて実験を行った。これにより室温は 22°C~24°C、8 min のサイクル内での実験ケース内温度の変動は 0.3°C 以内となっている。

実験対象に選んだ熱交換器は、銅管にフィンをつけた広く知られた標準型と、ステンレスのコルゲート管製品である。これらの写真を図 5.7、図 5.8 に示す。



図 5.7 小形熱交換器（銅製，フィン付）



図 5.8 SUS コルゲート管熱交換器

実験を行う環境として次の3つを選んだ。第1は測定室内に静置しておくもので、研究の当初はもっぱらこの状態を考えていた。この場合には、装置の前の窓を開閉することにより、測定結果に変化が観察された。そこで、環境の影響を見るために二つの異なる環境を作った。一つは装置の下部から弱い風を送るもので、冷却が促進されること、風による渦の発生などで温度変動が生じ、その影響が内圧に及ぶ可能性を考えた場合である。以下ではこれを「送風」条件と呼ぶ。これに対して、通常の実験条件は「静置」条件と呼ぶ。

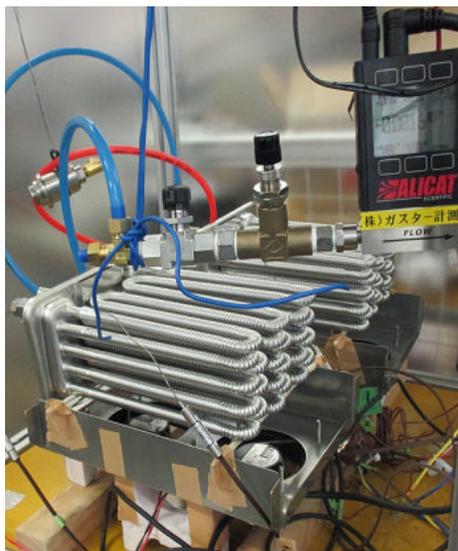


図 5.9 「送風」



図 5.10 「静置」

もう一つの実験条件は、検査対象を設置する箱内の空間を発泡スチロールの小さな塊で埋め尽くして、空気の流動を防いだ場合である。これを以下では「断熱」条件と呼ぶ。これらの様子を（写真）を図 5.9, 5.10, 5.11 に示す。



図 5.11 「断熱」

以上の条件の組み合わせに対して複数回の実験を行った。条件の組み合わせとそれに対する実験回数の概数を表 5.2 にまとめて示す。

表 5.2 実験条件と実験回数

	実験回数		
	フィン付き銅管	断熱	漏れ無し
漏れ付加			10
静置		漏れ無し	50
		漏れ付加	10
送風		漏れ無し	50
		漏れ付加	10
ステンレス コルゲート管	断熱	漏れ無し	50
		漏れ付加	10
	静置	漏れ無し	50
		漏れ付加	10
	送風	漏れ無し	50
		漏れ付加	10

実験条件は 3 種類に設定した。静置，送風，断熱，それぞれの条件において実験ケース

の前面扉は常時閉じられている。送風条件ではファンを常に運転した状態で計測した。送風条件のファンの風速は約 3~4m/s である。断熱条件では衝撃緩衝用に用いられる発泡スチロール製の小さな塊を実験ケース内に敷き詰めた。

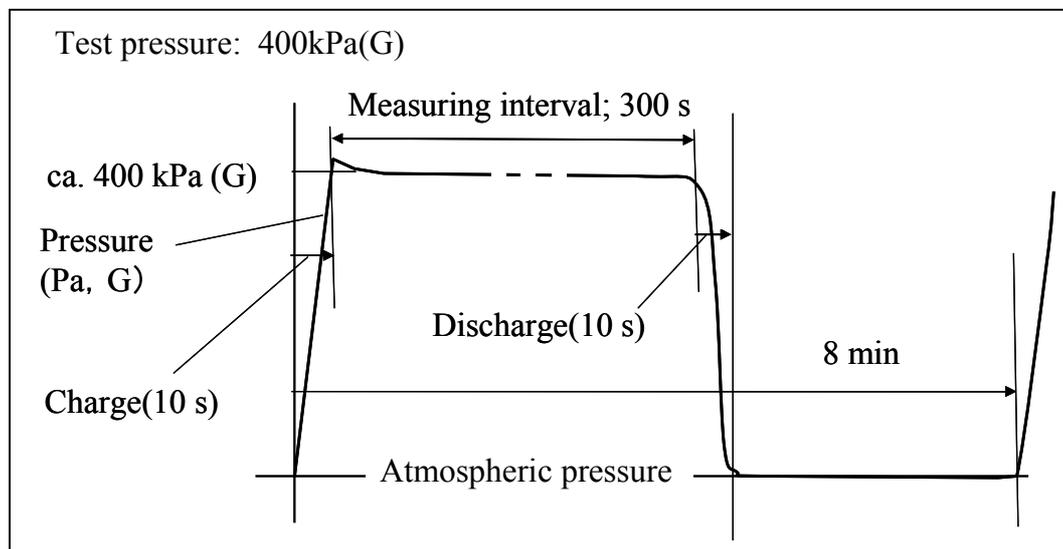


図 5.12 圧力経過の概略図

漏れなしの実験条件では、ニードル弁上流のボール弁を閉じて実験を行う。漏れ付加の条件では実験前に設定圧力に加圧した状態でニードル弁上流のボール弁を開け、流量計の値を読みながらニードル弁の開度を調整し規定の流量に設定した後に、前面の扉を閉じて設定回数の実験を行った。

始めに圧力経過の概略を図 5.12 により説明する。

充填開始とともに検査対象品（以後容器と呼ぶ）の内部圧力は急上昇し、10 秒で所定の圧力約 400 kPa(G) に到達する。充填を終了し、密閉された容器内圧力上昇に伴う熱が容器壁に熱移動し、同時に容器外壁から周囲の空気へ放熱してゆく。ごく初期段階の温度落差の大きい部分で比較的急な圧力低下を示し、その後、容器外壁温度が周囲空気温度に漸近するに伴い、ゆっくりした圧力低下が続く。静置時間（＝測定時間）終了後、弁開放により容器内空気を放出すると、内部圧力は一気に大気圧近傍まで下がる。そのとき容器内部の空気温度が一旦周囲空気温度より低くなるため、解放後の温度回復時間を置き、充填から次の充填までの時間（1 周期）を 8min とした。

5.2.3 実験結果

図 5.13 は実験記録の若干例を示す。ここに示してあるものは、弁別ができるように 5 例に留めてあるが、同じ条件で約 50 回のデータを得ている。一見してわかることは、圧力の初期値がかなりの幅でばらついており、それはある一つの実験データの始まりと終わり

(300 s 後) の差をはるかに越える大きさであることである。

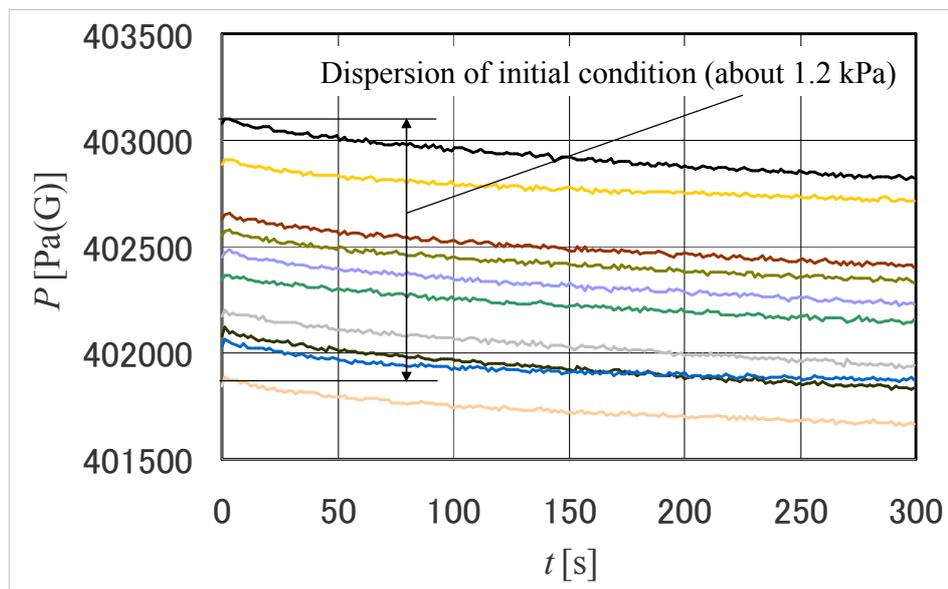


図 5.13 SUS コルゲート管熱交換器の圧力変化 (静置)

この初期値の相違は、空気充填を行う供給回路の弁の遅れ、さまざまな空気回路抵抗の微小な特性値の相違などが原因であろう。チャージ弁の開閉には、パイロットラインの電磁弁、その電磁弁で制御された空気作動切換弁が関与する。これらを厳しく管理して、初期圧のばらつきを減らすことは、不可能ではないが、それはこの研究の目的ではないので、このばらつきは測定に付随するバラツキとして、今回は容認した。いうまでもなく、これは漏れ測定の精度を悪くする障害の一つであるから、測定器開発や開発担当者に対する、一つの注意ではある。

初期値を強制的に一つの点に集めて、その後の変化を全部示すと、図 5.14 になる。このようにすると、個々のデータの様子の区別はつかなくなるが、たとえば漏れのあるグループと、漏れのないグループとの弁別などに役立つ。

図 5.14 と同様のデータをフィン付き銅管式熱交換器についても求めてあるので、それを図 5.15 に示す。

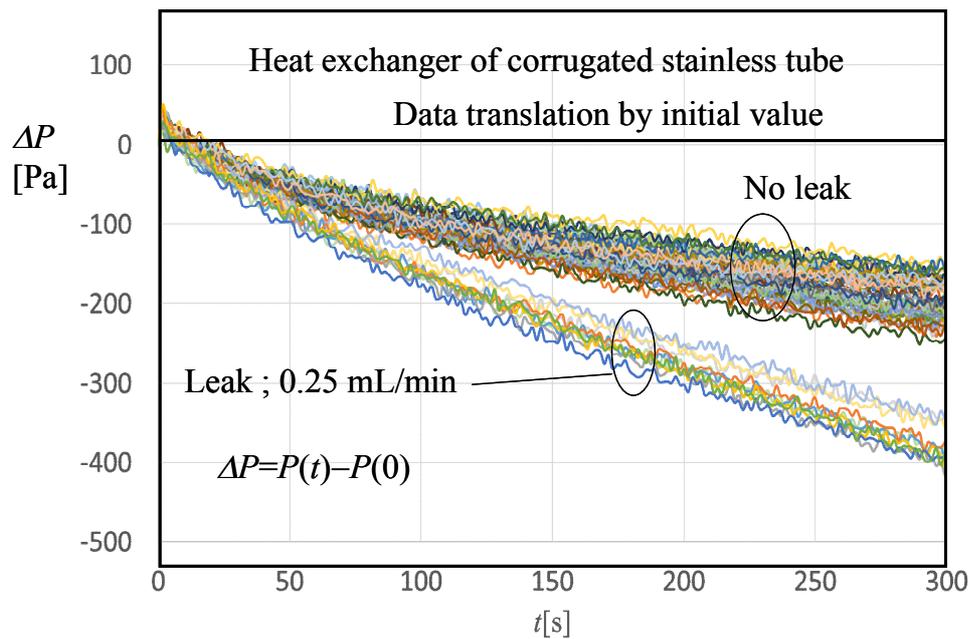


図 5.14 SUS コルゲート管熱交換器の圧力変化（漏れなし・漏れ有りの比較）

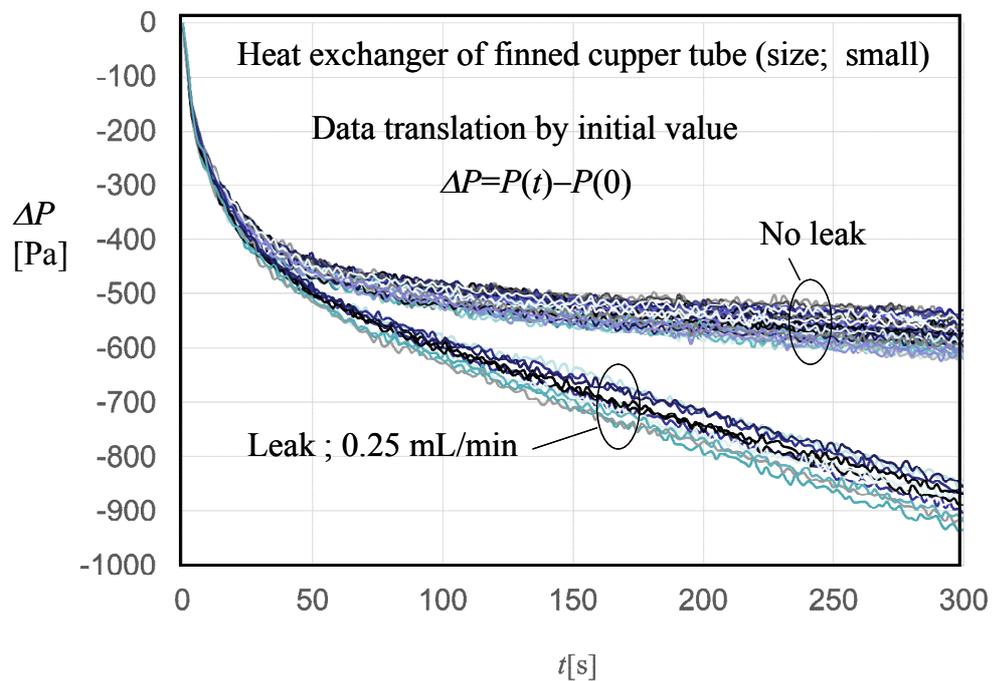


図 5.15 フィン付き銅管式熱交換器の圧力変化（漏れなし・漏れ有りの比較）

これらのデータはばらつきもさまざま、これについては後にその処理方法も含めて考察する。実験は前述のように、これらについて、さらに、送風 (Fan) の場合と、静置 (Free) の場合、断熱 (Insulated) の場合がある。結果から言えば、静置の場合と断熱の場合にほと

んど相違がないので、4種の実験：

- 1: SUS コルゲート管熱交換器で静置 (略称 ; SUS 熱交(Free))
- 2: SUS コルゲート管熱交換器で送風 (略称 ; SUS 熱交(Fan))
- 3: フィン付き銅管式熱交換器で静置 (略称 ; 小型熱交(Free))
- 4: フィン付き銅管式熱交換器で送風 (略称 ; 小型熱交(Fan))

における、平均曲線を求めて、それを図 5.16 にまとめて比較に供する。

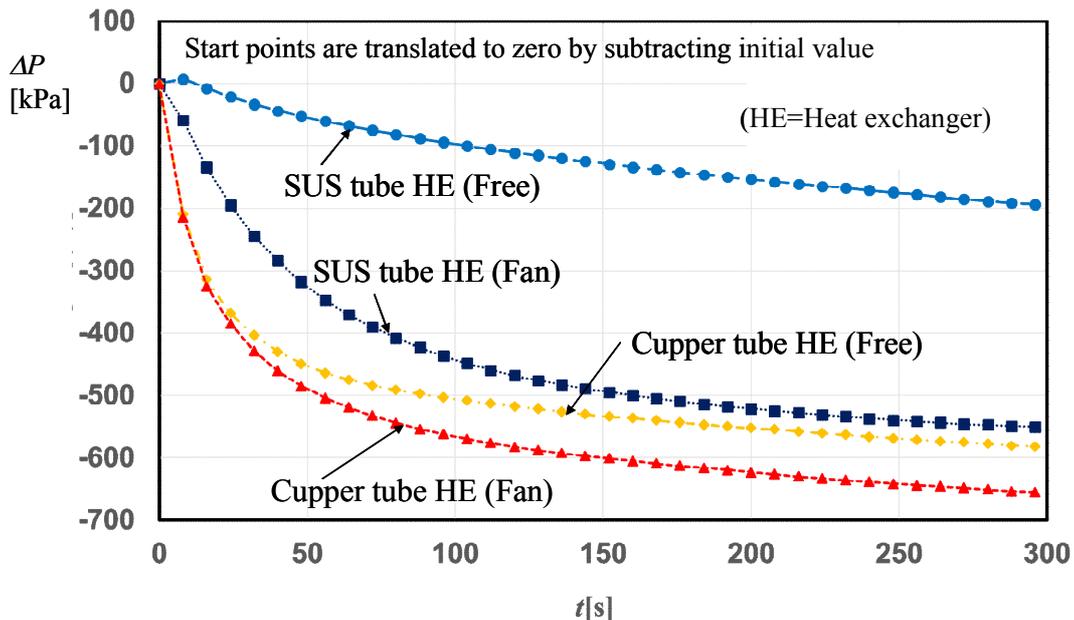


図 5.16 SUS 熱交換器と銅熱交換器, 漏れありのデータ

SUS 熱交換器は、フィン付き銅管に比べて、圧力の低下がずっと遅いことがわかる。これには二つ原因がある。第 1 は容器内質量の大きさで、SUS 熱交換器容積 628 mL に対して、銅熱交換器は 317 mL と約半分である。しかし 300 s のところで見ると、両者の降下圧力にはかなりの差があるので、第 2 の原因として、外気と容器の間の熱伝達が、銅フィン付きの場合の方が良いことを挙げるべきであろう。この研究は、圧力変化から漏れ量推定を行うことであった。図 5.14, 5.15 は漏れあり場合と漏れ無しの場合の識別もできるように描いてある。ここでの漏れ量は、内圧 400 kPa(G) のときに、0.24 mL/min となるように設定してある。

この図で見ると、ごく早い時間に、漏れがある場合と無い場合の判定ができそうである。しかし、図 5.14, 5.15 に示したように、原データ はかなりばらつきがあって、それをもとに漏れの判定を行うと、誤る確率がかなり高いことが容易に想像できる。

この圧力の初期変化の大部分が、内部空気の温度変化によることは、容易に予想できる。実験で使う熱交換器内に熱電対を挿入して、空気温度を測る一方、熱交換器の表面に熱電対を貼って、温度の変化を記録した。その代表例を図 5.17 に示してある。

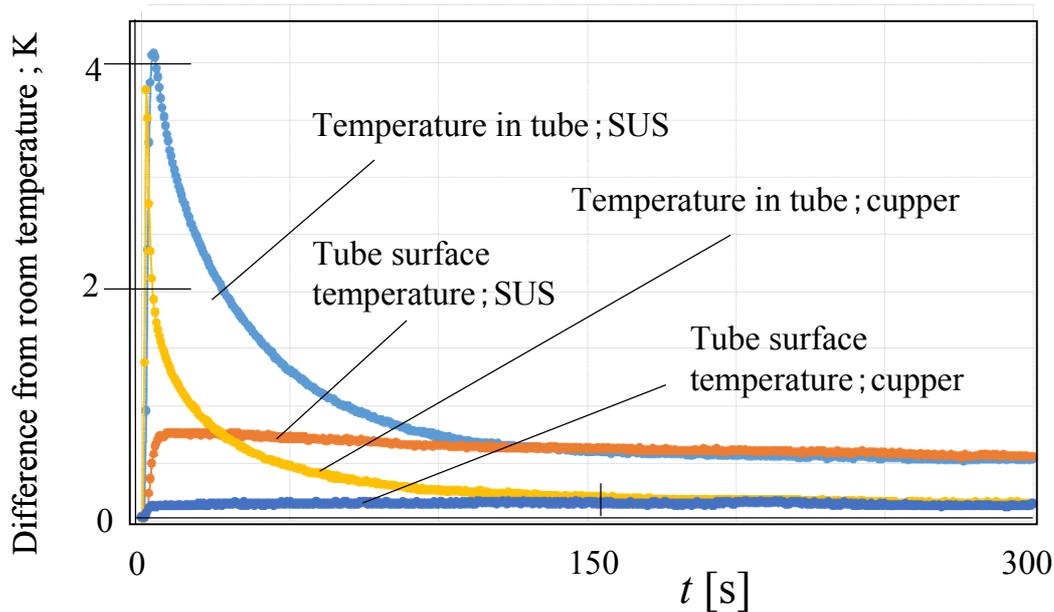


図 5.17 SUS コルゲート管型とフィン付き銅管型の温度変化比較

これを見ると、圧力の初期の急激な低下と内部温度の急激な変化が良く対応していることがわかる。管の表面温度の変化は極めてわずかで、ある程度の時間後には一定となり、内部空気温度とほぼ一致している。その一致した温度というのが、ほとんど変化しないように見える。これは内部空気と容器では熱容量の比が 100 倍以上になっているためである。数値的デジタル温度計で見れば、数ミリケルビンの変化をしていることが明示される。400 kPa(G) の場合、1 mK の温度変化は、1.7 Pa 以上の圧力変化を引き起こし、この温度変化は、漏れと同程度の圧力変化を引き起こす。これは無視できる大きさではない。

5.2.4 実験結果の整理方法

さて、観測記録した圧力データの一部は、すでに図 5.13~5.15 に示したもので、これから漏れ量を定量化するには、何等かの工夫が必要である。

ここでは、圧力計の指示値の変化を記録し、その記録のみから、漏れを推定する方法を述べる。

一般に圧力のデータには、不規則なノイズ成分が含まれているが、圧力の主要部は

$$P = P_0 + \gamma t + A \exp(-\lambda t) \quad (5.36)$$

と近似されることが、解析的に予測される。もう少し詳しくは

$$P = P_0 + \gamma t + A \exp(-\lambda t) + A' \exp(-\lambda' t) \quad (5.37)$$

である。しかし、この最後の項は小さいと予想されるので、さしあたり、式(5.36)の右辺に小さな振幅で数 Hz のノイズが乗った形と仮定して、データ処理を進める。

まずノイズの影響を小さくするために、積分による平均化を行う。また、積分には簡単

な台形公式を用いる。解析的に考える圧力と、データ値を区別するために、以下ではデータを記号 y で表す。

データは時間間隔 h で得られていて、 N, m を整数として $Nm+1$ 個あるとする。それを

$$\begin{aligned} & y(0), y(h), \dots, y(mh), \\ & y((m+1)h), \dots, y(2mh), \\ & \dots, \\ & y((nm+1)h), \dots, y((nm+m)h), \\ & \dots \\ & y(((N-1)m+1)h), \dots, \dots, y(mNh). \end{aligned}$$

と区分する。次に、表記を見やすくするために

$$H = mh \tag{5.38}$$

とする。こうすると上のデータ列は

$$\begin{aligned} & y(0), y(h), \dots, y(mh), \\ & y(H+h), \dots, y(2H), \\ & \dots, \\ & y(nH+h), \dots, y((n+1)H), \\ & \dots \\ & y((N-1)H+h), \dots, \dots, y(NH). \end{aligned}$$

これに上の P に当てはめれば

$$\begin{aligned} & y(0) = P_0 + A, \quad y(h) = P_0 + \gamma h + A \exp(-\lambda h) \\ & \dots\dots \\ & y(H) = P_0 + \gamma H + A \exp(-\lambda H) \\ & y(H+h) = P_0 + \gamma(H+h) + A \exp(-\lambda(H+h)) \\ & \dots\dots \end{aligned} \tag{5.39}$$

と当てはめることができる。

これから、次のように区間 H ごとに、 y の近似積分を行う。台形公式を使えば

$$\begin{aligned} Y_1 & \approx \frac{h}{2} [y(0) + y(H)] + h \sum_{k=1}^{m-1} y(kh) \\ Y_{M+1} & = \int_{MH}^{(M+1)H} y dt \approx \frac{h}{2} [y(MH) + y((M+1)H)] + h \sum_{k=1}^{m-1} y(MH + kh) \\ M & = 0, 1, \dots, N-1. \end{aligned} \tag{5.40}$$

である。 Y_{M+1} は区間 $[MH, (M+1)H]$ 上の y の積分の近似値である。この様子を図 5.18 に説明してある。

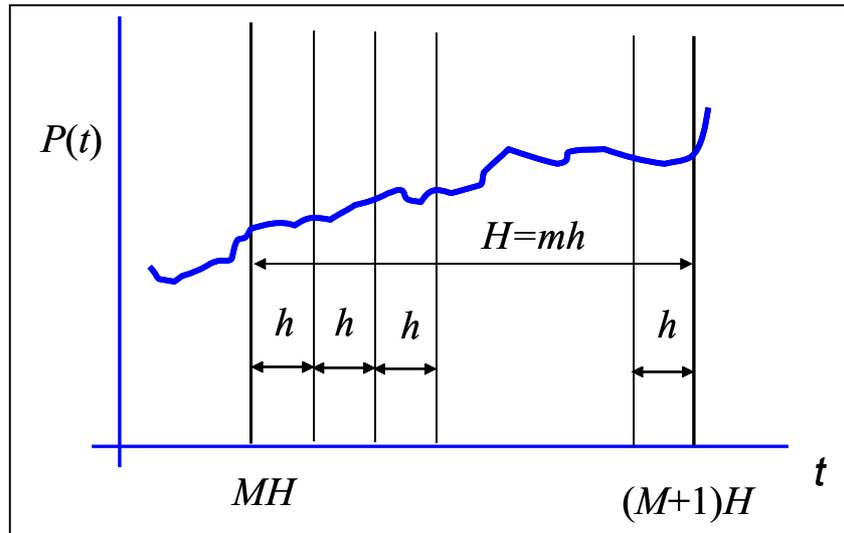


図 5.18 データの区切り

さて、式 (5.36) を積分して、次のような数列を作ることができる。

$$\begin{aligned} Z_{M+1} &= \int_{MH}^{(M+1)H} P(t) dt \\ &= \left[P_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2 - \frac{A}{\lambda} \exp(-\lambda t) \right]_{MH}^{(M+1)H}, \quad [M = 0, 2, \dots, (N-1)/m] \end{aligned} \quad (5.41)$$

これを計算すると

$$Z_{M+1} = P_0 H + \frac{1}{2} \gamma H^2 [(M+1)^2 - M^2] - \frac{A e^{-\lambda MH}}{\lambda} [\exp(-\lambda H) - 1] \quad (5.42)$$

である。これより

$$\frac{Z_{M+1}}{H} = P_0 + \frac{1}{2} \gamma H (2M+1) - \frac{A e^{-\lambda MH}}{\lambda H} [\exp(-\lambda H) - 1] \quad (5.43)$$

これは区間 $[MH, (M+1)H]$ 上の P の積分に基づく平均値である。

次にこの数列の差分列を考える。

$$F_M = \frac{Z_{M+2}}{H} - \frac{Z_{M+1}}{H} \quad (5.44)$$

とすれば

$$\begin{aligned} F_M &= \left\{ P_0 + \frac{1}{2} \gamma H [2(M+1) + 1] - \frac{A e^{-\lambda(M+1)H}}{\lambda H} [\exp(-\lambda H) - 1] \right\} \\ &\quad - \left\{ P_0 + \frac{1}{2} \gamma H (2M+1) - \frac{A e^{-\lambda MH}}{\lambda H} [\exp(-\lambda H) - 1] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore F_M &= \gamma H - \frac{Ae^{-\lambda(M+1)H}}{\lambda H} [\exp(-\lambda H) - 1] + \frac{Ae^{-\lambda MH}}{\lambda H} [\exp(-\lambda H) - 1] \\ &= \gamma H - \frac{Ae^{-\lambda MH}}{\lambda H} [1 - \exp(-\lambda H)]^2 \end{aligned} \quad (5.45)$$

となる。この差分列の第1項は定数で、第2項は M の増加により、指数関数的に減少する。

次に式 (5.39) における y に、観測した圧力 P の値を代入すると、積分の近似値になる。

$$\begin{aligned} Y_{M+1} &= \frac{h}{2} [P(MH) + P((M+1)H)] + h \sum_{k=1}^{m-1} P(MH + kh) \\ M &= 0, 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (5.46)$$

すなわち

$$Z_M \approx Y_M \quad (5.47)$$

である。これより

$$\frac{1}{2m} [P(MH) + P((M+1)H)] + \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m-1} P(MH + kh) = \frac{Y_{M+1}}{H} \approx \frac{Z_{M+1}}{H} \quad (5.48)$$

である。この左辺を求め、その差分列を求める。式 (5.45) を参照すれば、その差分列が γH に漸近することがわかる。

得られる差分列と漏れとの関係は次のとおりである。

式(5.19)において、温度が一定で θ_0 とすれば、

$$P = P_0 + \gamma t \quad (5.49)$$

である。両辺に体積 V をかければ

$$PV = P_0V + V\gamma t = MR\theta_0 = (M_0 + \Delta M)R\theta_0 \quad (5.50)$$

よって

$$V\gamma t = \Delta MR\theta_0 \quad (5.51)$$

$$G = \frac{\Delta M}{t} = \frac{V\gamma}{R\theta_0} \quad (5.52)$$

であるから、式(5.45)を参照して、質量流量が (kg/s)

$$G = \frac{V}{R\theta_0 H} \lim_{M \rightarrow \infty} F_M \quad (5.53)$$

と求められる。この場合、 V は m^3 で表し、 $R=273 \text{ J/kg/K}$ 、 θ_0 は測定時の温度(K)である。これを標準状態の体積流量 (mL/min) で表現するには、まず空気密度(1.188 kg/m^3)で割ると、(m^3/s)の単位の数値となるから、これに 10^6 を掛け、さらに 60 倍すればよい。また、

$$\text{Leak (mL / min, ANR)} = G \times 5.05 \times 10^7 \times \frac{\text{mL / min}}{\text{kg/s}} = k \quad (5.54)$$

は、上で得ている圧力データから、大気圧下の体積流量への換算係数である。

5.2.5 実験結果の検討

さて、このよう整理して得たデータ処理の結果を以下に示す。まず、式 (5.44) において定義した F_M を 12 種類の実験における平均値で比較する。これは図 5.19, 5.20 に示す。

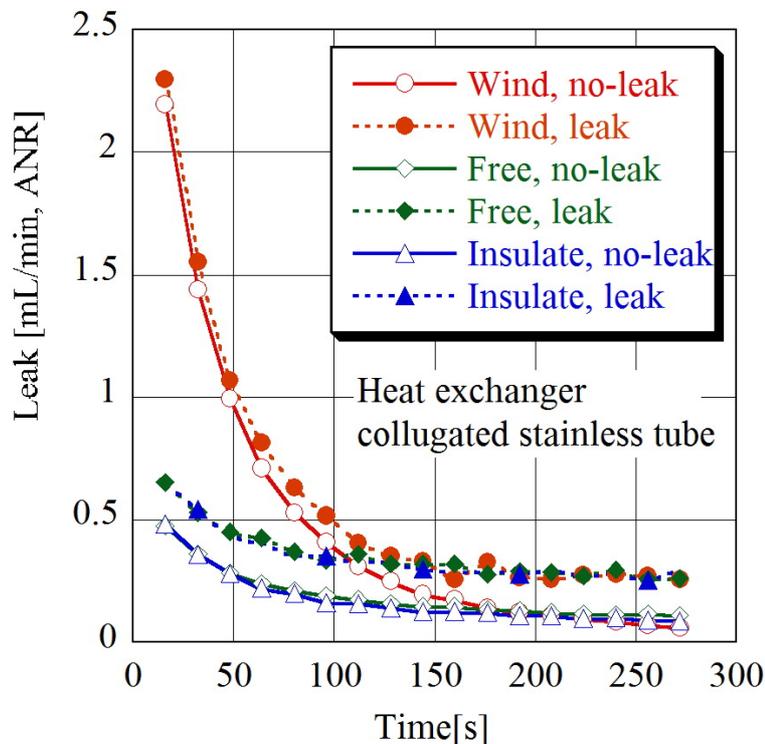


図 5.19 ステンレスコルゲート管熱交換器における見掛けの漏れ (平均曲線)

いずれの熱交換器においても、風をあてた場合は、他の場合に比べて応答が速いことがわかる。風を当てない場合には、静置の場合と、断熱材を詰めた場合があるが、これらの間の相違はほとんどない。ステンレスコルゲート管の場合の風の有無が、 F_M の変化に及ぼす影響が 150 s 程度に及んでいるが、フィン付き銅管では 100 s 以前に少なくなり、 F_M が極限に近い値となる。これは熱交換が早いためである。

これら二つの種類の熱交換器は、いずれも 300 s では明瞭に真の漏れの大きさを示すに至っていることがわかる。グラフの上では、勾配が急な部分では区別しにくい区間もあるので、漏れが有る場合から、漏れが無い場合を差し引いた値をプロットしてみると、図 5.21, 5.22 のようになる。

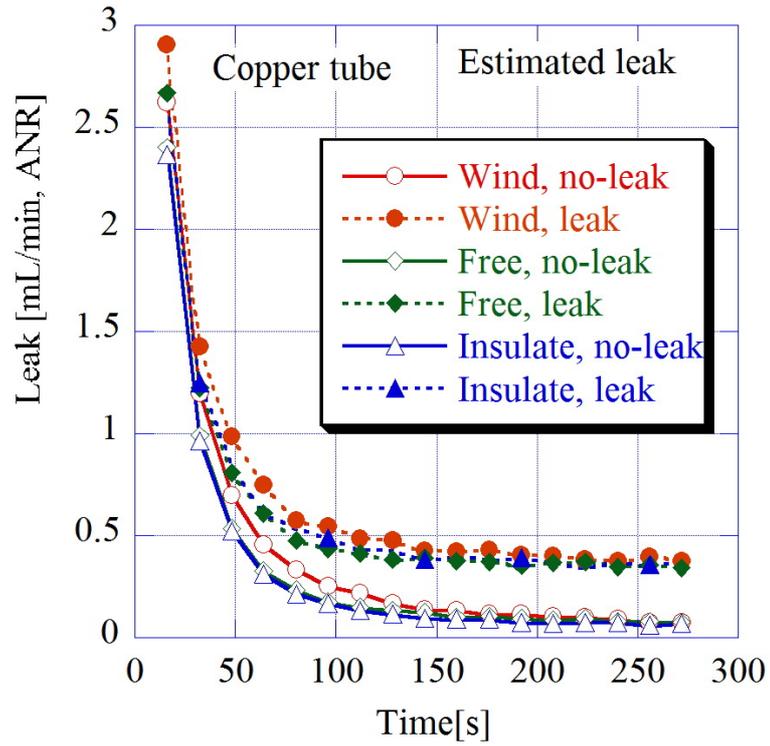


図 5.20 フィン付き銅管熱交換器における漏れ検査結果 (平均曲線)

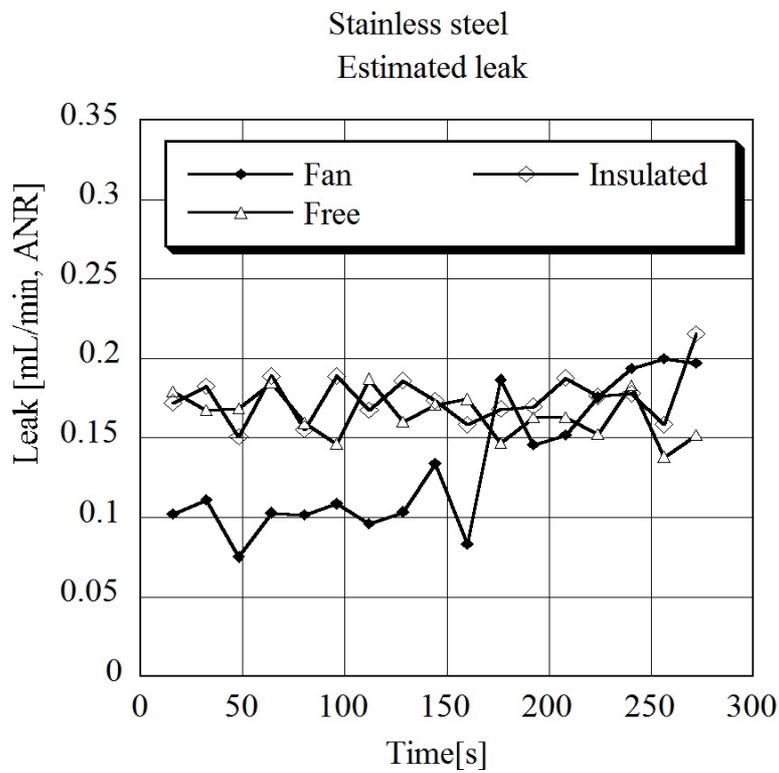


図 5.21 漏れ有りデータと漏れ無しデータの差の表示 (ステンレスコルゲート管熱交換器)

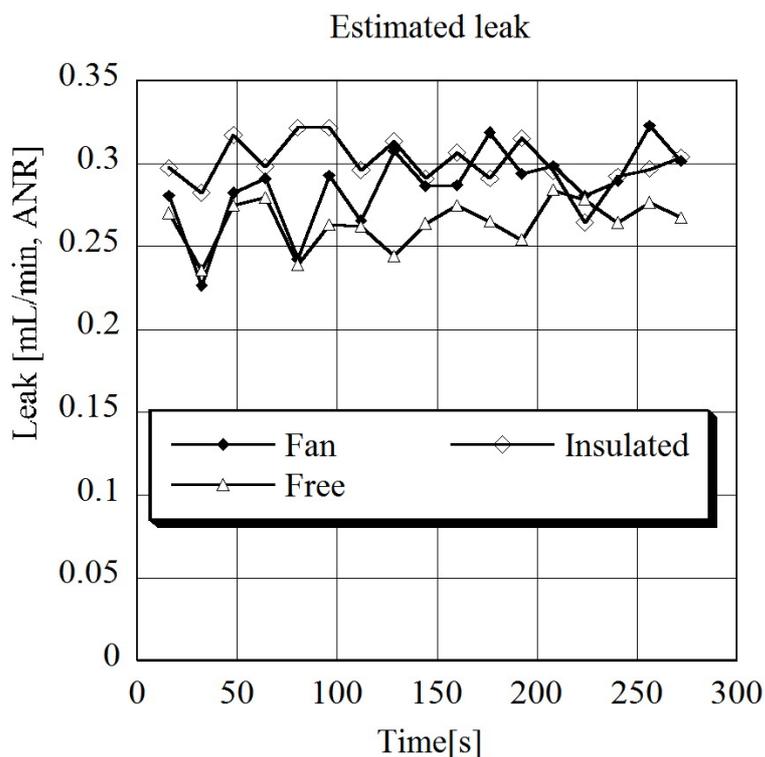


図 5.22 漏れ有りデータと漏れ無しデータの差の表示 (フィン付き銅管熱交換器)

図 5.19 と図 5.20 では漏れを付加した場合としない場合とが、空気注入後の短時間では良く識別できなかったのであるが、図 5.21, 5.22 のように表示すると、実はかなり早い時期から、漏れの有無は、圧力差分に現れていることがわかる。しかし注意しなければいけないのは、この差を取った、もとの漏れなしのデータというのは、実験が終わってからわかった量である、ということである。ところが、生産ラインなどでは、前もってデータの集積があれば、それをここでの漏れなしデータとして使うことができる。そのような場合には、差分数列 F_M の収束が明らかとなる 300 秒まで待たなくても、漏れ量の算定ができる。一方、図 5.19, 5.20 は、120~200 s 以後は、変化が非常に小さいことを示している。それゆえ、集積したデータが管理されていて利用できるという、好都合なことが無くても、120~200 s 程度で漏れの大きさの判断は下せる。

ところで、ここでのデータが多数の実験の平均値であるという事実に戻ろう。一つ一つの熱交換器における、各種のばらつきは当然あるので、それは生産ラインで調べる必要がある。しかし、ここでは、測定により生じるばらつきの大きさと、その原因を考察する。図 5.23 及び図 5.24 はここで得たデータの標準偏差をまとめて示したものである。

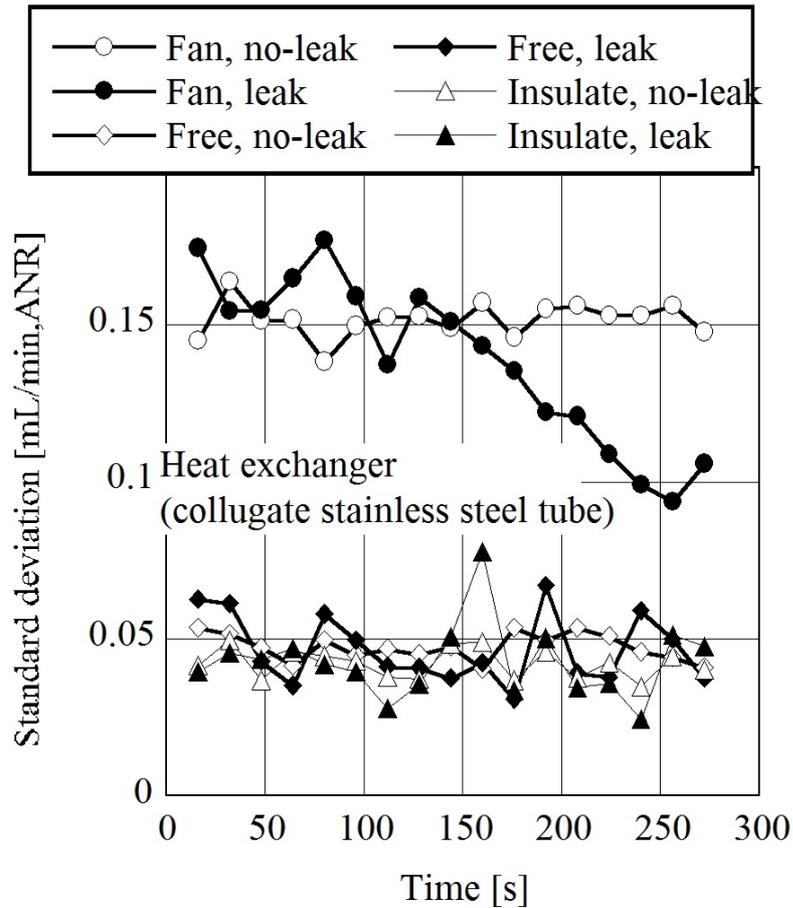


図 5.23 漏れ量推定値の標準偏差 (ステンレスコルゲート管熱交換器)

ここで扱ったステンレス管の場合も、銅管の場合も、風を当てることにより、標準偏差が3倍程度に増加することがわかる。一方、断熱材を入れても入れなくても、試験箱内に静置すれば、標準偏差 0.05 mL/min 程度となっている。

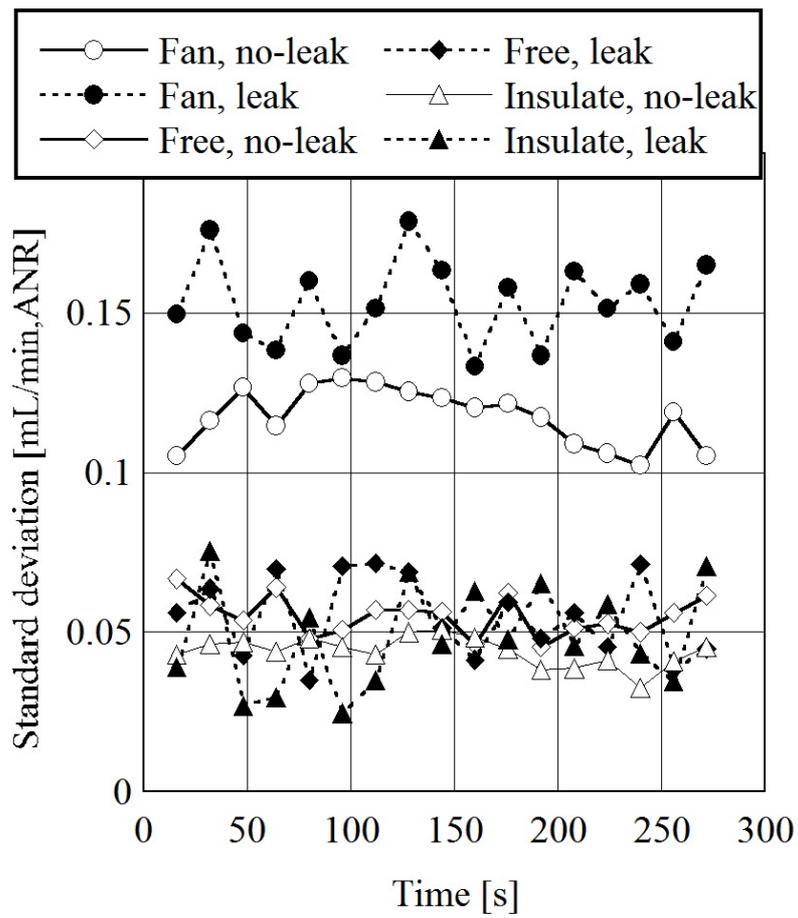


図 5.24 漏れ量推定値の標準偏差 (フィン付き銅管熱交換器)

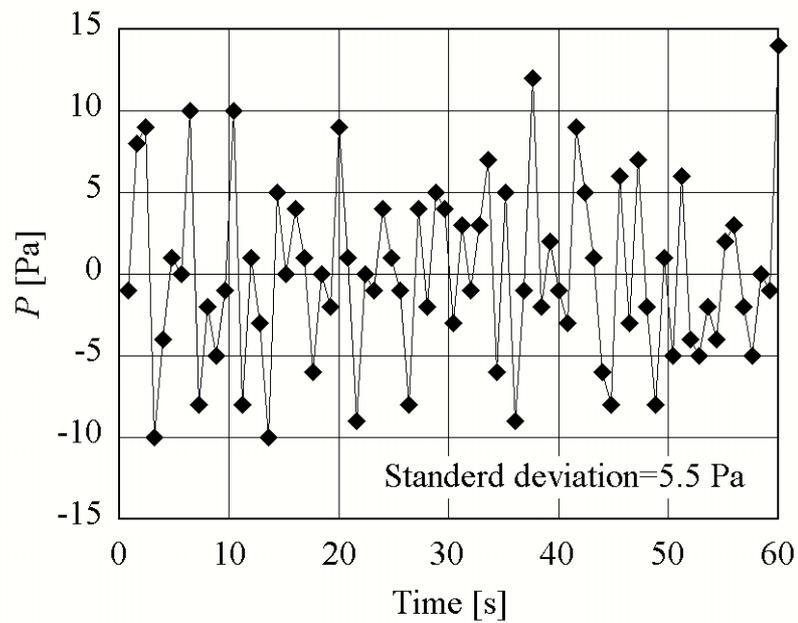


図 5.25 測定器のノイズ

この段階で残っている雑音の主なものは、風など外部の熱伝達に起因するものより、測定系内部の増幅器や電源などではないかと疑われる。圧力を零、すなわち加圧充填を行わず、熱交換器との空気連結を遮断した状態で、計測器出力値として現れる圧力値を、サンプリング周期 0.8 s で 60 s にわたって記録してみたものが、図 5.25 である。この例での標準偏差は 5.5 Pa であるが、同じようなデータを 50 回とって平均しても、5.2 Pa である。これは表示圧力誤差であるから、接続する容器の大きさや計測にかかる時間により、漏れ流量への換算値が異なる。JIS の方法で、漏れを評価する場合を考えてみる。図ではノイズレベルは 5.5 Pa 程度であるから、たとえば、1 リットルの容器につながっているとして、300 s が計測時間とすれば、

$$\frac{5.5\text{Pa} \times 10^{-3}\text{m}^3}{300\text{s}} \approx 1.8 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$$

の漏れと誤認される。これは標準状態の空気の体積流量では、0.011 mL/min であって、図 5.24 に現れている標準偏差の約 1/3 の大きさとなり、測定器が発するノイズは、我々が得たデータに含まれるノイズの成分とみなさなければならない。

圧力測定値から、漏れ流量を推定する場合を考え、 $\pm 3\sigma$ の幅を推定流量(Mean) に加えて、図 5.26 に示す。図 5.26 の Mean は図 5.20 の圧力を流量に換算した値、 σ は図 5.23 に示した値である。図 5.26 にはアリキャット流量計の出力も比較のために示した。流量計出力は、動特性が悪く、約 50 s くらいかかって、定常値を示すようになる。120 s 以後で、かろうじて、 3σ の幅の中に流量計出力が収まるが、これは、平均値に偏差があるためである。

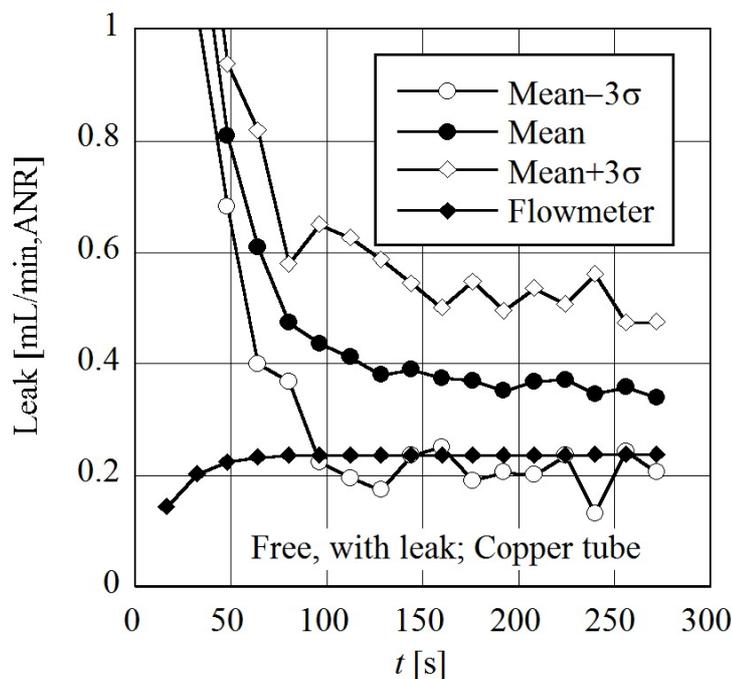


図 5.26 流量計出力との比較

図 5.20 に漏れの無い場合の推定流量が示してある。これは約 300 s において、約 0.05 mL/min の正の偏差を示している。これを差し引くと、図 5.26 の平均曲線と流量計出力がかなり近づく。残念ながら偏差の原因は明確でなく、なお研究の必要はある。ここまでの結果では、目指した流量水準、0.024 mL/min の推定が可能である。図示の例は銅管の熱交換器の場合であるが、ステンレス管の場合も同様である。

5.2.6 漏れ無しの判定について

さて、最も基本的な問題に立ち返る。この測定により、どの程度の漏れの有無が判定できるか、ということ調べる。漏れが無い場合について、測定結果の平均は約 0.1 mL/min となる。これに $\pm 3\sigma$ の幅を付加して示したものが、図 5.27 である。これは、銅熱交換器の場合であるが、ステンレス管の場合もほぼ同じグラフとなる。

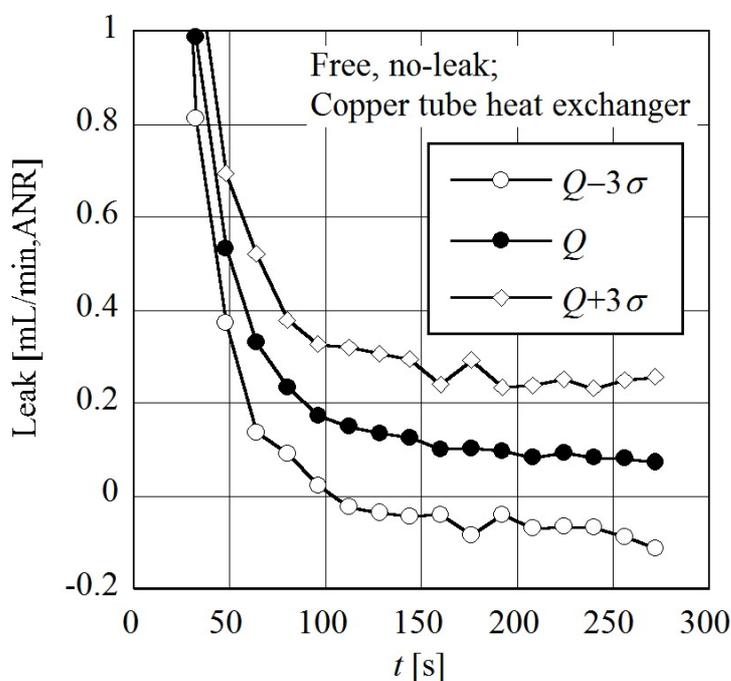


図 5.27 漏れ判定値 (Q ; 平均値)

これは、1/1000 の確率で誤判定がない限界の最大流量が約 0.3 mL/min (試験圧力 400 kPa(G))ということである。このように誤差限界が大きくなるのは、ばらつきのほかにオフセットが約 0.1 mL/min だけあることも注意が必要である。このことには、圧力の収束がまだ不十分であること、測定機内に微量漏れがあることなどが疑われる。

まず収束の問題を検討する。流量は 0 のはずであるが、温度による空気膨張の影響が残っていれば、図 5.27 に示すよう圧力から推定する漏れは続く。温度の影響は、簡単な近似でならば、指数関数で近似されるから、これを点検するために、図 5.28 のプロットを行う。

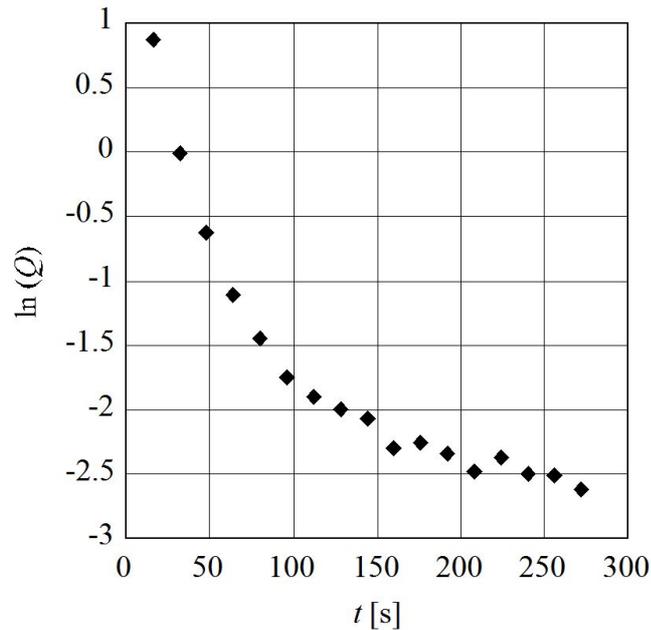


図 5.28 モデル検討第一，指数関数近似でよいか

このグラフは縦軸を $\ln(Q)$ にとってあるから，もし Q が式(5.36), (5.42) のように指数関数で近似されるならば，このプロット点は直線上になければならない．しかし，明らかに直線上にはないから，単一の指数関数モデルは誤差が大きいといわなければならない．また，このグラフ表示は，疑っていた一つの点，収束不十分という問題の答を明示している．

この収束の問題をさらに詳しく調べる．図 5.28 は，モデルが指数関数では良くないことを示しているから，べき関数を試してみると，結果は図 5.29 となる．

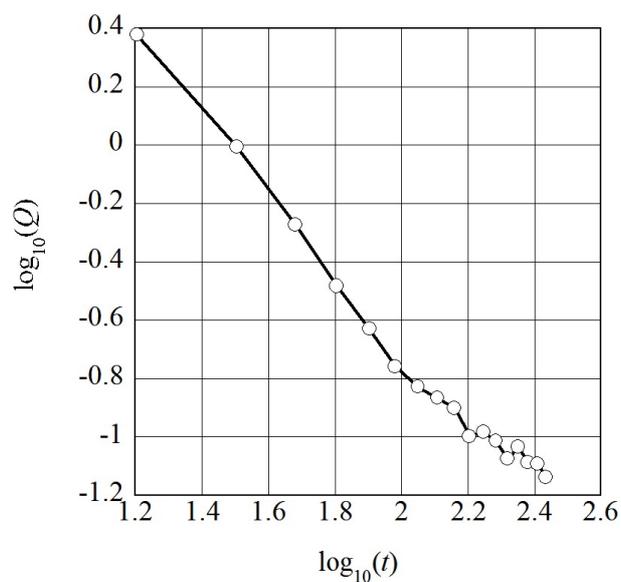


図 5.29 Q の収束

これも t によって勾配が変わるけれども、図 5.28 の指数関数よりはずっと直線に近い。問題は収束の傾向であるが、 $\log_{10}(t)$ が 2.2 以上（つまり $t > 158$ ）の範囲にかぎっても、プロット点は下降線上にある。そこでこの部分だけ取り出して、拡大作図すると、図 5.30 となる。

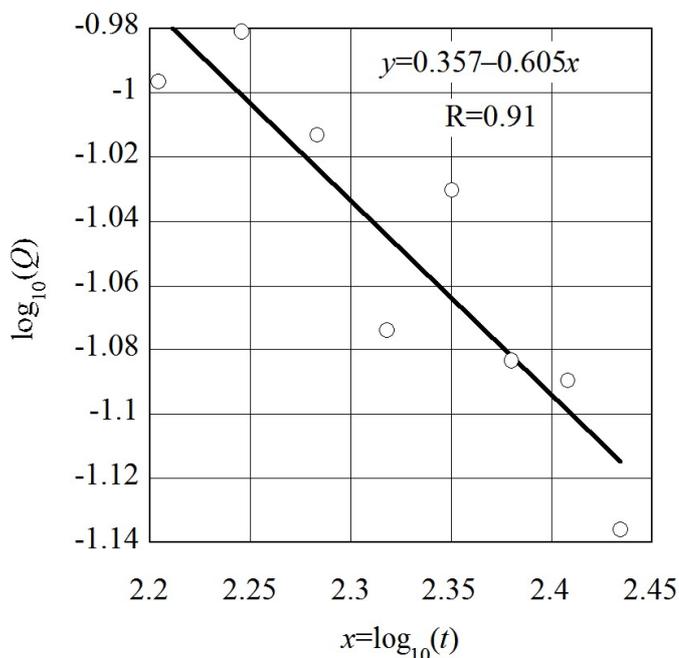


図 5.30 $t > 160$ s 以上における Q の詳細

グラフには、最小二乗法による近似直線も示してある。この最小二乗直線の勾配は 0.6 である。もし外挿して、オフセットを一桁下げて、0.01 mL/min レベルとするには、観測時間は $10/0.6 \div 33$ 倍すれば良いことになる。すなわち $300 \times 33 \div 10,000$ s (=2 h 46 m 40s) である。以上はあくまでも、モデル上の数値的な結論である。外挿ができるという保証はない。収束不十分という議論の余地は残っているが、測定を実施するという観点からは、データの標準偏差が 0.05 mL/min であるから、オフセットをそれ以下に追求することには意味が乏しい。もう一つの重大な問題は、測定時間を延長すると、室温変動の影響が入ってきて、かえって誤差が増加することである。

以上、総合すると、この大きさの試験体に対する観測時間 300 秒は順当なところであろう。結果として、漏れがないのに漏れがあるとする確率が 1/1000 以下としたとき、その漏れ流量の閾値は約 0.3 mL/min であるという結論で我慢する、というのが、この漏れ検査法の限界である。

5.3 本章のまとめ

容器からの漏れを空気加圧により検出する方法における、容器内に生じる圧力と温度の変化について、基礎的考察を行った。5.1 節では、容器内空気を単純な空気の塊とみなし、その温度と圧力をそれぞれ一つの値で表す、いわゆる集中定数とした場合に得られる結果について、考察した。一般に内部空気よりも、容器の方が熱容量が大きいので、それを考慮した解析を行った。熱交換器に対する実験結果を見ると、空気の温度、圧力の変化を支配するパラメータでは、熱交換器熱容量と、熱交換器と環境の間の熱伝達であって、熱交換器内空気の質量などは無視できる程度に小さいことが示された。

圧力測定による漏れの検出は、容器を空気加圧してから、接続管路を閉鎖して、容器内の圧力の変化を記録することを基本とする。記録された圧力から、式 (5.44) のように、区間 MH と $(M+1)H$ における P の勾配を求め、ついで M を増大させたときに得る極限值が、漏れ R_0G である。これは式 (5.45) により求めることができる。もっと簡単な方法は、式 (5.53) のように十分長い時間における平均勾配を求めるものであるが、一般にこれは計測時間が長すぎるといえる。可能なもう一つの方法は、容器内温度の変化（通常は低下）による圧力変化を小さくするために、容器外部を断熱保護することである。すなわち式 (5.20) に現れる指数 p_1, p_2 を小さくする。こうすることにより、温度変化に伴う圧力変化も減少させることができるので、漏れによる圧力変化が検出しやすくなる。

これらの方法は、いずれも容器内空気温度が、放熱により指数関数的に室温に漸近することを仮定している。指数関数は、容器、内部空気ともに一つの温度で表されること、すなわち分布量でないことを仮定して得られる理論的帰結である。しかし、温度は容器内においても、容器壁において、分布量であるから、簡単に指数関数で表されるのではない。

周囲温度の変化は、 $\exp(j\omega t)$ の形で近似できるものとして、内部圧力のこれに対する応答を求めた。式 (5.34) に外部環境温度を入力とする伝達関数の形を示してある。それはさらに簡単な、式 (5.35) で近似できる。この近似が正確になる条件は、物理的に通常満足されている性質（たとえば、熱交換器の管の単位長さあたりの空気熱容量よりも、管材料のそれの方がずっと大きいなど）である。

具体的な漏れ検査の対象として、2 種類の寸法・材質の異なる熱交換器を選び、実験を行い、漏れの判定を行った。判定可能な漏れ水準の具体的な数値は、対象の寸法や試験圧力により異なるが、この研究で当初目指した水準の漏れ判定が、目標時間以内にできることを示すことができた。

5 章の文献

- [1] G. L. Harus, M. Cai, K. Kawashima, and T. Kagawa, Determination of temperature recovery time in differential-pressure-based air leak detector, *Meas. Sci. Technol.* 17, No. 2, pp. 411-418 (2006).

- [2] Y. Shi, X. Tong and M. Cai, Temperature effect compensation for fast differential pressure decay testing, Meas. Sci. Technol. 25, 065003 (8pp), (2014).
- [3] JIS Z 2332: 2012, 圧力変化による漏れ試験方法 (2012-09-20 改訂).

6 章 結 論

本研究は、容器の漏れ検査法として、空気加圧法を適用する場合の制約及び問題点を明らかにし、問題点を解決することを試みたものである。

第 1 章では、この研究を開始するに至った動機を述べた。すなわちその大きな背景としては、容器の漏れ検査において、最も一般的で高性能なヘリウム検査法が、ヘリウムの需給の不安定という問題を抱えるようになったこと、その将来問題として、空気加圧法により代替することの必要性を述べた。

第 2 章においては、漏れとは何かという根本問題を考察し、その計測方法一般の現状調査を行い、またその表示方法、特に単位に関する考察を行った。また現状における規格および測定方法のまとめを行った。

第 3 章においては、空気加圧法には、いろいろな種類のものがあるので、それらの技術的特徴を調べた。容器の漏れ検査では、しばしば水漏れ試験を基準に考える傾向があるが、それに比べて空気加圧法が、非常に優れていることを、理論的、実験的に検証した。空気圧とヘリウム検査法の比較では、感度、精度自体ではヘリウム検査法が優れていることは論を待たないが、水漏れ試験を前提としてきた多くの検査対象は、空気加圧法により、要求される漏れ水準での検査が可能であることを述べた。

第 4 章では、150 リットル程度の大形容器の漏れ検出について、漏れの無い場合と人工漏れを付加した場合の実験を行い、このクラスの容器に対する空気加圧法適用の可能性を調べた。ここでは、圧力水準の影響を調べる実験をまず行った。次いで、漏れの大きさを決定する漏れ流路を細管でモデル化し、その細管の幾何学的定数(K_R)を求めるといった試みを行った。

充填する圧力水準を 30 kPa(G) から、500 kPa(G) の範囲で種々設定し、充填後の内部圧力、及び温度が変化する様子を調べた。これらの状態量の容器内での平均値を用いて、漏れの大きさを判定する計算を行った。この現象に関しては温度の影響が大きく、気体流出による圧力低下よりも温度変化による圧力低下の方が大きくなりがちである。この温度変化による圧力変化を、相当する質量流出におきかえて、これを仮想漏れとした。仮想漏れ量は低圧ほど相対的（仮想漏れ/真の漏れ）に小さいが、数値が小さく、精度が悪くなることや、実際には耐圧試験も兼ねた加圧が行われるので、実際に低圧で検査等を行うことは適切ではない。

大形容器では温度分布が把握されないと容器内質量が決定できない。そこで容器内の空気の温度分布を知るために、多数の熱電対を容器に取り付けて、その温度分布が時間的に変化する様子を調べた。このようにして求めた平均の温度を用いて、漏れ流量と温度、圧力の関係を求め、漏れがある場合の等価な漏れ通路の定数 K_R を求めることを可能にした。この K_R による漏れの大きさの表示法は、一般の漏れの単位 ($\text{Pa}\cdot\text{m}^2/\text{s}$) と全く異なる漏れ表示の概念であって、容器の寸法に依存せず、いかなる流体に対しても圧力、温度、ガス定数などの流体力学的性質が知られば、漏れ量の算定が可能である。

第 5 章では、空気加圧法の新しいデータ処理法を考え、それを実験的に検証した。熱交換器を用いて、実際の漏れ流量の測定を行い、その測定データを用いて、短時間での漏れ推定を実行した。新しい方法は、一定時間ごとの圧力測定値の数列から、その差分数列を求め、差分数列の極限值が漏れに比例した差圧を与えるという原理を適用したものである。これは、漏れによる質量減少が生み出す圧力差分は定数であるのに対し、温度変化が生み出す圧力差分は、時間の指数関数に類似した変化を示し、その主要部は急速に減少をするという特性に着眼したものである。工場の製造ラインを想定した測定時間を設定して、実験を行った。実験は漏れが有る場合と無い場合について行い、漏れ流量の大きさに関する推定値と実測値が、許容できる誤差範囲で一致することを確認した。こうして、実際に工場現場で想定される水漏れ試験水準の漏れ判定が、この方法により行えることを確認した。

(以上)

付録A キャピラリー流れ

漏れ流れを空気の場合と比較するために、非圧縮性流体の場合の記述する。この場合の特徴は、流れのレイノルズは小さいこと、流路長さが非常に長く、流路入り口流れの補正を要しないことである。非圧縮性流体の場合は、Hagen-Poiseuille 流れとして、良く知られたものである。以下において、代表的な二つの流路、平行平板間隙間と円管の場合について、圧力と流量の関係を導く。

記号表

a : 円管半径 [m]

A : 流路断面積 [m^2]

b : 平行板の間隔 [m]

B : 流路幅 [m]

g : 単位流路幅あたりの質量流量 [kg/m/s]

G : 流路の質量流量 [kg/s]

L : 流路長さ [m]

m : 流路断面形状で定まる特性長さ [m]

P : 圧力 [$\text{Pa}=\text{N/m}^2$]

P_a : 流路の出口圧力[Pa]

P_s : 流路の入り口圧力[Pa]

r : 半径座標 [m]

R : 気体定数 [$\text{J/kg/K}=(\text{m}^2/\text{s}^2)/\text{K}$]

u : x 方向（流路長手方向）流速 [m/s]

u_m : 平均流速 [m/s]

U : 流速の代表値 [m/s]

w : z 方向流速 [m/s]

x : 流れ方向座標 [m]

z : 流れに垂直な方向の座標 [m]

θ : 気体温度 [K]

μ : 気体粘度 [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]

τ : 摩擦応力 [Pa]

ρ : 気体密度 [kg/m^3]

1. 平行平板間の定常層流

平行平板間の定常層流を考える。この流れの微小区間を図 1 に示す。これは 1 次元模型であって、紙面垂直方向に単位の長さ（深さ）を考えている。

流体の連続の式は

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

であるが、流路断面上では、圧力、密度とも一定、すなわち x のみの関数と仮定する。また流速 w は u に比べて十分小さく、無視できるものとする。そうすると上の連続の式は

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

と簡略化される。

1.1 非圧縮性流体

まず流体が非圧縮性の場合を考察する。この場合は密度一定である。

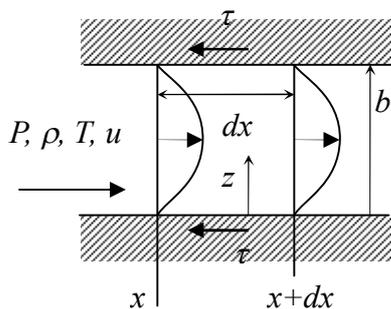


図 1 平行平板間の定常層流

座標 x の断面から流入する質量流量は

$$g = \int_0^b (\rho u) dz \quad (3)$$

であるが、これと式 (2) との対応から

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \int_0^b \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dz = 0 \quad (4)$$

である。すなわち、質量流量はどの断面でも同じ値となる。

これは数式によらなくても、 x 断面から流入する質量流量と、 $x+dx$ 断面から流出する質量流量は、質量保存則により等しいとしても得られる結論である。

次に力の平衡を考える。流れと平行に厚さ dz の、流体の薄い層を考える。これに関する力の釣り合いは次のようになる。

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial x} dz\right) + \left(-\frac{\partial \tau}{\partial z} dz\right) dx = 0 \quad (5)$$

せん断応力は、この場合、

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (6)$$

であるから、結局

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (7)$$

である。断面上で圧力は一定と考えてよい。また速度分布は x 方向に変化しない場合を考える（入り口流れを無視する）から、上の式は

$$\frac{dP}{dx} = \mu \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (8)$$

となる。 z について2回積分すると、 C_1, C_0 を積分定数として、

$$\frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} (z^2 + C_1 z + C_0) = u \quad (9)$$

である。速度は $z=0, z=b$ で0でなければならないから、それを満足するように積分定数を定めると、次式となる。

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} z(z-b) \quad (10)$$

これは速度が放物線状になることを表している。流量は流路の単位幅あたりについて、

$$q = \int_0^h u dz = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} \int_0^h (z^2 - bz) dz = -\frac{b^3}{12\mu} \frac{dP}{dx} \quad (11)$$

である。長さ L の流路に沿って寸法が一定であれば

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} \quad (12)$$

であるから、

$$q = \frac{b^3(P_1 - P_2)}{12\mu L} \quad (13)$$

となる。

1.2 圧縮性流体

ここでは簡単な近似を得れば良いので、隙間内の流れの速度分布を、放物線状と仮定する。すなわち

$$u = Uz(h-z)/b^2 \quad (14)$$

とする。 U は未定であるが、平均流速との関係は次のようになっている。平均流速 u_m は

$$bu_m = \int_0^b u dz = \frac{U}{b^2} \int_0^b z(b-z) dz = \frac{U}{b^2} \left(\frac{b^3}{2} - \frac{b^3}{3} \right) = \frac{Ub}{6} \quad (15)$$

であるから,

$$U = 6u_m \quad (16)$$

である. U は x の関数である. なお, 中心流速は $U/4$ つまり u_m の 1.5 倍である.

次に運動方程式は, 定常状態であるから

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (17)$$

である. これに速度分布を代入して断面上で積分するが, このとき, 断面上における P , ρ などの変化は無視する. 式(17)の左辺を積分して

$$\rho U \frac{dU}{dx} \frac{1}{b^4} \int_0^b z^2 (b-z)^2 dz = \rho U \frac{dU}{dx} \frac{1}{b^4} \left[\frac{b^5}{3} - \frac{2b^5}{4} + \frac{b^5}{5} \right] = \frac{b}{30} \rho U \frac{dU}{dx} \quad (18)$$

である. 式(17)の右辺を積分して

$$\int_0^b \left(-\frac{dP}{dx} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) dz = \int_0^b \left(-\frac{dP}{dx} - 2\mu \frac{U}{b^2} \right) dz = -b \left(\frac{dP}{dx} + 2\mu \frac{U}{b^2} \right) \quad (19)$$

である. よって

$$\frac{b}{30} \rho U \frac{dU}{dx} = -b \left(\frac{dP}{dx} + 2\mu \frac{U}{b^2} \right) \quad (20)$$

ここで, 粘性による圧力損失と, 慣性項の比較を行う. 式(20)の左辺と式(20)右辺の第 2 項の比をとると,

$$\left(\frac{1}{30} \rho U \frac{dU}{dx} \right) / \left(\frac{2\mu U}{b^2} \right) = \frac{b^2 \rho}{60\mu} \frac{dU}{dx} \quad (21)$$

である. 流路の長さを L とすると,

$$\frac{dU}{dx} \approx \frac{U}{L} \quad (22)$$

の程度の大きさである. そうすると, この比は

$$\frac{b^2 \rho}{60\mu} \frac{dU}{dx} \approx \frac{b^2 \rho U}{60\mu L} = \frac{b}{L} \frac{\rho U}{10} \text{Re}, \quad \text{Re} = \frac{bu_m}{\nu} \quad (23)$$

である. L/b がおよそ 100 以上と考えると, Re が 100 くらいまでは, 慣性項は粘性項の 10% 以下である. この程度の誤差を受け入れることにして, 以下の計算を行う. 式 (17) の形で計算を行った場合は, レイノルズ数を求め, それが十分小さいことを確認しなければならない.

式 (20) の左辺を 0 とし, 式 (16) を使えば,

$$-\frac{dP}{dx} = \mu \frac{12u_m}{b^2} \quad (24)$$

である. 両辺に ρ をかけ, 単位流路幅あたり流量

$$g = \rho u_m b \quad (25)$$

を考慮すると,

$$-\rho \frac{dP}{dx} = \mu \frac{12g}{b^3} \quad (26)$$

状態方程式

$$P = \rho R\theta \quad (27)$$

を用いると

$$-P \frac{dP}{dx} = \mu \frac{12R\theta g}{b^3} \quad (28)$$

このとき, T は壁の温度である. 壁の温度が位置により変化しないものと仮定する必要がある, ここでも生じる.

さて壁温一定の仮定のもとで, x による積分を行えば

$$P^2 - P_a^2 = \frac{24\mu R\theta g}{b^3} (L - x) \quad (29)$$

を得る. これは流路に沿った圧力変化を示した式といえる. 非圧縮の場合は, 圧力低下量と流路長さが比例したのであるが, 理想気体では, 圧力の平方差が長さに比例している. 単位幅あたりの質量流量は

$$g = \frac{b^3}{24L} \frac{(P_s^2 - P_a^2)}{\mu R\theta} \quad (30)$$

である. 非圧縮の場合と比べると, 密度として,

$$\rho_m = (P_s + P_a) / (2R\theta) \quad (31)$$

を取れば

$$q\rho_m = g \quad (32)$$

となっている.

2 細い円管内の流れ

2.1 非圧縮性流体

速度は軸対称で定常とする. 軸に沿って速度の変化はないとする. 連続の式は,

$$\frac{\partial(\rho ru)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho rv)}{\partial r} = 0 \quad (33)$$

であるが, 軸方向の変化がないという条件は

$$\frac{\partial(\rho ru)}{\partial x} = 0 \quad (34)$$

と表される. 非圧縮では密度が一定であるから, この式から

$$\partial u / \partial x = 0 \quad (35)$$

である。運動方程式は

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (36)$$

であるが、(27)により、

$$\mu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (37)$$

u が軸方向に変化しないこと、及び P が断面上で変化しないことから、式 (37) の右辺は定数 dP/dx であることがわかる。両辺に r/μ をかけて r により積分すると、

$$r \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} \int r dr + C_0 = \frac{r^2}{2\mu} \frac{dP}{dx} + C_0 \quad (38)$$

である。ただし C_0 は積分定数である。両辺を r で除してから再度 r で積分すれば

$$u = \int \left(\frac{r}{2\mu} \frac{dP}{dx} + \frac{C_0}{r} \right) dr = \frac{r^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} + C_0 \ln r + C_1 \quad (39)$$

である。 $r=0$ で速度は有界、 $r=a$ で $u=0$ であるから、

$$u = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dx} (r^2 - a^2) \quad (40)$$

である。これを断面上で積分して、

$$Q = \frac{2\pi}{4\mu} \frac{dP}{dx} \int_0^a r(r^2 - a^2) dr = -\frac{a^4 \pi}{8\mu} \frac{dP}{dx} \quad (41)$$

である。

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{P_a - P_s}{L}, \quad a = d/2 \quad (d \text{ は直径}) \quad (42)$$

とすれば

$$Q = \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (43)$$

となつて、これは Hagen-Poiseuille の式と呼ばれている。

2.2 圧縮性流体

この場合も速度分布を放物線状と仮定する。すなわち、 a を半径として

$$u = U(a^2 - r^2) / a^2 \quad (44)$$

とすると、平均流速は

$$u_m = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \frac{U}{a^2} (a^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{2U}{a^4} \left[\frac{a^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^a = \frac{U}{2} \quad (45)$$

である。式 (36) を断面上で積分する。左辺は

$$\rho U \frac{dU}{dx} \int_0^a (a^2 - r^2)^2 2\pi r dr = \frac{2\pi\rho U}{a^4} \frac{dU}{dx} \left[\frac{a^4 r^2}{2} - \frac{2a^2 r^4}{4} + \frac{r^6}{6} \right]_0^a = \frac{\pi a^2 \rho U}{3} \frac{dU}{dx} \quad (46)$$

右辺の積分は

$$\int_0^a \left[-\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] 2\pi r dr = -\pi a^2 \frac{dP}{dx} + 2\pi\mu \left[r \frac{\partial u}{\partial r} \right]_0^a = -\pi a^2 \frac{dP}{dx} - 4\pi\mu U \quad (47)$$

である。式(46), (47) を等置して、次式を得る。

$$\frac{\pi a^2 \rho U}{3} \frac{dU}{dx} = -\pi a^2 \frac{dP}{dx} - 4\pi\mu U \quad (48)$$

よって

$$\frac{\rho U}{3} \frac{dU}{dx} = -\frac{dP}{dx} - \frac{4\mu U}{a^2} \quad (49)$$

この式で左辺と右辺の第1項を比べる。

$$\left(\frac{\rho U}{3} \frac{dU}{dx} \right) / \frac{4\mu U}{a^2} = \frac{dU}{dx} \frac{a^2}{12\nu} \sim \frac{2a}{24L} \frac{aU}{\nu} = \frac{d/L}{24} \text{Re} \quad (50)$$

ただし

$$\text{Re} = \frac{u_m d}{\nu} = \frac{(U/2)2a}{\nu} = \frac{Ua}{\nu} \quad (51)$$

である。L/d が 100 程度であれば、Re が 240 程度でこの比が 0.1 である。比較的小さな Re のときに、左辺が無視できることがわかる（層流であれば良いというものではない）。

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{4\mu U}{a^2} = \frac{8\mu u_m}{a^2} \quad (52)$$

であるが、

$$G = \pi a^2 \rho u_m \quad (53)$$

であるから

$$-\rho \frac{dP}{dx} = \frac{8\mu\rho\pi a^2 u_m}{\pi a^4} = \frac{8\mu G}{\pi a^4}, \therefore -\rho R\theta \frac{dP}{dx} = \frac{8\mu G}{\pi a^4} R\theta \quad (54)$$

となる。さらに状態方程式を用いて

$$-P \frac{dP}{dx} = \frac{8\mu G}{\pi a^4} R\theta \quad (55)$$

となる。この両辺を積分して次式を得る。

$$-P^2 + C = \frac{16\mu G}{\pi a^4} R\theta x \quad (56)$$

管の長さ L の位置で出口圧力は P_a となるから、

$$P^2 - P_a^2 = \frac{16\mu G}{\pi a^4} R\theta(L-x) = \frac{256\mu G}{\pi d^4} R\theta(L-x) \quad (57)$$

入り口では $x=0$, 圧力 P_s であるから,

$$P_s^2 - P_a^2 = \frac{256\mu G}{\pi d^4} R\theta L \quad (58)$$

$$\therefore G = \frac{\pi d^4 (P_s^2 - P_a^2)}{256\mu R\theta L} \quad (59)$$

である. この式を d'Arcy の式ということがある (Shapiro, A. H., The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, Wiley, 1953, Vol.1, p.189). これと式 (43) が対応する. すなわち, 式 (59) を変形すると

$$G = \frac{P_s + P_a}{2R\theta} \cdot \frac{\pi d^4 (P_s - P_a)}{128\mu L} \quad (60)$$

である. この右辺において,

$$\rho_m = (P_s + P_a) / (2R\theta) \quad (61)$$

とおけば, この値は, 圧力によっていろいろな変化をする. P_s と P_a の差が微小であれば, ρ_m は上流の密度でも, 下流の密度でもよいから, 非圧縮流体に対する Hagen-Poiseuille の式を使ってよい. しかし圧力法で洩れを検出する場合には, P_s と P_a の差が微小ではない.

注: 標準状態; JIS8393(ISO8778)では [20°C, 100 kPa] (ANR と注記する).

付録 B オリフィス流れ

記号表：

A : 考えている流路の断面積 [m^2]

A_0 : オリフィス穴断面積 [m^2]

c_d : 流量係数 [-]

c_p : 定圧比熱 [J/kg/K]

c_v : 定積比熱 [J/kg/K]

d : 穴の直径 [m]

G : 質量流量 [kg/s]

M : 気体の質量 [kg]

ΔP : オリフィス穴前後の差圧 [Pa]

P : 圧力 [Pa]

P_1 : タンク内圧力 (オリフィス上流の圧力) [Pa]

P_2 : オリフィス下流側空間の圧力 [Pa]

Q : 体積流量 [m^3/s]

Q_T : 理論流量 [m^3/s]

R : ガス定数 [$\text{J}\cdot\text{kg/K}$]

S : Sutherland 定数 [K]

v : 比体積 ($=1/\rho$) [m^3/kg]

V : 気体の体積 [m^3]

θ : 気体温度 [K]

θ_1 : タンク内温度 [K]

κ : 比熱比 [-]

ν : 動粘度 [m^2/s]

ρ : 流体の密度 [kg/m^3]

添え字 C: 臨界点

1. オリフィスとノズル

ノズルとオリフィスの区別を何により行うかという、明確な定義は見当たらない。書物であれ、文献であれ、著者による判断に任されているようである。いずれも流体の流れに対する絞りであるが、オリフィスは流量断面の縮小、拡大が比較的短い区間で急激、ないし不連続的に生じているもの、ノズルは断面の縮小、拡大のいずれか、または両方が、緩やかに生じているもの、という見解は共通である。しかし、薄刃オリフィスのように、誰が見てもオリフィスと呼ぶであろうものと、消防用ノズルのように、オリフィスと呼ばれることは、ま

付録 B

ず無い、というもののよう、形がかけ離れていれば、区別も難しくない。しかし、四分円ノズルのように、四分円オリフィスと呼んでも違和感のないものもある。流量係数を縮流係数と速度係数に分けて、縮流係数が1となるものをノズルと呼ぶ、という考え方もあるが、縮流係数を測定して、1であるか否かの判定は、実は容易ではないから、実際的な定義とはならないであろう。このメモでは、細管として扱えない程度に流路長さの短い絞りを、ノズルないしオリフィスの中に含めることにする。

ここで考えているノズルないしオリフィスのイメージを図1に示す。ここでは、最も基礎的な法則から、公式の誘導を行う。

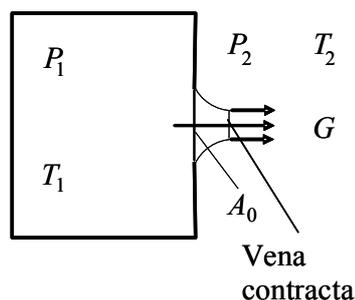


図1 オリフィスまたはノズル

オリフィスを通る流れでは、ベルヌーイの定理などを使って、いわゆる理論流速を求め、それに穴の面積をかければ、オリフィスを通る体積流量は次のようになる。

$$Q_T = A_0 U = A_0 \sqrt{2\Delta P / \rho} \quad (1)$$

上の式は非圧縮流体の場合の式で、気体の場合はこれとは違う形の式になるが、それを以下で導くことにする。オリフィスを出た噴流は、流路断面が慣性力により縮小し、穴の面積よりも小さくなる。これを縮流という。最小断面部を **Vena contracta** というが、これはラテン語で、学術書では英語、ドイツ語共通して、この名前を使うことがある。

気体、液体によらず、上記の縮流が生じるから、実際の流量は、

$$Q = c_d Q_T = c_d A_0 U = c_d A_0 \sqrt{2\Delta P / \rho} \quad (2)$$

となる。 c_d は流出係数、流量係数などと呼ばれる。式(1)と(2)を比べれば

$$A = c_d A_0 \quad (3)$$

c_d には、流路断面積の縮小のほか、流路断面上の速度分布の影響も含まれている。残念ながら、現在のCFDは実験によらずに、 c_d を求めるに至っていない。それゆえ、 c_d は一般的に実験によって求める。実験は古来多く行われていて、実験式があるので、あとでそれを参照する。

流体が液体であれば、式(2)に既知の数値を代入して、流量を得る。ただし、 c_d があらかじめ既知ということはあまりなく、レイノルズ数の関数であり、レイノルズ数は

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi dv} \quad (4)$$

と、 Q を使って表示されるから、繰り返し代入などの演算が必要である。

気体の場合は、式 (1) が、成り立たない場合が多い。これが使えるのは、 $\Delta P/P_1$ が非常に小さい場合に限られる。さて、ここでは上流側がタンクで、そこから気体が流出する流れを考える。上流側の空間は十分に広くて、気体が流出していても、温度や圧力は時間的に変化していないとする。

2. 基本となる諸法則

この流れを考察して、流量を表す式を求めるために必要な基本法則を列挙する。なおここでは重力の影響は考えない。

(1) 気体の流れに関するエネルギー保存則：

$$c_p dT + w dw = 0 \quad (5)$$

これを積分した形は次の式となる。

$$c_p T_1 = c_p T + \frac{w^2}{2} \quad (6)$$

(2) 気体の流れに関する運動量保存則：

$$\rho w dw + dP = df \quad (7)$$

df は摩擦力であるが、摩擦の無い流れでは、この項は 0 である。その場合にこれを積分すると、次の式となる。これがベルヌーイの式である。

$$\frac{w^2}{2} + \int_{P_1}^P \frac{dP}{\rho} = 0 \quad (8)$$

理想気体の摩擦の無い流れでは、式 (8) と式 (4) が一致するが、その証明は後回しにする。

(3) 質量保存則

$$dG = d(\rho Aw) = 0 \quad (9)$$

積分した形は

$$G = \text{const.} \quad (10)$$

であるが、積分定数は未定であり、それを計算するのが課題である。

質量流量と体積流量の関係は

$$Q = G / \rho = Aw \quad (11)$$

であるが、 A も ρ も流路に沿って変化する。また、実際に流れている場所を指定しなくても、密度を指定すれば、質量流量に対する体積流量を考えることができる。

(4) 気体の状態方程式

$$P = \rho R \theta \quad (12)$$

気体の状態方程式は、上の形以外に

$$PV = MR\theta \quad (13)$$

という書き方もある。気体の体積が V 、質量が M である。両辺を V で割れば、式 (12) になる。式(13)は、 V なる空間全体で θ, P が一定である場合にしか使えない。式 (12) の形の方が、一般性がある、間違いが生じにくい。

(5) 熱力学の第 1 法則

$$dq = du + dL \quad (14)$$

q は単位質量の気体に入る熱量、 u はその気体の内部エネルギー、 L はその気体が外部に対してなす仕事である。これは

$$dL = PdV / M = Pdv \quad (15)$$

である。これに関連して、熱力学の（実験的に知られた）法則、関係式が必要となる。基本的なものに、比熱の定義から派生する次のものがある。

$$c_V = \left. \frac{\partial q}{\partial \theta} \right|_V, \quad c_P = \left. \frac{\partial q}{\partial \theta} \right|_P \quad (16)$$

これらは定積比熱、定圧比熱である。まず理想気体では c_V を定数として

$$u = c_V T \quad (17)$$

が成り立つ。

(16)の第 2 式の微分を実行すると

$$c_P = \left. \frac{\partial q}{\partial \theta} \right|_P = c_V + P \left. \frac{\partial v}{\partial \theta} \right|_P = c_V + R \quad (18)$$

この式は定義式 (15) と第 1 法則の式 (14), 理想気体の特性式 (12), (16) から導いた式であるが、非常によく使う基礎式である。

比熱比の κ は

$$\kappa = c_P / c_V = 1 + R / c_V \quad (19)$$

と定義した量である。

式(14)はエネルギー保存則と呼ばれることがある。運動を考えない平衡状態に対しては、これをエネルギー保存則と呼んで良いが、運動を考える場合に (14)をそのように呼ぶことは避ける。混乱を生じるからである。式(6)をエネルギー保存則と呼ぶのが良い。

3. 断熱過程に対するポアソンの式

断熱流れを考えるので、断熱過程における気体の状態変化を表すポアソンの式を導く。それは

$$Pv^\kappa = const. \quad (20)$$

という形で知られている。ただし

$$v = 1 / \rho \quad (21)$$

は比体積と呼ばれる。

付録 B

この式は次のように導く．まず，断熱過程では $dq=0$ であるから，式 (14) から

$$0 = du + dL = c_v d\theta + Pdv \quad (22)$$

一方，式 (13) から

$$Pdv + vdP = Rd\theta \quad (22)$$

式 (21), (22) から $d\theta$ を消去すれば

$$0 = c_v d\theta + Pdv = c_v (Pdv + vdP) / R + Pdv$$

となる．このあと整理計算すると，

$$\begin{aligned} \therefore (c_v + R)Pdv + c_v vdP &= 0 \\ \therefore \frac{\kappa dv}{v} + \frac{dP}{P} &= 0 \\ \therefore Pv^\kappa &= \text{const.} \end{aligned} \quad (23)$$

となる．この式はまた，

$$P / \rho^\kappa = \text{const.} \quad (24)$$

の形のほうが良く使われる．また，状態方程式を用いて，温度も次のようになる．まず状態方程式を微分形で表すと

$$\frac{dP}{P} + \frac{dv}{v} = \frac{d\theta}{\theta} \quad (25)$$

である．これに式 (23) を使うと，

$$\frac{dP}{P} - \frac{dP}{\kappa P} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{dP}{P} = \frac{d\theta}{\theta} \quad (26)$$

である．積分して

$$P^{(\kappa-1)/\kappa} / \theta = \text{const.} \quad (27)$$

あるいは

$$\frac{\theta}{\theta_1} = \frac{P^{(\kappa-1)/\kappa}}{P_1^{(\kappa-1)/\kappa}} \quad (28)$$

である．これは断熱変化に伴う温度変化を表す．

4. オリフィスを通る流量

この節で求める関係式は，よく知られた Saint-Venant and Wantzel の式である．まず，流路は流線に包まれた流管であるとして，その一次元流れ近似を考える．そこを通る質量流量は式 (9) により与えられる．断面 A は，図 1 の vena contracta を考えなければならない．

式 (6) に式 (28) を代入して，

$$\frac{w^2}{2} = c_p(\theta_1 - \theta) = c_p \theta_1 \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right] \quad (29)$$

付録 B

よって,

$$w = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R\theta_1 \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \quad (30)$$

である. 質量流量は, 式 (24) 及び (29) を用いて

$$\begin{aligned} G &= A\rho w = A\rho_1 \left(\frac{P}{P_1} \right)^{1/\kappa} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R\theta_1 \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \\ &= A\rho_1 \sqrt{R\theta_1} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{P}{P_1} \right)^{2/\kappa} \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \end{aligned} \quad (31)$$

である. さらに整理を進めて

$$G = A \frac{P_1}{\sqrt{R\theta_1}} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{P}{P_1} \right)^{2/\kappa} \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \quad (32)$$

と, 良く見る形となる. ここまでがいわゆる Saint-Venant, Wantzel の式である.

このままでは, 圧力比がゼロに近づくと, 質量流量がゼロに近づくとという奇妙なことになる. 実際は平方根の中の関数が右上がりの部分は実現しない. そこでは縮流部流速が音速となり, 下流条件の如何によらず, 上流に情報が伝わらなくなるからである. その条件は式 (32) の根号内が極大に達する状態として決定できる.

その極大点は次のように求める.

$$p = P/P_1, \quad q = p^{1/\kappa} \quad (33)$$

として, 式 (32) の根号内を微分すると,

$$2q - (\kappa+1)q^\kappa = 0 \quad (34)$$

のときに極大である. この解から求める圧力比を p_c とすると,

$$q^{\kappa-1} = 2/(\kappa+1), \quad p_c = [2/(\kappa+1)]^{\kappa/(\kappa-1)} \quad (35)$$

である. p_c よりも p が小さいときは, 式 (32) は使用できない. p_c を臨界圧力比という. 誤解を生じない環境では, 単に臨界比と略してよぶこともある.

式 (32) のままでは実際の流量にならない. 実際の流量は実験と比較して

$$G = c_d S \frac{P_1}{\sqrt{R\theta_1}} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{P}{P_1} \right)^{2/\kappa} \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \quad (36)$$

とする.

さて, ノズルまたはオリフィスを通る質量流量の式 (36) を

$$G = c_d S \frac{P_1 w_0}{\sqrt{R\theta_1}} \phi(p), \quad p = \frac{P}{P_1} \quad (37)$$

付録 B

と表せば

$$\phi(p) = \begin{cases} 1, & 0 < p < p_c \\ \frac{1}{\psi_0} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} (p^{2/\kappa} - p^{(\kappa+1)/\kappa})}, & p_c < p < 1 \end{cases} \quad (38)$$

である。ただし、

$$\psi_0 = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (39)$$

$p < p_c$ では、ノズル出口、オリフィス流れでは最小断面部において流速が音速に達していて、出口圧力 P_2 の変化によらず、質量流量が一定となる。

5. 臨界比の場合の圧力、速度、密度

臨界点の圧力

式 (35) で p_c が求められている。

$$P_c = P_1 p_c = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} P_1 \quad (40)$$

この係数 p_c は空気では 0.528、ヘリウムでは 0.497 である。

臨界点の温度

式 (28) から

$$\frac{\theta_c}{\theta_1} = p_c^{(\kappa-1)/\kappa} = \frac{2}{\kappa+1} \quad (41)$$

である。空気でタンク温度が 20°C ならば、 θ_c は -28.85°C である。同じくヘリウムならば -47.65°C である。

臨界点の密度

式(24), (35) から次式を得る。

$$\frac{\rho_c}{\rho_1} = p_c^{1/\kappa} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (42)$$

臨界点の速度

式 (30) に、 $p=P_c$ を代入する。

$$\begin{aligned}
 w_c &= \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} R \theta_1 \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} = \sqrt{\kappa R \theta_1} \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[1 - p_c^{(\kappa-1)/\kappa} \right]} \\
 &= \sqrt{\kappa R \theta_1} \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[1 - \frac{2}{\kappa+1} \right]} = \sqrt{\kappa R \theta_1} \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[\frac{\kappa-1}{\kappa+1} \right]} = \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}} \sqrt{\kappa R \theta_1} \\
 \therefore w_c &= \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}} \sqrt{\kappa R \theta_1} \tag{43}
 \end{aligned}$$

音速であるから、この点の温度を用いて、式(41)により、次のように求めることもできる。

$$w_c = \sqrt{\kappa R \theta_c} = \sqrt{\kappa R \theta_1 \frac{\theta_c}{\theta_1}} = \sqrt{\kappa R \theta_1} \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}} \tag{44}$$

貯気槽音速 $\sqrt{\kappa R \theta_1}$ の $\sqrt{2/(\kappa+1)}$ 倍である。これは空気では 0.913 倍、ヘリウム（一般に単原子ガス）では 0.877 倍にあたる。

臨界流量

式 (37) により

$$G = c_d S \frac{P_1 \psi_0}{\sqrt{R \theta_1}} = c_d S \rho_c w_c \tag{45}$$

となる。これは式 (42) 及び式 (43) から ρ_c, w_c を求めて確認することができる。

流量係数はレイノルズ数の関数である。Lichtarowicz の実験式では、代表速度は理論速度としてあるので使いやすい。

レイノルズ数は

$$\text{Re}_h = \frac{w_c d}{\nu_c} = \frac{\rho_c w_c d}{\mu_c} \tag{46}$$

により求める。なお、代入により

$$\text{Re}_h = \frac{P_1 d}{\mu_c \sqrt{R \theta_1}} \psi_0 = \frac{P_1 d}{\mu_c \sqrt{R \theta_1}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \tag{47}$$

となる。粘度は Sutherland の式により求める。

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{3/2} \frac{\theta + S}{\theta_0 + S} \tag{48}$$

であるが、 $\theta_0 = 273.15 \text{ K}$ のとき、空気では $S = 110 \text{ K}$ 、ヘリウムでは $S = 79.4 \text{ K}$ である。

6. 流量係数と流量計算

式(47) の Re_h を次の Lichtarowicz の式に代入する。

付録 B

$$\frac{1}{c_d} = \frac{1}{c_{du}} + \frac{20}{\text{Re}_h} \left(1 + 2.25 \frac{L}{d} \right) - \frac{0.005L/d}{1 + 7.5(\log_{10} 0.00015 \text{Re}_h)^2}$$

(49)

$10 < \text{Re}_h < 20,000$

$$c_{du} = 0.810, \quad (1.5 < L/d \leq 10)$$

(50)

なお、 μ は圧力による変化が無視でき、温度のみの関数とすることができる。流量を体積流量にするには、式 (45) で求めた質量流量を標準状態における密度で割る。 R を調べておけば、密度は状態方程式から算出できる。

エクセルを使って流量を計算する手順を、以下に示す。

エクセルでの計算手順：(すべて SI 単位にしておき、最後に換算すること)

(臨界比を越えている場合の計算)

入力すべき量 (1) 寸法： d =穴の直径 [m]

l =穴の長さ [m]

入力すべき量 (2) 物理定数：

R: ガス定数 [J/kg/K]

κ : 比熱比 [-]

常温 (20°C) 粘度, μ_0 : 粘度 [Pa.s]

S: Sutherland 定数

設定条件

P_1 : 上流圧力 [Pa]

P_2 : 下流圧力 [Pa]

P_a : 標準圧力 100,000 [Pa]

θ_1 : 上流温度 (20°C) 293.15 [K]

θ_a : 標準温度 (20°C) 293.15 [K]

θ_1 : 上流側温度 [K]

計算：

1. L/d を求めておく。

2. 臨界比：ここでは臨界比を越えているとしたので、圧力、密度、温度も臨界比を求める。

以下のとおりであるが、これらはすでに 5 節で示してあるが便宜上再記する。

$$\text{臨界圧力比：} \quad p_C = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (40)\text{参照}$$

$$\text{臨界温度比：} \quad \frac{\theta_C}{\theta_1} = p_C^{(\kappa - 1)/\kappa} = \frac{2}{\kappa + 1} \quad (41)\text{参照}$$

$$\text{臨界密度比 : } \frac{\rho_C}{\rho_1} = p_C^{1/\kappa} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (42)\text{参照}$$

3. 質量流量の係数 (ψ_0) を求める.
$$\psi_0 = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (39)\text{参照}$$

4. 縮流部のレイノルズ数を求める. それには, 式(41)で温度を求め, ついで, 式 (48) で粘度を求める. それを式 (47) に代入して R_{ch} を求める.

5. それを式 (49) に代入して, $1/c_d$ を求める.

6. 流量係数が決まったので, 式 (45) により質量流量 G を求める (このとき単位は kg/s).

7. 体積流量を求めるには, その環境の圧力と温度 (たとえば標準状態, L/min (ANR) など) により, 密度

$$\rho_a = P_a / (R\theta_a) \quad (51)$$

を出して, G を割れば, そこでの体積流量となる.

7. 摩擦が無い場合の運動量保存則は, エネルギー保存則と一致することの証明.

これは, 意味上は明らかである. (熱交換がなく, 仕事の授受もないときは, エネルギー保存は, 系内のエネルギー形態の変化を示す, すなわち力学的エネルギーの保存にすぎない. そして力学的エネルギーの保存は運動方程式の空間経路積分で表される).

式でこれを示すにはどうするか. それには, すでに示した式 (4)と(6):

$$c_p\theta_1 = c_p\theta + \frac{w^2}{2} \quad (4)$$

及び

$$\frac{w^2}{2} + \int_R^P \frac{dP}{\rho} = 0 \quad (6)$$

が同等であることを示せば良い. 要するに摩擦のない断熱流れ (すなわち等エントロピー流れ) で

$$\int_R^P \frac{dP}{\rho} = c_p(\theta - \theta_1) \quad (52)$$

が成り立つことを示せば良い.

$$\left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^\kappa = \frac{P}{P_1} \quad \text{であるから, } dP = P_1 \kappa \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\kappa-1} d \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)$$

$$\int_R^P \frac{dP}{\rho} = \frac{\kappa P_1}{\rho_1} \int_{\rho_1}^{\rho} \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\kappa-1} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\kappa P_1}{\rho_1^\kappa} \int_{\rho_1}^{\rho} \rho^{\kappa-2} d\rho = \frac{\kappa P_1}{\rho_1^\kappa} \frac{\rho^{\kappa-1} - \rho_1^{\kappa-1}}{\kappa-1}$$

付録 B

$$= \frac{\kappa P_1 / \rho_1}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] = \frac{\kappa R \theta_1}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] \quad (53)$$

また、断熱過程では、式(24) 及び 式(27) から

$$\frac{\theta}{\theta_1} = \frac{P^{(\kappa-1)/\kappa}}{P_1^{(\kappa-1)/\kappa}} = \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{\kappa-1} \quad (54)$$

である。これを式 (53) に代入して、求めようとしていた関係式 (52) が得られる。すなわち

$$\int_{P_1}^P \frac{dP}{\rho} = \frac{\kappa R \theta_1}{\kappa - 1} \left(\frac{\theta}{\theta_1} - 1 \right) = c_p (\theta - \theta_1)$$

である。

注：非圧縮性の場合は、密度 ρ が定数であるから、式(7)の積分が簡単に実行できて、

$$\frac{w^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \frac{P_1}{\rho}$$

という、馴染みの深い式となる。

謝 辞

本研究は、東京工業大学大学院総合理工学研究科 香川利春教授、東京医科歯科大学学生体材料工学研究所 川嶋健嗣教授のご指導の下に行なわれたものです。ここに心より厚く御礼申し上げます。また本論文を作成するにあたり、多くの貴重なご教示を賜りました、北條春夫教授、松村茂樹准教授、只野耕太郎准教授、に深く御礼申し上げます。

神奈川大学名誉教授 浦田暎三先生には、ご指導ご助力、様々な励ましを頂きました。誠に深く感謝申し上げます。

尹鍾皓助教には研究を始める上で多くのご助言を頂きました。厚く深く御礼申し上げます。

研究室技術員の高山清隆様、特別研究員のレイレイウー様、には実験のアドバイスや実験装置製作でご支援頂きました。深く感謝申し上げます。

香川・只野研究室修士 2 年の永井克哉様には、膨大な実験、データ整理を協力して頂き、本当に有難う御座いました。

その他ご助力を頂きました、香川・川嶋・只野研究室の皆様に御礼申し上げます。

最後に、在職のまま、東京工業大学大学院総合理工学研究科メカノマイクロ工学専攻の学生として送り出して頂いた、株式会社ガスターの取締役社長渡辺尚生様、取締役生産本部長米元誠様、生産技術部長山本仁之様、深く感謝申し上げます。研究に協力して頂いた、生産技術部新規技術開発プロジェクトグループ福吉憲三様、有難うございました。