

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	軽水炉格子体系への最良代表性因子法の適用に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	馬野琢也
Author(English)	Takuya Umano
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9802号, 授与年月日:2015年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:小原 徹,井頭 政之,千葉 敏,赤塚 洋,筒井 広明
Citation(English)	Degree:., Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9802号, Conferred date:2015/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

軽水炉格子体系への最良代表性因子法の適用に関する研究

2015年（平成27年）

うまの たくや  
馬野 琢也

## 目次

### 図・表一覧

	頁
<b>第 1 章 序論</b>	
1.1 本研究の概要	1-1
1.2 研究の背景	1-1
1.2.1 従来の設計計算コードの改良方法	1-2
1.2.2 臨界実験の模擬性と課題	1-3
1.3 本研究の目的	1-8
参考文献	1-11
<b>第 2 章 最良代表性因子法の導出と検証</b>	
2.1 緒言	2-1
2.2 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の導出	2-1
2.2.1 計算誤差の分類と本計算手法での前提条件	2-1
2.2.2 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の導出	2-3
2.2.3 補正計算における仮定	2-10
2.2.4 $(\Delta Z / Z)$ の符号の決定方法	2-14
2.2.5 目的体系 (ターゲットシステム) の着目する物理量の 計算値を補正する計算手順	2-16

	頁	
2.2.6	2乗差比率 ( <i>SDR</i> ) と信頼性補正因子 ( <i>RCF</i> ) の導入	2-17
2.2.7	最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の特徴	2-23
2.3	東芝臨界実験装置 (NCA) を用いた PWR 模擬臨界実験による検証	2-24
2.3.1	解析条件と計算コード	2-26
2.3.2	解析結果	2-28
2.3.3	解析結果の不確かさの評価	2-32
2.3.4	PE 法による解析結果との比較	2-33
2.4	第 2 章の結論	2-34
	参考文献	2-36
<b>第 3 章 現行の PWR 燃料集合体の中性子無限増倍率の補正への適用</b>		
3.1	緒言	3-1
3.2	解析体系及び解析条件	3-1
3.3	解析に用いた計算コードの概要	3-3
3.4	解析結果	3-3
3.5	中性子無限増倍率の補正結果と考察	3-5
3.6	第 3 章の結論	3-11
	参考文献	3-12

	頁
<b>第 4 章 <math>^{235}\text{U}</math> 平均濃縮度 6wt% の PWR 17×17 型燃料集合体の 中性子無限増倍率の補正への適用</b>	
4.1 緒言	4-1
4.2 解析体系及び解析条件	4-2
4.3 解析に用いた計算コードの概要	4-4
4.4 解析結果	4-5
4.5 中性子無限増倍率の補正結果と考察	4-6
4.6 第 4 章の結論	4-9
参考文献	4-11
<b>第 5 章 結論</b>	<b>5-1</b>
<b>謝辞</b>	

	頁
<b>付録</b>	
付録 1. 入力パラメータの誤差によって生じた計算値の相対誤差を得る 処理手順	付-1
付録 2. 代表性因子 (Representativity factor) の定義と数学的説明	付-5
付録 3. 新しい代表性因子とラグランジュ未定定数 $\lambda$ との関係	付-7
付録 4. CRC ハンドブックの (175)式との整合性	付-10
付録 5. 着目する物理量がベクトル量であった場合の修正	付-13
付録 6. 決定係数について	付-14
付録 7. 拡張バイアス因子法の PE 法での計算結果との比較	付-16
付録 8. エネルギー238 群の断面積ライブラリの計算結果を用いた補正	付-18

## 表一覽

	頁
Table 2-1. Determination of the sign of $(\Delta Z/Z)$	2-39
Table 2-2. Structure of the 44 energy groups	2-40
Table 2-3. Calculation result for each configuration	2-41
Table 2-4. NCA experiment value for criticality	2-42
Table 2-5. $S_i^T W S_j$ value for each relationship	2-43
Table 2-6. Corrected keff and representativity factor	2-44
Table 2-7. Corrected keff and uncertainty	2-45
Table 3-1. Comparisons of physical properties	3-14
Table 3-2. Calculation result for each configuration	3-15
Table 3-3. NCA experiment value for criticality	3-16
Table 3-4. $S_i^T W S_j$ value for each relationship	3-17

	頁
Table 3-5. Comparison of representativity factors	3-18
Table 3-6. The representativity factor ( <i>RF</i> ), the squared difference ratio ( <i>SDR</i> ) and the reliability correction factor ( <i>RCF</i> ) of pattern 7	3-19
Table 3-7. Corrected k-infinity and representativity factor	3-20
Table 3-8. Corrected k-infinity value	3-21
Table 3-9. Corrected k-infinity value with RCF	3-22
Table 4-1. Comparisons of physical properties	4-13
Table 4-2. Calculation result for each configuration	4-14
Table 4-3. Each experiment value for criticality	4-15
Table 4-4. $S_i^T W S_j$ value for each relationship	4-16
Table 4-5. Corrected k-infinity and representativity factor	4-17
Table A8-1. Structure of the 238 energy groups	付-24
Table A8-2. The 238G library calculation	付-25

Table A8-3. Comparisons of neutron multiplication factor and  
approximate non-leakage probability

## 図一覧

	頁
Fig. 2-1. The law of cosines and SD	2-46
Fig. 2-2. The angle $\theta$ constructed by two vectors and the value of the representativity factor	2-47
Fig. 2-3. SDR and RCF with respect to the representativity factor	2-48
Fig. 2-4. Vertical cross section of the core tank	2-49
Fig. 2-5. Cross section of a typical fuel lattice	2-50
Fig. 2-6. NCA core configuration for PWR simulation (Cold condition)	2-51
Fig. 2-7. NCA core configuration for PWR simulation (Hot condition)	2-52
Fig. 2-8. NCA core configuration for PWR simulation (Hot condition, Boron 500 ppm)	2-53
Fig. 3-1. PWR 17×17 fuel assembly (Target system)	3-23
Fig. 3-2. Calculation results of corrected k-infinity and representativity factor	3-24

	頁
Fig. 4-1. PWR 17×17 fuel assembly (Target system)	4-18
Fig. 4-2. 1/6 VVER of SF-9 (Map 7) core configuration (Cold condition)	4-19
Fig. 4-3. IPEN/MB-01 (Case 01) core configuration (Cold condition)	4-20
Fig. A8-1. keff of case 3 and corrected k-inf of PWR 17×17 (case 4)	付-27

## 第1章 序論

### 1.1. 本研究の概要

本研究は、軽水炉の燃料集合体核設計に用いられている格子計算コードの精度を臨界実験により検証および改良するための、新しい計算手法を提示することを目的とする。

臨界実験は軽水炉の核設計精度の検証に用いられるが、臨界実験体系と目的とする実機体系は完全には一致しない。臨界実験と実機体系の類似性を定量的に示す「代表性因子」を用いて、複数の臨界実験の測定値を組み合わせ、実機的设计精度を推定する計算手法を開発した。東芝臨界実験装置（NCA）で得られた測定値を用いて、燃料集合体の中性子無限増倍率の精度検証・補正に適用し、その手法の妥当性を確認した。さらに将来の軽水炉燃料集合体への適用例として、 $^{235}\text{U}$  平均濃縮度 6wt%の PWR 17×17 型燃料集合体の中性子無限増倍率の精度検証・補正を行い、開発した手法が将来の軽水炉燃料設計にも有効であることを示した。

### 1.2. 研究の背景

原子炉の設計においては、実機の完全な模擬試験を行うことは困難であり、設計精度を予測するために、詳細な解析が実施される。この予測には、核計算、熱水力計算など、多くの解析技術が必要であるが、本研究では「原子炉物理」と呼ばれる中性子輸送解析による核計算を対象とする。本論文では、コードは、原子炉物理分野のコンピュータプログラムを示す [1]-[3]。

今日、発電用商業炉としては軽水炉（LWR： Light Water Reactor）が最も広く用いられている。軽水炉用の燃料集合体の設計および炉心管理は、様々なコードを用いたシミュレーションにより実施されている。核計算は、臨界量や燃料集合体内の核分裂率分布の解析に用いられ、設計コードと、中性子と物質の反応確率である核データライブラリを用いて

行われる[4]-[7]。

軽水炉の炉心は燃料集合体で構成される。例えば加圧水型原子炉(PWR)に関しては、現在、17×17型の燃料集合体がほぼ世界標準タイプの燃料集合体になっている [16]。現在の軽水炉の核計算では、燃料集合体を対象にした格子計算コード (Lattice physics code または Lattice code) と、炉心全体を対象にした3次元炉心シミュレータの二段階の計算が一般的である[1] [2]。

燃料集合体の設計のために用いられる格子計算コードは核特性に特化したコードであり、Studsvik 社の CASMO コードなどがある [8][9][11]。

3次元炉心シミュレータは核・熱水力結合計算による原子炉全体の計算のために用いられ、Studsvik 社の SIMULATE コードなどがある[8][9][11]。

これら二段階の計算手法は、ノード法と呼ばれる。

多くの原子力発電プラントが現在世界中で稼働しており、発電プラントの運転データ (プラントデータ) は設計値と比較され、設計コードの改良のために利用されている。しかしながら、プラントデータは、核計算以外にも、熱や流動など多くの条件が関与しているため、設計値とプラントデータ間の差の原因を正確に特定し、燃料集合体設計コードや核データライブラリの改良を直接行うことは困難である。

設計コードおよび核データライブラリの改良に直接フィードバックできる測定値を得るために、臨界実験装置による臨界実験が行なわれる。

臨界実験装置は、単純な構成で、軽水炉 [10]-[14] や高速増殖炉 [15] などの特定の原子炉の炉心を模擬するために設計・製作された実験設備である。

### 1.2.1. 従来の設計計算コードの改良方法

軽水炉分野において格子計算コードの改良は、安全裕度を向上させ、経済性を改善するために重要である。臨界実験で得られる最も重要な物理量は臨界質量[10]-[14]であり、中性子

実効増倍率（臨界固有値）で示される。中性子実効増倍率は 3 次元的效果を含む値である。一方、格子計算コードは基本的に燃料集合体[16]が無限に配列された（中性子の洩れを考慮しない）2次元計算を実施するために作られており、中性子無限増倍率を計算する。

このため、中性子実効増倍率と中性子無限増倍率の値は直接比較することができない。これまで臨界実験の測定結果をもとに格子計算コードの精度を検証するために、下記のような方法がとられていた。

- (1) 臨界実験の炉心径方向に関して、例えば燃料棒セルを単位とし、格子計算コードで少数群（2～10 群程度）の実効断面積を作成する。
- (2) 臨界実験の炉心の軸方向に関しては軸方向バックリングなどで中性子の洩れを扱う。
- (3) 得られた実効断面積と軸方向バックリングを組み合わせ、臨界実験の体系に基づいて拡散計算あるいは輸送計算を行い、臨界状態での中性子実効増倍率や燃料棒セル単位の核分裂率分布を求める。
- (4) 得られた中性子実効増倍率が 1 に十分近い値（例えば 0.995～1.005）であれば用いた実効断面積は正しく、その実効断面積を作成した格子計算コードの精度は高いと判断する。
- (5) 臨界実験で得られた燃料棒セル単位の核分裂率分布の測定値（E）と計算値（C）に関して  $(C-E)/E$ （%）が測定値の不確かさより小さければ、実効断面積は正しく、その実効断面積を用いた格子計算コードの精度は高いと判断する。

上記の方法は間接的な比較・検証方法であり、臨界実験をより直接的にフィードバックできる検証方法の確立が望まれる。

### 1.2.2. 臨界実験の模擬性と課題

設計計算のために利用される格子計算コードは炉型に特化しており、沸騰水型原子炉（BWR: Boiling Water Reactor）の格子計算コードは BWR 専用に、加圧水型原子炉（PWR:

Pressurized Water Reactor)の格子計算コードはPWR専用が開発されている。燃料集合体の設計精度検証のための臨界実験は、それぞれの燃料集合体の特徴を考慮して実施される。BWR燃料集合体用の臨界実験は、BWR特有のウォータージャップやガドリニア入り燃料、<sup>235</sup>U濃縮度分布などBWR燃料集合体の特徴を模擬できるように工夫がなされる。

このため、新たな燃料概念の設計精度検証のためには、これまでの臨界実験が必ずしも十分であるとは限らないため、新たな臨界実験が必要となる。

一方、臨界実験の実施には経済的及び人的コストが必要であり、新燃料概念に、過去の臨界実験を利用できる方法の開発は、燃料開発のコストを低減し開発期間を短縮するために有効である。

過去の臨界実験を新燃料の設計精度検証に利用するためには、設計対象の燃料に対して、臨界実験がどの程度模擬できているかということ（以下、模擬性と呼ぶ）を数値で示すことが有効である。

臨界実験の模擬性と臨界実験装置に関しては次のような課題がある。

- (1) 臨界実験から得られる物理量の制限
- (2) 臨界実験装置と目的体系の不一致
- (3) 軽水炉に対して臨界実験を効果的に利用するための理論
- (4) 臨界実験装置の減少

それぞれの課題について、以下に説明する。

- (1) 臨界実験から得られる物理量の制限

臨界実験から得られる測定データは限られている。臨界実験装置から得られる最も重要な情報は臨界量であり、中性子実効増倍率で表される。一方、格子計算コードは、燃料集合体の中性子無限増倍率を与える。この場合、燃料集合体計算の計算値に臨界実験の測定値を直接適用することは困難である。

設計対象が、燃料集合体の貯蔵施設や燃料集合体の輸送キャスクのような未臨界システム

であった場合は、未臨界度が最も重要な物理量である。しかし、臨界実験からは、未臨界度のデータは得られない。臨界量と未臨界度をつなぐ理論的な手法が必要である。

## (2) 臨界実験装置と目標体系の不一致

臨界実験装置は商用軽水炉に比べ小型である。また臨界実験装置で使用できる燃料は種類も量も制限されている。臨界実験装置で、商用軽水炉の温度及び圧力レベルを模擬することは困難である。BWR の場合、炉心内で減速材温度の圧力は約 7MPa、温度は約 280°C (553K) である。臨界実験装置において、上記のような高温と高圧の減速材の状態を実現することは困難である。

一方、核計算においては中性子のエネルギースペクトルが核特性を決定づける。このため、中性子のエネルギースペクトルを再現することが重要であり、温度や圧力よりも、目的体系の水素対ウラン原子数密度比などを模擬するために、様々な工夫が行われる[11][12]。

しかし、臨界実験装置は炉心が小さく、使用できる燃料棒本数も限られているので、上記の中性子エネルギースペクトルの模擬を実現する場合も、炉心の一部の領域に限られる場合が多い。一例として、PWR 模擬実験のために臨界実験装置の炉心タンク全体に実機で使用されるのと同等の 1000ppm のホウ酸( $\text{H}_3\text{BO}_3$ )を投入した場合、炉心が小さいため、臨界を達成することができなくなる。このため、臨界実験装置の炉心の一部のみに高濃度のホウ酸を用いるなどして、実機の中性子スペクトルを模擬する。臨界を達成するために、一部の模擬領域の周囲は、異なる中性子エネルギースペクトルの領域で取り囲む。この領域は、ドライバー領域と呼ばれる。

上記のように、臨界実験は炉心全体が対象とする燃料を完全に模擬できないため、臨界実験の炉心構成と目標体系の炉心構成の間に大きな不一致が存在する場合がある[11][12][14]。

### (3) 軽水炉に対して臨界実験を効果的に利用するための理論

これまで、臨界実験の測定値の理論的な取り扱いのためには、断面積調整法 (Cross-section adjustment method) 及びバイアス因子法 (Bias factor method) が提案されている [17]-[22]。断面積調整法、バイアス因子法ともに、計算結果と測定結果間の差の分散を最小にするという原理に基づいている。これら 2 つの方法は高速増殖炉 (FBR : Fast Breeder Reactor) の研究に広く利用されてきた。高速炉では、高速中性子が支配的であり中性子のエネルギースペクトルの空間的依存性が小さいため、燃料集合体の設計の違いによる中性子エネルギースペクトルの大きな変化はない。このため、高速炉体系の臨界実験は多くの炉心設計、燃料集合体設計に共通に利用でき、核データライブラリや計算手法の改良に有効に利用されてきた。

これらの 2 つの手法を軽水炉に適用するためには、以下に述べるように、いくつかの課題がある。

#### a) 断面積調整法 (Cross-section adjustment method) [17]-[20]

断面積調整法は、特定の断面積ライブラリ・セットに対して適用される。このような断面積ライブラリ・セットは、汎用的な核データライブラリ (例えば米国の評価済核データファイル B (ENDF/B)、日本の評価済核データライブラリ (JENDL)) に基づいて作成されたものである [5]-[7]。

高速炉は、高速中性子が支配的な中性子エネルギースペクトルをもつ。高速中性子の平均自由行程は長く、中性子エネルギースペクトルの空間的依存性が小さいため、微視的実効断面積の空間的依存性も小さい。高速炉では複数の設計コードで使用可能な標準的な断面積ライブラリ・セットが存在するため、断面積調整法は高速炉の核計算手法に適している。

一方、軽水炉では、熱中性子が支配的であり、熱中性子の平均自由行程は短く、中性子のエネルギースペクトルの空間的依存性は大きく、炉心の位置および炉内の減速材密度条件に応じて複雑に変化する。微視的実効断面積の空間依存性も大きい。このため、軽水炉

燃料集合体用の設計コードは、特有の断面積ライブラリ・セットを持っており、この断面積ライブラリ・セットは、対象とする燃料集合体で高い計算精度が確保できるように作成されており、他の設計コード間との交換は困難である。その結果、軽水炉分野では標準と言える断面積ライブラリ・セットが存在しない。

断面積調整法の計算手順は、上記の空間依存性の複雑さから、軽水炉に関しては、高速炉より複雑となり、また、燃料集合体ごとに特性が異なることから、使用できる臨界実験も限定される。さらに、断面積調整法を軽水炉に適用する場合、標準の断面積ライブラリ・セットが存在しないため、設計コードそれぞれの断面積ライブラリ・セットに適用しなければならない [17]-[20]ので、断面積調整法での改良は特定のコードシステムに限定した形になる [20]。そのために、断面積調整法は軽水炉の燃料集合体の設計コード（格子計算コード）に関して適切でない。

上記のように、断面積調整法は軽水炉の研究に関しては、広く利用されてはいない。

#### b) バイアス因子法 (Bias factor method) [21][22]

バイアス因子法は高速炉だけでなく軽水炉にも適用可能であるが、バイアス因子は中性子実効増倍率などの特定の因子を補正することを目的としているため、前述のように、臨界実験において補正した中性子実効増倍率のバイアス因子を、設計計算で用いる中性子無限増倍率に直接適用することはできない。

断面積調整法およびバイアス因子法ともに、十分な量の実験結果がある場合に有効である [17]-[22]。実験ケース数が少ない場合には、精度の改善が困難となる。

#### (4) 臨界実験装置の減少

前述のとおり、臨界実験の実施には高いコストを必要とする。一方、臨界実験装置は老朽

化に伴い、近年多くが廃炉となっている。従ってこれまで蓄積されてきた臨界実験データの有効利用が重要となってきた。臨界実験データを保存して活用するための、ICSBEP (International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project 国際臨界安全ベンチマーク評価プロジェクト) [23][24]や、IRPhEP (International Reactor Physics Experiment Project 国際炉物理評価プロジェクト) [25]のような、国際プログラムが進められている。

これらのプロジェクトの目的は 臨界安全の分野及び革新的な原子炉の設計の分野での臨界実験データの活用である。

### 1.3. 本研究の目的

本研究の目的は、臨界実験の測定データをより有効に利用するための新しい手法を提案し、核設計計算システムの精度検証に寄与することである。

本研究では、前述の課題に対し、以下のような開発項目を提案する。

臨界実験の測定データの実機適用性を評価するために『代表性 (Representativity) 』という概念が導入されている[26]-[35]。本研究においては、新たに開発した『最良の代表性 Best representativity』を与える計算方法を用いて、軽水炉分野で、臨界実験の測定値から設計計算値を補正する実用的な手法を提案する。この手法は同時に未臨界体系にも適用可能である。開発した計算手法は臨界実験で測定された中性子実効増倍率と実機の中性子無限増倍率の関連を明らかにし、実機の中性子無限増倍率の補正值を得ることができる [35]。

また、本手法の特長として、複数の臨界実験結果の組み合わせが可能である。これにより、これまでの臨界実験データを有効活用することができる。

更に本研究において新たに定義された代表性因子を用いて、低コストで有効な臨界実験計画立案を行うことができる [34][35]。

また、本研究で提案する手法は、原子力炉物理だけでなく、他の分野にも適用することが可能である。

なお、本研究で提案する計算手法は中性子無限増倍率、中性子実効増倍率の両方に補正値を提供することができるが、いくつかの仮定に基づいて導出されている。また計算手法の中で考慮しない事項がある。本計算手法は、臨界実験の測定結果に基づいた設計コードの補正値を提供するものであり、設計コード自体は十分検証されたものであると仮定している。本研究では、感度係数ベクトルおよび共分散ファイル（共分散行列）を利用して代表性因子（representativity factor）を計算する。感度係数ベクトルおよび共分散ファイルの数値に含まれる誤差は考慮しない。

第2章では、新たに開発した計算手法と、断面積調整法、バイアス因子法などの従来の計算手法との違いを説明する。また、本研究で使用された東芝臨界実験装置(NCA)、米国オークリッジ国立研究所(ORNL: Oak Ridge National Laboratory)で開発された *SCALE* システムについて説明する [36]。本研究の計算は、このコードで実施した。開発した計算手法を3つのPWR模擬臨界実験の中性子実効増倍率の評価に適用する。

また、拡張バイアス因子法のPE法に基づいて計算を行い、中性子実効増倍率の補正に関して二つの異なる計算手法で同等の計算結果が得られることを示す。

第3章では、PWR 17×17型燃料集合体の中性子無限増倍率の補正に、開発した計算手法を適用する。さらにPE法、エネルギー群構造を変えた計算結果との比較を行い、計算手法の妥当性について述べる。

第4章では本計算手法の将来燃料への応用例として、<sup>235</sup>U平均濃縮度が5wt%を超えるPWR17×17型燃料集合体（<sup>235</sup>U平均濃縮度：6wt%、濃度10wt%のUO<sub>2</sub>-Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>棒を24本適用）の中性子無限増倍率の補正を行う。ここでは開発した計算手法を用いて4つの臨界実験を組み合わせることで補正する。

第 5 章では、2 章から 4 章までの結論を要約し、本研究の結論を示す。

付録では、主に他の計算手法との比較を行い、本計算手法の数学的な特徴を説明する。

## 参考文献

- [1] D. Knott and A. Yamamoto: "Lattice Physics Computations," *Handbook of Nuclear Engineering* Vol. 2 Reactor Design, pp.913-1239 Springer.
- [2] C. Calvin and D. Nowak: "High Performance Computing in Nuclear Engineering," *Handbook of Nuclear Engineering* Vol. 2 Reactor Design, pp.1449-1517 Springer.
- [3] T. Takeda : "Neutronics Codes Currently Used in Japan for Fast and Thermal Reactor Applications" PHYSOR 2004 – The Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems: Global Developments, Chicago, Illinois, U.S.A April 25-29, 2004
- [4] P. Obložinský, M. Herman and SF. Mughabghab: "Evaluated Nuclear Data," *Handbook of Nuclear Engineering* Vol. 1 Nuclear Engineering Fundamentals, pp.83-187 Springer.
- [5] P. Obložinský: "New ENDF/B-VII Library," ADVANCES IN NUCLEAR ANALYSIS AND SIMULATION ( PHYSOR 2006) Vancouver, BC, Canada, 2006
- [6] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa, N. Iwamoto, A. Ichihara, S. Kunieda, S. Chiba, K. Furutaka, N. Otuka, T. Ohsawa, T. Murata, H. Matsunobu, A. Zukeran, S. Kamada, and J. Katakura: "JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering," *Journal of Nuclear Science and Technology*, 48(1), pp. 1-30 (2011).
- [7] G. Chiba, K. Okumura, K. Sugino, Y. Nagaya, K. Yokoyama, T. Kugo, M. Ishikawa and S. Okajima: "JENDL-4.0 Benchmarking for Fission Reactor Applications," *Journal of Nuclear Science and Technology*, 48(2), pp. 172-187 (2011).
- [8] JNEA/SEA05-029 05 解部報-0029: "CASMO-4/SIMULATE-3 コードシステムによる BWR 実機炉心解析に関する報告書" 平成 17 年 12 月 独立行政法人 原子力安全基盤機構

- [9] JNEA/SEA05-046 05 解部報-0046: “CASMO-4/SIMULATE-3 コードシステムによる PWR 取替炉心設計への適用性の評価について” 平成 17 年 12 月 独立行政法人 原子力安全基盤機構 解析評価部
- [10] G. Bignan, P. Fougeras, P. Blaise, J-P. Hudelot and F. Mellier: “Reactor Physics Experiments on Zero Power Reactors,” *Handbook of Nuclear Engineering Vol. 3 Reactor Analysis*, pp.2053-2184 Springer.
- [11] E. Saji and K. Terazu: “Validation of CASMO-4 with BWR High Burnup 9×9 Fuel Critical Experiments” PHYSOR 96: Breakthrough of Nuclear Energy by Reactor Physics : International Conference on the Physics of Reactors : September 16-20, 1996, Mito, Ibaraki, Japan, C 192-199.
- [12] T. Umano, T. Kikuchi, K. Yoshioka, I. Mitsuhashi, H. Kumanomido, S. Gunji, S. Sugahara, K. Hiraiwa and M. Ouisloumen: “Critical Experiments Simulating The Operating Conditions of PWRs in The Toshiba NCA Facility,” 2009 International Congress on Advances in Nuclear Power Plants (ICAPP'09) Tokyo, Japan, May 10-14, 2009, Paper 9251.
- [13] R Le Teillier, A He'bert, A. Santamarina and O. Litaize: “A Modeling of BWR-MOX Assemblies Based on the Characteristics Method Combined with Advanced Self-Shielding Models,” *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 158, pp. 231-243 (2008)
- [14] K. Ishii, T. Mitsuyasu, T. Hino and M. Aoyama: “Analysis of the MOX experiments BASALA by pin-by-pin core analysis method using three-dimensional direct response matrix,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 49, No. 2, pp. 230-243 (2012).

- [15] S. Iijima, A. Ono and S. Okajima: “Experimental study of the large-scale axially heterogeneous liquid-metal fast breeder reactor at the fast critical assembly; Power distribution measurements and their analyses,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 100**, pp. 496-506 (1988)
- [16] W. B. Weihermilfer and C. S. Allison: “LWR nuclear fuel bundle data for use in fuel bundle Handling” Topical Report September 1979, Prepared for the department of energy spent fuel project office under contract EY-76-C-06-1830 Form i83 Number 210.1 (Battelle)
- [17] J.B. Dragt, J.W.M. Dekker, H. Gruppelaar and A.J. Janssen: “Methods of Adjustment and Error Evaluation of Neutron Capture Cross Sections; Application to Fission Product Nuclides,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 62**, pp. 117-129 (1977).
- [18] W. Matthes: “Cross-section Adjustment in the Analysis of Benchmark Experiments,” *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 6**, pp. 103-106 (1979).
- [19] H. Kuroi and H. Mitani: “Adjustment to Cross Section Data to fit Integral Experiments by Least Squares Method,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 12**, No. 11, pp. 663-680 (1975).
- [20] M.A. Jessee, P.J. Turinsky and H.S. Abdel-Khalik : “Many-Group Cross-Section Adjustment Techniques for Boiling Water Reactor Adaptive Simulation,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 169**, pp. 40-55 (2011).
- [21] T. Sano and T. Takeda: “Generalized Bias Factor Method for Accurate Prediction of Neutronics Characteristics,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 43**, No. 12, pp. 1465-1470 (2006).

- [22] T. Kugo, T. Mori and T. Takeda: "Theoretical Study on New Bias Factor Methods to Effectively Use Critical Experiments for Improvement of Prediction Accuracy of Neutronics Characteristics," *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 44**, No. 12, pp. 1509-1517 (2007).
- [23] J. Blair Briggs and John D. Bess: "Development of an ICSBEP Benchmark Evaluation" 2011 ANS Annual Meeting, Hollywood, Florida June 29, 2011
- [24] Y. Miyoshi, T. Arakawa and T. Yamamoto: "CRITICAL ARRAYS OF LOW-ENRICHED UO<sub>2</sub> FUEL RODS WITH WATER-TO-FUEL VOLUME RATIOS RANGING FROM 1.5 TO 3.0," *LEU-COMP-THERM-006 NEA/NSC/DOC/(95)03/IV International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project*, **Vol. 4**, (2010).
- [25] John D. Bess, J. Blair Briggs, Jim Gulliford: "Newly Available Reactor Physics Benchmark data in the March 2011 Edition of the IRPhEP Handbook" OSTI ID: 1031737, INL/CON-10-20646, DE-AC07-05ID14517 June 01 2011
- [26] A. Gandini, "Uncertainty Analysis and Experimental Data Transposition Methods in Uncertainty Analysis," Y. Ronen, Editor, CRC Press (1988).
- [27] G. Aliberti, G. Palmiotti, M. Salvatores, T.K. Kim, T.A. Taiwo, M. Anitescu, I. Kodeli, E. Sartori, J.C. Bosq and J. Tommasi: "Nuclear Data Sensitivity, Uncertainty and Target Accuracy Assessment for Future Nuclear Systems," *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 33**, Issue 8, pp. 700-733 (May 2006).
- [28] G. Palmiotti, M. Salvatores and G. Aliberti: "Methods in Use for Sensitivity Analysis, Uncertainty Evaluation, and Target Accuracy Assessment" A 4th Workshop on Neutron Measurements, Evaluations and Applications – Nuclear Data Needs for Generation IV and Accelerator-Driven Systems, Idaho National Laboratory (October 2007).

- [29] Giuseppe Palmiotti, Massimo Salvatores, Gerardo. Aliberti, H. Hirta, R. McKnight, P. Oblozinsky and W.S. Yang: “A Global Approach to the Physics Validation of Simulation Codes for Future Nuclear Systems,” *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 36**, Issue 8, pp. 355-361 (2009).
- [30] K.R. Elam and B.T. Rearden: “Use of Sensitivity and Uncertainty Analysis to Select Benchmark Experiments for Validation of Computer Codes and Data,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 145**, pp. 196-212 (2003).
- [31] B.L. Broadhead, B.T. Rearden and C.M. Hopper: “Sensitivity and Uncertainty-Based Criticality Safety Validation Techniques,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 146**, pp. 340-366 (2004).
- [32] M.L. Williams: “Sensitivity and Uncertainty Analysis for Eigenvalue-Difference Responses,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 155**, pp. 18-36 (2007).
- [33] B.T. Rearden, M. L. Williams, M. A. Jesse, D. E. Mueller and D. A. Wiarda: “Sensitivity and Uncertainty Analysis Capabilities and Data in SCALE,” *Nuclear Technology*, **Vol. 174**, No. 2, pp. 236-288 (May 2011).
- [34] T. Umamo, K. Yoshioka, M. Yamaoka and S. Sughara: “Development of a ”Best Representativity” Method for Measurement Data Analysis – Application to Critical Experiment Simulating PWR at the Toshiba NCA Facility,” PHYSOR 2010 – Advances in Reactor Physics to Power the Nuclear Renaissance Pittsburgh, Pennsylvania, USA, May 9-14, 2010.
- [35] T. Umamo, K. Yoshioka, and T. Obara: “Development of a “best representativity” method for experimental data analysis and an application to the critical experiments at the Toshiba NCA facility,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 51**, No. 5, pp. 608-625 (2014).

[36] S. M. Bowman: "SCALE 6: Comprehensive Nuclear Safety Analysis Code System,"

*Nuclear Technology*, Vol. 174, No. 2, pp. 126-148 (May 2011).

## 第2章 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の導出と検証

### 2.1. 緒言

目的体系の計算では、入力パラメータの誤差に起因する誤差が計算結果に含まれている。入力パラメータの誤差を評価できれば、目的体系の計算値に含まれる誤差を推定することが可能である。これら誤差の定量的評価方法の開発が、本研究の目的の一つである。誤差を定量評価し補正するために、臨界実験の測定結果を基準値として利用する。

本章では、目的体系の計算値に含まれる誤差について分類し、説明した後、その誤差の補正に関する新たな計算手法を代表性因子 (Representativity factor) の考えに従って導出し、その計算手順を説明する [1]-[8]。その後、本計算手法の検証のための計算を行う。

### 2.2. 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の導出

#### 2.2.1. 計算誤差の分類と本計算手法の前提条件

目的体系の計算値に含まれる不確かさ、あるいは誤差を評価するために、実験結果、感度係数ベクトルおよび共分散 (誤差) 行列 (共分散ファイルとも称す) を活用する。同様の考え方は、*SCALE* システム [4]-[7] でも採用されている。この章では、感度係数ベクトル、共分散行列と臨界実験の測定値を利用して目的体系の計算値の補正を行う計算手法を導出する。

(計算誤差の分類)

計算誤差や計算の不確かさは、真値と目的体系の計算値の差であり、真値と計算値との比ではない。これらの計算誤差あるいは不確かさは、次の3つに分類される - (1) 計算理論および計算モデルによって引き起こされたもの、(2) 数値計算法のアルゴリズムかディジタ

ル・コンピューティング（計算機ハードウェア）によって引き起こされたもの、及び (3) 計算で利用されたパラメータによって引き起こされたものである。本研究では、これら 3 種類の誤差あるいは不確かさが互いに独立していると仮定する。また、カテゴリー (3) の誤差あるいは不確かさは評価可能であると仮定する。さらに、数値解析の誤差は他の二つの誤差と比べ十分に小さく、カテゴリー (2) の誤差や不確かさは、無視することができると仮定する。

本研究では、共分散行列 [1]-[6]を用いる。共分散行列は、計算に用いた全てのパラメータに対して設定される。すなわち、核反応断面積のみでなく、核種の原子数密度、物理定数、目的体系の長さ、体系の温度、時間に関するものも考慮する。

対象とする方程式に関して線型性を仮定する。計算で得られる感度係数の精度は Taylor 展開で 1 次のオーダーであるので、感度係数の精度に関して 2 次以上のオーダーの項については無視する。本研究で提案するアルゴリズムでは、共分散行列（あるいは誤差行列）の成分に関して数値の正確な大きさ（振幅）は必要ではないが、全ての (i, j) 成分の相対値は精度良く与えられる必要がある。計算アルゴリズムの最終段階で、計算値と測定値の相対差から、共分散行列の成分の大きさ（振幅）は自動的に修正されるため、従って全ての (i, j) 成分の正確な相対値が重要となる。

(計算手法の前提条件：基本的な仮定および考慮しない内容)

ここで提案する新たな計算手法は中性子無限増倍率 (infinite neutron multiplication factor)、中性子実効増倍率 (effective neutron multiplication factor) の補正に適用可能である。本研究で提案する計算手法は幾つかの仮定に基づいており、また、考慮しない項目がある。

代表性因子を求めるために感度係数ベクトルおよび共分散行列を利用するが、感度係数ベクトルや共分散行列は、通常、理論計算を介して決定される。従って、感度係数ベクトル

ルや共分散行列の値には計算誤差や計算の不確かさが含まれているが、本研究では、感度係数や共分散行列に関する計算誤差や不確かさについては考慮しない。

本計算手法は、目的体系の着目する物理量の真値を与えるものではない。本計算手法では、臨界実験の測定結果に基づいて補正を行う。補正值は、目的体系あるいは設計コードシステムの計算値の補正に適用される。補正の対象となる設計コードシステムの計算精度は十分高いことを仮定している。従って補正を行う計算値を求める際には、できる限り信頼性の高い計算手法を用いるべきである。

### 2.2.2. 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の導出

今 着目する物理量を  $R$  とする。 $p_i$  ( $i=1,2,3,\dots,m$ ) は  $R$  を評価する際の入力パラメータあるいは変数とする。さらに  $S_{p_i}$  を  $p_i$  に関する  $R$  の感度係数とする。Taylor 展開の 1 次の項のみを考慮すれば、次のように  $S_{p_i}$  を表現することができる。

$$S_{p_i} = (\Delta R/R)/(\Delta p_i/p_i) = \frac{p_i}{R} \left( \frac{\partial R}{\partial p_i} \right) \quad (2.1)$$

即ち感度係数については微係数について 1 次の項のみを考慮し、2 次以降の高次の項は無視する。 $S_{p_i}$  はパラメータ  $p_i$  の単位変化によってもたらされる物理量  $R$  の変化の割合を示す。すなわち  $(\Delta R/R)_{p_i}$  に関して、計算のパラメータの変化  $(\Delta p_i/p_i)$  によって導かれる物理量  $R$  の変化量の 1 次の近似においては次の様に表現される。

$$\left( \frac{\Delta R}{R} \right)_{p_i} = S_{p_i} \times \left( \frac{\Delta p_i}{p_i} \right) \quad (2.2)$$

感度係数  $S_{p_i}$  は計算のパラメータ  $p_i$  ( $i=1,2,3,\dots,m$ ) それぞれに対して計算されるので、よって  $S = (S_{p_1}, S_{p_2}, \dots, S_{p_m})$  は一般的にパラメータの数と一致した  $m$  次元のベクトルになる。従ってこれ以降、 $S$  を感度係数ベクトルと呼ぶ。

$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{p_i}^2$  を、計算のパラメータ  $p_i$  の誤差  $\Delta p_i$  によってもたらされた物理量  $R$  の相

対誤差の 2 乗とする。感度係数  $S_{p_i}$  を用いるとこの関係は以下のように表現される：

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{p_i}^2 = \left(S_{p_i} \times \left(\frac{\Delta p_i}{p_i}\right)\right)^2 = S_{p_i} \times \left(\frac{\Delta p_i}{p_i}\right)^2 \times S_{p_i} \quad (2.3)$$

通常  $i$  は単に 1 ではない。よって感度係数  $S_{p_i}$  を利用して、全てのパラメータ変数 ( $i=1,2,3,\dots,m$ ) について計算して和をとると、以下の関係式を得る：

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 = \sum_i S_{p_i} \times \left(\frac{\Delta p_i}{p_i}\right)^2 \times S_{p_i} + \sum_{i \neq j} S_{p_i} \times \left(\frac{\Delta p_i}{p_i}\right) \left(\frac{\Delta p_j}{p_j}\right) \times S_{p_j} \quad (2.4)$$

目的体系の感度係数ベクトルを  $S_R$  とし、また、 $i$  番目の実験体系の感度係数ベクトルを  $S_i$  であるとする。ここで理論的には感度係数ベクトルは核種の断面積のみのために準備されるものではなく、他の物理パラメータ、例えば、核種の原子数密度についても準備されると仮定することを注意されたい。従って、目的体系が実験体系によって完全に模擬できる場合、それは次式のように実験体系と目的体系の 2 つの感度係数ベクトルの完全な一致が得られる。

$$S_R = S_i \quad (2 \text{ つの感度係数ベクトル } S_R \text{ と } S_i \text{ の全ての要素が等しい場合}) \quad (2.5)$$

次に共分散行列 (誤差ファイル) が正確に準備され  $W_R$  と表現されるとする。ここで  $W_R$

$$\text{は対称行列で } (i,j) \text{ 成分が } \left(\frac{\Delta p_i}{p_i}\right) \left(\frac{\Delta p_j}{p_j}\right) \quad (2.5) \text{ と表される。}$$

ここで  $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2$  をパラメータ  $p_i$  の誤差  $\Delta p_i$  によってもたらされる物理量  $R$  の相対

誤差の 2 乗とする。線型代数では (2.4) 式は共分散行列  $W_R$  と感度係数ベクトル  $S_R$  を用いた 2 次形式で表現され [6][7]、所謂サンドイッチルールと呼ばれる以下の関係式：

$$\left(\Delta R / R\right)^2 = S_R^T W_R S_R \quad (2.6)$$

が得られる。ここで  $T$  は転置を表す。

目的体系の感度係数ベクトル  $S_R$  と共分散行列  $W_R$  をもし全て正確に決定することができれば、理論的には相対誤差の評価は、(2.6) 式を用いて行うことができる。このような場合には、臨界実験を行うべき強い必要性は存在しない。あるいはもし目的体系のための完全なモックアップ実験（模擬実験）を実施することができれば、我々が行わなければならない全ては、着目すべき対象となっている物理量の値を測定することだけであり、それ以降の理論的な解析を行う必要はない。

本研究で示す以下の計算手法は、完全なモックアップ実験（模擬実験）が実施不可能で、また共分散行列  $W_R$  の要素の絶対値が正確には得られない場合に適用すべきものである。多くの場合、共分散行列  $W_R$  は、行列要素の値が相対値で示された行列として定義されている。すなわち行列要素の絶対値の正確な決定はなされないことが多い。

上記の内容を考慮に入れて、新しい計算手法の導出について段階的に説明する。

まず初めに臨界実験が行われ、着目している物理量の測定値を得たとしよう。また同時に計算を実施して同じ物理量の計算値を得るとする。ここで  $R$  と  $R_E$  と  $R_C$  とをそれぞれ着目する物理量、その測定値とその計算値とする。

次に計算値と測定値との間の相対差は次式で与えられる。

$$(R_C - R_E)/R_E = (R_C/R_E) - 1 \quad (2.7)$$

この値は、ほぼ以下に等しいと考えることができる。

- + (パラメータの誤差に起因する相対誤差)
- + (計算手法に起因する相対誤差)
- (測定の相対誤差)

デジタル・コンピュータを用いた数値計算では、計算誤差は任意の計算ハードウェアお

よびソフトウェアに起因する。良く知られる例としては、丸め誤差、打ち切り誤差、桁数の異なる数値の加減によって生じるキャンセル誤差などがある。なお誤差の原因と結果の間でその関係は非常に複雑である。従って、数値計算の誤差原因や程度を正確に評価することは非常に困難である。しかし幸いにも今日ではコンピュータ技術の急速な発達のために、通常、上記の種類計算誤差は他の要因による計算誤差と比較して十分に小さいと考えられ、これらの数値計算誤差に留意することはさほど重要でないと考えることができる。従って既に述べたように本研究ではこのようなデジタル・コンピューティングでの数値計算上の計算誤差は計算手順の中で考慮しないこととする。

計算手法の誤差としては拡散計算または輸送計算のような理論に基づく計算誤差を考慮する。また、幾何形状や中性子エネルギーなどの計算モデルに関する物理的な記述による誤差を考える。本研究では『計算手法に起因する相対誤差』とは、これらの計算誤差を表すために使用される。

本研究では、(2.7) 式を計算パラメータ誤差に起因する目的体系（ターゲットシステム）の計算値の相対誤差または不確実性を評価するために利用する。従って次の二つの条件のうちの一つは、本研究の計算手法を適用する前に成立している必要がある。

(i) (2.7)式では、『計算パラメータの誤差によって引き起こされた相対誤差』と比較して、『計算手法によって引き起こされた相対誤差』および『臨界実験の測定の相対誤差』の両方が無視できること。言い換えれば、(2.7)式の値は、『計算パラメータの誤差によって引き起こされた相対誤差』と殆ど等価であると考えられること。

(ii) 適切な手続きに基づいて、『計算パラメータの誤差によって引き起こされた相対誤差』を得るために、計算と測定の間相対的差異から、2つの要素、『計算手法によって引き起こされた相対誤差』および『臨界実験の測定の相対誤差』を取り除くことが可能であること。さらに詳しい議論や説明については付録1に示す。

$W$  を共分散行列とする。この行列は、一般に、目的体系（ターゲット・システム）と実験体系の計算に共通に利用される。ここで共分散行列の要素の値の正確な決定は厳密に必要とされないことに留意すべきであるが、要素について相対値の正確な決定が要求される。即ち、本研究で示す計算アルゴリズムでは、共分散行列の行列要素の大きさ自体は関心事ではない。

本研究では、既に共分散行列は (2.5) 式、(2.6) 式で示されているが、次の二つの式を満足するものとする。

$$\text{もし } S_i \neq 0 \text{ であれば } S_i^T W S_i > 0 \quad (2.9)$$

もし  $S_i$  と  $S_j$  が線型独立であれば

$$\left| S_i^T W S_j \right| < \left( S_i^T W S_i \right)^{\frac{1}{2}} \left( S_j^T W S_j \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

次に、 $S_k$  を実験体系 ( $i=1,2,\dots,n$ ) の独立した感度係数ベクトルの線型結合として、次のように表現できるとする。この  $S_k$  をできる限り目的体系の感度係数ベクトル  $S_R$  に近付けることを考える。

$$S_k = \sum \alpha_i S_i \quad ( \alpha_i : \text{線型結合定数} ) \quad (2.11)$$

この線型結合による表式は既に過去の他の論文にも見ることができる[9]-[12]。しかしながら本手法が他の手法と異なる点は線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) の値について、例えば正の値であるとか、1 より小さい値であるとかの制約条件を何ら必要としないことである。本手法では、全ての線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) は “best representativity (最良代表性)” の考え方によって数学的に一意的に下記のように決定される [13] :

$S_k$  と  $S_R$  をベクトルと見做せばベクトルには固有の 2 つの性質がある。「大きさ」と「方向」である。2 つのベクトルが等しいためには、2 つの性質である 大きさと方向が両方とも一致しなければならない。線型結合ベクトル  $S_k$  は目的体系の感度係数ベクトル  $S_R$  にできる限り一致するべきである。そこで全ての  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) は以下の 2 つの条件

式を用いて決定されなければならない：

$$S_k^T W S_k = S_R^T W S_R \quad (=d) \quad (2.12)$$

$$(S_R - S_k)^T W (S_R - S_k) = 0 \quad (\text{あるいは左辺の値を最小化する}) \quad (2.13)$$

既に説明したように  $S_R$  は目的体系の感度係数ベクトルであり  $W$  は共分散行列である。

$T$  は転置を表している。

(2.12) 式は相対誤差の合計が等しいこと、一方、(2.13)式は  $S_R$  と  $S_k$  との 2 つのベクトルの差 (違い) の重要度が 0 あるいは無視できることを意味している。(2.12) 式はベクトルの大きさの条件、(2.13) 式はベクトルの方向に関する条件である。更にこの 2 つの式が同時に満たされた場合、自動的に以下の関係式が得られる。

$$S_k^T W S_R / \left\{ (S_k^T W S_k)^{1/2} (S_R^T W S_R)^{1/2} \right\} = 1 \quad (2.14)$$

(2.14) 式の左辺において、分子は共分散行列  $W$  を考慮した状態での感度係数ベクトル  $S_k$  と  $S_R$  との内積であり、分母はやはり共分散行列  $W$  を用いた内積によって定義される感度係数ベクトル  $S_k$  と感度係数ベクトル  $S_R$  の大きさの積になっている。この(2.14) 式の左辺が核計算の分野で **Representativity factor**、代表性因子 (もしくは模擬性評価因子) と呼ばれるものの定義式である (詳しくは付録 2 を参照)。

この **Representativity factor** (代表性因子) は余弦 : cosine  $\theta$  ( $\cos \theta$ ) と見做せる。ここで  $\theta$  は 2 つのベクトルのなす角である。もし代表性因子が 1 であれば  $\cos \theta = 1$  となり、 $\theta = 0$  であることは自明である。そのような場合は結果として 2 つのベクトル  $S_k$  と  $S_R$  とが互いに重なり合う。

従って全ての線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) は上記の 2 つの方程式 : (2.12)式、(2.13) 式を満たすように決定されなければならない。

ここで **Lagrange** の未定定数法を利用する。**Lagrange** 未定定数  $\lambda$  を用いて次のように  $L$  が定義される。

$$L = \left\{ (S_R - S_k)^T W (S_R - S_k) \right\} + \lambda \left\{ S_k^T W S_k - d \right\} \quad (2.15)$$

簡単な計算操作を経た後、新たに  $\lambda+1$  を  $\lambda$  と再定義すれば次の式が得られる。

$$L = \left\{ 2d - 2 \left( S_k^T W S_R \right) \right\} + \lambda \left\{ S_k^T W S_k - d \right\} \quad (2.16)$$

極値条件から、全ての線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) に関する  $L$  の偏微分が 0 にならなければならない。すなわち

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.17)$$

この (2.17) 式によって  $\lambda$  と  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) を決定することができる。

Lagrange 未定定数  $\lambda$  を用いて、(2.17) 式は次式のように表現できる。

$$Q \lambda \vec{\alpha} = \vec{r} \quad (2.18)$$

ここで  $Q$  はその (i,j)成分が  $r_{ij}$  である行列であり、 $\lambda \vec{\alpha}$  は成分が  $\lambda \alpha_i$  である列ベクトルであって、 $\vec{r}$  は成分が  $r_{Ri}$  である列ベクトルである。ここで  $r_{ij}$  と  $r_{Ri}$  は以下の式で与えられる。

$$r_{ij} = S_i^T W S_j, \quad r_{Ri} = S_R^T W S_i$$

具体例として 4×4 型の行列表現で示せば以下の式になる。

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{12} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{34} \\ r_{14} & r_{24} & r_{34} & r_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \alpha_1 \\ \lambda \alpha_2 \\ \lambda \alpha_3 \\ \lambda \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \\ r_{R3} \\ r_{R4} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

共分散行列  $W$  が対称行列であるので、ここに示した行列  $Q$  も対称行列になる。

残念ながら行列  $Q$  は常に正則行列とはならない。しかしながら、もし実験体系の全ての感度係数ベクトル  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) が互いに線型独立なベクトルであれば、行列  $Q$  は殆どの場合に正則 (非特異) 行列であり逆行列が存在する。

引き続き  $\lambda \alpha_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) は逆行列を用いて (2.19) 式から

$$\begin{pmatrix} \lambda \alpha_1 \\ \lambda \alpha_2 \\ \lambda \alpha_3 \\ \lambda \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{12} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{34} \\ r_{14} & r_{24} & r_{34} & r_{44} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \\ r_{R3} \\ r_{R4} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

あるいは次のように表現される。

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{12} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{34} \\ r_{14} & r_{24} & r_{34} & r_{44} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \\ r_{R3} \\ r_{R4} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

(2.21) 式に加えて線型結合係数  $\alpha_i$  は次の規格化条件を満たさなければならない：

$$\left( \sum_i \alpha_i S_i \right)^T W \left( \sum_i \alpha_i S_i \right) = d \quad (2.22)$$

以上の計算手順に従って  $\lambda$  と線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) が決定される。

2次形式になっている (2.22) 式からは、 $\lambda$  の値は正か負かその両方かどうかは不明である。しかしながら、別の数学的操作に基づけば、Lagrange 未定定数  $\lambda$  は新たに定義された代表性因子に正確に等しいことが証明される (詳細は付録 3 を参照)。物理的意味を考えると、代表性因子は正の値でなければならない。したがって  $\lambda$  の値としては最終的に正の値のみが許容可能となり、以上から Lagrange 未定定数  $\lambda$  と線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) が全て一意的に決定される。

この様に決定された線型結合係数に従って組み合わせた (臨界) 実験の目的体系に対する代表性因子 (representativity factor) が最大となる。よって本計算手法を最良代表性因子法 (best representativity method) と呼ぶ。

また、 $n=2$  (臨界実験のケース数が 2) の場合には、新たに定義された代表性因子は、ハンドブック [8] に示された結果と完全に一致する (詳細については、付録 4 を参照)。

### 2.2.3. 補正計算における仮定

目的体系の計算値の補正を行うために、ここで計算の基礎として基本になる 3 つの仮定を設ける。この基本仮定に沿って目的体系 (ターゲットシステム) の着目する物理量の計算

値の補正を実施する。

(基本仮定 1) ここで  $E_p^i$  を  $i$  番目の臨界実験から得られた (着目する物理量の) 計算値と測定値との相対差とする。サンドイッチルールとして知られる、感度係数ベクトルと共分散行列の 2 次形式で表現される値が計算値と測定値の相対差の 2 乗  $(E_p^i)^2$  と比例関係にあると仮定する。すなわち以下の比例関係が成り立つものとする。

$$\begin{aligned} (E_p^i)^2 &\propto S_i^T W S_i \quad (i=1,2,\dots,n) \text{ 実験体系、} \\ \text{また } (E_p^R)^2 &\propto S_R^T W S_R \quad \text{目的体系} \end{aligned} \quad (2.23)$$

(基本仮定 2)  $i$  番目の実験体系の感度係数ベクトル  $S_i$  と目的体系の感度係数ベクトル  $S_R$  とが線型従属であった場合、すなわち  $S_R = c S_i$  ( $c$ : 定数) のとき、計算値と測定値の相対差の 2 乗について以下の関係が成り立つとする。ここで感度係数ベクトルは通常、1 次の精度しか保証されていないことに再度留意されたい。

$$(E_p^R)^2 = c^2 (E_p^i)^2 \quad (2.24)$$

(基本仮定 3) 基本仮定 2 の考えを代表性因子について拡張する。すなわち代表性因子が 1 のとき、すなわち

$S_i^T W S_R / \left\{ (S_i^T W S_i)^{1/2} (S_R^T W S_R)^{1/2} \right\} = 1$  のとき ( $i$  番目の実験体系の感度係数ベクトルと目的体系の感度係数ベクトルについて代表性因子が 1 の場合)、同様に以下の式が成り立つものとする。

$$(E_p^R)^2 = (S_R^T W S_R / S_i^T W S_i) \times (E_p^i)^2 \quad (2.25)$$

計算のアルゴリズムについての最後の数学的な操作として、引き続き以下のように計算が実施される。

$(\Delta Z / Z)$  を目的体系 (ターゲット・システム) の着目している物理量の計算値に関する相対誤差とする。この相対誤差は計算のパラメータの相対的な不確かさ (誤差) によって

生ずるものとする。

そして  $(\Delta Z/Z)^2$  は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} (\Delta Z/Z)^2 &= S_R^T W S_R = S_k^T W S_k = (\sum \alpha_i S_i)^T W (\sum \alpha_i S_i) \\ &= \sum_i \alpha_i^2 (S_i^T W S_i) + 2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j (S_i^T W S_j) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$E_p^i$  を  $i$  番目の臨界実験から得られた（着目する物理量の）計算値と測定値との相対差として、もし  $S_i^T W S_i$  が  $(E_p^i)^2$  と等しいと仮定すれば、加えて

$S_i^T W S_j / \{(S_i^T W S_i)^{1/2} (S_j^T W S_j)^{1/2}\}$  を実験体系  $i$  と実験体系  $j$  との相関係数  $COR_{ij}$  として即ち、

$$S_i^T W S_j / \{(S_i^T W S_i)^{1/2} (S_j^T W S_j)^{1/2}\} = COR_{ij} \quad (2.27)$$

とすれば、(2.24)式、 $(E_p^i)^2$ 、及び  $(E_p^j)^2$  を用いて  $S_i^T W S_j$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} S_i^T W S_j &= COR_{ij} \times \left\{ (S_i^T W S_i)^{1/2} (S_j^T W S_j)^{1/2} \right\} \\ &= COR_{ij} \times \left\{ [(E_p^i)^2]^{1/2} [(E_p^j)^2]^{1/2} \right\} = COR_{ij} \times \left\{ (E_p^i)^2 (E_p^j)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

最終的に、目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値に含まれる相対誤差の2乗を次の(2.29)式で表すことができる [13]。

$$(\Delta Z/Z)^2 = \sum_i \alpha_i^2 (E_p^i)^2 + 2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j COR_{ij} \left\{ (E_p^i)^2 (E_p^j)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.29)$$

一般に、共分散行列は、目的体系（ターゲットシステム）および実験体系で必ずしも同一であるとは限らない。例えば、両体系中の原子数密度の誤差あるいは不確かさは一般に異なる。

今  $W_E^i$  を実験体系  $i$  の共分散行列とし、更に  $W_R$  を目的体系（ターゲットシステム）の共分散行列であるとする。

異なる共分散行列  $W_E^i$  と  $W_R$  を適用する場合、互いの共分散行列の(i, j)の要素は値が異なっていることは問題ではないが 2 つの共分散行列の同じ (i, j)-要素は必ず同一の数値の単位目盛りによって評価されたものでなければならない。今回の場合全ての線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) は (2.19) 式と (2.20) 式に基づき  $W_R$  を用いて決定される。

臨界実験の全ての  $(E_p^i)^2$  は最初に  $S_i^T W_R S_i$  が  $(E_p^i)^2$  に等しいと仮定したのでこの値に置き換えられる。一方、個々の  $(E_p^i)^2$  の値を修正する必要がある。なぜなら最初に  $S_i^T W_R S_i$  は  $(E_p^i)^2$  に等しいと仮定したからである。従って以下の(2.27)式に基づく補正係数  $t_i$  を導入する。

$$t_i = (S_i^T W_R S_i) / (S_i^T W_E^i S_i) \quad (t_i : \text{定数}) \quad (2.30)$$

ここで  $t_i$  は定数 (補正係数)

別の表現をすれば  $t_i (E_p^i)^2$  が  $S_i^T W_R S_i$  に等しいと仮定する。結果的に (2.26)式は以下の (2.31)式に修正される。

$$(\Delta Z/Z)^2 = \sum_i \alpha_i^2 t_i (E_p^i)^2 + 2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j COR_{ij} \left\{ t_i t_j (E_p^i)^2 (E_p^j)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.31)$$

$$COR_{ij} = S_i^T W_R S_j / \left\{ (S_i^T W_R S_i)^{1/2} (S_j^T W_R S_j)^{1/2} \right\} \quad (2.32)$$

ここで  $COR_{ij}$  は実験体系  $i$  と実験体系  $j$  の相関係数を表す。加えて  $(E_p^i)^2$  は実験体系  $i$  の計算値と測定値の相対差の 2 乗である。

臨界実験の測定値と計算値の相対誤差を提案した計算手法を適用して組み合わせることで、計算に用いるパラメータの相対誤差によってもたらされる目的体系 (ターゲットシステム) の着目している物理量の計算値の相対誤差を評価することができる。

(また、(2.31) 式と (2.32) 式を用いて、それぞれ目的体系 (ターゲットシステム) と臨界実験体系について異なる共分散行列を適用することが可能である。すべての共分散行列が各実験体系で別々であり  $W_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) と表現される場合、実施すべき計算手法の修正については将来、別の研究論文で説明する)。

#### 2.2.4. $(\Delta Z / Z)$ の符号の決定方法

本章で明らかにしなければならない最後の内容は  $(\Delta Z / Z)$  の符号を決めることである。ここまでの計算手法で  $(\Delta Z / Z)^2$  が得られるが、目的体系の設計計算の計算値を補正する場合使用する値は  $(\Delta Z / Z)^2$  でなくて  $(\Delta Z / Z)$  であり、この値の符号を決める必要がある。 $(\Delta Z / Z)$  の符号は以下のように決定される。

考え方としては、目的体系の感度係数ベクトル  $S_R$  を近似するために用いられる  $i$  番目の実験体系の感度係数ベクトル  $S_i$  のなかで、最も主体的・支配的な役割を果たす感度係数ベクトルの方向が  $S_R$  と同方向か逆方向か（正か負か）、加えてその実験体系における計算値と測定値の相対差が正か負かであるかの 2 点について確認することである。

$S_k$  は  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) の線型結合で構成されるベクトルであり、 $S_k$  は  $S_k$  と  $S_R$  との代表性因子を最大化する条件下で構成される。すなわち  $S_k$  ベクトルは  $S_R$  ベクトルにできる限り類似したベクトルになるように構成される。従ってこの 2 つのベクトルのなす角をできる限り小さくして、2 つのベクトルの方向を可能な限り類似させている。

$(\Delta Z / Z)$  の符号の決定の計算手順は、まず初めに  $S_k$  ベクトルが  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ベクトルの線型結合であるため、 $S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ベクトルの中で  $S_R$  ベクトルに最も本質的に近いあるいは支配的である  $S_l$  ベクトルを見出すことである。別の言葉で言えば  $S_l$  ベクトルは最も  $S_R$  ベクトルと交換しうるベクトルである。

$S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ベクトルの中から  $S_R$  ベクトルに対して最も支配的なベクトル  $S_l$  を選ぶためには、 $S_i$  と  $S_R$  の代表性因子の絶対値を比較すればよい。この代表性因子の絶対値が最大のベクトルを選ぶ。ここにおいて代表性因子の符号そのものは問題ではない。代表性因子が負であっても、本計算手法の下では線型結合係数  $\alpha_l$  の符号によってこの代表性因子の符号を正に変化させることができる。すなわち代表性因子が負の値であっても、 $S_l$  ベクトルは負の値の  $\alpha_l$  を乗ずることによって逆方向のベクトルに変えて目的体系の  $S_R$  ベクトルと同じ方向にすることができる。従って支配的なベクトル  $S_l$  を見出すためには  $S_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ベクトルと  $S_R$  ベクトルのそれぞれの代表性因子を比較して絶対値

が最大のものを選べば良い。その後  $S_k$  ベクトルはこの単一のベクトル  $S_l$  でかなり良く表現することができる。

従って、 $(\Delta Z/Z)$  は近似的に以下の(2.30)式のように表現できる[6][7]：

$$(\Delta Z/Z) \approx S_R \frac{\Delta p}{p} \approx S_k \frac{\Delta p}{p} = \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i S_i \right) \frac{\Delta p}{p} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \left( S_i \frac{\Delta p}{p} \right) \approx \sum_{i=1}^n \alpha_i E_p^i \quad (2.33)$$

ここで  $\frac{\Delta p}{p}$  は計算に用いたパラメータの相対誤差である。また  $E_p^l$  は  $i$  番目の実験体系

の計算値と測定値の相対差である。

結果的に  $(\Delta Z/Z)$  の符号は  $\alpha_l E_p^l$  の符号と強い関係性をもつと考えられる。なぜなら

ば  $S_l \left( \frac{\Delta p}{p} \right)$  が (2.33) 式の支配項であると見做せるからである。

$S_l \left( \frac{\Delta p}{p} \right)$  が(2.33)式の支配項であると見做せるのでその結果、 $(\Delta Z/Z)$  の符号は

$\alpha_l E_p^l$  の符号と強い関係があると判断される。すなわち  $(\Delta Z/Z)$  の符号はこの感度係数ベクトル  $S_l$  の性質に基づいて決めることができる。

以上の考察に基づいて  $(\Delta Z/Z)$  の符号を  $\alpha_l E_p^l$  の符号に一致させて決定することが可能である。よって  $(\Delta Z/Z)$  の符号をこの感度係数ベクトル  $S_l$  と目的体系（ターゲットシステム）の感度係数ベクトル  $S_R$  の関係に基づいて考察することができる。

結果的に  $(\Delta Z/Z)$  の符号を決定する計算手順は以下のとおりになる：

- (1) 以下の(2.34)式に基づいて絶対値が最大になる場合の  $l$  を選ぶ。

$$S_l^T W S_R / \left\{ (S_l^T W S_l)^{1/2} (S_R^T W S_R)^{1/2} \right\} \quad (l=1,2,\dots,n) \quad (2.34)$$

同時に(2.34)式の符号が  $\alpha_l$  の符号に一致するので、(2.34)式の符号を記憶する。

(2) この  $l$  に関して 次の(2.35)式に基づいて  $E_r^l$  を決定する。何故なら  $E_r^l$  が  $E_p^l$  の中で最も重要で主要な値と判断されるためである。

$$E_r^l = (R_C^l - R_E^l) / R_E^l = (R_C^l / R_E^l) - 1 \quad (2.35)$$

(3) (2.34)式と(2.35)式の符号を掛け合わせる。この計算手順は  $\alpha_l E_p^l$  の符号、すなわち  $(\Delta Z / Z)$  の符号を決める決定するために実施される。

(2.34)式、(2.35)式について、これらの2つの値はそれぞれ独立に正負どちらの値にもなることができる。結果的に  $(\Delta Z / Z)$  の値の符号は4種類の組み合わせによって決定される。 $(\Delta Z / Z)$  の符号の決定とこれらの3つの値の関係について Table 2-1 に示す。

### 2.2.5. 目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値を補正する計算手順

これまでの部分では計算に用いたパラメータの相対誤差によって生ずる目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値の相対誤差の2乗： $(\Delta Z / Z)^2$  を臨界実験の測定値の情報を利用して推定する方法について説明した。加えて相対誤差  $(\Delta Z / Z)$  の符号の決定方法についても説明を行った。よって今や目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値を補正することが可能である。誤差は以下の式で定義される。

$$\textit{The error} = (\textit{An obtained value}) - (\textit{The true value}) \quad (2.36)$$

$$\text{誤差} = (\text{測定で得られた値}) - (\text{真値})$$

あるいは

$$\textit{The true value} = (\textit{An obtained value}) - (\textit{The error}) \quad (2.37)$$

$$\text{真値} = (\text{測定で得られた値}) - (\text{誤差})$$

今それぞれ  $\tilde{Z}$  を目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値、 $\tilde{\delta}$  をその計算値に含まれる誤差とする。今、相対誤差  $(\Delta Z / Z)$  を  $\beta$  と表現すれば、以下の関係が成り立つ。

$$\left( \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{Z} - \tilde{\delta}} \right) \cong \left( \frac{\Delta Z}{Z} \right) = \beta \quad (2.38)$$

通常、目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量のより良い計算値を得ることに価値がある。換言すれば、そのためには、真値そのものを得るか、真値に非常に近い値を知る必要がある。従って  $\tilde{Z} - \tilde{\delta}$  の値を評価する必要がある。それは次のように (2.38) 式を解き (2.39) 式を導くことで、計算が可能である。

$$\tilde{Z} - \tilde{\delta} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \beta} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \left( \frac{\Delta Z}{Z} \right)} \quad (2.39)$$

即ち  $(\Delta Z/Z) = \beta$  の値を得たのち、(2.39) 式を用いて目的体系（ターゲットシステム）のより良い計算値を得ることが可能となる。ここで  $\tilde{Z}$  の値は目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の補正前の計算値であって、 $(\Delta Z/Z) = \beta$  はいくつかの臨界実験の計算結果と測定結果を通して処理する。

本研究で導出した計算手法は、目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量について、より良い計算値を得るための実験結果の有効利用の提案の一つと位置付けられる。

このアルゴリズムは様々な物理量に適用可能であり、式の変形によって、物理量として、スカラー量のみでなくベクトル量にも適用が可能である（付録 5 参照）。

## 2.2.6. 2乗差比率（SDR）と信頼性補正因子（RCF）の導入

これまでの他の研究論文ではしばしば代表性因子（Representativity factor）と目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算値の分散の減少との関係について、分散の減少割合が  $(1 - \text{Representativity factor}^2)$  に比例することが自明のこととして記述されている[9]-[13]。統計学では、代表性因子  $r$  は、通常、相関係数と呼ばれ、多くの場合、この係数の 2 乗である  $r^2$  は、回帰分析または最小二乗フィッティングにおいて決定係数と呼ばれる。以下のように決定係数は回帰直線に対して計算され、残差平方和（SSR）は以下の式で表される[14]。

$$SSR = SS_{yy} (1 - r^2) \quad (2.40)$$

(詳細については、付録 6 を参照のこと)。(2.40) 式に基づいて、分散減少率は  $(1 - \text{Representativity factor}^2)$  に比例することが分かる。しかし、留意すべきは、この関係は断面積調整法 (Cross-section adjustment method) やバイアス因子法 (Bias factor method) のように、特定の数の測定データを利用し、回帰分析や最小二乗フィッティングを実施する手法について成立することである。

本論文に記載された計算手法の目的は、必ずしも多数のデータを利用する条件下で回帰直線を得ることではない。その代わりに、ここでの計算手法は、少ない数の測定データを効果的に利用して、できる限り正確に目的体系 (ターゲットシステム) の計算値の誤差を評価することを目的としている。加えてこの計算手法では代表性因子は最小 2 乗フィッティングには直接的には関係せず、数学的操作がデータフィッティングのためではなく、計算に用いられる物理的パラメータに起因して生ずる目的体系 (ターゲットシステム) の着目する物理量の計算値の誤差を評価するために行われる。従って本計算手法においては、目的体系 (ターゲットシステム) 誤差の減少率は、新たにこれまでの方法とは異なる方法で定義されるべきものである。誤差や不確かさの減少率を評価するために、以下の計算方法を提案する。

感度係数ベクトルを線型結合したベクトル  $S_k$  および代表性因子が得られた後、 $S_k$  ベクトルと目的体系 (ターゲットシステム) の感度係数ベクトル  $S_R$  の差を直接評価することができる。この 2 つのベクトルに対して正規化手順が既に行われているので、2 乗差  $SD$  (the squared difference) は、以下のように定義される。

今  $W$  を共分散行列とすると 2 乗差  $SD$  (the squared difference) は

$$SD = (S_R - S_k)^T W (S_R - S_k) = S_R^T W S_R + S_k^T W S_k - 2 S_k^T W S_R = d + d - 2 S_k^T W S_R \quad (2.41)$$

(2.38)式の関係は Fig. 2-1 に示される第 2 余弦定理によって容易に理解される。更に、数式の簡単な変形を行えば以下の関係式が得られる：

$$SD = d + d - 2 S_R^T W S_k = 2d - 2d \frac{S_R^T W S_k}{d} = 2d - 2d \frac{S_R^T W S_k}{\sqrt{d} \sqrt{d}} = 2d - 2d \frac{S_R^T W S_k}{(S_R^T W S_R)^{\frac{1}{2}} (S_k^T W S_k)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.42)$$

ここで代表性因子  $RF$  の定義を思い出せば (2.42)式は

$$SD = 2d - 2d \cdot \text{Representativity factor} = 2d - 2d \cdot RF = 2d(1 - RF) \quad (2.43)$$

となる。上記のように  $SD$  が定義できれば、次に 2 乗差比率  $SDR$  (the squared difference ratio) が定義できて

$$SDR = SD / d = 2d(1 - RF) / d = 2(1 - RF) \quad (2.44)$$

ここで  $0 \leq RF \leq 1$  である。

この場合、容易に理解されるように  $SDR$  の値の範囲は以下の式で表される。

$$2 \geq SDR \geq 0 \quad (2.45)$$

$SDR$  は中心的な項  $S_k^T W S_k (=d)$  に対する誤差の 2 乗差比率であり、補正計算後も依然として残っている誤差や不確かさの大きさの比率を表している。本章でこれまで議論した流れでは  $SD$  と表現される、計算のパラメータの誤差によって生ずる相対誤差の 2 乗の値を臨界実験の測定値からは正確に評価することはできない。

一方、 $SDR$  の値の範囲を見た場合、 $SDR$  の最大値が 2 である理由を理解するのは容易ではないように思える。しかしながら Fig. 2-2 をよく見れば この  $SDR$  と代表性因子  $RF$  との関係が明確に理解される。代表性因子  $RF$  が 0 の場合、すなわち 2 つのベクトル  $S_k$  と  $S_R$  の角度は直角 ( $\theta = \pi/2$ ) となる。この様な場合はこれらの 2 つのベクトルは全く何の関連性もなく、この研究で提案した計算手法による評価や補正は意味をなさなくなる。同時にこの場合、 $SDR$  が最大値 2 を示す。

これらの値は代表性因子  $RF$  に基づいて目的体系 (ターゲットシステム) の計算値の補正

を行った後も残る誤差や不確かさの割合を示している。Fig. 2-2 を詳しく見ることによって  $SDR$  と代表性因子  $RF$  の関係が容易に理解される。

加えて、 $SDR$  の値が 1 よりも小さくなるべきと考えることは自然であるので、このとき結果として次の条件が得られる。

$$0.5 < RF \quad (2.46)$$

もし複数の臨界実験を組み合わせた後の代表性因子  $RF$  が 0.5 以下の場合は目的体系（ターゲットシステム）の計算値を補正するにはここで提案している計算手法は無意味であると判断できる。換言すれば、ここで提案している計算手法を利用するためには(2.46)式を満たすような臨界実験の組み合わせの下で実施しなければならない。

これまでの手法では分散低減の割合は  $(1 - RF^2)$  に比例する。一方、本計算手法では  $SDR$  は  $2(1 - RF)$  に等しい。そこでここではこの両者の差  $D$  を計算すれば

$$D \equiv (1 - RF^2) - 2(1 - RF) = -1 + 2RF - RF^2 = -(1 - RF)^2 \quad (2.47)$$

従って以下の関係が容易に理解できて

$$\lim_{RF \rightarrow 1} D = \lim_{RF \rightarrow 1} \{-(1 - RF)^2\} = 0 \quad (2.48)$$

例えば代表性因子  $RF = 0.9$  の場合、上記の 2 つの値は下記のように良い一致を示す。

$$(1 - RF^2) = 0.19$$

$$2(1 - RF) = 0.20$$

ここまでの議論に基づけば本研究で提案している計算手法が分散低減を目的とした手法と異なることが理解できる。

臨界実験のデータを選択する際に、技術者は目的体系（ターゲットシステム）に対して可能な限り大きな類似性を示す臨界実験を選択しようとするので、最悪の場合を除いて、代表性因子  $RF$  の値は、通常 0.7 よりも大きいと考えることができる。従って  $SDR$  は通常 0.6 よりも小さく、また代表性因子  $RF$  の値が 0.9 よりも大きい場合、 $SDR$  の値は 0.2 よりも小さくなる。これらの状況から  $SDR$  の定義について知ることができ、また  $SDR$  の

定義について認めることができると考えられる。

これと同じ考え方を適用すると、上記の *SDR* と代表性因子 *RF* の関係を用いて、新たな補正方法と補正係数を定義することが可能になる。臨界実験の結果を用いて計算入力パラメータ誤差による目的体系（ターゲットシステム）の計算誤差を個々に提案した新しい評価方法で実施しても不確かさがやはり残る。何故なら代表性因子は常に 1 にはならないからである。

他方では、ある種類の目的体系（ターゲットシステム）については、安全に関係する性能を維持するために、その目的体系の計算値の誤差を見積もって適切な裕度（マージン）が設定される。例えば、核物質または使用済燃料貯蔵のための未臨界体系では、未臨界を維持することが最も本質的な問題である。そのような設備の安全性に関するレベルを増加させる最も容易な方法は、核物質または使用済み燃料の質量を減少させることである。しかし、これらの方法は経済的ではない。

従って、未臨界レベルの非常に正確な評価が施設の安全操業には不可欠であり、最も重要な考察課題となる。長年、技術者は、満足なレベルの安全性を達成するために安全係数と修正係数を利用してきた。しかし、それらの対応は、優れた理論的背景に基づくものではなくて技術者の経験や感覚に基づくものであったように思える。この状況を改善するため、計算結果の修正係数を決定するための新しい方法を提案する。

計算入力パラメータの誤差によって引き起こされた目的体系（ターゲットシステム）の計算値の誤差を臨界実験の結果を使用して評価した後にも、いくばくかの不確かさは代表性因子の大きさに整合してまだ残っていることは明らかである。このことに留意して先に進めれば、信頼性補正因子（the reliability correction factor）*RCF* は、次の手続きを利用して新たに決定される。

目的体系（ターゲットシステム）の着目している物理的量の計算値についての相対誤差の 2 乗が以下のように表現されること思い出すと：

$$(\Delta Z/Z)^2 = \sum_i \alpha_i^2 (E_p^i)^2 + 2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j COR_{ij} \left\{ (E_p^i)^2 (E_p^j)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

しかしながら、目的体系（ターゲットシステム）に計算値に対してその計算値の相対誤差の2乗（(2.29)式の値）を直接適用するのは普通とは言えない。計算値の相対誤差を正の数か負の数であるかを検討した後に、(2.26)式の値（相対誤差の2乗の値）の平方根を利用することが望ましい。信頼性補正因子  $RCF$  は計算値の相対誤差に直接適用されるべきであるので、次の手順が適用される。

(1) 相対誤差の2乗の振幅は  $d$  として表される。

(2) 2乗差  $SD$  の大きさは、 $SD = 2d(1 - RF)$  として表される。

(3) 保守的に、相対誤差の2乗の合計を  $d$  と  $SD$  の大きさの総和とみなすことができる。従って、相対誤差の2乗の合計の割合はこの値を  $d$  で割ることによって計算される。

(4) 以下のように信頼性補正因子  $RCF$  は、相対誤差の2乗の総和の比の正の平方根として定義することができる。

$$RCF = \sqrt{(d + SD) / d} = \sqrt{1 + (SD / d)} = \sqrt{1 + SDR} = \sqrt{1 + 2(1 - RF)} = \sqrt{3 - 2RF} \approx 2 - RF \quad (2.49)$$

(2.49)式の右端の項は代表性因子  $RF \geq 0.7$  のときに非常に良い近似になっている。例えば  $RF = 0.7$  では  $\sqrt{3 - 2RF} = 1.265$  であり一方  $2 - RF = 1.300$  となる。

補正係数または安全マージンに類した値として、目的体系（ターゲットシステム）の計算値の信頼性向上を実現するために、(2.43)式に基づいた信頼性補正因子  $RCF$  を本研究で提案した計算手法及び(2.26)式を用いて得られた相対誤差に乗じることができる。この信頼性補正因子の一つの良い特徴は、この数値が数学的な考察に基づいて導出されていることである。別のもう一つの良い特徴は、代表性因子と直接的な関係を有することである。代表性因子が1に近い場合は、この補正因子はまた、ほぼ直線的關係の下で1に収束する傾向を示す。その振る舞いを Fig. 2-3 に示す。

### 2.2.7. 最良代表性因子法 (Best Representativity Method) の特徴

- (1) 『最良代表性因子』の概念に基づき、新しい計算手法を導出した。
- (2) 本計算手法では、臨界実験の結果を線型結合して用いる。また、各線型結合係数は数学的に一意的に、線型結合係数の符号も含めて決定される。
- (3) 本計算手法に基づいて実施する臨界実験の仮想組み合わせは、自動的に目的体系（ターゲットシステム）への代表性因子を最大化する。このような特性から、この計算手法は、『最良代表性因子』法と呼ぶことができる。
- (4) 本計算手法によって、目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量の計算結果を補正することができる。この計算手法によって無限中性子増倍率の補正が可能である。さらに、本手法では理論上、着目する物理量に制限はないため、未臨界体系の研究に適用することも可能であると期待される。
- (5) 信頼性補正因子  $RCF$  は、相対差の 2 乗を基にして得られる補正因子である。

### 2.3. 東芝臨界実験装置（NCA）を用いたPWR模擬臨界実験による検証

原子力分野で用いられる計算手法や計算コードの産業分野や実製品への適用性を判断する際に、用いられる技術用語は **Qualification**（品質保証、資格検査、検証）と **Validation**（妥当性の確認検査）である。先に実施されるのが **Qualification** であり、物理的に意味が明確な対象や既に十分に信頼性が確認された数値に基づいて計算手法や計算コードの機能の正しさを確認・検証する。物理的あるいは技術的に満たすべき条件を満たしているかどうか、必要条件を確認する資格検査に相当する。**Validation** はより具体的、実際的な問題へ適用して計算手法や計算コードの妥当性の確認を行う。

既にこれまで述べたように、提案した計算手法は、数学的には対象とする物理量に特定の制限はなく、燃料集合体の中性子無限増倍率に適用することが可能である。しかし、中性子無限増倍率へ計算手法を適用する前に、計算手法を検証することが必要である。中性子無限増倍率に対する本手法の適用は第3章で実施する。

計算手法の検証（**Qualification**）は2つの方法で実施した。1つは計算結果が物理的な要求を満たすかどうかを確認することである。2つ目は、拡張バイアス因子法のPE法によって得られた結果と比較することである[10][16]。

これらの2つの検証計算を行うために、東芝臨界実験装置（**NCA**： **Nuclear Critical Assembly**）で得られた3種類の臨界実験結果を使用して計算を実施した。まず東芝臨界実験装置**NCA**の一般的な特徴について説明した後に、**PWR**模擬（**PWR**： **Pressurized Water Reactor** 加圧水型原子炉）のための臨界実験を説明する。次に計算内容を詳細に示し、得られた計算結果と比較結果について議論する。

東芝臨界実験装置(**NCA**)はタンク型の実験装置であり軽水（**Light water**：  $\text{H}_2\text{O}$ ）を減速材として用いる。数種類の低濃縮ウラン燃料棒を所有しており、濃縮度は **2 wt%**（重量%）、

3 wt%、3.9 wt%および 4.9 wt%である。さらに Gd 濃度 (wt%、重量%) が異なる数種類の  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  (ガドリニア) 燃料棒も所有している。

燃料ペレットの直径は約1cmである。燃料棒の外径は約1.2cmである。また、燃料棒の被覆管はアルミニウム合金で作られている。燃料棒の有効長は約150cmである。NCAの炉心タンクは、やはりアルミニウム合金製で内径 約180cm、高さ約200cm の円柱形である。燃料棒は炉心軸方向上部、下部に設置された2枚のアルミニウム合金製の格子板に設けた孔に沿って挿入され、この上下2枚の格子板によって保持される。通常炉心を臨界にする方法は一つであり、炉心タンクに満たす軽水 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) の水位 (高さ) の調整によって実施される [15]-[17]。

NCAの炉心タンクの垂直断面図をFig. 2-4 に、典型的な燃料格子の横断面図をFig. 2-5 に示す。NCAで運転条件下のPWR燃料集合体を十分に模擬するためには、実際のPWRプラントの運転条件で実現される水素対ウラン (H/ U) 原子数比に非常に近い値をNCA炉心内で達成することが必要である。PWR炉心では反応度制御にホウ酸 ( $\text{H}_3\text{BO}_3$ ) が用いられているため、ホウ素原子数密度の値も非常に近い値を実現する必要がある。このような目的のために、炭化ホウ素 ( $\text{B}_4\text{C}$ ) 材料を含むポリスチレン・ブロックを開発した [15]-[17]。

ポリスチレン・ブロックは、PWR 燃料集合体模擬臨界実験において 2 つの優れた能力を有する。ポリスチレン樹脂の密度を調整することで樹脂に含まれる水素原子数密度を調整する能力と、ポリスチレン樹脂に加える炭化ホウ素の量を調整することによって 0 ppm から 1000ppm 迄のホウ酸濃度を模擬する能力である。

上記のポリスチレン・ブロックを利用して、東芝臨界実験装置 NCA で運転状態の PWR を模擬した臨界実験を実施した[15]-[17]。臨界実験の炉心形状を Fig. 2-6、Fig. 2-7 及び

Fig. 2-8 に示す。Fig. 2-7 及び Fig. 2-8 に示されるように、ポリスチレン・ブロックは炉心の中央部に装荷した。このブロックの4つの角にブロックを固定するためのステンレス鋼のタイロッド4本を設置した。ポリスチレン・ブロックの周囲には、ウラン燃料ピンで濃縮度 2 wt% のウラン燃料棒を挿入し、臨界実験のための適切な反応度を得ている。これらの燃料部分はドライバー燃料と呼ばれ、またこの領域をドライバー領域と呼ぶ。

Fig. 2-6 は、ポリスチレン・ブロックを装荷しない NCA 炉心図である。炉心タンク内には室温の軽水 ( $H_2O$ ) が満たされるだけなので、この炉心は冷温状態を模擬したものである。Fig. 2-7 は、(炭化ホウ素 ( $B_4C$ ) を添加しない) 通常のポリスチレン・ブロックを使用した NCA 炉心図である。炭化ホウ素( $B_4C$ ) はポリスチレン・ブロック内には添加されていない。Fig. 2-8 は、炭化ホウ素( $B_4C$ ) を添加したポリスチレンを使用した場合の NCA 炉心図である。これは、運転状態で炉心タンク水に 500ppm のホウ酸を加えた PWR 燃料集合体の模擬実験のための配置である。

### 2.3.1. 解析条件と計算コード

2.2. で導出した計算手法の検証 (Qualification) のために PWR 燃料集合体を模擬した NCA 臨界実験に計算手法を適用する。ここで計算手法の利点を明らかにし加えて議論を容易にするために、可能な限り計算理論と計算モデルに起因する計算誤差を無視できるようにすることが好ましい。そのような状況を達成するためにはモンテカルロ計算が最も適切である。更に計算手順を単純にするために、ここでは原子数密度に関する誤差や不確かさについても無視する。

この検証計算のための計算コードとして、*SCALE* システム (the Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation (SCALE) system ) に含まれるモジュール、*TSUNAMI* システム (the Tools for Sensitivity and UNcertainty Analysis Methodology

Implementation (TSUNAMI) system) を利用した[18]-[20]。その理由の1つは、*SCALE* システムにモンテカルロ・コード、*KENO*が含まれていることである。第2の理由は、エネルギー44群構造の共分散行列がこのシステムのために既に用意されていることである。これらによって感度解析を柔軟に実施することができる。44群のエネルギー群構造を Table 2-2 に示す。

2014年(平成26年)末、*SCALE*システムの最新バージョンは6.1.3である[19]。*SCALE*システムの6.1.3バージョンの中では連続エネルギー・モンテカルロ計算を実施することができる。しかしながら、感度解析用の44群のエネルギー群構造の共分散行列を利用する場合に、連続エネルギー・モンテカルロ計算を使用することは非常に作業量が多くなり処理が困難になる。加えて *SCALE 6.1.3*システムでは、エネルギー群44群構造の共分散行列は *ENDF/B-V*から *B-VII*までの核データライブラリに由来する数値を合成して準備されている。一方、*SCALE 5.1*では、44群構造の共分散行列は単に *ENDF/B-V*に基づいて準備されている。

計算手法の検証や品質の確認については、核データライブラリと共分散行列の整合性を必要とする。44群のエネルギー構造の核データライブラリが *ENDF/B-V*に基づくとともに、さらに、*ENDF/B-V*に基づいた44群のエネルギー構造の共分散行列が同時に存在することが望ましい。従って、以下の計算は *SCALE 5.1*システムおよび *ENDF/B-V*の44群のエネルギー構造の核データライブラリの枠組みの中で実施した。

3つのNCA PWR 模擬臨界実験に関して、モンテカルロ計算を *KENO*コードと *ENDF/B-V*に基づく44群核データライブラリを用いて計算した。これら3つの炉心構成のそれぞれについて、全中性子数、いわゆる中性子履歴(ヒストリー)は10Mであった(=10000中性子×1000バッチ)。*KENO*コードを用いてNCA炉心形状の計算を実行する場合、3次元計算を実施した。幾何形状は Fig. 2-4 に従ってできる限り正確に取り扱い、炉心タ

ンク内の軽水 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) は軸方向には臨界水位まで、径方向は円柱形状の炉心タンク内の全ての領域を扱う計算とした。これは中性子の洩れの計算に関して幾何形状のモデル化で生じる誤差を可能な限り小さくするためである。NCA のような軽水を減速材とする臨界実験装置では熱中性子の平均自由行程は約 6~10 cm 程度であり、NCA の炉心に対してこのように十分な水反射体 (約 30cm 以上) が設けられた計算では中性子の洩れに関しては非常に正確な取り扱いがなされていると判断できる。

NCA PWR 模擬臨界実験についてモンテカルロ計算を実施した結果、中性子実効増倍率 ( $k_{\text{eff}}$ ) が得られた。

### 2.3.2. 解析結果

モンテカルロ・コード *KENO* の計算結果を Table 2-3 に示す。3 つの NCA PWR 模擬炉心体系について、中性子実効増倍率 ( $k_{\text{eff}}$ ) の良い一致が見られた。今後、ケース番号を以下のように設定する。ケース 1 を冷温時模擬の NCA 炉心体系とする。ケース 2 を通常の (炭化ホウ素 ( $\text{B}_4\text{C}$ ) を含まない) ポリスチレン・ブロックを装荷した NCA 炉心体系とする。ケース 3 を炭化ホウ素 ( $\text{B}_4\text{C}$ ) を含むポリスチレン・ブロックを装荷した NCA 炉心体系とする。

NCA 臨界実験の臨界性についての不確かさを Table 2-4 に示す。東芝臨界実験装置 NCA は、炉心タンクの水位の調節によって臨界を達成する。

本研究では、単に再現性に関する臨界実験の不確かさを考慮した。同じ炉心構成では臨界水位の再現性が極めて良好であり、臨界水位の差は 2mm 以内が通常である。この差に基づいた反応度の不確かさは約 1.4¢ であると推定される。従って NCA 臨界実験の臨界性に関する不確かさは、0.00010 (=10 pcm) よりも小さいか等しいと推定される。

代表性因子を求めるために新しい行列成分を求め、(2.21)式および(2.22)式を解くために、*TSUNAMI* システムを利用して計算システムを開発した。まずそれぞれの  $S_i^T W S_j$  の値

は *TSUNAMI* システムを使用して計算した。計算結果を Table 2-5 に示す。

次に (2.29)式を用いるために、以下の式を計算する：

$(E_p)^2 = \{(R_C/R_E) - 1\}^2$  : このとき (計算手法に基づく相対誤差)、(測定に基づく相対誤差) を除いて評価する

モンテカルロ計算を用いたので、(計算手法に基づく相対誤差)は無視できると考えることができる。さらに、東芝臨界実験装置 NCA では注意深く臨界水位の測定が行なわれており、今回の計算にその実験結果を利用することが適切であると考えられるので、(測定に基づく相対誤差)についても非常に小さいと考えることができる。この計算では、既に説明したように (NCA 臨界実験の不確かさ) は経験的に  $\pm 10 \text{ pcm}$  (およそ  $1.4 \phi$ ) とした。その値は統計的な不確かさと見做して、この値は(2.7)式には考慮しなかった。

この NCA 臨界実験の不確かさの値は  $(\Delta Z/Z)$  の計算に際して次の誤差伝播法則に基づいて合成されて考慮される：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$
$$(\Delta y)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (\Delta x_i)^2 \quad (2.50)$$

ここで  $x_i (i=1,2,\dots,n)$ : パラメータ、 $\Delta x_i$ ,  $\Delta y$ : 不確かさ

従って以下の計算では、NCA 実験の不確かさは明示的に扱わず、誤差の伝播法則によって扱った。さらにモンテカルロ計算の統計誤差 (不確かさ) の数学的な操作も(2.29)式を介してやはり誤差の伝播法則 (2.50)式に基づいて導いた。これらの計算手続きの詳細な説明は本章の最後に示す。

NCAでの臨界実験の結果を用いて、新しい計算手法の検証のために、中性子実効増倍率 ( $k_{\text{eff}}$ ) を補正・修正する2種類の計算を実施した。今まずNCA PWR 模擬臨界実験のケース3を目的体系とする。モンテカルロ・コード *KENO* の計算結果によって、ケース3の中性子実効増倍率 ( $k_{\text{eff}}$ ) は0.99633であった。そこで他の2つのNCA PWR 模擬臨界実験の結果を用いてこの値を修正することを考える。最も大きな相関係数あるいは代表性因子の値はケース2とケース3(目的体系)の間で0.9998(COR 2→3)と示されている。そこで2種類の修正手続きを実施した。1つはケース2のみを使用した補正計算である。また、もう一方はケース1及びケース2の組み合わせによる補正計算である。

まずケース2のみを使用した補正計算の場合(この時  $n=1$ )であり、 $S_k = \alpha_2 S_2$  となる。従って、感度係数ベクトルの大きさを一致させるために線型結合係数  $\alpha_2$  を(2.22)式に従って決定する。即ち

$$\alpha_2^2 (S_2^T W S_2) = S_3^T W S_3$$

表6に示されているように  $S_2^T W S_3 = 0.78315 \geq 0$  である。よって2つの感度係数ベクトル  $S_2$  と  $S_3$  とが違う方向を向いているとは考えられない。その結果  $\alpha_2$  の符号は正と判断できる。よって

$$\alpha_2 = (S_3^T W S_3 / S_2^T W S_2)^{1/2} = (0.77792 / 0.78872)^{1/2} = 0.99313$$

$$E_p^2 = (0.99643 / 1.000) - 1 = -3.57E - 03$$

$S_k = 0.99313 S_2$  となったので  $(\Delta Z / Z)$  の値は次のように容易に計算できて

$$(\Delta Z / Z) = \alpha_2 (E_p^2) = 0.99313 \times (-3.57E - 03) = -3.545E - 03$$

$(\Delta Z / Z)$  の値が得られたので、(2.39)式に従ってケース3(目的体系)の中性子実効増倍率( $k_{\text{eff}}$ )を補正すると

$$\tilde{Z} - \tilde{\delta} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \beta} = \frac{0.99633}{1 + (-3.545E - 03)} = 0.99987$$

この計算の場合、代表性因子の値は変化しない。代表性因子の値はケース 2 とケース 3 (目的体系) の相関係数 COR の値、0.9998 (COR 2 → 3) のままである。

ケース 1 とケース 2 を補正計算に使用した場合、計算は以下のように実施される：

まず

$$(E_p^1)^2 = \{(0.99641 / 1.000) - 1\}^2 = (-3.59E - 03)^2 = 1.2888E - 05$$

$$(E_p^2)^2 = \{(0.99643 / 1.000) - 1\}^2 = (-3.57E - 03)^2 = 1.2745E - 05$$

(2.29)式を用いて  $(\Delta Z/Z)^2$  を計算する。 $(\Delta Z/Z)$  の符号を決定するには次の 2 つの段階を経る：

1) Table 2-5 に示されている単独ケースについての (絶対値が) 最大の代表性因子の値は 0.9998 (COR 2 → 3) であり、よって臨界実験ではケース 2 が目的体系 (ケース 3) に最も適したものとして選ばれる。加えて 0.9998 は正の数である。

2) Table 2-3 に示されているように NCA 臨界実験のケース 2 のモンテカルロ・コード *KENO* で計算した臨界固有値は 1 より小さい。よって  $E_p$  は負の値になる。従って  $(\Delta Z/Z)$  も負の値になる。すなわち

$$(\Delta Z/Z) = -3.546E - 03$$

$(\Delta Z/Z)$  の値が決定されれば(2.39)式に従ってケース 3 (目的体系) の中性子実効増倍率は以下のように補正される。

$$\tilde{Z} - \tilde{\delta} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)} = \frac{\tilde{Z}}{1 + \beta} = \frac{0.99633}{1 + (-3.546E - 03)} = 0.99988$$

また、新たに組み合わせた代表性因子は、0.999810 であると計算された。この場合は、臨界実験の組合せの数は 2 であった。これにより、この代表性因子は、Table 2-5 に示された値を用いてガンディーニ (A.Gandini) が提案した式に従って次のように計算することができる (詳細については、付録 4 の式 (A4.19) 参照 [8])。

$$(A \text{ new Representativity factor})^2 = \frac{1}{1-R_{12}^2} (R_{E1}^2 + R_{E2}^2 - 2 R_{E1} R_{E2} R_{12})$$

$$= \frac{1}{1-0.994304^2} (0.994401^2 + 0.999807^2 - 2 \times 0.994401 \times 0.999807 \times 0.994304) = 0.999810^2$$

ここで得られた値は 0.999810 であり、本研究で提案した手法で得られた値と一致している。

得られた結果を Table 2-6 に示す。この表で、中性子実効増倍率(k<sub>eff</sub>)が 1 に非常に近くなったので、補正された中性子実効増倍率(k<sub>eff</sub>)はより好ましい値になったと言える。これは、NCA PWR 模擬臨界実験のケース 2 を単独に使用する場合および臨界実験ケース 1 およびケース 2 の両方を使用する場合のどちらも、良い結果を与えている。ここで注意すべき重要な結果は、目的体系（ケース 3）については十分な代表性を示さないケース 1 をケース 2 に加える時では、計算結果はケース 1 に対する線型結合係数 0.0254 (0.02538) という非常に小さな値を提供したということである。その結果 ケース 1 は補正した中性子実効増倍率 (k<sub>eff</sub>) の値を悪化させていない。加えて新しい代表性因子の値は 0.999810 になった。

臨界実験の単一の場合の最大の代表性因子が 0.999807(COR 2→3)だったので、提案した計算手法を適用して臨界実験を組み合わせることにより、代表性因子はより大きくなることが示された。

### 2.3.3. 解析結果の不確かさの評価

本研究で提案した計算手法では、目的体系の計算値の修正は計算と実験に関して他の 2 つ以上の結果を組み合わせる導く。モンテカルロ計算の計算結果を使用する場合、統計誤差は常に計算結果に付随する。また臨界実験の結果には測定の不確かさが伴う。従って、モンテカルロ計算と臨界実験をより多く組み合わせる場合、最終的な不確かさの総量が増

加するのは当然である。(2.29)式に基づいて、ケース3の中性子実効増倍率 (keff) を補正した結果、(2.50)式から不確かさの合計は 0.00036 となった。ケース3の単一の NCA PWR 模擬実験の keff については、不確かさは 0.00024 であった。従って不確かさの絶対値が増加した。最終結果を Table 2-7 に示す。

#### 2.3.4. PE 法による解析結果との比較

日本原子力学会の欧文誌 The Journal of Nuclear Science and Technology に拡張バイアス因子法の PE 法が発表されている [10]。本研究で提案した計算手法の検証 (Qualification) のために、PE 法を用いて得られる結果と本計算手法で得られた結果を比較することは有益である。

PE 法では、バイアス因子  $f_{PE}$  は次のように定義される：

$$f_{PE} = \frac{\prod_{i=1}^N E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^N C_i^{F_i}} \quad (2.51)$$

今回の場合、 $N=2$  であって  $F_1$  と  $F_2$  は既に発表されている論文の中の(40)式から得られる[10]。ここで式の表現に用いられる記号は原論文に従うので、これまでの表現と異なることに注意されたい[10]。

$$\begin{pmatrix} S_1 V_\sigma S_1^t + COV(\Delta M_1, \Delta M_1) + COV(\Delta E_1, \Delta E_1) & S_1 V_\sigma S_2^t + COV(\Delta M_1, \Delta M_2) + COV(\Delta E_1, \Delta E_2) \\ S_1 V_\sigma S_2^t + COV(\Delta M_1, \Delta M_2) + COV(\Delta E_1, \Delta E_2) & S_2 V_\sigma S_2^t + COV(\Delta M_2, \Delta M_2) + COV(\Delta E_2, \Delta E_2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_R V_\sigma S_1^t + COV(\Delta M_R, \Delta M_1) \\ S_R V_\sigma S_2^t + COV(\Delta M_R, \Delta M_2) \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

本研究では (2.52)式の  $COV(X, Y)$  を全て無視する (考慮しない)。従って  $F_1$  と  $F_2$  は以下の式の解として得られる。

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^T W S_1 & S_1^T W S_2 \\ S_1^T W S_2 & S_2^T W S_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} S_R^T W S_1 \\ S_R^T W S_2 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

よって  $F_1 = 0.02538$  と  $F_2 = 0.96776$  とが容易に得られる。一方、本研究での値は  $\alpha_1 = 0.02538$  と  $\alpha_2 = 0.96794$  であった。結果としてバイアス因子  $f_{PE}$  は以下のように計算される。

$$f_{PE} = \frac{\prod_{i=1}^2 E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^2 C_i^{F_i}} = \frac{1.00000^{0.02538} \times 1.00000^{0.96776}}{0.99641^{0.02538} \times 0.99643^{0.96776}} = 1.003559$$

従って PE 法を用いて得られる中性子実効増倍率(k<sub>eff</sub>)の補正結果は：

$$\text{Corrected } k - \text{effective} = 0.99633 \times 1.003559 = 0.99988$$

この値は先に得られた補正結果と完全に等しい。以上から本研究で提案した計算手法は PE 法によって品質の検証がなされたと判断する。

この章で示した 2 種類の計算結果によって新しく提案された計算手法の品質が確認され検証が行われたと判断できる。

## 2.4. 第2章の結論

原子力産業が誕生して以来、臨界実験は、計算に用いるツールの品質保証や妥当性を検証するために利用されてきた。しかしながら軽水炉の分野では、臨界実験は格子計算コードの計算結果と直接比較することのできる物理的特性を提供することができなかった。また、目的体系に対しての臨界実験の模擬性について十分な議論がなされてこなかった。これらの課題を解決するために、また同時に臨界実験で得られた測定結果を最も効果的にかつ戦術的に利用するために、本章において『最良の代表性』という概念に基づいて新しい計算手法を導出した（最良代表性因子法）。この計算手法は、計算結果と実験結果の情報を組み合わせる。そのとき感度係数と共分散行列を利用する。この手法の使用によって、実験情報を一次結合させてその情報を最大限に利用することが可能になる。この一次結合は、新しく定義される代表性因子を最大化にする条件の下で実行される。その結果、新しい代表性因子の値に基づいてターゲット・システム（目的体系、製品）に対する複数個の臨界実

験の適用可能性を判断することもできる。加えて本計算手法によって軽水炉(LWR) のための臨界実験から中性子無限増倍率を補正することができて格子計算コードの計算結果と直接比較することができる。

計算手法を中性子無限増倍率に適用する前に、本章 2.3 では新しい計算手法の検証 (Qualification) のために品質確認計算を行った。方法は東芝臨界実験装置 NCA で実施した PWR 模擬の 2 つの臨界実験の測定値から他の 1 つの PWR 模擬臨界実験の中性子実効増倍率を補正することである。

米国オークリッジ国立研究所で開発された *SCALE* システムの *TSUNAMI* モジュールを利用して感度係数を得た。本計算手法に従って中性子実効増倍率を処理した後、中性子実効増倍率はより 1 に近くなり、臨界では物理的に中性子実効増倍率が 1 であるという、成立すべき必要条件が満たされた。引き続き拡張バイアス因子法の PE 法の計算結果と比較した。両者の計算結果は高い精度で一致し、提案した計算手法の品質を更に確認することができた。

得られた計算結果は全て理解できるものであり、従って新しい計算手法は検証されたと判断できる。

次の第3章では計算手法の中性子無限増倍率への適用について検討する。第3章ではモンテカルロ計算の計算結果に加えて、代表性因子と中性子無限増倍率の補正值の計算結果を示す。そして計算結果を物理的に説明する。

## 参考文献

- [1] G. Aliberti, G. Palmiotti, M. Salvatores, T.K. Kim, T.A. Taiwo, M. Anitescu, I. Kodeli, E. Sartori, J.C. Bosq and J. Tommasi: “Nuclear Data Sensitivity, Uncertainty and Target Accuracy Assessment for Future Nuclear Systems,” *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 33**, Issue 8, pp. 700-733 (May 2006).
- [2] G. Palmiotti, M. Salvatores and G. Aliberti: “Methods in Use for Sensitivity Analysis, Uncertainty Evaluation, and Target Accuracy Assessment” A 4th Workshop on Neutron Measurements, Evaluations and Applications – Nuclear Data Needs for Generation IV and Accelerator-Driven Systems, Idaho National Laboratory (October 2007).
- [3] Giuseppe Palmiotti, Massimo Salvatores, Gerardo Aliberti, H. Hirta, R. McKnight, P. Oblozinsky and W.S. Yang: “A Global Approach to the Physics Validation of Simulation Codes for Future Nuclear Systems,” *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 36**, Issue 8, pp. 355-361 (2009).
- [4] K.R. Elam and B.T. Rearden: “Use of Sensitivity and Uncertainty Analysis to Select Benchmark Experiments for Validation of Computer Codes and Data,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 145**, pp. 196-212 (2003).
- [5] B.L. Broadhead, B.T. Rearden and C.M. Hopper: “Sensitivity and Uncertainty-Based Criticality Safety Validation Techniques,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 146**, pp. 340-366 (2004).
- [6] M.L. Williams: “Sensitivity and Uncertainty Analysis for Eigenvalue-Difference Responses,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 155**, pp. 18-36 (2007).

- [7] B.T. Rearden, M. L. Williams, M. A. Jesse, D. E. Mueller and D. A. Wiarda: “Sensitivity and Uncertainty Analysis Capabilities and Data in SCALE,” *Nuclear Technology*, **Vol. 174**, No. 2, pp. 236-288 (May 2011).
- [8] A. Gandini, "Uncertainty Analysis and Experimental Data Transposition Methods in Uncertainty Analysis," Y. Ronen, Editor, CRC Press (1988).
- [9] T. Sano and T. Takeda: “Generalized Bias Factor Method for Accurate Prediction of Neutronics Characteristics,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 43**, No. 12, pp. 1465-1470 (2006).
- [10] T. Kugo, T. Mori and T. Takeda: “Theoretical Study on New Bias Factor Methods to Effectively Use Critical Experiments for Improvement of Prediction Accuracy of Neutronics Characteristics,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 44**, No. 12, pp. 1509-1517 (2007).
- [11] J.B. Dragt, J.W.M. Dekker, H. Gruppelaar and A.J. Janssen: “Methods of Adjustment and Error Evaluation of Neutron Capture Cross Sections; Application to Fission Product Nuclides,” *Nuclear Science and Engineering*, **Vol. 62**, pp. 117-129 (1977).
- [12] W. Matthes: “Cross-section Adjustment in the Analysis of Benchmark Experiments,” *Annals of Nuclear Energy*, **Vol. 6**, pp. 103-106 (1979).
- [13] H. Kuroi and H. Mitani: “Adjustment to Cross Section Data to fit Integral Experiments by Least Squares Method,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 12**, No. 11, pp. 663-680 (1975).
- [14] Wolfram MathWorld  
<http://mathworld.wolfram.com/CorrelationCoefficient.html>

- [15] T. Umamo, T. Kikuchi, K. Yoshioka, I. Mitsunashi, H. Kumanomido, S. Gunji, S. Sugahara, K. Hiraiwa and M. Ouisloumen: "Critical Experiments Simulating The Operating Conditions of PWRs in The Toshiba NCA Facility," 2009 International Congress on Advances in Nuclear Power Plants (ICAPP'09) Tokyo, Japan, May 10-14, 2009, Paper 9251.
- [16] T. Umamo, K. Yoshioka, M. Yamaoka and S. Sughara: "Development of a "Best Representativity" Method for Measurement Data Analysis – Application to Critical Experiment Simulating PWR at the Toshiba NCA Facility," PHYSOR 2010 – Advances in Reactor Physics to Power the Nuclear Renaissance Pittsburgh, Pennsylvania, USA, May 9-14, 2010 [CD-ROM].
- [17] T. Umamo, K. Yoshioka, and T. Obara: "Development of a "best representativity" method for experimental data analysis and an application to the critical experiments at the Toshiba NCA facility," *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 51**, No. 5, pp. 608-625 (2014).
- [18] S. M. Bowman: "SCALE 6: Comprehensive Nuclear Safety Analysis Code System," *Nuclear Technology*, **Vol. 174**, No. 2, pp. 126-148 (May 2011).
- [19] SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation, ORNL/TM-2005/39, Version 5.1, Vols. I-III, November 2006. Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-732.
- [20] SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation, ORNL/TM-2005/39, Version 6, Vols. I-III, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, January 2009. Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-750 <http://scale.ornl.gov/> and <http://scale.ornl.gov/publications.shtml>

**Table 2-1. Determination of the sign of  $(\Delta Z/Z)$**

No.	$RF^l$	$E_r^l$	$(\Delta Z/Z)$
1	+	+	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	-	-	+

Where

$$RF^l = S_i^T W S_R / \left\{ (S_i^T W S_i)^{1/2} (S_R^T W S_R)^{1/2} \right\} , \quad E_r^l = (R_C^l / R_E^l) - 1$$

Table 2-2. Structure of the 44 energy groups

Group	Energy (eV)		$\Delta U$	Group	Energy (eV)		$\Delta U$
	Lower	Uppwer			Lower	Uppwer	
1	2.000E+07	8.187E+06	0.89	23	3.000E+00	1.770E+00	0.53
2	8.187E+06	6.434E+06	0.24	24	1.770E+00	1.000E+00	0.57
3	6.434E+06	4.800E+06	0.29	25	1.000E+00	6.250E-01	0.47
4	4.800E+06	3.000E+06	0.47	26	6.250E-01	4.000E-01	0.45
5	3.000E+06	2.479E+06	0.19	27	4.000E-01	3.750E-01	0.06
6	2.479E+06	2.354E+06	0.05	28	3.750E-01	3.500E-01	0.07
7	2.354E+06	1.850E+06	0.24	29	3.500E-01	3.250E-01	0.07
8	1.850E+06	1.400E+06	0.28	30	3.250E-01	2.750E-01	0.17
9	1.400E+06	9.000E+05	0.44	31	2.750E-01	2.500E-01	0.10
10	9.000E+05	4.000E+05	0.81	32	2.500E-01	2.250E-01	0.11
11	4.000E+05	1.000E+05	1.39	33	2.250E-01	2.000E-01	0.12
12	1.000E+05	2.500E+04	1.39	34	2.000E-01	1.500E-01	0.29
13	2.500E+04	1.700E+04	0.39	35	1.500E-01	1.000E-01	0.41
14	1.700E+04	3.000E+03	1.73	36	1.000E-01	7.000E-02	0.36
15	3.000E+03	5.500E+02	1.70	37	7.000E-02	5.000E-02	0.34
16	5.500E+02	1.000E+02	1.70	38	5.000E-02	4.000E-02	0.22
17	1.000E+02	3.000E+01	1.20	39	4.000E-02	3.000E-02	0.29
18	3.000E+01	1.000E+01	1.10	40	3.000E-02	2.530E-02	0.17
19	1.000E+01	8.100E+00	0.21	41	2.530E-02	1.000E-02	0.93
20	8.100E+00	6.000E+00	0.30	42	1.000E-02	7.500E-03	0.29
21	6.000E+00	4.750E+00	0.23	43	7.500E-03	3.000E-03	0.92
22	4.750E+00	3.000E+00	0.46	44	3.000E-03	1.000E-05	5.70

**Table 2-3. Calculation result for each configuration**

No.	Name		Effective water height	Calculation result: Effective neutron multiplication factor
1	NCA PWR configuration	Cold condition simulation	~ 80 cm	<b>0.99641 ± 0.00026</b>
2	NCA PWR configuration	Hot condition simulation	~ 140 cm	<b>0.99643 ± 0.00026</b>
3	NCA PWR configuration	Hot condition + Boron 500 ppm	~ 130 cm	<b>0.99633 ± 0.00024</b>

**Table 2-4. NCA experiment value for criticality**

Name	Measurement result: Uncertainty
NCA Experiment	1.00000 ± 0.00010

Table 2-5.  $S_i^T W S_j$  value for each relationship

(Unit:  $\times 10^{-4}$ )

	<b>j = 1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>i = 1</b>	<b>0.78535</b>	<b>0.78255</b>	<b>0.77725</b>
<b>2</b>	<b>0.78255</b>	<b>0.78872</b>	<b>0.78315</b>
<b>3</b>	<b>0.77725</b>	<b>0.78315</b>	<b>0.77792</b>

**COR 1→2                      0.994304**

**COR 1→3                      0.994401**

**COR 2→3                      0.999807**

RF: representativity factor; COR: correlation factor.

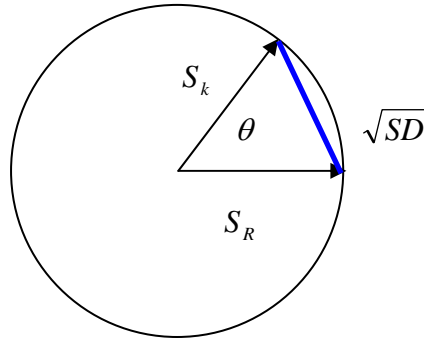
Table 2-6. Corrected  $k_{\text{eff}}$  and representativity factor

No.	Combination		LC Coefficient		New RF	Corrected keff
	case 1	case 2	$\alpha 1$	$\alpha 2$		
0	—	—	—	—	—	0.99633
1	—	○	—	0.9931	<b>0.9998</b>	<b>0.99988</b>
2	○	○	0.0254	0.9679	<b>0.9998</b>	<b>0.99988</b>

No. 0 represents the NCA PWR experiment of hot condition with boron 500 ppm simulation. The highlighted 0.99633 is the  $k_{\text{eff}}$  value shown in Table 4.

**Table 2-7. Corrected  $k_{\text{eff}}$  and uncertainty**

Pattern	Name	Corrected effective neutron multiplication factor
2	NCA-PWR Experiment No.3	<b>0.99988 ± 0.00036</b>



The law of cosines:  $SD = |S_k|^2 + |S_R|^2 - 2|S_k||S_R|\cos\theta$

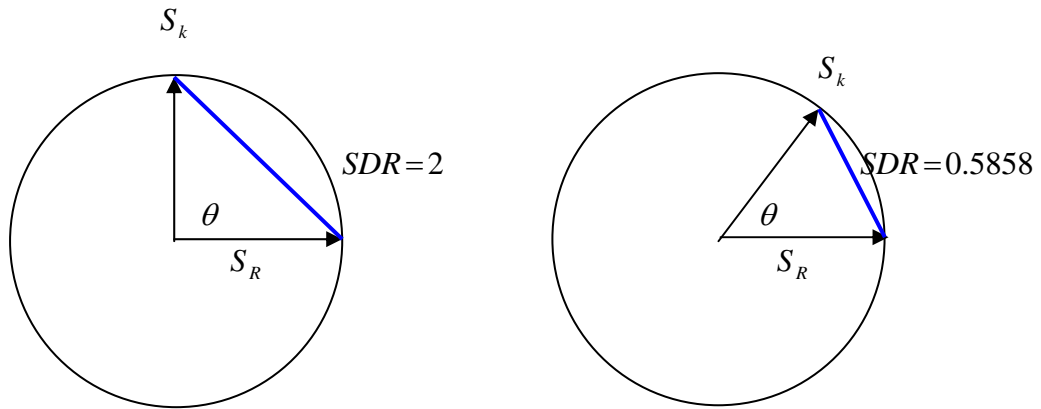
Where,

$$|S_k|^2 \equiv S_k^T W S_k, \quad |S_k| = (S_k^T W S_k)^{\frac{1}{2}}$$

$$|S_k|^2 = |S_R|^2 = |S_k||S_R| = d, \quad RF \equiv \frac{S_R^T W S_k}{(S_R^T W S_R)^{\frac{1}{2}} (S_k^T W S_k)^{\frac{1}{2}}} = \cos\theta$$

$$\therefore SD = 2d - 2d RF$$

**Fig. 2-1. The law of cosines and SD**



(1)  $\theta = \pi/2$  Representativity factor = 0    (2)  $\theta = \pi/4$  Representativity factor = 0.7071



(3)  $\theta = \pi/8$  Representativity factor = 0.9239    (4)  $\theta = 0$  Representativity factor = 1

**Fig. 2-2.** The angle  $\theta$  constructed by two vectors and the value of the representativity factor (For simplification, the covariance matrix  $W$  is not expressed in this figure.)

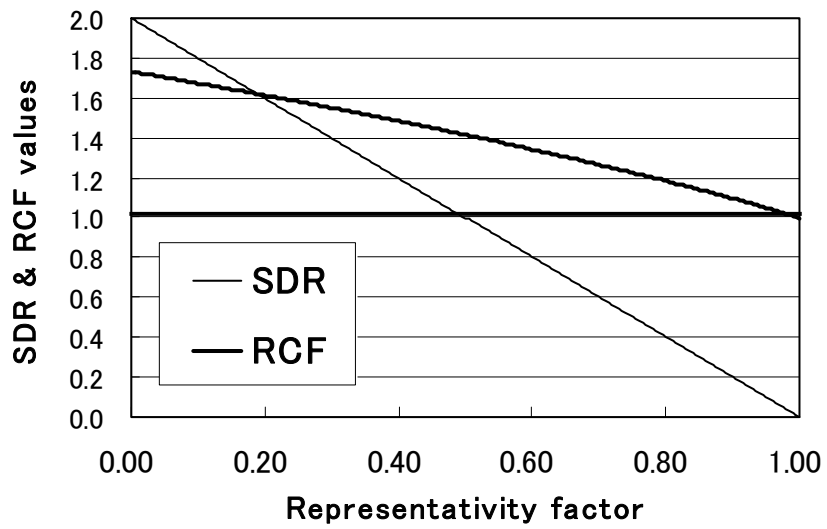
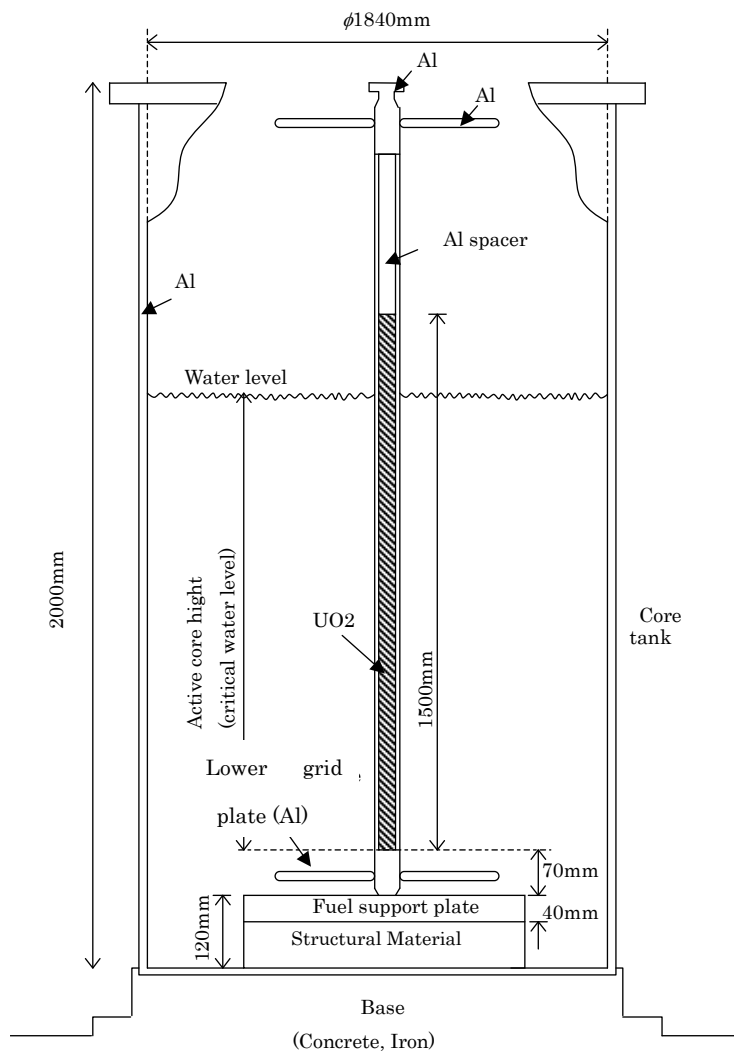
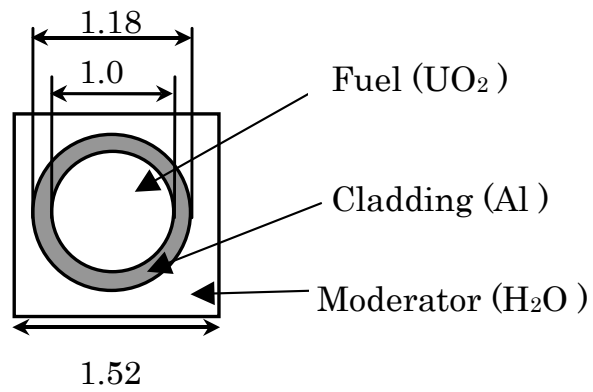


Fig. 2-3. SDR and RCF with respect to the representativity factor

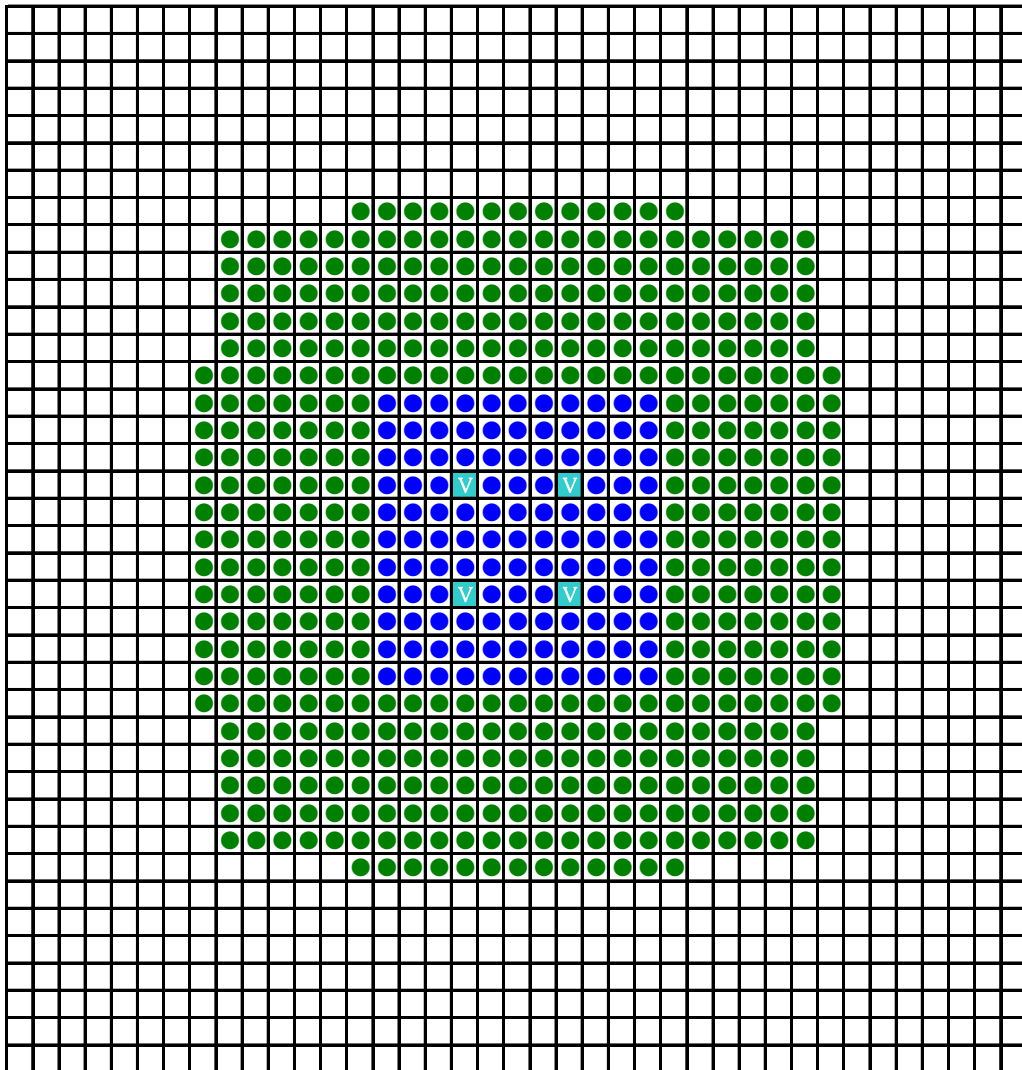


**Fig. 2-4. Vertical cross section of the core tank**



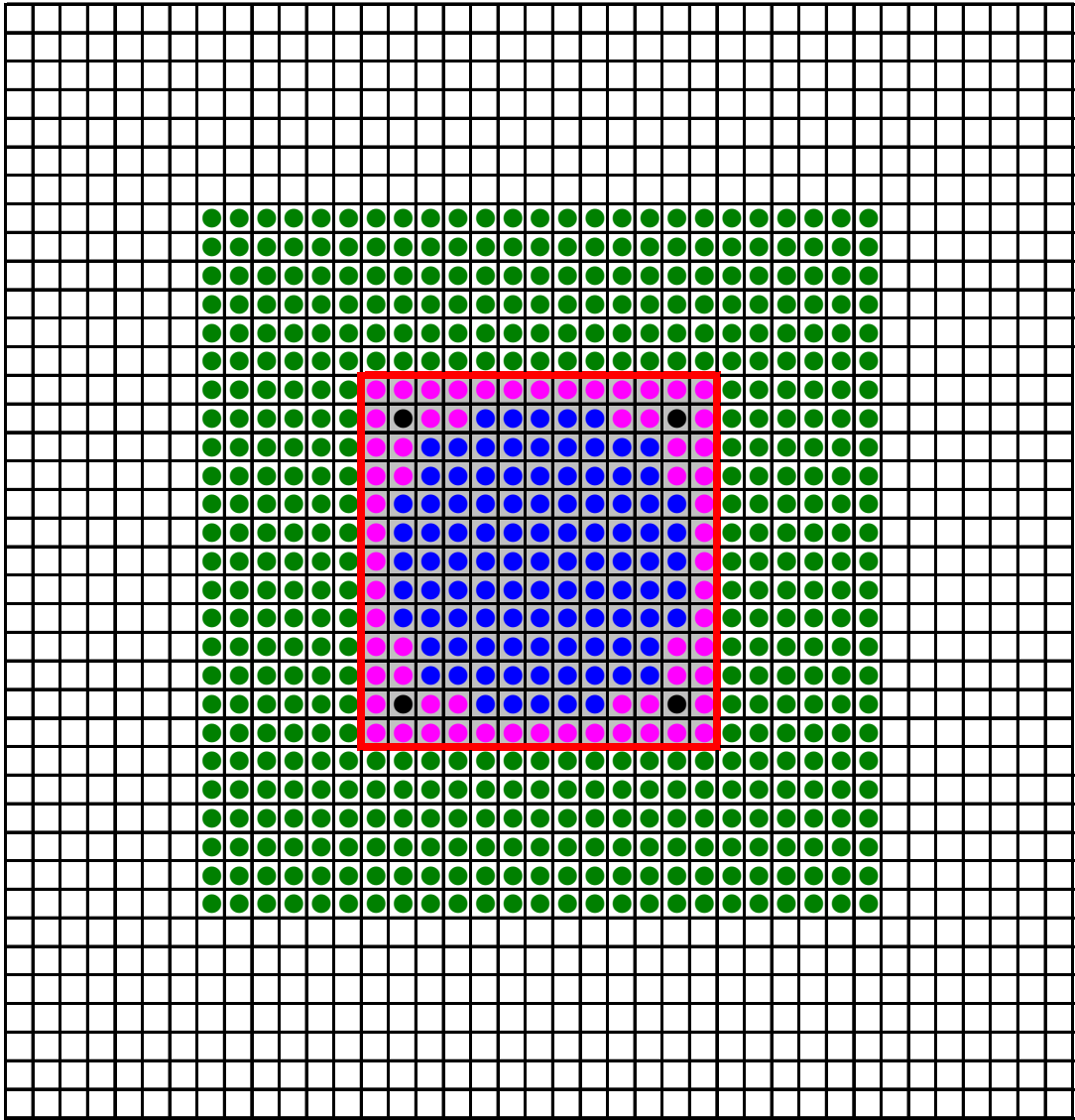
Dimensions are given  
in centimeters

**Fig. 2-5. Cross section of a typical fuel lattice**



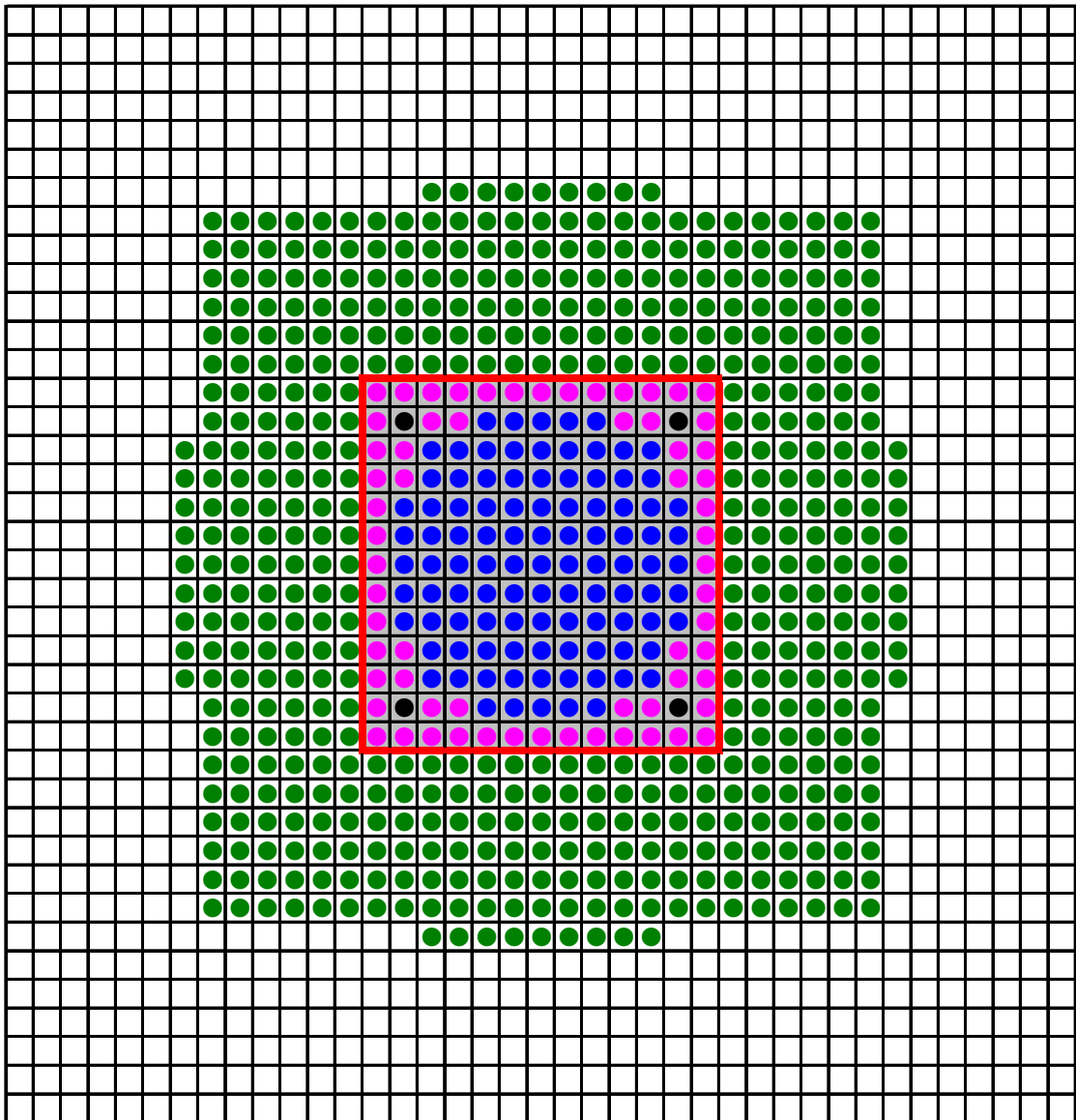
- 2wt% fuel pin (460)
- 5wt% fuel pin (117)
- ∇ Al Void tube(4)

Fig. 2-6. NCA core configuration for PWR simulation (Cold condition)



- 2wt% fuel pin (456)
- 4wt% fuel pin (64)
- 5wt% fuel pin (101)
- SUS rod (4)
- Polystyrene block area

Fig. 2-7. NCA core configuration for PWR simulation (Hot condition)



- 2wt% fuel pin (492)
  - 4wt% fuel pin (64)
  - 5wt% fuel pin (101)
  - SUS rod (4)
- Polystyrene block area

Fig. 2-8. NCA core configuration for PWR simulation (Hot condition, Boron 500 ppm)

## 第3章 現行のPWR 燃料集合体の中性子無限増倍率の補正への適用

### 3.1. 緒言

本章の目的は、本研究で提案された計算手法の PWR 燃料集合体の中性子無限増倍率についての適用可能性と計算の妥当性を示すことである。ここでは、PWR 燃料集合体の真の中性子無限増倍率を求めることを目的としていない。しかし、実施される計算についての論理的整合性と計算手法の論理的な正しさを示すことを目的とする。

計算手法の中性子無限増倍率の補正への適用性を示すために、前章と同じく計算は、東芝臨界実験装置 NCA で得られた臨界実験の 3 種類の結果を組み合わせて実施する。3.2 から 3.3 で計算手順を詳しく示したのち、3.4 と 3.5 で得られた結果について物理的な説明を行う。

### 3.2. 解析体系及び解析条件

現在、加圧水型原子炉 (PWR : Pressurized Water Reactor) の燃料集合体としてほぼ世界的に標準の燃料集合体になっている PWR 17×17 型燃料集合体を計算対象に選んだ。Fig. 3-1 にこの燃料集合体の形状を示す。この PWR 17×17 型燃料集合体では、燃料ペレットの  $^{235}\text{U}$  濃縮度を 4.8 wt% と設定した。PWR 炉心の運転状態を仮定して、更にホウ酸の濃度は 500ppm と仮定した。

PWR を模擬した NCA 臨界実験の妥当性を確認するために、NCA の実験条件と運転状態での PWR 17×17 型燃料集合体の代表的な物理量を比較した。比較結果を Table 3-1 に示す[1][2]。

NCA 臨界実験と目的体系 (PWR 17×17 型燃料集合体) の物理量を比較して、最も大きな違いは温度であることが容易に認識される。NCA 臨界実験は、高温状態ではなくて室

温でのみで実施可能である。一方、 $H/U$ （水素原子対ウラン原子）の原子数密度比が中性子のエネルギースペクトルを決定するための最も重要な条件の一つである。この値は、PWR17×17型燃料集合体の燃料ピンで約 3.3、NCA 臨界実験のポリスチレン・ブロック領域での燃料ピンで約 3.3 であった。両者の良い一致が見られた。ホウ素は強い中性子吸収材であるため、中性子スペクトルはホウ素によって影響を受ける。これにより、ウラン原子対ホウ素原子の原子数密度の比 ( $U/B$ ) を新たに定義し比較した。この値は、500 ppm のホウ酸濃度の PWR17×17 型燃料集合体では約 720 であり、NCA 臨界実験では約 720 であった。よってこの値も両者の間で良好な一致が見られた。

本研究で示した計算手法の適用可能性および実現可能性を示すために NCA で実施した PWR 模擬臨界実験の結果を使用して、PWR 17×17 型燃料集合体の中性子無限増倍率を補正した。

本研究では、数値計算法のアルゴリズムやデジタル・コンピュータのハードウェアに起因する計算誤差や計算の不確かさは考慮しないものとしている。従って、目的体系の設計計算の結果に含まれている計算誤差や不確かさは、次の 2 つのカテゴリーに分類される：

- (1) 計算理論および計算モデルによって引き起こされたもの、及び
- (2) 計算に利用したパラメータによって引き起こされたもの

本研究では、これらの 2 種類の誤差あるいは不確かさが互いに独立していると仮定する。また、これらの一つずつ評価することが可能と考える。計算手法の性質を明らかに示すために、かつ議論をより簡単にするために、カテゴリー(1)として分類された計算誤差を可能な限り無視できる状況にすることが望ましい。そのような状況を達成するために、モンテカルロ計算が最も適していると考えられる。モンテカルロ計算では計算の物理モデルに関する近似が殆どなく、計算体系の幾何形状も非常に詳細に記述できるからである。

### 3.3 解析に用いた計算コードの概要

2014年（平成26年）12月時点において、*SCALE*システムの最新バージョンは6.1.3である[19]。ただし、第2章の計算結果との計算の一貫性を保つために、以下の計算も、全て*SCALE 5.1*システムの枠組み及び*ENDF/B-V*の44群の断面ライブラリで実施した。NCAの3炉心体系およびPWR17×17型燃料集合体については、モンテカルロ・コード*KENO*を用いて計算した。計算はエネルギー群44群構造で実施した。

既に述べたように、分類(1)の計算誤差あるいは計算の不確かさを無視できるようにするため、NCA PWR 模擬実験体系についてはNCAの炉心 Fig. 2-4 に示されているように直径184 cmの円柱形状を用いて計算した。計算体系で径方向断面を実際の体系と同じにしているのは横方向の中性子の洩れについてできるだけ正確に計算すべきだからである。なお通常のNCAの臨界実験では中性子の洩れは炉心軸方向よりも炉心径方向が支配的である。

中性子の総数（中性子ヒストリー）は、これら4つの計算体系のそれぞれについて、いわゆる中性子ヒストリーを10M（=10000中性子×1000バッチ）とした。*KENO*コードでNCA臨界実験体系の計算を実行する場合、3次元計算を実施し、それぞれの実験体系について中性子実効増倍率（*keff*）を得た。PWR17×17型燃料集合体の場合は、2次元計算を実施して中性子無限増倍率（*k-inf*）を得た。ここでは計算プロセスを単純にするために、原子数密度についての誤差 / 不確かさは無視した。

言うまでもなく、計算値自体は*SCALE*システムの特長およびエネルギー44群構造の断面ライブラリの特長や品質に依存する。

### 3.4 解析結果

モンテカルロ・コード*KENO*の計算結果をTable 3-2に示す。以下、NCA PWR 模擬臨界実験と目的体系にケース番号を与える。ケース1は冷温時模擬のNCA炉心体系（Fig. 2-6）をケース1とする。通常のポリスチレン・ブロックを炉心に装荷したNCA炉心体系

(Fig. 2-7) をケース 2 とする。ホウ素を添加したポリスチレン・ブロックを炉心に装荷した NCA 炉心体系をケース 3 (Fig. 2-8) とする。ケース 4 は目的体系である PWR 17×17 型燃料集合体についてである。NCA 臨界実験の臨界についての測定値の不確かさを Table 3-3 に示す。東芝臨界実験装置 NCA は、炉心タンクの水位の調整によって臨界を達成する。本研究では、臨界実験の不確かさを実験 (= 臨界水位) 再現性に関してのみ考慮した。NCA では通常、同じ炉心配置 (体系) に関して臨界水位の再現性は非常に良い。NCA 臨界実験の不確かさは 0.00010 (=10 pcm) (1σ) 以下と推定される。

最初に線型結合係数を求める計算で使用する行列を準備するため、行列成分  $S_i^T W S_j$  の値を *TSUNAMI* システムを使用して計算した。計算結果を Table 3-4 に示す。

次に (2.29)式を用いるために、以下の式を計算する：

$$(E_p^i)^2 = \left\{ \left( R_C^i / R_E^i \right) - 1 \right\}^2 \quad (i=1,2,\dots,n), \quad n: \text{実験の数} \quad (3.1)$$

このとき『計算手法に基づく相対誤差』、『測定に基づく相対誤差』を除いて評価する。

モンテカルロ計算をこの NCA PWR 臨界実験の計算のために用いたので、『計算手法に基づく相対誤差』は無視できると考えることができる。さらに、東芝臨界実験装置 NCA では慎重な実験準備がなされ、実験時には注意深く臨界水位の測定が行なわれており、今回の計算にその実験結果を利用することが適切であると考えられるので、『測定に基づく相対誤差』についても非常に小さいと考えることができる。先に述べたように計算では、(NCA の臨界実験の不確かさ) は経験的に ±10 pcm (およそ 1.4¢) としている。その値は統計的な不確かさで見做して、この値は(3.1)式には考慮しなかった。

従って、以下の計算では、NCA 実験の不確かさは明示的に扱わず、誤差の伝播法則に従って扱った。さらに、モンテカルロ計算の統計誤差 (不確かさ) の数学的な操作は(2.29)式を介して(2.50)式に基づいて導いた。これらの計算手続きの詳細な説明は、次の 3.5 の後半に示す。

### 3.5. 中性子無限増倍率の補正結果と考察

PWR17×17 型燃料集合体（ケース 4）を、目的体系（ターゲット・システム）とする。3 つの NCA PWR 模擬臨界実験を使用して、中性子無限増倍率（ $k_{\text{inf}}$ ）を補正する計算を実施した。この補正計算は以下の 3 通りの処理方法を用いて実施した。

- (i) の補正方法はケース 1、ケース 2、およびケース 3 を単独で用いて補正を行った場合（補正計算 3 例）
- (ii) の補正方法はケース 1 からケース 3 のうちの 2 つを組み合わせで補正した場合（補正計算 3 例）
- (iii) の補正方法は、ケース 1 からケース 3 の全て、すなわち 3 つのケースを組み合わせで補正を行った場合（補正計算 1 例）

従って、計算の場合の数（パターン数）の合計は 7 である。新しく計算された代表性因子の値を Table 3-5 に示す。新しい代表性因子を得た後に、パターン 7 について 2 乗差比率（Squared Difference Ratio ( $SDR$ )) と信頼性補正因子（Reliability Correction Factor ( $RCF$ )) の値を Table 3-6 に示す。そして 7 種類の補正した中性子無限増倍率（ $k_{\text{inf}}$ ）とその時の信頼性補正因子（Reliability Correction Factor ( $RCF$ )) を Table 3-7 に示す。（これらの表では  $RF$  は代表性因子を表し、 $RCF$  は信頼性補正因子を表す）。さらに、これらの補正された中性子無限増倍率( $k_{\text{inf}}$ )を Fig. 3-2 に示し比較した。ここでパターン 6 の補正された中性子無限増倍率( $k_{\text{inf}}$ ) とパターン 7 のそれが、他のパターンより大きな値を示しており互いに良く一致していることが容易に観察される。物理的考察からこれらの結果は以下のように説明することができる。

ケース 1 は、目的体系（ターゲット・システム）であるケース 4（PWR 17×17 型燃料集合体）にとってはそれほど重要な実験ではなかった。最大の理由は H/U 比の値が異なることである。ケース 3 はケース 4 に対して非常によい模擬実験であった。しかしながら、PWR

17×17 型燃料集合体の模擬のためには、この NCA 炉心配置の中にいくつか適切でない領域や物質が存在する。まずドライバー領域 (H/U の値が異なる領域)、NCA 炉心に装荷されたポリスチレン・ブロック中の炭素、更に 4 本のステンレス製のタイロッドなどがそれらの例である。

目的体系 (ケース 4) に対する臨界実験の模擬性を向上させる、即ち代表性因子の値を増加させるために、ケース 3 の NCA 臨界実験からこれらの望ましくない領域や物質を消去することを考える。ケース 2 の NCA 臨界実験はドライバー領域、炉心中央にポリスチレン・ブロック (の中の炭素)、4 本のステンレス製のタイロッドを有しているので、このような影響を取り除く目的のためにケース 3 からケース 2 を引くことは合理的で理解できる。一方、ケース 1 は目的体系であるケース 4 を模擬する場合はそれほど重要でなく、殆ど無視できると考えられる。

パターン 6 では十分に 1 に近付いた非常に好ましい代表性因子と、修正された中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) が示されている。

PWR 模擬実験ケース 3 から PWR 模擬実験ケース 2 を引くことによって、目的体系 (ケース 4) には好ましくないドライバー地域、ポリスチレン・ブロック中の炭素、4 本のステンレス製のタイロッドの影響を減少させることができたと考えられる。これが、NCA 臨界実験を組み合わせ得られた代表性因子の値が 2 番目に大きい理由と考えられる。本研究で提案した新しい計算手法を適用した結果、2 つの NCA 臨界実験(ケース 2 およびケース 3)の組み合わせの結果、新しい代表性因子が再計算されて、0.9267 となっている。

パターン 7 はパターン 6 と整合している。理由はパターン 7 にはケース 1 が加わっているが、ケース 1 は目的体系 (ターゲット・システム) のケース 4 に対して重要度は小さいので、ケース 1 が加わっても計算結果には大きな変化が生じなかったと考えられる。ただしケース 1 を加えたことによって、より細かい調整が可能となっており、パターン 7 の代表性因子は 0.9383 と 7 つのパターン中で最も大きな値を示す。

既に第 2 章で示したように[6]、パターン 6 で得られた代表性因子も、Table 3-4 に示される値を用いてガンディーニ(Gandini)が提案した式によって以下のように計算することができる[7]：

$$(A \text{ new Representativity factor})^2 = \frac{1}{1-R_{12}^2} (R_{E1}^2 + R_{E2}^2 - 2 R_{E1} R_{E2} R_{12})$$

$$= \frac{1}{1-0.99981^2} (0.90760^2 + 0.91111^2 - 2 \times 0.90760 \times 0.91111 \times 0.99981) = 0.92673^2$$

(3.2)

このようにガンディーニの式に基づいて処理した結果は 0.92673 となり、提案した計算手法で得られた値と等しい。この一致は 2 章で示した一致と同様のものである。

一方、パターン 7 の代表性因子 0.9383 も極めて 0.9267 に近い値になっている。補正された中性子無限増倍率 (k-inf) の値がパターン 6 とパターン 7 とで良く一致していることに加え、このことは、3 つの NCA 臨界実験を組み合わせ得られた結果に対しての妥当性を示していると考えられる。

ここまでの結果を整理すると、次のような知見を述べることができる：

- i) Table 3-7 においては、3 つの NCA 臨界実験を組み合わせの場合 (パターン 7) に代表性因子の値が最大になっている。この場合については、修正された中性子無限増倍率(k-inf) は 1.37069 となった。
- ii) 代表性因子の値は、利用した NCA 臨界実験の数が増えるにしたがって増加した。
- iii) パターン 7 の結果は、この場合、代表性因子が最大値を示したので、最も推奨可能なものであるように見える。一方、パターン 6 に関しても、2 つの適切な NCA 臨界実験の組み合わせ (ケース 2 とケース 3) が同様の結果を示している。すなわち NCA 臨界実験の組み合わせの数のみではなくて、組み合わせの質も修正にとって非常に重要であること

が理解される。

- iv) 線型結合係数  $\alpha$  の値は必ずしも正の値だけではなく加えて NCA 臨界実験 3 つを全て組み合わせた場合では  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  と  $\alpha_3$  の値はそれぞれが等しい配分である  $1/3$  にはならず、むしろ各線型結合係数  $\alpha$  の値は各実験の重要性を適切に表わすように見える。
- v) 上記の ii) の知見については線型代数においてベクトルの考え方から明らかで、(線型従属でない) より多くのベクトルを組み合わせれば目標になるベクトルをより正しく近似できることと整合している。

臨界実験を実施する際には人間の労力と経済的なコストを含めて相当量の資源が常に必要とされる。よって実施する臨界実験の数や実験の内容については深く検討する必要があり、臨界実験は十分に計画されたものでなければならない。そこでこれまでの議論を通じて、目的体系 (ターゲットシステム) のために模擬性の非常によい臨界実験を実施したい場合、意味のある臨界実験の 2 つあるいは 3 つの組み合わせが、全体の経済的並びに人的資源を節約するために合理的で推奨可能な方法であると想像される。換言すれば、1 つの実験は目的体系 (ターゲットシステム) に非常によい模擬実験であるべきで、また他の臨界実験は目的体系に対しての前者の不要な影響を排除するための補完実験として準備されるべきである。

歴史的にあるいは半経験的な知見から、目的体系 (ターゲットシステム) をよりよく理解する、あるいは模擬するために、実験の種類数を増加させることがしばしば推奨されている。Table 3-7 に示された結果はその半経験的な知見と良く整合している。すなわち代表性因子の値は組み合わせる臨界実験のケース数の増加に従って値が増加する。一方、(2.29) 式からは実験間の相関をできる限り無視できることがより実際的な計算になることを示している。計算結果の曖昧さを減少させるかあるいは除去するためには、(2.29) 式の右辺の第 2 項を消去できれば非常に好適である。これは実験が互いに独立であることが好ましい

ことを意味する。なぜならそのような場合、実験間の相関係数が十分に 0 に近い値になり第 2 項を消去できるか無視できる可能性があるためである。

(2.50)式の誤差伝播式に基づいて不確かさを慎重に計算した。その結果、不確かさは 0.00584 ( $1\sigma$ ) となった。補正した中性子無限増倍率の値と不確かさを Table 3-8、Table 3-9 に示す。またこの不確かさは以下の式に基づくことで大凡計算することができてそのとき値は 0.00600 ( $1\sigma$ ) となる。

$$\left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta x_T}{x_T}\right)_{\text{Calculation}}^2 + \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i \frac{\Delta x_i}{x_i}\right)_{\text{Calculation}}^2 + \sum_{j=1}^n \left(\alpha_j \frac{\Delta x_j}{x_j}\right)_{\text{Experiment}}^2 \quad (3.3)$$

この計算例では  $n = 3$  である。即ち適用した NCA 臨界実験の数は 3 であり、NCA 臨界実験の不確かさを 3 回重ね合わせた。(3.3)式では、 $T$  は目的体系 (ターゲットシステム) を示し、 $\alpha_i$  は線型結合係数を示す。不確かさの 3 倍、 $3\sigma$  の値は 0.01752 となり、この値は極めて大きい。このように不確かさの値が大きくなった理由については以下の 2 点が挙げられる。

i) 本章では 3 つの臨界実験ケースを組み合わせた。それによって、NCA 臨界実験の不確かさが 3 回分合計された。

ii) モンテカルロ計算に関しても同じ状況が観察される。計算の統計誤差が線型結合係数の大きな値  $-9.961$  や  $12.806$  を介して組み合わせ後の最終結果の不確かさの値を増加させる。本研究で提案された手法で数値を処理した場合、得られる値に対して不確かさが増加することは回避することができない。

しかしながら、計算の不確かさは殆どモンテカルロ計算の統計誤差から由来している。不確かさは、モンテカルロ計算の中性子の総数を増加させることにより減少できる場合がある。例えば、今回、例えば中性子総数を 40M として計算を実施した場合には、不確かさを 0.00348 ( $1\sigma$ ) にできる可能性がある。

以上の点から組み合わせた不確かさを著しく増加させないためには、2つあるいは3つの意味のある臨界実験の組み合わせがやはり非常に好ましいものと考えられる。

本章中の得られた結果はすべて合理的に説明できた。なお中性子無限増倍率の修正についての品質を確認するためには、他の異なる種類の計算方法の結果と比較することは意味があると考えられる。従って更に2つの比較計算を実施した。2つのうちの1つは、拡張バイアス因子方法のPE方法の結果と比較することである。この種の比較は、既に第2章で実施している。但し原論文ではPE法を中性子無限増倍率の補正に適用できるかどうかは明らかではない[8]。また組み合わせた臨界実験の数が2から3に増加している。よってこの計算は第2章とは異なっている。比較結果を付録7に示す。

もう一つの比較は、*ENDF/B-V238G* 計算によって得られた結果と比較することである。これまでのところ、NCA 臨界実験の中性子実効増倍率が 1.00000 とはならない原因は、44 群構造の *ENDF/B-V* の核データライブラリに含まれる不確かさに起因すると考えている。別の表現をすれば、1.37115 という値は、エネルギー44 群構造の *ENDF/B-V* の核データライブラリの値の修正によってもたらされると考えることができる。そのために、44 群構造の *ENDF/B-V* の核データライブラリをわずかに変更した場合に計算値に与える影響を評価することによって、1.37115 という値をその計算結果と比較することに意味があると考えられる。またこの場合の計算では感度係数ベクトル、共分散（誤差）行列を一切使用しないことが特徴であり、比較する意味がある。比較結果を付録8に示す。

本章の中で示された結果の全体に基づいて、本研究で提案された新しい計算方式は、中性子無限増倍率の修正に対して適用可能であると考えられる。

本研究ではここまで単に東芝臨界実験装置 NCA での3つの臨界実験を組み合わせる計算を実施してきたので、次の研究課題としては異なる臨界実験装置で実施した臨界実験の測

定結果を組み合わせ、様々な計算結果を比較・検討することと判断される。

### 3.6. 第3章の結論

第2章では臨界実験の測定結果を最も効果的に軽水炉の研究に利用できるように、新たな計算方法を『最良代表性因子』の考え方に基づいて導出した。まず臨界実験の測定結果の情報とその計算結果によって臨界実験の計算に含まれる計算誤差を評価する。次に感度係数と共分散行列を用いて、目的とする体系の設計計算の計算誤差や計算に含まれる計算誤差を予想する。第2章では計算手法の検証のために、本計算手法を中性子実効増倍率の補正に適用した。東芝臨界実験装置NCAの2つの臨界実験を組み合わせ、検証作業を実施した。

本章の目的は、計算手法の妥当性確認 (Validation) として中性子無限増倍率の補正への計算手法の適用可能性を明らかにすることである。計算手法の適用可能性を示すために、PWR 17×17型燃料集合体の中性子無限増倍率を補正した。東芝臨界実験装置 NCAの3つの臨界実験の測定結果を考慮した。また、SCALE 5.1 システムをNCA臨界実験の中性子実効増倍率、PWR 17×17型燃料集合体の中性子無限増倍率と感度係数を得るために利用した。これらの値を使用して中性子無限増倍率を補正した。NCA臨界実験を3つ組み合わせることで、代表性因子は臨界実験を1つおよび2つ組み合わせた場合よりも大きくなり、更に1に近い値となった。同時に中性子無限増倍率が補正された。全ての計算結果は合理的に比較され、NCAの臨界実験の異なる組み合わせに関して相互関係について物理的に説明された。本研究で提案した計算手法は中性子無限増倍率の補正への適用性の確認がなされ、軽水炉研究において中性子無限増倍率の補正に利用されることが期待される。

## 参考文献

- [1] T. Umano, T. Kikuchi, K. Yoshioka, I. Mitsuhashi, H. Kumanomido, S. Gunji, S. Sugahara, K. Hiraiwa and M. Ouisloumen: “Critical Experiments Simulating The Operating Conditions of PWRs in The Toshiba NCA Facility,” 2009 International Congress on Advances in Nuclear Power Plants (ICAPP'09) Tokyo, Japan, May 10-14, 2009, Paper 9251.
- [2] T. Umano, K. Yoshioka, M. Yamaoka and S. Sughara: “Development of a ”Best Representativity” Method for Measurement Data Analysis – Application to Critical Experiment Simulating PWR at the Toshiba NCA Facility,” PHYSOR 2010 – Advances in Reactor Physics to Power the Nuclear Renaissance Pittsburgh, Pennsylvania, USA, May 9-14, 2010 [CD-ROM].
- [3] T. Umano, K. Yoshioka, and T. Obara: “Development of a “best representativity” method for experimental data analysis and an application to the critical experiments at the Toshiba NCA facility,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 51**, No. 5, pp. 608-625 (2014).
- [4] B.T. Rearden, M. L. Williams, M. A. Jesse, D. E. Mueller and D. A. Wiarda: “Sensitivity and Uncertainty Analysis Capabilities and Data in SCALE,” *Nuclear Technology*, **Vol. 174**, No. 2, pp. 236-288 (May 2011).
- [5] SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation, ORNL/TM-2005/39, Version 5.1, Vols. I-III, November 2006. Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-732.

[6] SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation, ORNL/TM-2005/39, Version 6, Vols. I–III, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, January 2009. Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-750.

<http://scale.ornl.gov/> and <http://scale.ornl.gov/publications.shtml>

[7] A. Gandini, "Uncertainty Analysis and Experimental Data Transposition Methods in Uncertainty Analysis," Y. Ronen, Editor, CRC Press (1988).

[8] T. Kugo, T. Mori and T. Takeda: "Theoretical Study on New Bias Factor Methods to Effectively Use Critical Experiments for Improvement of Prediction Accuracy of Neutronics Characteristics," *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 44**, No. 12, pp. 1509-1517 (2007).

**Table 3-1. Comparisons of physical properties**

Item	NCA	PWR 17 × 17
Fuel pitch	1.52 cm	1.26 cm
Uranium enrichment	4.9 wt%	4.8 wt%
Fuel pellet diameter	~ 1 cm	~ 0.82 cm
Cladding diameter	~ 1.2 cm	~ 0.95 cm
Polystyrene hole diameter	~ 1.23 cm	—
Fuel pellet temperature	293.15 K	900 K
Cladding temperature	293.15 K	600 K
Moderator temperature	293.15 K	583.15 K
Boron concentration	500 ppm in polystyrene	500 ppm in moderator
H / U ( Fuel cell )	~ 3.3	~ 3.3
U / B ( Fuel cell )	~ 720	~ 720

**Table 3-2. Calculation result for each configuration**

No.	Name		Effective water height	Calculation result: Neutron multiplication factor		
1	NCA PWR configuration	Cold condition simulation	~ 80 cm	0.99641	±	0.00026
2	NCA PWR configuration	Hot condition simulation	~ 140 cm	0.99643	±	0.00026
3	NCA PWR configuration	Hot condition + Boron 500 ppm	~ 130 cm	0.99633	±	0.00024
4	PWR 17X17 fuel assembly	Hot operating condition	—	1.36309	±	0.00017

**Table 3-3. NCA experiment value for criticality**

Name	Measurement result: Uncertainty
NCA Experiment	1.00000 ± 0.00010

± Uncertainty (1  $\sigma$ )

**Table 3-4.  $S_i^T W S_j$  value for each relationship**

(Unit:  $\times 10^{-4}$ )

	j = 1	2	3	4
i = 1	0.78535	0.78255	0.77725	0.79042
2	0.78255	0.78872	0.78315	0.80805
3	0.77725	0.78315	0.77792	0.80560
4	0.79042	0.80805	0.80560	1.00500

RF 1→4                      0.8897

RF 2→4                      0.9076

RF 3→4                      0.9111

COR 1→2                    0.9943

COR 2→3                    0.9998

COR 1→3                    0.9944

RF: representativity factor; COR: correlation factor.

**Table 3-5. Comparison of representativity factors**

Pattern	Combination			LC Coefficient			New RF
	case 1	case 2	case 3	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	
1	○	—	—	1.131	—	—	<b>0.8897</b>
2	—	○	—	—	1.129	—	<b>0.9076</b>
3	—	—	○	—	—	1.137	<b>0.9111</b>
4	○	○	—	-1.385	2.493	—	<b>0.9154</b>
6	○	—	○	-1.788	—	2.907	<b>0.9241</b>
5	—	○	○	—	-10.499	11.687	<b>0.9267</b>
7	○	○	○	-1.676	-9.961	12.806	<b>0.9383</b>

Case 1 : the NCA core configuration of a cold condition simulation.

Case 2 : the NCA core configuration with a normal polystyrene block.

Case 3 : the NCA core configuration with a polystyrene block containing boron.

**Table 3-6. The representativity factor ( $RF$ ), the squared difference ratio ( $SDR$ ) and the reliability correction factor ( $RCF$ ) of pattern 7**

No.	Name	value
1	Represtativity factor	0.9383
2	Squared difference ratio	0.123
3	Reliability correction factor	1.060

**Table 3-7. Corrected k-infinity and representativity factor**

Pattern	Combination			LC Coefficient			New RF	RCF	Corrected k-inf	
	case 1	case 2	case 3	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$			Without RCF	With RCF
0	—	—	—	—	—	—	—	—	1.36309	—
1	○	—	—	1.131	—	—	<b>0.8897</b>	<b>1.105</b>	<b>1.36865</b>	<b>1.36923</b>
2	—	○	—	—	1.129	—	<b>0.9076</b>	<b>1.088</b>	<b>1.36861</b>	<b>1.36910</b>
3	—	—	○	—	—	1.137	<b>0.9111</b>	<b>1.085</b>	<b>1.36880</b>	<b>1.36929</b>
4	○	○	—	-1.385	2.493	—	<b>0.9154</b>	<b>1.081</b>	<b>1.36855</b>	<b>1.36900</b>
6	○	—	○	-1.788	—	2.907	<b>0.9241</b>	<b>1.073</b>	<b>1.36903</b>	<b>1.36947</b>
5	—	○	○	—	-10.499	11.687	<b>0.9267</b>	<b>1.071</b>	<b>1.37058</b>	<b>1.37112</b>
7	○	○	○	-1.676	-9.961	12.806	<b>0.9383</b>	<b>1.060</b>	<b>1.37069</b>	<b>1.37115</b>

Case 1 : the NCA core configuration of a cold condition simulation.

Case 2 : the NCA core configuration with a normal polystyrene block.

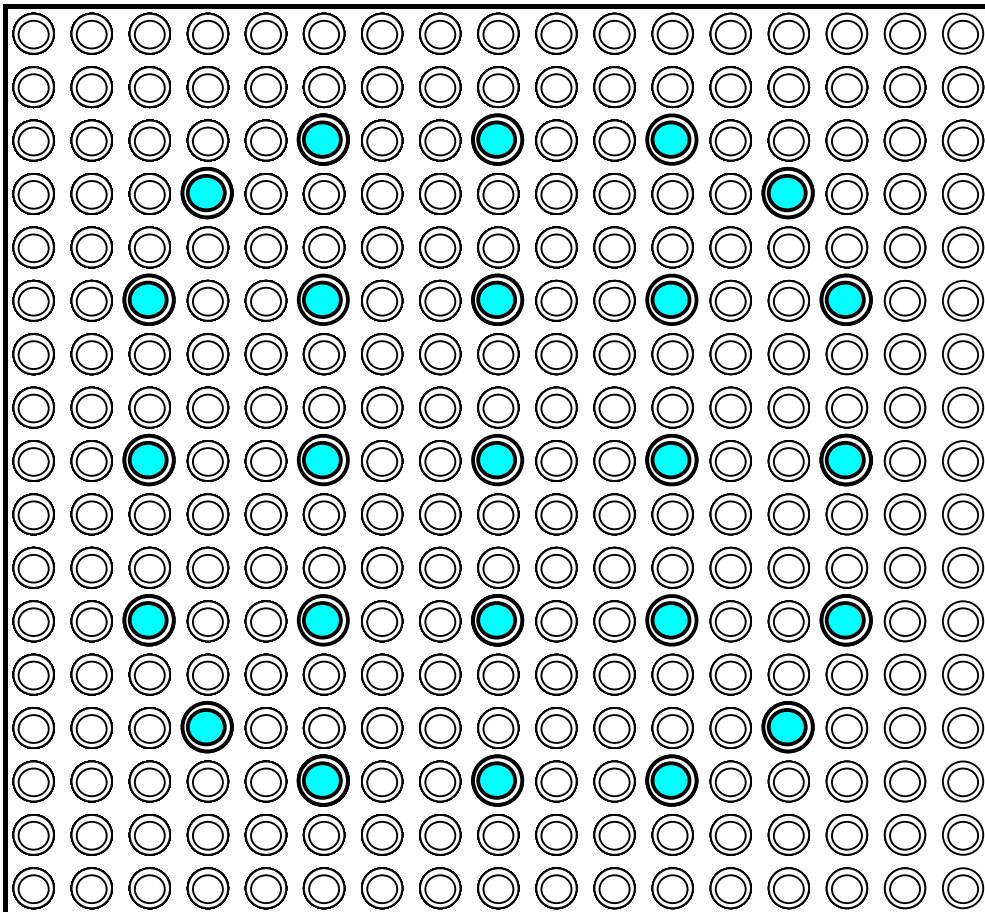
Case 3 : the NCA core configuration with a polystyrene block containing boron.

Table 3-8. Corrected k-infinity value

Pattern	Name		Corrected infinite neutron multiplication factor
7	PWR 17X17 fuel assembly	Hot condition (Boron: 500ppm)	1.37069 ± 0.00584

**Table 3-9. Corrected k-infinity value with RCF**

Pattern	Name		Corrected infinite neutron multiplication factor
7	PWR 17X17 fuel assembly	Hot condition (Boron: 500ppm)	1.37115 ± 0.00584



Fuel rod pitch is 1.26 cm. Colored areas are control rod guide thimbles.

**Fig. 3-1. PWR  $17 \times 17$  fuel assembly (Target system)**  
The assembly average enrichment is 4.8 wt%. The calculation was performed without control rods and under hot operating conditions.

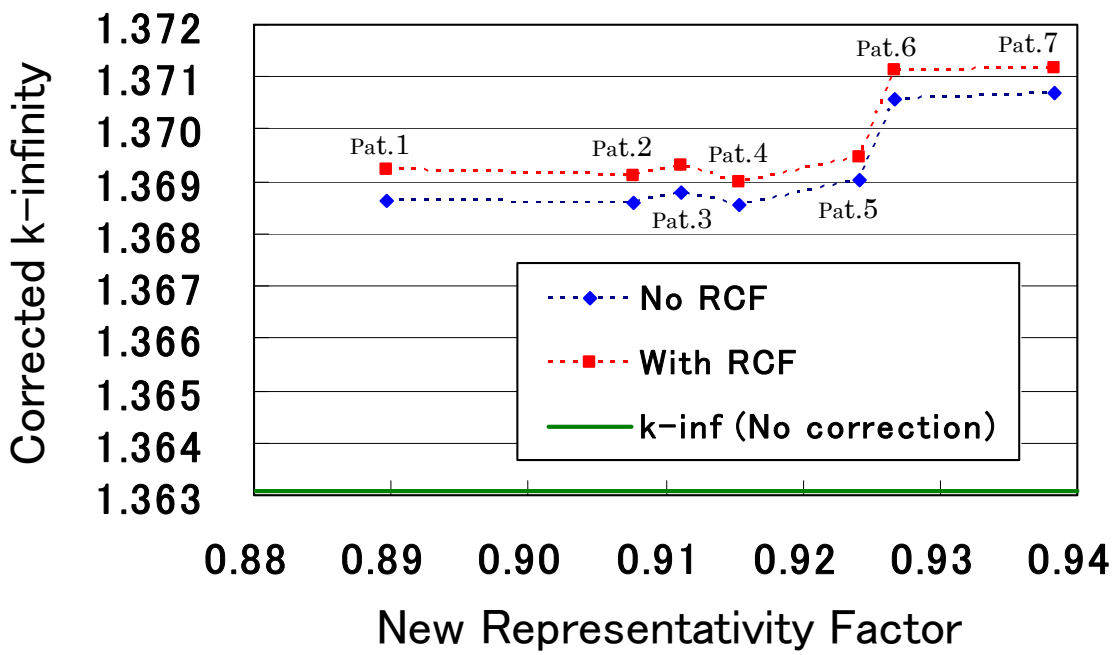


Fig. 3-2. Calculation results of corrected k-infinity and representativity factor

## 第4章 $^{235}\text{U}$ 平均濃縮度 6wt% のPWR 17×17 型燃料集合体の 中性子無限増倍率の補正への計算手法の適用

### 4.1. 緒言

これまでの章では、本研究で提案した計算手法と中性子無限増倍率への適用性を検証してきた。本章では、提案した計算手法が将来の軽水炉燃料にも適用できることを示す。

将来の軽水炉燃料の一つとして、 $^{235}\text{U}$ 濃縮度 5wt%を超える燃料（5wt%超燃料）が提案されている [1] [2]。5wt%超燃料は燃料サイクルコストの低減、使用済み燃料の総量の低減に有効であるが、臨界安全設計や炉心設計の根拠となるデータや規制規準が不足している。5wt%超燃料の臨界実験による設計精度の検証は重要な課題の一つであるが、主要な軽水炉である BWR や PWR を模擬した  $\text{UO}_2$  棒状燃料データがなく、炉心特性検証のための臨界実験データがない。また、現在、5wt%超燃料の臨界実験を実施できる装置がない。そこで、本章では、本研究で提案した計算手法を用いて、既存の臨界実験データの組み合わせにより、5wt% 超燃料の設計精度検証を行う。PWR 17×17 型燃料集合体 ( $^{235}\text{U}$ 濃縮度 6wt%+24Gd) を目的体系とし、異なる臨界実験装置での 4 種類の臨界実験を組み合わせ代表性因子を改善し、中性子無限増倍率の補正を行う。

本章での計算は、*SCALE 6.1.2* システムを利用して実施した。更に、計算の不確かさを低減するために、モンテカルロ計算の中性子ヒストリー数を増加した。

4.2 では、目的体系である PWR 17×17 型燃料集合体と 4 種類の臨界実験について説明する。4.3、4.4 で計算コードと計算手順を示し、4.5 で得られた結果について考察し、4.6 で結論を述べる。

## 4.2. 解析体系及び解析条件

Fig. 4-1 に示すように、PWR17×17 型燃料集合体を、目的体系（ターゲットシステム）として選んだ。この PWR17×17 型燃料集合体では、燃料ペレットの  $^{235}\text{U}$  濃縮度を 6.0wt% と仮定し、この燃料集合体の過剰反応度を緩和するために 24 本の  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒を採用している。また  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒（Gd 棒）については  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  棒の濃度を 10wt% とした。減速材中のホウ酸の濃度は 500ppm に設定し、PWR 炉心の運転条件を仮定した。

この種の高い  $^{235}\text{U}$  濃縮度の燃料集合体については、燃料集合体の反応度のクレジットとして燃料ペレット中に非常に少量の中性子吸収材を混合することが既に提案されている [3][4]。この考えは従来の燃料組立て施設の臨界安全性を担保・維持するために提供されたものである。従って現実的な考え方では、燃料ペレット中のそのような種類の物質を考慮して計算するべきである。しかしながら、本研究では、研究をより簡単にするためにこれらの物質を無視する。また通常、これらの中性子吸収体は原子炉の運転を開始した後、短い期間に中性子との反応でほぼ消滅する物質でもある。

さらに最も興味深い内容として、このような中性子吸収材が存在しない状態での燃料集合体の中性子無限増倍率 ( $k\text{-inf}$ ) の正確な値を知ることであると考えられる。

この PWR 17×17 型燃料集合体には 3 つの明らかな特徴がある。第一は PWR 17×17 型燃料集合体としての一般的特徴である。第二は  $^{235}\text{U}$  濃縮度が 6.0wt% であること、第三は  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒（Gd 棒）が使用されていることである。この PWR 17×17 型燃料集合体のために適切なシミュレーションを行うためには、これらの 3 つの特徴が満たされなければならない。よって最初に PWR 炉心の運転条件を模擬する。運転状態での水素対ウラン原子数密度比 (H/U 比) の模擬およびホウ酸の濃度の模擬が共に重要である。次に  $^{235}\text{U}$  濃縮度を模擬する。 $^{235}\text{U}$  濃縮度 6.0wt% 燃料を用いた臨界実験が基本的に必要となる。第三は  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒（Gd 棒）を含む臨界実験を用いることである。従って、異なる臨界

実験を組み合わせることを考慮した[5]。

PWR の炉心条件に関しては、東芝臨界実験装置 NCA で実施した PWR 模擬臨界実験を利用することができる。しかしながら NCA では、 $^{235}\text{U}$  濃縮度 6.0wt% の燃料を所有していない。更に既に説明した NCA PWR 模擬臨界実験においては、 $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒 (Gd 棒) は利用されていない。

従って、本章でのシミュレーションを適切にするために、全体で 4 つの異なる臨界実験の結果を準備した。まず既に前章までに利用されている 2 つの NCA PWR 模擬臨界実験を再度利用する。Fig. 2-7 および Fig. 2-8 に、NCA PWR 模擬臨界実験の炉心配置図を示す。 $^{235}\text{U}$  濃縮度 6.0wt% 燃料については、ロシアの臨界実験装置 SF-9 で実施された VVER の臨界実験のデータを ICSBEP 2010 (ICSBEP : International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project 国際臨界安全ベンチマーク評価プロジェクト) データディスクから取り出した[6]。

この臨界実験の報告書中のコード番号 (認識番号) は LEU-COMP-THERM-085 であった。この臨界実験では、 $^{235}\text{U}$  濃縮度 6.5wt% の燃料が用いられた。Fig. 4-2 には VVER の臨界実験の 7 番目の臨界実験 (Map 7) について 1/6 の炉心配置図を示す。容易に認識されるとおり、この炉心形状は六角格子配列であった。

さらに、4 本の  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒 (Gd 棒) が臨界実験に採用された、ブラジルで実施された IPEN/MB-01 臨界実験を適用した[7]。この臨界実験の報告書中のコード番号 (認識番号) は LEU-COMP-THERM-054 であった。Fig. 4-3 は、IPEN/MB-01 臨界実験のケース 01 の炉心配置を示す。この実験では、炉心内に 4 本の 4 本の  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒 (Gd 棒) が挿入されている。なお  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  の濃度は 10wt% ではなく 6.5wt% であった。この濃度の差は本章での模擬計算において本質的な差ではない。しかしながらこの違いは将来の研究において解決されるべき点である。

これらの4つの臨界実験の物理的特性を確認するために、4種類の臨界実験の実験条件とPWR17×17型燃料集合体 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 6wt%+24  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒) の運転条件の間で物理量を比較した。比較の結果を Table 4-1 に示す。この表から容易に、最大の相違点は温度条件であることが認められる。PWR の運転状態では、PWR 炉心タンク内の軽水減速材 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) は、高圧 ( $\sim 15.8$  MPa) でかつ高温 ( $\sim 580$  K) 条件である。一方、通常の臨界実験装置で炉心の高温状態を実現することは非常に困難である。しかし Table 4-1 で臨界実験と目的体系 (ターゲットシステム) の間で物理量を比較した結果、(水素対ウラン原子数密度比)  $\text{H}/\text{U}$  比については、IPEN/MB-01 の臨界実験を除いて、他の3つの臨界実験と目的体系 (ターゲットシステム) の間で  $\text{H}/\text{U}$  比の良い一致が認められる。

#### 4.3. 解析に用いた計算コードの概要

本研究で提案した計算手法を上記の4つの臨界実験に適用して、PWR17×17型燃料集合体の中性子無限増倍率 ( $k\text{-inf}$ ) を補正した。

以下の計算は、*SCALE* システム内のモジュールである *TSUNAMI* システム、及び核データファイル *ENDF/B-VII.0* のエネルギー群 238 群の断面積ライブラリを含んだ、より新しい *SCALE 6.1.2* システム[8] の枠組みで実行・処理した。この章の目的は、提案した計算手法の中性子無限増倍率への計算の適用可能性と実現可能性を示すことである。但し PWR 燃料集合体の中性子無限増倍率の真値を示すことを約束するものではない。言うまでもなく、計算自体の品質は *SCALE* システムの特性および (エネルギー群) 238 群断面積ライブラリの特性に依存するからである。

4つの臨界実験の炉心体系と PWR17×17型燃料集合体の各々について、*KENO* コードと *ENDF/B-VII.0* の (エネルギー) 238 群の断面積ライブラリを使用してモンテカルロ計算を実施した。これら4つの炉心体系それぞれについては、全中性子数いわゆる中性子ヒストリーを 30M として計算した (=30000 中性子数 ×1000 バッチ)。 *KENO* コードで臨

炉実験の炉心体系の計算を実行する場合、幾何形状は 3 次元計算を実施し、中性子実効増倍率 ( $k_{eff}$ ) をそれぞれの臨界実験について求めた。一方、PWR17×17 型燃料集合体の計算については、燃料集合体を無限格子の幾何形状として実施した。従って中性子無限増倍率 ( $k_{inf}$ ) が得られた。

#### 4.4. 解析結果

モンテカルロコード *KENO* の計算結果を Table 4-2 に示す。臨界実験装置 SF-9 の VVER 臨界実験の場合を除いて、他の 3 つの炉心形状の中性子実効増倍率 ( $k_{eff}$ ) の値は好ましい一致を示している。4 つの臨界実験の臨界点の測定値と臨界実験の不確かさの値を Table 4-3 に示す。3 つの臨界実験に関して中性子実効増倍率 ( $k_{eff}$ ) の値は、既に非常に 1 に近い値になっている。一般に数値群についてこのように測定値との良い一致を認める場合、我々は計算の品質は既に十分良いと考える。従ってこのような場合、通常我々は (計算の品質は既に十分であるから)、目的体系 (ターゲットシステム) の計算値を補正しようと思わない。けれどもこの議論には代表性因子についての考察 (目的体系に対する臨界実験の類似性や代表性) は含まれていないことに注意すべきである。

以下、ケース番号を次のように設定する。ケース 1 は炉心中央に通常のポリスチレン・ブロックを装荷した NCA 炉心体系とする。ケース 2 は、炉心にホウ素を添加したポリスチレン・ブロックを装荷した NCA 炉心体系である。ケース 3 は VVER 臨界実験の炉心体系である。ケース 4 は IPEN/MB-01 炉心体系である。従って、ケース 5 は目的体系 (ターゲットシステム) の PWR 17×17 燃料集合体を指す。

最初に、計算手法で示された方程式を解くために方程式に必要な行列を準備する。それぞれの  $S_i^T W S_j$  の値は *TSUNAMI* システムを用いて計算した。計算結果を Table 4-4 に示す。これら  $S_i^T W S_j$  の値を組み合わせることで、個々の単一の炉心体系と目的体系との代表性因子、及び相関係数 (ケース  $i$  とケース  $j$  の間の相関性) を計算することができる。これらの計算結果についても Table 4-4 に示す。残念ながら、臨界実験体系の単独ケ

ースの場合、目的体系との間の代表性因子の値で十分満足できる値は見出せなかった。

#### 4.5. 中性子無限増倍率の補正結果と考察

ケース 5(PWR 17×17 型燃料集合体)が目的体系(ターゲットシステム)に選ばれている。この燃料集合体の中性子無限増倍率( $k_{\infty}$ )を補正するために、ケース 1 からケース 4 まで 4 つの臨界実験を全て利用して補正計算を実施した。新しい代表性因子の値を得た後に、中性子無限増倍率 ( $k_{\infty}$ ) の値の補正を実施した。Table 4-5 に新しい代表性因子の値、及び補正された中性子無限増倍率 ( $k_{\infty}$ ) を示す。この表では、 $RF$  は代表性因子を表わし、 $RCF$  は信頼度補正因子を表わす。この表では代表性因子の値が 0.48 から 0.82 に変化して代表因子の値の望ましい増加が観察される。

物理的な考察に基づいて、これらの結果について次のように説明することができる。水素対ウラン原子数密度比 (H/U 値) 及びホウ素濃度を考慮すると、ケース 2 は、ケース 5 の良い模擬実験であったが、この PWR17×17 型燃料集合体の模擬としては、この臨界実験の炉心体系においていくつかの望ましくない領域および材料が残っていた。NCA 炉心体系内のドライバー領域、または 4 本のステンレス製タイロッド及びポリスチレン・ブロック中の炭素が望ましくないものの例である。

模擬性を高めるため、すなわち代表性因子を大きくするためには、NCA の臨界実験から好ましくない効果の排除を考えることが自然である。ケース 1 は、炉心体系にドライバー領域があり炉心中央のポリスチレン・ブロックの中には、4 本のステンレス製タイロッド及び炭素を有していたので、好ましくない効果の排除の目的のために、ケース 2 からケース 1 の効果を差し引くことは非常に合理的といえる。Table 4-5 に示すように、線型結合係数 (LC 係数) はそれぞれケース 1 について -14.296、ケース 2 について 15.601、ケース 3 について -0.414、及びケース 4 について -0.102 であった。このために線型結合係数： $\alpha_1 + \alpha_2 = -14.296 + 15.601 = 1.305$  として NCA PWR 模擬実験のケース 2 から NCA

PWR 模擬実験のケース 1 を差し引きすることで、ドライバー領域、ポリスチレン・ブロック内の、4 本のステンレス製タイロッドと炭素の影響を減少させているように見える。このことが組み合わせた後に代表性因子が大きくなり、代表性因子の値が 1 に近づいた理由として考えることができる。

なお今回の VVER ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 6.5wt% の燃料の臨界実験) の線型結合係数  $-0.414$  の値から判断すると、 $^{235}\text{U}$  濃縮度の増加自体は、目的体系 (ターゲットシステム) の中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) を補正する場合について最も重要な内容ではないことが判った。

本研究で提案した計算手法を適用し 4 つの臨界実験を全て組み合わせた後に、新たな代表性因子が再計算され  $0.8212$  となり、中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) の値が補正され  $1.16363$  となった。

本研究で提案した計算手法は、最初に計算したときに既に 4 つの臨界実験の中性子実効増倍率 ( $k_{\text{eff}}$ ) の値が既に 1 に非常に近い値であったにもかかわらず、目的体系 (ターゲットシステム) の中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) に関して特定の増加 ( $0.00321 = 1.16363 - 1.16042$ ) が示された。これは興味深い点である。中性子無限増倍率の増加は、代表性因子の増加に対応してもたらされた可能性がある。

また、ここでも拡張バイアス因子法の PE 法による補正演算を行った[9]。既に述べたように PE 法では中性子無限増倍率の補正が可能かどうかの議論は原論文中には示されていないが、ここでは  $n = 4$  の場合の計算となる。PE 法の計算結果は  $1.16410$  であった。本研究で得た値  $1.16363$  とこの計算値は良好な一致を示し、二つの値の相対差は  $0.040\% \Delta k/k$  であった。

目的体系 (ターゲットシステム) の無限増倍率の補正を処理した後、不確かさの処理も必要である。そこで Table 4-2、Table 4-3 及び Table 4-4 に基づいて(2.50)式の誤差伝播法則

を用いて、無限増倍率の総合的な不確かさの値を慎重に計算処理した。その結果、不確かさ  $0.00395 (1\sigma)$  となった。さらに、この不確かさは以下の式によっておおよそ計算することができる。その結果も  $0.00397 (1\sigma)$  であった。これら 2 つの値が良好な一致を示すことは好ましいことである。

$$\left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta x_T}{x_T}\right)^2_{\text{Calculation}} + \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i \frac{\Delta x_i}{x_i}\right)^2_{\text{Calculation}} + \sum_{j=1}^n \left(\alpha_j \frac{\Delta x_j}{x_j}\right)^2_{\text{Experiment}} \quad (4.1)$$

今回の計算例では  $n = 4$  で、適用した臨界実験の数は 4 であったため、まず、臨界実験の不確かさが 4 回加わる。(5.1) 式では、 $T$  はターゲット・システムを示し、 $\alpha_i$  は線型結合係数を示す。また  $n = 4$  であり 4 つの臨界実験の計算結果の不確かさも考慮される。その結果、 $3\sigma$  の不確かさの値が  $0.01185$  になった。この値は小さくはない。処理された不確かさの値については、以下の 2 つの事実に基づいて説明される。

(1) 4 つの臨界実験ケースを組み合わせた。これは、実験の不確かさの増加を引き起こした。

(2) モンテカルロ法の統計的不確かさも線型結合の大きな値  $-14.296$  や  $15.601$  のような大きな線型結合係数を乗じることによって、これらはまた、全体的な不確かさの増加を引き起こしている。

モンテカルロ計算では、計算の不確かさは統計誤差のみを扱っている。従って計算の不確かさは、モンテカルロ計算における全中性子数を増加させることによって減少できると考えられる。しかしながら、今回の場合、全中性子数（中性子ヒストリー）を  $100M$  にして不確かさの合計を試算しても、最終的な不確かさは  $0.00219 (1\sigma)$  となるだけである。不確かさは、Table 4-3 に示される VVER 臨界実験に伴っている不確かさのために（臨界実験の不確かさは実験後に減らすことができないので）大幅な減少が期待できない。

更に、ここでは再び  $1.16363$  の値がケース 5（目的体系：ターゲットシステム）の中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) の真値とは言えないことに留意すべきである。しかしながらこの補

正計算は意味があったと考えられる。その理由として本章で実施した計算は *ENDF/B-VII.0* エネルギー238 群断面積ライブラリの誤差を縮小させたと考えられる。

一方、代表性因子の値の適切な増加と中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) のある程度の値の増加 (0.00321) を観察しても、もとの中性子無限増倍率 ( $k_{\text{inf}}$ ) の値 16042 の値は始めから既に、十分な品質であったと認めることができると考えられる。言いかえれば、補正された値と比較することによって、1.16042 という値の品質がどの程度十分か判断することができたと言える。

以上の考察に基づいて、本研究で提案した計算手法は産業分野で使用されることが有益であること判断される。

#### 4.6. 第4章の結論

実際の原子炉の運転条件あるいは実際の原子炉設備と臨界実験の類似点や模擬性を判断するために、近年「代表性因子」の概念が、FBR（高速増殖炉）および将来炉の研究のために提案されている。そこで、臨界実験の測定結果を最も有効に巧みに利用するために、本研究において新しい計算手法を『最良代表性因子』の概念に基づいて提案した。この計算手法によって、目標とする原子炉条件に対する臨界実験の代表性を改善するだけでなく臨界実験で得られた測定値の情報を結合することで目的体系（ターゲットシステム）の着目する物理量についてより信頼できる値を評価することが可能となる。

本章では、産業分野への計算手法の適用性を実証するために、計算例として将来の PWR 17×17 型燃料集合体 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 6wt%+24  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒) を目的体系（ターゲットシステム）として選んだ。着目する物理量としては、中性子無限増倍率を考慮した。計算手法を用いて、4 つの臨界実験を組み合わせることでこの将来の PWR 燃料集合体の計算に適用した。

全体の計算手続きについては、*SCALE 6.1.2* システムと *ENDF/B-VII.0* エネルギー群 238 群断面積ライブラリを共に利用した。4 つの臨界実験を組み合わせによって代表性因

子の値の改善が観察された。同時に、この将来の PWR 燃料集合体の中性子増倍率の補正が実現された。これらの計算について、臨界実験について物理的意味および実験間の関係に基づいた説明がなされた。得られた結果は物理的に理解できるものであった。

従って本計算手法は産業分野において適用可能であると結論付けられる。

## 参考文献

- [1] 原子力立国計画 経済産業省 資源エネルギー庁 平成 18 年 8 月
- [2] 世界標準を獲得しうる次世代軽水炉の開発について 経済産業省 平成 19 年 9 月 12 日
- [3] M. Yamasaki, H. Unesaki, A. Yamamoto, T. Takeda and M. Mori: “Development of Erbia-Credit Super High Burnup Fuel: Experiments and Numerical Analyses,” *Nuclear Technology*, **Vol. 177**, No. 1, pp. 63-72 (January 2012).
- [4] M. Yamasaki, H. Unesaki, A. Yamamoto, T. Takeda and M. Mori: “Development of Erbia-Credit Super High Burnup Fuel: Evaluation of Minimum Erbia Content for Criticality Safety Analyses,” *Nuclear Technology*, **Vol. 180**, No. 1, pp. 18-27 (October 2012).
- [5] T. Umano, K. Yoshioka, M. Yamaoka and T. Obara: “APPLICATION OF THE BEST REPRESENTATIVITY METHOD TO A FUTURE PWR FUEL ASSEMBLY CALCULATION USING FOUR CRITICAL EXPERIMENTS OF DIFFERENT FACILITIES,” PHYSOR 2014 – The Role of Reactor Physics Toward a Sustainable Future The Westin Miyako, Kyoto, Japan, September 28 – October 3, 2014 [CD-ROM].
- [6] Nicholai Alexeyev, Yuri Krainov, Yuri Kravchenko, Victor Tsvetkov et al, “VVER Physics Experiments: Regular hexagonal (1.27 cm Pitch) lattices of low-enriched U(6.5 WT.% <sup>235</sup>U)O<sub>2</sub> fuel rods in light water at different core critical dimensions,” RRC “Kurchatov Institute” - Institute of Nuclear Reactors, Moscow
- LEU-COMP-THERM-085 NEA/NSC/DOC/(95)03/IV International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project, Vol. 4, (2010).*

- [7] A. dos Santos, G. de Andrade e Silvia, L. Fanaro et al, “Critical Loading Configurations of The IPEN/MB-01 Reactor with UO<sub>2</sub> and UO<sub>2</sub>-Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Rods,” *LEU-COMP-THERM-054 NEA/NSC/DOC/(95)03/IV International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project*, **Vol. 4**, (2010).
- [8] SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation, ORNL/TM-2005/39, Version 6, Vols. I–III, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, January 2009. Available from Radiation Safety Information Computational Center at Oak Ridge National Laboratory as CCC-750.
- <http://scale.ornl.gov/> and <http://scale.ornl.gov/publications.shtml>
- [9] T. Kugo, T. Mori and T. Takeda: “Theoretical Study on New Bias Factor Methods to Effectively Use Critical Experiments for Improvement of Prediction Accuracy of Neutronics Characteristics,” *Journal of Nuclear Science and Technology*, **Vol. 44**, No. 12, pp. 1509-1517 (2007).

Table 4-1. Comparisons of physical properties

No.	Name		Fuel pellet diameter	Fuel rod diameter	Rod pitch	Configuration	<sup>235</sup> U enrichment	H/U	Effective water height
1	NCA PWR configuration	Hot condition simulation	~ 1.0 cm	~ 1.2 cm	1.52 cm	25 × 25	4.9 wt% Central fuel cell	~ 3.2 Central fuel cell	~ 140 cm
2	NCA PWR configuration	Hot condition + Boron 500 ppm	~ 1.0 cm	~ 1.2 cm	1.52 cm	25 × 25 + 36	4.9 wt% Central fuel cell	~ 3.2 Central fuel cell	~ 134 cm
3	VVER of SF-9 facility (Map 7)	Cold condition simulation	~ 0.76 cm	~ 0.90 cm	1.27 cm	Hexagonal Lattice 793	6.5 wt%	~ 4.6	~ 36 cm
4	IPEN / MB-01	UO <sub>2</sub> + Gd × 4: Cold simulation	~ 0.85 cm	~ 0.98 cm	1.50 cm	26 × 26 - 80	4.3 wt%	~ 7.7	~ 53 cm
5	PWR 17X17 fuel assembly	Hot operating condition	~ 0.82 cm	~ 0.95 cm	1.26 cm	17 × 17 - 25	6.0 wt%	~ 3.4 Central UO <sub>2</sub> cell	—

**Table 4-2. Calculation result for each configuration**

No.	Name		H/U ratio	Effective water height	Calculation result: Neutron multiplication factor		
1	NCA PWR configuration	Hot condition simulation	~ 3.2 Central fuel cell	~ 140 cm	0.99955	±	0.00015
2	NCA PWR configuration	Hot condition + Boron 500 ppm	~ 3.2 Central fuel cell	~ 134 cm	0.99955	±	0.00014
3	VVER of SF-9 facility (Map 7)	Cold condition simulation	~ 4.6	~ 36 cm	1.00824	±	0.00015
4	IPEN/MB-01 case 01	Cold condition simulation	~ 7.7	~ 53 cm	1.00059	±	0.00014
5	PWR 17X17 fuel assembly	Hot operating condition	~ 3.3 Central UO <sub>2</sub> cell	—	1.16042	±	0.00012

Table 4-3. Each experiment value for criticality

No.	Name	Measurement result: Uncertainty
1, 2	NCA Experiment	1.00000 ± 0.00010
3	VVER of SF-9 Experiment (MAP 7)	1.00040 ± 0.00140
4	IPEN/MB-01 Experiment case 01	1.00072 ± 0.00050

± Uncertainty ( $1\sigma$ )

Table 4-4.  $S_i^T W S_j$  value for each relationship

(Unit:  $\times 10^{-5}$ )

	j = 1	2	3	4	5
i = 1	3.2913	3.2179	3.1700	3.0033	1.2618
2	3.2179	3.1517	3.0856	2.9411	1.3107
3	3.1700	3.0856	3.4304	3.1278	0.8915
4	3.0033	2.9411	3.1278	4.2341	1.0075
5	1.2618	1.3107	0.8915	1.0075	2.3542

RF 1→5                      0.4533

RF 2→5                      0.4812

RF 3→5                      0.3137

RF 4→5                      0.3191

COR 1→2                    0.9991

COR 1→3                    0.9434

COR 1→4                    0.8045

COR 2→3                    0.9384

COR 2→4                    0.8051

COR 3→4                    0.8207

RF: representativity factor; COR: correlation factor.

RF: 代表性因子; COR: 相関係数

Table 4-5. Corrected k-infinity and representativity factor

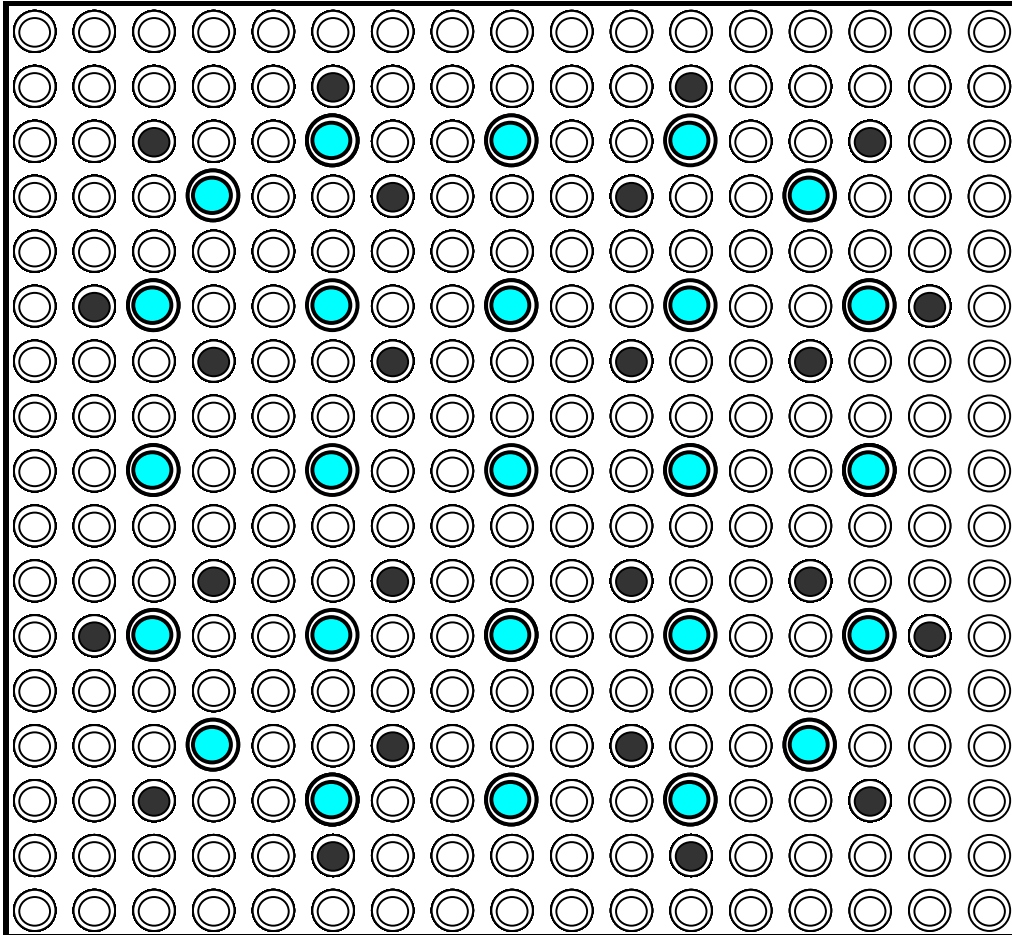
Pattern	LC Coefficient				New RF	RCF	k-infinity
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\alpha 3$	$\alpha 4$			
Initial	—	—	—	—	—	—	1.16042 ± 0.00012
Combination: 4 cases	○ -14.296	○ 15.601	○ -0.414	○ -0.102	0.8212	1.1651	1.16363 (No RCF) ± 0.00395 1.16417 (With RCF)

Single RF 1 → 5 : 0.4533

Single RF 2 → 5 : 0.4812

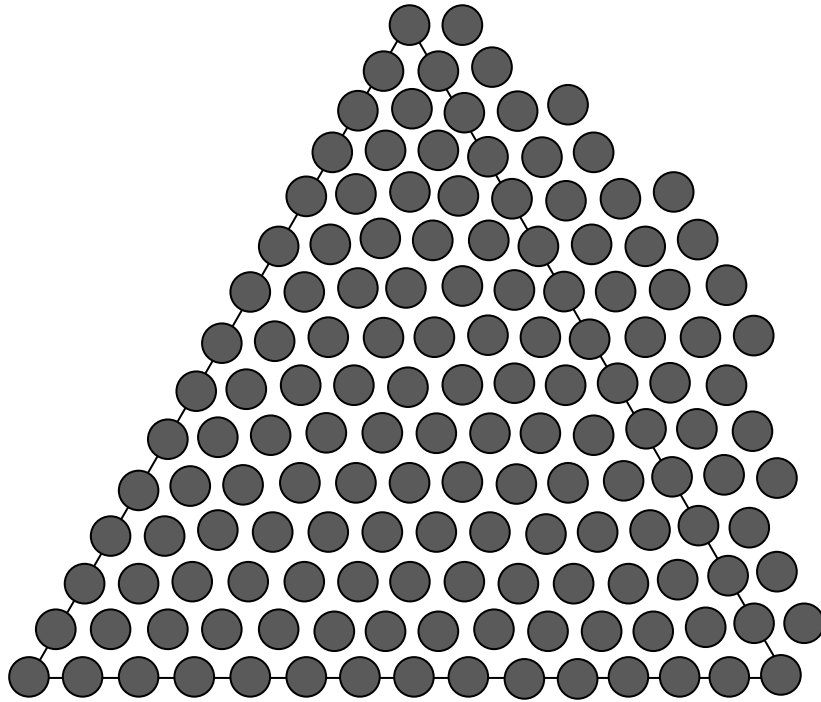
Single RF 3 → 5 : 0.3137

Single RF 4 → 5 : 0.3191



Fuel rod pitch is 1.26 cm. Colored areas are control rod guide thimbles.

Fig. 4-1. PWR  $17 \times 17$  fuel assembly (Target system)  
The assembly average enrichment is 6.0 wt%. The calculation was performed without control rods and under hot operating conditions.



**Fig. 4-2. 1/6 VVER of SF-9 (Map 7) core configuration (Cold condition)**  
**Total number of pins : 793**

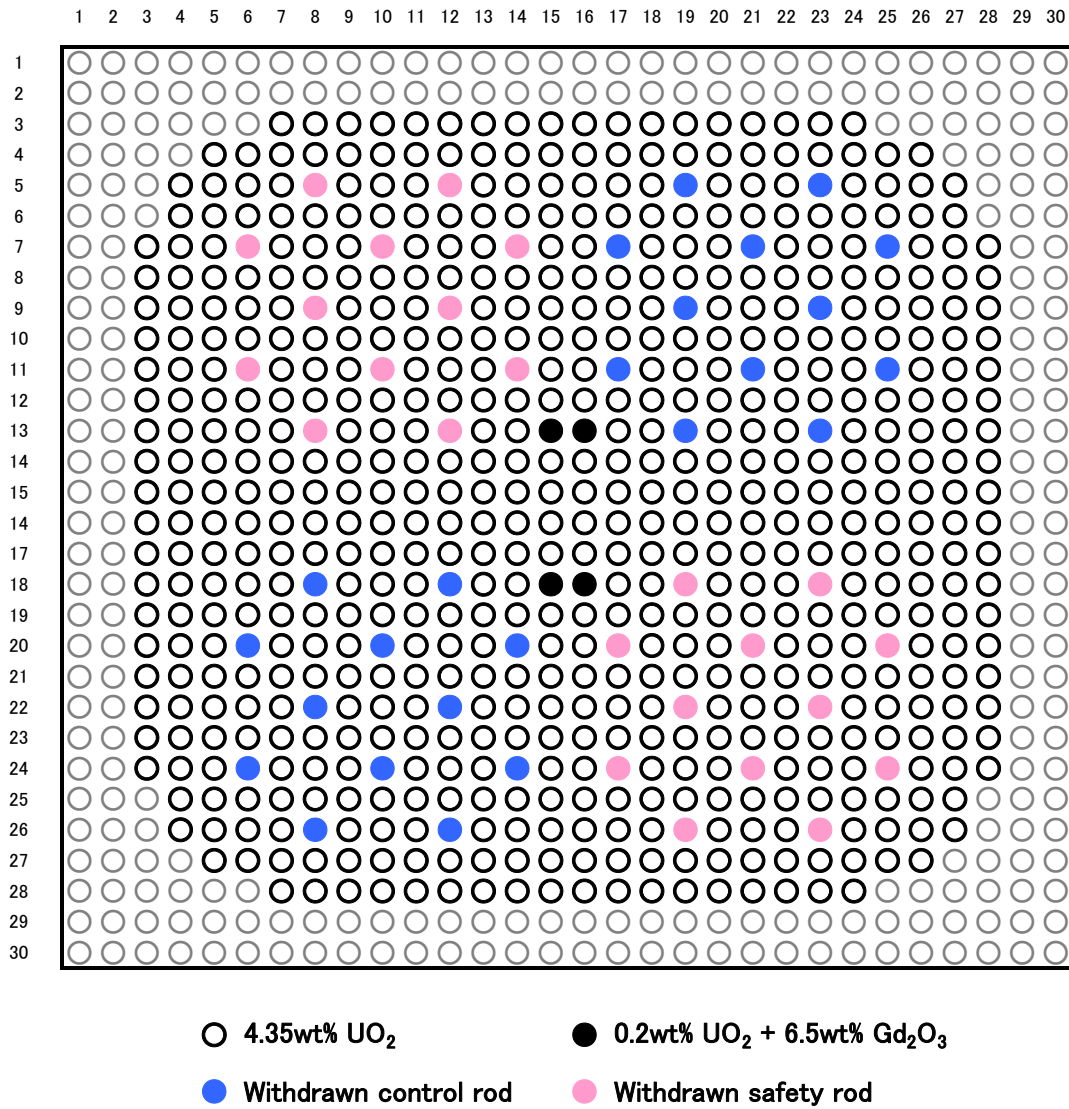


Fig. 4-3. IPEN/MB-01 (Case 01) core configuration (Cold condition)

## 第5章 結論

各章の結論をまとめ、本研究の結論を記載する。

### 第1章

軽水炉の核計算に関して、従来技術と課題を明らかにした。

本研究の目的は、軽水炉核設計に関し、臨界実験データを用いて格子計算コードの検証・改良を行う実用的な新計算手法を提案し、軽水炉の経済性改善、安全裕度向上に資することである。

本手法は、『最良の代表性 best representativity』の概念に基づいて、中性子増倍率の補正を行うことが可能であり、また未臨界体系にも適用可能である。

a) この計算手法により、中性子無限増倍率と中性子実効増倍率の両方を臨界実験の測定結果を用いて補正することができる。補正された中性子無限増倍率は、直接に格子計算コードの計算結果と比較することができる。

b) この計算手法により、異なる臨界実験の測定結果の組み合わせが可能となる。これにより、既存の臨界実験の測定結果を効果的かつ広範囲に利用することができる。

c) 『最良の代表性 best representativity』の概念に基づいて定義した代表性因子を用いることで、臨界実験の適用性の優劣を判断することができる。同時に、臨界実験について低コストで有効な臨界実験計画立案を行うことができる。

### 第2章

『最良の代表性 best representativity』の概念に基づく新しい計算手法 最良代表性因子法 (Best representativity method) を導出した。

本計算手法では、複数の臨界実験の代表性因子を線型結合する。各線型結合係数は感度係

数と共分散行列を用いた計算式から決定される。臨界実験はターゲットとする実機体系への代表性因子を最大化するように組み合わせられる。この計算手法は中性子無限増倍率の補正が可能となるとともに、未臨界体系にも適用可能である。また、相対差の 2 乗を基にして得られる信頼性補正因子 *RCF* を提案した。

東芝臨界実験装置 (NCA) を用いて、開発した手法の検証を行った。2 つの PWR 模擬臨界実験の測定値を用いて、別の PWR 模擬臨界実験の中性子実効増倍率の補正を行った。米国オークリッジ国立研究所で開発された *SCALE* システムの *TSUNAMI* モジュールと *ENDF/B-V44* 群断面積ライブラリを利用して感度係数を得て、本計算手法により中性子実効増倍率を補正した結果、中性子実効増倍率が 1 に近づき改善効果が見られた。さらに、拡張バイアス因子法の PE 法の計算結果と比較では、両者の計算結果は良く一致し、提案した計算手法の妥当性を検証した。

### 第 3 章

PWR 17×17 型燃料集合体を対象に、開発した計算手法を中性子無限増倍率の補正に適用した。3 つの NCA 臨界実験の測定結果と *SCALE5.1* システムの *TSUNAMI* モジュールと *ENDF/B-V44* 群断面積ライブラリを用いて、臨界実験の中性子実効増倍率、PWR 17×17 型燃料集合体の中性子無限増倍率と感度係数を計算した。これらの値を使用して中性子無限増倍率を補正した。3 つの臨界実験を組み合わせることで、代表性因子は 1 に近づき、中性子無限増倍率の補正により、精度改善が見られた。また、拡張バイアス因子法の PE 法の計算結果と比較した結果、両者の計算結果は良く一致し、本計算手法の妥当性が示された。また、*ENDF/B-V 238* 群構造のライブラリを用いて、感度係数や共分散行列を用いない方法で中性子無限増倍率の補正を行い、本計算手法の補正結果と一致することを確認した。

本研究で提案した計算手法は、軽水炉燃料集合体の中性子無限増倍率の補正に適用できることを示した。

## 第4章

本研究で開発した計算手法の将来の軽水炉燃料への応用について検討した。

将来燃料として PWR 17×17 型燃料集合体 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 6wt%+24  $\text{UO}_2\text{-Gd}_2\text{O}_3$  棒) を目的体系とし、NCA 以外の臨界実験を含め 4 つの臨界実験を組み合わせて、中性子無限増倍率の補正を行った。

*SCALE 6.1.2* システムと *ENDF/B-VII.0* 238 群断面積ライブラリを用いて、臨界実験の中性子実効増倍率、目的体系の中性子無限増倍率と感度係数を計算した。4 つの臨界実験を組み合わせた結果、代表性因子、中性子無限増倍率の改善が見られた。これらの計算と臨界実験間の関係を検討した結果、代表性因子は、 $^{235}\text{U}$  濃縮度よりも水素体ウラン原子数比 (H/U) やホウ素の有無の影響が大きいことがわかった。本計算手法は将来燃料に対しても有効であることが示された。

以上をまとめると、軽水炉の格子計算コードの精度検証と改良のため、臨界実験を有効に利用する新しい計算手法: 最良代表性因子法 (Best representativity method) を導出し、臨界実験の中性子実効増倍率の補正に適用し、その妥当性を検証した。本手法を PWR17×17 型燃料集合体の中性子無限増倍率の補正に適用した結果、精度の改善が見られ、本手法の有効性が示された。

本計算手法では目的体系に合わせて複数の臨界実験を取捨選択し、組み合わせることが可能である。本計算手法によって今後、臨界実験データが軽水炉核設計に対して更に有効に利用されることが期待される。

## 謝辞

本研究に関して研究の進め方や、特に英文論文及び本論文の作成に関して構成や記載内容についてご指導戴いた東京工業大学 小原 徹 教授に感謝致します。

東芝では研究に際して山岡 光明氏、吉岡 研一氏から長い期間に亘って温かいご支援を戴きました。また東芝において研究の推進や社外の交渉に関して菅原 聡氏に大変お世話になりました。

東芝臨界実験装置 NCA の臨界実験については、増山 忠治氏、秋山 昌秀氏、桜田 光一氏、佐野 健一氏、熊埜御堂 宏徳氏、柳澤 茂氏をはじめ、NCA 室員の方々に実験実施および保守・管理をサポートして戴きました。ここに特別の感謝を致します。

計算結果を得るための計算コードの使用に関して、東芝プラントサービス株式会社 池田 達哉氏に大変ご協力戴きました。また、東芝 松宮 浩志氏から式の導出に関して意味ある理論的なご提案を戴きました。有益な議論についても感謝致します。

東芝社内で協力を戴いた全ての方々に感謝致します。

本研究に関する日本原子力学会での発表において、名古屋大学大学院 山本 章夫 教授、遠藤 知弘 助教、北海道大学 千葉 豪 准教授、福井大学 竹田 敏一 教授から有益な指摘・助言を戴きました。ここに感謝致します。

また炉物理国際会議 PHYSOR 2010 と PHYSOR 2014 の発表では特に *SCALE* システムの Project leader である ORNL (米国 オークリッジ国立研究所) T. Rearden 博士から有益なご助言を戴きました。ここに深く感謝致します。

本論文に掲載の商品の名称は、それぞれ各社／各機関が商標として使用している場合があります。

## 付録 1. 入力パラメータの誤差によって生じた計算値の相対誤差を得る

### 処理手順

まず臨界実験が実施され、着目する物理量に関しての測定値が得られる。更に同じ物理量の値を得るための計算が実施される。

今  $R$  を着目する物理量として  $R_E$  と  $R_C$  をそれぞれその測定値と計算値とする。この物理量に関して計算値と測定値の相対差は

$$(R_C - R_E)/R_E = (R_C/R_E) - 1 \quad (\text{A1.1})$$

と表される。この値は大凡、以下の値に等しいといえる：

$$\begin{aligned} &+ (\text{入力パラメータによって生じた相対誤差}) \\ &+ (\text{計算手法によって生じた相対誤差}) \\ &- (\text{測定値の相対誤差}) \end{aligned} \quad (\text{A1.2})$$

この付録において  $Re_p$  は(入力パラメータによって生じた相対誤差)、 $Re_M$  は(計算手法によって生じた相対誤差)、 $Re_{mes}$  は(測定値の相対誤差)をそれぞれ表すものとする。このとき (A1.1) 式は

$$(R_C/R_E) - 1 \approx Re_p + Re_M - Re_{mes} \quad (\text{A1.3})$$

あるいは

$$Re_p \approx (R_C/R_E) - 1 - Re_M + Re_{mes} \quad (\text{A1.4})$$

と表現される。言うまでもなく本研究論文で提案している計算手法に関してはまず(入力パラメータによって生じた相対誤差)をできる限り正確に評価しなければならない。参考図として計算値と真の値の関係を示す。

次の処理ステップのために、「入力パラメータによって生じた相対誤差」を取り出すという目的に基づいて、計算と測定の間相対差から2つの要素、「計算手法によって生じた相

対誤差」および「測定値の相対誤差」を削除して「入力パラメータによって生じた相対誤差」を取り出すという手続きが試みられる。しかしながらこの手続きは、次の理由によって通常極めて難しい：

(a) 「計算手法によって生じた相対誤差」それ自体を決定するか、「計算手法によって生じた相対誤差」と「入力パラメータによって生じた相対誤差」を明確に分離することは極めて難しい。状況を解決する実現可能な方法の一つは計算手法に関して特定の誤差を持たない、最も高度な計算手法を適用することである。荒い記述方法で幾何形状を表し、同時に拡散計算を実施することはこの目的からは全く不適切な方法である。別の解決法は、入力パラメータ(例えばメッシュ幅、多くのメッシュあるいはモデルの幾何学的な記述の部分)のうちのいくつかを変更して計算した後にそれらの結果を比較検討して、「計算手法によって生じた相対誤差」を見積もることである。

「計算手法によって生じた相対誤差」の適切な評価を行うことが可能な場合、通常、この値は正負の符号とともに得られる。それは、その値の絶対値とその値の符号を同時に得ることのできる評価を行なうことができることを意味する。そのような場合では、(A1.4)式に基づいた計算が適用可能である。

(b) どのような実験であれ、実験の測定誤差はできるだけ小さくするべきである。しかしながら、測定誤差の生ずる原因をすべて取り除くことは非常に難しい。測定誤差は、2つのカテゴリーに通常分類される。1つは系統誤差である。また、もう1つは偶然誤差(ランダム誤差、統計誤差)である。通常、系統誤差をできるだけ小さくするように、私たちは、非常に慎重に準備を行い、注意深く実験を実施する。一般に系統誤差と比較して偶然誤差は十分に小さいが、偶然誤差を完全に消し去ることは容易ではない。実験には目的とする設定値と比較していくつかの非常に小さな変動が存在する。また、我々はそれらの変動をすべて正確に認識することはできない。通常、私たちは、偶然誤差の値の符号を決定することはできない。そこで偶然誤差はしばしば実験の不確かさで見なされる。

もし実験において系統誤差を無視できるのであれば、測定誤差を実験の不確かさとみなして(A1.4) 式の  $Re_{mes}$  の値を無視することができる。

従って、次の計算処理手順が「入力パラメータの誤差によって生じた相対誤差」を評価する、実現可能な方法であると考えられる：

(1) 「測定値の相対誤差」の値がプロセスに關与する値と比較して、非常に小さいと推測される場合に、この「測定値の相対誤差」を無視すること。この項は実験の不確かさを表わすと考えられる場合がある。

あるいは

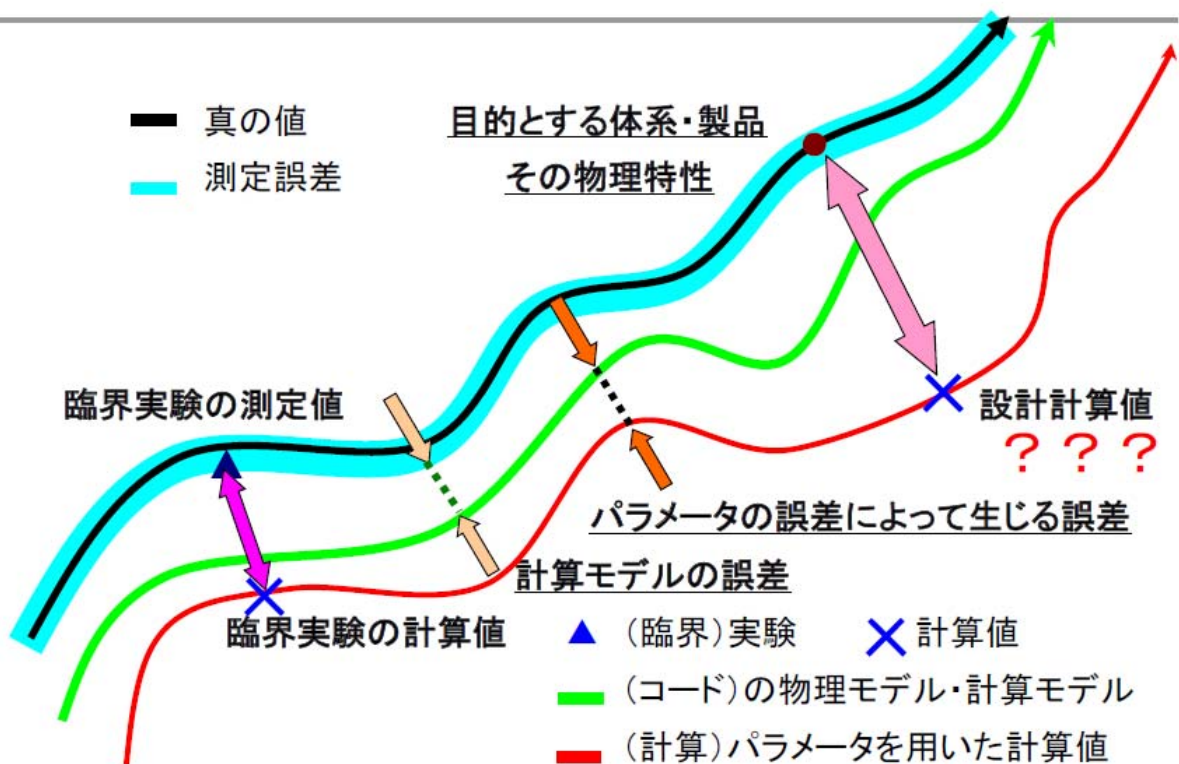
(2a) 「計算手法によって生じた相対誤差」を無視することができる、非常に信頼できる計算手法を適用すること

あるいは

(2b) 「計算手法によって生じた相対誤差」の絶対値と符号を同時に合理的に評価して次の方(A1.5) 式を使用すること

$$Re_p = (R_C/R_E) - 1 - Re_M \quad (A1.5)$$

## 参考図 計算値と真の値との関係



## 付録 2. 代表性因子 (Representativity factor) の定義と数学的説明 (第2章 [1]-[8],[15][16])

近年、「代表性因子 (Representativity factor)」という概念が提案され、広く用いられている。特に革新的な原子炉の研究と未臨界システムの研究で代表性因子を応用した研究例が見られる。この因子は米国 ORNL (オークリッジ国立研究所) のグループと米国 ANL (アルゴンヌ国立研究所) のグループが提供する技術論文中にしばしば示されている。代表性因子 (RF) は、以下のように定義される

$$RF = S_E^T W S_R / \left\{ (S_E^T W S_E)^{1/2} (S_R^T W S_R)^{1/2} \right\} \quad (A2.1)$$

ここで  $S_E$  と  $S_R$  はそれぞれ研究対象になっている実験体系と目的体系において特定のパラメータに関する感度係数ベクトルを表す。 $W$  は核データの共分散を示す共分散行列 (共分散ファイル、誤差行列)、 $T$  はベクトルの転置を示す。

代表性因子は回帰分析における相関係数に相当する。またこの因子は感度係数ベクトル  $S_E$  と  $S_R$  との線型性の程度を表す。この因子を類推に基づいて考察すれば、余弦 cosine  $\theta$  ( $\cos \theta$ ) と同等と言える。ここで  $\theta$  は 2 つの感度係数ベクトル  $S_E$  と  $S_R$  とが形成する角度である。

この類推は以下の 2 つの例によって適切に説明できる。

(1) 2 つの感度係数ベクトル  $S_E$  と  $S_R$  が線型従属である場合、すなわち  $S_E = c S_R$  ( $c$ : 定数) のとき、容易に  $RF = 1$  と計算される。

(2) もし共分散行列  $W$  が単位行列  $E$  (もしくはその定数倍) であった場合は、

$$\begin{aligned} RF &= S_E^T E S_R / \left\{ (S_E^T E S_E)^{1/2} (S_R^T E S_R)^{1/2} \right\} = (S_E \cdot S_R) / \left\{ (S_E \cdot S_E)^{1/2} (S_R \cdot S_R)^{1/2} \right\} \\ &= (S_E \cdot S_R) / (|S_E| |S_R|) = \cos \theta \end{aligned}$$

(A2.2)

ここで  $(S_E \cdot S_R)$  は感度係数ベクトル、 $S_E$  と  $S_R$  との内積を表す。

従って代表性因子が 1 のときには 2 つの感度係数ベクトルの角度  $\theta$  に関して  $\cos\theta=1$  から  $\theta=0$  が得られる。結果的にそのような場合は 2 つの感度係数ベクトル  $S_E$  と  $S_R$  がお互いに重なり合う状態になる。

加えて共分散行列  $W$  は対称行列であって、以下の関係が成立する。

$$\left| S_E^T W S_R \right| \leq \left( S_E^T W S_E \right)^{\frac{1}{2}} \left( S_R^T W S_R \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A2.3})$$

従って  $-1 \leq RF \leq 1$  が成り立ち、既に類推に基づく説明を行っているが

$$(i) \quad RF = -1 \Leftrightarrow \cos\theta = -1 \Leftrightarrow \theta = \pi (180^\circ)$$

$$(ii) \quad RF = 1 \Leftrightarrow \cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 0 (0^\circ)$$

が成立する。ここで  $\theta$  は 2 つの感度係数ベクトルのなす角度である。

### 付録 3. 新しい代表性因子とラグランジュ未定定数 $\lambda$ との関係

今  $S_R$  を目的体系 (ターゲットシステム) の感度係数ベクトルとする。  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) を臨界実験体系の感度係数ベクトルとする。そして  $W$  を共分散行列とする。

更に  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) を  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の線型結合の際に用いる線型結合係数とする。数学的表現を簡潔にするためにベクトルや行列の標識を下記の表現の幾つかの場合において省略する。例として  $S_R$  と  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) は感度係数ベクトルであって、一方  $W$  は行列である。

$$r_{ij} = S_i^T W S_j, \quad r_{Ri} = S_R^T W S_i \quad \text{とする。} \quad (\text{A3.1})$$

今 ラグランジュ未定定数  $\lambda$  を方程式に適用する。そしてラグランジュ未定定数  $\lambda$  と線型結合係数  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) を決めるための方程式は以下のように表現される：

$$R \lambda \vec{\alpha} = \vec{r} \quad (\text{A3.2})$$

ここで  $R$  は行列であってその (i,j)-成分が  $r_{ij}$  である。  $\lambda \vec{\alpha}$  は成分が  $\lambda \alpha_i$  の列ベクトルであり、  $\vec{r}$  は成分が  $r_{Ri}$  の列ベクトルである。(A3.2)式の例として  $4 \times 4$  型行列で表現すれば

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{12} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{34} \\ r_{14} & r_{24} & r_{34} & r_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \alpha_1 \\ \lambda \alpha_2 \\ \lambda \alpha_3 \\ \lambda \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \\ r_{R3} \\ r_{R4} \end{pmatrix} \quad (\text{A3.3})$$

となる。

ここで成分が  $\alpha_i$  の行ベクトル  $\vec{\alpha}^T$  (T: 転置) を左側から(A3.2)式の左辺と右辺に乗ずれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}^T R \lambda \vec{\alpha} &= \vec{\alpha}^T \vec{r} \\ \Leftrightarrow \lambda \vec{\alpha}^T R \vec{\alpha} &= \vec{\alpha}^T \vec{r} \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

線型結合係数  $\alpha_i$  は規格化条件

$$\left(\sum_i \alpha_i S_i\right)^T W \left(\sum_i \alpha_i S_i\right) = d \quad (\text{A3.5})$$

を満たすように予め決定される。

(ここでは既に  $S_R^T W S_R = d$  とした)。よって(A3.4)式の  $\bar{\alpha}^T R \bar{\alpha}$  は以下のように計算できて：

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}^T R \bar{\alpha} &= \sum_i \alpha_i^2 (S_i^T W S_i) + 2 \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j (S_i^T W S_j) \\ &= \sum_i (\alpha_i S_i^T W \alpha_i S_i) + 2 \sum_{i \neq j} (\alpha_i S_i^T W \alpha_j S_j) \quad (\text{A3.6}) \\ &= \left(\sum_i \alpha_i S_i\right)^T W \left(\sum_i \alpha_i S_i\right) = d \end{aligned}$$

(A3.4) 式と (A3.6)式から

$$\lambda d = \bar{\alpha}^T \bar{r} \quad (\text{A3.7})$$

を得る。更に (A3.7) 式の右辺は次のように変形できて：

$$\bar{\alpha}^T \bar{r} = \sum_i \alpha_i r_{Ri} = \sum_i \alpha_i (S_i^T W S_R) = \sum_i (\alpha_i S_i)^T W S_R \quad (\text{A3.8})$$

結果として (A3.7) 式と (A3.8) 式から次の式を容易に得ることができる。

$$\lambda d = \sum_i (\alpha_i S_i)^T W S_R \quad (\text{A3.9})$$

ここで新しい代表性因子 (RF) が次の式で定義されたことを確認すれば

$$A \text{ new Representativity Factor (RF)} = \frac{\left(\sum_i \alpha_i S_i\right)^T W S_R}{\sqrt{\left(\sum_i \alpha_i S_i\right)^T W \left(\sum_i \alpha_i S_i\right)} \sqrt{S_R^T W S_R}}$$

(A3.10)

(A3.10)式の右辺の分子に (A3.9) 式を代入し、更に (A3.5) 式を用いれば

$$A \text{ new Representativity Factor} = \frac{\lambda d}{\sqrt{d} \sqrt{d}} = \frac{\lambda d}{d} = \lambda \quad (\text{A3.11})$$

このようにして新しい代表性因子はラグランジュ未定定数  $\lambda$  に等しいことが判った。  
この  $\lambda$  は 2 次方程式の解として決定される。従って  $\lambda$  は異なる 2 つの値 (= 解) とし  
て与えられる。しかしながら、新しい代表性因子は 1 に近い値の方が好ましいため、 $\lambda$  は  
異なる 2 つの値のうちで正でより大きい値として決定される。

(証明終わり)

#### 付録 4. CRC ハンドブックの (175)式との整合性

臨界実験の数が 2、すなわち  $n = 2$  の場合、(2.21) 式は以下のように書ける。

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{12} & r_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \end{pmatrix} \quad (\text{A4.1})$$

ここで

$$r_{11} = S_1^T W S_1, r_{12} = S_1^T W S_2, r_{22} = S_2^T W S_2, r_{R1} = S_1^T W S_R \text{ and } r_{R2} = S_2^T W S_R \quad (\text{A4.2})$$

また容易に

$$S_k = \sum \alpha_i S_i = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 \quad (\text{A4.3})$$

$2 \times 2$  型の行列では、以下のように逆行列を容易に求めることができ

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r_{11}r_{22} - r_{12}^2} \begin{pmatrix} r_{22} & -r_{12} \\ -r_{12} & r_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{R1} \\ r_{R2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r_{11}r_{22} - r_{12}^2} \begin{pmatrix} r_{22}r_{R1} - r_{12}r_{R2} \\ -r_{12}r_{R1} + r_{11}r_{R2} \end{pmatrix}$$

(A4.4)

いま  $u = r_{11}r_{22} - r_{12}^2$  と置く。そうすれば  $\alpha_1$  と  $\alpha_2$  は次のように表現できる：

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{\lambda u} (r_{22}r_{R1} - r_{12}r_{R2}) \\ \alpha_2 = \frac{1}{\lambda u} (-r_{12}r_{R1} + r_{11}r_{R2}) \end{cases} \quad (\text{A4.5})$$

規格化条件から次の 2 式が満たされなければならない。

$$S_R^T W S_R = d, \quad S_k^T W S_k = d \quad (\text{A4.6})$$

すなわちここでは具体的に

$$(\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2)^T W (\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2) = d \quad (\text{A4.7})$$

よって

$$\alpha_1^2 S_1^T W S_1 + 2\alpha_1 \alpha_2 S_1^T W S_2 + \alpha_2^2 S_2^T W S_2 = d \quad (\text{A4.8})$$

(A4.2) 式を用いれば

$$\alpha_1^2 r_{11} + 2\alpha_1 \alpha_2 r_{12} + \alpha_2^2 r_{22} = d \quad (\text{A4.9})$$

(A4.9) 式に (A4.5) 式を代入すれば以下の式を得る。

$$(r_{22} r_{R1} - r_{12} r_{R2})^2 r_{11} + 2(r_{22} r_{R1} - r_{12} r_{R2})(-r_{12} r_{R1} + r_{11} r_{R2}) r_{12} + (-r_{12} r_{R1} + r_{11} r_{R2})^2 r_{22} = \lambda^2 u^2 d \quad (\text{A4.10})$$

いくらかの数式の操作を行えば

$$r_{R1}^2 r_{22} (r_{11} r_{22} - r_{12}^2) + r_{R2}^2 r_{11} (r_{11} r_{22} - r_{12}^2) - 2r_{R1} r_{R2} r_{12} (r_{11} r_{22} - r_{12}^2) = \lambda^2 u^2 d \quad (\text{A4.11})$$

ここで関係式  $u = r_{11} r_{22} - r_{12}^2$  を思い出せば以下を得る。

$$(r_{R1}^2 r_{22} + r_{R2}^2 r_{11} - 2r_{R1} r_{R2} r_{12}) u = \lambda^2 u^2 d \quad (\text{A4.12})$$

すなわち

$$\lambda^2 = \frac{1}{u d} (r_{R1}^2 r_{22} + r_{R2}^2 r_{11} - 2r_{R1} r_{R2} r_{12}) \quad (\text{A4.13})$$

さらにいくらかの計算を行って

$$\begin{aligned} \lambda^2 &= \frac{1}{r_{11} r_{22} - r_{12}^2} \frac{1}{d} (r_{R1}^2 r_{22} + r_{R2}^2 r_{11} - 2r_{R1} r_{R2} r_{12}) \\ &= \frac{1}{1 - \frac{r_{12}^2}{r_{11} r_{22}}} \frac{1}{d} \left( \frac{r_{R1}^2}{r_{11}} + \frac{r_{R2}^2}{r_{22}} - 2r_{R1} r_{R2} \frac{r_{12}}{r_{11} r_{22}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - \frac{r_{12}^2}{r_{11} r_{22}}} \left( \frac{r_{R1}^2}{r_{11} d} + \frac{r_{R2}^2}{r_{22} d} - 2 \frac{r_{R1}}{\sqrt{r_{11}} \sqrt{d}} \frac{r_{R2}}{\sqrt{r_{22}} \sqrt{d}} \frac{r_{12}}{\sqrt{r_{11}} \sqrt{r_{22}}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A4.14})$$

続いて、次のように数式表現について別のいくつかの記号を用いれば：

$$\frac{r_{R1}^2}{r_{11} d} = \left( \frac{r_{R1}}{\sqrt{r_{11}} \sqrt{d}} \right)^2 = \left( \frac{S_1^T W S_R}{(S_1^T W S_1)^{\frac{1}{2}} (S_R^T W S_R)^{\frac{1}{2}}} \right)^2 = R_{E1}^2 \quad (\text{A4.15})$$

同様にして

$$\frac{r_{R2}^2}{r_{22} d} = \left( \frac{r_{R2}}{\sqrt{r_{22}} \sqrt{d}} \right)^2 = \left( \frac{S_2^T W S_R}{(S_2^T W S_2)^{\frac{1}{2}} (S_R^T W S_R)^{\frac{1}{2}}} \right)^2 = R_{E2}^2, \quad (\text{A4.16})$$

$$\frac{r_{12}}{\sqrt{r_{11}} \sqrt{r_{22}}} = \frac{S_1^T W S_2}{(S_1^T W S_1)^{\frac{1}{2}} (S_2^T W S_2)^{\frac{1}{2}}} = R_{12} \quad (\text{A4.17})$$

更に 付録 3 の (A3.11) 式から以下の関係式が得られる。

$$\lambda^2 = (\text{A new Representativity factor})^2 \quad (\text{A4.18})$$

それゆえに (A4.14) 式は次のように表現できることが判る。

$$(\text{A new Representativity factor})^2 = \frac{1}{1 - R_{12}^2} (R_{E1}^2 + R_{E2}^2 - 2 R_{E1} R_{E2} R_{12}) \quad (\text{A4.19})$$

このように  $n = 2$  の場合、本研究で提案した手法の結果は Gandini が提案し、Handbook of Uncertainty Analysis (CRC Press, 1988) の 6 章 (175) 式として表現されている内容と一致することが判った。

#### 参考文献

A. Gandini, "Uncertainty Analysis and Experimental Data Transposition Methods in Uncertainty Analysis," Y. Ronen, Editor, CRC Press (1988).

## 付録 5. 着目する物理量がベクトル量であった場合の修正

これまでの議論では着目する物理量がスカラー量であったが、着目する物理量が例えば分布系のベクトル量である場合は、以下のように評価式を拡張すること同じ計算手順が適用

できる。今、模擬実験を実施して得られた測定値  $R_E$  を  $\vec{b}_E$  とする。

次にモデル方程式を用いて得られた計算値  $R_C$ 、この値も分布系のベクトル量であつて  $\vec{b}_C$  とする。

$R_E$  と  $R_C$  がスカラー量ではなくて、分布系等のベクトル量であれば以下の類推を行い、 $(\Delta Z/Z)$  をスカラー量として扱う。

まず

$$(\Delta Z/Z) = (R_C - R_E)/R_E = (R_C/R_E) - 1 \quad (\text{A5.1})$$

であるので

$$(\Delta Z/Z) \stackrel{\text{def}}{\equiv} \left\{ \frac{(\vec{b}_C/|\vec{b}_C|) - (\vec{b}_E/|\vec{b}_E|)}{(\vec{b}_E/|\vec{b}_E|)} \right\} \stackrel{\text{def}}{\equiv} \left\{ \frac{(\vec{b}_C/|\vec{b}_C|)}{(\vec{b}_E/|\vec{b}_E|)} \right\} - 1 \quad (\text{A5.2})$$

(A5.2) 式の右辺の{ } 内の分母分子に  $(\vec{b}_E/|\vec{b}_E|)$  を掛けることを考える。

この掛け算を内積に見做せば分子は  $(\vec{b}_C \cdot \vec{b}_E) / (|\vec{b}_C| |\vec{b}_E|)$ 、

分母は  $(\vec{b}_E \cdot \vec{b}_E) / (|\vec{b}_E| |\vec{b}_E|) = 1$  と見做せるので、結局

$$(\Delta Z/Z) \stackrel{\text{def}}{\equiv} \left\{ \frac{(\vec{b}_C \cdot \vec{b}_E)}{(|\vec{b}_C| |\vec{b}_E|)} \right\} - 1 \quad (\text{A5.3})$$

としてベクトル量をスカラー量に変えて計算手法で考慮すれば良いことが判る。

尚ここで  $(\vec{b}_C \cdot \vec{b}_E)$  は内積を、 $|\vec{b}_C|$  は  $\vec{b}_C$  の大きさを表す。

## 付録 6. 決定係数について (第2章 [14])

統計学においては  $n$  組のデータ  $(x_i, y_i)$  に関して以下の関係が良く用いられる。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (\text{A6.1}), \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i \quad (\text{A6.2}),$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = SS_{xx} \quad (\text{A6.3}), \quad \sum (y_i - \bar{y})^2 = SS_{yy} \quad (\text{A6.4}),$$

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = SS_{xy} \quad (\text{A6.5})$$

線型相関係数  $r$  は以下のように表現される。

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\left(\sum (x_i - \bar{x})^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum (y_i - \bar{y})^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{SS_{xy}}{(SS_{xx})^{\frac{1}{2}} (SS_{yy})^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A6.6})$$

あるいは

$$r = \frac{SS_{xy}}{(SS_{xx})^{\frac{1}{2}} (SS_{yy})^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\left(\sum x_i^2 - n \bar{x}^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum y_i^2 - n \bar{y}^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\left\{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \left\{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A6.7})$$

カール・ピアソン (Karl Pearson) が線型相関係数  $r$  を提示して以来、この値はカール・ピアソンの (掛け算重み) 相関係数と一般に呼ばれている。また代表性因子は回帰分析や最小二乗フィッティングにおけるこの相関係数と等しいことが良く理解される。

回帰分析では以下の関係式が広く用いられる：

$$a = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}} \quad (\text{A6.8}), \quad b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (\text{A6.9})$$

また回帰分析では残差の 2 乗和 (SSR) は

$$SSR = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum \{y_i - (ax_i + b)\}^2 = \sum (y_i - ax_i - b)^2 \quad (\text{A6.10})$$

と書ける。ここで  $\hat{y}_i$  は  $y_i$  の推定値 (予想値) である。

(A6.10) 式に (A6.9) 式を代入すれば

$$SSR = \sum (y_i - ax_i - \bar{y} + a\bar{x})^2 = \sum \{(y_i - \bar{y}) - a(x_i - \bar{x})\}^2 \quad (\text{A6.11})$$

(A6.11) を更に変形すれば

$$SSR = \sum (y_i - \bar{y})^2 - 2a \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + a^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 = SS_{yy} - 2a SS_{xy} + a^2 SS_{xx} \quad (\text{A6.12})$$

(A6.12) 式に(A6.8) 式を代入すれば

$$SSR = SS_{yy} - 2 \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}} SS_{xy} + \left( \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}} \right)^2 SS_{xx} = SS_{yy} - \frac{SS_{xy}^2}{SS_{xx}} = SS_{yy} - SS_{yy} \frac{SS_{xy}^2}{SS_{xx} SS_{yy}} = SS_{yy} \left( 1 - \frac{SS_{xy}^2}{SS_{xx} SS_{yy}} \right) \quad (\text{A6.13})$$

(A6.6) 式に基づけば (A6.13) 式は以下のように簡便な形に書けて：

$$SSR = SS_{yy} (1 - r^2) \quad (\text{A6.14})$$

ここで  $r^2$  は決定係数と呼ばれる。この値は全体の変化・変動について説明することのできた変動の割合を示している。また次の関係が満たされる： $0 \leq r^2 \leq 1$  加えて  $x$  と  $y$  との線型性の強さを表し、決定係数は変化・変動を他の変数によってどの程度予測することができるかの程度の比率を示している。例えばもし  $r = 0.95$  であれば  $r^2 = 0.9025$  となりこれは  $y$  の変化・変動の 90%は  $x$  と  $y$  との関係式によって説明できることを示している。この場合ではしかしながら  $y$  の変動の残りの 10%については未だ予想できないことを示している。

以上から (A6.14) 式によってなぜ分散低減法では分散が低減できた割合をしばしば  $(1 - \text{Representativity factor}^2)$  と表現するか明らかである。しかしながら本研究においてこの考え方は適切とは言えない。

参考文献

[1] Wolfram MathWorld

<http://mathworld.wolfram.com/CorrelationCoefficient.html>

## 付録 7. 拡張バイアス因子法のPE法での計算結果との比較

第 2 章の文献 [10] における拡張バイアス因子法において PE 法が示されている。この文献では PE 法が中性子無限増倍率に適用できるかどうかについての物理学的考察は何も記載されていないが、計算自体は可能と判断される。よってここで提案した計算手法の品質を確認するために、第 2 章の結果に加えてここで参考のために再度 PE 法の計算値と比較することは有益である。

PE 法において、バイアス因子  $f_{PE}$  は以下のように定義される。

$$f_{PE} = \frac{\prod_{i=1}^N E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^N C_i^{F_i}} \quad (\text{A7.1})$$

今回の場合は  $N=3$  である。 $F_1$ 、 $F_2$  と  $F_3$  は論文 [10] 中の(40)式に基づいて決定される。

すなわち  $F_1$ 、 $F_2$  と  $F_3$  は以下の (A7.2) 式の解として与えられる。

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^T W S_1 & S_1^T W S_2 & S_1^T W S_3 \\ S_1^T W S_2 & S_2^T W S_2 & S_2^T W S_3 \\ S_1^T W S_3 & S_2^T W S_3 & S_3^T W S_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} S_R^T W S_1 \\ S_R^T W S_2 \\ S_R^T W S_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A7.2})$$

よってここでは  $F_1 = -1.5725$ 、 $F_2 = -9.3457$  そして  $F_3 = 12.0153$  が得られた。一方、本研究で提案した計算手法で得られた値は  $\alpha_1 = -1.6759$ 、 $\alpha_2 = -9.9605$  と  $\alpha_3 = 12.8057$  であった。従ってバイアス因子  $f_{PE}$  は下記のように計算される。

$$f_{PE} = \frac{\prod_{i=1}^3 E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^3 C_i^{F_i}} = \frac{1.00000^{-1.5725} \times 1.00000^{-9.3457} \times 1.00000^{12.0153}}{0.99641^{-1.5725} \times 0.99643^{-9.3457} \times 0.99633^{12.0153}} = 1.00511$$

結果的に PE 法によって補正される中性子無限増倍率  $k_{inf}$  は：

$$\textit{Corrected } k\text{-infinity} = 1.36309 \times 1.00511 = 1.37006$$

第3章で得られた中性子無限増倍率の補正值は 1.37069 であり、両者の結果は数値の上から4桁の範囲で一致している。

## 付録 8. エネルギー238群の断面積ライブラリの計算結果を用いた補正

第3章では提案した計算手法を適用して中性子無限増倍率の補正を行った。補正を正当化する基礎的な理由は、NCA PWR 臨界実験の中性子実効増倍率の計算値である。実験では臨界状態が達成されているが中性子実効増倍率は1に等しくはない（例えば、0.99633）。計算手法や計算モデルなどの他のすべての物理的要因は無視する。よってこれまでのところ、これらの計算と測定値（臨界時の中性子実効増倍率は1）の不一致は、単純に *ENDF/B-V* (44G) のエネルギー44群の断面積ライブラリ内の誤差や不確かさに起因すると仮定している。そのため中性子無限増倍率の補正結果 1.37069 は、逆に修正・改善を行った44群断面積ライブラリにより得られる中性子無限増倍率であるべきと位置付けられる。言い換えれば、44群断面積ライブラリを補正すれば計算値として1.37069が得られると考えられる。

従って44群断面積ライブラリのわずかな変化によって影響を受ける計算結果と、本計算手法での補正結果の1.37069とを比較することは有益であると判断される。

しかしながら、*SCALE* システムの *ENDF/B-V* のエネルギー44群の断面積ライブラリについて適切な変更を行うことは複雑すぎて *ENDF/B-V* の一部の専門家以外、実施することは困難である。また44群断面積ライブラリを変化させる場合の正確な数学的処理は断面積調整法により行われるべきである。一方今回の場合は利用可能な臨界実験の数が単に3のみであるので、利用する臨界実験の数が少ないことにより断面積調整法も適切に用いることができない。結果としてバイアス因子法の一種を適用した。

既に述べたように、*SCALE* システムは、*ENDF/B-V* については44群断面積ライブラリのみではなくてエネルギー238群 (238G) 断面積ライブラリも内蔵している。エネルギー238群の群構造を Table A8-1 に示す。この表から44群のエネルギー群構造は、238群のエネルギー群構造を縮約することで得られることが容易に判る。従って44群の断面積ライ

ラリは 238 群の断面積ライブラリを僅かに変化させたものと見做すことができ、その逆もまた成り立つ。

今  $k_{eff}^{NCA}$  を NCA PWR 模擬実験のケース 3 の中性子実効増倍率とする。また  $k_{\infty}^{NCA}$  をこのケース 3 の炉心体系の仮想的な中性子無限増倍率とする。これ以降、non-leakage probability とは中性子が NCA 体系から洩れない確率を表わすものとする。

これらの関係は以下のように表現できる：

$$k_{eff}^{NCA} = k_{\infty}^{NCA} \times (\text{non-leakage probability}) \quad (\text{A8.1})$$

あるいは

$$(\text{non-leakage probability}) = k_{eff}^{NCA} / k_{\infty}^{NCA} \quad (\text{A8.2})$$

ここで更に  $k_{\infty}$  (k-inf) は以下の比率として定義できる。すなわち

$$\textit{Total amount of neutron production} / \textit{Total amount of neutron absorption} . \quad (\text{A8.3})$$

生成した中性子の全ての量 / 吸収された中性子の全ての量

従って 2 つの k-inf (中性子無限増倍率) の値を比較した場合、(A8.3)式から比の値によって判断されるべきと言える。2 つの値の差は正確な比較のためには適するとは言えない。

238 群断面積ライブラリを用いて追加計算を二つ実施した。NCA PWR 模擬実験のケース 3 と PWR17×17 型燃料集合体のケース 4 の両方について計算を行った。計算結果を Table A8-2 に示す。238 群断面積ライブラリを使用した計算結果では、44 群断面積ライブラリの値と比較して中性子増倍率の値が減少していることが判る。その理由は明らかではないが、44 群から 238 群へのエネルギー群数の増加によって中性子の生成率が低下したのか、あるいは中性子吸収率、例えば  $^{238}\text{U}$  の吸収率が増加したと考えられる。その理由の説明は以下のとおりである。

まずモンテカルロ計算に関しては、44 群構造と 238 群構造の間の *ENDF/B-V* 断面積ライブラリの非常に小さな変更によってこの中性子の洩れない確率の値が変化するとは考えにくい。中性子の洩れない確率が変化しないという仮定は次の考察によって妥当性が示される。なお実施された計算はモンテカルロ・コード *KENO* による輸送計算であったが、ここでは考察をより簡単にするために拡散理論に基づいて説明を行う。

拡散理論では拡散係数  $D$  は簡易的に以下のように定義される。

$$D \equiv \frac{1}{3\Sigma_{tr}} = \frac{1}{3(\Sigma_t - \bar{\mu}_0 \Sigma_s)} \quad (\text{A8.4})$$

ここで、

$\Sigma_{tr}$  : 巨視的輸送断面積

$\Sigma_t$  : 巨視的全断面積

$\Sigma_s$  : 巨視的散乱断面積

$\bar{\mu}_0$  :  $\cos\theta$  の平均値

ここで  $\theta$  は実験室系での中性子の散乱角である。

軽水炉 (LWR) では、上記の物理量は水素の中性子断面積 (H) に関係するため、結果的に主に水 (H<sub>2</sub>O) によって支配される。一方、水素の中性子断面積は、どの中性子エネルギーに対しても共鳴構造を示さない。従って水素の多群構造の中性子断面積の値は 44 群と 238 群の 2 つのエネルギー群構造の間で顕著な変化は生じないと判断できる。よって拡散係数は、これらの 2 つの *ENDF/B-V* 断面積ライブラリの間ではほぼ一定の値と見做すことができる。これらの考察によれば、中性子が洩れない確率は、この 2 種類のエネルギー群構造の断面積ライブラリの間で変化は無視できると考えられる。一方、種々の共鳴ピークを示す中性子断面積、例として <sup>235</sup>U 及び <sup>238</sup>U の中性子断面積は、異なるエネルギー群構造の下ではほぼ等しい値として扱われる可能性は乏しい。

更に、上記の考え方を証明するために、44 群構造と 238 群構造の断面積ライブラリを用

いて、NCA PWR 模擬臨界実験のケース 3 についての仮想的な中性子無限増倍率を得るための 2 つの追加計算を実施した。NCA PWR 模擬実験のケース 3 については炉心の最外周の幾何形状が長方形ではなかったため、正確な中性子無限増倍率を評価することは非常に困難である。ここでは径方向についての幾何形状を半径が約 30cm の円柱形として計算体系を可能な限り小さくして計算した。更に境界条件はすべて完全反射条件として計算した。得られた仮想的な中性子無限増倍率を Table A8-3 に示す。これらの値から、体系から中性子の洩れない確率をおおよそ評価することができる。

(A8.2)式に基づいて、44 群構造の断面積ライブラリの計算結果で体系から中性子が洩れない確率を  $0.94598 \pm 0.00033 (1\sigma)$  と評価した。一方、238 群構造の断面積ライブラリでの計算結果は  $0.94648 \pm 0.00033 (1\sigma)$  となった。これらの 2 つの値の相対差は  $0.00053 \pm 0.00050 (1\sigma)$  であった。これらの結果から、この付録で示した仮定や考え方は許容できると判断される。

これまでの議論から、以下の仮定を適用することができる：

- (1) ケース 3 (およびケース 4、ケース 4 はもともと中性子の洩れを 0 とした計算) に関して、中性子が体系から洩れない確率 (あるいは体系から洩れる確率) の値は 44 群構造の断面積ライブラリと 238 群構造の断面積ライブラリの計算において殆ど変化しない。
- (2) 中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  の値は

$$\textit{Total amount of neutron production} / \textit{Total amount of neutron absorption}$$

生成した中性子の全ての量 / 吸収された中性子の全ての量

として定義されて 44 群構造の断面積ライブラリと 238 群構造の断面積ライブラリで値が変化する。

NCA PWR 模擬臨界実験 ケース 3 での計算された中性子実効増倍率が 0.99633 であり、1 よりも小さかったため、44 群断面積ライブラリの適切な変更の方向は 0.99633 を増加させるようにして実施されるべきである。中性子実効増倍率について値の増加は 238 群断面積

積ライブラリを使用した場合から 44 群断面積ライブラリを使用した場合について観測されたので、以下の計算では 238 群断面積ライブラリの計算値を計算の開始点とするのは自然な考え方である。

238 群断面積ライブラリと 44 群断面積ライブラリに関して、中性子が体系から洩れない確率は一定と考えているので (A8.1)式からケース 3 の中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  の変化割合は中性子実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化割合に等しいと考えることができる。よってその値は  $0.99633 / 0.99352$  とおける。結果は 1.00283 となる。

一方ケース 4 の中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  の変化割合は  $1.36309 / 1.35564$  である。この値は 1.00550 となる。

ケース 3 およびケース 4 では体系に関して、異なる中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  を有していると考えerことは自然である。また既にケース 4 の中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  の変化割合がケース 3 より大きくなることが示されている。従って 44 群構造と 238 群構造の断面積ライブラリの変化による無限増倍率の変化割合についてケース 4 とケース 3 の間の違いは比率、 $1.00550 / 1.00283$  によって計算することができる。その結果は 1.00266 となる。

次の段階として、より良い中性子無限増倍率  $k_{\text{inf}}$  を得るために 44 群断面積ライブラリの値の補正を仮想的に行う。ケース 3 は、臨界状態 ( $k_{\text{eff}}=1.00000$ ) であったため、中性子が体系から洩れる確率の値は 44 群断面積ライブラリを用いて実施したケース 3 の *KENO* 計算において正確であったと考えた場合、バイアス因子 ( $bf$ ) と称される以下の補正係数を得ることができる：

$$bf = \text{Experiment} / \text{Calculation} = 1.00000 / 0.99633 = 1.00368$$

この 1.00368 とは 44 群の断面積ライブラリを修正することによってケース 3 の中性子実効増倍率に対して生じさせるべき増加割合である。同時にこれまでの議論でこの 44 群の断面積ライブラリの修正は中性子の洩れの確率については関係がないと考えて良く、結局ケ

ケース 3 の中性子無限増倍率に対して生じさせるべき増加割合と同じと見做せる。

こうして 1.00368 はケース 3 の無限増倍率を補正する場合に得られたバイアス因子 ( $bf$ ) である。これをケース 4 の無限増倍率に適用する場合は、ケース 3 とケース 4 の効果の違いの比率 1.00266 (ケース間の補正因子) を 1.00368 (バイアス因子) に更に次のように適用すればよい。即ち以下、44 群の断面積ライブラリを修正して得られるケース 4 の無限増倍率  $k_{\infty}$  の変化後の値 (修正値) は次のように求めることができると判断される。

$$\text{ケース 4 の補正された } k_{\infty} : 1.36309 \times 1.00368 \times 1.00266 = 1.37175$$

(不確かさの計算を含めば、これは  $1.37175 \pm 0.00060 (1\sigma)$  となる)。

238 群断面積ライブラリと 44 群断面積ライブラリの違いによるケース 3 の仮想的な中性子無限増倍率の変化割合は 1.00283 であった ( $1.00283 = 0.99633 / 0.99352$ )。尚今、ケース 3 の中性子実効増倍率に変化をもたらそうとしている値  $1.00368 \times 1.00266 = 1.00635$  はこの 1.00283 と大きさの程度であまり変わらない値になっている。

以上から、1.37175 という値は 44 群断面積ライブラリの適切な修正によって得られるケース 4 の中性子無限増倍率  $k_{\infty}$  であると考えられる。補正された  $k_{\infty}$  と  $k_{\text{eff}}$  の関係を Fig. A8-1 に示す。

結果として上記の値は、RCF を考慮したパターン 7 の修正された中性子無限増倍率  $k_{\infty}$  として Table 3-7 に示されている値 1.37115 と非常に良く一致している。これらの 2 つの値の相対差は僅かに 0.04% である。しかしながら、1.37115 あるいは 1.37175 がケース 4 の中性子無限増倍率  $k_{\infty}$  の真値であると言うことはできないことに留意すべきである。その理由は、この値 1.37115 や 1.37175 が基準値 1.36309 から得られたことである。言うまでもなく、1.36309 の数値自体の品質は未だ完全に検証されていないからである。

Table A8-1. Structure of the 238 energy groups

No.	44 G	Upper Energy (eV)	No.	44 G	Upper Energy (eV)	No.	44 G	Upper Energy (eV)	No.	44 G	Upper Energy (eV)
1	1	2.0000E+07	61		3.9000E+03	121		2.0000E+01	181		1.0900E+00
2		1.7333E+07	62		3.7400E+03	122		1.9000E+01	182		1.0800E+00
3		1.5683E+07	63	15	3.0000E+03	123		1.8500E+01	183		1.0700E+00
4		1.4550E+07	64		2.5800E+03	124		1.7000E+01	184		1.0600E+00
5		1.3840E+07	65		2.2900E+03	125		1.6000E+01	185		1.0500E+00
6		1.2840E+07	66		2.2000E+03	126		1.5100E+01	186		1.0400E+00
7		1.0000E+07	67		1.8000E+03	127		1.4400E+01	187		1.0300E+00
8	2	8.1873E+06	68		1.5500E+03	128		1.3750E+01	188		1.0200E+00
9	3	6.4340E+06	69		1.5000E+03	129		1.2900E+01	189		1.0100E+00
10	4	4.8000E+06	70		1.1500E+03	130		1.1900E+01	190	25	1.0000E+00
11		4.3040E+06	71		9.5000E+02	131		1.1500E+01	191		9.7500E-01
12	5	3.0000E+06	72		6.8300E+02	132	19	1.0000E+01	192		9.5000E-01
13	6	2.4790E+06	73		6.7000E+02	133		9.1000E+00	193		9.2500E-01
14	7	2.3540E+06	74	16	5.5000E+02	134	20	8.1000E+00	194		9.0000E-01
15	8	1.8500E+06	75		3.0500E+02	135		7.1500E+00	195		8.5000E-01
16		1.5000E+06	76		2.8500E+02	136		7.0000E+00	196		8.0000E-01
17	9	1.4000E+06	77		2.4000E+02	137		6.7500E+00	197		7.5000E-01
18		1.3560E+06	78		2.1000E+02	138		6.5000E+00	198		7.0000E-01
19		1.3170E+06	79		2.0750E+02	139		6.2500E+00	199		6.5000E-01
20		1.2500E+06	80		1.9250E+02	140	21	6.0000E+00	200	26	6.2500E-01
21		1.2000E+06	81		1.8600E+02	141		5.4000E+00	201		6.0000E-01
22		1.1000E+06	82		1.2200E+02	142		5.0000E+00	202		5.5000E-01
23		1.0100E+06	83		1.1900E+02	143	22	4.7500E+00	203		5.0000E-01
24		9.2000E+05	84		1.1500E+02	144		4.0000E+00	204		4.5000E-01
25	10	9.0000E+05	85		1.0800E+02	145		3.7300E+00	205	27	4.0000E-01
26		8.7500E+05	86	17	1.0000E+02	146		3.5000E+00	206	28	3.7500E-01
27		8.6110E+05	87		9.0000E+01	147		3.1500E+00	207	29	3.5000E-01
28		8.2000E+05	88		8.2000E+01	148		3.0500E+00	208	30	3.2500E-01
29		7.5000E+05	89		8.0000E+01	149	23	3.0000E+00	209		3.0000E-01
30		6.7900E+05	90		7.6000E+01	150		2.9700E+00	210	31	2.7500E-01
31		6.7000E+05	91		7.2000E+01	151		2.8700E+00	211	32	2.5000E-01
32		6.0000E+05	92		6.7500E+01	152		2.7700E+00	212	33	2.2500E-01
33		5.7300E+05	93		6.5000E+01	153		2.6700E+00	213	34	2.0000E-01
34		5.5000E+05	94		6.1000E+01	154		2.5700E+00	214		1.7500E-01
35		4.9952E+05	95		5.9000E+01	155		2.4700E+00	215	35	1.5000E-01
36		4.7000E+05	96		5.3400E+01	156		2.3800E+00	216		1.2500E-01
37		4.4000E+05	97		5.2000E+01	157		2.3000E+00	217	36	1.0000E-01
38		4.2000E+05	98		5.0600E+01	158		2.2100E+00	218		9.0000E-02
39	11	4.0000E+05	99		4.9200E+01	159		2.1200E+00	219		8.0000E-02
40		3.3000E+05	100		4.8300E+00	160		2.0000E+00	220	37	7.0000E-02
41		2.7000E+05	101		4.7000E+00	161		1.9400E+00	221		6.0000E-02
42		2.0000E+05	102		4.5200E+00	162		1.8600E+00	222	38	5.0000E-02
43		1.5000E+05	103		4.4000E+00	163	24	1.7700E+00	223	39	4.0000E-02
44		1.2830E+05	104		4.2400E+00	164		1.6800E+00	224	40	3.0000E-02
45	12	1.0000E+05	105		4.1000E+00	165		1.5900E+00	225	41	2.5000E-02
46		8.5000E+04	106		3.9600E+00	166		1.5000E+00	226	42	1.0000E-02
47		8.2000E+04	107		3.9100E+00	167		1.4500E+00	227	43	7.5000E-03
48		7.5000E+04	108		3.8000E+00	168		1.4000E+00	228		5.0000E-03
49		7.3000E+04	109		3.7000E+00	169		1.3500E+00	229		4.0000E-03
50		6.0000E+04	110		3.5500E+00	170		1.3000E+00	230	44	3.0000E-03
51		5.2000E+04	111		3.4600E+00	171		1.2500E+00	231		2.5000E-03
52		5.0000E+04	112		3.3750E+00	172		1.2250E+00	232		2.0000E-03
53		4.5000E+04	113		3.3250E+00	173		1.2000E+00	233		1.5000E-03
54		3.0000E+04	114		3.1750E+00	174		1.1750E+00	234		1.2000E-03
55	13	2.5000E+04	115		3.1250E+00	175		1.1500E+00	235		1.0000E-03
56	14	1.7000E+04	116	18	3.0000E+00	176		1.1400E+00	236		7.5000E-04
57		1.3000E+04	117		2.7500E+00	177		1.1300E+00	237		5.0000E-04
58		9.5000E+03	118		2.5000E+00	178		1.1200E+00	238		1.0000E-04
59		8.0300E+03	119		2.2500E+00	179		1.1100E+00			1.0000E-05
60		6.0000E+03	120		2.1000E+01	180		1.1000E+00			

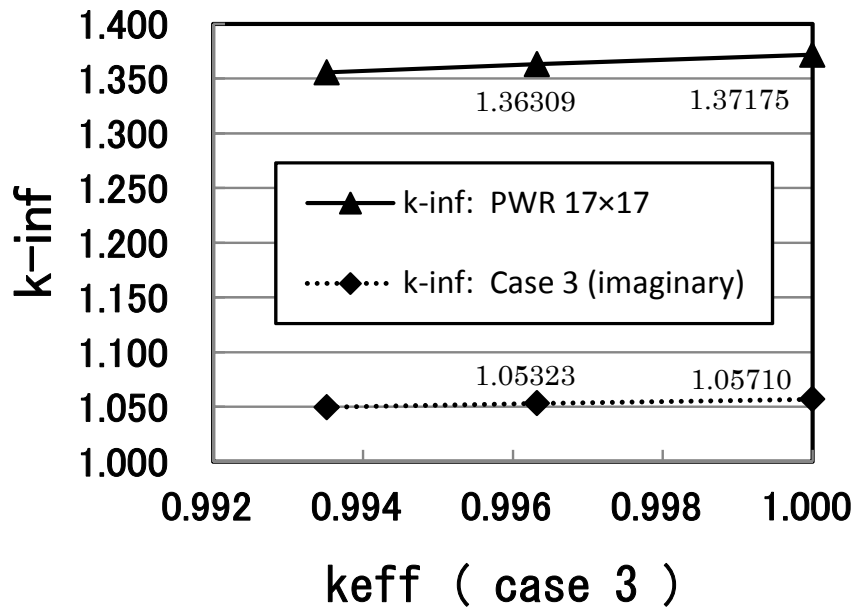
**Table A8-2. The 238G library calculation**

No.	Name		Calculation result: Neutron multiplication factor ( <b>44G</b> )	Calculation result: Neutron multiplication factor ( <b>238G</b> )
3	NCA PWR configuration	Hot condition + Boron 500 ppm	<b>0.99633 ± 0.00024</b>	<b>0.99352 ± 0.00024</b>
4	PWR 17X17 fuel assembly	Hot operating condition	<b>1.36309 ± 0.00017</b>	<b>1.35564 ± 0.00019</b>

**Table A8-3. Comparisons of neutron multiplication factor and approximate non-leakage probability**

	<b>44G (A)</b>	<b>238G (B)</b>	<b>(B - A) / A</b>
<b>Case 3: NCA PWR Vacuum Boundary (1)</b>	<b>0.99633 ± 0.00024</b>	<b>0.99352 ± 0.00024</b>	<b>- 0.00282 ± 0.00034</b>
<b>Case 3: NCA PWR Small Cylinder + All Reflective (2)</b>	<b>1.05323 ± 0.00024</b>	<b>1.04970 ± 0.00024</b>	<b>- 0.00355 ± 0.00032</b>
<b>(1) / (2) : Non-Leakage Probability</b>	<b>0.94598 ± 0.00033</b>	<b>0.94648 ± 0.00033</b>	<b>0.00053 ± 0.00050</b>

$\pm$  XXX represents statistical uncertainty ( $1\sigma$ ).



$$1.05710 = 1.05323 \times ( 1.00000 / 0.99633 )$$

Fig. A8-1. keff of case 3 and corrected k-inf of PWR 17×17 (case 4)