

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	ラグランジュ平均曲率流における自己相似解とソリトン解，および部分多様体の中の平均曲率流
Title(English)	Self-similar solutions and translating solitons for Lagrangian mean curvature flow, and mean curvature flow in submanifolds
著者(和文)	中原浩
Author(English)	Hiroshi Nakahara
出典(和文)	学位:博士（理学）， 学位授与機関:東京工業大学， 報告番号:甲第9702号， 授与年月日:2015年3月26日， 学位の種別:課程博士， 審査員:二木 昭人,芥川 一雄,本多 宣博,山田 光太郎,遠藤 久顕
Citation(English)	Degree:, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9702号， Conferred date:2015/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		中原 浩	
論文審査 審査員		氏 名		職 名		氏 名	職 名
	主査	二木 昭人		連携教授		山田 光太郎	教授
	審査員	芥川 和雄		教授	審査員		
		遠藤 久顕		教授			
		本多 宣博		教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は「Self-similar solutions and translating solitons for Lagrangian mean curvature flow, and mean curvature flow in submanifolds」と題し、 $\mathbf{C}^n$ 内のラグランジュ平均曲率流および、それに対する自己相似解の研究がテーマである。Kontsevich のホモロジカルミラー対称性についての予想によれば、カラビ・ヤウ多様体の特殊ラグランジュ部分多様体がミラー多様体の coherent sheaf に対応すると予想されていることから、ブリッジランド安定性条件に対応する安定性をみたすラグランジュ部分多様体を初期値として平均曲率流で流すと、必要なら手術を伴いながら特殊ラグランジュ部分多様体に収束すると予想されている。このような予想は Thomas-Yau, Joyce らにより具体化されつつあるが、まだ確定的な定式化はされていない。ここに、平均曲率流とは部分多様体を平均曲率方向に流すことによって得られる、時間発展する部分多様体の族のことである。初期値がラグランジュ部分多様体であれば、時間発展してもラグランジュ部分多様体であることから、そのような場合、ラグランジュ平均曲率流と呼ばれる。平均曲率流はほとんどの場合、有限時間で特異点を生じるが、特異点を rescale するとき scaling parameter の極限において現れるのが自己相似解である。自己相似解を分類するなどの研究を行うことが、平均曲率流の特異点を理解することと考えられている。

本論文は Preface, Chapter 1 および Chapter 2 からなる。Preface において本研究に至った経緯と主定理、および主定理の与えた関連研究へのインパクトについて述べている。理論の背景は上述の通りであり、自己相似解の例を構成し、分類することを通して平均曲率流を研究することが本論文の目的である。本研究の手がかりになったのは D. Joyce, Y.-I. Lee, M.-P. Tsui によるラグランジュ平均曲率流に対する自己相似解の構成である。本論文では Joyce-Lee-Tsui の構成を改良して、新しい自己相似解を構成した。すなわち、複素ユークリッド空間上のラグランジュ自己相似解、ソリトン解で位相が球面とユークリッド空間の直積である明示的な構成や新しい例の構成をした。Lotay-Neves の Uniqueness of Lagrangian self-expanders という論文で、ある条件を満たし、固定した 2 つの平面に漸近する「なめらか」であり拡大していくラグランジュ自己相似解は局所的に一意的（その近くにはそれ以外ない）だという結果があるが、本論文で構成した 1 つの例によって「なめらか」でないこの結果は成り立たないということが分かる。さらに、その構成した自己相似解、ソリトン解のあるパラメータの無限大への極限を考えた時にできる新しい自己相似解、ソリトン解を見つけることが出来る。

Chapter 1 は「Some examples of self-similar solutions and translating solitons for Lagrangian mean curvature flow」と題し、ラグランジュ自己相似解の構成をする。ラグランジュ自己相似解は微分方程式の解として記述され、ラグランジュ部分多様体であることを意味する部分と自己相似解を意味する部分が混ざり合う形になり、その両方を満たすように解を構成するところが困難な点である。本章では、この両方を満足しながら既存の解をうまく変形できることを見いだすことができることを明らかにする。

Chapter 2 は「Mean curvature flow in submanifolds」と題し、ある Lagrangian self-expander の中に平均曲率流をなす部分多様体の族を構成している。このように非自明な平均曲率流を具体的に構成したことは今後の研究において有用な例を与えると期待される。さらに、停留点となる極小部分多様体を calibrated submanifold にするような calibration が存在することを示している。

以上本論文は特殊ラグランジュ部分多様体を研究するために重要な役割を果たす平均曲率流とその自己相似解について独創的な考察を与えており、理学上貢献するところが大きい。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分に価値があるものと認める。