

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Lambda-Calculus: A Simplified Proof of the Church-Rosser Theorem and an Extension of the Curry-Howard Correspondence
著者(和文)	松田直祐
Author(English)	Naosuke Matsuda
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10105号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:鹿島 亮,小島 定吉,増原 英彦,渡辺 治,脇田 建
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10105号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： 数理・計算科学 専攻
Department of
学生氏名： 松田 直祐
Student's Name

申請学位(専攻分野)： 博士 (理学)
Academic Degree Requested Doctor of
指導教員(主)： 鹿島 亮
Academic Advisor(main)
指導教員(副)：
Academic Advisor(sub)

要旨(和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

ラムダ記法とは、高階関数の理論などに現れる、既存の高階関数から新しい高階関数を構成するための一つの代表的な構文である。ラムダ記法の働きを形式化したシステムは一般にラムダ計算と呼ばれ、広く研究が行われている。本論文は、ラムダ計算の性質、特にラムダ計算と証明論についての研究をまとめたものであり、3つの章に分かれている。1章は、ラムダ計算と証明論に関する既存の結果のうち、基本的性質や重要な性質をまとめたものである。第2章と第3章は、申請者らによるオリジナルの結果であり、以下の内容からなる：

【第2章】 ラムダベータ計算はラムダ計算の中で最も一般的なシステムである。一般に、ラムダ項の中には簡約可能な部分が複数存在するが、どのような順序で簡約を行っても最終的には共通のラムダ項に合流させることができる。例えば、 $(\lambda x.x)(\lambda y.yy)(\lambda z.z)$ という項が与えられた時、1ステップのベータ簡約により $(\lambda y.yy)(\lambda z.z)$ と $(\lambda x.x)((\lambda z.z)(\lambda z.z))$ の2つの項に簡約可能であるが、これらはいずれも $(\lambda z.z)(\lambda z.z)$ という同じ項に簡約することができる。この性質はチャーチ・ロッサー性と呼ばれ、ラムダベータ計算の持つ最も重要な性質のひとつである。チャーチ・ロッサー性はもともと1936年にチャーチとロッサーによって証明された性質であるが、オリジナルの証明は非常に複雑であり、その後も様々な改良版の証明が与えられてきた。現在知られている証明のうち、最も簡潔な証明のひとつは1989年に高橋により与えられたものである。この証明の中では、並行ベータ簡約と呼ばれる簡約規則と高橋変換(T変換)と呼ばれるラムダ項の変換を用いて議論が行われている。

本論文の第2章の前半では、T変換の持ついくつかの性質を用いて、チャーチ・ロッサー性に対し既存のものよりも簡潔な証明を与えた。本証明はT変換の持つ以下の3つの性質を利用したもので、並行ベータ変換の概念を導入することなく与えられる：(1) 任意の項 M に対し、 M は M^T に簡約可能。(2) 任意の項 M, N に対し、 M が N に1ステップで簡約可能ならば M^T は N^T に簡約可能。(3) 任意の項 M, N に対し、 M が N に1ステップで簡約可能ならば N は M^T に簡約可能。ここで、 M^T はラムダ項 M に T 変換を適用して得られるラムダ項である。

チャーチ・ロッサー性は、一般の項書き換え系の研究の中でも、非常に関心を持たれているトピックスのひとつである。第2章の後半では、上で紹介したラムダベータ計算のチャーチ・ロッサー性の証明手法を一般化し、ある項書き換え系 A が与えられた時、 A 上で上に書かれた3条件を満たすような変換が存在すれば、 A はチャーチ・ロッサー性を持つことを示した。この証明方針は、並行簡約を導入することなく証明を行えるため、より一般のシステムに応用が可能であると期待される。

【第3章】 証明論とラムダ計算の関係の一つに、カーリー・ハワード対応と呼ばれるものが存在する。ハワードによるオリジナルの発見は、NJと呼ばれる直観主義論理の証明システムと計算システムとの対応関係が広く研究され、カーリー・ハワード対応の拡張的結果が次々と発見されている。その中でも特に活発に研究が行われているのは、ラムダミュー計算と呼ばれる古典論理の証明システムと、ある種の計算システムとの対応関係である。ラムダミュー計算を用いたカーリー・ハワード対応の拡張の一つとして、例えばラムダ計算にキャッチスロー構文を加えて得られる計算モデルをシミュレートできるという結果が知られている。キャッチスロー構文は、式の内側から外側へ飛び出すという働きをする構文であり、NJの証明図簡約では実現できないものである。

本第3章の前半では、直観主義的ラムダロー計算と呼ばれる新しい直観主義論理の証明システムを構築し、その証明図の中に適切に証明図簡約規則を入れることで“ラムダベータ計算+キャッチスロー構文”の動きをシミュレートできることを示した。本論文で与えたシステムはラムダミュー計算よりも論理として弱いシステム(ラムダミュー計算は古典論理のシステムであり、本論文のものは直観主義論理に対応している)であり、より弱いシステムを用いてラムダベータ+キャッチスローをシミュレートしたという意味で、上に紹介した結果を拡張した結果といえる。

また、第3章の後半では、直観主義的ラムダロー計算の証明図簡約の強正規化性(どのような簡約過程を選んでも簡約が有限ステップで停止するという性質)を還元可能法と呼ばれる手法を用いて証明した。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻:	数理・計算科学	専攻
Department of		
学生氏名:	松田 直祐	
Student's Name		

申請学位(専攻分野):	博士	(理学)
Academic Degree Requested	Doctor of	
指導教員(主):	鹿島 亮	
Academic Advisor(main)		
指導教員(副):		
Academic Advisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

Lambda-calculi are formal systems which formalize the behavior of the lambda-notation. This thesis studies certain properties of some lambda-calculi and the relation, called the Curry-Howard correspondence, between lambda-calculi and formal proof systems. Chapter 1 studies some known results of lambda-calculi, proof theory and the Curry-Howard correspondence. Chapter 2 and chapter 3 consist of the following contents:

[Chapter 2] The lambda-beta-calculus is the most basic lambda-calculus. In general, a lambda-term includes plural subterms which are reducible. However, if M is reduced to both N_1 and N_2 , then both of them can be reduced to a lambda-term R . This property, called the Church-Rosser property, was first proved by Church and Rosser in 1936, but their original proof is very difficult and other proofs have been given by many researchers. One of the most well-known proof was given by Takahashi in 1989. In her proof, the notions of “parallel reduction” and “Takahashi-translation” play an important role.

This chapter gives a simplified proof of the Church-Rosser property of the lambda-beta calculus. In our proof, we use Takahashi-translation but do not use the parallel reduction. The following three properties are key properties of our proof (we write a lambda-term obtained from M by applying Takahashi-translation as M^T):

1. Each lambda-term M can be reduced to M^T .
2. For each lambda-terms M, N , if N is obtained from M by one-step reduction, then N^T can be obtained from M^T by many-step reduction.
3. For each lambda-terms M, N , if N is obtained from M by one-step reduction, then M^T can be obtained from N by many-step reduction.

Furthermore, by generalizing the above proof, we give a proof method for the Church-Rosser theorem which can be applied to abstract term rewriting systems.

[Chapter 3] There exists a close connection, called the Curry-Howard correspondence, between proof theory and lambda-calculus. Howard's original work discovered that the behavior of the typed lambda-beta-calculus can be simulated with an appropriate proof reduction on Gentzen's proof system NJ for intuitionistic logic.

This chapter gives a new proof system called the intuitionistic lambda-rho-calculus for intuitionistic logic, and show that, by giving an appropriate proof reduction on the proof system, intuitionistic lambda-rho-calculus can simulate the behavior of the catch-throw operator. Furthermore, this chapter shows that our system satisfies the strong normalization property, that is, there are no infinite sequences of proof reductions.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).