

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	河川蛇行の発生・発達に関する解析的研究
Title(English)	Analytical Study of River Meandering Development
著者(和文)	松延和彦
Author(English)	Kazuhiko Matsunobu
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9941号, 授与年月日:2015年6月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:石川 忠晴,山中 浩明,木内 豪,中村 恭志,浅輪 貴史
Citation(English)	Degree:., Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9941号, Conferred date:2015/6/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成 27 年度 学位論文

河川蛇行の発生・発達に関する解析的研究  
Analytical Study of River Meandering Development

指導教員

石川 忠晴 教授

中村 恭志 准教授

東京工業大学大学院

総合理工学研究科 環境理工学創造専攻

松延 和彦

目次	
第1章 序論	… 1
1-1 研究背景	… 1
1-1-1 蛇行現象とは	
1-1-2 蛇行現象の力学的視点	
1-2 既往の研究	… 2
1-2-1 蛇行形状に着目している研究	
1-2-2 蛇行現象の二次元・三次元数値解析による研究	
1-2-3 蛇行現象の一次元数値解析による研究	
1-2-4 河床および側岸の浸食に関する研究	
1-3 本研究の目的と本論文の構成	… 6
1-3-1 本研究の目的	
1-3-2 本論文の構成	
第2章 蛇行河川の衛星画像解析	… 9
2-1 衛星画像の解析手法	… 9
2-1-1 解析対象河川	
2-1-2 蛇行形状を規定するパラメータ	
2-1-3 蛇行平面形状に関する解析方法	
2-1-4 動的形態に関するパラメータと解析方法	
2-2 蛇行形状の解析結果	… 11
2-2-1 波長川幅比 $L/B$	
2-2-2 蛇行度 $s/L$	
2-2-3 大蛇行の特性	
2-3 動的形態に関する解析結果	… 13
2-3-1 Cut-off の発生頻度と蛇行形状の関係性	
2-3-2 Cut-off の動的解析および蛇行の位相進行に関する解析結果	
2-4 第2章の結論	… 15
第3章 蛇行流れと河床地形に関する数値モデル	… 35
3-1 流れ計算モデル	… 35
3-1-1 一次元蛇行流方程式	
3-1-2 河床地形の一次元化	
3-1-3 計算結果	
3-2 流砂計算モデル	… 41
3-2-1 流砂計算方法の検討	
3-2-2 計算結果	
3-2-3 パラメータの検討	

3-3 第3章の結論	…44
第4章 蛇行形状発展の数値モデル	…51
4-1 蛇行形状モデルの基本コンセプトとその定式化	…51
4-1-1 蛇行形状発展モデルの基本コンセプト	
4-2-2 基本コンセプトに基づく定式化	
4-2 本モデルにおける側岸浸食量の設定	…54
4-3 実験水路の条件下での計算	…54
4-3-1 周期境界条件での不安定解析	
4-3-2 擾乱の空間的な発展に関する解析	
4-4 実河川における試行計算	…56
4-4-1 実河川での流量・粒径および摩擦係数の設定	
4-4-2 Cut-off のモデル化	
4-4-3 計算条件および計算結果	
4-4-4 初期蛇行波長の再計算	
4-5 第4章の結論	…60
第5章 実河川へのモデル適用	…74
5-1 モデルの感度分析項目	…74
5-1-1 流量 $Q$	
5-1-2 無次元掃流力	
5-1-3 初期変形	
5-2 感度分析結果	…75
5-3 複数河川での計算	…76
5-4 第5章の結論	…76
第6章 結論	…87
6-1 本論文の結論	…87
6-2 今後の課題	…88
付録	…90
参考文献	…93
謝辞	…96

# 第1章 序論

## 1-1 研究背景

### 1-1-1 蛇行現象とは

実河川においてはしばしば河道の曲がった箇所が存在し、それは一般に「蛇行」と呼ばれる。河川の蛇行は山間部において湾曲する谷部を流れる穿入蛇行と、沖積平野において様々な擾乱に起因し、地形の最急勾配線から左右に振動する自由蛇行に大別されるが、本研究では後者の自由蛇行について取り扱う。自由蛇行による形状の変化は、概ね以下のような運動パターンが存在する。

- ・ 側岸浸食による蛇行平面形状の変化
- ・ 側岸浸食強度と湾曲の位相ずれによる蛇行形状の移動
- ・ 蛇行度が限界まで大きくなることによる、河道の短絡(Cut-off)と三日月湖の形成

河川の自由蛇行の例となる写真を図 1-1 に示す。(a)は典型的な河道蛇行形状を示す平面写真であり、(b)は蛇行平面形状の変化が年輪状の河道跡として残っているのが明確な写真である。自由蛇行は自然における美しい景観を成す現象の一つであり、地形的な沖積平野の発達との関連性も深い。そのため、自然地理学の分野で古くから注目されてきた。

一方、沖積平野での人々の活動が活発化するにつれ、蛇行により生じる側岸浸食により氾濫原の土地が危険にさらされることを防ぐという実践的な必要性が生じた。このことにより、河川工学的なアプローチからの蛇行の研究が進められてきた。彼ら河川を扱う技術者の目的は、河川蛇行の力学的な理解だけでなく、河道の変形の大きさ、すなわち蛇行帯幅を予測したうえで、護岸等の河川構造物を効果的に設計し、河川形状の安定化を図ることであった。さらに、近年では治水・利水に環境保護を加えた新河川法の制定により、流れや水深の横断的な偏りを生じる蛇行現象は、生態学的なアプローチからも注目される。

### 1-1-2 蛇行現象の力学的視点

蛇行現象を力学的にみると、ミクロな視点では、さまざまな運動の組み合わせとして成り立っているものであることが分かる。例えば、蛇行河川においては、流れの外岸側へのシフトと、それによる地形の横断勾配の発生という 2 つの現象の相互作用により、流れと地形の偏りは徐々に大きくなる。

この主流シフトが発生する要因としては、慣性の影響が挙げられる。ただし、流れを二次元的なものであると仮定すると、微小振幅状態の蛇行は直線的な状態に戻ろうとする、すなわち内岸側に向かってシフトすると考えられる。一方で、実際には、水路の湾曲部においては、流れの空間的な遠心力差に起因する二次流が発生することが知られており、慣性の影響にこの二次流の効果が加わることにより、蛇行流は外岸側にシフトする。

さらに、この流れシフトとの相互作用により河床の横断勾配が発達すると、最終的には

外岸側は側岸浸食により崩落し、内岸側は植生の発生や土壌の固結化によって陸地化する。蛇行の発達のプロセスは以上に述べたとおりであるが、これらの現象は非常に複雑なものであり、それらの挙動を全て表現するためには、流れに関しては三次元、流砂に関しても二次元のモデル化が必要となる。

一方で、以上のような複雑な現象の組み合わせである河川の蛇行であるが、図 1-1 にも見られるように、蛇行は概略的に規則性を持った形で現れ、美しい景観を成す。その理由は、この複雑な運動の中に、いくつかの「単純な運動パターン」が存在するためである。この運動パターンとは、例えば前述の「主流の外岸側へのシフト」「二次流」「河床地形の横断的な偏り」といったものであり、蛇行現象の複雑な運動は、これらの運動パターンの組み合わせによって成り立っていると解釈できる。そこで、運動をマクロな視点から見ると、これらの運動パターンの中で主要なものをいくつか取り出すことで、より実用的なモデル化が可能となる。

図 1-2 に蛇行現象の概略的なフローチャートを示す。蛇行の発達には、流れのシフト、河床地形の発達、そして蛇行平面形状の発達という 3 つのプロセスがあり、これらは応答時間スケールの異なる現象である。流れのシフトが最も短い時間で定常状態となり、次に河床地形、そして最も長い時間スケールを要するのが蛇行平面形状の発達である。

## 1-2 既往の研究

### 1-2-1 蛇行形状に着目している研究

蛇行の形状に関する研究は古くから行われているが、それらは平面形状に着目したものと横断面形状に着目したものに大別される。

蛇行平面形状に着目した研究事例として、木下<sup>1)</sup>は、東日本の 30 程度の河川を対象として、河床形状に関して詳細な調査を行い、左右交互に形成される砂礫堆の傾向が蛇行流を発生させ、側岸浸食を引き起こし、蛇行の発達に影響を与えることを発見した。Leopold<sup>2)</sup>は河道形状に関する調査を複数の河川で行い、その形状が大まかに sin-generated curve によって近似できることを示している。Hickin and Nanson<sup>3)</sup>は、カナダ西方の Beaton river での観測より、側岸浸食の速度が概ね河道形状の曲率に比例することを示唆している。また、山岡・長谷川<sup>4)</sup>は北海道の 9 河川を対象として、蛇行流路の形態に関する調査を行っており、卓越蛇行波長<sup>5)</sup>について言及している。また、Pizzuto and Meckelnburg<sup>6)</sup>による研究では、現地調査と航空写真解析を利用し、側岸浸食速度が概略的に主流速の横断偏差に比例するという結果を示した。

この種の研究は水路実験においても行われており、例えば芦田ら<sup>7)</sup>および Federici and Seminara<sup>8)</sup>は、大型水路による実験から、砂礫堆の発生と蛇行による河道の拡幅の関係性について論じている。また、Schumm and Khan<sup>9)</sup>および Jin & Schumm<sup>10)</sup>は、粘着性土砂を用いることで、砂州部分を安定させることにより水路があまり拡幅せずに蛇行する状況を再現した。さらに、Gran & Paola<sup>11)</sup>と Tal & Paola<sup>12)</sup>は、アルファルファを用いて氾濫原を擬似的

に固結することによって、水路がある程度一定幅を保ったまま蛇行の発展を再現している。

一方、横断面形状に着目した研究事例としては、Engelund<sup>13)</sup>による河床地形と流れの関連性を研究したものがあげられ、その結論としては、「河床の横断方向の勾配が概ね河道曲率と比例関係にある」というものであった。これは河床勾配と河道曲率の関係性を大局的には示しているものである。しかしながら、長谷川ら<sup>14)</sup>による蛇行水路での室内実験においては、河床横断勾配は河道曲率との位相ずれを持っていることが明らかにされ、上述の比例関係をそのまま数値シミュレーション等に適用することの問題が示唆される。Parkerら<sup>15)</sup>は、上述の水路実験や小河川の現地調査から、蛇行河川において平面形状がほぼ蛇行水路幅を一定に保ったまま発達していくことに着目し、それが外岸側におけるスランプブロック(粘着性土塊)の作用によるものであるとして、定式化を試みている。

以上に挙げた蛇行形状に関する研究は、その多くが河川工学・流体力学的なアプローチからの研究である。しかしながら、前節にも述べた通り、本研究テーマは工学と理学両方にまたがった分野であると言え、実際に自然地理学や地形学の研究者が発表している論文も存在する<sup>2),3),15)</sup>。それらの論文は概ね現象論的な議論を起点として蛇行河川を取り上げたものであり、前述の工学的なアプローチからの研究においては、それらの現象論を内包したうえで数学・力学的に詳細な解析を行っているということが言える。

蛇行現象に関するマクロな視点での水理学的知見、および実測データによって得られる経験則は、蛇行河川の数値シミュレーションの発展の面からも重要であると言える。一方で、現地観測による調査は基本的に個別の河川の特性を調べたものであり、それは地域ごとの気候や土壌特性に左右される。

蛇行発達の最初期段階である直線水路の砂州の発達については、測量や航空写真でも比較的容易に計測が可能であり、異なる実験水路および実河川のデータについて砂州長を整理したものが存在する<sup>5)</sup>。しかし一方で、発達した蛇行の特性を同様の方法で調査するためには、ある程度長区間の平面的な河道情報を得る必要がある。もちろん、個々の河川については上述のように実地測量が行われており、日本などの限られた河川では航空写真も利用可能ではある。しかし、世界の異なる地域にある蛇行河川の比較を行った事例は、このような労力的な制約もあり、工学・理学分野いずれにおいても見当たらなかった。

こういった異なる地域での蛇行河川に共通する特性を抽出する手法には、近年では手軽に利用できるようになった衛星画像を活用することが挙げられ、それが取得できるサービスの一つである Google Earth のソフトウェアは 2005 年に配布開始されている。これは以上に述べた蛇行の研究の歴史と比較して新しいので、本研究のように世界中の衛星画像を用いて整理した研究は行われていないと考えられる。

### 1-2-2 蛇行現象の二次元・三次元数値解析による研究

前項に述べた事例研究や実験的研究を基に、蛇行現象の数値モデルも数多く提案されている。

元々の数理モデルは、直線流路での平面二次元解析により微小振幅交互砂州の安定・不安定を議論するものであった。例えば、林<sup>16)</sup>は、二次元でのサンド・ウェーブの発生理論を用い、側岸の交互浸食がない状態でも、河床の交互浸食によって直線水路からの蛇行が発生しうを示している。また、Engelund & Skovgaard<sup>17)</sup>は、直線流路の交互砂州の不安定解析に関して、単・複列砂州河床の形成限界が解析的に求められる可能性を提案している。これを受けて、黒木・岸<sup>18)</sup>は、浅水流方程式と流砂式を連立することにより、広長方形直線水路における河床形態発生機構の解析方法を検討している。

さらに、蛇行水路における安定河床形状を平面二次元解析から求めるという試みもされている。清水ら<sup>19)</sup>は、河床変動の計算モデル化を行い、異なる蛇行平面形状および水理条件の蛇行水路に対してそれを適用し、安定形状の特性について議論している。また、長谷川<sup>20)</sup>は浅水流の仮定のもとで蛇行流と平衡河床形状の計算モデル化を行い、実験データ<sup>14)</sup>との比較検証を行っている。長田ら<sup>21)</sup>は、移動一般座標系において流れと流砂の基礎方程式を解く平面二次元モデルを作製し、蛇行水路において定性的には水路実験結果が再現できたことを示している。しかし、これらは解析条件や解析範囲が限られたものであり、また検証データが水路実験のものであるため、実際の蛇行現象との対応は十分明確とはいえなかった。

近年では、計算機の急激な発達に伴い、流れ場・流砂による地形変動・側岸浸食による河道平面形状の変化に関してマイクロな現象をある程度詳細にモデル化し、それらを組み合わせた二次元・三次元計算が行われた事例もある。Chenら<sup>22)</sup>は、河道の移動を考慮することが可能な2次元モデルをアメリカ・ユタ州のJordan川の一部区間に適用している。Jiaら<sup>23)</sup>は、側岸浸食による蛇行河川の形態学的変化について三次元でのモデル化を行い、長江の1湾曲区間においてそれを適用している。さらに、Wangら<sup>24)</sup>は黄河において二次元モデルを適用し、観測されている横断面形状と計算地形が概ね良く一致することを示している。

それでも、今日使われている高性能コンピューターでさえ、この種の二次元・三次元モデルで時空間的に広域の蛇行発展に関する数値計算を行うことは現実的ではないとされていた。しかし、旭ら<sup>25)</sup>によって、兩岸の変形を考慮した一般座標系に二次元浅水流方程式を適用して、ある程度長期間かつ長区間の計算が行われた事例が報告された。彼らは、Parkerら<sup>15)</sup>による粘着性土塊の崩落メカニズムを元にした河道の移動速度の定式化に基づいて、定常・非定常の流量条件で蛇行発展を計算し、その比較を行っている。また、このモデルにはCut-offによる水路形状変化のモデル化も実装されている。この研究は実データとの比較による検証を行ったものではないが、今後のさらなる発展が期待される研究成果であると言える。

### 1-2-3 蛇行現象の一次元数値解析による研究

一方で、1-1-2で述べたとおり、自由蛇行に関しては運動にある程度の規則性が見られることに着目し、マクロな視点からいくつかの流れのパターンを抽出して解析する方法が古



くから提案されている。これは一次元数値解析によるものであり、長期間・長区間の解析においては現在でも有効な手段であると言える。

このマクロな視点からの解析の先駆的な研究は、Ikeda ら<sup>26)</sup>による"Bend equation model"である。Ikeda らは前項で述べた「蛇行河川の河床横断勾配が水路軸曲率に比例する」そして「側岸浸食速度が流速偏差に比例する」という経験的な仮定のもとに、蛇行流路発達を表現している。当初の Bend equation は線形の条件下で解析されていたため、その適用には微小振幅という制約があった。

しかし、この Bend equation を基礎とした研究はその後も継続されている。例えば、Johannesson and Parker<sup>27)</sup>は、線形近似が適用可能な範囲の微小振幅蛇行に関して、二次流の影響を含めた手法を提案し、実験データとの適合性を検証している。Parker and Andrews<sup>28)</sup>は周期的な蛇行形状の時間発展を計算したうえで、有限振幅蛇行流路の発達についても、従来の基本振動モードに 3 倍波数の振動モードを加えることによって表現することを試みている。そのほか、Sun ら<sup>29)</sup>は Ikeda らの手法に基づき、長期間の河道変形を計算し、蛇行帯の成長過程を議論している。Larsen and Greco<sup>30)</sup>は 50 年間の水路変形を異なる河川管理条件下で予測し、氾濫原の管理に有用な情報を与える方法を提案している。Seminara and Tubino<sup>31)</sup>は、Bend equation において若干の非線形性を考慮することで、Ikeda らが表現している下流側へ移動しながら蛇行が発達するということに加え、上流側への蛇行の影響も存在することを示している。

さて、Ikeda らの研究、およびそれを基礎とした既存の研究に関しては 2 つの問題点が残っていた。1 つは、運動パターンの中で主要なもの 1 つである二次流が、有限振幅条件下でかつ定量的に考慮されている研究が存在しなかったという点である。既存の Bend equation は浅水流方程式を元にして一次元化されたものであった。もう 1 つは、1-2-1 にも述べた「河床横断勾配が曲率に比例する」という仮定である。この仮定によって、「河床横断勾配は河道曲率との位相ずれを持っている」という実際の現象をモデルによって表すことが出来ないという問題がある。

前者に関しては、石川・劉<sup>32)</sup>によって、二次流を含めた運動方程式の一次元化が提案された。これは、水深の断面分布をモード関数化し、運動方程式を Galerkin 積分して一次元化するという石川・金<sup>33)</sup>の方法を基礎として、それに Ikeda らが考慮していた鉛直全層的な横断流の効果を加えたものである。石川・劉はこの一次元流れモデルを複数の単湾曲水路および蛇行水路<sup>34)~36)</sup>に適用し、実験結果とモデル計算結果が概ね良好に一致するという結果を得ている。ただし、これらの実験水路の河床は全て平坦固定床であるため、河床横断勾配を持つ水路への適用可能性は不明確である。また、河床形状の発達に関しては、「河床横断勾配が曲率に比例する」といった直感的な仮定ではなく、流れと河床形状の変形をカップリングした新たなモデルの構築が必要となる。

#### 1-2-4 河床および側岸の浸食に関する研究

既存の流砂式を基礎とし、河床および側岸浸食を表現することを試みている研究はこれまでに多数存在する。例えば、平野<sup>37)</sup>は、直線水路における側岸浸食による拡幅について、水路実験と水理的解析による研究を行い、両者の結果が概ね適合することを示している。また、福岡・山坂<sup>38)</sup>は直線水路の交互砂州において、流砂量の非平衡性を考慮し、直線水路における交互砂州上の流砂の移動について解析を行い、実験<sup>39)</sup>で求められている流砂量の空間分布を良く説明することを示している。関根<sup>40)</sup>は、河床の微小な地形変化を個々の土砂粒子の運動を足し合わせたものとして数値モデル化しており、流れ場の解析と粒子の運動解析をカップリングしたモデルを構築している。

これらのモデルでは全て、流体力に加えて土砂粒子の重力が考慮されている。前項に述べた「流れと河床形状の変形をカップリングした新たな蛇行モデル」の構築に際しては、この重力の効果を含む流砂運動の次元化をいかにして行うかがキーポイントとなる。また、福岡・山坂および関根の研究においては、流砂の非平衡性についても言及されている。これに関しても蛇行水路の河床をモデル化する際に重要となりえるファクターであり、とりわけ相対的に水路規模の小さい実験水路の条件下では非平衡による位相ずれが大きく影響する可能性がある。

### 1-3 本研究の目的および本論文の構成

#### 1-3-1 本研究の目的

本研究では、まず実河川の蛇行部の基本的な平面形状について Google Earth および Landsat によって得られる衛星画像を活用して議論する方法を提案する。衛星画像は各大陸の代表的な河川を抽出し、本流に近い箇所から末端の支流を含めて 30 以上の河川について取り上げ、衛星画像解析により各河川に共通して現れる性質を中心として議論する。

次に、数値シミュレーションについてであるが、本研究では石川・劉のモデルを基礎として、新たに河床形状の発達過程を次元モデル化し、流れと河床形状変形の相互作用を描くことのできる数値計算モデルを作製する。さらに、このモデルに Ikeda らの考え方を基礎とした河道平面形状の発展計算ルーチンを組み込み、蛇行現象を概略的に描くことのできる新しい次元モデルを提案する。その後、画像解析から現れた複数の河川に共通して現れる性質が、本モデルでの計算結果においても現れるかどうかを検討する。

#### 1-3-2 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 章では対象河川を示し蛇行の特性を表す基礎的なパラメータを列挙した後、衛星画像解析によりそれらを求める手法について述べる。そして、その結果を述べ、蛇行の特性に関する議論を行う。

第 3 章では、石川・劉のモデルを基礎として、河床横断勾配を持つ水路への次元流れモデルの適用方法について議論し、さらに流砂の連続式を組み込んで、河床形状の発展計算の方法について提案し、実験水路において数値計算結果を検証する。

第4章では、第3章で構築した流れと河床形状の一次元計算モデルに、側岸浸食および蛇行平面形状の発達に関するモデルを組み込む。ここでは、側岸浸食速度を規定するパラメータに関する検証、および実河川において本モデル計算に必要なパラメータを写真解析で得られる情報から決定する方法について述べ、さらに Cut-off のモデル化方法についても説明を加える。

第5章では、第4章で得られた結果をもとに、衛星画像解析の結果とより良く一致する各パラメータの取り方について議論し、複数の河川を対象とした検証を行う。

第6章では、本論文の結論および今後の課題を述べる。



(a) 蛇行の平面写真の一例



(b) 蛇行河道移動跡の明瞭な写真

図1-1 沖積平野の自由蛇行

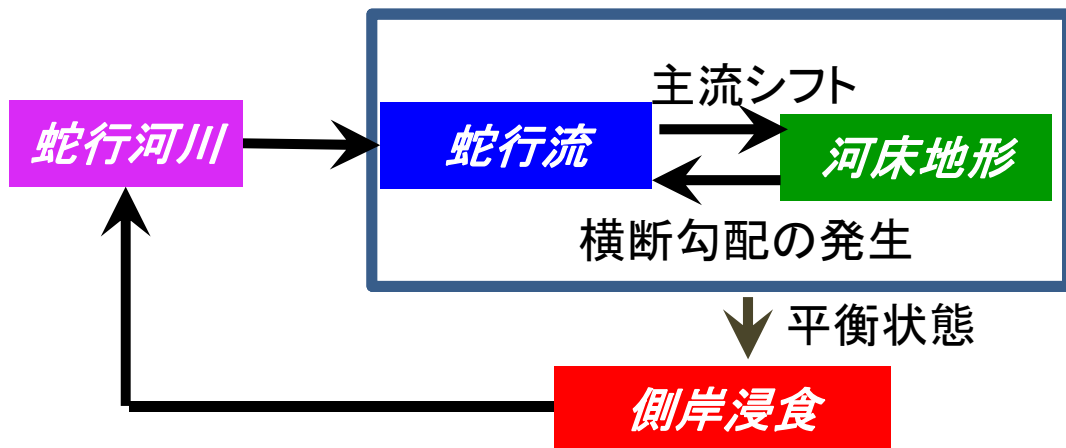


図1-2 蛇行現象のフローチャート

## 第2章 蛇行河川の衛星画像解析

本章では，世界の河川の蛇行部に関して，Google Earth および Landsat による衛星画像を取得する．そして，それらの画像解析により，蛇行の平面形状に関する性質，および Cut-off の発生や位相の時間的変化を把握する方法を提案する．本章ではまず，解析対象河川と，蛇行の性質を表す基本的なパラメータについて確認し，次に実際の河川からそれらを求める手法について述べる．その後，画像解析の結果を示し，複数の河川に見られる共通した特性についての考察を行う．

### 2-1 衛星画像の解析手法

#### 2-1-1 解析対象河川

衛星画像で河川の蛇行特性を調べる際，注意すべき点は3つある．1つ目は，地形条件，蛇行形状が空間的にある程度一定している区間である必要があり，具体的には，少なくとも10波長は概ね同一の蛇行性状が続いている河川を選定することとする．2つ目に，Google Earth の衛星画像の利用できる解像度の制約から，ある程度川幅の大きな河川であることが必要となる．3つ目に，堤防などの人工的な拘束条件の少ない河川であることが必要である．以上の条件を考慮し，本研究では，図 2-1 に示す通り，世界の各大陸から，比較的広大な沖積平野部を流れる13の水系を対象とした．その中で，異なる規模の河川を調べるため，一つの水系について本流から末端の支流まで複数の蛇行部を調べているケースも存在する．Google Earth においては，合計で33河川の蛇行部について解析を行っている．その中で，11水系の23河川に関しては，おもに基本的な形状特性の解析に利用している．他方，9水系の10河川は，小さな蛇行に加えて，それを平均化した軸線にも蛇行が見られるという現象が確認される箇所である．本論文ではこれを「大蛇行」と呼び，これら10河川に関しては主にこの大蛇行の性質を調べるために利用する．

ここでは一例として，最も多くの支流数を解析しているアマゾン川について，水系の拡大写真を図 2-2，河川ごとの写真を図 2-3 に示す．また，特に大蛇行が顕著な河川の一例を図 2-4 に示す．その他の河川に関しては，巻末に附録として全河川の衛星画像を示している．いずれも典型的な沖積河川の自由蛇行部を取り上げているが，河川の規模や蛇行波長，湾曲の大きさや気候帯，および周辺の土地利用状況が異なる．

また，USGS が整理している Landsat 画像で，過去30年の河道変形について，アマゾン川水系の2河川について解析を行っている．画像の一例を図 2-5 に示す．

まず，蛇行の基本的形状特性を調べる23河川について，河川の基本的性質である，川幅  $B$  および勾配  $I$  を以下の方法によって求めた．川幅  $B$  に関しては，画像ごとに3~5箇所に横断測線を引き，その両岸の距離を平均する．ここで，川幅は河道満杯状態を想定した値とするため，砂州によって白くなっている箇所は河道内に含み，植生や岩盤化によって明確

に陸地化した箇所を兩岸と定義している。勾配  $I$  に関しては、河道の両端 2 地点の標高を Google Earth の地形情報より求め、その標高差を 2 地点間の計測直線距離で除することにより求めている。解析の一例を図 2-6 に示す。

川幅  $B$  と勾配  $I$  の逆数  $1/I$  に関して、両者をプロットしてグラフ化したものを図 2-7 に示す。今回の解析で用いる河川の規模に関して、 $B$  は 60~4000[m],  $I$  は 1/500~1/40000 程度の幅を持っている。 $B$  の最小値である 60[m] という値は、Google Earth の衛星画像において、比較的鮮明な画像が読み取れる限界スケールである。また、川幅  $B$  が大きくなると  $1/I$  も大きく、すなわち勾配  $I$  は小さくなる傾向にある。グラフの左下側が上流の川幅が狭く急勾配の箇所、右上側が下流の川幅が広く勾配の緩い箇所を示している。

また、これらの河川が概ね平野部を流れる沖積河川であることを示すため、図 2-8 に示す通り、蛇行帯幅と横断方向の標高差を計測して検討を行う。河道ごとに概略的な蛇行帯幅  $B_L$  を求め、横断測線を 3 箇所に引く。測線上の最高標高点と最低標高点を求め、この差を  $\Delta H$  とする。図 2-9 に、水深  $h$  と標高差  $\Delta H$  の関係をプロットした。ここで、計算で利用している水深  $h$  については、河道の概略的な形状を示す経験則である regime 理論を用い、係数  $\alpha=5.0$  から求められる流量と、縦断勾配  $I$  から決定している。regime 理論については第 4 章で詳述する。 $\Delta H$  に関しては大きい箇所でも 1[m] 程度であり、蛇行帯幅はもちろんのこと、最小でも 60[m] である川幅と比較しても非常に小さい。また、全ての河川について  $\Delta H$  と  $h$  の比は平均で概ね 1/20、最大でも 1/3 程度という範囲にある。従って、河道周辺が谷地形になっていることによる蛇行への影響はほとんどなく、平野部を流れる沖積河川であるとみなせる。

### 2-1-2 蛇行形状を規定するパラメータ

蛇行形状を規定するパラメータは多数存在するが、蛇行は本質的には波動現象であるため、基本的なパラメータは波長と振幅の 2 つであると言える。波長  $L$  に関しては、水路幅との比  $L/B$  が勾配  $I$  をはじめとするその他の河川の性質に関わらず概ね一定の値となることが、直線水路における交互砂州の研究<sup>5)</sup>において示されており、ある程度発達した蛇行においても同様の性質が現れることが期待される。一方、蛇行における振幅は「蛇行帯幅」を示すパラメータであり重要性が高いが、実際の河川形状は複雑であり、振幅をそのまま数値化して検討している蛇行研究の事例は少ない。それに代わるものとしてしばしば利用されるパラメータは、1 波長分の蛇行に関して、流路長  $s$  を蛇行波長  $L$  で除した「蛇行度」である。振幅が大きいと蛇行度は大きくなる。蛇行度  $s/L$  に関しても、川幅  $B$  や勾配  $I$  などのパラメータを組み合わせた、比較的簡単な指標との相関性が現れる可能性がある。

以上に述べた通り、本研究では、蛇行平面形状に関するパラメータの中で最も基本的な性質である、波長川幅比  $L/B$  および蛇行度  $s/L$  に着目する。両者の定義を示した概念図を図 2-10 に示す。

### 2-1-3 蛇行平面形状に関する解析方法

蛇行平面形状について、本研究では以下に示す方法で解析を行う。

まず、図 2-11 の赤色の線に示す通り、河道のおおよその軸線を定義する。次に、赤色の軸線上の点をプロットしデジタルデータ化する。定義した軸線について、図 2-12 に示すように、画像上での偏角および曲率を求める。

次に、以下のような方法で小振動の影響を除外した大蛇行線を定義する。この大蛇行線が通る点の候補として、一つは曲率 0 の点をそのまま利用する。もう一つは偏角 0 の点を求め、これの  $xy$  平面上での二等分点を求める。図 2-13 にそれぞれの方法で決定される点を示す。ただし、2つの方法で求めた候補点が大きく異なる場合や、候補点の中に中心軸から明らかに大きく外れるケースもありうる。そこで、若干主観の入る方法ではあるものの、最終的には、これらの点を参考として大まかな主軸線を引くこととする。図 2-14 にこの線を示す。この主軸線について、河道線との交点をプロットし、同様のデータ化を行う。

蛇行波長  $L$  に関しては、主軸線と河道線の交点のデータから半波長の直線距離を求め、それを 2 倍して求める。一方、蛇行河道長  $s$  に関しては、河道線上で各々の主軸線上の交点と最も座標の接近した点を求め、それらの点の間を折れ線をつないだ総延長を  $s/2$  とし、それを 2 倍して求める。これらによって求められた  $s$ 、 $L$  および 2-1-1 で求めている川幅  $B$  から、波長川幅比  $L/B$  および蛇行度  $s/L$  を求める。

### 2-1-4 動的形態に関するパラメータと解析方法

動的特性に関するパラメータは Cut-off の発生頻度と Cut-off の最接近点の間隔、および蛇行の下流側への移動量である。

まず、Cut-off の発生頻度に関しては、1 年あたり、1 蛇行長あたりに発生する回数について調べる。Cut-off の最接近点に関しては、川幅  $B$  の何倍の距離で Cut-off 水路が形成されるかという点について調べている。川幅との比係数は  $k_c(\square 1)$  とする。このパラメータは河道平面形状の発達モデルの作成において、Cut-off を考慮に入れる際に重要なパラメータとなる。最後に、蛇行の下流側への移動量に関しては、1 年あたりの移動距離と蛇行波長との比を計算する。以上の情報を、Landsat で得られる 30 年間の衛星画像の解析によって取り出すことを試みた。

## 2-2 蛇行形状の解析結果

### 2-2-1 波長川幅比 $L/B$

23 河川の解析結果について、横軸に川幅  $B$ 、縦軸に解析平均蛇行波長  $L$  を取り、プロットしたものを図 2-15 に示す。図 2-15 より、

$$L = 17.7B \quad (2-1)$$

という相関が成り立つ。一方、直線水路での交互砂州<sup>5)</sup>が発達する波長は、図 2-16 に示す通りである。概ね  $L=7B\sim 15B$  の範囲にあり、平均すると  $L/B=10$  程度となっている。式(2-1)

の比較係数は、これと比べると若干大きくなっている。しかしながら、勾配  $I$  やその他の河川の特性和は無関係に、概ね  $L$  が  $B$  に比例するという関係を示しているという点では共通している。直線水路の交互砂州と比較して  $L/B$  が大きくなる理由としては、Cut-off により波長が大きい箇所が生じている河川が存在するためであると考えられる。そこで、次に、各河川における蛇行波長  $L$  について、個別の波形についての波長を抽出し、その頻度分布を描いた。その一例について、対象河川をデータ化したものを図 2-17、頻度分布図を図 2-18 に示す。(a)と(c)の頻度分布図においては、第一ピークとなる波長の 2 倍程度の箇所に明確な第二ピークを生じている。これは、先述の通り Cut-off に起因する 2 つの波形の合体によって、それまでの波長が 2 倍程度になるということが考えられる。一方、(b)と(d)の頻度分布図においてはやや不明瞭であり、頻度分布図の形状は河川ごとに大きく異なっていることが分かる。

そこで、多くのサンプル数における大局的な性質を抽出するため、全ての河川のデータを統合し、その一つ一つの波形における  $L/B$  を求めることで無次元化し、各蛇行波長を同一のスケールで比較することを考える。図 2-19 にその分布形を示す。その第一ピークは  $L/B=10$  付近に見られ、これは  $L=7B\sim 15B$  という関係と非常に良く一致することが分かる。一方で、平均値は  $L/B=19$  程度であり、これは式(2-1)の比例係数に比較的近い値となる。つまり、初期波長で形成された蛇行波が、カットオフによる合体を伴って長い波長が生じ、結果として平均波長が大きくなるということが考えられる。頻度分布は概ね対数正規分布形である。一方、第二ピーク以降の現れ方は明確ではない。

図 2-19 の頻度分布について Hazen-Plot を適用したものを図 2-20 に示す。 $L/B$  と波長の超過確率の間には非常に良い関係が見られる。なおグラフの右側についてはやや外れているが、これは部分的に直線河道に近い箇所が生じた等の原因で、 $L/B>50$  の大波長の部分が現れている影響である。

## 2-2-2 蛇行度 $s/L$

蛇行度  $s/L$  は無次元であるため、これと関係を持つパラメータに関しても、無次元のものを抽出して検討を行う。横軸に勾配の逆数  $1/I$ 、縦軸に平均蛇行度  $s/L$  を取り、プロットしたものを図 2-21 に、また横軸に波長川幅比  $L/B$ 、縦軸に平均蛇行度を取り、図 2-22 に示す。ごくわずかではあるが、図 2-21 には赤破線の部分に正の相関が、図 2-22 には負の相関がある。前者に関しては、平均勾配の緩い河川の方が、左右に振れる程度が大きくなることを示している。後者に関しては、 $L$  が大きくなってもそれに比例して蛇行河道長  $s$  が大きくなるわけではなく、ある程度の大ききで頭打ちになり得ることを示している。これらは確かに有意な結果であるとはいえるが、関係性が明確であるとは言い難い。

そこで、次に  $(LI)/B$  を横軸にとり、同様のグラフ化を行った。それを図 2-23 に示す。図 2-18 と比較すると全体的な関係が若干明確になり、1 河川の例外を除いて勾配  $I$  が緩く、 $L/B$  の小さい河川の方が蛇行度  $s/L$  が大きいという傾向が現れている。



しかし、このグラフにおいても有意な結果であるとは言い難い。そこで、それぞれの河川のデータに戻って、より詳細に検討を加える。図 2-24 にアマゾン川およびマレー川水系の 1 河川を取って、縦軸に河道長  $s$ 、横軸に波長  $L$  をとる。アマゾン川では直線的な関係があり、蛇行波長にかかわらず蛇行度は一定になるが、マレー川では、1 点を除いて、短い波長では一定の蛇行度を示し、長い波長では河道長が頭打ちになることが分かる。これは、上にも述べた通り長い波長では振幅が発達しないことを意味するものと考えられる。

以上より、蛇行度のばらつきの原因は 2 つ考えられる。1 つは、両側が高くなった谷地形が明確な箇所においては、ある程度以上は振幅が大きくなるということである。そこで、図 2-25 に Google earth から平均の横断地形勾配を求め、蛇行度との関係をプロットした。これに関しては明確な関係は見られない。

もう一つは、Cut-off が頻繁に起きることにより、蛇行度の特性が変わる可能性があるということである。これについては 2-3-1 で詳しく述べる。

### 2-2-3 大蛇行の特性

大蛇行が顕著に現れている 10 河川については、まず、図 2-26 に示すように、大蛇行線を引き、さらにその大蛇行の主軸となる線を引いて、それをデジタルデータ化している。大蛇行線のデジタルデータ化の一例を図 2-27 に示す。また、川幅  $B$  を同様の方法でとり、大蛇行波長  $L_a$  との関係をプロットしたものを図 2-28 に示す。 $B$  と  $L_a$  の間は相関がみられるが、さほど明確ではない。

そこで、横軸を川幅  $B$  の代わりに、小蛇行の蛇行帯幅  $B_L$  とし、 $B_L$  と  $L_a$  の関係を取るという方法を試みた。これを図 2-29 に示す。同図には 23 河川の  $L$  と  $B$  を重ねてプロットしている。 $L_a$  と  $B_L$  の関係を表す直線が、 $L$  と  $B$  の関係にある程度良く乗っていることが分かる。このことにより、大蛇行の蛇行波長については、小蛇行の蛇行帯幅によって規定されるものとなる可能性が高い。ただし、2-1-2 で述べた通り、蛇行帯幅を元に蛇行の性質を検討しているケースは少ない。特に、大蛇行に言及している既往の研究は見当たらず、この検討のみで以上の大蛇行の特性が「複数の河川に共通する特性である」という明確な証拠であるとは言い難い。よって、大蛇行の詳細な発展メカニズムに関しては今後の課題となる。

## 2-3 動的形態に関する解析結果

### 2-3-1 Cut-off の発生頻度と蛇行形状の関係性

蛇行度の分布にあるパラメータとの相関を見出すため、Cut-off の頻度によるグループ分けを試みた。ただし、実際には Cut-off は長期間的な現象であるため、Google Earth の画像のみからでは、実際の現象としての Cut-off 頻度を直接求めることは不可能である。

そこで、本節では図 2-30 のように、Google Earth の衛星写真から視認できる Cut-off 痕、すなわち三日月湖の数をカウントし、その一波長あたりの密度を求める。すなわち、写真に見られる Cut-off 痕の数を写真内の蛇行波長数で除して、それを Cut-off 頻度と定義した。

Cut-off 頻度により河川をグループ分けしたものを表 2-1 に示す。また、横軸に Cut-off 頻度を取って蛇行度  $s/L$  をプロットし、図 2-31 に示す。  $s/L=1.5$  程度を目安として区分したところ、Cut-off 痕が少ないグループで 3 河川、Cut-off 痕が多いグループで 1 河川の例外的な河川があった。これらに関して、プロットされた点に緑の丸をつけて示している。その他の大多数の河川ではある程度明瞭な相関関係が確認され、  $s/L=1.5$  の区分と三日月湖の密度 0.5 の区分が概ね一致している。Cut-off 痕の少ないグループを図の赤の点、多いグループを図の青の点に示す。Cut-off の頻度が高い河川は  $s/L$  が大きくなっている。図 2-21 にプロットされた点をこれらの分類によって色分けして示した。これを図 2-32 に示す。それぞれの分類について、若干の相関関係がみられ、大きな蛇行度の河川については、勾配が緩くなるに従って蛇行度は大きくなっている。これは平均勾配の緩い河川の方が左右の振れ幅が大きくなるという関係を示していることが分かる。一方、小さな蛇行度の河川については、勾配に関わらず概ね一定の範囲に分布している。例外河川は緑の丸で示している。

例外とした 4 河川はミシシッピ川-1,5 およびガンジス川-2,3 であるが、ミシシッピ川-1,5 については両岸に道路が走っており、河川の護岸がされている可能性があることによって、例外的な性質を示している可能性が高い。一方、ガンジス川-2,3 については少雨地域の河川ということが影響していることが考えられる。ただし、マレー川のように同じ乾燥地域の河川であるが例外的な傾向が見られない河川も存在しており、理由として明確であるとは言い難い。

この相関は当然現れる関係であると言える。蛇行度が大きいということは湾曲が急であることを意味するので、Cut-off が頻繁に発生する原因となり得る。しかし一方で、三日月湖の跡が衛星写真に残るかどうかということに関しては、流域の地質条件や水文条件が関係している可能性もある。例えば、流量が安定していて氾濫の頻度が低い河川の場合、本川から三日月湖に運ばれる土砂が少なく、したがって埋没しにくいというようなことが考えうる。これについては個別の河川での検討が必要な部分でもあり、今後の課題となる。

### 2-3-2 Cut-off の動的解析および蛇行の位相進行に関する解析結果

アマゾン川支流の 1 河川において 1984 年と 2014 年の Landsat 画像に関して、河道をデジタルデータ化したものを重ね合わせた。これを図 2-33 に示す。Cut-off は、この画像で 1 か所発生しているのをはじめとして、調査した 2 河川の延長約 1000km うち 4 か所で生じている。その区間の総蛇行数は 220 なので、一つの蛇行部でカットオフが生じるのは平均して約 800 年に一回となる。また、生じている 4 か所の Cut-off について、河道の最接近点について調べると、その平均は川幅  $B$  の概ね 2 倍となっている。また、蛇行の位相が移動する速度は 1 年あたり 60~300m 程度で、これは蛇行波長の 1/50~1/10 程度に相当する。

以上の通り、Landsat 画像を通して蛇行形状の動的変化を確認することができた。しかし一方で、30 年間の画像で見られる河道変形はごくわずかであり、平面形状の変形速度を明確に求めるには十分な期間ではない。また、蛇行変動時間に関するファクターは、側岸の

地盤および植生の状況によって変化しうるため、全蛇行河川に共通する特性であるとはいえない。そこで、本研究における計算の際には、こうした側岸の削れやすさに関する特性を問わず「ある変形基準量に対して」河道の幾何学的な変形を描くことができるような数値モデルを考えることとしている。これに関しては、第4章で詳しく述べる。

## 2-4 第2章の結論

- Google Earth の画像から求めた平均蛇行波長  $L$  は河道幅  $B$  の 17.7 倍程度であり、発達初期の波長の特性として水理実験およびこれまでの実地調査で示されている  $L/B=10$  より若干大きい。これは蛇行発達によってカットオフが生じていることの影響が考えられる。
- 画像で確認される 1 波長あたりの三日月湖の密度を調べ、 $s/L=1.5$  を境として蛇行度の大きさを分類した。その結果は 4 河川を除いて三日月湖の密度 0.5 を境とした分類と一致する。そのうえで、勾配  $I$  と蛇行度  $s/L$  の関係を取ると、それぞれの分類において相関がみられた。この三日月湖密度 0.5 という値が閾値となる理由は明確ではないが、地質条件や水理条件が関係している可能性がある。
- 大蛇行の発生している 10 河川に関しては、大蛇行の蛇行長  $L_a$  に関して、川幅  $B$  の代わりに小蛇行の蛇行帯幅  $B_L$  との関係を取ると、 $L$  と  $B$  の関係とほぼ同様の相関関係が現れる。
- USGS が収集したランドサット画像から、蛇行の動的性質を調べた。30 年間の画像で見られる河道変形はごくわずかであるが、一つの湾曲部あたりで Cut-off が生じるのは 800 年に 1 回程度であり、河道の最接近点の距離は平均すると川幅  $B$  の概ね 2 倍となっている。また蛇行波形が下流に移動する速度は、大きい場合でも年間に蛇行波長の 1/10 程度であった。



図2-1 対象水系

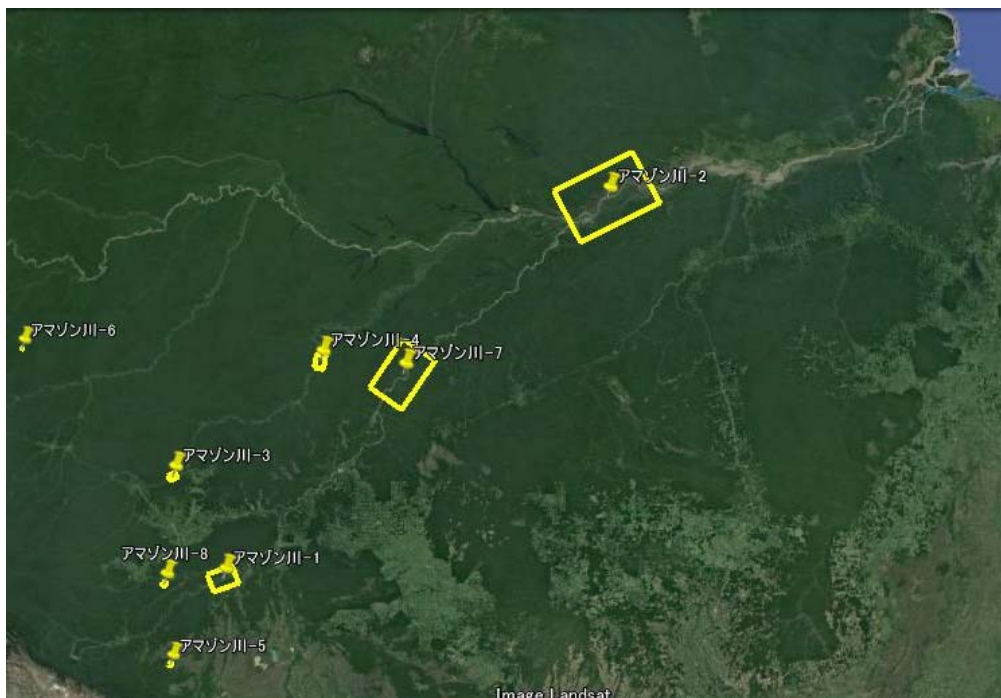


図2-2 アマゾン川水系の対象河川



アマゾン川-1



アマゾン川-2



アマゾン川-3



アマゾン川-4



アマゾン川-5



アマゾン川-6



アマゾン川-7

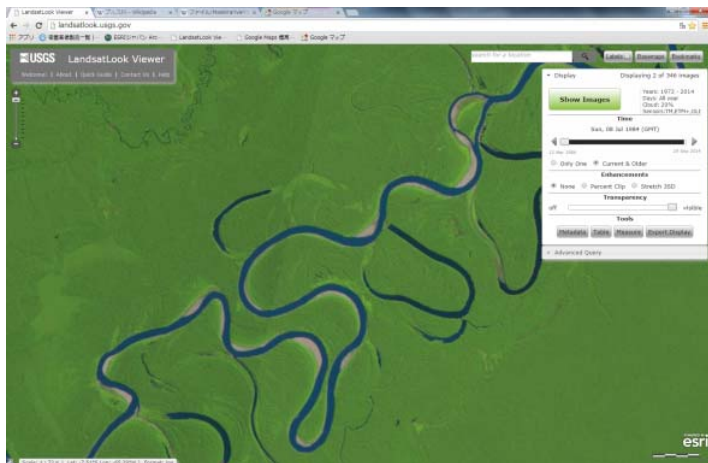


アマゾン川-8

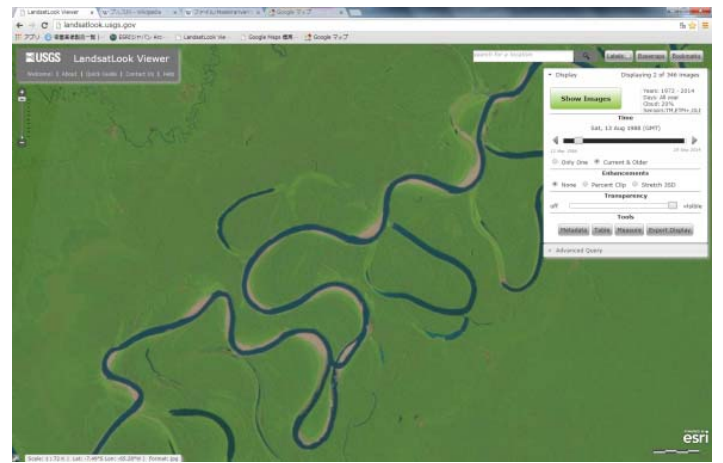
図2-3 アマゾン川水系各河川の衛星写真



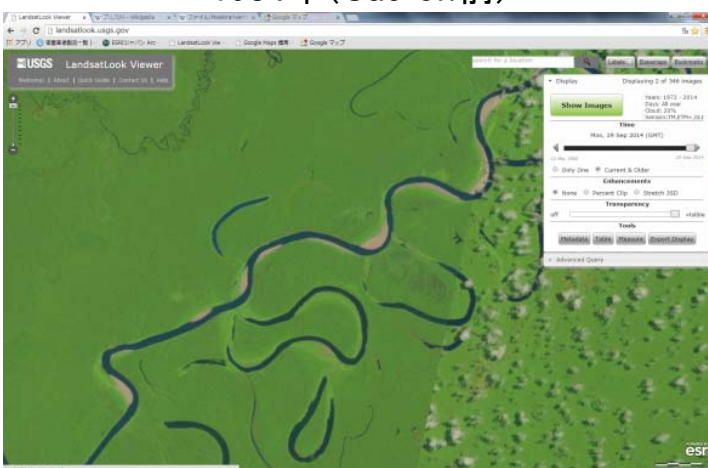
図2-4 大蛇行の顕著な河川の例(アマゾン川-4の広域)



1984年 (Cut-off前)



1984年 (Cut-off途中)



2014年

図2-5 Landsat画像による30年の河道変形



図2-6 川幅と縦断河床勾配の解析例

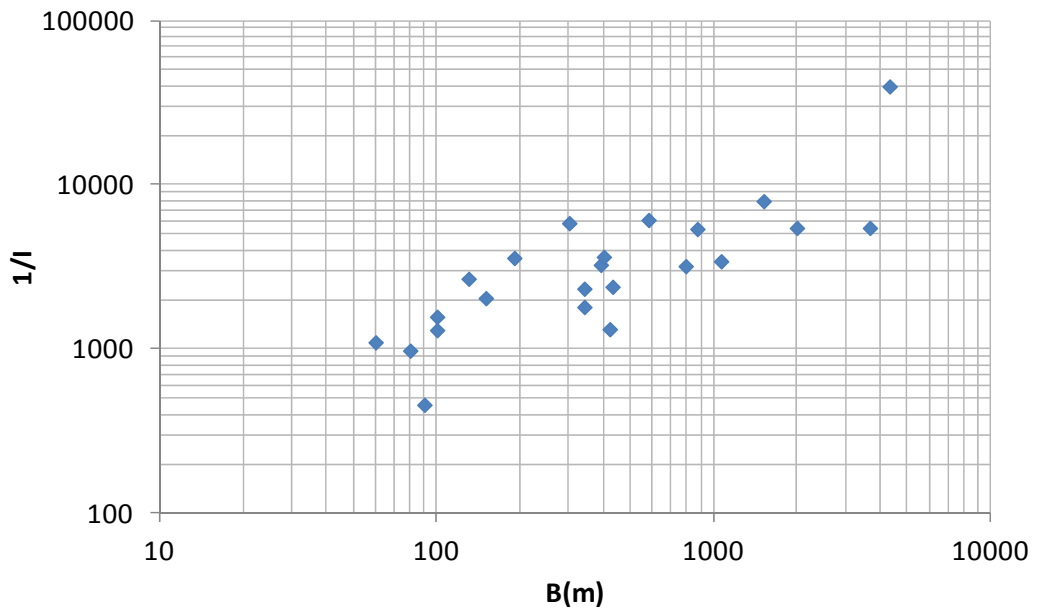
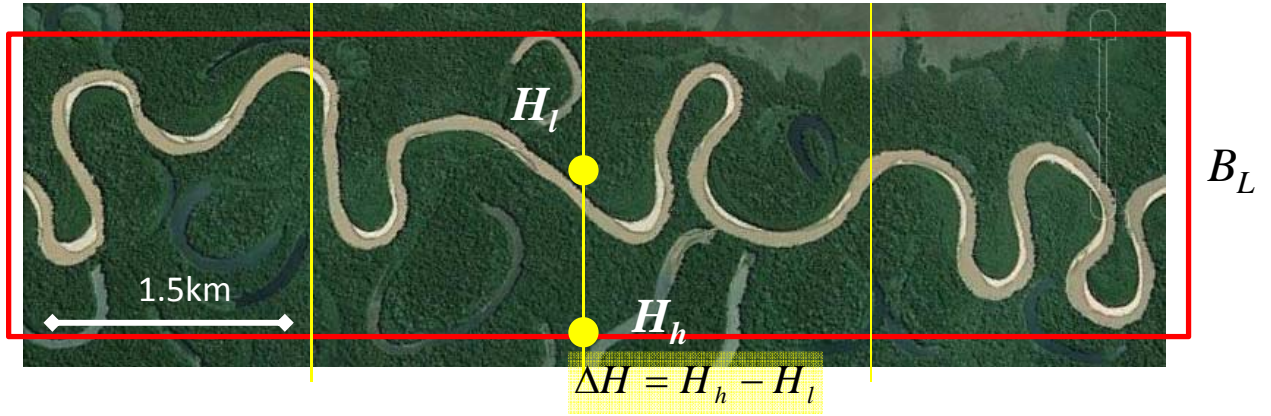
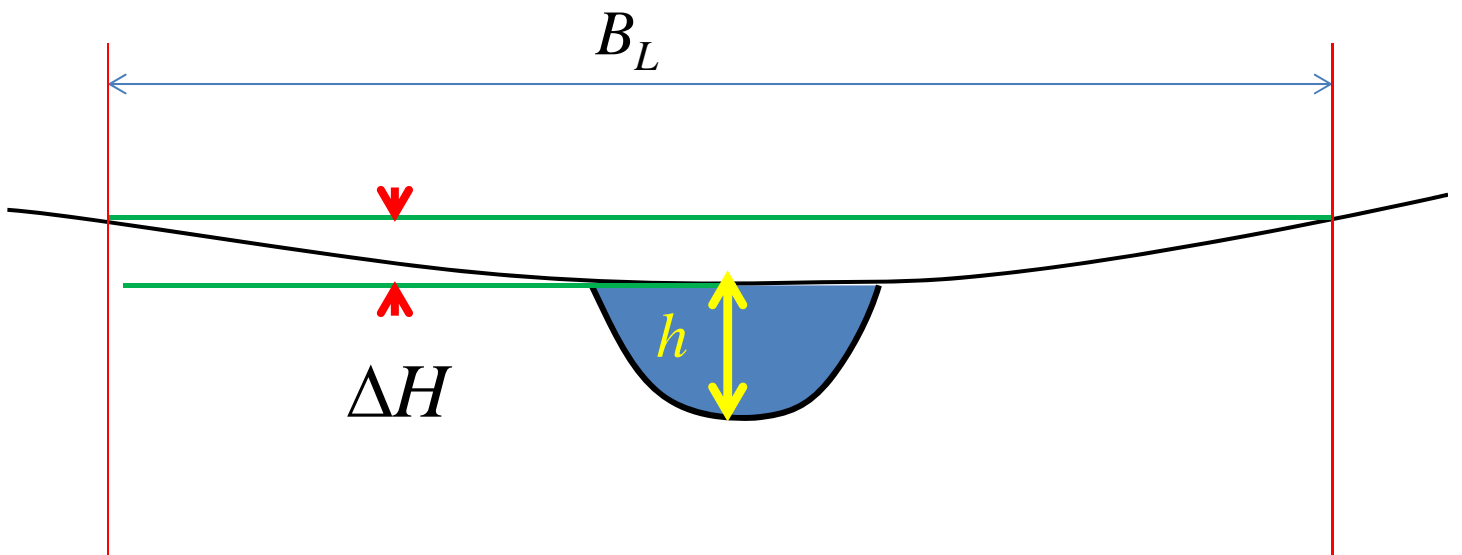


図2-7 川幅  $B$  と勾配  $I$  の逆数  $1/I$  の関係



(a) 平面図



(b) 断面図

図2-8 横断標高差の解析



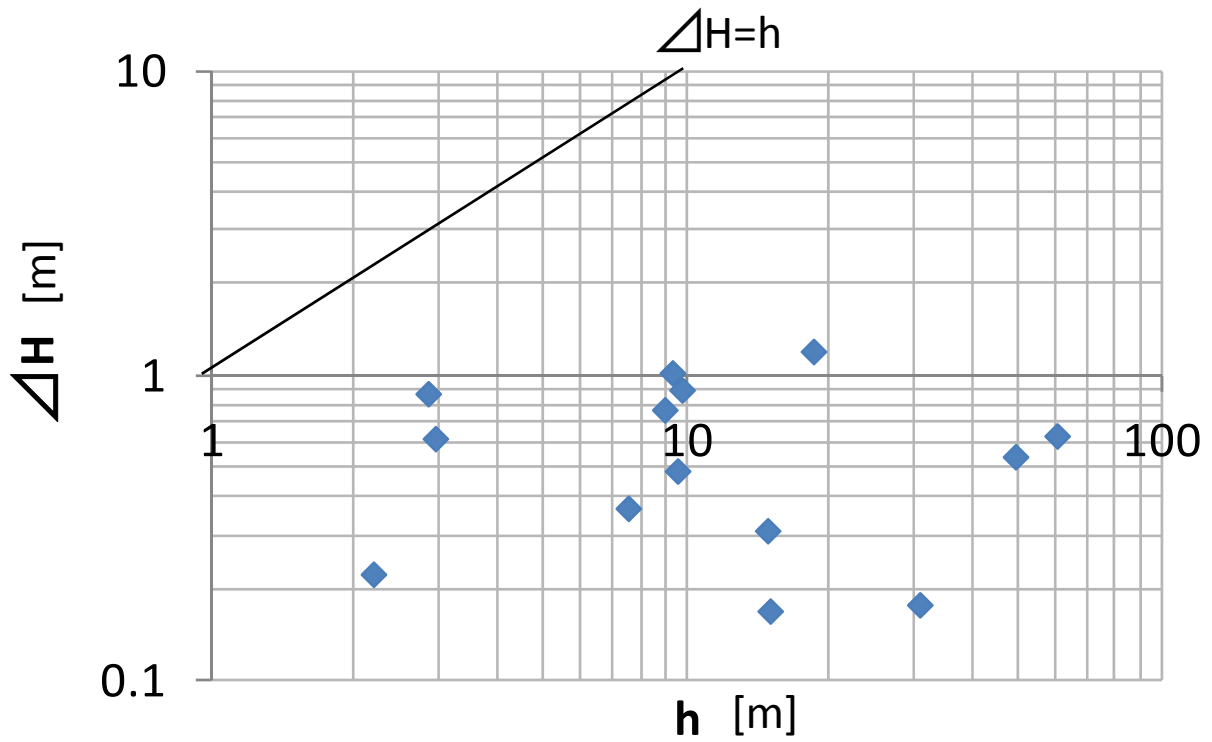


図2-9 水深と蛇行帯幅内横断標高差の関係

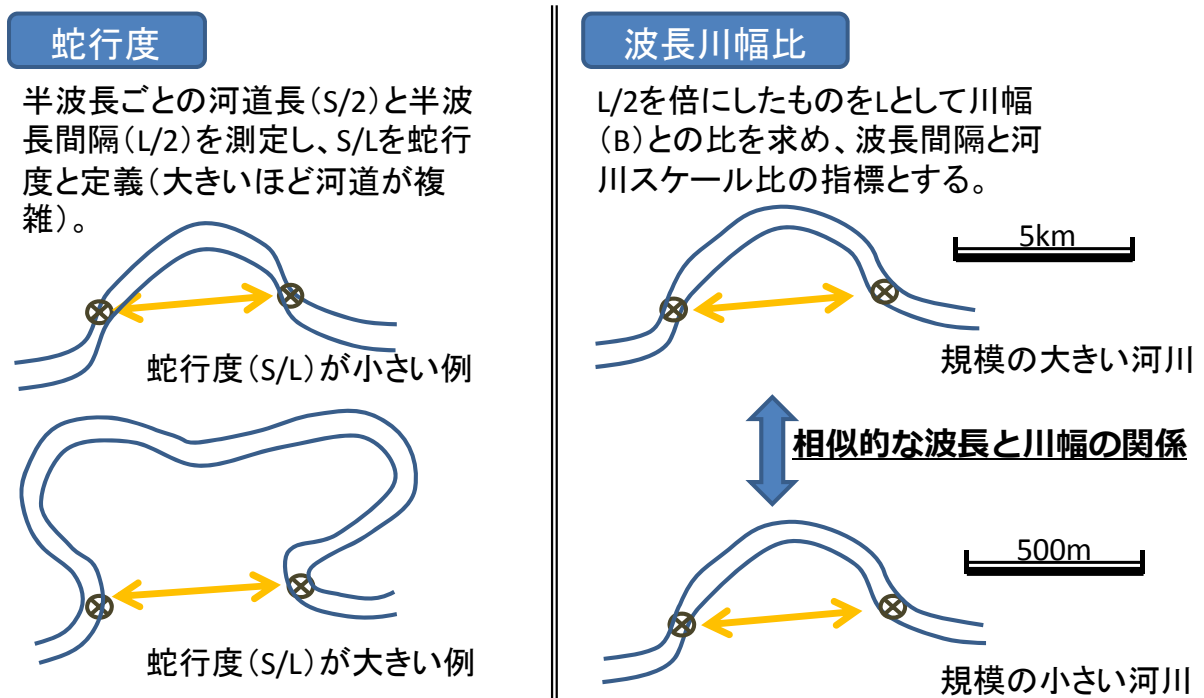
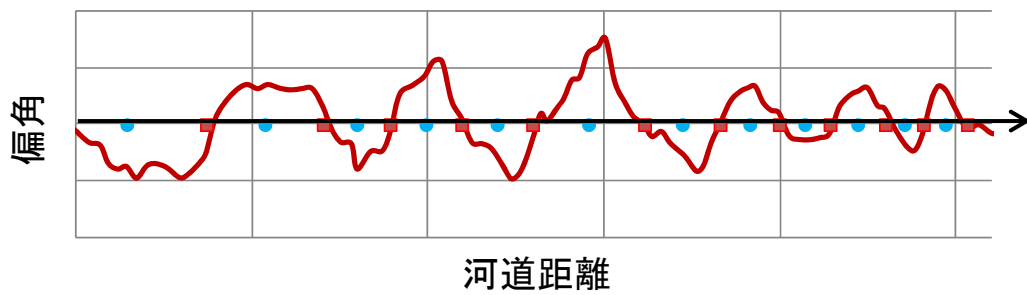


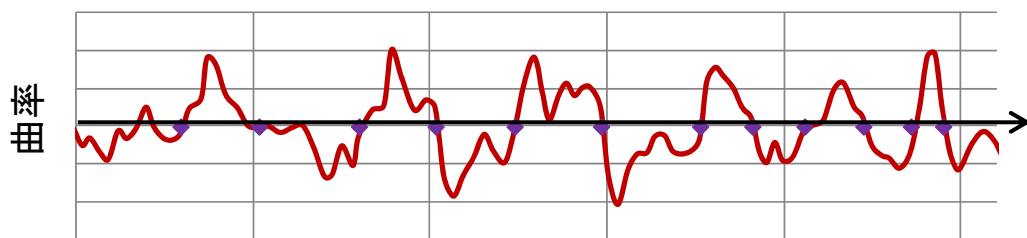
図2-10 蛇行度と波長川幅比の定義



図2-11 蛇行軸線の設定の一例(アマゾン川-3)

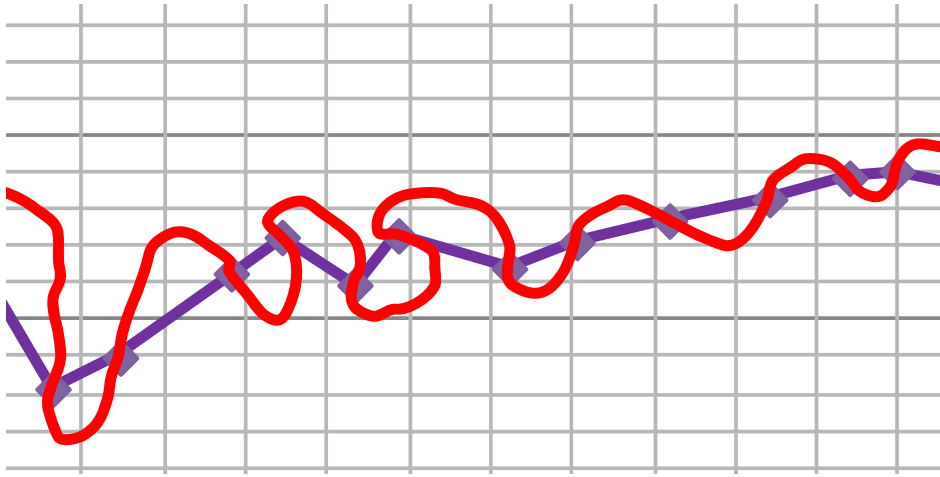


(a) 偏角

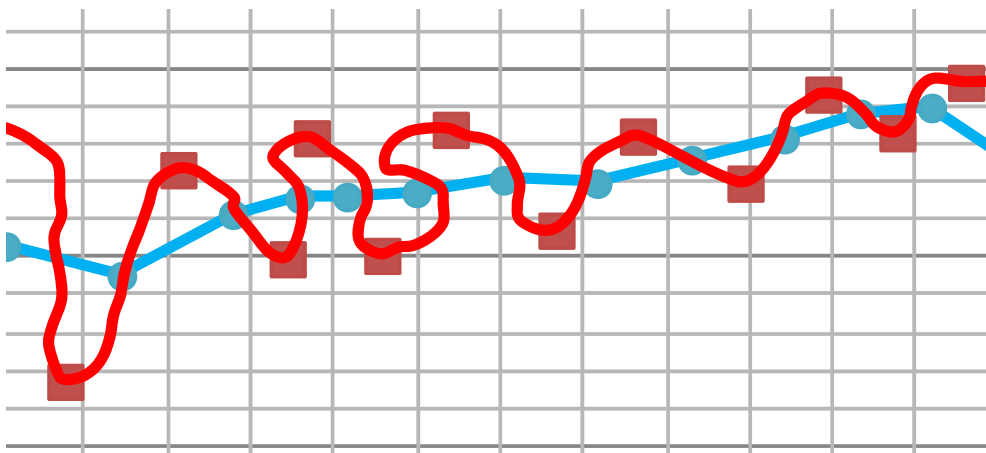


(b) 曲率

図2-12 蛇行軸線の偏角と曲率



(a) 曲率0の点



(b) 偏角0⇒中点

図2-13 大蛇行線の通る点の候補

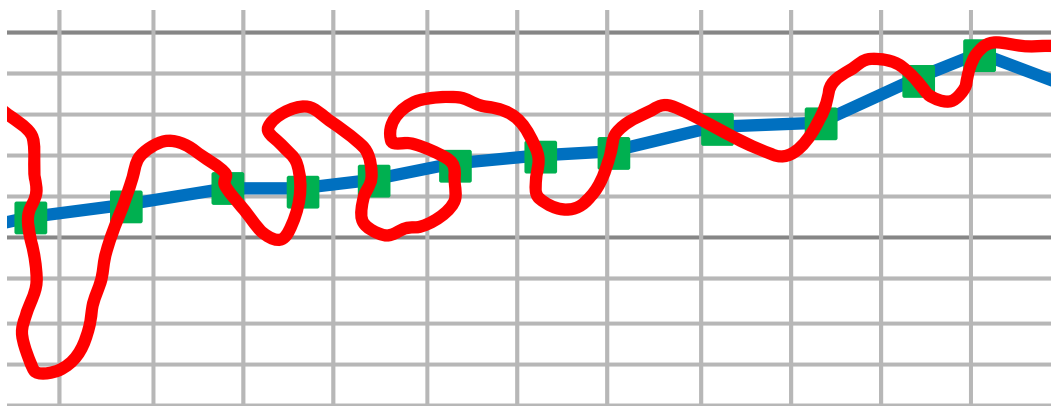


図2-14 最終的に決定された大蛇行線

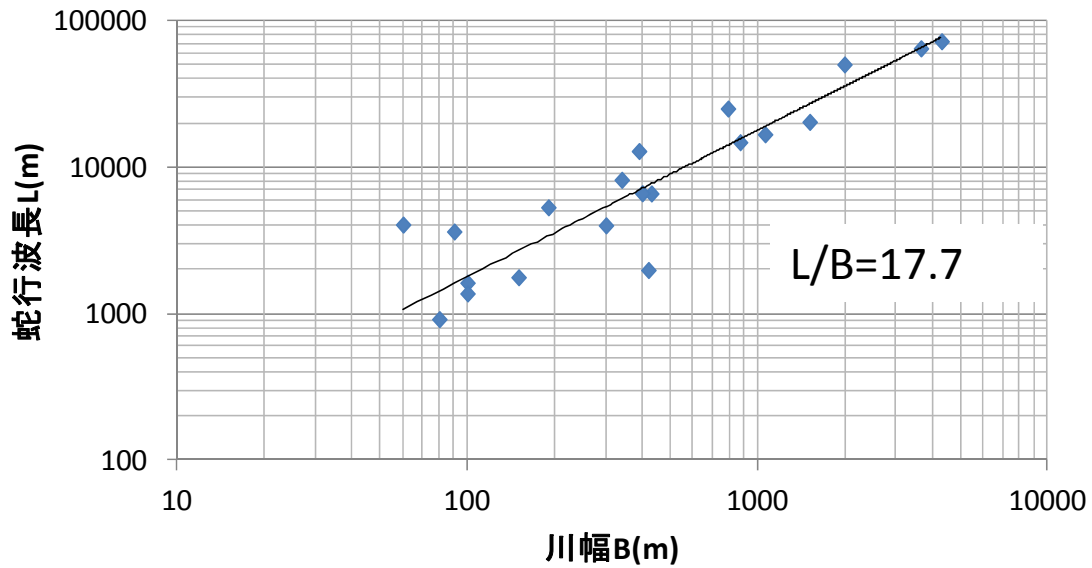


図2-15 川幅Bと蛇行波長Lの相関

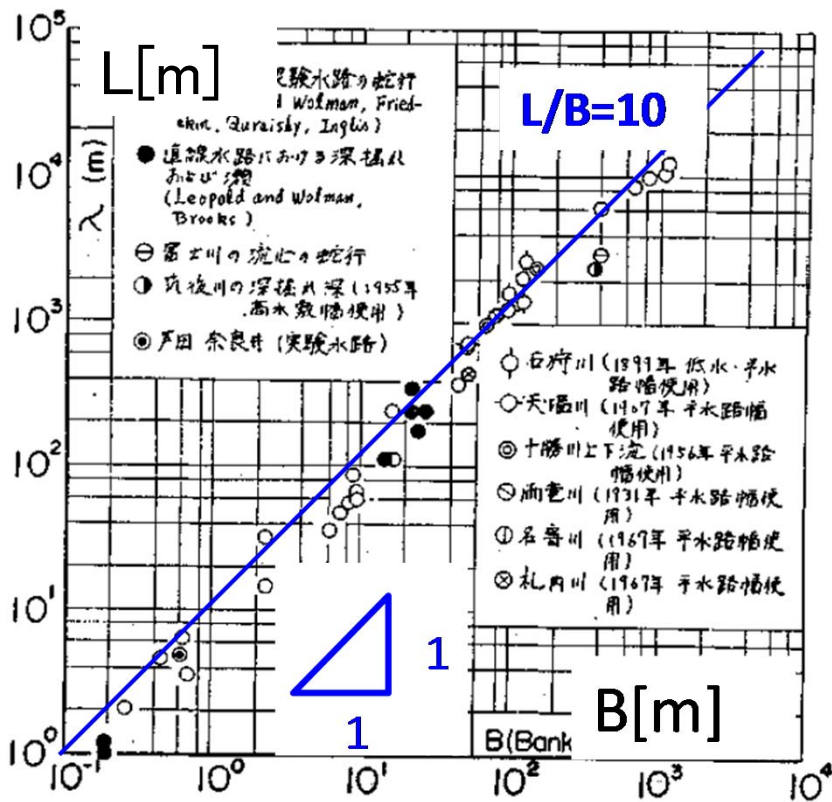
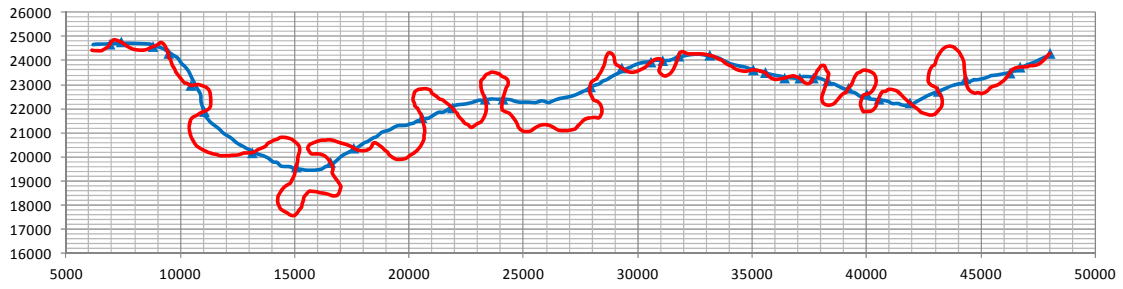
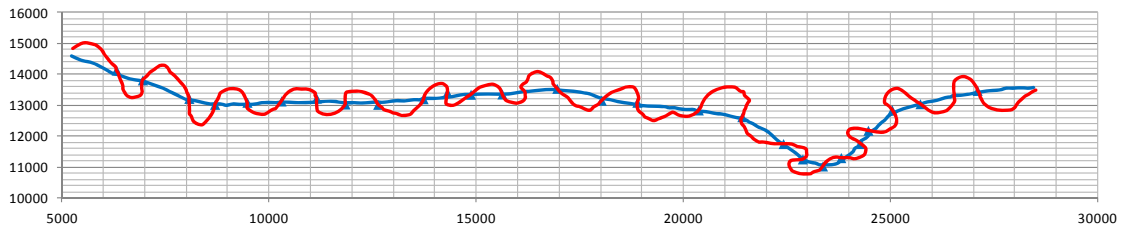


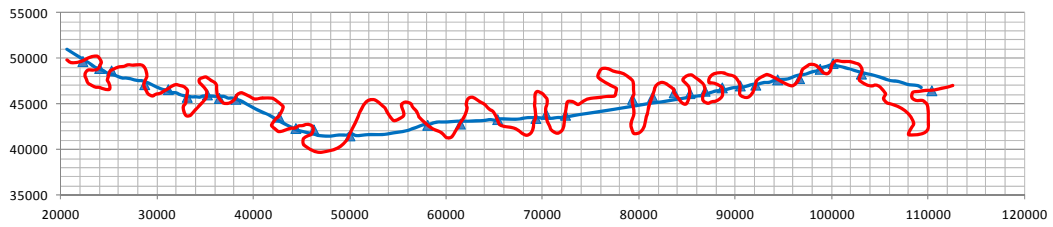
図2-16 直線水路における交互砂州の発達波長



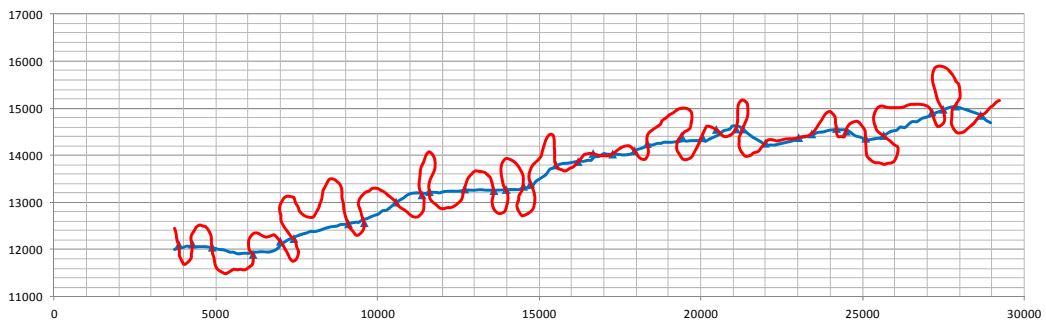
(a) マレー川-1



(b) コリマ川-2

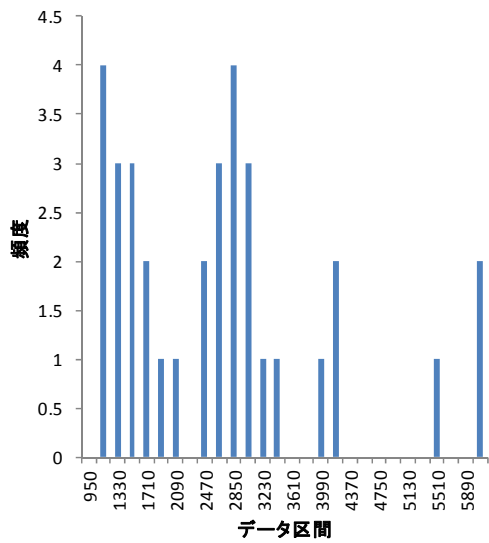


(c) アマゾン川-3

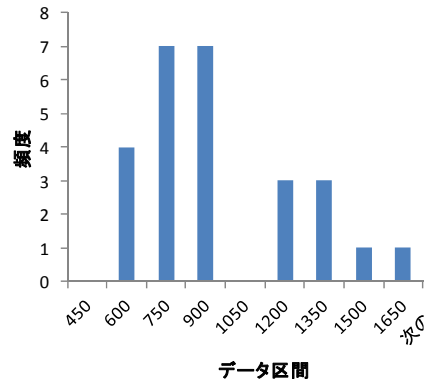


(d) アマゾン川-5

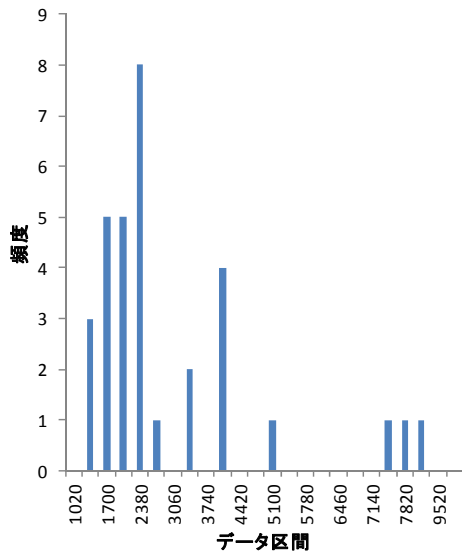
図2-17 デジタルデータ化した代表河川



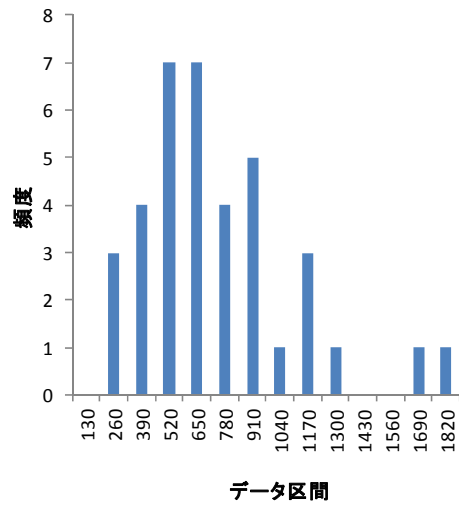
(a)マレー川-1



(b)コリマ川-2



(c)アマゾン川-3



(d)アマゾン川-5

図2-18 蛇行波長Lの頻度分布の一例

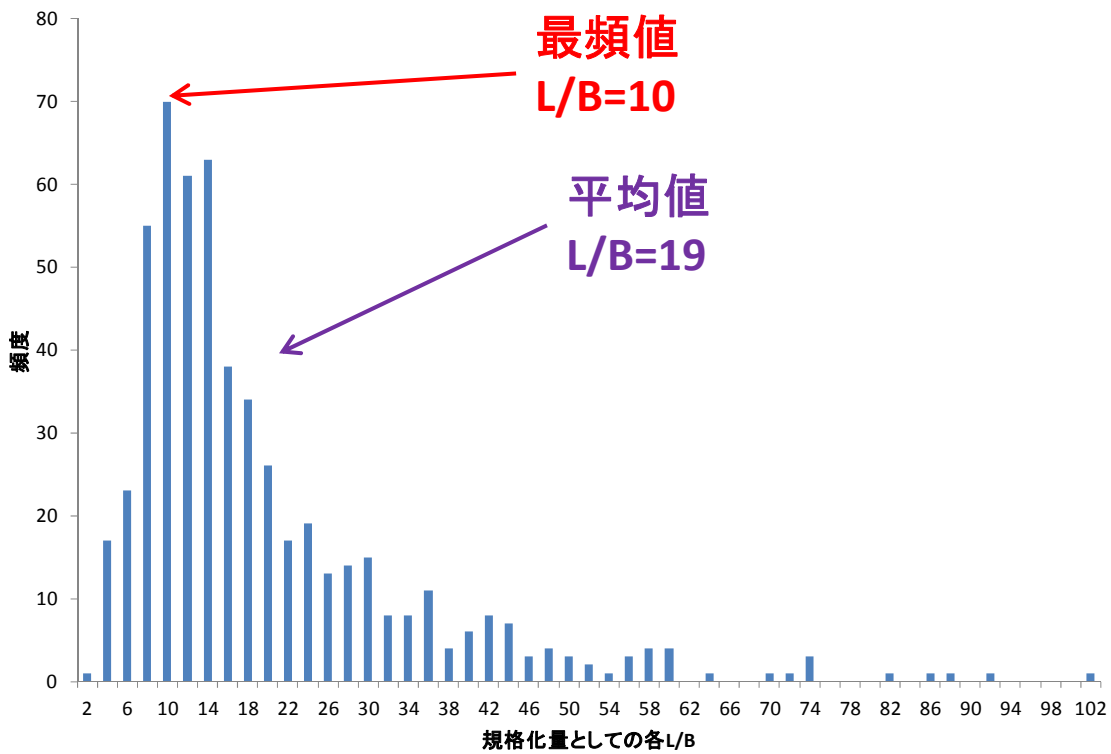


図2-19 全河川のデータを統合し規格化した蛇行波長の頻度分布

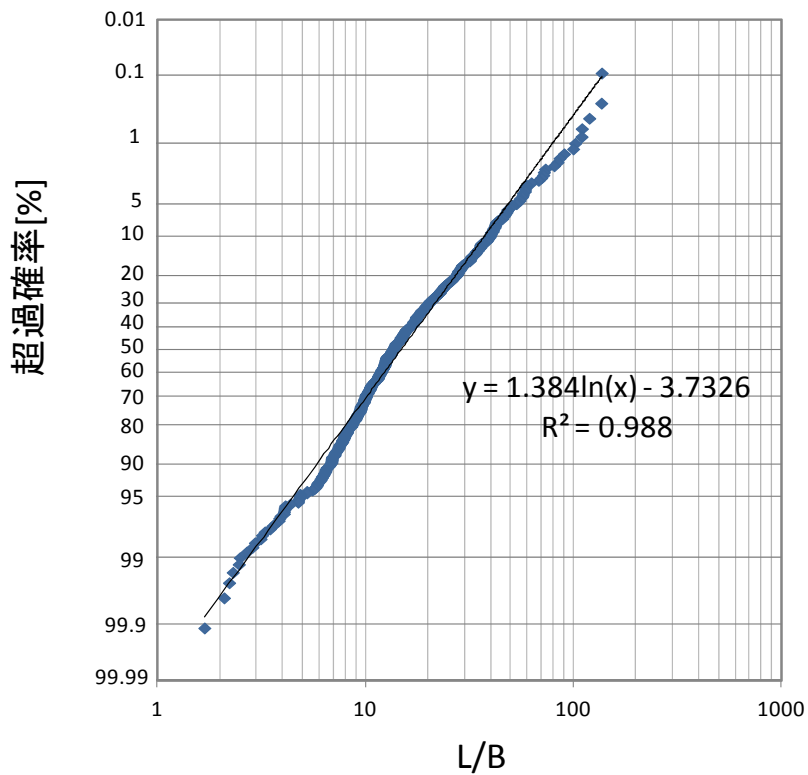


図2-20 L/BのHazen-plot

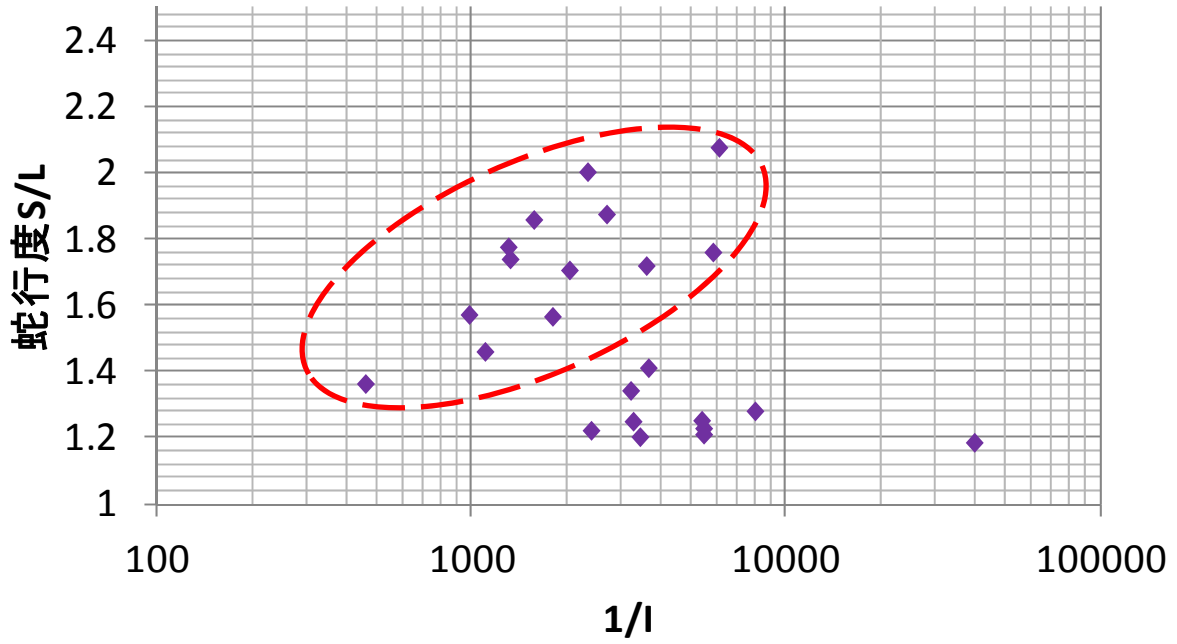


図2-21 勾配の逆数 $1/I$ と蛇行度の分布

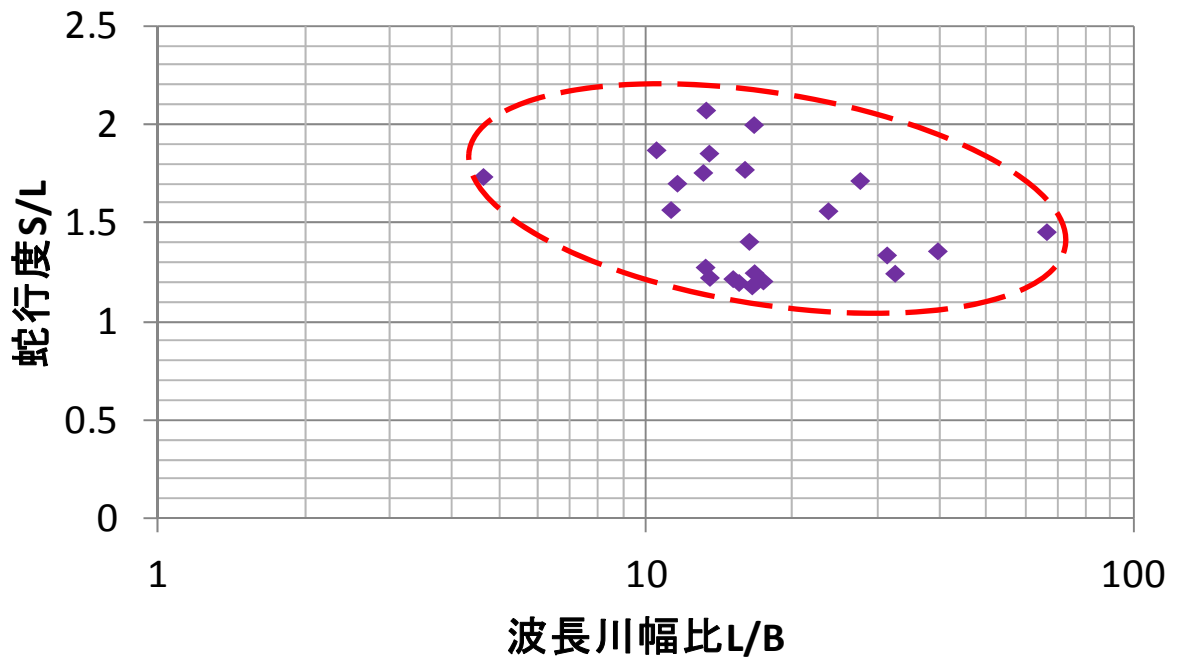


図2-22 波長川幅比 $L/B$ と蛇行度の分布



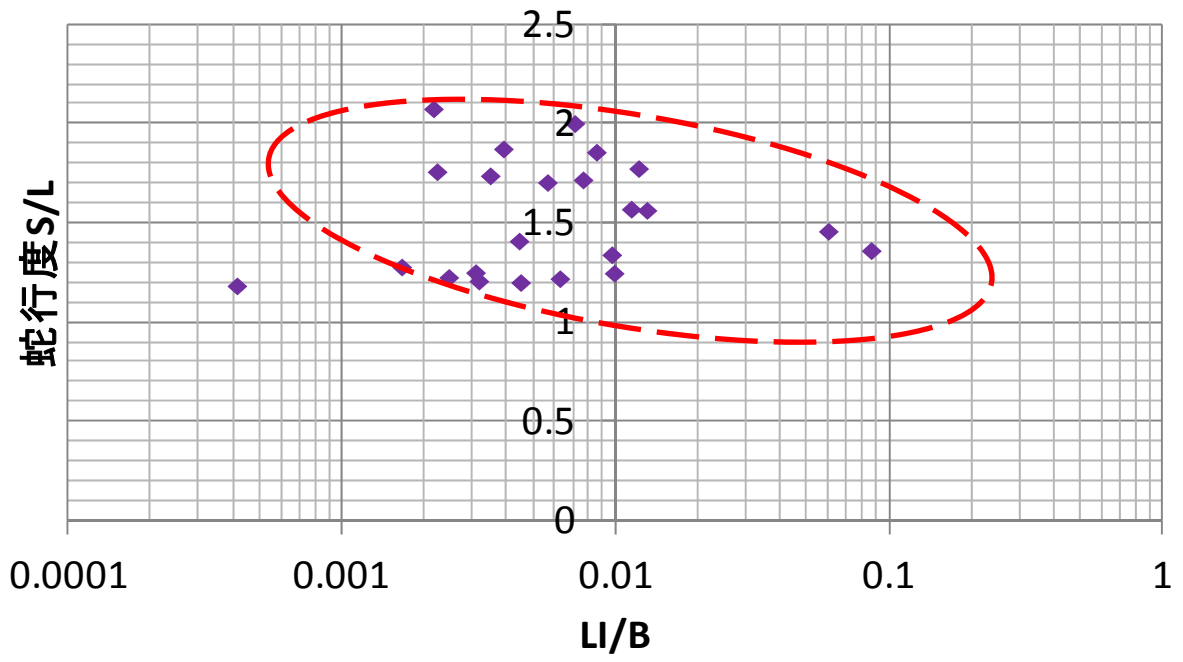
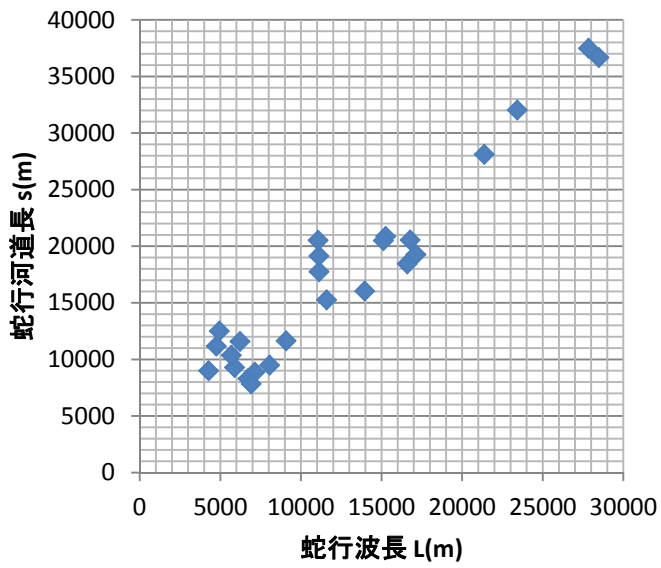
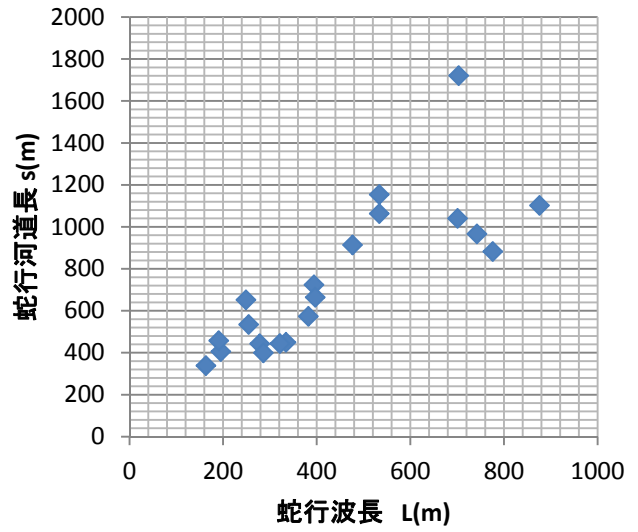


図2-23 LI/Bと蛇行度の分布



アマゾン川



マレー川

図2-24 河川ごとのLとsの分布の例

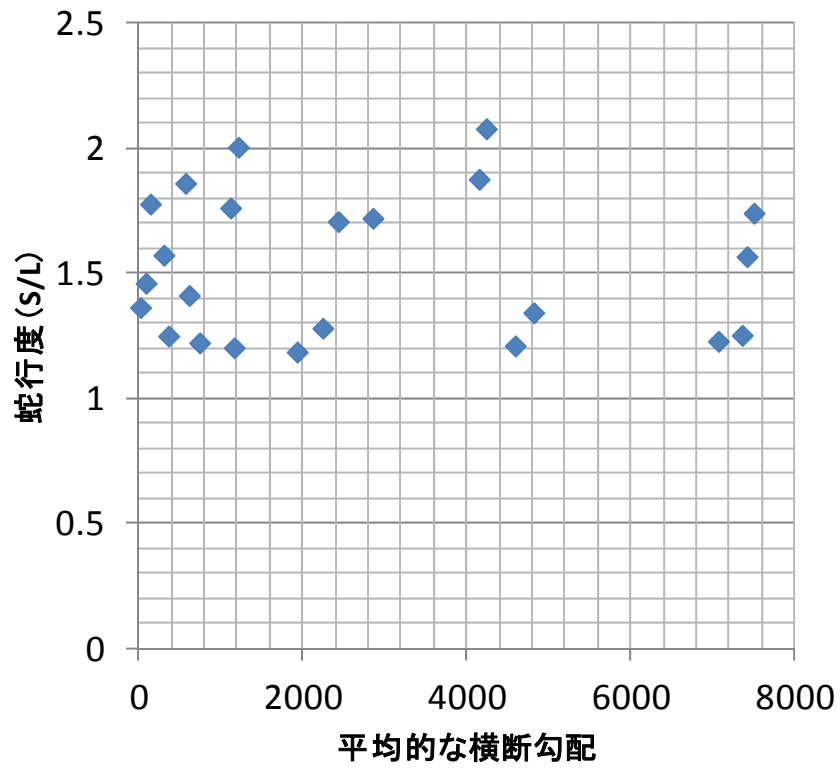


図2-25 横断地形勾配と蛇行度の関係

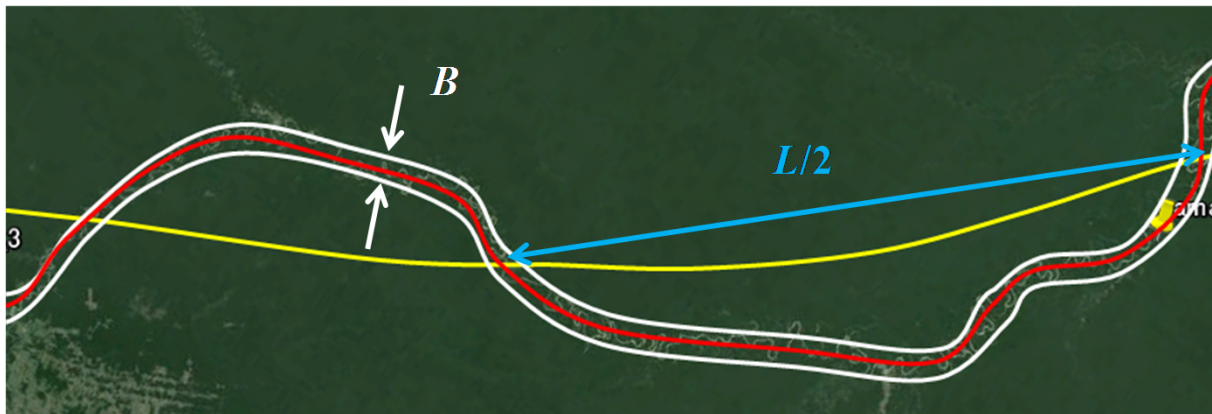


図2-26 大蛇行の解析イメージ

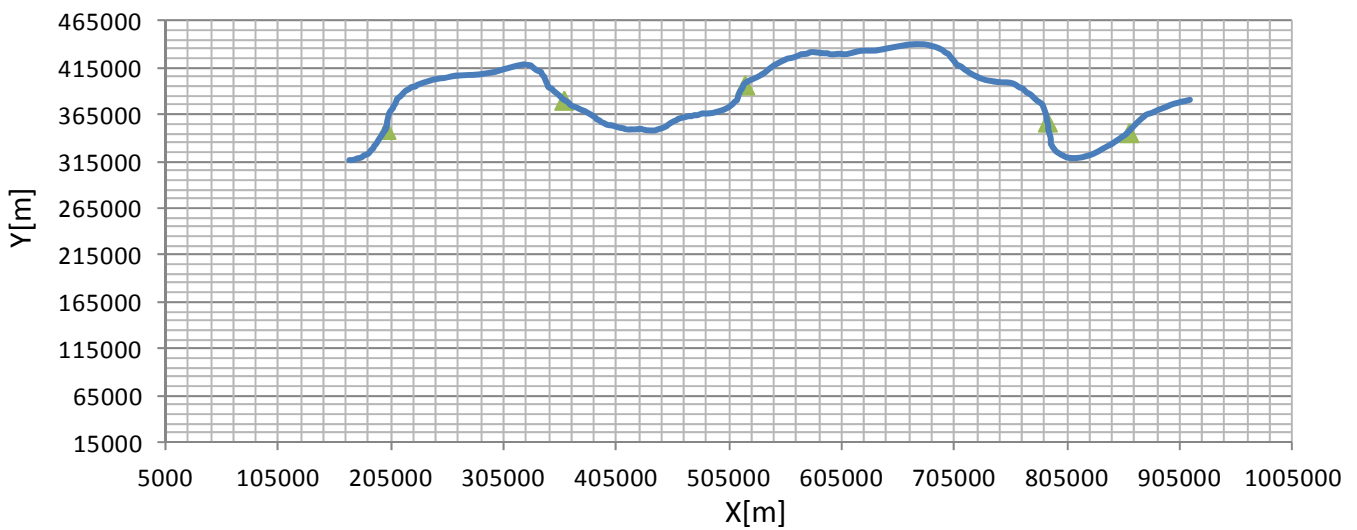


図2-27 大蛇行のデジタルデータ化(図2-4より)

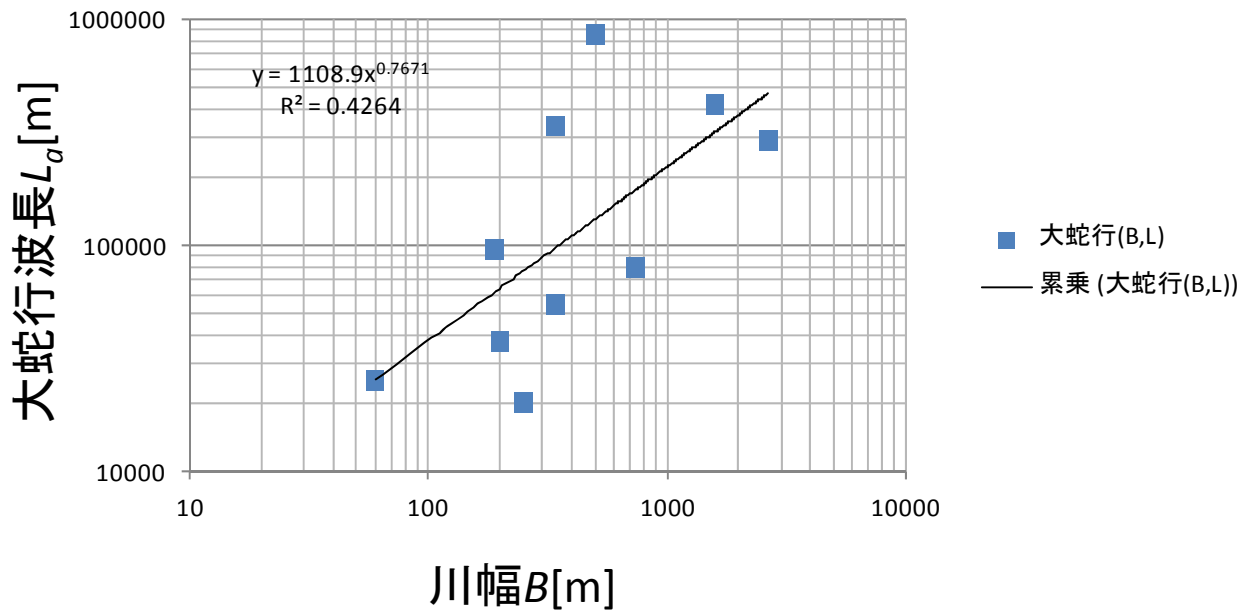


図2-28 川幅と大蛇行波長の関係

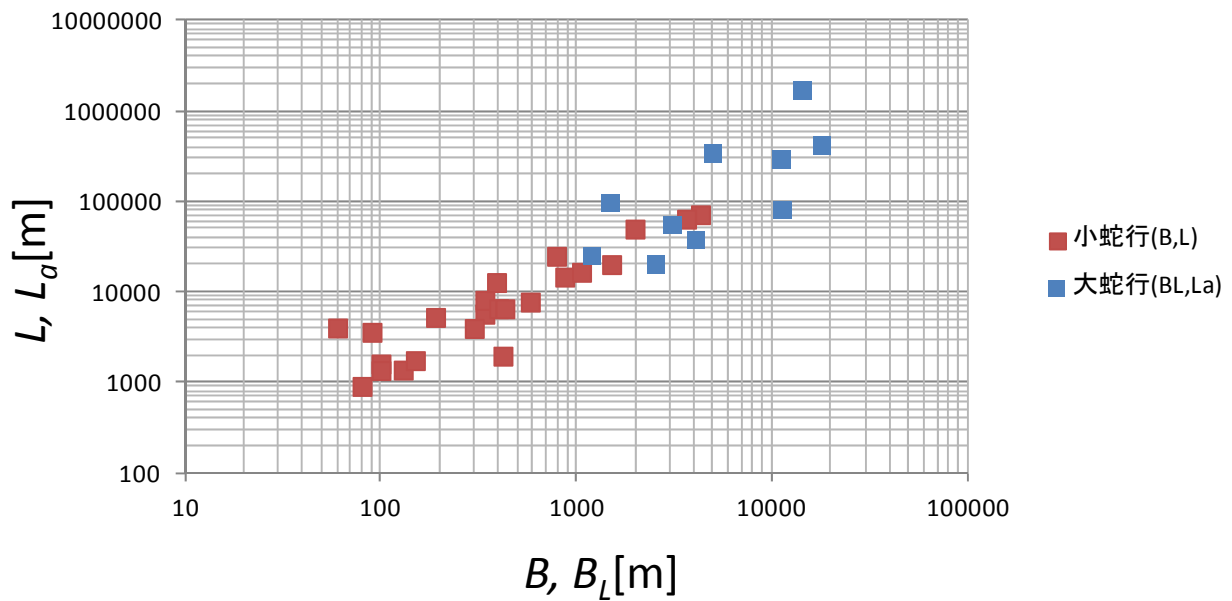


図2-29 基本蛇行帯幅と大蛇行波長の関係



図2-30 三日月湖数のカウントの一例

表2-1 Cut-off頻度による河川グループ分けデータ

	B(m)	1/I	S/L	三日月湖の密度	
頻度小	amazon_2	4300	39736	1.182	0.1667
	vorga_1	1060	3430	1.1991	0.4375
	yenisei_1	3650	5470	1.2067	0.0435
	danube_1	430	2398	1.2186	0.0556
	amazon_7	1990	5470	1.2248	0.2000
	mississippi_4	390	3262	1.246	0.0435
	koga_1	870	5391	1.2488	0.1515
	amazon_1	790	3204	1.3389	0.4231
	kongo_2	90	459	1.3598	0.0370
	mississippi_3	400	3648	1.4078	0.3200
	danube_2	60	1102	1.4569	0.3333
	ganges_2	340	1807	1.5629	0.1304
	mississippi_5	80	981	1.5687	0.1429
	ganges_3	420	1325	1.7366	0.0357
頻度大	kolyma_1	300	5855	1.7574	0.5294
	kolyma_2	150	2046	1.703	0.7941
	murray_1	190	3593	1.7163	0.7647
	amazon_6	100	1307	1.7731	0.9048
	amazon_8	100	1576	1.8557	0.7500
	amazon_5	130	2685	1.8721	1.2703
	amazon_3	340	2336	2.0002	1.0312
	amazon_4	580	6118	2.0739	1.0606
mississippi_1	1510	7966	1.2771	0.9615	

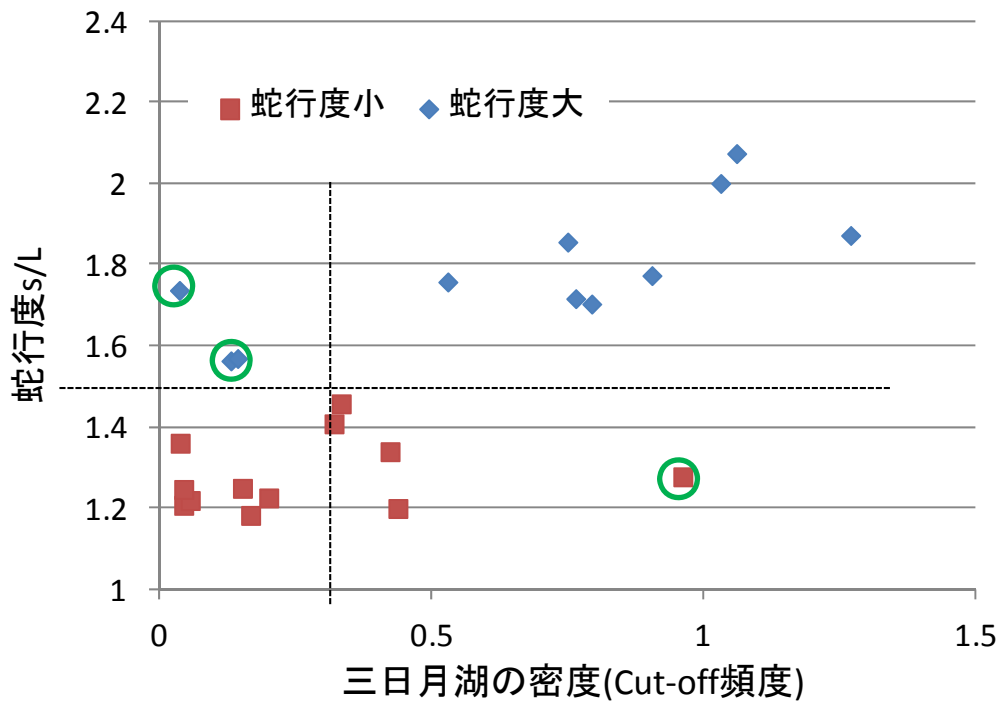


図2-31 Cut-off頻度と蛇行度 $s/L$ の分布

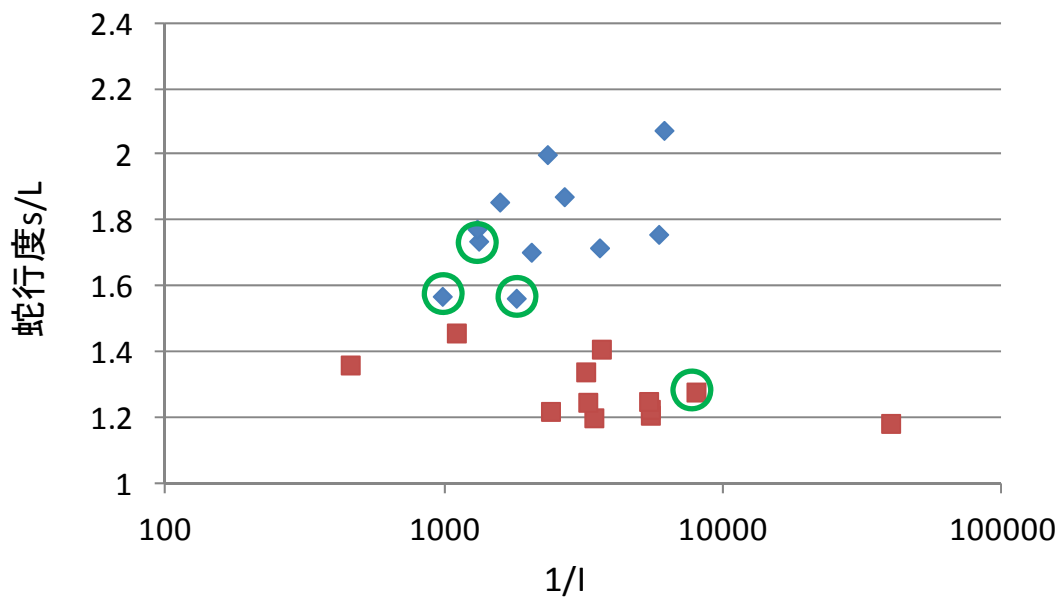


図2-32 蛇行度の大小で分類した $1/l$ と蛇行度 $s/L$ の分布

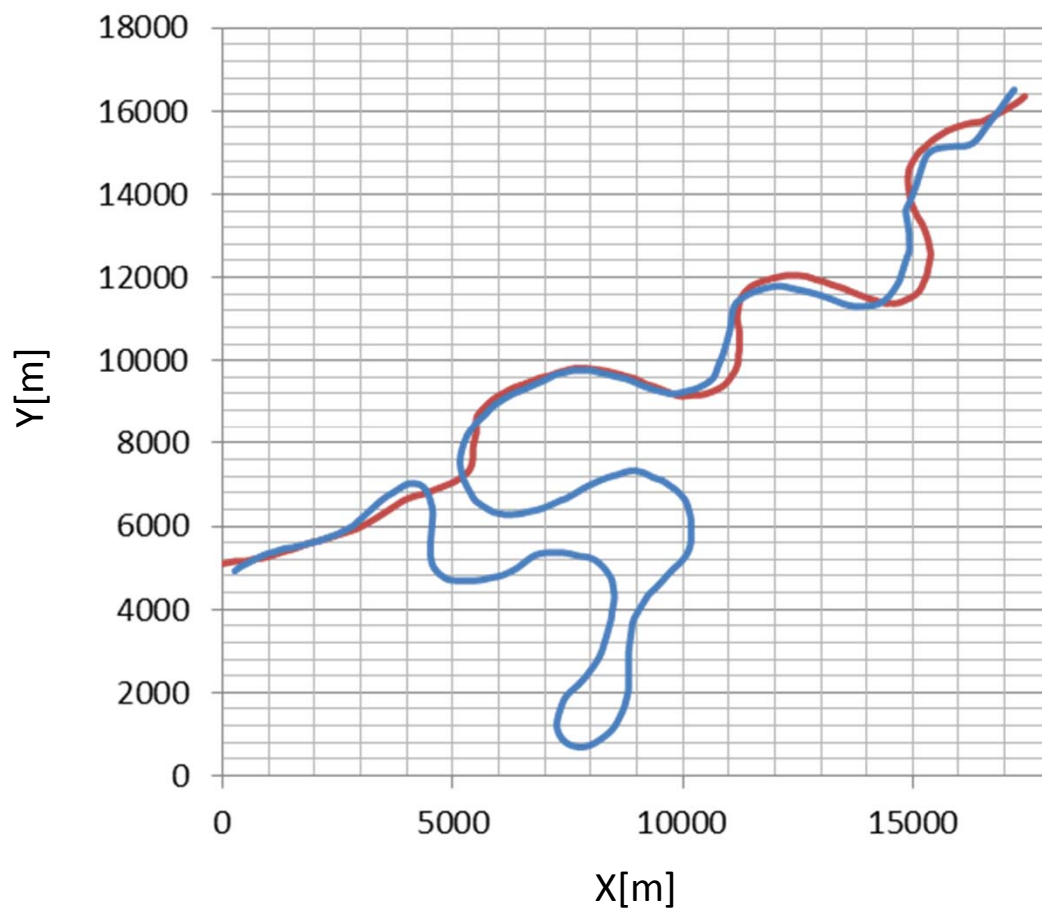


図2-33 Landsat画像のデジタルデータ化(図2-5より)

## 第3章 蛇行流れと河床地形に関する数値モデル

本章では、蛇行の数値モデル化を行う際の基礎として、蛇行河川の流れおよび河床地形を一次元モデル化する手法について述べる。まず、流れ計算のモデルについて、その基礎となる石川・劉<sup>32)</sup>の方法について、これを利用する経緯及びその具体的な改良点について述べる。次に、流砂の連続式とその一次元化の方法について論じる。モデル計算の結果については、長谷川ら<sup>14)</sup>の実験水路での流速および河床地形分布と比較し、検証する。

### 3-1 流れ計算モデル

#### 3-1-1 一次元蛇行流方程式

一次元蛇行流方程式は、石川・劉により提案されたものを用いている。これは、Ikedaら<sup>26)</sup>の研究にはじまる既存の一次元方程式では対応していなかった、二次流の発生、およびそれによる主流速の鉛直均一化を考慮することが可能なモデルである。特に二次流に関しては、次章以降の蛇行発展計算の際に重要な効果をもたらさう。二次流は横断面上で見ると循環を成す流れであり、主に外岸側で下降流、内岸側に上昇流を生じる。その結果、外岸側に浸食、内岸側に堆積を生じることで、河床および側岸が急勾配になり、最終的に側岸土砂を崩落させる原因となる可能性がある。このことは、池田・日野・吉川<sup>41)</sup>による解析的研究において指摘されている。

基礎方程式である2次元 Navier-Stokes 方程式、および連続式を式(3-1)～(3-3)に示す。

$$\frac{1}{(1+\sigma n)} u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{(1+\sigma n)} g \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{(1+\sigma n)} g I_s + v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{uv\sigma}{(1+\sigma n)} \quad (3-1)$$

$$\frac{1}{(1+\sigma n)} u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial n} + g I_n + v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{u^2 \sigma}{(1+\sigma n)} \quad (3-2)$$

$$\frac{1}{(1+\sigma n)} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{v\sigma}{(1+\sigma n)} = 0 \quad (3-3)$$

ここに、 $(s, n, z)$ ：それぞれ、直交曲線座標系における縦断、横断、鉛直座標、 $(u, v, w)$ ：それぞれ  $s, n, z$  方向の流速、 $\sigma$ ：水路中心軸の曲率、 $g$ ：重力加速度、 $h$ ：水深、 $(I_s, I_n)$ ：それぞれ  $s, n$  方向の河床勾配、 $\nu$ ：鉛直方向渦動粘性係数である。

石川・劉はこの方程式を一次元化する際、流速  $u, v$  および水深  $h$  について、式(3-4)～(3-6)に示すような仮定をしている。

$$u = u_0(1 + \beta_1(s)\eta)(\phi(z) + \beta_2(s)\psi_1(z)) \quad (3-4)$$

$$v = u_0 \{ \beta_3(s)\psi_2(z) + \beta_4(s)(1 - \eta^2)\phi(z) \} \quad (3-5)$$

$$h = H_0(1 + \beta_5(s)\eta) \quad (3-6)$$

ここに、 $\eta$ ：無次元横断座標( $=n/b$ )、 $b$ ：水路半幅( $=B/2$ )、 $\phi(z)$ ：鉛直平均流の分布形を示す関

数,  $\psi_i(z)$ : 二次流及びそれに起因する主流速の平均化の分布形を示す関数,  $u_0$ : 横断面平均流速,  $H_0$ : 横断平均水深である.

$\phi$ ,  $\Psi$ の分布形については, 以下のように仮定している.

$$\phi(\zeta) = C(-3\zeta^2 + 6\zeta - 2) + 1 \quad (3-7)$$

$$\psi_1(\zeta) = -3\zeta^2 + 6\zeta - 2 \quad (3-8)$$

$$\psi_2(\zeta) = -4\zeta^3 + 6\zeta^2 - 1 \quad (3-9)$$

$$C = \sqrt{f} / \kappa(1 + 5\sqrt{f}) \quad (3-10)$$

ここに,  $\zeta$ : 無次元鉛直座標( $= (z - z_0)/h$ ),  $z_0(s, n)$ : 河床高,  $f$ : 無次元摩擦係数( $= u_*^2/u_b^2$ ),  $u_*$ : 摩擦速度,  $u_b$ : 底面流速,  $\kappa$ : カルマン定数である.

$\beta_i$ は各々の流れパターンの強さを表す変数であり, 河道縦断座標  $s$  のみに依存する. 各変数と対応する流れパターンは表 3-1 に示すとおりである. 式(3-1)~(3-3)から, 5 変数 $\beta_1 \sim \beta_5$ に対応する 5 つの方程式を導出することにより, 本来二次元, 三次元的な現象を, 数学的には一次元の方程式で表すことが可能となる.

石川・劉は, この 5 方程式の導出に, Galerkin 法を利用した重み付き横断面積分を採用している.

$$\int_{-b}^b \int_{z_0}^{z_0+h} E_l(s) \cdot W dz dn = \int_{-b}^b \int_{z_0}^{z_0+h} E_r(s) \cdot W dz dn \quad (3-11)$$

ここに,  $E_l$ ,  $E_r$ : それぞれ基礎方程式の左辺と右辺,  $W$ : 重み関数である.

各変数に対応する方程式と重み関数を表 3-2 に示す.

### 3-1-2 河床地形の一次元化

式(3-1), (3-2)には  $I_s$ ,  $I_n$ 項が含まれているが, 石川・劉の論文においては,  $I_n=0$ , すなわち平坦床の水路のみを対象としてモデルの検証を行っている. 河床横断勾配を持つ水路にこの方程式を適用するためには, 河床地形に関しても流れと同様に一次元化することが必要となる.

本研究では, 長谷川<sup>9</sup>の実験水路のデータを利用して, 河床地形を一次元化する方法について述べる. 図 3-1 に長谷川の水路実験における安定河床形状を示す. また, 図 3-1 における 2 本の横断測線 A, B 上の横断面形状を図 3-2 の黒線に示す.

次に, これらの横断面地形を両端で勾配が 0 となる三次関数で近似する. すなわち,

$$z_0(s, n) = -a(s) \cdot b \left( \eta - \frac{1}{3} \eta^3 \right) \quad (3-12)$$

ここに,  $a(s)$ : 地形の横断勾配の大きさを表す係数である. この式は $-1 \leq \eta \leq 1$ での積分値が 0 であり, すなわち片側が浸食されるともう片側は堆積が発生していることを示している. 次節の河床変動を含めた計算においては, 水路中心軸を境として左右の土砂収支のバランスを取って計算することを想定するため, この性質は重要である. ただし実際には, 沖積



平野の形成という超長期的時間スケールにおいては、縦断河道勾配の時間的変化を伴うため、本来完全なバランスとはいえない。しかしながら、河床地形の変形はそれよりも圧倒的に時間スケールが短く、このバランスは近似的に成立するといつてよい。

この式により最小二乗法で近似した結果を図 3-2 の赤線に示す。また、この方法により横断フィッティングを行った二次元コンターを図 3-3 に、 $a(s)$ の縦断分布を図 3-4 の黒線に示す。

式(3-12)より、

$$I_s = I_{s0} + b \frac{\partial a}{\partial s} \left( \eta - \frac{1}{3} \eta^3 \right) \quad (3-13)$$

$$I_n = a \cdot (1 - \eta^2) \quad (3-14)$$

ここに、 $I_{s0}$ ：水路平均的な縦断勾配である。

式(3-6)によると、石川・劉のモデルにおいては、水深  $h$  は線形分布を仮定しているが、この河床地形に合わせた式形にすることにより、水面形の扱いが簡易となる。そこで、本計算では以下に示す  $h$  の式を利用する。

$$h = H_0 \left\{ 1 + \beta_5(s) \left( \eta - \frac{1}{3} \eta^3 \right) \right\} \quad (3-15)$$

一方、表 3-2 に示した  $\beta_5$  の重み関数に関しては、 $\eta$  が線形関数の場合と三次関数の場合で本質的な差異はないため、そのまま  $\eta$  を利用する。

石川・劉の方法と同様に、式(3-4)、(3-5)、(3-7)～(3-10)、(3-13)～(3-15)を表 3-2 に対応する各方程式に代入し、対応する重み関数  $W$  を乗じて横断面積分を行った式を以下に示す。

$$\begin{aligned}
& u_0^2 \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 + \frac{8}{5} C \beta_2 + \frac{4}{5} \beta_2^2 \right) \left( \frac{2}{3} + \frac{32}{105} \beta_1 \beta_5 - \frac{2}{5} b \sigma \beta_1 - \frac{32}{105} b \sigma \beta_5 \right) \beta_1' \\
& + u_0^2 \left( \frac{4}{5} C + \frac{4}{5} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( \frac{4}{3} \beta_1 + \frac{8}{15} \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma - \frac{2}{5} b \sigma \beta_1^2 + \frac{32}{105} b \sigma \beta_1^2 \beta_5 - \frac{64}{105} b \sigma \beta_1 \beta_5 \right) \beta_2' \\
& + g H_0 \left( \frac{8}{15} - \left( \frac{2}{5} - \frac{4}{21} + \frac{2}{81} \right) b \sigma \beta_5 \right) \beta_5' \\
& = -u_0^2 \beta_4 \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 + \frac{4}{5} C \beta_2 \right) \cdot \left( \frac{184}{105} \beta_1 \beta_5 \right) \\
& + u_0^2 \beta_3 \left( \frac{3}{5} C + \frac{3}{5} \beta_2 \right) \left( 2 + \frac{4}{5} \beta_1 \beta_5 \right) \\
& + b g I_{s,0} \left( \frac{8}{15} \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma \right) + b g \frac{da}{d\xi} \left( \frac{8}{15} - \left( \frac{2}{5} - \frac{4}{21} + \frac{2}{81} \right) b \sigma \beta_5 \right) \\
& - \frac{b}{H_0} f u_0^2 (1 - 2C - 2\beta_2)^2 \left( \frac{4}{3} \beta_1 \right) \\
& - b u_0^2 \sigma \beta_4 \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 + \frac{4}{5} C \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( \frac{4}{15} \beta_1 + \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_5 - \frac{4}{15} b \sigma - \left( \frac{32}{105} - \frac{40}{189} \right) b \sigma \beta_1 \beta_5 \right) \\
& - b u_0^2 \sigma \beta_3 \left( \frac{3}{5} C + \frac{3}{5} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( \frac{2}{3} \beta_1 + \frac{8}{15} \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1 \beta_5 \right)
\end{aligned} \tag{3-16}$$

$$\begin{aligned}
& u_0^2 \left( \frac{8}{5} \beta_2 + \frac{8}{5} C - \frac{16}{35} C^2 - \frac{32}{35} C \beta_2 - \frac{16}{35} \beta_2^2 \right) \cdot \\
& \left( \frac{2}{3} \beta_1 + \frac{8}{15} \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1 \beta_5 \right) \beta_1' \\
& + u_0^2 \left( \frac{4}{5} - \frac{16}{35} C - \frac{16}{35} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( 2 + \frac{2}{3} \beta_1^2 + \frac{16}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1^2 \beta_5 \right) \beta_2' \\
& = -u_0^2 \beta_1 \beta_4 \left( \frac{8}{5} C + \frac{4}{5} \beta_2 - \frac{16}{35} C \beta_2 - \frac{16}{35} C^2 \right) \cdot \left( \frac{4}{3} \right) \\
& - u_0^2 \beta_1 \beta_3 \left( \frac{3}{5} - \frac{3}{14} C - \frac{3}{14} \beta_2 \right) \cdot 2 \\
& \frac{b}{H_0} f u_0^2 (-2) \cdot (1 - 2C - 2\beta_2)^2 \left( 2 + \frac{2}{3} \beta_1^2 \right) \\
& - \frac{\kappa b \sqrt{f}}{6H_0} u_0^2 (1 - 2C - 2\beta_2) \cdot 12(C + \beta_2) \left( 2 + \frac{2}{3} \beta_1^2 \right) \\
& - b u_0^2 \sigma \beta_4 \left( \frac{8}{5} C + \frac{4}{5} \beta_2 - \frac{16}{35} C \beta_2 - \frac{16}{35} C^2 \right) \\
& \cdot \left( \frac{4}{3} + \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{15} b \sigma \beta_1 - \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) b \sigma \beta_5 \right) \\
& - b u_0^2 \sigma \beta_3 \left( \frac{3}{5} - \frac{3}{14} C - \frac{3}{14} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( 2 + \frac{8}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 \right)
\end{aligned} \tag{3-17}$$

$$\begin{aligned}
& u_0^2 \left( \frac{3}{5} \beta_2 + \frac{6}{5} C - \frac{3}{14} C^2 - \frac{3}{14} C \beta_2 \right) \cdot \\
& \left( \frac{4}{3} + \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{15} b \sigma \beta_1 - \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) b \sigma \beta_5 \right) \beta_4' \\
& + u_0^2 \left( \frac{17}{35} - \frac{8}{105} C - \frac{8}{105} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( 2 + \frac{8}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 \right) \beta_3' \\
& = 2u_0^2 \beta_4^2 \left( \frac{6}{5} C - \frac{3}{14} C^2 \right) \cdot \left( \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_5 \right) + 2u_0^2 \beta_3 \beta_4 \left( \frac{17}{35} - \frac{8}{105} C \right) \cdot \left( \frac{8}{15} \beta_5 \right) \\
& - \frac{b}{H_0} f u_0^2 (-1) \cdot (1 - 2C - 2\beta_2) \left\{ -2\beta_3 + \frac{4}{3} (1 - 2C) \beta_4 \right\} \\
& - \frac{\kappa b \sqrt{f}}{6H_0} u_0^2 (-1) (1 - 2C - 2\beta_2) \cdot \left( 2 \cdot \frac{24}{5} \beta_3 + \frac{4}{3} \cdot 6C \beta_4 \right) \\
& + b u_0^2 \sigma \left( \frac{6}{5} \beta_2 + \frac{6}{5} C - \frac{3}{14} C^2 - \frac{3}{14} C \beta_2 - \frac{3}{14} \beta_2^2 \right) \cdot \\
& \left( 2 + \frac{2}{3} \beta_1^2 + \frac{16}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1^2 \beta_5 \right)
\end{aligned} \tag{3-18}$$

$$\begin{aligned}
& u_0^2 \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 + \frac{4}{5} C \beta_2 \right) \cdot \\
& \left( \frac{4}{3} + \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{15} b \sigma \beta_1 - \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) b \sigma \beta_5 \right) \beta_4' \\
& + u_0^2 \left( \frac{3}{5} C + \frac{3}{5} \beta_2 \right) \\
& \cdot \left( 2 + \frac{8}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{2}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 \right) \beta_3' \\
& = 2u_0^2 \beta_4'^2 \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 \right) \cdot \left( \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} \right) \beta_5 \right) + 2u_0^2 \beta_3 \beta_4 \left( \frac{3}{5} C \right) \cdot \left( \frac{8}{15} \beta_5 \right) \\
& + \frac{4}{3} g H_0 \left( -\beta_5 + \frac{b}{H_0} a \right) \\
& - \frac{b}{H_0} f u_0^2 (-1) \cdot (1 - 2C - 2\beta_2) \left\{ -2\beta_3 + \frac{4}{3} (1 - 2C) \beta_4 \right\} \\
& + b u_0^2 \sigma \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 + \frac{8}{5} C \beta_2 + \frac{4}{5} \beta_2^2 \right) \cdot \\
& \left( 2 + \frac{2}{3} \beta_1^2 + \frac{16}{15} \beta_1 \beta_5 - \frac{4}{3} b \sigma \beta_1 - \frac{8}{15} b \sigma \beta_5 - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1^2 \beta_5 \right)
\end{aligned} \tag{3-19}$$

$$\left( \frac{2}{5} - \frac{32}{105} b \sigma \beta_5 \right) \beta_1' + \left( \frac{8}{15} - \frac{32}{105} b \sigma \beta_1 \right) \beta_5' = \frac{4}{3} \beta_4 - b \sigma \beta_4 \left( \frac{4}{35} \beta_5 - \frac{4}{15} b \sigma \right) \tag{3-20}$$

ここに、 $\xi$ : 無次元縦断座標(=s/b),  $\beta_i'$ は $\xi$ による微分を示す。

本方程式は係数が非常に複雑であるものの、数学的には一次元、かつ定常条件であるため、1階の常微分方程式である。線形項のみを取り出すと、最終的には以下に示すような5×5の行列で表される微分方程式に帰着される。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 \right) & -\frac{2}{3} b \sigma \cdot \frac{4}{5} C & 0 & 0 & \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{Fr^2} \\ -\frac{2}{3} b \sigma \cdot \left( \frac{8}{5} C - \frac{16}{35} C^2 \right) & 2 \left( \frac{4}{5} - \frac{16}{35} C \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \left( \frac{17}{35} - \frac{8}{105} C_2 \right) & \frac{4}{3} \left( \frac{6}{5} C - \frac{3}{14} C^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} C & \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{4}{5} C^2 \right) & 0 \\ \frac{2}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1' \\ \beta_2' \\ \beta_3' \\ \beta_4' \\ \beta_5' \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} + (non-linear)
\end{aligned} \tag{3-21}$$

左辺の各係数に着目すると、主要な係数は  $b\sigma$  および  $C$  が掛かっていない定数が含まれているものであり、Galerkin 積分の特性としてある程度対角優位な行列形になることが分かる。これを離散化して解く際には、節点数を  $N$  とすると、最終的に  $5N \times 5N$  のバンド行列形となるので、計算機での計算は非常に容易、かつ高速にできる。

以上の式を一次元有限要素法により離散化して解く。非線形項については、線形項計算後に加重項として、緩和係数 0.9 で反復収束計算を行っている。

### 3-1-3 計算結果

長谷川の実験水路における安定河床形状において、この流れモデルによる計算を行った。ただし、ここでは計算の安定性のため、図 3-4 の赤線に示した通り、縦断形状を  $\sin$  関数によりスムージングしている。水路諸元を表 3-3 に示す。

流れ計算の結果を、スムージングを施した地形のコンターマップと併せて図 3-5 に示す。また、図 3-6 に実験水路における鉛直平均流速の分布を示す。ここで、図 3-5 の流速に最小二乗法を適用して求めた  $\beta_1$  のデータを図 3-7 の緑の点に、計算結果の  $\beta_1$  を図 3-7 の赤線に示す。両者は概ね良好に一致していることが分かる。

## 3-2 流砂計算モデル

### 3-2-1 流砂計算方法の検討

前節では一次元蛇行流れモデルに関して、横断勾配を持つ河床形状の条件下において、実験結果と概ね一致する計算結果を得た。ここではこの流れモデルに流砂式をカップリングすることで、河床形状の発達過程を一次的に表現するモデルを構築する方法について論じる。

具体的に述べると、 $z_0$  は式(3-12)により、 $a$  というパラメータのみによって一次元化されている。そこで、流砂の連続式から、 $a$  の時間変化を求める計算モデルを構築し、それと前章で議論した流れの計算とを交互に繰り返すことにより、河床形状の発達過程を一次的に表現する。

流砂の連続式を式(3-22)に示す。

$$(1 + \sigma n) \frac{\partial z_0}{\partial t} = - \frac{1}{1 - \lambda} \left\{ \frac{\partial q_s}{\partial s} + \frac{\partial (1 + \sigma n) q_n}{\partial n} \right\} \quad (3-22)$$

ここに、 $\lambda$ : 粒子の間隙率、 $(q_s, q_n)$  はそれぞれ  $s, n$  方向の流砂量である。右辺は流砂量の二次元発散を示しており、負号は発散が正となる箇所河床の高さが低下し、負となる箇所上昇することを意味している。

式(3-22)を一次元化する際に、まず考えられる方法は、流れ計算と同様に、式(3-22)に重み関数を掛けて横断方向に積分し、 $a$  およびその時間変化  $\partial a / \partial t$  に関する方程式を導出することである。

しかし、ここでは  $a$  というパラメータの特性を考慮し、より単純化した方法を提案する。

縦断中心線を境界として水路を横断方向に 2 分割し、それぞれの領域における流砂量の収支を求めることにより、 $\partial a/\partial t$  を計算する。このとき、 $n$  方向の流砂の輸送に関しては、両端に壁境界を適用し、水路中心軸を跨ぐ輸送量のみを考慮する。概念図を図 3-8 に示す。

図 3-8 の右岸側、左岸側での流砂量の収支は、それぞれ

$$\int_{-1}^0 (1+b\sigma\eta) \left\{ -b \frac{\partial a}{\partial t} \cdot \left( \eta - \frac{1}{3} \eta^3 \right) \right\} d\eta = -\frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{sr}}{\partial s} + \frac{q_n}{b} \right) = Q_r \quad (3-23)$$

$$\int_0^1 (1+b\sigma\eta) \left\{ -b \frac{\partial a}{\partial t} \cdot \left( \eta - \frac{1}{3} \eta^3 \right) \right\} d\eta = -\frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{sr}}{\partial s} + \frac{q_n}{b} \right) = Q_l \quad (3-24)$$

と表される。式(3-22)、(3-23)の両辺の差を取ると、

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{Q_r - Q_l}{(1-\lambda)b^2} \quad (3-25)$$

という式が得られるので、各横断面について、時間陽解法により次ステップの  $a$  を求めることができる。

流砂量の計算は、経験的にいくつかの式が提案されている<sup>42), 43)</sup>が、ここでは芦田・道上<sup>44)</sup>の式(3-26)を用いる。

$$q_* = 17\tau_*^{1.5} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \right) \quad (3-26)$$

ここに、 $q_*$ :無次元流砂量( $= q/\sqrt{R_0 g d^3}$ )、 $\tau_*$ :無次元掃流力( $= \tau/R_0 \rho g d$ )である。 $R_0$  は土粒子の水中相対比重であり、1.65 としている。また、 $\tau_{*c}$ は無次元限界掃流力で、ここでは 0.05 で一定とする。横断 2 分割されたコントロールボリュームでの土砂収支を計算する本手法のメリットとして、式(3-26)は分数関数を含み、その積分形は単純な関数で表せないが、このような式の計算においても横断方向の数値積分が不要であることが挙げられる。

$\tau_*$ は式(3-27)から計算する。

$$\tau_* = \begin{pmatrix} \tau_{s*} \\ \tau_{n*} \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} f u_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \\ f v_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} R_0 g \cdot I_s \\ R_0 g \cdot I_n \end{pmatrix} \quad (3-27)$$

ここに、 $g$ :重力加速度、 $u_b$ 、 $v_b$ :それぞれ底面流速の  $s$  方向および  $n$  方向成分である。右辺第一項が河床に作用する流体力、第二項が重力の効果を表している。 $k_2$  は砂粒の体積と水流に触れる面積の比を示す係数である<sup>45)</sup>。ここでは粒子の平均的な形状を球形と仮定し、 $2d/3$  としている。

一方、実際の河床形状はパラメータ  $a$  によるモード関数化を施したそれと比較して、局所的な洗掘により勾配が大きくなっている箇所が生じる。このため、実際の重力の影響は、

モデルの河床形状で計算するものよりも大きくなる。この効果を流体力との比率で考慮し、その逆比を有効応力に関する補正係数  $k_1$  として流体力に乗じることとした。

$k_1$  は以下のような式で表される。

$$k_1 = \sqrt{\frac{\int_{-b}^b (I_n(s,n))^2 dn}{\int_{-b}^b (I_{n-m}(s,n))^2 dn}} \quad (3-28)$$

$I_n$  は式(3-14)より計算される値であり、 $I_{n-m}$  は元々の河床地形、すなわち図 3-1 における横断勾配の値を示しており、両者の標準偏差の比を取っている。式の上線は1周期での平均値を示す。式(3-28)から計算される  $k_1$  の値はおよそ 0.40 となるので、この値を利用する。

河床変動の計算条件としては、初期状態を  $a=0$ 、すなわち平坦床として計算を開始する。高次のモードの発生を考慮するため、流れ計算の時に行っていた  $a$  についての縦断方向の  $\sin$  関数化は行っていない。

### 3-2-2 計算結果

図 3-9 に、 $a$  の最大振幅  $|a_{\max}|$  の時間変化を示す。 $a$  の値は初めのうちは急激に増大するが、重力の効果によってやがて増大率が小さくなり、最終的には平衡河床に達する。図 3-10 に平衡河床地形のコンターマップと流速ベクトルを示す。図 3-3、図 3-5 および図 3-6 と比較して、概略的には良好な結果ともいえるが、地形の最大振幅、および曲率との位相差がいずれも若干過小評価である。

### 3-2-3 パラメータの検討

3-2-2 では流砂の計算に芦田・道上の式を用い、横断方向に2分割したコントロールボリュームにおける流砂の連続式を解いた。芦田・道上の式は直線的な水路についての式として導出されているものである。それに対し、蛇行水路に関しては、長谷川の実験に見られるように、曲率と流砂による地形変化の間に位相差が存在することが知られている。この位相差が発生する原因の一つに、掃流砂の非平衡性が考えられる。そこで、ここではこの非平衡性を考慮に入れてそれを補正することを試みた。

本研究では、この非平衡性について、福岡・山坂<sup>38)</sup>および辻本ら<sup>45),46)</sup>によって提案された方法を参考として、以下のように考慮する。非平衡式は、

$$\frac{\partial q_s}{\partial s} = \frac{1}{\Lambda} (q_{s0} - q_s) \quad (3-29)$$

ここに、 $q_{s0}$  : 平衡流砂量、すなわち流砂量式から計算される  $s$  方向掃流砂量、 $q_s$  : 実際の流砂量である。右辺第一項が pick-up、第二項が deposition を示す。

$\Lambda$  は粒子の移動距離を示す係数であり、中川・辻本の考察ではこれを概ね粒径に比例するものとし、 $\Lambda=50d \sim 250d$  としている。非平衡性は慣性によって発生するものであるため、掃流砂においては粒径の大きい粒子ほど慣性力に起因する粒子の移動距離は大きくなる

いう仮定のもとに成立する。

本研究では、 $\Lambda=0$ (すなわち  $q_{s0}=q_s$ )、 $100d$ 、 $200d$ 、 $250d$  の 4 ケースとした。また、 $k_1$  についても、式(3-28)より計算される値から若干幅を取り、 $0.36$ 、 $0.40$ 、 $0.44$  の 3 ケースとし、合計 12 パターンの計算を行った。

計算結果として、 $k_1=0.40$  および  $0.44$  のケースに関して、 $a$  の値の縦断分布を図 3-11 に示す。最も実験データとの一致度が高いのは、 $\Lambda=250d$ 、 $k_1=0.44$  のケースである。図 3-12 にこの計算ケースにおける平衡河床形状と鉛直平均ベクトル分布を示す。さらに、図 3-13 に  $\beta_1$  の分布を示す。

最後に、このモデルを基礎として蛇行の平面形状発展のモデル化を行う際には、各パラメータ  $\beta_1 \sim \beta_5$  および  $a$  と曲率の位相差が重要となる。そこで、図 3-14 に、 $\Lambda=250d$ 、 $k_1=0.44$  のケースにおける曲率および各パラメータを規格化して、その分布を示す。主流偏倚  $\beta_1$  は曲率からの位相の遅れが大きい一方で、二次流強度  $\beta_3$  は概ね曲率と同位相となる。

### 3-3 第 3 章の結論

- 石川・劉の一次元モデルに、三次関数形の横断勾配を持つ水路に対応する改良を行い、長谷川の実験水路におけるデータと比較した。その結果として、主流シフトに関しては大局的に水路実験結果と一致する計算結果が得られた。
- 一次元化した流れと流砂の交互計算ルーチンを構築した。平衡状態における河床の横断勾配の分布について、概略的には良好な結果ともいえるが、地形の最大振幅、および曲率との位相差がいずれも若干過小評価であった。
- 主流方向の流砂量  $q_s$  に関して、流砂の非平衡性を導入し、さらに流体力と重力の比係数  $k_1$  を変化させて計算を試みた。その結果、 $\Lambda=250d$ 、 $k_1=0.44$  のときに実験結果と概ね一致する。また、この時に各パラメータの曲率との位相差を見ると、主流偏倚  $\beta_1$  は曲率からの位相の遅れが大きい一方で、二次流強度  $\beta_3$  は概ね曲率と同位相となる。



表3-1 各変数と対応する流れパターン

変数	変数の示す流れパターン
$\beta_1(s)$	主流速の横断方向勾配
$\beta_2(s)$	鉛直方向の流速一様化
$\beta_3(s)$	二次流強度
$\beta_4(s)$	横断方向への全層的偏り
$\beta_5(s)$	水深の横断方向変化率

表3-2 各変数の対応方程式と重み関数

対応する方程式	対応する重み関数 $W$
(3-1)	$\eta$
(3-1)	$\psi_1$
(3-2)	$\psi_2$
(3-2)	1
(3-3)	$\eta$

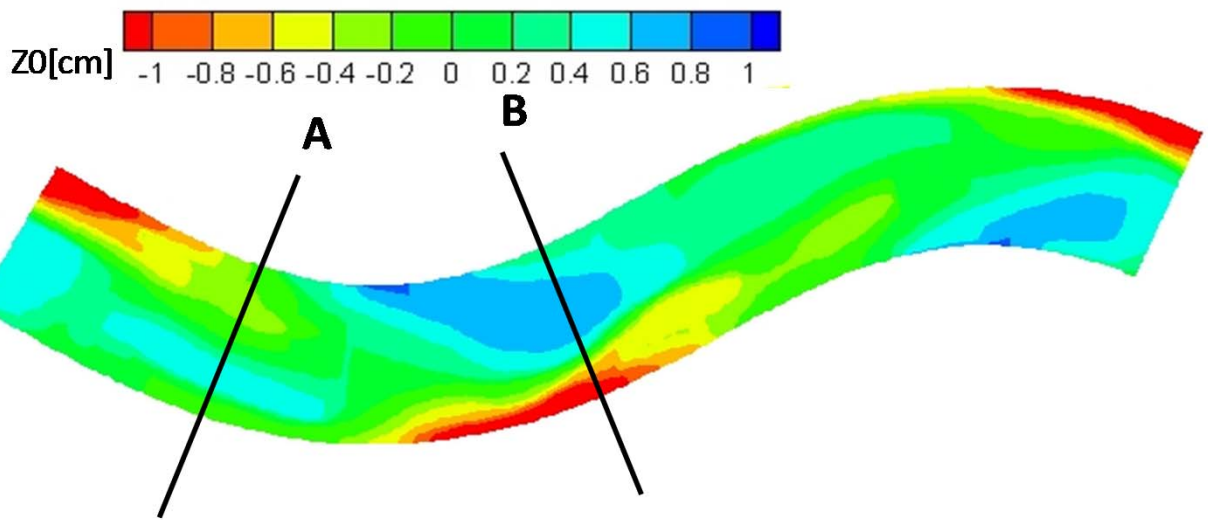


図3-1 蛇行実験水路での安定河床形状

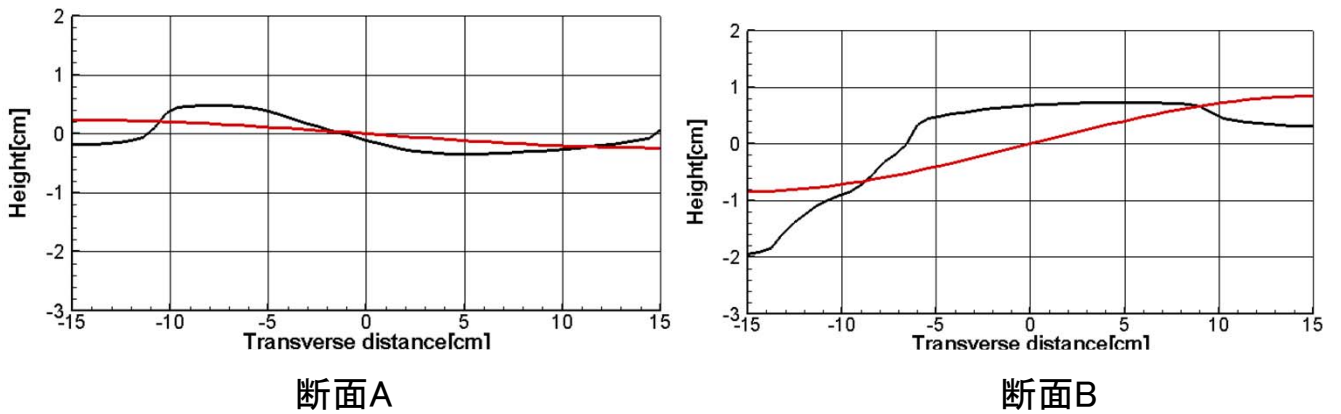


図3-2 横断面形状とそのモード関数化の一例

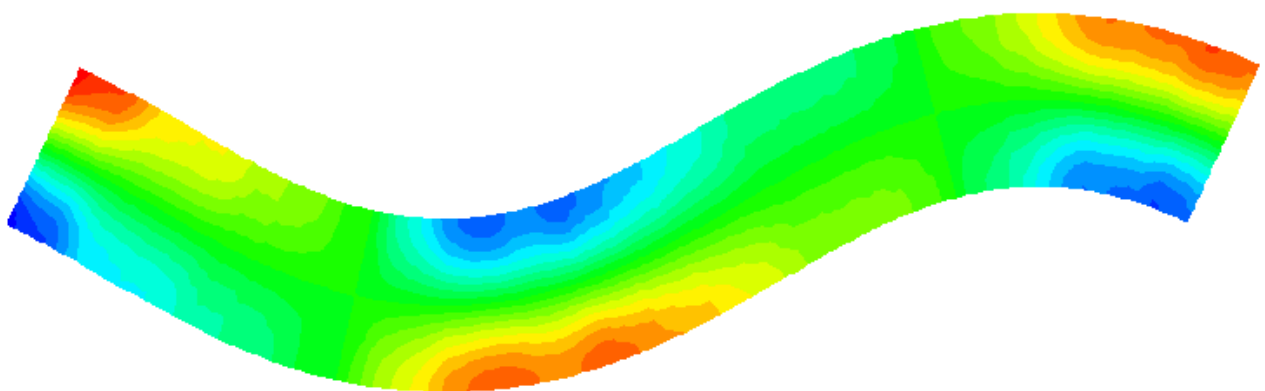


図3-3 モード関数化された安定河床形状

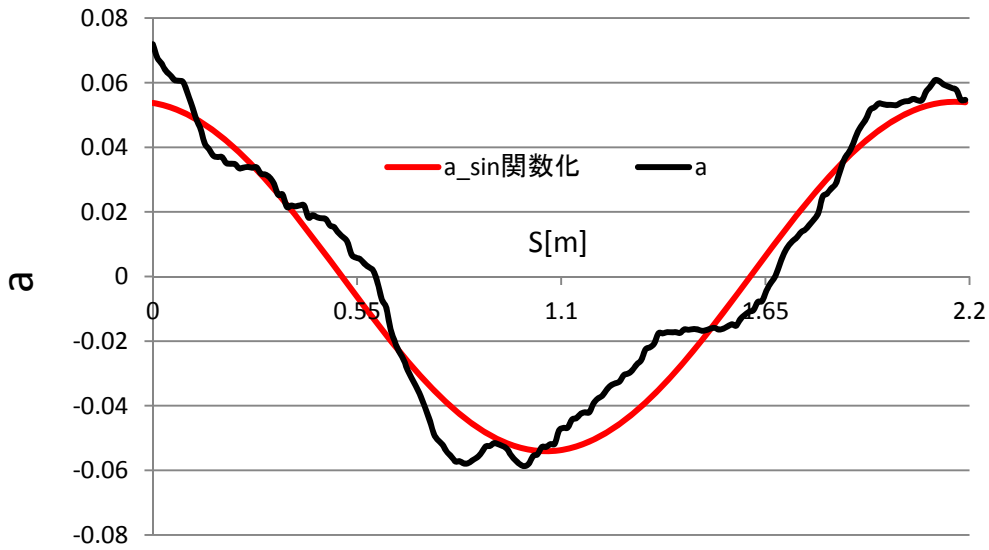


図3-4 aの縦断分布およびそのsin関数化

表3-3 水路諸元

最大蛇行角 $\theta_0$	蛇行長 $L$	水路幅 $B$	河床材料中央粒径 $d$	平均河床勾配 $I_{s0}$	流量 $Q$
$30^\circ$	2.2[m]	0.3[m]	0.43[mm]	0.0141	0.75[l/s]

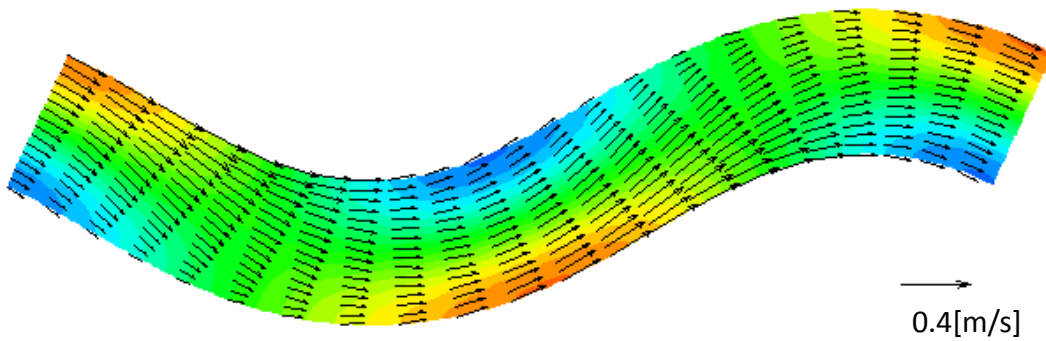


図3-5 計算流速ベクトルとsin関数化された地形コンター

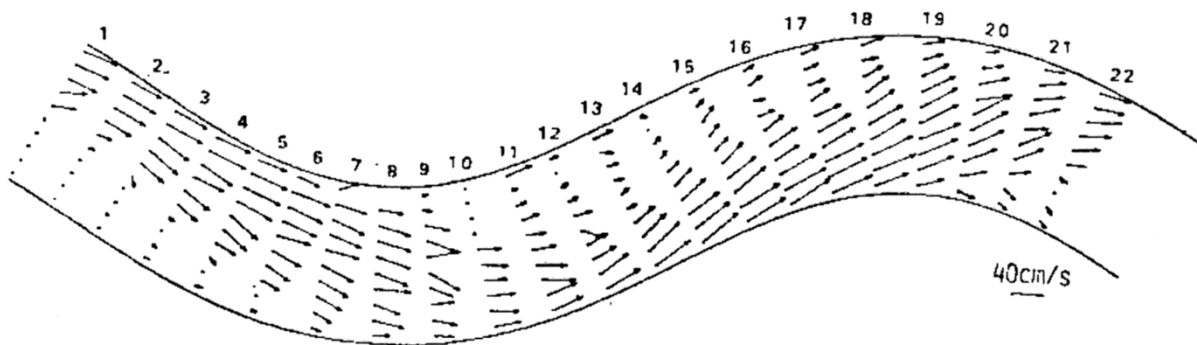


図3-6 水路実験における鉛直平均流速分布

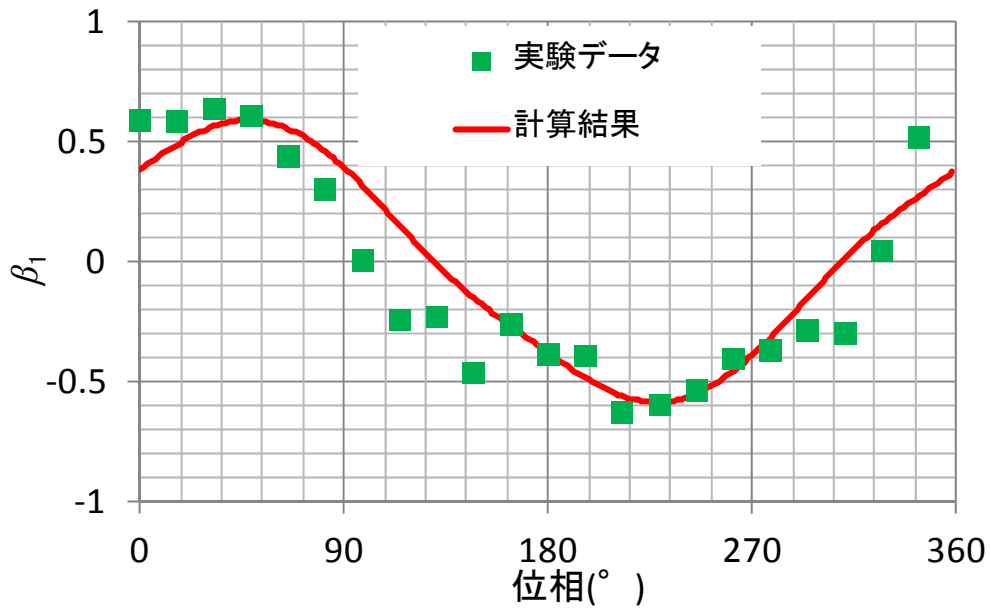


図3-7  $\beta_1$ の分布比較

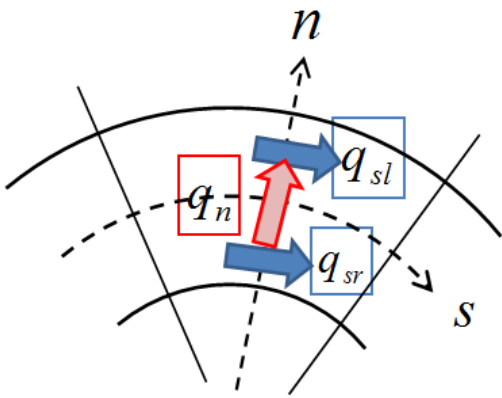


図3-8 流砂計算の概念図

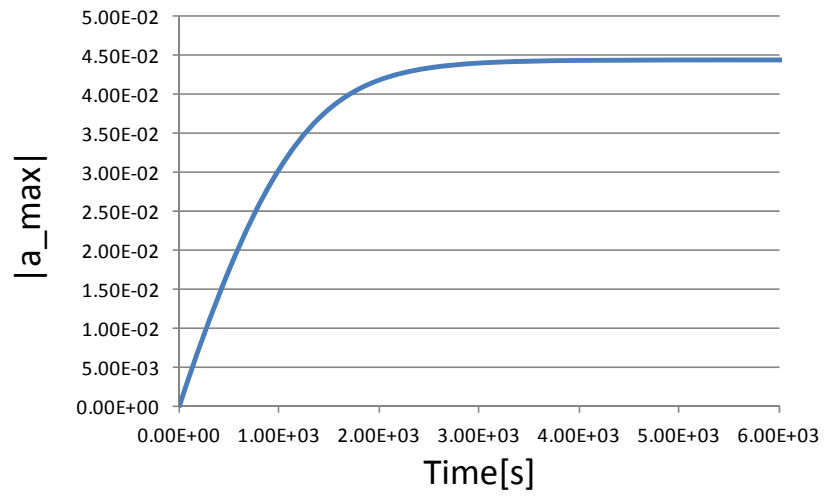


図3-9  $a$ の振幅の時間発展

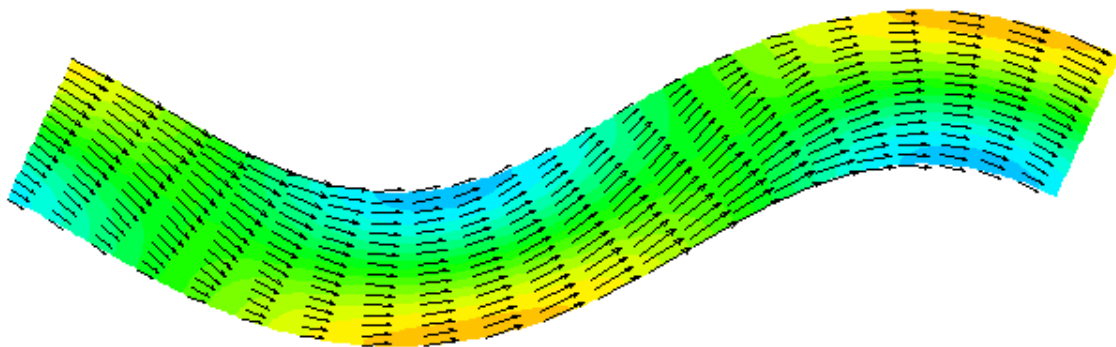
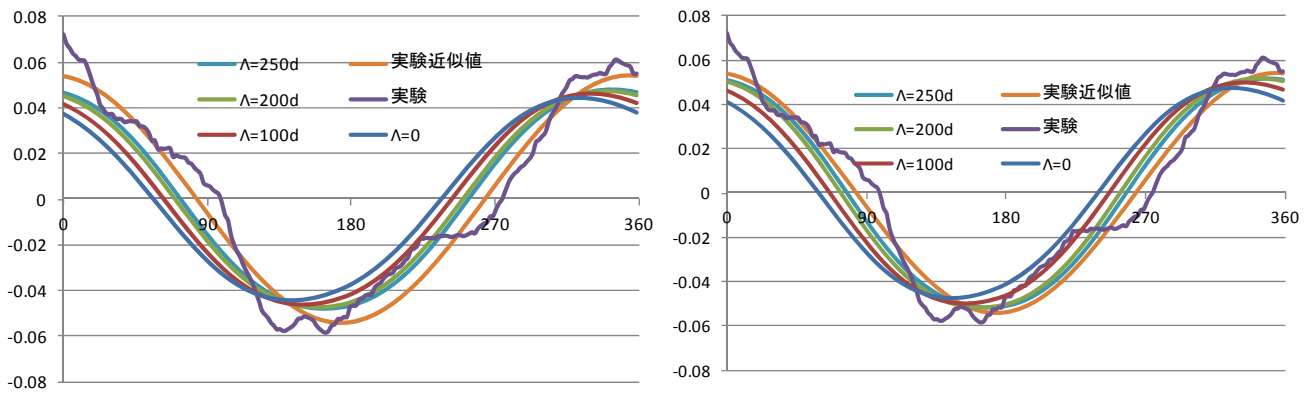


図3-10 計算平衡河床における河床地形のコンターと流速ベクトル



(a)  $k_1=0.40$

(b)  $k_1=0.44$

図3-11  $a$ の値の縦断分布

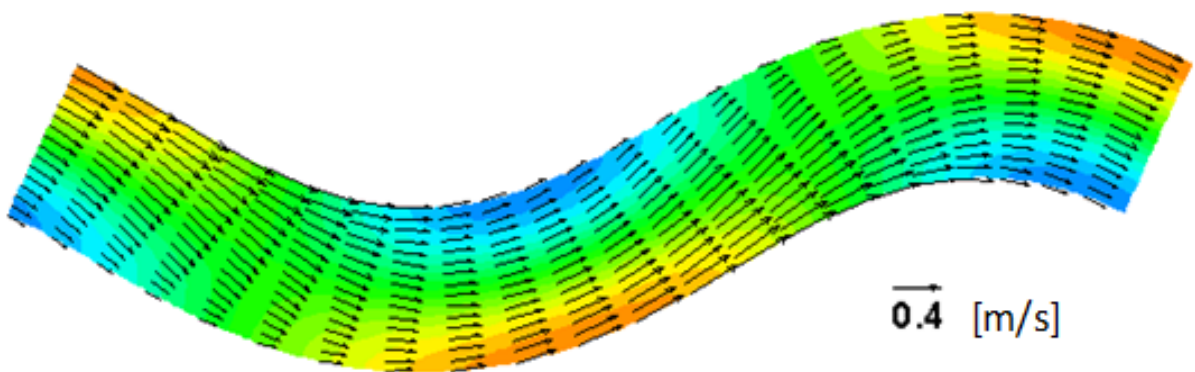


図3-12  $k_1=0.44$ 、 $\Lambda=250d$ における計算結果の平面図

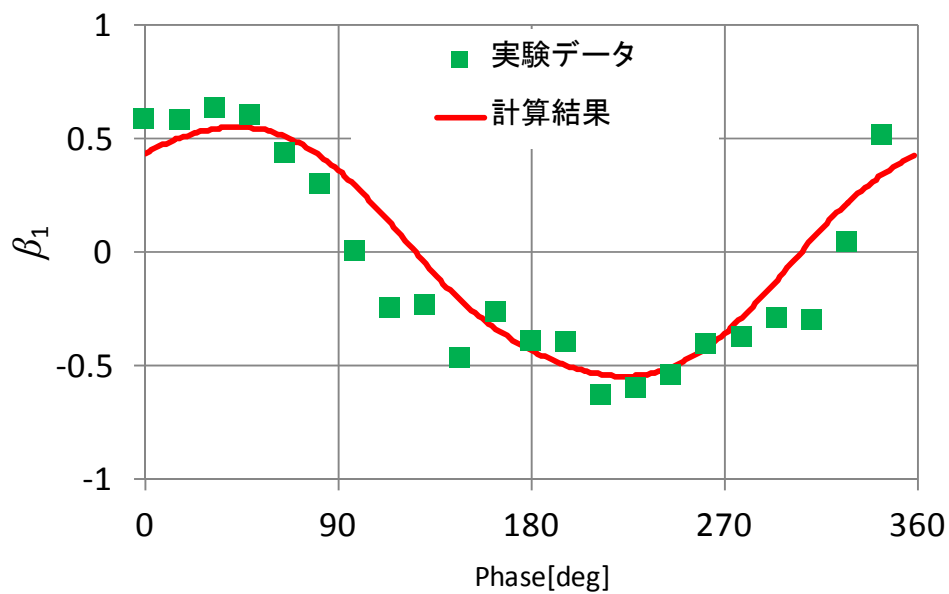


図3-13  $\beta_1$ の値の分布

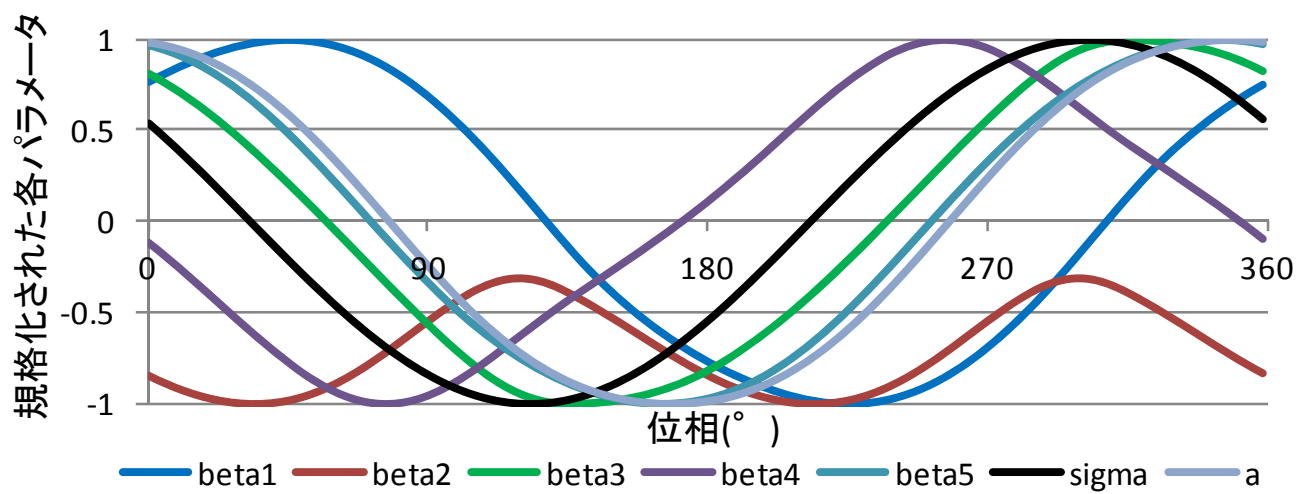


図3-14 各パラメータと曲率の位相

## 第4章 蛇行形状発展の数値モデル

本章では、前章で構築した蛇行流れと河床地形に関する数値モデルに、蛇行形状の発展計算モデルを組み込み、実河川における蛇行形状の発展を再現する方法について検証する。蛇行平面形状の変化の原因となる側岸浸食速度については、Ikedaら<sup>26)</sup>に始まる既往の研究の手法を参考として、流れおよび河床地形に関するパラメータを利用する方法を構築する。長谷川の実験水路の計算条件下において、微小振幅からの波長ごとの発展速度、および直線水路に初期擾乱を与えたときの発展形状について議論を行う。その後、実河川にモデルを適用する際の基礎として、流量 $Q$ および粒径 $d$ の決定方法、さらにCut-offのモデル化方法についても議論し、主流偏倚と本研究で新たに考慮している二次流の効き方の比について、最適な係数を決定する。

### 4-1 蛇行形状発展モデルの基本コンセプトとその定式化

#### 4-1-1 蛇行形状発展モデルの基本コンセプト

本来、蛇行河川における河道平面形状の主因である側岸浸食は、以下のようなメカニズムによるものである。主流偏倚と河床地形の交互の凹凸が相互作用により発展していくと、最終的に流体力と重力の釣り合いによって河床地形が平衡状態に達する。河床の横断勾配が発達しきった状態になると、最終的には外岸側は側岸浸食により崩落し、内岸側は植生の発生や土壌の固結化によって陸地化する。

しかし、前章の一次元モデルは、川幅が時空間的に一定という仮定のもとに成り立っているものであり、蛇行形状の発達については水路中心軸の移動によってのみ規定されるものとする。すなわち、前章での流れと河床変動に関しては、力学的なアプローチからの検討を行っているが、本章の河道変動に関しては、幾何学的なアプローチで表現することを試みている。

実際には、側岸の土砂収支に関しては、蛇行によって河道長が伸び、一方でCut-offによって河道が短絡されることによって、河道容積が変化するために非平衡が存在する。このような曖昧さは一次元蛇行解析においては避けることのできないものであるが、Ikedaらに始まる既往の一次元モデルの研究では、川幅が一定という仮定は「現象論的に」正しいものとされており、本研究においても同様の仮定を利用するものとした。なお、旭ら<sup>25)</sup>の二次元解析では、上述の浸食と堆積で異なる力学的メカニズムをモデル化<sup>15)</sup>し、それを組み込んだ水路実験スケールでの計算を試行しており、川幅が概ね一定のまま蛇行が発達する結果が図示されている。

以上の性質に加えて、「河道変形の主因は側岸浸食であり、蛇行形状は常に河道の法線方向に変化する」という性質を保存したうえで、側岸浸食速度については何らかの仮定を行うことになる。この側岸浸食速度に関する仮定について、IkedaらのBend equationに始まる

既往の研究によるモデルでは、「ある流れパターンの強度に比例する」という考え方で設定しており、本蛇行モデルに関しても、この考え方を採用する。ここで、「ある流れパターン」とは何かということであるが、それらの研究では、全て主流偏倚の強度、すなわち  $\beta_1$  を利用している。また、この方法については、1-2-1 に述べた通り、Pizzuto and Meckelnburg<sup>6)</sup>による現地調査と航空写真解析を利用した研究によって、概略的には正しいということが示されている。

以上の考え方を具体的な式で表すと、

$$\Delta n = E\Delta t \cdot u_s \quad (4-1)$$

$$u_s = \beta_1 u_0 \quad (4-2)$$

ここに、 $\Delta n$ ：法線方向の水路軸移動量、 $\Delta t$ ：蛇行計算における時間刻み幅、 $E$ ：側岸浸食係数(無次元)、 $u_s$ ：側岸浸食速度を規定する流速である。概念図を図 4-1 に示す。

以上の基本コンセプトに基づく河道計算を、前章の方法で流れと河床が平衡状態となった河道に適用し、新たな河道において再び流れと河床のカップリング計算を行う、というルーチンを繰り返して、蛇行平面形状の発展を計算する。

ここで、河道変形と河床変形の時間スケール差について述べておく。Parker ら<sup>15)</sup>は、水路実験に関する既往の研究<sup>8)~12)</sup>を整理し、さらに水深が数 10cm 程度の小規模な川での現地観測を行っている。彼らはその結果として、河道幅が概ね一定を保ったまま蛇行が発達する条件下においては、河道変形の時間スケールは河床変形のそれより 10 倍以上大きくなるということを述べている。彼らはこの時間スケール差を生じる原因を、側岸の粘着土砂、あるいは植生根によって氾濫原の土砂が河床のそれに比べて固結したものとなっていることにあると考察している。また、このように河道変形は河床変形と比較して時間スケールが長いと、前章で検証データとして用いた長谷川ら<sup>14)</sup>の他、芦田ら<sup>47)</sup>、澤井<sup>48)</sup>の水路実験など、側岸を固定して蛇行水路の移動床実験を行った研究が複数存在し、このような研究成果が有意なものとなる。以上のことから、上述の方法で準定常的に河道計算と流れ・河床のカップリング計算を交互に行うことについては問題ないと言える。

#### 4-1-2 基本コンセプトに基づく定式化

まず、河道変形に伴う河川スケールの変化について述べる。式(4-2)に基づき定義された新たな河道について、それらの座標間隔をもとに、時間ステップ $\Delta t[s]$ ごとの河道長  $L$  が次式により算出できる。

$$L = \int_N \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad (4-3)$$

ここに、 $(\Delta x, \Delta y)$ ：節点間の $(x,y)$ 座標の間隔、 $N$ ：節点数である。

新たな河道形状が導出される毎に、その河道条件における平衡河床形状を前章で示した方法により逐次計算により求め、流心の偏りを導出する。これを繰り返すことにより、蛇行の時間的な発展を再現することができる。



次に、新たな河道における水理条件の変化について記述する。前章では検証対象が水路実験であり、なおかつ河道は固定されていたため、縦断方向に一様な勾配  $I_{s0}$  を用いて計算を行っていた。しかし、実際には、蛇行度が增大することによって、河道長  $L$  も増大するので、河床勾配は小さくなっていく。また、その程度は蛇行の位相によって空間的に異なる。本蛇行モデルではこれを考慮し、次式に示す通りに  $I_s$  および  $z_0$  の横断平均値を設定する。

$$I_s(s) = I_{s0} \cdot \cos\theta \quad (4-4)$$

$$\overline{z_0(s)} = \overline{z_0(s=0)} - \int_0^s \overline{I_s} ds \quad (4-5)$$

ここに、 $\theta$  は水路の最急勾配方向に対する振れ角を示す。

一方、本モデルでは、横断面平均流速  $u_0$  および横断平均水深  $H_0$  は  $s$  によらず空間的に一定であると仮定している。従って、流量  $Q$  から  $u_0$  および  $H_0$  を計算する際には、ある代表縦断勾配を決定する必要がある。この代表縦断勾配に関しては、式(4-6)から決定される平均勾配を利用する。

$$\overline{I_{s0}} = \frac{\overline{z_0(s=0)} - \overline{z_0(s=L)}}{L} = \frac{1}{L} \int_0^L \overline{I_s} ds \quad (4-6)$$

ここに、 $I_{s0}$  の上線は  $s$  方向での平均、 $z_0$  の上線は  $n$  方向での平均を示す。

$\Delta t$  後の  $I_{s0}$  の縦断平均は式(4-7)に示すように河道長  $L$  に反比例して減少する。また式(4-7)で表される新たな  $I_{s0}$  における断面平均流速  $u_0$  と平均水深  $H_0$  は式(4-8)、(4-9)で表される。

$$\overline{I_{s0}^{t+\Delta t}} = \left( \frac{L^t}{L^{t+\Delta t}} \right) \cdot \overline{I_{s0}^t} \quad (4-7)$$

$$u_0^{t+\Delta t} = \sqrt[3]{\frac{Qg\overline{I_{s0}^{t+\Delta t}}}{2bf}} \quad (4-8)$$

$$H_0^{t+\Delta t} = \frac{Q}{2b} \left( \sqrt[3]{\frac{Qg\overline{I_{s0}^{t+\Delta t}}}{2bf}} \right)^{-1} \quad (4-9)$$

ここに、 $Q$ : 流量、 $g$ : 重力加速度、 $f$ : 摩擦係数である。また、パラメータの右上の添え字は時間を表し、 $\Delta t$  は計算時間ステップである。

次に、計算上の時間ステップについて述べる。本研究においては、無次元時間  $\hat{t}$  を、

$$\hat{t} = \frac{u_0}{B} \sum_{N_t} E\Delta t \quad (4-10)$$

とする。ここに、 $N_t$ : 時間ステップ数である。式(4-10)の右辺は係数  $E$  を含んでいる。2-3-2で述べていた通り、蛇行発展にかかる実時間は地盤条件等に依存し、削れやすい地盤であるほど短い時間で河道が移動する、すなわち  $E$  は大きくなる。しかし、このように“ $E\Delta t$ ”をまとめて 1 つの時間ステップ変数とみなすことによって、実際の地盤等の特性を考慮せずに「ある変形基準量に対する」河道の幾何学的な変形を統一的に描くことが可能となる。

一方、実際の蛇行変動速度および時間を検討する場合は、個々の河川を取り扱う技術者が過去の河道変遷に関する調査をしたうえで本モデルを適用する必要があるが、それについては今後の課題とする。

## 4-2 本モデルにおける側岸浸食量の設定

4-1-1 に述べた、「側岸浸食量が主流偏倚の強度に比例する」という仮定が利用され続けていた理由は、実河川を対象とした研究で支持されている方法であるということの他に、Ikeda らの一次元モデルが浅水流方程式をベースとしていたものであったことが挙げられる。このことにより、本研究で構築した流れモデルに比べて、利用できるパラメータは限定されていた。具体的には、二次流とそれに起因する主流の鉛直平均化、すなわち  $\beta_2$  と  $\beta_3$  に当てる変数が存在しなかった。

一方、前章の流れモデルで新たに考慮した二次流は、3-1 にも述べた通り、主に外岸側で下降流、内岸側に上昇流を生じることで、外岸側に浸食、内岸側に堆積を生じさせる原因となりうる<sup>4)</sup>。よって、本モデルで蛇行平面形状の発展計算を行う際は、二次流によって発生する側岸浸食、すなわち  $\beta_3$  を考慮することにより、既往のモデルと比較して良好な結果を得ることが期待される。

本章の計算では、まず、 $\beta_1$  と  $\beta_3$  を個別に設定して計算を行い、それぞれのパラメータを利用した側岸浸食および河道平面形状発展の性質を確認する。次に、式(4-11)により、両者の影響を線形結合で考慮し、その重みを決定する係数  $\gamma$  を変化させて、蛇行の基本的性質が衛星画像で得られたものと概ね一致する  $\gamma$  の値を採用する。

$$u_s = \{\gamma\beta_1 + (1-\gamma)\beta_3\}u_0 \quad (4-11)$$

なお、同じ線形結合でも、式(4-11)の場合と、たとえば

$$u_s = \{\beta_1 + \gamma'\beta_3\}u_0 \quad (4-11')$$

という式形の場合では、係数  $E$  の値が異なることとなる。しかしながら、本モデルの応答を確認する際に重要な点は、 $\beta_1$  と  $\beta_3$  の効き方の比率によって計算結果がどう変化するかということなので、その点では式(4-11)と(4-11')の間には本質的な差異はない。また、4-1-2 に述べた通り、本研究では  $E$  を時間スケールに組み込むことにより任意の値としている。この条件下に限っていえば、両方の式は完全に同一として扱ってよいということになる。

## 4-3 実験水路の条件下での計算

### 4-3-1 周期境界条件での不安定解析

ここではまず、前章で用いた長谷川の実験水路の条件下で、微小振幅における不安定解析を行う。初期条件は最大偏倚角  $5^\circ$  の sine-generated curve とし、蛇行波長を変えて周期境界条件下での計算を行う。

なお、 $E\Delta t$  は各ステップで一定の値を用いるのではなく、側岸浸食が最も速い箇所の移動量が格子間隔の  $1/5$  となるように設定を行った。格子点数は  $N=220$  としている。式(4-10)の

パラメータ  $\gamma$  に関しては、本節では Ikeda らの論文と同様の仮定となる  $\gamma=1$  を用いている。

蛇行波長  $L$  が 2.2[m]、および 3.0[m] のケースに関して、時間発展を示したものを図 4-2 に示す。前者は蛇行が減衰し直線河道に向かっているが、後者は蛇行が徐々に発展していることが分かる。ここで、波長別の計算データに関して、図 4-3 に最大蛇行偏倚角の時間発展を示す。短い波長のものは減衰し、長い波長のものは発達しているが、発達速度が最大となる蛇行波長が存在している。そこで次に、図 4-3 に破線で示した、 $\hat{t}=1.60$  までの波長別の平均発達速度をプロットしたデータを図 4-4 に示す。発達速度が最大となるのは、 $L/B=9.33$  のケースである。これは図 2-13 に示した、直線水路の交互砂州が発達する波長である  $L/B=10$  とほぼ等しい。蛇行の初期発達波長は、この直線水路の交互砂州の発達波長によって規定されるものと考えられるため、両者が概ね一致するという結果は有意なものであると言える。

さらに、異なる水路幅において、4-2-2 で示した方法から流量  $Q$  および代表粒径  $d$  を算定し、各計算条件を与えて同様の方法で調べた微小振幅蛇行の発達波長を、図 2-16 に重ねてプロットしたものを図 4-5 に示す。計算の発達蛇行長は、概ね既往の実験水路および実河川での観測値と良く一致していることが分かる。

#### 4-3-2 擾乱の空間的な発展に関する解析

次に、周期境界条件の設定を外し、初期条件として直線水路の河道に擾乱として微小な変形を与え、それが有限振幅の範囲において発展するプロセスの計算を行った。河道の設定に関しては、初期格子間隔  $\Delta s=1/3B$  とし、格子点数は  $N=991$  とする。すなわち、河道全長は  $330B$  となっている。図 2-3 において示した蛇行主軸線が直線的な衛星画像の蛇行写真においては、比較的規則的な区間が続いている箇所でもその区間長は 20 蛇行波長程度である。これと第 2 章で求めた  $L/B=17.7$  という関係を合わせると、単一の河道条件の蛇行河川として計算できるのは最長でも  $350B$  程度となるので、この河道長は概ね妥当な条件であると言える。なお、この計算河道長は、これまでの一次元モデルで考慮されていなかった二次流による流れの三次元性が考慮できるモデルとしては、数学的に二次元・三次元の計算を行うモデル<sup>22)~24)</sup>と比較して長い。また、上述の適用対象条件を考えなければ、モデルの原理的には Ikeda らに始まる既往の一次元モデルと同じオーダーの区間長にまで適用することが可能である。

初期条件は、上流端から  $110B$  の地点に、区間長  $4B$ 、最大振れ角  $\pi/4$  の半波長分の変形を与えている。境界条件は、上流端で振れ角  $\theta=0$  かつ曲率  $\sigma=0$  として設定している。

蛇行変形が空間的に発展する様子を図 4-6 に示す。図 4-6 より、先端部の波長は概ね前項に述べた  $L/B=10$  前後となっているが、蛇行が発達するにつれて徐々に波長が大きくなっていることが読み取れる。このことから、初期の波長と蛇行発達後の波長は異なっている可能性がある。そこで、次節では実河川の条件においてこの蛇行変形モデルを適用し、さらにパラメータ  $\gamma$  の値も変更して本モデルの検証を行う。

## 4-4 実河川における試行計算

### 4-4-1 実河川での流量・粒径および摩擦係数の設定

実河川を対象とする際に問題となる事項として、Google Earth および Landsat から直接得ることのできないデータが挙げられる。その中で、具体的に本一次元モデルにおいて必要なパラメータは、流量  $Q$ 、河床材料の代表粒径  $d$ 、そして摩擦係数  $f$  である。以下にそれらを推定して計算条件として設定する方法について議論する。

流量  $Q$  については何らかの水理的仮定が必要だが、実河川ではこの代表流量の決定について、これまで主に 2 つの方法が用いられてきた。1 つは「河道満杯流量」(bankfull discharge)<sup>49)</sup>、もう 1 つは「平均年最大流量」<sup>51)</sup>である。しかしながら、実際に河道満杯流量を求めるためには、 $B$  と  $I$  の他に、水深  $H$ 、および河道粗度の情報が必要である。また、年平均最大流量に関しては、水文的な統計データが必要となる。これらを Google Earth の衛星画像および地形データの情報のみから得ることは不可能である。よって、以下では式(4-12)に示す、川幅のみから流量を推定できる regime 理論<sup>50),51)</sup>の適用を考える。なお、上述の 2 つの流量と regime 理論流量の決定に関しては、「河川ごとに、ある指標化された代表流量を決める」という基本コンセプトは同じであり、そのアプローチがそれぞれ「流体力学的算定から」、「水文データから」、そして「より単純に、川幅を利用して」と異なっているだけのものである。

川幅  $B$  は概ね  $Q$  の 1/2 乗に比例するとされている。すなわち、

$$B = \alpha Q^{1/2} \quad (4-12)$$

$$Q = \left(\frac{B}{\alpha}\right)^2 \quad (4-12')$$

川幅  $B$  は式(4-12)に示す通り、概ね  $Q$  の 1/2 乗に比例するとされている。ここで、式(4-12')において、一般的に  $\alpha$  は 3.5~7 程度の値を取ると言われている<sup>50),51)</sup>。 $Q$  は  $\alpha$  の値の取り方によって 4 倍程度の幅を取ることになるが、ここではその幾何平均(4.950)に近い値となる  $\alpha=5.0$  を用いて計算し、その幅を取ることによる計算結果への影響に関しては次章で検討する。

なお、regime 理論によって求められる流量は、上述の通り必ずしも実際の水文データと関係付けられたものではなく、「ある流量規模に対してこの程度の川幅を取る」という経験上の関係であるが、この方法で求められる流量が流域の水文条件と整合するかどうかについては検討を要する。そこで、本研究では、概略的な流量を求める指標として、流域面積と年降水量の積を年間時間で除した年平均降雨強度  $I_y$  [m<sup>3</sup>/s] を利用することとした。

$$I_y = \frac{1000 A_c R_c}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \quad (4-13)$$

ここに、 $A_c$  : 各河川の流域面積[km<sup>2</sup>]、 $R_c$  : 流域平均年降雨量[mm]である。

流域面積は、統計データが存在する本流部やある程度大きな支流については統計データ<sup>52)</sup>を利用し、上流側の小さな支流については Google Earth から得られる地形データを利用しておおよその値を求めている。年降水量は、気象庁によって Web 掲載されている図表<sup>53)</sup>を参照した。実際は同一水系でも下流と上流で、また支流ごとに年降水量は異なる値となるが、ここでは簡単のため、同一水系内で全て同じ値を用いている。

表 4-1 に各河川の流域面積と年降水量の概ねの値を示す。また、図 4-7 は横軸にこの方法から推定した年平均降雨強度、縦軸に regime 理論から求められる流量幅をとって示したものである。regime 理論から求められる流量と降雨強度の間にはある程度の相関がみられる。なお、大きく外れているデータに関しては、次章の複数の実河川での計算に関する検討対象から除外することとした。

本章では、表及び図において赤色で強調したアマゾン川-5 を対象河川として、以下に述べる手法による蛇行計算のモデル化を適用する。この河川は、図 2-2 に示した通り、Cut-off の痕跡が比較的良く残っている典型的な自由蛇行河川であり、また regime 理論による流量と水文データから求めた降雨強度の相関関係のある程度良く満たしている河川であると言える。

代表粒径  $d$  は式(4-12)を変形した(4-12')より、代表流速を横断面平均流速  $u_0$  に対する  $u_*$  として計算する。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{R_0 g d} \quad (4-14)$$

$$d = \frac{u_*^2}{R_0 g \tau_*} \quad (4-14')$$

各パラメータは 3-2 と同じものである。これらの関係を適用することにより、異なる水路幅  $B$  に対して、蛇行の発展に関する計算を行い、その特性を比較することが可能となる。

$d$  に関しては文献<sup>51)</sup>における日本の河川について整理されたデータを用いる。図 4-8 にそのデータを示す。緩流河川に該当するグラフの左側では、近似直線は概ね  $\tau_*=1.5\sim 2.0$  付近を通過していることが分かる。ここでは  $\tau_*=2.0$  から式(4-14')で求められる値を用い、 $Q$  と同様にその値の変化に対する感度に関しては次章で議論する。

最後に、摩擦係数  $f$  であるが、これは横断平均流速  $u_0$  と摩擦速度  $u_*$  の比を  $\phi$  として表す方法が主に用いられている。 $\phi$  と粒径  $d$  の関係を図 4-9 に示す<sup>51)</sup>。この  $\phi$  の値から  $f$  を求めることができる。ただし、3-1-1 で述べた通り、本モデルで設定する  $f$  は、 $u_0$  ではなく底面流速  $u_b$  から求めているものである。よって、ここでは、 $u_0$  から求められる摩擦係数を  $f$  と定義して、 $u_b$  から求められる  $f$  と区別する。

$\phi, f$  および  $f$  の関係は、式(4-15)~(4-17)に示すとおりである。

$$\varphi = \frac{u_0}{u_*} \quad (4-15)$$

$$f' = \left(\frac{u_*}{u_0}\right)^2 = \left(\frac{1}{\varphi}\right)^2 \quad (4-16)$$

$$f = \left(\frac{u_*}{u_b}\right)^2 = f' \left(\frac{u_0}{u_b}\right)^2 \quad (4-17)$$

横断平均流速  $u_0$  と底面流速  $u_b$  の比に関しては、式(3-7)～(3-10)より、本来は  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  の効き方によって変化するが、ここでは鉛直全層流の分布  $\varphi$  のみを考慮し、以下の式を利用する。

$$u_b = (1 - 2C)u_0 \quad (4-18)$$

本研究で対象とするのは砂河川の領域が主であるため、概ね  $\varphi=10$  程度であり、この値より  $f=0.01$ ,  $f=0.04$  と求められる。

#### 4-4-2 Cut-off のモデル化

本研究で取り扱う実河川は、第 2 章にも述べた通り、Cut-off による影響を受けている河川を多く取り扱っている。そこで、蛇行形状の発達をモデル化する際には、Cut-off のモデル化が必要不可欠となる。

蛇行計算を行うたびに、2 つの格子点間の直線距離の計算による判定を行い、 $i$  番目の格子点と  $j$  番目の格子点について、以下の 2 式が同時に成立する場合に、Cut-off 計算ルーチンを実行する。

$$L_{ij} < k_{c1}B \quad (4-19)$$

$$s_{ij} > k_{c2}L_{ij} \quad (4-20)$$

ここに、 $L_{ij}$  :  $i$  番目の点と  $j$  番目の点の直線距離、 $s_{ij}$  :  $i$  番目の点と  $j$  番目の点の河道軸上における距離である。式(4-19)および(4-20)は、蛇行度がある程度大きい状態で、なおかつ直線距離が接近した際に Cut-off が発生するということを意味している。

ここで、 $k_{c1}$  は川幅の何倍まで接近すれば Cut-off が発生するかということを表す係数であり 1 以上の値を取るが、ここでは 2-3-2 で得られた値を利用し、2.0 として計算を行っている。また、 $k_{c2}$  は 2 点間の直線距離と河道距離の比を示す係数であり、蛇行形状を sine-generated curve とする場合、最大振れ角が  $121^\circ$  の時にこの値は無限大、つまり  $L_{ij}=0$  となる。ここでは、最大触れ角  $105^\circ$  の sine-generated curve に該当する、 $k_{c2}=3.8$  という値を用いる。

次に、以上の条件を満たす場合において、どのように河道の Cut-off を行うかについて述べる。本研究では、Cut-off の発生による短絡水路を、振れ角が連続した三次 Bezier 曲線で結ぶことを考える。ただし、計算の安定性により、実際に Cut-off を行う点は、 $i$  番目よりも  $B$  だけ上流側の点  $i-i_B$  と、 $j$  番目よりも  $B$  だけ下流側の点  $j+i_B$  としている。本計算条件においては  $i_B=3$  である。また、三次 Bezier 曲線の決定に必要な両端点以外の 2 つの制御点については、両端点から元々の河道の接線方向に  $B$  だけ延長した点を利用している。以上をまとめたものを、図 4-10 に示す。

#### 4-4-3 計算条件および計算結果

表 4-2 に水路諸元を示す。川幅  $B$  と勾配  $I$  以外に関しては、4-4-1 で述べた方法により値を導出している。

まず、 $u_s$  を  $\beta_1$  のみに比例すると仮定した場合( $\gamma=1$ )、および  $\beta_3$  のみに比例すると仮定した場合( $\gamma=0$ )について、400 ステップごとの計算結果を図 4-11 に示す。両者の運動の特性はかなり異なっていることが分かる。具体的には、 $\beta_1$  を利用した計算においては、蛇行波長が非常に長い蛇行が形成され、蛇行の位相の進み方が速い。一方で、 $\beta_3$  を利用した計算においては、波長の短い蛇行が形成され、蛇行の位相はあまり進まず、徐々に上下流に伝播し、Cut-off を繰り返す。このプロセスの違いは、図 3-14 に示した、曲率と各パラメータの位相差が関わっているものであるということが出来る。すなわち、 $\beta_1$  は位相が曲率に対して大きく遅れているので、横方向の発展が大きく、位相が早く進行し、波長の伸びる程度が大きくなる。それに対して、 $\beta_3$  は位相がほぼ曲率と同じであるため、あまり蛇行長の伸びや位相の進行が見られず、その場から徐々に発達していくことになるものと考えられる。

次に、異なる  $\gamma$  の値について、本モデルを適用した。1200 ステップでの平面図を図 4-12 に示す。これらの蛇行形状の計算結果について、第 2 章で行ったものと同様に 1 波形ごとに分解し、その平均蛇行波長を計算する。図 4-13 に、蛇行形状と主軸線の一例を示す。同図では曲率 0 の点を強調している。平均蛇行波長および蛇行度と  $\gamma$  の値の関係を図 4-14 に示す。概ね  $\gamma=0.2$  の時に、写真解析によって求められる波長および蛇行度と一致することが分かる。図 4-15 にこのケースにおける時間発展を示す。

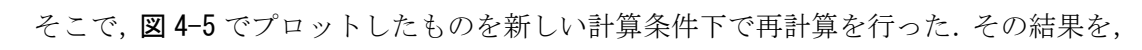
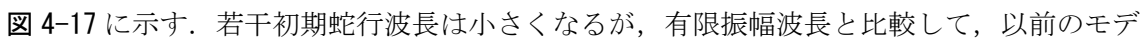
なお、本計算は河道変形による影響がわずかでも上下流端に達した時間ステップまでで計算を終了しているため、無限時間の発展について知ることは不可能であるが、蛇行特性の収束性については調べることが可能である。

図 4-16(a) に、図 4-15 から求めた基本蛇行の平均波長と蛇行度の時間発展を示す。基本蛇行については、 $\hat{t} = 1100$  までの計算で概ね安定している。

一方、図 4-11, 12, 15 のいずれにおいても、蛇行の主軸線は、初期の河道状態における中心線から大きく振れていることが分かる。この主軸線の振れは、第 2 章で「大蛇行」と定義したものであり、本計算では Cut-off が繰り返されることで形成されている。大蛇行の波長の時間変化を図 4-16(b) に示す。大蛇行波長は明らかに安定しておらず、この計算ステップをさらに増やすと、この主軸線の振れ方はなおも増大していくことが予想される。大蛇行が発生する程度の長さスケールでは、縦断勾配や地盤特性の空間変化により、同一の水理条件および蛇行発展条件とみなせなくなる可能性が高い。以上により、本研究の計算結果は、大蛇行に関しては信憑性を欠くものとする。よって、次章では大蛇行については画像データによる解析結果との比較検討対象から外し、基本蛇行の特性のみを検討することとする。

#### 4-4-4 初期蛇行波長の再計算

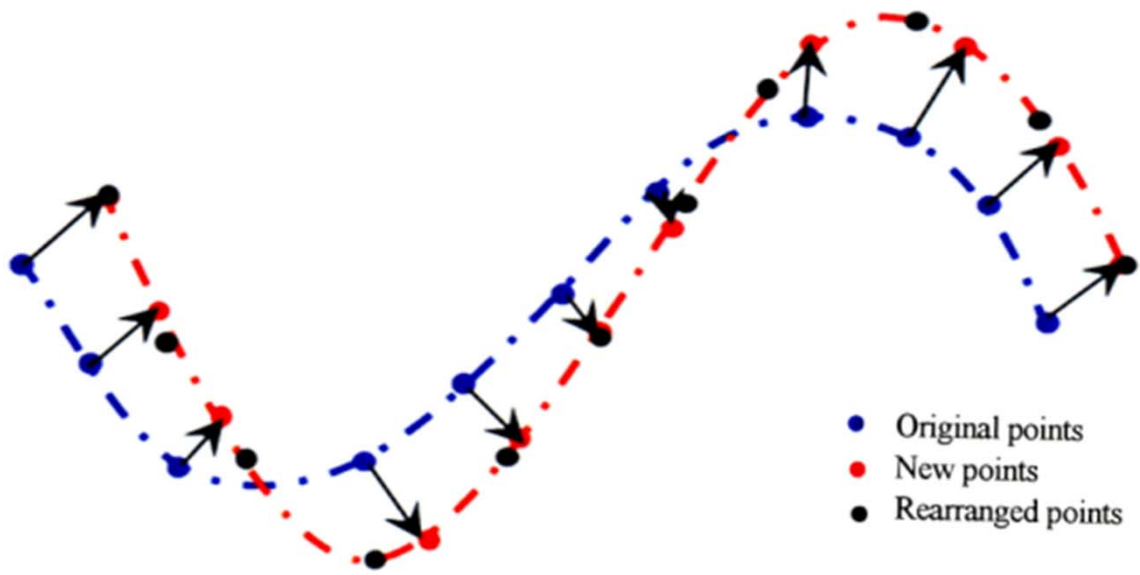
前項では $\gamma$ の値，すなわち側岸浸食に対する主流偏倚と二次流強度という蛇行形状に対する位相が異なるパラメータの効果を変えて計算を行ったため，初期蛇行波長に関しては，改めて $\gamma=0.2$ の条件下で計算を行う必要がある。

そこで，でプロットしたものを新しい計算条件下で再計算を行った。その結果を，に示す。若干初期蛇行波長は小さくなるが，有限振幅波長と比較して，以前のモデルとの差は大きくなく，両対数グラフ上ではほとんど変わらない位置にプロットされる。このことから，新しい仮定によって，初期蛇行長が概ね実測値と一致するという関係を保ちながら，有限振幅における蛇行波長についてもより精度良く表現できたということが言える。

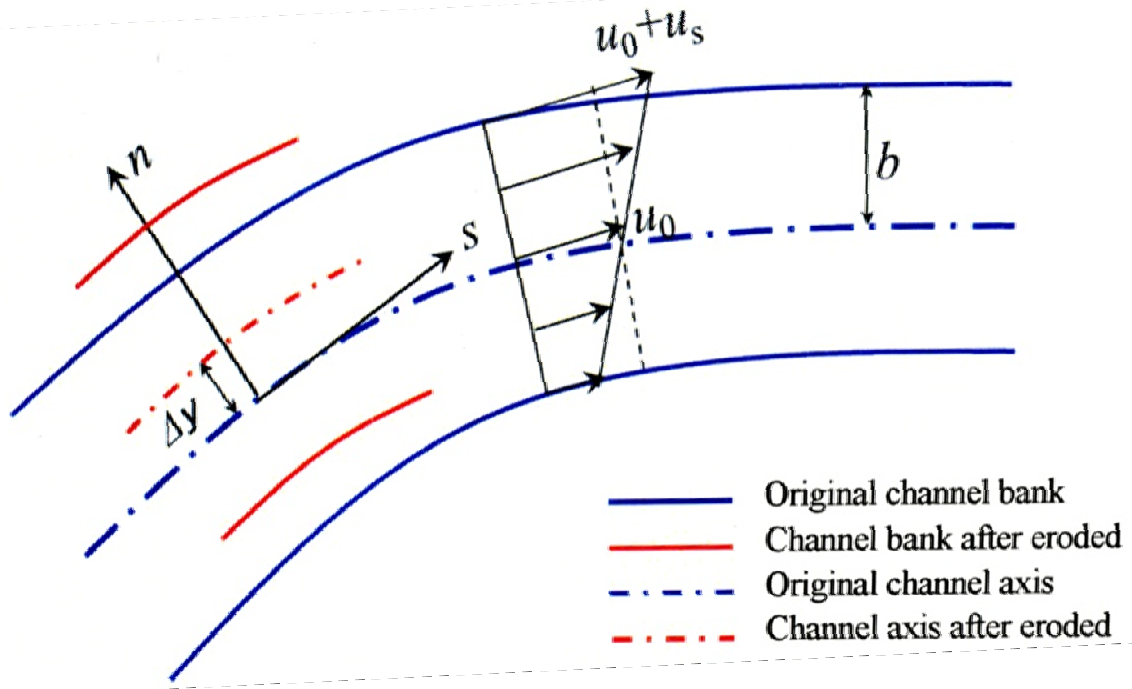
#### 4-5 第4章の結論

- 前章で構築した流れと河床地形の一次元モデルを元に，Ikedaらの基本コンセプトに従って蛇行平面形状の発展モデルを組み込んだ。このモデルに関して，既往の仮定に従い側岸浸食速度を主流偏倚に比例するとして計算を行ったところ，蛇行発達初期の波長はよく説明できた。一方，旧来のモデルに含まれていなかった二次流の影響を蛇行発展において考慮するため，変形量を主流偏倚と二次流強度の線形結合として計算を行うことを提案した。
- 実河川において，実河川での流量・粒径および摩擦係数の設定する方法を議論し，Cut-offについてもモデル化を行った。以上を用いて，側岸浸食速度を主流偏倚と二次流強度の線形結合で表されると仮定し，本モデルを適用した。
- 側岸浸食速度を主流偏倚のみに比例するとした場合には蛇行波長が非常に長い蛇行が形成され，蛇行の位相の進み方が速い。一方で，二次流強度のみに比例するとした計算においては，波長の短い蛇行が形成され，蛇行の位相はあまり進まず，徐々に上下流に伝播する。
- パラメータ $\gamma$ を変化させて計算したところ， $\gamma=0.2$ で平均蛇行波長・蛇行度について概ね近い値が出てきた。また，不安定解析によって微小振幅が発展する卓越波長については，新しい仮定のもとでの計算においても，既往の研究における仮定での計算結果と大きくは変化しなかった。



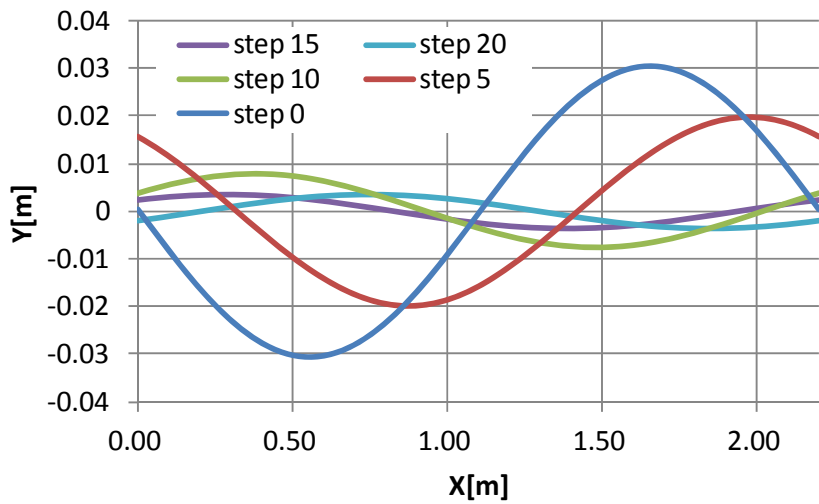


(a)蛇行形状変形

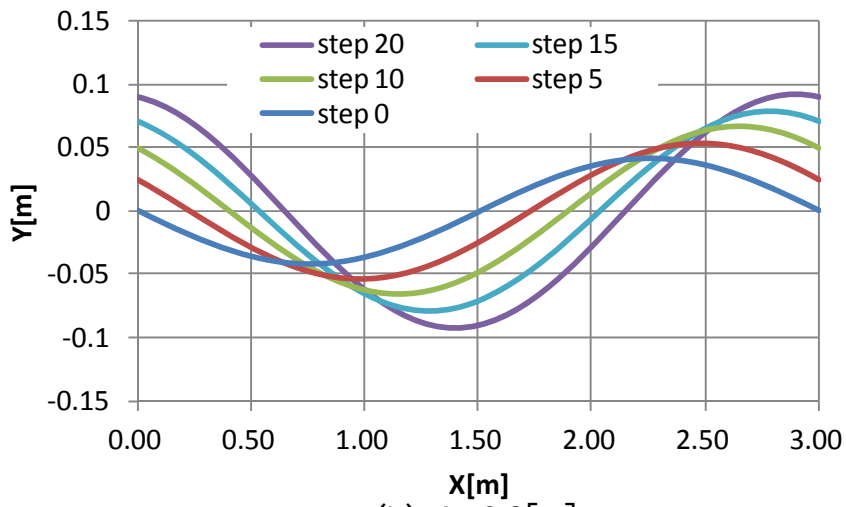


(b)側岸浸食による河道形状変形  
( $\beta_1$ 比例を仮定する場合)

図4-1 側岸浸食変形の概念図



(a)  $L=2.2\text{[m]}$



(b)  $L=3.0\text{[m]}$

図4-2 微小振幅蛇行の発展

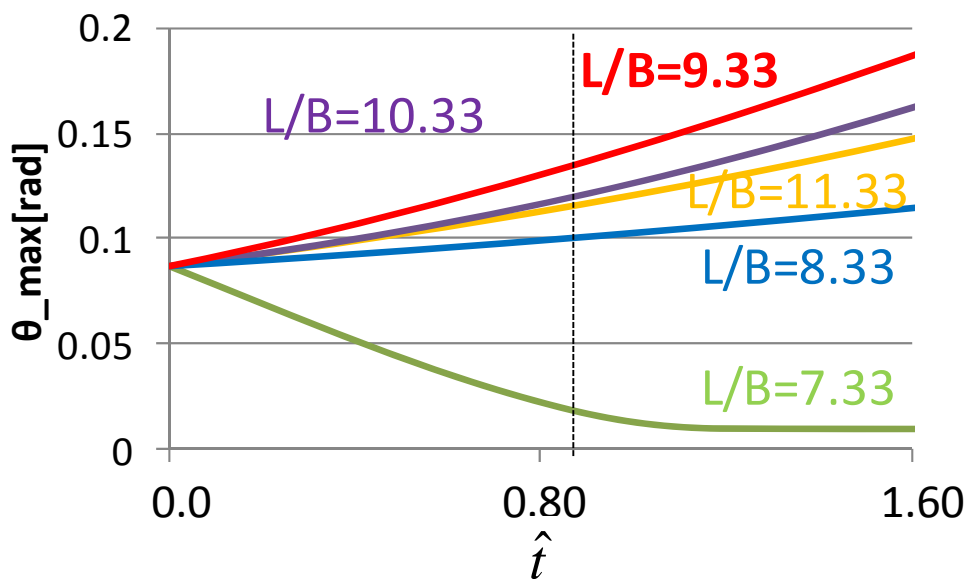


図4-3 最大偏倚角の波長別時間変化

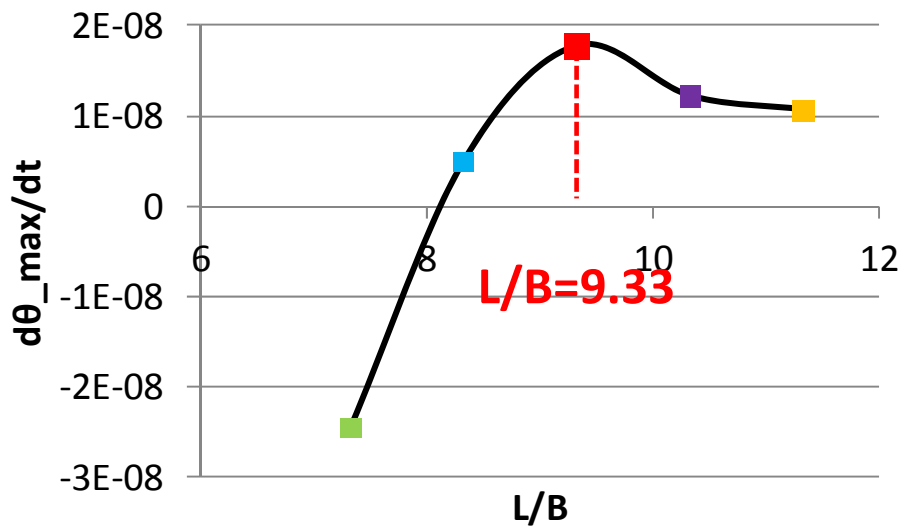


図4-4 蛇行長による発達速度の変化

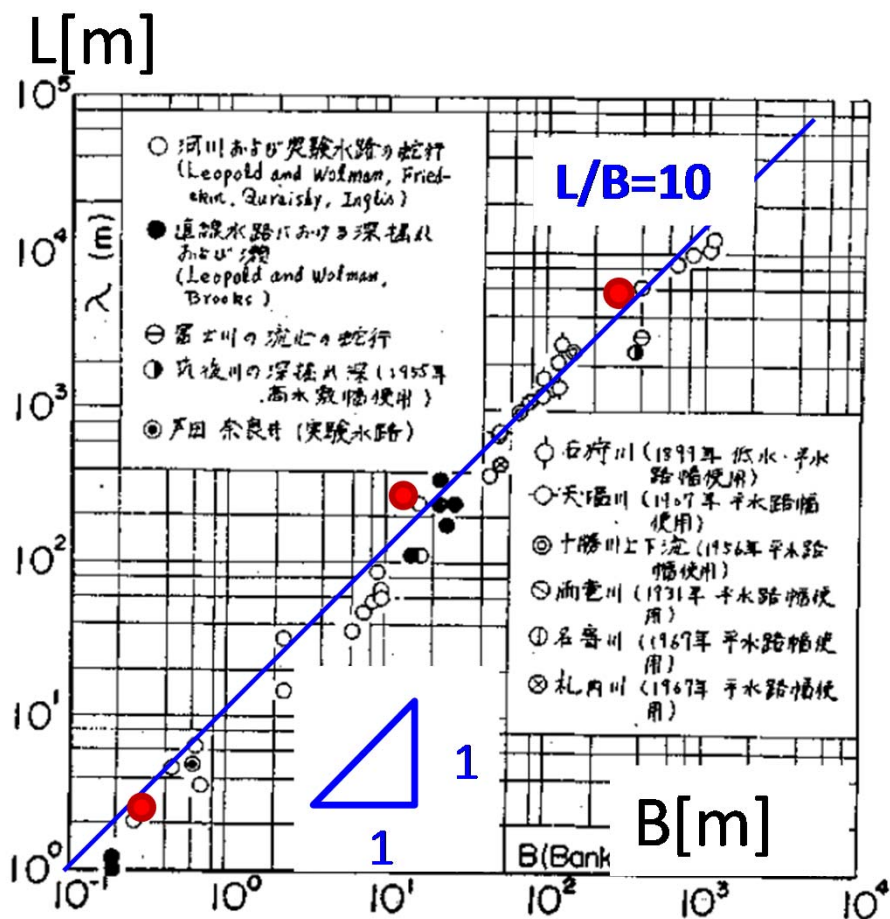


図4-5 発達蛇行長の計算結果

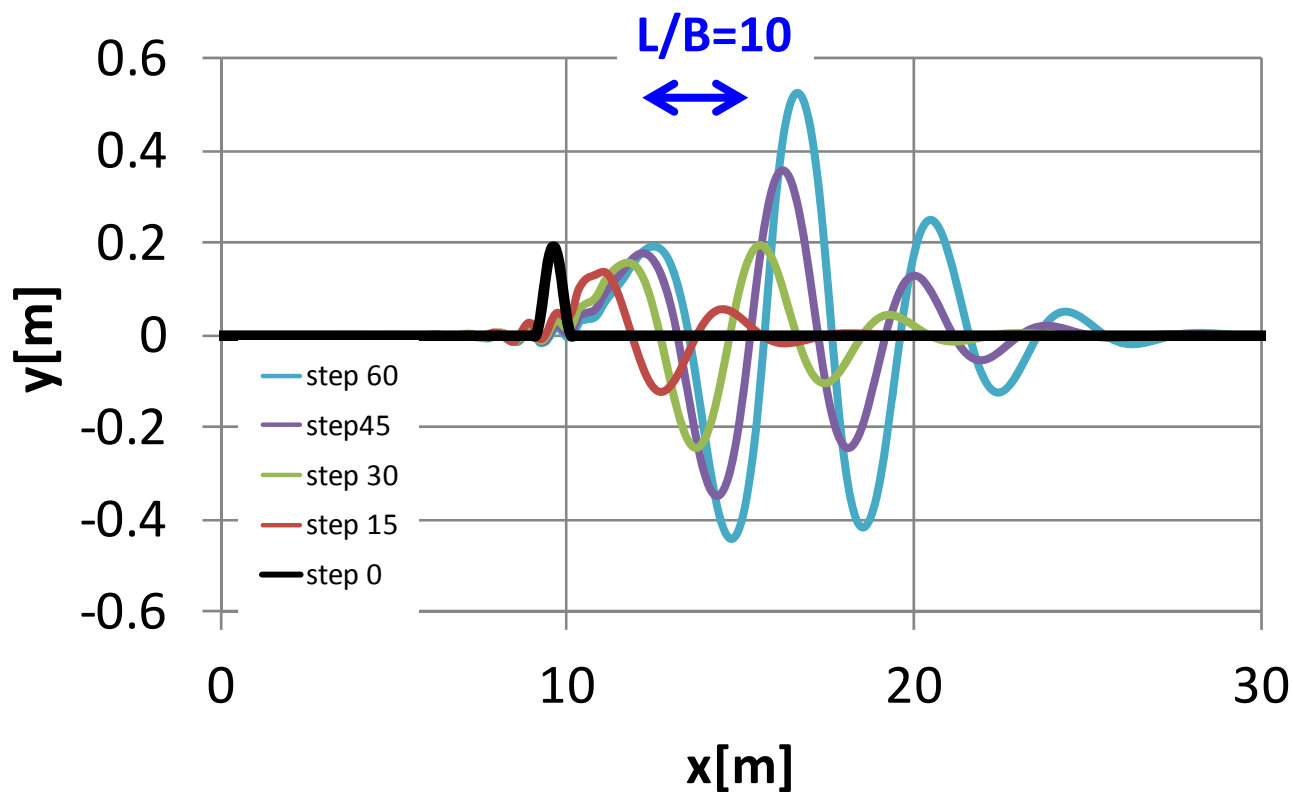


図4-6 微小擾乱からの空間的發展

表4-1 各河川の流域面積と年降水量の概略値

河川名	B[m]	流域面積 [km <sup>2</sup> ]	年降水量 [mm]	河川名	B[m]	流域面積 [km <sup>2</sup> ]	年降水量 [mm]
amazon_1	790	750000	3000	koga_1	870	750000	300
amazon_2	4300	7100000	3000	kolyama_1	300	28000	500
amazon_3	340	12000	3000	kolyama_2	150	28000	500
amazon_4	580	50000	3000	kongo_1	90	60000	2000
amazon_5	130	4000	3000	mississippi_1	1510	3250000	1300
amazon_6	100	3000	3000	mississippi_2	400	880000	1500
amazon_7	1990	63000	3000	mississippi_3	390	23000	1500
amazon_8	100	2000	3000	mississippi_4	80	12000	1300
danube_1	430	250000	700	murray_1	190	1060000	150
danube_2	60	60000	800	vorga_1	1060	1400000	600
ganges_1	340	600000	500	yenisei_1	3650	2700000	600
ganges_2	420	6000	500				

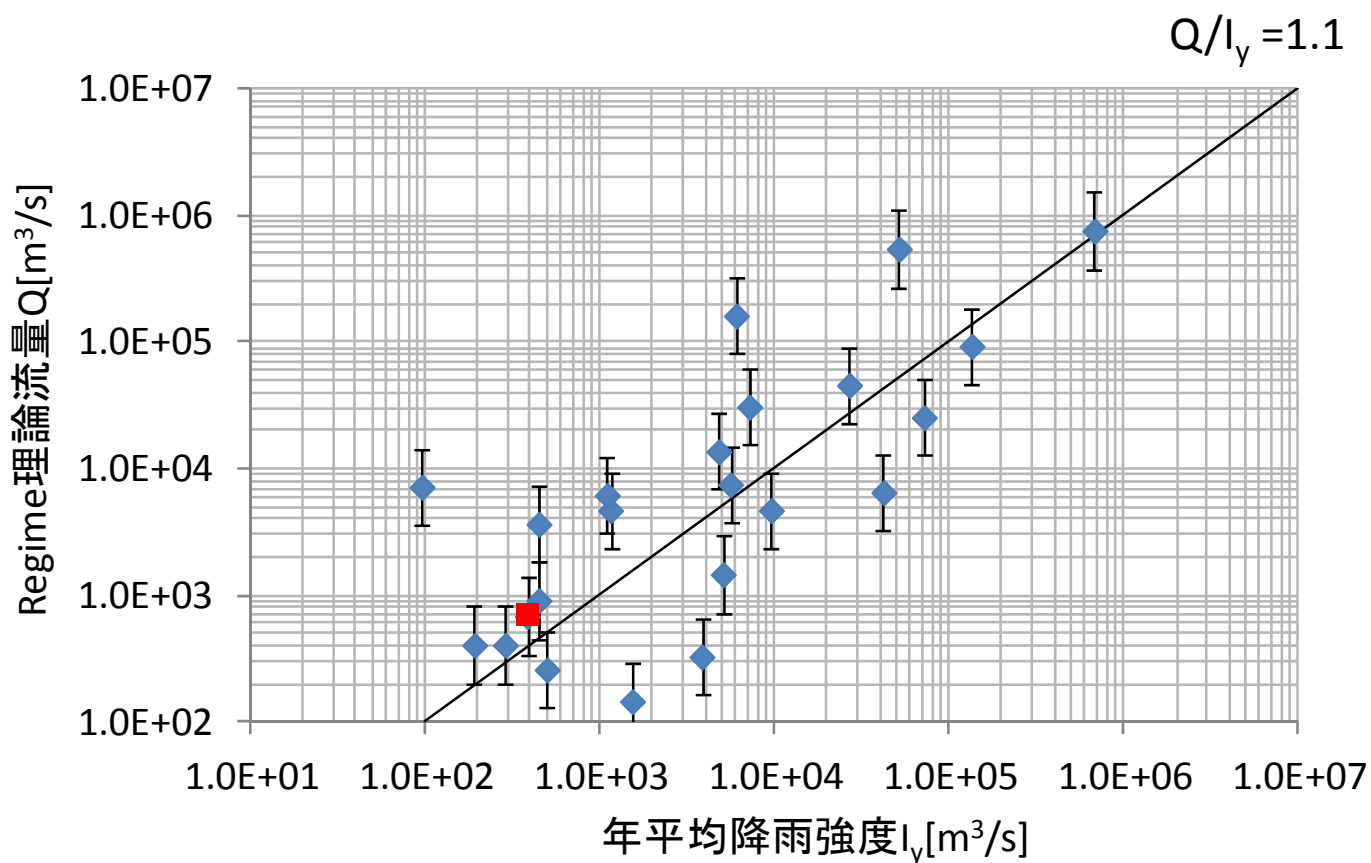


図4-7 各河川の年平均降雨強度と流量値の比較

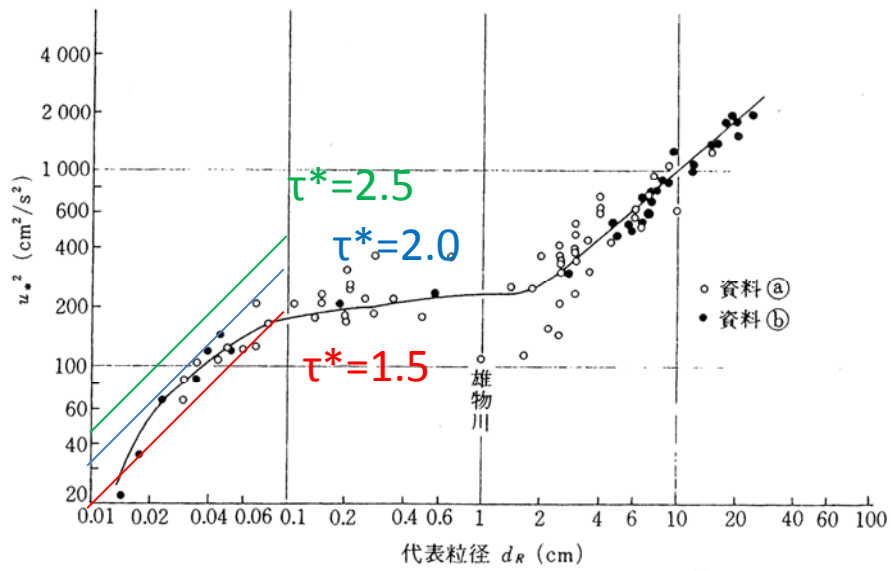


図4-8 粒径 $d$ と $u_*^2$ の関係

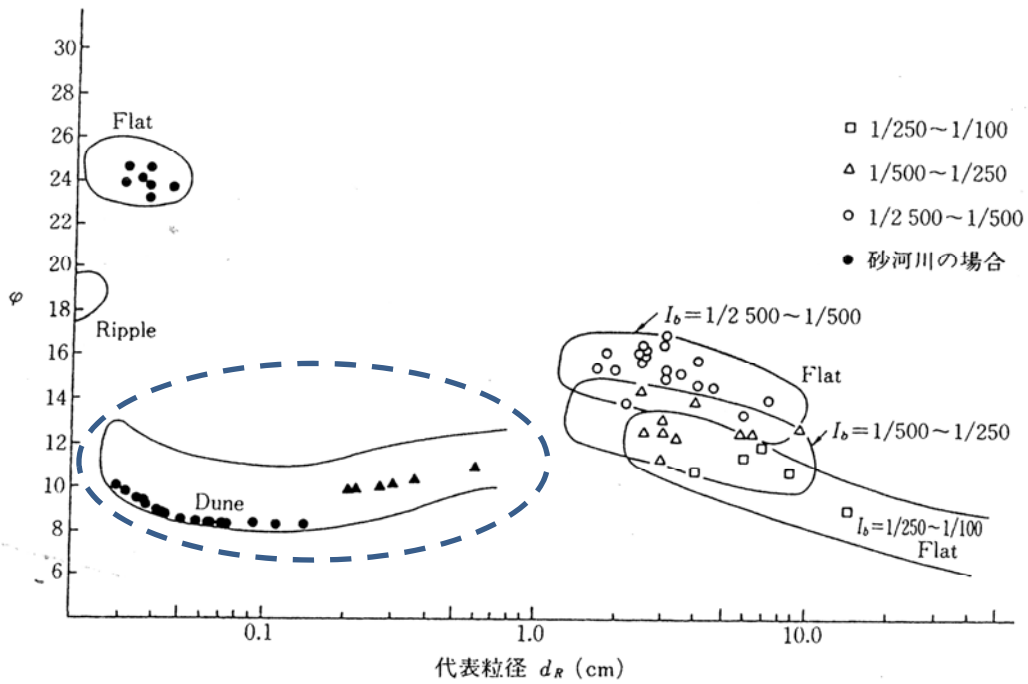


図4-9 粒径 $d$ と $\phi$ の関係

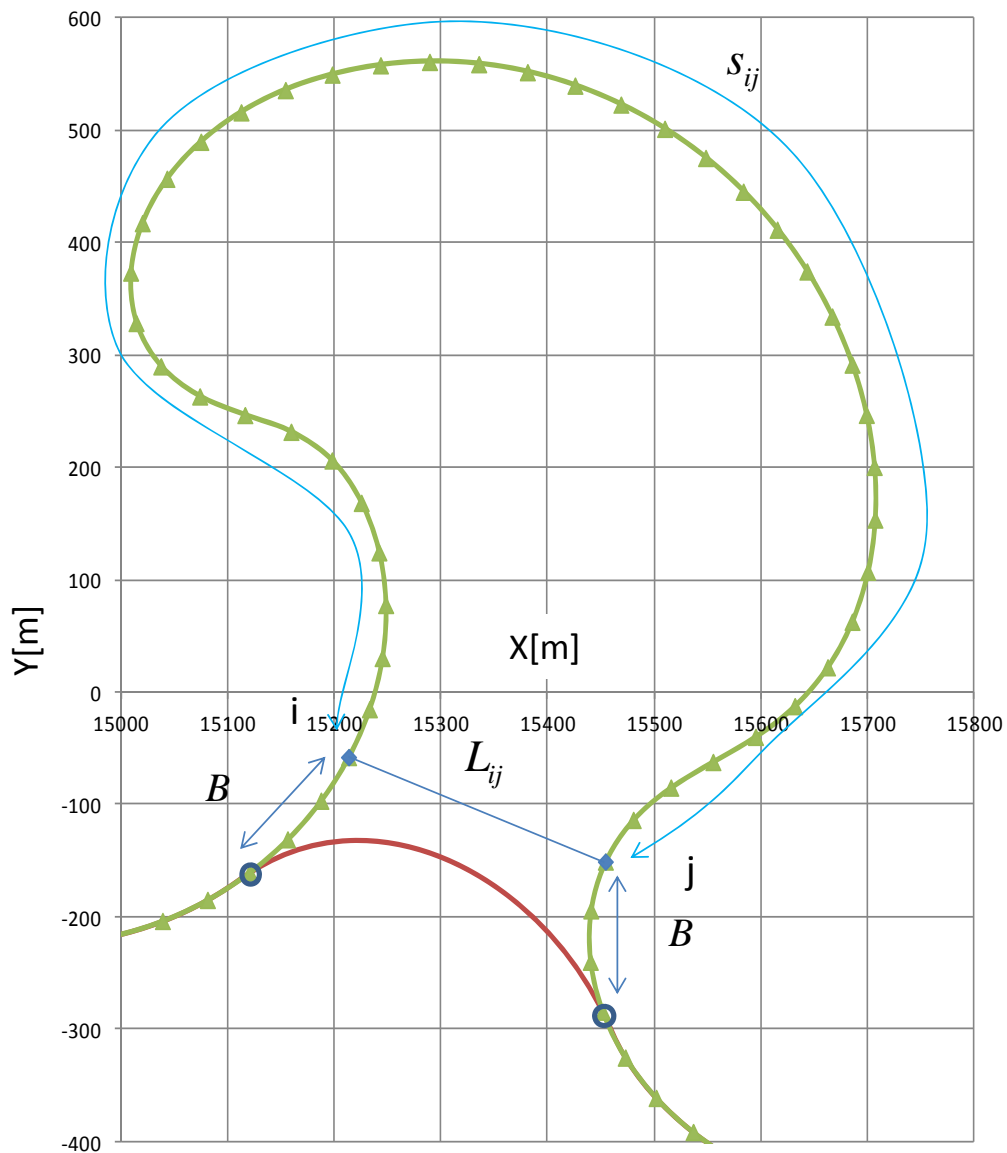


図4-10 Cut-offのモデル化

表4-2 アマゾン川-5における水路諸元

水路幅 $B$	底質中央粒径 $d$	平均河床勾配 $I_{s0}$	流量 $Q$	断面平均流速 $U0$	平均水深 $H0$
130[m]	0.47[mm]	1/2685	676[m <sup>3</sup> /s]	1.24[m/s]	4.20[m]

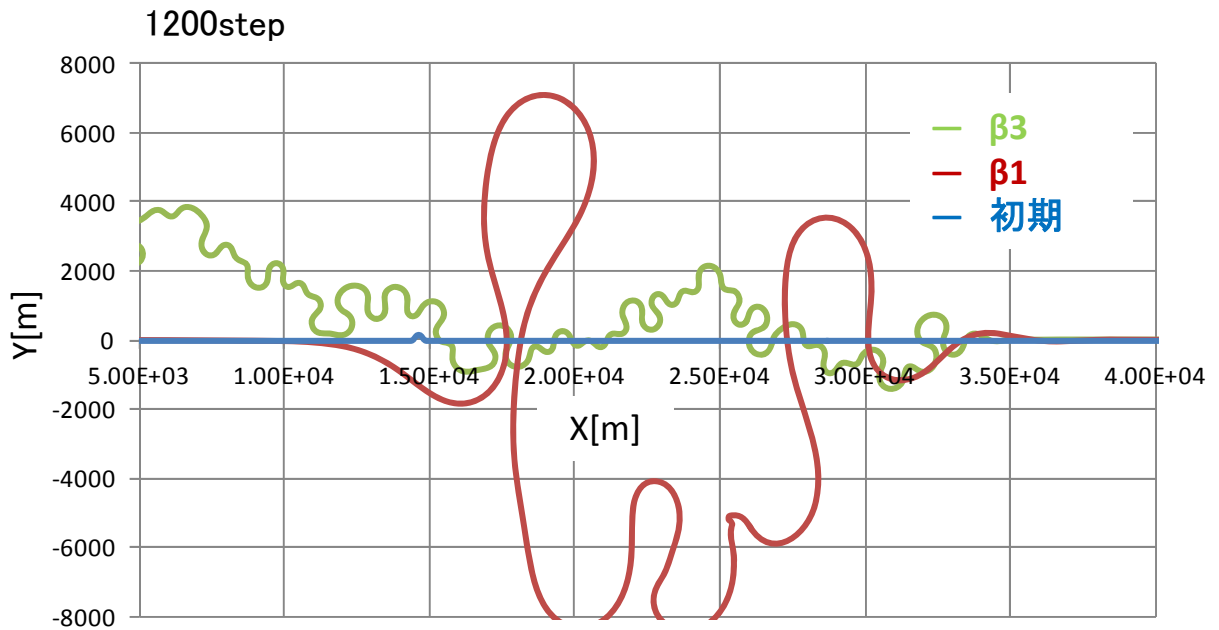
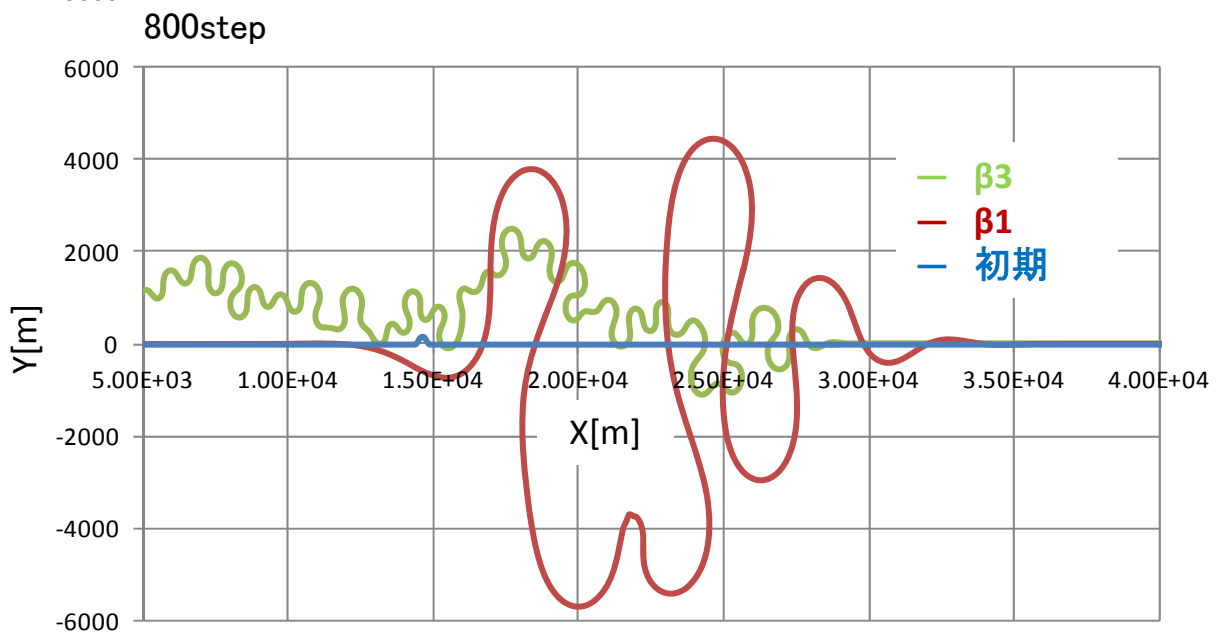
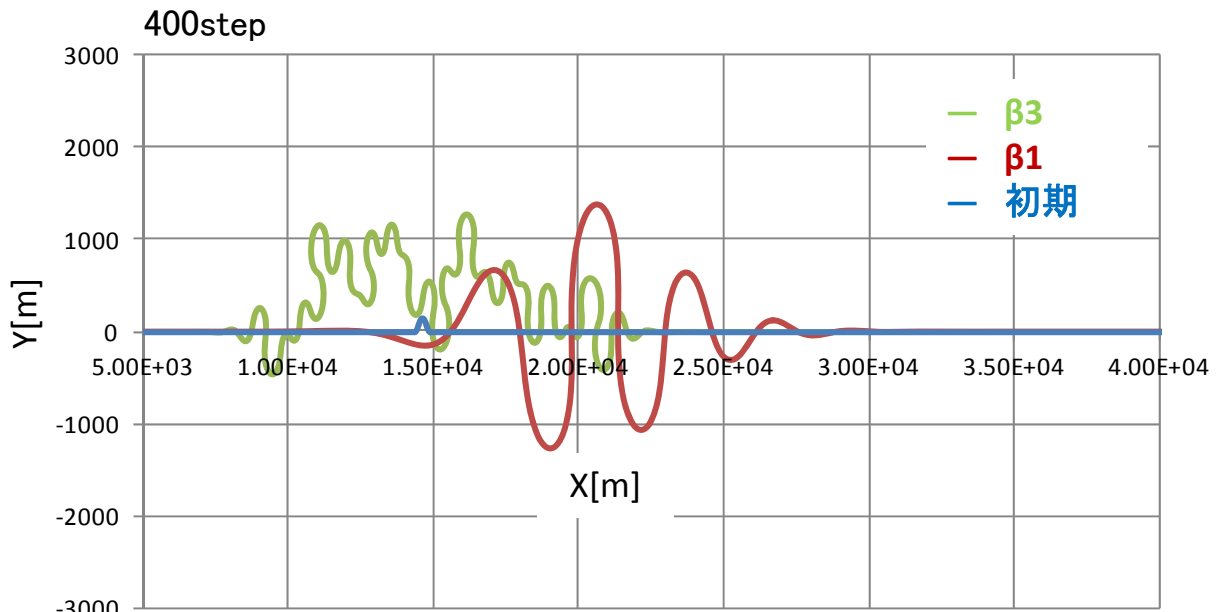


図4-11 蛇行形状の時間発展



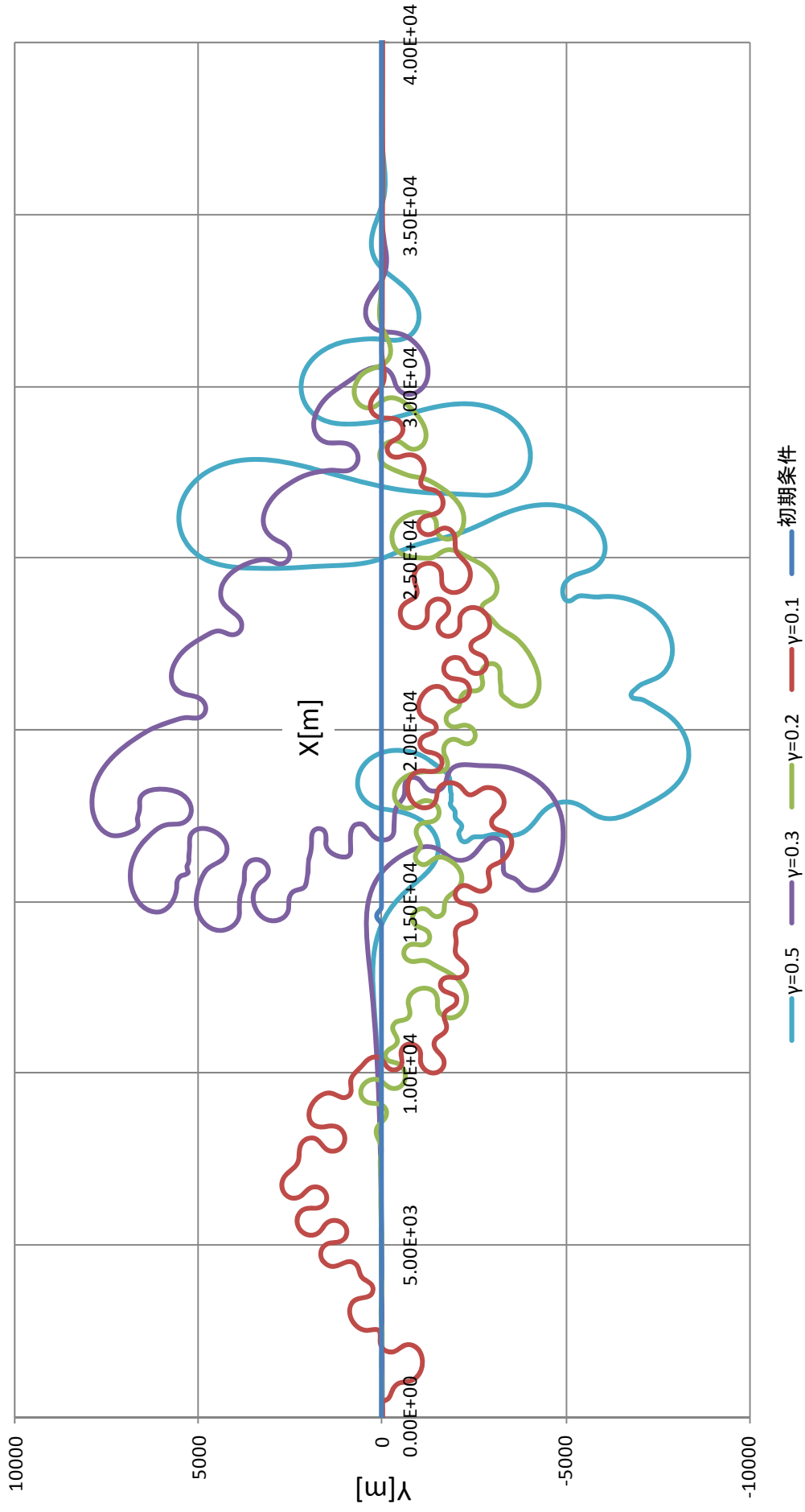


図4-12 パラメータ $\gamma$ を変化させての計算結果(1200step)

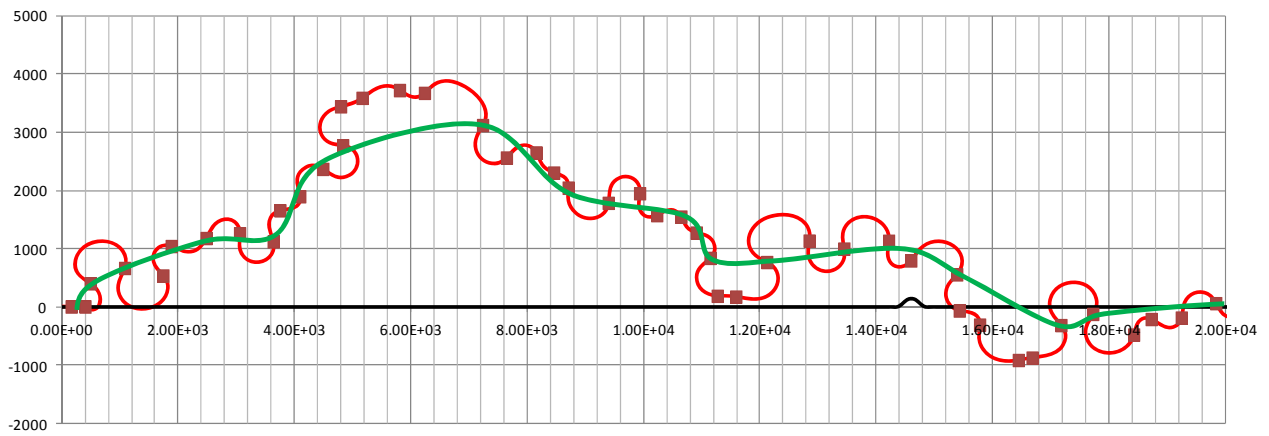
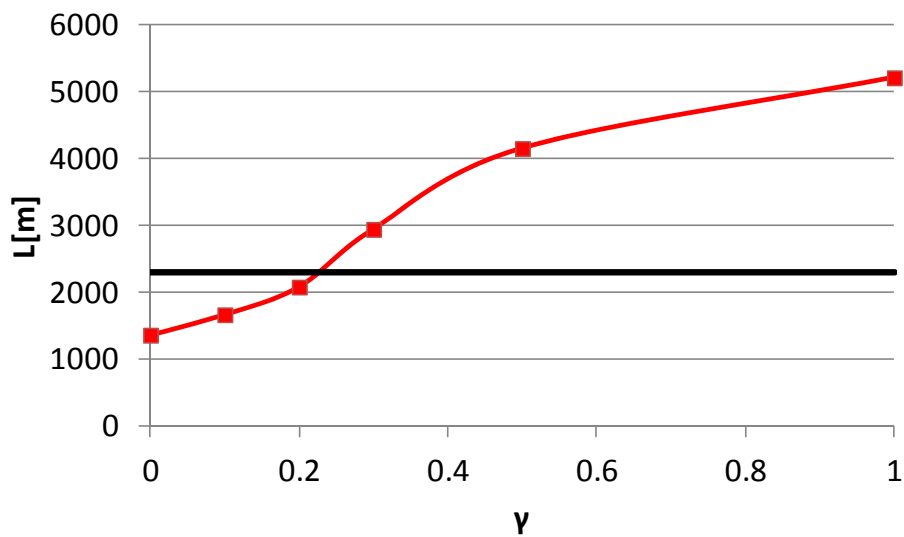
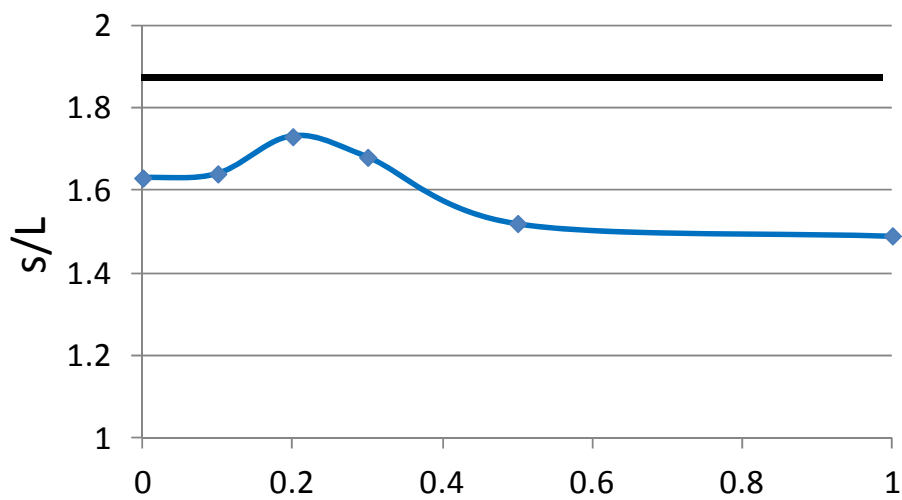


図4-13 蛇行主軸線の取り方の一例( $\gamma=0$ )

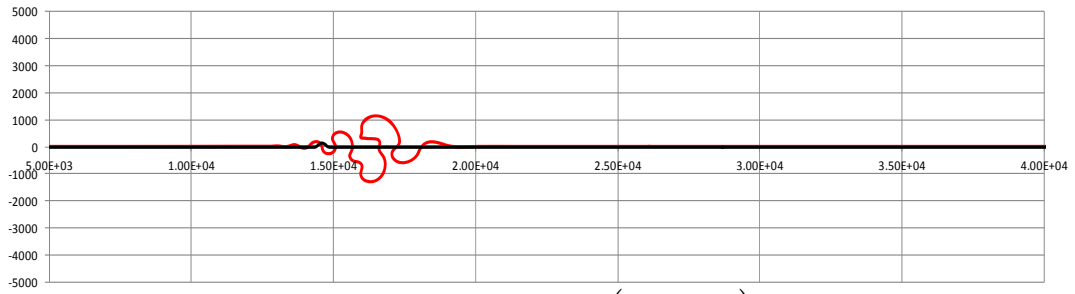


(a) 蛇行波長

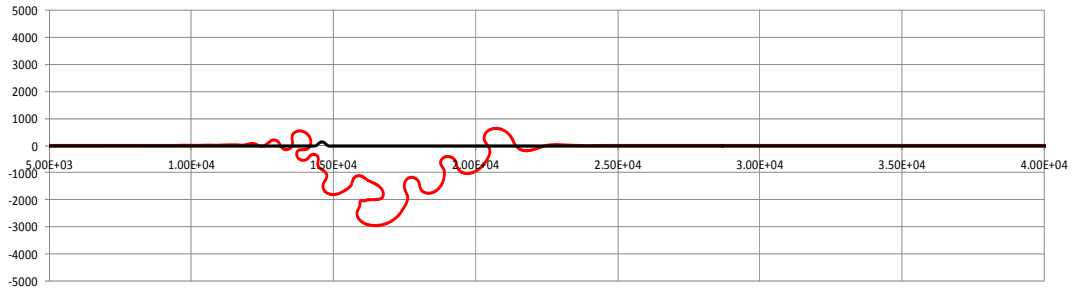


(b) 蛇行度

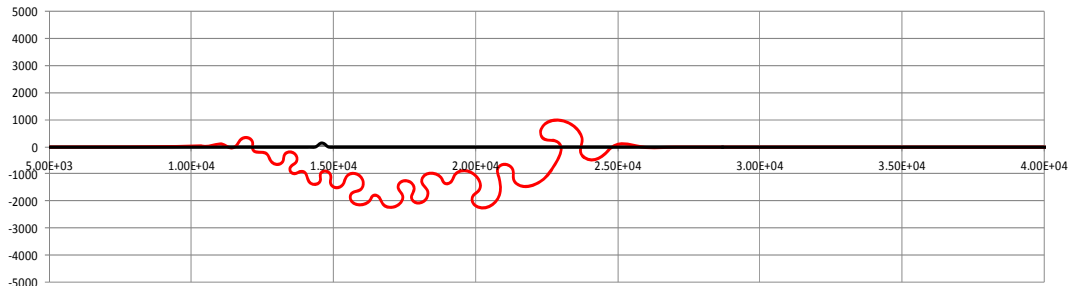
図4-14  $\gamma$  の値と蛇行波長および蛇行度の関係



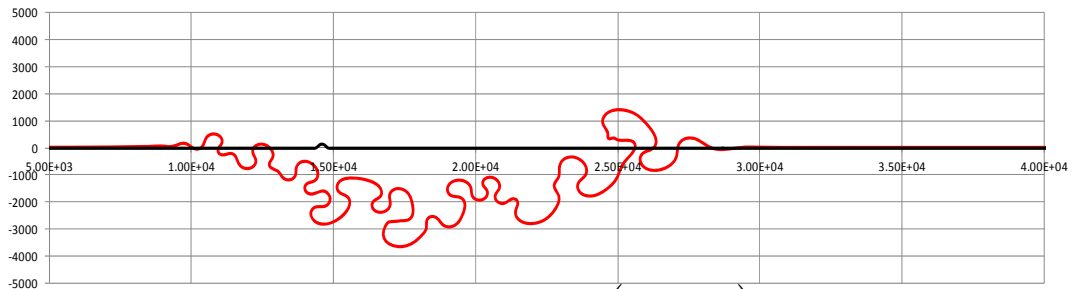
(a) 240step ( $\hat{t} = 217$ )



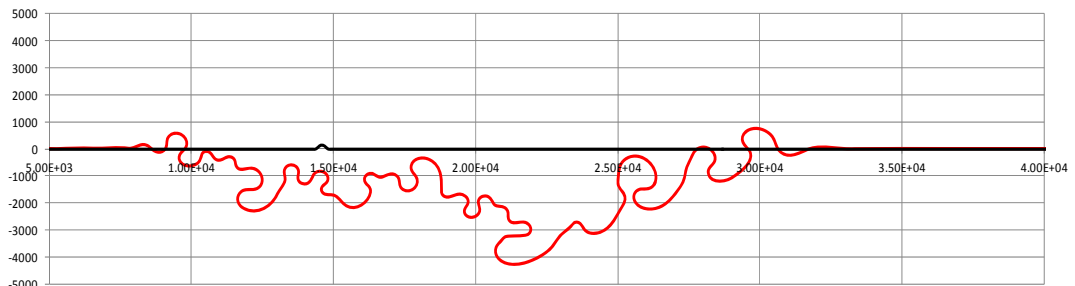
(b) 480step ( $\hat{t} = 416$ )



(c) 720step ( $\hat{t} = 617$ )

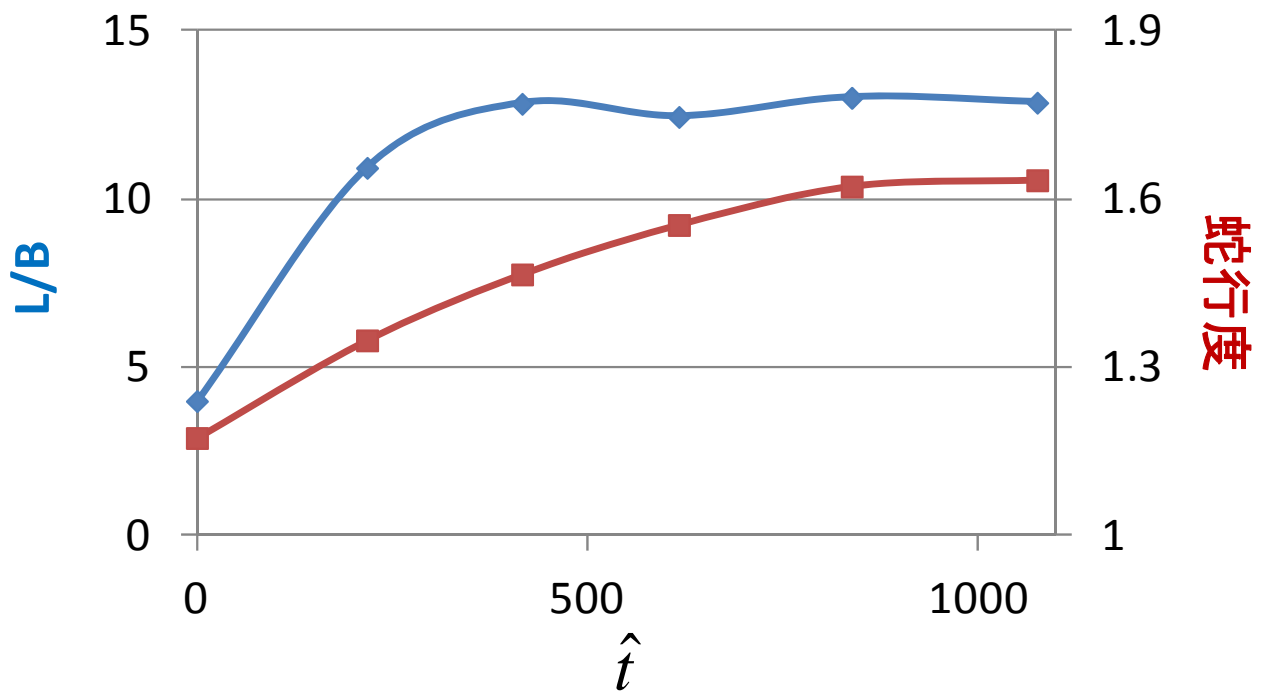


(d) 960step ( $\hat{t} = 837$ )

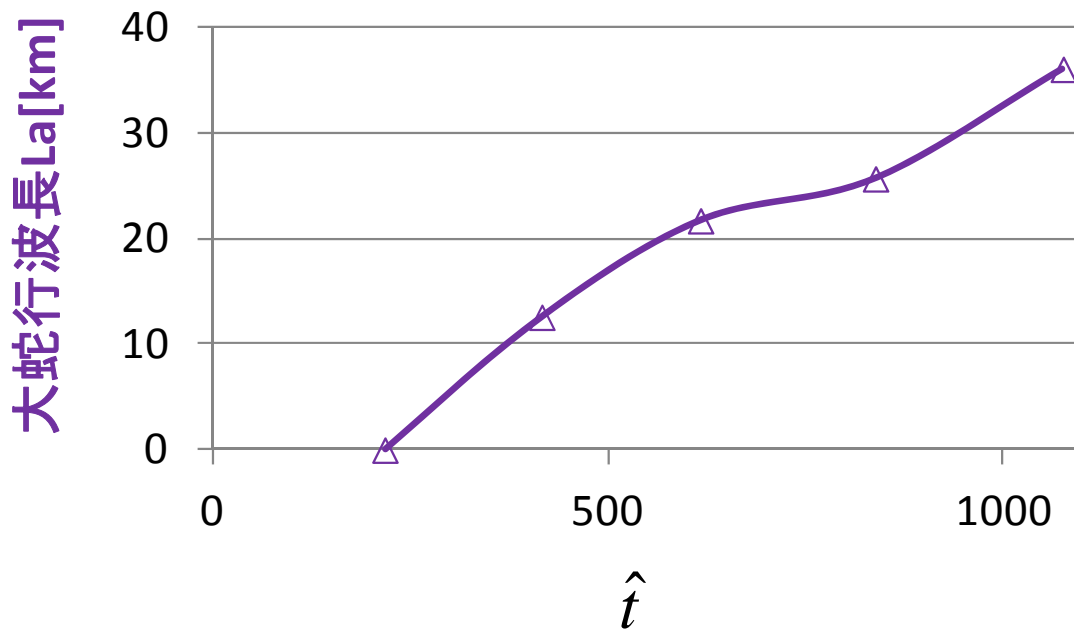


(e) 1200step ( $\hat{t} = 1075$ )

図4-15  $\gamma=0.2$ における時間発展



(a)基本蛇行の平均L/Bおよび蛇行度



(b)大蛇行波長

図4-16 蛇行特性の時間発展

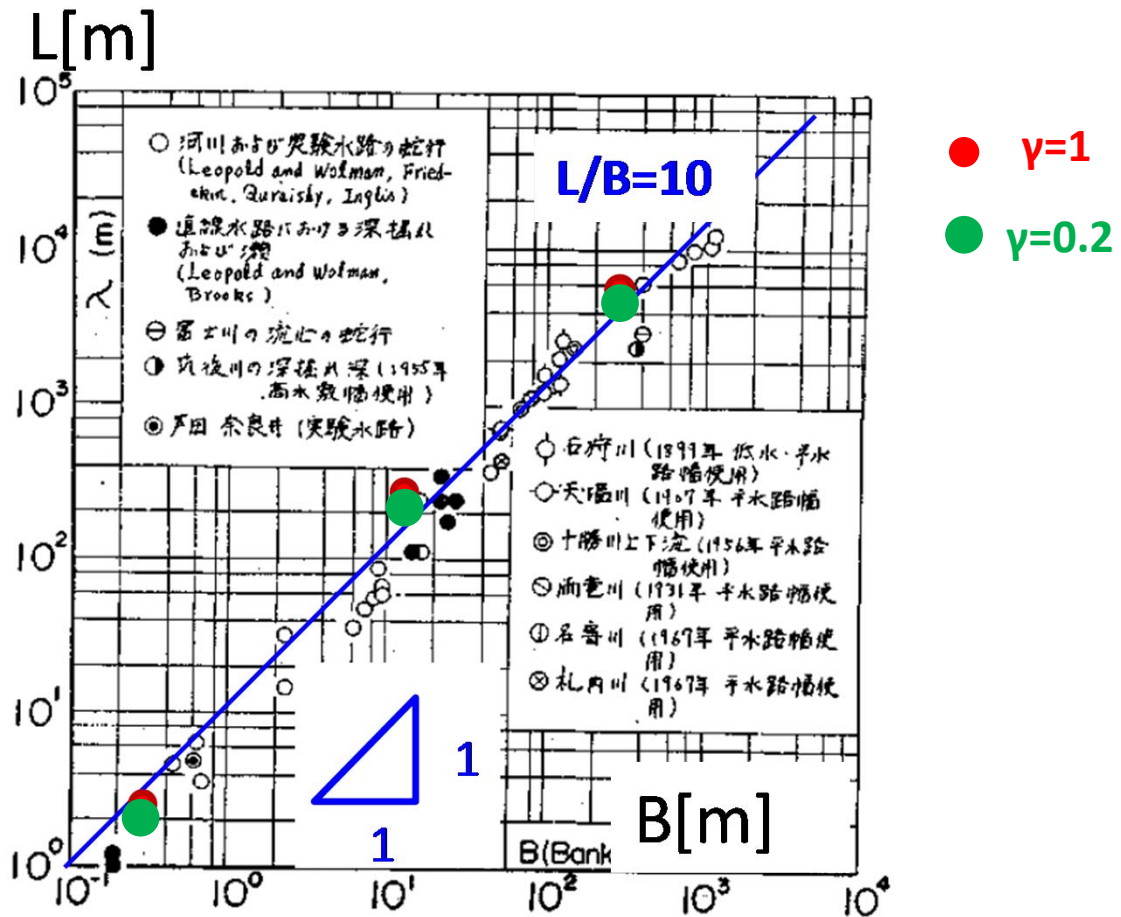


図4-17  $\gamma=0.2$ における微小振幅蛇行の卓越蛇行長

## 第5章 実河川へのモデル適用

本章では、前章で構築した蛇行平面形状の発達に関する数値モデルについて、より様々なパラメータを変化させて、波長  $L$  に関する検討を加える。具体的には、前章では単一の仮定で行っていた流量  $Q$  および粒径  $d$  の値、および初期変形の与え方について、複数の計算ケースを試みる。次に、以上により決定された本モデルを、川幅  $B$  や勾配  $I$  の異なる 8 河川に適用し、そこに共通する特性が現れるかどうかということについても議論する。

### 5-1 モデルの感度分析項目

#### 5-1-1 流量 $Q$

まず、流量  $Q$  についてであるが、式(4-12')より、 $Q$  は  $\alpha$  の値の取り方によって 4 倍程度の幅を取ることになる。前章では  $\alpha=5.0$  を利用していたが、 $\alpha=7.0$  のケースでは  $Q$  は概ねその半分、 $\alpha=3.5$  のケースでは概ね 2 倍となる。

また、4-4-1 に述べたとおり、regime 理論による流量値は、実際は河川ごとに指標化された代表流量であり、元来は 1 つの値に決定するものとしている。一方で、第 3 章、第 4 章に示した通り、流れ、河床、河道の計算は準定常的に行われているため、河床を規定する流量と河道を規定する流量を異なるものとして計算することも可能であり、そのように計算することが問題であるという理由はここまでの議論においては見当たらない。そこで、図 5-1 に示すように、新たに流れと河床変動の相互計算と河道平面形状計算の間に、異なる流量での流れ計算を行うというルーチンを加えた。これは河床計算と河道計算で代表流量が異なるケースにおいてのみ適用する。

ここでは、流量一定の条件で  $\alpha=3.5, 5.0, 7.0$  の 3 ケースに加え、河床計算時の  $\alpha$  を  $\alpha_1$ 、河道計算時の  $\alpha$  を  $\alpha_2$  として、( $\alpha_1=7.0, \alpha_2=3.5$ )および( $\alpha_1=3.5, \alpha_2=7.0$ )の 5 ケースの計算を試みる。なお、 $Q_1 > Q_2$ 、すなわち 5 番目の  $\alpha_1=3.5, \alpha_2=7.0$  という仮定は力学的にも現象論的にも不自然なものであるが、モデルの応答を調べるという意味でこのケースの計算も試行している。

#### 5-1-2 無次元掃流力

代表無次元掃流力  $\tau_*$  に関しては、前章では  $\tau_*=2.0$  を用いていた。これは図 4-8 に示したもので、元のデータは日本の河川のものであるが、世界のさまざまな河川を対象とした際に、どの程度の適用可能性がある値かということは疑問の残る点である。本章では、この値に若干の幅を持たせ、 $\tau_*=1.5, 2.0, 2.5$  の 3 ケースでの計算を行う。

式(4-14)より、粒径  $d$  は、 $\tau_*$  のみならず、流量  $Q$  の設定方法によっても変化する値であることが分かる。式(4-14)の  $u_*$  は、河床計算と河道計算時の流量が異なるケースにおいては、前者の流量から求められる値を利用する。

### 5-1-3 初期変形

初期変形は図 5-2 に示す 4 つのケースを検討する。Case0 は第 4 章で用いた仮定、Case1 は最大振れ角は Case0 と同じ  $\pi/4$  であるが蛇行波長を長くしたもの、Case2 は最大振れ角を Case0 より大きくして  $5\pi/12$  に設定したもの、そして Case3 は初期変形が sine-generated curve ではなく、1 箇所だけ振れ角を  $\pi/4$  だけ急変させた折れ線形のケースである。

## 5-2 感度分析結果

本節での計算河道は、4-4 と同じくアマゾン川-5 を用いている。パラメータ  $\gamma$  については、4-4 で得られた値である  $\gamma=0.2$  を用いている。また、その他の計算条件についても、個別に変化させている条件を除いては、全て前章と同じものを用いている。

まず、流量を一定とした条件下においての計算によって得られた 1200 ステップにおける河川の蛇行平面図を図 5-3 に示す。また、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  に異なる値を設定したケースでの計算結果を、図 5-4 に示す。図 5-5、5-6 に、それぞれ各  $\alpha$  の値と蛇行波長  $L$  および蛇行度  $s/L$  の関係を示す。図 5-5 には、この河川において画像解析から求められた  $L/B=10.6$  に対応する  $L$  の値と、23 河川の相関から求めた  $L/B=17.7$  に対応する波長を示している。図 5-6 には、同河川の画像から求められた蛇行度を示している。図 4-14 に示した  $\gamma$  による波長  $L$  の変化と比較すると、流量が 4 倍程度変化しているにもかかわらず、 $L$  の変化は小さいと言える。5-1-1 で不自然な仮定であると述べた  $\alpha_1=3.5$ 、 $\alpha_2=7.0$  のケースに関しては、明らかに他のケースよりも波長が大きく、また平面形状を見ると中心軸から左右方向の伸びが大きく、ほぼ振れ角  $90^\circ$  でまっすぐ伸びるという性質があり、蛇行度も大きい。これは実際の河川で見られる蛇行形状の発展形とは明らかに異なるものである。一方、その他のケースに関しては図 5-5、5-6 の通り、ほとんど基本蛇行の特性には差が見られない。よって以降の計算では問題を単純化するため、第 4 章と同様に  $\alpha$  を 5.0 で一定としたケースの結果を示すこととする。なお、4-4-1 にも述べたがこの値は  $\alpha$  の最小値 3.5 と最大値 7.0 の幾何平均である 4.950 に概ね等しい。

次に、粒径  $d$  を変化させた計算について、図 5-7 にその結果を示す。また、対応する波長と蛇行度を図 5-8 にプロットした。緩流河川での条件で図 4-8 のグラフよりも若干上側に来ている  $\tau_*=2.5$  のケースは、若干差異が目立つが、大局的には基本蛇行の特性には差がないと見てよい。そこで、以下においては、第 4 章と同じく  $\tau_*=2.0$  から計算される  $d$  を利用して計算することとした。

最後に、異なる初期条件での計算について、図 5-9 にその平面形状を、図 5-10 にケースごとの波長と蛇行度を示す。こちらも十分な時間ステップ数を経ると主軸線の振れ方は異なってくるが、基本蛇行の性質に関しては概ね初期条件の影響を受けないとみなせる。従って、以下では Case0、すなわちこれも第 4 章での仮定と同様に、区間長  $4B$ 、最大振れ角  $\pi/4$  の半周期の sine-generated curve という初期条件を用いる。

### 5-3 複数河川での計算

ここでは、以上で決定した条件を用いて、川幅や勾配の異なる 8 河川を選定し、蛇行形状の発展計算を行った。なお、ここでは全河川に共通した特性としてはあまり明確でない蛇行度に関しては考察対象から除外し、蛇行波長  $L$  についてのみ考察を行う。また、蛇行の振れ方に関しては平面形状から定性的に比較することとする。

図 5-11 に、川幅  $B$  と画像解析によって得られた蛇行波長  $L$  の関係を緑の点で示す。さまざまな規模の河川を選定していることが見て取れる。また、図 5-12 に、図 4-7 で計算流量と降雨強度を比較したものについて、この 8 河川のデータを強調したものを示す。これらの河川においては、ある程度 regime 理論で推定した流量が水文的な算定結果と整合し、この流量が信憑性を持つものといえる。

これらの河川に本モデルを適用した結果の一例として、 $\hat{t} = 1000$  での河道形状および定義した主軸線を描いたものを図 5-13 に示す。また、図 5-14 に、計算から求められた  $L$  の値を画像データとともにプロットしている。画像解析の値と計算結果は概ね一致しているとみられる。

そこで、第 2 章で行ったものと同様に、個々の波長に関して、各河川の川幅  $B$  で除して基準化した。計算対象とした全河川のデータを統合した頻度分布を図 5-15 に示す。図 5-15 から、最頻値は  $L/B=11$ 、平均値は  $L/B=15.1$  となっており、平均値に関しては図 2-16 に示されている結果より若干小さいものの、概略的な傾向としては一致した。分布形状も概ね一致しているが、ほぼ対数正規分布であった図 2-19 と比較して、 $L/B=19$  付近でのピークの現れ方が若干明確な形となっている。これは、計算河道が画像解析データと比較して、Cut-off により 2 倍前後の波長が現れているのが顕著になっているためであると考えられる。

また、一例として図 5-16 に、2 河川で比較的画像と良く似た形状が現れた部分を示す。特に (a) アマゾン川-3 のケースにおいては、計算河道にも画像解析で見られたような不規則性が現れている。この不規則性の発生する要因は、主流偏倚と二次流強度という位相の異なる複数のパラメータによって側岸浸食速度を規定していることにより現れるものであると考えられる。また、Cut-off の繰り返しによっても、その不規則性が強められるということも考えられる。

### 5-4 第 5 章の結論

- 前章の蛇行発展モデルを基礎として、実河川を対象とした更なる考察を行った。まず、流量について、流量と川幅の関係を示す係数に幅を与え、さらに河床形状を規定する流量と河道平面形状を規定する流量が異なるケースを想定し、計算を行った。明らかに不自然な条件を除けば、流量条件を変えても基本蛇行の特性に変化は見られなかった。そこで、本章でも前章と同様に河道形状計算に用いる流量について、両者の幾何平均に近い値である  $\alpha=5.0$  で一定としたものを採用した。
- 粒径  $d$  についても、前章に示した無次元掃流力  $\tau_*$  の値に幅を持たせて、計算を試みた。



その結果、3ケースともに大局的には蛇行特性に差が見られなかったため、代表粒径の値は $\tau^*=2.0$ から計算される値とした。

- 初期条件に関しても複数の計算パターンを試みた。初期条件の与え方により主軸線の振れは大きく変化する一方で、基本蛇行の波長に関しては大きくは変化しなかった。従って、本章でも前章の計算と同じ初期条件で計算することとした。
- 以上の条件下で、規模の異なる河川での計算を試みた。画像データ解析で現れている $L$ と $B$ の関係が、計算でも概ね現れている。また、第2章で行ったものと同様に、 $L/B$ によって基準化して全計算河川のデータを統合した頻度分布を描いた。その結果、最頻値は $L/B=11$ 、平均値は $L/B=15.1$ となった。平均値は画像解析の結果と比較して若干小さいが、分布の特徴に関しては概ね一致している。また、現実の河川で時折見られる不規則な蛇行形状が、計算にも類似した形として現れている。

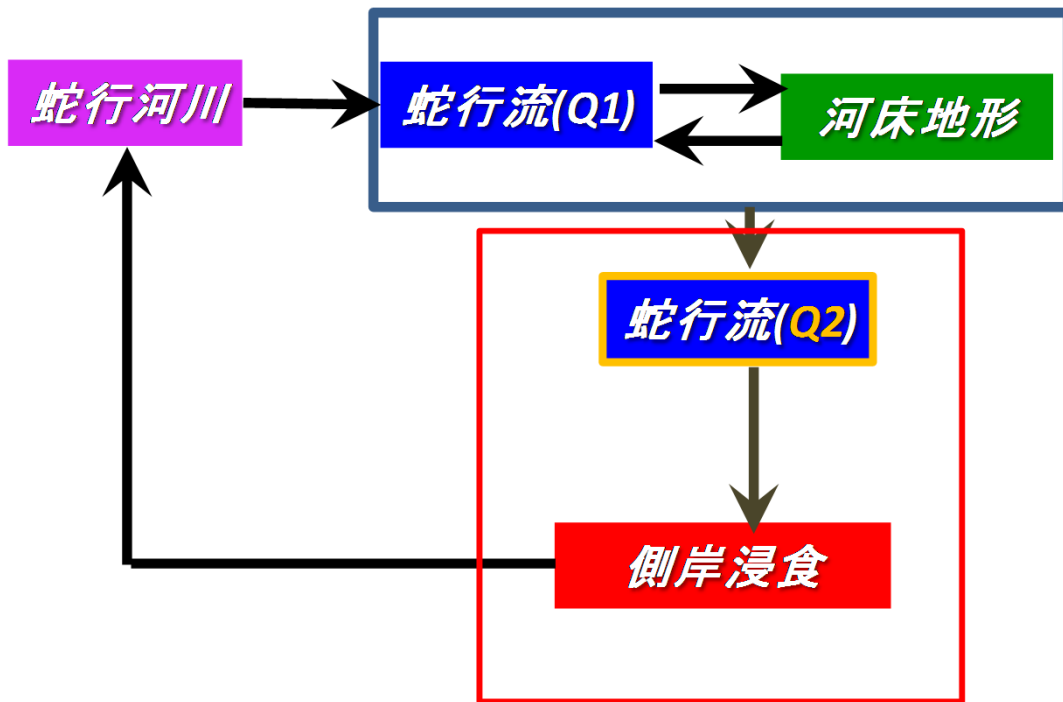


図5-1 流量の違いを考慮した計算のフローチャート

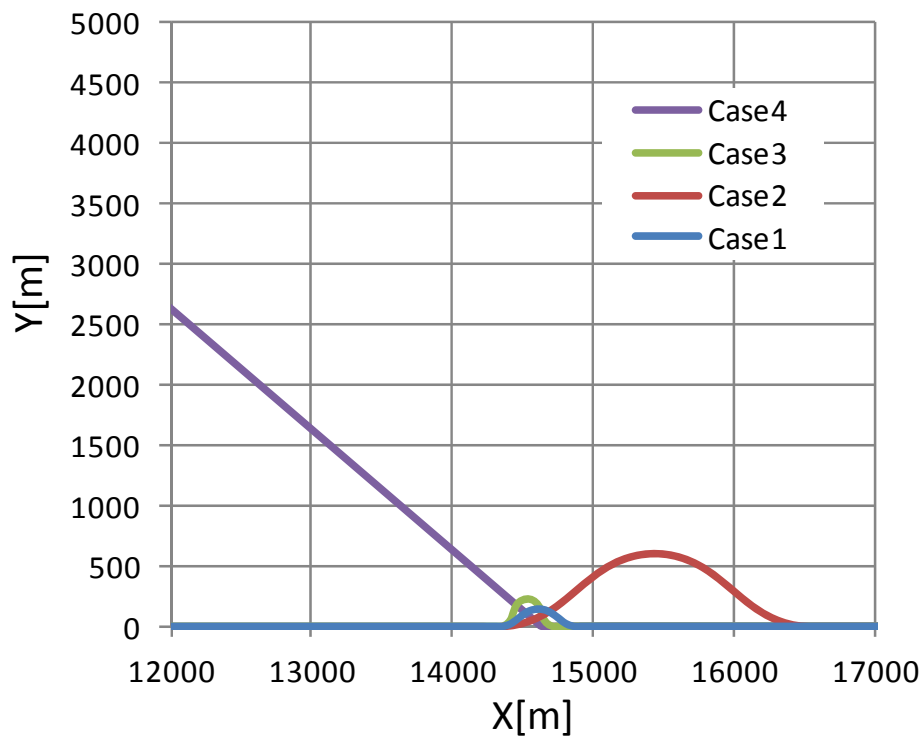


図5-2 初期条件の与え方

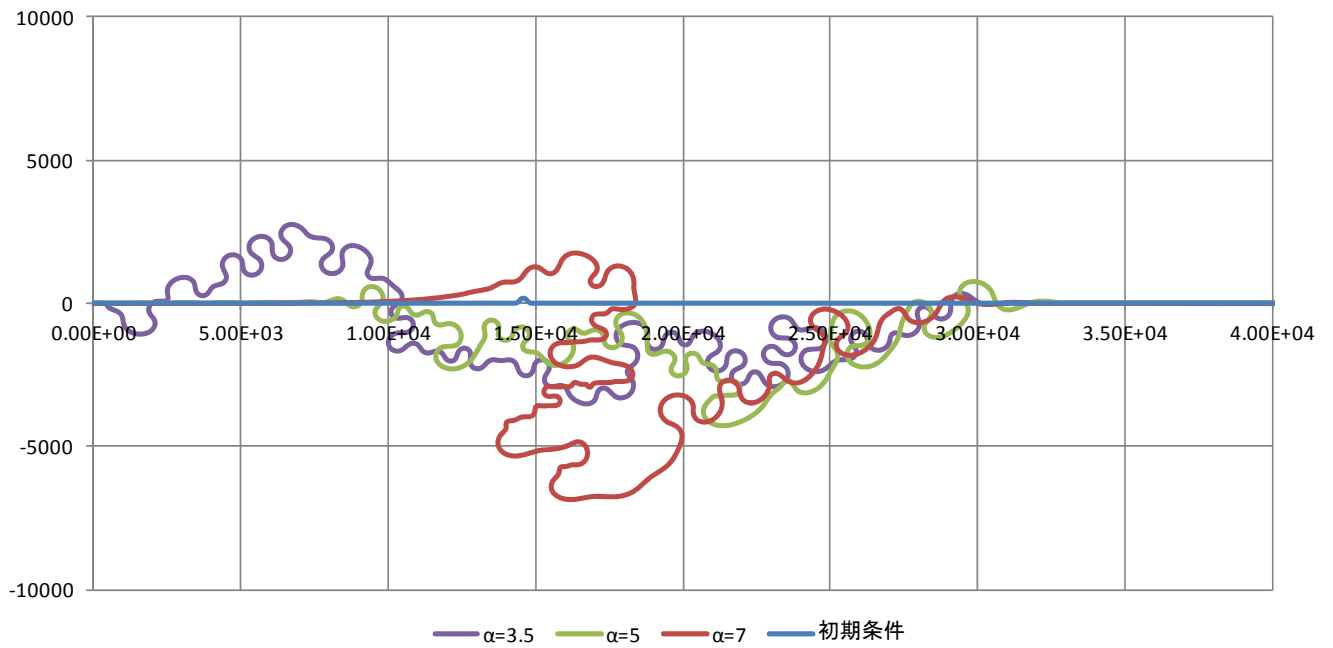


図5-3 一定流量条件下での $\alpha$ 別計算結果

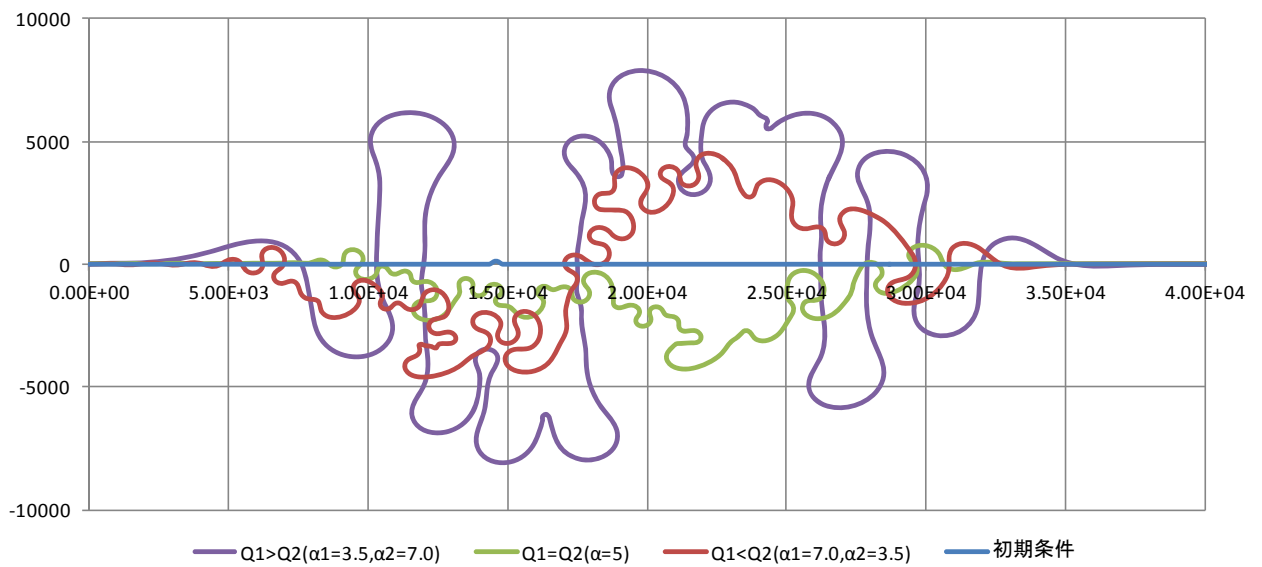


図5-4 河床計算と蛇行計算で異なる流量を用いた計算結果

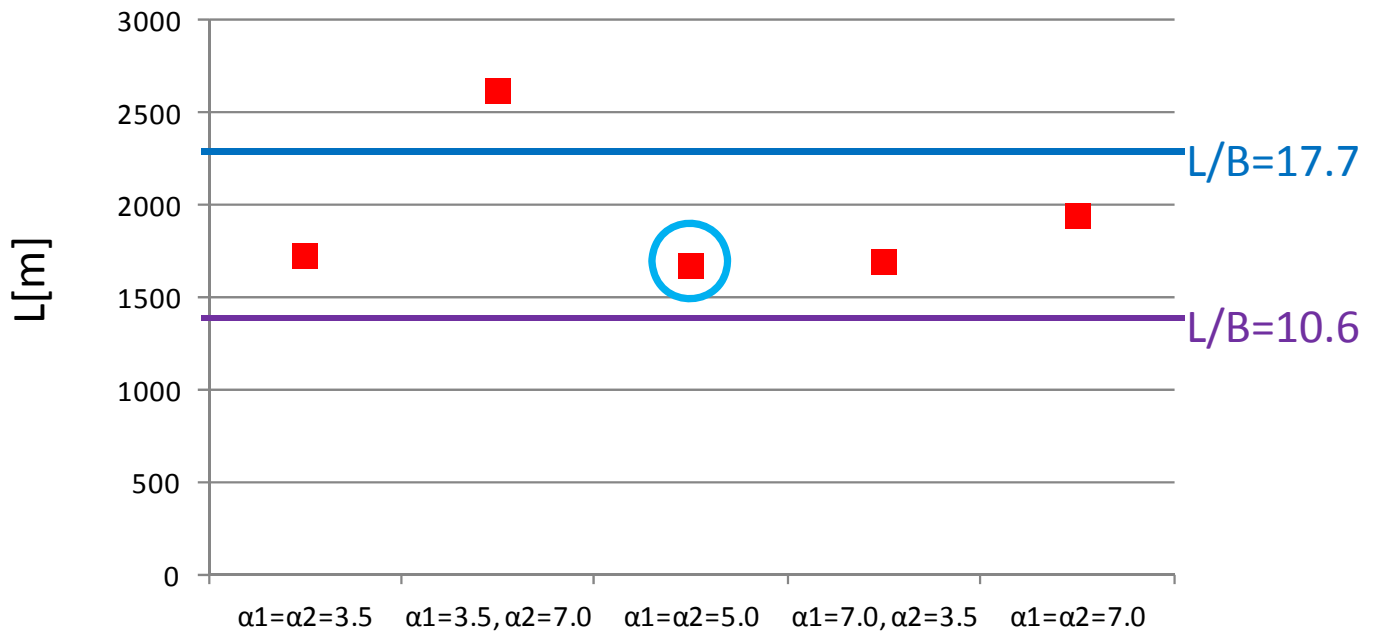


図5-5 各流量条件下における蛇行波長

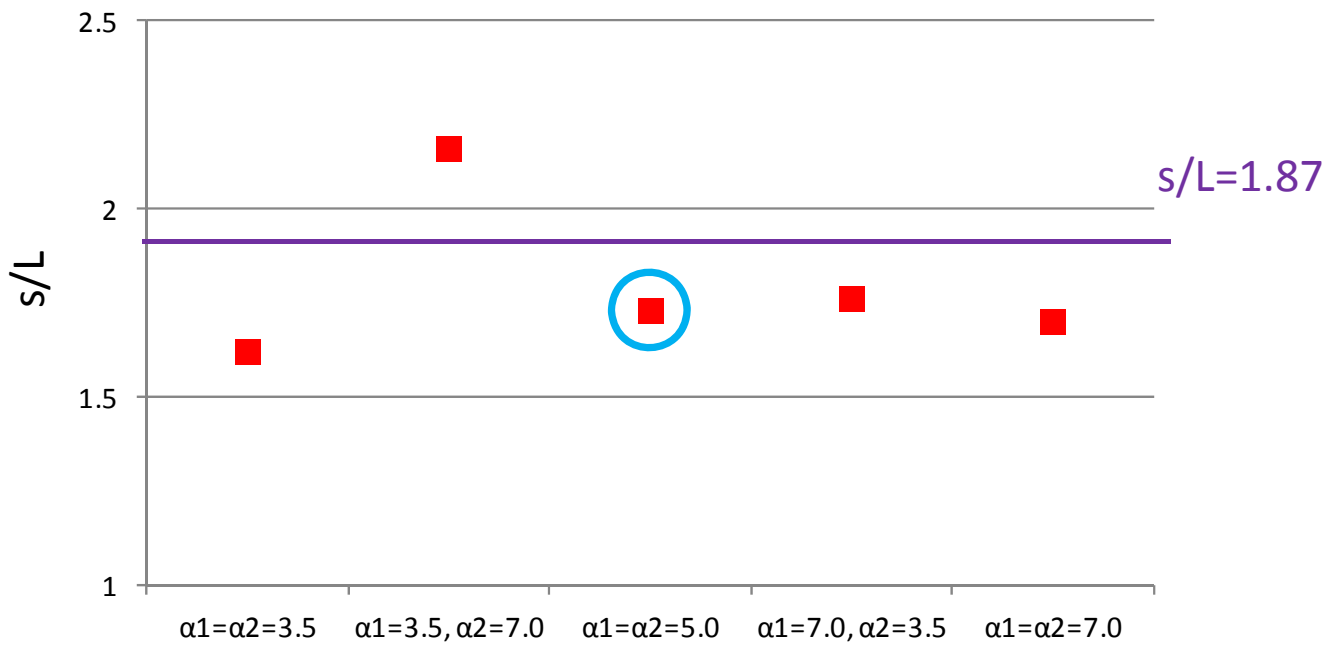


図5-6 各流量条件下における蛇行度

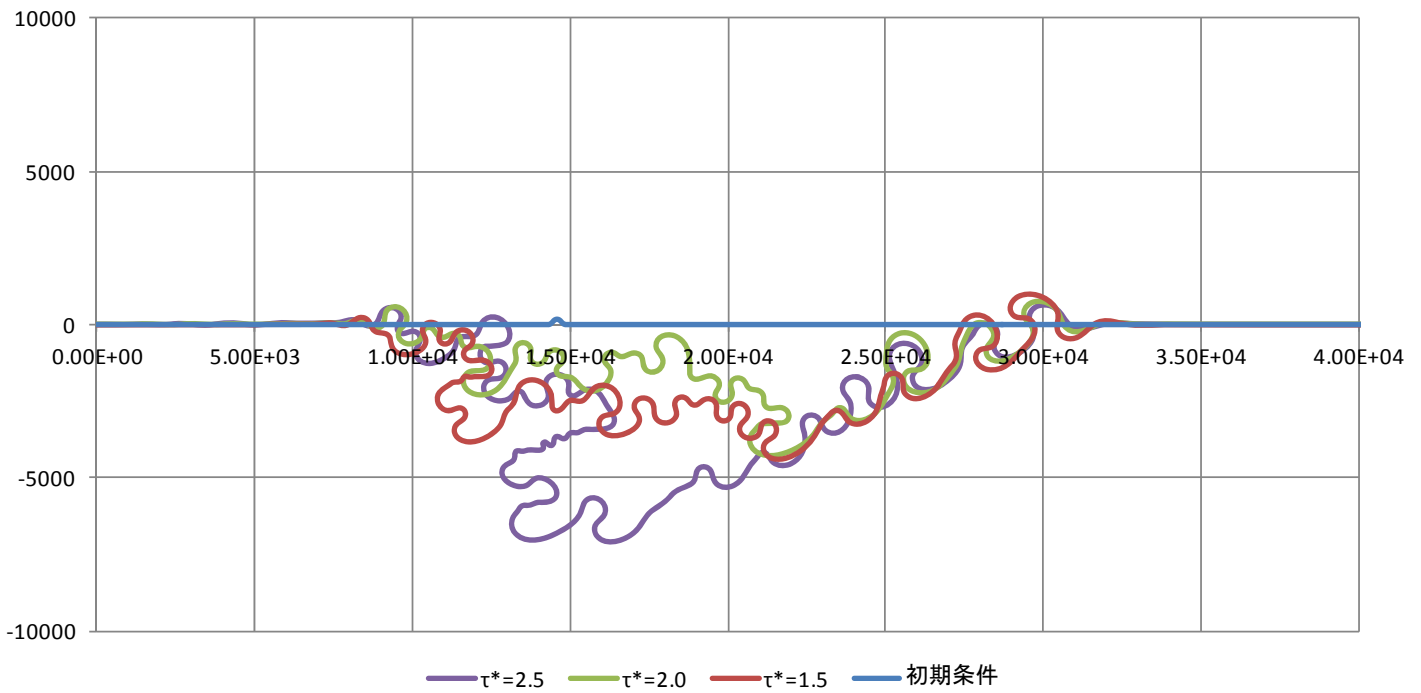


図5-7 粒径 $d$ を規定する $\tau^*$ 別の計算結果

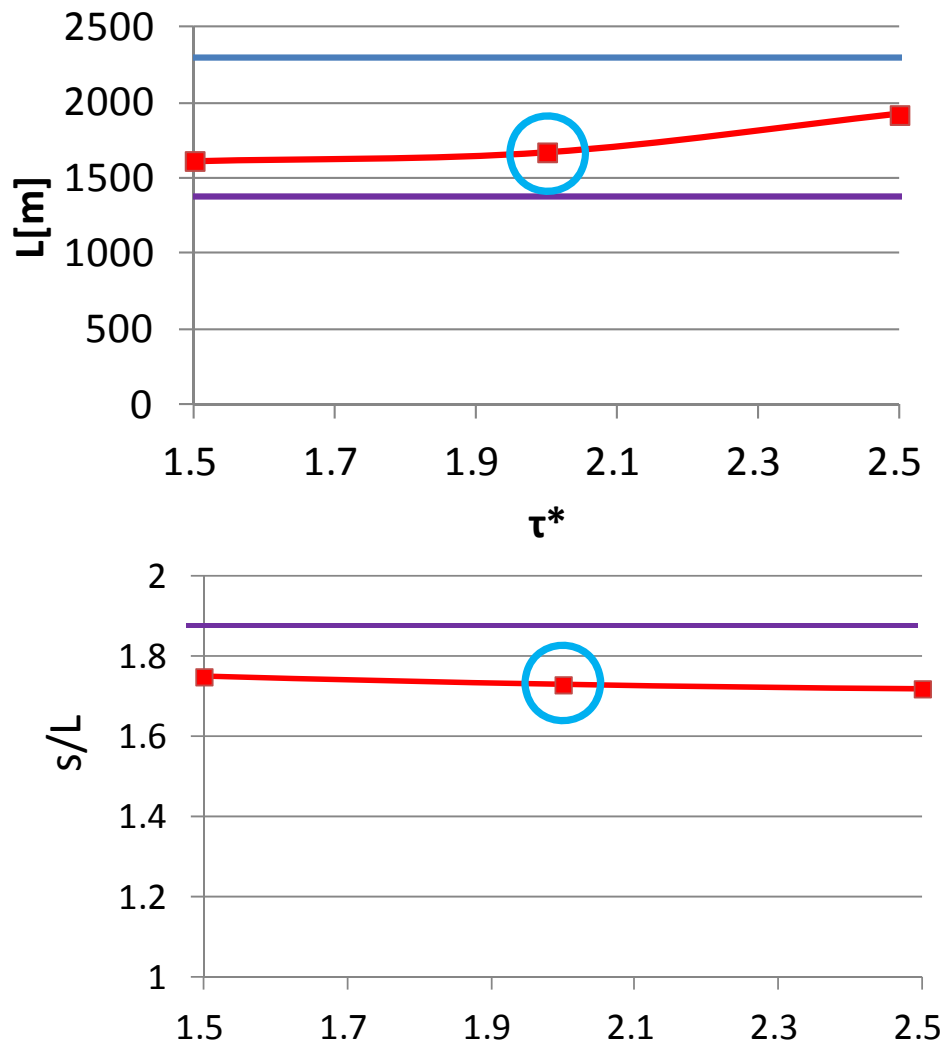


図5-8  $\tau^*$ による波長と蛇行度の変化

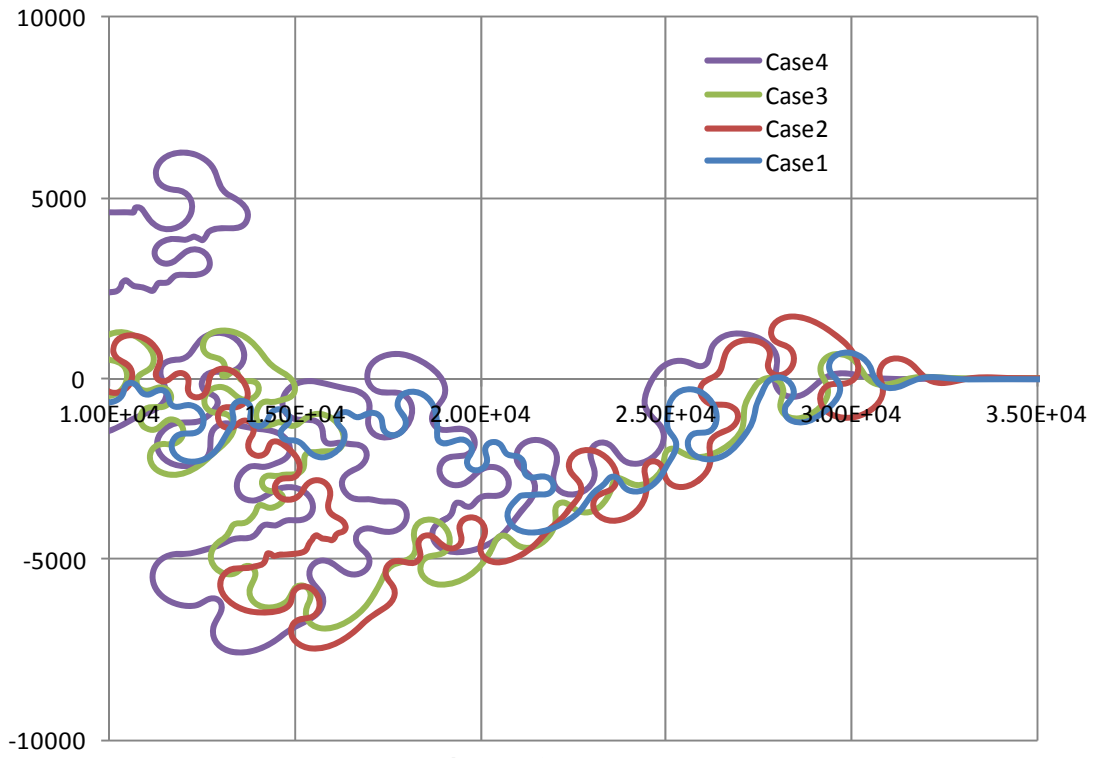


図5-9 初期条件別の計算結果

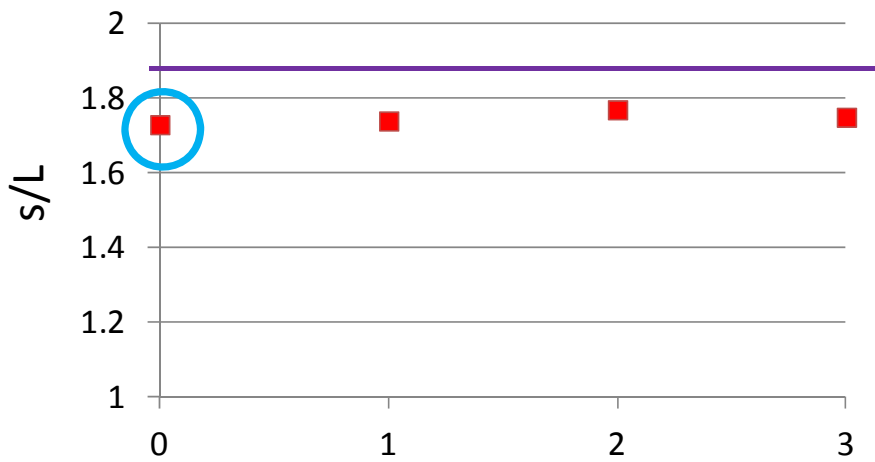
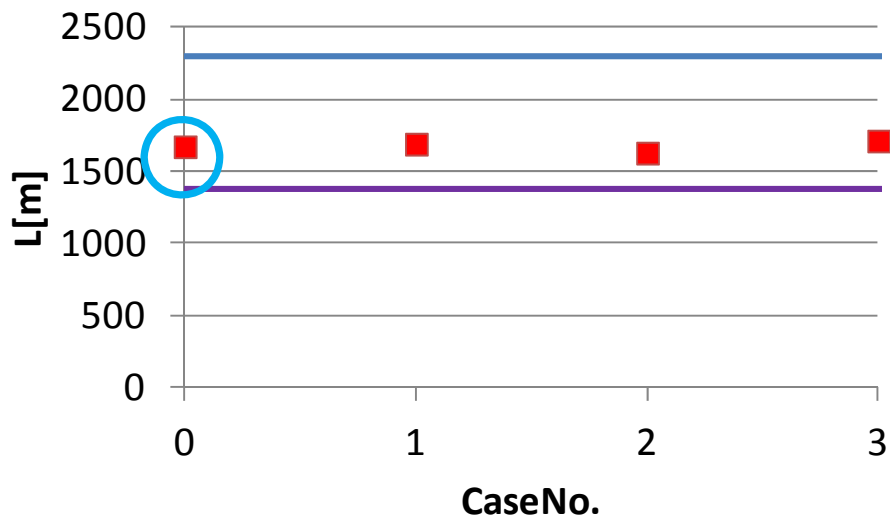


図5-10 初期条件別波長と蛇行度

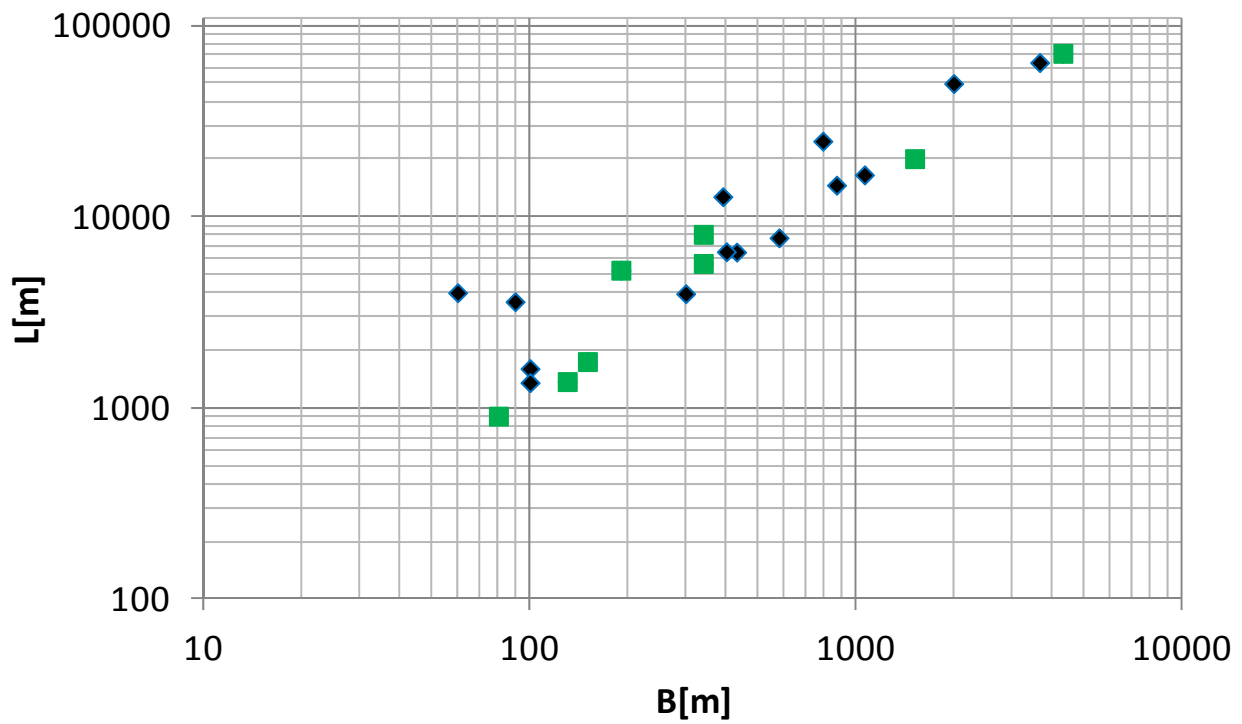


図5-11 計算対象河川

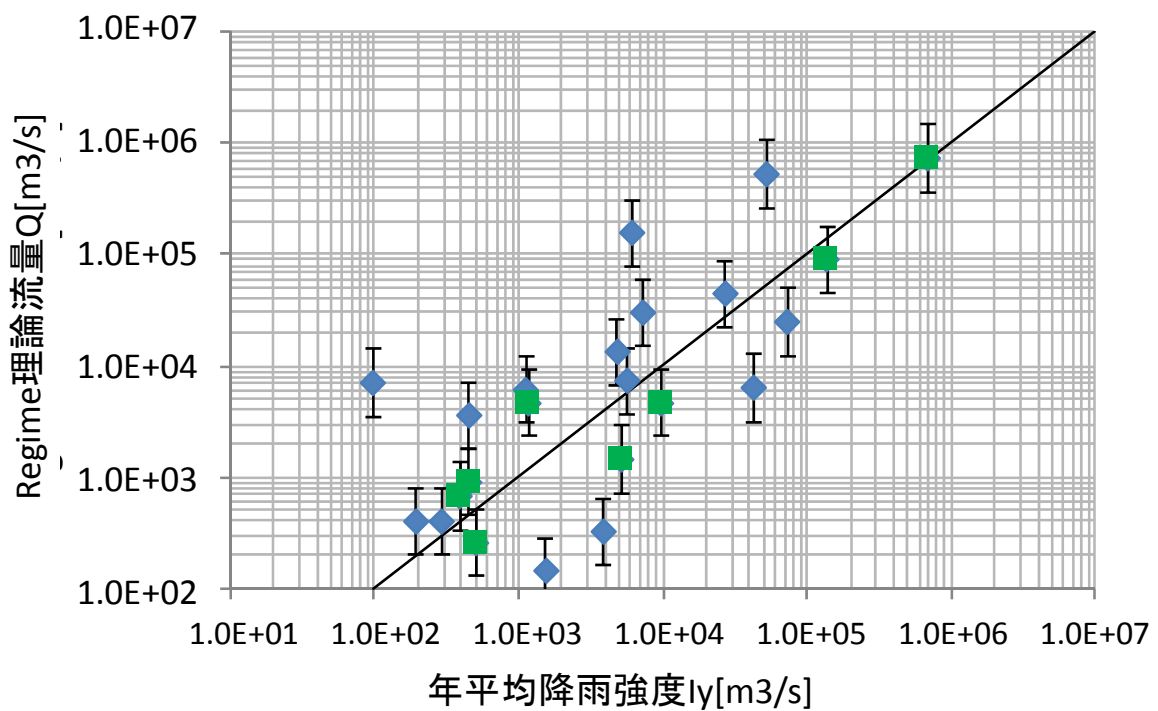
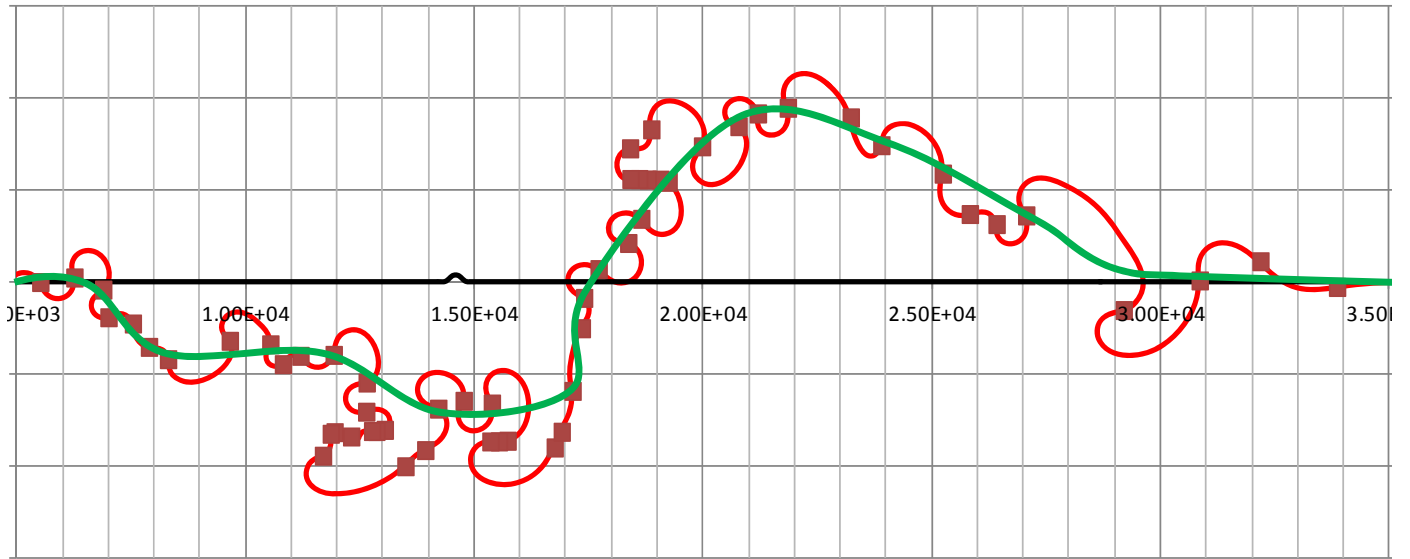
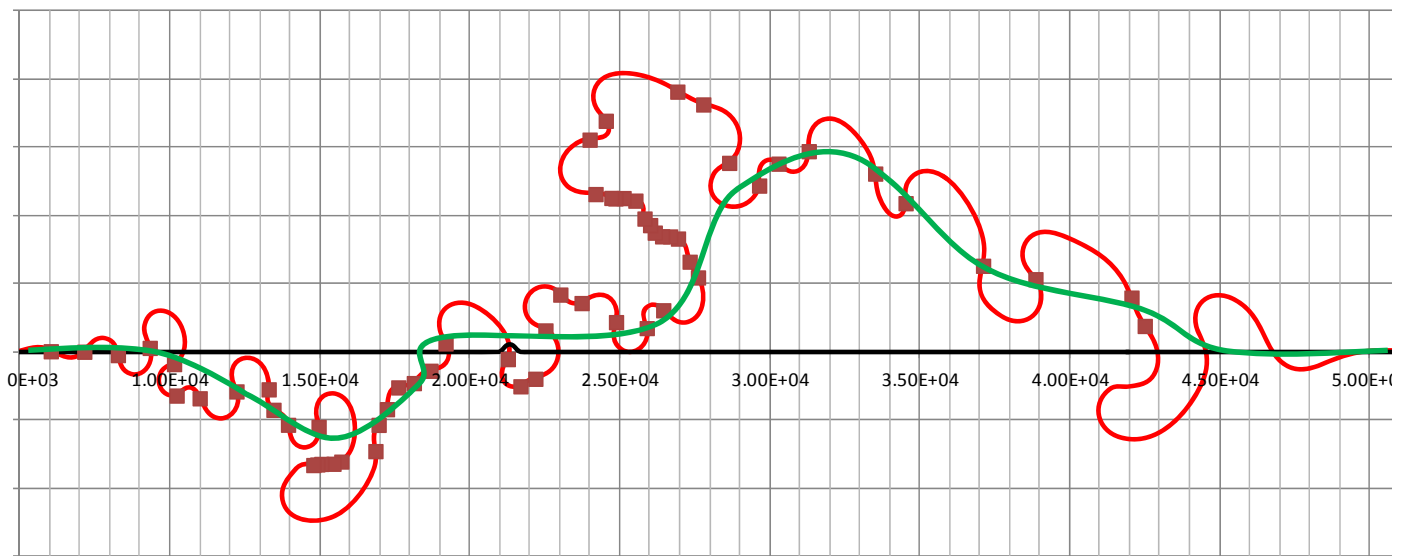


図5-12 対象河川の降雨強度と流量の比較データ



(a)コリマ川-2



(b)マレー川-1

図5-13 河道形状および蛇行軸線設定の一例



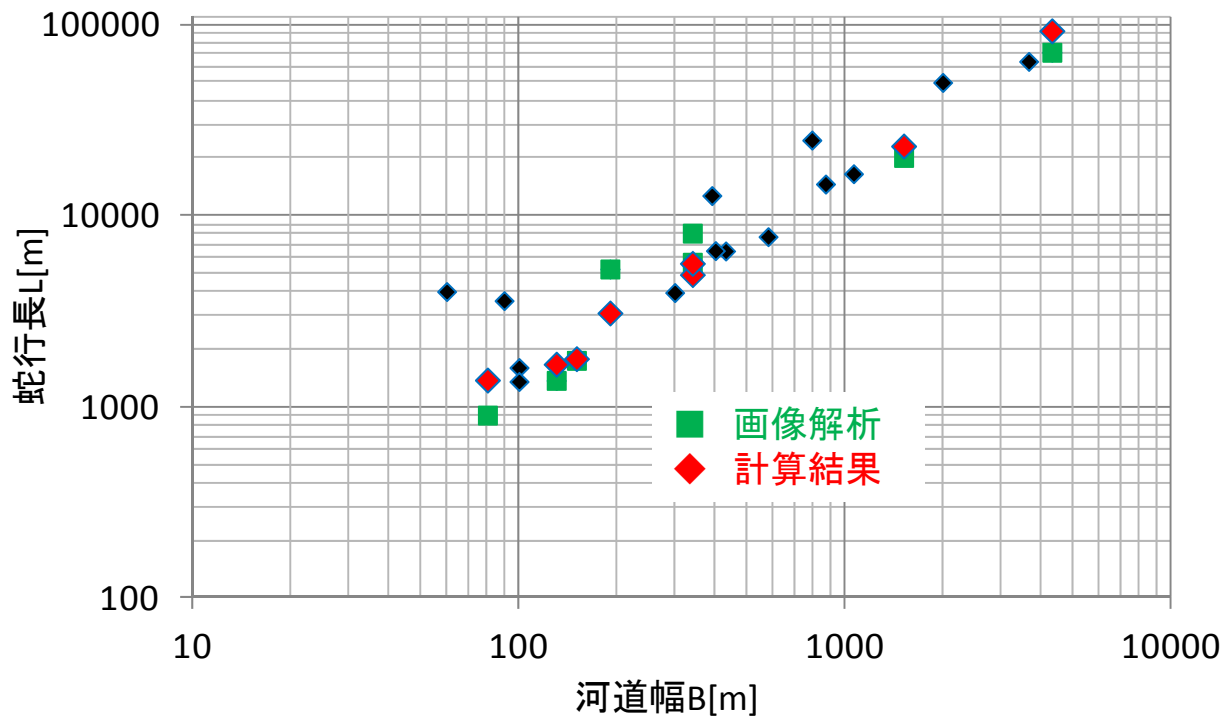


図5-14 計算結果から求めたLの値

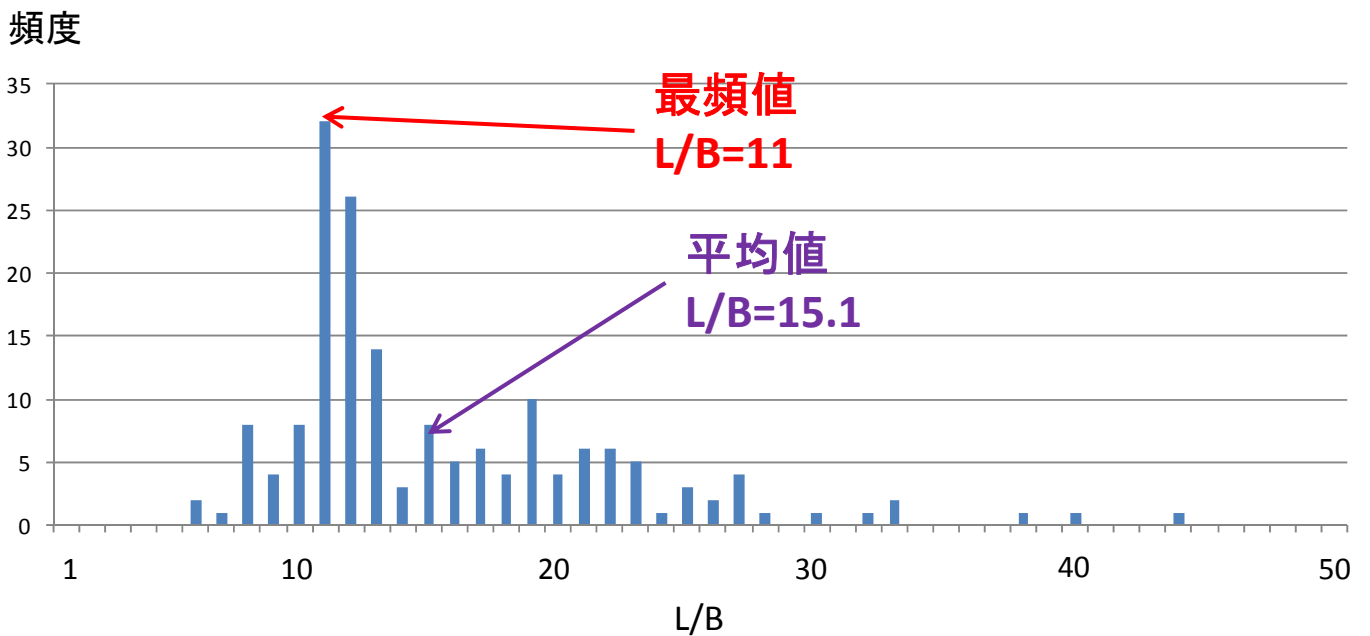
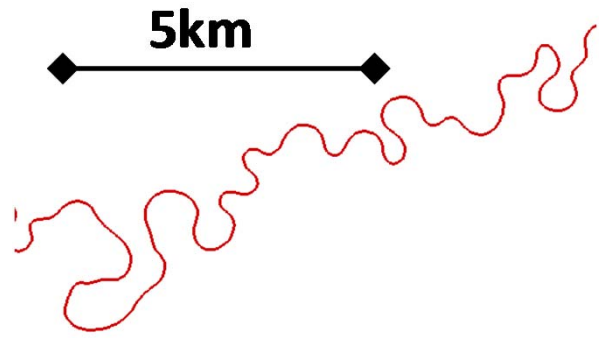
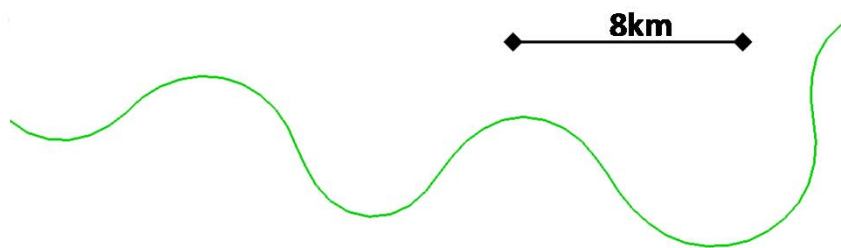


図5-15 計算におけるL/Bの頻度分布



(a) アマゾン川-3



(b) ミシシッピ川-1

図5-16 衛星画像と計算河道の比較

## 第6章 結論

### 6-1 本研究の結論

本研究では、まず実河川の蛇行部の基本的な平面形状について Google Earth および Landsat によって得られる衛星画像を活用して、大小さまざまな規模の河川について取り上げ、蛇行波長および蛇行度に関する解析を行った。次に、石川・劉のモデルを基礎として、新たに河床形状の発達過程を一次元モデル化し、河道平面形状の発展計算ルーチンを組み込み、蛇行現象を概略的に描くことのできる新しい一次元モデルを構築した。以下にその結論を示す。

#### ● 衛星画像解析に関して

- Google Earth の画像から求めた平均蛇行波長  $L$  は河道幅  $B$  の 17.7 倍程度であった。これは、発達初期の波長の特性としてこれまでの水理実験および実地調査で示されている  $L/B=10$  という値と比較して若干大きい。これは蛇行発達によって Cut-off が生じていることの影響が考えられる。
- 画像で確認される 1 波長あたりの三日月湖の密度を調べ、密度 0.5 を境として Cut-off の多少を分類した。そのうえで、勾配  $I$  と蛇行度  $s/L$  の関係を取ると、それぞれの分類において相関がみられた。この三日月湖密度 0.5 という値が閾値となる理由は明確ではないが、地質条件や水理条件が関係している可能性がある。
- 大蛇行の発生している河川に関しては、大蛇行の蛇行長  $L_a$  に関して、川幅  $B$  の代わりに小蛇行の蛇行帯幅  $B_L$  との関係を取ると、 $L$  と  $B$  の関係とほぼ同様の相関関係が現れる。
- USGS が収集したランドサット画像から、蛇行の動的性質を調べた。30 年間の画像で見られる河道変形はごくわずかであったが、一つの湾曲部でカットオフが生じるのは、800 年に 1 回程度であった。また波形が下流に移動する速度は、大きい場合でも年間に蛇行波長の 1/10 程度であった。

#### ● 数値シミュレーションに関して

- 石川・劉の一次元モデルを3次関数形の横断勾配を持つ水路に対応させ、さらに河床変動モデルを組み込んで一次元化した流れと流砂の交互計算ルーチンを構築した。長谷川の実験水路におけるデータと比較した結果、主流シフトに関して大局的に水路実験結果と一致する計算結果が得られた。
- このモデルに、側岸浸食および蛇行平面形状の発達を表現することが出来るモデルを組み込み、計算を行った。Ikedaらの仮定に従い主流偏倚に比例するとしたところ、蛇行発達初期の波長はよく説明できた。一方、有限振幅での蛇行波長はこ

の仮定での計算では過大に評価された。他方、側岸浸食・堆積の要因となる上昇流・下降流をもたらす二次流強度を利用すると、この波長はやや小さくなる。

- そこで、新しい仮定として、側岸浸食速度を主流偏倚と二次流強度の線形結合で表されるとして、その重みを示すパラメータ $\gamma$ を変化させて計算したところ、 $\gamma=0.2$ のときに平均蛇行波長について概ね近い値が出てきた。
- 規模の異なる河川での計算を試み、波長 $L$ を川幅 $B$ によって基準化して全計算河川のデータを統合した頻度分布を描いた。その結果、最頻値は $L/B=11$ 、平均値は $L/B=15.1$ となった。平均値は画像解析の結果と比較して若干小さいが、分布の特徴に関しては概ね一致している。また、現実の河川で時折見られる不規則な蛇行形状が、計算にも類似した形として現れた。

## 6-2 今後の課題

- 本研究の画像解析結果では、基本蛇行の蛇行長 $L$ に関しては明快な結果が得られた一方で、蛇行度 $s/L$ の検討結果に関しては、画像で確認される三日月湖の多少で分類するという方法の妥当性に疑問が残る。これに関しては、側岸浸食を規定するファクターの一つである土質的特性や植生、流域の水文的な条件といったアプローチからの検討が必要となると考えられる。これらを衛星画像によって得られる情報のみから判断することは難しいが、気候区分による土壌や植生の特徴、あるいは画像撮影前の降水量データなどの水理・水文的条件を参照して考察を掘り下げることで、 $s/L$ を決定づけるファクターがより明確になる可能性がある。
- また、大蛇行の発展メカニズムに関しても、同様に周辺の地形や土質の影響によって、基本蛇行主軸線の振れが発生する場合とそれがほぼ直線形を保つ場合に分けられるなどの可能性もあり、今後より詳細な検討を要する。
- 蛇行平面形状の発展計算に関して、本研究では主流偏倚と二次流強度の線形結合を仮定した。この2つのパラメータが側岸浸食速度に強く関わるという点については物理的に有意な仮定であるといつてよいが、その重みを示すパラメータ $\gamma$ に関して0.2という値が妥当かどうかは、力学的、あるいは経験的に更なる検証が必要である。また、側岸浸食速度の定式化に関しても、当然ながら線形結合以外の方法も存在する。より現象に即した定式化の方法を検討し、それを本モデルに組み込むことによって、一次元数値解析の精度をより良くすることが出来る可能性がある。
- 本研究では4-4で検討対象から除外したが、上述の大蛇行の性質を計算でよりよく表現するためには、初期条件およびCut-off条件の更なる検討を要する。前者は5-1-3で検討したような初期擾乱を複数箇所を与える、あるいは初期曲率・偏角をスムーズ化された乱数で入力する、などが考えられる。後者に関しては、4-4-2で定義した変数 $k_{c1}$ および $k_{c2}$ について、第4章で $\gamma$ の値、5-1および5-2で流量および粒径について行ったものと同様の感度分析を行い、大蛇行の波長に関するベストフィッティングを

とることが考えられる。

- 側岸浸食による蛇行平面形状発展の時間的整合性に関しては、本研究は  $E\Delta t$  を 1 つの時間ステップ係数とみなして、異なる地盤や植生条件下の河川においても比較できるように工夫した。しかし当然ながら、個々の河川の技術者が本モデルを用いて氾濫原管理に必要な情報を得る場合には、実際の時間ステップ  $\Delta t$  と側岸浸食速度に関する係数  $E$  を切り離して検討する必要がある。Landsat 画像で得られた 30 年の変形では期間が短すぎてこの検討には十分な期間といえなかった。より長期にわたる実データを得る方法としては図 1-1 (b) の画像に見られるような年輪状の河道跡を利用し、地層や洪水の履歴と照合して推定する方法があり得る。また、以前と現在の地図を比較するという方法も有効であると考えられる。

# 付録

## 全河川の衛星画像



ドナウ川-1



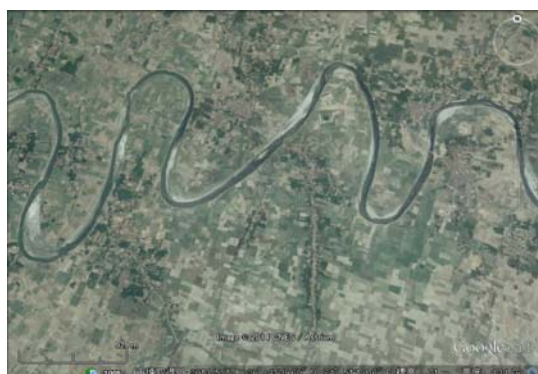
ドナウ川-2



ガンジス川-1



ガンジス川-2



ガンジス川-3



コリマ川-1



コリマ川-2



コンゴ川



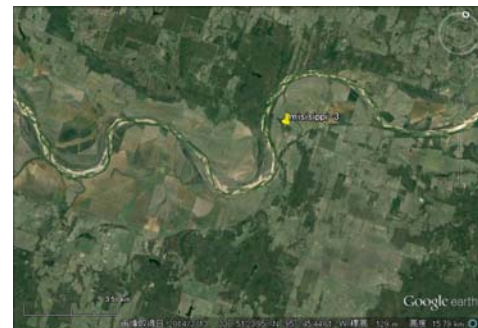
マレー川



ミシシッピ川-1



ミシシッピ川-2



ミシシッピ川-3



ミシシッピ川-4



ミシシッピ川-5



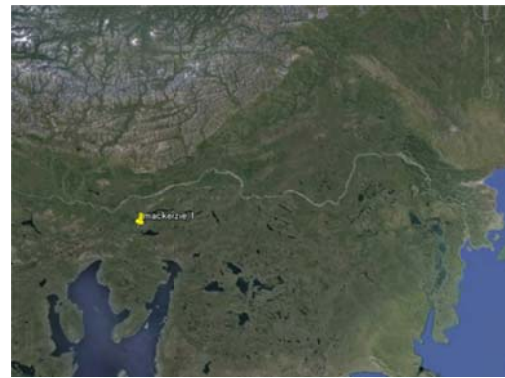
ヴォルガ川



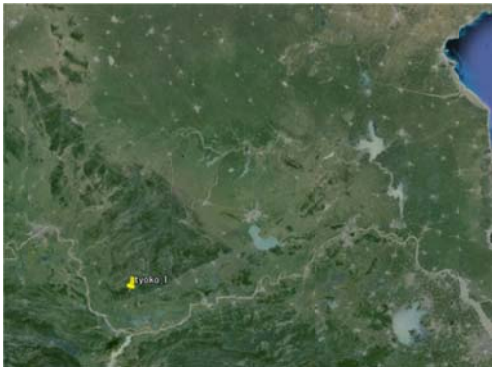
エニセイ川



黄河



マッケンジー川



長江-1



長江-2



ユコン川



## 参考文献

- 1) 木下良作: 河床における砂礫の形成について, 土木学会論文集第 42 号, pp.1-21, 1957
- 2) L.B. Leopold and M.G. Wolman: River Meanders, Geol. Soc. Am. Bull, Vol.71, pp. 769-794, 1960.
- 3) Hickin, E.J. and Nanson, G.G.: The Character of Channel Migration on the Beatton River, Northeast British Columbia, Canada. Geol. Soc. Am. Bull, Vol.86, pp. 487-494, 1975.
- 4) 山岡勲・長谷川和義: 蛇行河川の流路の形態に関する一考察, 北海道大學工学部研究報告, 1973
- 5) 水理委員会研究小委員会: 移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集, 第 210 号, 土木学会, pp.85-91,1973.
- 6) Pizzuto,J.E., Meckelnburg,T.S.: Evaluation of a linear bank erosion equation. Water Resour.Res Vol. 25, pp. 1005-1013, 1989.
- 7) 芦田和男, 村本嘉雄, 奈良井修二, 塩入淑史: 河道の変動に関する研究(1), 京大防災研究所年報第 13 号 B, pp.243-260, 1970.
- 8) Federici B, Seminara.G : On the convective nature of bar instability, Journal of Fluid Mechanics, 487, pp.125-145, 2003.
- 9) Schumm SA and Khan HR: Experimental study of channel patterns, Bulletin of the Geological Society of America, 83, pp.1755-1770.
- 10) Jin D, Schumm SA: A new technique for modeling river morphology, Proc. First international Geomorphology Conference, Richards KS (ed). Wiley, Chichester, pp.680-691.
- 11) Gran K, Paola C.: Riparian vegetation controls on braided stream dynamics, Water Resources Research, 37, pp.3275-3283, 2001.
- 12) Tal M, Paola C.: Dynamic single-thread channels maintained by the interaction of flow and vegetation, Geology, 35(4), pp.347-350.
- 13) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, Journal of the Hydraulic Division, Proc. ASCE, Vol.100, pp.1631-1648, 1974.
- 14) 長谷川和義・山岡勲・岡洋一: 交互砂州の流路蛇行による変形, 土木学会北海道支部論文報告集, 1980.
- 15) G. Parker, Y. Shimizu, G. V. Wilkerson, E. C. Eke, J. D. Abad, J. W. Lauer, C. Paola, W. E. Dietrich and V. R. Voller: A new framework for modeling the migration of meandering rivers, Earth Surf. Process. Landforms, 36, pp.70-86, 2011.
- 16) 林泰造: 河川蛇行の成因についての研究, 土木学会論文報告集, 第 180 号, pp.61-70, 1970.
- 17) Frank Engelund and Ove Skovgaard: On the origin of meandering and braiding in alluvial streams, J. Fluid Mech. Vol. 57, Part 2, pp. 289-302, 1973.

- 18) 黒木幹男,岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究,土木学会論文報告集, No.342, pp.87-96, 1984.
- 19) 清水康行, 渡部康玄, 鳥谷部寿人: 直線および蛇行河川の安定河床形状に関する研究 土木学会論文集, No. 509/II-30, pp.67-78, 1995
- 20) 長谷川和義: 蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究, 土木学会論文報告集, No.338 pp.105-114, 1983.
- 21) 長田信寿・細田尚・村本嘉雄・Md Munsur Rahman: 移動一般座標系による側岸浸食を伴う河道変動の数値解析, 水工学論文集, 第40巻, pp.927-932, 1996.
- 22) Dong Chen and Jennifer G. Duan (2008) Case Study: Two-Dimensional Model Simulation of Channel Migration Pro-cesses in West Jordan River, Utah. J. Hydraul. Eng. Vol. 134, No.3, pp. 315-327
- 23) Dongdong Jia, Xuejun Shao (2010) Three-dimensional modeling of bank erosion and morphological changes in the Shishou bend of the middle Yangtze River, Advances in Water Resources, Vol.33, pp. 348-360
- 24) Guangqian Wang, Junqiang Xia, and Baosheng Wu, (2008) Numerical Simulation of Longitudinal and Lateral Channel Deformations in the Braided Reach of the Lower Yellow River. J. Hydraul. Eng. Vol.134, no.8, pp.1064-1077
- 25) 旭一岳, 清水康行, Gary Parker, Jonathan Nelson: 自由蛇行の発達に関する数値解析, 土木学会論文集 B1(水工学)Vol68. No.4, pp.1183-1188, 2012.
- 26) Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K.: Bend theory of river meanders, Part 1. Linear development, Journal of Fluid.Mech., Vol.112, pp.363-377, 1981.
- 27) Johannesson, H., and G. Parker: linear theory of river meanders. Pages 181-213 in S.ikeda and G. Parker (eds.), River meanderings. Water resource monography 12. American geophysical union, Washionton DC., 1989.
- 28) Gary Parker and Edmund D. Andrews: On the time development of meander bends, J. Fluid Mech, Vol. 162, pp. 139-156, 1986.
- 29) Sun,T.,Meakin, P.,et al.: A simulation model formeandering rivers. Geol. Soc.Amer. Bull. Vol. 110, pp.1485-1498, 1996.
- 30) Larsen, E.W., Greco, S.E.: Modeling channel management impacts onriver migration: a case study of woodson Bridge State Recreation Area, Sacramento River, California, USA. Environ. Manage. Vol. 30 pp. 209-224, 2002.
- 31) Seminara G and Tubino M.: Weakly nonlinear theory of regular meanders. J. Fluid Mech, 244, pp.257-288.
- 32) 石川忠晴・劉暢: 河川横断方向の主流シフトの一次元モデル化に関する研究, 土木学会論文集 B1, Vol.69, No.1, pp.60-70, 2013.
- 33) 石川忠晴・金舜範: 湾曲部の二次流に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.375/II-6,

- pp.143-149, 1986.
- 34) Rozovskii, I.L.: Flow of water in bends of open channels. The Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem, 1961.
  - 35) F.E.Hicks, Y.C.Jin, et.al.: Flow near sloped bank in curved channel. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 166, No.1, pp. 55-70, 1990.
  - 36) 玉井信行, 池内幸司, 山崎晶, 連続わん曲水路における流れの実験的研究. 土木学会論文報告集. No.331, pp.83-94, 1983.
  - 37) 平野宗夫: 拡幅を伴う流路変動について, 土木学会論文報告集第 210 号, pp.13-20, 1973.
  - 38) 福岡捷二・山坂昌成: 直線流路の交互砂州, 第 27 回水理講演会論文集, pp.703-708, 1983.
  - 39) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川博: 交互砂州上の流砂量分布, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 697-702, 1983.
  - 40) 関根正人: 土砂粒子の運動の解析を基礎とした河床波の形成過程シミュレーションの試み, 土木学会論文集 No.691, □-57, pp.85-92, 2001.
  - 41) 池田駿介・日野幹雄・吉川秀夫: 河川の自由蛇行に関する理論的研究, 土木学会論文報告集第 255 号, pp.63-73, 1976.
  - 42) Einstein, H.A.: The bed-load function for sediment transportation in open channel flows, Tech. Bull., No.1026, USDA, Soil Conservation Service, pp.1~70, 1950
  - 43) Meyer-Peter, E. and Muller, R.: Formulas for bed-load transport, Proc. 2<sup>nd</sup> Cong. ITAH, Stockholm, Sweden, pp.39~64, 1948.
  - 44) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 206 号, pp.59-69, 1972.
  - 45) Hiroji Nakagawa and Tetsuro Tsujimoto: Sand Bed Instability Due to Bed Load Motion, Proc. ASCE-HY106, pp.2029-2051, 1980.
  - 46) 辻本哲郎・森明巨・岡部健士・大本照憲: 流砂の非平衡の論理とその応用, 第 33 回水理講演会論文集, pp.445-461, 1989.
  - 47) 芦田和男・江頭進治・足立幸郎: 蛇行水路における河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第 31 号, B-2, pp.443-459, 1988.
  - 48) 澤井健二: 非定常流による蛇行水路の河床変動に関する実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第 35 号 B-2, 1992.
  - 49) 福岡捷二: 洪水の水理と河道の設計法: 治水と環境の調和した川づくり, 2005.
  - 50) 吉川秀夫: 流砂の水理学, 丸善株式会社, 1986.
  - 51) 山本晃一: 河道計画の技術史, 株式会社山海堂, 1999.
  - 52) 総務省統計局: 世界の統計 2014
  - 53) 国土交通省気象庁: 世界の天候 <http://www.data.jma.go.jp/gmd/cpd/monitor/>

## 謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々にお世話になりました。ここに感謝の意を表します。

指導教員の石川忠晴教授には並々ならぬ多大なご指導を頂きました。お忙しい中、打ち合わせに多くの時間を割いてくださり、そのたびに的確かつ懇切丁寧な助言を頂きました。本研究を通して、全体を見通し、そこに一本の筋道を通った論文の書き方、および発表の仕方を学べたことは、私にとって貴重な財産となりました。

木内豪教授・中村恭志准教授には、直接ご指導を頂く機会はさほど多くなかったものの、特に合同ゼミの発表において助言を度々頂きました。山中浩明教授、浅輪貴史准教授、井上徹教連携教授にも、論文の審査員として、中間発表および本発表時に貴重なご指摘・ご提案を頂きました。研究員の赤穂さんには、学生ゼミでの助言のほか、計算プログラムの高速化に関してもご協力を頂きました。

また、3月修士課程修了の安藤君には、学部の際に同じ研究テーマを扱っていた仲間として、数値計算プログラムの引き継ぎを丁寧にして頂きました。さらに、学部卒の武藤君には、特に画像解析に関して多大なるご協力を頂きました。

修士修了の磯部君、岩田君、小俣君、菊池君、安河内さん、余君からは、同期の修了を目指す仲間として、励ましのお言葉を度々頂きました。さらに、同じ博士課程の仲間として、石川研の張さん、木内研の Wei 君と新谷さんも、朝から夜まで研究に打ち込んでいる姿を見るたびに私の気持ちを奮い立たせてくれたと思います。

さらには、この4月から勤務先となりました東京建設コンサルタントの大村善雄代表取締役社長、そして総務部の皆様方には、あいにく学位の取得が遅れるということが確定した時にも、その事情を汲んでくださり、大変ありがたく存じています。環境防災事業本部の幸本部長、および環境防災研究所の渡邊さん、曾田さん、小島さんには、自己紹介に併せて本研究内容のプレゼンテーションを行った際、学術的な研究を通して得た知見や考え方を実務的な技術開発に役立てるためのヒントを頂きました。

最後に、特に生活面で多大な支えを頂き、いつも応援して下さった家族にも感謝しております。

私はこの博士課程の研究および論文の執筆に取り組んだ3年と3ヶ月の間、多くの方々に支えられ、充実した日々を送ることが出来ました。

本当に、ありがとうございました。

平成 27 年 5 月  
松延 和彦