論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	有向平面グラフ上到達可能性問題に対する Õ(√n)領域多項式時間アルゴリズム
Title(English)	Õ(√n)-Space Polynomial Time Algorithm for Directed Planar Reachability
著者(和文)	中川航太郎
Author(English)	Kotaro Nakagawa
出典(和文)	学位:博士（理学）, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9962号, 授与年月日:2015年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:渡辺　治,伊東　利哉,小島　定吉,鹿島　亮,田中　圭介
Citation(English)	Degree:, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9962号, Conferred date:2015/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

<table>
<tr><td>報告番号</td><td colspan="3">甲第　　　　　　　　号</td><td>学位申請者氏名</td><td colspan="2">中川 航太郎</td></tr>
<tr><td rowspan="5">論文審査
審 査 員</td><td></td><td>氏　名</td><td>職　名</td><td></td><td>氏　名</td><td>職　名</td></tr>
<tr><td>主査</td><td>渡辺 治</td><td>教授</td><td rowspan="4">審査員</td><td>伊東 利哉</td><td>教授</td></tr>
<tr><td rowspan="3">審査員</td><td>小島 定吉</td><td>教授</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>鹿島 亮</td><td>准教授</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>田中 圭介</td><td>准教授</td><td></td><td></td></tr>
</table>

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は，「$\tilde{O}(\sqrt{n})$-Space Polynomial Time Algorithm for Directed Planar Reachability（有向平面グラフ到達可能性問題に対する $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域多項式時間アルゴリズム）」と題し，英文５章よりなる．

到達可能性判定問題は，非決定性対数領域で計算可能な問題のクラス NL に対する最も自然な完全問題であり，計算量理論における基礎的な問題として知られている．この問題は，一般的には対数領域で計算不可能と予想されている．一方，対数領域で計算可能な問題のクラス L と NL との関係を解明するための研究の一環として，対数領域で到達可能性判定が可能なグラフ族を明らかにする研究も進められてきた．しかし，これまでに対数領域で到達可能性判定が可能であると分かったグラフ族は，どれも制限の大きい特殊なグラフのクラスであった．こうした研究に対し，多項式時間という制約は維持したまま，計算領域の制約を対数領域から $\tilde{O}(n^{1-\varepsilon})$ 領域（劣線形領域）に緩めた場合の，到達可能性問題の可解性も重要な問題として 1990 年代初頭から研究されてきた．しかしながら，そのように制約を緩めた場合においても，かなり限られたグラフ族に対する到達可能性問題の計算可能性しか得られていなかった．本論文では，従来考えられてきたものより，より一般的なグラフ族である平面グラフのクラスに対する到達可能性判定問題の劣線形領域（かつ多項式時間）計算可能性について論じ，その到達可能性問題が $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で判定可能であることを示している．

第１章「Introduction」では本研究の背景および成果の概要を述べ，論文の構成を記している．

第２章「Preliminaries」では，本研究の内容を述べるのに必要な概念や用語の定義を挙げ，後の章で用いるために，一般的なグラフや平面グラフに対する基本的な事実を示している．

第３章「$\tilde{O}(n^{0.5+\varepsilon})$-space algorithm」では $\tilde{O}(n^{0.5+\varepsilon})$ 領域，$O(n^{1/\varepsilon})$ 時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを提示し，これによって時間計算量と空間計算量のトレードオフを示している．このアルゴリズムは，グラフ全体をセパレーターによって分割し，各部分での計算結果を統合して全体の結果を得る手法を再帰的に用いたものである．ここで，セパレーターとは，それを取り除くことでグラフを（ほぼ同じ大きさの）非連結な部分に分割できるような頂点の集合である．これまでにもセパレータを得るための様々なアルゴリズムが考案されてきたが，領域限定の下でのアルゴリズムは知られていなかった．本論文では，既存の並列アルゴリズムに着目し，これを $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域多項式時間アルゴリズムへと改造し，そのアルゴリズムを用いて，$\tilde{O}(n^{0.5+\varepsilon})$ 領域かつ多項式時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを提案している．

第４章「$\tilde{O}(\sqrt{n})$-space algorithm」では，第３章のアルゴリズムを改良し，$\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で到達可能性を判定するアルゴリズムを示している．この改良は主に２つの工夫からなる． １つは Universal Sequence と呼ばれる特殊な数列を利用して，第３章で提示したアルゴリズムの冗長性を取り除き，計算を高速化した点である．もう１つはサイクルセパレーターという概念を導入し，再帰的な処理をする際に分割されたグラフに対する処理状態の管理をより省領域で実現した点である．これらの改良によって，第３章のアルゴリズムでは $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域に制限すると指数関数時間になってしまう点を改善し，平面グラフの到達可能性判定を $\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間に行うアルゴリズムを提案している．

第５章「Conclusion」では，本研究の成果をまとめ，今後の研究課題について述べている．

以上をまとめると，本論文は具体的なアルゴリズムを提示することにより，$\tilde{O}(\sqrt{n})$ 領域かつ多項式時間で平面グラフ上の到達可能性判定問題が解決できることを示している．この結果は，劣線形領域計算および到達可能性問題の性質を解明するもので，今後の省領域アルゴリズム開発や計算量理論の分野の研究においても大きく貢献するものである．よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分な価値があるものと認める．