論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	ODE/IM correspondence and affine Toda field equations
著者(和文)	LOCKE Christopher Barry
Author(English)	Christopher Barry Locke
出典(和文)	学位:博士（理学）, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9951号, 授与年月日:2015年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:伊藤　克司,岡　眞,今村　洋介,山口　昌英,陣内　修
Citation(English)	Degree:, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9951号, Conferred date:2015/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

（博士課程）

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第　　号			学位申請者氏名	Locke, Christopher Barry	
論文審査 審査員		氏　名	職　名		氏　名	職　名
	主査	伊藤克司	教授	審査員	陣内修	准教授
	審査員	岡　眞	教授			
		山口昌英	教授			
		今村洋介	准教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

近年 ODE/IM 対応と呼ばれる，常微分方程式(Ordinary Differential Equation)の微分作用素のスペクトル問題と 1 次元量子可積分模型(Integrable Model)の転送行列の固有値問題の非自明な対応関係が数理物理，超弦理論，超対称場の理論等の分野で注目を集めている。この対応は可積分模型に対する新しい数学的解析手法を与えるのみならず,超対称ゲージ理論や超弦理論の強結合領域における物理や非摂動的な真空構造を研究する新しい手段を提供している。これまで，A_1型リー代数に付随する 6 頂点格子模型に対応する非調和ポテンシャルをもつシュレーディンガー型の微分方程式や，その拡張である古典型リー代数に付随する格子模型に対応する高階常微分方程式が経験的に求められていた。この対応において，常微分方程式の解のみたす関数関係式(ϕ系)とそれから導かれる解の接続係数のみたす関数関係式が格子模型の Bethe 仮説方程式と一致することが重要である。またこの対応は格子模型の共形極限の場合を記述しており，より一般的な有質量の場合は,変形された Sinh-Gordon 方程式と同値な平坦接続の零曲率方程式における,平坦接続に付随する線形問題の解の接続係数のみたす関数関係式で記述されることが知られている。このとき ODE/IM 対応は変形 Sinh-Gordon 模型の零質量極限で表される。一方 Sinh-Gordon 方程式はアファインリー代数 $A_1^{(1)}$に対応するアファイン戸田場方程式とみなされる。

本研究は，この ODE/IM 対応を一般のアファインリー代数に付随する変形アファイン戸田場方程式に基づいて定式化することにより,(1)古典リー代数の場合の ODE/IM 対応の常微分方程式の系統的導出と有質量の場合も含む対応の拡張を行った。さらに(2)例外型リー代数の場合も含む一般的な場合に，平坦接続の線形問題に基づき，解のみたす関数関係式(ϕ系)を定式化し，対応する格子模型の関数関係式である Bethe 仮説方程式を導出した。その結果(3)アファインリー代数 G に基づく格子模型に対応するアファイン戸田場方程式は，その双対ルートをルートとするアファインリー代数である G の Langlands 双対に基づくものであることを明らかにした。

本論文”ODE/IM corresponded and affine Toda field equations”は，申請者の 2 本の共著論文に基づき，申請者の寄与を中心に書き下ろされたものである。本論文は 6 つの章と 2 つの補遺から構成されている。

第 1 章では ODE/IM 対応を導入し,これまでに得られた結果と本論文で新しく得られた結果について簡潔にまとめている。

第 2 章では ODE/IM 対応の基礎的な例である su(2)リー代数に基づく場合について，シュレーディンガー方程式と 6 頂点模型の対応とその有質量の場合である変形 Sinh-Gordon 方程式による定式化について具体的に説明している。

第 3 章”Affine Toda field equations”では,一般のアファインリー代数に対するアファイン戸田場方程式の導入とそれに付随する平坦接続の線形問題を定式化している。特に複素平面における線形問題の解の無限遠における漸近解を評価し，さらに原点における解の基底による展開から可積分模型における Baxter の Q 関数を定義している。

第 4 章”(Pseudo-)ordinary differential equations”では，古典型アファインリー代数,さらに例外型 $G_2^{(1)}$とその Langlands 双対 $D_4^{(3)}$の場合に対し，対応する常微分方程式を調べ，その零質量極限でこれまで知られている(擬微分作用素も含む)常微分方程式が得られることを示している。また $D_4^{(3)}$の場合は新しい常微分方程式を提案している。

第 5 章”ϕ -system”では，例外型を含む一般のアファインリー代数に基づいて，アファイン戸田場方程式の線形問題の解のみたす関数関係式であるϕ系を導入している。さらに Bethe 仮説方程式を導出し,可積分模型との対応を示している。さらにこの対応における，Langlands 双対性を確認している。

第 6 章”Conclusions and discussion”では,本論文の結果を要約し，将来の展望を述べている。

補遺 A”Affine Lie algebra”では，アファインリー代数の表現についての基礎事項についてまとめている。

補遺 B では，$A_{2r}^{(2)}$の場合の ODE/IM 対応について詳しく議論している。

本論文は,ODE/IM 対応がアファインリー代数に基づく変形アファイン戸田場方程式に基づき系統的に定式化できることを示し，さらにそれにより新しい ODE/IM 対応の例を構成した独自性の高い論文であり,この分野に新しい大きな寄与を与えるものである。今後可積分模型,超弦理論,超対称ゲージ理論等への応用が大きく期待できる。またこの論文の幅広い内容は，申請者の知見の広さと研究能力の高さを表している。よって本論文は，博士(理学)の学位論文として十分価値のあるものと認められる。