T2R2 東京工業大学リサーチリポジトリ
Tokyo Tech Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	高頻度鉄道システムの効率性解析のためのFundamental Diagramの提案
Title(English)	Fundamental Diagram for Analyzing Efficiency of High-Frequency Railway Systems
著者(和文)	瀬尾 亨, 和田 健太郎, 福田 大輔
Authors(English)	Toru Seo, Kentaro Wada, DAISUKE FUKUDA
出典(和文)	土木計画学研究・講演集, Vol. 53, , pp. 1780-1789
Citation(English)	, Vol. 53, , pp. 1780-1789
発行日 / Pub. date	2016, 5
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は土木学会に帰属します。 Copyright (c) 2016 Japan Society of Civil Engineers.

Powered by T2R2 (Tokyo Institute Research Repository)

高頻度鉄道システムの効率性解析のための Fundamental Diagramの提案

瀬尾　亨[1]・和田　健太郎[2]・福田　大輔[3]

[1]正会員　東京工業大学研究員　環境・社会理工学院（〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-20）
E-mail: t.seo@plan.cv.titech.ac.jp
[2]正会員　東京大学助教　生産技術研究所（〒 153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1 Cw-504）
[3]正会員　東京工業大学准教授　環境・社会理工学院（〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11）

大都市圏における高頻度鉄道運行システムは通勤交通などで非常に大きな役割を担っている．一方，そのような鉄道システムは混雑に起因する遅延が慢性化しているという問題を抱えている．本論文では，慢性的な遅延対策についての一般的知見の導出を念頭に置いて，数学的に扱い易い鉄道遅延の理論モデルを構築する．まず，鉄道の慢性的遅延の主原因である「乗客の駅での混雑」と「線路上の列車の混雑」を考慮し，鉄道運行状態が従う関係である Fundamental Diagram（FD）を導出する．そして，導出した FD に基づく鉄道運行モデルを構築する．本モデルは鉄道運行システムのマクロな挙動を表現していると位置付けられ，数学的に扱い易いという長所を持っている．最後に，ミクロな単純鉄道運行モデルとの比較を通し，マクロモデルの再現性を数値的に検証する．

Key Words: *urban railway system, delay, traffic flow theory, fundamental diagram, dynamic traffic assignment*

1. はじめに

(1) 背景

高頻度運行鉄道システムは東京のような大都市圏の通勤交通において非常に大きな役割を果たしている．しかし，そのような鉄道システムは，その高頻度ゆえに混雑に起因する遅延が慢性化しているという問題を抱えている[1), 2)]．鉄道の主要な混雑として，以下の 4 種の混雑が指摘されている[3)]：

- 線路上の列車の混雑（knock-on delay[4)]）
- 乗客の駅での混雑
- 乗客の列車内での混雑
- 踏切の混雑

これらの混雑は互いに複雑な依存関係にあり，それらが遅延に及ぼす影響の評価や対策の立案は容易ではない．

鉄道の遅延・混雑が社会に与える影響を土木計画学・交通工学的観点から分析した研究として，出発時刻選択問題[5)–7)]，道路の動的混雑を考慮した交通手段選択問題[8)]，住居選択問題[9)]，混雑を考慮した配分問題[10)] などがあり，同時に需要マネジメントなどについての議論もされている．しかし，これらの研究はいずれも静的モデルに基づいており，列車遅延の表現に限界がある．特に，動的な混雑に起因する遅延を明示的に扱った分析はなされていない．

遅延を明示的に考慮できるアプローチとしては，ミクロシミュレーションを用いた詳細な動的分析が挙げられる[2), 11)–13)]．これらの研究では，遅延を含む鉄道システムの挙動を詳細に考慮できる一方，その分析対象はある特定の状況に限られるため，需要マネジメントなどに関する一般的知見を得るのが難しい．

ところで，自動車による道路交通も混雑に起因する遅延の問題を抱えている．この問題に対しては，動的な交通流理論[14)] を用いた分析が広くなされている．例えば，通勤時のボトルネック渋滞に関する出発時刻選択問題の分析を通し，均衡解の導出や社会的最適を達成する施策（例：課金形態の導出）の提案などがなされている[15)]．これらの研究では，ボトルネックの容量を考慮することで動的な混雑に起因する遅延を表現している．Fundamental Diagram[14), 16)]（FD，流率密度関係）は定常状態下での流率と密度の関係であり，ボトルネック容量を拡張した概念といえ，空間的な渋滞を考慮するために広く用いられている[17)]．FD に代表される交通流理論を用いることにより，道路交通分野では解析的手法による比較的一般的な形での政策上の含意が多く得られている．このような交通流理論を鉄道に適用した研究例として，鉄道運行の安定性解析・制御[18)] が挙げられる．

(2) 目的

本研究の最終目的は，高頻度運行鉄道システムの効率性に関する一般的な知見の導出にある．そのために，本論文では動的な「線路上の列車の混雑」・「乗客の駅での混雑」・それらに起因する遅延を明示的に考慮した鉄道運行モデルを構築する．このとき，一般的な議論に資するため，自動車交通流理論の分野で広く用いられる手法を援用し，数学的に扱い易いモデルとする．

本論文の構成は以下の通り．まず，第 2 章にて，鉄道運行モデルを構築し，その基本性質である FD を導出する．次に，第 3 章にて，導出した FD に基づき時間変動する需要と供給のもとでの鉄道システムの効率性を再現するマクロモデルを構築する．最後に，第 4 章にて，構築したマクロモデルの精度をミクロモデルとの比較により数値的に検証する．

2. 単純鉄道運行モデルの構築および Fundamental Diagram の導出

本章では，まず，交通流理論を援用して単純化された鉄道運行モデルを構築する．そして，その鉄道運行モデルの基本性質である Fundamental Diagram，すなわち列車流率–列車密度–乗客流率関係を解析的に導出し，その性質を議論する．

(1) 仮定

単純鉄道運行モデルを構築するにあたり，列車の駅での停車挙動と列車の駅間走行挙動について単純な仮定をおく．これらは和田ら[18] で用いられている仮定と同様である．

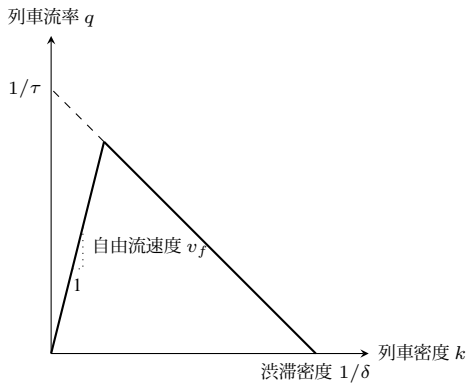
列車は駅で停車する際，乗車待ち乗客を全員乗せるものとする．このとき，乗客の列車への乗車は一定流率 μ_p でなされ，降車は無視し，安全確認等のために一定時間 g_b の余裕があると仮定する．つまり，乗客の混雑は列車ドアでのボトルネック渋滞として扱う．すると，乗車待ち乗客数が n_p のときの列車の駅での停車時間 t_p は

$$t_p = \frac{n_p}{\mu_p} + g_b \tag{1}$$

と記述できる．

列車の駅間での走行挙動には，Newell の単純追従モデル[19] を仮定する（和田ら[18] と同様）．本モデルは，自動車交通流の記述によく用いられる Lighthill–Whitham–Richards（LWR）モデル[20), 21] の特殊ケースである．本モデルでは，$x_m(t)$ を列車 m の時点 t の位置とすると，その速度 $\dot{x}_m(t)$ は先行列車 $m-1$ との車頭距離によって

$$\dot{x}_m(t) = \min\left\{ v_f,\ \frac{1}{\tau}(x_{m-1}(t) - x_m(t) + \delta) \right\} \tag{2}$$



図–1: Newell の単純追従モデル自体の FD

と決定される．ここに，v_f は最大速度，τ は運転者の反応時間のおよそ 2 倍と解釈される時間，δ は停止時の安全距離である．なお，加減速は一瞬でなされると仮定している．すると，列車の位置は

$$x_m(t) = \min\left\{ \begin{array}{l} x_m(t-\tau) + v_f\tau, \\ x_{m-1}(t-\tau) - \delta \end{array} \right\} \tag{3}$$

と記述できる．本モデルは，先行列車との車頭時間と車頭距離をそれぞれ τ，δ 以上確保し，かつ速度が v_f 以下となるよう走行することを意味する．このとき，本モデル自体が従う FD は v_f, τ, δ により**図–1** のように決定される．また，自由流時の前列車との間の余裕車頭時間を $g_c\ (\geq 0)$ とする．

(2) 定常運行時の交通状態

先の仮定のもと，鉄道システムの定常状態を考える．ここで，定常状態とは，

- モデル変数（$\mu_p, g_b, v_f, \tau, \delta$）が一定である
- 全ての隣接駅間距離が等しい（l とおく）．また，$l > \delta$ が成り立つ
- 路線長が十分に長い
- 全ての列車は全ての駅に停車する
- 全ての列車の運行時間間隔が等しい（H とおく）
- 全ての列車の駅間走行速度が等しい（v とおく）
- 全ての駅への乗客到着流率が等しい（q_p とおく）

が全て満たされる状態を意味する[1]．

まず，定常状態下での列車の駅停車時間を考える．列車の時間間隔が H であるので，ある列車がある駅に到着した際に乗車する乗客数 n_p は q_pH である．そのため，式 (1) より，全ての列車の駅停車時間は $q_pH/\mu_p + g_b$ となる．

[1] ここでは，列車がどのようにオペレーションされるか（例：スケジュールに従った運行や車頭時間を均等化する運行）は明示していない．しかし，ここで定義した定常状態は，定常状態を停留点とするような様々なオペレーション付き鉄道動的システム（詳細は第 4.(2) 節を参照）が遅延が全くない場合に従う状態である．

次に，定常状態下での列車の駅間走行速度を考える．これは，前述の通り Newell の単純追従モデルに従う．そのため，走行速度 v は列車間隔が十分にあるときには自由流走行速度 v_f となり，間隔が詰まっているときには τ と δ で表現される最小間隔を保つ速度となる．

以上に基づき，定常状態下での列車の運行状況を図示すると**図–2** のようになる．横軸は時間（右ほど将来），縦軸は空間（上ほど下流），曲線は列車軌跡を意味する．**図–2a, b** では，ある列車 m が駅 i に到着・停車・出発し，自由流速度で走行し，その次の駅 $i+1$ に到着・停車している．**図–2a** では列車 m の軌跡の直上にある "$\delta \times \tau$ の四角形" と先行列車 $m-1$ の軌跡の間に余裕 g_c がある（自由流状態）．**図–2b** では "$\delta \times \tau$ の四角形" が先行列車 $m-1$ の軌跡に接しており，列車間隔に余裕がない（臨界状態）．一方，**図–2c** では，列車 m がその先行列車 $m-1$ に近づきすぎている（"$\delta \times \tau$ の四角形" が接している）ため，駅間走行速度が自由流速度未満となっており，線路上の列車の混雑が生じている（渋滞状態）．

ここで，定常状態の時空間図の最小構成要素は，4 点

- 列車 m が駅 i を出発した点
- 列車 m が駅 $i+1$ に到着した点
- 列車 $m-1$ が駅 i を出発した点
- 列車 $m-1$ が駅 $i+1$ に到着した点

に囲まれた平行四辺形である．そのため，定常状態下での鉄道交通状態（列車流率 q (train/h)，列車密度 k (train/km)，列車平均速度 $\bar{v}$ (km/h)）は，この平行四辺形に対し Edie の定義[22] を適用して

$$q = \frac{1}{H} \tag{4}$$

$$k = \frac{q_p H/\mu_p + l/v + g_b + g_c}{lH} \tag{5}$$

$$\bar{v} = \frac{l}{q_p H/\mu_p + l/v + g_b + g_c} \tag{6}$$

と求められる．

(3) Fundamental Diagram

定常状態のもとでの列車流率 q，列車密度 k，乗客流率 q_p の間の関係が

$$q = Q(k, q_p) \tag{7}$$

と記述できるとする．このとき，関数 Q が FD と位置づけられる．式 (4)，(5) を変形すると，Q が導出でき，

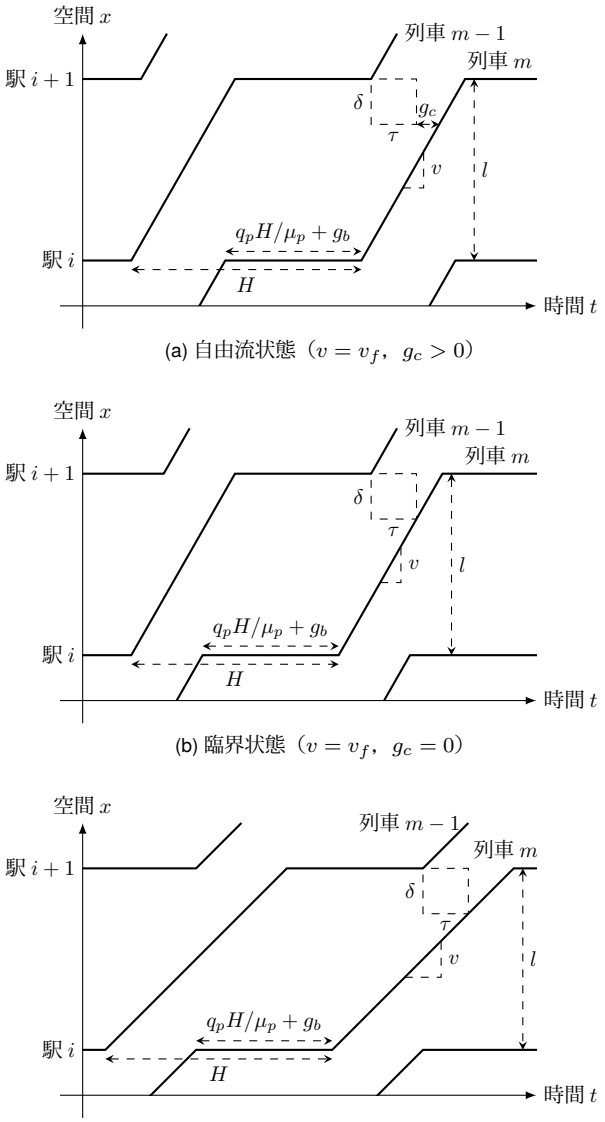
$$Q(k, q_p) = \begin{cases} \dfrac{lk - q_p/\mu_p}{g_b + l/v_f}, & \text{if } k < k^*(q_p) \\ -\dfrac{l\delta}{(l-\delta)g_b + \tau l}\left(k - k^*(q_p)\right) + q^*(q_p), & \text{if } k \geq k^*(q_p) \end{cases} \tag{8}$$

となる（紙面の都合上，導出過程は省略）．ここで，$q^*(q_p)$ と $k^*(q_p)$ はある q_p のもとでの臨界状態のそれぞれ流率，密度であり，

$$q^*(q_p) = \frac{1 - q_p/\mu_p}{g_b + \delta/v_f + \tau} \tag{9}$$

$$k^*(q_p) = -\frac{(l-\delta)/v_f - \tau}{(g_b + \delta/v_f + \tau)\mu_p l} q_p + \frac{g_b + l/v_f}{(g_b + \delta/v_f + \tau)l} \tag{10}$$

と表される．



(a) 自由流状態（$v = v_f$，$g_c > 0$）

(b) 臨界状態（$v = v_f$，$g_c = 0$）

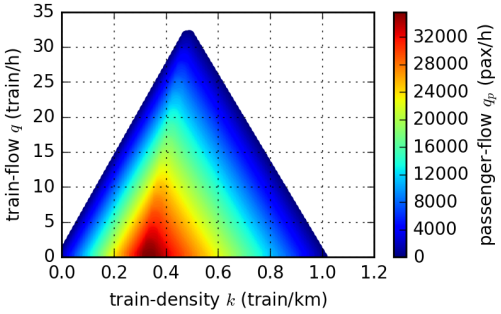
(c) 渋滞状態（$v < v_f$，$g_c = 0$）

図–2: 定常状態での列車軌跡の時空間図

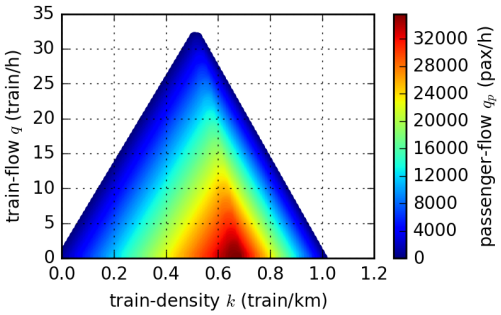
(4) 議論

a) 数値例

FD の数値例を**図–3** に示す．横軸は列車流率 q，縦軸は列車密度 k，プロット色は乗客流率 q_p を意味する．ある交通状態を考えるとき，対応する点の原点に対する傾きがその平均速度 $\bar{v}$ である．**図–3a** の FD の変数の値は**表–1** とした．**図–3b** は l のみ**図–3a** と異なる値 1.5 km とした場合である．**図–3a** は，路線内の列車密度が



(a) $l = 3$ (km) の場合



(b) $l = 1.5$ (km) の場合

図–3: FD の数値例

表–1: 数値例での FD の変数値

変数名	値
u	70 km/h
τ	1/70 h
δ	1 km
μ_p	36000 pax/h
g_b	10/3600 h
l	3 km

$k = 0.3$ (veh/km) であり，駅での乗客需要が $q_p = 16000$ (pax/h) のとき，実現する鉄道交通は自由流でおよそ流率 $q = 15$ (veh/h)，平均速度 $\bar{v} = 50$ (km/h) である，と読める．

b) 基本的な性質

FD により示唆される定常状態の鉄道運行の性質について述べる．これらはいずれも式 (8) などから解析的に導出可能であるとともに，**図–3** の数値例でも容易に確認できる．

式 (8) に表される FD は，路線内の列車数（k に相当），乗客需要（q_p），技術的パラメータ（l, τ など）が与えられたときの列車流率（q）と速度（$\bar{v} = q/k$）を求める関数と解釈できる．また，q_p を固定したとき，$q = Q(k, q_p)$ は**図–1** のような三角形状 FD（$g_b \geq 0$ のため**図–1** と厳密に一致するとは限らない）を平行移動した区分線形曲線となる．つまり，ある臨界密度 $k^*(q_p)$ が存在し，$k < k^*(q_p)$ のとき列車が先行列車の影響を受けない自由流状態，$k > k^*(q_p)$ のとき列車が先行列車に追いつき減速している渋滞状態，$k = k^*(q_p)$ のときその境界である臨界状態となる．自由流状態は，同じ乗客需要をより速い平均速度・より少ない列車数で運べるという意味で，渋滞状態よりも効率的である．特に，ある乗客需要 q_p を運ぶとき，臨界状態 $(q^*(q_p), k^*(q_p))$ が乗客平均速度最大化（総旅行時間最小化）と列車あたり乗客数最小化の観点から最適である．

q_p が大きいほど (q, k) が取りうる値の範囲は臨界状態付近に限定されるようになる．これは，乗客需要が大きいほど鉄道運行の自由度が小さくなることを意味する．

臨界状態では q_p と $\bar{v}$ は反比例の関係にある．これは，最適な運行形態のもとであっても，乗客需要が大きくなると旅行時間が増大することを意味する．

臨界状態の流率 q^* と密度 k^* は以下の関係に従う：

$$q^* = \frac{l}{(l-\delta)/v_f - \tau} k^* - \frac{1}{(l-\delta)/v_f - \tau} \tag{11}$$

ただし $(l-\delta)/v_f - \tau \neq 0$ とする．これは q–k 平面上の直線となり，その傾きは正負いずれにもなる．傾きが正のとき（例：**図–3a**），ある路線を一定数の列車で運行する（密度 k 一定）とき，乗客需要が増えると鉄道交通は渋滞状態になる．逆に，傾きが負のとき（例：**図–3b**）は乗客需要が増えると鉄道交通は自由流状態になる．後者は，乗客需要に対し列車運行本数（流率）を増やしすぎると全体的な効率はかえって低下する（不安定化する）恐れがあることを示唆している．

c) 実現象との関係

提案したモデル・FD は実現象を単純化した仮定に基づいている．そこで，本モデル・FD と実現象との関係およびその限界について述べる．

FD を導出する際，スケジュールの概念（例：時刻表）を明示的には考慮していない．しかし，これは FD とスケジュールの概念が対立するという意味ではない．むしろ，FD は実際のスケジュール（あるいは遅延を反映したうえでの平均的な運行形態）のもとで各瞬間に近似的に成り立つ関係であるとみなせるだろう．

本モデルが用いた列車運行モデルでは，基本的に車両は可能な限り速く走行するとされる．一方，実際の鉄道では，運行状況に応じてあえて列車を遅らせる制御がなされる．その代表的な例を二つ考える．先行列車に近付きすぎた場合に線路上で減速・停止する間隔調整は，本モデルの渋滞状態に相当するため，本モデルで表現できている．一方，後続列車との間隔を小さくする目的で駅での停車時間の延長を行ういわゆる運転間隔調整は本モデルでは表現できない．ただし，この運転間隔調整が先に定義した定常状態を達成（例：団子運転の解消）するように実施されている場合，その鉄道システムのダイナミクスの停留点は厳密に FD に

従う[18]．そのため，現実に近い非定常状態のもとでの鉄道運行を考えると，本 FD が運転間隔調整のある鉄道運行により良く合致する場合もあると考えられる（いわゆる回復運転についても同様）．

本モデルは，列車内の混雑の影響を考慮していない．そのため，q_p が大きく q が小さい場合などに非現実な列車内混雑が生じるおそれがある．つまり，FD のその部分は実態を反映しているとはいえない．式 (1) が単純な一次式である点も実態と十分一致するとは限らない．なお，列車内混雑（混雑率）に対応する状態量は q_p/q (pax/train) であり，明示的に求められる．

本モデルは確定的であり，確率変動を考慮しない平均的な状態の性質を表していると解釈できる．ただし，提案した定常状態は一般に不安定である[18]．特に，臨界状態は僅かな攪乱により容易に渋滞状態へ遷移するため，攪乱のある場合には最も効率的とは限らない．

3. 需給が時間変動する動的モデルへの拡張

本章では，提案した FD に基づき，需要（乗客流率）と供給（列車流率）が動的に変化する場合の鉄道運行モデルを構築する．本モデルは，個々の列車の軌跡を第 2 章の単純モデルのようには考慮しないという意味でマクロなモデルといえる．

(1) 定式化

鉄道システムを input-output システムとしてとらえる．すなわち，時刻 t（初期時刻を $t=0$ とする）における鉄道システムに対する列車の流入流率を $a(t)$，乗客の流入流率を $a_p(t)$，列車の流出流率を $d(t)$，乗客の流出流率を $d_p(t)$ とし，それぞれの累積数を $A(t), A_p(t), D(t), D_p(t)$ とする（例：$A(t)=\int_0^t a(t)\mathrm{d}t$）．ここで，$a(t)$ は列車の始発・投入流率，$a_p(t)$ は乗客の駅への到着流率，$d(t)$ は列車の終点への到着流率，$d_p(t)$ は乗客の目的地駅への到着流率と解釈できる．そのため，$a(t)$ と $a_p(t)$ はそれぞれ列車運行計画および乗客の出発時刻選択により外生的に決定され，$d(t)$ と $d_p(t)$ がモデルによって内生的に決まる変数と見なされる．また，時刻 t に流入した列車が流出するまでの時間，すなわち旅行時間を $TT(t)$ とし，$TT(0)$ の値を所与（例：$q=a(0), q_p=a_p(0)$ のもとでの自由旅行時間）とする．

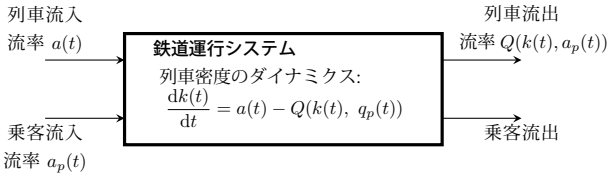
$d(t)$ は FD に基づき

$$d(t)=Q(k(t),a_p(t)) \tag{12}$$

と決まると仮定する．これは，保存則と合わせると，鉄道システムのダイナミクスを

$$\frac{\mathrm{d}k(t)}{\mathrm{d}t}=a(t)-Q(k(t),a_p(t)) \tag{13}$$

とモデル化したことを意味し，FD を exit-flow function



図–4: 鉄道運行モデルのマクロ近似

とした exit-flow model[23] である[2]．以上を図示すると**図–4** となる．$k(t)$ は鉄道システム内の平均列車密度であり，

$$k(t)=\frac{A(t)-D(t)}{L} \tag{14}$$

で与えられる．ここで，L は路線長に相当する．よって，式 (12)，(14) を用いると，$TT(0), a(t), a_p(t)$ から $d(t), D(t)$ を逐次的に決定できる．

定義より，

$$A(t)=D(t+TT(t)) \tag{15}$$

が成り立つ．A, D は既知であるため，式 (15) を満たすような $TT(t)$ を求められる．時刻 t に流入した列車の旅行時間と同乗客の旅行時間は互いに等しく

$$A_p(t)=D_p(t+TT(t)) \tag{16}$$

が成り立つ．よって，$d_p(t), D_p(t)$ が求められる．

(2) 議論

本モデルは，第 2 章にて導出した FD に基づくマクロな鉄道運行モデルと位置付けられる．実際の鉄道に例えると，環状線（あるいは迅速に折り返し運転されている上下線）において，列車が任意の位置から均等に流出入し，乗客が均等に乗車する状態に相当する．また，同様の手法は都市規模の交通流のマクロ近似[24] に用いられているため，都市圏の高密な鉄道ネットワークの性能をうまく表現できる可能性がある．

$A_p(t), D_p(t)$ を用いると，乗客の一般化旅行コスト（例：旅行時間コスト，スケジュールコスト）を容易に算出できる．また，$A(t)$ と FD 変数により，鉄道会社の運行コスト（例：運行本数，技術的難易度）をある程度表現できる．よって，本モデルに基づき鉄道システムの社会的コストを解析可能となると期待される．

[2] exit-flow model は動的交通配分の分野で用いられる手法である．大規模問題を解く際の計算コストの低減などに用いられたほか，近年では，詳細なメカニズムの考慮が難しい都市交通の巨視的な近似表現[24] に用いられる．システムへの流入の変化が動的システムの緩和時間（均衡・定常状態間を遷移する時間）に比べて緩やかな場合に，近似的に成立するモデルである．そのため，需要の変化が急激な場合には誤差が生じる．なお，離散化幅などに関する適切な条件のもとでは，本モデルの解は対応する単路での LWR モデルの解に収束する[25]．ただし，本論文のモデル構築では計算手続きの単純化のため上記とは異なる離散化幅を選択しており，誤差が生じると予想される．

4. マクロモデルの数値実験による検証

第 3 章で述べたマクロモデルは，第 2.(1) 節の仮定に基づくミクロモデルを近似したものと位置付けられる．本章では，マクロモデルがミクロモデルをどの程度再現できているかを数値実験により検証する．

ただし，和田ら[18] で証明されているとおり，ミクロモデルは攪乱（例：需給の時間変動）に対し常に不安定であり，団子運転状態になりやすい．これはミクロモデルはマクロモデルが仮定している定常状態から乖離する傾向にあることを意味し，したがって両者の計算結果に違いが生じることはある程度自明である．そのため，本章では第 4.(1) 節にてマクロモデルをミクロモデルと比較したのち，第 4.(2) 節にてマクロモデルを和田ら[18] が提案する制御下でのミクロモデルと比較する．

(1) 制御のないミクロモデルとの比較

a) シミュレーション設定

ミクロモデルの設定は以下の通りである．モデルは第 2.(1) 節の仮定に基づき，その変数値は**表–1** とする．路線は単路部とする．駅は等間隔 l で配置され，総数を $S = 10$ とする（内 1 つは上流端に位置する）．列車は路線の上流端から流率 $a(t)$ で流入する（$A(t)$ が整数値を取った時に列車 1 編成が流入[3]）とし，それ以外の流入はないとする．下流端からの列車の流出は自由とする．最初の 1 台目の列車の軌跡は，時刻 t に駅に到着した際の待ち乗客数が $a_p(t)/a(t)$ であるとした自由走行時のもの（定常状態に相当）とする．乗客はそれぞれの駅にて流率 $a_p(t)$ で流入する．最終時刻を $t = 4$ (h) とする．以上の設定は実際の鉄道運行に比較的近いと思われる一方，マクロモデルの前提とは異なる．そのため，この設定のもとでマクロモデルをミクロモデルと比較することで，マクロモデルの実際の鉄道運行の再現性を検証できると思われる．

マクロモデルの変数値は**表–1** とし，ミクロモデルと同一とする．$TT(0)$ の値は，ミクロモデルの初期条件と対応させるため，$q = a(0), q_p = a_p(0)$ のもとでの自由旅行時間とする．

与える $a(t)$ と $a_p(t)$ について述べる．実際の通勤時間帯（需要のピーク時間帯が存在し，それ以前の需要は単調増加，それ以後の需要は単調減少）に類似させるため，$A(t)$ と $A_p(t)$ がいわゆる S 字型となるよう設定する．すなわち，$a(t)$ と $a_p(t)$ は $t = 0, 4$ のとき最小，$t = 2$ のとき最大となり，

$$a(t) = \begin{cases} a(0) + (a(2) - a(0))\frac{t}{2}, & \text{if } t < 2 \\ a(0) + (a(2) - a(0))\frac{4-t}{2}, & \text{if } t \geq 2 \end{cases} \tag{17}$$

[3] 技術的な詳細を述べると，時空間の離散化幅を細かくして乗客乗車モデルの数値誤差を小さくするため，乗客には影響しないダミー列車を 1/20 台毎に発生させている．

表–2: シナリオ変数値

変数	初期・最終時 $t = 0, 4$ の値	ピーク時 $t = 2$ の値
$a(t)$	10 veh/h	15 veh/h
$a_p(t)$	$0.1\mu_p$ pax/h	$0.5\mu_p$ pax/h

$$a_p(t) = \begin{cases} a_p(0) + (a_p(2) - a_p(0))\frac{t}{2}, & \text{if } t < 2 \\ a_p(0) + (a_p(2) - a_p(0))\frac{4-t}{2}, & \text{if } t \geq 2 \end{cases} \tag{18}$$

で表される．

以上の設定のもと，ミクロモデルとマクロモデルに同一の $a(t)$ と $a_p(t)$ を与える．与える変数値を**表–2** に示す．そして，それぞれのモデルの数値計算により得られた $D(t)$ を比較し，マクロモデルの再現性を検証する．

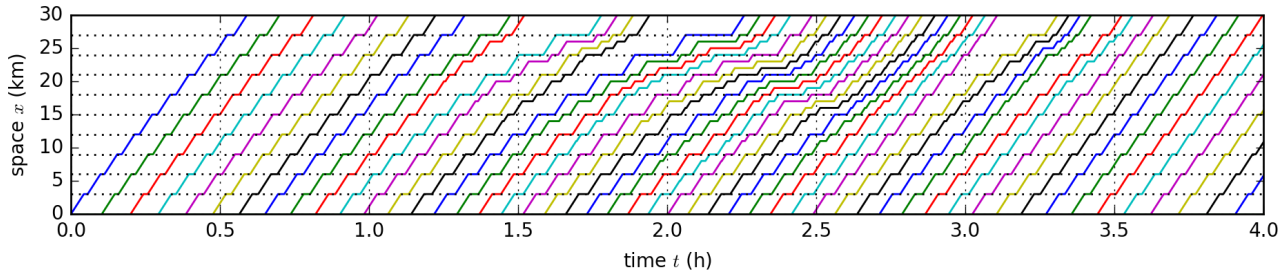
b) 結果

図–5 にミクロモデルの結果である車両軌跡図を示す．色付き実線が各列車を意味し，横点線で示す 3km 毎の駅で停車している．ピーク時周辺では一部列車は駅間にて停車しているが，これは先行列車に近づきすぎたための減速を意味する．つまり，需要の増加に伴う列車渋滞が生じている．また，団子運転もみられる．

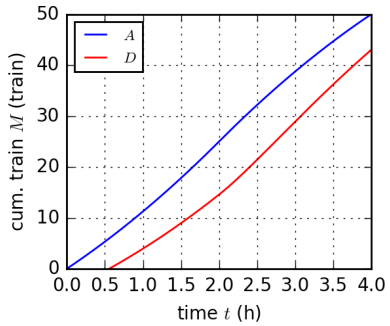
図–6 にマクロモデルの結果である累積図を示す．**図–6a** は列車の累積図であり，青線が流入曲線 A，赤線が流出曲線 D を意味する．ピーク時周辺（例：$t = 2.0$）では青線と比較し赤線の傾きが小さくなっている．これは，混雑により $d(t)$ が減少していることを意味する．同時に，ピーク時周辺では赤線と青線の距離が開いており，混雑により旅行時間が増大していることがわかる．**図–6a** は乗客の累積図であり，青点線が流入曲線 A_p，赤点線が流出曲線 D_p を意味する．ピーク時周辺の混雑の影響がより顕著にわかる．

図–7 にマクロモデルとミクロモデルの列車累積図を比較した結果を示す．実線はマクロモデルの，点はミクロモデルの累積曲線を意味する．流入は同一のものを与えたため累積曲線は一致する．一方，流出は若干異なった結果となっている．例えば，ミクロモデルの結果には不連続点がみられる（例：$t = 2.0$）．これはその時刻に流出した列車の先行列車との時間間隔が大きく開いていることを意味し，団子運転の影響であるといえる．しかし，マクロモデルの全体的な傾向（例：ピーク時周辺の平均流出流率減少と旅行時間増大）はミクロモデルとある程度一致している．

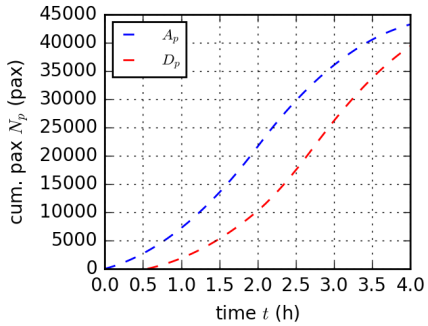
以上より，マクロモデルはミクロモデルの全体的な傾向をある程度再現できた一方，無視できない誤差が生じたといえる．この理由は，ミクロモデルは本質的に不安定であり，非定常状態を生じやすいためであると考えられる．



図–5: ミクロモデルの結果：制御なしミクロモデル



(a) 列車累積図



(b) 乗客累積図

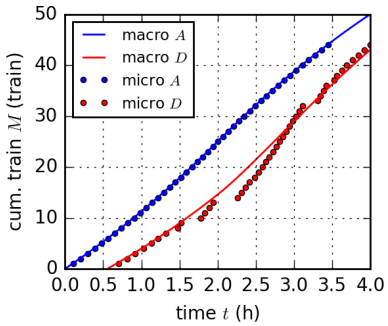
図–6: マクロモデルの結果

(2) 制御のあるミクロモデルとの比較

a) シミュレーション設定

和田ら[18]は，第 2.(1) 節の仮定の緩和によりミクロモデルの運行を攪乱に対して安定化させる自律分散型制御を提案している．その制御方策は駅での運転間隔調整と駅間での回復運転であり，鉄道運行ダイナミクスの停留点は第 2.(2) 節で定義した定常状態である．そのため，本制御下の交通状態は FD により一致する傾向にあると予想される．以下ではその概略について述べる．詳細は付録 A および和田ら[18]を参照されたい．

運転間隔調整について述べる．当制御手法では，式 (1) の余裕停車時間 g_b が 0 以上の任意の値をとれるとし，先行列車との時間間隔が与えられたスケジュールのものに近づくような値に設定する．実際にもよく実施される制御であるといえる．



図–7: モデル間の比較：制御なしミクロモデル

回復運転について述べる．これは先行列車との時間間隔が運転間隔調整では回復しきれなかった場合に実行される．当制御手法では，式 (3) の自由流速度 v_f が $[v_{\min}, v_{\max}]$ の任意の値をとれるとし，先行列車との時間間隔を回復するような値に設定する．実際にもよく実施される制御であるといえる．今回のシミュレーションでは $v_{\min} = 70$ (km/h)，$v_{\max} = 80$ (km/h) とする．

b) 結果

図–8 にミクロモデルの結果である車両軌跡図を示す．制御なしの場合と比較し，列車の運行間隔が等間隔に近い，すなわち非定常度が小さいことがわかる．

図–7 にマクロモデルとミクロモデルの列車累積図を比較した結果を示す．ミクロモデルとマクロモデルの結果がよく一致することがわかる．

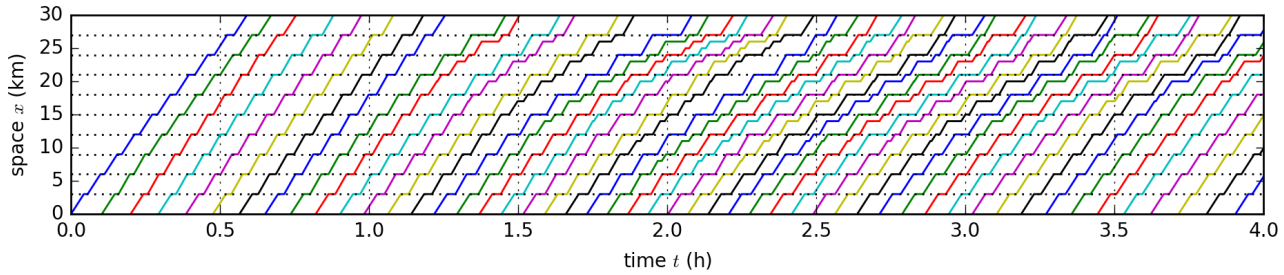
以上より，マクロモデルは制御ありミクロモデルの結果をよく再現できたといえる．この理由は，制御有りミクロモデルは非定常度が小さくなり交通状態が FD に一致する傾向にあるためと考えられる．

5. おわりに

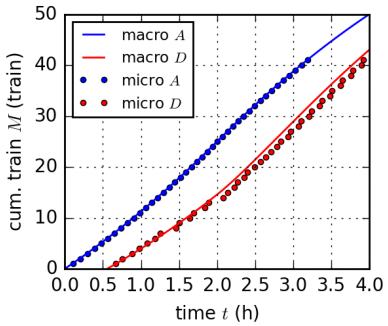
本論文は以下の 3 つの概念について述べた．

ミクロモデル ミクロな（個別の列車の挙動を考慮した）単純鉄道運行モデル

FD 定常状態のもとでミクロモデルが従う関係である Fundamental Diagram



図–8: ミクロモデルの結果：制御ありミクロモデル



図–9: モデル間の比較：制御ありミクロモデル

マクロモデル FD に基づくマクロな鉄道運行モデル

現実の鉄道システムを低次近似したものがミクロモデルであり，ミクロモデルの広域的な挙動を FD を用いて近似したものがマクロモデルであると位置づけられる．本論文で新たに提案した概念は FD とマクロモデルであり，これらが「高頻度運行鉄道システムの効率性に関する一般的な知見の導出」に資すると考えられる．

FD の性質より，理想的な環境のもとでの鉄道システムの定性的性質が示唆された．また，実際のように需給が時間変動する場合でも，マクロモデルがミクロモデルの傾向をある程度再現できる場合があることを確認した．特に，ミクロモデルの鉄道運行が安定化制御されている場合，マクロモデルはミクロモデルとよく一致する場合があった．

マクロモデルは数学的に扱い易いため，様々な応用が可能と期待される．例えば，$A(t)$ が所与のときに乗客に関し利用者均衡となる $A_p(t)$ を求める問題（出発時刻選択均衡問題），$A(t)$ が所与のときに社会コストを最小にする $A_p(t)$ を求める問題（需要の最適制御問題），社会コストを最小にする $A(t), A_p(t)$ を求める問題（需要・供給の最適制御問題），これらの解を比較しての課金や運行形態に関する議論などが考えられる．

提案モデルには第 2.(4)c) 節で示した限界があり，改善が必要である．列車内の混雑に関しては，上述した出発時刻選択均衡問題や最適制御問題の際に混雑に対する不効用を考慮すれば間接的に表現できると考えられる．鉄道システムの安定性や信頼性については，現在のモデルでは考慮できない．モデルの確率的拡張などが有効と考えられる．

付録 A　第 4.(2) 節でのミクロモデルの制御

和田ら[18] の制御では，まず以下の基準値を定義する：

$$E_n(i) = (1-\alpha)\varepsilon_n(i) + \alpha\mu_p\left(\varepsilon_n(i) - \varepsilon_{n-1}(i)\right) \quad \text{(A.1)}$$

ここで，$\varepsilon_n(i) = t_n(i) - T_{n,i}$，$t_n(i)$ は列車 n が駅 i に到着した時刻，$T_{n,i}$ は列車 n が駅 i に到着するスケジュール上の時刻，α は $[0,1]$ の重み付けパラメータである．そして，実際の余裕停車時間（g_b に相当）を

$$\max\{0,\ g_b - E_n(i)\} \quad \text{(A.2)}$$

とする．さらに，駅間旅行時間を

$$\min\left\{l/v_{\min} - l/v_{\max},\ \max\{0,\ E_n(i) - g_b\}\right\} \quad \text{(A.3)}$$

だけ短縮するように実際の駅間走行速度（v_f に相当）を設定する．$\alpha < 1$ のとき，本制御下の列車運行システムは漸近安定となり，比較的小さな攪乱に対してはスケジュールが維持される．$\alpha = 1$ のときには遅延の拡大は抑制できるが，遅延の解消はできない．

ところで，本論文の数値実験ではスケジュールの概念がない．そのため当制御はそのままでは使えないので，スケジュール上の運転間隔 $T_{n,i} - T_{n-1,i}$ を $1/a(t_n(i))$ で代用する．$\alpha = 1$ とすると，式 (A.1) は

$$E_n(i) \simeq \mu_p\left(t_n(i) - t_{n-1}(i) - 1/a(t_n(i))\right) \quad \text{(A.4)}$$

と近似できる．

参考文献

1) 日比野直彦, 山下良久, 森田泰智, 仮屋崎圭司: 都市鉄道における政策・研究課題, 土木計画学研究・講演集, Vol. 43, 2011.
2) 岩倉成志, 日比野直彦, 仮屋崎圭司, 福田大輔, 森地茂, 川村孝太朗, 角田隆太, 冨田拓未: 都市鉄道の列車遅延対策の定量的評価, 土木計画学研究・講演集, Vol. 50, 2014.
3) 中村泰広, 日比野直彦, 森地茂: 鉄道駅構内における混雑状況と旅客流動に関する研究, 土木学会論文集 D3（土木計画学）, Vol. 67, No. 5, pp. I_705–I_713, 2011.
4) Carey, M. and Kwieciński, A.: Stochastic approximation to the effects of headways on knock-on delays of trains,

Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 28, No. 4, pp. 251–267, 1994.
5) 小林潔司, 奥村誠, 永野光三: 鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No. 14, pp. 895–906, 1997.
6) Kraus, M. and Yoshida, Y.: The commuter's time-of-use decision and optimal pricing and service in urban mass transit, *Journal of Urban Economics*, Vol. 51, No. 1, pp. 170–195, 2002.
7) Xie, C. and Fukuda, D.: Scheduling preference modeling of rail passengers in the Tokyo metropolitan area and evaluation of time-varying fare policy for a congested urban railway line, *Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. D3 (Infrastructure Planning and Management)*, Vol. 70, No. 5, pp. I_535–I_548, 2014.
8) Tabuchi, T.: Bottleneck congestion and modal split, *Journal of Urban Economics*, Vol. 34, No. 3, pp. 414–431, 1993.
9) 円山琢也, 原田昇: 鉄道通勤利用者の最適居住地分布とその実証研究, 土木計画学研究・講演集, Vol. 27, 2003.
10) 柳沼秀樹, 島野和樹, 福田大輔, Schmoecker, Jan-Dirk: 頻度ベース公共交通配分手法の首都圏鉄道ネットワークへの適用, 土木計画学研究・講演集, Vol. 41, 2010.
11) 富井規雄: 鉄道のスケジューリング問題: 難しさと面白さ, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 53, No. 8, pp. 427–432, 2008.
12) 仮屋崎圭司, 日比野直彦, 森地茂: 列車間隔に着目した運行遅延に関するシミュレーション分析, 土木学会論文集 D3（土木計画学）, Vol. 67, No. 5, pp. I_1001–I_1010, 2011.
13) Cats, O., West, J., and Eliasson, J.: A dynamic stochastic model for evaluating congestion and crowding effects in transit systems, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 89, pp. 43–57, 2016.
14) Daganzo, C. F.: *Fundamentals of Transportation and Traffic Operations*, Pergamon Oxford, 1997.
15) 桑原雅夫: 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No. 604/IV-41, pp. 73–84, 1998.
16) Greenshields, B. D.: A study of traffic capacity, in *Highway Research Board Proceedings*, Vol. 14, pp. 448–477, 1935.
17) 桑原雅夫, 赤松隆: 動的ネットワーク解析—これまでの知見とこれからの展望, 土木学会論文集, No. 653/IV-48, pp. 3–16, 2000.
18) 和田健太郎, 吉相俊, 赤松隆, 大澤実: 高密度鉄道ダイヤにおける列車集群化を抑制する運行制御方策, 土木学会論文集 D3（土木計画学）, Vol. 68, No. 5, pp. I_1025–I_1034, 2012.
19) Newell, G. F.: A simplified car-following theory: a lower order model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 36, No. 3, pp. 195–205, 2002.
20) Lighthill, M. J. and Whitham, G. B.: On kinematic waves. II. a theory of traffic flow on long crowded roads, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 229, No. 1178, pp. 317–345, 1955.
21) Richards, P. I.: Shock waves on the highway, *Operations Research*, Vol. 4, No. 1, pp. 42–51, 1956.
22) Edie, L. C.: Discussion of traffic stream measurements and definitions, in Almond, J. ed. *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow*, pp. 139–154, 1963.
23) Merchant, D. K. and Nemhauser, G. L.: A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems, *Transportation Science*, Vol. 12, No. 3, pp. 183–199, 1978.
24) Daganzo, C. F.: Urban gridlock: Macroscopic modeling and mitigation approaches, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 41, No. 1, pp. 49–62, 2007.
25) Carey, M. and McCartney, M.: An exit-flow model used in dynamic traffic assignment, *Computers & Operations Research*, Vol. 31, No. 10, pp. 1583–1602, 2004.

(2016. 4. 22 受付)

Fundamental Diagram for Analyzing Efficiency of High-Frequency Railway Systems

Toru SEO, Kentaro WADA, and Daisuke FUKUDA

High-frequency railway systems, which transport massive number of passengers with a few minutes headway, are important for urban transportation in many cities. However, such systems can be disturbed by two types of congestion: train congestion on tracks and passenger boarding congestion at stations, which are interacting with each other. This paper proposes a simplified model for idealized high-frequency railway systems in order to obtain policy implications on demand and supply management of them. It describes passenger transport efficiency of given railway facilities regarding to passenger demand by considering congestion, while keeping its tractability high. It can be considered as fundamental diagram (FD) of railway systems (i.e., relation among train-flow, train-density, and passenger-flow) with theoretical basis. In addition, a macroscopic model of dynamic representation of the system is developed based on the FD. The proposed model could be useful to obtain insights on demand management strategies (i.e., an optimal congestion toll and a gate control of arrival passenger-flow) for high-frequency railway systems. The macroscopic model is validated by comparing to a microscopic model.