

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	悪条件錐線形計画問題と非線形半正定値計画に対するスラック変数法の解析
Title(English)	Analysis of ill-posed conic linear programs and slack variables approach for nonlinear SDP
著者(和文)	LOURENCO Bruno F.
Author(English)	Bruno F. Lourenco
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10106号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:福田 光浩,水野 眞治,三好 直人,中田 和秀,山下 真,土谷 隆
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10106号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第 号			学位申請者氏名		Lourenco, Bruno Figueira	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名	
	主査	福田 光浩	准教授	審査員	山下 真	准教授	
	審査員	水野 眞治	教授		土谷 隆	政策研究大学	
		三好 直人	教授			院大学 教授	
			中田 和秀		准教授		

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は、Analysis of ill-posed conic linear programs and slack variables approach for nonlinear SDP（悪条件錐線形計画問題と非線形半正定値計画問題に対するスラック変数法の解析）と題し、全3部7章からなる。第1部では錐線形計画問題に対する悪条件性の解析とその解消のための手法、そして第2部では非線形半正定値計画問題に対するスラック変数法が扱われている。第3部は結論と今後の展望である。

錐線形計画問題はアフィン空間と閉凸錐の交わり上で線形関数を最小化する最適化問題である。近年盛んに研究されている半正定値計画問題や2次錐計画問題は、閉凸錐としてそれぞれ半正定値対称行列錐や2次錐の直積にとった特別な場合であり、多くの応用を持つ。悪条件錐線形計画問題や非線形半正定値計画問題を解く技術を確立することは最適化モデリングの深化にとって重要な研究課題であり、本論文の貢献は、その解決に向けていくつかの興味深い理論的結果を得た点にある。以下順を追って内容を説明する。

第1章は導入部である。簡単に数理最適化の歴史が述べられ、本論文の研究の動機と成果が紹介されている。

第2章から第5章までが第1部である。ここでは悪条件錐線形計画問題の解析と悪条件問題の求解について解析が行われている。主問題と双対問題が両方とも内点実行可能解を有する問題は内点法によって困難なく最適解が求められる問題なので、これを正則錐線形計画問題と呼ぶことにする。解くことが困難な悪条件問題は非正則問題である。任意の錐線形計画問題の求解を正則錐線形計画問題の求解に帰着できるか否かを明らかにする、ということが、第1部を貫く問題意識である。

第2章では、凸解析等第3章以降のための数学的準備を行い、さらに、既存の内点法ソフトウェアでは適切に解くことができない非正則半正定値計画問題が存在することを例題と数値例により示している。

第3章では面縮小法の新しい解析を行っている。面縮小法は、実行可能解が存在するが内点実行可能解は存在しないような非正則問題に対し、実行可能領域のアフィン包を求め、内点実行可能解が存在する問題に変換するための標準的手法である。本論文では面縮小法が、正則錐線形計画問題の求解、そして線形代数的演算のみで実行することができることが示されている。さらに錐が非多面体的錐と多面体的錐の直積の構造を有する時に、効率良く面縮小法を行う新しい手法

FRA-poly を提案し、錐が実用上重要な二重非負行列錐の場合に効率を劇的に向上できることを示している。

第4章では、面縮小法の新しい応用として、弱実行不能問題の解析を行っている。双対問題に対し面縮小法を適用することにより、主問題に対する弱実行不能問題の解析が可能になることを示している。

第5章では、第3章、第4章の結果に基づいて、任意の錐線形計画問題が、正則な錐線形計画問題の求解、そして錐に関する基本的演算と線形代数的演算のみによって完全に解けることを示している。ここで錐線形計画問題を完全に解くとは、問題が強実行可能であるか、弱実行可能であるか、弱実行不能であるか、強実行不能であるかを判定し、もし、実行可能な場合には、最適値が有限値か否かを判定し、有限値の場合、最適解が存在するならばそれを求め、存在しない場合には、与えられた任意の精度の近似最適解を求める；最後に、弱実行不能な場合には、与えられた任意の精度で実行可能解に近い実行不能解を求める；という意味である。この解析により、任意の半正定値計画問題や2次錐計画問題は、正則な錐線形計画問題の求解と線形代数的演算のみによって完全に解けることが初めて明らかとなった。

第2部は非線形半正定値計画問題について論じており第6章のみからなる。ここでは、非線形半正定値計画問題を、ジョルダン積を用いて等式制約のみの通常の非線形計画問題に再定式化した場合の2次の最適性条件について解析が行われている。この再定式化の利点は、通常の非線形計画法ソフトウェアを非線形半正定値計画問題の求解に利用できるということである。元の問題を錐制約を有する半正定値計画問題として直接扱った場合の2次の最適性条件と等式制約に直した場合の2次の最適性条件がほぼ等価であることが示され、両方のアプローチで問題を解いて比較する数値実験が行われている。

第3部である第7章は全体を通じての結論と今後の展望である。

悪条件錐線形計画問題や非線形半正定値計画問題を解く技術確立することは最適化モデリングを方法論として深化させる上で重要である。未だに困難で挑戦的な分野であるが、本論文は理論的解析を中心に興味深い結果を導き出しており、今後の分野の展開に大いに貢献するものと期待できる。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分な価値があるものと認める。