

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	分数量子 Hall 状態の 1 次元描像と関連するスピン鎖
Title(English)	One-dimensional description of fractional quantum Hall states and related spin chains
著者(和文)	汪正元
Author(English)	Zhengyuan Wang
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10057号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:村上 修一,斎藤 晋,藤澤 利正,西田 祐介,笹本 智弘
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10057号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	汪 正元		
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名
	主査	村上 修一	教授	審査員	笹本 智弘	准教授
	審査員	斎藤 晋	教授			
		藤澤 利正	教授			
		西田 祐介	准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「One-dimensional description of fractional quantum Hall states and related spin chains」と題し、8 章と付録よりなる。

第 1 章「Introduction」では量子ホール系、特に分数量子ホール系に関する研究背景を解説している。分数量子ホール系には電子相関が本質的であることを説明した後、電子相関を扱う多様な手法を解説している。次にその手法の一つとして、本論文の主題である、thin-torus 極限によって分数量子ホール系を 1 次元系に還元する方法について述べている。最後に本論文の全体を概観している。

第 2 章「Review of the fractional quantum Hall effect」では、量子ホール系に関する先行研究のうち本博士論文に関係の深いものについて解説を行っている。量子ホール効果の実験および基本的な性質について説明した後、分数量子ホール系を記述するラフリン波動関数を導入し、その状態からの励起や球面上の分数量子ホール系での状態の記述について詳しく述べている。

第 3 章「FQH states on torus geometries」では、分数量子ホール系をトーラス上で扱って 1 次元系と考える方法について詳述している。さらにトーラスの片方の円の半径を小さくする thin-torus 極限 (Tao-Thouless 極限) を導入して、半径がゼロの極限では厳密な基底状態や励起状態が構成できることを述べている。さらにその半径を次第に変化させたときの、エネルギー固有値の変化を数値的に解いた結果を示し、奇数分母の充填率のときには、半径ゼロの極限から、2 つのトーラスの半径が等しいような等方的な場合に至るまで、基底状態が連続的につながることを示している。

第 4 章「Exactly solvable 1D lattice models describing FQH states」では、前章の手法を、トーラスの片方の円の半径が小さい非ゼロの値である場合に適用した結果について述べている。奇数分母の充填率についてハミルトニアンを構成した後、それが射影演算子を用いて書けることを示し、それを用いて基底状態を厳密に構成できることを示している。さらにその厳密な基底状態とラフリン波動関数の重なりが数値的に大きいことを示し、等方的な分数量子ホール系の記述とも整合することを述べている。さらに偶数分母の場合に同様な定式化を適用しようとしても波動関数の構成がうまくいかないことを述べ、それが、等方的な分数量子ホール系で奇数分母のみが非圧縮性液体である事実と対応することを述べている。

第 5 章「Matrix product representations」では、行列積表示を導入し、それを、充填率 $1/3$ の分数量子ホール系の基底状態、およびダイマー化したスピン鎖に適用した例を述べている。さらに充填率 $1/3$ の量子ホール系の基底状態の行列積表示を用いた物理量の計算、特に粒子密度の期待値や粒子密度相関、ストリング秩序変数、エンタングルメントスペクトルおよびエンタングルメントエントロピー、圧縮率や励起ギャップの計算を述べている。さらに同じ手法を $1/q$ (q : 奇数) の充填率の分数量子ホール系について適用し、種々の物理量を計算している。

第 6 章「Spin-chain description of fractional quantum Hall states」では、最初に、分数量子ホール系の充填率が奇数分母と偶数分母の場合でギャップの有無が異なる点が、1 次元量子スピン系でのハルデイン予想、すなわちスピンの半奇数と整数の場合とでギャップの有無が異なる点と類似することを指摘している。その類似性から、分数量子ホール系の thin-torus 極限近傍での 1 次元フェルミ粒子系ハミルトニアンを、1 次元量子スピン系へと変換して得られる知見を述べている。さらに充填率 $1/3$ の場合にそれを適用してスピン 1 のスピン系へと変換し、得られる模型が 1 次元スピン系で知られるハルデイン相および large-D 相へとギャップを閉じずに連続的につながることを述べている。さらに Jain 系列の分数量子ホール系にそれを適用してスピン 1 の量子スピン系を構成しエネルギーギャップや相関長を計算している。またボーズ粒子での分数量子ホール系についても、スピン系への変換について述べている。

第 7 章「Fractional Quantum Hall Effect with Landau level mixings」では、分数量子ホール系でのランダウ準位同士の混成を考えることにより、電子間の 2 体相互作用が thin-torus 極限近傍で 3 体相互作用の形で書かれることを述べており、それを用いることでハミルトニアンの固有状態を構成できることを示している。

第8章「Summary and outlook」では、論文の全体を概観し今後の展望について述べている。

付録「Appendix」では、論文中で使われる計算の詳細について丁寧に説明している。

以上をまとめると、本論文では、多体効果が本質的な役割を果たす分数量子ホール系に対して、thin-torus 極限近傍において波動関数や種々の物理量を厳密に計算する方法を確立するとともに、それと通常の等方的な分数量子ホール系が連続的につながることを数値的に示している。また分数量子ホール系と1次元量子スピン系という全く異なる分野同士の関係を見だし、その関係から両分野に新しい知見をもたらしている。このような点から本論文は、理学の発展に大いに資するものと判定され、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があると認められる。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。