

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	The defects of power series in the unit disk with Hadamard gaps
著者(和文)	坪井成文
Author(English)	Narufumi Tsuboi
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10050号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:川平 友規,志賀 啓成,利根川 吉廣,柳田 英二,磯部 健志
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10050号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

## 論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		坪井成文	
論文審査  審査員		氏 名		職 名			
	主査	川平友規		准教授		磯部健志	准教授
	審査員	志賀啓成		教授			
		利根川吉廣		教授			
		柳田英二		教授			

### 論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Hadamard 間隙級数」とよばれる特殊な無限べき級数が定義する単位円板上の正則関数について、その値分布論的性質を調べたものである。

複素平面上の有理型関数が特定の値をどのぐらい頻繁にとるか、その大域的な性質を調べるのが値分布論の趣意であり、20 世紀前半に Nevanlinna 理論というかたちで基本的な枠組みがまとめられている。

とくに関数が無限べき級数で表現される整関数であるとき、0 でない係数を持つ項の指数が一定以上の増加度をもち、「すき間の多い」べき級数になる場合を「間隙級数」とよぶ。間隙級数の歴史は古く、Fourier 解析と関連して Riemann の研究にも発端が見られる。たとえば 0 でない係数を持つ項の指数の逆数和が有限であるような間隙級数は「Fejér 間隙級数」とよばれ、その値分布論的性質については前世紀中に一定の知見が得られている。とくに、1980 年の Murai の仕事により、Fejér 間隙級数が定める整関数はすべての複素数値を無限回とることが知られている。これは古典的な Nevanlinna 理論の枠組みで、「Nevanlinna 除外指数」よばれる量がすべての複素数について 0 になることを用いて、その系として得られるものである。

さて坪井氏は本論文において、類似の結果を「複素平面」上ではなく、「単位円板」上の間隙級数について与えた。ただし、単位円板上の Fejér 間隙級数の値分布については特に足がかりになるような結果が知られていないため、その中でも、隣接する項の次数が少なくとも指数関数的に増加するような「Hadamard 間隙級数」とよばれるクラスに関して研究を行った。先行する結果としては、1960 年代に Fuchs が、Hadamard 間隙級数の係数について、その絶対値の上極限が正であれば、この級数が定める関数はすべての複素数値を無限回とることを示している。さらに 80 年代、Murai はこれを拡張し、Hadamard 間隙級数の係数について、その絶対値の 2 乗和が発散すれば Nevanlinna の除外指数は任意の複素数に対して 0 となり、同じ結果が得られることを示した。

坪井氏が本論文で着目したのは、Murai の結果で仮定されている「係数の絶対値の 2 乗和が発散する」という条件下において、Fuchs が仮定した「係数の絶対値の上極限が正」でない場合があるか、という問題である。より正確には、「係数の絶対値の 2 乗和が発散し」、「係数が 0 に収束する」とき、Nevanlinna の除外指数は任意の複素数に対して 0 となるか、という問題を考察した。

坪井氏はこの問題に対し、上のような条件下であっても、「0 でない項の数が増える速さ」が「係数の 2 乗和の発散の速さ」である意味で押さえられていれば、Nevanlinna の除外指数は任意の複素数に対して 0 となり、Hadamard 間隙級数が定める関数はすべての複素数値を無限回とることを証明した。また、これらの条件を満たす具体例も与えている。

本論文で坪井氏がとった手法は、単位円板上の間隙級数の境界挙動に関する Salem-Zygmund の中心極限定理をよりどころとしつつ、扇形での Poisson-Jensen の公式にあたる Fuchs-Petrenko の公式、Hadamard 間隙級数の  $BM_0$  ノルム評価、Littlewood-Offord 作用素といった道具を駆使して、Nevanlinna の除外指数の評価を行うものである。これらの手法は既存の結果の単純な改良ではなく、坪井氏が独自に見出した道具立てである。

また、学位論文発表会においては、上記のような歴史的背景に加えて、自身の結果に至るまでの道筋をクリアに説明した。

以上の理由により、本論文は新規性・独創性ともに博士（理学）学位論文として十分価値があるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。