

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	平均場模型の量子アニーリングにおける量子相転移の制御
Title(English)	Control of quantum phase transitions in mean-field models for quantum annealing
著者(和文)	関優也
Author(English)	Yuya Seki
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10061号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:西森 秀稔,斎藤 晋,古賀 昌久,西田 祐介,竹内 一将
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10061号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	関 優也
		氏 名	職 名	
論文審査	主査	西森 秀稔	教授	竹内 一将
審査員	審査員	斎藤 晋	教授	
		古賀 昌久	准教授	
		西田 祐介	准教授	

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は「Control of quantum phase transitions in mean-field models for quantum annealing」と題し、6章および付録から構成されている。

第1章「Introduction」では、全般的な研究の背景や本論文の目的および要約を述べている。

第2章「Quantum annealing」では、量子アニーリング一般について概観している。イジング模型の基底状態を求めるために、通常のイジングハミルトニアンに横磁場のような非可換な演算子を付け加えてその係数を制御するのが量子アニーリングであることを述べている。別の視点として、各時刻における瞬間的な基底状態をたどる断熱量子計算も量子アニーリングと本質的に等価であることを述べるとともに、量子断熱計算の視点においては量子相転移点におけるエネルギーギャップのシステムサイズ依存性が、計算時間の多寡に直結していることを示している。すなわち、量子相転移が1次の場合、エネルギーギャップが転移点において系の大きさの指数関数として減衰し、そのために計算時間が指数関数的に長くなるのである。この場合、問題は困難な部類に属するとされている。このため、量子相転移の次数が1次かどうかが重要になることを指摘している。この章の最後では、量子計算の量子回路モデルを紹介し、量子アニーリング・量子断熱計算との等価性について簡単に触れている。

第3章から第5章までが本論文の中核をなす。第3章「Quantum annealing with antiferromagnetic transverse interactions for the ferromagnetic p-spin model」では、p体の相互作用を持つ全結合強磁性的イジング模型の基底状態の量子探索を議論している。強磁性相互作用なので基底状態自体は自明だが、パウリ行列のx成分の1次項だけで表現される通常の横磁場による量子揺らぎだけの場合、量子アニーリングの途中で1次相転移が生起して計算時間が系の大きさの関数として指数的に増大するという困難に陥る。これに対して、著者は、パウリ行列のx成分の2次項（横相互作用項）を反強磁性の符号で導入するとその困難が回避できるという処方箋を与えている。量子統計力学の標準的な手法をこのような系に拡張して適用し、自己無撞着方程式を導いてその解の性質を議論し、さらに、比較的小さな系を直接数値的に対角化することにより結論の信頼性を検証している。反強磁性的な横相互作用項は、古典的なモンテカルロ法でシミュレートしようとしても負符号の困難を伴って実行できない。すなわち、このような項の導入は古典的な類似性を持たない本質的な量子性の導入を表している。

第4章「Quantum annealing with antiferromagnetic transverse interactions for the Hopfield model」では、第3章で導入した反強磁性的な横相互作用項が、単純な強磁性的イジング模型以外にも適用できるかどうかを検証している。解析が可能でかつ非自明な系の典型例としてホップフィールド模型を取り上げ、ランダムさのある系における相転移の次数の制御を議論している。まず、記憶させるパターン数が有限の場合について解析し、自己無撞着方程式が単純な多体強磁性的イジング模型の自己無撞着方程式と同一になることを示している。よって、この場合には反強磁性的な横相互作用項により1次転移が回避できる。次に、相互作用が2体だが記憶させるパターン数が系の大きさに比例している場合について調べ、スピングラス相と想起相の間の1次相転移は、2次の反強磁性的横相互作用項によっても解消できないことを示している。最後に、多体の相互作用を持ち、系の大きさに比例するパターンを記憶させる場合を議論している。興味深いことに、相互作用が多体になるとスピングラス相は安定解としては現れず、想起相と常磁性相のみが熱力学的極限で存在することが示されている。その帰結として、反強磁性的な2次の横相互作用の導入により1次転移が回避できることを示している。

第5章「Quantum annealing in the Wainflasz-Pick model」では、ミクロな自由度での状態の縮退が相転移の次数に与える影響を考察している。まず、従来より知られている古典的なワンフラッツ・ピック模型を紹介したあと、量子効果の導入の仕方を検討している。続いて、単純な横磁場項に加え

て反強磁性的な横相互作用を加えた模型の量子統計力学的解析を展開し、ミクロな自由度に縮退がある本模型では、横相互作用項は 1 次相転移をさらに強化する場合があることを見出している。これより、ほかの模型においても反強磁性的な横相互作用項の導入においては縮退の効果に十分注意する必要があることを指摘している。

第 6 章「Conclusion」では全体を概観したあと今後の展望を述べている。特に、相転移の次数を制御するためにどのような項を導入すべきかについての一般的な処方箋の開拓が必要であることや、1 次転移を回避できた場合においても、アンダーソン局在のような別の問題が生じて量子アニーリングの性能に大きな影響を与える場合があることを指摘し、様々な条件に十分な注意を払う必要性があることを述べている。

付録においては、本文で結果のみを紹介した計算の詳細を記述している。

以上を要するに、本論文は、量子アニーリングの効率化にかかわる量子相転移の次数の制御に関して、反強磁性的な横相互作用およびミクロな自由度の状態の縮退の影響を量子統計力学の方法により系統的に調べた最初の研究の成果であり、申請者の学識の深さと独創性を十分に表しており、博士（理学）の称号付与にふさわしいものと判断される。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。