T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

# 論文 / 著書情報
# Article / Book Information

| | |
|---|---|
| 題目(和文) | 正規言語の零壱則 |
| Title(English) | Zero-One Law for Regular Languages |
| 著者(和文) | 新屋良磨 |
| Author(English) | Ryoma Sin'ya |
| 出典(和文) | 学位:博士(理学),<br>学位授与機関:東京工業大学,<br>報告番号:甲第10103号,<br>授与年月日:2016年3月26日,<br>学位の種別:課程博士,<br>審査員:鹿島 亮,小島 定吉,南出 靖彦,渡辺 治,寺嶋 郁二,金沢 誠 |
| Citation(English) | Degree:Doctor (Science),<br>Conferring organization: Tokyo Institute of Technology,<br>Report number:甲第10103号,<br>Conferred date:2016/3/26,<br>Degree Type:Course doctor,<br>Examiner:,,,,, |
| 学位種別(和文) | 博士論文 |
| Category(English) | Doctoral Thesis |
| 種別(和文) | 審査の要旨 |
| Type(English) | Exam Summary |

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

（博士課程）

# 論文審査の要旨及び審査員

| 報告番号 | 甲第　　号 | | 学位申請者氏名 | | 新屋 良磨 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 論文審査<br>審 査 員 | | 氏　名 | 職　名 | | 氏　名 | 職　名 |
| | 主査 | 鹿島　亮 | 准教授 | 審査員 | 寺嶋 郁二 | 准教授 |
| | 審査員 | 小島 定吉 | 教授 | | 金沢 誠 | 国立情報学研究所　准教授 |
| | | 南出 靖彦 | 教授 | | | |
| | | 渡辺 治 | 教授 | | | |

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文は「Zero-One Law for Regular Languages （正規言語の零壱則)」と題し，本文 6 章および序文・結びその他からなる英語論文である．正規言語とは正規表現や有限オートマトンで特徴付けられる文字列集合であり，形式言語理論および計算機科学における最も基本的な研究対象のひとつである．零壱則とは有限モデル理論において研究されている重要な法則であって，たとえば有限グラフに関してならば，一階述語論理式で記述できるどんな性質 $A$ を固定しても，性質 $A$ を持つグラフが有限グラフ全体の中にどれだけ存在するかという比率は頂点数を増やしていけば必ず 0 か 1 のどちらかに収束する，というものである．本研究ではこれと同様な考察を文字列や正規言語に対して行う．つまり言語 $L$ に対する次の条件を考える．(☆)「$L$ に属する文字列がすべての文字列の中にどれだけ存在するかという比率は文字列を長くしていけば 0 または 1 に収束する.」もちろんこれを満たす $L$ と満たさない $L$ があるが，本論文の主成果は正規言語 $L$ に関して（☆）が成り立つための必要十分条件を複数明らかにしたことである．その中で最も簡潔なものは次である.「ある文字列 $w$ が存在して，$L \supseteq \Sigma^* w \Sigma^*$ または $\bar{L} \supseteq \Sigma^* w \Sigma^*$ （ただし $\Sigma^*$ は文字列全体，$\bar{L}$ は $L$ の補集合）が成り立つ.」その他の必要十分条件は，$L$ を受理するオートマトンの性質や $L$ から定義されるモノイドの代数的な性質に関するいずれも自然な条件である．

論文の構成は以下の通りである．

序文では本論文の背景および成果の概要が詳細に記述されている．

第 1 章「Preliminaries」では，本論文で必要となる正規言語の基礎知識として，文字列・言語に対する演算や有限オートマトン・有限半群と正規言語の対応が説明されている．

第 2 章「Zero-One Law for Regular Languages」ではまず言語 $L$ の測度を，すべての文字列中での $L$ に属する文字列の存在比率の文字長に関する極限，と定める．すると上述の条件（☆）は「$L$ の測度が 0 か 1 になる」と書ける．その上で本論文の主成果として，正規言語 $L$ に対する条件が五つ（☆を含む）提示され，それらがすべて等価であることが主張される（これを零壱定理と呼ぶ)．また正規言語の測度に関するいくつかの既存研究も紹介している．

第 3 章「Closure Properties of ZO and Eilenberg's Lemma」では零壱定理の証明に必要な道具の準備を行っている．具体的には零壱正規言語族（測度が 0 か 1 になる全ての正規言

語の集合）が言語のブール演算と商に対して閉じていることを示し，Eilenberg の補題をこれに適用する．

第 4 章「Equivalence of ZO^{Reg} and Z^{Reg}」では零壱定理の証明を与えている．まず零オートマトンと擬零オートマトンと呼ばれる特殊な形をしたオートマトンを定義する．任意の正規言語 $L$ について「$L$ の最小オートマトンが零オートマトンとなる」ことと「$L$ の測度が 0 か 1 になる」の二条件の等価性を示すことが零壱定理の証明の主な流れである．証明において最も技巧的な部分は測度が 0 か 1 になる正規言語の最小オートマトンが零オートマトンになることを示す部分であり，その証明の鍵となるのが第 3 章で用意した道具（零壱言語族の閉包性と Eilenberg の補題）である．

第 5 章「Algorithmic and Logical Aspects of ZO^{Reg}」では主成果から得られるアルゴリズムや系について考察を行っている．まず，第 4 章で与えたオートマトン的な特徴付けから，決定性オートマトンとして与えられた正規言語 $L$ について，$L$ の測度が 0 か 1 になることがオートマトンの状態数に対して線形時間で判定可能なアルゴリズムを与える．さらに正規言語と論理の関係について説明を行い，零壱定理の系として，存在量化のみを用いた一階述語論理式で定義可能な正規言語の測度が 0 か 1 になることを述べている．

第 6 章「Beyond Regular Languages」では言語の非正規性を示すための新しい証明技法を提案している．これは零壱定理の系として得られるものである．そして具体例として Dyck 言語（括弧の対応が取れた文字列の集合）と回文言語（回文の集合）という二つの文脈自由言語の非正規性を示している．この手法は既存の非正規性証明手法として有名なポンピング補題が適用困難な場合にも適用できることが期待される．

以上まとめると，本論文は従来ほとんど考察されていなかった正規言語の零壱則に対して自然な基本定理を与えその応用を示したものである．これは形式言語理論の新しい研究分野を開拓するものであり理学上貢献するところ大である．よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分な価値があるものと認める．

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ（T2R2）にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。