

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	An approximation of holomorphic 1-forms on Riemann surfaces by holomorphic 1-cochains
著者(和文)	山木大輔
Author(English)	Daisuke Yamaki
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10049号, 授与年月日:2016年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:志賀 啓成,柳田 英二,利根川 吉廣,磯部 健志,川平 友規
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10049号, Conferred date:2016/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名		山木 大輔	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名
	主査	志賀 啓成	教授	審査員	川平 友規	准教授
	審査員	柳田 英二	教授			
		利根川 吉廣	教授			
		磯部 健志	准教授			

論文審査の要旨（2000字程度）

本論文は「An approximation of holomorphic 1-forms on Riemann surfaces by holomorphic 1-cochains」と題し、5つの章からなり、リーマン面上で組み合わせ的に得られた離散量による近似に関する研究である。

第1章「Preface」では、まず本論文で取り扱う組み合わせ論的ホッジ理論の歴史的経緯を概説し、問題設定を明らかにしている。特にS. Wilsonが閉リーマン面において展開した組み合わせ論的ホッジ理論の研究について詳しく解説し、その成果を発展させた形として本論文の主要結果を最後にまとめている。

第2章「Riemann surfaces」及び第3章「Combinatorial Hodge theory」は準備にあたる章である。ホッジ分解など閉リーマン面の古典的な理論で本論文に必要な事項が第2章にまとめられており、本論文の理論的枠組みを明示するものになっている。第3章ではリーマン多様体上の三角形分割から構成される組み合わせ的ホッジ理論の一般論を準備したのち、これを閉リーマン面とその三角形分割に適用した理論を解説している。また、それによって定義された正則コチェインの空間の標準基底から定まる組み合わせ的周期行列が、三角形分割を細かくしたときに閉リーマン面の対応する周期行列に収束するというS. Wilsonの定理を紹介している。この結果は本論文の先行研究にあたる。

第4章「A matrix equation」では、第3章で紹介された周期行列に関するS. Wilsonの結果を精密化した定理を証明している。すなわち、種数 g の閉リーマン面 M の三角形分割と M の標準ホモロジー基底 $\{a_1, b_1, \dots, a_g, b_g\}$ に対して、 a -周期を正規化した正則1次微分と正則1コチェインの周期行列の比較が明示的に表示されている（定理4.1）。証明ではホイットニー写像による微分形式の周期計算が巧みに行われている。

第5章「The asymptotic behavior of holomorphic 1-cochains」では第4章で得られた周期行列等式を用いて、正則1コチェインが正則1次微分の近似を与えることを証明している（定理5.2）。任意の正則1微分 ω に対して、正則1コチェイン $\iota(\omega)$ を ω と同じ a -周期を持つように与える。リーマン面 M の種数が1ならば、 M の任意の三角形分割に対して $\iota(\omega)$ のホイットニー写像 $W \iota(\omega)$ は ω に等しく、種数が2以上であれば、三角形分割を細かくしたとき、 $W \iota(\omega)$ が ω に L^2 の意味で収束することを示している。この結果は第2章で述べられたS. Wilsonの結果を含むものである。実際の証明は幾つかの定理を示し、その議論を組み合わせることによって行われている。ここでは $W \iota(\omega) - \omega$ の L^2 ノルムを、組み合わせ的周期行列とホッジスター作用素から得られる量によって具体的に表示することで行われており、結果のみならず手法としても独創性が認められる。

本論文で取り扱っている離散的な方法による近似は数学の様々な分野で現れ、数値計算などにおいても重要である。本論文の結果はその近似を具体的に評価するもので、理論上・応用上ともに興味深く注目に値する。また、本論文で展開されている手法も独創的で理学上有益な示唆を与える。よって本論文は博士（理学）にふさわしいものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ（T2R2）にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。