

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	半線形熱方程式における動的特異点
Title(English)	Time-dependent singularities in semilinear heat equations
著者(和文)	高橋仁
Author(English)	Jin Takahashi
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10286号, 授与年月日:2016年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:柳田 英二,米田 剛,志賀 啓成,利根川 吉廣,磯部 健志,桑田 和正, 二宮 広和
Citation(English)	Degree; Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10286号, Conferred date:2016/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻	申請学位（専攻分野）：	博士	（理学）
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of	
学生氏名：	高橋 仁		指導教員（主）：	柳田 英二	
Student's Name			Academic Advisor(main)		
			指導教員（副）：	米田 剛	
			Academic Advisor(sub)		

要旨（和文 2000 字程度）

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

非線形項が優線形の増大度を持つような半線形熱方程式は、1960 年代から現在にいたるまで盛んに研究されており、先行研究が膨大に蓄積されている。その中で対象とされてきた問題は、大別すれば、ある有限の時刻における解の爆発現象と時間大域解の漸近挙動である。つまり、有限時刻で特異性が発現する場合と、そうでない場合という観点から研究がなされてきた。以上の背景を踏まえ、本博士論文では、非線形項がべき乗の増大度を持つような半線形熱方程式を主に扱い、特異性を保持する解の分類と構成を行う。特異性を保持する解としては、特に、動的特異点を持つような解を扱う。ここで、動的特異点を持つ解とは、時刻を固定したときには空間変数に関する特異点を持ち、その点の位置が時間依存するような解を指す。

本博士論文は全 5 章からなる。第 1 章で全体の要旨を述べ、第 2 章以降では以下のことを論じる。

第 2 章においては、熱方程式にべき乗の形の増大度を持つ反応項を付加した半線形熱方程式を中心として、動的特異点を持つ非負値解の分類を行う。すなわち、解の特異点近傍での挙動を特定する。これを行うために、まず、動的特異点のなす時空間内の曲線以外で半線形熱方程式を各点の意味で満たす非負値解に対して、超関数の意味での拡張可能性を示す。より詳しくは、反応項の増大度を表す指数がある臨界指数未満のときに限り、解から定まる時空間内の曲線上に台を持つ測度が存在し、解はその測度を外力項とする方程式を超関数の意味で満たすということを証明する。これを踏まえ、以降では反応項の増大度が臨界指数未満の場合を考察する。そして、その測度から定まる局所可積分関数があり、ほとんどいたるところの時刻に対し、解の動的特異点近傍での漸近形の主要項は、Laplace 方程式の基本解とその局所可積分関数との積になっていることを証明する。加えて、反応項の増大度と解から定まる測度の増大度との関係性を評価する。

第 3 章においては、第 2 章で対象とした半線形熱方程式について、反応項の増大度が臨界指数未満の場合を考え、動的特異点を持つ非負値解の構成を行う。第 2 章の主結果から、動的特異点を持つ解を構成するためには、適切な増大度を持つ測度を外力項として持つ方程式の可解性を議論すればよいということが分かる。そこで、本章では対応する積分方程式を考察することによってそのような可解性の議論を行い、外力項付き方程式に解が存在するための、測度の増大度に関する条件を与える。また、その条件が適切なものであることを証明するために、実解析的な手法を用いることで解の非存在に関する条件を与える。

第 4 章においては、熱方程式にべき乗の形の減少度を持つ吸収項を付加した半線形熱方程式を対象として、動的特異点を持つ非負値解の分類と構成を行う。まず、Liouville 型定理を基礎としたスケーリングの議論を行い、動的特異点を持つ解に対する普遍評価を与える。この評価を用いることで、吸収項の減少度がある臨界指数以上の場合には、特異点の位置が時刻に依存するかどうかに関わらず、特異解自体が存在しないということを証明する。次に、その臨界指数未満の場合を対象とし、2 組の比較関数を構成することで、動的特異点を持つ解を 2 種類構成する。さらに、ある仮定のもと、動的特異点を持つ解は 2 種類に限るということも示す。

第 5 章においては、熱方程式にべき乗の形の増大度を持つ反応項を付加したいわゆる藤田型方程式を対象とし、非負 Radon 測度を初期値とする Cauchy 問題の可解性を考察する。反応項の指数が藤田指数未満の場合には、可解性に関して最適な条件が知られており、藤田指数以上の場合には、解が存在するための必要条件が知られている。本章においては、反応項の指数が藤田指数以上のときについて、第 3 章で用いる実解析的な手法を一般化することで解の非存在に関する結果を導き、先行研究において知られていた必要条件が十分条件にはならないということを示す。加えて、解の存在に関しても、先行研究より精密な条件を与える。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻	申請学位（専攻分野）：	博士	（理学）
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of	
学生氏名：	高橋 仁		指導教員（主）：	柳田 英二	
Student's Name			Academic Advisor(main)		
			指導教員（副）：	米田 剛	
			Academic Advisor(sub)		

要旨（英文 300 語程度）

Thesis Summary (approx.300 English Words)

In this thesis, we study solutions with time-dependent singularities in heat equations with a superlinear term. Here, by time-dependent singularity, we mean a singularity with respect to the space variable whose position depends on time. The purpose of this thesis is to classify and to construct solutions with time-dependent singularities.

This thesis consists of five chapters.

In the first chapter, we give a summary of the subsequent chapters.

In the second chapter, we consider the linear heat equation with a power-type source term. The aim of this chapter is to classify solutions with time-dependent singularities. More precisely, we specify all possible behaviors of nonnegative singular solutions provided that the exponent of the nonlinear term is less than some critical value.

In the third chapter, we continue to study the same equation as in the last chapter. In the case where the exponent is less than the critical value, we construct solutions with time-dependent singularities by solving the corresponding integral equation.

In the fourth chapter, we consider the opposite-sign equation in the second and third chapters, that is, we consider the linear heat equation with a power-type absorption term. We show that there are no nonnegative singular solutions if the exponent is in some range. In other range, we prove that there are two types of solution with a time-dependent singularity.

In the fifth chapter, we study conditions for the solvability of the Cauchy problem in a semilinear equation with measures as initial data. We generalize the method used in the third chapter and give sharp results concerning the existence and nonexistence of regular solutions.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).