

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	多峰性関数最適化のための実数値GA
Title(English)	
著者(和文)	木村周平
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第4802号, 授与年月日:2001年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第4802号, Conferred date:2001/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

博士（工学）論文

多峰性関数最適化のための実数値GA

A real-coded GA

for Multimodal Function Optimization

平成13年 3 月

指導教官 小林重信教授

学籍番号 98D33043

氏 名 木村周平

目次

1 序論	4
1.1 研究の背景と目的	4
1.2 接近法	6
1.3 論文の構成	7
2 統計量の遺伝を重視した交叉: ENDX	8
2.1 はじめに	8
2.2 関数最適化問題のための実数値交叉	8
2.2.1 既存手法とその問題点	8
2.2.2 接近法	9
2.3 交叉の満たすべき性質	10
2.3.1 機能分担仮説	10
2.3.2 交叉の設計指針	11
2.4 統計量の遺伝に基づいた UNDX の改良	12
2.4.1 UNDX とその問題点	12
2.4.2 ENDX の提案	14
2.4.3 パラメータ設定	16
2.5 ベンチマーク問題による性能比較	17
2.5.1 実験設定	17
2.5.2 Rosenbrock 関数	19
2.5.3 Rastrigin 関数	19

2.5.4	まとめ	21
2.6	ENDX のパラメータに関する考察	24
2.6.1	使用する親の数について	24
2.6.2	統計量の遺伝について	25
2.6.3	生成子個体の多様性について	26
2.7	おわりに	30
3	適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE	32
3.1	はじめに	32
3.2	複数局所解発見のための世代交代モデル	32
3.2.1	従来手法とその問題点	32
3.2.2	接近法	33
3.3	局所的な適応度景観の推定と利用	34
3.3.1	局所適応度景観の推定	34
3.3.2	局所適応度景観の利用	35
3.4	局所適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE	37
3.4.1	局所適応度景観に基く生存選択	38
3.4.2	mating list の更新	38
3.4.3	mating list を用いた複製選択	40
3.4.4	アルゴリズム	40
3.5	GALLE に使用する交叉	41
3.5.1	UNDX の利用	41
3.5.2	ENDX の利用	43
3.6	考察	44
3.6.1	局所適応度景観推定の効果	44
3.6.2	パラメータ	46
3.6.3	計算量	48
3.7	おわりに	49

4 GALLE の評価	50
4.1 はじめに	50
4.2 ベンチマーク問題による性能評価	50
4.2.1 実験設定	50
4.2.2 Rastrigin 関数	51
4.2.3 Ill-scaled Rastrigin 関数	52
4.2.4 Fletcher and Powell 関数	53
4.2.5 まとめ	54
4.3 レンズ系設計問題への適用	54
4.3.1 レンズ系設計問題	54
4.3.2 実験条件	56
4.3.3 実験結果	56
4.4 おわりに	60
5 結論	61
A ENDX の性質に関する証明	66
A.1 統計量の遺伝	66
A.2 生成子個体分布のエントロピー	68
B GALLE の実装について	69
B.1 周期関数の取り扱い	69
B.2 実行不能解の取り扱い	70
B.3 数値計算による誤差	70

Chapter 1

序論

1.1 研究の背景と目的

1975 年に Holland によって提唱された遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA) は生物進化の原理に着想を得た確率的最適化手法の一種である [Holland 75]. GA は直接探索法という特徴を持ち, そのため交叉や突然変異, 世代交代モデルといった遺伝的オペレータさえ定義できれば, 微分不可能な関数最適化問題や組み合わせ最適化問題といった任意の最適化問題に適用可能である. また GA は多数の解候補を同時に探索する多点探索法という特徴を持ち, これにより高い確率での最適解の発見が期待できる. このような特徴を持つことから GA は様々な問題に適用され, 多くの成果をあげている.

関数最適化問題は実問題において重要な問題の一つである. 実問題における関数最適化問題の持つ特徴的な性質として多峰性 (multimodality), 変数間依存性 (non-separability), 悪スケール性 (ill-scaledness) が考えられる. 多峰性関数とは大域的な最適解の他に, 評価値の悪い複数の局所解が存在する関数のことである. 多峰性のためにローカルサーチを用いて実問題における関数最適化問題を解くことは困難であり, GA のように一時的な解候補の改悪を許す確率的手法の使用が望まれる. また多点探索法である GA は潜在的に多峰性関数において複数の解を同時に発見する能力を持っており, これは疑似焼きなまし法 (Simulated Annealing)[Kirkpatrick 83] やタブーサーチ (Tabu Search)[Glover 89a, Glover 89b] といった他の確率的最適化手法には無い性質である. 工学的にはしばしば複数の最適解・有力な

局所解の提示が望まれること、さらに複数解候補の同時探索により大域的最適解の発見確率の向上が期待できることから、多峰性の関数最適化問題において GA の使用は有効であると考えられる。また多変数の関数最適化問題において目的関数を各変数毎の関数の和のような形に分離して表現できる場合、それぞれの変数に関して別々に最適化を行うことで、そのまま高次元の問題を解くよりも簡単に大域的最適解を発見することが期待できる。しかし変数間依存性のある関数においては、目的関数を各変数毎の関数の和として分離して表現することができない。このような関数において、ある解候補の評価値を改善するためには複数の変数を同時に変化させる必要があり、一般に難しい問題となる。さらに実問題においては重さと長さといった異なる単位を持つ変数を同時に最適化しなければならない場合があり、そのような場合には各変数のスケールが大きく異なることが考えらる。そのような悪スケール性の強い問題は一般に探索が困難であることから、定義域の適当な正規化が行なわれることが多い。しかし対象問題によっては適切な正規化が困難な場合もある。微分情報の得られない関数の最適化において、変数間依存性や悪スケール性を考慮して解候補の評価値を改善するためには、複数の点を同時に評価する必要がある。集団による探索を行う GA は、集団の情報を利用することにより自然に変数間依存性や悪スケール性を考慮した探索が期待できる。そのため変数間依存性や悪スケール性といった性質を持つ関数最適化問題に対しても GA の使用は有効であると思われる。

多峰性、変数間依存性、悪スケール性といった性質を持つ関数最適化問題に対して GA を適用するためには、これらの性質に対応した交叉や突然変異、世代交代モデルを適切に選択する必要がある。交叉としては遺伝子に実数値ベクトルを用いる実数値交叉が提案されており、これは連続値変数を扱う関数最適化問題に適していると考えられる。ところが従来の実数値交叉には変数間依存性や悪スケール性のある関数に対して性能が悪化するという問題があり、これらの実問題への適用は好ましいとは言えなかった [Eshelman 93, Ono 97]。SPX[樋口 99] は変数間依存性や悪スケール性に対しては影響を受けないものの、世代交代モデルと組み合わせたときに多峰性関数に対する性能が悪いという欠点があった。そのため変数間依存性や悪スケール性に対しては影響を受けず、また多峰性関数に対しても良好な探索性能を持つ実数値交叉の提案が望まれる。

突然変異に関しても交叉と同様に、変数間依存性や悪スケール性に対しては影響を受け

ず、また多峰性関数に対しても良好な探索性能を持つものが必要である。変数間依存性や悪スケール性に対応した突然変異として相関突然変異 (Correlated Mutation) [Bäck 91] が提案されている。しかし突然変異は現在の探索点の近傍にしか新たな探索点を生成しないため、多くの局所解を有する多峰性への対応が交叉よりも困難であるという問題がある。

世代交代モデルとしては複数解を同時に得ることが可能であり、さらに変数間依存性や悪スケール性の影響を受けないものが望まれる。ところが MGG[佐藤 97] に代表されるような個体の適応度のみを考慮する世代交代モデルは変数間依存性や悪スケール性の影響は受けないものの、最終的に一種類の解しか得ることができず、複数解を得るためには多数の試行を繰り返す必要があった。また Fitness Sharing[Goldberg 87] や Crowding[Deb 89] といった手法は個体間の距離を考慮することによって複数解を同時に得ることが可能であるが、変数間依存性や悪スケール性の影響を受けるため、そのような性質を持つ実問題には適用できないのが現状である。

本研究では特に GA の適用が有効と思われるビッグバレー構造 (big valley structure) [Boese 94] の多峰性や幾つかのビッグバレー構造が存在する多峰性 [池田 00] であり、かつ変数間依存性、悪スケール性であるような、至るところで連続な関数最適化問題を対象とする。そのような性質を持つ対象問題に対して、1) 変数間依存性、悪スケール性の影響を受けない実数値交叉を提案し、2) 多峰性に対して複数解を同時に発見する世代交代モデルを提案することで、これらを利用して 3) 多峰性、変数間依存性、悪スケール性に対応した GA を提案することを本研究の目的とする。なお本研究においては突然変異を GA の二次的探索オペレータと捉え [山村 98]、特には考慮しないものとする。

1.2 接近法

本研究ではまず、多峰性と変数間依存性に対して良好な探索性能を持つものの悪スケール性の影響を受ける UNDX[Ono 97] から、悪スケール性に対して影響を受ける原因を取り除くことを考える。次に生存選択や複製選択において関数の適応度景観を積極的に活用することで、多峰性関数において複数の最適解や局所解を同時に発見することのできる世代交代モデルの提案を目指す。適応度景観を利用することによって変数間依存性や悪スケール性に対しても影響を受けない探索が期待できる。さらにこれらを使用することで多峰性、

変数間依存性, 悪スケール性に対応した GA を提案する. 最後に提案した GA をベンチマーク問題や実問題に適用することで性能を評価する.

1.3 論文の構成

本論文は「多峰性関数最適化のための実数値 GA」と題して, 5 章から構成されている.

1章は「序論」である.

2章は「統計量の遺伝を重視した交叉: ENDX」である. ここで変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず, また多峰性に対して性能の良い実数値交叉: ENDX の提案を行う.

3章は「適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE」である. ここで多峰性に対して複数解を同時に発見することが可能で, また変数間依存性や悪スケール性の影響を受けない世代交代モデル: GALLE の提案を行う. さらにここでは GALLE に対して交叉として UNDX と ENDX を利用した GA: GALLE (UNDX) と GALLE (ENDX) を提案する.

4章は「GALLE の評価」である. ここでは 3章で提案した GALLE (UNDX) と GALLE (ENDX) の性能をベンチマーク問題および実問題を用いて評価する.

5章は「結論」である.

Chapter 2

統計量の遺伝を重視した交叉: ENDX

2.1 はじめに

本章では変数間依存性や悪スケール性に対して影響を受けず、また多峰性に対して探索性能の良い実数値交叉: ENDX(Extended Normal Distribution Crossover) の提案を行う. ENDX と既存の実数値交叉の性能をベンチマーク問題への適用を通じて比較することで, ENDX の有効性を示す.

2.2 関数最適化問題のための実数値交叉

2.2.1 既存手法とその問題点

遺伝子としてビット文字列を使用する伝統的なビットストリング GA は変数の連続性を扱うことが出来ないため関数最適化問題には適さず, 実験的にも良い性能は得られていない [Eshelman 93]. 一方, 実数値 GA は遺伝子として実数値ベクトルを用いるため関数最適化問題に適していると考えられる. 実数値 GA の交叉として多くのものが提案されている [Wright 91, Tsutsui 98] が, 本項では代表的な実数値交叉について取り上げ, その問題点を指摘する.

BLX- α は, 両親の実数値ベクトルの各変数の区間を $1 + 2\alpha$ 倍に拡張した領域に一様乱数に従って子個体を生成する [Eshelman 93]. すなわち BLX- α は両親近くの座標軸と平行な

超直方体の領域に子個体を生成する。BLX- α は悪スケール性の影響を受けず、また多峰性関数において良好な探索性能を持つものの、変数間の依存関係を考慮せずに子個体を生成するため、変数間依存性の影響を受けるという問題がある。

UNDXは両親を結ぶ直線に沿って正規分布に従って子個体を生成する [Ono 97]。両親を結ぶ直線と直交する方向に関しても正規分布に従って子個体を生成するために第3の親を使用する。UNDXは多峰性の関数や変数間依存性が強い関数の最適化に対して非常に良好な探索性能を示すため、様々な実問題に適用されている [Ono 98, Ono 99, Takahashi 99, Shibuya 99]。しかしながら UNDXは悪スケール性の強い関数に対して性能が悪化するという問題がある。

UNDXに対して多数の親 ($m + 2$ 個体) を用いる拡張として UNDX- m が提案されている [Kita 99a]。UNDX- m は、多数の親個体によって張られる超平面空間に正規分布に従って子個体を生成する。UNDX- m は使用する親の数を多くすることで UNDXにおける悪スケール性の影響を緩和するという特徴を持つ反面、多峰性関数に対しては UNDX よりも性能が悪化するという問題がある。

多数の親を使用する別の交叉として SPX が提案されている [樋口 99, Tsutsui 99]。SPXは多数の親個体によって張られる超平面空間に一様分布に従って子個体を生成する交叉であり、変数間依存性や悪スケール性の影響を受けないが、UNDX- m と同様に多峰性に対する探索性能は UNDX に劣る。

2.2.2 接近法

前項で説明したように従来の実数値交叉には多峰性、変数間依存性、悪スケール性のうちのどれかの性質に対応することで、残りの性質への対応が悪くなるという問題があった。実問題での使用にあたっては変数間依存性、悪スケール性の影響を受けず、多峰性に対しても頑健な交叉の提案が望まれる。本章では多峰性や変数間依存性に対して探索性能の良い実数値交叉である UNDX に着目し、UNDX から悪スケール性に対する性能悪化の原因を取り除くことを考える。これにより多峰性、変数間依存性、悪スケール性に対して良好な探索性能を持つ交叉が期待できる。

2.3 交叉の満たすべき性質

本節ではまず探索性能が変数間依存性や悪スケール性の影響を受けない交叉の満たすべき性質について、機能分担仮説と交叉の設計指針の立場から考察する。これに基づいて悪スケール性にも対応できるように UNDX を改良するための手掛かりを得る。

2.3.1 機能分担仮説

山村らは GA の集団をある潜在的な個体分布からモンテカルロ法によって抽出された少数サンプルであると見なす統一的な枠組を提唱し、さらに遺伝的オペレータを次のような個体分布の変換操作として捉える機能分担仮説を提案している [山村 98, Kita 99b, 喜多 99b]:

- 世代交代モデルは低い適応度を持つ個体を淘汰し、高い適応度を持つ個体を選択、複製することにより、分布を縮小させるオペレータである。
- 交叉 (GA の一次的探索オペレータ) は、親個体を組み合わせて分布を変換するオペレータである。
- 突然変異 (二次的探索オペレータ) は、個体に適度な摂動を加えることで個体分布を拡大するオペレータである。

GA が機能分担仮説に従うなら、現在の個体分布は世代交代モデルによって良い適応度を持つ領域に絞り込まれているものと考えられる。従ってもし交叉が現在の個体分布を拡大する性質を持つなら、これは既に見込みがないと切り捨てた領域を再び探索することとなる。このような探索を過度に行うことは無駄であると考えられる。逆に個体分布を縮小する性質を持つならば、これはさらなる探索が必要と判断した領域の一部のみを探索することを意味し、これでは十分な探索を行うことができない。

以上より機能分担仮説では、交叉は現在の個体分布を変化させないという性質を持つことが望ましいとしている。本研究では機能分担仮説に基づいて新たな交叉を設計する。

2.3.2 交叉の設計指針

機能分担仮説における個体分布は、適応度景観や探索の進み具合に応じて任意の分布をとり得る。ところが実際の探索においてはこの潜在的な個体分布は不明であり、個体分布からのサンプルとして有限個の親個体が存在するに過ぎない。そのような親個体を組み合わせることで分布を変換する交叉が、潜在的な個体分布を変えることなく新たなサンプルを生成することは一般には不可能である。喜多らは機能分担仮説における「交叉は個体分布を変化させるべきではない」という要求に対する現実的な実現方法として、変数の連続性を考慮することで「統計量の遺伝」という概念を提案し、さらに経験的な知見を取りまとめることにより、以下のような交叉の設計指針を提案している [Kita 98, 喜多 99a]：

1. 統計量の遺伝

探索空間の連続性を考慮し、親個体群に似た分布を子個体群が取る条件として、子個体集団の分布は親個体集団の分布の平均値ベクトルや分散・共分散行列を継承することが望ましい。

2. 生成子個体の多様性

交叉により生成される子個体群は、設計指針 1 を拘束条件としてできるだけ多様であることが望ましい。多様性の評価指標としては、生成子個体分布の確率密度関数のエントロピー最大化などを考える。

3. ロバスト性の確保

設計指針 1, 2 は選択が理想的に行われる場合の交叉への要求である。選択が不適切に行われることを考慮して、交叉によって生成される子個体の分布は親個体のものよりも若干広いことが望ましい。

機能分担仮説における「交叉は個体分布を変化させるべきではない」という指針を具体化したものが、交叉の設計指針 1「統計量の遺伝」に相当する。悪スケール性の影響を受ける UNDX が「統計量の遺伝」を正確には満たさないのに対して、探索性能が悪スケール性の影響を受けない UNDX- m や SPX は「統計量の遺伝」を良く満たすことが示されている [喜多 99a, Kita 99a, 樋口 99]。このことから悪スケール性の影響を受けない交叉の設計には「統計量の遺伝」を考慮することが有効であると考えられる。本研究では UNDX を改

良することでその多峰性や変数間依存性に対する良好な探索性能を継承し、さらに特に設計指針 1「統計量の遺伝」を考慮することにより悪スケール性の影響を受けない交叉の設計を目指す。なお「統計量の遺伝」は機能分担仮説からの要求を近似的に満たすものであり、潜在的な個体分布が多峰性を有する場合を十分に考慮したものとはなっていない。そのため「統計量の遺伝」は多峰性関数には対応しておらず、対応するためには平均値ベクトルや分散・共分散行列の他にさらに高次の統計量を継承する必要がある。しかしそれら全てを満足する交叉を設計することは一般には難しい。

設計指針 3「ロバスト性の確保」におけるロバスト性とは、GA の初期収束を起こしにくい性質や多峰性関数において局所解に陥りにくい性質の事である。設計指針 1「統計量の遺伝」と設計指針 3「ロバスト性の確保」はトレードオフの関係にある。「統計量の遺伝」は探索が理想的に行われ、親集団の分布する領域に最適解が含まれる場合の設計指針である。実際には探索が理想的に進行するとは限らないため、「統計量の遺伝」を犠牲にして「ロバスト性の確保」を考慮する必要がある。従って「ロバスト性の確保」は補足的な設計指針であると考えられる。本研究では集団サイズを大きくすることにより探索は理想的に進行するものと考え、「ロバスト性の確保」は特には考慮しない。また設計指針 2「生成子個体の多様性」については 2.6 節で考察する。

2.4 統計量の遺伝に基づいた UNDX の改良

本節ではまず UNDX について説明を行い、交叉の設計指針 1「統計量の遺伝」に基づいてその問題点を考察した後に、悪スケール性の影響を受けない新たな交叉 ENDX を提案する。

2.4.1 UNDX とその問題点

UNDX は実数値に基づく交叉オペレータであり、一度に 3 個体の親を利用する。UNDX は以下の式により、親個体 p_1 と p_2 を結ぶ直線に沿って正規分布に従って子個体を生成する (Figure 2.1) :

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \xi \mathbf{d} + D \sum_{i=1}^{n-1} \eta_i \mathbf{e}_i. \quad (2.1)$$

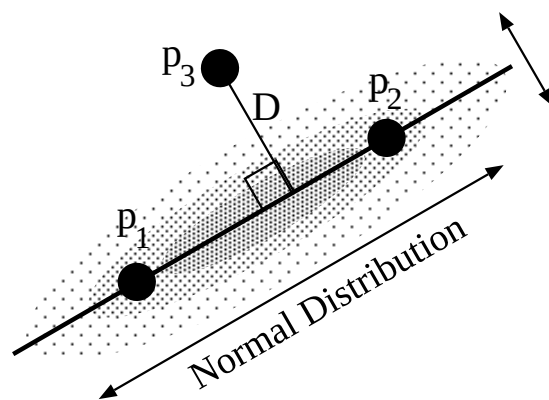


Figure 2.1: UNDX の概念図.

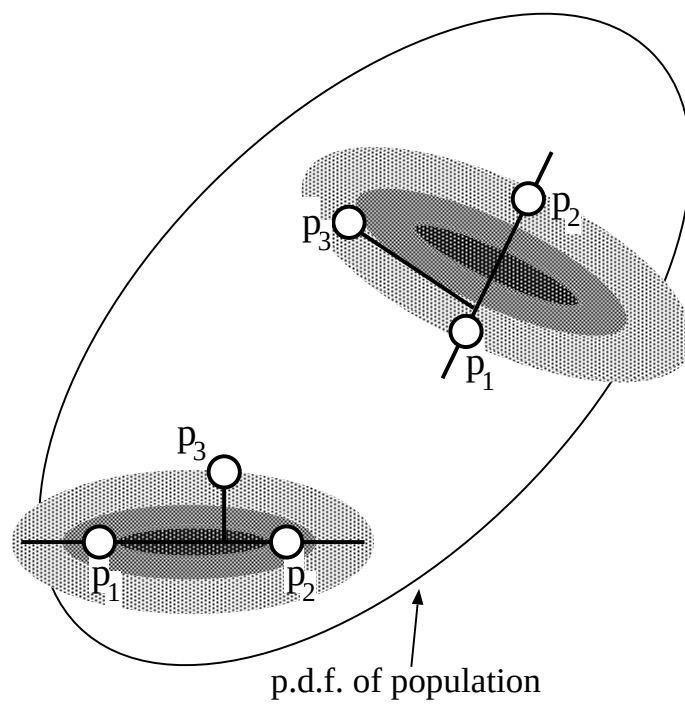


Figure 2.2: UNDX による子個体の生成.

ただし,

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2,$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1,$$

$$D = \sqrt{|\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1|^2 - \frac{[\mathbf{d} \cdot (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)]^2}{|\mathbf{d}|^2}},$$

$$\xi \sim N(0, \alpha^2),$$

$$\eta_i \sim N(0, \beta^2).$$

$\mathbf{p}_i$ は親個体の遺伝子ベクトル, $\mathbf{c}$ は子個体の遺伝子ベクトル, $\mathbf{e}_i$ は親個体 p_1 と p_2 を結ぶ直線に直交する部分空間の正規直交基底ベクトル, n は探索空間の次元数である. また α, β は定数パラメータであり, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.35/\sqrt{n}$ が推奨されている.

UNDX は多峰性関数最適化において局所解に陥り難く性能が良い. しかしその探索性能は, 悪スケール性の強い関数においては UNDX- m や SPX に及ばない. その理由は UNDX が厳密には設計指針「統計量の遺伝」を満足していないためであると考えられる. UNDX は式 2.1右辺第 3 項により, 親個体 p_1 と p_2 を結ぶ直線に直交する部分空間に関して親集団の分布を考慮することなく等方的に子個体を生成する (Figure2.2). そのために UNDX は設計指針「統計量の遺伝」を厳密に満足することができない. そこでアルゴリズムが「統計量の遺伝」を満足するように, 式 2.1右辺第 3 項を変更することを考える.

2.4.2 ENDX の提案

UNDX は両親を結ぶ直線に直交する方向に関して親集団の分布を積極的に活用することなく等方的に子個体を生成する. そのため UNDX は悪スケール性の影響を受け, 交叉の設計指針「統計量の遺伝」を厳密に満足することができない. 他方 UNDX- m や SPX は, 多数の親個体を利用して親集団の情報を積極的に子個体に取り入れることで設計指針「統計量の遺伝」を満足する探索を実現している. そこで両親を結ぶ直線に直交する方向に関して多くの親個体を利用して探索範囲を決定し, 親集団分布の情報を積極的に子個体に取り入れることで設計指針「統計量の遺伝」を満足することのできる交叉: ENDX(Extended

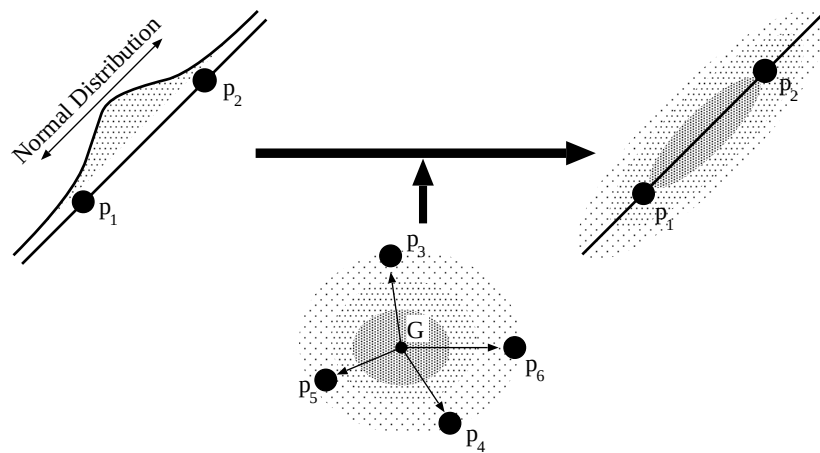


Figure 2.3: ENDX の概念図.

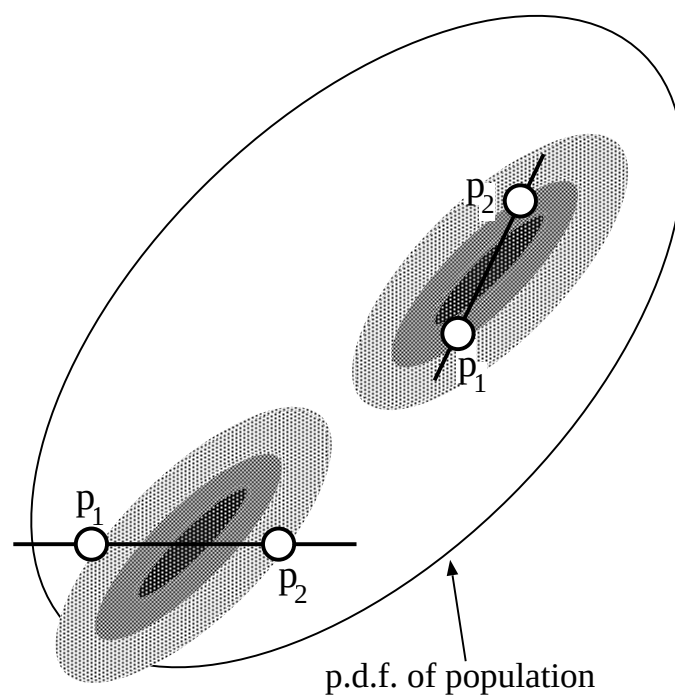


Figure 2.4: ENDX による子個体の生成.

Normal Distribution Crossover) を提案する．ENDX は m 個体の親を利用して，以下の式に従って子個体を生成する (Figure2.3):

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \xi \mathbf{d} + \sum_{i=3}^m \eta_i \mathbf{p}'_i. \quad (2.2)$$

ただし,

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{p}'_i = \mathbf{p}_i - \frac{1}{m-2} \sum_{j=3}^m \mathbf{p}_j, \quad (2.5)$$

$$\xi \sim N(0, \alpha^2), \quad (2.6)$$

$$\eta_i \sim N(0, \beta^2), \quad (2.7)$$

である． α, β は定数パラメータであり，UNDX のパラメータとは異なる値をとる．

式 2.2 右辺第 1 項および第 2 項は UNDX と同じであり，直線的な探索に関する項である．また式 2.5 の $\mathbf{p}'_i$ は親集団の重心と個体 $\mathbf{p}_i$ との差ベクトルに近似的に等しい．従って式 2.2 右辺第 3 項は親集団の分布情報を子個体に積極的に取り入れるための項であるといえる．

以上より ENDX は親個体 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ を中心として，直線的な探索を行うと同時に親集団全体の分布情報を活用した探索を行う (Figure2.4)．親個体 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ を中心とした探索を行うため，ENDX において親個体 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ は他の親個体よりも特に重要である．

2.4.3 パラメータ設定

ENDX が様々な関数最適化において良好な探索性能を有するためには，2.3.2 項で述べた交叉の設計指針を満たすことが望まれる．従ってパラメータ α および β は設計指針を満たすように設定する必要がある．

提案交叉は

$$4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$$

のとき，設計指針「統計量の遺伝」を満足する．証明は付録 A.1に示す．パラメータ β は UNDX に対する実験的推奨値に基き， $\beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ とした．従って $\alpha \simeq 0.434$ である．

また使用する親の数は $m = n + 2$ とする．ただし n は探索空間の次元数である．これは毎回の交叉において，子個体の生成される空間の次元数と探索空間の次元数を等しくするためである．これによりロバストな探索が期待できる．

以上のパラメータ設定の妥当性に関しては 2.6節で考察を行う．

2.5 ベンチマーク問題による性能比較

ENDX の性能を確認するため幾つかのベンチマーク問題を用いて実験を行う．

2.5.1 実験設定

実験は以下のベンチマーク問題を用いて行う．

- f_{Ro}, f_{iRo} : 20 次元 Rosenbrock 関数, ill-scaled Rosenbrock 関数.

- f_{Ra}, f_{iRa}, f_{rRa} :

20 次元 Rastrigin 関数, ill-scaled Rastrigin 関数, rotated Rastrigin 関数.

Rosenbrock 関数は変数間依存性の強い単峰性関数，ill-scaled Rosenbrock 関数はスケールの悪い Rosenbrock 関数である．これらの関数を用いて，ENDX が変数間依存性の強い問題に対しても良好な探索性能を持ち，また悪スケール性に対して影響を受けないことを示す．他方 Rastrigin 関数は原点を中心として非常に多くの局所解を持つ関数である．Ill-scaled Rastrigin 関数はスケールの悪い Rastrigin 関数，rotated Rastrigin 関数は原点を中心に $\pi/6$ 回転を施した Rastrigin 関数であり変数間依存性が強い．これらの関数を用いて ENDX が変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず，さらに多峰性に対して良好な探索性能を持つことを示す．

集団サイズ: $n_p = n \times 20$ ，交叉で生成する子個体数: $n_c = 200$ ，探索打ち切り世代: 4×10^4 世代とする．ただし n は探索空間の次元数である．実験において評価関数の最適解を 10^{-6} 以下の精度で得た場合に最適解を発見したと見なす．初期個体群はテスト関数の探索領域

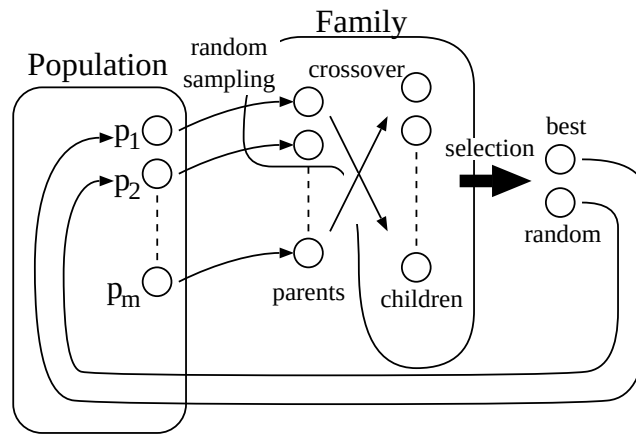


Figure 2.5: ENDX 用に変更した MGG.

内に一様乱数で生成するものとし，また探索領域は初期個体群生成にのみ使用し探索中は探索領域を考慮しないものとする．世代交代モデルとして，集団の多様性維持に優れた実装が容易な MGG[佐藤 97] を使用する．ただし ENDX が多数の親を使用する点，多数の親の中でも親個体 p_1, p_2 が特に重要である点を考慮して，MGG のアルゴリズムを以下のように変更した (Figure 2.5)：

1. 世代数を 0 に設定．初期集団として n_p 個体をランダムに生成．
2. 集団から親個体としてまず 2 個体をランダムに非復元抽出． p_1, p_2 とする．
3. 集団から残りの親個体として $m - 2$ 個体をランダムに非復元抽出．それぞれの個体を p_i とする ($i = 3, \dots, m$)．
4. 選択した親個体に交叉オペレータを適用することで， n_c 個体の子集団を生成．
5. 家族から 2 個体を選択．ただし家族とは親個体 p_1, p_2 とその子個体のことである．1 個体は家族中の最良適応度を持つ個体，もう 1 個体は家族中からランダムに選択する．選択した 2 個体を親集団中の親個体 p_1, p_2 と交代させる．
6. 世代数を 1 増加させる．ステップ 2 へ．

比較のために BLX- α ($\alpha = 0.5$) [Eshelman 93], UNDX [Ono 97], UNDX- m (UNDX-4) [Kita 99a], SPX (SPX- n - $(n+1)$ - $\sqrt{n+2}$) [Tsutsui 99] を用いて同様の実験を行う。なお UNDX- m の性能は、 m を変えることで変化する。特に UNDX-1 は UNDX と同じであり、UNDX- n の性能は SPX と同等である。

2.5.2 Rosenbrock 関数

20 次元 Rosenbrock 関数 f_{Ro} (Figure 2.6) および 20 次元 ill-scaled Rosenbrock 関数 f_{iRo} (Figure 2.8) を用いて実験を行った：

$$f_{Ro}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=2}^n \left[100(x_1 - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right], \quad -2.048 \leq x_i \leq 2.048, \quad n = 20.$$

$$f_{iRo}(\mathbf{x}) = \sum_{i=2}^n \left[100(x_1 - (ix_i)^2)^2 + (ix_i - 1)^2 \right], \quad -2.048/i \leq x_i \leq 2.048/i, \quad n = 20.$$

Rosenbrock 関数は単峰性であり、変数間の依存関係が強い。Ill-scaled Rosenbrock 関数は変数毎にスケールを変化させた Rosenbrock 関数である。Rosenbrock 関数の最適解の位置は $(x_1, \dots, x_n) = (1, \dots, 1)$, ill-scaled Rosenbrock 関数の最適解の位置は $(x_1, \dots, x_n) = (1/1, \dots, 1/n)$ であり、その値は両者共に 0 である。

Figure 2.7 および Figure 2.9 はそれぞれの関数における集団中の最良個体の適応度変化の 10 試行平均である。また Table 2.1 は 4×10^4 世代までに 10^{-6} 以下の精度で最適解を発見した試行数を示している。SPX や UNDX は収束が早く、悪スケール性に対してロバストであることが分かる。UNDX と UNDX- m は変数のスケール変化の影響を受けるため、ill-scaled Rosenbrock 関数では性能が悪化する。BLX- α はスケール変化の影響を受けないが、非常に収束が遅く最適解を発見できない。なお UNDX はさらに時間を掛ければ最適解を発見することが可能であるが、BLX- α では 10^6 世代でも最適解を発見できなかった。

2.5.3 Rastrigin 関数

次に 20 次元 Rastrigin 関数 f_{Ra} (Figure 2.10), ill-scaled Rastrigin 関数 f_{iRa} (Figure 2.11), rotated Rastrigin 関数 f_{rRa} (Figure 2.12) を用いて GA の局所解への陥り難さに関する実験

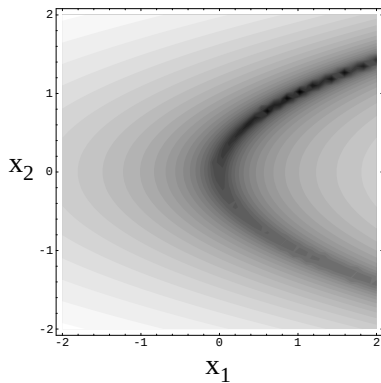


Figure 2.6: 2次元 Rosenbrock 関数の等高線図.

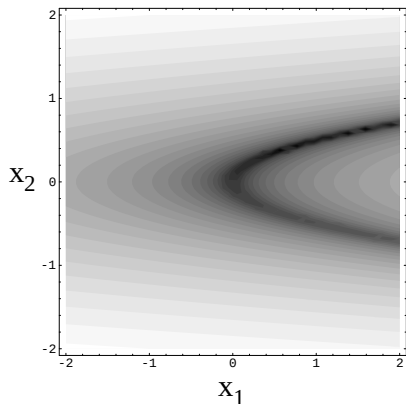


Figure 2.8: 2次元 ill-scaled Rosenbrock 関数の等高線図.

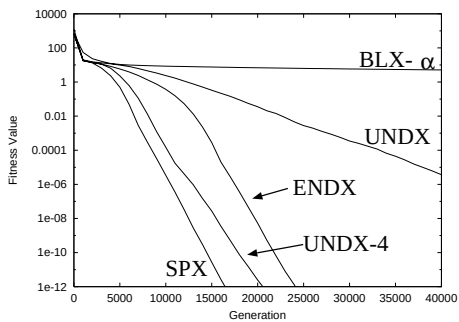


Figure 2.7: 20次元 Rosenbrock 関数における最良個体の適応度変化 (10 試行平均).

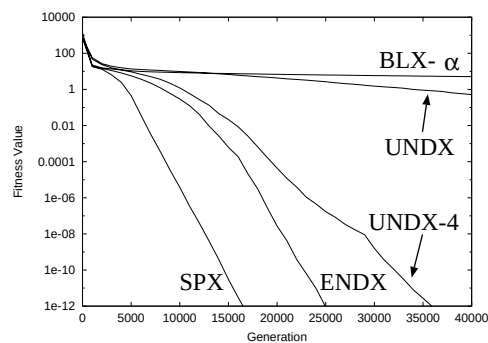


Figure 2.9: 20次元 ill-scaled Rosenbrock 関数における最良個体の適応度変化 (10 試行平均).

Table 2.1: Rosenbrock 関数および ill-scaled Rosenbrock 関数において最適解を発見した試行数.

	Rosenbrock	ill-scaled Rosen.
ENDX	100/100	100/100
BLX- α	0/100	0/100
UNDX	0/100	0/100
UNDX-4	100/100	96/100
SPX	100/100	100/100

を行った．関数は以下の通りである：

$$f_{Ra}(x_1, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)], \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12, \quad n = 20. \quad (2.8)$$

$$f_{iRa}(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^n [(ix_i)^2 - 10 \cos(2\pi ix_i)], \quad -5.12/i \leq x_i \leq 5.12/i, \quad n = 20. \quad (2.9)$$

$$f_{rRa}(\mathbf{x}) = f_{Ra}(A\mathbf{x}), \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12, \quad n = 20. \quad (2.10)$$

Rastrigin 関数は多峰性であり，大域的最適解のまわりに非常に多くの局所解を持つ．Ill-scaled Rastrigin 関数は変数毎にスケールを変化させた Rastrigin 関数である．また式 2.10 の A は全ての座標軸の組合せに関して $\pi/6$ の回転を行う行列である．従って rotated Rastrigin 関数は全ての座標軸の組合せに関して原点を中心に $\pi/6$ 回転を施した Rastrigin 関数であり，変数間依存性が強い．全ての関数において大域的最適解は 0 で，その位置は $(x_1, \dots, x_n) = (0, \dots, 0)$ である．

Table 2.2 はそれぞれの関数において GA が 100 試行中に大域的最適解の発見に成功した回数を示している．また Figure 2.13 は，それぞれの関数における集団中の最良個体の適応度変化を示している．BLX- α は変数間依存性の強い関数では探索が進まない．また UNDX は変数毎のスケール変化の影響を受けやすい．UNDX- m は，UNDX ほどではないが変数毎のスケール変化の影響を受ける．SPX は変数間依存性や悪スケール性の影響を受けない．しかし SPX は多峰性関数において局所解に陥りやすい．ENDX は全ての関数において殆んど性能変化がなく，局所解にも陥り難い．

2.5.4 まとめ

以上の実験より ENDX は多峰性関数において良好な探索性能を持ち，また変数間依存性や悪スケール性の影響を受けないという好ましい性質を持っているとすることができる (Table 2.3)．なお ENDX の 1 回のオペレーション当りの時間計算量は $O(nm)$ である．ただし O はオーダー， n は探索空間の次元数， m は使用する親個体の数である．同様に BLX- α と UNDX の計算量は $O(n)$ ，UNDX- m と SPX は $O(nm)$ である．しかしこれらのオペレータの計算量の違いは，評価関数の計算量が大きい実問題への適用ではあまり問題にはならないと思われる．

本研究では，設計指針「ロバスト性の確保」を考慮せずに ENDX のパラメータ設定を

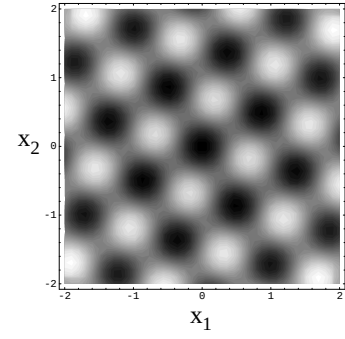
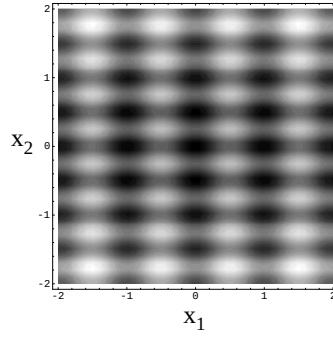
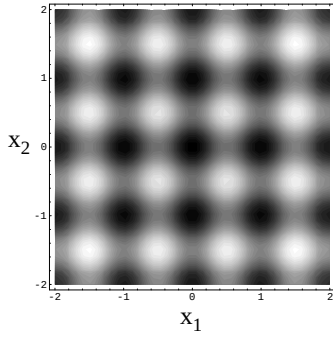


Figure 2.10: 2次元 Rastrigin 関数の等高線図. Figure 2.11: 2次元 ill-scaled Rastrigin 関数の等高線図. Figure 2.12: 2次元 rotated Rastrigin 関数の等高線図.

Table 2.2: Rastrigin 関数, ill-scaled Rastrigin 関数および rotated Rastrigin 関数において最適解を発見した試行数.

	Rastrigin	ill-scaled Rast.	rotated Rast.
ENDX	99/100	96/100	98/100
BLX- α	100/100	100/100	0/100
UNDX	99/100	9/100	100/100
UNDX-4	91/100	81/100	95/100
SPX	80/100	86/100	84/100

Table 2.3: 既存交叉との性能比較

	多峰性	変数間依存性	悪スケール性
ENDX	○	○	○
BLX- α	○	×	○
UNDX	○	○	×
UNDX-4	△	○	△
SPX	×	○	○

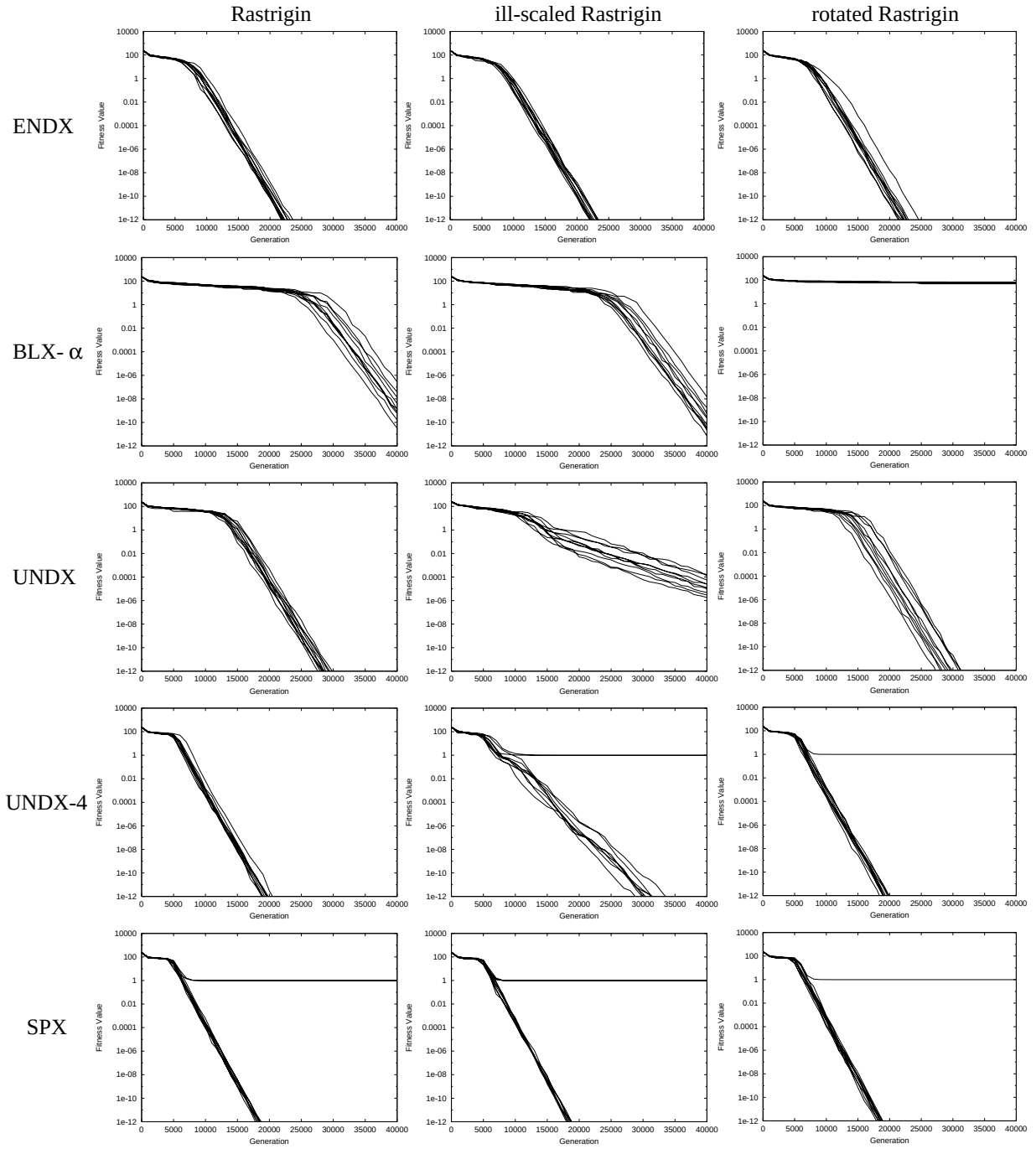


Figure 2.13: Rastrigin 関数, ill-scaled Rastrigin 関数, rotated Rastrigin 関数における交叉の性能比較.

行っている．そのため ENDX を用いた GA は特に集団サイズが小さい場合，初期収束を起こしやすく，また多峰性関数においては局所解に陥りやすい．従って実験設定よりも小さい集団サイズで実験したとき，「ロバスト性の確保」の考慮されている UNDX や BLX- α と比較すると ENDX の探索性能は悪くなる．少ない集団サイズで良好な探索性能を維持するためには，適切な世代交代モデルを選択することで集団の多様性を維持する必要があるだろう．また設計指針「ロバスト性の確保」を考慮して子個体の分布が親個体の分布よりも広くなるようにパラメータを設定することで，初期収束を起こさず，また多峰性関数に対して局所解に陥りにくくすることが可能である．さらに突然変異のような集団の多様性を保証するオペレータと組み合わせることによっても，探索性能の向上が期待できる．

2.6 ENDX のパラメータに関する考察

本節では実験において使用した ENDX のパラメータ設定の妥当性について実験的考察を行う．なお実験は特に断りがなければ 2.5.1 項の設定を用いるものとする．

2.6.1 使用する親の数について

ENDX で使用する親個体の数 $m = n + 2$ が妥当であることを実験的に示す．

$\alpha \simeq 0.434, \beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ として親の数 m を変化させて実験を行い，Rastrigin 関数において GA が大域的最適解の発見に成功した試行数を比較する．この場合，親の数を変化させても ENDX は設計指針「統計量の遺伝」を満足する．親の数は $4 \leq m \leq 50$ の範囲で変える．ただし Rastrigin 関数については 2.5.3 項を参照のこと．なお集団サイズを $n_p = n \times 20$ とすると探索性能の差が確認できないため， $n_p = n \times 15$ として実験を行った．

Figure2.14 は親の数 m を変えて実験を行ったときに，それぞれ 10 次元，15 次元，20 次元 Rastrigin 関数において 100 試行中に GA が大域的最適解を発見した試行数を示している． $m \geq n + 2$ であれば，性能に大きな差が無いことが分かる．逆に $m < n + 2$ のとき， m が小さいほど GA は局所解に陥りやすい．

選択した親個体の張る部分空間が縮退していなければ， $m \geq n + 2$ のとき ENDX は探索空間に等しい次元数を持つ空間に子個体を生成する．従って $m \geq n + 2$ であれば，ENDX

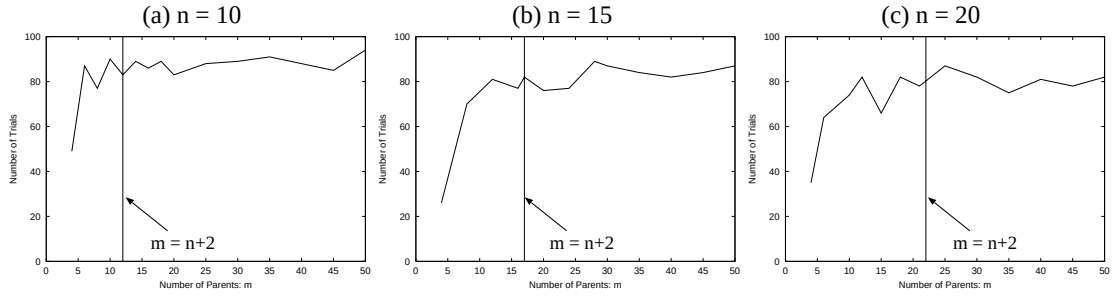


Figure 2.14: ENDX において親の数 m を変化させたときの a)10 次元, b)15 次元, c)20 次元 Rastrigin 関数での最適解発見回数.

Table 2.4: ENDX の生成子個体の分布を変化させたときの Rosenbrock 関数における収束. Success は最適解を発見した試行数, Generation はそのときに要した平均世代数である.

		$k = 0.6$	$k = 1.0$	$k = 1.4$	$k = 1.8$
$n = 10$	Success	10/10	10/10	10/10	10/10
	Generation	7428.3	5376.1	5650.5	6719.6
$n = 15$	Success	1/10	10/10	10/10	10/10
	Generation	12978.0	10287.8	10834.3	12640.7
$n = 20$	Success	0/10	10/10	10/10	10/10
	Generation	—	17087.1	16754.7	19454.3

の子個体を生成する分布の広さが大きく変化することはない. 逆に $m < n + 2$ のとき m が小さいほど子個体の生成される空間の次元数が小さくなり, 生成子個体分布は狭くなる. 以上より $m = n + 2$ とすることは, 生成子個体の多様性の観点からも妥当である.

2.6.2 統計量の遺伝について

交叉の設計指針 1「統計量の遺伝」に従って $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$ とすることが, ENDX にとって妥当であるかどうかを確認するための実験を行う.

ENDX は $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$ のとき集団分布の統計量を遺伝する. そこで $4\alpha^2 +$

$2(m-3)\beta^2 = 0.6, 1.0, 1.4, 1.8$ とした場合の GA の性能変化を観察する．ただし $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 < 1$ のとき，子集団の分布は親集団の分布よりも小さくなる．逆に $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 > 1$ のとき，子集団の分布は親集団の分布よりも大きくなる．実験には Rosenbrock 関数を用いる．Rosenbrock 関数については 2.5.2 項を参照のこと．なお全ての設定において $\beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ とした．

Table 2.4 は次元数 n を変えた Rosenbrock 関数において探索打ち切り世代までに最適解を発見した試行数，および最適解を発見した試行の最適解発見までに要した世代数の平均である． $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2$ の値が小さすぎる場合，収束は遅くなる．逆に $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2$ の値が大きすぎる場合も，収束は遅い．従って概ね $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$ 付近で ENDX は収束性能が良いといえる．この結果は設計指針「統計量の遺伝」を否定しない．

以上より集団分布の統計量遺伝は ENDX にとって妥当な設計指針であるといえる．ただし実際には生成子集団の分布は親集団の分布よりも若干大きくした方が性能が良い．これは設計指針「ロバスト性の確保」の影響であると考えられるが，本研究では特に考慮しないものとした．なお「統計量の遺伝」に関しては文献 [樋口 99] などでもその妥当性が実験的に示されている．

2.6.3 生成子個体の多様性について

文献 [喜多 99a] では設計指針「生成子個体の多様性」を実現する具体的な方法として生成子個体分布のエントロピー最大化を提案している．しかし本研究で使用したパラメータ： $\alpha \simeq 0.434, \beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ は生成子個体分布のエントロピーを最大化したものではない．本項では，生成子個体分布のエントロピー最大化が ENDX にとって必ずしも最良ではないことを実験的に示し，その理由について考察する．

生成子個体分布のエントロピー

ENDX は設計指針「統計量の遺伝」の拘束条件の下でパラメータを変化させることにより，生成子個体の多様性を変化させることが可能である．

多様性の評価指標として生成子個体分布の確率密度関数のエントロピー H を使用する [喜多 99a]．「統計量の遺伝」の拘束条件の下で ENDX によって生成される子個体分布のエ

ントロピーは次式で与えられる：

$$H = \frac{m-1}{2} [1 + \log(2\pi)] + \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{4} - \frac{m-3}{2} \beta^2 \right) + \frac{m-2}{2} \log \beta^2,$$

ただし $0 \leq \beta \leq \sqrt{1/2(m-3)}$. エントロピーの導出は付録 A.2に示す. 従ってエントロピーは $\beta = \sqrt{\frac{m-2}{2(m-1)(m-3)}}$ のとき最大となる. このとき $\alpha = \sqrt{\frac{1}{4(m-1)}}$ である. $m = 22$ とした場合のパラメータ β による生成子個体分布のエントロピー変化を Figure2.15に示す. ほとんどの領域 ($0 \leq \beta \leq \sqrt{\frac{m-2}{2(m-1)(m-3)}}$) において, β の増加に伴って生成子個体の多様性が増大する.

生成子個体の多様性と収束速度

本項では生成子個体分布のエントロピーを最大化しても, ENDX の収束速度に関する性能は必ずしも最良とはならないことを示す.

20 次元 Sphere 関数 f_{Sp} を用いて集団の収束速度の変化を観察する. ただし Sphere 関数は以下の式に従う単峰性関数である:

$$f_{Sp}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12, \quad n = 20.$$

Figure2.16は ENDX0 ($\alpha = 0.5, \beta = 0$: 完全な直線探索), ENDX0.1 ($\alpha \simeq 0.495, \beta = \frac{0.1}{\sqrt{m-3}}$), ENDX0.35 ($\alpha \simeq 0.434, \beta = \frac{0.35}{\sqrt{m-3}}$), ENDXmax ($\alpha = \sqrt{\frac{1}{4(m-1)}}, \beta = \sqrt{\frac{m-2}{2(m-1)(m-3)}}$: 生成子個体分布のエントロピー最大) を用いて GA を実行した場合の, 集団中の最良個体の評価値の世代変化を示している. なお ENDX0, ENDX0.1, ENDX0.35, ENDXmax のパラメータ設定では, この順に生成子個体分布のエントロピーが大きくなる. Figure2.16より, 生成子個体分布のエントロピーが小さいほど探索の初期は収束が早いことが分かる. しかしながらエントロピーが小さすぎる場合, 集団が初期収束を起こし探索が停滞する. 従って集団が初期収束を起こさない程度に小さなエントロピーになるように ENDX を設定したとき, GA の収束速度に関する性能は最も良くなる.

この結果は設計指針「生成子個体の多様性」を必ずしも厳密に満足する必要がないことを示唆する.

生成子個体の多様性と大域的最適解発見率

次に ENDX が多峰性に対して良好な探索性能を持つためには, 必ずしも生成子個体分布のエントロピーを最大化する必要がないことを示す.

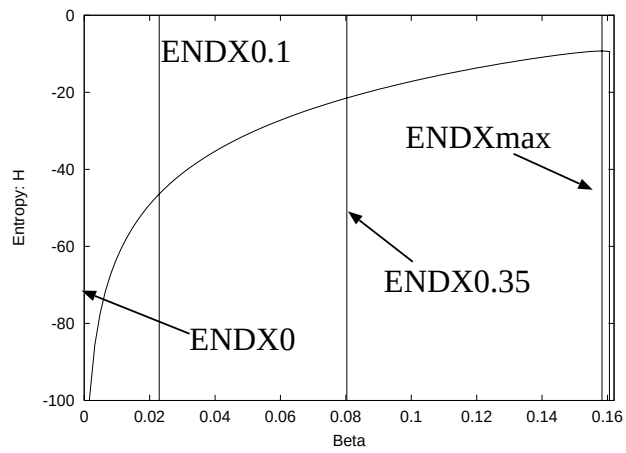


Figure 2.15: 生成子個体分布の確率密度関数のエントロピー ($m = 22$ のとき).

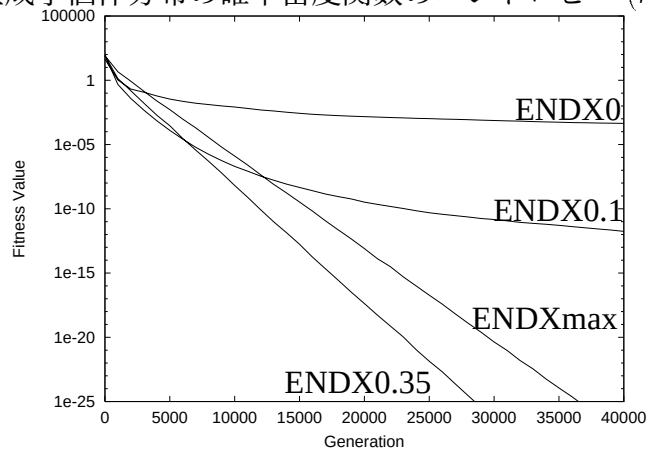


Figure 2.16: 生成子個体の多様性を变化させた場合の ENDX での探索の様子 (10 試行平均).

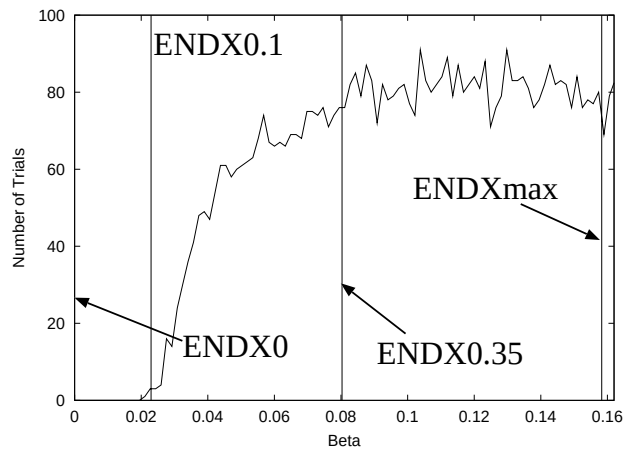


Figure 2.17: パラメータ β を变化させることで生成子個体分布の多様性を变化させた場合の, Rastrigin 関数における最適解の発見回数.

20 次元 Rastrigin 関数 f_{Ra} を用いて、局所解への陥り難さの変化を観察する．ENDX のパラメータをそれぞれ $\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{i^2}{10^4}}$, $\beta = \frac{i}{100}\sqrt{\frac{1}{2(m-3)}}$ として実験を行う ($i = 0, 1, \dots, 100$). このとき ENDX は設計指針「統計量の遺伝」を満足する．2.6.1項と同様に、性能変化を確認するために集団サイズを小さくして実験を行っている ($n_p = 300$).

Figure2.17はパラメータを変化させたときに、20 次元 Rastrigin 関数において 100 試行中に GA が大域的最適解を発見した試行数を示している． β が小さいとき、GA は大域的最適解を殆んど発見できない．これは生成子個体の多様性が小さいために、集団が初期収束を起こしているものと考えられる．しかし β が比較的大きければ、局所解への陥り難さに関する性能に大きな変化は無い．

従って生成子個体分布のエントロピーがある程度大きければ局所解への陥り難さに関する性能に大きな変化は無く、この結果も「生成子個体の多様性」を必ずしも厳密に満足する必要がないことを示唆する．

形質遺伝性と生成子個体の多様性

以上の実験により ENDX では生成子個体分布のエントロピーは必ずしも最大化する必要はなく、実験で使用したパラメータ: $\alpha \simeq 0.434$, $\beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ は Sphere 関数に対する収束速度と Rastrigin 関数に対する最適解発見率に関して概ね妥当であると考えられる．

ところで交叉において子個体は親個体の形質を遺伝すべきであるとの指摘がある [山村 92]. 実数値 GA において、形質を遺伝子空間における位置と考えるのは妥当だろう [成田 97]. 従って形質遺伝性に優れた交叉であるほど、遺伝子空間において親個体の近くに子個体を生成する．

ここで ENDX のパラメータを変化させたときに、交叉の形質遺伝性がどのように変化するかを観察する．交叉の形質遺伝性の評価指標として親子間の距離を考え、 D_{ch} を定義する (Figure2.18) :

$$D_{ch} = \frac{\min(|\mathbf{c} - \mathbf{p}_1|, |\mathbf{c} - \mathbf{p}_2|)}{|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2|}$$

これは子個体と近い方の親個体との距離を正規化したものであり、交叉の形質遺伝性が優れているほど値は小さくなる．ただし $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ はベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 間の距離である．Figure2.19 は 20 次元 Sphere 関数 f_{Sp} において、探索が打ち切られるまでに生成された子個体とその親

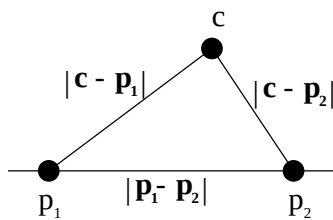


Figure 2.18: 形質遺伝性の評価指標 D_{ch} .

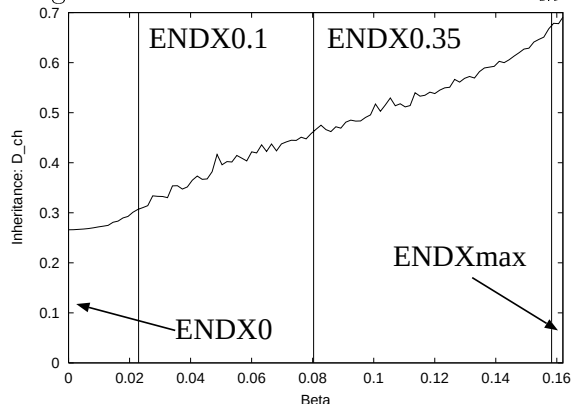


Figure 2.19: 両親とその子個体間の形質遺伝性とパラメータ β との関係.

個体間の D_{ch} の平均である．パラメータ β が小さいほど ENDX の形質遺伝性は良い．これは生成子個体の多様性とは逆である．

以上より ENDX では生成子個体の多様性と形質遺伝性の間にトレードオフが存在し，これが GA の性能に影響を与えると言うことができる．ENDX の探索性能を向上させるためにはこれらの性質の良いトレードオフを達成する必要がある．同様の議論は文献 [柳浦 94] や [Nagata 99] において，組み合わせ最適化問題を扱う GA に対してなされている．本論文の結果は，この議論が実数値 GA においても成立する可能性を示唆する．

2.7 おわりに

本章では UNDX を喜多らの提案した交叉の設計指針に基づいて改良することにより，新しい交叉: ENDX (Extended Normal Distribution Crossover) を提案した．ENDX は変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず，多峰性に対して良好な探索性能を示す．また交

又の設計においては喜多らの提案した設計指針の他に，ENDX では交叉の形質遺伝性も考慮する必要があることを示した．交叉の形質遺伝性と生成子個体の多様性の間にはトレードオフが存在し，ENDX の探索性能を向上させるためにはこれらの性質の良いトレードオフを達成する必要がある．

UNDX や ENDX が多峰性関数最適化において UNDX- m や SPX よりも良好な探索性能を示す理由も，交叉の形質遺伝性と生成子個体の多様性の間のトレードオフによって説明できると考えられる．しかしその検証についてはさらなる研究の課題である．また ENDX は UNDX と比較して初期収束を起こしやすく，初期収束を起こさないためにはより大きな集団サイズが必要である．初期収束が起こる理由や，初期収束を起こさないために必要な集団サイズについて解析を行う必要があり，これについても今後の課題である．

Chapter 3

適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE

3.1 はじめに

多峰性関数最適化問題における複数解の提示は，工学的にはしばしば望まれることである．本章では GA の適用が有効であるビッグバレー構造のような性質を持つ多峰性関数最適化問題において複数局所解を同時に発見することが可能で，さらに変数間依存性や悪スケール性の影響を受けない世代交代モデル: GALLE(Genetic Algorithm using Local Landscape Estimation) の提案を行う．複数解を同時に発見することにより，最適解の発見確率の向上も期待できる．GALLE に対して UNDX や前章で提案した ENDX を利用した GA: GALLE(UNDX) と GALLE(ENDX) を提案し，これらの性質について考察する．

3.2 複数局所解発見のための世代交代モデル

3.2.1 従来手法とその問題点

多峰性関数最適化問題に対して同時に複数の最適解や局所解を求めることは有益であると思われる．ところが MGG[佐藤 97] に代表されるような個体の適応度のみを考慮する世代交代モデルは 1 試行で 1 種類の解を得ることしかできず，多峰性関数に対して適してい

るとは言えない。

多峰性関数最適化問題に対して同時に複数の最適解や局所解を求めることができる GA の手法には Niching と呼ばれる手法がある。Niching 手法は主に次の 2 種類に分類できる。

1 つは集団の混雑度に基づく方法である。Fitness Sharing はまわりに存在する個体の数に応じて個体の適応度を割り引く手法である [Goldberg 87, Miller 96, Sareni 98]。また Crowding はまわりに存在する個体の数に応じて個体を間引く手法である [Deb 89, Harik 95]。しかしこれらの手法は問題のスケールに基づいて距離パラメータを調整する必要がある。また個体間の距離を評価しなければならないため、悪スケール性への対応が難しい。

もう 1 つは集団をサブ集団に分割し並列的に探索を行う方法である。fGA は集団を、良い適応度を持つ個体の近傍をさらに探索する集団と新たな領域を探索する集団に分割する手法である [筒井 96]。しかしこの手法も集団を分割するために距離を評価しなければならず、Fitness Sharing と同様の問題が存在する。MRSC_GA は変数空間でのクラスタ分析に基づいて集団の分割を行う [Hocaoglu 97]。従って変数のスケールが悪い問題に対しても使用できるが、高々数百個体の集団に基づいて数十次元の空間を分割することは難しく、高次元問題に対する使用には疑問が残る。また GAS は複数の距離パラメータを用いることで集団を階層的に分割する [Jelasky 98]。この手法も変数のスケールが異なる問題に対してロバストであるとしているが、スケールの悪い谷が複数存在するような関数に対して正しく集団を分割できるか疑問である。またこの手法は SA のようなパラメータのスケジューリングを必要とする。

3.2.2 接近法

関数最適化問題において評価関数の適応度景観を正確に推定することができれば、この情報を利用することによって変数間依存性や悪スケール性の影響を受けることなく複数局所解の発見が可能である。ところが従来手法は適応度景観の情報を積極的に活用しているとは言えなかった。本研究では GA の探索において適応度景観を推定し、これを利用することを考える。しかしながら全探索領域の適応度景観を正確に推定することは適応度景観が比較的単純であっても、高次元問題では不可能となる。本研究では適応度景観を局所的に推定することを繰り返し、これを生存選択や複製選択に利用することを考える。適応度

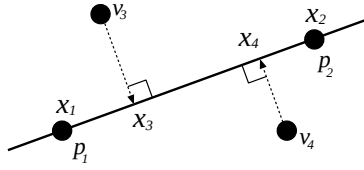


Figure 3.1: v_i から x_i への写像の例.

景観の情報を積極的に利用することで、多峰性を考慮した個体選択が期待できる．また適応度景観の推定は両親を結ぶ直線付近で、その子個体を利用して行うものとする．適応度景観の推定を直線的に行うことで、高次元問題においても適応度景観の推定を利用した探索が可能である．

3.3 局所的な適応度景観の推定と利用

本節ではまず交叉によって生成した子個体を利用して両親付近の局所的な適応度景観を推定する方法について説明する．そのために使用する交叉としては、両親を結ぶ直線に沿って子個体を生成するものであればどのような交叉でも良い．さらに推定した局所的な適応度景観を探索に利用する方法について説明する．

3.3.1 局所適応度景観の推定

交叉によって生成した子個体およびその両親 p_1, p_2 を用いて、両親付近の局所的な適応度景観を推定する方法を説明する．ここで両親 p_1, p_2 およびその子個体を家族と呼ぶ．家族に含まれる個体を $v_i (i = 1, \dots, N)$ と表す．

まず家族内の全ての個体 v_i を、両親 p_1, p_2 を結ぶ直線 (主軸) 上の点 x_i に写像する．写像関数を map とする:

$$x_i = map(v_i), \quad i = 1, \dots, N.$$

写像には、主軸に対する垂直写像 (Figure 3.1) など、交叉に応じて様々なものが考えられる．次に個体 v_i の適応度 y_i が次のモデルに従って生成されていると仮定する．

$$y_i = m(x_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, N.$$

ただし $m(x)$ は回帰関数, ϵ_i は $N(0, \sigma^2)$ に従う乱数である. 家族に含まれる個体は必ずしも主軸上には存在しないことに注意されたい. $m(x)$ は家族の存在する領域の適応度景観を重畳し, 主軸上に写像したものに相当する. 従って $m(x)$ 上で良い評価値を持つ点のまわりには良い適応度を持つ領域が広がっていると考えられる. $m(x)$ を局所適応度景観 (local fitness landscape) と呼ぶ.

$m(x)$ を推定するために局所線形推定 (local linear estimation) [シモノフ 99, Cleveland 79] を使用する. $m(x)$ の局所線形推定量 $\hat{m}(x)$ は, 以下の式を β_0, β_1 に関して最小化したときの β_0 として定義される.

$$\sum_{k=1}^N [y_k - \beta_0 - \beta_1(x - x_k)]^2 K\left(\frac{x - x_k}{h(x)}\right).$$

ここで $h(x)$ は主軸に関して x から r 番目に近い個体との距離, $K(x)$ はカーネル関数である. 従って局所線形推定量 $\hat{m}(x)$ は以下のように書ける:

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{Nh(x)} \sum_{k=1}^N \frac{s_2 - s_1(x - x_k)}{s_2 s_0 - s_1^2} K\left(\frac{x - x_k}{h(x)}\right) y_k.$$

ただし $s_t = \frac{1}{Nh(x)} \sum_{k=1}^N (x - x_k)^t K\left(\frac{x - x_k}{h(x)}\right)$. また σ^2 の推定量 $\hat{\sigma}^2$ は次のように計算される.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y_k - \hat{m}(x_k)]^2.$$

局所線形推定の性質により, 推定した局所適応度景観 $\hat{m}(x)$ は本来の局所適応度景観 $m(x)$ を平滑化したものとなる. Figure3.2(a) や Figure3.2(b) のように家族に含まれる個体の存在する領域の適応度景観が単純であった場合, 推定される局所適応度景観はそれぞれ Figure3.3(a) や Figure3.3(b) のように元の適応度景観を適切に反映したものになる. しかし Figure3.2(c) のように景観が複雑であった場合, 平滑化の効果のために Figure3.3(c) のように滑らかな局所適応度景観が推定される.

3.3.2 局所適応度景観の利用

推定された局所適応度景観 $\hat{m}(x)$ が Figure3.3(a) であった場合, $\hat{m}(x)$ の極小付近だけをさらに探査すれば良い. 同様に Figure3.3(b) の場合は, $\hat{m}(x)$ の2つの極小付近をそれぞれ

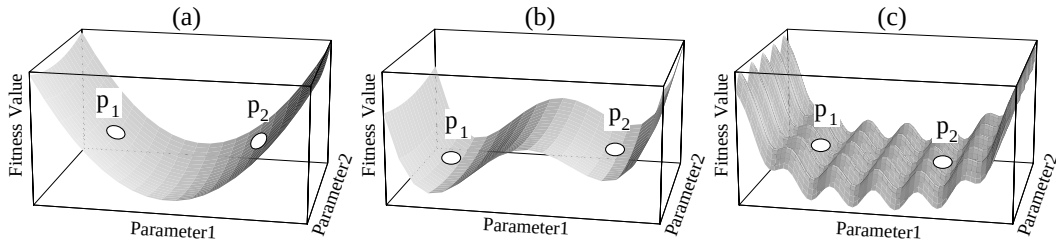


Figure 3.2: 両親 p_1, p_2 付近の実際の適応度景観の例. (a) 唯一の局所解が存在する場合, (b) 複数の局所解が存在する場合, (c) 多数の局所解が存在する場合.

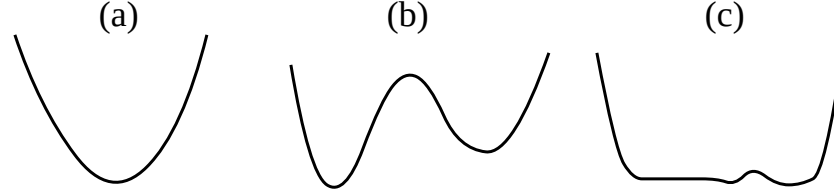


Figure 3.3: 推定される局所適応度景観 $\hat{m}(x)$ の概念図.

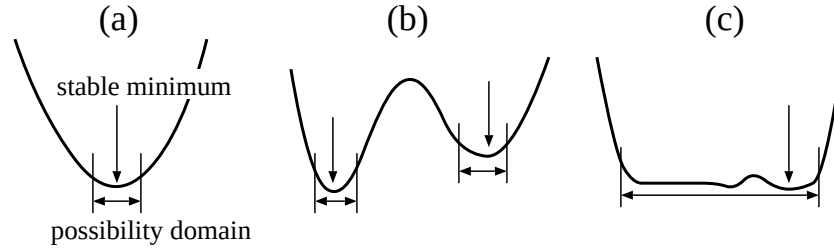


Figure 3.4: 安定極小と有望領域

別々に探査することが望まれる. さらに Figure 3.3(c) であった場合, $\hat{m}(x)$ において評価値の良い領域全体のさらなる探査の必要性が示唆される.

以上の考えに基づいて探索を行うために, 安定極小と有望領域を定義する.

定義 1 安定極小 (*stable minimum*)

点 x_{min} に対して連続な領域 D が以下の条件を満たすとき, x_{min} は安定極小である.

$$\begin{aligned} x_{min} &\in D, \\ \hat{m}(x_{min}) &= \min_{x \in D} \hat{m}(x), \\ \hat{m}(x) &\leq \hat{m}(x_{min}) + \delta_1, \forall x \in D. \end{aligned}$$

ただし δ_1 に関して,

$$\int_{-\delta_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} e^{-y^2/2\hat{\sigma}^2} dy = P_1$$

であり, P_1 は無視すべき微細な極小と実際の適応度景観を反映していると考えられる極小とを区別するためのしきい値パラメータである. また $\hat{\sigma}^2$ は 3.3.1項で計算した分散 σ^2 の推定量である.

定義 2 有望領域 (*possibility domain*)

安定極小 x_{min} に対して連続な領域 E が以下の条件を満たすとき, E は x_{min} に対する有望領域である.

$$x_{min} \in E,$$

$$\hat{m}(x) \leq \hat{m}(x_{min}) + \delta_2, \forall x \in E.$$

ただし δ_2 に関して,

$$\int_{-\delta_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} e^{-y^2/2\hat{\sigma}^2} dy = P_2$$

であり, P_2 は有望領域の大きさを決定するための定数パラメータである.

Figure3.3のような局所適応度景観に対して, 安定極小や有望領域は Figure3.4のようになる. 有望領域は適応度の良い個体が存在する可能性の高い領域のことであり, さらなる探索が望まれる領域を意味する. 次節で有望領域を利用した世代交代モデル: GALLE を提案する.

3.4 局所適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE

複数の最適解・局所解を同時に発見することを目的として, 局所適応度景観を利用した世代交代モデル: GALLE(Genetic Algorithm using Local Landscape Estimation) を提案する.

3.4.1 局所適応度景観に基く生存選択

局所適応度景観から導かれた有望領域を利用して生存選択を行う方法について説明する。生存選択は MGG[佐藤 97] に準じて家族に対して適用され、選択された 2 個体とその両親と交代する。ただし家族とは局所適応度景観推定の際の主軸をなす親個体 p_1, p_2 と、交叉によって生成された子個体のことである。

複数局所解を同時に発見するという目的のためには発見した全ての有望領域を別々に探索することが望ましい。しかし各世代に交代する個体は高々 2 個体であるため、GALLE は以下の方針に従って生存選択を行うものとする。有望領域が狭い場合は、互いに遺伝子の似ている 2 個体を生存選択することで集団の収束を促す。広い範囲に有望領域が存在する場合は、互いに大きく異なる遺伝子を持つ 2 個体を選択することで集団の多様性を維持する。以下に生存選択の手続きを示す：

[手続き: 生存選択]

1. 家族内で最良の適応度を持つ個体を選択。 v_{best} とする。
2. もう一つの個体 v_{other} を選択する (Figure3.5)。 v_{other} は、選択可能個体の中から適応度の良い順にポアソン分布 $Po(q)$ に従う確率で選択される。ただし選択可能個体とは、 v_{best} との交叉によって探索される領域が全ての有望領域を含むような個体のことである。また q は定数パラメータである。そのような個体が存在しない場合は、両親を結ぶ軸に関して v_{best} から最も遠い個体を v_{other} とする。
3. v_{best}, v_{other} を p_1, p_2 と交代させる。ただし交代は両親を結ぶ軸に関してなるべく近い親子間で行う。

3.4.2 mating list の更新

多峰性関数において、明らかに異なる谷に属する個体間の交叉は無駄であることが多い [Deb 89]。そこで mating list を用いて無駄な交叉を抑制することを考える。

局所適応度景観から導かれた有望領域が唯一であった場合、生存選択された 2 個体が同じ谷に属する (Figure3.2(a)) か、又は 2 個体のまわりに多くの谷が存在する (Figure3.2(c))

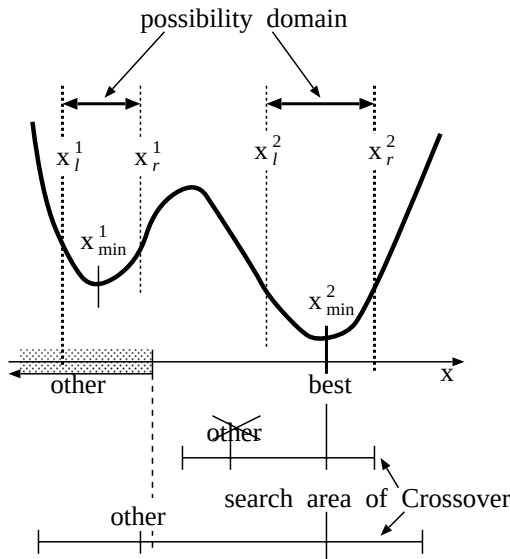


Figure 3.5: 生存選択.

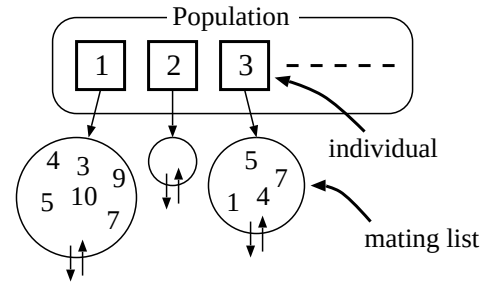


Figure 3.6: mating list.

場合のどちらかであると考えられる．前者の場合は局所最適化の観点から，また後者の場合はその領域の未来の世代でのさらなる探索のために，2 個体間の交叉を促進する．有望領域が複数であった場合 (Figure3.2(b)) は，明らかに異なる谷にまたがる無駄な交叉の可能性を排除するために 2 個体間の交叉を抑制する．

交叉の促進と抑制の情報を管理するために，各個体は未来の世代に自分と交叉することが望ましいと判断された他の個体をそれぞれ自分のリストに保持する (Figure3.6)．このリストを mating list と呼ぶ．以下に mating list 更新のための手続きを示す：

[手続き: mating list の更新]

1. 生存選択において v_{best} と p_1 が交代するなら， v_{best} と v_{other} はそれぞれ p_1 と p_2 の mating list を継承する．推定した局所適応度景觀に唯一の有望領域が存在する場合は v_{other} を v_{best} の mating list に加える．またそれ以外の場合も p_1 の mating list に p_2 が含まれていた場合は確率 P_c で v_{other} を v_{best} の mating list に加える．
2. v_{other} と p_1 が交代するなら， v_{other} と v_{best} はそれぞれ p_1 と p_2 の mating list を継承する．1 と同じ条件の場合に v_{best} を v_{other} の mating list に加える．

3.4.3 mating list を用いた複製選択

mating list を用いた複製選択によって無駄な交叉は抑制される．しかし新たな局所解を発見するためには mating list によらない複製選択も必要である．そこで確率 P_a で mating list に基づく複製選択を，確率 $1 - P_a$ で集団からの複製選択を行うことにする．以下に mating list を用いた複製選択の手続きを示す：

[手続き：複製選択]

1. 親 p_1 を集団からランダムに選択する．
2. 残りの親を，確率 P_a で p_1 の mating list から，確率 $1 - P_a$ で集団から，それぞれ非復元抽出する．

3.4.4 アルゴリズム

以上より，GALLE のアルゴリズムは次のように構成される．

[ステップ 1: 初期化]

ランダムに初期集団を生成する．全ての mating list を空にする．

[ステップ 2: mating list を用いた複製選択]

mating list に基き，交叉の親として必要な個体を集団から 1 組だけ非復元抽出する．

[ステップ 3: 交叉]

選択された親個体を用いて交叉を行い， $N - 2$ 個の子個体を生成する．使用する交叉はどのような交叉でも良いが，両親を結ぶ直線に沿って子個体を生成するものが望ましい．

[ステップ 4: 局所的な適応度景観の推定]

交叉によって生成された子個体を用いて両親付近の局所適応度景観を推定する．

[ステップ 5: 局所適応度景観に基く生存選択]

推定した局所適応度景観に基いて生存選択を行う．

[ステップ 6: mating list の更新]

局所適応度景観を利用して mating list の更新を行う．世代数を 1 増加させて，ステップ 2 へ．

3.5 GALLE に使用する交叉

GALLE は交叉によって生成した子個体を利用して、両親 p_1, p_2 を結ぶ直線付近の局所的な適応度景観を推定する．従って交叉によって生成される子個体は、両親を結ぶ直線付近に分布することが望ましい．直線的に子個体を生成することのできる交叉として、本研究では UNDX[Ono 97] および ENDX(2章参照) を利用することを考える．GALLE に UNDX を利用した GA を GALLE(UNDX), ENDX を利用した GA を GALLE(ENDX) と呼ぶものとする．

3.5.1 UNDX の利用

UNDX は両親を結ぶ直線に沿って正規分布に従って子個体を生成する．そのため生成子個体は両親を結ぶ直線の中央付近に偏ることになり、それでは両親付近の局所適応度景観を偏りなく推定することができない．また UNDX は第 3 の親の取り方によっては必ずしも直線的に子個体を生成せず、超円盤状に子個体を生成する．この性質も、両親を結ぶ直線付近への子個体の生成を期待する GALLE にとって都合が悪い．

本研究では以上の点を考慮し、UNDX に改良を加えた rUDX(restricted Uniform Distribution Crossover) を使用する．rUDX は一度に 3 個体の親を利用し以下の式に従って子個体を生成する:

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \xi \mathbf{d} + D \sum_{i=1}^{n-1} \eta_i \mathbf{e}_i.$$

ただし,

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2,$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1,$$

$$D = \min(l, |\mathbf{d}|),$$

$$l = \sqrt{|\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1|^2 - \frac{[\mathbf{d} \cdot (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)]^2}{|\mathbf{d}|^2}},$$

$$\xi \sim [-\alpha, \alpha],$$

$$\eta_i \sim N(0, \beta^2).$$

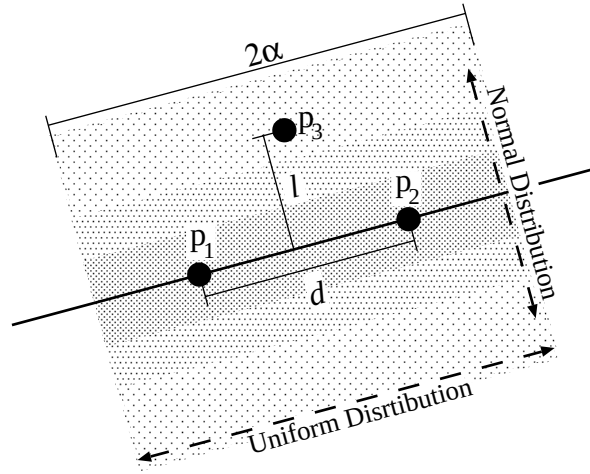


Figure 3.7: rUDX の概念図.

p_i ($i = 1, 2, 3$) は親個体の遺伝子ベクトル, c は子個体の遺伝子ベクトル, e_i は親 p_1 と親 p_2 を結ぶ直線に直交する部分空間の正規直交基底ベクトル, n は探索空間の次元数である. α, β は定数パラメータである.

rUDX は Figure 3.7 に示すように, 主軸方向には一様分布に従って, 主軸と直交する方向には正規分布に従って子個体を生成する. ここで主軸とは両親 p_1, p_2 を結ぶ直線のことである. また rUDX は主軸から遠く離れた個体を生成しないように制限されている. これらの性質は両親付近の局所的な適応度景観を推定するために都合の良い性質である.

交叉によって生成した子個体は 3.3.1 項に従って主軸上に写像する必要がある. 写像は主軸に対する垂直写像 (Figure 3.1) とする:

$$\begin{aligned} x_i &= \text{map}(v_i) \\ &= \frac{(p_2 - p_1) \cdot (v_i - p_1)}{|p_2 - p_1|^2}. \end{aligned}$$

ただし v_i ($i = 1, \dots, N$) は両親 p_1, p_2 およびその子個体, v_i はその遺伝子ベクトル, x_i は写像された点である.

以上に従って GALLE に rUDX を適用した GA を本研究では GALLE(UNDX) と呼ぶ.

3.5.2 ENDX の利用

UNDX は悪スケール性の影響を受ける．従って rUDX を適用した GALLE(UNDX) も悪スケール性の影響を受け、性能が悪化すると考えられる．そこで悪スケール性の影響を受けない ENDX の利用を考える．ただし ENDX にも UNDX と同様の問題点が存在するため、そのまま適用することは難しい．

偏りのない局所適応度景観の推定を実現するために、両親を結ぶ直線に沿って一様分布に従って子個体を生成することが出来るように ENDX を改良する．改良した ENDX を EUDX(Extended Uniform Distribution Crossover) と呼ぶ．EUDX は ENDX と同様に m 個体の親を利用し、以下の式に従って子個体を生成する：

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \xi \mathbf{d} + \sum_{i=3}^m \eta_i \mathbf{p}'_i. \quad (3.1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2, \\ \mathbf{d} &= \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1, \\ \mathbf{p}'_i &= \mathbf{p}_i - \frac{1}{m-2} \sum_{j=3}^m \mathbf{p}_j, \\ \xi &\sim [-\alpha, \alpha], \\ \eta_i &\sim N(0, \beta^2). \end{aligned}$$

EUDX には UNDX と同様に、必ずしも子個体が主軸に沿って生成されず、超円盤状に子個体が生成される可能性がある．しかし UNDX から rUDX へ改良したように、主軸に沿ってのみ子個体が生成されるように ENDX を改良すると、交叉は悪スケール性の影響を受けてしまう．そこで生成子個体の半分以上を、パラメータを調整する事によりほぼ直線状に生成させ、これを局所適応度景観の推定に利用するものとした．残りは生成子個体の多様性を意識して生成するものとする．ただし局所適応度景観に利用されなかった子個体も、半分以上の子個体を用いて推定された局所適応度景観に基づいて選択されるものとする．

主軸上への写像に関しても悪スケール性に対する影響を考慮する必要がある．前項と同様に写像を主軸に対する垂直写像とすると GALLE は座標系の影響を受ける．そこで以下

に従って写像することとした:

$$\begin{aligned} x_i &= \text{map}(v_i) \\ &= \xi_i. \end{aligned}$$

ただし ξ_i は式 3.1において子個体 v_i を生成するために使用する一様乱数の値である．なお $\text{map}(p_1) = 0, \text{map}(p_2) = 1$ とする．これにより GALLE は悪スケール性の影響を受けなくなる．

以上に従って GALLE に EUDX を適用した GA を本研究では GALLE(ENDX) と呼ぶ．

3.6 考察

本節では GALLE(UNDX) を用いて GALLE の特徴について実験的考察を行う．実験に使用したパラメータは rUDX に関して $\alpha = 0.5, \beta = 0.35/\sqrt{n}$ である．また GALLE に関しては特に記載がなければ $q = 0.9, P_a = 0.9, P_c = 0$ ，集団サイズ: $n_p = 100$ ，生成子個体数: $n_c = 50$ としている．従って局所適応度景観推定に利用する個体数は $N = n_c + 2 = 52$ である．さらに局所線形推定のためのパラメータは $r = 8, P_1 = 0.945, P_2 = 0.955$ ，カーネル関数は

$$K(x) = \begin{cases} (1 - x^2)^2, & \text{if } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

とした．なお GALLE の性能評価については 4章で行う．

3.6.1 局所適応度景観推定の効果

局所線形推定を用いた局所的な適応度景観推定を行うことの効果について実験および考察を行う．

Figure3.8～Figure3.10は，それぞれ 10 次元 Rastrigin 関数において探索の序盤，中盤，終盤に推定された局所適応度景観の例である．図の横軸は両親 p_1, p_2 を結ぶ直線上の位置であり，0 の位置が p_1 に，1 の位置が p_2 に相当する．なお Rastrigin 関数は次の式に従うビッグバレー構造を持つ関数である:

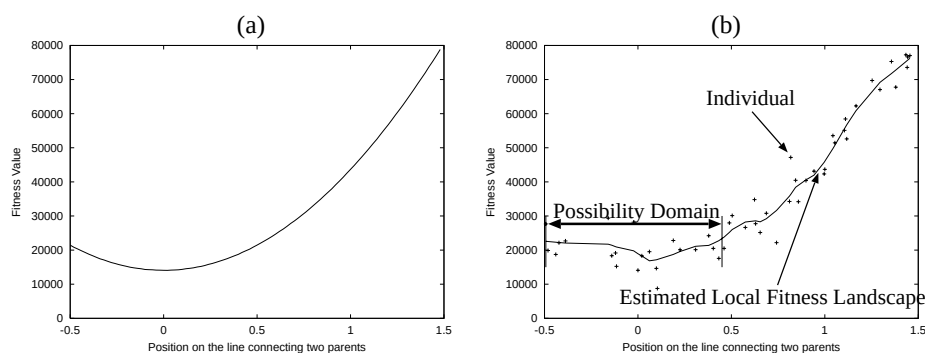


Figure 3.8: 探索序盤に推定した局所適応度景観の例 (100 世代, Rastrigin 関数). (a) 両親 p_1, p_2 を結ぶ直線上の適応度景観, (b) 交叉によって生成した子個体を用いて推定した局所適応度景観と有望領域.

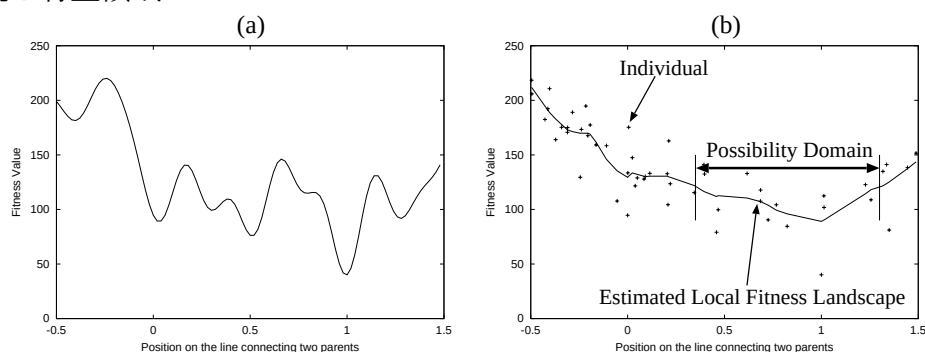


Figure 3.9: 探索中盤に推定した局所適応度景観の例 (10000 世代, Rastrigin 関数). (a) 両親 p_1, p_2 を結ぶ直線上の適応度景観, (b) 交叉によって生成した子個体を用いて推定した局所適応度景観と有望領域.

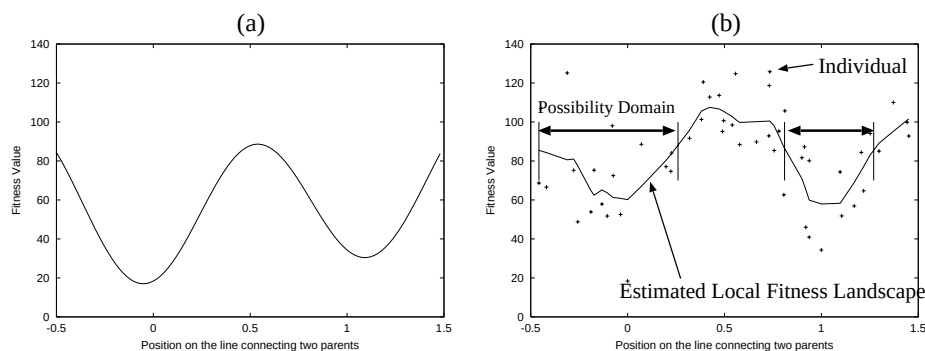


Figure 3.10: 探索終盤に推定した局所適応度景観の例 (50000 世代, Rastrigin 関数). (a) 両親 p_1, p_2 を結ぶ直線上の適応度景観, (b) 交叉によって生成した子個体を用いて推定した局所適応度景観と有望領域.

$$f_{Ra}(x_1, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)], \quad -100 \leq x_i \leq 100, \quad n = 10.$$

通常の Rastrigin 関数よりも初期個体の生成領域が広いことに注意されたい。

探索の序盤には集団中の個体が分散して分布しているため、親として選択される個体は互いに離れて存在している。そのとき Rastrigin 関数の各局所解間の適応度の変化に比べて、大域的な構造による適応度変化は非常に大きい。GALLE は少ない数の生成子個体を用いて局所適応度景観を推定するため、ビッグバレー構造による大域的な適応度変化のみを捉える (Figure3.8)。その結果、適応度の悪い領域を無駄に探索することなく、素早く良い適応度を持つ領域に収束することが可能である。

探索の中盤では、各局所解間の適応度の変化とビッグバレー構造による適応度変化がほぼ等しくなる。そのため両親を結ぶ直線上の適応度景観も非常に複雑になる (Figure3.9(a))。GALLE ではこのように複雑な適応度景観を正確に推定することはできないが、Figure3.9(b) のように比較的広い領域を有望領域とすることで先の世代におけるこの領域のさらなる探索を期待する。

さらに探索の終盤では集団中の個体は互いに近くに存在し、各局所解間の適応度変化のみの影響が大きくなる (Figure3.10)。GALLE は異なる局所解の谷に存在する個体を区別し、これらの間の交叉を抑制することで、解の洗練化を目指す。

以上のように GALLE は集団の収束状況に合わせた精度で局所適応度景観の推定を行うことにより、適応的な探索を行うことが可能である。ただしこれは全ての複数最適解・有力な局所解を同時に得ることを保証するものではない。複数局所解を同時に得ることが出来るための集団サイズや、正しい生存選択や複製選択が可能な局所適応度景観推定に必要な生成子個体数などについてはさらなる研究の課題である。

3.6.2 パラメータ

GALLE のパラメータ q および P_a を変化させた場合の影響を観察するために実験を行う。実験には前項と同様に 10 次元 Rastrigin 関数を使用し、パラメータを変化させた場合に発見する局所解の数を比較する。

Figure3.11 は $q = 0.9$ で固定し P_a を変化させたときに、 10^6 世代において集団が保持して

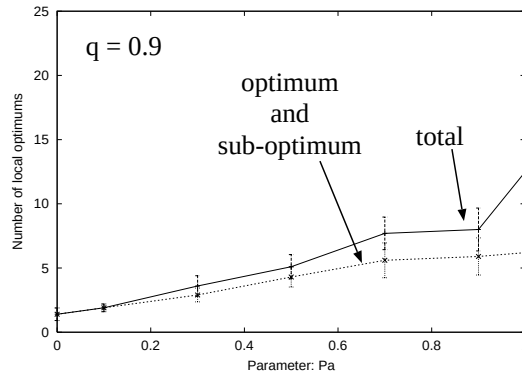


Figure 3.11: 発見した局所解の個数とパラメータ P_a の関係 (Rastrigin 関数). 全ての局所解の個数と、最適および準最適な局所解の個数.

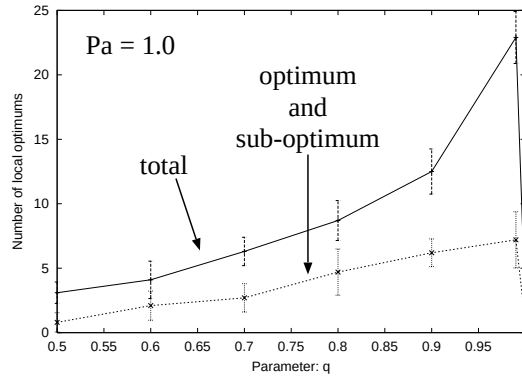


Figure 3.12: 発見した局所解の個数とパラメータ q の関係 (Rastrigin 関数).

いた局所解の個数を示している．同様に Figure 3.12 は $P_a = 1.0$ で固定し， q を変化させたときに保持していた局所解の個数である．図には提案手法が発見した最適解および準最適解の個数も示してある．なお 10 次元 Rastrigin 関数は唯一の最適解と 20 個の準最適解を持つ．提案手法が発見した局所解のうちの多くが準最適な局所解であることが分かる．さらに P_a が大きいほど発見した局所解の数が多い．同様に q も大きい程，発見した局所解の数が増加する．しかし $q = 1$ では，発見した局所解の数が急激に減少し逆に集団の多様性が上昇した．実験では q が小さい場合と $q = 1$ の場合に，最適解の発見に失敗することがあった．しかしそれ以外の場合では全ての試行で最適解を発見した．

以上より， q, P_a は共に大きいほど多くの局所解を発見できることが分かる．ただし $q = 1$ のときだけ例外的に性能が悪化する．GALLE は $q = 1$ のとき，探索途中に発見した全ての

局所解を保持しようとする．従って Rastrigin 関数のように局所解が非常に多い関数では、精度の高い解を得ることは困難である．何故なら提案手法では同じ局所解に複数の個体が存在しなければその局所解を高精度で得ることは難しいためである．逆に q が小さすぎる場合、発見した局所解を確実に保持し続けることが難しい．その結果集団は収束し、最終的に発見できる局所解の数は少ない．

また P_a が大きければ、異なる局所解に属する個体間の交叉が抑制されるため、効率的な探索が可能である．しかし P_a が大きすぎると新たな領域の探索が行われない可能性があり、注意が必要である．

GALLE では $q = P_a = 1$ とすれば、最大数の局所解を得ることができる．しかし Rastrigin 関数のように局所解が非常に多い問題では、発見できる局所解の数が多くなりすぎ、精度の高い解を得ることが出来ない．従って局所解が非常に多い問題では、 q, P_a をなるべく大きな 1 未満の値にすることが望ましい．このような場合、 q, P_a 共に大きいほど多くの局所解を発見する．ただし精度の高い解を得るために多くの世代数が必要となる．

3.6.3 計算量

最後に GALLE の時間計算量を評価する．交叉を除いて、GALLE が最も計算量を要するのは局所的な適応度景観の推定である．そこで局所適応度景観推定の計算量を評価する．ただし以下において n : 問題空間の次元数、 n_c : 1 世代に生成する子個体の数、 n_p : 集団サイズ、 r : 景観推定のための定数パラメータである．局所適応度景観推定ではまず、各生成子個体を両親を結ぶ直線上に写像するために個体当り $O(n)$ の計算量を必要とする．ここで O はオーダである．局所線形推定の計算量は $O(rn_c)$ であるから、局所適応度景観推定の時間計算量は 1 世代当り $O(nn_c) + O(rn_c)$ である．

UNDX の世代当りの時間計算量は $O(nn_c)$ 、ENDX の世代当りの時間計算量は推奨パラメータを用いた場合 $O(n^2n_c)$ であり、GALLE と同程度の計算量を必要とする．さらに計算コストの高い実問題への適用を考えた場合、GALLE の計算コストはあまり問題にはならないと考えられる．

ただし GALLE では mating list による交叉の抑制を正しく行うために少なくとも $O(n_p^2)$ の世代数を必要とする．さらなる高次元関数の最適化問題への適用を考えた場合、多くの集

団サイズは不可欠であり，世代数をあまり必要としない交叉の抑制手法の提案が望まれる．

3.7 おわりに

本章では，複数の局所解を 1 試行で発見するための世代交代モデル: GALLE(Genetic Algorithm using Local Landscape Estimation) を提案した．GALLE は交叉によって生成した子個体を用いて局所的な適応度景観を推定する．推定した局所適応度景観を生存選択と複製選択に利用する．これにより GALLE は複数局所解を同時に発見し，さらに変数間依存性や悪スケール性の影響を受けないことが期待される．GALLE は局所適応度景観の推定に局所線形推定を利用することから，連続な適応度景観を持つ関数最適化問題への適用が望ましい．ステップ関数のように至るところで不連続な適応度景観を持つ関数最適化問題への適用には，他の推定手法の使用が望まれる．

GALLE に使用する交叉として UNDX と ENDX を利用した GA: GALLE(UNDX) と GALLE(ENDX) を提案した．これらの性能評価については 4 章で行う．GALLE(UNDX) の挙動を観察することにより，GALLE が集団の収束状況に合わせて適応的な探索を行うことを示した．しかし複数最適解・有力な局所解を同時に得るための最適な集団サイズや，正しい生存選択や複製選択が可能な局所適応度景観推定に必要な生成子個体数などに関する解析はさらなる研究の課題である．

Chapter 4

GALLE の評価

4.1 はじめに

本章ではベンチマーク問題を用いて、前章で提案した GALLE に UNDX と ENDX を利用した GA: GALLE(UNDX) と GALLE(ENDX) の性能評価を行う。また GALLE(ENDX) を、難しい実問題として知られるレンズ系設計問題へ適用し、適応度景観が極めて複雑な問題に対しても提案手法が有効であることを示す。

4.2 ベンチマーク問題による性能評価

4.2.1 実験設定

実験は以下のベンチマーク問題を用いて行う。

- f_{Ra} : 10 次元 Rastrigin 関数.
- f_{iRa} : 10 次元 ill-scaled Rastrigin 関数.
- f_{FP} : 15 次元 Fletcher and Powell 関数.

Rastrigin 関数は原点を中心として非常に多くの局所解が存在する問題である。この関数を用いて、提案手法が非常に局所解の多い問題に対しても比較的良い適応度の複数解を発見

することを示す。また ill-scaled Rastrigin 関数はスケールを悪くした Rastrigin 関数である。これを用いて、悪スケール性に対する性能を評価する。Fletcher and Powell 関数は局所解の数は少ないものの、局所解がランダムに分布し、また変数間依存性の強い関数となっている。このような問題に対しても提案手法が有効であることを示す。

実験は各関数に対して 10 試行を行い、探索打ち切り世代は 10^6 世代とする。集団サイズ: $n_p = 300$, 生成子個体数: $n_c = 50$.

GALLE(UNDX) のパラメータは特に断りがなければ $q = 0.9$, $P_a = 0.9$, $P_c = 0$. 使用する交叉のパラメータは $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.35/\sqrt{n}$. ただし n は探索空間の次元数である。

同様に GALLE(ENDX) のパラメータは $q = 0.9$, $P_a = 0.9$, $P_c = 0.9$. 使用する交叉は親個体として $m = n + 2$ 個体を使用する。適応度景観推定のための交叉パラメータは $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.01/\sqrt{m-3}$, 多様性維持のための交叉パラメータは $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ とする。これらは交叉の設計指針 (2.3.2項参照) を意識した設定となっている。

また局所線形推定のためのパラメータには次のものを使用する: $r = 8$, $P_1 \simeq 0.945$, $P_2 \simeq 0.955$. カーネル関数は以下の通り:

$$K(x) = \begin{cases} (1 - x^2)^2, & \text{if } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

比較のため Mating Restriction[Deb 89] を利用した Fitness Sharing[Goldberg 87], および Crowding の一種である RTS(Restricted Tournament Selection)[Harik 95] を用いて実験を行う。Fitness Sharing には世代交代モデルとして MGG[佐藤 97] を用い、交叉半径: $R = 0.4$, シェアリング半径: $S = 0.4$ とする。また RTS のウィンドウサイズパラメータ: $w = 50$ とする。両手法とも交叉には UNDX を使用し、その他のパラメータに関しては提案手法と同じとする。これにより全ての手法の世代当りの関数の評価回数は同じになる。

4.2.2 Rastrigin 関数

10 次元 Rastrigin 関数を用いて実験を行う。Rastrigin 関数は次の通りである:

$$f_{Ra}(x_1, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n \left[x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) \right], \quad -100 \leq x_i \leq 100, \quad n = 10.$$

Table 4.1: Rastrigin 関数における性能比較

	最適解発見率	局所解発見個数
GALLE(UNDX)	10/10	12.6
GALLE(ENDX)	9/10	18.4
Fitness Sharing	0/10	0.0
RTS	0/10	15.0

Rastrigin 関数は原点の最適解を中心に非常に多くの局所解が等間隔に並んだ関数である。通常の関数よりも初期個体の分布領域が広がっていることに注意されたい。これにより通常よりも難しい問題となっている。

Table4.1に比較実験の結果を示す。Fitness Sharing や RTS は最適解を全く発見できないのに対して、GALLE は高い確率で最適解を発見する。また同時に発見することの出来る局所解の数も十分多いといえる。ただし各局所解から距離 0.01 以内に個体が存在する場合に、その局所解を発見されたものとしている。Fitness Sharing では精度の高い解を得ることは難しいため、全く局所解を発見できないと判断されている。

4.2.3 Ill-scaled Rastrigin 関数

前項と同様に 10 次元 ill-scaled Rastrigin 関数を用いて実験を行う。Ill-scaled Rastrigin 関数は次の通りである：

$$f_{iRa}(x_1, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n \left[(ix_i)^2 - 10 \cos(2\pi ix_i) \right], \quad -100/i \leq x_i \leq 100/i, \quad n = 10.$$

この関数は変数毎にスケールを変えた Rastrigin 関数である。前項の Rastrigin 関数との違いはスケールだけであり、Rastrigin 関数と同等の結果が望まれる。

結果は Table4.2である。Fitness Sharing に関しては結果に変化はなく、全く解を発見できない。GALLE(UNDX) や RTS は悪スケール性の影響を受け、最適解の発見率は向上するものの、同時に発見できる局所解の数は減少する。それに対して GALLE(ENDX) は悪スケール性の影響を受けないため、Rastrigin 関数に対する結果とほぼ同等の結果が得られ

Table 4.2: Ill-scaled Rastrigin 関数における性能比較

	最適解発見率	局所解発見個数
GALLE(UNDX)	10/10	3.9
GALLE(ENDX)	10/10	29.5
Fitness Sharing	0/10	0.0
RTS	4/10	5.1

る．ただしこの関数に対しても各局所解から距離 0.01 以内に個体が存在する場合に，その局所解を発見されたものとしている．GALLE(ENDX) が Rastrigin 関数に対してよりも，多くの局所解を同時に発見しているように見えるのはこのためである．

4.2.4 Fletcher and Powell 関数

最後に 15 次元 Fletcher and Powell 関数を用いて実験を行う．Fletcher and Powell 関数は以下の式で与えられる周期性を持つ関数である：

$$f_{FP}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n (A_i - B_i)^2, \quad -\pi \leq x_i \leq \pi, \quad n = 15.$$

ただし，

$$A_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \sin \alpha_j + b_{ij} \cos \alpha_j),$$

$$B_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \sin x_j + b_{ij} \cos x_j),$$

$\alpha = (\alpha_j)$ はランダムに生成されたベクトル， $A = (a_{ij})$ および $B = (b_{ij})$ はランダムに生成された行列であり，文献 [Bäck 96] の値を使用した．Fletcher and Powell 関数は変数間依存性が強く，また局所解がランダムに分布する多峰性関数である．GALLE のパラメータは $q = P_a = 1.0$ として実験した．周期性のあるこの関数に対しては付録 B.1 に示す変換操作を用いて実行する．他の手法に関しても同様の変換操作を適用する．

Table 4.3 に結果を示す．GALLE は Fletcher and Powell 関数のように局所解がランダムに存在する関数であっても，複数の局所解を同時に発見できる．しかし GALLE は良い適

Table 4.3: Fletcher and Powell 関数における性能比較

	最適解発見率	局所解発見個数
GALLE(UNDX)	10/10	9.5
GALLE(ENDX)	10/10	6.5
Fitness Sharing	0/10	0.0
RTS	10/10	5.1

応度の解を発見するまでに多くの世代数が必要であり、GALLE(ENDX) は特に各局所解への収束が遅い。そのため GALLE(ENDX) の結果は GALLE(UNDX) に劣るものとなっている。また Fletcher and Powell 関数の局所解の数はあまり多くないため、RTS でも複数の最適解や有力な局所解が発見可能である。

4.2.5 まとめ

以上の実験より、GALLE は変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず多峰性に対して同時に複数の最適解・局所解を発見することができる世代交代モデルであることが確認できた。特に GALLE(ENDX) は変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず多峰性に対して同時に複数の最適解・局所解を発見することができる GA であり、適応度景観が複雑な実問題への適用に適していると考えられる。

4.3 レンズ系設計問題への適用

本項では変数間依存性、悪スケール性、多峰性を持つ困難な関数最適化問題として知られるレンズ系設計問題に対して GALLE(ENDX) の適用を試みる。

4.3.1 レンズ系設計問題

レンズ系設計問題とは設計仕様として与えられる焦点距離 f ，明るさ F ，画角 $2w$ を満たした上で、像に歪みやボケの無いレンズ系を設計する問題である。性能の良いレンズ系を

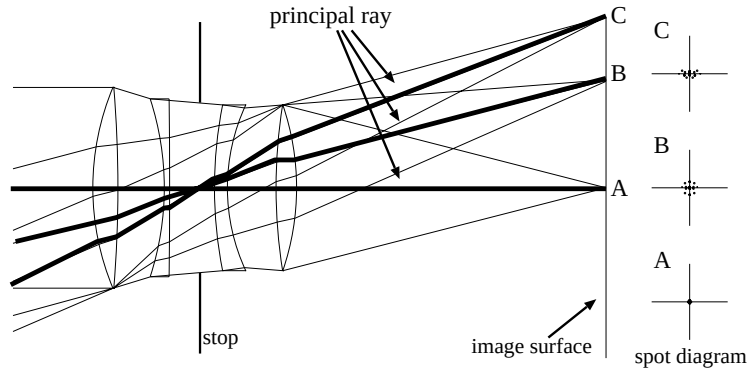


Figure 4.1: スポットダイアグラムによるレンズ系の評価.

設計するためには、レンズの枚数、レンズ曲率半径、レンズ厚、レンズ間距離、ガラスの屈折率といった非常に多くのパラメータを調整する必要がある。

本研究では4枚組レンズの設計を行うものとし、ガラスの屈折率も所与とする。従って決定変数はレンズ曲率半径、レンズ厚、レンズ間距離である。なおレンズの最終面の曲率半径と最終面とフィルム間距離は設計使用を満たすように決定されるため、4枚組レンズ系設計問題は14次元関数最適化問題となる。

レンズ系は歪曲 (Distortion: D) と解像度 (Resolution: R) に基づいて評価する。これらの評価にはスポットダイアグラムを利用する。スポットダイアグラムとは、レンズ系に入射する光線群のフィルム面上での結像状態を代表的な幾つかの光線の結像位置で示したもので、光線追跡による計算で求められる。本研究では、主光線を中心とする11本の光線によってスポットダイアグラムを作成する。なお主光線とは絞りと光軸の交点を通る光線のことである。入射角 $0, 0.65w, w$ からの光線によって作成された3種類のスポットダイアグラムを用いて評価を行う (Figure 4.1)。歪曲 D は設計仕様によって決まる理想的な結像位置と主光線の像点との距離の和で与え、また解像度 R は主光線の像点とその他10本の光線の像点の散らばり具合を標準偏差で与えるものとする:

$$D = \sum_{W \in 0, 0.65w, w} \sqrt{(x_0 - x_{ideal})^2 + (y_0 - y_{ideal})^2}$$

$$R = \sum_{W \in 0, 0.65w, w} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{10} [(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2]}{10}}$$

ただし (x_{ideal}, y_{ideal}) は理想的な結像位置, (x_0, y_0) は主光線の結像位置, (x_k, y_k) はその他 10 本の光線の結像位置である. 本研究における評価関数 f は $f = D + R$ とした.

レンズ系設計問題は変数間依存性, 悪スケール性, 多峰性を持つ困難な関数最適化問題として知られている.

4.3.2 実験条件

GALLE(ENDX) による実験は 10 試行を行い, 探索打ち切り世代は 10^5 世代とする. 集団サイズ: $n_p = 300$, 生成子個体数: $n_c = 50$ とする. GALLE(ENDX) のパラメータは $q = 0.99$, $P_a = 0.9$, $P_c = 0.9$ とする. 使用する交叉は親個体として $m = n + 2$ 個体を使用する. 適応度景観推定のための交叉パラメータは $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.001/\sqrt{m-3}$, 多様性維持のための交叉パラメータは $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.35/\sqrt{m-3}$ とする.

レンズ系設計問題のように極めて複雑な適応度景観を有する関数最適化問題に対して Fitness Sharing や Crowding を適用しても良い結果は期待できない. そこで比較のため MGG[佐藤 97] に UNDX, 及び ENDX を適用して実験を行うものとする. MGG は 1 試行で 1 種類の解しか発見することは出来ないが, 探索打ち切り世代: 10^4 世代として 100 試行を行うことで, 最終的な関数の評価回数を GALLE(ENDX) と等しくして結果を比較する. なお関数の評価回数は GALLE(ENDX) 1 試行が MGG による実験 10 試行に相当する. また UNDX を用いる実験では集団サイズ: $n_p = 100$, 生成子個体数: $n_c = 50$, ENDX を用いる実験では集団サイズ: $n_p = 200$, 生成子個体数: $n_c = 50$ とした.

関数の探索範囲はレンズ厚 (mm): $[0, 5]$, レンズ間隔 (mm): $[0, 20]$, レンズ曲率半径 (mm): $[-1000, -10]$ および $[10, 1000]$ であり, GA のコーディングにおいてはこれらをそれぞれ $[-1000, 1000]$ の範囲に写像している. なお探索範囲の端に存在する解も発見できるように, レンズ系設計問題をこれらの範囲で周期化し, 付録 B.1 に示す変換操作を利用して実行した.

4.3.3 実験結果

実験によって得られた解はどれもレンズ面の曲率半径やレンズ厚, 面間隔が微妙に異なっており, 極めて多くの局所解の存在が示唆される. これら全ての局所解を判別することは

Table 4.4: レンズ系設計問題における結果

	1 試行で 発見した解の種類	5×10^6 評価回数で 発見した解の種類	全試行で 発見した解の種類
GALLE(ENDX)	8.5 種類	8.5 種類	21 種類
MGG(UNDX)	1.0 種類	6.1 種類	17 種類
MGG(ENDX)	1.0 種類	5.2 種類	14 種類

難しいため本研究では得られた解をレンズ面の凹凸のみに基づいて分類した。4 枚組レンズの場合、レンズ面は 8 つ存在することから、原理上 $2^8 = 256$ 種類の構造に分類することができる。ただし評価値の悪いレンズ系には意味がないことから、評価値 0.2 以下の解のみを分類した。そのため得られた解の種類は 256 種類よりもずっと少ない。

Table 4.4 に GALLE(ENDX) と MGG による実験の結果を示す。なお 5×10^6 回の評価回数とは GALLE(ENDX) の 1 試行、MGG の 10 試行に相当する。GALLE(ENDX) は同じ評価回数で多くの種類の構造を発見するということが分かる。なお全試行を通して得られた最良解の適応度は GALLE(ENDX) が 0.048737, MGG(UNDX) が 0.060472, MGG(ENDX) が 0.39258 であった。

さらに GALLE(ENDX) は同じ構造に分類された解の中にも多くの局所解を保持している。Figure 4.3 は同一の構造に分類されたそれぞれの解を始点としてローカルサーチを行うことによって得られた局所解の例である。これより GALLE(ENDX) は非常に多くの局所解を発見していると考えられる。それに対して MGG による実験では 1 試行で 1 種類の解しか得ることが出来ない。なお GALLE は収束速度が遅いため、 10^5 世代では局所解発見までには至らない。そのためローカルサーチを適用することで、解候補を洗練化させる必要がある。少ない評価回数で良い適応度の解を得ることは特に評価関数の計算コストが高い実問題では重要であり、これが GALLE の課題である。

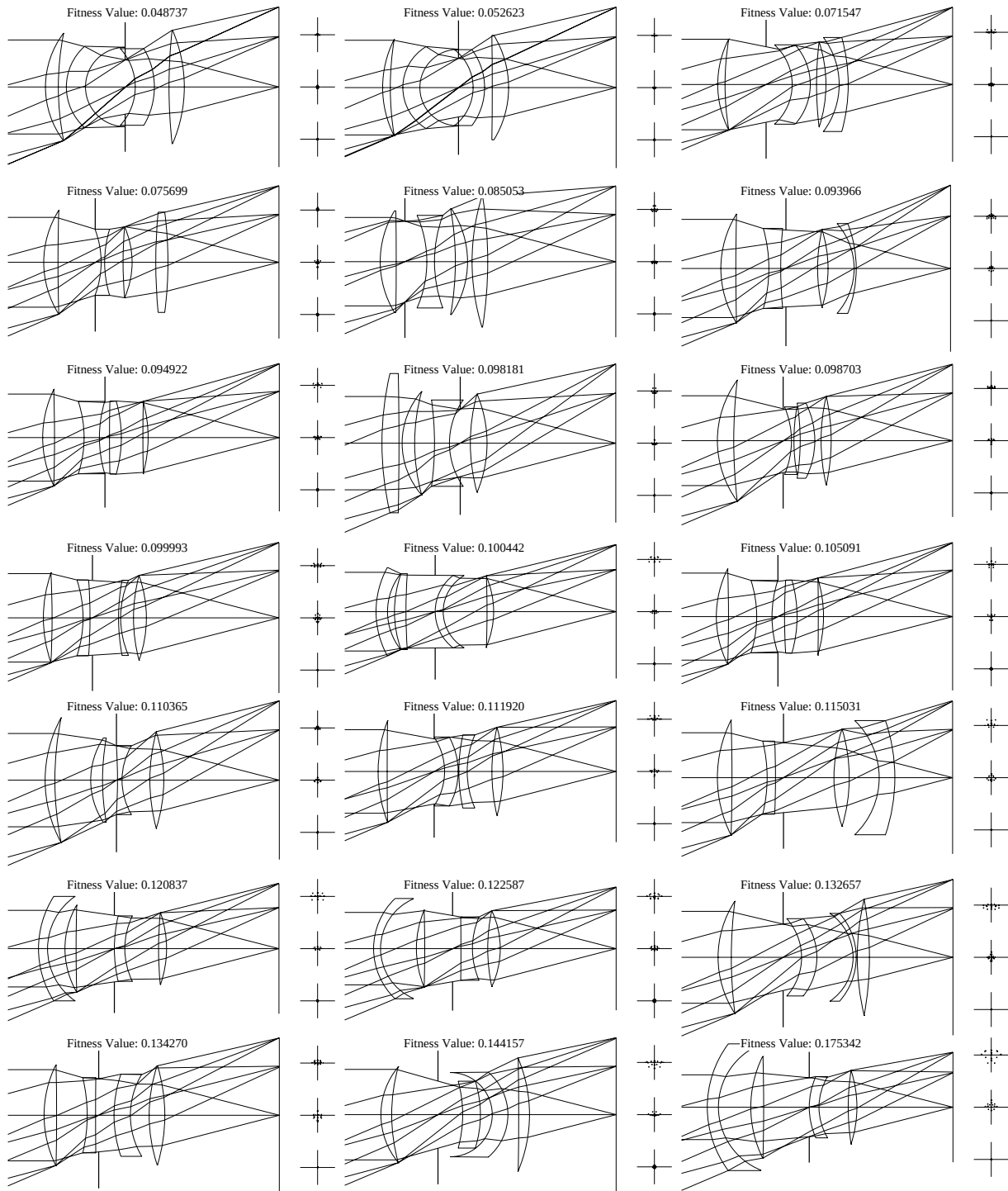


Figure 4.2: GALLE(ENDX) の全試行で得られた解の種類 (21 種類).

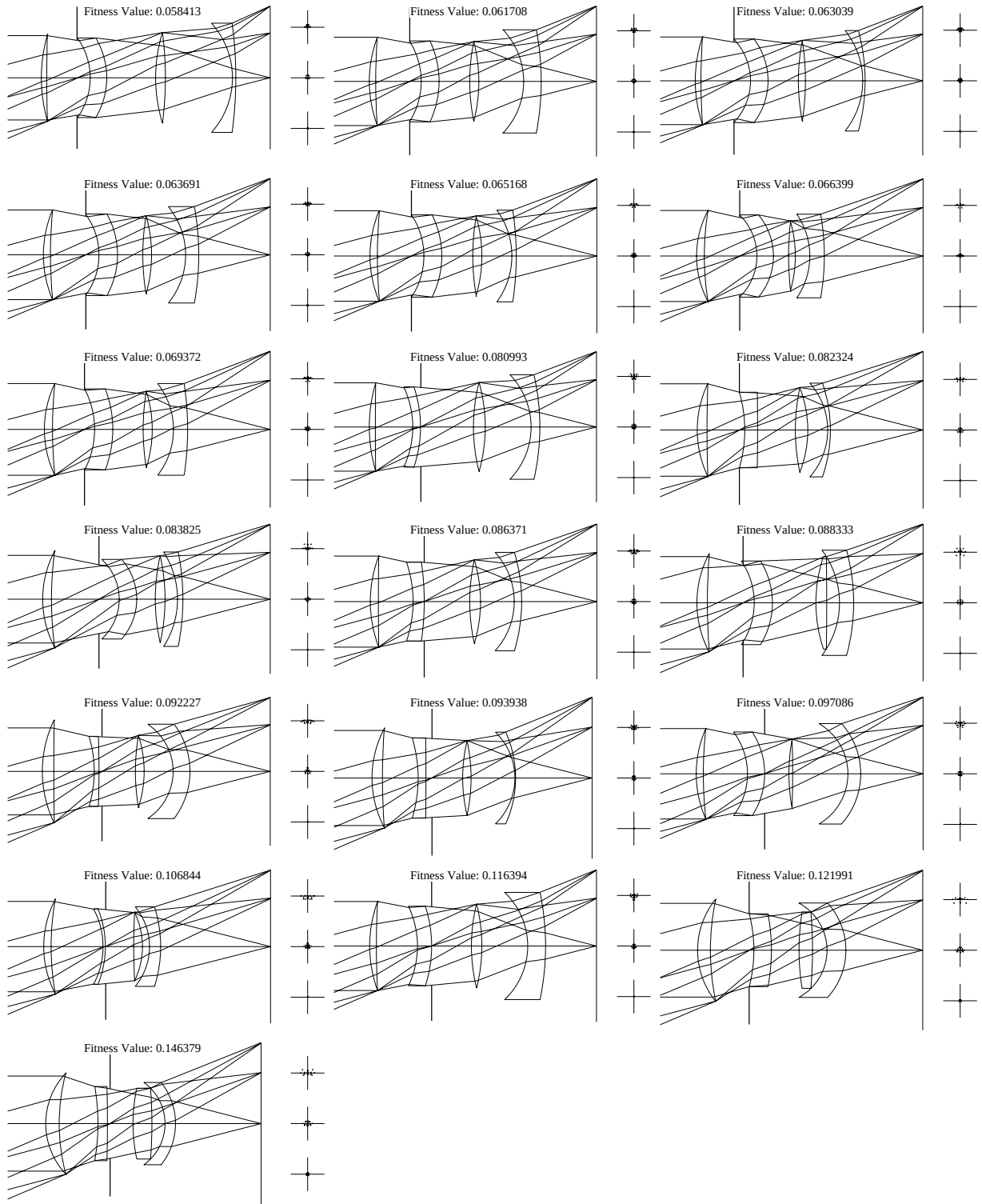


Figure 4.3: GALLE(ENDX) によって発見した同一構造に分類された多数の局所解の例.

4.4 おわりに

本章では GALLE(UNDX) と GALLE(ENDX) の性能評価を行った．これにより GALLE が多峰性関数最適化問題に対して確かに同時に複数最適解・局所解を発見できる世代交代モデルであることが確認できた．特に GALLE(ENDX) は変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず多峰性に対して同時に複数の最適解・局所解を発見することができる GA であり，適応度景観が複雑な実問題への適用に適していると考えられる．GALLE(ENDX) を極めて複雑な適応度景観を持つ関数最適化問題として知られるレンズ系設計問題に適用することで，GALLE(ENDX) がこのような関数に対しても複数局所解を発見することを確認した．しかし GALLE は良い適応度の解を得るまでに非常に多くの世代数を必要とする．レンズ系設計問題といった実問題では関数の評価に非常に大きな計算コストを必要とする．従って少ない世代数で複数局所解を発見できるように GALLE を改良することが今後の課題である．ローカルサーチや突然変異と組み合わせた提案手法の使用も実用上は有効であろう．

Chapter 5

結論

本研究はビッグバレー構造を有する多峰性や大域的多峰性を持ち，さらに変数間依存性や悪スケール性を持つ関数最適化問題に対して性能の良い GA を提案するために，実数値交叉および世代交代モデルの提案を行った．提案した実数値交叉と世代交代モデルを利用した GA が実際に多峰性，変数間依存性，悪スケール性に対応していることを示すために，ベンチマーク問題やレンズ系設計問題を用いて実験を行った．

実数値交叉に関しては 2 章において，UNDX を統計量の遺伝を重視して拡張することにより ENDX(Extended Normal Distribution Crossover) を提案した．ENDX は多数の親個体を利用して親集団の分布を推定することにより，直線的な探索を行うと同時に親集団全体の分布情報を活用した探索を行う．これにより ENDX は UNDX の良好な探索性能を継承しつつ，悪スケール性の影響を受けない探索を実現している．実験により ENDX が変数間依存性や悪スケール性の影響を受けず，また多峰性に対しても良好な探索性能を持つことを示した．さらに ENDX を解析することにより，ENDX に対しては喜多らの提案した設計指針の他に交叉の形質遺伝性も考慮する必要があることを示した．交叉の形質遺伝性と生成子個体の多様性の間にはトレードオフが存在し，ENDX の探索性能を向上させるためにはこれらの性質の良いトレードオフを達成する必要があると考えられる．UNDX や ENDX が多峰性関数最適化において UNDX- m や SPX よりも良好な探索性能を示す理由も，交叉の形質遺伝性と生成子個体の多様性の間のトレードオフによって説明できると考えられるが，その検証についてはさらなる研究の課題である．また ENDX を実問題におい

て積極的に利用するためには、ENDX が初期収束を起こしやすい理由について解析を行う必要がある。これにより初期収束を起こさないための集団サイズや生成子個体数といった条件に関する知見を得たり、初期収束を起こさない世代交代モデルを設計したりすることができるのではないかと考えている。

世代交代モデルに関しては3章において局所的な適応度景観を利用する世代交代モデル: GALLE (Genetic Algorithm using Local Landscape Estimation) を提案した。GALLE は交叉によって生成された個体を利用して両親を結ぶ直線付近の局所的な適応度景観を局所線形推定によって推定し、推定した局所適応度景観を生存選択、複製選択に利用する。GALLE の挙動を観察することにより、GALLE が集団の収束状況に合わせて適応的な探索を行うことを示した。これによりビッグバレー構造を持つような多峰性関数最適化問題に対して高確率での複数最適解・有力な局所解の同時発見を実現する。また GALLE は適応度景観の推定を利用して選択を行うため、変数間依存性や悪スケール性の影響を受けない。しかし局所適応度景観の推定に利用した局所線形推定は、適応度が滑らかであることを必要とする。そのため不連続な関数や至るところで微分不可能な関数の最適化問題では、そのような性質に対しても対応可能な推定手法の利用が望まれる。また複数局所解を同時に得るための最適な集団サイズや、正しい生存選択や複製選択が可能な局所適応度景観の推定に必要な生成子個体数などに関する解析のためにもさらなる研究が必要である。GALLE のための最適な集団サイズや生成子個体数について解析を行うことで、一般の GA に対する最適な集団サイズや生成子個体数に関する知見が得られる可能性も期待できる。

3章においては GALLE の提案と同時に、GALLE に対して交叉として UNDX と ENDX を利用した GA: GALLE (UNDX) と GALLE (ENDX) を提案した。4章における実験で、GALLE (UNDX) と GALLE (ENDX) が幾つかのベンチマーク問題に対して同時に複数の最適解・有力な局所解を発見することを示した。特に GALLE (ENDX) は変数間依存性、悪スケール性の影響を受けず、さらに多峰性にも対応した GA となっていることが示された。GALLE (ENDX) を極めて難しい適応度景観を持つ関数最適化問題として知られるレンズ系設計問題に適用し、このような問題に対しても複数の局所解を発見できることを示した。しかし GALLE が各局所解を発見するためには多くの世代数を必要とする。レンズ系設計問題のような実問題では関数の評価に非常に大きな計算コストを必要とすることが

考えられるため，少ない世代数で複数局所解を発見できるように GALLE を改良することが課題である．

本研究では実問題での使用を想定して多峰性，変数間依存性，悪スケール性といった性質を持つ関数最適化問題に対応した GA の提案を行った．しかし実問題ではこれらの性質の他にも数百次元といった高次元性や，複雑な制約条件，多目的性など難しい性質を持つ場合があると考えられる．今後は実問題への GA の適用を通して，これらの性質への対応も行っていきたいと考えている．

謝辞

本研究を行うにあたり，終始多大なるご指導を頂きました小林重信教授，貴重なご助言を頂きました大学評価・学位授与機構の喜多一教授，徳島大学の小野功先生に深く感謝致します。また，この論文の完成に力を貸して頂いた小林研究室の皆様に深く感謝致します。

公表論文

<学術論文>

- 木村, 小野, 喜多, 小林: 交叉の設計指針に基づく UNDX の拡張: ENDX の提案と評価, 計測自動制御学会論文誌, Vol. 36, No. 12, pp. 1162-1171, 2000.
- 高橋, 木村, 小林: 交叉的突然変異による適応的近傍探索 –だましのある多峰性関数の最適化–, 人工知能学会論文誌 (掲載予定).

<国際会議>

- S. Kimura and S. Kobayashi: An Adaptive Alternation Model in Genetic Algorithms considering Landscape Complexity, Proc. of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Tokyo, JAPAN, pp. I 601-606, 1999.

<国内の学会>

- 木村, 小野, 小林: UNDX の拡張に関する一考察: ENDX の提案, 第 27 回 知能システムシンポジウム, pp. 127-132, 2000.
- 木村, 小林: 適応度景観推定に基づく実数値 GA とその応用, 第 28 回 知能システムシンポジウム, 2001(発表予定).

Appendix A

ENDX の性質に関する証明

A.1 統計量の遺伝

$4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$ を満足するとき, ENDX が集団分布の平均ベクトルと共分散行列を保存することを証明する. 前提として GA の集団や生成子個体数が十分に大きく, これを確率分布によって扱えるものとする.

まず, ENDX において常に集団分布の平均ベクトルが保存されることを示す. ここで $\overline{x_i^P}$ を要素 i に関する親個体分布の平均, $\overline{x_i^C}$ を子個体分布の平均とする.

$$\begin{aligned}\overline{x_i^C} &= \langle x_i^C \rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2}(x_i^1 + x_i^2) + \xi(x_i^2 - x_i^1) + \sum_{k=3}^m \eta_k \left[x_i^k - \frac{1}{m-2}(x_i^3 + \cdots + x_i^m) \right] \right\rangle.\end{aligned}$$

ここで x_i^k , ξ , η_k は互いに独立であり, $\langle \xi \rangle = 0$, $\langle \eta_k \rangle = 0$ であるから, 子個体の平均は以下のように書ける.

$$\begin{aligned}\overline{x_i^C} &= \left\langle \frac{1}{2}(x_i^1 + x_i^2) \right\rangle \\ &= \overline{x_i^P}.\end{aligned}$$

以上より集団分布の平均ベクトルは常に保存されることが示された.

次に

$$\gamma_{ij}^C = \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} \right] \gamma_{ij}^P$$

を証明する．ここで $\Gamma^P = (\gamma_{ij}^P)$ および $\Gamma^C = (\gamma_{ij}^C)$ は親集団分布および子集団分布の共分散行列である．

$$\begin{aligned}\gamma_{ij}^C &= \langle (x_i^C - \overline{x_i^C})(x_j^C - \overline{x_j^C}) \rangle \\ &= \langle (x_i^C - \overline{x_i^P})(x_j^C - \overline{x_j^P}) \rangle \\ &= \langle x_i^C \cdot x_j^C \rangle - \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P}.\end{aligned}$$

x_i^k , ξ , η_k は互いに独立である．さらに $\langle \xi^2 \rangle = \alpha^2$, $\langle \eta_k^2 \rangle = \beta^2$ であるから, $\langle x_i^C \cdot x_j^C \rangle$ は以下のように展開できる．

$$\begin{aligned}\langle x_i^C \cdot x_j^C \rangle &= \left\langle \left(\frac{1}{2} - \xi \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \xi \right)^2 \right\rangle \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle + \left\langle 2 \left(\frac{1}{2} - \xi \right) \left(\frac{1}{2} + \xi \right) \right\rangle \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &\quad + \sum_{k=3}^m \left\langle \eta_k^2 \left[x_i^k - \frac{\sum_l x_i^l}{m-2} \right] \left[x_j^k - \frac{\sum_l x_j^l}{m-2} \right] \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2} + 2\xi^2 \right\rangle \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle + \left\langle \frac{1}{2} - 2\xi^2 \right\rangle \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &\quad + \sum_{k=3}^m \left\langle \eta_k^2 \left[\frac{(m-3)^2 - 1}{(m-2)^2} x_i^k x_j^k + \frac{\sum_{l=3}^m x_i^l x_j^l}{(m-2)^2} \right] \right\rangle \\ &\quad - \sum_{k=3}^m \langle \eta_k^2 \rangle \left[\frac{(m-3)^2}{(m-2)^2} + \frac{m-3}{(m-2)^2} \right] \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &= \left(\frac{1}{2} + 2\alpha^2 \right) \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle + \left(\frac{1}{2} - 2\alpha^2 \right) \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &\quad + (m-3)\beta^2 \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle - (m-3)\beta^2 \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &= \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} \right] \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle - \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 - \frac{1}{2} \right] \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P}.\end{aligned}$$

従って子集団分布の共分散行列の要素 γ_{ij}^C は以下のように書ける．

$$\begin{aligned}\gamma_{ij}^C &= \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} \right] \langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle \\ &\quad - \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 - \frac{1}{2} \right] \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} - \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \\ &= \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} \right] \times \left(\langle x_i^P \cdot x_j^P \rangle - \overline{x_i^P} \cdot \overline{x_j^P} \right) \\ &= \left[2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} \right] \gamma_{ij}^P.\end{aligned}$$

もし $2\alpha^2 + (m-3)\beta^2 + \frac{1}{2} = 1$ であれば, 集団分布の共分散行列は保存される．

以上より

$$4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$$

であるとき、ENDX は設計指針「統計量の遺伝」を満足する。

A.2 生成子個体分布のエントロピー

前節と同様に GA の集団や生成子個体数が十分に大きく、これを確率分布によって扱えるものとする。このとき ENDX によって生成される子個体の分布のエントロピーは

$$H = \int -p(\mathbf{x}^e) \log p(\mathbf{x}^e) d\mathbf{x},$$

である。ただし $p(\mathbf{x}^e)$ は生成される子個体の確率密度関数である。子個体は m 個体の親を用いて式 2.2 に基づいて生成される。従って生成子個体分布のエントロピーは以下のように書ける：

$$H = \int -p(\xi) \log p(\xi) d\xi + \sum_{i=3}^m \int -p(\eta_i) \log p(\eta_i) d\eta_i.$$

ここで $\xi \sim N(0, \alpha^2)$, $\eta_i \sim N(0, \beta^2)$ である。またこのとき選ばれた親個体の張る部分空間が縮退していないことを仮定している。従って、

$$\begin{aligned} H &= \int -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha} e^{-\frac{x^2}{2\alpha^2}} \log \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha} e^{-\frac{x^2}{2\alpha^2}} \right) dx \\ &\quad + \sum_{i=3}^m \int -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{x^2}{2\beta^2}} \log \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{x^2}{2\beta^2}} \right) dx \\ &= \frac{m-1}{2} [1 + \log(2\pi)] + \frac{1}{2} \log \alpha^2 + \frac{m-2}{2} \log \beta^2. \end{aligned}$$

設計指針「統計量の遺伝」の拘束条件の下では $4\alpha^2 + 2(m-3)\beta^2 = 1$ が成立する。従ってこのときエントロピー H は、

$$H = \frac{m-1}{2} [1 + \log(2\pi)] + \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{4} - \frac{m-3}{2} \beta^2 \right) + \frac{m-2}{2} \log \beta^2,$$

となる。ただし $0 \leq \beta \leq \sqrt{\frac{1}{2(m-3)}}$ 。

なお、このときエントロピー H を最大にするパラメータは簡単に計算することができて、

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{4(m-1)}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{m-2}{2(m-1)(m-3)}},$$

である。

Appendix B

GALLE の実装について

B.1 周期関数の取り扱い

GALLE を周期関数に適用すると集団が発散してしまい、精度の高い解を得ることが出来ない。そこで周期関数に対しては複製選択及び生存選択の際に、以下の変換操作を行うことで集団の発散を防ぐ。ここで問題として与えられた n 次元関数が各次元毎に周期 T_i ($i = 1, \dots, n$) を持つ周期関数であるとする。従って任意の個体 p に対して、次元毎に周期の整数倍ずれた個体も p と同じ適応度を持つ。これらの個体群を p の周期個体群と呼ぶ。

複製選択により個体 p_1, p_2, p_3 が選択されたとする。 p_2 の周期個体群のうちで p_1 との距離が最も短い個体を p'_2 とする。同様に p_3 の周期個体群のうちで線分 $p_1 p'_2$ の中点に最も近い個体を p'_3 とする。複製選択により選択された個体を用いて交叉を行う代りに、個体 p_1, p'_2, p'_3 を用いて交叉を行う。

アルゴリズムは個体 p_1, p'_2, p'_3 を用いて生成した子個体から、2 個体 c_1, c_2 を生存選択する。ここで仮想的な定義域 $D = \{\mathbf{x} | x_i^0 \leq x_i < x_i^0 + T_i\}$ を考える。 x_i^0 は任意の定数である。 c_1, c_2 の周期個体群うちで D に含まれる個体をそれぞれ c'_1, c'_2 とする。 c_1, c_2 を親個体 p_1, p_2 と交代させる代りに、 c'_1, c'_2 を p_1, p_2 と交代させる。

以上の拡張を行うことにより、集団を発散させることなく探索を行うことが可能である。さらにこの拡張を用いることで、探索領域を一様に探索することができる。そのため周期性のない関数に対しても周期化してこの拡張を適用することは有効であると思われる。

B.2 実行不能解の取り扱い

GALLE において実行不能解は、評価値 $+\infty$ として扱う。ただしこのときに局所適応度景観の推定のためにそのまま局所線形推定を用いると、実行不能解のまわりも $+\infty$ の評価値を持つ領域と推定されてしまう。そこで局所線形推定のためには実行可能解のみを利用することとし、実行不能解の存在する区域の局所適応度景観はそのまま $+\infty$ の評価値を持つものとする。このようにして推定された局所適応度景観を GA の選択に利用する。

B.3 数値計算による誤差

親個体 p_1, p_2 間の距離が近すぎると計算機による数値誤差の影響で正しい局所適応度景観の推定が行われなくなる。そこで p_1, p_2 間の距離が L_{min} 以下になった場合、家族のまわりには唯一の局所解が存在すると判断し MGG に基づく世代交代を行うものとする。すなわち v_{best} は家族中の最良個体を、 v_{other} は家族中からランダムに選択する。なおベンチマーク問題に対する実験では $L_{min} = 1.0 \times 10^{-5}$ 、レンズ系設計問題に対する実験では $L_{min} = 1.0$ とした。

Bibliography

- [Bäck 91] T. Bäck and H. P. Schwefel: A Survey of Evolution Strategies, Proc. 4th Int. Conf. on Genetic Algorithms, pp. 2-9, 1991.
- [Bäck 96] T. Bäck: Evolutionary Algorithms in Theory and Practice, Oxford, 1996.
- [Betensky 93] E. Betensky: Postmodern lens design, Optical Engineering, Vol. 32, No. 8, 1993.
- [Boese 94] K. D. Boese, A. B. Kahng and S. Muddu: A New Adaptive Multi-Start Technique for Combinatorial Global Optimizations, Operations Research Letters 16, pp. 101-113, 1994.
- [Cleveland 79] W. S. Cleveland: Robust Locally Weight Regression and Smoothing Scatterplots, J. of the American Statistical Association, Vol. 79, No. 368, pp. 829-836, 1979.
- [Deb 89] K. Deb and D. E. Goldberg: An Investigation of Niche and Species Formation in Genetic Function Optimization, Proc. 3rd Int. Conf. on Genetic Algorithms, pp. 42-50, 1989.
- [Eshelman 93] L. J. Eshelman and J. D. Schaffer: Real-Coded Genetic Algorithms and Interval-Schemata, Foundations of Genetic Algorithms 2, pp. 187-202, 1993.

- [Eshelman 97] L. J. Eshelman, K. E. Mathias and J. D. Schaffer: Convergence Controlled Variation, *Foundations of Genetic Algorithms 4*, pp. 203-224, 1997.
- [Glover 89a] F. Glover: Tabu search I, *ORSA Journal on Computing*, Vol. 1, pp. 190-206, 1989.
- [Glover 89b] F. Glover: Tabu search II, *ORSA Journal on Computing*, Vol. 2, pp. 4-32, 1989.
- [Goldberg 87] D. E. Goldberg and J. Richardson: Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization, *Proc. 2nd Int. Conf. on Genetic Algorithms*, pp. 41-49, 1987.
- [Goldberg 92] D. E. Goldberg, K. Deb and J. Horn: Massive multimodality, deception, and genetic algorithms, *Parallel Problem Solving from Nature 2*, pp. 37-46, 1992.
- [Harik 95] G. R. Harik: Finding Multimodal Solutions Using Restricted Tournament Selection, *Proc. 6th Int. Conf. on Genetic Algorithms*, pp. 24-31, 1995.
- [Hocaoglu 97] C. Hocaoglu and A. C. Sanderson: Multimodal Function Optimization Using Minimal Representation Size Clustering and Its Application to Planning Multipaths, *Evolutionary Computation*, Vol. 5, No. 1, pp. 81-104, 1997.
- [Holland 75] J. H. Holland: *Adaptation in natural and artificial systems*, The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [Jelasity 98] M. Jelasity and J. Dombi: GAS, a concept on modeling species in genetic algorithms, *Artificial Intelligence*, Vol. 99, pp. 1-19, 1998.

- [Kimura 99] S. Kimura and S. Kobayashi: An Adaptive Alternation Model in Genetic Algorithms considering Landscape Complexity, Proc. of IEEE SMC'99, pp. I 601-606, 1999.
- [Kirkpatrick 83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt and M. P. Vecchi: Optimization by simulated annealing, Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
- [Kita 98] H. Kita, I. Ono and S. Kobayashi: Theoretical Analysis of the Unimodal Normal Distribution Crossover for Real-coded Genetic Algorithms, Proc. of ICEC'98, pp. 529-534, 1998.
- [Kita 99a] H. Kita, I. Ono and S. Kobayashi: Multi-parental Extension of the Unimodal Normal Distribution Crossover for Real-coded Genetic Algorithms, Proc. Congress on Evolutionary Computation, pp. 1581-1587, 1999.
- [Kita 99b] H. Kita and M. Yamamura: A Function Specialization Hypothesis for Designing Genetic Algorithms, Proc. of IEEE SMC'99, pp. III 579-584, 1999.
- [Miller 96] B. L. Miller and M. J. Shaw: Genetic Algorithms with Dynamic Niche Sharing for Multimodal Function Optimization, IEEE Int. Conf. on Evolutionary Computation, 1996.
- [Nagata 99] Y. Nagata and S. Kobayashi: An analysis of Edge Assembly Crossover for the Traveling Salesman Problem, Proc. of IEEE SMC'99, pp. III 628-633, 1999.
- [Ono 97] I. Ono and S. Kobayashi: A Real-coded Genetic Algorithm for Function Optimization Using Unimodal Normal Distribution Crossover, Proc. 7th ICGA, pp. 246-253, 1997.

- [Ono 98] I. Ono, S. Kobayashi and K. Yoshida: Global and Multi-objective Optimization for Lens Design by Real-coded Genetic Algorithms, SPIE Proc. Vol. 3482, Int. Optical Design Conference 1998, pp. 110-121, 1998.
- [Ono 99] I. Ono, Y. Tatsuzawa, S. Kobayashi and K. Yoshida: Designing Lens Systems Taking Account of Glass Selection by Real-coded Genetic Algorithms, Proc. of IEEE SMC'99, pp. III 592-597, 1999.
- [Pelikan 00] M. Pelikan and D. E. Goldberg: Genetic Algorithms, Clustering, and the Breaking of Symmetry, PPSN VI, pp. 384-394, 2000.
- [Sareni 98] B. Sareni and L. Krähenbühl: Fitness Sharing and Niching Methods Revisited, IEEE Trans. on Evolutionary Computation, Vol.2, No.3, pp.97-106, 1998.
- [Sato 97] H. Sato, M. Yamamura and S. Kobayashi: Minimal Generation Gap Model for GAs Considering Both Exploration and Exploitation, Proc. IIZUKA'96, pp. 494-497, 1997.
- [Shibuya 99] M. Shibuya, H. Kita and S. Kobayashi: Integration of Multi-objective and Interactive Genetic Algorithms and its Application to Animation Design, Proc. of IEEE SMC'99, pp. III 646-651, 1999.
- [Syswerda 89] G. Syswerda: Uniform Crossover in Genetic Algorithms, Proc. of 3rd Conference on Genetic Algorithms, pp. 2-9, 1989.
- [Takahashi 99] O. Takahashi, H. Kita and S. Kobayashi: Protein Folding by A Hierarchical Genetic Algorithm, Proc. of 4th Intr. Symp. on Artificial Life and Robotics'99, pp. 334-339, 1999.
- [Thierens 94] D. Thierens and D. E. Goldberg: Elitist Recombination: an integrated selection recombination GA, Proc. of 1st IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 508-512, 1994.

- [Tsutsui 98] S. Tsutsui and A. Ghosh: A Study on the Effect of Multi-parent Recombination in Real Coded Genetic Algorithms, Proc. of IEEE ICEC, pp. 828-833, 1998.
- [Tsutsui 99] S. Tsutsui, M. Yamamura and T. Higuchi: Multi-parent Recombination with Simplex Crossover in Real Coded Genetic Algorithms, GECCO'99, pp. 657-664, 1999.
- [Wright 91] A. H. Wright: Genetic Algorithms for Real Parameter Optimization, Foundations of Genetic Algorithms, pp. 205-218, 1991.
- [茨木 93] 茨木, 福島: 最適化の手法, 共立出版, 1993.
- [池田 00] 池田, 小林: UV 構造仮説に基づく GA の設計と JSP への適用, 第 27 回 知能システムシンポジウム, pp. 43-48, 2000.
- [小野 96] 小野: 形質遺伝を重視した遺伝的アルゴリズムによる最適化, 学位論文, 東京工業大学, 1996.
- [小野 00] 小野, 山村, 喜多: 実数値 GA とその応用, 人工知能学会誌, Vol. 15, No. 2, pp. 259-266, 2000.
- [喜多 99a] 喜多, 小野, 小林: 実数値 GA のための正規分布交叉に関する理論的考察, 計測自動制御学会論文誌, Vol. 35, No. 11, pp. 1333-1339, 1999.
- [喜多 99b] 喜多, 山村: 機能分担仮説に基づく GA の設計指針, 計測と制御, Vol. 38, No. 10, pp. 612-617, 1999.
- [木村 00a] 木村, 小野, 小林: UNDX の拡張に関する一考察: ENDX の提案, 第 27 回 知能システムシンポジウム, pp. 127-132, 2000.
- [木村 00b] 木村, 小野, 喜多, 小林: 交叉の設計指針に基づく UNDX の拡張: ENDX の提案と評価, 計測自動制御学会論文誌, Vol. 36, No. 12, 2000.

- [佐藤 97] 佐藤, 小野, 小林: 遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価, 人工知能学会誌, Vol. 12, No. 5, pp. 734-744, 1997.
- [シモノフ 99] J. S. Simonoff: 平滑化とノンパラメトリック回帰への招待, 農林統計協会, 1999.
- [筒井 96] 筒井, 藤本: 表現型個体群探索分岐型遺伝的アルゴリズム p-fGA, 人工知能学会誌, Vol. 11, No. 4, pp. 619-628, 1996.
- [中川 86] 中川: レンズ設計工学, 東海大学出版会, 1986.
- [成田 97] 成田, 山村, 小林: GA における形質遺伝過程の可視化と解析, 第 24 回 知能システムシンポジウム, pp. 151-156, 1997.
- [樋口 99] 樋口, 山村: 実数値 GA におけるシンプレクス交叉の提案と解析, 第 26 回 知能システムシンポジウム, pp. 267-272, 1999.
- [松居 72] 松居: レンズ設計法, 共立出版, 1972.
- [柳浦 94] 柳浦, 茨木: 順序問題における遺伝的交叉法に対する一考察, 電気学会論文誌 C, Vol. 114, pp. 713-720, 1994.
- [山村 92] 山村, 小野, 小林: 形質の遺伝を重視した遺伝的アルゴリズムに基づく巡回セールスマン問題の解法, 人工知能学会誌, Vol. 7, No. 6, pp. 1049-1059, 1992.
- [山村 98] 山村: モンテカルロ法による遺伝的オペレータの機能解析, 第 10 回 自律分散システムシンポジウム, pp. 115-120, 1998.