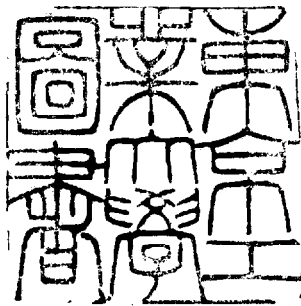


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	ループアンテナ列の伝搬特性に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	山沢昌夫
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第617号, 授与年月日:1973年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第617号, Conferred date:1973/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

ループアンテナ列の伝搬特性に関する研究

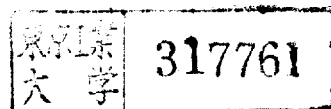
A STUDY OF WAVE PROPAGATION CHARACTERISTICS
ON
LOOP ANTENNA ARRAYS



昭和 48 年 1 月

指導教官 関口 利男 教授

提出者 大学院博士課程電子工学専攻
山 澤 昌 夫



〔内容梗概〕

主にVHFからSHF帯までの周波数帯で、民生用、中継、テレメトリ、あるいは追従、航空機のコマンド用に、八木列に代表される表面波アンテナがある。このアンテナは、構造が簡単で比較的利得が高く、しかも主放射方向から見たアンテナ径が小さい利点がある。表面波アンテナは、励振素子からの放射波の位相を適当な遅波構造で遅らせ、遅波構造の方向に位相をそろえて強い放射を得るものである。

このようなアンテナ系の正確な放射特性、利得、および入力インピーダンスなどを知るには、対象とする表面波構造の性質、すなわち表面波の伝搬定数、界分布、および表面波の励振特性について基礎的な知識が不可欠である。

本論文は、このような各種の表面波アンテナの構成素子としてループアンテナ列を用いることを考え、この構造に沿った表面波の伝搬特性、励振特性を解析したものである。ループアンテナは単独で使ったときの指向性がダイポールより鋭く、構造が対称であるからそのまま円偏波が扱えるなど利点は多く将来性は大きいと考えられる。ループアンテナ列が八木列の導波器として動作することから、以前よりこの構造上に表面波が予想されていたが、本論文の動作アドミタンスによる周期構造アンテナ列の統一的な解析手段によってこの予想が実証された。またループ列には周囲長がほぼ1波長のときだけでなく一般に波長の整数倍となる周波数付近にも表面波姿態が存在可能なことが初めて明らかにされた。さらに、実用上重要なことである1素子励振のときの電流分布を求める問題も等位相差全素子励振時の動作アドミタンス関数の簡単なフーリエ変換で求められている。この動作アドミタンスによる方法は他の周期構造にも適用できる。ループアンテナ列の高次電搬姿態は構造の軸方向に零点を持ったため基本姿態と併用して粗および精密トラッキングなど多機能エンドファイアアンテナに、あるいはバックファイアアンテナに用いることができる。このように本論文で明らかにされたループアンテナの伝搬特性、励振特性は、ループ列を種々な表面波アンテナ、導波路などに用いるときの見直し、および基礎的な設計資料を与える。

ループアンテナ列の伝搬特性に関する研究

A STUDY OF WAVE PROPAGATION CHARACTERISTICS
ON LOOP ANTENNA ARRAYS.

目 次

1. 章	序 論	1
1.1	表面波	3
1.2	分散関数	5
1.3	周期構造とそれに沿う表面波	6
1.4	表面波アンテナ	7
1.5	本論文の目的と意義	9
1.6	本論文の概要	10
	—— 1章の文献 ——	12
2. 章	無限周期構造に沿う表面波の伝搬特性 (2章のまえがき)	15
2.1	動作アドミタンスを用いた伝搬特性の取扱い	17
2.1.1	素子電流と動作アドミタンスの関係	17
2.1.2	分散関数による伝搬特性の表示	23
2.1.3	インピーダンス装荷による分散特性の制御	25
2.2	ループアンテナ列に沿う表面波	30
2.2.1	テールループ近似による解析	30
2.2.2	ループアンテナ列の動作アドミタンス	35
2.2.4	表面波伝搬特性	37
2.2.5	伝搬状態の素子電流分布	45

2.3	ループアンテナ列に沿う表面波の分散特性測定	47
2.3.1	測定法	48
2.3.2	測定装置	55
2.3.3	結果と考察	58
2.4	本章のまとめ	77
	—— 2章の文献 ——	78
3. 章	無限周期構造の表面波励振特性	84
3.1	表面波の励振問題	85
3.2	動作アドミタンスによる解法	87
3.3	ループアンテナ列の励振	92
3.3.1	励振を入カインピーダンス	92
3.3.2	直接放射成分と励振効率	95
3.3.3	励振点付近の乱れの電流	99
3.4	本章のまとめ	101
	—— 3章の文献 ——	103
4. 章	有限長周期構造の表面波伝搬特性	105
	(4章のまえがき)	
4.1	有限長周期構造の取扱い	107
4.1.1	有限長ループアンテナ列の厳密解	108
4.1.2	波源を含まない半無限ループアンテナ列	117
4.1.3	半無限ループアンテナ列の励振	120
4.1.4	表面波に着目した有限長構造の取扱い	122
4.2	固有姿態励振から見た環流アンテナの特性評価	126
4.2.1	平行らせん回路の励振と伝搬特性	126

4.2.2 T-マトリクスによる不連続部の表示	137
4.2.3 入カインピーダンス	142
4.2.4 電流分布	148
4.3 本章のまとめ	150
——4章の文献——	151
5. 章 結 論	153
6. 章 謝 辞	158
——本研究に関する発表論文——	159
付録:	
A.1 ループ列の動作アドミタンス $Y(kp, \beta p)$ のサフルーチン	161
A.2 各種グラフ作製サフルーチン	
(a) 特性量のプロット	165
(b) スミス図作製	166
(c) 等高線発生プロット	167
A.3 Rony, R. の方法によるモード分解アルゴリズム	172
A.4 複素系数高次方程式の数値解法	173
A.5 相互アドミタンス行列の逆行列化アルゴリズム	175
A.6 インピーダンス惹荷による八木列の広帯域化について	178

1 章. 序 論

はじめに.

この論文では、主にループ・アンテナ列のような周期構造を対象として、これに沿う電磁波の伝搬特性、励振特性を明らかにしている。この解析では、電磁波の特性を表わすため、周期構造における特殊な形の分散関係を導入し、またこの構造をアンテナとして用いたときの電流分布、入力インピーダンス等の諸パラメータを求めているが、その過程においては、構造の表面あるいは周面に電磁波のエネルギーが捕捉されて伝搬する形の値を主体とし、それと等価の電流あるいは電圧で代表させている。

地球上に人工的な電磁波が初めて放射されてからはほぼ百年になるが、ヘルツによる最初の実験の基であるマクスウェルの電磁界方程式は、電子工学の初期の段階では純粋物理学の領域に属するものであった。しかし、電気機械、電子回路および種々の電磁現象のより適格な把握、あるいは設計が望まれる過程で、マクスウェルの電磁界方程式はしだいに工学のものとなってきた。この方程式を重要な基礎の一つとする種々の電子工学の分野で、電磁波を露わにあつかいその放射、伝搬など諸特性の制御を目的とする電波工学は、物質との相互作用が入ることが少なく、また開いた空間での電磁界を扱うことが多かったため、解析法に理学的色彩の濃い面を残してきた。従来アンテナと言えば難かしいものと印象が定まっていたのは、これによらぬであろう。

電磁波は一般の波動の常として外部からの束縛がなければ散逸してしまう特性がある。だから他の電子工学の分野、たとえばマイクロ波工学などにおいて、このエネルギーを目的に合せて制御しようとする時は、何らかの方法で波のエネルギーを局在させ伝送させる必要がある。このような伝送波、あるいは“導波”(Guided Wave)を取扱う極めて工学的に有力な手法の一つが、波を横方向の姿態に分け各々を特定の位置の磁界、電界、あるいはその積分値の電流、電圧で代表させる行き方であった。この Guided Wave の概念

とその特徴ある扱い方が、電子工学とりわけマイクロデバイスの発展に大きな役割を果たしてきたことは否めない。そしてこれが、もともと物理のものであった電磁波を工学に適合させる第一歩でもあったろう。

電波工学の中で電磁波の放射を主に扱うアンテナ工学でも、この考えが有効に用いられ、理学的色彩を薄めるのに役立っている。その最も良い例が、表面波アンテナあるいは漏洩波アンテナ等の一類のアンテナ系であり、線状素子のアレイ理論である。また、今日、電子工学の扱う周波数が光の領域にまで達するに及んで、能動媒質を含んだ誘電体中の導波、およびそこから電磁波の放射、あるいは結晶内の局在した電磁波と、電子、音響量子との相互作用等々の新しい問題が出て、Guided Wave の概念が見直されていることも興味のあることである。

もちろん、この論文はそのような一般的事柄に立入るものではない。しかし、ここで“行ったような特別な分散関係による同期構造アンテナ列の解析方法”はアンテナ列の素子の形を問わない利点があり、この構造に関する限り十分一般的なものである。冒頭に述べたように、ここでは、この解析法をルーフアンテナ列に適用している。そして、これによって、初めて高次モードを含むルーフ列上の表面波伝搬、励起特性が明らかにでき、また、実用上重要である有限長構造についても、導波、あるいは表面波の考えが有効であることを確かめ、有限長ルーフアンテナ列および磁流アンテナに適用して、その特性を扱いやすい形で求めることができた。

1.1 表面波

誘電体棒や誘電体板、あるいは歯形構造のような人工誘電体面などは、その面に沿って、エネルギーが構造近傍に集中した形の電磁波を伝搬させることができる。このような波は、その伝搬形態から表面波^{*1}、あるいは捕囚波^{*2}と呼ばれる。表面波を伝搬させる構造を有限で切って、片方の端から励振すると、エンドファーム方向に強い放射ビームと得ることが出来る。これが表面波アンテナであり、この放射特性には、アンテナの励振に伴う直接放射成分に加えて構造上の表面波が強い影響を与える。

この表面波は、平面構造上の波の場合、波の進行方向 (z -軸とする) および面に垂直な方向 (x -軸) の二つの伝搬定数で表わされるが、これを k_z 、 k_x とすると両者の間には次の関係がある。

$$k_x^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \epsilon \mu \quad (1.1)$$

ここで、 k は空間の平面波波数、 ω は角周波数、 ϵ 、 μ はそれぞれ空間の誘電率および透磁率である。

したがって、片方の伝搬定数を決めれば他方は自動的に決まる。表面波は表面に沿って伝搬し、面と垂直方向に減衰するものであるから $k_x = \beta_x - j\alpha_x$ と書くと、 $\beta_x = 0$ で、 α_x は正でなければならない。したがって、 k_z の方は同じ表わし方で $\alpha_z = 0$ となり β_z は k より大きくなる。このことから表面波は遅波、すなわち位相速度が真空中の光速 c より遅い波であることがわかる。

さらに、(1.1) を α_x と

β_z で書くと

$$\beta_z^2 = k^2 + \alpha_x^2 \quad (1.2)$$

となるが、これから、 β_z の違いによる α_x の

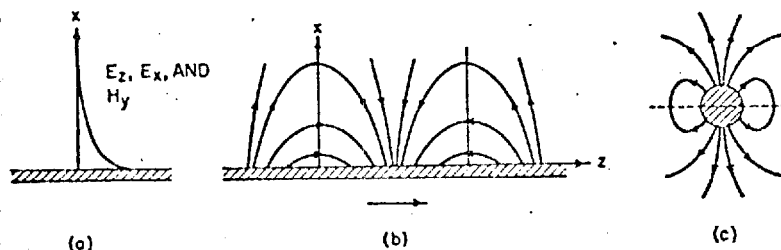


図 1.1 展形的な表面波構造とその上の電磁界分布。
 (a) 平面的な表面波構造上の TM-波成分の強度分布。(b) 表面波の電界 (TM-Wave)。(c) 誘電体棒のまわりの HE₁₁ モード

*1 Surface Wave.

*2 Trapped Wave.

*3 アンテナ構造に沿った方向。

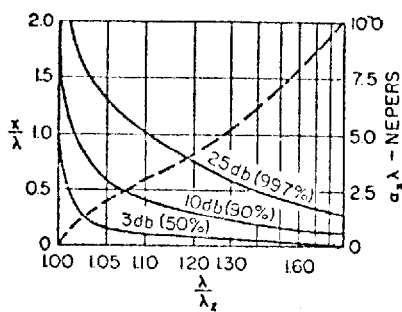


図 1.2. 表面波の位相定数
($\beta_z = \frac{x}{\lambda_2}$, λ_2 は表面波の波長)
の値による, x 方向の界強度
減衰。(Zucker, F.J. に引)

変化のようすかわかる。図 1.2 は、それを、確率
に $\beta_z / k (= \lambda / \lambda_2)$ をとり縦軸に界強度減衰を
表わす α_x をとって示したものの (破線) である。
また同図実線は、例えば 10dB 減衰するのにど
れだけの距離 z / λ を要するかを示したもので
ある。

この図より、表面波の位相定数が大きいほど
表面へのエネルギー集中度も大きいことがわかる。

この表面波電磁界はすべて、同じ関数で書くこ
とができる。ここでは E_z 成分を表わす。

$$E_z(x, z, t) = E_z e^{-\alpha_x x} e^{-\beta_z z} e^{i\omega t} \quad (1.3)$$

この関数の x 方向の変化のようすは図 1.1 (a) に示されている。この形は、
表面波構造がどんなものでも平面の形のものがなら変わらない。

さらに、図 1.1 (c) のような円筒状のものでは、表面波を、半径方向の
位相定数 β_p と z 方向のそれ β_z で表わすことができ、前の場合と同様に、
 β_p は純虚になる。この構造の表面波は、例えばその E_z 成分を示すと、下の
ように書ける。

$$E_z(p, z, t) = E_z K_0(\alpha_p p) e^{-\beta_z z} e^{i\omega t} \quad (1.4)$$

ここで K_0 は 0-次の変形ベッセル関数で、 p の大きい所では、ほぼ指数関数的
に減衰する。

これらの表面波構造を有限で切ると、 z 方向に放射が起きるが、放射の表
面波成分によるもの $T(\theta)$ は、大よそ次式で与えられる。

$$T(\theta) = 1 / (\beta_z / k - \cos \theta) \quad (1.5)$$

ここで θ は z 軸からの角度である。このパターンはサイドローブを持たず、
 β_z / k が 1 に近いほど鋭くなる。このように、表面波の β_z を知ることは、ア
ンテナとして用いたときの放射パターンを計算する上で重要なことである。

1. 2 分散関数

前節では、表面波電磁界の分布および放射特性が、 β_2 によって書けることを示したが、一般に、構造の β_2 は周波数 ω が変化すると、それに伴ってある法則の下に変化する。この法則は構造を与えると決まるもので、これを意味するものを分散式と言う。これは表面波に限らず一般の波について波数と同値数の関係を与えるものとして定義されている。

たとえば、自由空間に波源があるとき例えば電界は次のベクトル波動方程式で記述される。

$$(\nabla^2 - \epsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2}) E^x = \mu \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{1}{c} \nabla \rho = F^x \quad (1.5)$$

これは実空間 $(t, \mathbf{r})$ の表示であるが、これを k -空間 $(\omega, \mathbf{k})$ に直して書くと、

$$(k^2 - \omega^2 \epsilon\mu) E^k = -F^k \quad (1.6)$$

となる。上式で E, F の肩に付けた $\mathbf{r}, \mathbf{k}$ はそれぞれ実空間、 k -空間の量であることを示す。この式は波源 F^k によって何らかの場 E^k が生じていることを示している。これらの関係を与える関数 $D(k^2 - \omega^2 \epsilon\mu)$ であるが、このような働きをする関数を一般に分散関数と呼び、 $D(\omega, k)$ で表わす。

(1.6)式で波源がないときでも、何らかの場 E^k が存在するためには、 $D(\omega, k)$ が0でなければならぬが、この関係は、この空間に存在できる波の伝搬定数 k と同波数 ω の依存関係を与えるものである。すなわち、(1.5)式で記述される波の分散式は分散関数 $D(\omega, k)$ によって下のように与えられる。

$$D(\omega, k) = k^2 - \omega^2 \epsilon\mu = 0 \quad (1.7)$$

このような分散関数によって、任意の媒質中（表面波構造も媒質の内である）^[2.24]の波の性質を導くことが可能である。

また、 $D(\omega, k) = 0$ の曲線を ω を縦軸、 k を横軸にとって示したものをブリュアン図と言う。本文の図2.6はこの例である。

*1. $\begin{cases} E^x \\ F^x \end{cases} = \begin{cases} E^k(\omega, k) \\ F^k \end{cases} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega t}$ において両辺を変換すればよい。

1.3 同期構造とそれに沿う表面波

表面波構造をアンテナに用いると、表面波の位相定数が放射特性に大きく影響することは1.1で述べた。表面波の位相定数は、連続的な境界を持つ誘電体構造や、インピーダンス面で近似できるような、歯形構造の場合には、境界値問題として比較的簡単に解くことができる。しかし、タイポール列やここでもラールフ列のように、明らかに離散的な構造のものは、分散式の導出が必ずしも容易でない。それは主に、周期的境界条件をうまく取扱うことができなかったためである。

[2.26]

これを最初に取扱ったのは Sensiper^[2.26] のラセン構造の解析である。この解析では、ラセンの軸方向に $(\beta_z + 2n\pi/p)$ の値を持つ空間調波で界分布を展開し、界分布に構造と同じ同期を持たせて境界条件を入れている。ここで n は整数、 p は構造同期を差らす。また、Serrachioli^[2.5] は、タイポール列で、相互インピーダンスを起電力法で計算し、アレ理論によってその上の表面波の位相定数を計算した。これは、タイポール列の分散特性を解析的に導いた最初である。しかし、この解析では相互アドミタンスの精度が悪く得られた分散特性は実際のもものと少し異なっていた。その後 Malloux^[2.6], Shen^[2.7] によって順次精度を上げた解析が行われ、表面波の基本帯域ばかりでなく、高次の伝搬状態についても位相定数が求められた。これらの例では、同期構造の積分核を用いた積分方程式によって分散式を導いている。

遅延回路としての同期構造はアンテナ素子としてよりは、むしろ進行波管への応用が多かった。アンテナ素子として用いられるようなものでは、進行波管素子で行われてきたような等価回路的な取扱いができず、電磁界をそのまま扱うため、特に励振を考えると極めて解析が困難である。また、同期構造上の表面波は、遅延回路として意図された場合の他に、素子数の大きなフェイズドアレイでも現われることがある。これらの問題は、性格の異なるものではあるが、相互インピーダンス行列を使ったアレイ理論によって普通に取扱うことができる。

1.4 表面波アンテナ

表面波アンテナ^{*1}には、極めて多様な形態のものがある。しかし、それらに共通しているのは、アンテナ構造に沿って伝播する波を利用していることである。本文は主にこれに用いられる周期構造上の表面波伝播、励振特性を扱ったものであるが、これらの特性がわかっているとき、それが、アンテナの性能にどう関係するかを、ここで簡単に述べてよう。

図1.3に、展形的な表面波アンテナを2例示す。図1.3(a)は接地板上に横置きした八木列、(b)は導波管で励振した誘電体棒アンテナである。図中の励振点 F から表面波構造上に表面波が励振され、開口部 T まで伝播してそこから構造に沿う方向に放射される。総電された電力のうち表面波となるのは大抵65%から75%までである。残りの電力は、総電点から直接放射される。この直接放射の放射パターンは総電素子が単独にあった場合とほぼ同じような広かったパターンになる。これは励振パターン(feed pattern)と呼ばれる。図に示すように、励振点近くと終端部近くにテーパを付け、表面波の励振効率を増し、また端部からの表面波の反射を低減している。端部の反射があると、後方放射が増すばかりでなく、入力インピーダンスの周波数特性も悪化する。この反射係数 Γ の大きさは β_2 がたに近ければ小さく、

$$|\Gamma| \approx 1 - \frac{R}{\beta_2} \quad (1.8)$$

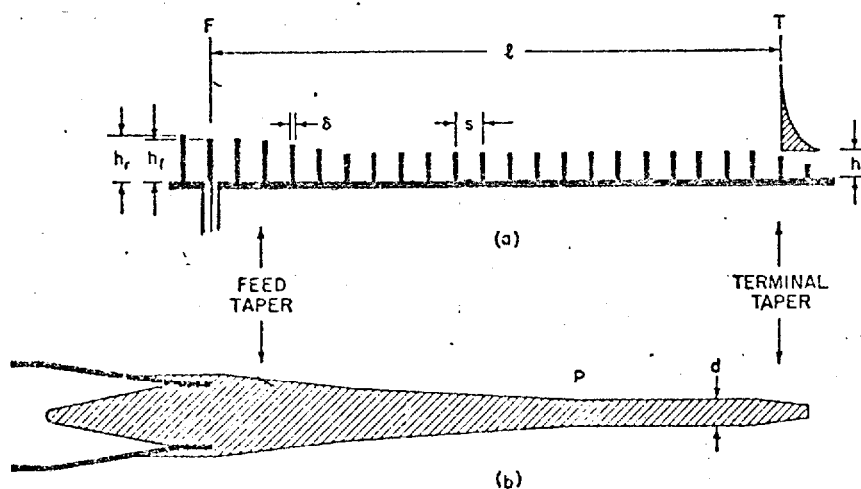


図1.3. 表面波アンテナの展形的な例。(a)モノポールを接地板上に配した、八木列。(b)円形導波管、あるいは方形導波管で励振する誘電体棒アンテナ。(a)は半値幅を小さくし、利得を上げた構成。(b)はサイドローブを低減した構成。両者とも、励振点、終端開口部にテーパを付けて表面波、あるいは平面波との整合を良くしている。(Zucker, F. J. に引く)

*1. 表面波アンテナには、通常の遅波を利用したもの、Leaky Waveを使ったものがあるが、ここでは、後者は扱わないので説明は省く。しかし、本文3章の図3.81にあるような、一帯子励振で表面波カットオフ時に現われる横方向あるいは斜方向の放射はLoop Ant. Array上にLeaky Waveが存在することを示している。

で与えられる。したがって、端部にテーパを付けて、 β_z を長に近付けてやれば、 β_z を小さくすることが出来る。

このアンテナの放射パターンは、励振パターンと表面波放射パターン((1.5)式)の和で与えられる。図1.4は、 4λ のアンテナで最大利得に調整したものの放射パターンである。このような、非局在素子を含むアンテナでは、よく知られた $\sin \xi / \xi$, $[\xi = \frac{k}{2} l (R/k - \cos \theta)]$ パターンにはならない。それは励振点付近の電流振幅が大きく一様分布近似にならないためである。

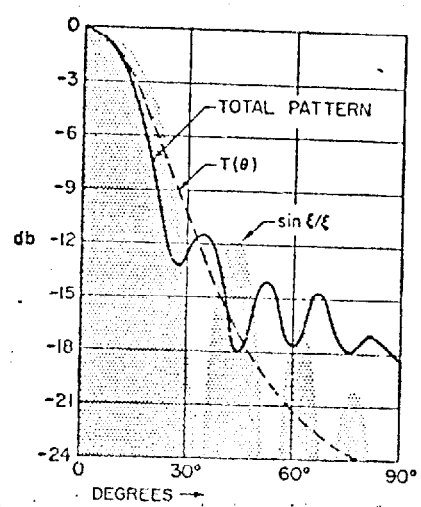


図1.4 4λ アンテナで、利得最大に調整した表面波アンテナの放射パターン(実線)。点線は(1.5)式の表面波成分だけの放射パターン。(Zucker, F.J.)

一様分布エンドファイア波源の利得最大の条件として Hansen-Woodyard の条件が知られているが、表面波アンテナでは次のような条件が Everspeck-Poehler^[2.2]によって得られている。

$$\frac{\lambda}{\lambda_z} = 1 + \frac{\lambda}{pD} \tag{1.9}$$

ここで l はアンテナ長、 λ 、 λ_z はそれぞれ自由空間の平面波長および表面波波長であり、 p は $l = \lambda$ 程度では6、 3λ 程度では3、 2λ 程度では2と序々に小さくなる定数で、 $p=2$ の場合は H-W 条件に一致する。

ここでは、主にカーボール列について述べたが、これの放射パターン、利得などを知るには、構造の位相定数を求めねばならないことがわかる。さらに、励振パターンを求めるには、表面波構造の励振の問題を扱う必要がある。^[1.18]

また、LPA などの設計にも表面波同期構造の $(k-\beta)$ -特性が不可欠である。し、バックファイアアンテナなどの半表面波-半開口面アンテナでも、 β_z が設計の重要なパラメーターである。^{[1.11][1.12][1.13]}

1.5 本論文の目的と意義

これまで、多くの表面波構造が開発され、使用されてきたが、アンテナ系の設計に、さらに大きな自由度を与えるためには、今までに無い新しい形態の素子を開発研究する必要がある。本文で取り上げるループアンテナおよび磁流アンテナ^[4,8]は、我々の研究室で開発され、新しいアンテナ素子として有望なものである。今までの解析では、ループアンテナの周囲長が一波長に近いとき、2段スタックのタイポールと等価で半波長タイポールに比べて素子利得が高い、周波数帯域が広いなど優れた特性を示すことが知られている。また、これをハ木列などの構成素子として用いることも行われているが、こちらの方はまだ解析が不十分であった。^{[1.5][1.6][1.7][1.9][1.10]}

磁流アンテナは、従来の電流アンテナとは全く異なる磁流を放射源にしているものである。このアンテナは多素子アンテナの問題に帰着して解析がなされていたが複雑なため定性的な特性の把握、および見通しの点で不便であった。

ループアンテナ列を、エンドファイアあるいはバックファイア波源に用いるためには、まず、ループアンテナ列上の表面波伝播特性を知らなければならない。また、このような周期構造上の表面波伝播、励振特性は、一般的な取扱い方法がないので、何らかの解析手段を開発しなければならない。

さらに、実際のアンテナは有限長なので、これらの取扱いが容易に行えれば、実際の設計上極めて有利である。

本文では、動作アドミタンスを用いた取扱いで、一般の周期構造上の表面波励振、伝搬特性が導かれることを示し、これをループ列に適用して、表面波の伝搬定数を始めとする伝搬特性、および励振特性を求めている。さらに表面波を主体とした解析で、有限長構造も容易に取扱えることを示した。

これらの解析によって、表面波が関係したアンテナ系の把握が適確になりと同時に、ループアンテナを用いたエンドファイア、バックファイア、多機能エンドファイアアンテナなどについて基礎的な設計資料が得られる。

1.6 本論文の概要

本論文では、前節で述べた目的に沿って次のように章が設けられている。1章では、表面波アンテナ、分散関数などについて後の章の準備のため一般的な解説を示るとともに、本論文の目的、意義を述べている。

2章では、まず一般の周期構造アンテナ列を考えて、これに沿う表面波の電磁界を素子電圧、あるいは電流で代表させ、素子電流と動作アドミタンスの関係から、表面波の伝搬特性を一般的に導く。次に、ループアンテナを素子とするアンテナ列を対象とし、各素子を幅 b 、半径 a のテラフループと仮定して電磁界を円筒座標系での固有状態で展開し、周期的境界条件によって、この構造の動作アドミタンス関数を露明な形で求めた。この関数を用いて前に求めた伝搬定数決定式、素子電流分布の式を数値計算し、表面波伝搬特性を明らかにした。ループ列上の表面波について、周囲長が波長の整数倍になる所で伝搬状態があること、電流分布が余弦関数状となること、分散特性がリアクタンスあるいは一般のインピーダンス素子で表えられることなどが主に明らかにされる。この章ではさらにこの数値結果をたしかめるため、改良した共振法によって分散特性を精密測定し、数値例の正しいことを示している。改良した共振法では、測定を自動化すると同時に、波数測定にMoiréパターンを用い精度の向上を計っている。

3章でも、無限周期構造の表面波励振特性を明らかにするのに、動作アドミタンスが再び用いられる。これを用いると、相互アドミタンスが動作アドミタンスのフーリエ成分であることから、無限周期構造を一素子励振したとき各素子の電流が簡単なフーリエ変換で求められる。ここでは、実際の数値例としてやはりループアンテナ列を取り上げ、励振される表面波電流が、伝搬帯域上端で無限大となること、励振に伴う直接放射成分は、伝搬帯域を外れると横方向に鋭いローブを持つことなどが明らかにされる。

4章では、表面波に着目した有限長アレイの実際的な理論が導かれている。有限素子数のアレイでは、相互インピーダンス、アドミタンス行列を使って

任意の配列について、素子電流分布が計算できるが、素子数の大きい表面波構造にこれを適用するのは実際的でない。このようなときは、本章で導かれるように、表面波に着目して、有限で切ったことによって端部素子に現われる乱れの電流分布だけを求めることができる。こゝして求めた乱れの電流分布に表面波成分を重ねてやれば、全電流分布が求まるが、こちらの計算の方が、計算時間等の面で有利である。また、磁流素子素子の場合、表面波励振に対してほとんど乱れの電流を伴わないことが、本章の実験で明らかにされるが、このような例では等価回路化による、さらに見通しの良い方法が使える。こゝではアーマトリクスにより電流分布、スカイネーダンス等を求め、終端の整合を良くすると、入力インピーダンス、電流分布が都合の良い形になることを明らかにした。

5章は結論で、以上の章で得られた結果を簡単にまとめ、ループアンテナの高次状態を使った多機能エンドファイアなど新しい応用が期待されることなども併せて述べている。6章は謝辞である。

最後に、本論文で用いた数値計算プログラムおよび、2章の応用について述べたものを付録として付けた。

1章の文献

- [1. 1] Sherman, J. B.; "Circular loop antennas at UHF," *Proc. IRE*, vol. 32, pp. 534-537, (Sept. 1944).
- [1. 2] Alford, A. and Kandian, A.; "Loop antennas," *Trans. AIEE E Supplement*, vol. 59, p. 843, 1940.
- [1. 3] Gliniski, G.; "Circular loop antenna with non-uniform current distribution," *J. Appl. Phys.*, Vol. 18, pp. 638-644, (July, 1947).
- [1. 4] Rao, B. R.; "Far-field Patterns of large circular loop antennas: Theoretical and experimental results," *Trans.* vol. AP-16, pp. 269-270, (March 1968).
- [1. 5] Sekiguchi, T, and Arimura, K.; "A wavelength circumference loop antenna excited by standing wave and its array antennas," *The Journal of the Institute of Television Engineers of Japan*, (Journal of ITE of Japan), Vol. 7, No. 5, pp. 263-271, (May 1963).
- [1. 6] Travers, D. N.; "Characteristics of electrically small-spaced loop antennas," *IEEE Trans.*, Vol. AP-13, No. 4, pp. 639-640, (July 1965).
- [1. 7] Adachi, S, and Mushiake, Y, and Kasahara, T, and Saito, G.; "Characteristics of loop directive antennas and broadening of their frequency band width," *Journal of Japan*, Vol. 48, No. 4, pp. 720-724, (April 1965).
- [1. 8] 三田市, 森, 佐藤.; "抵抗を負荷した小型ループアンテナ," 信学会アンテナ伝搬研資, AP 66-24, (Aug. 1966).

- [1. 9] Iizuka, K. ; "The circular loop antenna multiloaded with positive and negative resistors," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-13, No. 1, pp. 7-20, (Jan. 1965).
- [1. 10] Lindsey, Jr. J.E. ; "A parasitic end-fire array of circular loop elements," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-15, pp. 697-698, (Sept. 1967).
- [1. 11] Ehrenspeck, H.W. ; "The backfire antenna : new results," *Proc. IEEE (Correspondence)*, Vol. 53, pp. 639-641, (June 1965).
- [1. 12] Ehrenspeck, H.W. ; "The short-backfire antenna," *Proc. IEEE (Correspondence)*, Vol. 53, pp. 1138-1140, (Aug. 1965).
- [1. 13] Chen, K.M, and Nyquist, D.P, and Lin, J.L. ; "Radiation fields of the short-backfire antenna," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, (communications) Vol. AP-16, pp. 596-597, (Sep. 1968).
- [1. 14] Tien, P.K. ; "Traveling-wave tube helix impedance," *Proc. IRE*, Vol. 41, No. 11, pp. 1617-1623, (Nov. 1953).
- [1. 15] Fletcher, R.C. ; "A broad-band interdigital circuit for use in traveling-wave-type amplifiers," *Proc. IRE*, Vol. 40, No. 8, pp. 505-516, (Aug. 1952).
- [1. 16] Karp, A. ; "Traveling-wave tube experiments at millimeter wavelength with new, easily built space Harmonic circuit," *Proc. IRE*, Vol. 43, No. 1, p. 41, (Jan. 1955).
- [1. 17] Mayes, P.E, and Deschamps, G.A, and Patton, W.T. ; "Backward-wave radiation from periodic structures and application to the design of frequency independent antennas," *Proc. IRE*, 49, pp. 962-963, (May 1961).

- [1. 18] Jones, K.E, and Mayes, P.E. ; " Continuously scaled transmission lines with applications to log-periodic antennas," *IEEE Trans.* Vol. AP-17, No. 1, (Jan. 1969).
- [1. 19] Allen, J.L. ; " On surface wave coupling between elements on large arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-13, p.638, (1965).
- [1. 20] Amitay, N. et al, ; " On mutual coupling and matched conditions in large planar arrays," *IEEE G-AP Internal Symp. Dig.*, pp.150-156, (1964).
- [1. 21] Wasylkiwskyj, W., and Kahn, W.K. ; " Mutual coupling and element efficiency for infinite linear arrays," *Proc. IEEE*, Vol. 56, No. 11, pp. 1901-1907, (Nov. 1968).
- [1. 22] Hannan, P.W.; " The element-gain paradox for a phased array antennas," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-12, No. 4, pp. 423-433, (July 1964).
- [1. 23] Kahn, W.K. ; " Ideal efficiency of a radiating element in an infinite array," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-15, No. 4, pp. 534-538, (July 1967).
- [1. 24] Allen, J.L. ; " On surface-wave coupling between elements of large arrays," *IEEE Trans.*, Vol. AP-13, No. 4, pp. 638-639, (July 1965).

2 章 無限周期構造に沿う表面波の伝搬特性

まえがき

現在まで、表面波アンテナや進行波管などに用いるため、いろいろな遷移構造について、その上の表面波伝搬特性が研究されてきた。この中で、アンテナの構成素子として用いられるものには、誘電体板、誘電体棒、あるいは菱形などのインサートンス面、円板、タイポール、ループアンテナ等を周期的に配列した人工誘電体構造などがある。これらの構造に沿う表面波の伝搬特性は、純粋な境界値問題として、あるいは横井振広などの回路的手法で解析されてきた。

ここでは、タイポール、ループアンテナなどの線状素子を直線上に周期的に配列した構造を主に対象として、それによって電圧を各素子上の電圧あるいは電圧で代表させ、電圧の伝搬特性を表わす分散関数に相当する表示を導き、これによって無限周期構造に沿う表面波の伝搬特性を解析している。線状アンテナを素子とする場合は、周期構造アレイを定位相励振したときの動作アドミタンス^(註)がこの系の分散関数となる。

このことは、本章前半で、アレイの表面波励振に関連して明らかにされる。さらに、この動作アドミタンスによれば、表面波の伝搬定数ばかりでなく、群速度、エネルギー速度、あるいは伝送エネルギー密度、蓄積エネルギー密度、表面波エネルギーの広がりなどの表示も容易に得られる。

本章後半では、これらの結果をループアンテナを素子とする無限周期構造アレイに適用し、この上の表面波の分散特性、および素子上の電流分布が計算される。ここでは複数の伝搬モードの存在が明らかにされる。

動作アドミタンスによる表示は、アレイの素子にインポートランス負荷を行った場合も統一的に扱えるので便利である。本章の終りには、ループ素子にリアクタンス負荷を行って、アレイの分散特性が変えられることを、数値的

[註] Active Admittance, Impedance の訳語は定まていないがその定義から「動作アドミタンス、インピーダンス」とするのが妥当と思われるので本文ではこれを用いる。

および実験的に示している。

このように、本章では、まず動作アドミタンスによって無限周期構造上の表面伝搬特性を一般的に表わし、それをループアンテナ列に適用している。しかし、動作アドミタンスによる表示は、ループ列だけに有効なばかりではない。実際、タイホールアンテナを帯子とする場合にも、この方法は便利であり、山田、[〔]楢垣等によって伝搬定数、表面波エネルギー密度、高次伝搬状態の存在なども示す数値列が得られている。この方法が任意の線状帯子の場合に使えることは本章の重要な結論の一つである。さらにループ列における高次伝搬状態は、ループ列が単なる共振器としてではなく、微分ビームを作るといった従来とは異なる使い方も可能なことを示している。

2.1 動作アドミタンスを用いた伝搬特性の取扱い。

動作アドミタンスあるいは動作インピーダンスは、フェイズド・アレイなどのアレイ・アンテナ系が、所定の給電電圧分布で給電され動作しているときの各給電点における電流・電圧の比で定義されている。一般のフェイズドアレイは素子数が限られており、しかも種々の給電電圧分布で動作するため、動作アドミタンスの値は、素子ごとに違っているのが普通である。しかし素子数の大きな線状アレイで、素子が周期的に並べられ等振幅、等位相差で給電されるような特殊な場合は、両端の少数素子を除いて、各素子の動作アドミタンスがほぼ等しい値になる。^[2.45]このとき、その値は、周波数と走査角、あるいは素子間の励振位相差のみの関数となり、対象とする線状アレイに沿う表面波あるいは複素波と密接な関係がある。本節では、この素子数を無限大にした極限において、動作アドミタンスと表面波の関係により、表面波の分散式および伝搬エネルギーの表示も導く。

2.1.1 素子電流と動作アドミタンスの関係

図2.1(a)に示すように、同一形状の素子を等間隔 d で一直線上に配列した無限周期構造線形アレイの m 素子が電圧 V_0 で励振されている場合を考え、励振されている素子を0番目として左右に番号をつける。この構造で m 番目素子の電流 I_m は、 m 番目素子と0番目素子間の相互アドミタンス Y_{m0} の定義により、下式のように書くことができる。

$$I_m = Y_{m0} V_0 \quad (2.1)$$

ここで V_0 を単位電圧とすれば、この相互アドミタンスは、図2.1(a)の形の励振、すなわち無限周期構造アレイを m 素子励振したときの、各素子の電流そのものである。また、この構造は周期構造で、どの素子を0番目としても同じことであり、しかも励振素子をはさんで左右対称であるから、 n 番

要素子と m 番目要素子との間の相互アドミタンス Y_{nm} の値は下式のように要素番号の差のみによる。⁽¹²⁾

$$Y_{n,m} = Y_{0, |n-m|} \quad (2.2)$$

この関係を使って、この無限周期構造を等位相差 θ 、等振幅 V_0 の波源列 $\{V_m\}$ で励振したときの n 番目要素子の動作アドミタンス $Y_n(\theta)$ が求まる。

まず励振電圧 V_m は下式で与えられる。

$$V_m = V_0 \exp(jm\theta),$$

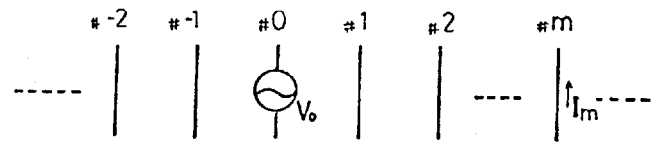
$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty)$$

図 2.1 (b) は (2.3) 式の電源で (a) の構造を励振したものであるが、ここで n 番目要素子の電流 I_n は、相互アドミタンスを通じて励起される各要素子の電流からの寄与の和である。

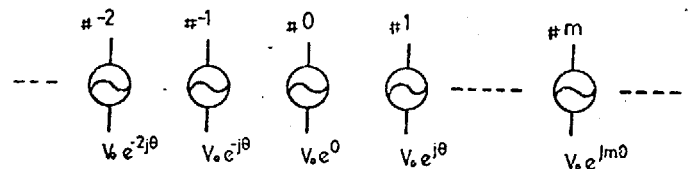
$$I_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{n,m} V_m \quad (2.4)$$

これに (2.3) 式を代入し、(2.2) 式の関係を使って整理すると次式が得られる。

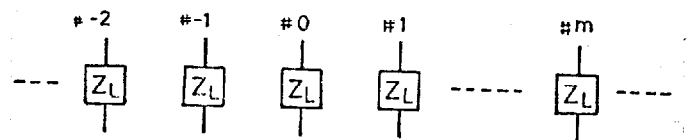
(6) 素子の形状、互いの距離が異なる一般のアレイでは、Reciprocity theorem より $Y_{m,n} = Y_{n,m}$ が成立たてけである。(2.2) は無限周期構造独特の関係である。しかし、超電カ法による近似的な $Y_{m,n}$ では、同一形状の素子で等間隔アレイならば、素子数が有限でも (2.2) が成立っている。



(a)



(b)



(c)

図 2.1 任意の線状アレイ、(a) 中央に電圧源 V_0 で励振し、他の素子は短絡した場合；(b) 等振幅 V_0 、等位相差 θ の電圧源で全素子給電した場合；(c) 全素子にインピーダンス Z_L を付加した場合。

(2.3)

$$\begin{aligned}
 I_n &= V_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{n,m} \exp(j m \theta) \\
 &= V_0 \exp(j n \theta) \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0,m-n} \exp\{j(m-n)\theta\} \\
 &= V_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0,m} \exp(j m \theta) \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

定義により， n 番目素子の動作アドミタンス $Y_n(\theta)$ は， I_n と V_n の比である。これは(2.5)式より直ちに与えられる。

$$Y_n(\theta) \triangleq \frac{I_n}{V_n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0,m} \exp(j m \theta) \quad (2.6)$$

ここで上式の右辺は n に依存しない量である。だから，これを0番目の動作アドミタンス $Y_0(\theta)$ で代表させてよい。

$$Y_0(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0,m} \exp(j m \theta) \quad (2.7)$$

この関係は，相互アドミタンス $\{Y_{0,m}\}$ すなわち図2.1(a)のように無限周期構造を単位電圧で一素子励振したときの各素子に流れる電流 $\{I_m\}$ が，図2.1(b)のような等位相差 θ の全素子励振時の動作アドミタンス $Y_0(\theta)$ のフーリエ展開係数となっていることを示している。したがって， $Y_0(\theta)$ が他の方法で求まれば，それをフーリエ展開して $Y_{0,m}$ をすべて知ることができる。

たとえ無限周期構造でも，図2.1(a)のように，その中の一素子だけを励振したとき，素子電流がどうなるかを求めるのはかなり難しい問題に属する。しかし，動作アドミタンスを用いると，このような問題は， $Y_0(\theta)$ を求めることに帰着する。そして，図2.1(b)の構造は完全な周期構造

なので、 $Y_0(\theta)$ は従来の方を使っても比較的容易に求めることができる。
この図 2.1 (a) のような形の励振問題は次章で詳しく取り上げるので、
ここではこれ以上触れない。

次に、後のため $Y_0(\theta)$ の一般的な特性をいくつか書いておこう。まず、
(2.7) 式の表示からこれが 2π を周期とする周期関数であることは明
らかである。すなわち q を任意の整数として次の関係が成立つ。

$$Y_0(\theta + 2q\pi) = Y_0(\theta) \quad (2.8)$$

さらに、 m の和の順序は逆でもよいから、

$$Y_0(-\theta) = Y_0(\theta) \quad (2.9)$$

が成立つ。また、(2.8) 式と (2.9) 式を用いて、次の関係が得られる。

$$Y_0(q\pi - \theta) = Y_0(q\pi + \theta) \quad (2.10)$$

図 2.1 (a) のような励振をしたとき、 m 番目の素子電流 I_m のみによる
放射パターンを $D_m(\theta, \varphi)$ とすると、全体の放射パターン $D_e(\theta, \varphi)$ は

$$\begin{aligned} D_e(\theta, \varphi) &= \sum_m I_m D_m(\theta, \varphi) \\ &= \sum_m V_0 Y_{0m} D_m(\theta, \varphi) \\ &= V_0 \sum_m Y_{0m} D_m(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (2.11)$$

となり、励振電圧に比例する量となる。これをこのアレイのアレイエレメン
トパターンと呼ぶ。このアレイでは同期構造のため、すべての素子に関して
同じになる。したがって図 2.1 (b) のような励振をしたときの放射パターン⁽¹²⁾

(註) Array element pattern は 図 2.1 (a) のような励振の場合、給電電圧で specify される。そ
して、図 2.1 (b) のアレイを給電電圧 V_0 の位相を変えて重ね合わせたのが図 2.1 (b) であり、(2.12)
式が成立つことになる。(2.12) 式を $[\sum D_m I_m]$ としたのは誤りである。

$D(\vartheta, \varphi)$ は次のように表わされる。

$$D(\vartheta) = D_e(\vartheta) \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M} \sum_{n=-M}^M V_n \exp(-j k n p \cos \vartheta) \quad (2.12)$$

$$= V_0 D_e(\vartheta) \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M} \sum_{n=-M}^M \exp\{j n p (\beta - k \cos \vartheta)\}$$

$$= V_0 D_e(\vartheta) \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sin(2M+1)u}{2M \sin u}$$

$$= V_0 D_e(\vartheta) \delta(u + g\pi)$$

ここに、 ϑ はアレイ軸からの角度、 β は励振の平均位相定数で $\beta p = \theta$ 、 k は自由空間の伝搬定数、 g は任意の整数を表わし、

$$u = \frac{1}{2}(\beta p - k p \cos \vartheta) \quad (2.13)$$

である。

アンテナの放射パターンとスカラーアドミタンスの間には、次の関係が成立つ。

$$\operatorname{Re}\{Y_0(\beta p)\} V_0^2 = C \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta |D(\vartheta)|^2 \quad (2.14)$$

この式に、(2.12)式を入れると、動作アドミタンスの実数部の性質が明らかになる。

$$\operatorname{Re}\{Y_0(\beta p)\} = \begin{cases} |C D_e\{\cos^{-1}(\frac{\beta p + 2g\pi}{kp})\}|^2 & (2.15) \end{cases}$$

$$k p \geq |\beta p + 2g\pi| \text{ のとき}$$

$$0$$

$$k p \leq |\beta p + 2g\pi| \text{ のとき} \quad (2.16)$$

(2.16)式は,

$$|kp| \leq |\beta p + 2g\pi| \quad (2.17)$$

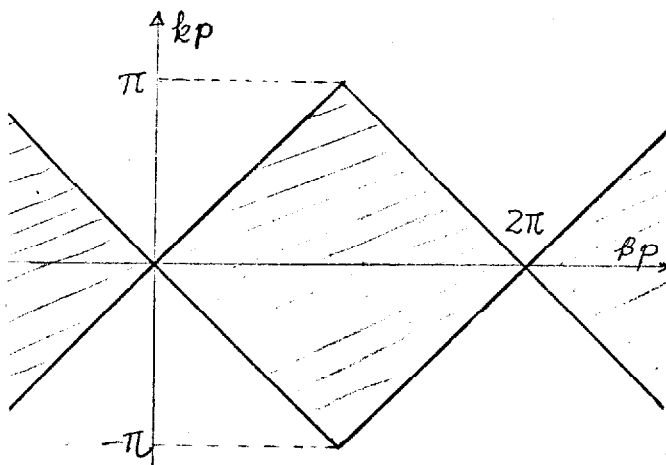
のときには, $Y_0(\beta p)$ の実数部が零, すなわち純虚数であることを示している。(2.17)の示す領域を p で規格化したフリュアン図に書くと図2.2のようになる。

この領域で動作イミッタンス関数を次のように書く。

$$Z_0(kp, \beta p) = j X_0(kp, \beta p) \quad (2.18)$$

$$Y_0(kp, \beta p) = \frac{-j}{X_0(kp, \beta p)} \quad (2.19)$$

ここで $X_0(kp, \beta p)$ は (2.17) の領域で定義される動作リアクタンスである。



さらに(2.15)からは, もし, $|kp| \leq \pi$ ならば, $\text{Re}\{Z_0(\beta p)\}$ が (2.17) 式の範囲外で, アレイの素子電力パターンを与えていることがわかる。

図2.2 $|kp| \leq |\beta p + 2g\pi|$ (2.17)式の領域をフリュアン図上に示す。斜線の領域がそれである。この中では $Z_0(\beta p)$ が純虚, それ以外では複素数になる。

2. 1. 2 分散関数による伝搬特性の表示.

上で述べたように、動作イミッタンスは、図 2.1 (a) の一素子励振アレ
イの電流分布と関連があるばかりでなく、その放射パターンとも密接な関係
がある。さらに、(2.6) 式より、図 2.1 (a) の構造で、励振される表面
波の分散式も等くことができる。

同式より

$$I_n = Y_0(kp, \beta p) V_n \quad (2.20)$$

あるいは、インピーダンス表示で

$$V_n = Z_0(kp, \beta p) I_n \quad (2.21)$$

であるから、電源がなくとも $I_n \neq 0$ であるためには、

$$Z_0(kp, \beta p) = 1 / Y_0(kp, \beta p) = 0 \quad (2.22)$$

でなければならない。

図 2.1 (b) で $V_n = 0$ のとき、これは給電点をすべて短絡した構造となる
が、(2.22) 式は、この構造に沿って伝搬可能な表面波の分散式となっ
ている。

一方同じ構造で電流源給電の場合を考え、給電電流が零でも給電点に有限
の電圧が存在するとすれば、これは給電点をすべて開放した構造に沿う表面
波であり、その分散式は (2.20) より次式で与えることができる。

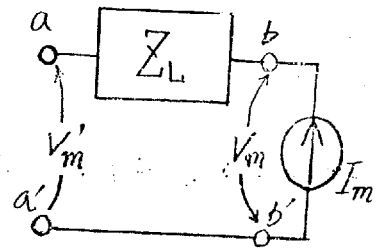
$$Y_0(kp, \beta p) = 1 / Z_0(kp, \beta p) = 0 \quad (2.23)$$

このように、無限周期構造で、給電点を短絡したとき、および開放したとき
のそれぞれの場合について (2.22) 式 および (2.23) 式のような分
散関係式が動作イミッタンスによって与えられる。このイミッタンス関数は
通常の受動回路量であるから、損失を含むかぎり実数の (α, β) に対して

零あるいは無限大になることはない。

したがって、(2.22)式および(2.23)式の受動極はスリェアン図上で(2.17)式の示す範囲内のみとなる。このことは、無限周波構造アンテナ列に沿って伝わる波があるとするればそれは必ず遅波であることを示している。
(注)

次に、アレイの各素子に一定インピーダンス Z_L を付加した場合(図2.4(c))を考える。この場合も上と同じ分散形の動作インピーダンスによって、装荷アレイに沿う表面波の分散特性が表わされる。



この分散式を導くため、図2.1(b)のアレイの励振電源を図2.3のような、インピーダンス Z_L と電流源 I_m を直列にしたもので置きかえる。このときアレイのもとの給電点を a -端子、電流源 I_m の両端を b -端子と呼ぶ。

とで行ったと同様に $I_m = I_0 \exp(jm\theta)$ とすれば、フロークの定理から m 番目の b -端子電圧も $V_m = V_0 \exp(jm\theta)$ と表わされる。また、0番目の a -端子電圧 V_0' と、 m 番目の a -端子電流 I_m とは相互インピーダンス Z_{0m} によって次式のように結ばれる。

$$V_0' = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_{0m} I_m = I_0 \sum_{m=0}^{\infty} Z_{0m} \exp(jm\theta) \quad (2.24)$$

さらに、図2.3に示した回路で、電流 I_0 と、 V_0' 、 V_0 との間には

$$V_0' = V_0 - Z_L I_0 \quad (2.25)$$

のような関係がある。(2.24)、(2.25)より、0番目の b 端子から見込んだ動作インピーダンス Z_b を求めると次式のように表わされる。

(注)しかし、これは「受動的な」無給電アンテナ列の場合に限る。能動素子を含む一般論は次節2.1.3で取扱う。

$$Z_b = Z_0(\theta) + Z_L \quad (2.26)$$

ここで、付加インピーダンス Z_L も アンテナ系の中に入れて考えれば、 b 端子をすべて短絡した構造（これが図 2.1(c)である）の表面波分散式は (2.22) 式により、次のようになる。

$$Z_0(\theta) + Z_L = 0 \quad (2.27)$$

2.1.3 インピーダンス素子による分散特性の制御^[注]

前節で導いたインピーダンス素子アレイの分散式 (2.27) は、(2.22) (2.23) 式を含んでいる。(2.27) 式で $Z_L = 0$ すなわち給電点を短絡した場合が (2.22) 式に相当し、 $Z_L = \infty$ すなわち開放とした場合が (2.23) 式に対応する。

(2.27) 式に、 Z_L という任意定数が入っているため、適当な Z_L を使って、アレイの分散特性を変えてやることができる。

動作インピーダンスは (2.17) 式の範囲で純虚数である。そしてこれは、一般の受動リアクタンス回路網の入力リアクタンス関数と同様に

$$\frac{\partial X(kp, \beta p)}{\partial kp} > 0 \quad (2.28)$$

の関係を満たす。ここで $\partial kp = p \partial \omega$ 、 ω は角周波数である。

また、表面波の伝送エネルギーが正であることから、

$$\frac{\partial X_0(kp, \beta p)}{\partial \beta p} < 0 \quad (2.29)$$

βp に関する偏微分は負である。

[注] 付録参照。

この関係を満足動作リアクタンスの典型的な例を図2.4に示す。この図では動作リアクタンス $X_o(kp, \beta p)$ の値を等高線で示してある。

動作リアクタンスが図2.4 のようになる構造で、給電点をすべて短絡すると、(2.22) 式より、同図①の曲線のような分散特性を持つ表面値が伝搬可能である。

これに、負荷リアクタンス $X_L = +1$ を接続したとすると、分散式は(2.27)で与えられているから、 $X_o(kp, \beta p) = -1$ の曲線②が、この構造上の表面値の分散特性曲線となる。

さらに、負荷リアクタンス X_L を -10 に選べば、上と同様にして③の曲線のような分散特性を持つ表面値が伝搬することがわかる。このように、単なるリアクタンス負荷でも、アンテナ列の構造を変えないで、外部負荷の値により分散特性が変化できる。

しかし、分散特性を上のような方法で変化させるときも(2.28)、(2.29)式の関係は、使う素子が受動回路である限りは満たされていなくてはならない。したがって受動回路だけでは望みの分散特性が得られない場合がある。

たとえば、図2.4で Hansen-Woodyard の条件に従う分散関係(④の曲線)を得ようとする場合は、負荷すべきリアクタンスは、次のような性質を持たねばならない。

$$\frac{\partial X_L}{\partial \omega} = - \frac{\partial X_o}{\partial \omega} < 0 \quad (2.30)$$

このような特性のリアクタンスは、受動回路では合成できない。^[注]

[注] 付録 A-6 参照

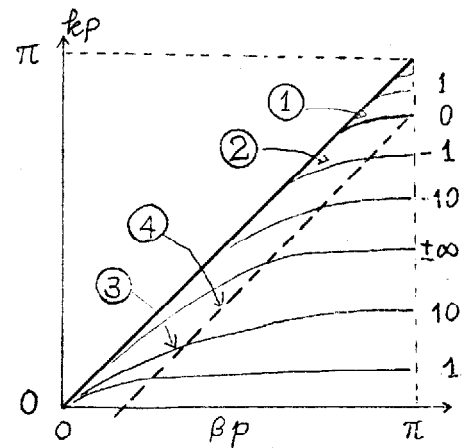


図2.4 スリユアン図上の $X_o(kp, \beta p)$ の値を等高線で示したもの。 $k < \beta$ の範囲では X_o はリアクタンス分のみでここに示したのは(2.28)、(2.29)式を満足する典型的な場合で数値は相対値である。

2. 1. 4 表面波の伝搬エネルギー

ここで扱ってきた無限周期構造アンテナ列は、3次元的に不均質な周期構造である。今までの本文の解析で動作イミッタンスが、この系の分散関係であることが明らかとなったが、一般に斜傾な系が無損失かつ時空に分散的であるとき、エネルギー流と蓄積エネルギー密度が分散関係の位相定数および角周波数による偏微分に比例することが、Askne, J および Nilsson, O によって導かれている。本文で扱う系についても、動作イミッタンスによって、二次元周期構造に沿う表面波のエネルギー関係式を導くことができる。

[仮想抵抗負荷の方法によるエネルギー流表示の誘導]

図 2.1(c) の構造で Z_L を微小抵抗 δR とし、そのときの位相定数が、 $Z_L = 0$ のときの位相定数 β から $\delta\beta$ だけ変化しているとする、(2.27) 式をリアクタンス表示して、次の式が成立する。

$$X_0(k, \beta + \delta\beta) - j\delta R = 0 \quad (2.31)$$

動作リアクタンスをテーラー展開し、2次以上の微小項を省略すると次式が得られる。

$$\delta\beta = j \frac{\delta R}{\frac{\partial X_0(k, \beta)}{\partial \beta}} \quad (2.32)$$

式(2.32)は $\delta\beta$ が純虚数であることを示す。これを $-j\alpha$ と表わすと、この構造の伝搬定数は $\alpha + j\beta$ となり、伝搬方向に向かって減衰していく波となる。この失われるエネルギーは、すべて微小負荷抵抗 δR に吸収されるものであるから、給電点電流を I^S とすると次式が成立する。

$$\frac{1}{2} \delta R |I^S|^2 = 2\alpha p P_s \quad (\text{ただし } \alpha \ll 1) \quad (2.33)$$

ただし I^s は実数値, P_s は伝播エネルギー流を表わす。

(2.32), (2.33) 式から δR を消去すると, エネルギー流 P に対しての表示が得られる。

$$P_s = -\frac{1}{4} \frac{\partial X_0(kp, \beta p)}{\partial (\beta p)} |I^s|^2 \quad (2.34)$$

ここで $\delta R \rightarrow 0$ の極限をとっても上式は変らないから, 給電点をすべて短絡した構造で, これによって伝播する表面波のエネルギー流が, 表面波による素子電流 I^s によって表わされたことになる。

[エネルギー速度, 群速度の関係]

無損失多開口回路網の蓄積電流エネルギーの式を図 2.1 (b) に適用して単位長当りの蓄積エネルギー W_s が求まる。

$$W_s = \frac{1}{4c} \frac{\partial X_0(kp, \beta p)}{\partial kp} \bigg|_{\substack{\beta=\beta_0 \\ k=k_0}} |I^s|^2 \quad (2.35)$$

ここで c は真空中の光速である。

次に (2.27) 式を軌作りアタランスで書いて, (k_0, β_0) における全微分をとると

$$\frac{\partial X_0}{\partial kp} \bigg|_{\substack{k=k_0 \\ \beta=\beta_0}} dk + \frac{\partial X_0}{\partial \beta p} \bigg|_{\substack{k=k_0 \\ \beta=\beta_0}} d\beta = 0 \quad (2.36)$$

上式で, k, β に関する偏微分は, (2.34), (2.35) 式によりエネルギー量と関連している。また群速度 v_g は dk と $d\beta$ の比で定義されるから, (2.36) によって, 群速度 v_g をすべてエネルギー量で表わすことができる。

$$v_g = c \frac{dk}{d\beta} = \frac{-\frac{1}{4} \frac{\partial X_0(kp, \beta p)}{\partial \beta p} \Big|_{\substack{k=k_0 \\ \beta=\beta_0}} |I^S|^2}{\frac{1}{4c} \frac{\partial X_0(kp, \beta p)}{\partial kp} \Big|_{\substack{k=k_0 \\ \beta=\beta_0}} |I^S|^2} \quad (2.37)$$

$$= \frac{P_s}{W_s} = v_e \quad (2.38)$$

この表示は、群速度とエネルギー速度 v_e とが等しいことを示している。この式が等かいたのは、波が、媒質（この場合は無損失分散性）エの非減衰伝搬波であることによる。

このように、動作インピーダンス関数が、周期構造の分散関数であることを使って、位相定数、あるいは位相速度、エネルギー流と素子電流、蓄積エネルギーおよび群速度とエネルギー速度の関係などが容易に導かれる。

この構造は、一次元周期構造ではあるが、開放系のため、一般の結晶解析に見られるような ω (あるいは角周波数 ω) の周期性は表われない。それは (2.17) 式の制限をはずれると構造の径方向へ放射が起ってしまうためである。しかし、(2.17) 式の範囲内に、主に素子電流分布の違いによって、伝搬状態が複数個表われることが報告されている。タイポールを素子とした場合の結果がこれである。これは Shen 等によって数値的に実験的に確かめられている。また、タイポール列にリアクタンス素子を行って分散特性を変えた例も報告されている。

次節では、本節で得られた結果の一部を使って、ルースアンテナを素子とする周期構造アレイに伝わる表面波の伝搬状態とその特性を明らかにする。

2.2 ループアンテナ列に沿う表面波

ここでは、ループアンテナを素子とする場合の動作アドミタンス Y_0 (即ち βP) を、各素子をテーフループと仮定して求め、その値を数値計算して、この構造に沿う表面波の伝搬定数、およびそのときの素子電流分布を求めている。

2.2.1 テーフループ近似による解析

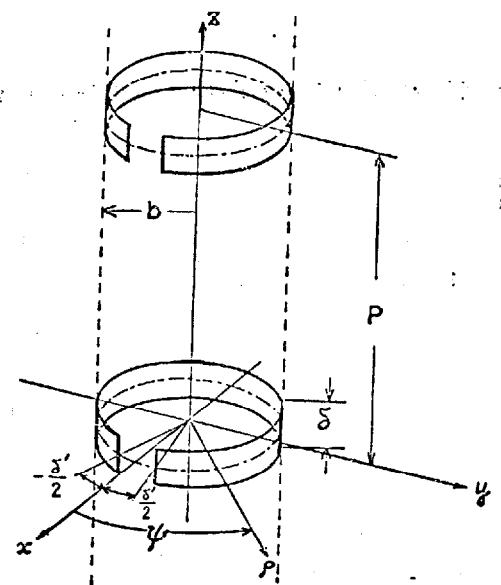
実際のループアンテナは円筒状導体を円形にして用いるが、このような構造では座標系に乗らなため、ループアンテナ素子を図 2.5 のようなテーフループで近似する。一般にこのような近似は、線径が小さければ成立し、テーフの幅 δ と等価半径 a の間には

$$\delta = 4a \quad (2.39)$$

の関係がある。

ここで、解析に用いるループ列は、図 2.5 テーフループ列と座標系
幅 δ のテーフで半径 b のループを素子として、これを円筒座標系 (ρ, φ, z) の z 軸に沿って間隔 P で無限に並べたものである。動作アドミタンスを求めするため、各素子には δ ラジアン²の給電間隙が設けられている。

動作アドミタンスの関数形を決めるためには、まずこの構造に沿う電磁界を扱わねばならぬが、ここでは ρ, φ, z の各方向に対して、それぞれ変形ベッセル関数、余弦関数、および空間高調波の波数を持つ指数関数でヘルツベクトルの z -成分を展開する。またテーフ上の電流分布に関しては z 方向に関してテーフ上で一様で、 φ 成分のみとする。また給電点中の電界は、同じく φ 成分だけで、 φ 方向、 z 方向に一様とする。ここで ρ 方向の展



関を変形ベッセルで行うのは、もともと遅延を対称としているからである。

これらのことをお式で表わせは下のようになる。まず、図2.5のテーフ状等価ルーフアンテナ列で円筒座標系を用い、磁気型および電気型のヘルツベクトルの z 成分を、テーフルーフ素子を含む円筒面の内側(I-領域)および外側(II-領域)で下式のように展開する。

$$\pi_z = \begin{cases} \sum_m \sum_n C_{mn} I_m(\gamma_n \rho) e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} & (\text{I-領域}) \\ \sum_m \sum_n D_{mn} K_m(\gamma_n \rho) e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} & (\text{II-領域}) \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\pi_z^* = \begin{cases} \sum_m \sum_n C_{mn}^* I_m(\gamma_n \rho) e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} & (\text{I-領域}) \\ \sum_m \sum_n D_{mn}^* K_m(\gamma_n \rho) e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} & (\text{II-領域}) \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\beta_n^2 - k^2}, \quad \beta_n = \beta + \frac{2n\pi}{P},$$

$I_m(\gamma_n \rho)$, $K_m(\gamma_n \rho)$ はそれぞれ第一種、および第二種の変形ベッセル関数、 m は φ -方向の波数、 n は z -方向空間高調波の波数、 k は真空中の伝搬定数、 β は z -方向の波数、 C_{mn} , C_{mn}^* , D_{mn} , D_{mn}^* は展開係数である。ここでは時間項として $e^{j\omega t}$ を仮定している。

ルーフ上の電流分布は φ 方向成分のみとし、 z 方向に一樣な振幅を持ち、位相項は $e^{-j\beta z}$ であるとする。

$$J_\varphi(\rho, \varphi, z) = \begin{cases} \sum_m \delta(\rho - b) \frac{I_0^m}{\delta} e^{jm\varphi} e^{-j\beta z} & \begin{matrix} (b \leq |z - lp| \leq \frac{\delta}{2}) \\ (l \text{ は 整数}) \end{matrix} \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (2.42)$$

上式を、空間高調波で展開する。

$$J_\varphi(b, \varphi, z) = \sum_m J_\varphi^m(b, \varphi, z) \quad (2.43)$$

$$J_\varphi^m(b, \varphi, z) = \frac{I_0^m}{P} \sum_n \frac{\sin(\beta_n \delta/2)}{(\beta_n \delta/2)} e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} \quad (2.44)$$

ここで、 I_0^m は $\varphi=0$ での φ -方向 m 次波数の電流である。

さらに、給電間隙上の印加電界 E_φ^{inc} を φ -方向の波数で展開する。

$$E_\varphi^{inc} = -\frac{V_0}{2\pi b} \sum_m \frac{\sin(m\delta/2)}{(m\delta/2)} e^{jm\varphi} \quad (2.45)$$

また、(2.40), (2.41) の π_z , π_z^* から計算される電磁界成分は、 $\rho=b$ の円筒面にて次の境界条件を満たさねばならない。

$$\left. \begin{aligned} H_z^I - H_z^{II} &= J_\varphi \\ H_\varphi^I - H_\varphi^{II} &= 0 \\ E_z^I - E_z^{II} &= 0 \\ E_\varphi^I - E_\varphi^{II} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

ここで、電界 $E^{I,II}$, 磁界 $H^{I,II}$ は total field であるが、これを φ 方向および z 方向に (4.20) と同じ展開をしたときの (m, n) 成分を E_{mn} , H_{mn} とすれば、これに対して (2.46) 式と同じ形の境界条件となる。

$$E^{I,II} = \sum_m \sum_n E_{mn}^{I,II} e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} \quad (2.47)$$

$$H^{I,II} = \sum_m \sum_n H_{mn}^{I,II} e^{jm\varphi} e^{-j\beta_n z} \quad (2.48)$$

E_{mn} , H_{mn} の各座標成分を π_z の (m, n) 成分 π_{mn} で書くと次式のようになる。

$$H_{mnz} = (k^2 - \beta_n^2) \pi_{mn} \quad (2.49)$$

$$H_{mn\varphi} = -\frac{jk^2}{\mu\omega} \frac{\partial \pi_{mn}^*}{\partial \rho} + \frac{m\beta_n}{\rho} \pi_{mn} \quad (2.50)$$

$$H_{mn\rho} = \frac{mk^2}{\mu\omega} \frac{1}{\rho} \pi_{mn}^* - j\beta_n \frac{\partial \pi_{mn}}{\partial \rho} \quad (2.51)$$

$$E_{mnz} = (k^2 - \beta_n^2) \pi_{mn}^* \quad (2.52)$$

$$E_{mn\varphi} = -\frac{m\beta_n}{\rho} \pi_{mn}^* + j\mu\omega \frac{\partial \pi_{mn}}{\partial \rho} \quad (2.53)$$

$$E_{mn\rho} = -j\beta_n \frac{\partial \pi_{mn}^*}{\partial \rho} + \frac{m\mu\omega}{\rho} \pi_{mn} \quad (2.54)$$

ただし μ は真空の透磁率である。

これらの界成分の式を境界条件の式(2.46)に代入すると、展開係数 C_{mn} , C_{mn}^* , D_{mn} , D_{mn}^* についての次のような連立方程式が得られる。

$$(k^2 - \beta_n^2) I_m C_{mn} - (k^2 - \beta_n^2) K_m D_{mn} = J_{\varphi n}^m \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{m\beta_n}{b} I_m C_{mn} + \frac{jk^2 \gamma_n I_m'}{\mu\omega} C_{mn}^* \\ - \frac{m\beta_n}{b} K_m D_{mn} - \frac{jk^2 \gamma_n K_m'}{\mu\omega} D_{mn}^* = 0 \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$(k^2 - \beta_n^2) I_m C_{mn}^* - (k^2 - \beta_n^2) K_m D_{mn}^* = 0 \quad (2.57)$$

$$-j\mu\omega\gamma_n I_m' C_{mn} + \frac{m\beta_n}{b} I_m C_{mn}^* + j\mu\omega\gamma_n K_m' D_{mn} - \frac{m\beta_n K_m}{b} D_{mn}^* = 0 \quad (2.58)$$

ここに

$$J_{\varphi n}^m = \frac{I_0^m}{P} \frac{\sin(\beta_n \delta/2)}{(\beta_n \delta/2)} \quad (2.59)$$

である。また、 I_m , K_m の引数はすべて $\gamma_n b$, 背のフツシユは微分を表わす。これらの式から D_{mn} , D_{mn}^* を求めると次式のようになる。

$$D_{mn} = - \frac{j m \beta_n \omega \mu}{k^2 \gamma_n^2} I_m(\gamma_n b) \frac{I_0^m \sin(\beta_n \delta/2)}{P (\beta_n \delta/2)} \quad (2.60)$$

$$D_{mn}^* = \frac{b}{\gamma_n} I_m'(\gamma_n b) \frac{I_0^m \sin(\beta_n \delta/2)}{P (\beta_n \delta/2)} \quad (2.61)$$

ルーフ等体上の正確な境界条件としては、テーフ面上で電界の切線成分はすべて 0 であるべきだが、電流分布を最初に仮定しているため、テーフの全面にわたって切線成分が零という条件を満たすことはできない。そこで、テーフの中心線上に沿って、それも φ 成分のみにこの境界条件を入れる。実際には、 E_φ を印加電界 E_φ^{inc} に等しく置くことによりこれを行っている。

$$E_\varphi^{I, II} = E_\varphi^{inc} \quad (2.62)$$

上式を φ 方向の一つのモードに対して書くと,

$$\sum_n \left[\frac{m \beta_n}{b} D_{mn} K_m - j \omega \mu \gamma_n D_{mn}^* K'_m \right] = \frac{V_0}{2\pi b} \frac{\sin(m\delta'/2)}{(m\delta'/2)} \quad (2.63)$$

となる。

2.2.2 ループアンテナ列の動作アドミタンス

(2.60), (2.61) 式を (2.63) 式に代入すると, m 次モードに対する動作アドミタンス $Y_0^m(kp, \beta p)$ が求まる。 $Y_0^m(kp, \beta p)$ は

$$Y_0^m(kp, \beta p) \triangleq \frac{I_0^m}{V_0} \quad (2.64)$$

で定義される。

給電点の全電流 I_0 は I_0^m の m についての和である。

$$I_0 = \sum_m I_0^m \quad (2.65)$$

したがって, (2.6) 式の定義の動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ は, 次式で与えられる。

$$Y_0(kp, \beta p) = \sum_m Y_0^m(kp, \beta p) \quad (2.66)$$

$Y_0^m(k\rho, \beta\rho)$ は次式で与えられる。

$$Y_0^m(k\rho, \beta\rho) = \frac{j\rho}{2\pi kb^2\eta} \frac{\sin(m\delta'/2)}{(m\delta'/2)} /$$

$$\sum_n \left[I_m' K_m' + \left(\frac{m\beta_n}{kb\gamma_n} \right)^2 I_m K_m \right] \frac{\sin(\beta_n\delta/2)}{(\beta_n\delta/2)}$$

(2.67)

(2.66)式で $\sum_m$ は m についての $-\infty$ から ∞ までの和を意味しているが、これは φ 方向に $e^{jm\varphi}$ で展開したからである。(2.67)式は m について対称であるから、(2.66)の和を 0 から ∞ に変換することが出来る。

$$Y_0(k\rho, \beta\rho) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m Y_0^m(k\rho, \beta\rho) \quad (2.68)$$

注.
 ε_m はノイマンの定数である。

(2.68)は、 φ 方向に $\cos m\varphi$ で展開したことに相当するから、図 2.1(b) のような励振に対して素子上の φ 方向電流分布 $I(\varphi)$ は (2.6); (2.64) 式を用いて次のように書ける。

$$I(\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m I_0^m \cos m\varphi$$

$$= V_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m Y_0^m(k\rho, \beta\rho) \cos m\varphi \quad (2.69)$$

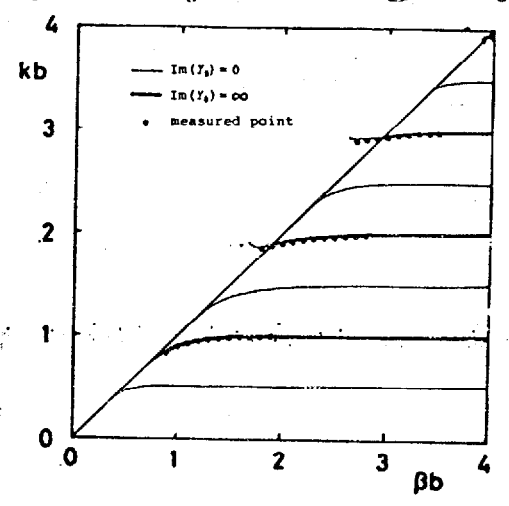
(注) $\varepsilon_0 = 1$, $m \geq 1$ のとき $\varepsilon_m = 2$.

2.2.3 表面波伝搬特性.

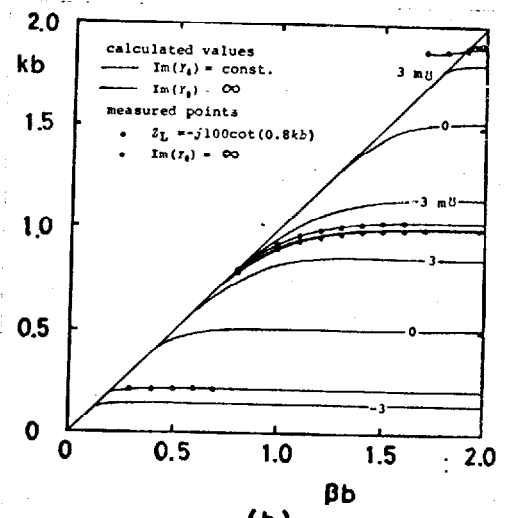
前小節で導かれたループアンテナ列の動作アドミタンス関数を用いて、表面波の伝搬状態にどのようなものか存在するか調べてみよう。それには、(2.22)式, (2.23)式の根がどのようなときに得られるかを図ればよい。

(2.67)式より, $Y_0(k, \beta)$ は, (2.47)式の範囲では純虚数となることからわかる。そして、この範囲でのみ、伝搬状態に対応する極または零点を持つ。

図2.6 (a), (b)は、それぞれ、素子間隔 p と素子半径 b の比が $\pi/4$, および $\pi/2$ のときの $Y_0(k, \beta)$ の値を、第一フリュアン・ゾーンの片側について計算し、その虚数部を等高線で示したものである。この図の $Y_0(k, \beta) = \pm \infty$ の曲線は (2.23)式の解で、短絡ループ列に相当する表面波の分散曲線である。また $Y_0(k, \beta) = 0$ の曲線は、(2.22)式の解で素子を開放した場合の分散曲線となっている。どの曲線も、 $k = \beta$ の直線上の一点から始まり、 β の増加、あるいは k の増加に伴って右側に一定の値へ漸近する特性を示している。この特性は、リアウタンスあるいはサセプタンス関数の同波数による微分が常に正であることを要する Foster のリアウタンス定理、および伝送電力が必ず正であることを要請を満たしている。

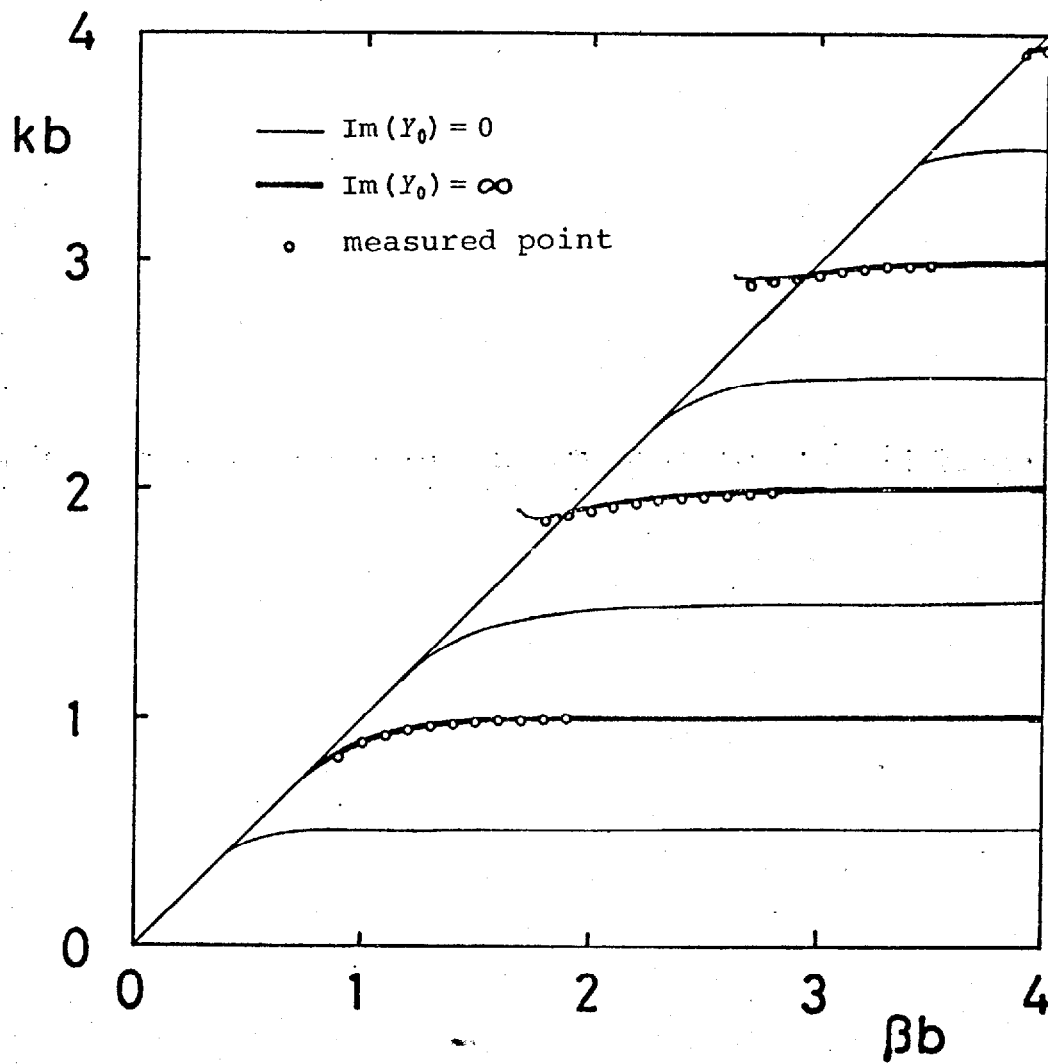


(a)



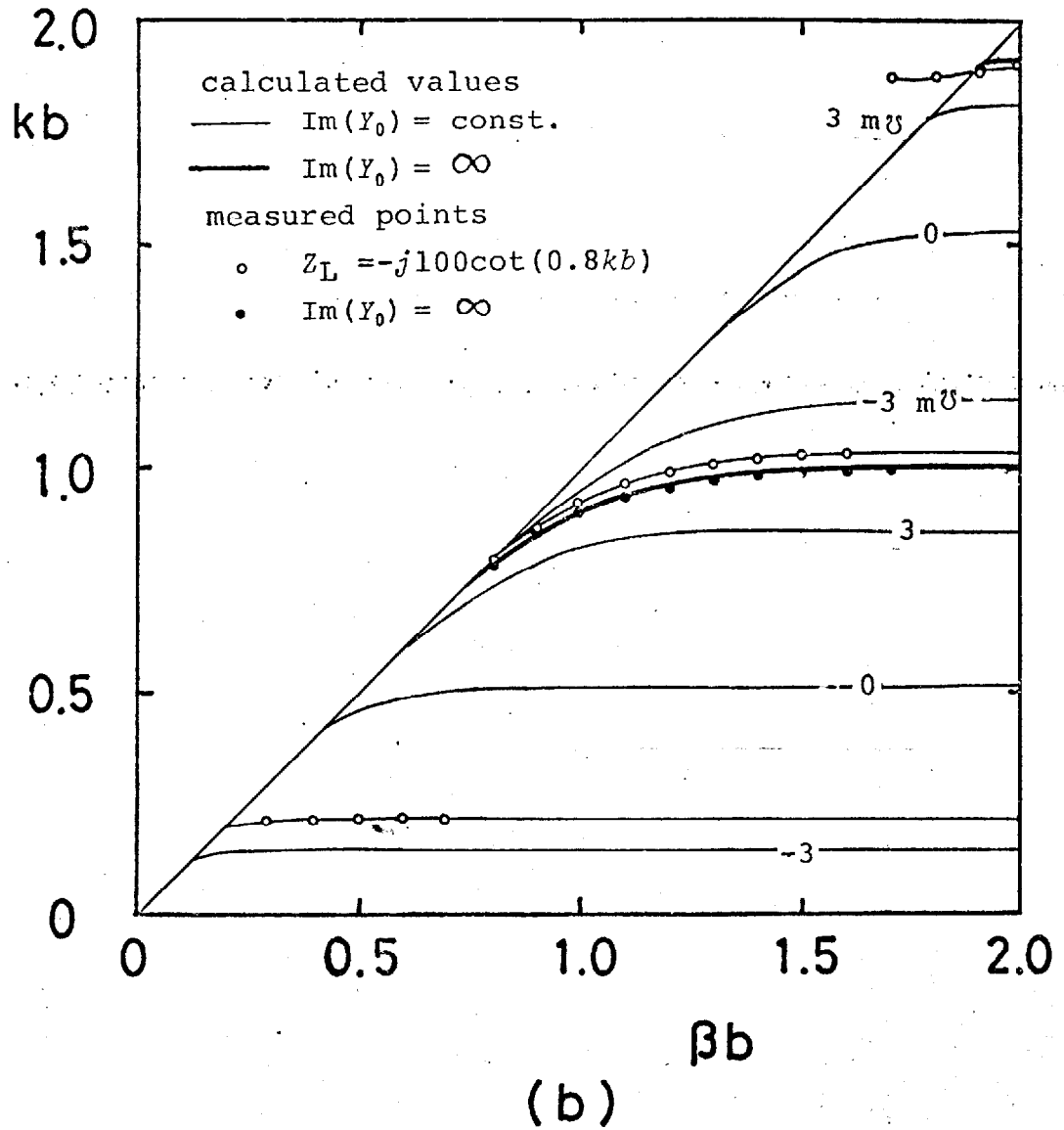
(b)

図2.6 ループ列の動作アドミタンス $Y_0(k, \beta)$ の虚数部。 $Im(Y_0) = \pm \infty, 0$ の曲線はそれぞれ短絡、開放ループ列の分散曲線。(a) $p/b = \pi/4$, (b) $p/b = \pi/2$ の場合。 δ はどちらの場合も $\pi/5$ 。図上の点は実測値。



(a)

図2.6 (a) ループ・アンテナ列の動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ の計算値。 $k < \beta$ の範囲では Y_0 はサセクタンスのみ。



(8) 2.6 (b)

この性質に着目すると、動作アドミタンスの値を $k=\beta$ および $\beta=\pi/p$ の直線に沿って計算することによって、それぞれの伝搬モードの帯域幅を知ることが出来る。こうして求めた表面波の存在範囲を、短絡ループ構造、および給電点をすべて開放した開放ループ構造について、格子間隔 p をパラメータとして示したのが表1である。

これを見ると、短絡ループ構造に対しては、

$$kb \approx m : m \text{ は 波 数 番 号} \quad (2.70)$$

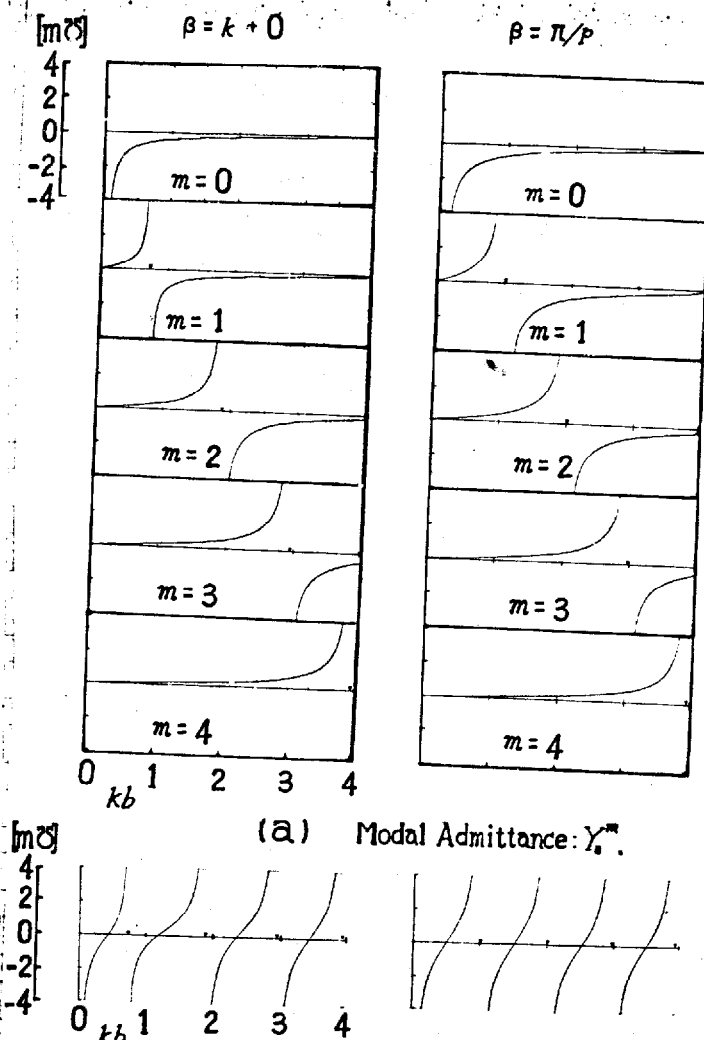


図2.7. ループ間隔 P とループ半径 b の比 $P/b = 0.25\pi$ のループ列の各モード別アドミタンス Y_0^m と動作アドミタンス Y_0 を $k=\beta$, $\beta=\pi/p$ の直線に沿って計算した値のグラフ。

(b) Active Admittance $Y_0 (= \sum_{m=0}^{\infty} Y_0^m)$, $P/b = 0.25\pi$.

表 1. 伝搬姿態の周波数帯域

姿態数	短絡ループ列			開放ループ列			タイポール列 [*]
p/b	0.250π	0.375π	0.500π	0.250π	0.375π	0.500π	$p/h=0.500$
0.5	-----	-----	-----	0.434 ~0.510	0.459 ~0.515	0.430 ~0.520	0.0 ~0.478
1.0	0.733 ~1.002	0.733 ~1.003	0.733 ~1.005	-----	-----	-----	-----
1.5	-----	-----	-----	1.183 ~1.520	1.208 ~1.520	1.270 ~1.530	1.210 ~1.415
2.0	1.889 ~2.010	1.910 ~2.010	1.900 ~1.915	-----	-----	-----	-----
2.5	-----	-----	-----	2.350 ~2.518	2.410 ~2.50	cut off	cut off
3.0	2.92 ~2.98	cut off	cut off	-----	-----	-----	-----
3.5	-----	-----	-----	3.440 ~3.499	cut off	cut off	cut off
4.0	3.940 ~3.95	cut off	cut off	-----	-----	-----	-----

*周波数はループ列と比較するため、 $kh = 2\pi$ で規格化してある。
なお、タイポール列の数値は文献[2.7]より引用した。

の付近に伝搬モードが現われることがわかる。また、開放ループ構造では、伝搬モードが

$$kb \approx \frac{1}{2}(2m-1) \quad (2.71)$$

の付近に現われている。

前に述べたように、Foster のリアクタンス定理および伝送電力の要請から、分散曲線はフリュアン図上で必ず右上りになる。したがって、伝搬領域の上限は、 $\beta p = \pi$ の線上で起まる。この直線上で (2.67) 式の近似式を導き、(2.22)、あるいは (2.23) 式に入れると (2.70)、(2.71) の関係が解析的に求まる。

今、 $p/b \ll 1$ とすると、 $\beta p = \pi$ の線上で $\gamma_n b \gg 1$ だから変形ベッセル関数に引数の大きいときの漸近式が使える。引数が大きいときは

$$\begin{aligned} I_m(\gamma_n b) K_m(\gamma_n b) &= -I_m'(\gamma_n b) K_m'(\gamma_n b) \\ &= \frac{1}{\gamma_n b} \end{aligned} \quad (2.72)$$

であるから $\gamma_0(kb, \pi)$ は近似的に次のように表わされる。

$$\gamma_0(kb, \pi) \approx \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m}{(kb)^2 - m^2} \quad (2.73)$$

ここに A_m は定数で、 m が小さい内はほぼ m によらない値となる。これより明らかのように、 $\gamma_0(kb, \pi)$ は $kb = m$ のところに極を持ち、 A がほぼ m によらない範囲では $kb \approx (2m+1)/2$ のところに零点を持つ。

このように、ループ列には、いくつかの表面波伝搬モードが存在するが、無数にあるわけではなく (2.17) 式の制限によって有限個に限られる。同式の制限によれば、 $kp < \pi$ では表面波伝搬モードは存在できないことがわかる。したがって、短絡ループ構造では、存在可能な最大モード数 m_u^s は次式で

与えられる。

$$m_u^s = \left[\frac{\pi b}{p} \right] \quad (2.74)$$

ここに, $[]$ はガウス記号である。

また開放ルーフ構造では, 伝搬モードの最大数 m_u^o が,

$$m_u^o = \left[\frac{b}{p} \pi + \frac{1}{2} \right] \quad (2.75)$$

で与えられる。

【タイポール列との比較】

ここで述べたルーフアンテナ列の表面波伝搬帯域や素子電流分布は, 開放ルーフ列に関して, タイポール列と類似の特性を持つ。Shen および箱垣等の解析によれば, タイポール列は, 素子長 h が半波長の奇数倍になる周波数の近くに表面波伝搬帯域を持つ。これは, (2.75) 式で, kb を

$$kb = \frac{k h}{\pi} \quad (2.78)$$

とおきかえて得られる。表 1 に, タイポール列の表面波伝搬帯域を比較のため示したが, 帯域幅は, タイポール列の方が広いことがわかる。これは, 単なる導波器としての用途ならば, ルーフ列は帯域の点でタイポール列に劣ることを示している。

2. 2. 4 伝搬状態の素子電流分布

ループ列に沿う表面波の各伝搬状態における素子電流分布は (2. 69) 式を利用して求めることができる。

一つの伝搬状態の分散曲線上の点 $(k_0 p, \beta_0 p)$ においては、動作アドミタンスが ∞ あるいは 0 となっている。まず、短絡ループ列の場合を考えると、 $Y_0(k_0 p, \beta_0 p) = \infty$ であるが、 Y_0 を状態毎に見ると、表面波の各状態 m に対応した $Y_0^m(k_0 p, \beta_0 p)$ だけが ∞ となっていることがわかる。これは、たとえば図 2. 7 を参照すれば明らかである。(あるいは、(2. 73) 式でもよい。)

(2. 69) 式は、図 2. 1 (b) のような全素子励振の場合である。この図では、電圧源励振だが、電流源励振でも動作アドミタンスは変わらない。この電流源励振時で、 $\theta = \beta_0 p$ にすると、伝搬状態に対応した Y_0^m は ∞ になるから素子電圧 V_0 は $V_0 Y_0^m$ が有限の値 $I_0 = I(0)$ となるよう、 Y_0 の極を打消すだけの零にならねばならない。そのとき、(2. 69) 式を考えたと、 Y_0 の除外は消えて、

$$I(\varphi) = V_0 Y_0^m \cos m\varphi \quad (2. 79)$$

となる。

さらに、 $\theta = \beta_0 p$ では、 I_0 は有限でも V_0 が零なので、給電点を短絡の上電源を取り去ってよい。電源を取り去れば、図 2. 1 (b) は単なる短絡ループ列となるが、(2. 79) 式で示される電流分布はそのまま残って、 β_0 の伝搬定数の表面波がこのループ列に沿って伝搬していることになる。

したがって、(2. 79) 式は、短絡ループ列の m 次伝搬状態の素子電流分布となる。

次に、開放ループ列を考えると、その上の表面波の分散曲線上の点 $(k_0 p, \beta_0 p)$ では $Y_0(k_0 p, \beta_0 p) = 0$ である。この分散曲線が開放ループ列の m 次伝搬状態のものであるとすれば、 Y_0^m と Y_0^{m-1} とが絶対値が等しく符号反対で消し合って零になっている。これは図 2. 7 あるいは (2. 73) 式より明らか

である。

図2.1 (b) の構造で、 $\theta = \beta_0 p$ であるような電路列で励振しているとき、電流分布は、(2.69) 式により与えられるが、よて述べたように Y_0^m と Y_0^{m-1} の絶対値が、他の Modal Admittance より著るしく大きいので、同式を近似的に次のように書くことができる。

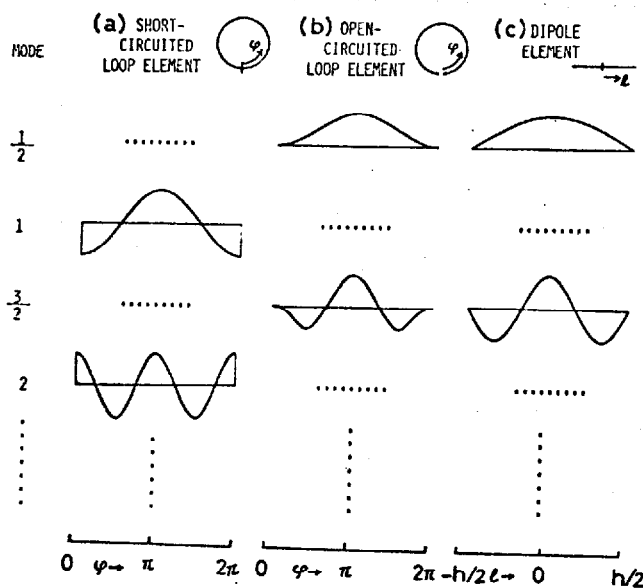
$$I(\varphi) \approx V_0 \left(\varepsilon_m Y_0^m \cos m\varphi + \varepsilon_m Y_0^{m-1} \cos(m-1)\varphi \right) \quad (2.80)$$

これに $\varepsilon_m Y_0^m = -\varepsilon_m Y_0^{m-1} (\equiv I^s/V_0)$ の関係を入れて、

$$I(\varphi) = I^s (\cos m\varphi - \cos(m-1)\varphi) \quad (2.81)$$

が得られる。この場合は V_0 は有限でも $I_0 \equiv I(0) = 0$ なので、図2.1 (b) で電源を取り去り給電点を開放しても (2.81) 式の電流分布を乱さない。そして、電源を取り去った後の構造は単なる開放ループ列だから、(2.81) 式が、この構造に沿う表面波の素子電流分布を与えることがわかる。

図2.8 は、(2.79) 式および (2.81) 式の電流分布を各々の姿勢について示したものである。同図(c)に、比較のためダイポール列の場合も示してある。



る。こゝでも、開放ループとダイポールは類似性を示し、表面波伝搬特性の上から言うと、開放ループは、変形ダイポールと言えないことはない。

図2.8 各伝搬姿勢の素子電流分布。(a) 短絡ループ列 (b) 開放ループ列。(c) ダイポール列。

2.3 ループアンテナ列に沿う表面波の分散特性測定

前節では、ループアンテナ要素とする無限周期構造について善いた動作アドミタンスを数値計算して、素子電流分布の異なる波数値の伝搬特性が存在可能なこと、およびその分散特性がインピーダンス負荷によって変えられることを明らかにした。

ここでは、前節の結果を確かめるため、短絡ループ列、開放ループ列、およびインピーダンス負荷ループ列について、その上の表面波の分散特性を測定した。分散特性の測定には、周期数 n と表面波の伝播定数 β を同時に知る必要がある。

周期数の測定は、定在波計あるいは空間共振器周波数計などの普通の方法で容易に行うことができる。しかし、 β の測定の方は、それほど簡単でない。導波管や誘電体棒などの連続的な導波構造ならば、定在波を立たしてその分布を連続的に測定したり、あるいは伝搬位相差を比較したりして比較的容易に表面波の波長 λ_s を知ることができ、 β を決めることができる。しかし、本文で扱っているような離散的な構造では、空間高調波の影響が出てきて、たとえ定在波を立たせたとしても、構造に沿う表面波の界分布は通常の定在波分布とは異なったものになる。従来、真の β を測定しようと、空間高調波の各波数の横方向界分布が異なることを利用して、アレイ軸からある程度離れた所の界分布を測定するなどの工夫が行われてきた。しかし、横方向の界分布はアレイ軸から離れるとほぼ指数関数的に減少し、検出すべき界分布はかなり弱いものとなる。したがって、検出フローツの影響、あるいは感度の問題などが生じて、必ずしも確度の高い方法とは言えなかった。

本節の実験では、各素子の電流を直接測定することによって精度よく β を決める方法が述べられている。この方法は、従来の共振法 (Frequency Swept Method) の変形、あるいは改良であり、特に共振器内の波数の決定が、容易で高精度にできるようにされている。

2.3.1 測定法

ループ列のような開放形同期構造の分散特性を測定するため、ここで用いる方法は、基本的には従来の共振法と同じである。しかし、この方法では共振器内の波数測定に離散構造の特徴を生かした Moiré パターンが用いられているため、従来の方法より簡単に精度の高い測定ができる。上で述べたように、波数測定のため界分布を実測する場合には、空間高調波の影響が現われるなど、離散構造であることは測定の障害となったが、Moiré パターンによる本方法では、何の障害にもならない。

従来の共振法による測定例として、タイポール列に関する Shefer, J. の実験がある。この実験では、励振、検出を共振器外部で行う構成をとり、表面波に対して半透明鏡の傾きをさせるため、等価構造素子の約2倍の長さのタイポールを反射器に用いている。しかし、この種の反射器では、反射波の位相の算定が困難で、実際には、共振器の等価長を実測しなければならないわずらわしさがある。

本節で提案する共振法では、図2.11に示すように、適当な長さ（ごく小さくても、励振素子の影響をも除くため一般に5波長以上）の同期構造の両端に反射板を設け、表面波に対する共振器を構成する。この共振器の励振は、掃引共振器を用いて、同期構造中の一素子（図2.11では最端素子）で行い、微小シールドループで界強度、あるいは素子電流を測定する。

ここで用いる反射板は、表面波の経方向の減衰特性を考慮すれば、表面波構造半径の2倍程度であれば十分で、ほぼ理想的な反射器として動作する。また、共振器内の励振素子は、電源をはずして考えれば純抵抗負荷となるので、表面波成分に対してそれほど大きな位相変位は与えない。

このような構成をとれば、従来の共振法と同様に、原理的には共振器内の定在波波数 N および共振周波数 f_N の測定から、構造周期 P で規格化したフリュエアン図上の一点 $(\beta_N P, \epsilon_N P)$ が決定される。

$$\beta_N P = \frac{N\pi}{\left(\frac{\ell}{P}\right)} \quad (2.82)$$

$$k_N P = \frac{2\pi f_N P}{c} \quad (2.83)$$

ここに、 c は真空中の光速、 ℓ , β はそれぞれ真空中、および同期構造に沿う波の伝搬定数で、下々の添字は定在波波数 N に対する値であることを示す。また、共振器長 ℓ は、図2.9のような素子配列を行ったとき、共振器内の全素子数を M とすれば、 $\ell = Mp$ であるから、(2.82)式は下のようになる。

$$\beta_N P = \frac{N\pi}{M} \quad (2.84)$$

β_N が独立に決まるのは $\beta_N P \leq \pi$ の範囲であるから、このような同期構造配列に共振法を使う場合は、測定される点の数は共振器内の全素子数 M を超えないことがわかる。

共振器内の定在波の山の数 N を数えるには、従来の定在波法で行われてきたように、構造に沿って近傍電磁界を測定してもよいが、ここでは波長を特に測る必要はないので、各素子の電流振幅を測定し、その分布から N を決める。同期構造上の素子電流分布は、共振器内の定在波パターンとMoiréパターンとなり、その特徴から容易に山の数 N を知ることができる。さらに構造の不整や励振素子の影響に帰因する微小な位相変位までも、そのパターンのずれから知ることができ、それらによる誤差の補正が可能になる。次に、本節で提案する改良した共振法に用いるMoiréパターンの性質を述べる。

[定在波分布を周期的にサンプリングして得られるMoiré Pattern]

図2.11のようなルーツ列をモデル的に図2.9のように表わす。図2.9で円は素子の位置を示し、黒丸で示した励振素子から順次図に示すよう番号を

付ける。また、構造に沿った長さの座標を片側の反射板面を原点にとって、 z とする。

この共振器内に表面波だけが存在して共振状態にあるとすれば、 n 番目素子の電流 I_n は表面波の電流振幅を I^s とすると、次式のように書くことができる。

$$I_n = 2 I^s \sin \beta z_n \quad (2.85)$$

ここで、 z_n は素子の座標である。

$$z_n = \frac{\ell}{2M} (2n - 1) = \frac{2n - 1}{2} p \quad (2.86)$$

共振器内の電流分布関数 g_n を次式で定義しておく。これは、測定されるのが電流の絶対値であるからである。

$$g_n \triangleq \left| \frac{I_n}{2 I^s} \right| = \left| \sin \left(\beta p \frac{2n - 1}{2} \right) \right| \quad (2.87)$$

まず、素子は周期的に並んでいるから、空間高調波に対しても同じ電流分布となる。

$$\begin{aligned} g_n \left(\beta + \frac{2m\pi}{p} \right) &= \left| \sin \left\{ \left(\beta p + 2m\pi \right) \frac{2n - 1}{2} \right\} \right| \\ &= \left| \cos m\pi (2n - 1) \sin \left(\beta p \frac{2n - 1}{2} \right) \right| \\ &= \left| (-1)^m \sin \left(\beta p \frac{2n - 1}{2} \right) \right| \\ &= g_n(\beta) \end{aligned} \quad (2.88)$$

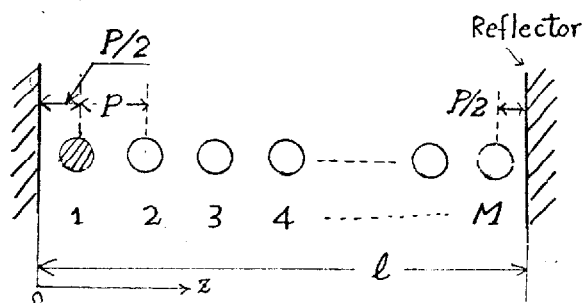
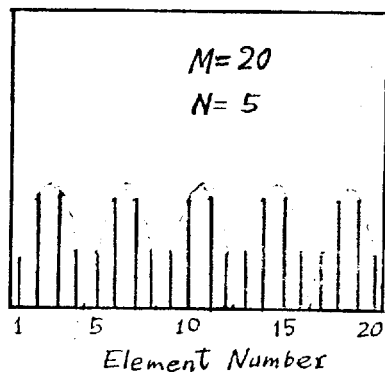
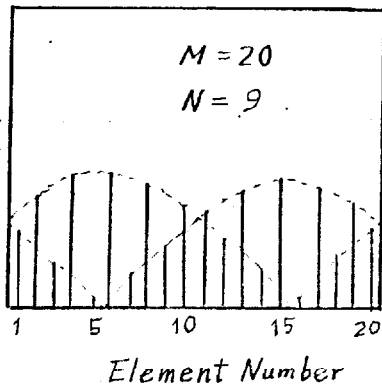


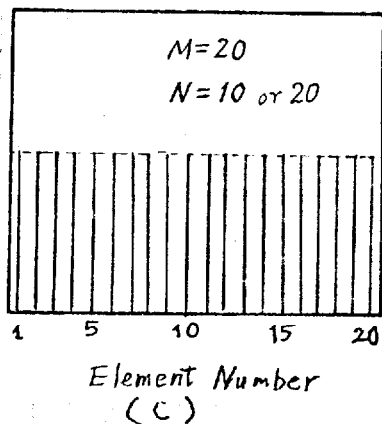
図 2.9 周期構造の両端を反射板で終端して構成した共振器を模式的に表わしたもの。円は素子の位置を示す。 p は素子間の距離、 2 は共振器長、 M は全素子数を示し、構造に沿った長さの座標系を左の反射板を原点にとって、 z で示す。



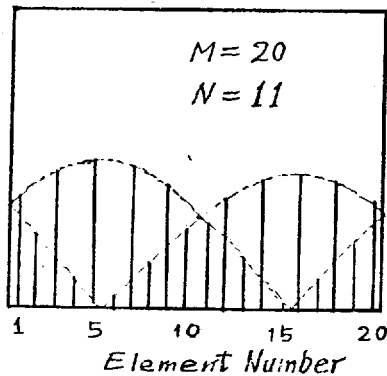
(a)



(b)



(c)



(d)

共振状態の表面波伝播定数は(2.84)式で与えられているから、定在波の波数 N が比較的小さいときは(大抵ね $M/2$ 以下), 包絡線が次式で表わされる。

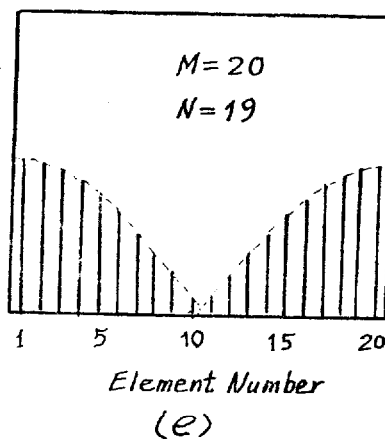
$$g_n = \left| \sin \left(\frac{N\pi}{M} \frac{2n-1}{2} \right) \right| \quad (2.89)$$

たとえば $M=20$ で N が5のときは, 図2.10(a)のようになる。しかし M が N に近いときは, (2.89)式を次のように変形して,

$$g_n = \left| \sin \left\{ \frac{2n-1}{2} \left(\pi - \frac{M-N}{M} \pi \right) \right\} \right|$$

$$= \left| \cos \left\{ \frac{2n-1}{2} \frac{M-N}{M} \pi \right\} \right| \quad (2.90)$$

とすれば, 電流分布の包絡線から判定される見かけの波数 N' が $(M-N)$ となる。図2.10(c)(e)はこの場合の例である。(2.89), (2.90)式は, 分布の包絡線の波数が $M/2$ をはさんで対称となり, 見かけの波数 N は $M/2$ より大きくなることを示している。 N と N' の区別は, 分布の形が, $\sin$ 形か $\cosine$ 形かによればよい。



(e)

図2.10 素子数 M が20で定在波の波数がいろいろ変ったときの, 素子電流分布 g_n . N の値によって分布の包絡線がいろいろ特徴のある変化をする。(a)~(e)

すなわち、測定された分布パターンで、少なくとも2素子が1つの山の中に含まれるように包絡線を書き、その山の数を N' とすれば、包絡線がSine形の場合は $N = N'$ 、Cosine形の場合は $N = M - N'$ と真の山の数 N がわかることになる。

しかし、 N' が $M/2$ に近いときは、山の数が多くなって包絡線が書きにくい。この場合は、(2.89)式を次のように変形すれば、 N も算定しやすくなる。まず(2.89)式で $N = M/2 + \alpha$ と置く。このとき、 N, M ともに整数であるが、 α は整数になるとは限らない。

$$g_n = \left| \sin \left\{ \frac{\pi}{M} \left(\frac{M}{2} + \alpha \right) \frac{2n-1}{2} \right\} \right| \quad (2.91)$$

これを変形して、次式を得る。

$$g_n = \left| \sin \frac{\pi}{2} n \sin \left\{ \frac{\alpha \pi}{M} \frac{2n-1}{2} + \frac{\pi}{4} \right\} + \cos \frac{\pi}{2} n \sin \left\{ \frac{\alpha \pi}{M} \frac{2n-1}{2} - \frac{\pi}{4} \right\} \right| \quad (2.92)$$

$\sin \frac{\pi}{2} n$ 、および $\cos \frac{\pi}{2} n$ は、それぞれ n が偶数および奇数のとき零であるから、偶数番目素子あるいは奇数番目素子だけとった包絡線は、それぞれ次式のようになる。

$$g_n |_{n=\text{奇数}} = \left| \sin \left\{ \frac{\alpha \pi}{M} \frac{2n-1}{2} + \frac{\pi}{4} \right\} \right| \quad (2.93)$$

$$g_n |_{n=\text{偶数}} = \left| \sin \left\{ \frac{\alpha \pi}{M} \frac{2n-1}{2} - \frac{\pi}{4} \right\} \right| \quad (2.94)$$

M が偶数のとき、0でない最小の α は ± 1 である。図2.10(d)は $M=20$ で $\alpha=1$ のときの分布である。(b)は $\alpha=-1$ のときであるが、包絡線の形は(d)と同じになっている。しかし、(b)の分布と(d)の分布とでは、奇偶が互いに入れかかっているから、 α を(b),(d)のような分布から判定するとき正負を問

異なることはない。

さらに、 N が $M/3$ に近いときは、 $N = M/3 + \alpha$ と置くと、分布の包絡線が次のように表わされる。

$$g_n \big|_{n=3m} = \left| \cos \left(\frac{\alpha\pi}{M} \frac{2n-1}{2} - \frac{\pi}{6} \right) \right| \quad (2.95)$$

$$g_n \big|_{n=3m+1} = \left| \cos \left(\frac{\alpha\pi}{M} \frac{2n-1}{2} + \frac{\pi}{6} \right) \right| \quad (2.96)$$

$$g_n \big|_{n=3m+2} = \left| \cos \left(\frac{\alpha\pi}{M} \frac{2n-1}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \right| \quad (2.97)$$

また、 N が $\frac{2}{3}M$ に近いときは(2.96)と(2.97)の右辺を入れかえた分布になる。

同様に $\frac{1}{4}M$ 、あるいは一般に M の整数分の1に近いときの分布も導くことができる。

[電流分布の形から山の数 N を求める]

上でも、少し述べたが、測定した電流振幅分布の形から、共振器内の定在波の山の数 N を求める方法は、下のようにならされる。

まず、図2.15～19 および図2.21～26のような振幅分布(これらの図では、クリスタルの検波特性のため振幅のほぼ2乗になっている)が得られたとする。その中で、分布の包絡線が比較的容易に書ける場合(図2.15, 2.17, 2.19, 2.24, および 2.25, 2.26)には、そのまま結んで見かけの山の数 N' を数え、包絡線の形がsine形かcosine形かを見る。たとえば図2.15の場合は、少し結びにくいがあるまま結ぶと $N'=11$ で、両端のようすからsine形だとわかる。したがって(2.89)式より $N=N'=11$ であることがわかる。また、図2.19では $N'=9$ で、cosine形だから、

$N = M - N' = 40 - 9 = 31$ であることがわかる。図 2.24, 25 では、 N' がそれぞれ 2 および 1 で明らかに cosine 形だから $N = 18$ および 19 と判定される。

測定結果の図 2.18, 2.21 ~ 2.3 では、そのまま結ぶのが困難であるが、これを 1 素子おきに結んで見ると、見かけの波長の大きい包絡線が得られる。この見かけの波長は (2.91) 式の α である。そして、奇数番目、あるいは偶数番目の分布がどうなっているかを調べて、(2.93), (2.94) 式より α の符号がわかる。たとえば、図 2.21 は、図 2.10(d) と全く同じだから $N = 11$ であり、図 2.22 では、 $|\alpha| = 2$ で奇数番目の分布が右側に始まっている（(2.93) 式の分布で $\alpha > 0$ の場合の特徴）から $\alpha > 0$ である。したがって、図 2.22 の N は $\frac{20}{2} + 2 = 12$ と判定できる。

實際上、1 素子ずつ結んで包絡線をとるか、それとも 1 素子おき、あるいは 2 素子、3 素子おきに結ぶかは、全く任意である。そして、どのような結び方をしても判定される N の値は同じである。たとえば、図 2.15 では、3 素子おきに結んで包絡線を抽くことも可能である。包絡線は 4 本できて、その波数 α は 1 であるから、 $N = 40/4 + 1 = 11$ となる。この値は、1 素子ずつ結んで得られた結果と同じである。

このような方法で、素子電流振幅のみの測定から共振器内波数 N が正確に求められる。この方法は、界分布を連続的に測定する必要がないので有利である。

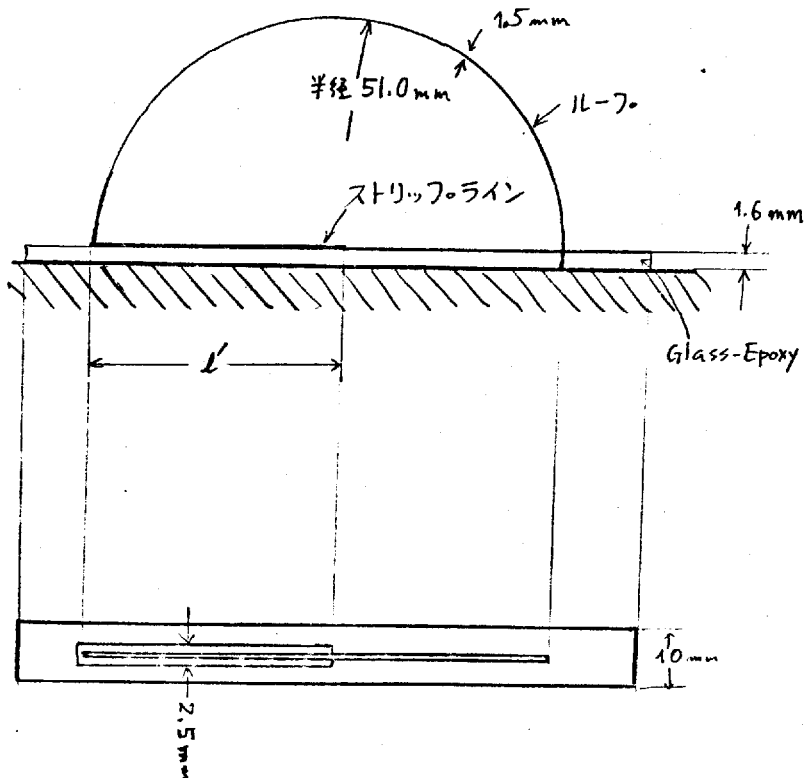
2.3.2 測定装置

これまでに述べたように、測定系自身は従来の共振器と同じで図2.11に示すような構成である。

ループ素子は、直径1.5 mmの銅線で半径51.0 mmの半円形素子を、1 m × 2 mの真ちゅう板の上に40.0 mmあるいは80.0 mm間隔でそれぞれ40素子あるいは20素子並べた構成になっている。それぞれの場合で P/b の値は 0.25π および 0.50π となっている。したがって両方の場合で共振器長 $l = 1.60$ mとなる。

共振器の反射板は0.2 mm厚のアルミ板で30 cm × 17.5 cm (ほぼ3b) および60 cm × 37.5 cmの2種類のものを用意した。

ループ素子に装荷する負荷はエポキシクラスのプリント基板上に特性インピーダンス50 Ω のストリップラインを形成し、終端開放にして用いた。このストリップラインも接地板にあるので、等価的にはループ素子に $Z_L = -j100 \cot(\eta l')$ のリアクタンス負荷となる。ここに η は波長短縮率の逆数、 l' はライン長である(図2.11(a))。



また、フローラの影響を除いて f_n を測定したいときは図2.12のような構成も可能である。それぞれの測定器型名は図中に示した。

図2.11(a) ループ素子とストリップライン。 l' を変えて測定する場合に開放ストリップラインをリアクタンス負荷として用いている。

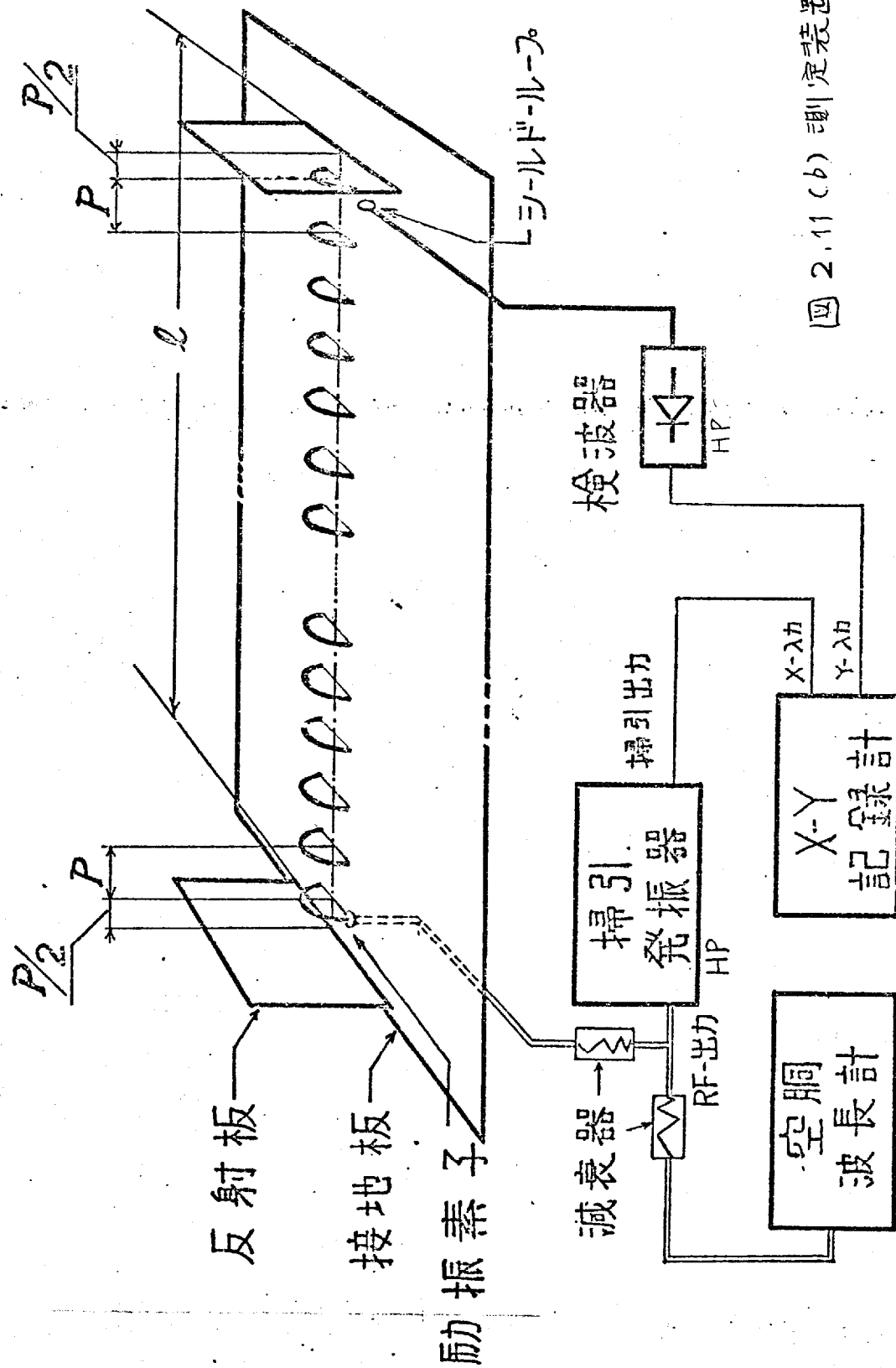


図 2.11 (b) 測定装置構成(1)

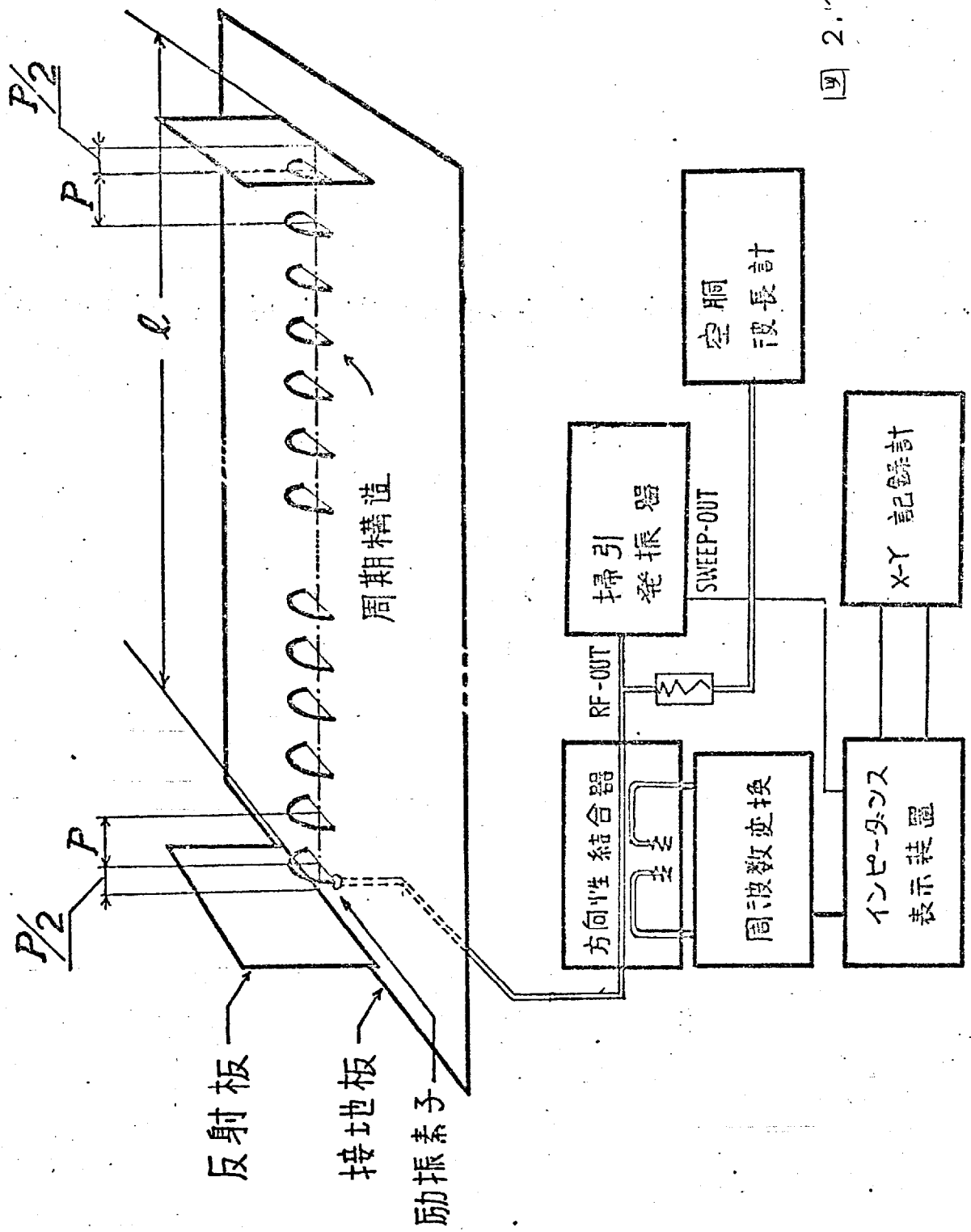


図 2.12 測定装置 (2)

2.3.3 結果と考察

前項で述べたように、素子に半径 $b = 51.0 \text{ mm}$ のループアンテナを用い、共振器長 l 、および素子間隔 P をそれぞれ $10.0\pi b$ および $0.50\pi b$ に選んで、各素子にストリップラインで形成したリアクタンス装荷を行った場合について、分散特性の測定を行った。

共振周波数 f_N は、フローフの検波出力を、掃引共振器と連動のX-Yレコーダーで記録し、ピークの現われる周波数を空胴腔長計で校正して読みとった。図2.13, 2.14, および2.20はこの記録の一例である。

図2.13, および2.14は反射板の大きさをループ直径の3倍, 6倍と変えても、ピークの現われる周波数が全く変わらないことを示している。また、図2.20では、 800 MHz から 1.2 GHz までの掃引範囲 ($lb \pm 0.8 \sim 1.2$) の間に8個のピークが現われている。図2.13, 14は $P/b = 0.25\pi$ の場合で、図2.20は $P/b = 0.50\pi$ の場合である。

ここで扱うような構造の分散特性曲線は、スリユアン図上で必ず右エリとなるので f_N の1個について N を知れば十分である。たとえば図2.20で $f_N = 0.9808 \text{ GHz}$ のピークに対して、電流振幅分布を測定すると図2.21のようになり、前項で述べた方法により、包絡線の形から $N = 11$ と算定されるが、これから後のピークは、それより周波数が増す順に、 $N+1, N+2, \dots$ となっている。

こうして測定した f_N , N から (2.83), (2.84) 式によって、 $(k_N P, \beta_N P)$ を計算し、スリユアン図上に示すと図2.27, 2.28, 2.29のようになる。

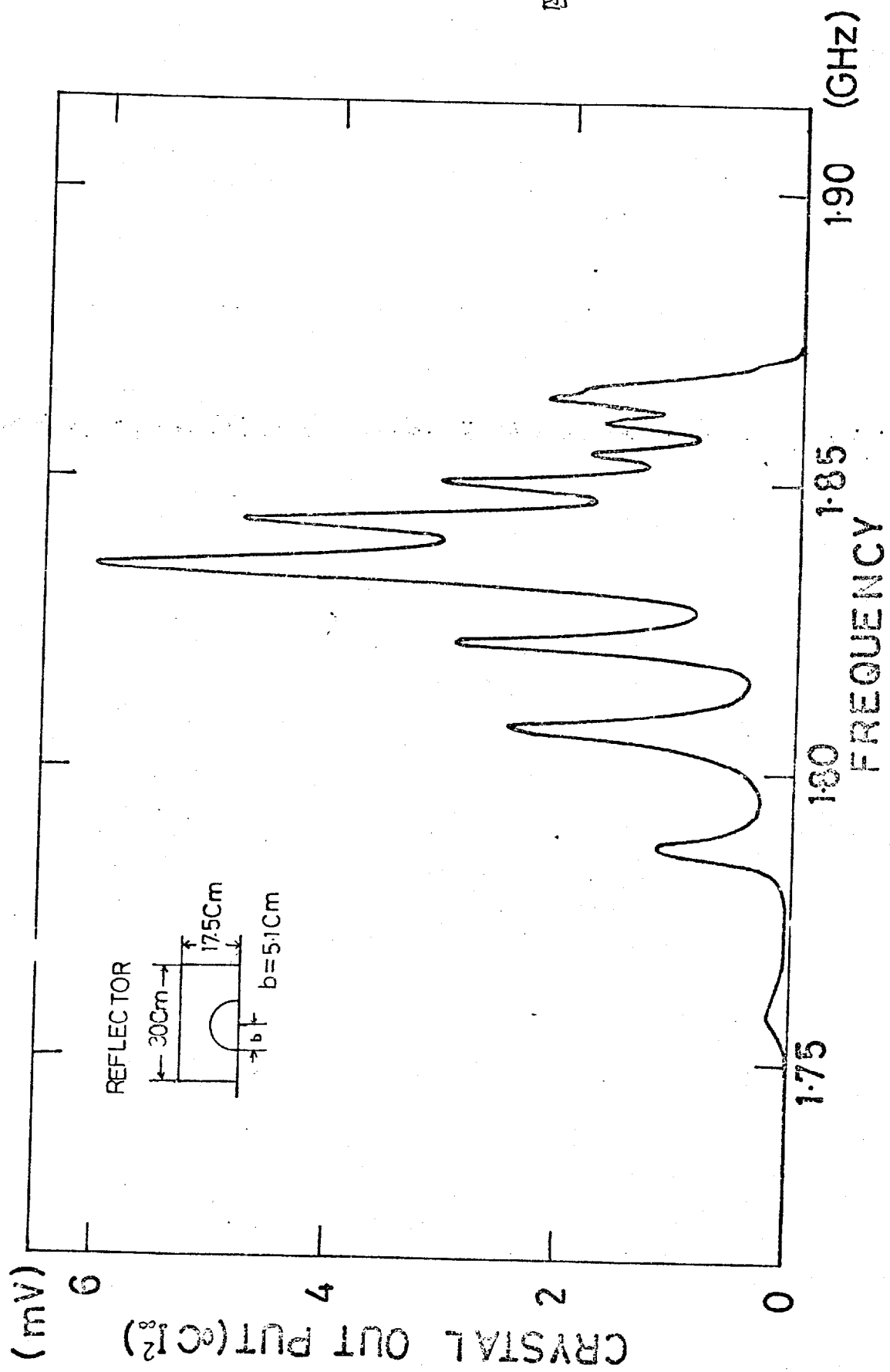
この図では P/b が 0.50π に選んであるから、短絡ループ列の場合は伝搬帯域が2つしか現われないうが、 $l' = 31 \text{ mm}$ の負荷を付けることによって伝搬帯域がずれると同時に、周波数が下の方に新しい伝搬帯域が現われる。このようリアクタンス負荷によって現われる伝搬状態をアンテナに適用すれば、通常のループ、あるいはダイポールを用いるよりさらに小形の八木列

が構成できる。

開放ループ列の場合の測定値は、計算値とのずれが大きい。これは、実際のループ開放端に小さい値 (PF のオーダー) の電気容量の入るのが避けられないことによる。また l' が短いときも計算値とのずれが大きくなっているが、こちらの方は、ストリップラインのインサータンスを伝送線路の式で計算したことによる誤差による。

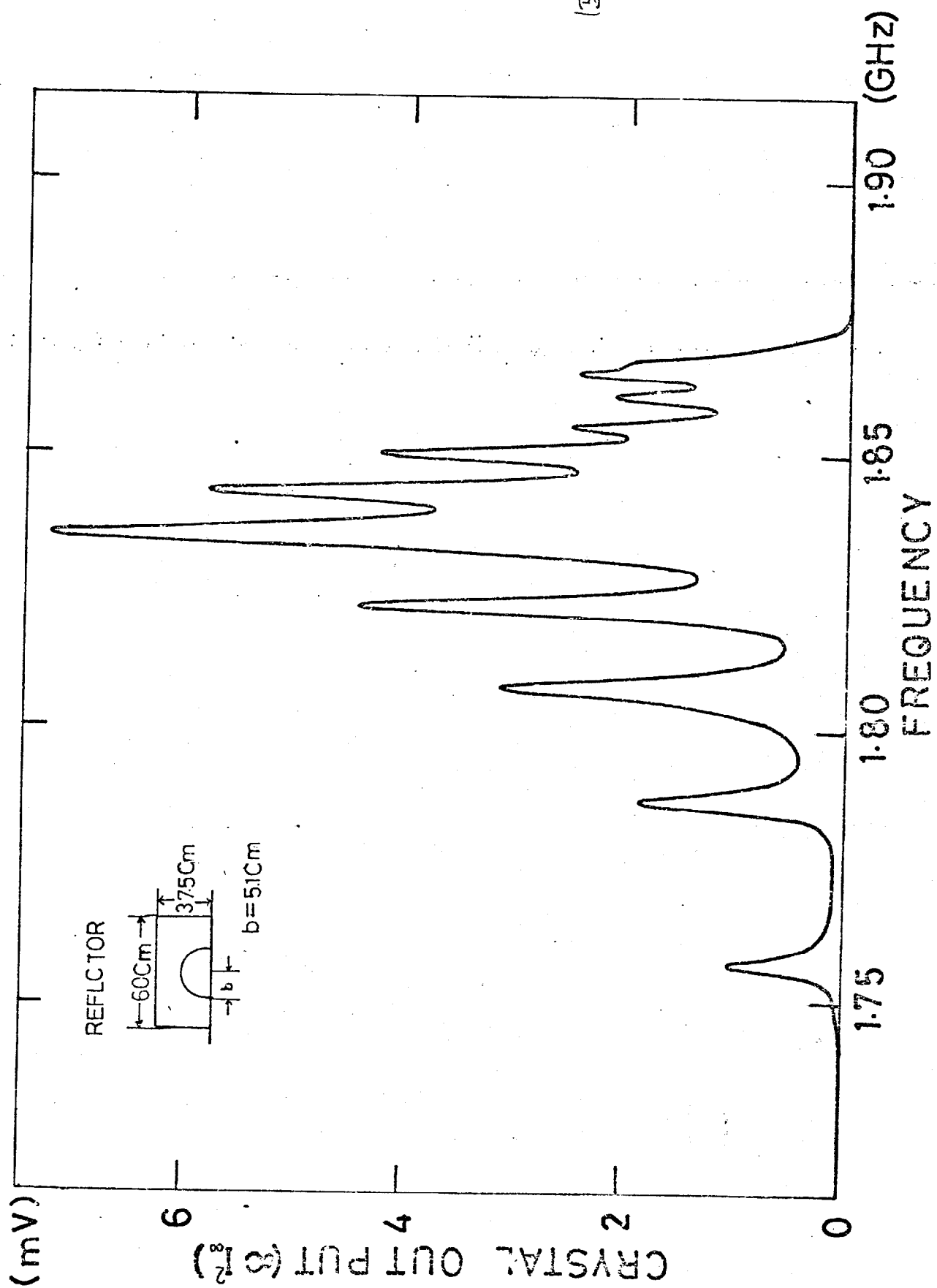
これらの場合を除けば、実測値と計算値はよく一致する。この実験は、前節で導いた高次共振、およびリフタンス共振の存在を認識し得たこと、および、同期構造上の表面波の波数を空間高調波の影響を除いた形で測定する方法を確立したことなどによって意義あるものと言えよう。

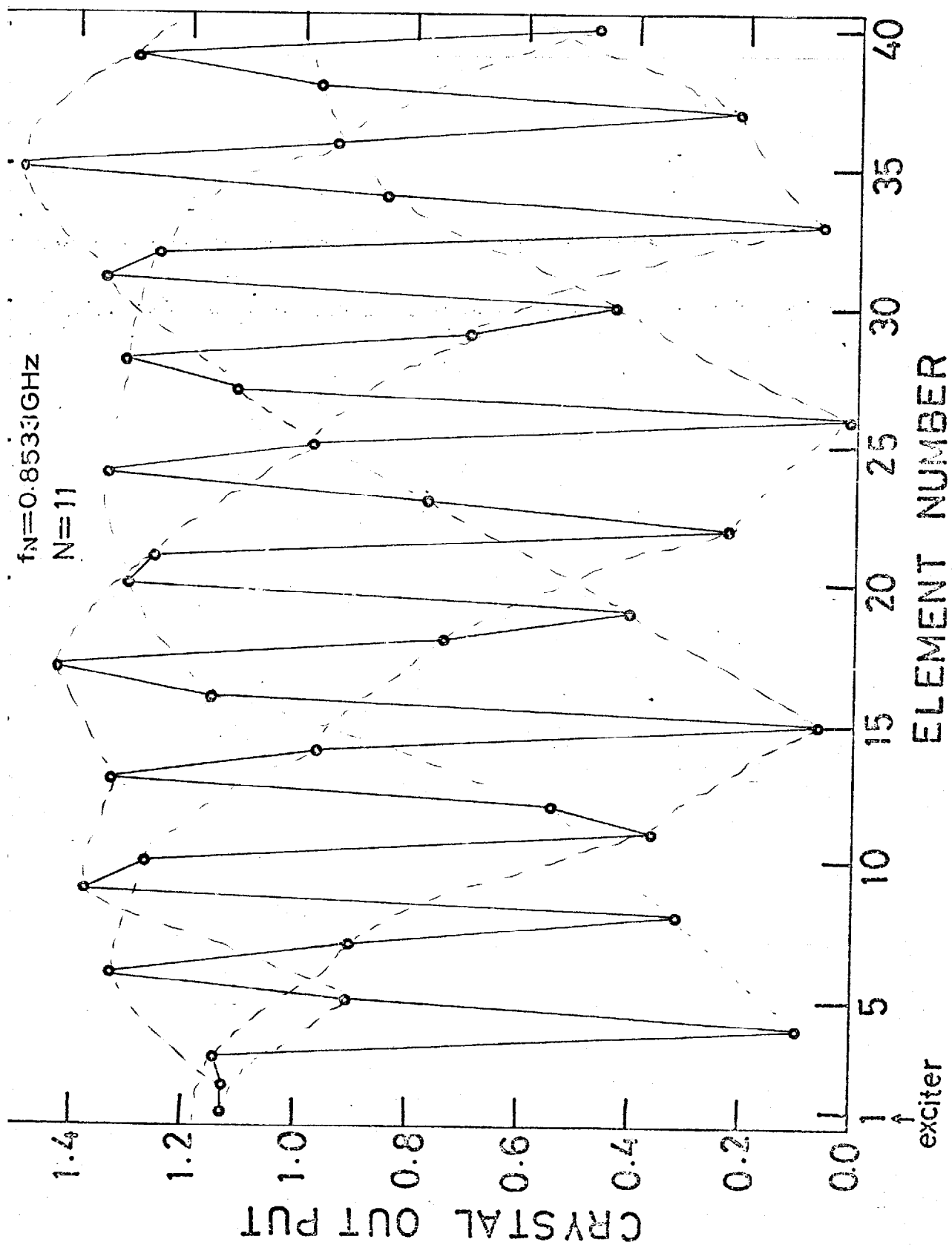
最後に、この実験の精度について検討しておく。(2.83), (2.84) 式からわかるように、この実験の精度に関係するのは、 f_n の測定と、 p および h の測定である。 β_n に関連する M, N は整数値で離散的に決まるので精度に影響はない。また、 p および h は少なくとも 10^{-3} 以内の誤差におさえられ、 f_n は、空洞波長計によって 10^{-4} まで測定できる。本文に示した実験装置では誤差は上に述べた程度であるから、総合の精度としては 10^{-3} 程度になっている。



2.13

(2) 2.14





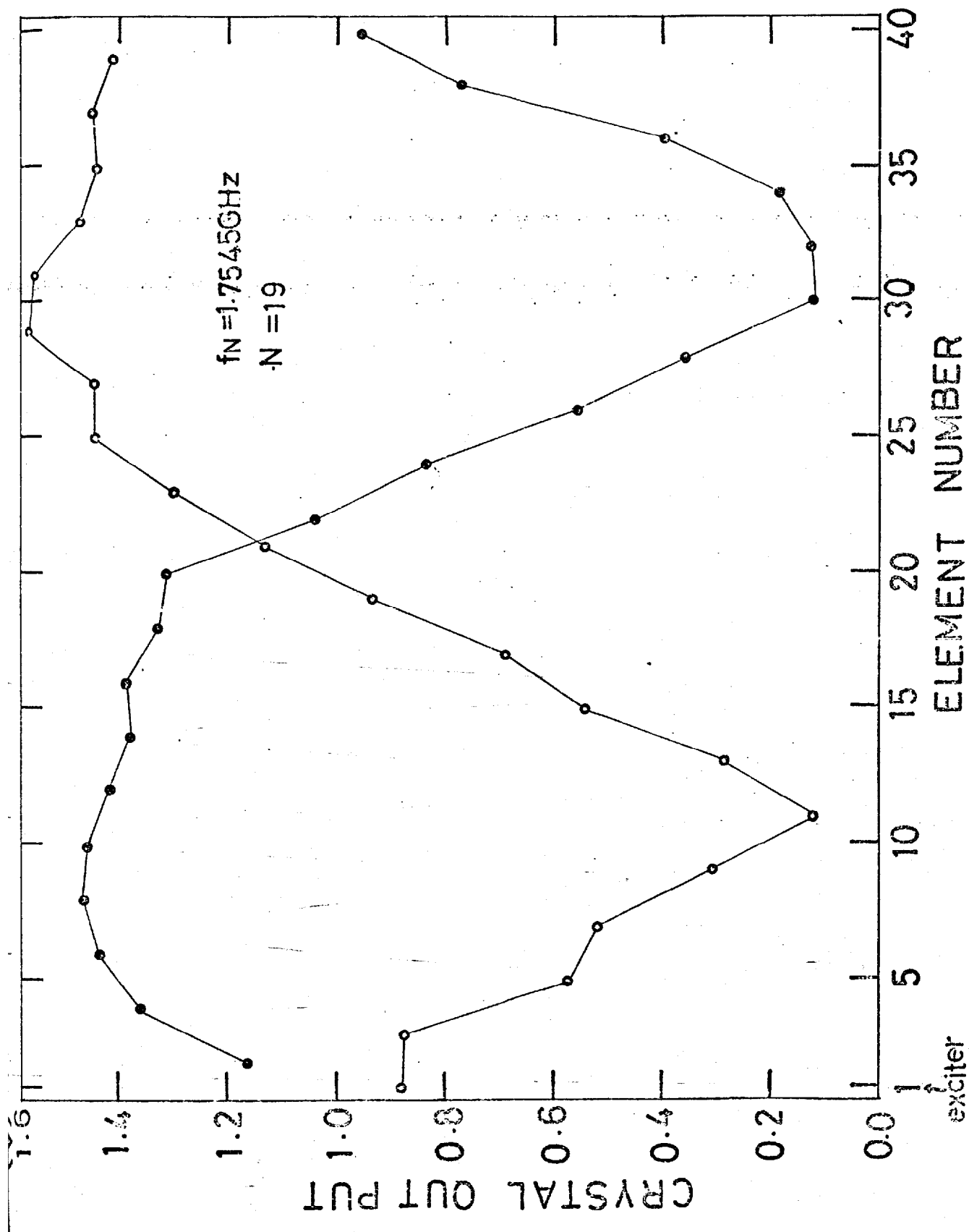
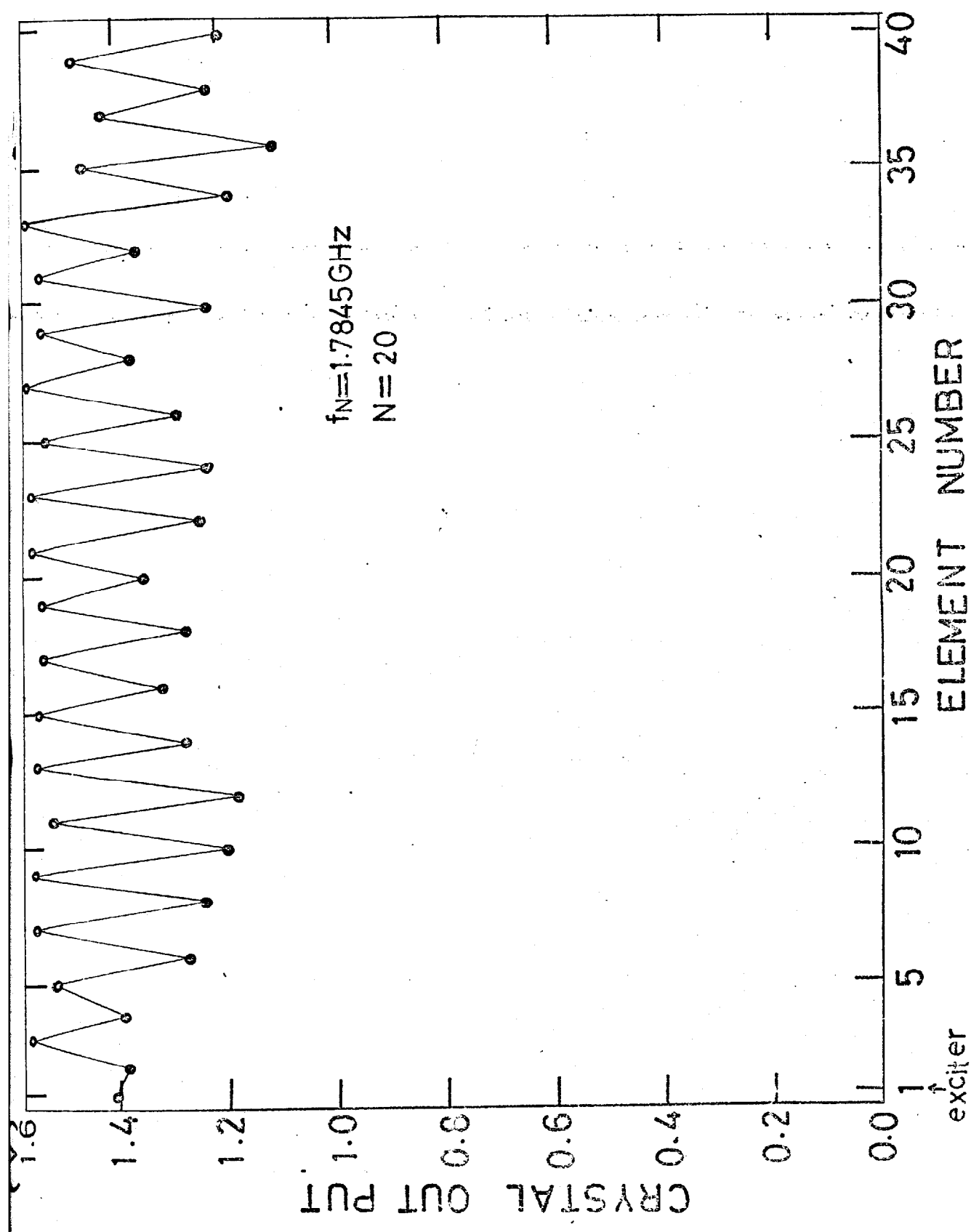
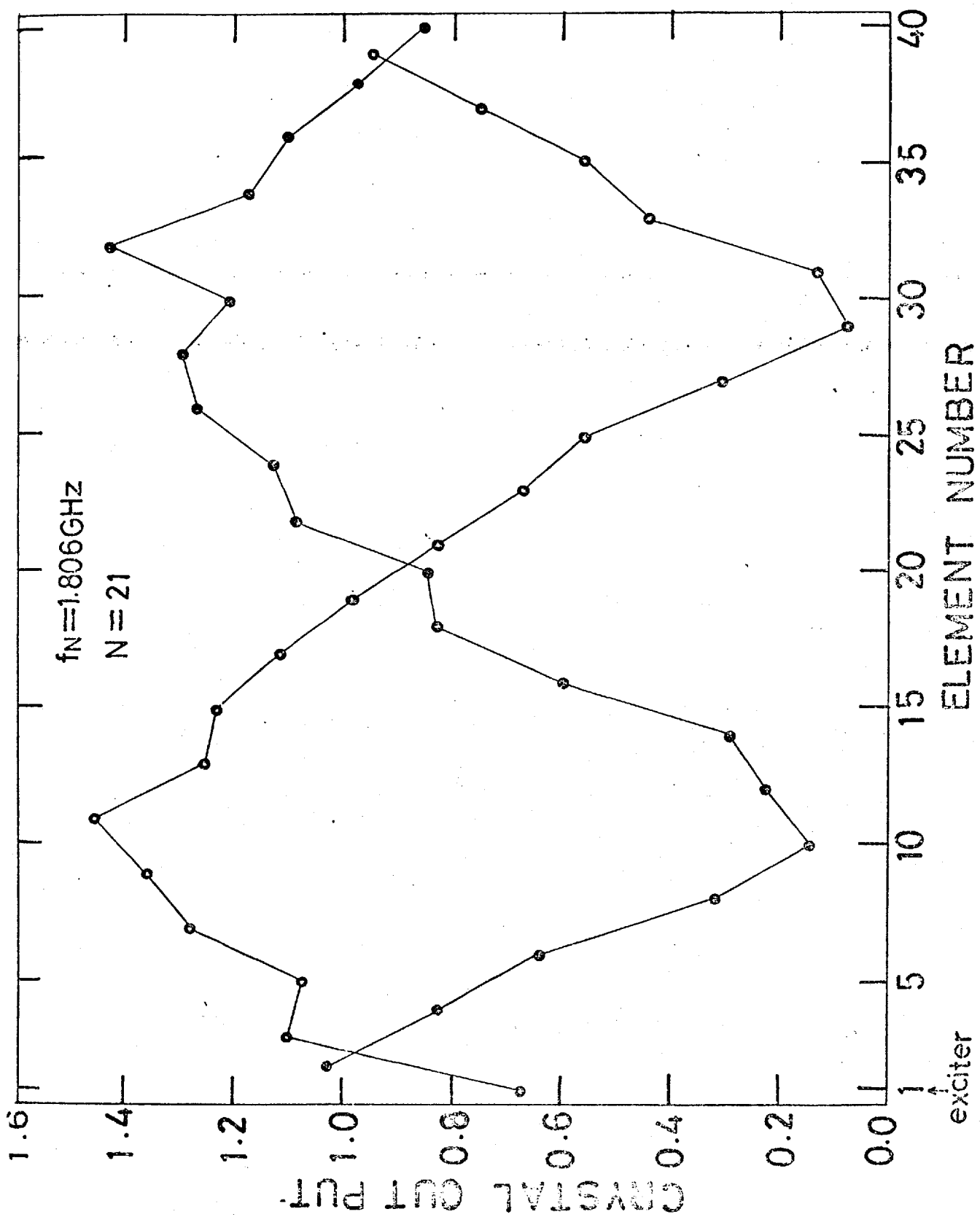
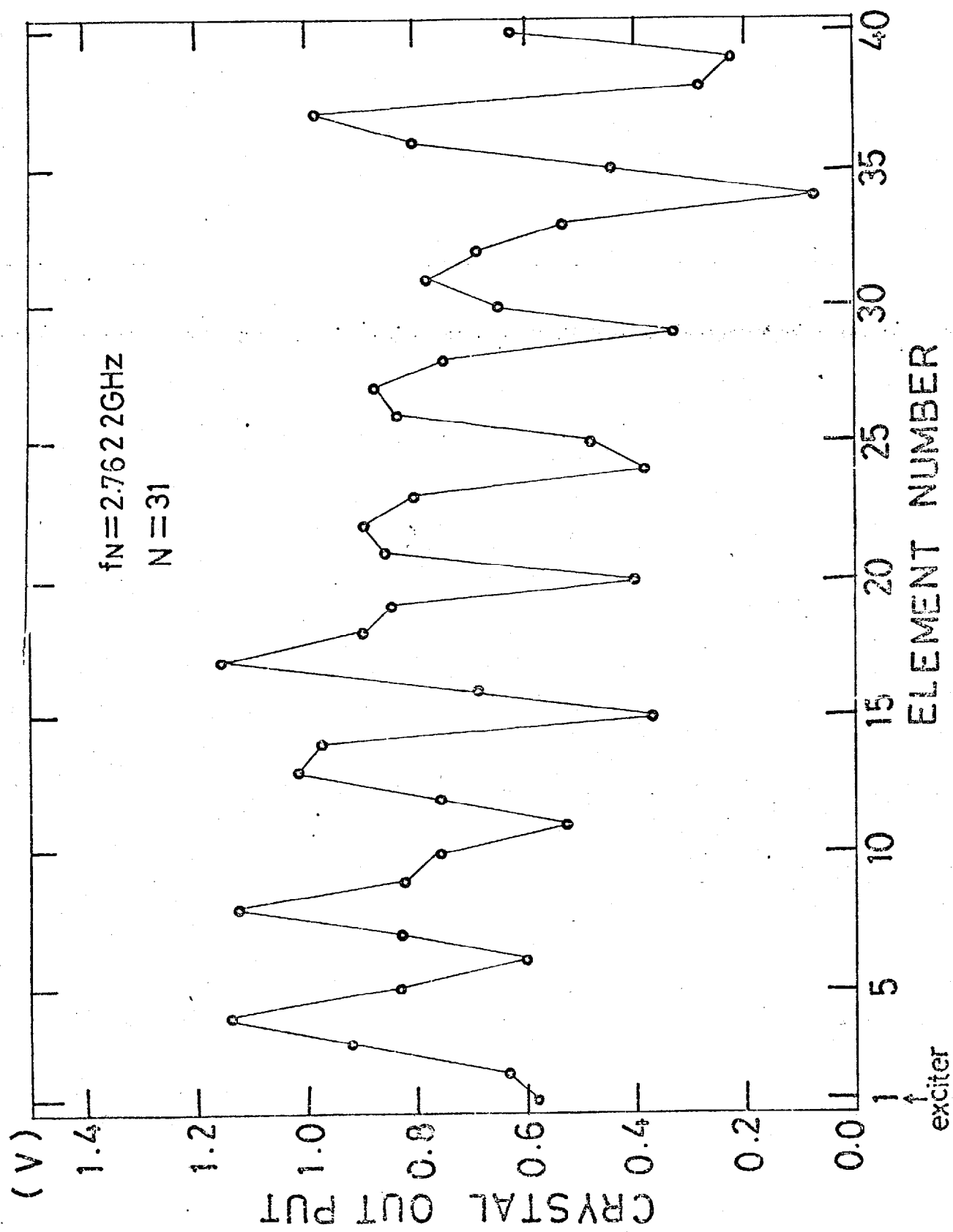


图 2.17

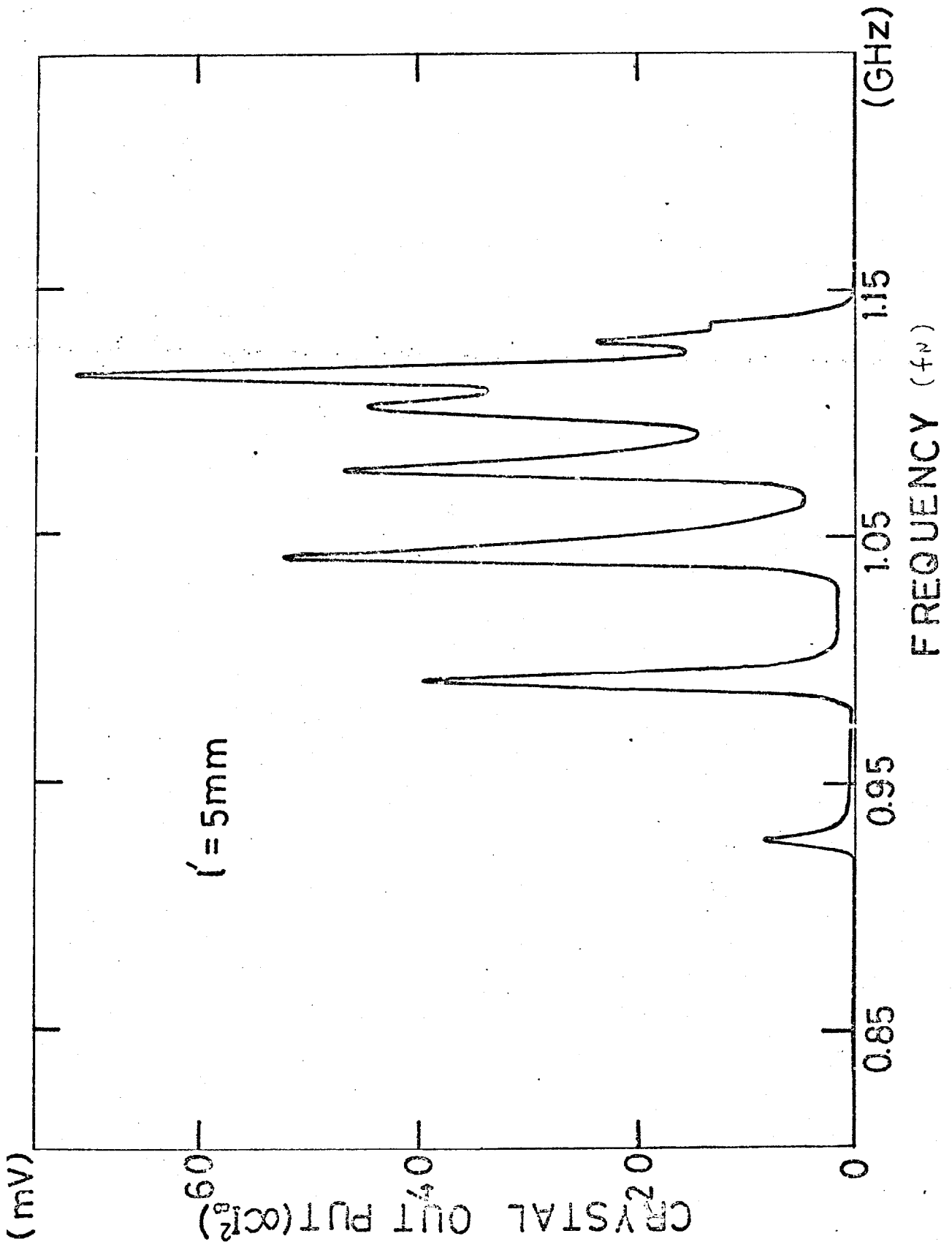






2.19

図 2.20



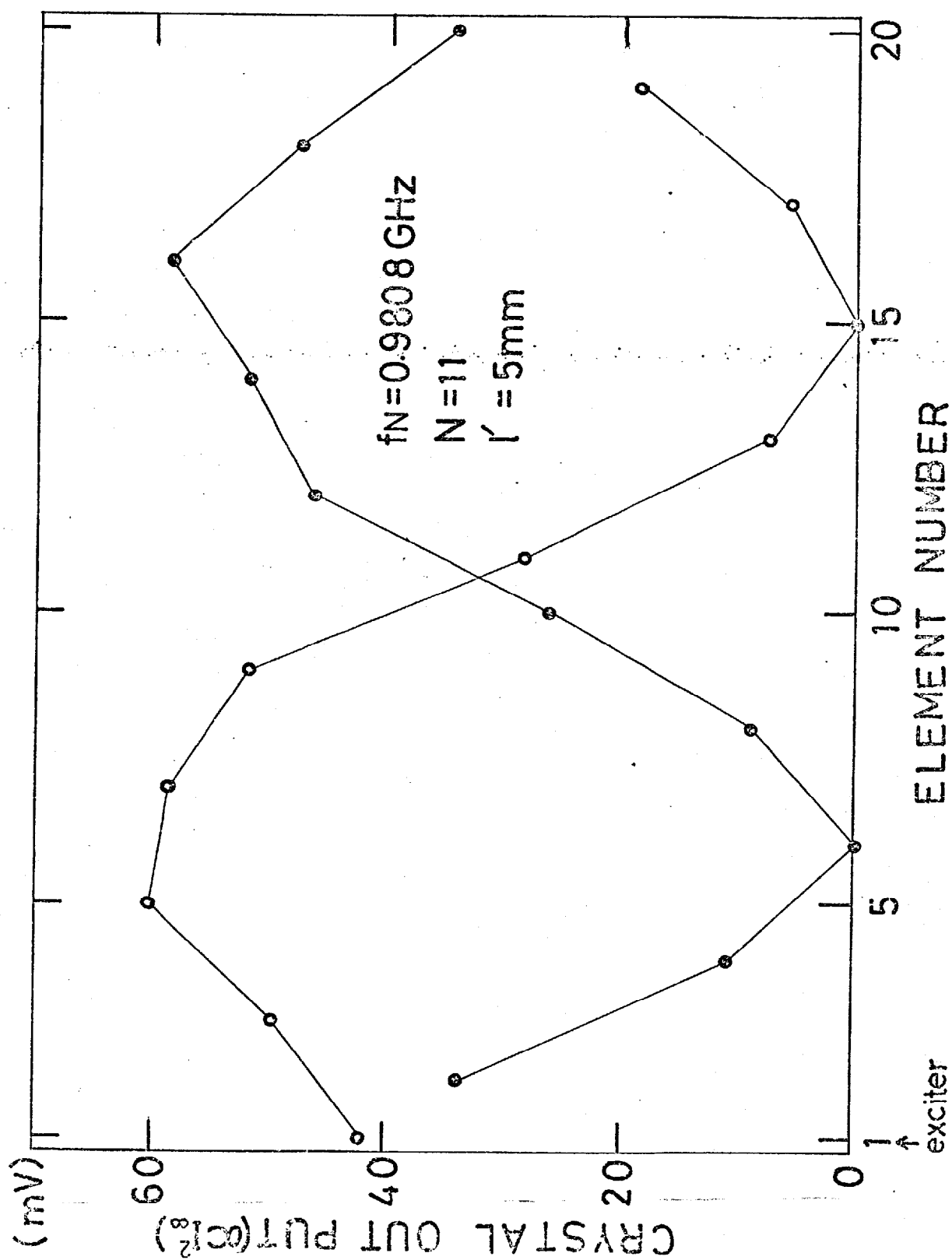
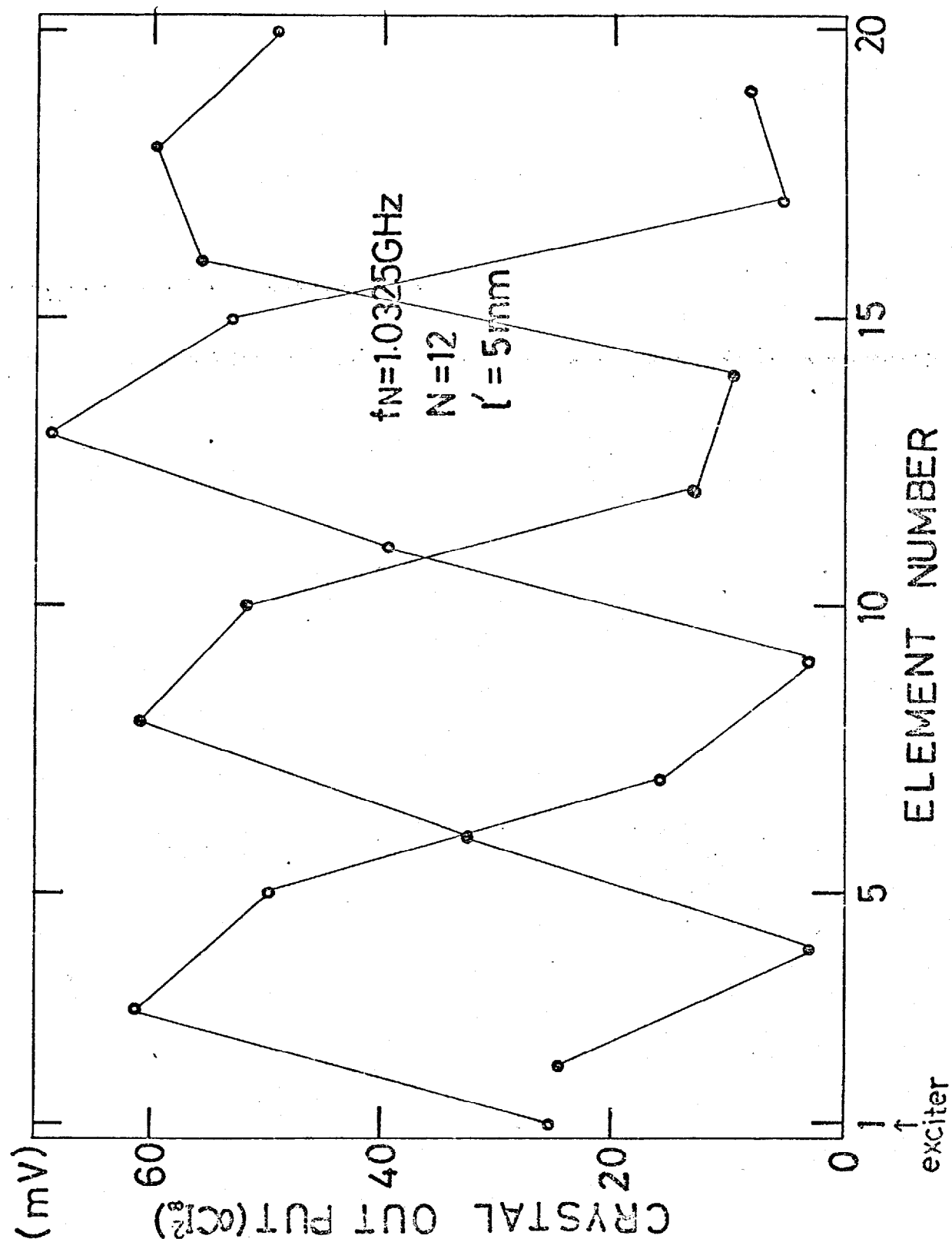
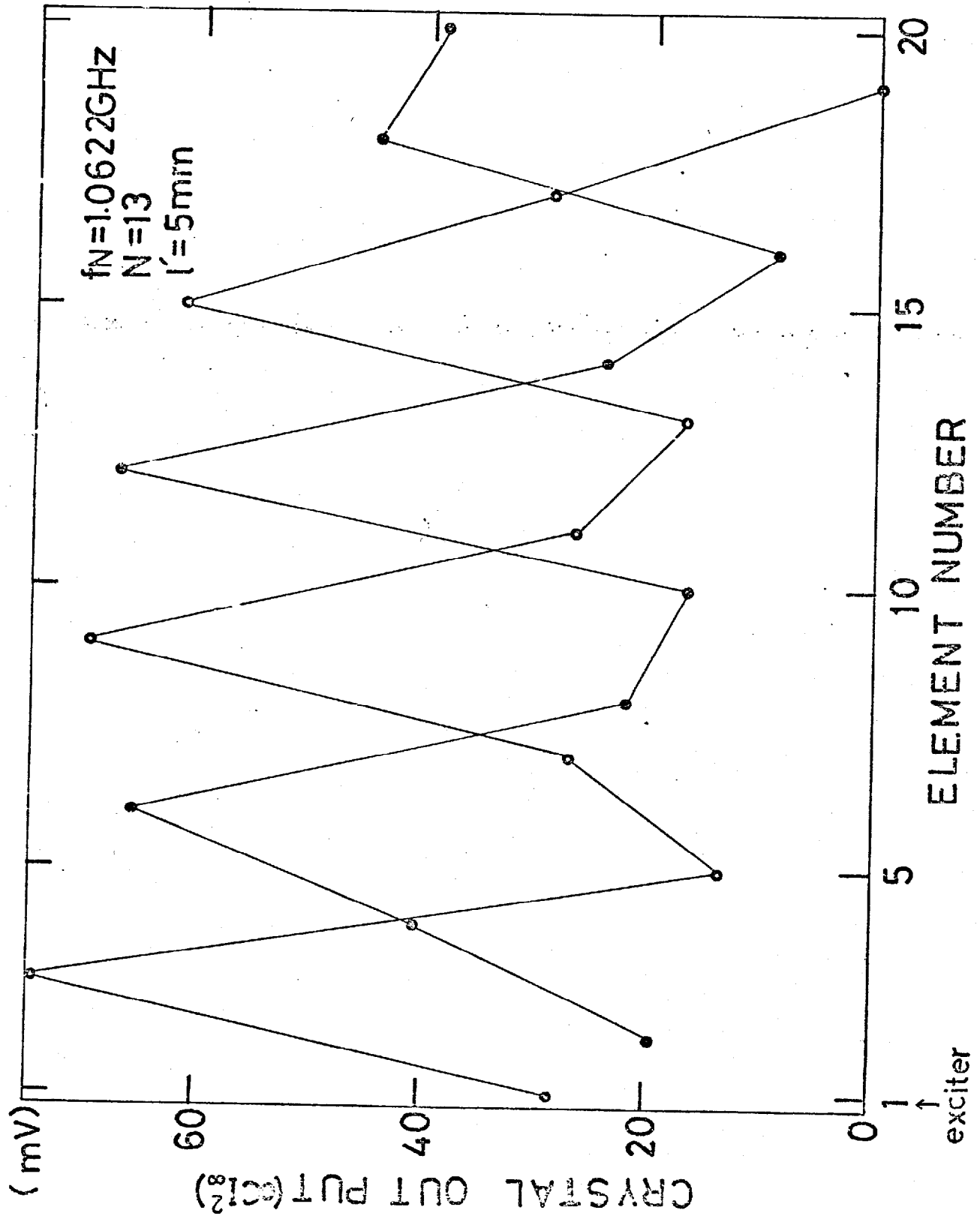


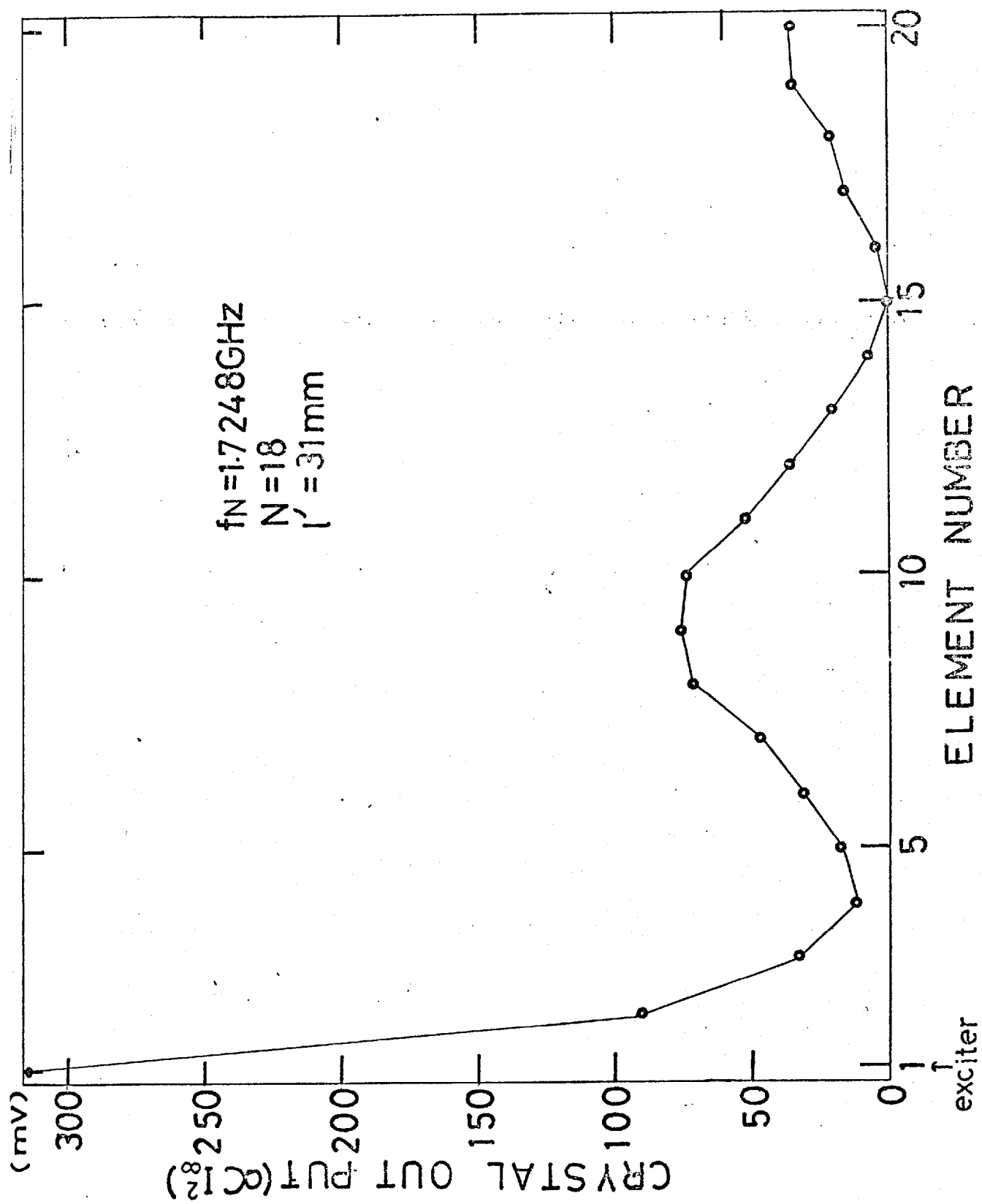
图 2.24

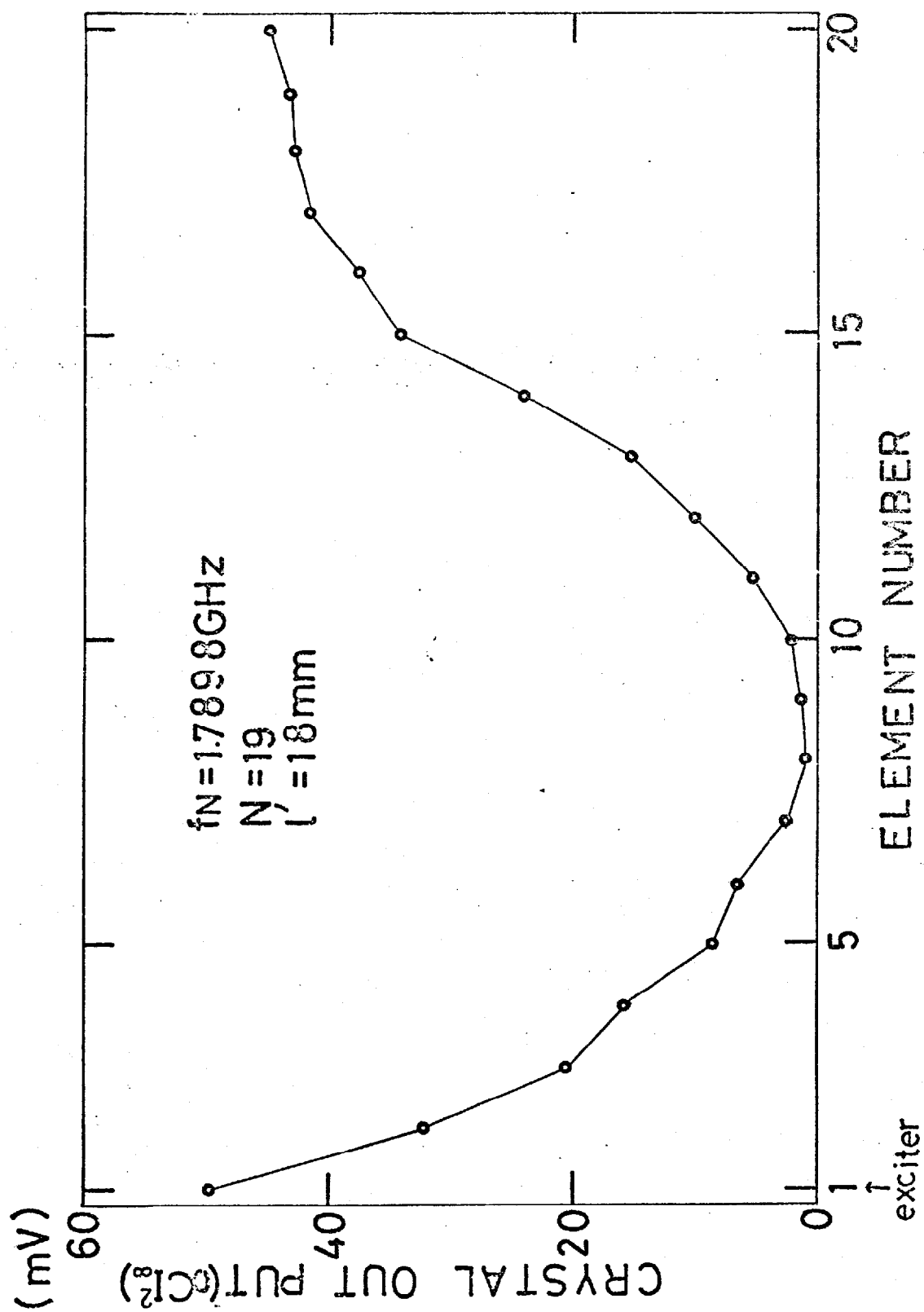
2. 22



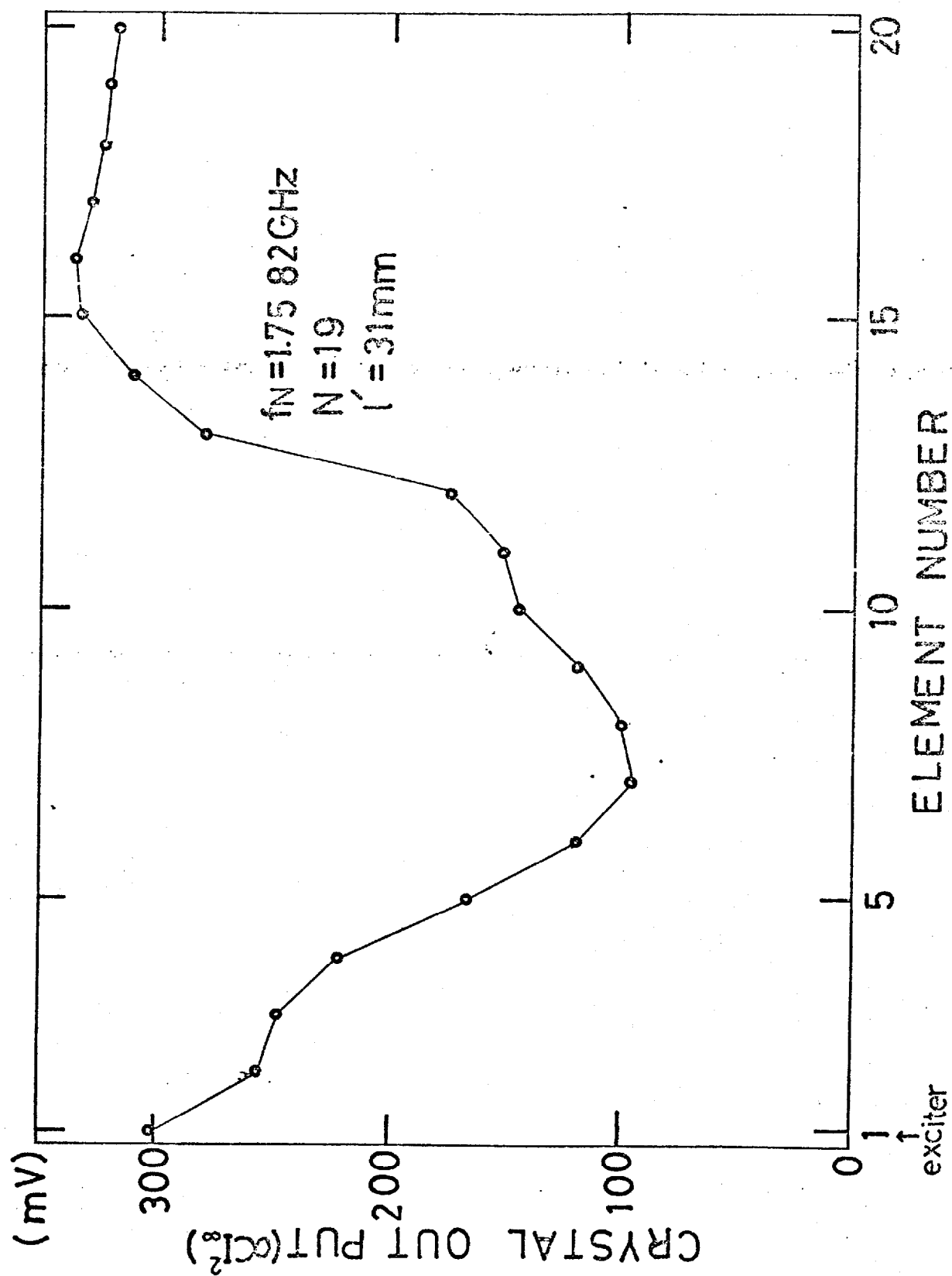


2/24





2.26



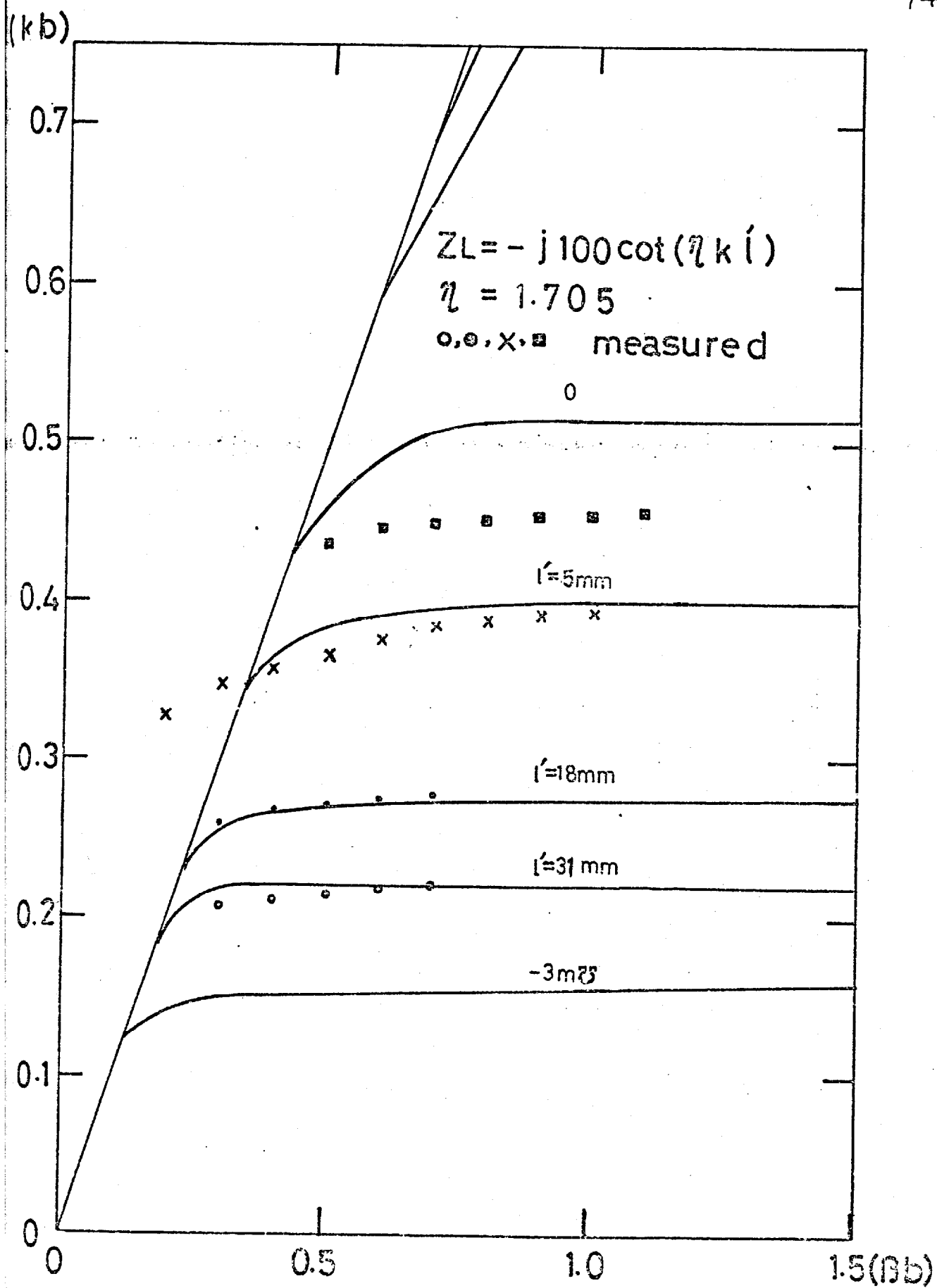


图 2.27

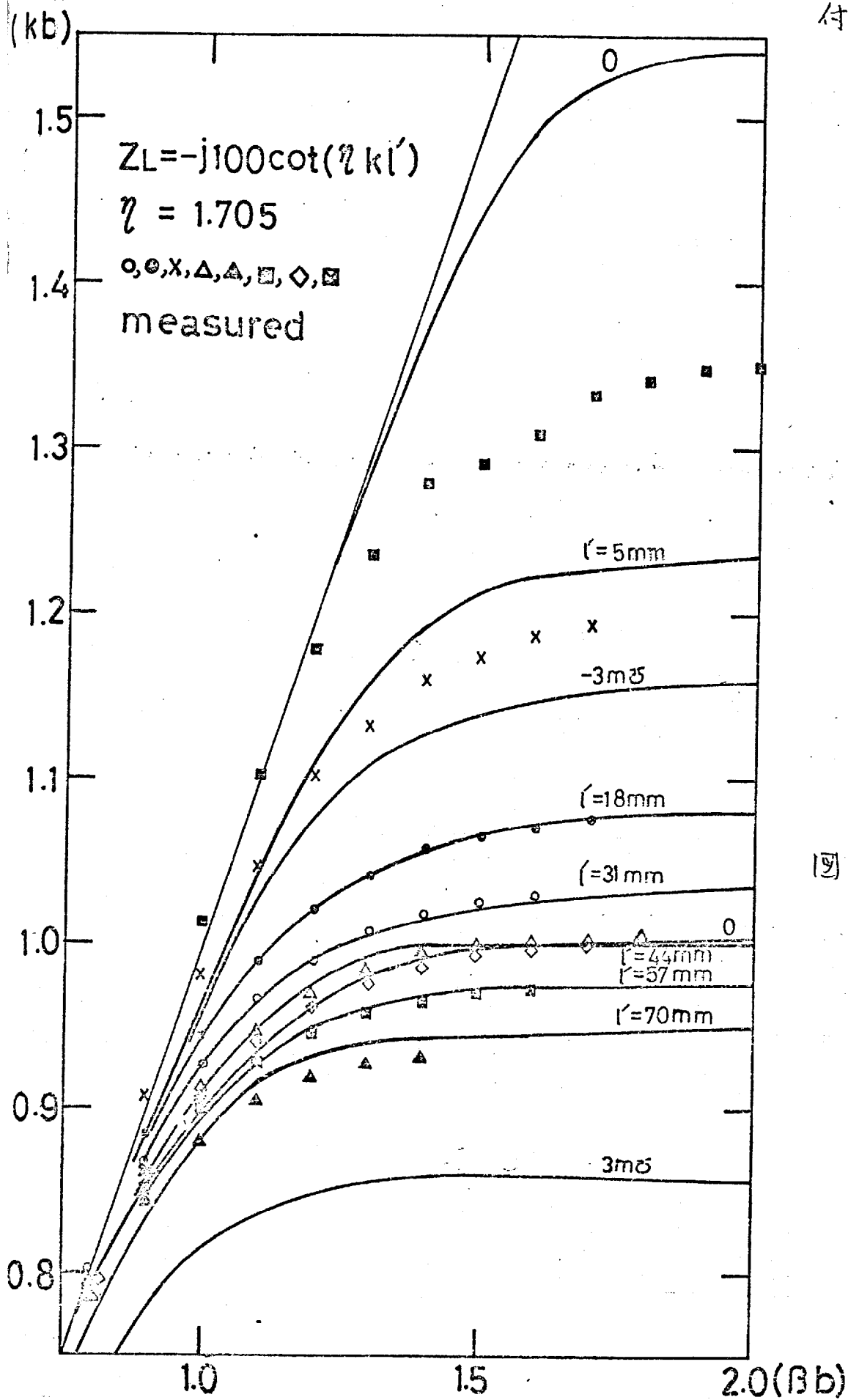
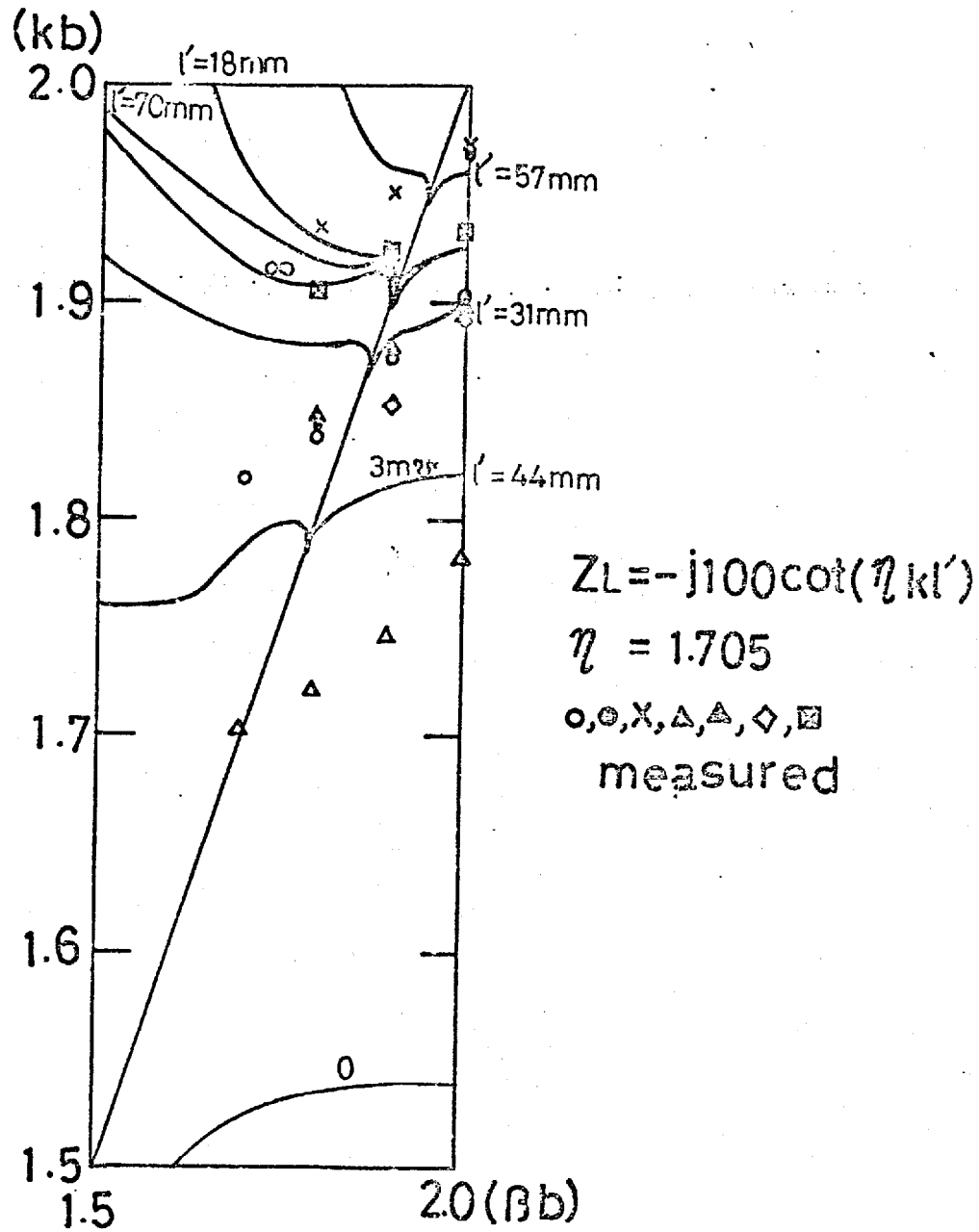


図 2.28



2.4 本章のまとめ.

ここでは、無限周期構造に於る表面波の伝搬特性が、この構造を等位相差励振したときの動作アドミタンス関数を用いた式で与えられることが導かれそれをループアンテナ列に適用して、(1) 短絡ループ列の場合、 $kb \approx m$ (m は波数番号を表わす整数) となる周波数付近に伝搬波が現われる。(2) 開放ループ列の場合は、ダイポール列と似た傾向を示し、 $kb \approx$ 半奇数となる周波数付近に伝搬波が移る。(3) 各々の場合で、伝搬可能な波数の最大数は、素子間隔 p と素子半径 b の比 p/b によって決まり、 π を p/b で除した値を超えない。(4) 素子電流分布は、短絡ループ列で $\cos m\varphi$ 、開放ループ列では $\{\cos m\varphi - \cos(m-1)\varphi\}$ となる。前者の場合、素子パターンが $m \geq 2$ でエンドファイア方向に零点を持つので、これを用いて、エンドファイアアンテナで差分ビームを合成することができる。(5) リアクタンス負荷を付けて分散特性の変わることが数値的に示された。たとえば、 $kb \approx 1$ 付近の伝搬帯域は数百品の容量性負荷で $kb \approx 1.2$ 付近まで移すことができる。さらにリアクタンス負荷によって、そのままでは伝搬帯域とならない $kb \approx 0.4$ 付近にも表面波を乗せることができる。また、負荷に能動回路を使えば、広帯域にわたって H-W 条件を満たすなど、任意の分散特性を実現できる。(6) 構造を定めたとき、いくつかの表面波伝搬波が存在可能ではあるが、一周波数では単一の波数しか伝搬できない。したがって各波数の励振には特別な工夫がいらない。などのことが明らかになった。

この章の終りに、従来の共振法の波数測定に Moiré を用いた新しい方法を提案し、それによって、高次伝搬波の存在、およびリアクタンス負荷で分散曲線が変化することが確かめられた。これらの実測値は上記の数値計算例と極めてよく一致する。

2章の文献

- [2. 1] Hansen, W.W, and Woodyard, J.R.; "A new principle in antenna design," *Proc. IRE*, Vol.26, No.3, pp.333-345, (March 1938).
- [2. 2] Ehrenspeck, H.W, and Poehler, H.; "A new method for obtaining maximum gain from YAGI antennas," *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-7, p.379, (Oct. 1959).
- [2. 3] Poggio, A.J, and Mayes, P.E.; "Bandwidth extension for dipole antennas by conjugate reactance loading," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-19, No. 5, pp. 544-547, (July 1971).
- [2. 4] Mittra, R, and Jones, K.E.; "Theoretical brillouin(k - β) diagrams for monopole and dipole arrays and their application to log-periodic antennas," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-12, No. 5, pp. 533-540, (Sep. 1964).
- [2. 5] Serracchioli, F, and Levis, C.A.; "The calculated phase velocity of long endfire uniform dipole arrays," *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-7, pp.424-434, (Dec. 1959).
- [2. 6] Mailloux, R.J.; "Antenna and wave theories of infinite Yagi-Uda arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-13, No. 4, pp.499-506, (July 1965).

- [2. 7] Shen, L.C. ; "Characteristics of propagating waves on Yagi-Uda structure," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-19, No. 6, pp. 536-542, (June 1971).
- [2. 8] Thiele, G. A. ; "Analysis of Yagi-Uda-Type antennas," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-17, pp. 24-31, (Jan. 1969).
- [2. 9] Shen, L.C. ; "Possible new applications of periodic linear arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation (Commun)*, Vol. AP-18, pp. 689-699, (Sep. 1970).
- [2. 10] Nagelberg, E.R, and Shefer, J. ; "Dispersion characteristics of an array of prastic linear elements," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-14, No. 8, pp. 391-396, (Aug. 1966).
- [2. 11] Shefer, J. ; "Periodic cylinder arrays as transmission lines," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-11, No. 1, pp. 55-61, (Jan. 1963).
- [2. 12] Shen, L.C, and Cubley, H.D. ; "Measurement of propagating waves on Yagi-Uda array," *IEEE Trans. (Commun)*, Vol. AP-19, No. 6, pp. 776-779, (Nov. 1971).
- [2. 13] Chang, V.W.H. ; "Infinite phased dipole array," *Proc. IEEE*, Vol. 56, No. 11, pp. 1892-1900, (Nov. 1968).
- [2. 14] Shen, L.C. ; "Numerical analysis of wave propagation on periodic linear array," *IEEE Trans. (Commun)*, Vol. AP-19, No. 2, pp. 289-292, (March 1971).
- [2. 15] Damon, E.K. ; "The near fields of long end-fire dipole arrays," *Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-10, p. 511, (Sep. 1962).

- [2. 16] Miyauchi, H. and Tokmaru, S. ; "Surface waves along Yagi arrays loaded with reactance," *Trans. IECE of Japan (Commun.)*, Vol. 55-B, No. 6, pp. 421-422, (July 1972).
- [2. 17] Hirano, J. ; "Characteristics of interdigital circuits and their use for amplifiers," *Proc. IEEE*, 105, Pt. B, Suppl., pp. 780-785, (Dec. 1958).
- [2. 18] Hirano, J. ; "A broad-band slow-wave structure for millimeter traveling-wave tube amplifier," *IRE Trans. on Electron Devices*, ED-9, 2, pp. 228-234, (March 1962).
- [2. 19] Paggio, A.J, and Mayes, P.E. ; "Pattern bandwidth optimization of the sleeve monopole antenna," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation (Commun.)*, Vol. AP-14, No. 6, pp. 643 - 645, (Sep. 1966).
- [2. 20] Rao, B.L, and Ferris, J.E, and Zimmerman, W.F. ; "Broad-band characteristics of cylindrical antennas with exponentially tapered capacitive loading," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-17, No. 3, pp. 145-151, (March 1969).
- [2. 21] Felsen, L.B, and Whitman, G.M. ; "Wave propagation in time-varying media," *IEEE Trans.* Vol. AP-18, No. 2, pp. 242-253, (March 1970).
- [2. 22] Askne, J, and Lind, B. ; "Energy of electromagnetic waves in the presence of absorption and dispersion," *Physical Review A*, Vol. 2, No. 6, pp. 2335-2340, (Dec. 1970).

- [2.23] Lundström, I, and Nilsson, O. ; "Some energy relations in linear dynamic system," *Proc. IEEE Letters*, Vol. 58, No. 5, pp. 796-797, (May 1970).
- [2.24] Askne, J, and Nilsson, O. ; "On energy relations for waves in temporally and spatially dispersive systems," *Proc. IEEE letters*, Vol. 57, No. 8, pp. 1423-1424, (Aug. 1969).
- [2.25] Goldstone, L.O, and Oliner, A.A. ; "A note on surface waves along corrugated structures," *IRE Trans, on Antennas and Propagation*, Vol. AP-7, pp. 274-276, (July 1959).
- [2.26] Sensiper, S. ; "Electromagnetic wave propagation on helical structures," *Proc. IRE*, p. 149, (Jan. 1955).
- [2.27] Bach, H. ; "Directivity of basic linear arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Comm.* pp. 107-110, (Jan. 1970).
- [2.28] Jacobsen, J. ; "Analytical, numerical, and experimental investigation of guided waves on a periodically strip-loaded dielectric slab," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-18, No. 3, pp. 379-388, (May 1970).
- [2.29] Hemmendinger, D, and Zucker, F.J. ; "A Forgotten theorem and its application to surface-wave excitation," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation. Comm.*, Vol. AP-18, No. 1, pp. 132-133, (Jan. 1970).
- [2.30] Belohoubek, E. ; "Propagation characteristics of slow-wave structures derived from coupled resonators," *RCA Rev.*, pp. 169-176, (March 1957).

- [2.31] Zucker, F.J. ; "The guiding and radiation of surface waves," *Proc. Symp. Mod. Advan. Microwave Tech.*, pp. 403-436, (Nov. 1954).
- [2.32] Wu, P.R. ; "Dispersion characteristics of an open interdigital-line structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-17, No. 3, pp. 159-163, (March 1969).
- [2.33] Ehrenspeck, H.W. ; "The double-helix antenna and its variants, a new class of tunable endfire antennas," *IEEE Trans.*, Vol. AP-13, No. 2, pp. 203-208, (March 1965).
- [2.34] Atwood, S.S. ; "Surface wave propagation over a coated plane conductor," *J. Appl. Phys.*, Vol. 22, 504, 1951.
- [2.35] Cutler, C.C. ; "Electromagnetic waves guided by corrugated conducting surfaces," *Bell Telephone Lab. Rept.* MM-44-160-218, (Oct. 1944).
- [2.36] Reynolds, D.K, and Lucke, W.S. ; "Corrugated endfire antennas," *Proc. Natl. Electron. Conf.*, Vol. 6, pp. 16-28, (Sept. 1950).
- [2.37] Rotman, W. ; "A study of single surface corrugated guides," *Proc. IRE*, Vol. 39, pp. 952-959, (Aug. 1951).
- [2.38] Hougardy, R.W, and Hansen, R.C. ; "Scanning surface wave antennas oblique surface wave over a corrugated conductor," *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-6(4), pp. 370-376, (Oct. 1958).
- [2.39] Ehrlich, M.J, and Newkirk, L. ; "Corrugated surface antennas," *IRE conv. Record, Part 2, Antennas and Communications*. pp. 18-33, (1953).

- [2.40] Elliot, R.S. ; "On the theory of corrugated plane surfaces," *IRE Trans. Antennas Propagation*, Vol. AP-2, pp. 71-81, (April 1954).
- [2.41] Haykin, S.S. ; "Synthesis of RC active filter networks," McGraw Hill, London.
- [2.42] Mitra, S.K. ; "Analysis and synthesis of linear active networks," John Wiley & Sons, Inc.
- [2.43] Bode, H.W. ; "Network analysis and feedback amplifier design,"
- [2.44] Hansen, J.A. ; "The loop antenna with director arrays of loops and rods," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-20, No. 4, pp. 516-517, (July 1972).
- [2.45] Inagaki, N. and Sekiguchi, T. ; "Exact design of an array of linear antennas with optimum directivity," *Trans. IECE of Japan*, Vol. 53-B, No. 11, pp. 687-695, (Nov. 1970).

3 章 無限周期構造の表面波励振特性

まえがき

表面波励振の問題は、波源を含む波動方程式の解を求めるという点では、グリーン関数の方法による点波源からの放射の解法と異なるところはないが、表面波という一次元的に伝搬する波の入ってくることで、解析が困難になっている。

従来、この種の問題は波源によって励振される界分布を直接表わそうとする方向で解かれてきた。これは、界分布を (x, y) 空間から (ω, k) 空間に移し、波源と境界の条件を入れてもう一度実空間へ戻すやり方で、最終的には解が複素積分の形で得られる。このため、ともすれば物理的なイメージ数式の密森にまぎれ込み、励振特性の把握は難しく困難であった。

ここでは、表面波の界分布を素子上の電圧、電流で代表させ、一次元的な量のみで励振問題を扱う方法を示している。これが動作アドミタンスによる方法である。これによれば、複雑な関数の複素積分を解かなくともよく、簡潔なフーリエ展開だけで、励振に関連した量をすべて求めることができる。この章では、まず無限周期構造アンテナ列の一素子を励振した場合、各素子にどういう電流が流れるか、また表面波として励振される電力はどのくらいか、あるいは直接放射成分はどのくらいかということと、動作アドミタンス関数によって一般的に表現を与え、後にこれをルーフアンテナ列に適用した例を示す。

表面波の励振効率率は、周期構造をアンテナ等の運波構造として用いるときの実用性の度合を与えるものであるから、ルーフ列での結果は、その応用の将来性を判定するのに役立つものである。

3.1 表面波の励振問題

連続的な境界を持つ構造で、点波源あるいは線状波源の励振を行うような問題は従来より多くの解析があり、すでに解かれている。また、境界が一様ではないが、周期的であるような場合は、それに沿う固有モードあるいは平面波による励振までは、報っている文献が多数見られる。しかし、同期構造を点波源あるいは線状波源によって励振する問題に対しては、2, 3 の例を除いてほとんど解析の報告が見られない。だが、この種の問題に答えることは、アンテナ応用の上で極めて重要なことである。表面波アンテナで離散的な配列素子のものでは、その内の1素子あるいは配素子を給電元という、せまり範囲に局在する波源で励振せざるを得ないからである。そして、よく知られているように、そのようなアンテナの放射パターンを計算する場合は、表面波による分だけ片手落ちなのである。この問題の解が求まれば、どのくらい表面波が励振されるか、および放射パターンにそれがどれだけ寄与するかすべて知ることができ、非常に有用である。

しかし、この種の問題は一様な境界の場合に比べて難しい。それは構造が周期的なのに励振する方が非同期構造だからである。一様な境界の励振問題の場合は、入射角 θ の平面波を全入射角、 $\{-\infty < \sin \theta < \infty\}$ の範囲で積分したものをフーリエ変換して解が求まる。同期構造では、残念なことに、平面波の解が境界面上の場所の関数となってしまったため、これの単なる積分として解を表わすことができない。

同期構造の固有関数を求めたり、あるいは周期的な励振を行う場合は、ローケの定理が使えるので、解析は容易になるが、局所的な波源による励振では、波源を含む全体の系はやはり同期構造ではあり得ないので、この定理も用いることができない。

このように、同期構造を一点で励振する（たとえば図2.4(a)のような場合）という問題は従来の方法では解が求まらない。実際、これまでにこの種の問題で解が得られているものでは、非周期的な境界条件を処理するた

め、特徴ある手法が使われている。

たとえば、図3.1のような誘電体板の上にスロット板をおいた構造は、文献[3.16]にあるように、Sigelmann, Ishimaru らによって解析されているが、そこでは、界分布を構造周期でサンプリングするという手法がとられている。そして、最終的には界分布を構造に沿う波の位相定数 β を複素変数とする複素積分で表わし、Contour Integration を行って、励振される波の性質を導いている。

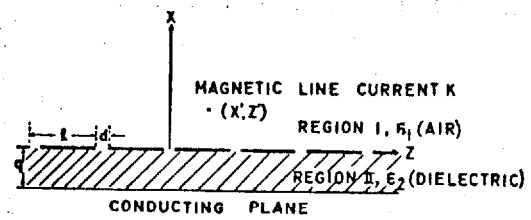


Fig 3.1 Grounded dielectric slab covered by a periodically slotted plane conductor. [3.16]

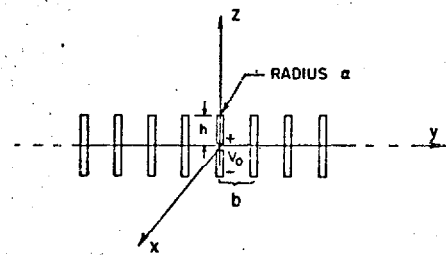


Fig 3.2 Infinite Yagi-Uda array with delta function voltage source. [3.17]

また、図3.2のような無限アイボール列の励振問題については、文献[3.17]にあるように、Mailloux が解を求めている。これは、King-Sandler のアレキサンダー理論を用い、積分方程式の Wiener-Hopf 法に類似の手法をマトリクス方程式に使う、各素子の電流を求めている。

本論文では、図3.2のような問題を解くのに、第2章で定義された動作アドミタンス関数が有用であることを示す。この動作アドミタンスがわかれば本章で提示している方法を用いて、非周期励振の問題が解けるから、結局は周期励振に対する動作アドミタンスを求めることに帰着する。この方法は表現式の上で文献[3.17]と類似の所があるが、同期励振の量から非同期励振のグリーン関数を導いている点で従来にはない便利な解法である。

3.2 動作アドミタンスによる解法.

ここでは, 図 2.1 (a) のように無限周期構造アンテナ列の 1 素子を電圧源 V_0 で励振したときの各素子の給電点電流, 放射パターン, 表面波に伴う素子電流などが, 図 2.1 (b) のような等位相差励振時の動作アドミタンスを使った式で表わされることを示す.

まず, 2 章の動作アドミタンス $Y_0(\theta)$ の式をもう一度書いておこう.

$$Y_0(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0m} \exp(jm\theta) \quad (3.1)$$

ここで, $Y_0(\theta)$ は図 2.1 (b) のような等位相差 θ の周期的波源列で励振した場合の動作アドミタンスであり, Y_{0m} は図 2.1 (a) のような 1 素子励振の場合に $V_0 = 1$ [V] のときの各素子の短絡電流に等しい.

(3.1) 式は, Y_{0m} が $Y_0(\theta)$ のフーリエ成分で与えられることを示しているから, Y_{0m} について陽な形に書けば次式が得られる.

$$Y_{0m} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Y_0(\theta) e^{-jm\theta} d\theta \quad (3.2)$$

すなわち, 図 2.1 (a) のような非周期励振のときの電流分布が, 図 2.1 (b) の周期的励振の場合に定義された量によって表わされる。 $Y_0(\theta)$ は第 2 章でルーフアンテナ列について示したように境界値問題の解として, あまりはグリーン関数を含んだ積分表示の形で比較的容易におめることができる。

(3.2) 式で

$$z = \exp(j\theta) \quad (3.3)$$

と変数変換を行うと,

$$Y_{0m} = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\text{単位円上}} Y_0(-j \ln z) z^{-m-1} dz \quad (3.4)$$

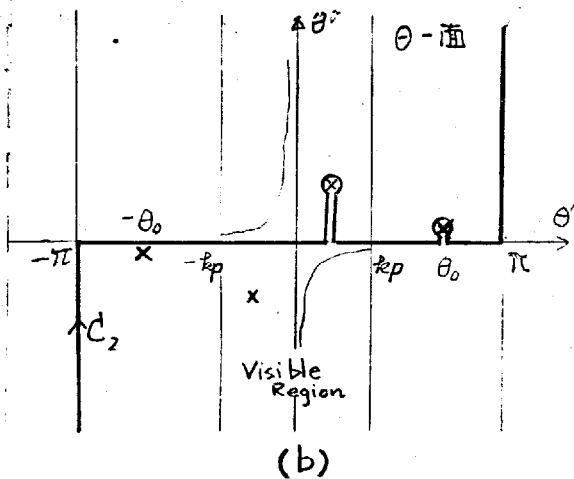
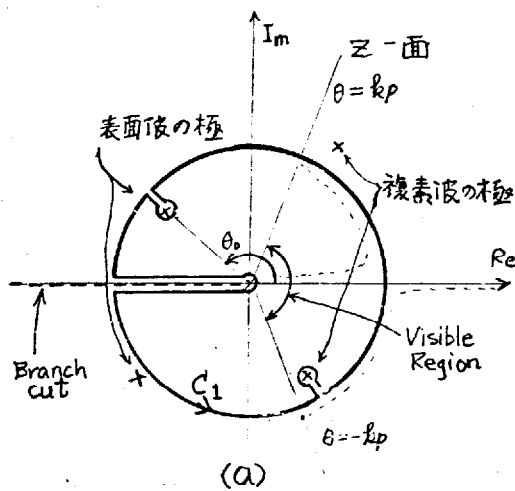


図 3.3 (3.4) 式および (3.2) 式の積分路はそれぞれ (a) および (b) となる。積分の値は面上の極および Branch cut に沿った積分の寄与で決まる。

(3.2) 式あるいは (3.4) 式の積分は、図 3.3 のように複素平面上の総積分によって計算される。その値は、上で述べたような極からの寄与と Branch cut に沿う積分値の和になっている。ここで、 Y_{0m} の値を表面波の極からの寄与 Y_{0m}^s とその他の成分 Y_{0m}^d に分けて見る。

$$Y_{0m} = Y_{0m}^s + Y_{0m}^d \quad (3.5)$$

(3.4) 式に示すように、 z 面での単位円上の総積分の形に書ける。このとき (3.3) 式の変数変換によって z 面の実軸の圓の部分に Branch cut が入る。

(3.3) 式の θ の積分範囲は (2.17) 式で与えられる Invisible region とそれ以外の Visible region に分けられる。

$Y_0(\theta)$ は当然、アレイ上に励起される種々の波に対応した極を持つが、表面波に対応する極は、invisible region だけに限られる。(2.16) 式より、 $Y_0(\theta)$ がリアクタンス関数となるのは (2.17) 式の範囲だけである。したがって、実数の極 θ_0 はこの範囲に限って得られることになる。

これに対して、複素数の極には、このような制限はないので、どこにあってもよい。

これらの成分は、次のように表れる。

$$Y_{0m}^S = - \frac{1}{\left. \frac{\partial X_0(k_p, \beta_p)}{\partial \beta_p} \right|_{\substack{k_p = k_0 \\ \beta_p = \theta_0}}} \exp(-j|m|\theta_0) \quad (3.6)$$

$$Y_{0m}^d = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (Y_0(\theta) - Y_0^P(\theta)) e^{-jm\theta} d\theta \quad (3.7)$$

ここで、 $X_0(k_p, \beta_p) = -j/Y_0(k_p, \beta_p)$ であるが、(2.16) 式に示したように、Invisible region では Y_0 が純虚数だから、 X_0 は実数になる。また、(3.7) 式の Y_0^P は Y_0 の表面波の極を打ち消す関数で、 $|Y_{0m}^S| = Y^S$ を使って次のように表わせる。

$$\begin{aligned} Y_0^P(\theta) &= Y^S \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(jm\theta - jm|\theta_0|) \\ &= -j Y^S \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta - \cos \theta_0} \end{aligned} \quad (3.8)$$

こうすると、一般に (3.7) 式の被積分関数は滑らかな関数となり、数値計算も容易に行える。

このように、図 2.1 (a) のような励振で、各素子に流れる電流 $I_n = V_0 Y_{0n}$ が、(3.6)、(3.7) 式と表れるので、これに各素子の位置による位相差を考慮して和をとれば、 N 素子励振の場合の放射パターンが求まる。これは、無限周期構造をフェイズドアレイと考えたときのアレイエレメントパターンである。

この放射パターンを、方向の座標 (θ, φ) に対して $D_e(u, v)$ と

$$\begin{aligned} u &= k_p \cos \theta \\ v &= k_p \sin \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.9)$$

書けば, Visible Region内, すなわち(2.17)式外の点で, 動作アドミタンス $Y_0(k_p, \beta p)$ の実数部と次のような関係にある。

$$\operatorname{Re}\{Y(k_p, u)\} = \int |D_e(u, v)|^2 dv \quad (3.10)$$

今, $D_e(u, v) = D_{eu}(u) D_{ev}(v)$ と書けたとすれば, 動作アドミタンスの実数部 $G_0(k_p, \beta p)$ は $|D_{eu}(u)|^2$ を表わしている。

$$|D_{eu}(u)|^2 = G_0(k_p, u) \quad (3.11)$$

これらの式は, (2.15)式の結果を使ったもので, 動作アドミタンスの実数部がアレイエレメントパターンを表わすことを示している。

こうして得られた結果から, 1素子励振のときの励振素子に供給される全電力 P^{Total} が, (3.7)式から求まる放射電力 $P^{\text{Rad.}}$ と(3.6)式より求まる表面波電力 P^S の和として書ける。

$$P^{\text{Total}} = P^{\text{Rad.}} + P^S \quad (3.12)$$

各々の項は,

$$\begin{aligned} P^{\text{Rad.}} &= \operatorname{Re}\{Y_{00}^{\text{d}} V_0^2\} \\ &= V_0^2 \int_{-k_p}^{k_p} \operatorname{Re}\{Y_0(k_p, \theta)\} d\theta \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$P^S = Y_{00}^S V_0^2 = Y^S V_0^2 \quad (3.14)$$

したがって、表面波の励振し易さの見分として、次式のような表面波励振効率 η_s を定義すれば、 η_s は (3.13), (3.14) により、すべて動作アドミタンスで表わすことができる。

$$\eta_s \triangleq \frac{p^s}{p_{\text{Total}}} \quad (3.15)$$

$$= \frac{\frac{1}{\frac{\partial X_0(k_p, \beta p)}{\partial \beta p}} \Big|_{\substack{k_p = k_{op} \\ \beta p = \theta_0}}}{\operatorname{Re} \left\{ \int_{-k_p}^{k_p} Y_0(k_p, \theta) d\theta \right\} - \frac{1}{\frac{\partial X_0(k_p, \beta p)}{\partial \beta p}} \Big|_{\substack{k_p = k_{op} \\ \beta p = \theta_0}}} \quad (3.16)$$

3.3 ルーフアンテナ列の励振

2章でルーフアンテナ列の動作アドミタンスが与えられているので、それを数値計算して、1素子励振時の入力インピーダンス、励振効率、などを求めることができる。

3.3.1 励振点入力インピーダンス

励振点入力インピーダンスを求めるには、(3.6)、(3.7)式より、表面波成分と、その他の部分の値を知ればよい。

まず、表面波成分の電流 $I_\infty (=Y_0^s)$ [mA/V]

は(3.6)式のように、動作アドミタンスを ∂ で偏微分して得られる。

図3.4, 3.5, 3.6は、 I_∞ の値を、周波数を変えて、あるいは素子間隔を変えて計算したものである。

どの場合も、表面波伝搬帯域の上端に近づくに従って、 I_∞ は急激に大きくなる。

この傾向は、タイポール列の場合でも同じであるが、ルーフの周囲長

とタイポールの長さ[3.17]が同じ構造の場合、タイポール列の電流のオカ90倍程度大きい値をとる。したがって、表面波に対しては、ルーフ列のオカ高インピーダンスである。

(3.7)式の値は、伝搬帯域内ではほとんど変わらないが、図3.9よりわかるように、 $Y_0(kb, \beta b)$ のコンタクト分は、 $kb \approx$ 半奇数のとき大きくなることからわかる。この領域は表1で表わされているように、短絡ルーフ列のカットオフ帯域に当たっている。

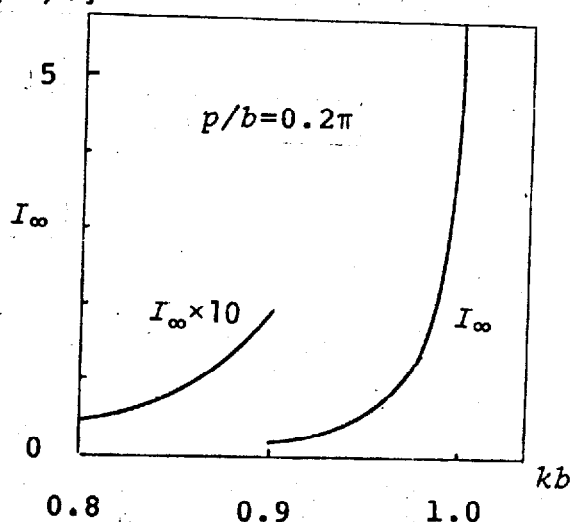


図3.4 表面波成分の電流 $I_\infty = Y_0^s$ は帯域上端で急激に大きくなる。

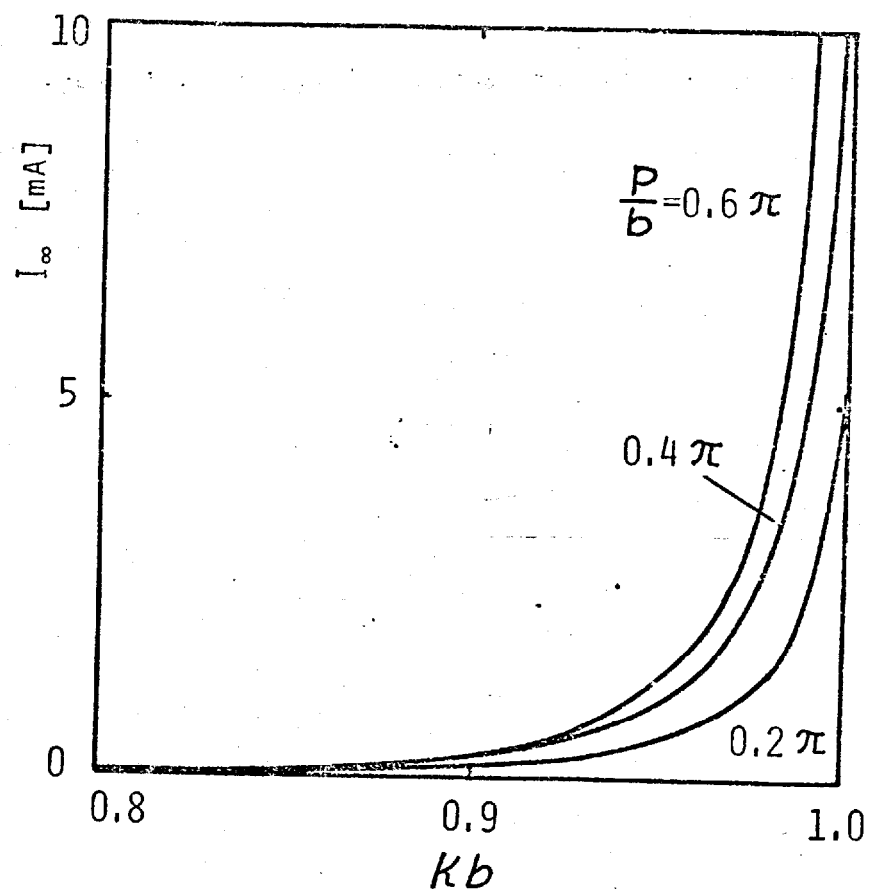


図3.5 I_∞ を p/b をパラメータとして示したもの。伝搬モードは $\cos\varphi$ モード。

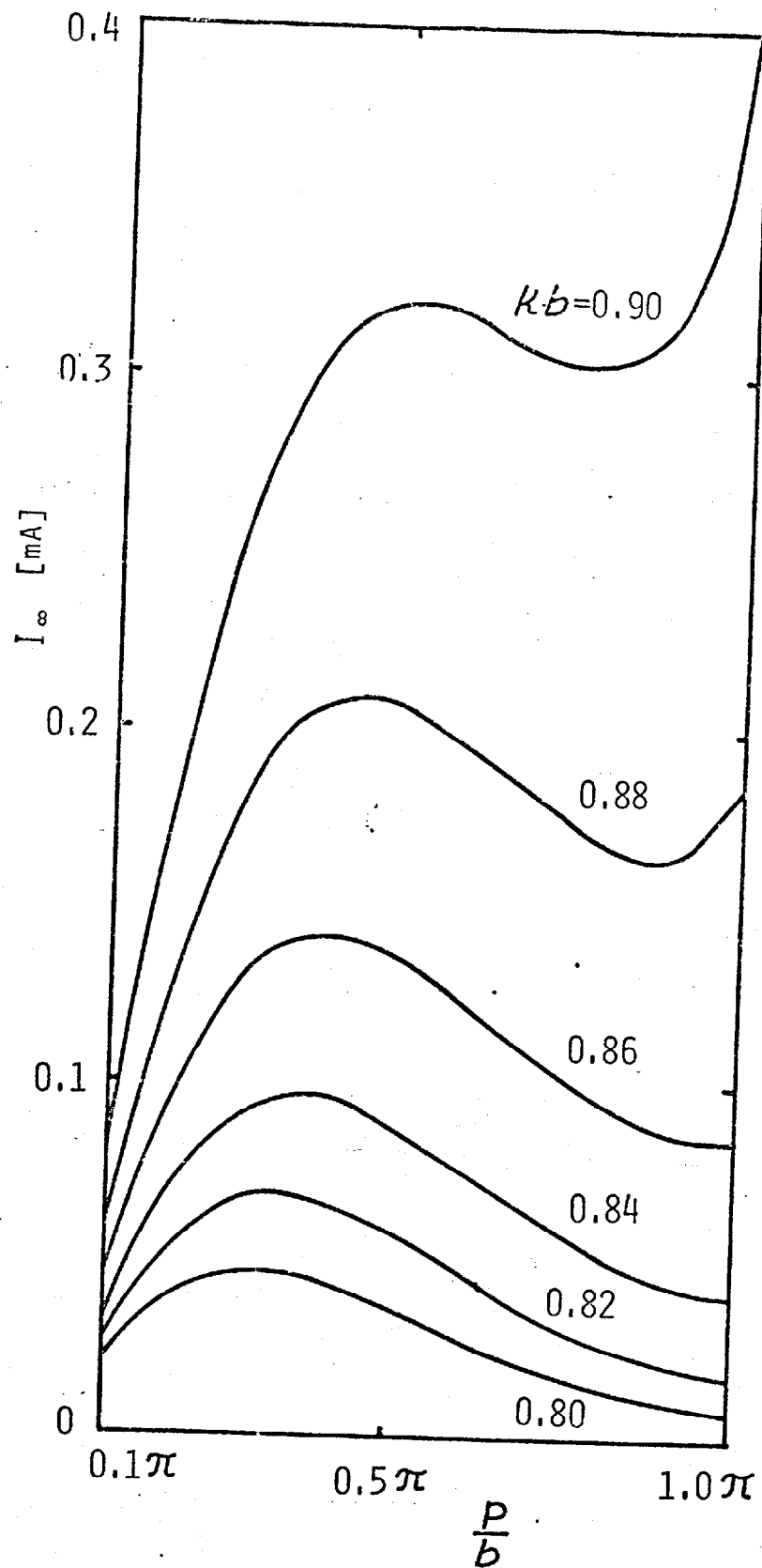


図3.6. I_{∞} を kb をパラメータにとって示す。
 $P/b \doteq 0.3\pi$ くらいの構造が最も表面波が乗りやすいとわかる。

3.3.2 直接放射成分と励振効率

前項の図3.5のように I_A が求まっているので, $Re(Y_{00})$ を計算して (3.16) 式より表面波の励振効率 η_s をもとめる。

図3.7は, その例で, $p/b = \frac{\pi}{4}$ のときの η_s の変化を kb (規格化周波数) に対して示したものである。この計算では表面波成分として, 励振素子から両方向に伝播する分をすべて計算に入れているため, 励振効率としては高いものになっている。片方向の表面波に関しての励振効率はこの図の値の半分になるから, 約40~50%と考えてよい。

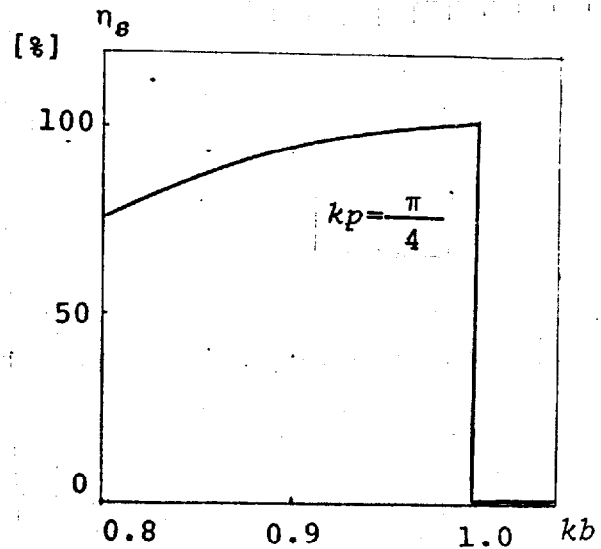


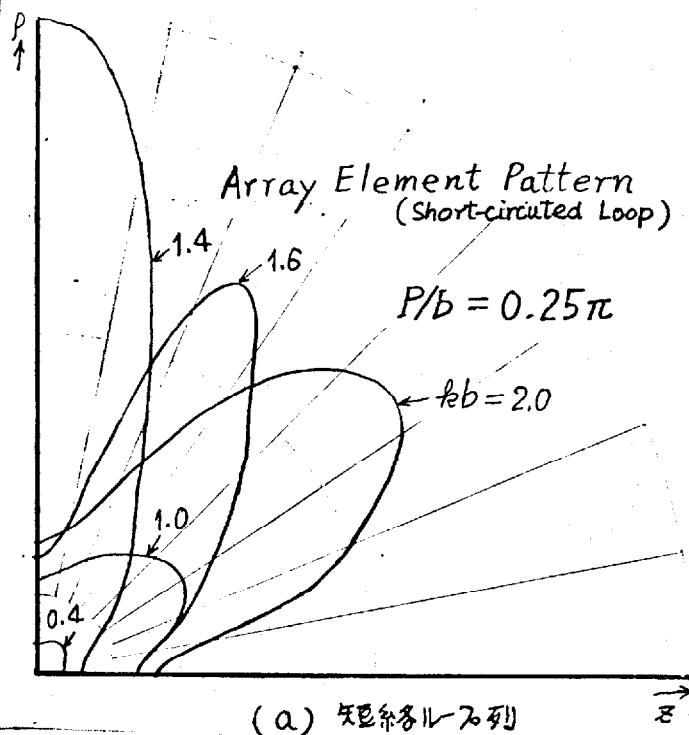
図3.7 表面波励振効率 η_s . 伝搬状態は $\cos \varphi$ -モード.

次に, 一素子励振のときの直接放射成分を考えよう。2章および3章の (2.15) 式 および (3.11) 式に示したように, アレイエレメント電カパターンを φ 方向に積分したもの (これは θ の関数である) は, 動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ の実数部で $\beta p = kp \cos \theta$ としたものに等しいことを示した。図3.9は $Y_0(kb, \beta b)$ の実数部を等高線で示したものである。この図で適当に kb を決め, βb 軸を $kp \cos \theta$ と読みかえれば, それがその周波数 f ($= f_0 kb^*$) でのアレイエレメント電カパターンの φ 方向平均値を示している。図3.8(a)は, $kb = 0.4, 1.0, 1.4, 1.6, 2.0$ の場合を極座標に書いたものである。

これらの図から, 直接放射の主ローブは $kb \approx 1$ までは軸方向に徐々に近付き, それ以上 kb が増加すると軸から離れ, $kb \approx 1.4$ でフロードサイドとなる。 kb が1.4から2.2まで増加するに従って, フロードサイド方向の主ローブが再び軸方向へと近づく。

* f_0 は $kb=1$ となる周波数で $f_0 = \frac{c}{2\pi b}$ 。

アレイエレメント電力パターンの ϕ 方向平均値が $Re\{Y_0\}$ となるのは、短絡ループ列で、一素子を電圧源給電した場合である。これが、開放ループ列^{*}のときは、アレイエレメント電力パターンの ϕ 方向平均値 $De^0(kb \cos \theta)$ が、動作インピータンスの実数部に等しくなる。このことは、(215)式を導いたと同じ過程で導くことができる。図3.10は、 $P/b = 0.25\pi$ の場合の動作イン



ンピータンスの実数部を等高線で示したものである。前の場合と同様に、 kb の適当な値を選んでパターンを極座標に示すと図3.8(b)のようになる。

どの場合も軸方向に主ローブの向いていることがわかるが、この例でもやはり、表面波のカットオフ領域で特に強いフロードサイドローブが現われている。

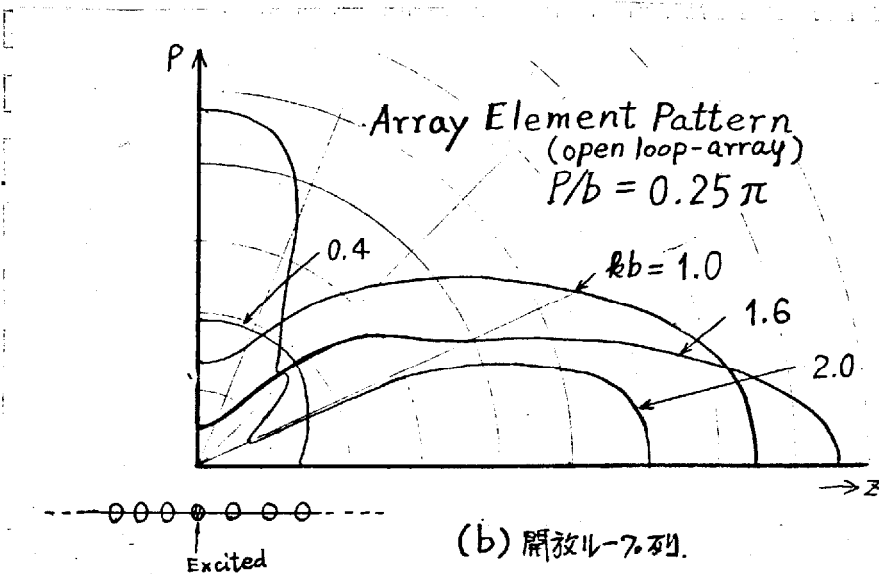


図3.8. アレイエレメント電力パターン。図2.1(a)のように(a)短絡ループ列、および(b)開放ループ列をそれぞれ電圧源、および電流源で1素子励振したときのアレイエレメント電力パターン。(ただし ϕ 方向に平均した値であることを注意。)

*ループの給電点を開放したアレイ。図2.5参照。

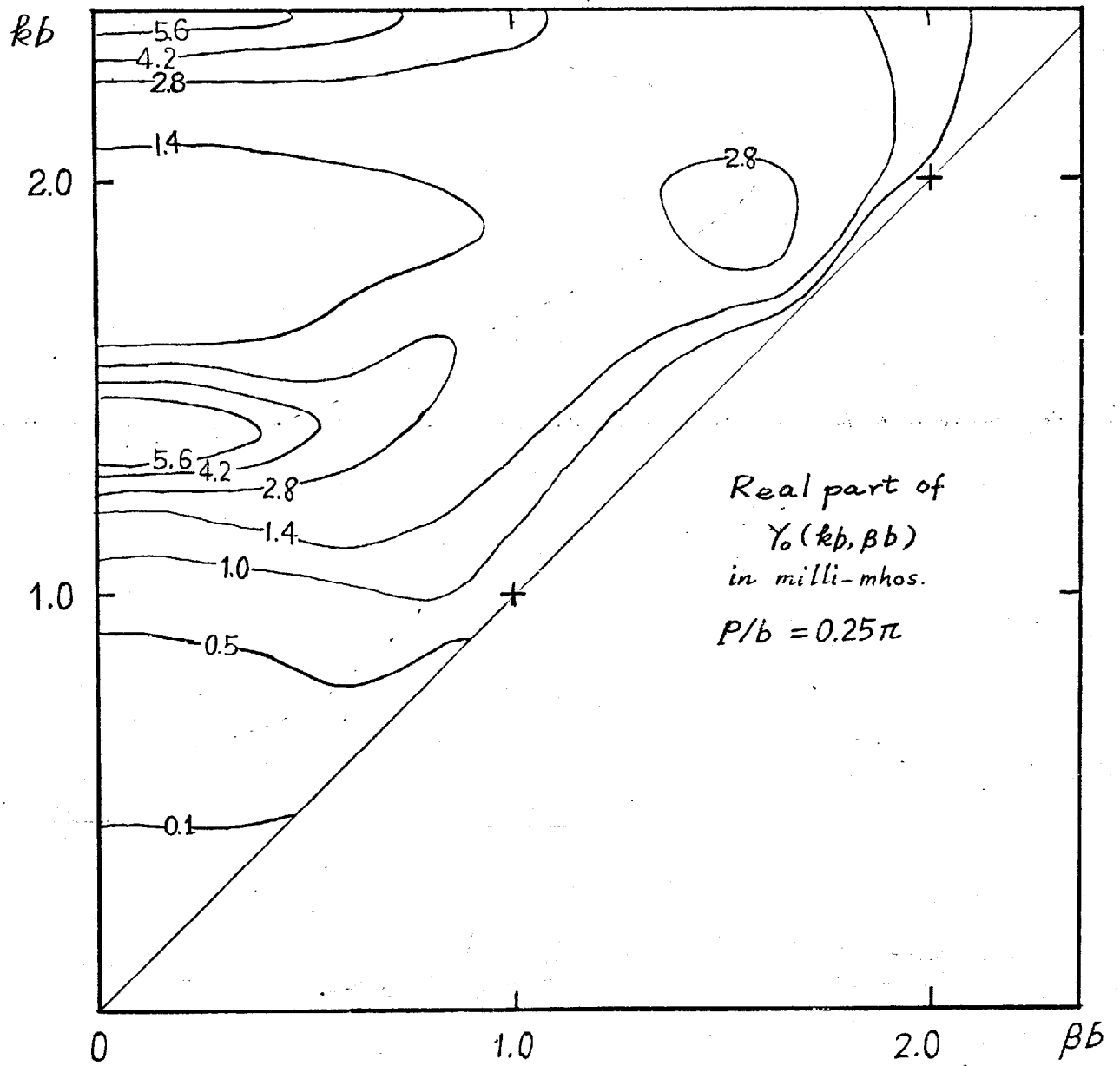


図 3.9, 素子半径 b のループアンテナを素子間隔 P で並べたアレイの動作アドミタンスの実数部を等高線で示した。 βb を $kpcos\theta$ (ただし θ はアレイ軸からの角度) と読みかえすと, アレイエレメント電力パターンを表わす。(図 3.8 (a) 参照).

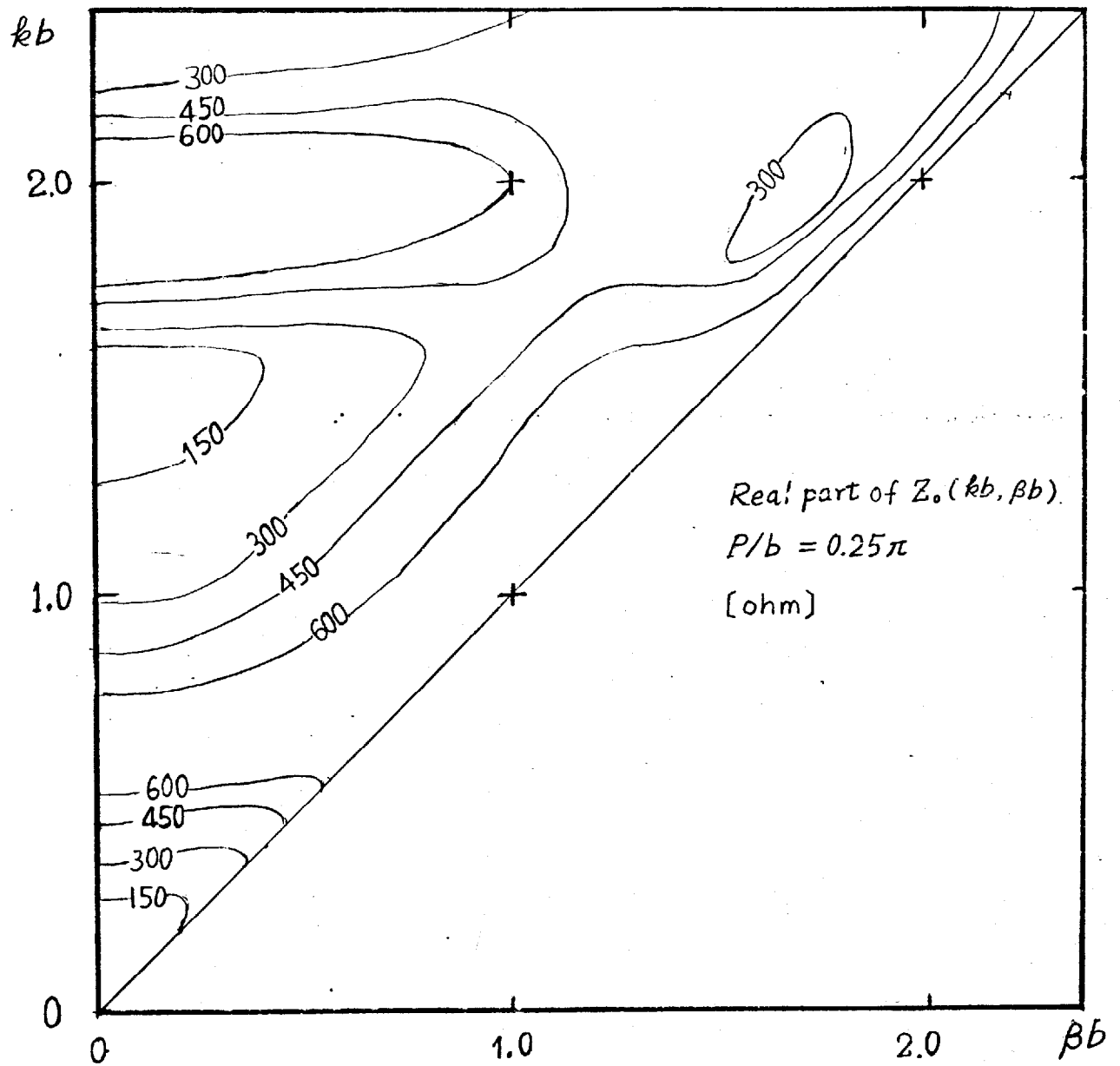


図3.10 $P/b = 0.25\pi$ のループ列で、給電点をすべて開放し一素子を電流源励振すると、このアレイのアレイエレメント電力パターンは、動作インピーダンスの実数部に等しくなる。この図は $Z_0(kb, \beta b)$ の実数部で、 $\beta b = kb \cos \theta$ (θ はアレイ軸からの角度) と読みかえれば、エレメントパターンを知ることができる。(図3.8(b)参照)

3.3.3 励振点付近の乱れの電流

アレイを素子励振したときの各素子の電流は相互アドミタンスに比例するので、ここでは1[V]で励振したとして、相互アドミタンス Y_{0m} を便宜上「電流」と呼ぶ。

(3.5) 式のように電流を2成分、表面波成分と給電点に近い素子だけに存在する「乱れの電流」 Y_{0m}^d に分けて考えることができる。

(3.2) 式のフーリエ変換で $\{Y_{0m}\}$ を求めた後、次式：

$$Y_{0m} = \sum_{l=0}^{\infty} A^l \exp r^l m p \quad (3.17)$$

を用いて、伝搬定数 r^l の異なる縦モードに分解することができる。

たとえば、 $p/b = 0.125\pi$ の場合、 $kb = 1.0$ で、サンポル点を32個に選んで(3.2)式を直接計算すると Y_{0m} の値が16個求まり、これから Prony の方法によって A^l, r^l の組が8組求まる。これらの内 A^l の大きな項をとってフェーザー図に示すと図3.11のようになる。この中で $\alpha = 0$ の項が表面波である。他の成分は、 β が小さく α が大きい。これが乱れの電流成分で、これらの矛は給電点付近でのみ大きな振幅を持ち、ほとんど互いに同相であることから横方向への放射に寄与することがわかる。

[注] l の最大値の2倍を $\{Y_{0m}\}$ の個数と等しくおいて、付録A.3の Prony の方法によってモード展開する。

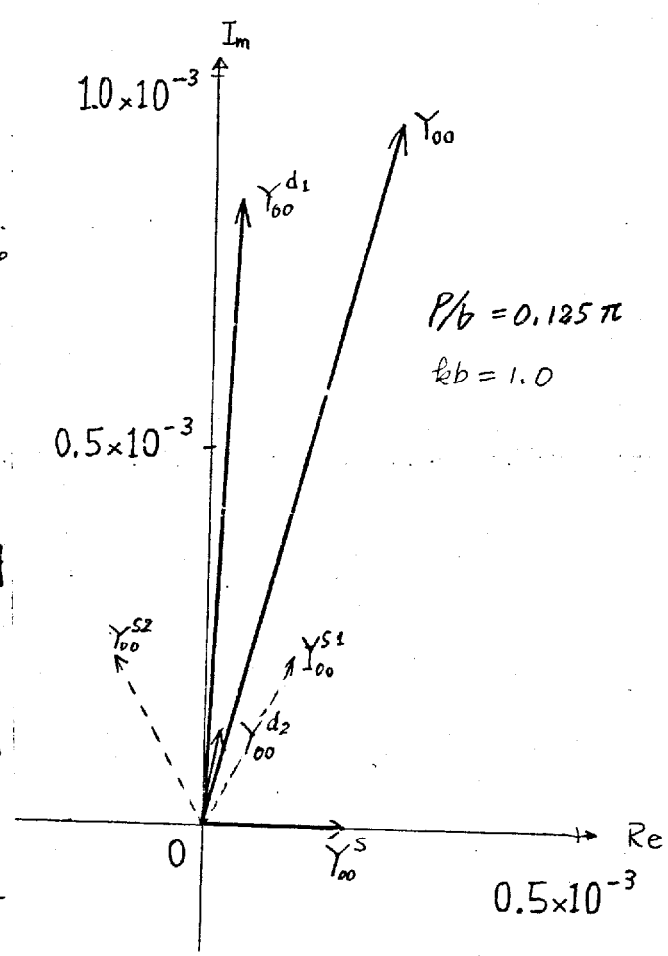


図 3.11 給電点電流 Y_{00} を縦モード成分に分解して示したもの。 $Y_{00} = Y_{00}^s + Y_{00}^{d1} + Y_{00}^{d2} + \dots$

$$Y_{00} = (0.243 + j1.50)$$

$$Y_{00}^{s1} = (10.09 + j0.28) \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 0 : \text{表面波} \\ \beta = 2.4 \end{array} \right\}$$

$$Y_{00}^{d1} = (0.037 + j0.83) \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = +8.6 \\ \beta = 0.13 \end{array} \right\}$$

$$Y_{00}^{d2} = (0.018 + j0.12) \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = +0.6 \\ \beta = 0.26 \end{array} \right\} \text{乱れの電流成分}$$

$$r^l = k(\alpha + j\beta)$$

ここで、図3.11に示した Y_{00}^{s1} , Y_{00}^{s2} は、(3.2)式をそのまま数値計算しモード分解すると必ず出る項である。それは、(3.2)式の積分で、数値計算の場合は図3.3に示す表面波の極が半分づつ両方入って来てしまうためである。したがって、正しい値は、図3.3(b)に示す積分路に対応させるため、 Y_{00}^{s2} の符号を逆にし、 β を $-\beta$ に変えて加えることになる。図3.11の Y_{00} はこの値を示している。もし Y_{00}^s も(3.6)式によって計算したとすればこのようなことは起らない。また $Y_{00}^{s1,2}$ が実数でないのも数値フーリエ変換の極計算上の誤差である。一般に極を含む場合のフーリエ変換は、直接数値計算すると、この例のようにきわめて大きな誤差を伴うので、あらかじめ極を除いておかないと正確な議論は不可能になる。

ここでは、直接数値積分を行った値を示したが、このような誤で図3.11の値は定量的には信頼がおけない。しかし、乱れの電流分に対しては極を含む積分ではないので定性的にも、定量的にも十分信頼がかけると考えられる。

ここに示した乱れの電流分布から、直接放射成分、すなわちアレイエレメントパターンが計算できるが、動作アドミタンスの実数部から求める方法より一般に複雑である。

3. 4 本章のまとめ

こゝでは、2章で表面波の伝播特性を定めるため定義した動作アドミタンスが、無限周期構造を1素子励振したときの各素子の電流、およびアレイエレメントパターンなどを定める励振問題を解くことにも使えることを示した。表面波励振の問題は、特に周期構造の場合には解析が困難で一般的に解法が試みられていなかったが、動作アドミタンスを考えることにより、周期的な励振に対する動作アドミタンスが求まる構造であれば、すべて統一的に扱えるようになった。

2章で導いたルーフアンテナ列の動作アドミタンス関数も本章に示した式に入れて数値計算を行い、一素子励振のときは、短絡ルーフ列の表面波姿態の伝播帯域において、表面波に対する入力アドミタンスは実数で、周囲長が0.9波長付近の周波数では十分の散乱程度の値をとり、素子間隔が小さいときコンタクトがそれに比例して小さくなること、伝播帯域の端で無限大になること、タイポールに比べて表面波励振のインピーダンスが高いこと、を明らかにした。

さらに本章で、動作アドミタンスあるいは動作インピーダンスの実数部はそれぞれ給電点をすべて短絡あるいは開放したアレイを電圧源あるいは電流源で一素子励振したときのアレイエレメント電カパターンとなっていることが示された。また、これをルーフ列について数値計算し、アレイエレメントパターンの主ローブが、表面波伝播帯域外で横方向に向くことを明らかにした。

次に、一素子励振時の各素子電流を求め、それを縦モードに展開することによって、表面波成分と乱れの電流分布に分け、乱れの電流が特に給電点に近い素子ほど大きい値をとり数素子間隔も離れると 10^{-1} 程度まで減衰することを示した。また、乱れの電流はほとんど同相で流れ、この位相速度が光速より速いことから、横方向への放射に寄与するのが、この電流成分であることがわかった。

このような横方向の放射は、表面波伝搬帯域外で強く現われ、図 3.8 (a), (b) に示すように、周波数とともに主ローブの方向が大きく変化する。これは、図 3.11 に縦モード分解で示したような速波、すなわち Leaky Wave の放射と考えると理解しやすい。特に図 3.8 (a) に示した $kb=1.4$ の場合には、完全にフロートサイドアンテナとして働くことがわかる。ルーフ・アンテナ列が、エンドファイア波源としてばかりでなく、フロートサイド波源としても使えることは、以前よりルーフ列のラシアルモードとして知られていたが、動作アドミタンスを使うとこの形態のアンテナも統一的に扱える。

このように、ルーフ列の一素子励振の問題を解くことにより、本章でも、動作アドミタンスを用いた解析法が有用であることが確かめられたが、ルーフ列以外の構造でも、その構造の動作アドミタンスが導かれれば、本章と同様な方法で解析できる。^[註]

[註] タイポール列に関しては 山田, 稲垣, 山沢; “タイポール列のアクティブリアクタンスとその応用” 信学論, 56-B, 1, (Jan. 1973). 参照.

3章の文献

- [3. 1] Goubau, G. ; "On the excitation of surface waves," *Proc. IRE*, Vol.40, No.6, pp.865-868, (July 1952).
- [3. 2] Angulo, C.M., and Chang, W.S.C. ; "The Launching of surface waves by parallel plate waveguide," *IRE Trans. on Antennas Propagation*, Vol. AP-7 (4), pp. 359-368, (Oct. 1959).
- [3. 3] Snyder, A.W. ; "Excitation and scattering of modes on a dielectric or optical fiber," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-17, pp.1138-1144, (Dec. 1969).
- [3. 4] Chjin, C. ; "The radiation pattern of an array of dipoles in a dielectric slab," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-12, No.4, pp. 384-391, (July 1964).
- [3. 5] 飯田 ; "開放導波系と kirchhoff-Huygens の原理," *JECE*, Vol.49, No.6, (June 1966).
- [3. 6] 末田 ; "誘電体棒アンテナの放射機構とその高利得化," *JECE*, Vol.48, No.4, (April 1965).
- [3. 7] Snyder, A.W. ; "Coupling of modes on a tapered dielectric cylinder," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-18, pp. 383-392, (July 1970).
- [3. 8] Snyder, A.W. ; "Asymptotic expressions for eigenfunctions and eigenvalues of a dielectric or optical waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-17, pp. 1130-1138, (Dec. 1969).
- [3. 9] Prony, R. ; "Essai experimental et analytique," *J. l'Ecole Polytechnique*, Vol. 1, cahier 2, pp. 24-76, (1795).

- [3. 10] Harrington, R.F., and Mautz, J.R. ; "Straight wires with arbitrary excitation and loading," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-15, No. 4, pp. 502-515, (July 1967).
- [3. 11] Bailey, M.C., and Swift, C.T. ; "Input admittance of a circular waveguide aperture covered by a dielectric slab," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-16, No. 4, (July 1968).
- [3. 12] Collin, R.E. ; "Field theory of guided waves," New York: McGraw-Hill, Chapter 11, 1960.
- [3. 13] Tamir, T., and Oliner, A.A. ; "Guided Complex waves," *Proc. IEE (London)*. Vol. 110, pp. 310-334, (Feb. 1963).
- [3. 14] Oliner, A.A. and Hessel, A. ; "Guided waves on semi-solidally-modulated reactance surfaces," *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-7, pp. S 201-S 208, (Dec. 1959).
- [3. 15] Oliner, A.A. ; "Leaky waves in electromagnetic phenomena," *Proc. of Symp. on Electromagnetic Theory and Antennas*. New York: Pergamon, pp. 837-856, (1963).
- [3. 16] Sigelmann, R.A. and Ishimaru, A. ; "Radiation from Periodic structures excited by an aperiodic source," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 13, No. 3, pp. 354-364, (May 1965).
- [3. 17] Mailloux, R.J. ; "Excitation of a surface wave along an infinite Yagi-Uda array," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 13, No. 5, pp. 719-724, (Sept. 1965).

4 章 有限長周期構造の表面波伝搬特性

まえがき

これまでの章では、表面波が無限長周期構造上に励振あるいは伝搬されるための条件を、動作アドミタンスによって一般的に表わし、それをループアンテナ列に適用して、いくつかの周波数帯にわたる伝搬状態の存在と、各周波数帯によって $\cos m\phi$ で与えられる素子上の電流分布、およびその電流振幅が伝搬帯域上端で無限大になること、などが明らかにされた。

これらの性質の多くのものは、構造長が有限であっても保存されるものである。これは、励振に伴う乱れの電流成分が、遠方までは影響を及ぼさないことから容易に類推されよう。実際にループアンテナ列をアンテナ構成要素として応用する場合、長さが有限であることはもちろんであるが、それでも、無限長のときの性質が保存されるとなれば、設計上重要な見通しを与えてくれる。

素子数が有限なときは、たとえ周期構造でなくとも、^[4.1] 今までのアレイ理論 ^{[4.2][4.3]} によって、比較的厳密性の高い取扱いができる。しかし、これによる方法は本質的に計算機実験の性格が強く、設計論としてよりはむしろ精密な解析の手段であらう。一方、非励振アレイ上にある種の表面波を考えることは、大きな近似ではあるが、設計論的な立場からは望ましいと言える。それは、表面波を考えることによって、設計時に考慮すべきパラメータ数が大きく削減されるからである。

表面波を伝えるアレイ構造でこのようなことを行っても、実質的なパラメータを減らしていることにはならない。実際、長いループアンテナ列に、^[4.3] ICT ^[4.4] を適用して計算した結果を見るとほとんど全長にわたって振幅・位相の電流が流れている。これは実験でも確かめられている。したがって、本質的なパラメータは、この振幅と位相差、あるいは平均的な位相定

のみで良いのである。そしてこれが表面波による表示に他ならない。

ループアンテナ列では、この表面波の他に、 $10 \sim 20$ 素子分の補正電流を考慮する必要がある。これは、無限長アレイの場合、励振点近傍の素子にこれらの電流分を考えたことに相当する。

本章の前半では、有限長のアレイに関する厳密な表示：ECITによる表示から出発して、ループ・アンテナ列の場合の、表面波を考慮した取り扱いを導いている。

本章の後半は、少し趣きを異にして、アンテナの入カインピーダンス、電流分布などを等価回路によって計算する方法が述べられている。対称とする構造は平行らせん線路を基本素子とした磁流アンテナである。

表面波は構造上の固有波である。したがって、界分布の関数形が決まっている。言い換えれば、それは振幅と位相の2つの量で全体を表わすことができる。すなわち、固有波一つ一つについては1次元的な伝送線路方程式で扱えることを意味する。しかし、通常の表面波構造に対しては、導波管やレツヘル線路の場合のような適当なパラメータが選べないため、このような取扱いは一般に行われていない。

しかし、磁流アンテナの場合は、伝送線路形で平衡給電を行うため表面波の励振効率が極めて高く、給電点近傍の乱れはほとんど考えなくても良いこと、および通常のレツヘル線路と同じ電圧、電流による表示である、などによって等価回路表示がかなりの精度で可能になる。

本章は、言わば応用を述べた章である。実際の周期構造表面波アンテナを扱うときに、表面波をうまく表わすことで、どれだけ見通しが良くなるか、どれだけ簡単になるかを述べた章である。

4. 1 有限長周期構造の取扱い。

有限長周期構造でも、構造上にある種の表面波を考えることができる。本節では、周期構造アレイの給電電圧と電流とを記述するため、ICTによる厳密な表示を使い、アレイ上に表面波が考えられることを最初に示している。次に、表面波を主体とした表示式を、同じアレイ理論から出発して求めていく。これらによって、有限長周期構造を端部から断続したとき、どのような電流分布になるか、入力インピーダンスがどんな特性を示すかが、直感的に理解しやすい形で得られる。

4.1.1 有限長ループアンテナ列の厳密解.

素子数が有限であれば、相互アドミタンス、インピーダンス行列によって給電点電圧の任意の組合せに対して、素子上の電流分布、入力インピーダンス、あるいは放射パターンなどのアンテナパラメータを知ることができる。まず最初に、任意形状の素子を N 個並べたアレイを考え、任意の給電電圧の組合せに対する電流分布を表わす式を導く。

図4.1はこのアレイを模式的に表わしたもので、 x_i は各給電点を原点とする素子に沿った座標である。このアレイの i 番目の素子の x_i 点における電界 $E_i(x_i)$ は、素子電流 $\{I_j(x_j)\}$ と電流、電界を結びつけるグリーンディラック関数 $G(x_j|x_i)$ を使って、積分の形で次のように書ける。

$$\sum_{j=0}^{N-1} \int_j G(x_j|x_i) \cdot I_j(x_j) dx_j = E_i(x_i) \quad (4.1)$$

ここで $\int_j$ は j 番目の素子上の積分である。

次に、素子電流 $I_j(x_j)$ を給電点で1に規格化した電流分布関数 $f^l(x_j)$ の和で表わす。これはこの展開の姿態番号で、各姿態に重み I_j^l を乗ずる。

$$I_j(x_j) = \sum_{l=0}^{M-1} I_j^l f^l(x_j) \quad (4.2)$$

ここに M は姿態数であるが必ずしも有限とは限らない。

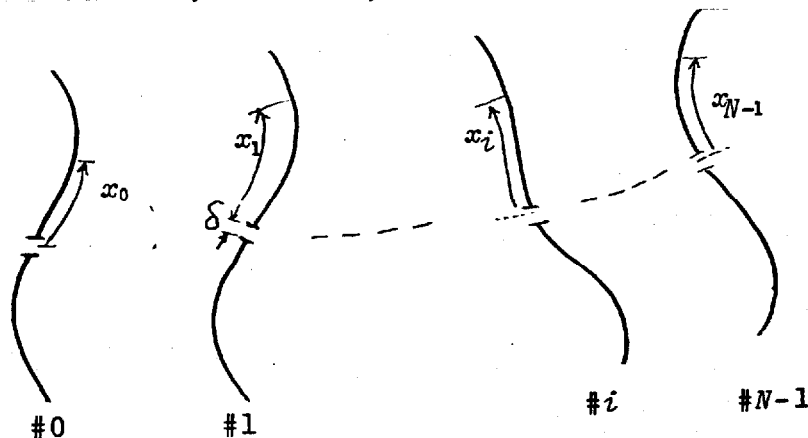


図4.1 任意形状の線状素子も配列したアレイと、その座標系。

さらに、各給電点の電圧を $\{V_i\}$ とすれば、下式:

$$n(x_i) \cdot E_i(x_i) = V_i \delta(x_i) \quad (4.3)$$

が、これを表わす境界条件である。ここで $n(x_i)$ は、納素子の接線方向を与える単位ベクトルである。また、給電波源は簡単のためデルタ関数波源とした。

式(4.2)を(4.1)へ代入し、両辺へ $f^{e'}(x_i)$ をスカラー的に乗じて x_i で積分すると次式が得られる。

$$\sum_{\ell=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \iint_i f^{e'}(x_i) \cdot G(x_j | x_i) \cdot f^{\ell}(x_j) dx_j dx_i \right\} I_j^{\ell} = V_i \quad (4.4)$$

この式の中カッコの中を「一般化された相互インピーダンス」 $[Z_{ij}^{e\ell}]$ と呼ぶ。

$$Z_{ij}^{e\ell} \triangleq \iint_i f^{e'}(x_i) \cdot G(x_j | x_i) \cdot f^{\ell}(x_j) dx_j dx_i \quad (4.5)$$

この量は、構造と電流分布展開基底関数が与えられれば、予め計算しておける。式(4.4)は $[Z_{ij}^{e\ell}]$ を使って、次式のように書き直される。

$$\sum_{\ell=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} Z_{ij}^{e\ell} I_j^{\ell} = V_i \quad \{e' = 0, 1, 2, \dots, M-1\} \quad (4.6)$$

この式が Improved Circuit Theory^[4.3] の基本式で、起電力法と同様な方法(4.5式)で求まる相互アドミタンスにより、納素子アレイの精密な

取扱いが可能である。式〔4.6〕で、給電電圧 $[V_i]$ を与えると、左辺の逆行列化によって $[I_j]^l$ が求まり、これを〔4.2〕式に代入して電流分布がすべて定まる。

ここで、〔4.6〕式は、和の形でわかりにくいので、一般化された相互インピーダンス行列 $[Z_{ij}]^{ll}$ によるマトリクスの形に書きかえておこう。

$$\begin{bmatrix} [Z_{ij}]^{00} & [Z_{ij}]^{01} & [Z_{ij}]^{02} & \cdots & [Z_{ij}]^{0,M-1} \\ [Z_{ij}]^{10} & [Z_{ij}]^{11} & [Z_{ij}]^{12} & \cdots & [Z_{ij}]^{1,M-1} \\ [Z_{ij}]^{20} & [Z_{ij}]^{21} & [Z_{ij}]^{22} & \cdots & [Z_{ij}]^{2,M-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [Z_{ij}]^{M-1,0} & [Z_{ij}]^{M-1,1} & [Z_{ij}]^{M-1,2} & \cdots & [Z_{ij}]^{M-1,M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_j]^0 \\ [I_j]^1 \\ [I_j]^2 \\ \vdots \\ [I_j]^{M-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_i] \\ [V_i] \\ [V_i] \\ \vdots \\ [V_i] \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

TEL

$$[Z_{ij}]^{ll} = \begin{bmatrix} Z_{00}^{ll} & Z_{01}^{ll} & Z_{02}^{ll} & \cdots & Z_{0,N-1}^{ll} \\ Z_{10}^{ll} & Z_{11}^{ll} & Z_{12}^{ll} & \cdots & Z_{1,N-1}^{ll} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N-1,0}^{ll} & Z_{N-1,1}^{ll} & Z_{N-1,2}^{ll} & \cdots & Z_{N-1,N-1}^{ll} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$[I_j]^l = \begin{bmatrix} I_0^l \\ I_1^l \\ I_2^l \\ \vdots \\ I_{N-1}^l \end{bmatrix}, \quad [V_i] = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{N-1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

素子がループアンテナで、半径 b 、素子間隔が一定の場合 (図 4.2), 一般化された相互インピーダンスを求める積分は、ループアンテナ列の軸を z 方向とする円筒座標系 (ρ, φ, z) の φ について行えばよい。^(注1) さらに、ループアンテナ上の電流分布は、 φ 方向に $\{\cos l\varphi\}$ で展開される。

したがって (4.2) 式の $\Pi_j(x_j)$ は下式のようになる。

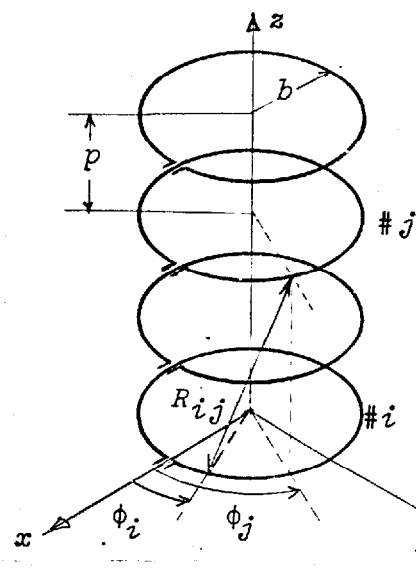


図 4.2. 半径 b のループアンテナ素子を、等間隔 p で同軸形に並べたアレイと座標系。

$$\Pi_j(\varphi_j) = \varphi \sum_{l=0}^{M-1} I_j^l \cos l\varphi_j \quad (4.10)$$

ここに φ は、 φ 方向の単位ベクトルである。

したがって、式 (4.5) で定義される Z_{ij}^{ll} は、等半径 b のループアンテナ列を等間隔 p で並べたアレイに対して次のように与えられる。

$$Z_{ij}^{ll} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(l'\varphi_i) G(\varphi_i | \varphi_j) \cos(l\varphi_j) b^2 d\varphi_i d\varphi_j \quad (4.11)$$

ここに $G(\varphi_i | \varphi_j)$ は j 番目の素子の φ_j 点の電流が i 番目の素子の φ_i 点に作る電界の φ 方向成分を与えるフリーン関数^(注2)であり、各点の距離を R_{ij} として次のように書かれる。

$$G(\varphi_i | \varphi_j) = \frac{j\eta}{4\pi} \left\{ kb \cos(\varphi_i - \varphi_j) + \frac{1}{kb} \frac{\partial^2}{\partial \varphi_i^2} \right\} \frac{e^{-jkR_{ij}}}{R_{ij}} \quad (4.12)$$

(注1) ループの線径は、説明の都合上無視して書いたが、くわしい解析は文献 [4.5] 参照。

(注2) このフリーン関数は空間にループ導体は存在せず、 φ_j 点に電流 I だけがある場合のものである。

ここに

$$R_{ij} = b \sqrt{4 \sin^2 \frac{\varphi_i - \varphi_j}{2} + \frac{p^2}{b^2} (i-j)^2} \quad (4.13)$$

また, $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, ϵ_0, μ_0 はそれぞれ真空の誘電率, および透磁率, ω は角周波数である。

したがって, $G(\varphi_i | \varphi_j)$ は $|\varphi_i - \varphi_j|$ のみの関数である。^(注3)

$$G(\varphi_i | \varphi_j) = g(|\varphi_i - \varphi_j|) \quad (4.14)$$

これを使って式(4.11)を変形すると,

$$\Sigma_{ij}^{l'l} = \pi b^2 \epsilon_l \delta_{ll'} \int_{-\pi}^{\pi} \cos lt g(|t|) dt \quad (4.15)$$

となる。ここに ϵ_l はノーマンの定数, $\delta_{ll'}$ はクロネッカーのデルタ関数でそれぞれ

$$\begin{cases} \epsilon_l = 2 & : l=0 \text{ のとき} \\ \epsilon_l = 1 & : l \geq 1 \text{ のとき} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\begin{cases} \delta_{ll'} = 1 & : l=l' \text{ のとき} \\ \delta_{ll'} = 0 & : l \neq l' \text{ のとき} \end{cases} \quad (4.17)$$

と表わされる。

式(4.15)は, ループアンテナ列において, l 方向寄態数が異なるときそれぞれの電流の間に相互作用を持たないことを示している。すなわち, 式(4.7)のマトリクス要素は対角線上を除いて零となり, 各寄態毎に互いに独立に電流が定まることになる。

また, (4.13) と (4.11) から Σ_{ij}^{ll} の値は $|i-j|$ が同じならば同じ^(注3) もちろんこれは Reciprocity Theorem から一般に導かれることではある。

値をとる。これらをまとめると、 Z_{ij}^{ll} の性質は次のように書ける。

$$Z_{ij}^{ll} = \delta_{ll} Z_{ij}^l \quad (4.18)$$

$$Z_{ij}^l = Z_{ji}^l = Z_{0, i-j}^l \quad (4.19)$$

そこで、 Z_{ij}^{ll} を Z_{ij}^l と略記した。

以上の式を(4.7)式に入れて整理すると次式になる。

$$\sum_{j=0}^{N-1} Z_{ij}^l I_j^l = V_i \quad \{l=0, 1, 2, \dots, M-1\} \quad (4.20)$$

あるいは、

$$\begin{bmatrix} Z_0^l & Z_1^l & Z_2^l & \dots & Z_{N-1}^l \\ Z_1^l & Z_0^l & Z_1^l & \dots & Z_{N-2}^l \\ Z_2^l & Z_1^l & Z_0^l & \dots & Z_{N-3}^l \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N-1}^l & Z_{N-2}^l & Z_{N-3}^l & \dots & Z_0^l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^l \\ I_1^l \\ I_2^l \\ \vdots \\ I_{N-1}^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{N-1} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

ただし

$$Z_n^l \triangleq Z_{0,n}^l$$

と略記した。

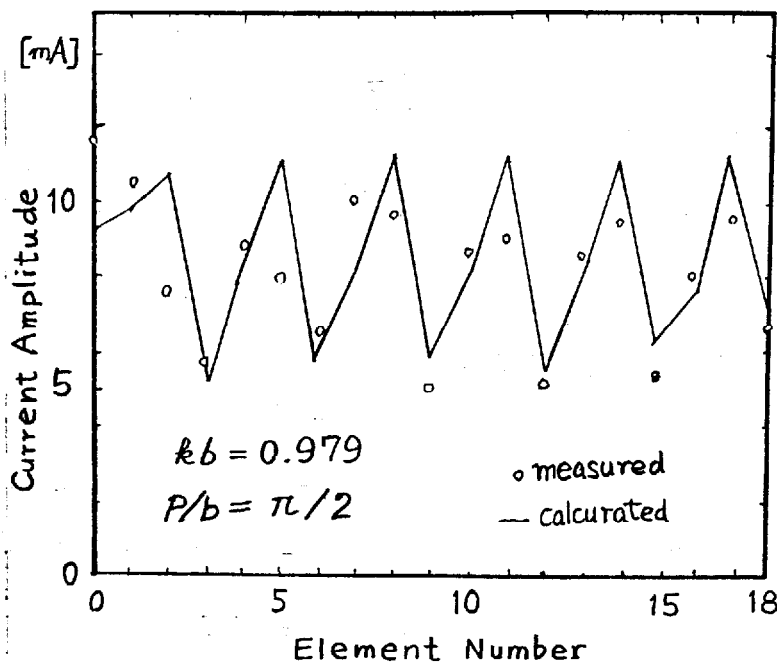
先に示した図4.2のような有限長周期構造レフ・アンテナ列を、任意の給電電圧の組合せで励振したとき、アレイに沿った素子電流分布は、(4.21)式で計算できる。数値計算上、相互インピーダンス行列の要素あるいは逆行列の計算、なとに関する問題は、伊藤、楢垣等^{[4.5][4.6]}によってすでに解決されているのでここでは触れない。

[19 素子ループアンテナ列の数値計算例]

19 素子のループアンテナ列で、端の素子を 1 [V] で励振したときの電流分布を上で述べた式によって数値計算した。素子間隔 a とループ半径 b の比は $\pi/2$ で、 $kb = 0.979$ 、および 0.9935 の 2 つの周波数について行っている。図 4.3, 4.4 は、その結果を実験値とともに図示したものである。

2 章および 3 章の結論から、 $kb \leq 1$ のときは固有の位相定数を持った表面波が励振される。これらの章では、構造が無限長の場合であったが、図 4.3, 4.4 から見て取れるように、たとえ有限長でも無限長の場合と同じ位相定数の波が励振されることがわかる。

さらに前章の結果から、 $P/b \geq \pi$ あるいは $kb \geq 1$ の場合に伝わる表面波は存在しないことが導かれるが、有限長のときも同様である。図 4.5 は $kb = 1.008$ 、 $P/b = \pi$ としたときの数値計算例であるが、素子電流の大きさは、給電素子から離れるにしたがって急速に減少し、構造が表面波に対してカットオフとなっていることがわかる。これらの計算結果を見ると、有



限長でも、何らかの形で表面波を考慮してやった方が実際の計算上有利であると考えられる。

図 4.3 (a) 同一半径のループアンテナを 19 素子並べたアレイの電流分布。0 番目の素子が 1 V の電圧源で励振されている。定在波状分布となっているのは端部からの反射波のため。

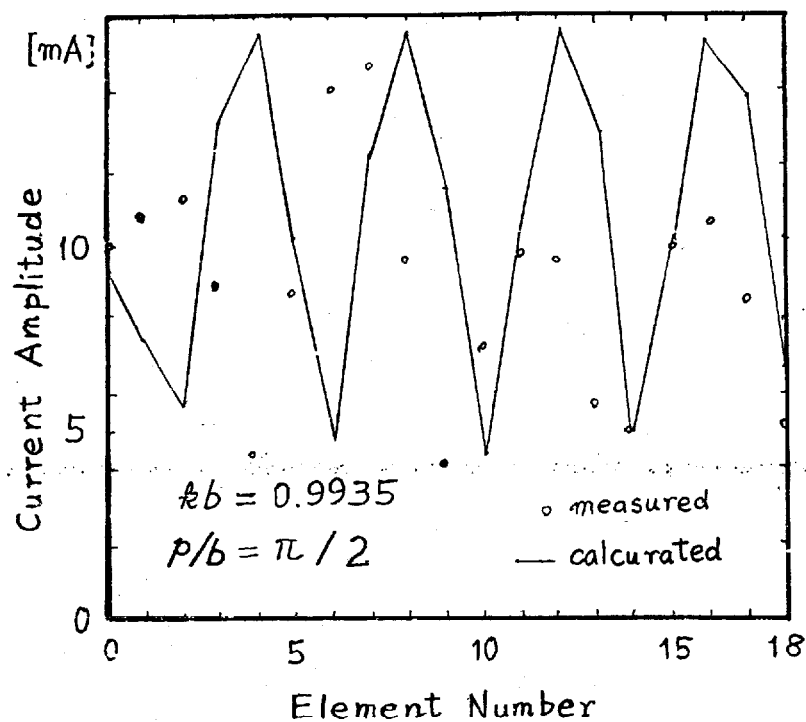


図 4.3 (b) 同じ構造, 同じ給電条件で周波数を少し上げた場合の電流分布。見かけの波数が減っているが実際の表面波の波長は縮んでいる。

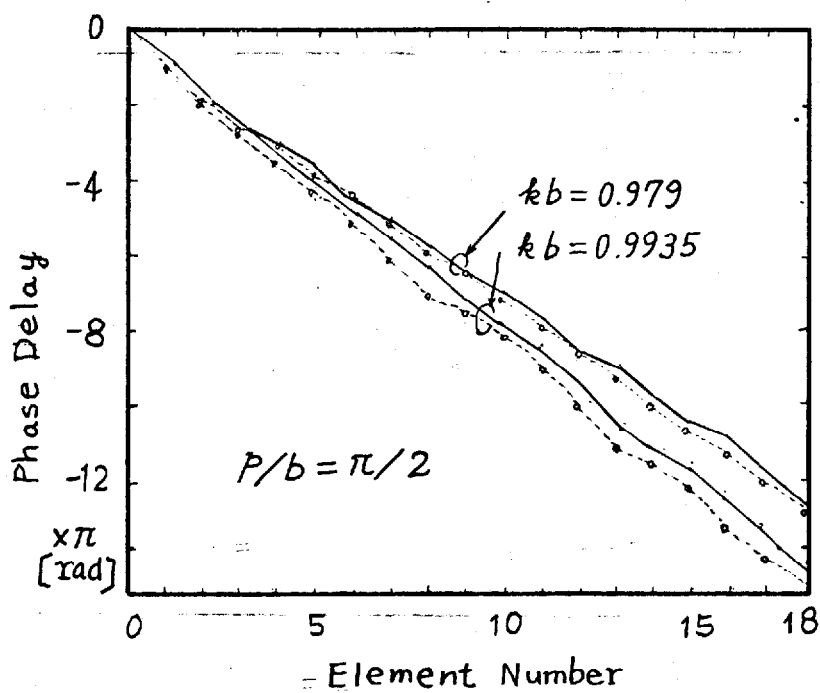


図 4.4 前掲の図の位相分布。これから算出される平均位相定数は2章の結果とよく一致する。

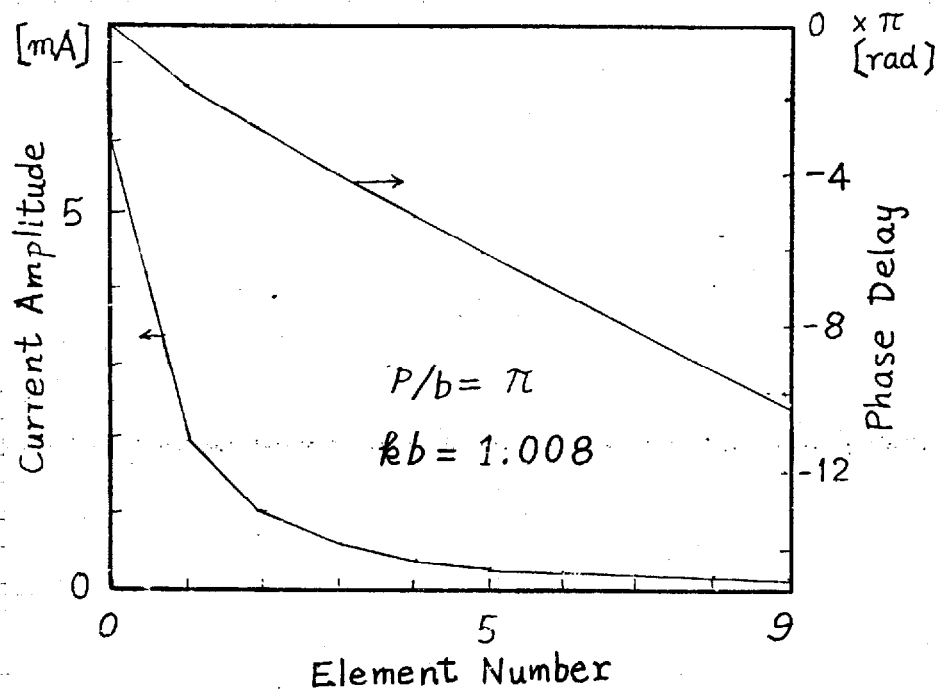


図 4.5 同一半径のループアンテナを10素子並べたアレイの励振特性。給電電圧は1[V]で0番目だけを給電している。前掲の結果とは著るしく違って電流振幅が急速に減衰し、平均位相定数はほとんど自由空間の伝搬定数に等しい。これと同じループ半径、ループ間隔で無限長構造のものには、2章の結果からわかるように、表面波が乗らない。このように無限長構造の持つ性質が、そのまま有限長構造にも現われてくる。

4.1.2 波源を含まない半無限ループアンテナ列

前節ではアレイ理論を周期構造アンテナ列に適用し、有限長でも無限のときと同じような表面波が考え得ることを示した。有限長ループアンテナ列を端の素子から励振すると、励振同位相、構造定数などが無限長のものに対して表面波伝搬を許すようなものならば、有限長アレイのほとんど全長にわたって、無限長構造上の表面波と同じ伝搬定数の波が走り、それからのずれはアレイ両端に近い素子だけに限られる。

したがって、表面波成分は別に扱い、このずれの分だけを含む方程式を作れば、必ずしも全素子にわたるマトリクス表示を用いなくてもよい。

本節および次節では、有限長アレイをそれぞれ終端部近傍および励振点近傍に分けて扱い、表面波成分を除いた残りの電流分布について、それを求める方程式を導く。

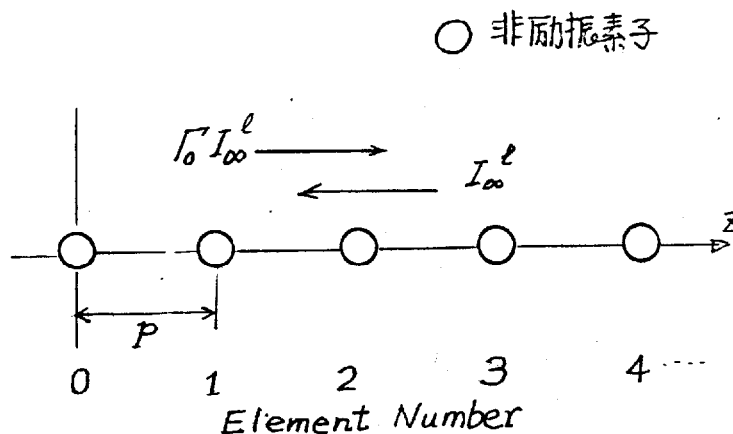


図4.6 有限長アレイの終端部付近では、素子電流が、入射および反射波成分、ならびに乱れの電流の和で表わすことができる。端部の影響を表わす乱れの電流は端部を離れるに従って急速に減少するからアレイは便宜上半無限と考えるよい。

まず、図4.6に示すような半無限のアンテナ列を考える。有限長アレイの端部の影響は、遠くまでは及ばないので、半無限としても事実上は同じことである。このアレイに端部から0, 1, 2, ...と素子番号を付け、各素子電流 I_i を振幅 I_∞ の入射表面波成分、振幅 $\Gamma_0 I_\infty$ の反射表面波成分および乱れの電流 I_i^{cor} の和で表わす。^{[4.7] 注1}

$$I_i = I_\infty e^{+j\beta ip} + \Gamma_0 I_\infty e^{-j\beta ip} + I_i^{cor} \quad (4.22)$$

注1 一般には、ループアンテナ上にいくつかの方向姿勢を考えなければならぬが、ループアンテナ上の各姿勢は直交系なので、単一姿勢の入射表面波に対しては他の姿勢を考慮する必要がない。したがってここでは電流の姿勢番号の添字とは省略する。

ルーフアンテナ列の励振電圧と素子電流は、一般化された相互アドミタンスを使った(4.20)式で関係付けられている。同式を本節に用いるため、 $N \rightarrow \infty$, $j \rightarrow n$ として書き換える。ただし(4.22)式と同様姿態番号は省く。

$$\sum_{n=0}^{\infty} Z_{in} I_n = V_i \quad (4.23)$$

こゝでは、入射波として表面波を考え、その他に励振電圧はないものとする。また、ルーフアンテナ列では、(4.18)式にあるように、姿態間の相互作用がないから、反射表面波も乱れの電流もすべて入射表面波と同じ姿態である。(4.22)式、(4.23)式では、そのつもりで(4.20)式の姿態番号添字を省略した。

上式(4.23)で $V_i = 0$ として(4.22)式の電流分布を代入すると次式を得る。

$$\sum_n e^{+j\beta np} Z_{in} + \Gamma_0 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\beta np} Z_{in} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n^{COR}}{I_{\infty}} Z_{in} = 0 \quad (4.24)$$

上式は i 番目素子に関する式であるが、 $(i+1)$ 番目素子に関する式に $e^{+j\beta p}$ を乗じて引くと、上式第2項の和を消去できる。

$$\begin{aligned} & (e^{+j\beta p} \sum_{n=0}^{\infty} e^{+j\beta np} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{+j\beta np} Z_{in}) \\ & + \Gamma_0 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\beta(n-1)p} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\beta np} Z_{in} \right\} \\ & + \left(e^{+j\beta p} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n^{COR}}{I_{\infty}} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n^{COR}}{I_{\infty}} Z_{in} \right) = 0 \quad (4.25) \end{aligned}$$

この式の第2項は(4.19)式より導かれる $Z_{i,n} = Z_{i+1,n+1}$ の関係を使うと、次式のように和の部分が消える。

$$\begin{aligned}
\text{第2項} &= \Gamma_0 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\beta(n-1)p} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\beta n p} Z_{i+1,n+1} \right\} \\
&= \Gamma_0 \left\{ (e^{+j\beta p} Z_{i+1,0} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-j\beta(n-1)p} Z_{i+1,n}) \right. \\
&\quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} e^{-j\beta(n-1)p} Z_{i+1,n} \right\} \\
&= \Gamma_0 e^{+j\beta p} Z_{i+1,0} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

したがって (4.25) は次式となる。

$$\begin{aligned}
&(e^{+j\beta p} \sum_{n=0}^{\infty} e^{+j\beta n p} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{+j\beta n p} Z_{i,n}) \\
&+ (e^{+j\beta p} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n^{\text{cor}}}{I_{\infty}} Z_{i+1,n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n^{\text{cor}}}{I_{\infty}} Z_{i,n}) \\
&+ \Gamma_0 e^{+j\beta p} Z_{i+1,0} = 0 \quad (4.27)
\end{aligned}$$

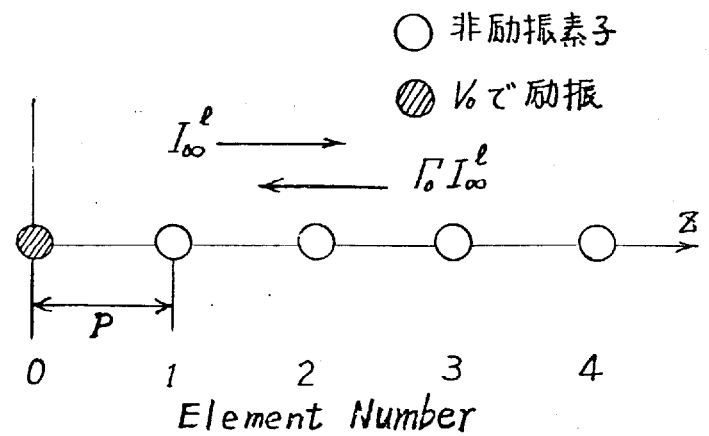
さらに上式で $i \rightarrow i+1$ としたものに $e^{-j\beta p}$ を乗じもとの式 (4.27) から辺々相引くと, (4.26) の変形と同様な操作で第1項の和も消去される。

$$\begin{aligned}
&(Z_{i+2,0} - e^{-j\beta p} Z_{i+1,0}) + (Z_{i+2,0} - e^{+j\beta p} Z_{i+1,0}) \Gamma_0 \\
&+ \sum_{n=0}^{\infty} (Z_{i+2,n} - 2 \cos(\beta p) Z_{i+1,n} + Z_{i,n}) \frac{I_n^{\text{cor}}}{I_{\infty}} = 0 \quad (4.28)
\end{aligned}$$

結局, 上式では $\{I_n^{\text{cor}}\}$ に関する和だけが残る。そして $n \geq M-1$ で $I_n^{\text{cor}} = 0$ とすれば, $i = (0, M-1)$ までの M 個の方程式を連立させて, Γ_0 と $M-1$ 個の $\{I_n^{\text{cor}}\}$ を定めることができる。

4.1.3 半無限ループアンテナ列の励振

有限長アレイの終端部を考え、
 るとは、半無限アレイ上で端
 部に向って進行する表面波を入
 射波として、その反射系数 Γ と
 乱れの電流を求める式を導くこ
 とができた。



励振点近傍の電流についても
 前節と同様な取扱いで、こんど

は0番目素子の給電電圧源 V_0 を
 波源と考えて、表面波電流振幅
 I_∞ および乱れの電流 I_i^{cor} に

ついでの連立方程式を導くことができる。

前節と同様に素子電流を3成分の和で表わす。

図4.7 アレイの励振素子近傍では、素子
 電流が、励振された表面波、端部からの反
 射波および乱れの電流の3成分に分けられる。

$$I_n = I_\infty (e^{-j\beta np} + \Gamma e^{j\beta np}) + I_n^{cor} \quad (4.29)$$

ここで Γ は0番目の素子位置から見た表面波の反射系数で、その絶対値は前
 節の Γ と等しい。

上の素子電流を(4.23)に代入する。このとき0番目素子のみ励振され
 ているから同式右辺は $V_0 \delta_{0i}$ となる。ここに δ_{0i} はクロネッカーのデルタ
 である。

$$I_\infty \sum_{n=0}^{\infty} Z_{in} (e^{-j\beta np} + \Gamma e^{j\beta np}) + \sum_{n=0}^{\infty} Z_{in} I_n^{cor} = V_0 \delta_{0i} \quad (4.30)$$

この式は、(4.25)式と本質的に同じ形をしており、(4.26)で使ったと
 同じ変形を行って第1項の和を消すことができる。

$$\left\{ (Z_{i+2,0} - Z_{i+1,0} e^{j\beta p}) + (Z_{i+2,0} - Z_{i+1,0} e^{-j\beta p}) \Gamma_s \right\} I_\infty \\ + \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{cor} (Z_{i+2,n} - 2 \cos(\beta p) Z_{i+1,n} + Z_{i,n}) = V_0 \delta_{0i} \quad (4.31)$$

前節と同様に、 I_n^{cor} の和を $(M-2)$ で打ち切り、 $i=0, M-1$ までの M 個の方程式を連立させて、 I_∞ と $\{I_n^{cor}; n=0, M-2\}$ を求めることができる。

ここで、(4.29) から (4.31) 式までは、表面波が励振される場合の表示式であったが、表面波が励振されないときは、(4.29) 式で $I_\infty = 0$ であるから、(4.30) 式は $\{I_n^{cor}\}$ だけについての式となり、 n についての和を適当な所で打ち切れば電流分布を求めることができる。

$$\sum_{n=0}^{M-1} Z_{i,n} I_n^{cor} = V_0 \delta_{0i} \quad (4.32)$$

励振素子の電流は、(4.31)、(4.32) 式から求める各状態別電流の和である。これを V_0 で割ると励振素子から見込んだ入力アドミタンス Y_{in} が求まる。

$$Y_{in} = \frac{\sum I_0^e}{V_0} = \frac{I_\infty}{V_0} \{1 + \Gamma_s\} + \frac{1}{V_0} \sum_{\ell} I_n^{cor \ell} \quad (4.33)$$

4.1.4 表面波に着目した有限長同期構造の取扱い。

前の3節で、有限長ループアンテナ列のアレイ理論による解析および実験から、有限長でも無限長の場合に予測される同じ伝播定数、伝播周波数帯域の表面波が乗り得ることが示され、有限長構造の励振部および終端部で成立つ回路方程式が導かれた。これらの結果の式(4.28)、(4.31)および(4.32)を使えば、有限長構造の表面波を主体とした取扱いができる。

ここでは、一つの例として M 個の素子のアレイを考え、図4.8のように0番目素子だけを電圧源 V_0 で励振する。この場合、式(4.28)および(4.31)が使えるためには、励振領域および終端部領域の表面波からのずれの電流(それぞれ $\{I_n^{cor(s)}\}$ および $\{I_n^{cor(T)}\}$ とす)の項数を $(M-2)$ 個以下にとらねばならない。

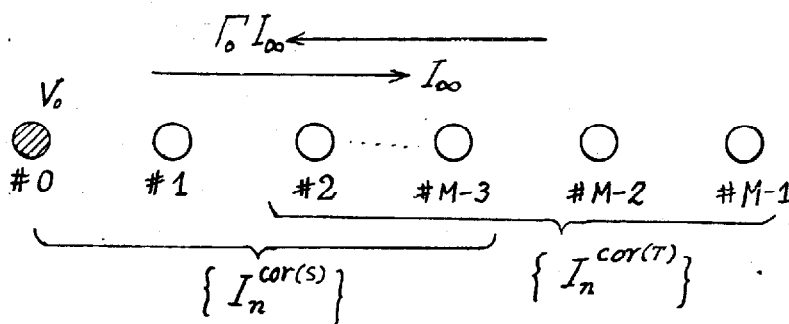


図4.8 素子数 M のアレイを0番目素子から電圧源 V_0 で励振したもの。これを励振点近傍および終端部近傍に分けて扱い、表面波を考えると表示が簡単になる。

しかし、前にも述べたように、このずれの電流は遠くまでは影響をおよぼさないから、長い構造でも短い場合($M \approx 10$)と同じマトリクス次数でよく電流分布を求める数値計算の時間が大幅に削減される。たとえば、(4.20)式を直接計算する場合、掃き出しを行うとすると計算時間は素子数 M の2乗に比例する。一方表面波に着目した(4.28)~(4.32)式によれば、 $\{I_n^{cor}\}$ の個数を N にとれば、計算時間が $2N^2$ 程度でこれは M を増しても変わらない。したがって素子数 M が $\sqrt{2N}$ より大きいとき、表面波表示の式を用いた方が有利である。さらに、(4.20)式は確かに厳密な式ではあるが、言ってみれば「計算機実験」的な性格のもので、見通しが付け難い欠点があ

る。その点，表面波表示の式は適当な近似を入れることによって，アレイの入力アドミタンス，電流分布などについて，定性的な，しかし重要な性質を明らかにすることができる。この例として，(4.28)，(4.31)に第2近傍素子間までの結合を考慮して (approximation of second nearest neighbor interaction)，励振電流あるいは入力アドミタンス，および終端部反射係数などを求めて見よう。

両式で第2近傍素子間までを考慮するのだから， $Z_{i,0}=0, (i \geq 3)$ とする。この仮定の下では， I_n^{cor} の項数は1項しかとれない。

まず，(4.28)式にこれらの仮定を入れて書き下すと次のようになる。

$$(Z_{2,0} - e^{j\theta} Z_{1,0}) \Gamma_0 + Z_{0,0} \alpha = e^{-j\theta} Z_{1,0} - Z_{2,0} \quad (4.34a)$$

$$-e^{j\theta} Z_{2,0} \Gamma_0 + Z_{1,0} \alpha = e^{-j\theta} Z_{2,0} \quad (4.34b)$$

ここで $\alpha = I_0^{cor(\pi)} / I_\infty$ ， $\theta = \beta p$ である。

これを Γ_0 について解くと下のようになる。

$$\Gamma_0 = - \frac{e^{-j\theta} (Z_{0,0} Z_{2,0} - Z_{1,0}^2) + Z_{1,0} Z_{2,0}}{e^{j\theta} (Z_{0,0} Z_{2,0} - Z_{1,0}^2) + Z_{1,0} Z_{2,0}} \quad (4.35a)$$

$$\frac{I_0^{cor(\pi)}}{I_\infty} = -2j \frac{Z_{2,0}^2 \sin \theta}{e^{j\theta} (Z_{0,0} Z_{2,0} - Z_{1,0}^2) + Z_{1,0} Z_{2,0}} \quad (4.35b)$$

周期構造上に表面波が伝搬する時は $\theta < \pi$ で， $\theta = \pi$ ではカットオフ状態になる。上式の結果から，周期構造が表面波に対してカットオフに近付くと $\Gamma_0 \rightarrow -1$ に， $I_0^{cor} \rightarrow 0$ になることが，直ちにわかる。

次に(4.31)式に上と同様の仮定を入れると， I_∞ と $I_0^{cor(s)}$ に対する連立方程式ができる。

$$\{(Z_{z,0} - Z_{1,0}e^{j\theta}) + (Z_{2,0} - Z_{1,0}e^{-j\theta})\Gamma_s\} I_{\infty} + (Z_{2,0} - 2\cos\beta p)Z_{1,0} + Z_{0,0}) I_0^{cor(s)} = V_0 \quad (4.37a)$$

$$(-Z_{1,0}e^{j\theta} - Z_{2,0}e^{-j\theta}\Gamma_s) I_{\infty} + (-2\cos\beta p)Z_{2,0} + Z_{1,0}) I_0^{cor(s)} = 0 \quad (4.37b)$$

一般に相互インピーダンス Z_{ij}^e は $|Z_{0,0}| > |Z_{1,0}| > |Z_{2,0}|$ であるから, (4.37a) の I_{∞} , $I_0^{cor(s)}$ の係数のうち絶対値が最大のものだけをとって後を無視することによれば, (4.37) は下式のように簡単化される。

$$(-Z_{1,0}e^{j\theta} - Z_{1,0}e^{-j\theta}\Gamma_s) I_{\infty} + Z_{0,0} I_0^{cor(s)} = V_0 \quad (4.38a)$$

$$(-Z_{2,0}e^{j\theta} - Z_{2,0}e^{-j\theta}\Gamma_s) I_{\infty} + Z_{1,0} I_0^{cor(s)} = 0 \quad (4.38b)$$

これを解いて I_{∞} , $I_0^{cor(s)}$ を求め (4.29) に代入すると励振電流が与えられる。

$$I_0 = -\frac{V_0 Z_{1,0}}{(Z_{0,0}Z_{2,0} - Z_{1,0}^2)} \frac{(1 + \Gamma_s)e^{-j\theta}}{(1 + e^{-2j\theta}\Gamma_s)} + \frac{V_0 Z_{2,0}}{Z_{0,0}Z_{2,0} - Z_{1,0}^2} \quad (4.39) \quad \text{注}$$

ここで, 全素子数を M とすれば, Γ_0 と Γ_s の間には次のような関係が成立つ。

$$\Gamma_s = e^{-2j(M-1)\theta} \Gamma_0 \quad (4.40)$$

これらによって, 励振素子の入力アドミタンス Y_{in} は次のように与えられる。

$$Y_{in} = Y_{coupl} Q(\theta) + Y^d \quad (4.40)$$

こゝに Y_{coupl} , Y^d はそれぞれ表面波との結合アドミタンス. および励振電流に対するアドミタンスを表わし, $Q(\theta)$ は反射表面波による表面波励

注, (4.39)式第一項に負号が付いているが別に負性抵抗が現われるわけではない。
実際に $Z_{1,0}$ の値を代入すると I_0 の実数部は正になる。

振の伝減係数を表わしており、次式で与えられる。

$$Y_{\text{coupl}} = \frac{-Z_{1,0}}{(Z_{0,0}Z_{2,0} - Z_{1,0}^2)} \quad (4.41)$$

$$Y^d = \frac{Z_{2,0}}{(Z_{0,0}Z_{2,0} - Z_{1,0}^2)} \quad (4.42)$$

$$Q(\theta) = \frac{(1 + \Gamma_0 e^{-2j(M-1)\theta}) e^{-j\theta}}{(1 + \Gamma_0 e^{-2jM\theta})} \quad (4.43)$$

この式のうち最初の2式は周波数によってさほどはげしく変化しないが、3番目の式は、アレイの長線路効果のため極めて変化の大きい周波数特性を示す。(4.35a)より、表面波の伝搬帯域内で $|\Gamma_0| < 1$ であるから、(4.43)で与えられる $Q(\theta)$ は $\theta = (0, \pi)$ 間に M 個のピークを持つ。また、(4.41)(4.42)式で素子間の相互作用が急速に減少する場合を考えると

$$Y_{\text{coupl}} \cong 1 / Z_{1,0} \quad (4.44)$$

$$Y^d \cong 1 / Z_{0,0} \quad (4.45)$$

となり、直感的にかなり理解しやすい結果を与える。

このように、第2近傍素子間までの大はばな近似でも、(1)終端の表面波反射係数 Γ_0 は伝搬帯域の上端で1に近付き、アレイ上の表面波の定在波比が大きくなる。(2)そのとき、終端の乱れの電流は0に近付き、表面波電流だけになる。(3)入力アドミタンスには、反射表面波の影響で共振状のピークが多数あらわれる。(4)ピークの生ずる周波数は $\theta \approx n\pi/M$ (n は整数 $< M$)となる点である。(5)表面波との結合インピーダンスはほぼ $Z_{1,0}$ で決まる。(6)同様に乱れの電流は、第1近似として $V_0/Z_{0,0}$ 、すなわち自己インピーダンスのみで決まると考えてよい、等の性質が容易に導かれる。

4.2 固有共振励振から見た磁流アンテナの特性評価。

表面波が励振されるような構造では、たとえ構造が有限長のものであっても、一度表面波が乗ってしまえばその伝搬は伝送線路方程式に従う。ループアンテナ列の場合には、おしるこの励振特性が問題であったが、これが問題にならないような構造があれば、その解析は容易であろうと考えられる。実際、レッヘル線のような TEM 波線路では、TEM 波の励振効率が極めて高く線路上に伝わるので TEM 波（線路上の固有共振である）が伝搬していると考えてよいから、伝送線路方程式だけで精度の高い取扱いができる。その他、同軸線路や通常の導波管などもその良い例であり、さらにアンテナではロンビック、フムシュボーンあるいはコームアンテナのような進行波形のものに同様の取り扱いを見ることが出来る。

ここでは、アンテナの新しい形態である磁流アンテナを取り上げ、これがほとんど伝送線路として取り扱えることを示し、その入力インピーダンス特性およびアンテナ上の電流分布を求めた。この結果は実際の設計上有用な資料となる。

4.2.1 平行らせん回路の励振と伝搬特性。

半径が波長に比して小さいらせん状導線を2本、巻く向きを互いに逆にして並べ、軸方向にも一定間隔毎に巻き方を逆にした構造は線状磁流源になり得る。これは伝送線路形磁流アンテナとして1964年に関口、稲垣、箱田等によって発表されている^[4.9]。そして、その放射機構は軸方向の逆転巻き部にあると考えられている。すなわち、平行らせん線路を伝搬してきた表面波が、逆転巻き部で反射、散乱され、散乱されたエネルギーが放射波のエネルギーとなる(図4.9)。この不連続部の影響は、らせん線路上の表面波に着目すると図4.9(b)のようにT型等価回路に表わすことができる^[4.8]。

このように、磁流アンテナの基本素子は、軸方向に逆転巻き部を持たない平行らせん線路である。この線路の解析は多素子アンテナの問題に帰着させ

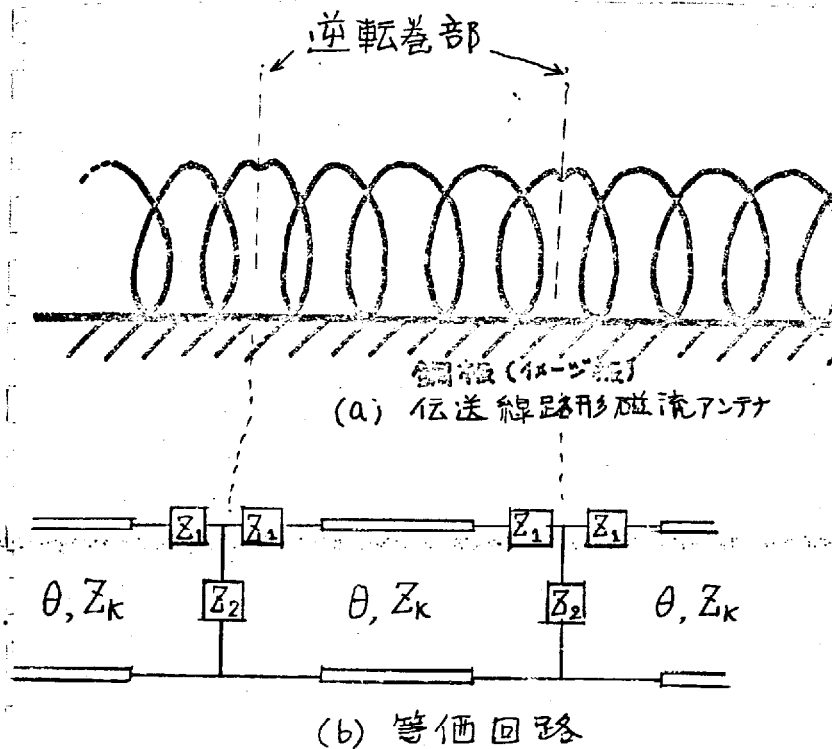


図4.9. 伝送線路形磁流アンテナは、半径が波長に比べて小さいらせん状導体を2本巻き方を逆にして平行に並べ軸方向に一定間隔で巻く向きを逆転した構造である。(a)では、イメージ板を使った構造になっている。(b)はこれを、らせん回路の表面波に着目し逆転巻き部を等価回路表示したものの。

[4.10]
 この方法により行われており、これに沿う表面波の伝搬定数、特性インピーダンスなどがすでに得られている。しかし、実際にアンテナとして動作させるときは、何らかの方法でらせん回路上に表面波を励振しなければならない。

平行らせん線路は、レッヘル線路の変形で平衡給電を行うから、もともと励振効率が高いと思われるが、その確証は今まで与えられていない。一般に

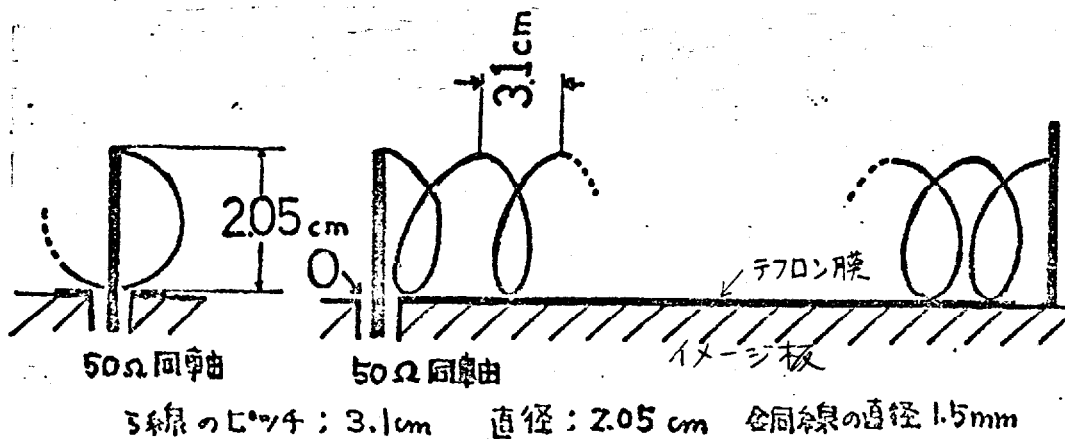
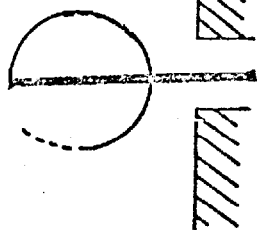


図4.10 先端を短絡した平行らせん線路をイメージ板で構成し、同軸線路で給電している。

45 TURNS SHORT-CIRCUIED END

450 - 550 MHz



HELIX-COAX JUNCTION
AT FEED POINT

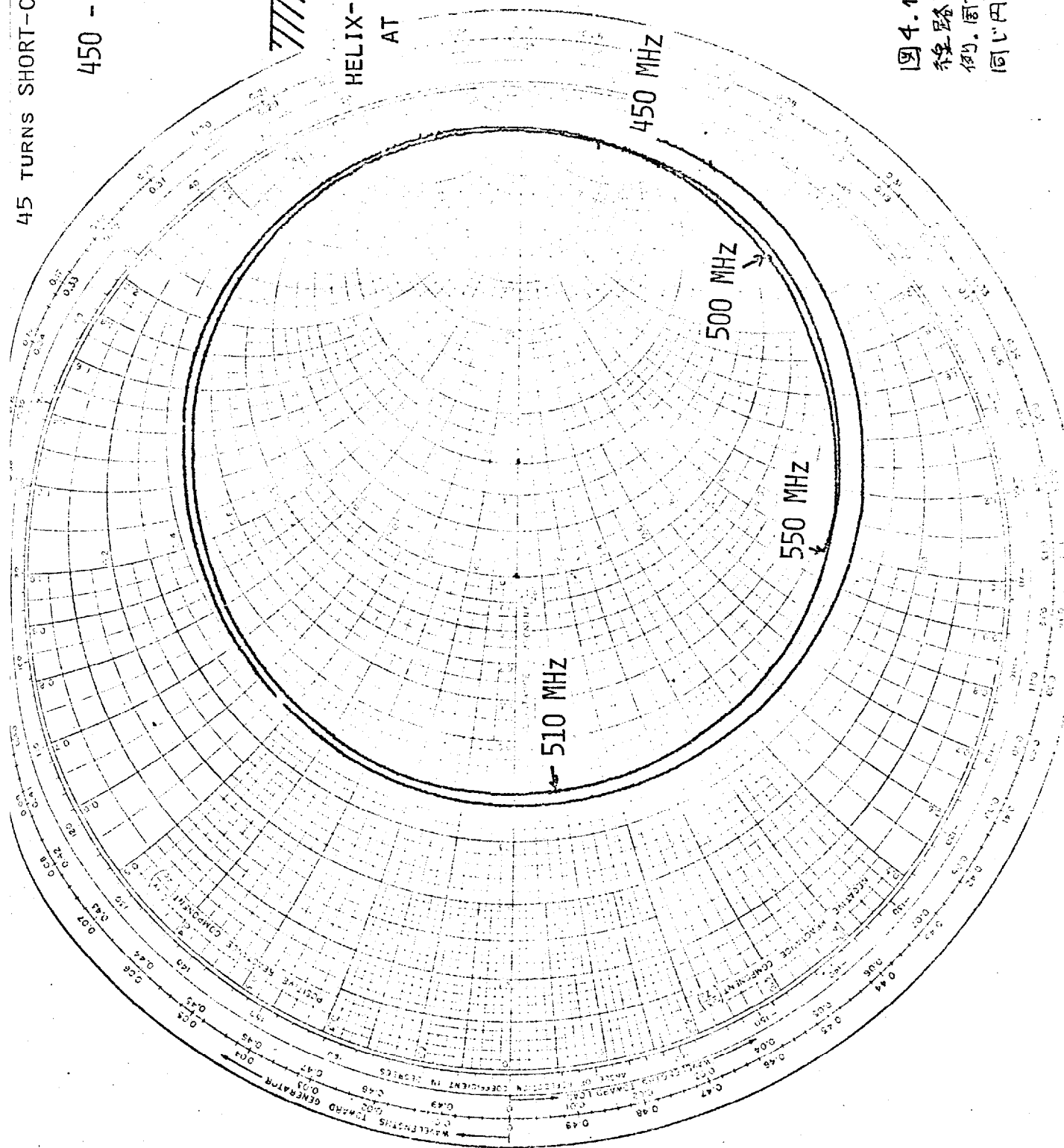


図4.11(a) 先端短絡らせん
線路の入力インピーダンス測定
例。図4.11(a)が表ともほとんど
同じ円周上を動いている。

450 - 550 MHz

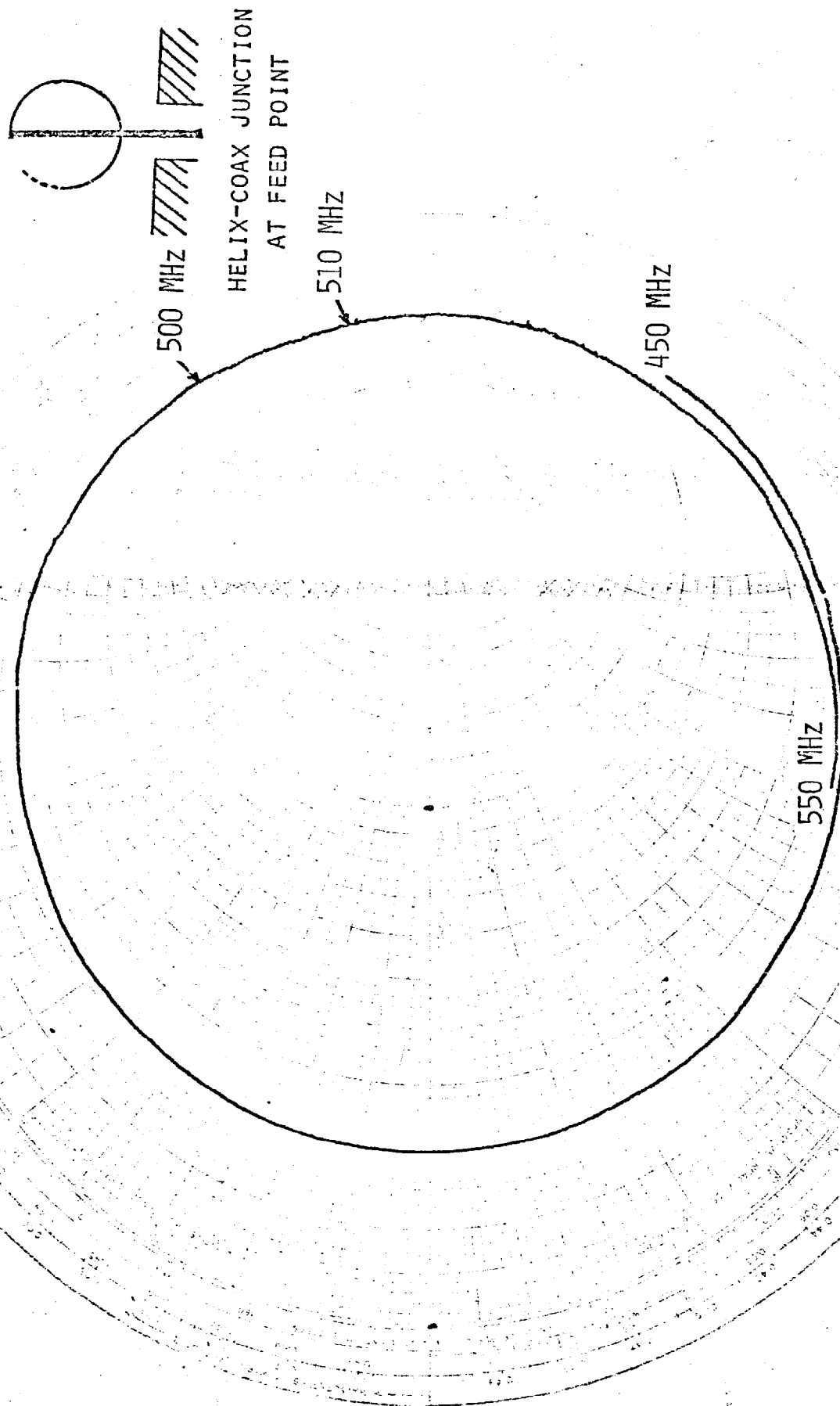
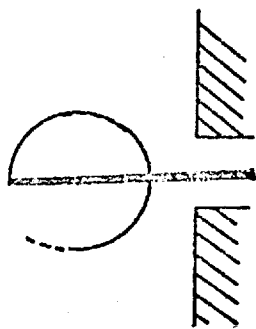


図4.11 (b)

らせん線路のインピーダンス

39 TURNS SHORT-CIRCUITED END

450 - 550 MHZ



HELIX-COAX JUNCTION
AT FEED POINT

510 MHZ

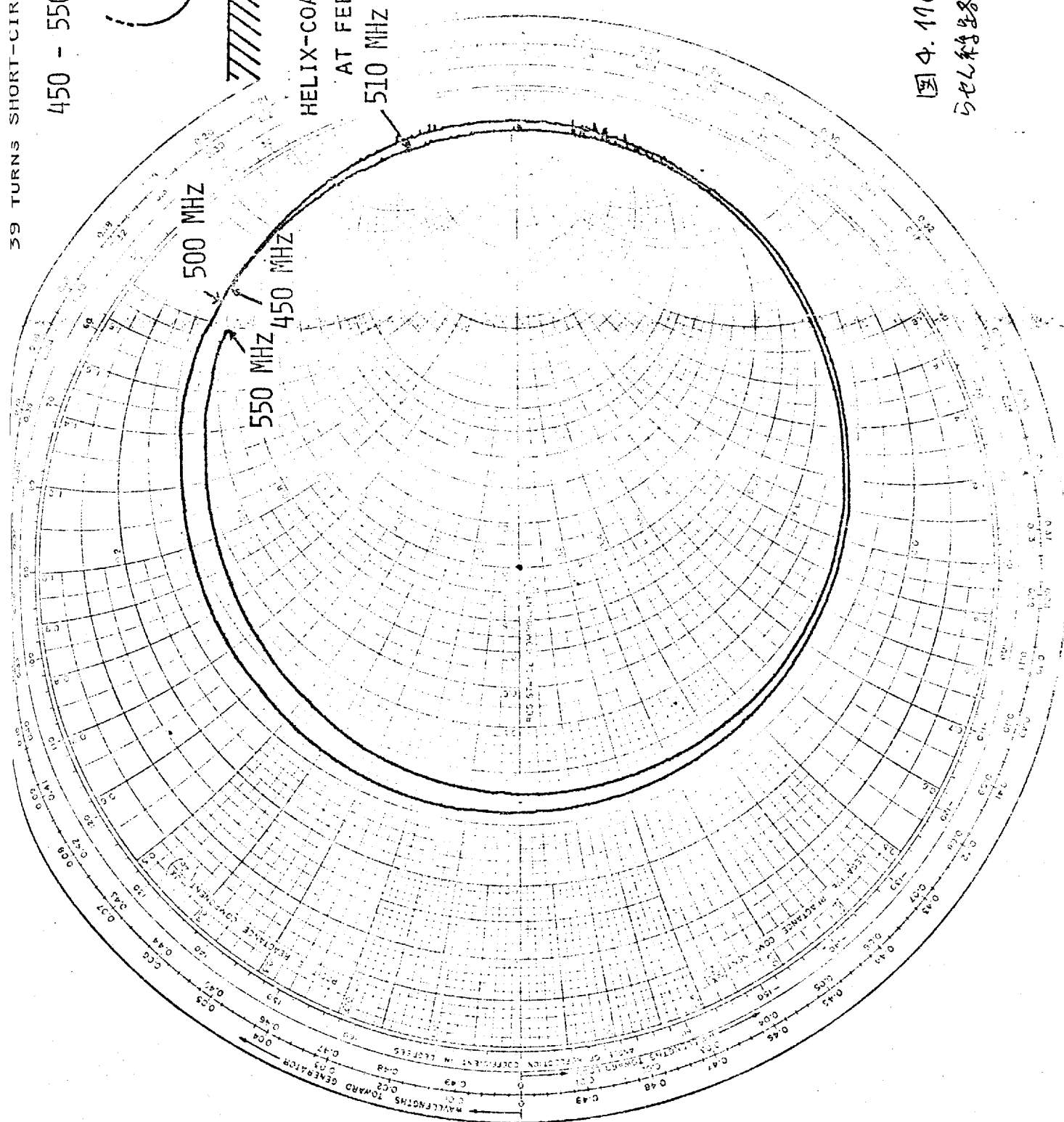
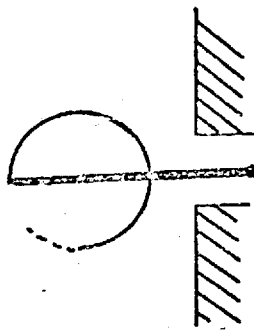


図 4. 11(C)

らせん線結合入カインピーダンス

58 TURNS SHORT-CIRCUITED END

450 - 550 MHz



HELIX-COAX JUNCTION
AT FEED POINT

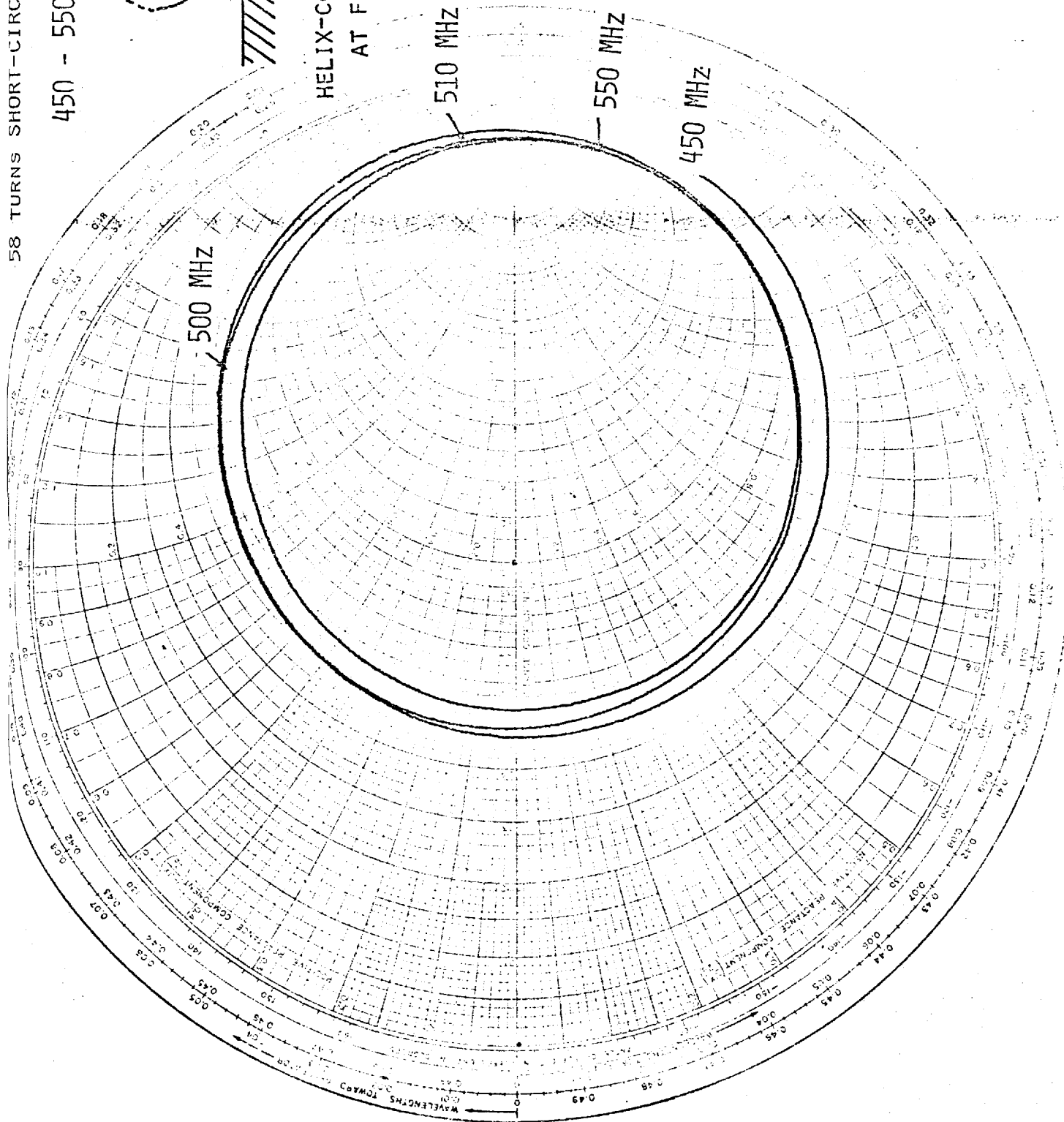


図4.11(d)

らせん線路のインピーダンス

周期構造上に波を励振する場合、給電部で界分析が乱れそこから直接放射はされれないと同時に、給電部の形状の変化で入カインピーダンスが大きく影響されることが多い。

□ ここでは、磁流アンテナの等価回路による取扱いの正当性を保証するため、まず平行らせん線路の励振特性を調べることにする。実際の磁流アンテナはイメージ板上に設置されることが多いので、図4.10に示すようなイメージ板上のらせん線路を同軸で励振した場合を考える。このような励振をしたとき、同軸とらせん構造とはなめらかにつながらないから、何らかの直接放射損失が起るであろう。また、給電部に何らかのリアクタンス分が生ずるかもしれない。

□ これを調べるため、図4.10のようにらせん線路の終端を短絡し、同軸先端(図中○点)を基準面としたインピーダンスを考える。図4.11はらせんの巻数45、半径20.5 mm、ピッチ31.0 mmの場合の測定例であるが、これでわかるように、インピーダンス軌跡はスミス図上で半径一定の円をえがく。そして、この傾向は巻数の増減には関係しない。

□ 一般に損失のある伝送線路を見込んだインピーダンスの軌跡は、図4.12に示すように、中心が原点より少しだけずれた半径 R の円となる。したがって、

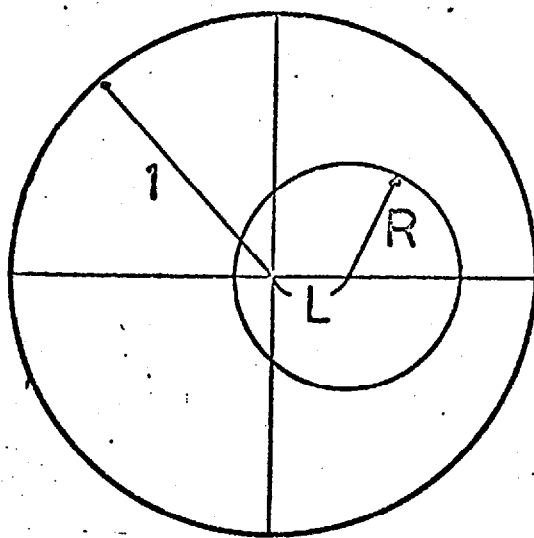


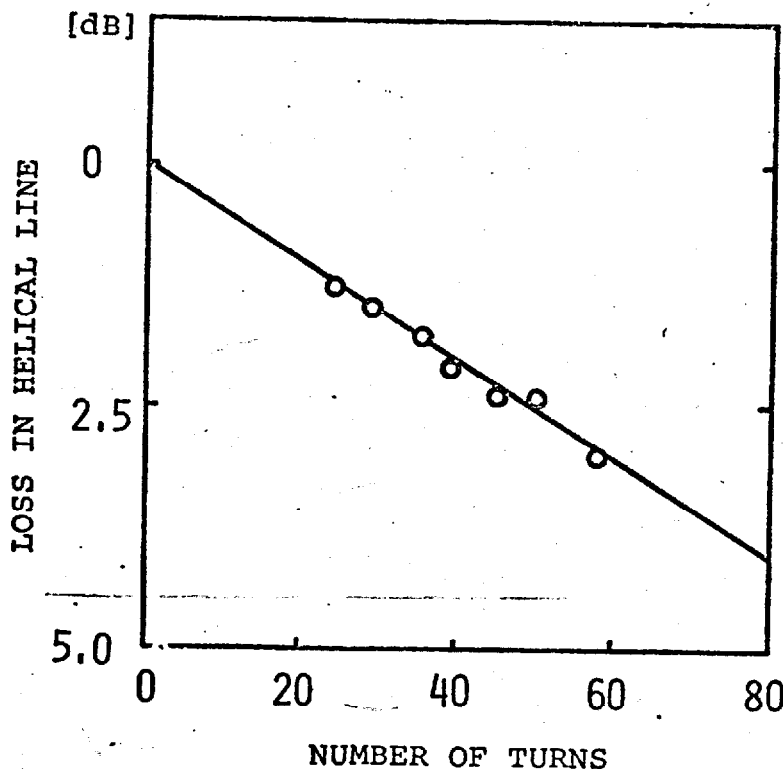
図4.12一定損失を持つ伝送線路を見込んだインピーダンスのスミス図上での軌跡。一般に中心が原点から少しだけずれた半径 R の円となる。

らせん線路のインピーダンス軸跡が図4.11のように半径一定の円を描いたことは、とりも直さずらせん線路が0点から見て、ほぼ理想的な伝送線路に見えることを示している。

これに着目すると、インピーダンス軸跡の半径 R と中心偏移量 L によって、らせん線路の特性インピーダンス Z_k と基準線路の特性インピーダンス Z_0 の比 $T (\triangleq Z_k / Z_0)$ 、および基準面から外の損失 A を下のように表わすことができる。

$$T = \sqrt{\frac{(L+1)^2 - R^2}{(L-1)^2 - R^2}} \quad (4.46)$$

$$A = \frac{PR}{P - L} \quad (4.47)$$



$$P = \frac{T + 1}{T - 1} \quad (4.48)$$

図4.13 らせん線路の長さを変えたときの損失の変化。

らせん線路の長さを変えたときの測定値(4.11(a)~(d))から R 、 L を読み取り、上の式に代入して T 、 A を求めると、 T は測定誤差の範囲内で2.9と一定値をとり、 A はらせん線路の全巻数、すなわち長さによって

図4.13に示すように変化した。図4.11で、インピーダンス軸跡が実軸に関して対称であることから、給電部のリアクタンス分は無視できるほど小さいことがわかる。さらに、図4.13のぐらぶを左へ延長する(実線)と、巻数0の時に丁度損失も0になる。したがって、給電点からの直接放射による損失も、姿態変換に伴なうリアクタンス分も事実上考えなくとも良いと言える。

つぎに、給電点で、同軸とらせん線路の接続のしかたによって入力インピーダンスがどのくらい変化するかを調べるため、図4.14に示すよう、給電部の形状を変えてインピーダンス軸跡を測定した。接続点を変えるため、線長を印りつけているのでその分だけ位相が回転しているが、図4.12で定義した R , L の値は変化していない。したがって、 Γ でも、給電点の形状による差異は認められない。

このように、磁流アンテナの基本的な構成素子である平行らせん線路の励振においては、給電線の同軸TEM姿態から平行らせん線路等波姿態へとスムーズに接続されることがわかる。このことは、磁流アンテナが、給電点まで含めた形で、等価回路で極めて適確に取り扱えることを意味する。

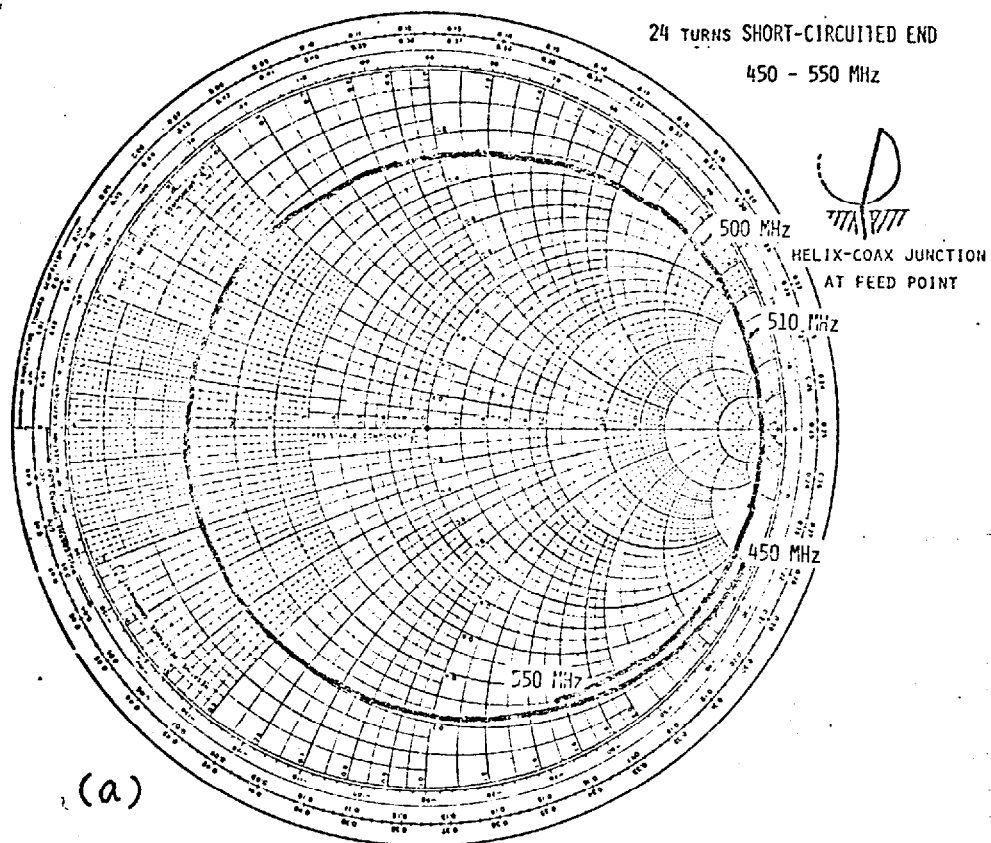
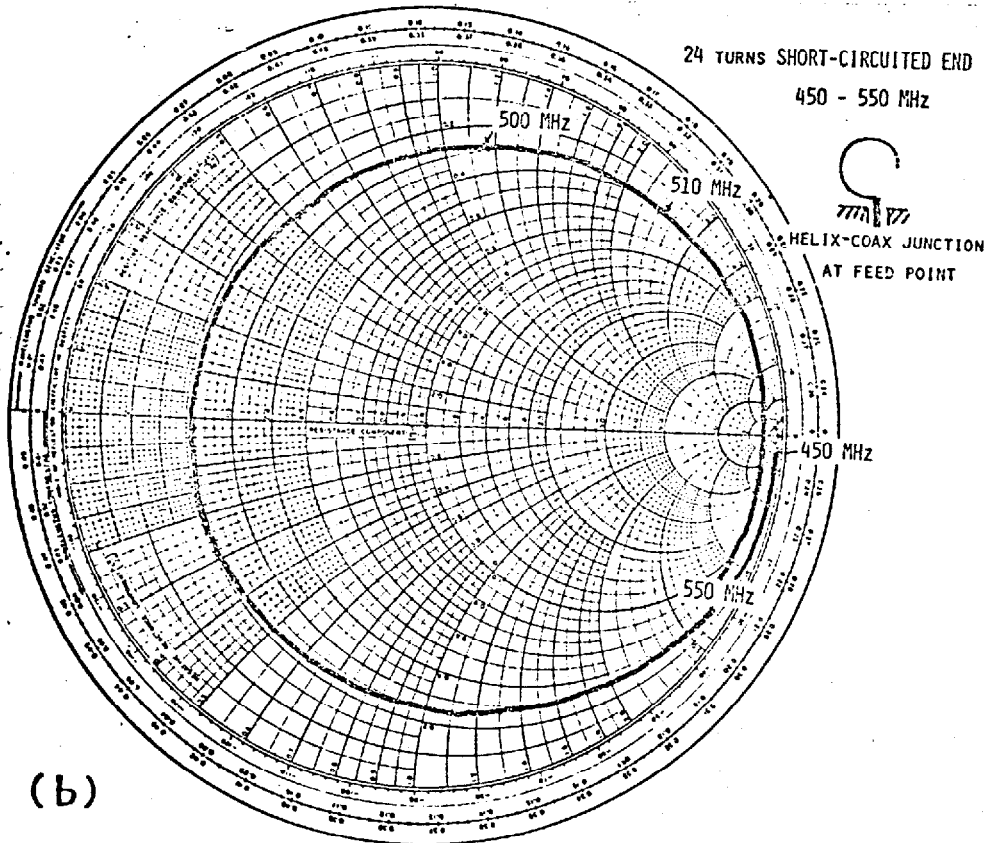


図 4.14

給電部の形状
を変えたとき
のインピータ
ンス軌跡、
(a)給電部をラ
センの上部につ
けた場合。(b)
ラセンの下部
につけた場合。



4.2.2 T-マトリクスによる不連続部の表示。

前節で明らかになったように、平行らせん線路への表面波励振には特別な取り扱いが必要なため、磁流アンテナ全体を、伝送線路に逆転巻き部の集中定数回路を挿入した等価回路(図4.9(b))で表わすことができる。この等価回路は同一の区間が多数カスケード接続された形なので一区間を表わすT-マトリクスを求めておけば、区間数だけ掛け算をして入カインピーダンスや電流分布を計算することが出来る。

T-マトリクスは、マイクロ波回路で良く使われるS-マトリクスと同様に回路に出入する波の波電圧を互いに結びつけるものであるが、S-マトリクスが、電力の出入に重点を置いてゐるのに対して、各端子間の関係を与えるものである。

たとえば、図4.9(b)の等価回路の一区間を図4.15(a)のように選べば、入出力端子間の電圧の関係は、このT-マトリクスによって次のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_1^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^- \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

ただし $[T] \triangleq \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ とする。

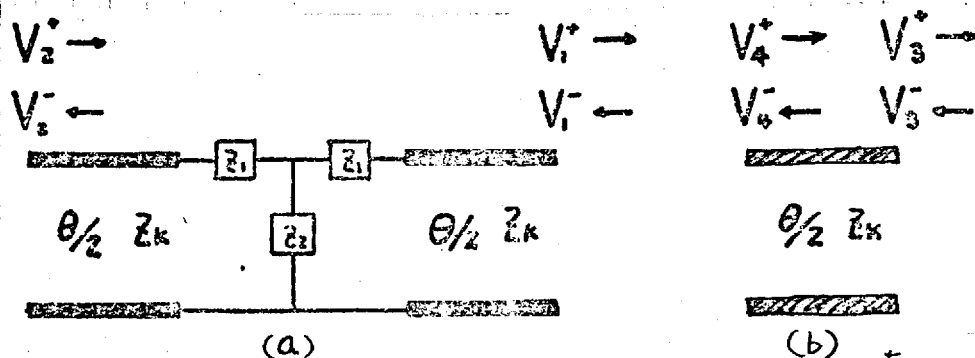


図4.15 磁流アンテナ一区間を表わす等価回路。 $V_i^\pm$ は表面波電圧、 i は端子番号、 $\pm$ は波の進行方向(電源に対して)をあらわす。

これは、さらに電気角 $\theta/2$ 、特性インピーダンス Z_k の伝送線路部分と、 Z_1 、 Z_2 の T 型集中定数回路のマトリクスに分けられる。図 4.15(b) の伝送線路部分の T マトリクス $[T_1]$ は

$$[T_1] = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\theta}{2}} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

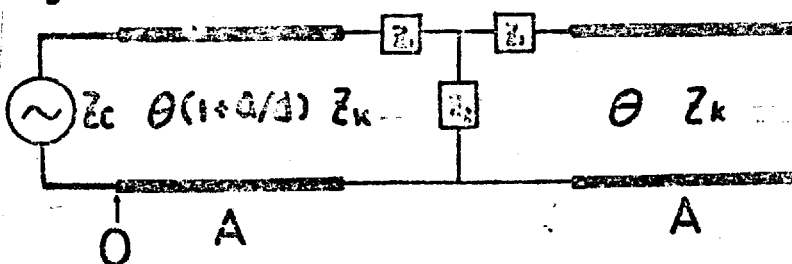
で与えられ、集中定数回路のマトリクス $[T_2]$ は下式で与えられる。

$$[T_2] = \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} a' &= 2 \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} - \frac{(Z_1 + 2Z_2)Z_1}{Z_2} - \frac{1}{Z_2} \\ b' &= -c' = \frac{(Z_1 + 2Z_2)Z_1}{Z_2} - \frac{1}{Z_2} \\ d' &= 2 \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} + \frac{(Z_1 + 2Z_2)Z_1}{Z_2} + \frac{1}{Z_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

この集中回路定数は、IC T による精度な取扱いで与えられ、 Z_1 は C 性でかなり小さく、 Z_2 は L 性で大きな値であることがわかっている。またこの値は、図 4.16 のような構成で終端条件 S' をかえ S_0 を測定して、逆算により求めることができる。

S_0, S
 $V_0^+ \rightarrow V^-$
 $V_0^- \rightarrow V^-$



S'
 $V_0^+ \rightarrow$
 $V_0^- \rightarrow$

図 4.16. 集中定数測定回路. 2 区間構成で終端反射係数 S' を変えて S_0 を測定する。一般に Z_k と Z_c は等しくないため $S \neq S_0$ とはならない。

図4.17は S_{11} の測定値である。この測定値から、 Z_2 を決めるのは困難であるが、 $|Z_2| \gg Z_1$ であるから Z_2 を無視することができ、 Z_1 が計算される。実験に用いた磁流アンテナは、図4.10に示したと同じらせん線路を使い、4巻毎に巻き方を逆にしている。この回路の特性インピーダンスは約290Ω、一区間の長さは12cmで中心周波数が512MHzである。磁流アンテナの中心周波数は、一区間がらせん線路に沿う波の半波長となる周波数を言う。

図4.18は Z_1 、 Z_2 の測定値である。この値は、ICTによる計算値とオータムは一致している。

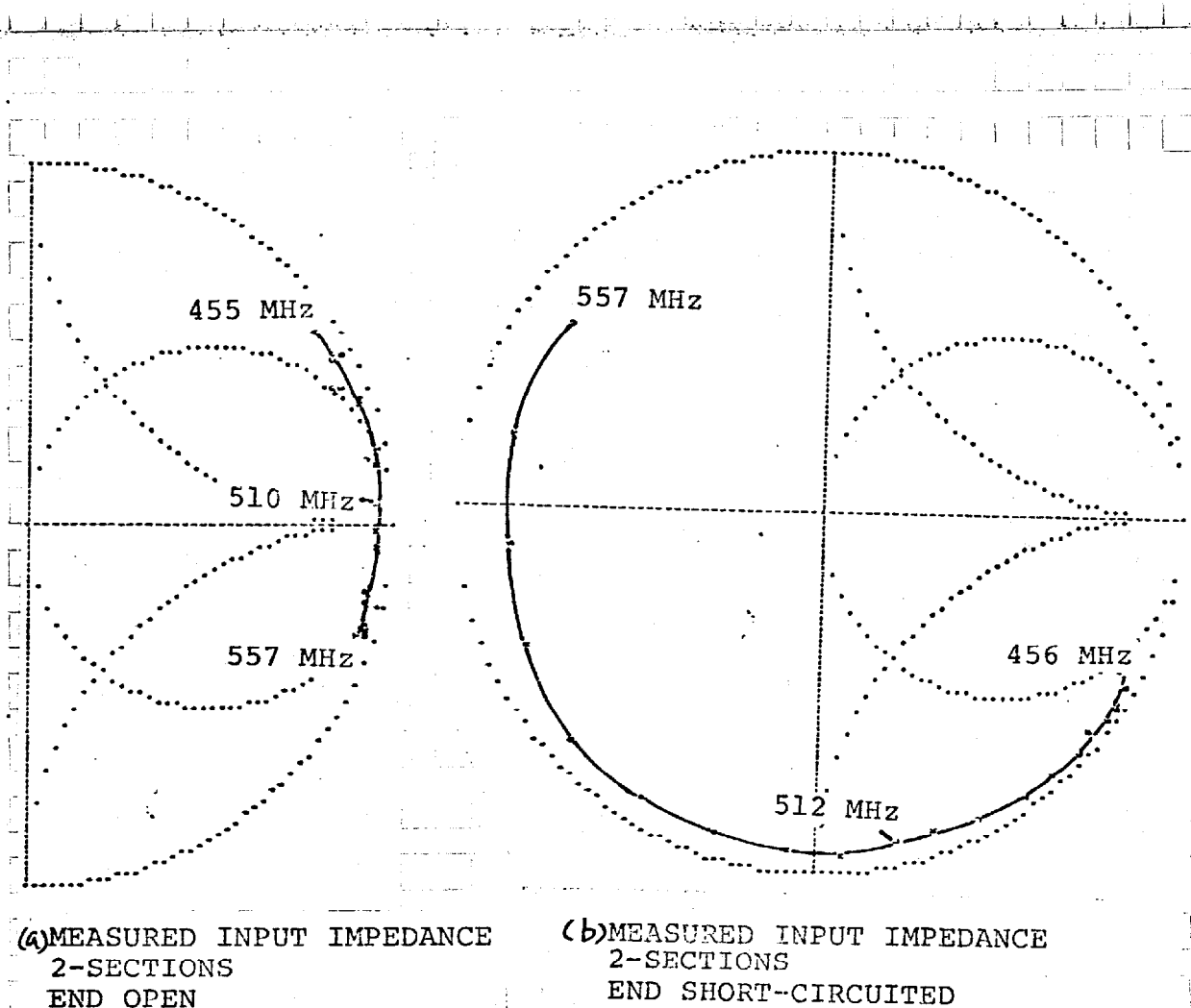


図4.17. 2区間磁流アンテナの入力インピーダンス測定値、らせんの寸法は図4.10と同じで、巻き方を4巻ごとに逆にしてある。中心周波数512MHz。

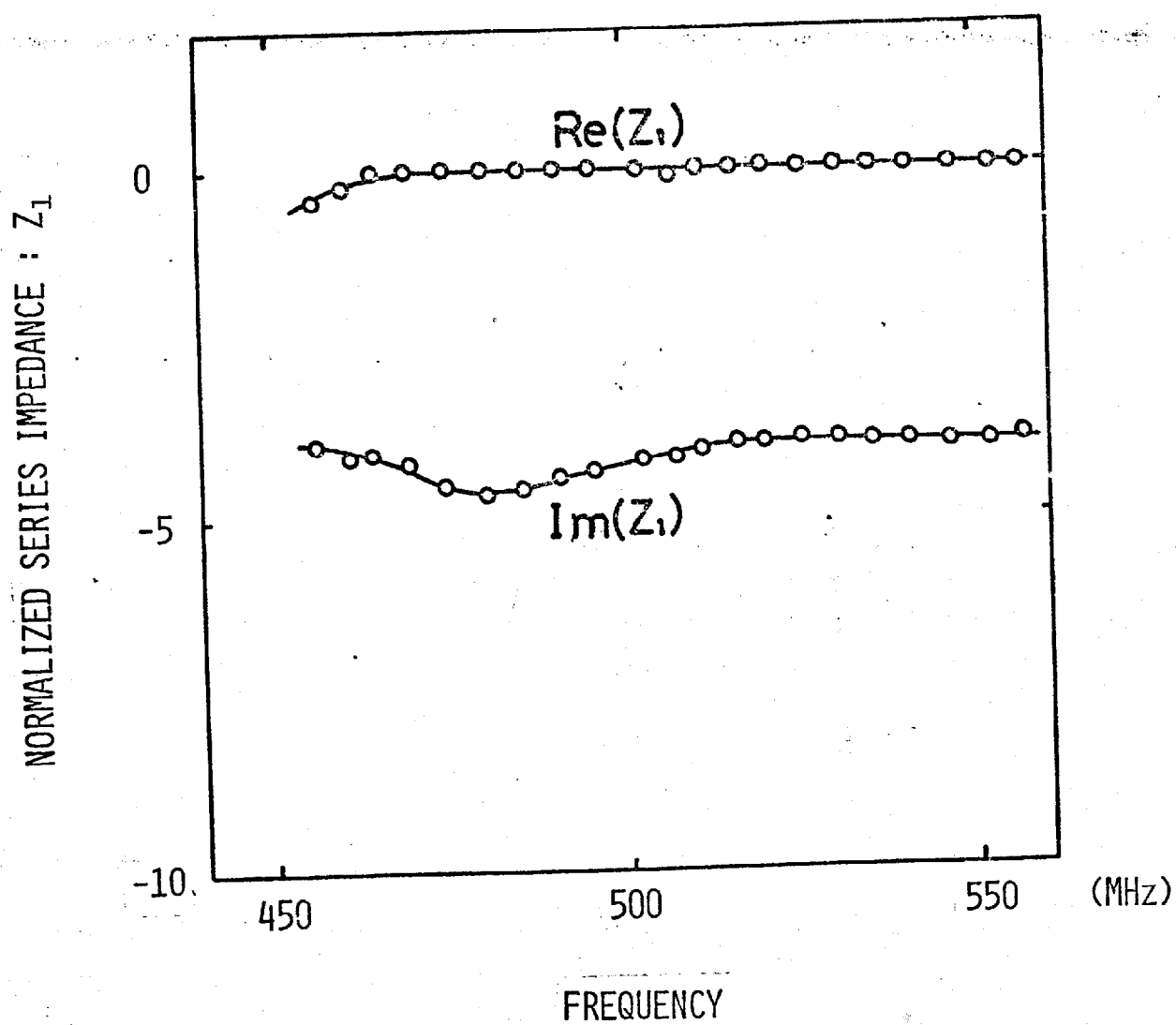


図 4.18 (a) Z_1 の測定値.

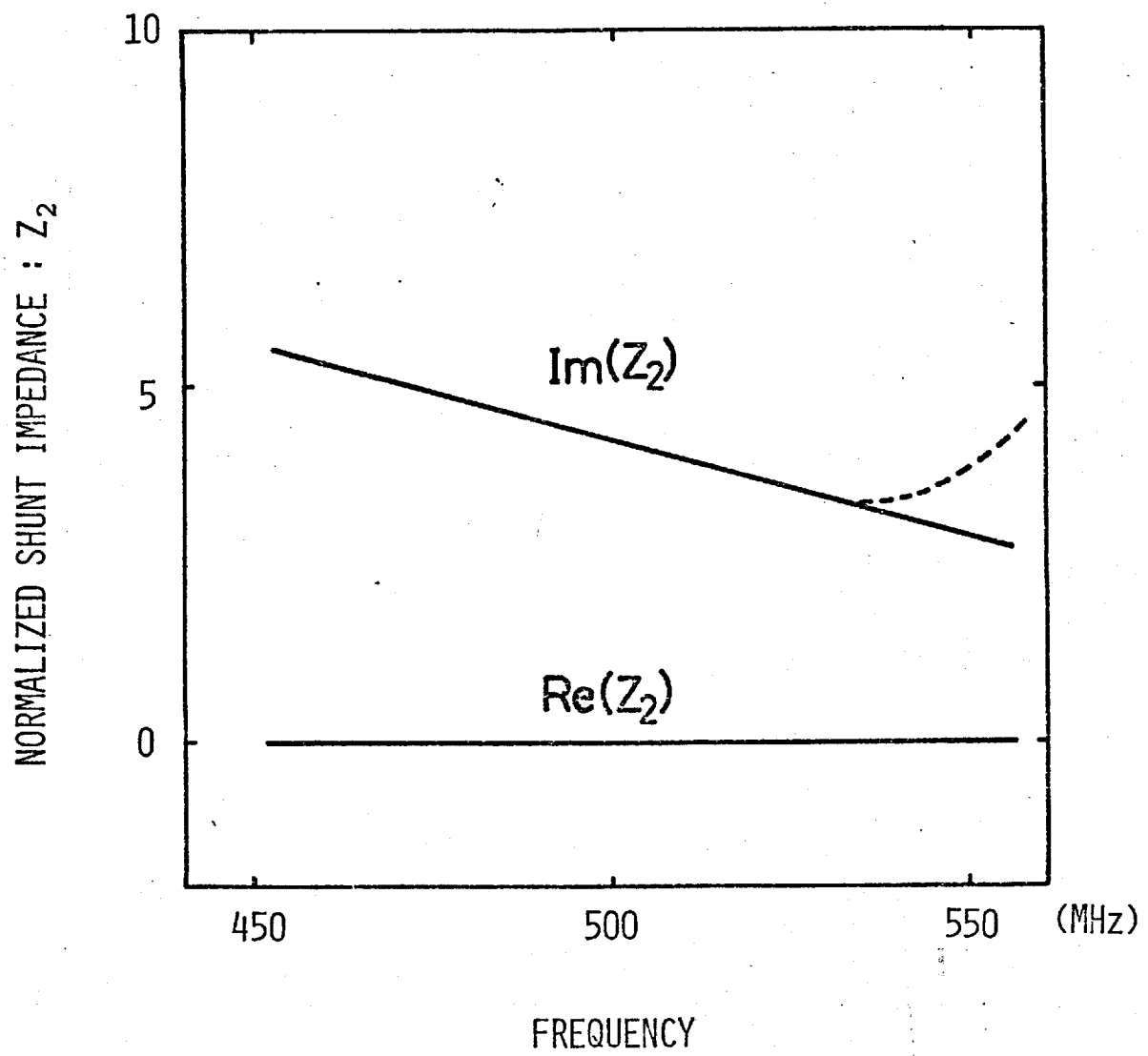


図 4.18 (b) Z_2 の推定値

4.2.3 入力インピーダンス。

前節で述べた磁流アンテナ区間を表わすT-マトリクスを、そのまま望む区間数だけ掛け合せて、図4.10に示したような長い磁流アンテナの入力端反射係数、あるいは入力インピーダンスが計算される。

n 区間のTマトリクスを $[T]_n$ で表わせばそれは、(4.49)式の $[T]$ を使って、形式的に次のように書ける。

$$[T]_n = [T_1][T]^n[T_1] \quad (4.52)$$

これらのマトリクス要素 a_n, b_n, c_n, d_n と、終端での反射係数 S' を使えば、入力端反射係数 S が下式のように書ける。

$$S = \frac{a_n S' + b_n}{c_n S' + d_n} \quad (5.53)$$

また、
$$\alpha = \frac{Z_k}{Z_c} \quad (5.54)$$

とおけば、図19のO点から見た入力端反射係数 S_0 は次のように表わされる。

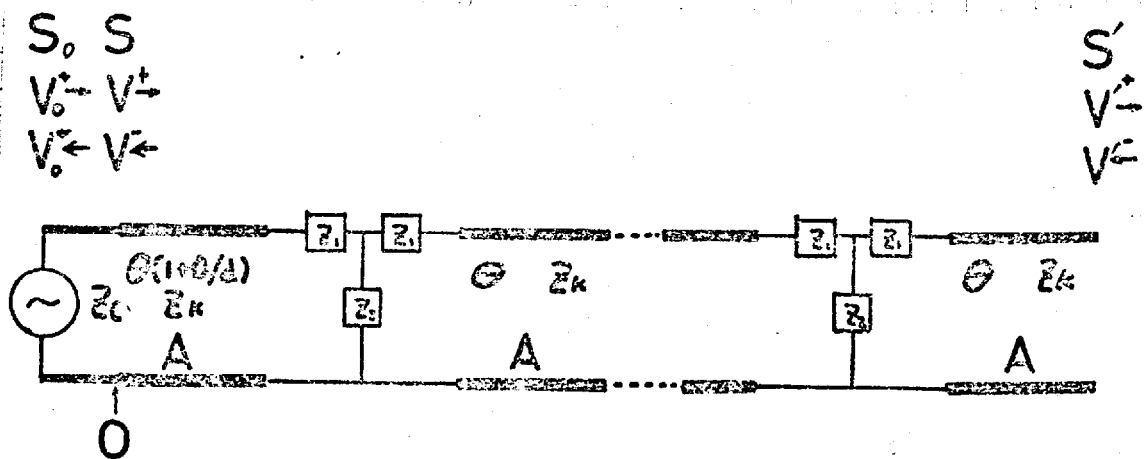


図4.19 磁流アンテナ等価回路と各部のパラメータ。

$$S_0 = \frac{(1+S)\alpha - 1 + S}{(1+S)\alpha + 1 - S} \quad (5.60)$$

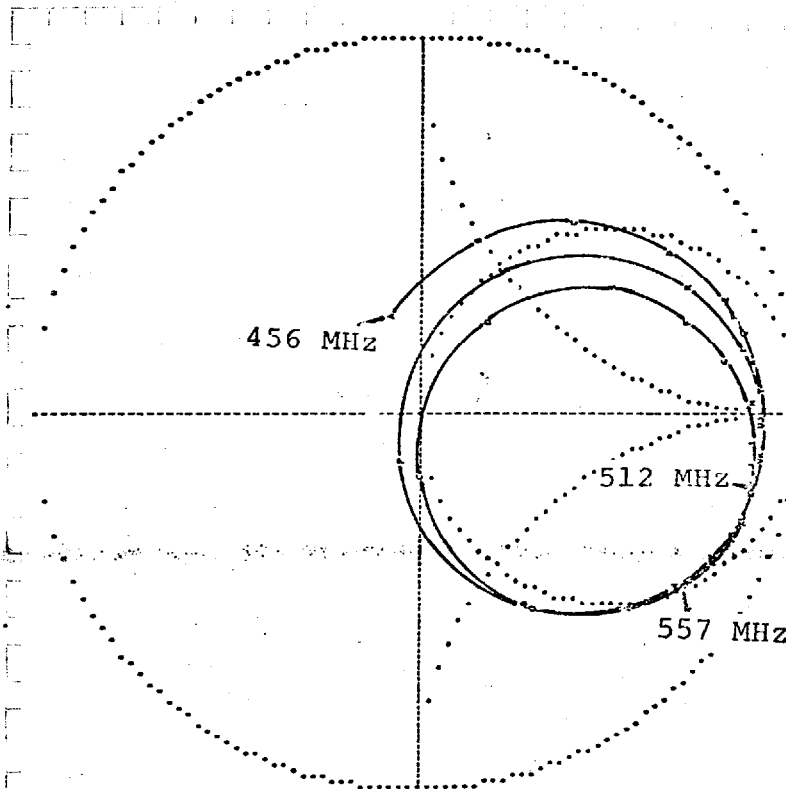
今まで実験で求めた Z_1 , Z_2 (図4.18) および $\alpha (=2.9)$ を使って, 上式を数値計算して入カインピーダンス軌跡を求めると図4.20 のようになる。同図(a), (b) および (c) はそれぞれ 終端開放, 終端短絡および終端整合の15区間磁流アンテナについての軌跡である。このアンテナはどの場合も中心周波数 $f_0 = 512 \text{ MHz}$ で一区間の長さが表面波の一波長となる。

同図(d) は, (a) と同じ終端開放であるが, 一区間の長さを偏差5%でランダムに変えた構造の入カインピーダンスである。実際の構造には, この区間長など, ランダムな偏差が避けられないが, (4.52) 式の $[\Gamma]$ を 43.13 変えれば, このような場合の特性も簡単に知ることが出来る。

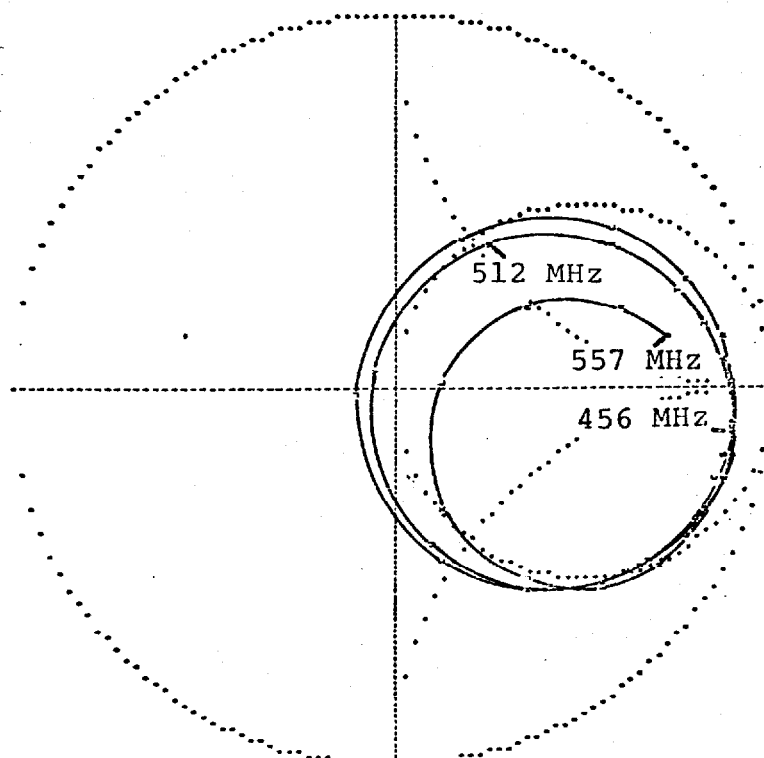
実際の構造の測定値は図4.21 4.22 に示されている。これらは, それぞれ図4.20 (a), (b) に対応するものであるが, 軌跡の回り方, 円の半径などはよく一致している。そして傾向としては(d) の図に近い。磁流アンテナでは有効に放射が行われるよう, 全長にわたって, 逆転巻き部が節となるような定在波状の電流分布となるのが望ましい。

この意味から, 終端開放の構造がよく使われるが, 測定, および計算結果から, この構造は極めて周波数特性が良くないことがわかる。これは, 磁流アンテナの伝送線路としての特性が強く現われた長線路効果による。したがって, 入カインピーダンスの周波数特性を良くするには, 構造をさらに長くするか, あるいは終端で整合を取って終端の反射波が入カ端まで影響しないようにせねばならない。

図4.20 (c) は終端を整合した場合の入カインピーダンスで, 周波数特性はかなり良い。これで構造上の電流分布が望ましい形なら良いわけであるが, これについては次節で述べる。



(a) CALCULATED INPUT IMPEDANCE
UNIFORM LENGTH 15 SECTIONS
END OPEN



(b) CALCULATED INPUT IMPEDANCE
UNIFORM LENGTH 15 SECTIONS
END SHORT-CIRCUITED

図4.20 15区間磁流アンテナの入力インピーダンスの計算値。計算は図4.19の等価回路で行い、 Z_1 , Z_2 の値は2区間磁流アンテナでの測定値(図4.18)を用いている。

4枚のスミス図はそれぞれ終端条件を変えて計算したものである。各々の図は、

(a) 終端開放, (b) 終端短絡, (c) 終端整合の場合を示している。さらに(d)は、終端開放であるが各区間の長さを最大変差5%でRandomに変えた場合である。これは(a)にくらべていくぶん偏平方円になっており、図4.21の測定値により近いふるまいを示す。

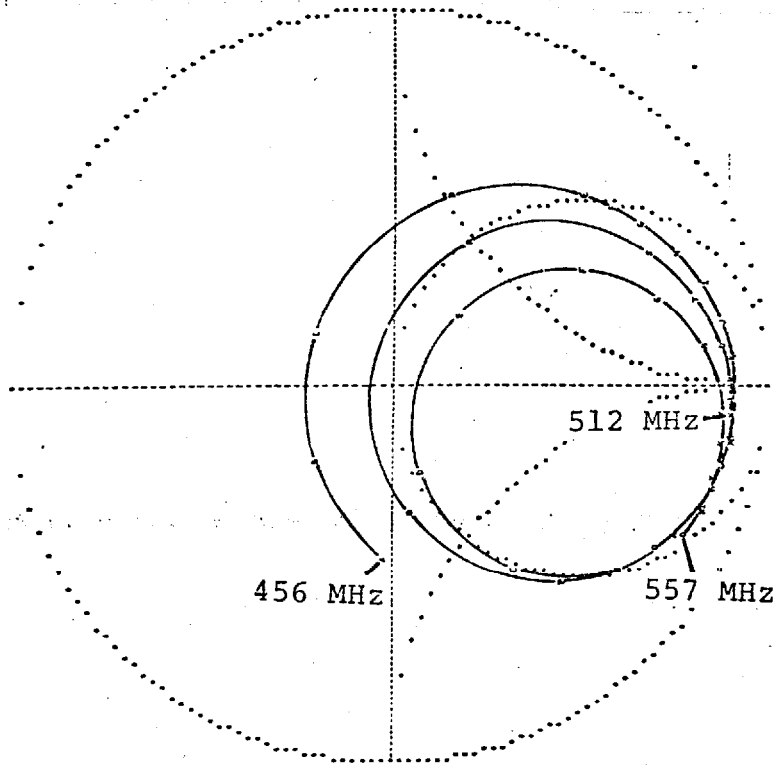
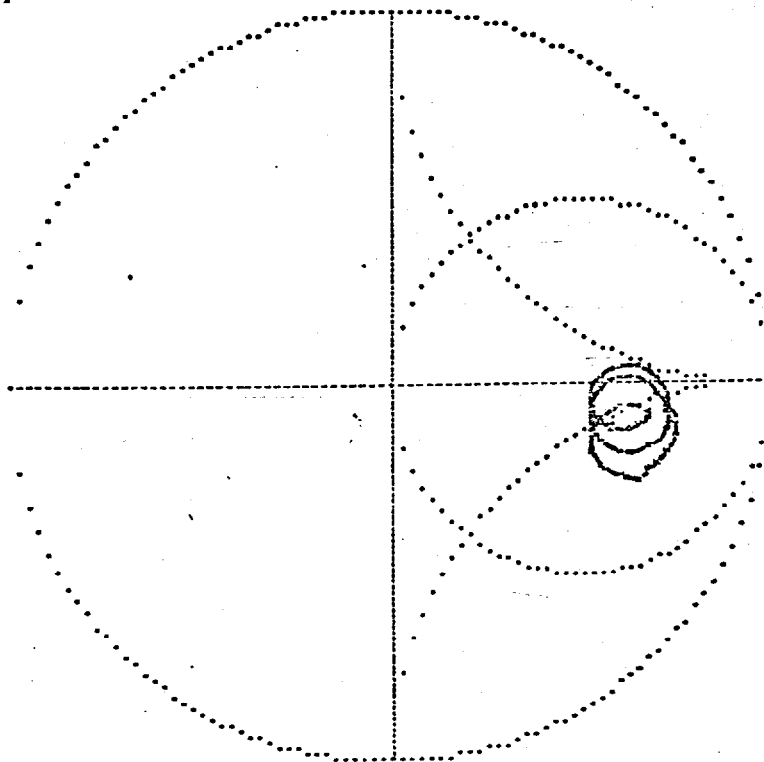


図4.20

(d) 終端開放 15 区間 random アンテナの入力インピーダンス。中心周波数 512 MHz。各区間の長さを Random に変えたもの。実際の構造には区間長などにランダムなばらつきがつけられないが、この図は、そのようなランダムな誤差が入った場合に相当している。

(d) CALCULATED INPUT IMPEDANCE
VARIABLE LENGTH 15 SECTIONS
END OPEN



(c) 終端を整合すると、インピーダンス軌跡は、平行共振回路の特性インピーダンス付近にたまる。この図で基準特性インピーダンスは 100Ω 、平行共振回路のそれは 290Ω である。

(c) CALCULATED INPUT IMPEDANCE
UNIFORM LENGTH 15 SECTIONS
END MATCHED

456 MHz-557 MHz

MAGNETIC CURRENT ANTENNA OF 15 SECTIONS

END OPEN

450-550 MHz

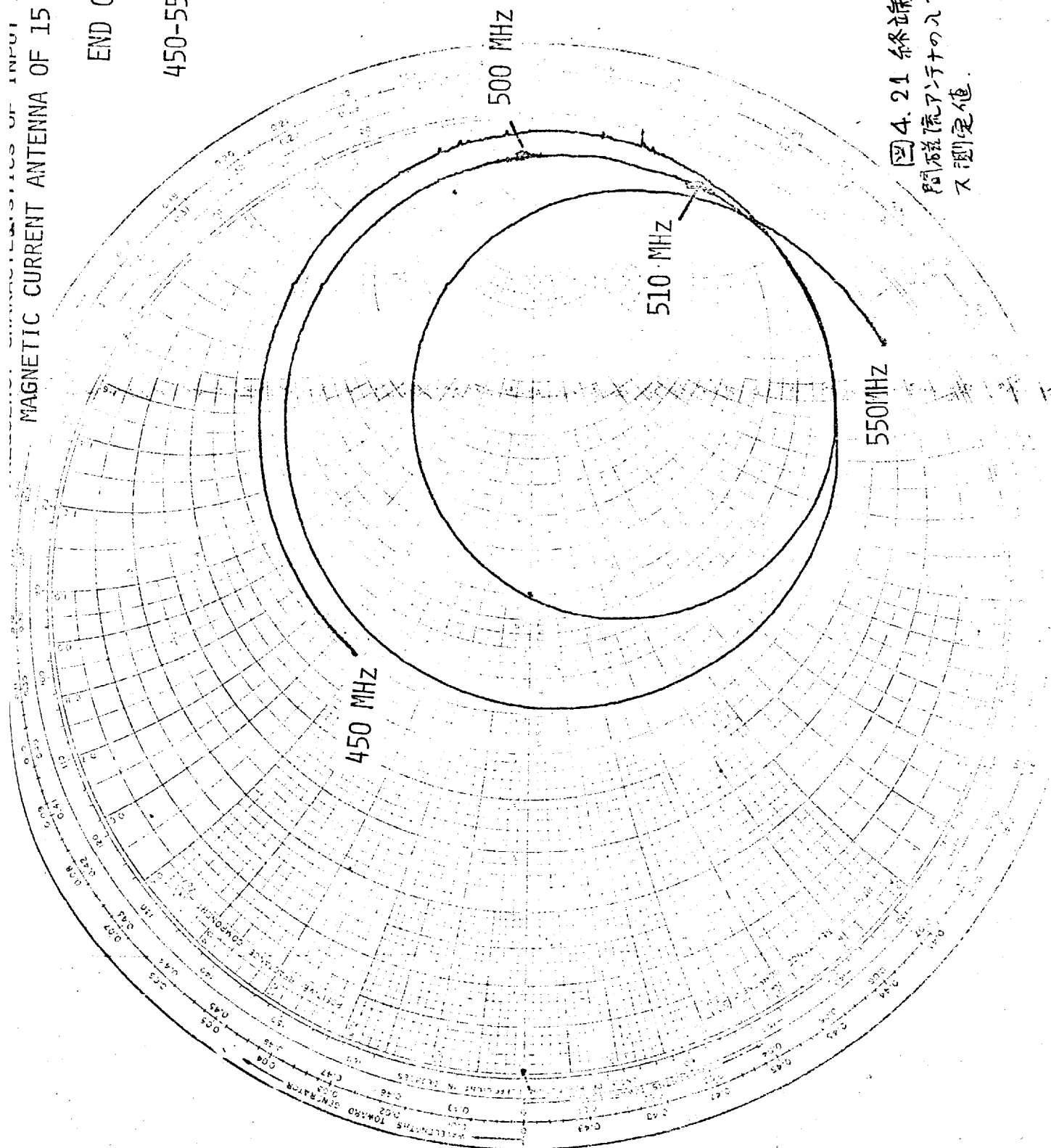


図4.21 糸端開放15区
間磁流アンテナの入力インピー
ダンス測定値

MAGNETIC CURRENT ANTENNA OF 15 SECTIONS
END SHORT-CIRCUITED

450-550 MHz

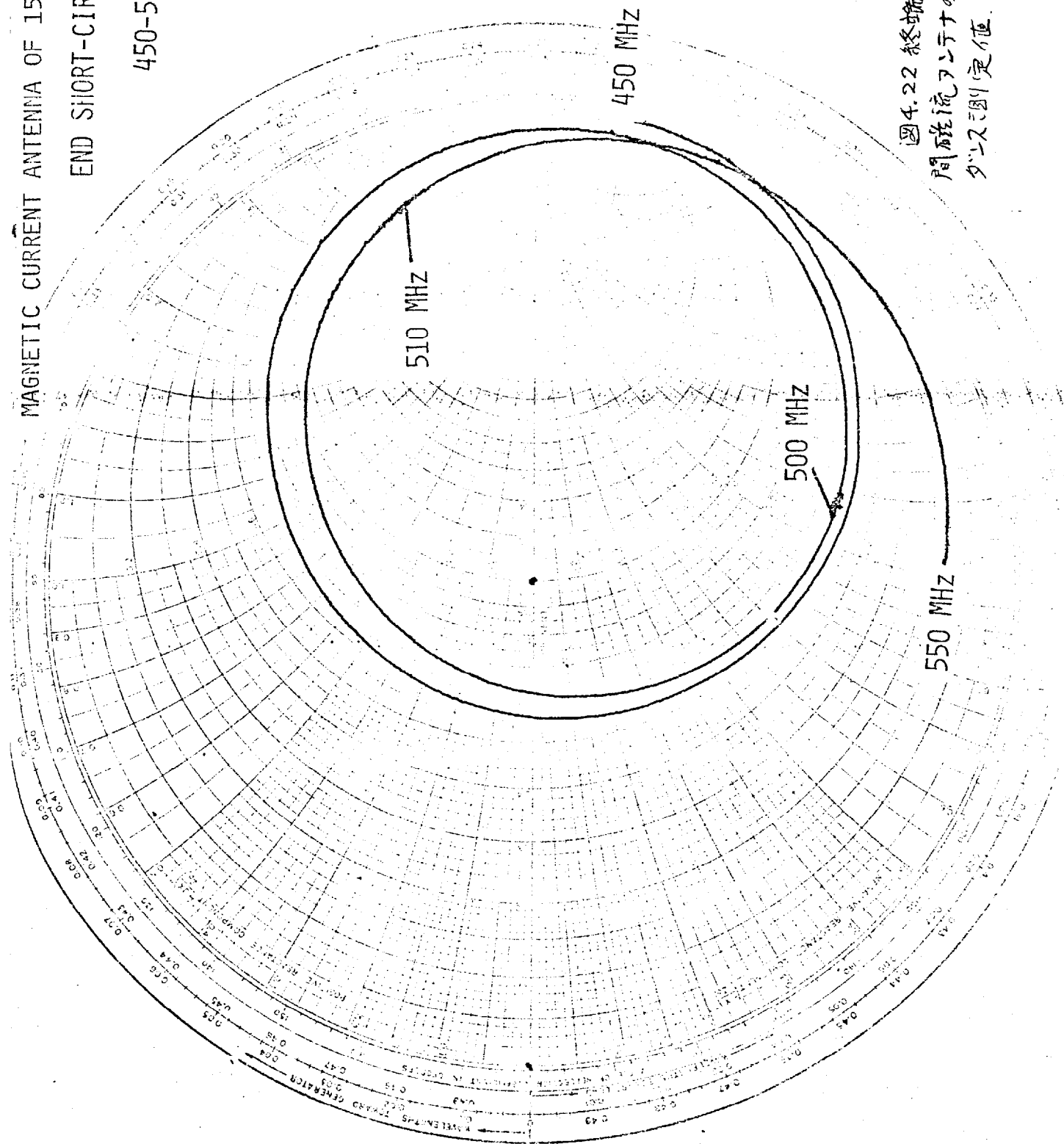


図4.22 終端短絡15区
間磁流アンテナの入カインピー
ダンス測定値

4.2.4 電流分布

前節で述べたように、磁流アンテナには区間毎に位相が π だけ異なる定在波電流が乗ることが望ましい。このアンテナ上の電流分布は(4.52)式のマトリクス掛け算の途中で区間毎に進行波、反射波の振幅位相を計算すれば知ることができる。この方法で図4.20 (a), (b), (c) 対応した電流分布を計算したのが図4.24, 25, および23である。どの場合も構造の半分長以上の長さにはたって一区間を半波長とする定在波状の電流分布となっていることがわかる。

また f_0 より高い周波数帯では、低い周波数帯に比べて軸方向の減衰が大きい。これは、不連続部の反射係数が、素子上で助け合うことがないためである。しかし、構造上の位相分布を見ると、 f_0 より周波数の高いところで、区間毎に π だけ異なる理想的な形になっている。

これより、磁流アンテナを使う場合は f_0 より高い範囲で終端を整合するとよいことがわかる。

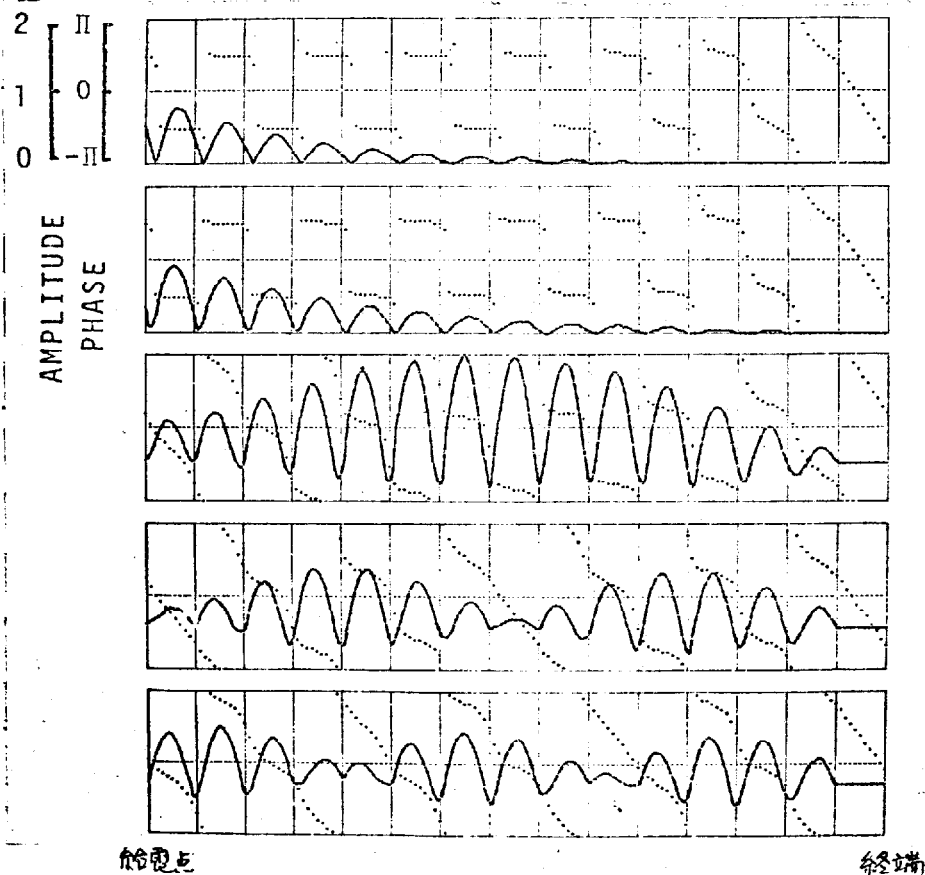


図4.23
 $\theta=196^\circ$ 終端を整合した15区間磁流アンテナの電流分布の計算値。
 θ は一区間の電位角、実線、点線はそれぞれ電流の振幅と位相角を表わしている。

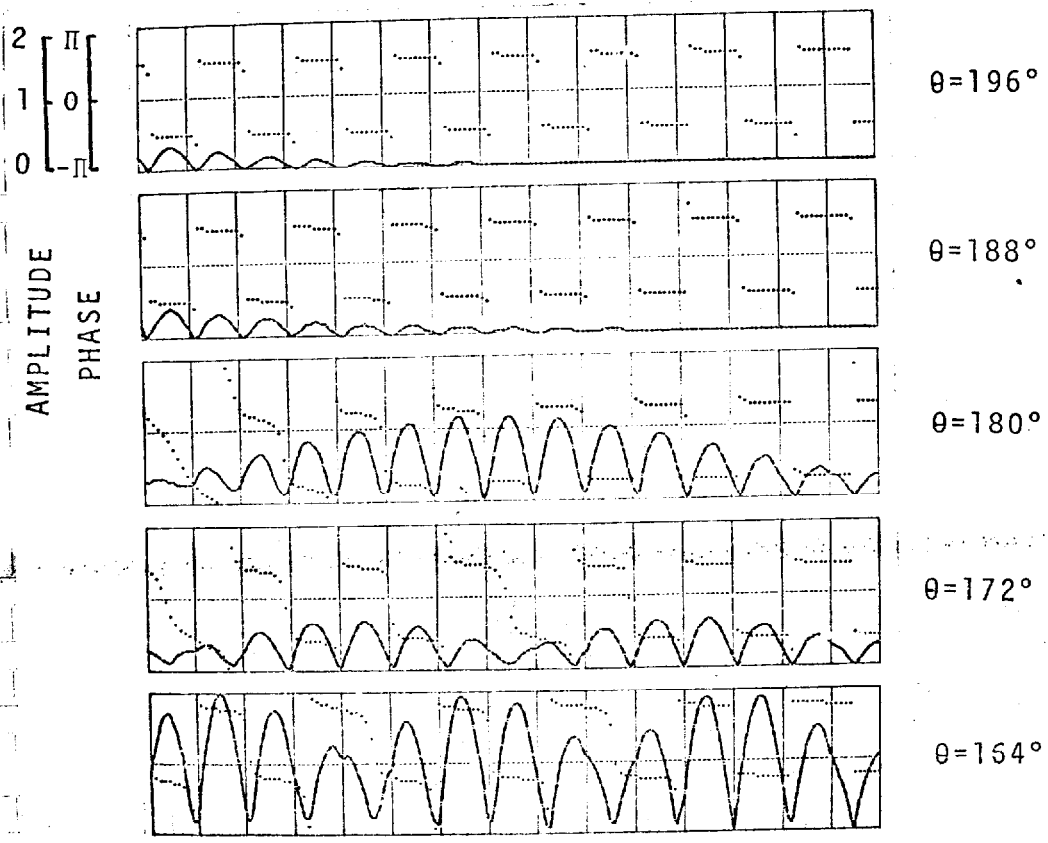


Fig. 24 CURRENT DISTRIBUTION
MAGNETIC CURRENT ANTENNA OF 15 SECTIONS
END SHORT-CIRCUITED

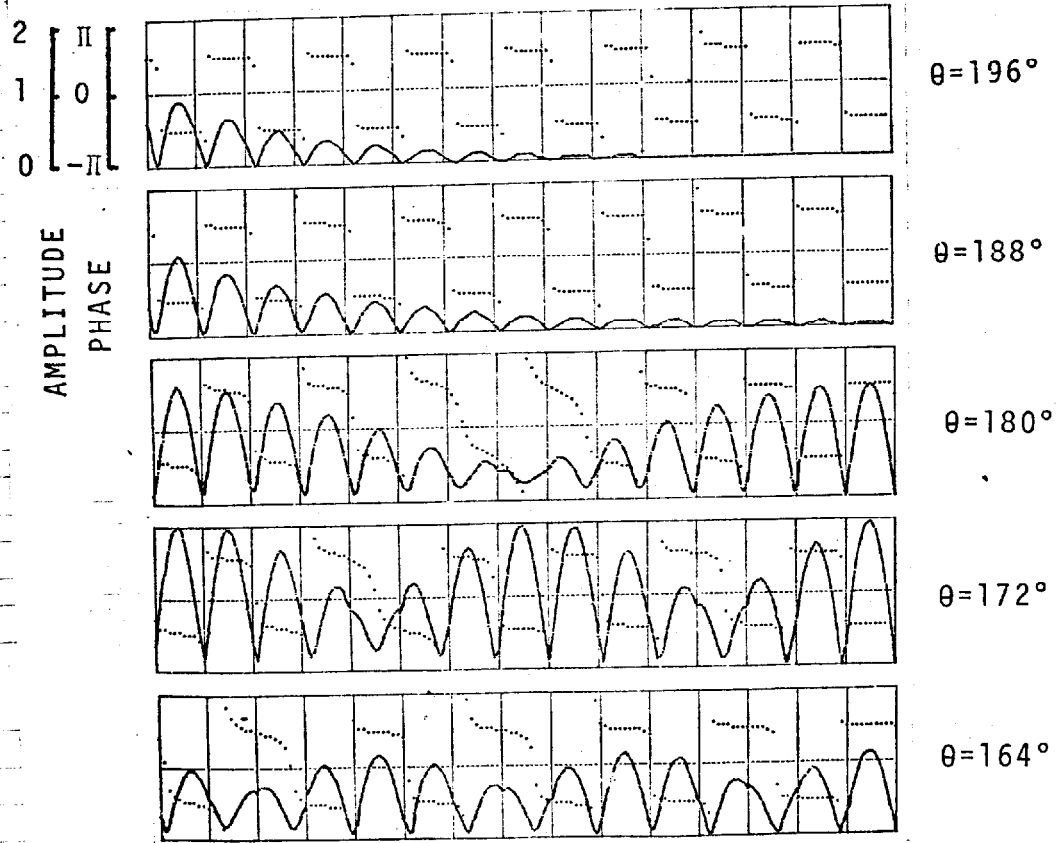


Fig. 25 CURRENT DISTRIBUTION
MAGNETIC CURRENT ANTENNA OF 15 SECTIONS

4.3 本章のまとめ

本章前半では、有限エレメントアンテナ列を考え、この上の表面沿に着目して厳密なアレキサンダー理論から出発した実際の計算に便利な表式が導かれた。この式は、直感的に極めて理解しやすく、簡単な近似を行っても、アレキサンダー列の反射係数は伝搬帯域上端で1に近付く、そのときの終端の乱れの電流は0に近付く。入力アドミタンスには、反射表面波の影響で共振長のピークが多数あらわれる。ピークの生ずる位置数は $\theta \approx \pi n / M$ (n は整数、 M は素子数) となる。表面波との結合インピーダンスは、ほぼ相互インピーダンス Z_{10} で決まる。また励振点の乱れの電流分は自己インピーダンス Z_{00} で決まる。これらの重要な性質が明らかになった。

表面波を主体にした取扱いで、励振効率が100%にきわめて近い場合の伝搬特性、散乱特性を考える場合は、伝送線路方程式と等価回路といった回路論的な取扱いに帰着する。本章後半は、このような例として伝送線路形磁流アンテナを取上げている。このアンテナでは、基本的な構成素子である平行らせん線路の励振がきわめて効率よく行われることが、励振点の損失を実験して明らかにされた。さらにアンテナ上の周期的な不連続部を集中定数で表わした等価回路表示によって、アンテナの入力インピーダンス、電流分布などが計算されることが導かれた。

磁流アンテナでは、放射特性を良くするため、区間毎に半波長の定在波状電流の乗ることが望ましい。また入力インピーダンスも動作帯域内でできるだけ一定であることが必要とされる。本章の解析で、磁流アンテナ終端を整合させるか、あるいは構造を十分長くして終端の反射の影響が入力端まで及ばないようにすれば、これらの必要な特性が実現できることが明らかにされた。

4章の文献

[4. 1] King, R.W.P, and Sandler, S.S. ; "The theory of broadside arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol.AP-12, No.3, pp. 269-275, (May.1964).

[4. 2] op cit. ; "The theory of endfire arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol.AP-12, No.3, pp.276-280, (May 1964).

[4. 3] Inagaki, N. ; "An improved Circuit theory of a multi-element antenna," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. AP-17, No. 2 , pp 120-124 , (Mar.1969).

[4. 4] 稲垣, 小杉, 山沢, 関口, 伊藤; "多素子ループアンテナ[2], アンテナ伝播研資, AP-68-61, (Jan. 1969).

[4. 5] 伊藤, 小杉, 稲垣, 関口; "多素子ループアンテナの理論," 信学論(B), Vol.54-B, No.6 , pp. 317-324 , (June.1971).

[4. 6] 稲垣, 伊藤, 関口; "一素子ループアンテナの理論," 信学論(B), Vol.53-B, No.3 , pp.135-143 , (March 1970).

[4. 7] Mailloux, R. J.; "The long Yagi-Uda Array," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol.AP-14, No.2, pp. 128-137, (March 1966)

[4. 8] 稲垣, 関口, 井上; "伝送線路形磁流アンテナの諸特性," 信学アンテナ伝播研資, AP-70-26, (June 1970).

[4. 9] 関口, 稲垣, 箱田; "伝送線路形磁流アンテナ," 昭39年度電四連大, No.1098, (April.1964).

[4.10] 関口, 楯垣; "2本線形漏洩線路の解析," 信学アンテナ専門
委員会資料 (Oct. 1960)

[4.11] 小口, 他; "マイクロ波およびミリ波回路," 通研叢書,
pp. 73-83.

[4.12] Quine, J. P.; "The reflection coefficient of the
edge element of large periodic antenna array," *Proc.
IEEE*, Vol. 56, No. 11, pp. 1959-1963, (Nov. 1968).

5 章 結 論

本論文では、開放導波構造としてアンテナ系に用いて有用な2種類の構造を扱った。一つはエンドファイア波源として、タイポール列に勝る特性が期待されるループアンテナ列であり、もう一方は垂直偏波フロードサイド波源となり従来とは全く動作原理の異なる磁流アンテナである。ループアンテナで周回長が約一波長のものは、半波長タイポールを2段スタックしたものにほぼ等価で、タイポールに比べて素子利得が高い、周波数帯域が広いなどの優れた特性を示すことが知られている。

これを等間隔に並べたループアンテナ列には、タイポール列と同様に、ある種の表面波の存在が予想されていた。ハ木列などのエンドファイアアンテナでは、その構造上の表面波が、アンテナの放射特性、入力インピーダンス特性などのアンテナ性能の大部分を決めるものであるから、ループアンテナ列をエンドファイア波源に用いる場合には、その表面波構造としての性質を知らねばならない。2章と3章では、無限長ループアンテナ列を考え、その構造に沿う表面波の伝播特性、および励振特性を論じた。

2章では、表面波の伝播特性を知るため、アンテナ列をフェイズドアレイとして等位相差励振したときの、動作アドミタンス関数が使われた。この関数は、ループアンテナ列のような周期構造アンテナ列の分散関数とも言うべきもので、これにいろいろな数学的操作を加えることによって、表面波の分散特性、表面波エネルギーの広がり、群速度、伝搬エネルギーの大きさなどを解析的に導くことができる。さらに、動作アドミタンスの実数部とアレイエレメントパターンとの関係から、一素子励振時の直接放射パターンを知ることとも可能である。2章の前半では周期構造上の表面波伝播特性を、この動作アドミタンスによって一般的に表わした。その結果、表面波の分散特性が、動作アドミタンスを零、あるいは無限大とした式で与えられること、および給電点に一兎の負荷を付けた構造では、動作インピーダンスと負荷インピー

ダンスの和を零とした式で与えられること、また表面波伝搬帯域では、動作イミッタンスは純虚数となることなどが明らかにされた。

ルーフアンテナをテーフーフと仮定すると、これを周期的に並べた無限長ルーフアンテナ列の動作アドミタンス関係を解析的に導くことができる。この関係を使って、ルーフアンテナ列の表面波伝搬特性として、次のことが明らかにされた。(1) 短絡ルーフ列の場合、周囲長が波長の整数倍となる周波数付近に伝搬モードが現われる。(2) 開放ルーフ列の場合は、ダイポール列と似た傾向を示し、ルーフの周囲長が半奇数となる周波数付近に伝搬モードが現われる。(3) 伝搬モードの数は、構造周期 p とルーフ半径 b の比 p/b によって決まり、およそ π を p/b で除した値を超えない整数値が最大のモード番号となる。(4) 素子電流分布は、短絡ルーフ列の場合、 m をモード番号、 φ をルーフ中心と給電点とを結ぶ線からの角度として、 $\cos m\varphi$ で与えられる。また開放ルーフ列では $\{\cos m\varphi - \cos(m-1)\varphi\}$ となる。前者の場合、素子パターンが $m \geq 2$ でエンドファイア方向に零点を持つから、これを用いて、エンドファイアアンテナで差分ビームを合成することができる。(5) リアクタンス負荷を付けると、構造を変えずに分散特性を変えることができる。これについて、ストリップライン負荷による数値例を示した。さらに能動素子の負荷を採用すれば、分散特性にさらに多様性を付け加えることができる。(6) 様々なモードに関する分散特性の数値例より、構造を定めたとき、存在できる伝搬モードは多数あるが、一周波数においては単一のモードしか伝搬できないことがわかり、これにより、各モードの励振には特別な工夫は要しないと結論された。

2章の後半では、周期構造アンテナ列に沿う表面波の伝搬定数を測定するため、Moiréパターンを利用した新しい波数測定法を考案し、上記のルーフアンテナ列上の表面波の伝搬定数を実測した。測定は短絡ルーフ列、およびリアクタンス負荷ルーフ列について行い、それぞれの場合で高次伝搬モードが存在すること、負荷によって分散曲線が変ることなどが確かめられ、定量的

にも、数値例と良く一致する結果が得られた。

3章では、2章で定義した動作アドミタンスが、無限周期構造を一素子励振したときの各素子の給電点電流、およびアレイエレメントパターンなどを求めるのにも使えることを示した。前章でルーフアンテナ列を等位相差励振したときの動作アドミタンス関数が解析的に求まっているので、これを数値計算し次のことを明らかにした。(1) 短絡ルーフ列を一素子励振したとき、表面波帯域の伝搬帯域において、表面波に対する入力アドミタンスは実数で、周回長が0.9波長付近の周波数では十分の数ミリ程度程度の値をとり、素子間隔が小さくなると、それに比例して小さくなる。(2) また表面波成分に対する入力コンダクタンスはタイポール列の場合の値と比較して小さい。これは表面波励振インピーダンスがタイポール列の場合より高いことを意味する。(3) 動作アドミタンス、あるいは動作インピーダンスの実数部はそれぞれ給電点をすべて短絡あるいは開放したアレイを、電圧源あるいは電流源で一素子励振したときのアレイエレメント電カパターンとなっている。(4) ルーフ列の場合の数値例では、アレイエレメントパターンの主ローブが表面波伝搬帯域上端を超えた時、横方向に向き、引きつづき周波数を上げると、再び軸方向へと近づく特性を示す。(5) 一素子励振時の各素子の給電点電流を縦モードに展開することによって、表面波電流成分と、おしれの電流分布に分けた。おしれの電流は、特に給電点に近い素子ほど小さくなり、数素子も離れると10分の1以下に減衰する。(6) またおしれの電流はほとんど同相で、位相速度に直すと光速より速い。(したがって横方向への放射に寄与するのはこの電流成分である。)(7) 表面波伝搬帯域外では、ルーフ列がLeaky Wave波源として働く。この主ローブが横方向に向くものは、ルーフ列のラジアルモード動作だが、動作アドミタンスによってこの形態のアンテナも統一的に扱える。

3章までは、このように主に無限長ルーフアンテナ列の表面波伝搬、励振特性が動作アドミタンスを用いた解析で明らかにされた。その中で、ルーフ

列をエントファイア波源に用いようとする場合、3章の縦モード分解のように別にして扱うと實際上便利であることが示された。表面波構造も実用に供するには、もちろん有限な大きさでなくてはならないが、4章では、たとえ有限でもその上の表面波を考えることが可能なこと、および表面波を別にして扱えば、アンテナとしての放射特性、電流分布、入力インピーダンス特性などの定性的、定量的な見通しが良くなることを明らかにした。

4章前半では、有限長ループアンテナ列を考え、厳密度の高いアレイ理論から出発してこれに表面波の項を含ませ、実際の計算に便利な表示式を導いた。これにより次のことが解析的に明らかになった。(1)有限長アレイを端部一素子で励振したとき、アレイ終端の表面波反射係数は伝搬帯域上端で1に近付く。(2)励振点の入カアドミタンスの周波数特性には、反射表面波の影響で共振長のピークが多数現われる。(3)表面波との結合インピーダンスは、ほぼ最近傍素子との相互インピーダンスで決まる。(4)また励振素子の流れる電流は素子が単独で使用されたときの自己インピーダンスで決まる。

このような表面波を主体とした取扱いは、表面波の伝搬特性、散乱特性を考える場合や、励振効率が100%にきわめて高い場合に、さらに簡単化され伝送線路と等価回路に帰着する。本論文で取上げた構造である磁流アンテナはこのような取扱いが可能な例である。4章の後半では、このアンテナに関して、等価回路表示が極めて有効に使えることを明らかにした。この章では、表面波成分の伝搬、反射を、アーマトリクスで表わし、磁流アンテナの特性として、次のことが明らかにされた。(1)磁流アンテナは、表面波の励振効率が極めて高い。(2)アンテナ上の電流分布は、周期的な不連続部の反射によって、構造が十分長ければ終端条件にはよらず、構造周期と同じ波長の定在波分布となる。(3)構造が十分長くなるときは、上記の電流分布を実現し、しかも入力インピーダンスを一定に保つため終端に整合負荷を付けると良い。(4)等価回路表示では電流分布が簡単に示まるため、放射

パターンの計算が極めて容易である。

このように、本論文では、動作アドミタンスによる表面波構造の統一的な解析が提示され、それによってルーフアンテナ列上の表面波励振、伝搬特性が明らかにされた。この結果は、従来の予想を覆うける他に、ルーフ列の新しい用途をも示すものであり、ルーフ列を用いたアンテナ系の重要な設計資料、および解析手段となるものと思われる。さらに、後の章で示した表面波を主体にした周期構造の取扱いは、実際の応用上は有用な手段であり、特に、磁流アンテナで示した方法はこれを用いて、大まかな設計および動作特性のシミュレーションが容易に行われる点で有効であると考えられる。

6 章 謝 辞

この論文を終るに当り、いろいろな御指導と暖い激励を頂きました指導教官の関口利男教授に心からお礼申し上げます。また、西巻教授、末武教授、川村教授、武者教授、末松助教授、古川助教授、内藤助教授をはじめとするマイクロ波グループの皆様には、日頃より直接、間接に、種々御指導、御討論頂きました。

名古屋工業大学の相垣直樹助教授には、本学の助手であられた頃より終始熱意のこもった御討論、御指導を頂きました。ここに深く感謝いたします。

有村技研社長の有村博士にはループアンテナに関していろいろ教えて頂きました。また、千葉大学の後藤助教授には、アンテナ全般について度々教えて頂きました。

井上技官、桜井助手をはじめとする現関口研メンバーならびに卒業生の皆さんには、実験、数値計算の労をとって頂き、申し分のない相談相手となってく下さいました。

上記のように多くの方々から御指導頂いたことを感謝しつつ、ここに筆を置く次第です。

☐ 本研究に関する発表論文

☐ 本論文

- ☐ [1] 山田, 稲垣, 山澤: "ダイポール列のアクティブリアクタンスとその応用," 信学論(B), Vol. 56-(B), No. 1; (Jan. 1973).
- ☐ [2] 山澤, 稲垣, 関口: "無限周期構造ループ・アンテナ列の表面波伝搬特性," 信学論(B), (投稿中).

☐ 速報, ショート・ノート

- ☐ [3] 山澤, 桜井, 関口: "共振法による周期構造分散特性の改良された測定法," 信学論(B), (採録済).
- ☐ [4] Yamazawa, M., Inagaki, N., and Sekiguchi, T.: "Excitation of surface wave on circular-loop arrays," *IEEE Trans on Antennas and Propagation (Comm.)*, AP-19, No. 3, (May 1971).

☐ 頭発表 (国際会議, 研究会)

- ☐ [5] op. cit.: "A solution to surface-wave excitation problem," *Abstract ISAP 1971*, 2-1, A1, pp27-28, (Sep. 1971).
- ☐ [6] 稲垣, 小杉, 山澤, 関口, 伊藤: "多素子ループアンテナ[2]," アンテナ伝搬研資, AP-68-61, (Jan. 1969).
- ☐ [7] 山澤, 河島, 関口, 稲垣: "非励振ループ・アレイの広帯域化について," アンテナ伝搬研資, AP-71-14, (June 1971).
- ☐ [8] 山澤, 関口: "一次元周期構造に沿う表面波の伝送姿態," 電磁界理論研資, EMT-72-37, (Oct. 1972).

[9] 山澤: "Semi-Periodic Structure の励振特性," アンテナ伝搬研
資, AP72-62, (Nov. 1972).

[10] 稲垣, 山澤, 関口: "無限大素子数アンテナ列の一つの性質につい
て," アンテナ伝搬研資, AP69-34, (Oct. 1969).

口頭発表 (信学全大, 電四連大)

[11] 関口, 稲垣, 山澤: "無限周期構造に沿う表面波の伝搬定数と定位
相差励振時の給電点アドミタンスの関係," 昭44信学全大 No. 358.
(Sept. 1969).

[12] 稲垣, 山澤, 関口: "素子数の大きなループアンテナ列に沿う電磁
界分布について," 昭44電四連大 No. 1392, (March 1969).

[13] 関口, 稲垣, 山澤: "ループ列を遅波構造とするバックファイアア
ンテナの特性について," 昭45電四連大, No. 1222, (March 1970).

[14] 稲垣, 山澤, 横内: "非励振素子を含む線状アレイの広帯域化に対
する一提案," 昭45信学全大, No. 365, (Aug. 1970).

[15] 山澤, 稲垣, 関口: "線状配列アンテナにおける表面波の励振効率,"
昭45信学全大, No. 366, (Aug. 1970).

付録.

A.1	ループ列の動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ のサブルーチン.	161
A.2	各種グラフ作製サブルーチン	
	(a) 特性量のプロット	165
	(b) スミス図作製	166
	(c) 等高線発生プロット	167
A.3	フロニー-Rの方法によるモード分解アルゴリズム.	172
A.4	複素系数高次代数方程式の数値解法.	173
A.5	相互アドミタンス行列の逆行列化アルゴリズム.	175
A.6	インピーダンス装荷によるハボ列の広帯域化について.	178
	—計算機プログラムリスト(参考)—	189
	FUNCTION; YM, AIBES, AKBES, AJBES, AYBES.	
	SUBROUTINE; AH0H, SPL0T, MANUKE, PRON, CABE, MATINV, MATMPL, FFTR.	

A.1. ループ列の動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ のサブルーチン

本文では、ループアンテナ列のいろいろな特性を知るため、その動作アドミタンス $Y_0(kp, \beta p)$ の値を必要とする。この目的のため、 $Y_0(kp, \beta p)$ の数値計算サブルーチンを作った。

$Y_0(kp, \beta p)$ は 2 章で示したように、 βp について 2π の周期の周期関数である。しかも偶関数である。したがって βp の値としては $0 \leq \beta p \leq \pi$ を対象とすればよい。また、 $\gamma_n (= \sqrt{\beta_n^2 - k^2})$ が実数のときは、 Y_0 は純虚であり、虚数になると実数部があらわれる。それは、 Y_0 の式にある変形ベッセルが、虚の引数に対して通常のベッセル関数とハンケル関数になるためである。 Y_0 の式を書くと次式のようになる。

$$Y_0(kp, \beta p) = j B \sum_{m=0}^{\infty} \frac{S_m \epsilon_m}{f_m(kp, \beta p)} \quad (A1.1)$$

$$\text{ただし,} \quad B = (P/b)^2 / (240 \pi^2 k p) \quad (A1.2)$$

$$S_m = \frac{\sin(m\delta/2)}{m\delta/2} \quad (A1.3)$$

$$f_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[I'_m K'_m + \left(\frac{m\beta_n}{\gamma_n k b} \right)^2 I_m K_m \right] \frac{\sin(\beta_n \delta/2)}{(\beta_n \delta/2)} \quad (A1.4)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\beta_n^2 - k^2} \quad (A1.5)$$

γ_n が虚数になるとき、 $\gamma_n = jz$ とおくと、

$$I'_m(jz) K'_m(jz) = \frac{\pi}{2} j J'_m H_m^{(2)'}(z) \quad (A1.6)$$

$$I_m(jz)K_m(jz) = -\frac{\pi}{2} j J_m(z)H_m^{(2)}(z) \quad (A.7)$$

となる。これを (A.4) に代入して、

$$f_m = j\frac{\pi}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[J_m' H_m^{(2)'} + \left(\frac{m\beta_n}{-j\gamma_n kb} \right)^2 J_m H_m^{(2)} \right] \frac{\sin(\beta_n \delta/2)}{(\beta_n \delta/2)} \quad (A.8)$$

n についての Summation は、(A.4)、(A.8) とともに n の大きいほうには n^2 で小さくなるから、必ず収束する。実際の計算では数項をとれば十分である。

$\beta_p = kp \pm 2n\pi$ のとき $\gamma_n = 0$ となるが、 K_m , $H_m^{(2)}$ とともに引数
が零の点に特異点を持ったため、そのままでは数値計算ができない。そこで、
 $\beta_p = kp + \Delta$ とおいて $\Delta \rightarrow +0$ および $\Delta \rightarrow -0$ の極限をとると、
 $\Delta \rightarrow +0$ の極限では、

$$\begin{aligned} & I_m' K_m' + \left(\frac{m\beta_n}{\gamma_n kb} \right)^2 K_m I_m \\ &= \frac{m}{2} \frac{1}{(\gamma_n b)^2} \left\{ \left(\frac{\beta_n}{k} \right)^2 - 1 \right\} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m}{(kb)^2} \quad (m \geq 1) \end{aligned} \quad (A.9)$$

ただし、 $m=0$ のときは、

$$\Delta \rightarrow - \quad I_0' K_0' = -\frac{1}{2}$$

$\Delta \rightarrow -0$ の極限では、

$$\begin{aligned} & j\frac{\pi}{2} \left(J_m' H_m' + \left(\frac{m\beta_n}{-j\gamma_n kb} \right)^2 J_m H_m \right) \\ &= \begin{cases} -\frac{1}{2} & (m=0) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{kb} \right)^2 + j\frac{\pi}{4} & (m=1) \\ \frac{1}{2} \frac{m}{(kb)^2} & (m>1) \end{cases} \end{aligned} \quad (A.10)$$

となる。

この計算には次の漸近式が使われる。

$z \approx 0$ に対して,

$$J_m(z) = \frac{z^m}{2^m m!}, \quad N_m(z) = -\frac{2^m (m-1)!}{\pi z^m}$$

$$J_0(z) = 1, \quad N_0(z) = \frac{2}{\pi} (\ln z + C - \ln 2)$$

$$I_m(z) = \frac{z^m}{m! 2^m}, \quad K_m(z) = \frac{(m-1)! 2^{m-1}}{z^m}$$

$$I_0(z) = 1, \quad K_0(z) = -\left(\ln \frac{z}{2} + C\right) \quad (A1.11)$$

C : Euler's Constant

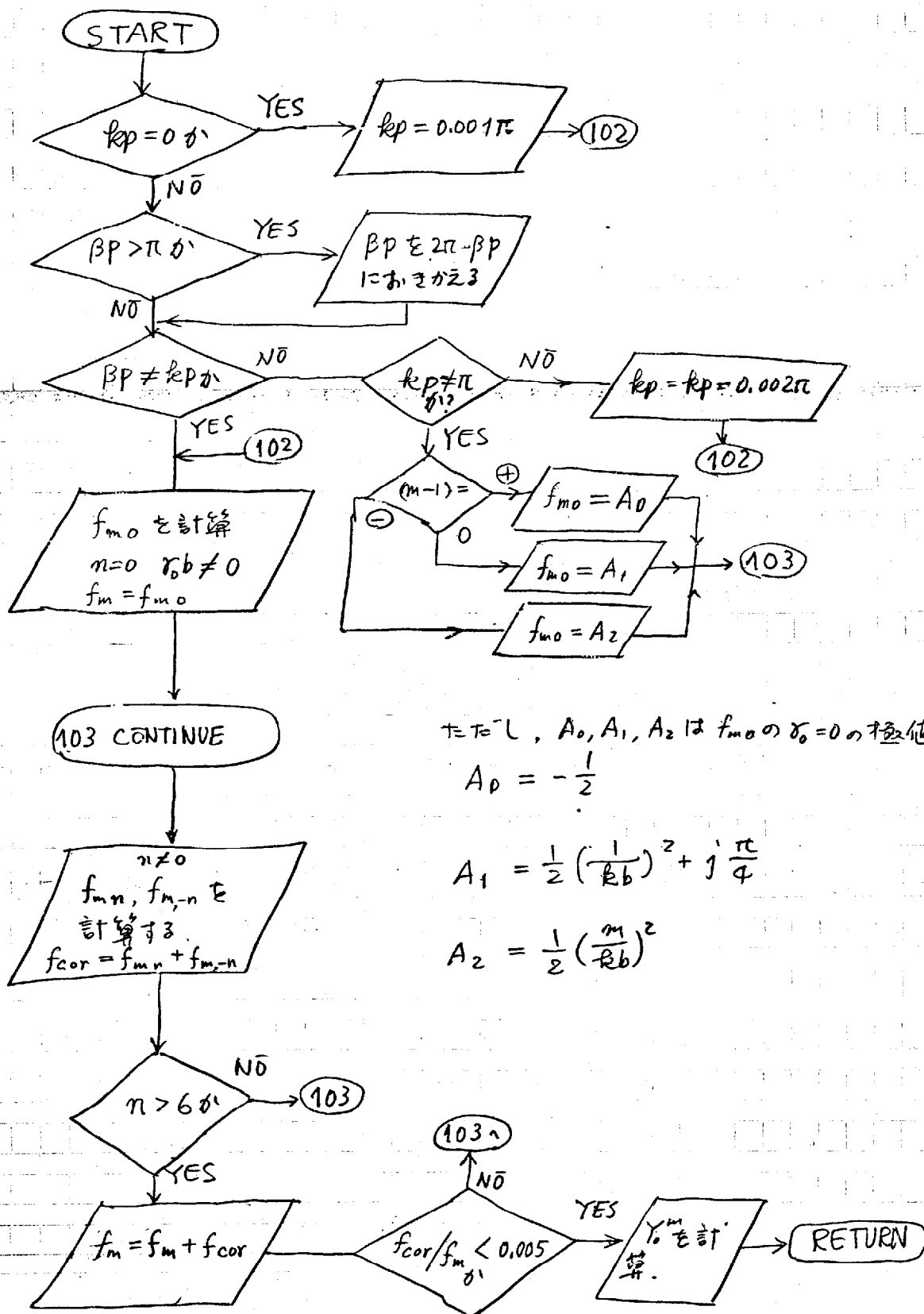
また, n に関する Summation は次の 2 つに分けられる。

$$f_m = \sum_n f_{mn} = f_{m,0} + \sum_{n=1}^{\infty} (f_{m,n} + f_{m,-n}) \quad (A1.12)$$

$Y_0(kp, \beta p)$ の値を決めるのに必要な定数は $k_p, \beta p, p/b, \delta/b, \delta'_b$ などであるが, Y_0 をモード毎に知りたい場合が多いので, $Y_0^m(kp, \beta p)$ のサフルーチンとし, m も引数に入れた。

このサフルーチンのフローチャートは次図に示すようなものになる。これに従って作ったプログラムのリストを巻末に示した。

COMPLEX FUNCTION YM(AKP, BEP, PBB, DBB, M) のフローチャート。



A.2 各種グラフの作製サブルーチン.

(a) 特性量のプロット.

巻末に付したリスト SUBROUTINE AHOH(A, B, ORD, SCALE,
IND, INDI, IORD, IABSIS)

である。これによって、各々61個のデータ A, B をプロットする。

引数は次の機能を持つ。

A(61) } 61個の実数型アレイ 2組, これらが
B(61) } SCALE (実数型) の数値で正規化され
プロットされる。

ORD(61) A, あるいは B が $y=f(x)$ の y に相当する
とき, x の数値を入れる。実数型 61個のアレイ。

SCALE
これで A, B を正規化する。プロットされた図面
のフルスケールを規定するので; A, B の SCALE
以上の値は, 各々フルスケール位置にプロット
される。SCALE > 0 でなければならぬ。

IND
IND=0 ならば, A と B の数値をプロット
する。IND=1 ならば A のみである。また,
IND に 0, 1 以外の数値を入れてはいけない。

INDI
INDI=0 とすると, 図面のスケールを $(-SCALE, SCALE)$
とし, A, B の値がそのままプロットされる。
INDI=1 にすると, 図面のスケールが $(0, SCALE)$
となって, 絶対値がプロットされる。

IORD(2) } 整数型で 2A3 で入力する。それぞれ縦および
IABSIS(2) } 横軸の名称。

(b) スミスチャート 作製プログラム

巻末のリスト SUBROUTINE SPLOT(SS, KK1, KK2)である。これによって、SS(270)として入力された反射係数(複素型)の内、SS(KK1)からSS(KK2)までの値をスミスチャート上にプロットする。

たとえば、SS(61)からSS(92)までプロットしたいときは、

$$KK1 = 61$$

$$KK2 = 92$$

として、CALL SPLOT を行う。そうすると、

SS(61)	の値はそれぞれ	→ A
SS(62)	アルファベットの	→ B
SS(63)	一文字に右のよ	→ C
⋮	うに対応して、	⋮
SS(86)	プロットされる。	→ Z
SS(87)		→ A
SS(88)		→ B
⋮		⋮
SS(92)		→ F

KK2 - KK1 が 26 以上だと上のように同じ文字が出てくるが、これは PLOTTING TABLE (スミス図の後に出力される) によって下のように判定される。この TABLE で

左端に * 文字の重なりを示す。

右端の +, - 重なった場合、後の SS の REAL PART が大きいとき ⊕, 小さいとき - と出力される。

また、KK1, KK2 は、

$$0 \leq (KK2 - KK1) \leq 51$$

を満足せねばならない。

(C) 等高線発生, プロット

巻末のプログラムリスト: MANUKE (A, DBEP, DAKP, DAKB, SLICE, NX)

このプログラムは, 引数 $A(21, 21)$ で受けわたされる実数型 441 個のデータから, $z = f(x, y)$ で $z = \text{const} = \text{SLICE}(N)$ の等高線を発生させる。また値に大きな "とび" があるとき * で示す。

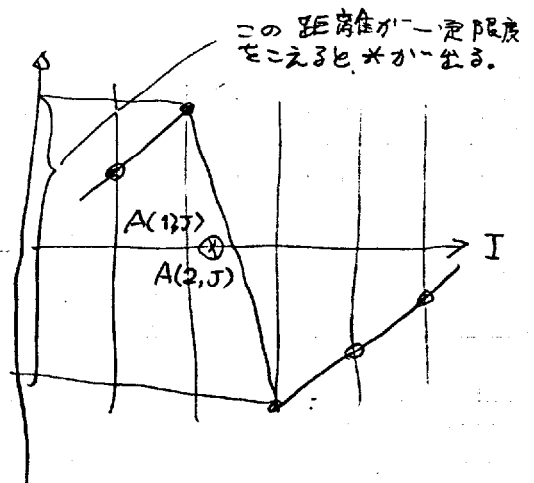
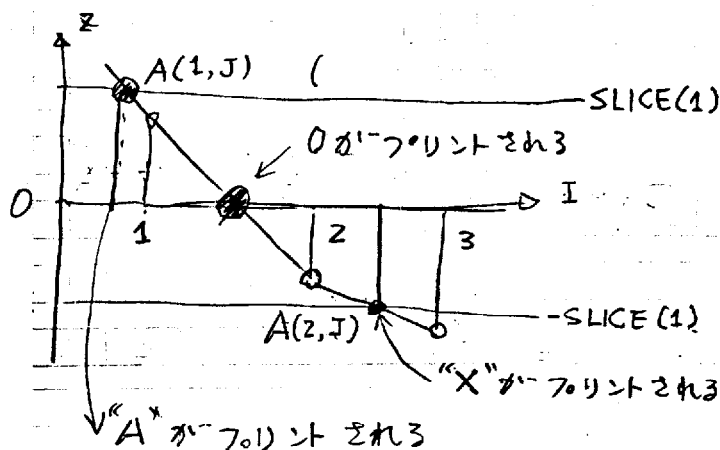
$z = f(x, y)$ の関数を (x_i, y_j) でサンプリングした値が $A(I, J)$ である。

$$\begin{aligned} z_{ij} &= f(x_i, y_j) \\ \text{すなわち引数は,} \\ A(I, J) &= z_{ij} \\ \text{DBEP}(I) &= x_i \\ \text{DAKP}(J) &= y_j \end{aligned}$$

また,

SLICE(NX)

となって Variable size dimension となっているが実際は $NX \leq 6$ である。これは NX 個のスライスレベル (正の定数) を与える。中で自動的に, 逆方向のスライスレベル -SLICE(NX) も定義され, プロットされる。補間は直線近似を使う。



	(KP)PAI ((0.125) (KP)--- (0.393) (KB)--- (0.500) (--BP--BP/PAI) (0.393, 0.125)	(0.187) (0.589) (0.750)	(0.250) (0.785) (1.000)	(0.312) (0.982) (1.250)	(0.375) (1.178) (1.500)	1008	(a) Real(Y_0) (b) Imag(Y_0) (c) Real(Z_0) (d) Imag(Z_0)
	(0.432, 0.137)						
	(0.471, 0.150)						
	(0.511, 0.162)						
	(0.550, 0.175)						
	(0.589, 0.187)						
	(0.628, 0.200)						
	(0.668, 0.212)						
	(0.707, 0.225)						
	(0.746, 0.237)						
	(0.785, 0.250)						
	(0.825, 0.262)						
	(0.864, 0.275)						
	(0.903, 0.287)						
	(0.942, 0.300)						
	(0.982, 0.312)						
	(1.021, 0.325)						
	(1.060, 0.337)						
	(1.100, 0.350)						
	(1.139, 0.362)						
	(1.178, 0.375)						

(b) Imag (Y.)

169

1009

(KP)PAI (0.125)	(0.187)	(0.250)	(0.312)	(0.375)
(KP)--- (0.393)	(0.589)	(0.785)	(0.982)	(1.178)
(KB)--- (0.500)	(0.750)	(1.000)	(1.250)	(1.500)
(--BP--BP/PAI)I				
(0.393, 0.125)0				
(0.432, 0.137)0				
(0.471, 0.150)0				
(0.511, 0.162)0				
(0.550, 0.175)0				
(0.589, 0.187)0				
(0.628, 0.200)0				
(0.668, 0.212)0				
(0.707, 0.225)0				
(0.746, 0.237)0				
(0.785, 0.250)0				
(0.825, 0.262)0				
(0.864, 0.275)0				
(0.903, 0.287)0				
(0.942, 0.300)0				
(0.982, 0.312)0				
(1.021, 0.325)0				
(1.060, 0.337)0				
(1.100, 0.350)0				
(1.139, 0.362)0				
(1.178, 0.375)0				
OANCZYXW				
--AS= 0.00E 00--AS= 1.40E-03--AS= 2.80E-03--AS= 4.20E-03--AS= 5.60E-03--AS= 7.00E-03				

1010

(KP) PAI (0.125) (0.393) (KB) --- (0.500) (--BP--BP/PAI) (0.393, 0.125)	(0.187) (0.589) (0.750)	(0.250) (0.785) (1.000)	(0.312) (0.982) (1.250)	(0.375) (1.178) (1.500)
(0.432, 0.137)	D	C	BB	
(0.471, 0.150)	D	C	B	
(0.511, 0.162)	D	C	BB	
(0.550, 0.175)	D	C	B	
(0.589, 0.187)	D	C	BB	
(0.628, 0.200)	D	C	B	
(0.668, 0.212)	D	C	BB	
(0.707, 0.225)	D	C	B	
(0.746, 0.237)	D	C	BB	
(0.785, 0.250)	D	C	B	
(0.825, 0.262)	D	C	BB	
(0.864, 0.275)	D	C	B	
(0.903, 0.287)	D	C	BB	
(0.942, 0.300)	D	C	B	
(0.982, 0.312)	D	C	BB	
(1.021, 0.325)	D	C	B	
(1.060, 0.337)	D	C	BB	
(1.100, 0.350)	D	C	B	
(1.139, 0.362)	D	C	BB	
(1.178, 0.375)	D	C	B	

$$\text{IMAG}(z_0)$$

171

(KP) PAI (0.125)	(0.187)	(0.250)	(0.312)	(0.375)
(KP) --- (0.393)	(0.589)	(0.785)	(0.982)	(1.178)
(KB) --- (0.500)	(0.750)	(1.000)	(1.250)	(1.500)
(--BP--BP/PAI)				
(0.593, 0.125)				
(0.432, 0.137)				
(0.471, 0.150)				
(0.511, 0.162)				
(0.550, 0.175)				
(0.589, 0.187)				
(0.628, 0.200)				
(0.668, 0.212)				
(0.707, 0.225)				
(0.746, 0.237)				
(0.785, 0.250)				
(0.825, 0.262)				
(0.864, 0.275)				
(0.903, 0.287)				
(0.942, 0.300)				
(0.982, 0.312)				
(1.021, 0.325)				
(1.060, 0.337)				
(1.100, 0.350)				
(1.139, 0.362)				

A.3 Prony の方法によるモード分解のアルゴリズム.

$Y_0(\theta)$ の値をサンプリングして フーリエ変換すると $\{Y_{0n}\}$ が求まるが、この Y_{0n} を縦モードに分解するのが、ここに述べる Prony の方法である。

$$Y_{0n} = \sum_{i=1}^N Y_{00}^i \exp(m-1)r^i \quad (A3.1)$$

ここで、上式を下のように書きかえる。

$$V_n = \sum_{i=1}^N A_i Z_i^{n-1} \quad (A3.2)$$

$A_i = Y_{00}^i$ と $Z_i = \exp r^i$ とは、ともに未知数なので、 V_n のサンプルは $2N$ 個必要になる。(A3.2) 式は A_i について linear Z_i について Non-linear な式であるから、このままでは解けない。そこで、新たに、未知数 $\{B_m \mid m=0, N\}$ を導入して linear な部分と Non-linear な部分とに分ける。今、次のような Summation を考えよう。

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^N B_m V_{k+m} &= \sum_{m=0}^N \sum_{i=1}^N B_m A_i Z_i^{k+m-1} \\ &= \sum_{i=1}^N A_i Z_i^{k-1} \left(\sum_{m=0}^N B_m Z_i^m \right) \end{aligned} \quad (A3.3)$$

この式で、両辺ともに零となるような $\{B_m\}$ を選ぶとしよう。そうすれば $\{B_m\}$ は

$$\sum_{m=0}^N B_m V_{k+m} = 0 \quad (k=1, N) \quad (A3.4)$$

なる Linear な連立方程式から決定され、これを係数とする高次代数方程式を解いて Z_i が求まる。

$$\sum_{m=0}^N B_m Z_i^m = 0 \quad (i=1, N) \quad (A3.5)$$

最後に、上式から得られた N 個の根 $\{Z_i\}$ を (A3.2) 式に入れれば、(A3.2) 式は Linear な連立方程式となって、容易に解け $\{A_i\}$ がわかる。

A.4 複素係数高次方程式の数値解法

一般に、実数係数の高次代数方程式はニュートン法等によって数値的に根を求めることができる。この方法は、次のように複素係数の場合にも拡張することができる。

まず $\{P_i \mid i = 1, N+1\}$ なる複素数を係数とする z の N 次多項式 $f(z)$ を考えよう。

$$f(z) = \sum_{i=1}^{N+1} P_i z^{i-1} \quad (A.4-1)$$

$f(z) = 0$ の高次代数方程式において、根の最初の近似値を z_1 とし、 $f(z)$ を $(z - z_1)$ で除した商を $g(z)$ とすれば、 $g(z)$ は $f(z)$ より 1 次だけ低次の代数方程式となる。 $g(z)$ の係数を $\{g_i \mid i = 1, N\}$ とおくと、

$$g(z) = \sum_{i=1}^N g_i z^{i-1} \quad (A.4-2)$$

また、

$$f(z) = (z - z_1) g(z) + r \quad (A.4-3)$$

両辺を z で微分して、

$$f'(z) = g(z) + (z - z_1) g'(z) \quad (A.4-4)$$

したがって、

$$f'(z_1) = g(z_1) \quad (A.4-5)$$

一方、 $\{g_i\}$ は

$$g_N = P_{N+1} \quad (A.4-6)$$

$$g_n = g_{n+1} z_1 + P_{n+1} = \sum_{i=n+1}^{N+1} P_i z_1^{i-n-1} \quad (A.4-7)$$

で与えられる。

(A4-6), (A4-7) で計算される g_i の最後のもの, g_0 は実は, (A4-3) の x に相当するものである。したがって $f(x)$ は次式で与えられる。

$$f(z_1) = g_0 = \sum_{i=1}^{N+1} p_i z_1^{i-1} \quad (A4-8)$$

(A4-7) 式によって g_i をすべて求めておけば, ニュートン法における次の近似値 z_2 は下のように表わされる。

$$z_2 = z_1 - \frac{g_0}{\sum_{i=1}^N g_i z_1^{i-1}} \quad (A4-9)$$

上式右辺分子は (A4-8) により $f(z_1)$ であり, 分母は (A4-5) 式により $f'(z_1)$ であるから, この項が補正項となっていることがわかる。

この補正項が与えられた誤差以下になるまで z_i を次々に計算し, 収束したら, $f(z)$ を $(z - z_i)$ で除した方程式, すなわち z_i を求めるのに使った g_i を係数とする方程式の根を次に求め, 最終的に一次方程式となるまで続ければ $f(z) = 0$ の N 個の根をすべて求めることができる。

A・3 において, (A3-5) のような一般には複素係数の高次代数方程式を解く必要が生ずるが, これに A4 で述べた方法が有効である。巻末に, Prony の方法によるモード分解とあわせて, 高次代数方程式の数値解法のプログラムを示す。それぞれサフルーチ型のサブプログラムで呼出し名は PRON, および CABE となっている。

CABE は次のステップで構成される。

- (1) p_i から g_i を (A4-7) によって求める。
- (2) $f(z_1) = g_0$, および $f'(z_1) = g(z_1)$ より補正項 $f(z_1)/f'(z_1)$ を求める。
- (3) 補正項が所定の誤差以下になるまで次の近似値 $z_i = z_{i-1} - f(z_{i-1})/f'(z_{i-1})$ を求める。
- (4) 収束したら z_i を根として記憶する。
- (5) g_i を新たな p_i と考え $N \rightarrow N-1$ として (1) から繰返し最後に 1 次式を解いて終了する。

A. 5 相互アドミタンス行列の逆行列化アルゴリズム。

4章で出てくる相互アドミタンス, インピータンス行列のような形は,
^{*1}Toeplitz-マトリクスと呼ばれ, この行列の対称性から, 逆行列を導くアル
 ゴリズムは簡単化される。

一般のToeplitz-マトリクスのエレメントを τ_{ij} とすれば, その値は $(i-j)$
 の値だけに依存する。 $(n+1)$ 次のToeplitz-マトリクス T_{n+1} は, 1たが
 って, 下のように書ける。

$$T_{n+1} = \begin{bmatrix} \tau_0 & \tau_{-1} & \tau_{-2} & \cdots & \tau_{-n} \\ \tau_1 & \tau_0 & \tau_{-1} & \cdots & \tau_{-n} \\ \tau_2 & \tau_1 & \tau_0 & \cdots & \tau_{-n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_n & \tau_{n-1} & \tau_{n-2} & \cdots & \tau_0 \end{bmatrix} \quad (A5-1)$$

このマトリクスは右上から左下へ向う対角線に^{*2}対して対称だが, このような
 特徴を持つマトリクスは“Persymmetry”であると呼ばれる。この“per-
 symmetry”なマトリクスの逆行列は, やはり“persymmetric”である
 ことが知られている。^{*3}さらに, 相互アドミタンス, インピータンス行列は
 通常の意味で“Symmetric”である。(このように, “symmetric”かつ
 “persymmetric”なものを“Centrosymmetric”と言う。) すなわち,

$$T_{n+1} = \begin{bmatrix} \tau_0 & \tau_1 & \tau_2 & \cdots & \tau_n \\ \tau_1 & \tau_0 & \tau_1 & \cdots & \tau_n \\ \tau_2 & \tau_1 & \tau_0 & \cdots & \tau_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_n & \tau_{n-1} & \tau_{n-2} & \cdots & \tau_0 \end{bmatrix} \quad (A5-2)$$

*1 O. Toeplitz; “Zur Theorie der quadratischen Formen von unendlichvielen Variablen,” Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Kl., pp. 489-506, 1910.

*2 J. Wise: “The autocorrelation function and the spectral density function,” Biometrika, Vol. 42, pp. 151-159, 1955.

*3 S. Zohar: “Toeplitz matrix inversion: the algorithm of W. F. Trench,” J. Ass. Comput. Mach., vol. 16, No. 4, pp. 592-601, (Oct. 1969).

(A5-1) の形で, Hermite 形のもつは 1964 年に Trench^{*4} によつて, 逆行列化アルゴリズムが示されている。最近になって, Barreiss^{*5} はこれを非-Hermite 形にも拡張した。また, これは別に Harrington, Jr.^{*6} らによつて, 相似変換を使った対角化が開発されている。

ここでは Zonar の行つた方法に従つて, (A-5-2) の形の Toeplitz マトリクスの逆行列を求めよう。このくわしい証明は Zonar のオリジナルを参照されたい。

まず (A5-2) は一般性を失わずに対角成分 $\tau_n = 1$ としてよい。また, 同式は下のように Recurrence の形に寫ける。

$$T_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & \tilde{t}_n \\ \tau_n & T_n \end{bmatrix} \quad (A5-3)$$

ここで $\tilde{t}_n = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$ である。“~”(tilde) は転置行列を表わす。

T_{n+1} の逆マトリクス $[T_{n+1}^{-1}]$ の各成分は, 行ベクトル a_i およびスカラー定数 λ_i, α_i を用いて次のような Recurrence 形式で表わされる。

$$[T_{n+1}^{-1}]_{1,1} = 1/\lambda_n \quad (A5-4)$$

$$[T_{n+1}^{-1}]_{1,j+1} = [a_n]_{j,1} / \lambda_n \quad 1 < j < n \quad (A5-5)$$

$$[T_{n+1}^{-1}]_{i+1,j+1} = [T_{n+1}^{-1}]_{i,j} + (a_n \tilde{a}_n - \hat{a}_n \tilde{\hat{a}}_n)_{i,j} / \lambda_n \quad (A5-6)$$

$$[T_{n+1}^{-1}]_{i,j} = [T_{n+1}^{-1}]_{j,\bar{i}} = [T_{n+1}^{-1}]_{n+2-j, n+2-i} \quad (A5-7)$$

ただし, $\wedge$ (caret) は行列の成分を逆順序に配列したもの。

$$a_{i+1} = \begin{bmatrix} a_i + (\alpha_i / \lambda_i) \hat{a}_i \\ \alpha_i / \lambda_i \end{bmatrix} \quad (A5-8)$$

$$\alpha_i = -(\tau_{i+1} + \tilde{a}_i \hat{t}_i); \quad \lambda_{i+1} = \lambda_i - a_i^2 / \lambda_i \quad (A5-9)$$

*4. W.F. Trench: "An algorithm for the inversion of finite Toeplitz matrices," J. Soc. Indust. Appl. Math., Vol. 12, No. 3, pp. 512-522, (Sept. 1954)

*5. E.H. Barreiss: "Numerical solution of linear equations with Toeplitz and vector Toeplitz matrices," Numer. Math., Vol. 13, pp. 404-424, 1969.

*6. R.F. Harrington, Jr., L.F. Chang, A.T. Adams, et al., "Matrix methods for solving field problems," Rome Air Dev. Cent., Rome, N.Y., RADC-TR-66-35, Vol. 1, p. 168, (Aug. 1966).

この Recurrence formula の初期値は

$$\lambda_1 = 1 - \tau_1^2$$

$$a_1 = -\tau_1$$

で与えられる。

一般に、掃き出し法で逆行列を求めると、計算時間は 次数 n の 3 乗に比例するが、この Toeplitz マトリクスの逆行列化法だと n の 2 次で済む。

したがって、次数の大きいものほど、この方法は有効である。

A.6

非励振ループアレイの広帯域化について*

A METHOD FOR WIDE-BANDING A PARASITIC ARRAY

山沢 昌夫, 河島 茂男, 稲垣 直樹, 関口 利男

M. YAMAZAWA,

S. KAWASHIMA,

N. INAGAKI*,

T. SEKIGUCHI

東京工業大学

名古屋工業大学

TOKYO INSTITUTE OF TECHNOLOGY,

*NAGOYA INSTITUTE OF TECHNOLOGY.

1. まえがき

八木列のような非励振素子をもった線状アレイにおいては、遅波回路として用いられている非励振アレイが重要な役割を果たしている。この種のアレイはその構造にとりまう固有の波数分散を持った表面波を利用している。そのため、単一周波数では、最適な設計（例えば、サイドローブ最小、利得最大）が可能であるが、周波数帯域を問題に始めると、必ずしも最適化ができるとは限らない。

さて、非励振アレイの分散関係は、構造を定めれば一意的に決まるため、アンテナ設計上望ましい関係は必ずしも実現されない。これを実現するためには、何らかの方法で分散関係を操作してやる必要が生じる。

遅波回路の分散関係を操作することは、古くから進行波管に関する研究上の一つの問題であった。進行波管では、遅波の位相定数の重要なので、遅波回路の構造をいろいろ変えて、望ましい分散関係を得ることが行われている。しかし、アンテナの遅波構造としては、それが開放構造であり構造上の電流、磁流分布が放射特性に大きい寄与を持ったため、みだりに構造を変えることは望ましくない。

進行波管の研究で遅波構造の分散関係を操作するのに、構造をゆすかきに変えて、等価的にインピーダンスを付加する方法が知られている^[2]。アンテナでも、適当なインピーダンスを付加して、分散関係を操作できれば、大きく構造を変える必要もなく、有用な方法であると考えられる。

この論文で主に扱われているのは、アレイの利得を最大にする位相関係を広い周波数範囲にわたって保つような付加インピーダンスを与えることである。ここでは、実現すべき位相関係の条件として、Hansen-Woodwardの条件を用いている。この条件ではアレイの両端間の位相遅れが一定という関係となっており、現在知られているダイポールあるいはループを素子として用いたアレイの分散関係とは逆の傾向を与えるものである^{[3],[4]}。

本文では、まず、付加すべきインピーダンスが能動回路によって与えることが望ましいことを導いている。しかし、実現し易さの面から、付加インピーダンスとしては、損失を持つ共振回路を採用して、これを用いた時のアレイの特性を述べる。

なお、解析においては、八木列の非励振アレイが長い場合には、それに沿って伝搬する表面波の位相定数の性質は、かなりよい近似で無限長のものに一致すると考

*1. これは「本研究に関する発表論文」の「7」の別刷をそのままのせたものである。

えられることが知られている。従って、ここでは表面波の分散関係に関する限り、無限長と仮定している。

2. 無限周期構造の分散式

長いエンドファイア・アレイ構造には、その構造で決まるようなある種の表面波が伝わる。これは、種々のアレイについて一般的に知られており、その伝搬定数は構造を無限長と仮定し、固有値を計算する方法で求められている。^[3]

この章では、伝搬定数決定方程式(分散式)がアレイのアクティブインピーダンスを用いた式で与えられることを示し、さらに、給電英に任意のインピーダンスを付加した時に、分散関係式がどうあるべきかを考察する。

2.1 アクティブインピーダンスと分散式

アクティブインピーダンスは、アレイが実際に動作している時の特定の素子電流と電圧の比で定義される。たとえば、図2-1のような無限周期構造線状アレイを、 m 番目の素子電圧が $V_0 \exp(jm\theta)$ となるように電圧源給電を行なうと、任意の素子の給電英アドミタンスはすべて等しくなる。^[3] ここで V_0 は電圧源の振幅、 θ は隣り合う素子間の位相差を表す。

このアドミタンスを $Y_0(\theta)$ とすれば、 0 番目と m 番目の素子間の相互アドミタンス Y_{0m} を用いて下式のように書くことができる。

$$Y_0(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{0m} e^{jm\theta} \quad (2-1)$$

アクティブアドミタンス $Y_0(\theta)$ を用いれば、図2-1の構造で給電英をすべて短絡した時に伝わる表面波の伝搬定数 β_0 は、方程式

$$\frac{1}{Y_0(\theta)} = 0 \quad (2-2)$$

の根 θ_0 を用いて

$$\beta_0 = \frac{\theta_0}{P} \quad (2-3)$$

で与えられる。^[3] ここで P は隣り合う素子間の間隔である。

一応、すべての素子を、 m 番目の電流が $I_0 \exp(jm\theta)$ となるように、電流源給電すれば、この場合もその給電英インピーダンスはすべて等しくなる。^[3] このインピーダンスを $Z_0(\theta)$ とすれば、前と同様に相互インピーダンス Z_{0m} を用いて次式のように書くことができる。

$$Z_0(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_{0m} e^{jm\theta} \quad (2-4)$$

この場合、 m 番目の素子電圧 V_m は $Z_0 I_0 \exp(jm\theta)$ と表わされ、 $Z_0 I_0$ を V_0

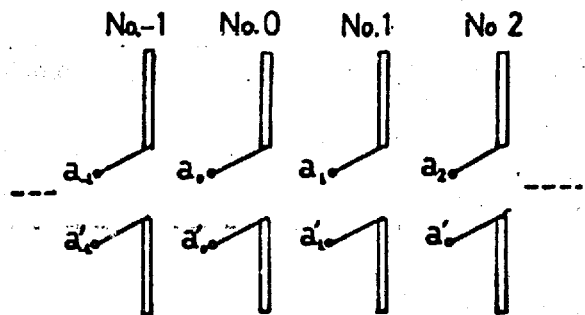


図2-1 素子間隔 P で直線に配列した無限長アレイ。素子の上的番号は中央の素子を 0 番目とする素子番号、 $a_m - a'_m$ は給電英を表す。

であきかえると電圧給電の場合と全く同じになる。したがって、同じ θ の値に対して $Z_o(\theta)$ と $Y_o(\theta)$ は互いに逆数関係にある。^[5]

$$Z_o(\theta) = \frac{1}{Y_o(\theta)} \quad (2-5)$$

上式を用いれば、(2-2) 式は、 $Z_o(\theta)$ で書くことができる。すなわち、

$$Z_o(\theta) = 0 \quad (2-6)$$

これは図2-1の構造の全端子を「短絡」した時に伝搬する波の分散式を与えるものである。

2.2 インピーダンス付加時の分散式

アレイの各素子に一定インピーダンス Z_L を付加した場合にも、分散式を導く過程は変らない。今、図2-1の構造で給電素子 $a_m - a'_m$ に、図2-2で示されるような電源を接続する。この電源は電流源 I_m に任意のインピーダンス Z_L を直列に接続したものである。簡単のために、この電源の出力端子を a -端子、電流源の両端を b -端子と呼ぶ。

前節と同様に $I_m = I_o \exp(jm\theta)$ とすれば、フロークの定理から、 m 番目の b -端子電圧 V_m の同じ形、 $V_m = V_o \exp(jm\theta)$ とあらわされる。また、 0 番目の a -端子 (a_0 -端子; サブスクリプトで素子番号を表わす) の電圧 V_o' と a_m -端子の電流 I_m とは、相互インピーダンス Z_{om} によって次のように関係づけられる。

$$V_o' = \sum Z_{om} I_m = I_o \sum Z_{om} e^{jm\theta} \quad (2-7)$$

さらに図2-2に示した回路で、電流 I_o と、 a 、 b 両端子電圧 V_o' 、 V_o の間には次の関係がある。

$$V_o' = V_o - Z_L I_o \quad (2-8)$$

式(2-7)に(2-8)および(2-4)を代入し、 b_0 -端子から見込んだインピーダンス $Z_b (\triangleq V_o / I_o)$ を求めると

$$Z_b = Z_o(\theta) + Z_L \quad (2-9)$$

となる。ここで、付加インピーダンス Z_L をアンテナの一部と考えれば、式(2-6)の関係により、方程式、

$$Z_b = Z_o(\theta) + Z_L = 0 \quad (2-10)$$

が、 b -端子をすべて短絡した時に、アレイに沿って伝搬する表面波の分散式を与えることがわかる。

2.3 本章の結論

図2-1の構造ですべての素子に Z_L を接続した時に伝搬する表面波の分散関係は、(2-10)式で与えられる。この式に Z_L という任意定数が入ってきていることは重要であり、 Z_L の導入によって、外部回路で分散関係を任意に変え得る可能性が生れる。

3 Hansen-Woodyardの条件を実現するアレイ構造

エンドファイアアレイの利得を最大にする研究は、古くは Hansen らによる線状波源の位相定数とアレイ長の関係、^[6] 八木列における、Erensbeck らの最適位相定数^[7]

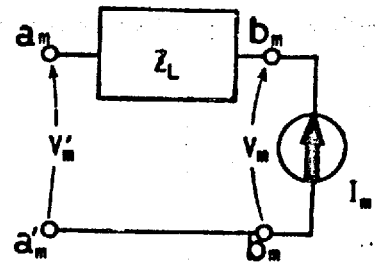


図2-2 第 m 番目の素子に接続する電源。ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots, \infty$

および最近になって永井^[5]、あるいは稲垣、小杉グループによる最適化の研究^[9]がある。

ここでは、八木列のような非励振アレイを用いたエンドファイアアレイにおいて利得最大の条件を広帯域にわたって保つことを目標にして、どのようなインピーダンスを付加したら、それが実現できるかを検討する。また、この章では最適な分散関係の例として、Hansen-Woodyardの条件を用いることにする。この条件はアレイ長を L とすると最適条件を与える位相定数 β は次式のように書かれる。

$$\beta = k + \frac{\pi}{L} \quad (3-1)$$

ここで k は自由空間伝搬定数

3.1 Z_L に要求される性質。

伝搬定数 $\beta (= \frac{\omega}{v})$ が自由空間の伝搬定数をより大きい時には、線状アレイのどの方向に対しても位相が合わないため、特定方向への放射はあこらない。したがって、式(2-4)で与えられる $Z_L(\beta P)$ は純リアクタンスとなる。このリアクタンス命を $X(\beta P)$ と書くと、リアクタンス回路の蓄積エネルギーの関係から

$$\frac{\partial X}{\partial \omega} > 0 \quad (3-2)$$

という不等式を満たす。

一方(2-10)から $Z_L = -jX$ となるので、 Z_L は純リアクタンスでなければならず、しかもそのリアクタンス X_L は $X_L = -X$ で与えられるので

$$\frac{\partial X_L}{\partial \omega} < 0 \quad (3-4)$$

である。

式(3-4)は Z_L を受動リアクタンス回路で実現する事が不可能であることを示している。したがって、 Z_L は、能動回路を用いるか、あるいは抵抗分を含んだ受動回路を用いるか、いずれかの方法でなければ実現できない。

3.2 受動インピーダンスを用いた Z_L の合成

前節で、 Z_L を実現するには2つの方法が考えられることを述べた。能動回路を用いる方法は、具体的には $X(\beta P)$ と同じ周波数特性を持つ回路をコンバータ等の能動回路を通して符号の反転を行えば良いであろう。しかし、多くの素子に複雑な回路を付加するのはあまりに非現実的である。そのため本節では主に損失を含んだ並列共振回路のリアクタンス分が(3-4)式の要請を満たすことを用いて、より実現しやすい Z_L の値を与えている。

Z_L に損失分が入ると、(2-10)式を満たすための Z_L に実数部が現われることになる。

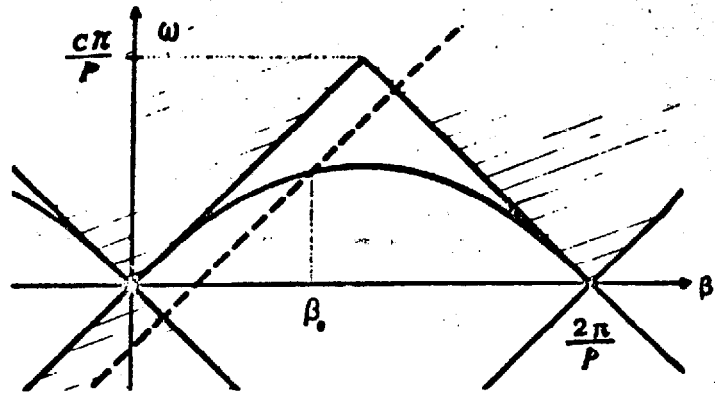


図3-1 フリリアン図上に書いた無限周期構造線状アレイの分散関係(実線)とHansen-Woodyardの条件(破線)。これら2つの曲線の交点が最適位相定数 β_0 を与える。またハッチングをほどこしてある範囲は周期構造にともなう禁止帯をあらわしている。

これは、表面波が伝搬していく間に、付加インピーダンスの抵抗分により減衰を受けることに対応する。言い換えると、実数であった伝搬定数 β が

$$\beta = \beta' - j\beta'' \quad (3-5)$$

と複素数で与えられることを意味する。

今、虚数部 β'' が実数部に比べて小さいと仮定する。すなわち、損失分が小さい時を考えると、式(2-10)を β について展開する。

$$Z_L = -jX(\beta') - \beta'' \frac{\partial X(\beta')}{\partial \beta} \bigg|_{\beta=\beta'} \quad (3-6)$$

ここでは $\beta > k$ の範囲でアレイを動作させることを念頭に置き、 $\beta'' = 0$ のとき Z_L は純虚数としている。

式(3-6)が受動回路で Z_L を実現する場合の基本式となる。

3.3 損失のある並列共振回路による Z_L の実現。

インピーダンスを付加しない時の分散式から求める周波数 ω と伝搬定数 β の関係は、ループ列を例にとると、ブリリアンダイアグラム上で図3-1で実線のようになる。また同じ図上に式(3-1)で与えられる条件を書き入れると1交点線で示した直線になる。この2つのグラフの交点 (ω_0, β_0) が、与えられた構造が式(3-1)を満たす唯一の点である。前節で述べたように、分散関係を ω の全域にわたって変えるには、能動回路が必要となるが、ここでは、 ω のある範囲で(3-6)式を満足するような受動回路として、損失を含んだ共振回路を考え、分散関係を変える帯域幅とアレイ構造から受動回路定数を決定する。

付加インピーダンス Z_L を、実部 R_L と虚部 X_L に分けて(3-6)を書き直すと下式のようになる。

$$R_L = -\beta'' \frac{\partial X}{\partial \beta} \bigg|_{\beta=\beta'} \quad (3-7)$$

$$X_L = -X \quad (3-8)$$

また、 Z_L を図3-2に示すような並列共振回路で与えることを考えると

$$R_L = \frac{G}{G^2 + B^2} \quad (3-9)$$

$$X_L = \frac{-B}{G^2 + B^2} \quad (3-10)$$

図3-3 付加すべきインピーダンス Z_L の虚数部 $-X$ と Z_L の虚部 X_L 。 ω_0 および $\omega_0 \pm \Delta\omega$ はそれぞれ付加共振回路の共振角および、帯域幅である。

$$\left. \begin{aligned} G &= 1/R \\ B &= \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) B_0 \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad B_0 = \sqrt{\frac{C}{L}} \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

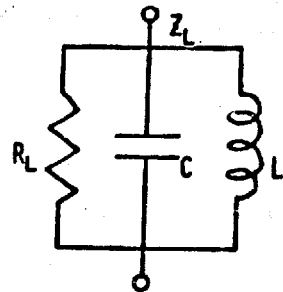


図3-2 分散関係を変えるために付加するインピーダンスの等価回路

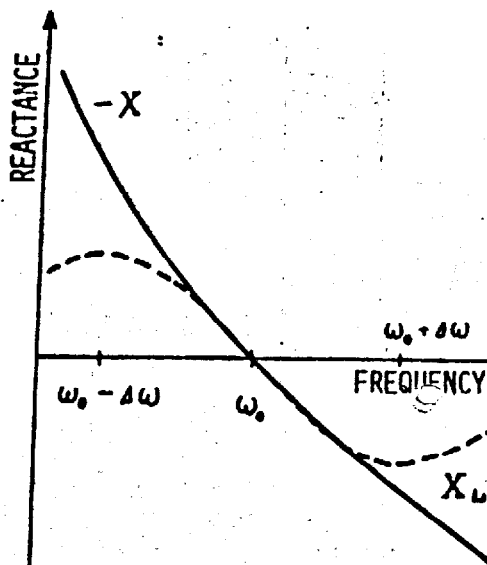


図3-3 付加すべきインピーダンス Z_L の虚数部 $-X$ と Z_L の虚部 X_L 。 ω_0 および $\omega_0 \pm \Delta\omega$ はそれぞれ付加共振回路の共振角および、帯域幅である。

さて、アクティブインピーダンス Z_0 は $\beta(\omega) = \frac{Z_0}{j\omega}$ すなわち角周波数 ω と伝搬定数 β の2変数関数になっている。今、実現すべき分散関係が(3-1)式のように与えられたとすると、式(3-8)の右辺 $-X$ は周波数 ω に対して、図3-3の実線のように変化する。この $-X$ は ω の変化に対して負の傾きをわっている。また(3-10)式で与えられる X_L は、 $-X$ が0を横切る周波数 ω_0 に共振角を選び、パラメータを適当にすると、あるバンド幅 $2\Delta\omega$ の範囲で負の傾きを持ち、 $-X$ のよい近似となる。ここでは、共振角での傾きと、バンド幅を一致させることによって(3-9)、(3-10)式の G および B を決めることにする。

まず共振角および共振角での傾きの一致から

$$X_L(\omega_0) = 0$$

および

$$(3-12)$$

$$\left. \frac{dX_L}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = - \left. \frac{dX}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}$$

$$(3-13)$$

が得られる。

次に帯域幅の指定から

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{B_0}{G}$$

$$(3-14)$$

を用いて B と G の比が決定できる。

上の2式から G と B が定まるので、共振回路の損失によって与えられる減衰定数 β^0 は、あらかじめ定めておくことができない。 β^0 の値は2式により求めた G と B を用いて、(3-7)、(3-9)により与えられることになる。これは、あらわな形で書けば下式のようになる。

$$\beta^0 = - \frac{1}{\frac{\partial X}{\partial \beta} \big|_{\omega=\omega_0}} \frac{G}{G^2 + B^2} \quad (3-15)$$

アクティブインピーダンス Z_0 はアレイの構造が決まれば定まる関数である。したがってアレイの構造と分散関係、および指定した分散関係となる周波数帯域を与えれば、式(3-13)-(3-15)を用い本節で示した方法に従って、付加すべきインピーダンスの値を定めることができる。

3.4 本章の結論

非励振アレイの最適分散関係として Hansen Woodyard の関係を仮定し、それを実現するための付加インピーダンスを求めた。付加インピーダンスはリアクタンス回路のエネルギー定理を満足せず、これを受動回路で実現するためには、抵抗分を入れてやる必要がある。結果的に伝搬定数が複素数になる。実現しやすい付加インピーダンスとして、ここでは損失を含んだ並列共振回路を考えた。このような受動回路を用いた時には、有効な分散

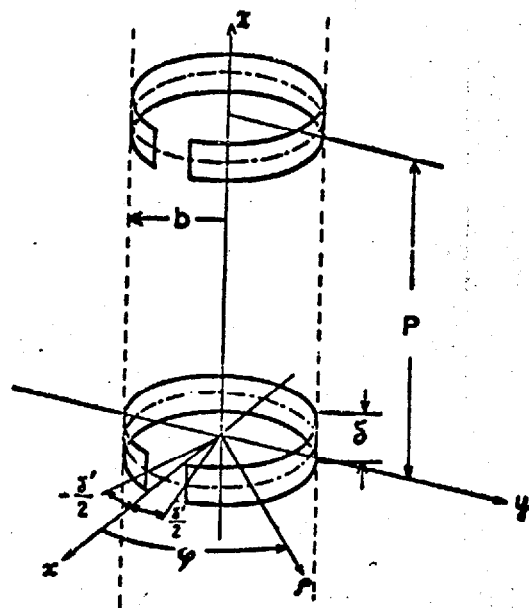


図4-1 アクティブインピーダンスを計算する際に用いられたループ列のモデル

関係が得られる範囲はある限られた周波数帯域しか存在しない。また、周波数帯域を指定すれば、表面波が受ける減衰は一意的に定まってしまうため β で指定することはできない。

4. ループ列に関する数値例

無限周期ループアレイのアクティブアドミッタンス Y_0 は、周方向のみの電流を仮定することによって計算式が得られており、自由空間伝搬定数を k_0 、ループの半径を b とし、 $k_0 b \ll 1$ の付近で反共振した場合、式(2-2)の解は $m=1$ モードのみ存在することが導かれている。これは、 $Y_0(\beta, P)$ で $m=1$ モード以外のモードを無視できることを示している。ところで、アクティブインピーダンス Z_0 と Y_0 の間には、式(2-5)の関係があるため、 Z_0 は $m=1$ モードのみ考慮すればよい。

4.1 アクティブインピーダンス

図4-1のような無限周期ループアレイのアクティブアドミッタンス Y_0 は、

$$Y_0(\beta, P) = Y_i \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\frac{m\delta'}{2}) / (\frac{m\delta'}{2})}{f_m(\beta, P)}$$

$$Y_i = \frac{jP}{2\pi k_0 b^2 \eta_0}$$

$$f_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [I_{nm} K_m + (\frac{m\beta_n}{k_0 b \eta_0})^2 I_{nm} K_m] \frac{\sin(\frac{\beta_n \delta}{2})}{(\frac{\beta_n \delta}{2})}$$

$$\beta_m = \beta_0 + \frac{2m\pi}{P} \quad \gamma_n = \sqrt{\beta_n^2 - k_0^2} \quad (4-2)$$

ここで P は、ループ素子の間隔、 b はループの半径、 δ はループ素子の中、 δ' は給電部の角度である。 $m=1$ モードを考え、また $\delta' \ll 1$ を考慮すると

$$\frac{\sin(\frac{m\delta'}{2})}{(\frac{m\delta'}{2})} \approx 1 \quad (4-3)$$

すなわち、アクティブインピーダンス Z_0 は

$$Z_0(\beta, P) \approx \frac{f_1(\beta, P)}{Y_i} \quad (4-4)$$

となる。

4.2 位相定数

式(3-12) - (3-15)により、付加並列共振回路の Q 、共振周波数 $k_0 b$ 、ただし k_0 は共振回路の共振角周波数 ω_0 に対応して、 $k_0 = \omega_0 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ と与えられている。そして、さらに、Hansen-Woodyardの条件を用い、アンテナ長を L とし、 L/b は、構造パラメータを変えたとき、 $k_0 b = 0.95$ 一定となるよう定める。

これら三つの条件より、位相定数、減衰定数、付加インピーダンスが求まる。本計算では、 Q 、 L/b 、 P/b を変えたときの結果を示してある。

なお、ここで帯域について述べる。本論では、帯域を次のように定義する。周波数 k_0 に対する Hansen-Woodyardの条件から定まる位相定数を β_0 とすると、

$$\beta L = \beta_0 L \pm \frac{\pi}{8} \quad (4-5)$$

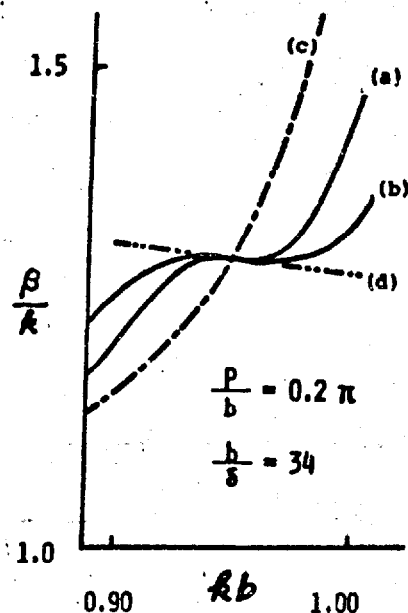


図4-2 付加共振回路の Q をパラメータとする、ループアレイの分散関係の変化。縦軸、横軸はそれぞれ、 β/k_0 および周波数に対応する $k_0 b$ である。ただし k_0 は自由空間の伝搬定数を表す。

(a): $Q=10$, (b): $Q=5$,

(c): $Z_L=0$, (d) Hansen-Woodyardの条件。

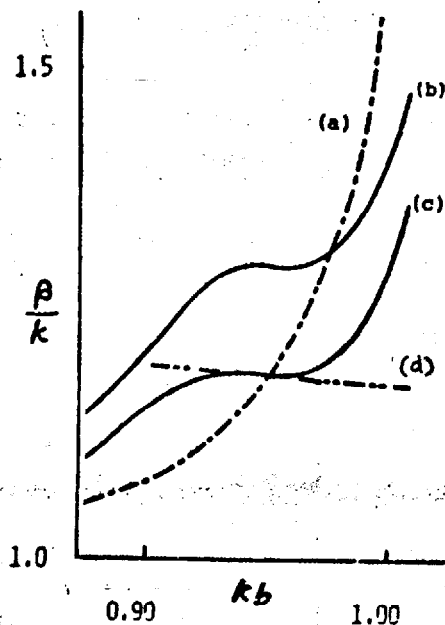
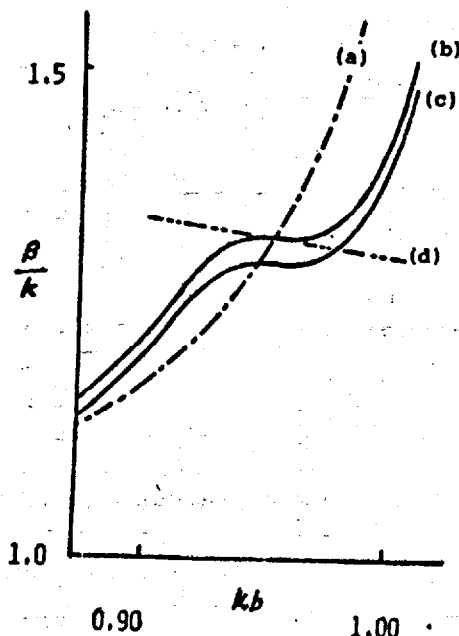


図4-3 アレイの構造パラメータ, P/b を変えたときのループアンテナアレイの表面波の分散関係。(kb=0.95で付加回路は共振, $b/\delta=34$), (a) $P/b=0.4\pi$, $Z_L=0$, (b) $P/b=0.2\pi$, $Z_L=0$, (c) $P/b=0.4\pi$, $Z_L=10$, (d) $P/b=0.4\pi$, $Z_L=10$ とき Hansen-Woodyard の条件から決まる分散関係



なる位相定数 β が決まる。この β に対する自由空間伝搬定数を $k_{\max}$, $k_{\min}$ とすると、帯域 Δkb は、 $\Delta kb = (k_{\max} - k_{\min}) \cdot b$ と定義する。

この定義は、利得の減少が Hansen-Woodyard の条件の与える最大利得から 5% 以内に収まるための位相定数偏差に対応している。しかし損失回路の付加により、実際の利得はさらに減少することになるので、利得の変動よりは、その帯域内で放射パターンの変化が小さいことの方に注意すべきである。

(1) Q を変えたとき

図4-2は $P/b = 0.2\pi$, $b/\delta = 34$ のときに、 $Q = 5$, 10 と変えたものである。このとき、Hansen-Woodyard の条件は、

$$\frac{\beta'}{k} = 1 + \frac{0.288}{kb} \quad (4-6)$$

$$\frac{L}{b} = \frac{\pi}{0.288}$$

となり、付加インピーダンスがない場合と合わせて図に示してある。このときの帯域を計算すると、付加インピーダンスがないときは、 $\Delta kb = 0.016$ 、付加インピーダンス Q が 5 のとき、 $\Delta kb = 0.089$ 、 $Q = 10$ のとき $\Delta kb = 0.57$ となる。

(2) P/b を変えたとき

図4-3は、 $b/\delta = 34$, $Q = 10$ のときに、 $P/b = 0.2\pi$, 0.4π と変えたものである。このとき Hansen-Woodyard の条件は、 $P/b = 0.2\pi$ では (4-6) 式で表わされる $P/b = 0.4\pi$ では、

$$\frac{\beta'}{k} = 1 + \frac{0.181}{kb} \quad (4-7)$$

$$\frac{L}{b} = \frac{\pi}{0.181}$$

となる。このとき P/b を大きくすると、 β/k が大きくなり、帯域は、 $P/b = 0.2\pi$ で $\Delta kb = 0.057$ 、 $P/b = 0.4\pi$ で $\Delta kb = 0.050$ である。付加インピーダンスがないときの、 $P/b = 0.4\pi$ の帯域

図4-4 アレイの構造パラメータ, P/b を変えたときのループアンテナアレイの表面波の分散関係。(kb=0.95で付加回路は共振, $P/b=0.2\pi$), (a) $P/b=0.17$, $Z_L=0$, (b) $P/b=0.17$, $Z_L=10$, (c) $P/b=0.34$, $Z_L=0$, (d) $P/b=0.34$, $Z_L=10$ とき Hansen-Woodyard の条件から決まる分散関係。

は $\Delta kb = 0.012$ である。

(3) b/δ を変えたとき

図4-4は、 $P/b = 0.2\pi$, $Q = 10$ のときに、 $b/\delta = 17, 34$ と変えたものである。このときの Hansen-Woodyard の条件は、 $b/\delta = 17$ のとき

$$\beta'/k = 1 + \frac{0.312}{kb}$$

$$\frac{L}{b} = \frac{\pi}{0.312} \quad (4-8)$$

で表わされ、 $b/\delta = 34$ のときは、式(4-6)で表わされる。帯域は $b/\delta = 17$ で付加インピーダンスがない場合、 $\Delta kb = 0.018$, 付加したとき、 $\Delta kb = 0.060$, $b/\delta = 34$ で付加インピーダンスがある場合には、 $\Delta kb = 0.057$ となる。ただ P/b を変化したときに比較して b/δ を大きくすると、 β'/k は小さくなる。

4.3 減衰定数

式(3-15)で β' が与えられるが、ここでは β' を β で規格化した値を考察する。(4.2)節同様、 Q , P/b , b/δ を変えた場合について

(1) Q を変えたとき

図4-5にて、 $P/b = 0.2\pi$, $b/\delta = 34$ のときに、 $Q = 5, 10$ と変えた場合には、概形は似ているが、 Q を5から10へと2倍にすると、 β'/β は約半分となる。

(2) P/b を変えたとき

図4-5にて、 $b/\delta = 34$, $Q = 10$ のときに、 $P/b = 0.2\pi, 0.4\pi$ と変えた場合には、 β'/β は $kb = 0.95$ の付近で、 0.4π の場合には、 0.2π の場合に比べ10%強小さくなる。

(3) b/δ を変えたとき

図4-5にて、 $P/b = 0.2\pi$, $Q = 10$ のときに $b/\delta = 17, 34$ と変えた場合には、 β'/β は互に13とんと変化しない。

4.4 結論

(4-2), (4-3) 節に述べた結果から次の結論が得られる。

(1) 帯域については、 Σ と δ とで並列共振回路のような簡単なもので大きく改善される。そして、構造パラメータには余り影響を受けず、 Q には大きく影響を受けて Q の逆数とともに増大する。

(2) 減衰定数については、 b/δ には、ほぼ無関係であるが、 P/b が大きくなるにつれ減衰定数は少れ小さくなる。このことは、 b を一定と考えたとき、 δ にはよらず、 P より変化することを示している。また、 Q の変化に対しては、帯域同様大

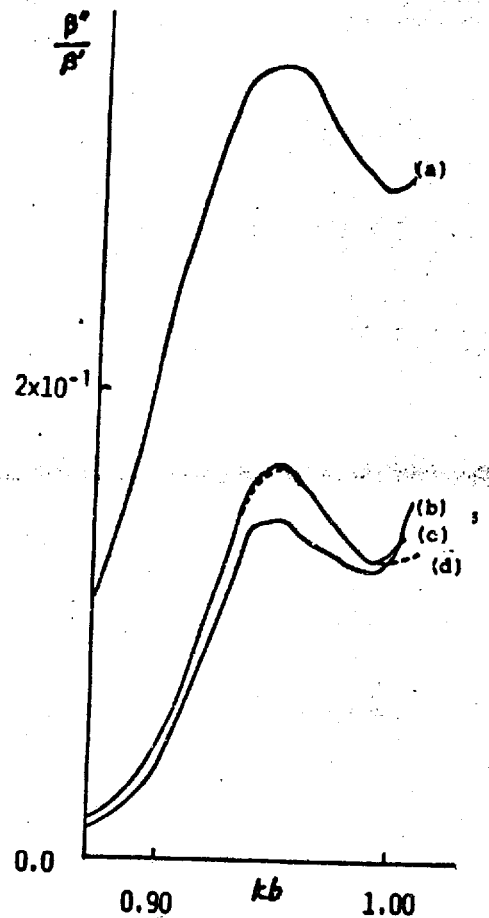


図4-5 表面波の減衰定数の変化。 $(kb=0.95$ で付加回路は共振)
(a) $P/b=0.2\pi$, $b/\delta=34$, $Q=5$, (b) $P/b=0.4\pi$, $b/\delta=34$, $Q=10$, (c) $P/b=0.2\pi$, $b/\delta=34$, $Q=10$, (d) $P/b=0.2\pi$, $b/\delta=17$, $Q=10$.

きく影響を受け、ほぼ Q の逆数ほどに増大する。

5. 結論

無限周期構造アレイにおいて、各素子にインピーダンスを付加して、アレイに沿って伝搬する表面波の伝搬定数を任意に変える可能性を導いた。

この場合、要求される付加インピーダンスは受動リアクタンス回路で実現することは不可能であり、能動回路、あるいは抵抗分を含んだ受動回路を用いなければならぬ。

この論文では、損失を含んだ並列共振回路を用いて、Hansen-Woodyard の条件を満たす非共振アレイの実現方法を取りあげ、数値例を示した。

伝搬定数に対する帯域幅を、利得の面から定義するとすれば、インピーダンス付加によって、帯域幅は、ほぼ付加回路の Q の逆数に比例して改善されるが、同時に損失も増加する。また帯域は、構造を変えても大巾な変化はない。したがって、この方法を用いるかぎり広い帯域を取るには、適当な長さに限る必要がある。

謝辞 最後に日頃御討論下さる、関口研の方々ならびにマイクロ波グループの皆様へ感謝いたします。なお数値計算は、東大大型計算機センターおよび、本学化エ計算機センターで行ないました。

文献

- [1] 稲垣, 関口: 「Phased Array Antenna の Array-Element Pattern と Active Impedance について」, 信学誌, Vol. 53-B, No. 12, pp. 752-759, (Dec. 1970).
- [2] J. Hirano: "A Broad-Band Slow-Wave Structure for Millimeter Traveling-Wave Tube Amplifier", IRE Trans. on Electron Devices, Vol. ED-9, No. 2, pp. 228-234, (March 1962).
- [3] F. Serracchioli, C.A. Levis: "The Calculated Phase Velocity of Long Endfire Uniform Dipole Arrays", IRE Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-7, No. 6, 5424-5434, (Dec. 1959).
- [4] M. Yamazawa, N. Inagaki, T. Sekiguchi: "Excitation of Surface Wave on Circular-Loop Array" Comm. IEEE Trans. Antennas and Propagation, (May 1971).
- [5] 稲垣, 山沢, 関口: 「無限大素子数アンテナ列の特性について」, 信学会 アンテナ伝搬研資, AP69-34, (Oct. 1969).
- [6] W.W. Hansen, J.R. Woodyard: "A New Principle in Antenna Design" Proc. IRE, Vol. 26, No. 3, pp. 333-345, (March 1938).
- [7] H.W. Ehrenspeck, H. Poehler: "A New Method for Obtaining Maximum Gain From YAGI Antennas", IRE Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-7, pp. 543-548, (Oct. 1959).
- [8] 永井: 「短い Endfire Array の最大利得に関する一考察」, 信学誌, Vol. 48, No. 4, p. 705, (April 1965).
- [9] 小杉, 稲垣, 関口: 「ループアンテナアレイの利得を最大にする設計」, 信学誌, Vol. 54-B, No. 5, pp. 228-236, (May 1971).

```
107 COMPLEX FUNCTION YM(AKP,BEL,PBB,DBB,M)
108 C THIS FUNCTION GIVES THE VALUE OF Y-THETA OF THE M-ORDER AT A PRE-
109 C SCRIBED POINT ON THE K-B DIAGRAMME IN THE REGION WHERE KP AND BEP
110 C ARE POSITIVE AND LESS THAN PAI.
111 C THIS FUNCTION NECESSITATES FUNCTIONS AKBES, AIBESD, AJBES, AND
112 C YBES,
113 COMPLEX DS
114 COMPLEX ZJ,AIK,AIKD, FMO,FMN,ANPL,ANMI,FM,YI
115 PAI=3.141593
116 ZJ=(0,0,1,0)
117 BEP=BEL
118 IF(BEL.GT,PAI) BEP=2.0*PAI-BEL
119 N=0
120 AM=FLOAT(M)
121 AMS=AM*AM
122 PBBS=PBB*PBB
123 AKPS=AKP*AKP
124 BEPS=BEP*BEP
125 IF(AKP.NE,0,0) GO TO 100
126 AKP=0.0001*PAI
127 AKPS=AKP*AKP
128 GO TO 102
129 100 IF(BEP.NE,AKP) GO TO 102
130 IF(AKP.NE,PAI) GO TO 101
131 AKP=AKP*0.9999
132 AKPS=AKP*AKP
133 GO TO 102
134 101 IF(M-1) 201,202,203
135 201 FMO=(-0.5,0,0)
136 GO TO 103
137 202 AS=0.5*PBBS/AKPS
138 ASS=PAI/4,0
139 FMO=CMPLX(AS,ASS)
140 GO TO 103
141 203 AS=0.5*AMS*PBBS/AKPS
142 FMO=CMPLX(AS,0,0)
143 GO TO 103
144 102 CONTINUE
145 C TERM N=0 AND GAMB,NE,0.0
146 IF(BEP.EQ,AKP) GO TO 101
147 DD=AMS*BEPS*PBBS/AKPS/(BEPS-AKPS)
148 IF(BEP.EQ,0,0) GO TO 10
149 SO=SIN(BEP*DBB/PBB/2.0)/(BEP*DBB/PBB/2.0)
150 GO TO 11
151 10 SO=1.0
152 11 CONTINUE
153 GAMBS=(BEPS-AKPS)/PBBS
154 IF(GAMBS) 1,2,2
155 1 R=-GAMBS
156 X=SQRT(R)
```

```

57     AJM=AJBES(M,X)
58     AJMP=AJRES(M+1,X)
59     AYM=YBES(M,X)
60     AYMP=YBES(M+1,X)
61     AIK=-(PAI/2.0)*ZJ*AJM*(AJM-ZJ*AYM)
62     AJD=AM*AJM/X-AJMP
63     AYD=AM*AYM/X-AYMP
64     AIKD=(PAI/2.0)*ZJ*AJD*(AJD-ZJ*AYD)
65     IF(N.NE.0) GO TO 8
66     GO TO 3
67     2 X=SQRT(GAMBS)
68     IF(X.GT.80.0) GO TO 33
69     AIM=AIBES(M,X)
70     AIMP=AIBES(M+1,X)
71     AKM=AKBES(M,X)
72     AKMP=AKBES(M+1,X)
73     AS=AIM*AKM
74     AIK=CMPLX(AS,0.0)
75     AID=AM*AIM/X+AIMP
76     AKD=AM*AKM/X-AKMP
77     AS=AID*AKD
78     AIKD=CMPLX(AS,0.0)
79     GO TO 3
80     33 AS=0.5/X
81     AIK=CMPLX(AS,0.0)
82     AIKD=-CMPLX(AS,0.0)
83     3 CONTINUE
84     FMD=(AIKD+DD*AIK)*S0
85     103 CONTINUE
86 C   CORRECTION TERMS
87     FMN=FMD
88     N=1
89     88 CONTINUE
90     AN=FLOAT(N)
91     BENP=BEP+2.0*PAI*AN
92     BENPS=BENP*BENP
93     DDN=AMS*BENPS*PBBS/AKPS/(BENPS-AKPS)
94     SQN=SIN(BENP*DBB/PBB/2.0)/(BENP*DBB/PBB/2.0)
95     GAMBS=(BENPS-AKPS)/PBBS
96     X=SQRT(GAMBS)
97     IF(X.GT.80.0) GO TO 44
98     AIM=AIBES(M,X)
99     AIMP=AIBES(M+1,X)
100    AKM=AKBES(M,X)
101    AKMP=AKBES(M+1,X)
102    AS=AIM*AKM
103    AIK=CMPLX(AS,0.0)
104    AID=AM*AIM/X+AIMP
105    AKD=AM*AKM/X-AKMP
106    AS=AID*AKD

```

```
207      AIKD=CMPLX(AS,0,0)
208      ANPL=(AIKD+DDN*AIK)*SON
209      GO TO 55
210  44 CONTINUE
211      AS=(-1.0+DDN)*SON*0.5/X
212      ANPL=CMPLX(AS,0,0)
213  55 CONTINUE
214      BENP=BEP-2.0*PAI*AN
215      BENPS=BENP*BENP
216      SON=SIN(BENP*DBB/PBB/2.0)/(BENP*DBB/PBB/2.0)
217      GAMBS=(BENPS-AKPS)/PBBS
218      IF(GAMBS) 1,9,7
219  7 CONTINUE
220      DDN=AMS*BENPS*PBBS/AKPS/(BENPS-AKPS)
221      X=SQRT(GAMBS)
222      IF(X.GT,80.0) GO TO 66
223      AIM=AIBES(M,X)
224      AIMP=AIBES(M+1,X)
225      AKM=AKBES(M,X)
226      AKMP=AKBES(M+1,X)
227      AS=AIM*AKM
228      AIK=CMPLX(AS,0,0)
229      AID=AM*AIM/X+AIMP
230      AKD=AM*AKM/X-AKMP
231      AS=AID*AKD
232      AIKD=CMPLX(AS,0,0)
233  8 CONTINUE
234      ANMI=(AIKD+DDN*AIK)*SON
235      GO TO 77
236  66 CONTINUE
237      AS=(-1.0+DDN)*SON*0.5/X
238      ANMI=CMPLX(AS,0,0)
239      GO TO 77
240  9 IF(M-1) 204,205,206
241  204 ANMI=(-0.5,0,0)*SON
242      GO TO 77
243  205 AS=0.5*PBBS/AKPS*SON
244      ASS=PAI/4.0*SON
245      ANMI=CMPLX(AS,ASS)
246      GO TO 77
247  206 AS=0.5*AMS*PBBS/AKPS*SON
248      ANMI=CMPLX(AS,0,0)
249  77 CONTINUE
250      FMN=FMN+ANPL+ANMI
251      N=N+1
252      IF(AKP.GT,0.1) GO TO 301
253      IF(N.GE,3) GO TO 302
254  301 CONTINUE
255      IF(N.GE,5) GO TO 99
256      GO TO 88
```

```
57 29 CONTINUE
58 DS=ANPL+ANMI
59 DF=CABS(FMN)
60 DAS=CABS(DS)
61 DDFAS=DAS/DF
62 IF(DDFAS.GT,0.005) GO TO 88
63 302 CONTINUE
64 FM=FMN
65 IF(M.EQ,0) GO TO 5
66 ANM=2.0
67 SM=SIN(AM*DBB/2.0)/(AM*DBB/2.0)
68 GO TO 6
69 5 ANM=1.0
70 SM=1.0
71 6 CONTINUE
72 YI=ZJ*PBBS/AKP/PAI/PAI/240.0
73 YM=YI*ANM*SM/FM
74 512 FORMAT(1H ,6HGAMBS=1PE9.2,2HN=13,3HBP=E9.2,3HKP=E9.2)
75 RETURN
76 END
```

```
098      FUNCTION AIBES(NN,XX)
099 C122    C3/HC/AIBS MODIFIED BESSEL FUNCTION ,FIRST KIND (SINGLE PRECI-
100        ONE=1.0
101        E25=1.0E-25
102        N=IABS(NN)
103        X=XX
104        XS=ABS(X)
105        XA=ABS(X)
106        IF(N-30000) 6,1001,1001
107    6    IF(XS-87.0) 7,1001,1001
108    7    CONTINUE
109        IF(XS-2.0E-5) 1,10,10
110    1    IF(N) 3,2,3
111    2    AIBES=ONE
112        GO TO 1000
113    3    IF(N-7) 4,500,500
114    4    T1=0.5*X
115        T2=ONE
116        T3=ONE
117    DO 5 I=1,N
118        T3=T3*T1/T2
119        T2=T2+ONE
120    5    CONTINUE
121        BI=T3
122        GO TO 300
123    10    Z=2.0/X
124        IF(XA-10.0) 92,91,91
125    91    L=30
126        GO TO 15
127    92    L=10
128        GO TO 15
129    15    NM=MAX0(N,IFIX(XS))/L
130        AI=ONE
131    20    T3=0.0
132        T2=1.0E-38
133        S=0.0
134        DO 100 I=1,NM
135        K=NM-I
136        T1=FLOAT(K+1)*T2*Z+T3
137        IF(N-K) 50,30,50
138    30    QI=T1
139    50    S=S+T1
140        IF(ABS(S)-1.0E25) 80,60,60
141    60    T1=T1/E25
142        T2=T2/E25
143        S=S/E25
144        IF(N-K) 80,70,70
145    70    QI=QI/E25
146    80    T3=T2
147        T2=T1
```

```
48 100 CONTINUE
49 S=S+S-T1
50 101 BI=QI/S*EXP(X)
51 300 IF(NN) 700,600,600
52 500 AIBES=0.0
53 GO TO 1000
54 600 AIBES=BI
55 GO TO 1000
56 700 IF(MOD(N,2)) 800,600,800
57 800 AIBES=-BI
58 GO TO 1000
59 1001 WRITE(6,2000) N,X
60 1000 RETURN
61 2000 FORMAT(31H VALUE OF AIBES IS NOT ACCURATE,3X,19HAIBES( N, X) AT N
62 1=,16,7H AND X=,1PE14,6)
63 END
```

```
164 FUNCTION AKBES(NN,X)
165 16 N=IABS(NN)
166 Z=2.0/X
167 IF(ABS(X)-83.0) 1,1,1003
168 1 IF(ABS(X)-2.0) 2,2,100
169 2 T3=0.0
170 T2=1.0E-38
171 S=0.0
172 NM=12
173 DO 11 I=1,NM
174 K=NM-I
175 T1=FLOAT(K+1)*T2*Z+T3
176 7 S=S+T1
177 IF(ABS(S)-1.0E25) 10,8,8
178 8 T1=T1*1.0E-25
179 T2=T2*1.0E-25
180 S=S*1.0E-25
181 10 T3=T2
182 T2=T1
183 11 CONTINUE
184 S=S+S-T1
185 QI=T2
186 QJ=T3
187 12 BI=QI/S*EXP(X)
188 4 AIBES0=BI
189 AIBES1=QJ/S*EXP(X)
190 Y=0.25*X*X
191 AKBES0=-ALOG(0.5*X)*AIBES0+((((0.0000074*Y+0.0001075)*Y+0.0026270
192 1)*Y+0.0348859)*Y+0.2306976)*Y+0.4227842)*Y-0.5772157
193 IF(N) 20,15,20
194 15 AKBES=AKBES0
195 GO TO 2000
196 20 AKBES1=(1.0/X-AKBES0*AIBES1)/AIBES0
197 IF(N-1) 200,21,200
198 21 AKBES=AKBES1
199 GO TO 2000
200 100 AKBES0=((((((0.0005321*Z-0.0025154)*Z+0.0058787)*Z-0.0106245)*Z
201 1+0.0218957)*Z-0.0783236)*Z+1.2533141)/
202 2SQRT(X)*EXP(-X)
203 IF(N) 102,101,102
204 101 AKBES=AKBES0
205 GO TO 2000
206 102 AKBES1=((((((-0.0006825*Z+0.0032561)*Z-0.0078035)*Z+0.0150427)*Z
207 1-0.0365562)*Z+0.2349862)*Z+1.2533141)/
208 2SQRT(X)*EXP(-X)
209 IF(N-1) 200,103,200
210 103 AKBES=AKBES1
211 GO TO 2000
212 200 T1=AKBES0
213 T2=AKBES1
```

```
14      NII=N-1
15      DO 201 I=1,NII
16      T3=FLOAT(I)*T2*Z+T1
17      202 T1=T2
18      T2=T3
19      201 CONTINUE
20      AKBES=T3
21      GO TO 2000
22      1001 WRITE(6,1002) NN,X
23      AKBES=1.0E38
24      1002 FORMAT(32H VALUE OF AKBES IS OVERFLOW.  N=I4,4H, X=1PE14.6)
25      1003 AKBES=0.0
26      2000 RETURN
27      END
```

```
28      FUNCTION  AJBES(NN,X)
29      ONE=1.0
30      E25=1.0E-25
31      N=IABS(NN)
32      XA=ABS(X)
33      IF(N-30000) 8,900,900
34      8 IF(XA-3.0E4) 9,900,900
35      9 CONTINUE
36      IF(XA-2.0E-5) 1,1,10
37      1 IF(N) 3,2,3
38      2 AJBES=ONE
39      GO TO 1000
40      3 IF(N-7) 4,500,500
41      4 T1=0.5*X
42      T2=ONE
43      T3=ONE
44      DO 5 I=1,N
45      T3=T3*T1/T2
46      T2=T2+ONE
47      5 CONTINUE
48      BJ=T3
49      GO TO 300
50      10 Z=2.0/X
51      IF(XA-100.0) 92,91,91
52      91 L=0.05*XA+28.0
53      GO TO 15
54      92 IF(XA-10.0) 94,93,93
55      93 L=0.2*XA+13.0
56      GO TO 15
57      94 IF(XA-1.0) 96,96,95
58      95 L=XA+5.0
59      GO TO 15
60      96 L=6
61      15 NM=MAX0(N,IFIX(XA))+L
62      20 T3=0.0
63      T2=1.0E-38
64      S=0.0
65      IF(MOD(NM,2)) 22,21,22
66      21 NM=NM+1
67      22 DO 100 I=1,NM,2
68      K=NM-I+1
69      T1=FLOAT(K+1)*T2*Z-T3
70      IF(N-K) 40,30,40
71      30 QJ=T1
72      40 K=K-1
73      T3=T2
74      T2=T1
75      T1=FLOAT(K+1)*T2*Z-T3
76      IF(N-K) 50,45,50
77      45 QJ=T1
```

```

078 50 S=S+T1
079 IF(ABS(S)-1.0E25) 80,60,60
080 50 T1=T1*E25
081 T2=T2*E25
082 S=S*E25
083 IF(N-K) 80,70,70
084 70 QJ=QJ*E25
085 80 T3=T2
086 T2=T1
087 100 CONTINUE
088 S=S+S-T1
089 BJ=QJ/S
090 300 IF(NN) 700,600,600
091 500 AJBES=0.0
092 GO TO 1000
093 600 AJBES=BJ
094 GO TO 1000
095 700 IF(MOD(N,2)) 800,600,800
096 800 AJBES=-BJ
097 GO TO 1000
098 900 WRITE(6,1001) NN,X
099 GO TO 500
100 1000 RETURN
101 1001 FORMAT(35H VALUE OF AJBES IS NOT ACCURATE N=I7,10X,2HX=E14,7)
102 END

```

```
03 FUNCTION YBES(NN,X)
04   XA=ABS(X)
05   IF(XA) 11,999,11
06   11 CONTINUE
07   E25=1.0E-25
08   PI=0.6366198
09   GAM=0.5772157
10   N=IABS(NN)
11   IF(N-30000) 12,997,997
12   12 IF(XA-3.0E4) 13,997,997
13   13 Z=2.0/X
14   IF(XA-100.0) 15,14,14
15   14 NM=1.05*XA+28.0
16   GO TO 10
17   15 IF(XA-10.0) 2,1,1
18   1 NM=1.2*XA+13.0
19   GO TO 10
20   2 IF(XA-1.0) 4,3,3
21   3 NM=2.0*XA+7.0
22   GO TO 10
23   4 IF(XA-0.1) 6,5,5
24   5 NM=9
25   GO TO 10
26   6 IF(XA-2.0E-5) 7,7,8
27   7 GO TO 200
28   8 NM=5
29   10 T3=0.0
30   T2=1.0E-38
31   S=0.0
32   SS=0.0
33   J=MOD(NM,4)+1
34   GO TO (21,22,23,24),J
35   21 K=NM+4
36   GO TO 25
37   22 K=NM+3
38   GO TO 25
39   23 K=NM+2
40   GO TO 25
41   24 K=NM+1
42   25 FKH=K/2
43   30 T1=FLOAT(K)*T2*Z-T3
44   T3=FLOAT(K-1)*T1*Z-T2
45   FKH=FKH-1.0
46   SS=SS+T3/FKH
47   S=S+T3
48   IF(ABS(S)-1.0E25) 50,40,40
49   40 T1=T1*E25
50   T3=T3*E25
51   S=S*E25
52   SS=SS*E25
```

```
153 50 T2=FLOAT(K-2)*T3*Z-T1
154 1 T1=FLOAT(K-3)*T2*Z-T3
155 IF(K-4) 60,100,60
156 50 FKH=FKH-1,0
157 SS=SS-T1/FKH
158 65 S=S+T1
159 IF(ABS(S)-1,0E25) 80,70,70
160 70 T1=T1*E25
161 T2=T2*E25
162 S=S*E25
163 SS=SS*E25
164 80 T3=T2
165 T2=T1
166 K=K-4
167 GO TO 30
168 100 S=S+S+T1
169 AJ0=T1/S
170 AJ1=T2/S
171 SS=SS/S
172 BY=PI*(AJ0*(GAM-ALOG(ABS(Z)))+SS+SS)
173 IF(N) 320,310,320
174 310 YBES=BY
175 GO TO 1000
176 320 AY=(AJ1*BY-0.5*PI*Z)/AJ0
177 IF(N-1) 340,330,340
178 330 QY=AY
179 GO TO 600
180 200 W=ALOG(ABS(Z))
181 BY=PI*(GAM-W)
182 IF(N) 210,310,210
183 210 AY=BY/Z-0.5*PI*Z
184 IF(N-1) 220,330,220
185 220 M=69.07755/W
186 IF(N-M) 230,998,998
187 230 DO 400 I=2,N
188 CY=FLOAT(I-1)*AY*Z-BY
189 BY=AY
190 AY=CY
191 400 CONTINUE
192 GO TO 550
193 340 DO 500 I=2,N
194 IF(AY+1,0E30) 998,998,350
195 350 CY=FLOAT(I-1)*AY*Z-BY
196 BY=AY
197 AY=CY
198 500 CONTINUE
199 550 QY=CY
200 600 IF(NN) 800,700,700
201 700 YBES=QY
202 GO TO 1000
```

```
03 800 IF(MOD(N,2)) 900,700,900
04 900 YBES=-QY
05 GO TO 1000
06 998 WRITE(6,1001) NN,X
07 YBES=-1.0E30
08 GO TO 1000
09 999 WRITE(6,1002) NN,X
10 YBES=-1.0E38
11 GO TO 1000
12 997 WRITE(6,1003) NN,X
13 YBES=0.0
14 1000 RETURN
15 1001 FORMAT(30H VALUE OF YBES IS OVERFLOW N=I7,10X,2HX=E14.7)
16 1002 FORMAT(32H ARGUMENT OF YBES IS INVALID N=I7,10X,2HX=E14.7)
17 1003 FORMAT(34H VALUE OF YBES IS NOT ACCURATE N=I7,10X,2HX=E14.7)
18 END
```

```
85 SUBROUTINE AHOH(A,B,ORD,SCALE,IND,INKI,IORD,IABSIS)
86 C THIS SUBROUTINE DRAWS A GRAPH OF THE FUNCTION INPUTTED IN THE
87 C FORM OF DATA ARRAYS A(61) AND B(61). THE GRAPH IS SHOWN WITH A
88 C 61 BY 101 MATRIX WHICH JUST FITS TO A SINGLE PAGE.
89 C ARGUMENTS OF THIS SUBROUTINE
90 C INPUT DATA ARRAYS
91 C A(61) -----INDECATED BY THE LETTER A
92 C B(61) -----INDECATED BY THE LETTER B
93 C CORRESPONDING VARIABLES
94 C ORD(61) -----WRITTEN AT THE LEFT COLUMN IN 1PE9.2
95 C NORMALIZATION FACTOR FOR THE ARRAYS
96 C SCALE -----GRAPH SCALE IS WRITTEN AT THE TOP
97 C CONTROL DATA TO SELECT THE OPTION
98 C IND ---BOTH A AND B ARE PLOTTED FOR IND=0, AND
99 C ONLY A APPEARS IN THE GRAPH FOR IND=1.
100 C INDI ----THE DATA VALUE WITHIN -SCALE TO +SCALE
101 C APPEARS WHEN INDI=0 , AND INDI=1 SHOWS THE
102 C ABSOLUTE VALUE LESS THAN SCALE.
103 C THE NAMES OF THE ORDINATE AND ABSISSA.
104 C IORD(2) --SIX LETTERS IN 2A3.
105 C IABSIS(2)--SIX LETTERS IN 2A3.
106 DIMENSION LMAP(101,61),A(61),B(61),ORD(61),IDUP(61),
107 IABSIS(5),IORD(2),IABSIS(2)
108 INTEGER BLNK,PLUS
109 DATA BLNK,PLUS,MINUS,MOJII,MOJIA,MOJIB/1H ,1H+,1H-,1H1,1HA,1HB/
110 C GENERATION OF LINES IN THE GRAPH
111 DO 2 J=1,61
112 JR=(J-1)/3
113 JR=JR*3+1
114 JREF=JR-J
115 KR=(J-1)/15
116 KR=KR*15+1
117 KREF=KR-J
118 DO 1 I=1,101
119 IR=(I-1)/5
120 IR=IR*5+1
121 IREF=IR-I
122 LR=(I-1)/25
123 LR=LR*25+1
124 LREF=LR-I
125 IF(IREF.EQ.0) GO TO 12
126 IF(JREF.EQ.0) GO TO 11
127 10 LMAP(I,J)=BLNK
128 GO TO 1
129 11 IF(KREF.NE.0) GO TO 10
130 LMAP(I,J)=MINUS
131 GO TO 1
132 12 IF(JREF.EQ.0) GO TO 13
133 IF(LREF.NE.0) GO TO 10
134 LMAP(I,J)=MOJII
```

```
135      GO TO 1
136      13 LMAP(I,J)=PLUS
137      1 CONTINUE
138      2 CONTINUE
139 C      ABSISSA GENERATION
140      AINDI=FLOAT(INDI)
141      AUX=(1.0+AINDI)*2.0
142      PSCALE=SCALE/AUX
143      AL=0.0
144      IF(INDI.EQ.0) AL=SCALE
145      DO 3 I=1,5
146      AN=FLOAT(I)-1.0
147      ABSIS(I)=PSCALE*AN-AL
148      3 CONTINUE
149      DO 4 N=1,61
150      IDUP(N)=BLNK
151 C      PROCESSING OF DATA A(61)
152      SIGNA=0.5
153      ALA=AL+A(N)
154      IF(LAL.LT.0.0) SIGNA=-0.5
155      ANORM=ALA/PSCALE*25.0+SIGNA
156      NA=IFIX(ANORM)
157      IF(NA.GE.0) GO TO 14
158      NA=-NA*INDI
159      14 IF(NA.GE.100) NA=100
160      NA=NA+1
161      LMAP(NA,N)=MOJIA
162 C      PROCESSING OF DATA B(61)
163      IF(IND.EQ.1) GO TO 16
164      SIGNA=0.5
165      ALA=AL+B(N)
166      IF(LAL.LT.0.0) SIGNA=-0.5
167      ANORM=ALA/PSCALE*25.0+SIGNA
168      NA=IFIX(ANORM)
169      IF(NA.GE.0) GO TO 15
170      NA=-NA*INDI
171      15 IF(NA.GE.100) NA=100
172      NA=NA+1
173      IF(LMAP(NA,N).EQ.MOJIA) IDUP(N)=MOJIA
174      LMAP(NA,N)=MOJIB
175      16 CONTINUE
176      4 CONTINUE
177      WRITE(6,1001) IABSIS,ABSIS
178      WRITE(6,1002) IORD
179      DO 17 I=1,61
180      WRITE(6,1003) ORD(I),(LMAP(J,I),J=1,101),IDUP(I),A(I),B(I)
181      17 CONTINUE
182      1001 FORMAT(1H ,2A3,1PE9.2,15X1PE9.2,3(16X1PE9.2))
183      1002 FORMAT(1H ,2A3,3X1H1,4(24X1H1)5X1HA,4X1H,4X1HB)
184      1003 FORMAT(1H ,1PE9.2,102A1,E9.2,1H,E9.2)
185      RETURN
186      END
```

```
197 SUBROUTINE SPLIT(SS,KK1,KK2)
198 C SMITH-CHART PLOTTING PROGRAM SS(1)=REFLECTION COEFFICIENT
199 C KK1=LOWER LIMIT OF I KK2=UPPER LIMIT OF I
200 C KK2-KK1.LE.51 KK2.LE.270 KK1.GE.1 DIMENSIONSS=270
201 DIMENSION RINE(131,81),SS(270),LIS(131,52),IRK(52),FM(26)
202 COMPLEX SS,S1
203 INTEGER PRD,MIS,AII,BLK,STR,PLS,RINE,LIS,FM
204 INTEGER IR
205 DATA PRD,MIS,AII,BLK,STR,PLS/1H.,1H-,1H1,1H,1H*,1H+/
206 DATA FM/1HA,1HB,1HC,1HD,1HE,1HF,1HG,1HH,1HI,1HJ,1HK,1HL,1HM,1HN,
207 1HO,1HP,1HQ,1HR,1HS,1HT,1HU,1HV,1HW,1HX,1HY,1HZ/
208 T=13.0/8.0
209 KK6=KK2-KK1+1
210 IF(KK6.GE.53) GO TO 605
211 DO 500 JJ=1,81
212 DO 501 II=1,131
213 RINE(II,JJ)=BLK
214 501 CONTINUE
215 500 CONTINUE
216 DO 850 JJ=42,80
217 SS=20.0**2-(FLOAT(JJ)-61.0)**2
218 I3=66.0+T*SQRT(SS)
219 I4=66.0-T*SQRT(SS)
220 CS=40.0**2-(FLOAT(JJ)-81.0)**2
221 I5=2.0+I*SQRT(CS)
222 I6=131.0-T*SQRT(CS)
223 RINE(I3,JJ)=PRD
224 RINE(I4,JJ)=PRD
225 RINE(I5,JJ)=PRD
226 RINE(I6,JJ)=PRD
227 850 CONTINUE
228 RINE(67,81)=BLK
229 DO 503 II=1,131
230 503 RINE(II,41)=MIS
231 DO 504 JJ=2,80
232 AS=40.0**2-(FLOAT(JJ)-41.0)**2
233 I1=67.0+T*SQRT(AS)
234 I2=66.0-T*SQRT(AS)
235 RINE(66,JJ)=AII
236 RINE(I1,JJ)=STR
237 RINE(I2,JJ)=STR
238 504 CONTINUE
239 RINE(66,1)=STR
240 RINE(66,81)=STR
241 RINE(66,41)=PLS
242 DO 652 I=1,131
243 DO 653 J=1,52
244 LIS(I,J)=PRD
245 653 CONTINUE
246 652 CONTINUE
247 LI=0
248 DO 601 I=KK1,KK2
249 S1=SS(I)
250 LI=LI+1
251 KK3=I-KK1+1
252 IF(KK3.GE.27) KK3=KK3-26
253 IP=REAL(S1)*80.0/2.0+41.0
254 IQ=AIMAG(S1)*130.0/2.0+66.0
```

SOURCE PROGRAM SPLIT

```

255      IF(IQ.LE.0) GO TO 602
256      IF(IQ.GE.132) GO TO 602
257      IF(IP.LE.0) GO TO 602
258      IF(IP.GE.82) GO TO 602
259      IHK(L1)=IP
260      IF(L1.LE.26) GO TO 700
261      L3=L1-26
262      IP1=IHK(L3)
263      IF(IP.GT.IP1) GO TO 950
264      IF(IP.EQ.IP1) GO TO 951
265      DO 900 KO=121,131
266      900 LIS(KO,L1)=MIS
267      GO TO 700
268      950 DO 901 KO=121,131
269      901 LIS(KO,L1)=PLS
270      GO TO 700
271      951 DO 902 KO=121,131
272      902 LIS(KO,L1)=BLK
273      700 IR=RINE(IQ,IP)
274      IF(IR.EQ.BLK) GO TO 603
275      IF(IR.EQ.PLS) GO TO 603
276      IF(IR.EQ.MIS) GO TO 603
277      IF(IR.EQ.STR) GO TO 603
278      IF(IR.EQ.PROD) GO TO 603
279      IF(IR.EQ.AII) GO TO 603
280      DO 604 L2=1,11
281      604 LIS(L2,L1)=STR
282      603 LIS(IQ,L1)=FM(KK3)
283      RINE(IQ,IP)=FM(KK3)
284      GO TO 601
285      602 DO 650 L4=45,72
286      650 LIS(L4,L1)=BLK
287      LIS(50,L1)=FM(15)
288      LIS(51,L1)=FM(22)
289      LIS(53,L1)=FM(5)
290      LIS(53,L1)=FM(18)
291      LIS(55,L1)=FM(16)
292      LIS(56,L1)=FM(15)
293      LIS(57,L1)=FM(9)
294      LIS(58,L1)=FM(14)
295      LIS(59,L1)=FM(20)
296      DO 651 L5=61,65
297      651 LIS(L5,L1)=STR
298      LIS(67,L1)=FM(KK3)
299      601 CONTINUE
300      WRITE(6,154) KK1, KK2
301      154 FORMAT(1H,10X,2H1=,13,1H,,13)
302      WRITE(6,153)
303      153 FORMAT(1H //////////////////////////////////////////////////)
304      WRITE(6,155) RINE
305      155 FORMAT(1H ,131A1)
306      WRITE(6,154) KK1, KK2
307      WRITE(6,157)
308      157 FORMAT(1H ,10X,14HPLOTTING TABLE)
309      WRITE(6,156) LIS
310      156 FORMAT(1H ,131A1)
311      GO TO 606
312      605 WRITE(6,158)
313      158 FORMAT(1H,10X,36HKK2=KK1.GE.52      USE ANOTHER S-CHART)
314      606 RETURN
315      END

```

```
77 SUBROUTINE MANUKE(A,DBEP,DAKP,DAKB,SLICE,NX)
78 C SPECIFICATION FOR THE SUBROUTINE
79 C ARGUMENTS-----A(21,21)-----DATA
80 C ARGUMENTS-----DBEP(21) -----X-AXIS
81 C ARGUMENTS-----DAKP(21) -----Y-AXIS
82 C ARGUMENTS-----DAKB(21) -----Y-AXIS
83 C ARGUMENTS-----SLICE(NX)-----SLICE LEVELS
84 C ARGUMENTS-----NX -----NUMBER OF LEVELS
85 C THIS SUBROUTINE GENERATES EQUI-HIGHT PATTERNS CORRESPONDING TO THE
86 C GIVEN SLICE LEVELS AND PRINTS THEM IN THE FORM OF SETS OF ALPHA-
87 C NUMERICS ...VWXYZOABCDE... INDICATING ...SLICE(2),SLICE(1),
88 C SLICE(2)...
89 C DIMENSION AND DATA STATEMENTS,
90 C DIMENSION SLICE(NX)
91 C DIMENSION DKP(5),DKPP(5),DKB(5),AUX(21)
92 C DIMENSION A(21,21),DBEP(21),DAKP(21),DAKB(21),LMAP(101,61),LMOJIP(
93 C 15),LMOJIM(5)
94 C INTEGER BLNK,STAR,PLUS,ZERO
95 C DATA LMOJIP/1HA,1HB,1HC,1HD,1HE/
96 C DATA LMOJIM/1HZ,1HY,1HX,1HW,1HV/
97 C DATA BLNK, STAR,PLUS,MINUS,ZERO,MOJII/1H ,1H*,1H+,1H-,1H0,1H1/
98 C INITIALIZATION
99 C PAI=3,141593 4
00 C LEND=2*NX-3
01 C REF=SLICE(NX)
02 C IF(NX,GT,6) GO TO 1100
03 C GENERATION OF LINES IN THE GRAPH
04 C DO 2 J=1,61
05 C JR=(J-1)/3
06 C JR=JR*3+1
07 C JREF=JR-J
08 C KR=(J-1)/15
09 C KR=KR*15+1
10 C KREF=KR-J
11 C DO 1 I=1,101
12 C IR=(I-1)/5
13 C IR=IR*5+1
14 C IREF=IR-I
15 C LR=(I-1)/25
16 C LR=LR*25+1
17 C LREF=LR-I
18 C IF(IREF,EQ,0) GO TO 12
19 C IF(JREF,EQ,0) GO TO 11
20 C 10 LMAP(I,J)=BLNK
21 C GO TO 1
22 C 11 IF(KREF,NE,0) GO TO 10
23 C LMAP(I,J)=MINUS
24 C GO TO 1
25 C 12 IF(JREF,EQ,0) GO TO 13
26 C IF(LREF,NE,0) GO TO 10
```

```
27      LMAP(I,J)=MOJII
28      GO TO 1
29      13 LMAP(I,J)=PLUS
30      1 CONTINUE
31      2 CONTINUE
32 C     PLOTTING CONSTANTS
33      AL=3.0
34      AT=5.0
35 C     PLOTTING ROUTINE
36 C     DO LOOP INITIALIZATION
37      DO 6 ND=1,LEND
38      N=LEND-ND+1
39      M=N/2
40      NN=M+1
41 C     SETTING OF SLICE LEVELS
42      IF(M.NE,0) GO TO 14
43      LSI=ZERO
44      AS=SLICE(NN)
45      GO TO 16
46      14 IG=N-2*M
47      IF(IG.EQ,1) GO TO 15
48      LSI=LMOJIM(M)
49      AS=-SLICE(NN)
50      GO TO 16
51      15 LSI=LMOJIP(M)
52      AS=SLICE(NN)
53      16 CONTINUE
54 C     SLICE AND MAP-ELEMENT REPLACEMENT
55      AUX(1)=A(1,1)-AS
56      J=1
57      DO 3 I=2,21
58      AUX(I)=A(I,1)-AS
59      II=I-1
60      AA=AUX(II)
61      B=AUX(I)
62 C     TRANSVERSE PLOTTING (1) 17,18
63      S=AA*B
64      IF(S.GT,0.0) GO TO 18
65      SAB=AA-B
66      SAB=ABS(SAB)
67      IF(SAB.GT,REF) GO TO 17
68      TEMP=B/(B-AA)*AT+0.5
69      ICOR=IFIX(TEMP)
70      IP=(I-1)*5+1
71      JP=(J-1)*3+1
72      IP=IP-ICOR
73      LMAP(IP,JP)=LSI
74      GO TO 18
75      17 IF(M.NE,?) GO TO 18
76      TEMP=(AA+AS)/(AA-B)*AT+0.5
```

```
177      ICOR=IFIX(TEMP)
178      IP=(I-1)*5+1
179      JP=(J-1)*3+1
180      IP=IP-ICOR
181      LMAP(IP,JP)=STAR
182  18 CONTINUE
183  3 CONTINUE
184      DO 5 J=2,21
185      AA=AUX(1)
186      B=A(1,J)-AS
187      I=1
188 C      LATERAL PLOTTING 19,20
189      S=AA*B
190      IF(S.GT,0,0) GO TO 20
191      SAB=AA-B
192      SAB=ABS(SAB)
193      IF(SAB.GT,REF) GO TO 19
194      TEMP=B/(B-AA)*AL+0.5
195      ICOR=IFIX(TEMP)
196      IP=(I-1)*5+1
197      JP=(J-1)*3+1
198      JP=JP-ICOR
199      LMAP(IP,JP)=LSI
200      GO TO 20
201  19 IF(M.NE,0) GO TO 20
202      TEMP=(AA+AS)/(AA-B)*AL+0.5
203      ICOR=IFIX(TEMP)
204      IP=(I-1)*5+1
205      JP=(J-1)*3+1
206      JP=JP-ICOR
207      LMAP(IP,JP)=STAR
208  20 CONTINUE
209      AUX(1)=B
210      DO 4 I=2,21
211      B=A(I,J)-AS
212      AA=AUX(I)
213 C      LATERAL PLOTTING 21,22
214      S=AA*B
215      IF(S.GT,0,0) GO TO 22
216      SAB=AA-B
217      SAB=ABS(SAB)
218      IF(SAB.GT,REF) GO TO 21
219      TEMP=B/(B-AA)*AL+0.5
220      ICOR=IFIX(TEMP)
221      IP=(I-1)*5+1
222      JP=(J-1)*3+1
223      JP=JP-ICOR
224      LMAP(IP,JP)=LSI
225      GO TO 22
226  21 IF(M.NE,0) GO TO 22
```

```
127     TEMP=(AA+AS)/(AA-B)*AL+0.5
128     ICOR=IFIX(TEMP)
129     IP=(I-1)*5+1
130     JP=(J-1)*3+1
131     JP=JP-ICOR
132     LMAP(IP,JP)=STAR
133 22 CONTINUE
134     II=I-1
135     AA=AUX(II)
136 C     TRANSVERSE PLOTTING 23,24
137     S=AA*B
138     IF(S.GT,0.0) GO TO 24
139     SAB=AA-B
140     SAB=ABS(SAB)
141     IF(SAB.GT,REF) GO TO 23
142     TEMP=B/(B-AA)*AT+0.5
143     ICOR=IFIX(TEMP)
144     IP=(I-1)*5+1
145     JP=(J-1)*3+1
146     IP=IP-ICOR
147     LMAP(IP,JP)=LSI
148     GO TO 24
149 23 IF(M.NE,0) GO TO 24
150     TEMP=(AA+AS)/(AA-B)*AT+0.5
151     ICOR=IFIX(TEMP)
152     IP=(I-1)*5+1
153     JP=(J-1)*3+1
154     IP=IP-ICOR
155     LMAP(IP,JP)=STAR
156 24 CONTINUE
157     AUX(I)=B
158 4 CONTINUE
159 5 CONTINUE
160 6 CONTINUE
161 C     PRINTING ROUTINE
162     DO 7 IW=1,21,5
163     IWJ=(IW-1)/5+1
164     DKP(IWJ)=DAKP(IW)
165     DKPP(IWJ)=DAKP(IW)/PAI
166     DKB(IWJ)=DAKB(IW)
167 7 CONTINUE
168     WRITE(6,1000) (DKPP(IJ),IJ=1,5)
169     WRITE(6,1001) (DKP(IJ),IJ=1,5)
170     WRITE(6,1002) (DKB(IJ),IJ=1,5)
171     WRITE(6,1003)
172     DO 8 IW=1,61
173     IB=(IW-1)/3
174     IR=IB*3+1
175     IF(IR.EQ,IW) GO TO 25
176     WRITE(6,1006) (LMAP(I,IW),I=1,101)
```

```
177      GO TO 8
178      25  IA=IB+1
179      C=DBEP(IA)
180      D=C/PAI
181      WRITE(6,1004) C,D,(LMAP(I,IW),I=1,101)
182      8  CONTINUE
183      WRITE(6,1005) ZERO,(LMOJIP(IW),IW=1,5),(LMOJIM(JW),JW=1,5)
184      WRITE(6,1008) (SLICE(IW),IW=1,NX)
185      GO TO 1200
186      1100 WRITE(6,1007)
187      1000 FORMAT(1H1,12H( KP )PAI  (,F7.3,1H),4(16X1H(F7.3,1H)))
188      1001 FORMAT(1H ,12H( KP )--- (,F7.3,1H),4(16X1H(F7.3,1H)))
189      1002 FORMAT(1H ,12H( KB )--- (,F7.3,1H),4(16X1H(F7.3,1H)))
190      1003 FORMAT(1H ,16H(--BP--,BP/PAI)I,4(24X,1HI))
191      1004 FORMAT(1H ,1H(F6.3,1H,F6.3,1H),101A1)
192      1005 FORMAT(1H ,11A1)
193      1006 FORMAT(1H ,15X,101A1)
194      1007 FORMAT(1H ,30HTOO MUCH SLICE LEVELS----ERROR)
195      1008 FORMAT(1H+,20X,6(5H--AS=1PE9.2))
196      1200 RETURN
197      END
```

```
1      SUBROUTINE PRON(N1,V,C,Z,EPS)
2      COMMON IND
3      DIMENSION V(32),A(16,1),Z(16),B(17),U(16,1),VV(16,16),W(16,1),
1 VVI(16,16),C(16)
4      COMPLEX V, A, Z, B, VV, W, VVI, C, U
5      N11=N1+1
6      B(N11)=(1.0,0.0)
7      DO 1 M=1,N1
8      MN=N1+M
9      W(M,1)=-V(MN)
0      U(M,1)=V(M)
1      DO 2 L=1,N1
2      ML=M+L-1
3      VV(M,L)=V(ML)
4      2 CONTINUE
5      1 CONTINUE
6      CALL MINV32(N1,VV,VVI)
7      CALL MMPY32(N1,1,N1,VVI,W,A)
8      DO 3 M=1,N1
9      B(M)=A(M,1)
0      3 CONTINUE
1      CALL CABE(N1,B,Z,EPS)
2      IF(IND.EQ.1) RETURN
3      DO 4 M=2,N1
4      M1=M-1
5      DO 5 L=1,N1
6      VV(M,L)=Z(L)**M1
7      5 CONTINUE
8      4 CONTINUE
9      DO 6 L=1,N1
0      VV(1,L)=(1.0,0.0)
1      6 CONTINUE
2      CALL MINV32(N1,VV,VVI)
3      CALL MMPY32(N1,1,N1,VVI,U,A)
4      DO 7 M=1,N1
5      C(M)=A(M,1)
6      7 CONTINUE
7      RETURN
8      END
```

```
1      SUBROUTINE CABE(N, P, Z, EPS)
2      COMMON IND
3      COMPLEX P,Z,Q,W,F,DF,DW,R
4      DIMENSION P(17),Z(16),Q(17),R(17)
5      NN=N+1
6      DO 3 L=1,NN
7      3 R(L)=P(L)
8      L=N+1
9      1 L=L-1
10     L1=L+1
11     L2=L-1
12     W=-P(1)/P(2)
13     IF(L.EQ.1) GO TO 2
14     Q(L1)=P(L1)
15 100 DO 10 K=1,L
16     K1=L1-K
17     K2=K1+1
18     Q(K1)=Q(K2)*W+P(K1)
19     LIND=0
20     KIND=0
21     SR=REAL(Q(K1))
22     SS=AIMAG(Q(K1))
23     SR=ABS(SR)
24     SS=ABS(SS)
25     IF(SR.GT.1.0E+38) LIND=1
26     IF(SS.GT.1.0E+38) KIND=2
27     LPL=LIND+KIND
28     IF(LPL.NE.0) GO TO 30
29 10 CONTINUE
30     F=Q(1)
31     DF=Q(L1)
32     DO 11 K=1,L2
33     K1=L1-K
34     DF=DF*W+Q(K1)
35 11 CONTINUE
36     DW=-F/DF
37     D=CABS(DW)
38     IF(D.LT.EPS) GO TO 2
39     W=W+DW
40     GO TO 100
41 2 Z(L)=W
42     IF(L.EQ.1) GO TO 5
43     DO 12 K=1,L
44     K1=K+1
45     P(K)=Q(K1)
46 12 CONTINUE
47     GO TO 1
48 5 DO 4 L=1,NN
49 4 P(L)=R(L)
50     IND=0
51     GO TO 40
52 30 IND=1
53     IND=LPL
54 40 CONTINUE
55     RETURN
56     END
```

```
1      SUBROUTINE MINV32(NN,A,B)
2      DIMENSION A(16,16),B(16,16)
3      COMPLEX A,B,PIV
4      DO 1000 K=1,NN
5      DO 1000 J=1,NN
6      B(K,J)=A(K,J)
7      1000 CONTINUE
8      DO 400 K=1,NN
9      PIV=B(K,K)
10     B(K,K)=(1.0,0.0)
11     DO 100 J=1,NN
12     B(K,J)=B(K,J)/PIV
13     100 CONTINUE
14     DO 300 I=1,NN
15     IF(I.EQ.K) GO TO 300
16     PIV=B(I,K)
17     B(I,K)=(0.0,0.0)
18     DO 200 J=1,NN
19     B(I,J)=B(I,J)-PIV*B(K,J)
20     200 CONTINUE
21     300 CONTINUE
22     400 CONTINUE
23     RETURN
24     END
```

ITEMENT *

```
1      SUBROUTINE MPPY32(II,JJ,KK,A,B,C)
2      DIMENSION A(16,16),B(16,1),C(16,1)
3      COMPLEX A,B,C
4      DO 300 I=1,II
5      DO 200 J=1,JJ
6      C(I,J)=(0.0,0.0)
7      DO 100 K=1,KK
8      C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
9      100 CONTINUE
10     200 CONTINUE
11     300 CONTINUE
12     RETURN
13     END
```

*

```
1      SUBROUTINE FTRS(A,E,M,MP)
2      COMPLEX A,E,B,WK,W1,W2
3      DIMENSION A(128),B(128),E(64)
4      INTEGER DLR,DLR2
5      N2=M/2
6      K1=N2
7      DLR=1
8      DO 10 L=1,MP
9      DLR2=DLR*2
10     JLEFT=0
11     DO 11 IR1=1,M,DLR2
12     DO 12 IR2=1,DLR
13     KLEFT=IR1+IR2-1
14     KRIGHT=KLEFT+DLR
15     JLEFT=JLEFT+1
16     JRIGHT=JLEFT+N2
17     K=(IR2-1)*K1+1
18     WK=E(K)
19     W1=A(JLEFT)
20     W2=A(JRIGHT)*WK
21     B(KLEFT)=W1+W2
22     B(KRIGHT)=W1-W2
23     12 CONTINUE
24     11 CONTINUE
25     DLR=DLR2
26     K1=K1/2
27     DO 13 I=1,M
28     A(I)=B(I)
29     13 CONTINUE
30     10 CONTINUE
31     DO 14 I=1,M
32     A(I)=A(I)/FLOAT(M)
33     14 CONTINUE
34     RETURN
35     END
```