

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	代表根指定法による線形自動制御系の特性設計に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	長谷川健介
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3号, 授与年月日:1962年3月21日, 学位の種別:論文博士, 審査員:高井 宏幸
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3号, Conferred date:1962/3/21, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

代表根指定法による

# 線形自動制御系の 特性設計に関する研究

昭和36年5月

長谷川 健介

東京工業大学制御工学科

# 第1篇 序 篇

第1章 自動制御系の特性設計法の概要	7
1.1 特性設計の意味	7
1.2 特性設計の際の注意	8
1.3 自動制御系の設計の順序	17
第2章 自動制御系の動特性と代表根	20
2.1 自動制御系の基本応答	20
2.2 基本応答の近似形と代表根の定義	28
2.3 代表根であるための条件と留数の値との関係	36
2.4 留数の計算方法	55
第3章 特性仕様と代表根との関係	64
3.1 目標値に対するインディシャル応答についての仕様と代表根との関係	64
3.2 基本周波数応答と代表根との関係	72
3.3 一般的な動特性上の仕様と代表根との関係	78
第4章 補償回路及び補償伝達函数の種類	80
4.1 直列補償用補償回路	81
4.2 並列補償用回路	86
4.3 自由度3以上の補償回路	87

## 第2篇 代表根指定法(基礎篇)

第5章 代表根指定法の原理	89
5.1 代表根指定の原理	89
5.2 補償公式及び補償計算線図	98
5.3 自田 彦三以上の補償伝達函数への拡張について	109
第6章 実際の特性設計における諸問題とその場合の設計手順	114
6.1 制御対象の特性と仕様(又は代表根)との関係	114
6.2 補償伝達函数及びその回路の種類の実用上の制限	127
6.3 実際の特性設計の手順	128
第7章 対数補償計算線図	142
7.1 対数補償計算線図の作成法	142
7.2 対数補償計算線図の使用法	172
第8章 代表根指定法による特性設計例	182
8.1 仕様及びその処理	182
8.2 遅れ補償伝達函数S2-4.1による特性改善	186
8.3 進み補償伝達函数S2-4.2による特性改善	194



## 第3篇 代表根指定法(応用篇)

第9章 多自由度補償回路により補償される自動制御系の特性設計.....	203
9.1 根平面に於ける補償伝達函数の補償機能の説明.....	203
9.2 遅れ進み補償伝達函数.....	219
9.3 多自由度補償伝達函数.....	251
第10章 外乱に関する過渡特性設計.....	260
10.1 外乱に対する系の <u>基本応答と</u> 応答との関係.....	260
10.2 外乱に対する特性についての仕様.....	263
10.3 過渡最大誤差 $C_m$ 及び応答時間 $t_m$ と代表根との関係.....	266
10.4 整 定 時 間.....	287
10.5 外乱に対する特性設計手順.....	289
10.6 特性設計例.....	294
第11章 並列補償に関する特性設計.....	308
11.1 速度発電機を使用したサーボ機構の特性設計例.....	308
11.2 ダンピング・トランスによる並列補償とその場合の特性設計.....	317
第12章 結 言.....	336

## 緒言

戦時、戦後を通じて現在までフィードバック自動制御技術の発展はめざましいものがある。これらの発展は制御系の各要素の発明、改良、生産上の要求と密接に結びついてきたが、更にフィードバック制御工学の発展と並行して、より系統的な研究の結果によるものでもあろう。この研究の特に重要な面はフィードバック制御系の設計についてである。即ち、フィードバック制御系において動特性はその系の質の良否を決定する重要な要素でありその動特性を希望通りに系に指定し、あたえなければならないことは当然である。しかも制御系に印加される入力が多種類にわたっているような場合、特性表示の多面性をもつ特性設計法でなくてはならなくなる。制御系に要求される動特性としては目標の信号に出来るだけ正確に一致した出力をもつだけでなく、目標値以外への入力、即ちノイズ、外乱にたいして出力は影響を出来るだけ受けにくいことが必要である。したがって制御系は~~その系~~<sup>その</sup>本来の機能と同時に濾波器としての機能も兼ねこなさなければならないことはあきらかであり、その点で最近のフィードバック制御系の設計法が通信工学における回路網合成論と密接に関係しながら発達して来た必然性がうなずかれる。

初期においては自動制御系の設計よりもむしろ解析がその研究対象で、設計はその後の *Cut & try* にたよっていた。この段階ではフィードバック物理系でみられる発振現象、不安定性を解析し、その限界条件を判定する方法が考案され *Routh*<sup>1)</sup>、*Hurwitz*<sup>2)</sup> 等による安定判別法が用いられたが、これを設計に拡張することは困難であつた。即ちこの方法は系の力学的解析の結果得られた微分方程式の係数を用いるものであるが、閉ループ系のある部分の定数が安定性にどのような影響を与えるかをすることはかなり困難で、特にパラメーターの変化と応答の形の変化とをむすびつけることは非常に複雑になる。

(1)

フィードバック自動制御系の設計理論が本格的な発展期に入ったのは Nyquist<sup>3)</sup> による安定判別法の発表後、Bode<sup>4)</sup>、Campbell<sup>5)</sup>、Nichols<sup>6)</sup> によるその設計法への拡張以来であろう。<sup>Brown</sup>

この方法は周波数応答法と呼ばれ、閉ループ周波数特性より開ループのフィードバック制御系の特性をすることが出来ることを利用し、逆に望ましいフィードバック制御系の閉ループ周波数特性に対応する開ループ周波数特性を系の各パラメーターの調整又は補償回路の付加によって与える方法である。その場合に目安になる設計定数は、開ループ周波数特性の面では利得特性の最大値  $M_p$  (目標値より制御量への周波数特性  $\frac{C}{R}$  (ジウ) の大きさの最大値)、 $M_p$  での周波数  $\omega_p$ 、バンド巾 (又は遮断周波数) であり又開ループ周波数特性の面ではその利得特性が 0db を切るときの傾斜及びその点の周波数、利得が 0db のときの位相角に  $180^\circ$  加えた値、即ち位相余裕、位相角が  $-180^\circ$  になったときの利得 (db) の符号を変えた値、即ち利得余裕等である。これらの定数は周波数特性そのものの表示でると同時に、過渡特性に間接的に関連した定数ともなる。例えば  $M_p$  が 1.3 にたいするインディシャル応答の行き過ぎ量は経験的に 15% であるといわれている。しかしながら実際にはこの周波数特性と過渡特性との間の相互関係は相当に複雑で、その上相当に近似的となる。したがって、この周波数応答法は正致状入力にたいする特性設計には有効であるが、非周期的な又過渡的な入力にたいする特性設計を行う場合には不正確でかつ複雑となる。

これに対し、ここ十数年來回路網合成論の進歩にともない、複素数  $s$  の函数である伝達函数を用い、その極、零点をとりあつかって周波数特性及び過渡特性を同時に考察しながら設計を行うことが可能になって来た。その代表的な方法は根軌跡法である。<sup>(7), (8)</sup>

これはフィードバック制御系の一巡の定常利得を変化した場合の特性根の軌跡に注目する方法であるが、根平面上での伝達函数の

極、零点の位置及び定常利得とその系の特性根との関係を図的に知り、これより過渡特性を推定し、同時に根平面の虚軸上の $\zeta$ 即ち $\omega$ のみについて系の特性を論ずることにより周波数特性を取りあつかうことができる。要するに根軌跡によりその系の周波数特性及び過渡特性を同時にしることができ、さらに一巡定常利得系の要素の伝達函数の極及び零点の変化にたいするフィードバック制御系の特性変化を直ちに推定し、これを特性設計に応用することができる。~~も~~この方法の理論は簡単であり、結果も正確であるが、<sup>実際</sup>実際に利用して根軌跡を画く場合、相当複雑な手順を経なければならない。

9).10)

更に極、零点の配置によつて直接的に特性設計を行う方法が、Guillemin<sup>Truxal</sup>によつて提案された。これは初め仕株によつて系の閉ループ伝達函数を決定し、これより開ループ伝達函数を求め、その開ループ伝達函数に現在の補償前の制御系の開ループ伝達函数を一致させるに必要な補償伝達函数を計算する方法であり今までの方法に較べ、最も直接的な特性設計法である。

前の根軌跡法と同様、その系の特性を代表するような代表特性根に注目し更にこれに他の根及び零点の影響を加味して閉ループ伝達函数を決定するのであるが、このように前もつて閉ループ伝達函数を決定しているので補償回路の撰択の自由度が少く、しかもその回路が必要以上に複雑となり、かつその算出法が一回一回依図によらなければならない、又経験的要素も可成り入つて来る。

その上、主としてサーボ機構の特性設計を対象としているので比例制御系に対してはやゝ不適合である面も少なくなく、周波数零付近でのとりあつかいに特に注意しなければならない。

本論文で提案される“代表根指定法”<sup>11)</sup>は根軌跡法、guilleminの方法と同様、極、零点の配置による特性設計法に属する。本方法は問題とするフィードバック制御系の動特<sup>性</sup>を代表するような代表特性根(簡単に代表根と呼ぶ)を主に注目し、これを系に指定

し、与えるような補償伝達函数及びその回路をもとめる方法である。

代表根指定法は *Guillemin* 氏の方法と同じく、はじめから設計そのものを主目的にして、過渡特性設計及び周波数特性設計いづれにも用いられるが、*Guillemin* の方法と異つて閉ループ伝達函数全体を前もって指定することなく、たゞそのうちの代表根を指定するので設計途中での自由度が多く、設計にあたって種々の利点を有している。即ち

- (1). 積分制御、比例制御に関係なく同じような手順で特性設計を行うことができる。
- (2). 全体の利得を先に決定して定常特性を決め、後、動特性設計を行うことができる。
- (3). 補償伝達函数の種類を前もって決め、その明示された補償限界内で補償を行うようにすることができる。したがつて補償伝達函数の補償の可能性を十分に活用することができ、又それぞれの種類の補償伝達函数に対する計算線図によつて補償計算が容易になり、かつこれらの計算線図をより複雑な補償伝達函数に利用することができる。

本論文の内容は次の三篇に分けられる。

オ一篇 序 篇

オ二篇 代表根指定法(基礎篇)

オ三篇 代表根指定法(応用篇)

第一篇は序篇として四章からなる。オ一章はフィードバック制御系の設計法の概要を主として設計法の一般論について求め、オ二章では本設計法を重要な意味をもつ代表根とフィードバック制御系の動特性との関係について説明し、代表根の量的な定義を“代表根の留数”によつて行い、その根拠を示す。オ三章は特性仕株と代表根との関係について述べてある、これは設計手順中重要な部分である。

オ四章は一般に特性補償に用いられる補償回路の分類を、それらのもつ伝達函数によつて行う。

オ二篇は代表根指定法の理論的、基礎的説明であつて四章に分かれる。先づ、オ五章で代表根指定法の原理を説明し、つづいて各補償回路、その伝達函数にたいする設計上の基本式、即ち補償公式と、それを図表化した補償計算図を導き出す。オ六章では実際に特性設計を行う場合の手順とその際の諸問題について説明する。オ七章は設計上便利な対数補償計算図の作り方と使い方について述べ、最後にオ八章として特性設計例をサーボ機構について行う。

オ三篇は、代表根指定法の応用及び拡張についてであつて三章に分かれている。即ちオ二篇では主として自由度2の補償伝達函数を用いる場合についての述べたが、オ九章として以上の方法をより広い補償能力のある多自由度補償伝達函数を用いた特性補償に拡張した。

又オ十章では、外乱(特に階段状)が自動制御系の任意の場所に加わつた場合の特性設計について論じ、基本的な二つの場合にこれを分類して、外乱に対する仕様と代表根との関係を導き出す図表を作成し、これと代表根指定法とで特性設計を行う方法について述べる。

オ十一章においては、並列補償を適用した場合の特性設計について論じている。すなわちまづ速度発電機を用いた並列補償について説明する。こゝでは假定の直列補償より実際の速度発電機による並列補償に変換して特性の改善を行う。

次に並列補償伝達函数の形がダンピング・トランスのようにすでに決められている場合の特性設計を代表根指定法により行う方法について述べる。

オ十二章は結言として、以上の要約、特徴、又その問題点について論じている。

# 第 1 篇 序 篇

## 第 1 章 自動制御系の特性設計法の概要

### 1.1. 特性設計の意味

自動制御系はその発展にともない種類、使用目的、実施の方法、性能、規模、経済的制限等が極めて広範囲に分れて来ている。したがってその設計には多岐の部分が含まれ、その具体的な設計方法は個々の問題によつて異つて来ることが考へられる。

しかしながらフィードバック自動制御系の動作原理はフィードバックによつて制御を行っている点では共通であつて、したがつて設計においても具体的な事項に対しては比較的広範囲に共通に行うことができる。

自動制御系はその系に含まれる種々の装置の結合によつて構成されているゆゑ、その設計は一般には次の二つの段階に分れている。

オ一に自動制御系に要求されている諸特性及び諸条件に適合するような系の各要素の特性を決定し、その特性をもつような要素の諸定数を算出する。

オ二に、上で決定されたような特性をもつ要素及びその部品の製作に必要な大きさ、配置等の実際の使用条件、製造方法及び経済的諸条件を考慮した後、実際の寸法を算出決定し製作図を書くことが必要である。

上述の設計の二段階のうちオ一段階を特性設計、オ二段階を製作設計とよんでいる。このように自動制御系の設計は特性設計と製作設計とによつて完成するわけである。もちろん、実際の設計の手順においてはこれら両者の区別を判然とすることは容易ではない。例えば常に特性設計の途中において製作が可能かつ容易であるように留意しなければならないことは言うまで

もなく、さらに場合によつては製作設計の途中、経済的、材料的制限によつて特性設計の結果の変更を余儀なくされることもある。

これらの設計の二つの段階において製作設計の方は主として個々の構成部分<sup>の</sup>機械設計に属することが多く、個々の装置固有の具体的な動作原理によつて全く異つて来るので一般的に論ずることは必ずしも容易ではなく又その必要も少い。

これに対して、特性設計は設計すべき系の種類、方式、所要性能等によつて多少の相違点があるが、統一的に取り扱うことが比較的容易である。こゝでいう自動制御系の設計法はこの特性設計法のことを指す。

特性設計にはさらに指定された定常特性又は静特性を持たせるための定常特性設計と、指定された動特性をもたせるための動特性設計とがある。更に動特性設計は、周期的変化をする入力に対する周波数特性設計、急変する過渡的入力に対する過渡特性設計、任意波形の入力に対する特性設計等がある。

## 1.2 特性設計の際の仕林について

上述のように自動制御系に要求される特性には種々あるが、要するに、いろいろな運転条件での目標値又は設定値に対する制御量の誤差に關する特性が問題とされるに他ならない。

ところで自動制御系の動作条件としては定常動作状態、過渡動作状態及び周期的入力信号、更に一般的には任意波形入力信号にたいする動作状態が考えられ、したがつてそれぞれの動作にたいして定常特性、過渡特性、周波数特性等がある。

このうち、任意波形入力に対する特性設計が最も理想的でありこれが要求される場合もあるが、多くの場合、試験信号として正弦波信号又は単位階段状信号が加えられ、これに対する特性で制御系の値を評価するのが普通で、又特に調整系等では階



段状の負荷変化が実際におこるのが普通であり、このような外乱に対する過渡特性が良好であれば他の信号に対しても殆んど満足すべき応答を示すものと考えられる。このように基準になる信号にたいする特性によつて自動制御系の設計上の仕様を表示する場合が多い。階段状入力にたいする仕様としては定常誤差又は変動率、応答の速さ、過渡誤差の最大値行き過ぎ量等が与えられ、又正弦波状入力に対する特性仕様としては、その系の周波数特性の共振帯、共振周波数、遮断周波数、零周波数利得等がある。

以上は自動制御系の設計について、一般的に言えることであるが、実際には自動制御系はその動作目的あるいは使用および製作等の実際面からいくつかの種類に分類され、それぞれによつて多少とも事情が異つて来るので、仕様の内容についてもそれぞれに応じて或程度相違があるのが当然である。

すなわち、自動制御系はその動作目的によつて定値制御系と追値制御系に大別される。このうち定値制御系においては目標値が時間的に一定の値で運転されるので目標値変化に対する制御量の応答特性を考慮する必要は少く、目標値変化以外の入力即ち外乱、ノイズに対する制御量の変動特性だけを問題にすればよい。定値制御系で問題にする外乱としては階段状の負荷変化が最も重視されるのが普通である。

これに対して、追値制御系では目標値の変化に対して制御量をできるだけ正確かつ迅速に追従させることが主目的であり、目標値変化に対する制御量の追従特性に注目されるが、更に、同時に外乱に対する制御量の変動特性も充分実用上満足できるように特性設計を行う必要がある。このように定値制御系と追値制御系では動作目的が同一でないために特性設計の仕様も多少異つている。表1.1は定値制御系と追値制御系に対して特性設計の仕様を対比したものである。

一方、機能、使用等の実際面から自動制御系はサーボ機構、

調整装置、プロセス制御装置に区分される。この中、サーボ機構においては、その構成はもちろん、部分品の選定等設計に関する具体的事項の多くは制作者に任せられ注文者からは装置の性能だけが指定される場合が多い。また、サーボ機構自体は制御量が位置または角度である追値制御系であるので、その応答速度は極めて速くなるということはない。

調整装置は主として速度、トルク、電圧、電流等の定値制御を行う装置で応答速度は他に較べて最も速い。これらの設計に際しては、通常、制御対象自体は注文者によって指定されている場合が多く、さらにそれによって制御対象に付属する装置も必然的に決定されることも少なくない。しかし、この場合には制御対象の諸定数は比較的明確に与えられ、又も定められるのが普通である。

		定値制御系	追値制御系
定常特性仕様事項	1. 2.	精 度、 負荷変化時の変動率	感 度、精 度、 負荷変化時の制御量変化
周波数特性仕様事項	3. 4. 5. 6.	共振角周波数 $\omega_p$ 、 $\omega_p$ における入力信号振幅比 $M_p$ 、 遮断周波数 $\omega_c$ 、 ノイズの周波数分布の最も大きい領域での入力信号振幅比 $M_d$	全 左、 全 左、 全 左、 全 左
過渡特性仕様事項	7. 8. 9. 10. 11. 12.	過渡最大誤差 $\epsilon_m$ (外乱に対して)、 $\epsilon_m$ に達する時間、 整定時間 (外乱に対して)	行き過ぎ量 (目標変化に対して) 遅れ時間 ( ) 起ちあがり時間 ( ) 全 左 全 左 全 左 (外乱及び目標値に対して)

第 1.1 表 仕様事項の種類

これに対して、プロセス制御装置は主として化学反応あるいはそれに関連した制御装置で、もちろん制御対象の送定は制御系の設計者には委ねられていないのみならず、~~本質~~<sup>作</sup>にして制御対象であるプロセス自体の特性さえ明確に与えられていないまゝ、制御器の設計・製作を進めなければならないことが少なくない、しかし、プロセス自体の応答速度は他に較べて相当遅いことが多いので、制御器自体の多少の動作遅れは系全体の応答には大した影響は及ぼさない。

以上のような各種類による特殊性を考慮しながらオムノ表の各仕様事項を簡単に説明しよう。

1. 精度及び感度：定値制御系においては目標値および制御量は一定でなくてはならない。しかし一定の目標値を実用的に得ることは無条件に容易なことではない。例えば、長時間連続使用の場合にはそれ自体の発熱による温度上昇ないし室温変化等による定数値の変化、あるいはまた長期間使用の場合等において疲労、消耗等による定数変化などが精度の限界を決定する要素となる。従って、精度は特性に対する仕様ではあるが、特性設計よりはむしろ製作設計によつて解決すべき要素でもある。

追値制御系において、目標値と制御量が同種類の量である場合には精度は殆んど問題にならない。しかしながら、異つた種類の量である場合には同種類の量に変換するいわゆる換出器の精度が全体の精度を決定することになる。即ち制御量を比較部まで帰還する途中のフィードバック・ループ内の要素の定数変化が直接全体の精度に影響する。

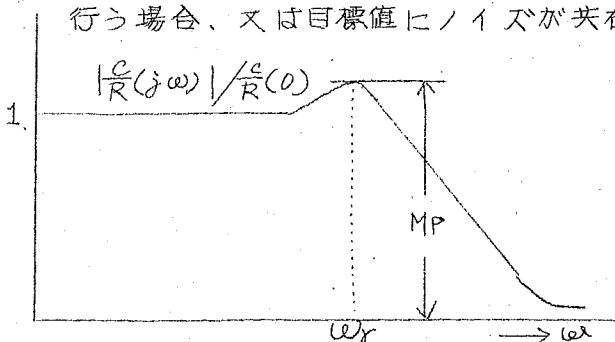
追値制御系の感度は制御量をある一定値から変化させはじめるとに必要な最小の目標値変化のことで、例えば、巻線型可変抵抗を使用した場合の総抗値の不連続性、静止摩擦、サーボ電動機の始動電圧または電流の大きさ等と一巡増巾度 (Loop gain) とから総合的に決定されるもので、これも製作設計において解決すべき点が多い。

2. 負荷変化時の変動率(%)：定値制御系において、予定した外

乱、例えば一定負荷変化（普通は定格負荷）が加わった場合の制御量の変動と変動前の制御量の値との比率であり、定値制御系の特性仕様としては最も重要なものである。この仕様と制御対象単独の変動率( $\zeta$ )とによって設計すべし自動制御系に持たせるべき一巡増巾度が決定され、その結果、制御要素の部品の選択、組合せ等の概略が決定される。変動率 $\zeta$ の指定値が0であるときには、いわゆる積分制御を行う必要があり、0でない場合にはいわゆる比例制御を行うようにすればよい。この際の変動率はできるだけ少いことが要求されることも少なくないが、特に自動調整装置等において同種の機械の並列運転の際などは負荷分担の都合上、変動率の値が明確に指定され、その値より大き過ぎるのももちろん小さ過ぎるのもいけないことがある。

負荷変化にくらべて、それ以外の外乱の変動率に対する影響は殆んど問題にならないことが多く、特性仕様として指定されることは稀である。また、追従制御系においては目標値の変化に従って制御量は常に変化するので動作範囲全体にわたって変動率 $\zeta$ を指定することは無意味である。したがってある値で目標値を一定にした場合、一定値の外乱が加わった時の制御量の変化をそのまま指定する。

3. 共振角周波数( $\omega_r$ )：周波数特性によって過渡特性設計を行う場合、又は目標値にノイズが共存する場合の過渡特性



オ1.1図.  $M_p, \omega_r$ と周波数特性.

として表示する場合に便利な特性仕様であるが、通常、オ1.1図に示すように入力、出力信号振巾比が最大になる場合の周波数とする。共振

角周波数はノイズを通過させない程度に大きければ大きい程よいことが多い。したがってノイズの周期に応じて $\omega_r$ の最大限ないし、 $\omega_r$ の範囲も指定されることになる。自動制御系において、過渡特性設計がよく行われた状態では交叉周波数(CROSS-OVER frequency)即ち開回路伝達函数の周波数特性(Bode線図)において、ゲインが0dbになる周波数を共振周波数の代りに指定してもよい。共振周波数 $\omega_r$ または交叉周波数は過渡現象の形が略々一定の形であれば応答の速さを直接表わすことになる。このことは周波数応答法により過渡特性設計を行う方法の原理となる。

4.  $\omega_r$ における出力信号振幅比(MP)：目標値が正弦波的に変化すると假定した場合、共振周波数 $\omega_r$ における出力信号に対する入力信号の振幅の比率を、周波数が極めて低い場合の出力信号と入力信号の振幅の比率に対比させた値がMPで、オ1.1図の周波数特性でその共振特性の尖頭の高さをいう。この値は周波数応答法において過渡応答の形を指定するのに使われ、これが大きい程、相対安定度(relative stability)が小さいことがわかり、周波数特性によって過渡特性設計を行う場合には便利な仕様である。実際には、過渡特性の適当な形は自動制御系の種類によって略々決っており、特別の場合を除けば、MPはそれぞれの問題について個々の値を指定されることが多い。自動制御系の各種類について適当とされる標準のMPの値を示せば次の通りである。

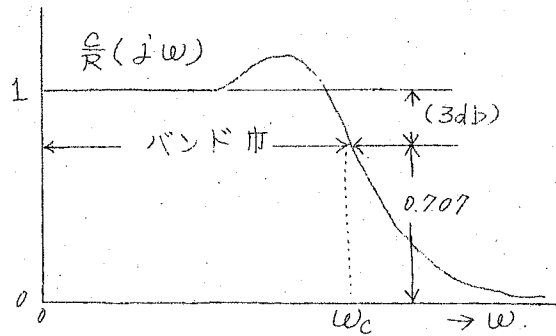
サーボ機構では、 $MP = 1.2 \sim 1.5$

調整装置では、 $MP = 1.5$

プロセス制御系では、 $MP = 2.0$

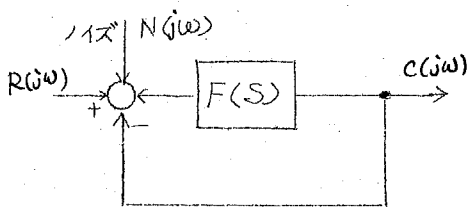
5. 遮断角周波数( $\omega_c$ )：これは3.で述べた共振角周波数に近い値である場合が多いが、より具体的に系の応答特性としての特性を表示するものである。普通オ1.2図に示すように、制御系

の周波数特性で、零周波数利得より3db減衰した点での角周波数とする。又、0から $\omega_c$ までの周波数の中では減衰しないという意味で0~ $\omega_c$ をバンド巾ということがある。

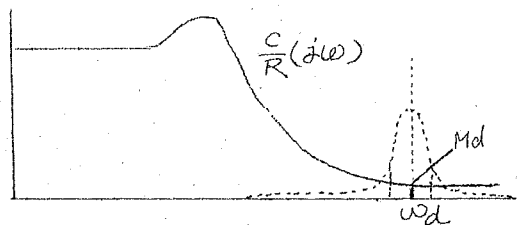


オ1.2図、バンド巾、遮断周波数 $\omega_c$ 。又、 $\omega_c$ は単位階段状目標値変化に対する応答(インディシャル応答)の立ち上がり時間に関係するので過渡特性設計の仕様としても用いられる。

6. ノイズの周波数分布の最も大きい領域での入力信号振幅比(Md)これは正弦波状又は正弦波状ではない周期的なノイズが加わる場合、その影響を出来るだけ少なくするよう設計を行う時に必要な仕様である。オ1.3図(a)のように目標値と共にノイズが存在する場合には同図(b)のようにノイズの周波数分布が大きい部分の周波数はその系の遮断周波数 $\omega_c$ より大きくなければならないことは勿論で、その周波数でのMdがノイズの減衰比となる。又、オ1.4図(a)のように系の中途にノイズが印加する場合には $F_2(s)$ を適当に選ぶことによりノイズの減衰比を仕様どおりに与えることができる。

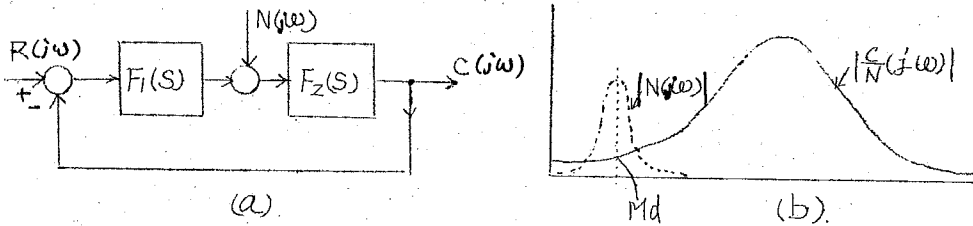


(a)



(b)

第 1.3 図

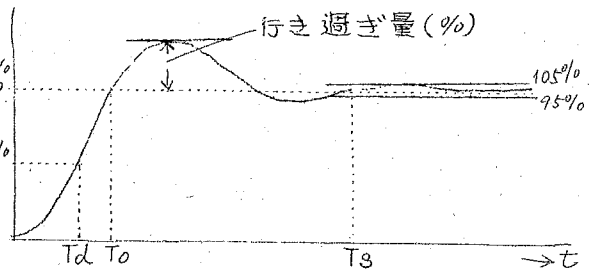


第 1.4 図、

7. 行き過ぎ量 : オ 1.5 図に示すように階段状の目標値変化が加わったとき、その変化量に対して制御量の行きすぎる最大量の割合である。この量は過渡現象の形を実際的に表示する値であり、特に制御系の目標値の階段状変化にたいするインディシマル応答に対して有効であるが、行き過ぎ量そのものが問題になる追値制御系の仕様として限られ、定値制御系に対しては必ずしも実際的でない。

8. 遅れ時間  $T_d$

自動制御系の目標値にたいするインディシマル応答が定常値の 50% に達するまでの時間をい、追値制御系の追値動作の遅れを示す(オ 1.5 図参照)



オ 1.5 図 自動制御系のインディシマル応答

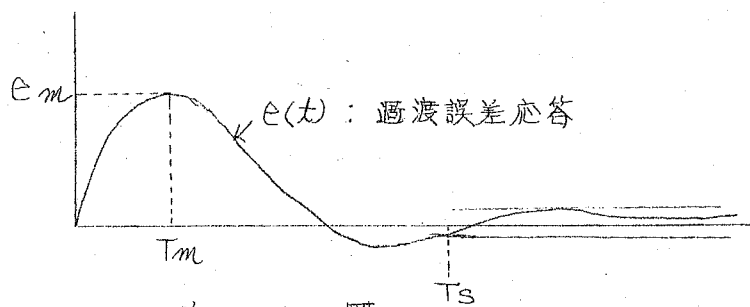
$T_d$ : 遅れ時間,  $T_o$ : 立ち上がり時間,  $T_s$ : 整定時間

9. 立ち上がり時間  $T_o$  : 前項と同じく制御系のインディシマル応答が 0 近くから定常値近くに到るまでの時間をいう。ここでは 0% から始めて 100% までに達する時間を言う。場合によっては 10% から 90% に達する時間とすることもあがるが、前者の方が設計上都合がよいのでこれを適用する。 $T_o$  は特に追値制御系の応答の速さを示す仕様として都合がよい。

10. 最大過度誤差  $e_m$  : 自動制御系において、一定の外乱が加わった時の過渡状態において現われる瞬時誤差の最大値である

(オム6図参照) この値は特に定値制御系の応答にたいする仕様として用いられることが多い。

11.  $e_m$  に達する時間  $T_m$  : オム6図に示すように、外乱に対する自動制御系の応答の速さを規定する仕様である。
12. 整定時間  $T_s$  : オム5図又はオム6図でわかるように、制御系において、許容誤差範囲が与えられているとし、一定の大きさの階段状入力(目標値又は外乱)が加わったときから過渡誤差が許容誤差範囲を出なくなるまでの時間を整定時間という。



オム6図

この値はサーボ機構等の追値制御または定値制御系でも入力の大まか、形等が明確に指定されていない場合には必ずしも適当ではなく、實際上この仕様通りの設計を行うことは非常に困難で、またその必要も少ないので、大体の目安として、応答を規定する特性根のうち根平面上、最も原点に近いものに注目して、その時定数を整定時間の代りに指定する場合が多い。

要するに今まで述べて来た仕様は使用者側より提出される特性上の要求が大部分であるが、設計者はこれらの仕様を自分が用いる特性設計法と都合のよい値に変換しなければならない。代表根指定法に関するこの換算についてはオム3章で詳述する。



### 1.3. 自動制御系の設計順序

すでに述べたように、自動制御系の特性設計は定常特性設計と動特性設計とによって完成する。このうち定常特性設計は比較的容易であり、かつ、その方法自体はすでによく知られている。この定常特性を満足するような一巡増巾度その他の定数が算定されたならば、これを満足しかつその他の実際の要求を満すような構成部品を選定する。この項目は製作設計に属することであるが、系の特性と重要な関係があるので以下その内容にも触れておくことにする。

構成部品の選定については設計すべき自動制御系の種類によって事情を異にする。例えばサーボ機構等では制御部分はもちろん与えられた条件の範囲内で制御対象の選択も設計者に委せられていることが少なくない。これに反し、自動調整系、プロセス制御系等の設計においては制御対象はあらかじめ与えられているだけでなく、時によつては制御部品の概略、組合せまで指定されていることがある。また、いろいろな特性をもつ制御対象のどれでも適応するような制御装置を設計しなければならないこともある。このように、実際の設計の前提条件によつて多少の相違はあるが、部品の組合せの選定はその後で行う動特性設計に極めて大きい影響を与えることになるので、部品の組合せの選定に際しては動特性のことも充分考慮しておかなければならない。この際~~に~~に参考になる事項を挙げれば次の通りである。

- (a) 時間遅れの数をできるだけ少なくする。なお、時間遅れの数が2個以内の線型系は不安定になることはない。但し、積分制御が行われているときにはそれ自体一つの時間遅れと見做す。
- (b) 時間遅れが2個以上ある場合にはそれぞれの時定数をできるだけ齋すようにする。

(c)、各部の時定数を全体的に小さくすれば、それだけ応答は速くなる。

(d) また時間は過渡応答を非常に悪くするので、なるべく少なくなるよう配慮する。但し、減衰だけを大きくするのであれば、それに時間遅れを1回だけ附加し、その時定数を大きくすればする程よい。

(e) 定値制御系において、最大過渡誤差を小さくするためには、外乱の加わる場所から出力までの間の時定数は他に較べて大きくしておく。

このような考慮を払って部品の組合せを選定しても、動特性が与えられた仕様を満たさないことがしばしばである。従つて、その検討を行わねばならない。

そのためには周波数応答法では周波数軌跡またはBode線図を、根軌跡法による場合には根軌跡を描けばよかつたが、代表根指定法では後述の補償ベクトル軌跡を描けば、それによつて明確に判別することができる。判別の結果、普通は動特性を満足していない場合が多いが、その場合には、それに合うように動特性を改善しなければならない。その実際的手段としては、次の二通りの方が実用されている。

(a) 定数値を変更する方法。(定数変更法)

(b) 動特性を改善するための特別の回路を附加する方法。  
..... (補償回路法)

定数変更法は、与えられた要素は変更せずその定数だけを適当に変更して動特性を改善する方法であり、変更しても差支えない定数がいくつある場合には有効であるが、これによつて定常特性を悪化させないように留意しなければならない。しかし、実際には自由に変更できる定数はそう多くはなく、一般に実用されているのは一巡増巾度の変更である。これによる動特性の改善効果は必ずしも顕著とはいえない。

補償回路法は動特性改善法としては最も普通の方法である。補償回路の接続方法によって直列補償法と並列補償法とに分けられるが、いづれもその設計さえ適当であれば極めて有効に動特性の改善を行うことができる。

また、場合によっては定数変更法と補償回路法とを併用しなければならないこともある。

このような手段で動特性を改善する際、それぞれに必要な具体的回路並びにその各定数値を算出しなければならないが、その方法がいわゆる特性設計法である。

特性設計法にはすでに述べたように、周波数応答法、根軌跡法、代表根指定法等があるが、実際にはこれらの理論的方法の他にアナログ・コンピューターを利用する方法、ないし、それらを併用する方法があり、非常に便利である。

特性設計が完了すればその結果を製作設計に移し、それによって設計は完了する。

## 第二章 自動制御系の動特性と代表根

自動制御系は入力信号の種類、及びその印加場所等によって異なる特性を持っている。その各々の場合に要求された特性をもつような自動制御系を設計する際に、その特性を設計に都合のよいような量に変換しなければならない。

代表根指定法では与えられた仕称を一对の振動根である代表根に変換した後、特性設計を行う。一方、特性を大きく分けると周波数特性と過渡特性とがあるが、与えられた仕称は周波数特性に属するかとどちらかである。したがって、最終的に代表根に変換する前に、ある決められた入力の場所、信号の形に対する系の特性を周波数特性及び過渡特性の両方について規定しておけば設計上便利なことが多い。このような応答を基本応答と名う。又、この際、その基本応答より一对の代表根に変換できるためには基本応答はス次系の基本応答により近くなければならない。

基本応答をス次系以外の、より高次の系に近似することがあるが、実際にはス次系近次で充分でかつ有利である。

又、ス次近似の状態を量的に表現するのに“代表根の留数”を用い、最後に留数の簡単な計算法について述べる。

### 2.1 自動制御系の基本応答

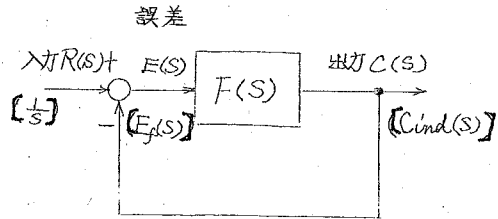
自動制御系の内部で起る現象の形は場合場合によって一定のものではなく、例えば、入力の種類(目標値、外乱、ノイズ等)その形、及びその加わる場所~~等~~<sup>等</sup>によつて出力波形はそれぞれ異つたものになる。しかしながら入力の印加される場所から出力の場所までの伝達函数がわかつていれば、これに具体的な入力の形を考慮して実際の応答波形をもとめることができる。更に入力の場所及び出力の場所を系全般にわたつて決めておき、それに対する伝達函数を用いると、これに入力波形、入力の印加場所を加味して、どのような場合の実際の応答でも求めること

ができる

オズ/ 図に示すように入力、出力の場所をえらぶと、この場合の系の伝達函数  $\frac{C}{R}(S)$  は、

$$\frac{C}{R}(S) = \frac{F(S)}{1 + F(S)} \quad (2.1.1)$$

で表わされる。これを自動制御系の“基本伝達函数”とよぶことにする。同図において目標値としての入力  $R(S)$  を単位階段状とした場合の応答、即ち“基本インディシャル応答”を  $C_{ind}(t)$  とするとこれは次式で求められる。



【】内は  $R(S) = \frac{1}{S}$  に対する応答とする  
 案 オズ/ 図。

$$\begin{aligned} C_{ind}(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{C}{R}(S) \cdot \frac{1}{S} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F(S)}{1 + F(S)} \cdot \frac{1}{S} \right\} \quad (2.1.2) \end{aligned}$$

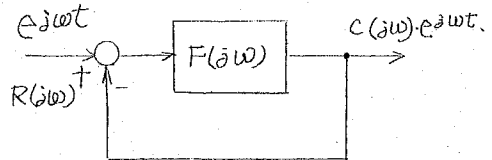
これは基本伝達函数と標準的な過渡入力としての単位階段状入力とによって得られるので、一つの基本的な応答と考えることができる。又、普通、単位階段状目標値変化に対する誤差応答  $E(S)$  (オズ/ 図参照) を基準に採った方が実際的にいろいろ便利な点が多いことか知られている。この誤差応答は又、系の最終段に単位階段状外乱が加わった場合の出力  $C(S)$  の応答に等しく、又、これより直ちに基本インディシャル応答が得られる。このような誤差応答をこゝでは“基本過渡誤差応答”とよびそれを  $E_f(S)$  ( $S$  表示) 又は  $e_f(t)$  ( $t$  表示) で表わすことにする。 $E_f(S)$  又は  $e_f(t)$  はオズ/ 図より次のように表わされる。

$$e_f(t) = \mathcal{L}^{-1} E_f(s) = \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{1}{1+F(s)} \cdot \frac{1}{s} \right)$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left( 1 - \frac{C}{R}(s) \right) \frac{1}{s} \right\} \dots \dots \dots (2.1.3)$$

以上は過渡的な入力，出力について考えたが，次に周期的な入力，出力について先と同じことを考えてみよう。

今，オスズ図に示すように入力  $R(j\omega)$  を振巾1の正弦波状信号  $e^{j\omega t}$  とすると出力  $C_f(j\omega)e^{j\omega t}$  は基本伝達関数  $\frac{C}{R}(s)$  より次式の形で得られる。



オスズ図

正弦波状入力信号と系の出力を示すブロック線図

$$C_f(j\omega)e^{j\omega t} = \left( \frac{C}{R}(s) \right)_{s=j\omega} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\therefore C_f(j\omega) = \frac{C}{R}(j\omega) \dots \dots \dots (2.1.4)$$

上式の  $C_f(j\omega)$  は  $\omega$  の値によって決まる正弦波の振巾，位相角を表わしているが，これを自動制御系の“基本周波数応答”とよぶ。

以上説明したような基本過渡誤差応答，基本周波数応答，場合によっては基本インディシャル応答は自動制御系では最も一般的に向題にされる応答で，これが解れば ~~これ~~ <sup>それ</sup> 入力の場所，形を考慮して実際の応答を計算することが出来る。これらの応答を総称して基本応答とよぶことにする。基本応答の形，性質にふれる前に基本応答と実際の応答との関係を示そう。

オスズ図に示すような自動制御系の途中に過渡入力信号として  $I(s)/s$  が印加される場合，これはオスズ図のブロック線図と等価である。

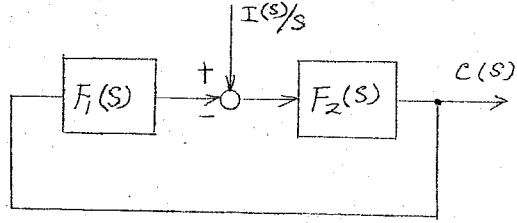
今、制御系を線形系と仮定すると、オス4図は更にオス5図に書き直すことが出来る。

同図で閉ループ系から

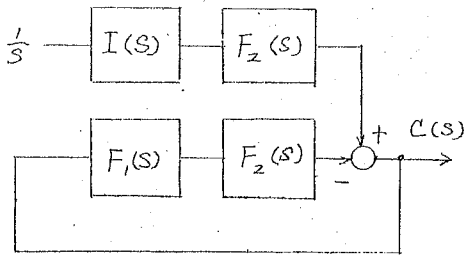
の出力  $E_f(s)$  が基本過渡誤差応答にほかなら

ない。したがって、実際の応答  $C(s)$  ~~又は  $C(t)$~~  は次式で表わすことができる。

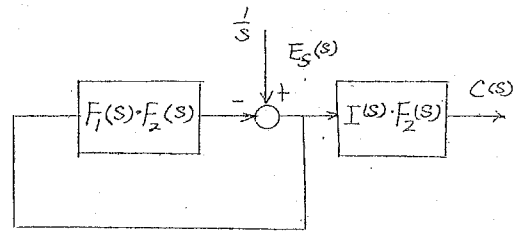
$$C(s) = I(s) \cdot F_2(s) \cdot E_f(s) \quad (2.1.5)$$



オス3図 系の途中に入力信号が印加された状態



オス4図



オス5図

又は

$$C(t) = \mathcal{L}^{-1} C(s) = I(t) \cdot F_2(t) \cdot E_f(t) \quad (2.1.6)$$

$$\text{但し } p = d/dt$$

上式で  $I(s)$  は入力信号の形、 $F_2(s)$  は入力信号の印加される場所を示す函数と考えることができる。又、場合によってはインディシャル応答  $C_{ind}(t)$  より実際の応答を求める方が便利なることもある。

特に  $F_2(s)$  が複雑な伝達函数である場合にはそうである。このときは、オス3図のブロック線図をオス6図のように変換する

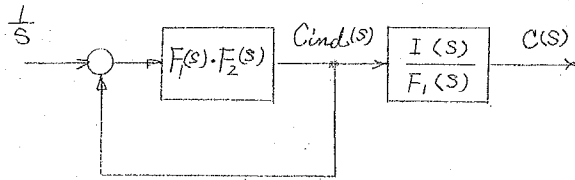
そうすると、出力  $C(s)$  又は  $C(t)$  は次式でもとめることができる。

$$C(s) = I(s) \cdot \frac{1}{F_1(s)} \cdot C_{ind}(s) \quad (2.1.7)$$

又は、

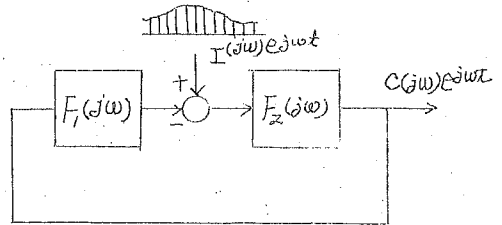
$$C(t) = I(t) \cdot \frac{1}{F_1(t)} \cdot C_{ind}(t) \quad (2.1.8)$$

周波数応答についても同様な方法によればよい。

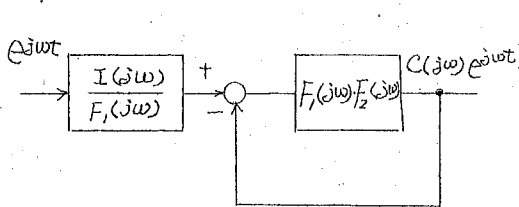


第 2.6 図

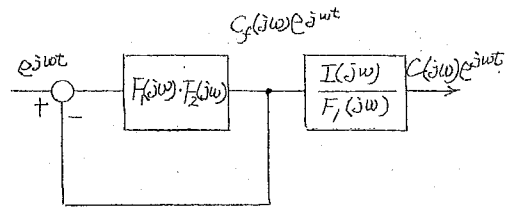
即ちオズ 7 図に於て  $I(j\omega)$  で示されるような周波数分布をもつ 入力 が加わったとするとこれはオズ 8 図のように書き換えられ、更に線形系という假定によりオズ 9 図のブロック線図と等価になる。同図で  $I(j\omega) \cdot \frac{1}{F_1(j\omega)}$  の入力、即ち前段の閉ループ系の出力が基本周波数応答  $C_f(j\omega)$  に相当する。



第 2.7 図



第 2.8 図



第 2.9 図



したがって、実際の周波数応答はオス.9 図より、

$$C(j\omega) = I(j\omega) \cdot \frac{1}{F_1(j\omega)} \cdot C_f(j\omega) \dots\dots\dots (2.1.9.)$$

となる。

以上で実際の応答を基本応答よりもとめる関係式を得たが、特性設計を行う場合には逆に仕様として入力の形  $i(t)$  ( $I(s)$ ) 又は  $I(j\omega)$  に対する実際の要求されている応答  $c(t)$  又は  $C(j\omega)$  が指定されているので、この仕様を満足するような基本応答をオス.1.5 式、オス.1.7 式、オス.1.9 式を用いて決定しなければならない。これが特性設計のオ一段階である。こゝでは、その一般的な方法を 3.3 で簡単に述べるが、実際には図表等を用いてこれを行い、次節で説明するような代表根も同時に求める。

その具体的な例はオ 10 章でくわしく述べることにする。一方、普通行われる特性設計ではその系の基本的な特性として特性試験に都合のよいような入力の形 (例えばインパルス状、ステップ状、正弦波状)、入力の印加場所 (目標値が加わる場所) に対する応答を指定されている場合が多く、それには基本応答を用いるのが最も都合がよい。入力の形は自動制御系の応答の速さ、制御対象の種類、規模等によって適当に選ばなければならない。

さて、こゝで基本応答の形について考えて見よう。<sup>お</sup>基本過渡誤差は、オス.1.3 式で示したように

$$e_f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 + F(s)} \cdot \frac{1}{s} \right\} \dots\dots\dots (2.1.3)$$

で表わされる。上式で開ループ伝達函数  $F(s)$  は一般に

$$\begin{aligned} F(s) &= K \cdot \frac{N(s)}{D(s)} \\ &= K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots\dots}{s^n \underbrace{(s-p_1)(s-p_2)\dots\dots}_{p_2}} \dots\dots\dots (2.1.10) \end{aligned}$$

で表されるから 2.1.3 式の括弧中の  $1/(1+F(s))$  は次式のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{1+F(s)} = \frac{D(s)}{D(s)+K \cdot N(s)} \quad (2.1.11)$$

こゝで上式の分母を因数分解したとすると

$$D(s)+K \cdot N(s) = (s-s_0)(s-s_0^*)(s-s_1)(s-s_2) \quad (2.1.12)$$

の形になり、(2.1.3), (2.1.11), (2.1.12) 式より基本過渡誤差応答は次式のようになる。

$$e_f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{D(s)}{s(s-s_0)(s-s_0^*)(s-s_1)(s-s_2)} \right\} \quad (2.1.13)$$

上式で括弧内を部分分数に展開すると次の形になる。

$$e_f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A_D}{s} + \frac{A_0}{s-s_0} + \frac{A_0^*}{s-s_0^*} + \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2} + \dots \right\} \quad (2.1.14)$$

上式で  $A_D, A_0, A_0^*, A_1, A_2, \dots$  はそれぞれ次式で表わされる。

$$A_D = \frac{(-1)^{n+R} D(0)}{s_0 s_0^* s_1 s_2 \dots} \quad (2.1.15)$$

$$A_0 = \frac{D(s_0)}{s_0(s_0-s_0^*)(s_0-s_1)(s_0-s_2) \dots} \quad (2.1.16)$$

$$A_0^* = \frac{D(s_0^*)}{s_0^*(s_0^*-s_0)(s_0^*-s_1)(s_0^*-s_2) \dots} \quad (2.1.17)$$

$$A_1 = \frac{D(s_1)}{s_1(s_1-s_0)(s_1-s_0^*)(s_1-s_2) \dots} \quad (2.1.18)$$

$$A_2 = \frac{D(s_2)}{s_2(s_2-s_0)(s_2-s_0^*)(s_2-s_1) \dots} \quad (2.1.19)$$

(2.1.14) 式の左辺のラプラス逆変換を行つて結局  $e_f(t)$  は

$$e_f(t) = (A_D + A_0 e^{s_0 t} + A_0^* e^{s_0^* t} + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \dots) \cdot 1 \quad (2.1.20)$$

として表わすことができる。

すなわち

基本過渡誤差応答  $e_f(t)$  の各項の係数は (2.1.14) 式の右辺の各項の係数  $A_D, A_0, A_0^*, A_1, \dots$  は  $A_D$  を除いて一般には複素数であつて、複素函数  $E_f(s)$  (オス.1.3 式参照) 即ち  $\frac{1}{s} / (1+F(s))$  の各極における留数であり (2.1.15) ~ (2.1.19) のようにして求めることができる。また基本過渡誤差応答  $e_f(t)$  の  $s_0, s_0^*, s_1, s_2, \dots$  は 2.1.12 式で明らかなように、(2.1.11) 式の分母を零とした式、即ち、

$$D(s) + KN(s) = 0 \quad (2.1.21)$$

又は

$$1 + F(s) = 0 \quad (2.1.22)$$

の根であつて、これらを“特性根”又は“閉ループ系の極”と呼び (2.1.21) 式又は (2.1.22) 式を特性方程式と呼んでいる。これらの各特性根およびそれぞれの留数の値が判れば (2.1.20) 式の基本過渡誤差応答が決ることになる。

又、目標値に対するインディシャル応答  $C_{ind}(t)$  はオス.1 図よりわかるように  $e_f(t)$  と、

$$C_{ind}(t) = 1 - e_f(t)$$

の関係があるから、上式に (2.1.20) 式を代入し、

$$C_{ind}(t) = \{ (1-A_D) - A_0 e^{s_0 t} - A_0^* e^{s_0^* t} - A_1 e^{s_1 t} - A_2 e^{s_2 t} \} 1 \quad (2.1.24)$$

となる。

一方、基本周波数応答はオス.2 図より、

$$C_f(j\omega) e^{j\omega t} = \frac{F(j\omega)}{1 + F(j\omega)} e^{j\omega t} \quad (2.1.25)$$

$$\therefore C_f(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{1 + F(j\omega)} \quad (2.1.26)$$

(27)

上式で  $F(j\omega)$  は (2.1.10) 式で  $S=j\omega$  とした場合に相当するゆえ、

$$F(j\omega) = K \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \dots\dots\dots (2.1.27)$$

で表わされる。これを (2.1.26) 式に代入すると  $C_f(j\omega)$  は

$$C_f(j\omega) = \frac{KN(j\omega)}{D(j\omega) + KN(j\omega)} \dots\dots\dots (2.1.28)$$

となる。上式で分母は (2.1.12) 式と同じように因数分解される故結局、基本周波数応答は、

$$C_f(j\omega) = \frac{KN(j\omega)}{(j\omega - S_0)(j\omega - S_0^*)(j\omega - S_1)(j\omega - S_2)} \dots\dots\dots (2.1.29)$$

で表わされる。(2.1.20) 式の基本過渡誤差応答 (2.1.29) 式の基本周波数応答のいづれにおいても、特性根  $S_0, S_0^*, S_1, S_2, \dots$  に関係した応答であることに注意すべきである。

## 2.2. 基本応答の近似形と代表根の定義

ある自動制御系に要求される基本応答、~~又は~~ 実際の仕林から何らかの方法で得られた基本応答をその制御系に与えるには如何にするかが、特性設計の最も重要な部分である。即ち基本過渡誤差応答であれば、特性根  $S_0, S_0^*, S_1, \dots$  及びそれぞれについての留数  $A_0, A_0^*, A_1, \dots$ 、又基本周波数応答であれば系の特性根及び (2.1.29) 式の  $KN(j\omega)$  の特性を、与えられた仕林が満足されるようにその制御系にもたす為の具体的な方法が必要になって来る。しかしながら、これらの各定数を確実に指定通りに制御系にもたせることはかなり困難であり、たとえそれができたとしても、制御系を構成している各要素の定数の誤差、非線形性等で多少設計結果と異った特性を持つ制御系が得られる。したがって、この基本応答を十分に正しく近似するところのより簡単な形の応答を用いた方が設計を行う上に種々の利貞

が得られる。その近似法にはいろいろあるが、実用上では次の理由で2次系近似で充分であることがわかる。

- 1). 2次近似であれば特性設計が着しく簡単になる。
- 2). 2次近似で十分に基本応答を表示できる。又行き過ぎ量等に影響を与える他の根、零点の影響を適当に加味できる。
- 3). 2次近似によって良好な特性を表現することができる。
- 4). より高次の近似を行って、その通りの設計ができたとしても、先に説明したように各種の誤差、非線形性の影響等で所要の効果が得られない場合が少なくない。

この2次近似を行うための基準の系を、こゝではオ2.10図に示すようにその閉ループ伝達関数が零点を持たないような1型の2次制御系とする。この系に於て目標値  $R(s)$  より出力  $C(s)$  までの伝達関数  $C/R(s)$  は次式で表わされる。

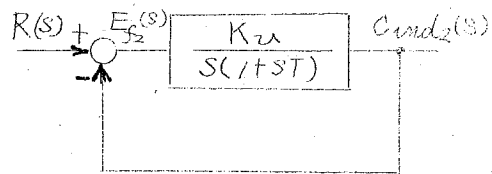


図2.10 基準2次系

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{\frac{K_u}{s(1+sT)}}{1 + \frac{K_u}{s(1+sT)}}$$

$$= \frac{K_u/T}{s^2 + s/T + K_u/T} \quad (2.2.1)$$

今、こゝで、

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= -\frac{1}{2T} + \sqrt{\frac{K_u}{T} - \left(\frac{1}{2T}\right)^2} = -\alpha_0 + j\omega_0 \\ s_0^* &= -\frac{1}{2T} - \sqrt{\frac{K_u}{T} - \left(\frac{1}{2T}\right)^2} = -\alpha_0 - j\omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

とすると(2.2.1)式は次式のように書き換えることができる

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{S_0 S_0^*}{(s - S_0)(s - S_0^*)} \quad (2.2.3)$$

又、目標値  $R(s)$  より誤差  $E(s)$  までの伝達函数  $E/R(s)$  は、

$$\frac{E}{R}(s) = 1 - \frac{C}{R}(s) = \frac{s(s - S_0 - S_0^*)}{(s - S_0)(s - S_0^*)} \quad (2.2.4)$$

で表わされる。

したがって二次系の基本誤差  $E_{f2}(s)$  は、

$$\begin{aligned} E_{f2}(s) &= \frac{(s - S_0 - S_0^*)}{(s - S_0)(s - S_0^*)} \\ &= \left( \frac{-S_0^*}{S_0 - S_0^*} \right) \cdot \frac{1}{s - S_0} + \left( \frac{-S_0}{S_0^* - S_0} \right) \cdot \frac{1}{s - S_0^*} \quad (2.2.5) \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{-S_0^*}{S_0 - S_0^*} = A_{02} e^{j\psi_{02}} = \mathbf{A}_{02} \quad (2.2.6)$$

$$\frac{-S_0}{S_0^* - S_0} = A_{02} e^{-j\psi_{02}} = \mathbf{A}_{02}^* \quad (2.2.7)$$

とし  $A_{02}$ ,  $\mathbf{A}_{02}^*$  を二次系の基本誤差  $E_{f2}(s)$  の  $s = S_0, S_0^*$  に於ける留数とよぶ。又二つの特性根  $S_0, S_0^*$  をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} S_0 &= -\alpha_0 + j\omega_0 = j\omega_0(1 + j\gamma_0) \\ S_0^* &= -\alpha_0 - j\omega_0 = -j\omega_0(1 - j\gamma_0) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.8)$$

$$\text{但し、} \gamma_0 = \alpha_0 / \omega_0. \quad (2.2.9)$$

とすると(2.2.6)式の  $A_{02}$ ,  $\psi_{02}$  はそれぞれ

$$A_{02} = \sqrt{1 + \gamma_0^2} / 2. \quad (2.2.10)$$

$$\psi_{02} = -\tan^{-1} \gamma_0 \quad (2.2.11)$$

となる。したがって  $\mathbf{A}_{02}$  即ち  $A_{02} e^{j\psi_{02}}$  はオズ.11図に示すよ

うにベクトル表示される。

次に(2.2.5)式の $E_{f_2}(s)$ をラプラス逆変換して $e_{f_2}(t)$ を求めると、

$$e_{f_2}(t) = \left( A_{02} \frac{-s_0^*}{s_0 - s_0^*} \cdot e^{s_0 t} + \frac{-s_0}{s_0^* - s_0} \cdot e^{s_0^* t} \right) \mathbb{1}$$

$$= (A_{02} e^{s_0 t} + A_{02}^* e^{s_0^* t}) \cdot \mathbb{1} \dots \dots \dots (2.2.12)$$

更に(2.2.10), (2.2.11)式を上式に代入して整理すると、

$$e_{f_2}(t) = \sqrt{1+\gamma_0^2} e^{-\gamma_0 \omega_0 t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \gamma_0) \mathbb{1} \quad (2.2.13)$$

(2.2.13)式より $e_{f_2}(t)$ は定常誤差分をもたないことがわかる。

なお、 $\omega t$ を $\tau$ として基準化し、 $\tau$ と $e_{f_2}(\tau)$ との関係を $\gamma_0$ をパラメータとして画くとオス、12図に示すようになる。

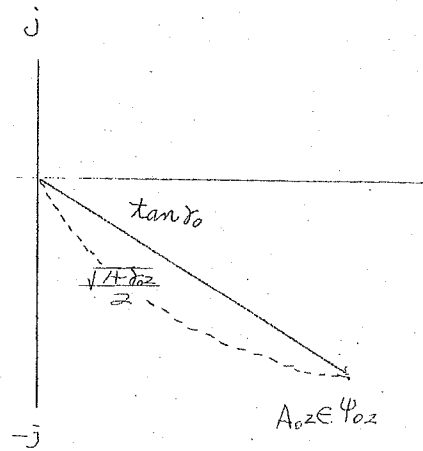


図 2.11 図、

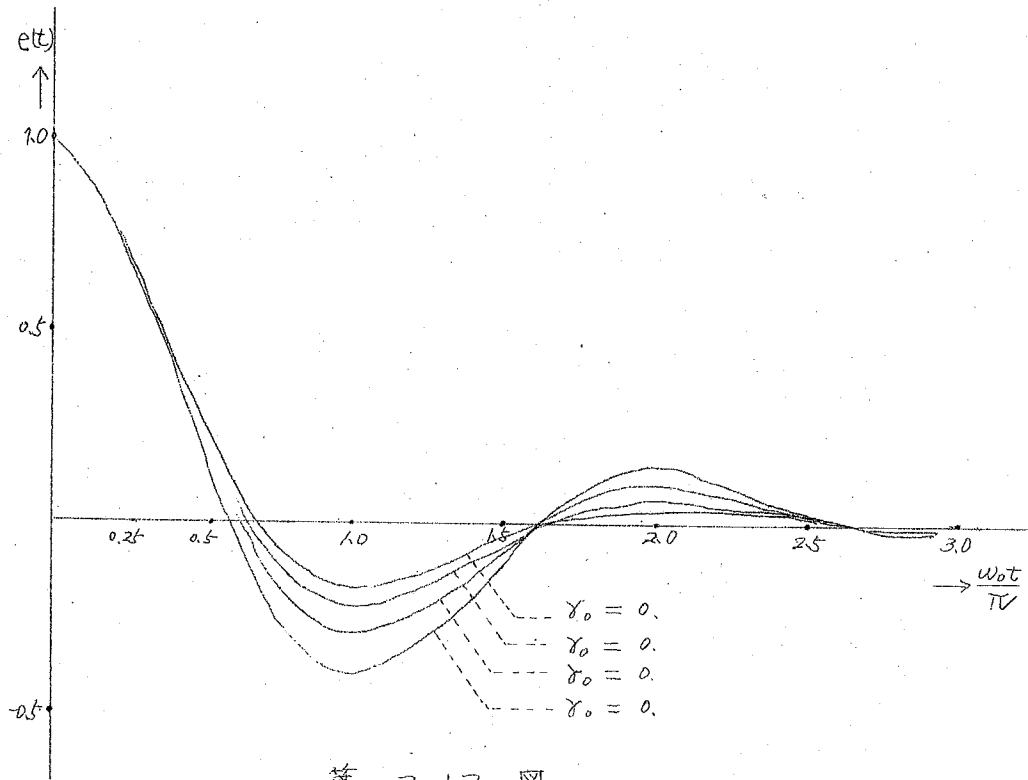


図 2.12

又、目標値に対するインディシャル応答  $C_{ind.2}(t)$  は、

$$\begin{aligned}
 C_{ind.2}(t) &= 1 - e_{f_2}(t) \\
 &= 1 - \sqrt{1 + \gamma_0^2} e^{-\gamma_0 \omega_0 t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \gamma_0) \quad (2.2.14)
 \end{aligned}$$

によつて求められる。

次に、この二次系の基本周波数応答  $C_{f_2}(j\omega)$  は(2.1.4)式で示したように  $R(s)$  より  $C(s)$  までの伝達函数で  $s = j\omega$  とおいたものに等しいゆゑ、(2.2.3)式より

$$\begin{aligned}
 C_{f_2}(j\omega) &= \left[ \frac{C}{R}(s) \right]_{s=j\omega} \\
 &= \frac{S_0 S_0^*}{(j\omega - S_0)(j\omega - S_0^*)} \quad (2.2.15)
 \end{aligned}$$

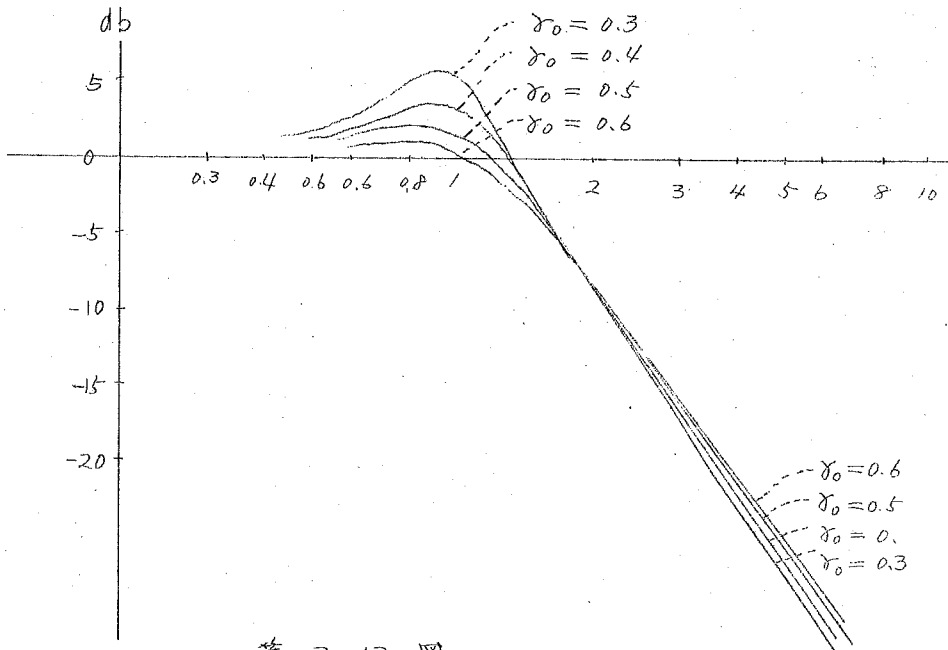
更に上式を变形して

(32)



$$C_{f2}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2(1 + \gamma_0^2)} + j \frac{2\gamma_0}{1 + \gamma_0^2} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2.2.16)$$

となる。上式で  $\omega/\omega_0$  を横軸とした場合の  $C_{f2}(j\omega)$  を、 $\gamma_0$  をパラメーターとして画いたものがオス 13 図である。



オス 13 図

特性根  $s_0, s_0^*$  を (7) 系の 同じ特性根  $s_0, s_0^*$  を (7)

今、もし ~~実際~~ 基本過渡誤差応答が 2 次系のそれに大体等しいとすると、(2.1.20) 式と (2.2.12) 式より次式が得られる。

$$(A_D + A_0 e^{s_0 t} + A_0^* e^{s_0^* t} + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \dots) \mathbb{1}$$

$$\doteq (A_{02} e^{s_0 t} + A_{02}^* e^{s_0^* t}) \mathbb{1} \quad (2.2.17)$$

上の近似が成立つための最も簡単な条件は、~~左辺の  $s_0, s_0^*$  と右辺の  $s_0, s_0^*$  が等しく、かつ~~ <sup>1=1</sup> ~~かつ~~ **普通**

$$(A_D + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \dots) \mathbb{1} \doteq 0 \quad (2.2.18)$$

~~であればよい。~~ (自動制御系では上式の  $A_D \mathbb{1} \doteq 0$  である)

であり

と考へらる。

このような場合、明らかに次式が成立つはずである。

$$A_0 e^{S_0 t} + A_0^* e^{S_0^* t} = A_{02} e^{S_0 t} + A_{02}^* e^{S_0^* t} \quad (2.2.19)$$

(2.2.18) 式及び(2.2.19) 式を満足するようは特性根  $S_0, S_0^*$  を“代表根”(この場合、特に“代表複素根”),  $A_0, A_0^*$  を“代表根の留数”, また  $(A_0 e^{S_0 t} + A_0^* e^{S_0^* t}) \cdot \mathbb{1}$  を“代表応答分”あるいは“基本モード”とよんでいる。

代表根  $S_0, S_0^*$  は一般に複素数であり次のように示すことができる。

$$S_0 = -\alpha_0 + j\omega_0 = j\omega_0(1 + j\beta_0) \quad (2.2.20)$$

$$S_0^* = -\alpha_0 - j\omega_0 = -j\omega_0(1 - j\beta_0) \quad (2.2.21)$$

$$\text{ただし } \beta_0 = \alpha_0 / \omega_0 \quad (2.2.22)$$

ここで、 $\omega_0$  を代表角周波数または現象角周波数、 $\alpha_0$  を代表減衰定数、 $\beta_0$  を代表減衰度とよぶことにする。いま、代表応答分を  $e_t(t)$  とすれば(2.2.19) 式の左辺より、

$$e_t(t) = (A_0 e^{S_0 t} + A_0^* e^{S_0^* t}) \cdot \mathbb{1} \quad (2.2.23)$$

ここで留数  $A_0, A_0^*$  をそれぞれ

$$A_0 = A_0 e^{j\psi_0} \quad (2.2.24)$$

$$A_0^* = A_0 e^{-j\psi_0} \quad (2.2.25)$$

を示せば、 $e_t(t)$  は

$$\begin{aligned} e_t(t) &= (A_0 e^{j\psi_0} e^{(-\alpha_0 + j\omega_0)t} + A_0 e^{-j\psi_0} e^{(-\alpha_0 - j\omega_0)t}) \cdot \mathbb{1} \\ &= A_0 e^{-\alpha_0 t} \{ e^{j(\omega_0 t + \psi_0)} + e^{-j(\omega_0 t + \psi_0)} \} \cdot \mathbb{1} \end{aligned}$$

$$\therefore e_t(t) = 2A_0 e^{-\alpha_0 t} \cos(\omega_0 t + \psi_0) \cdot \mathbb{1} \quad (2.2.26)$$

又、(2.2.19) 式より、

$$A_0 \doteq A_{02}, \quad A_0^* \doteq A_{02}^* \quad (2.2.27)$$

となるが、この場合それぞれの大きさ、位相角について  $A_0 \doteq A_{02}, \psi_0 \doteq \psi_{02}$  が成立し、更にこれに(2.2.10)(2.2.11)式を代入することにより

$$A_0 \doteq \sqrt{1 + \gamma_0^2} / 2 \quad (2.2.28)$$

$$\psi_0 \doteq -\tan^{-1} \gamma_0 \quad (2.2.29)$$

が得られる、即ち、(2.2.19)式が成立する場合、上の二式が成立する。又、~~実際の基本周波数応答が2次系のそれに近似して~~ <sup>特性根  $S_0, S_0^*$  が2次系の</sup> ~~同様の特性根  $S_0, S_0^*$  を持つ~~ とすると(2.2.29)式と(2.2.15)式より

$$\frac{K \cdot N(j\omega)}{(j\omega - S_1)(j\omega - S_0^*)(j\omega - S_1)(j\omega - S_2)} \doteq \frac{S_0 S_0^*}{(j\omega - S_0)(j\omega - S_0^*)} \quad (2.2.30)$$

が成立つが、~~左辺の  $S_0, S_0^*$  と右辺のものが全く等しいものとする~~ <sup>=4</sup> と、(2.2.30)式より次式が得られる

$$\frac{K \cdot N(j\omega)}{S_0 S_0^* (j\omega - S_1)(j\omega - S_2)} \doteq 1 \quad (2.2.31)$$

即ち、(2.2.31)式は制御系の基本周波数応答が2次系のそれに近似されるための条件式である。この場合の  $S_0, S_0^*$  も前と同様代表根とよぶことにする。又、(2.2.31)式左辺は、

$$\frac{KN(j\omega)}{S_0 S_0^* (j\omega - S_1)(j\omega - S_2)} = \frac{C_f(j\omega)}{C_{f2}(j\omega)} \quad (2.2.32)$$

で表わされる。(なぜならば(2.2.31)式は2.2.30式の左辺即ち  $C_f(j\omega)$  を同式右辺即ち  $C_{f2}(j\omega)$  で割って得られたものであるから)そうすると、(2.2.31)式は簡単に次式で表わすことができる。

$$\frac{C_f(j\omega)}{C_{f2}(j\omega)} \doteq 1 \quad (2.2.33)$$

(2.2.31)式又は(2.2.32)式の条件は実際は全周波数領域に亘って満足する必要はなく、大体 $\omega$ が0から $C_f(j\omega)$ の遮断周波数 $\omega_c$ の間で満足すればよい。 $\omega$ が $\omega_c$ 以上の場合の周波数特性の形は實際上あまり大きな意義を持っていないからである。

2.3. 代表根であるための条件と留数の値との関係(前節で説明したように、一対の特性根 $S_0, S_0^*$ によってその系の基本応答を表示できるための条件、換言すれば $S_0, S_0^*$ が代表根であるための条件は、基本過渡誤差応答について言えば

$$(A_0 + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \dots) \uparrow \div 0 \dots \dots \dots (2.2.18)$$

基本周波数応答について言えば

$$\frac{C_f(j\omega)}{C_f(j\omega)} = \frac{KN(j\omega)}{S_0 S_0^* (j\omega - S_1)(j\omega - S_2) \dots} \div 1 \dots \dots \dots (2.2.31)$$

であった。

しかしながらこれらの条件を統一的に論ずることの出来る或る量があれば実用上便利である。それには基本誤差応答 $E_f(s)$ の $s = S_0$ における留数 $A_0$  (オ2.1.16式)を用いる。

この留数 $A_0$ は特性根 $S_0$ (普通、振動根であつてその共役根 $S_0^*$ が存在する)が代表根であるかどうかの判定は勿論、代表根以外の根及び零点の影響をも論ずることができる。

今、用ルーフ伝達函数 $F(s)$ を(2.1.10)式のように

$$F(s) = K \cdot \frac{N(s)}{D(s)} = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots}{s^n (s - p_1)(s - p_2) \dots} \dots \dots \dots (2.1.10)$$

とすると、

$$1 + F(S_0) = 0$$

となるような特性根 $S_0$ に対しては、

$$D(S_0) = -K \cdot N(S_0) = K (S_0 - z_1)(S_0 - z_2) \dots \dots \dots (2.3.1)$$

が成立つ。したがって前述の留数  $A_0$ 、即ち

$$A_0 = \frac{D(s_0)}{s_0(s_0 - s_0^*)(s_0 - s_1)(s_0 - s_2)} \dots\dots\dots (2.1.16)$$

は(2.3.1)式を代入することにより次式のように書き直される

$$A_0 = \frac{-K(s_0 - z_1)(s_0 - z_2) \dots}{s_0(s_0 - s_0^*)(s_0 - s_1)(s_0 - s_2) \dots} \dots\dots\dots (2.3.2)$$

又、 $s$  次系の基本誤差応答の  $s = s_0$  に於ける留数  $A_{02}$  は

$$A_{02} = \frac{-s_0^*}{s_0 - s_0^*} \dots\dots\dots (2.2.6)$$

であった。2、で  $A_0$  と  $A_{02}$  の比を  $B$  とすると(2.3.2)式と(2.2.6)式より

$$B = \frac{A_0}{A_{02}} = \frac{K}{s_0 s_0^*} \frac{(s_0 - z_1)(s_0 - z_2)}{(s_0 - s_1)(s_0 - s_2)} \dots\dots\dots (2.3.3)$$

更に変形して

$$B = \frac{K(-z_1)(-z_2)}{s_0 s_0^* (-s)(-s_2)} \cdot \frac{(1 - s_0/z_1)(1 - s_0/z_2)}{(1 - s_0/s_1)(1 - s_0/s_2)} \dots\dots\dots (2.3.4)$$

ところで(2.1.12)式の両辺の  $s$  を 0 にすると

$$\begin{aligned} s_0 s_0^* (-s_1)(-s_2) \dots\dots &= D(0) + KN(0) \\ &= D(0) + K(-z_1)(-z_2) \dots \end{aligned}$$

これを(2.3.4)式の係数の分母に代入すると、その係数は

$$\begin{aligned} \frac{K(-z_1)(-z_2) \dots}{s_0 s_0^* (-s)(-s_2) \dots} &= \frac{K(-z_1)(-z_2) \dots}{D(0) + K(-z_1)(-z_2) \dots} \\ &= \frac{KN(0)/D(0)}{1 + KN(0)/D(0)} \\ &= \frac{F(0)}{1 + F(0)} \dots\dots\dots (2.3.5) \end{aligned}$$

(2.3.4)(2.3.5)式より

$$B = \frac{F(0)}{1 + F(0)} \cdot \frac{(1 - s_0/z_1)(1 - s_0/z_2) \dots}{(1 - s_0/s_1)(1 - s_0/s_2) \dots} \dots\dots\dots (2.3.6)$$

上式で係数  $F(0)/\{1+F(0)\}$  は一般の自動制御系では

$$\frac{F(0)}{1+F(0)} \doteq 1 \quad (\text{2.1.10) 式で } m \geq 0 \text{ であれば } \frac{F(0)}{1+F(0)} = 1)$$

したがって  $B$  は常に近似的に次式で表わされる。

$$B \doteq \frac{(1-s_0/z_1)(1-s_0/z_2)\cdots}{(1-s_0/s_1)(1-s_0/s_2)\cdots} \quad (2.37)$$

ところで  $s_0$  が代表根であるための条件 (2.2.18) を満足する場合, (2.2.19) 式が成立つか, これは (2.2.27) 式でも示したように次のように書き直すことができる。

$$A_0 \doteq A_{02} \quad (2.3.8)$$

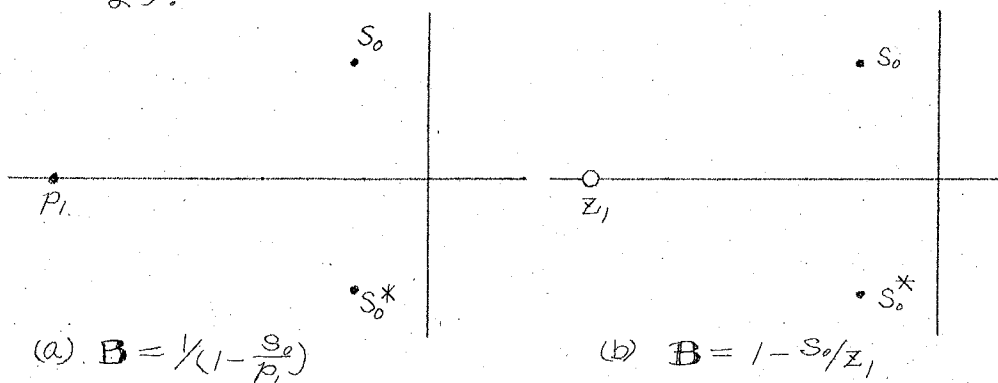
$$A_0^* \doteq A_{02}^* \quad (2.3.9)$$

又は,

$$\frac{A_0}{A_{02}} = B \doteq 1 \quad (2.3.10)$$

$$\frac{A_0^*}{A_{02}^*} = B^* \doteq 1 \quad (2.3.11)$$

しかしながら, 逆に (2.3.10) 式, (2.3.11) 式が成立ち, したがって (2.2.19) 式が成立つからといて, 常に (2.2.18) 式が成立ち, 特性根  $s_0$  が代表根になるとはかぎらない。このことについて普通起りうるいくつかの例によって説明しよう。



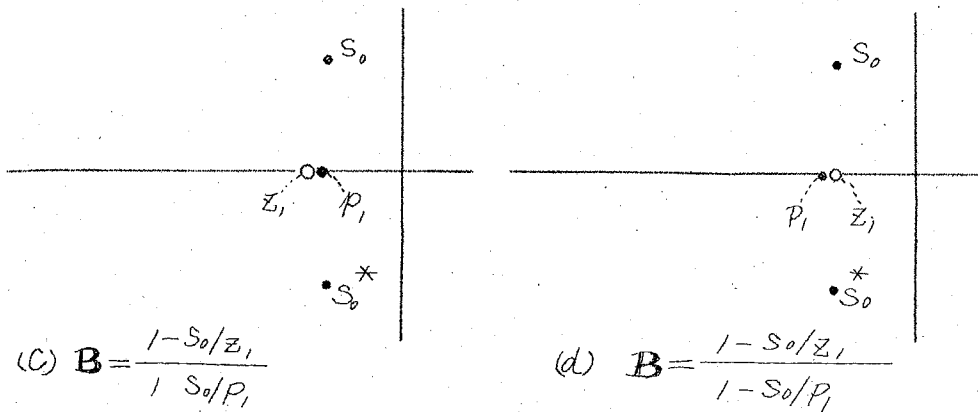
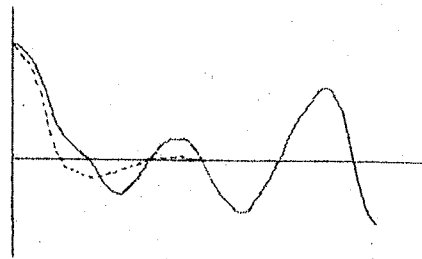
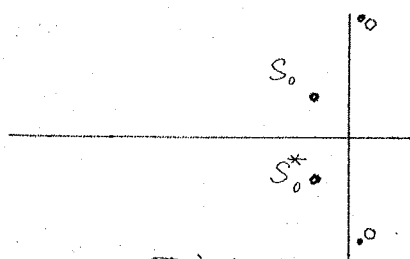


図 2.14 図

今、図 2.14 図 (a), (b) に示すように、系の  $S_0, S_0^*$  以外の特性根及び零点が根平面上、虚軸より充分左側に遠ざかっているか、又は図 (c), (d) に示すように  $P_1/Z_1$  が 1 に近く、且つ極端に  $S$  にくらべて原点到近くないように極、零点が一對をなしている場合には、(2.3.7) 式の  $B$  の値は、

$$B \doteq 1$$

であり、同時に、同図より基本誤差応答、基本同波数応答は共に特性根  $S_0, S_0^*$  で代表されることを理解できる。他に根、零点が存在しても前述の条件を満足すればやはり同様である。これに反し



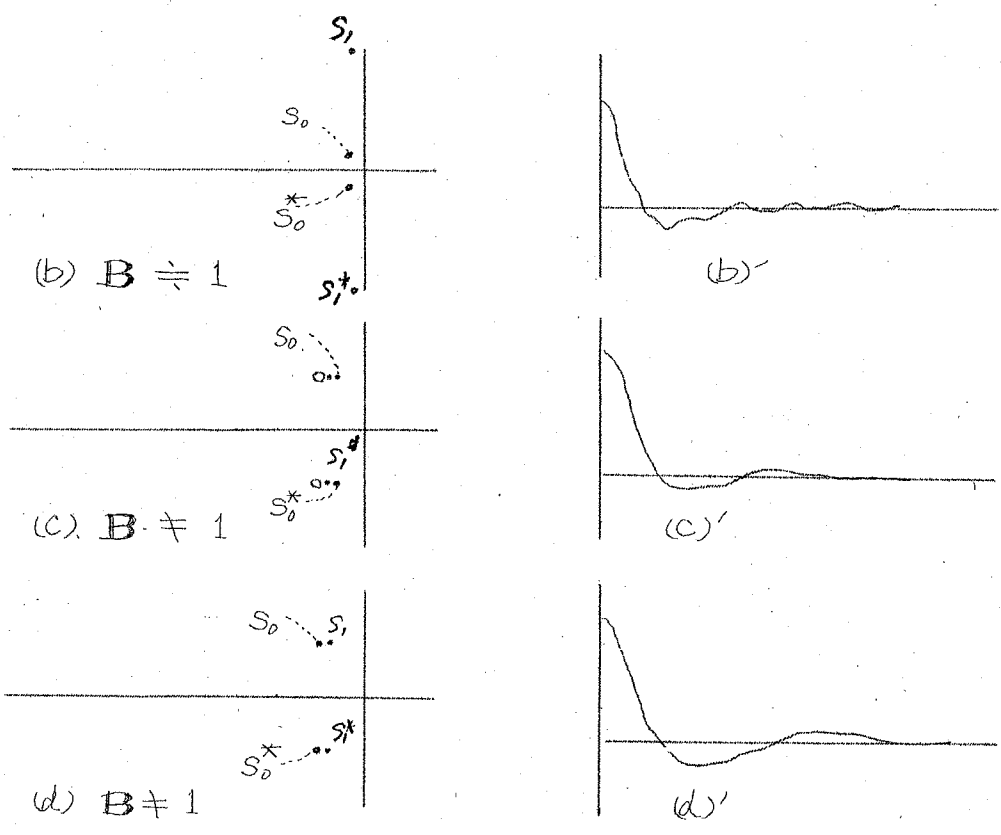


図 2.15 図

オズ15図(a)~(d)に示すような例外がある。同図(a)(b)は  $B \doteq 1$  を満足しているが根平面の虚軸近くにある複素根のため、不安定か又は連成振動的になることを示す。逆に同図(c)(d)は特性根  $s_0, s_0^*$  近くの複素根  $s_1, s_1^*$  が存在する場合、 $B \neq 1$  ではあるが、その場合の応答は特性根  $s_0$  の応答に近いものになる。

以上述べたオズ15図の特性根、零点の配置状態は特殊なものであるが、同図(a),(c)のような場合には系の周ループ伝達函数の零点の位置に注意し、又(b),(d)のような場合には系の周ループ伝達特性自体が共振特性を示すことが多く、特に(b)の場合は、その共振特性が着しいときに起るので、このような



爭柄を考慮しながら特性設計を行わなければならない。

しかしながら普通、オズ/4 図に示したような場合が殆んどであり、特性根  $s_0$  が代表根であれば  $B \doteq 1$  が成立ち、その逆も成立つと考えてもよい。

一方、周波数応答から考えた代表根の条件は (2.23) 式であるが、これは (2.3.3 式) に於て  $s_0$  を  $j\omega$  に置きかえた場合 (但し、係数  $K/s_0 \cdot s_0^*$  を除く) の  $B$  の値に相当する。この値を  $B(j\omega)$  とすると

$$B(j\omega) = \frac{C_f(j\omega)}{C_{fz}(j\omega)} = 1 \quad (2.3.12)$$

が周波数応答の面からの代表根の条件となる。オズ/4 図に示したような極、零点の配置であれば、

$$B \doteq 1$$

に対して、 $B(j\omega) \doteq 1$  (但し、<sup>(a), (b) 17</sup> 大体遮断周波数  $\omega_c$  以内の  $\omega$  に於いて) と考えることができるので  $B \doteq 1$ 、又は  $A_0 \doteq A_{\omega_c}$  によって代表根の条件とすることができる。オズ/5 図のような場合に対しては例外であり、前述と同様の注意が必要である。さて、以上述べたような特殊な場合を除いて、

$$B \doteq 1$$

であれば特性根  $s_0$  は代表根であるといえることができるが、特性根以外の根  $s_1, s_2, \dots$  及び系の両ループ伝達函数の零点  $z_1, z_2, \dots$  は一般の特性補償後の自動制御系に必ず存在するので、これらの存在による  $B$  の変化の傾向及び  $B$  に与えうる裕度について考慮する必要がある。この点について 2, 3, の単純な場合について考えてみる。

1. 負実軸上に零根が1ヶ存在する場合.

オ2.16図(a)に示すようにこの零根を $z_1$ とするとBは(2.3.7)式より

$$B = 1 - s_0 / z_1 \quad (2.3.15)$$

今、オ2.15図(b)のように $\gamma_0 \omega_0$ で $z_1$ を基準化し

$$\lambda = \frac{|z_1|}{\gamma_0 \omega_0} \quad (2.3.16)$$

とすると(2.3.15)式は

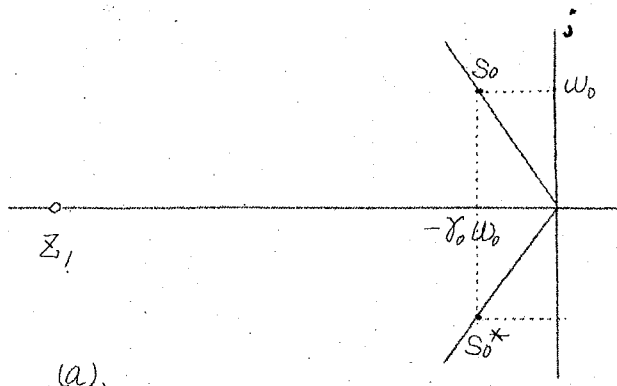
$$\begin{aligned} B &= 1 + j \frac{1}{\gamma_0 \lambda} (1 + j \gamma_0) \\ &= 1 - \frac{1}{\lambda} + j \frac{1}{\gamma_0 \lambda} \quad (2.3.17) \end{aligned}$$

(2.3.17)式にしたがつて $\lambda$ の変化にたいするBのベクトル軌跡を画くとオ2.17図(a)のようになる。ところでこの場合の特性根 $s_0$ についての留数 $A_0$ は(2.3.3)式より、

$$A_0 = B \cdot A_{02} \quad (2.3.18)$$

であり且つ $A_{02}$ は(2.2.11)図のように

$$A_{02} = \frac{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}{z} e^{-j \tan^{-1} \gamma_0} \quad (2.3.19)$$



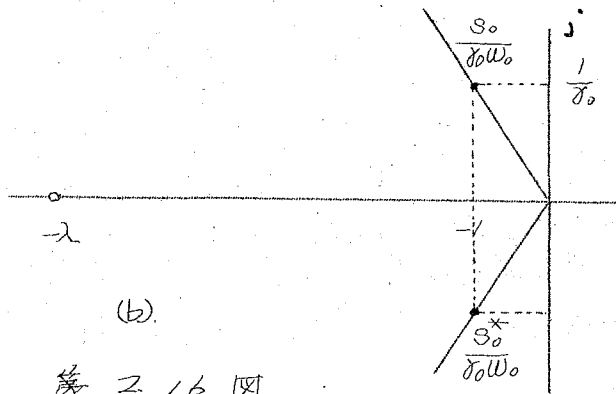
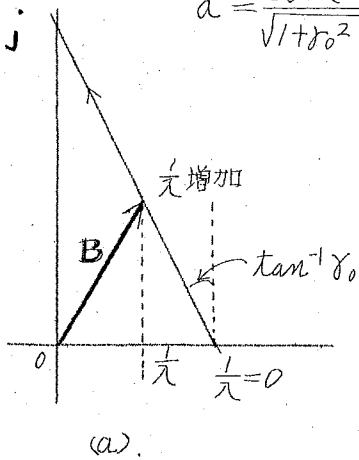


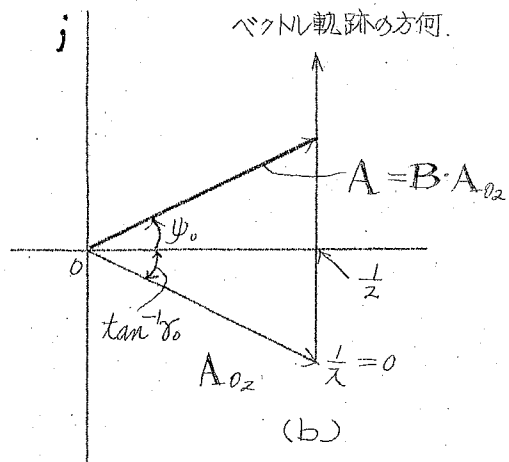
図 2.16. 図.

であるから、 $\lambda$  の変化による留数  $A_0$  のベクトル軌跡は図 2.17 図(b)のように  $A_{02}$  の先端を出発し  $\frac{1}{\lambda}$  の増加と共に虚軸(縦軸)に平行に  $A_0$  の位相角  $\psi_0$  が増加する方向に進む。この場合の系の目標値変化に対する制御量の行き過ぎ量  $a$  は計算によると次式で表わされる。

$$a = \frac{\cos(\tan^{-1} \delta_0)}{\sqrt{1 + \delta_0^2} \cos \psi_0} e^{-\delta_0(\pi - \tan^{-1} \delta_0 - \psi_0)} \quad (2.3.20)$$



(a).



(b).

図 2.17 図.

$\frac{1}{\lambda}$  の増加, 即ちオス16図(a)で零点を, が原点に向って近づいて来るとオス17図(b)で  $\psi_0$  は増加し, したがって(2.3.20)式より行き過ぎ量  $\alpha$  は増加する。その行き過ぎ量における時間  $t_m$  すなわち,

$$t_m = (\pi - \tan^{-1} \gamma_0 - \psi_0) / \omega_0 \dots\dots\dots (2.3.21)$$

は逆に  $\gamma_0$  が原点に接近するにしたがって減少する。

一方, この系の基本誤差応答の2乗誤差面積は

$$S = \frac{1}{4\omega_0\gamma_0} \left\{ \frac{(\tan\psi_0 - \gamma_0)^2}{1 + \gamma_0^2} + 1 \right\} \dots\dots\dots (2.3.22)$$

で表わされるが,  $S$  が最小になる時の  $\psi_0$  の値は上式より直ちに

$$\psi_0 = \tan^{-1} \gamma_0 \dots\dots\dots (2.3.23)$$

であればよいことがわかる。ところで  $B$  の位相角  $\angle B$  は  $\psi_0$  に  $\tan^{-1} \gamma_0$  を加えたものであるから, この場合の  $B$  の位相角は,

$$\angle B = 2 \tan^{-1} \gamma_0 \dots\dots\dots (2.3.24)$$

になり, その場合の入の値はオス17図(a)より,

$$\frac{\frac{1}{\lambda\gamma_0}}{1 - \frac{1}{\lambda}} = \tan 2 \tan^{-1} \gamma_0$$

を解くことにより

$$\lambda = \frac{1 + \gamma_0^2}{2\gamma_0^2} \dots\dots\dots (2.3.25)$$

として得られる。

上述の結果から零点が原点に近づいて来ると行き過ぎ量は増加するか2乗誤差面積は減少して行き(2.3.25)式を満足する場合にそれが最小になることがわかった。2乗誤差面積最小ということは実際上の利点があるので, したがって  $\lambda$  に次式のよ

うな制限を加えるのが実際的である。

$$\lambda \geq \frac{1 + \gamma_0^2}{2\gamma_0^2} \dots\dots\dots (2.3.26)$$

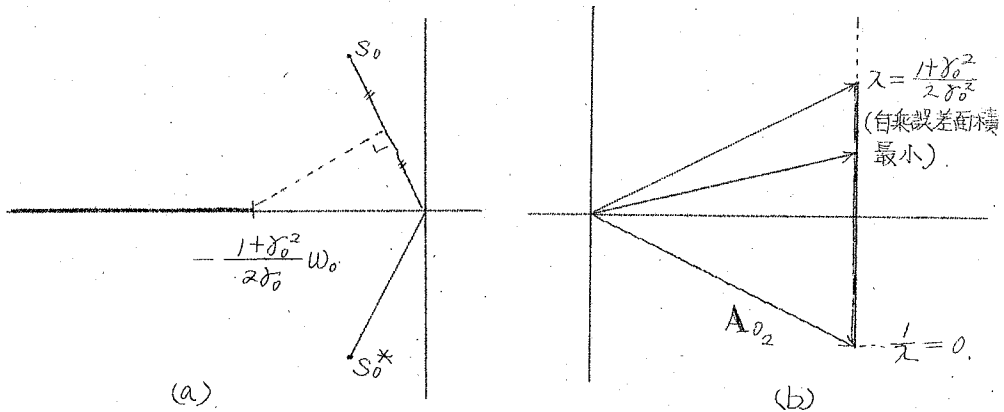
又は (2.3.16) 式, (2.3.26) 式より

$$|\lambda| \geq \frac{1 + \gamma_0^2}{2\gamma_0} \omega_0 \dots\dots\dots (2.3.27)$$

或は

$$|\lambda| \geq \frac{1 + \gamma_0^2}{2\gamma_0^2} \alpha_0 \dots\dots\dots (2.3.28)$$

但し,  $\alpha_0 = \gamma_0 \omega_0$ ; 特性根  $s_0$  の実数部の絶対値



第 2.18 図

この領域は根平面上ではオズ 18 図 (a) の太線,  $A_0$  のベクトル軌跡上ではオズ 18 図 (b) の太線で示され, この領域上であれば特性根  $s_0$  は代表根であると考えらる。

久と行き過ぎ量  $a$  との関係はオズ 20 図左半面を示すようになる。

2. 負実軸上に根が 1 ケ存在する場合

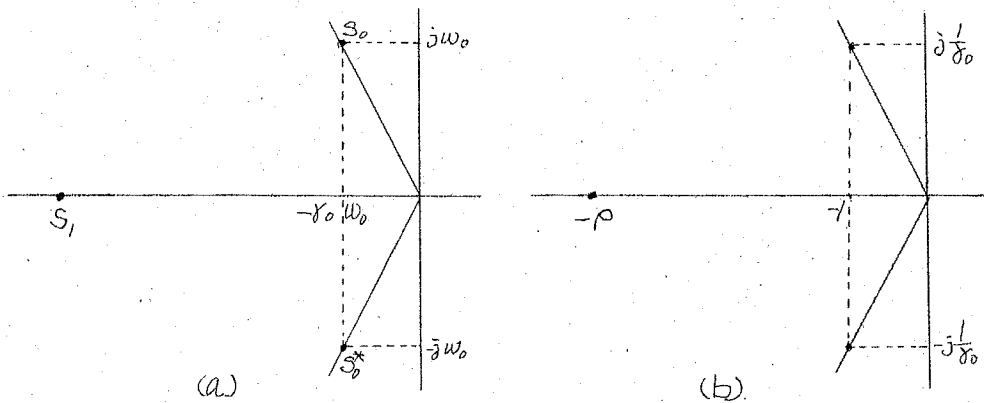


図 2.19 図.

図 2.19 図 (a) に示すように、この根を  $s_1$  とすると  $B$  は (2.3.7) 式より

$$B = \frac{1}{1 - s_0/s_1} \quad (2.3.29)$$

となる。そこで図 2.19 図 (b) のように  $\gamma_0 \omega_0 (= \alpha_0)$  で基準化するすると  $s_1$  は

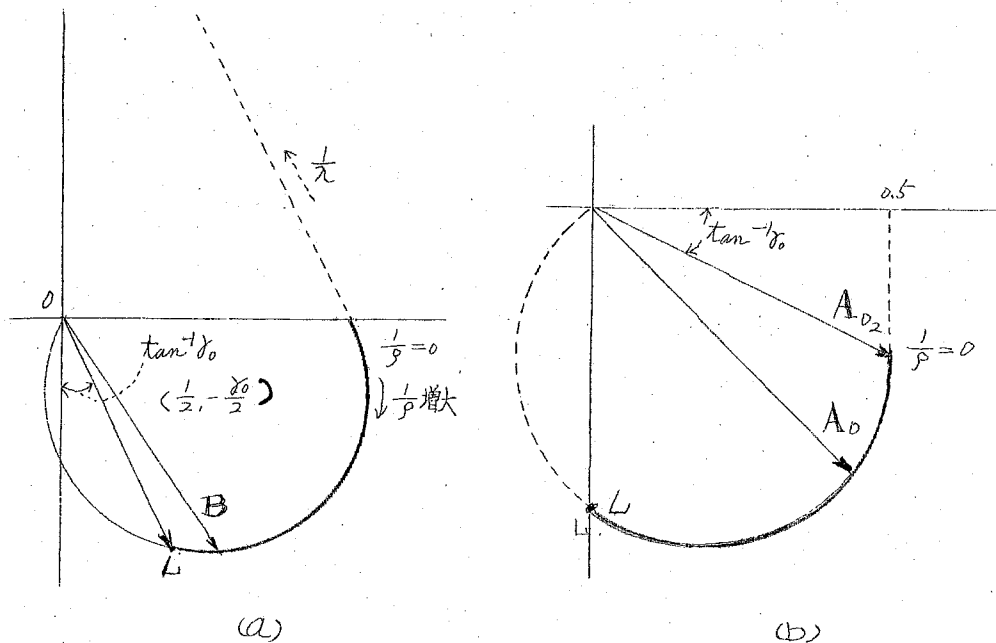
$$\rho = \frac{|s_1|}{\gamma_0 \omega_0} \quad (2.3.30)$$

として表わされる。したがって (2.3.29) 式の  $B$  は

$$B = \frac{1}{1 + j\frac{1}{\delta_0}\rho(1 + j\delta_0)} = \frac{1}{1 - \rho + j\frac{\rho}{\delta_0}} \quad (2.3.31)$$

となるが、これは (2.3.17) 式と丁度逆数関係になっており、したがって  $\rho$  の変化に対する  $B$  のベクトル軌跡は図 2.20 図 (a) のように図 2.19 図 (a) に示した  $B$  のベクトル軌跡と相反曲線関係になり円弧を画く。その円の半径は  $\sqrt{1 + \gamma_0^2}/2$ 、中心の座

標は  $(\frac{1}{2}, -\frac{\gamma_0}{2})$  である。



第 2.20 図

又、前と同様 (2.3.18), (2.3.19) 式の関係より  $A_0$  のベクトル軌跡を画くとオズ 20 図 (b) のような円弧を画く。

このような系の目標値に対する制御量のインディシヤル応答  $C_{ind}(t)$  は次式で表わされる。

$$C_{ind}(t) = 1 - \sqrt{\frac{1 + \gamma_0^2}{(1 - \rho)^2 + (\frac{\gamma_0}{\rho})^2}} e^{-\gamma_0 \omega_0 t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \gamma_0 - \tan^{-1} \frac{1}{\gamma_0(\rho - 1)}) \quad (2.3.32)$$

$$+ \frac{(1 + \gamma_0^2)(\frac{1}{\gamma_0 \rho})^2}{(1 - \frac{1}{\rho})^2} e^{-\rho \gamma_0 \omega_0 t}$$

この場合の行き過ぎ量及びその時間  $t_{m_0}$  は上式より解析的に求めることができないので図解法によると、各  $\gamma_0$  ( $\gamma_0 = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ ) に対する  $\rho$  と行き過ぎ量  $a$  の関係はオズ 21 図右半面のようになる。

即ち  $1/\rho$  の増加， $\gamma_0$  がいれば根号，の原典への接近は行き過ぎ量を減少させることになる。

同図より  $\rho = 2$  を一応  $\rho$  の大きさの限界とする。 $\rho = \infty$ ,  $\rho = 2$  のときの行き過ぎ量  $a$  と  $\gamma_0$  の値との関係をオズ 1 表に示す。

$\gamma_0$	$a_{\rho=\infty}$	$a_{\rho=2}$
0.3	0.40	0.09
0.4	0.285	0.10
0.5	0.205	0.09
0.6	0.155	0.075

第 2.1 表、

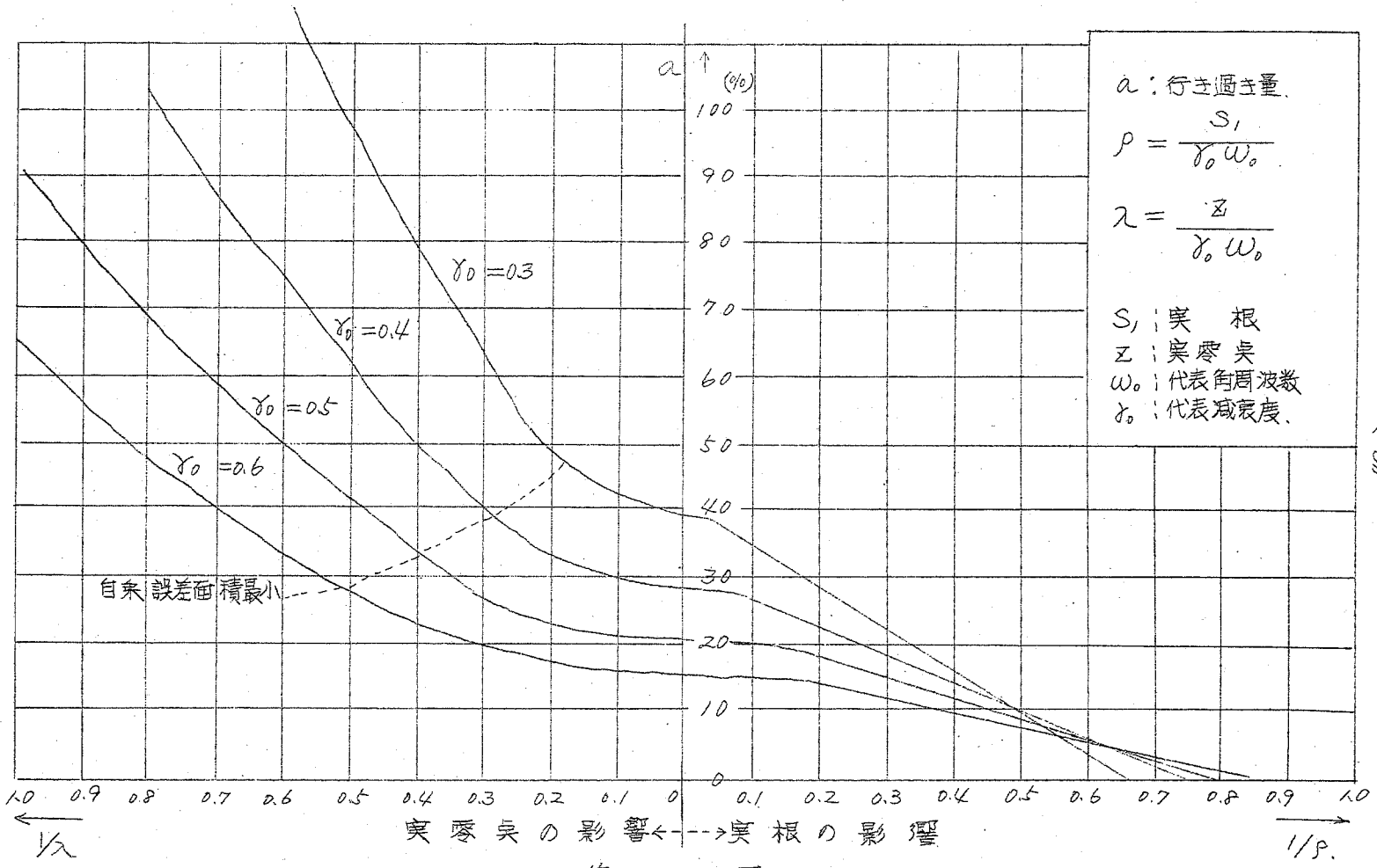
$\rho < 2$  では行き過ぎ量は減少するが応答時間が急激に長くなる傾向があるのであまり望ましくない。

$\rho = 2$  のときの  $B$  の位相角は (2.3.31) 式より

$$\angle B_{\rho=2} = -\tan^{-1} \frac{1}{2\gamma_0} = -\tan^{-1} \frac{1}{\gamma_0} = -\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \gamma_0\right)$$

となりオズ 20 図 (a) 上，点  $L$  が  $\rho = 2$  のときの  $B$  の値に相当する。

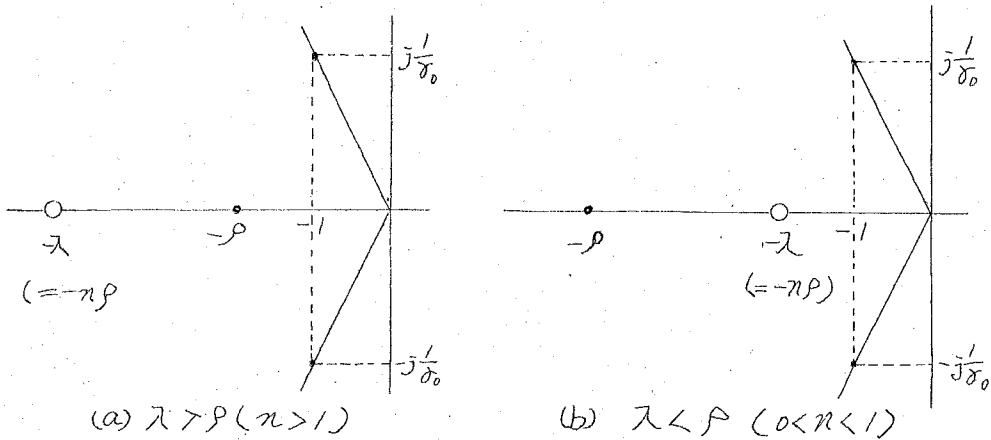




第 2 2 1 図

又、留数  $A_0$  についてはオズ 20 図 (b) のベクトル軌跡上縦軸との交点  $L$  が丁度  $\rho = 2$  の場合の留数  $A_0$  に相当する。したがって同図のベクトル軌跡中太線の部分が特性根  $S_0$  を代表根と判定しうる  $B$  及び  $A_0$  の範囲を示す。

3. 負実軸上に根、零点がそれぞれ一つ存在する場合。



第 22 図

第 22 図 (a), (b) のように負実軸上の根、零点を前と同様に基準化して更に  $\lambda$  と  $\rho$  の比を  $\lambda$  とするとベクトル  $B$  は、

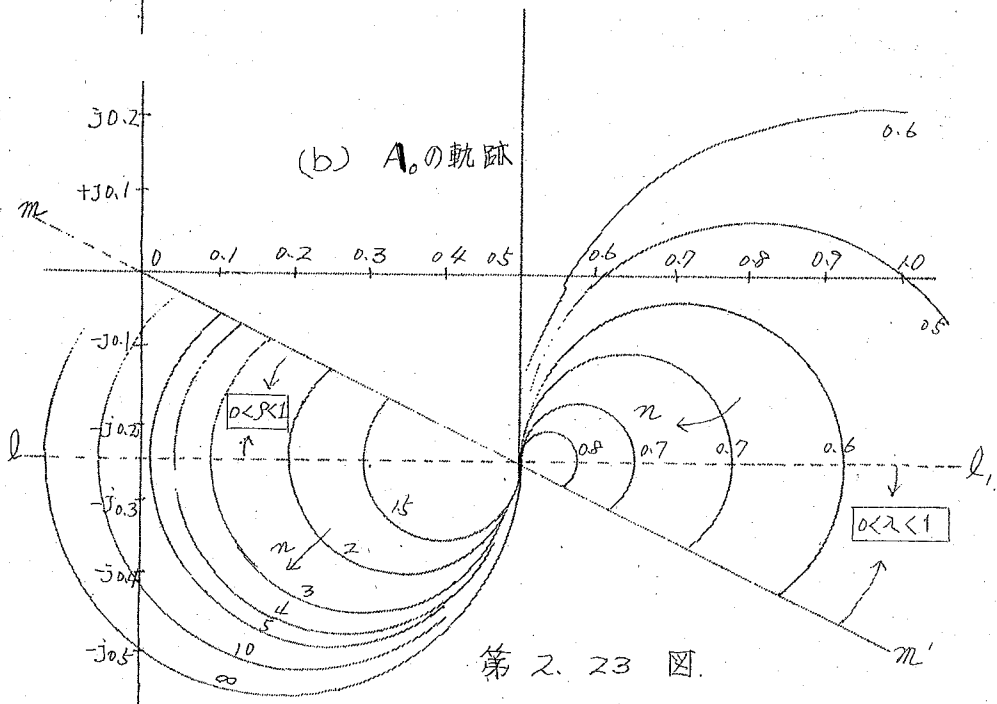
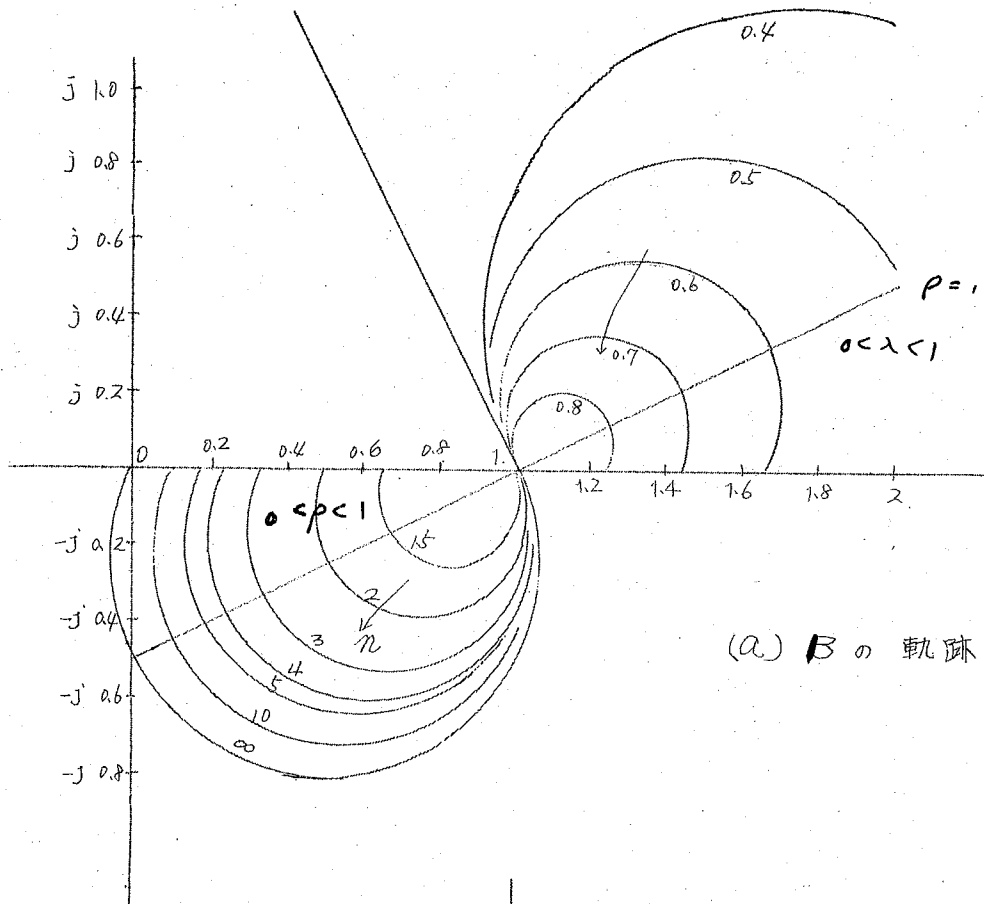
$$B = \frac{1 + \frac{1}{\omega_0 \lambda \rho} (1 + j\omega_0)}{1 + \frac{1}{\omega_0 \rho} (1 + j\omega_0)} \quad (2.3.33)$$

で表わされる。  $\lambda$  及び  $\rho$  をパラメーターとして  $B$  の先端の軌跡をオズ 23 図 (a) の曲線群で表わすことができる。又同図 (b) は  $A_0$  の先端の軌跡を示す曲線群である。同図で  $\lambda$  の値が 1 に近ければ、即ち根、零点が接近して存在すれば  $B \approx 1$ 、つまり  $A_0$  は  $A_{02}$  に近くなり、特性根  $S_0, S_0^*$  は代表根といふことができる。

しかしながら同図 (b) で  $\rho = 1$  を示す直線  $l-l'$  (横軸に平行) と  $\rho = 0$  を示す直線  $m-m'$  (原点を通り横軸と  $-\tan^{-1}\omega_0$  の傾斜をなす直線) との間にベクトル  $A_0$  の先端がある場合には

$$1 > \rho > 0$$

であるから特性根  $S_0$  の実数部よりその絶対値の小さい実根  $S_1$  が存在することになり安定時間が長びく傾向が現われる。



第 2. 23 図.

オヌ24図は以上述べたような根，零根の配置の限界によってきまる代表根の留数の範囲と次のような各条件に対するその位置及び応答波形を示すものである。即ち

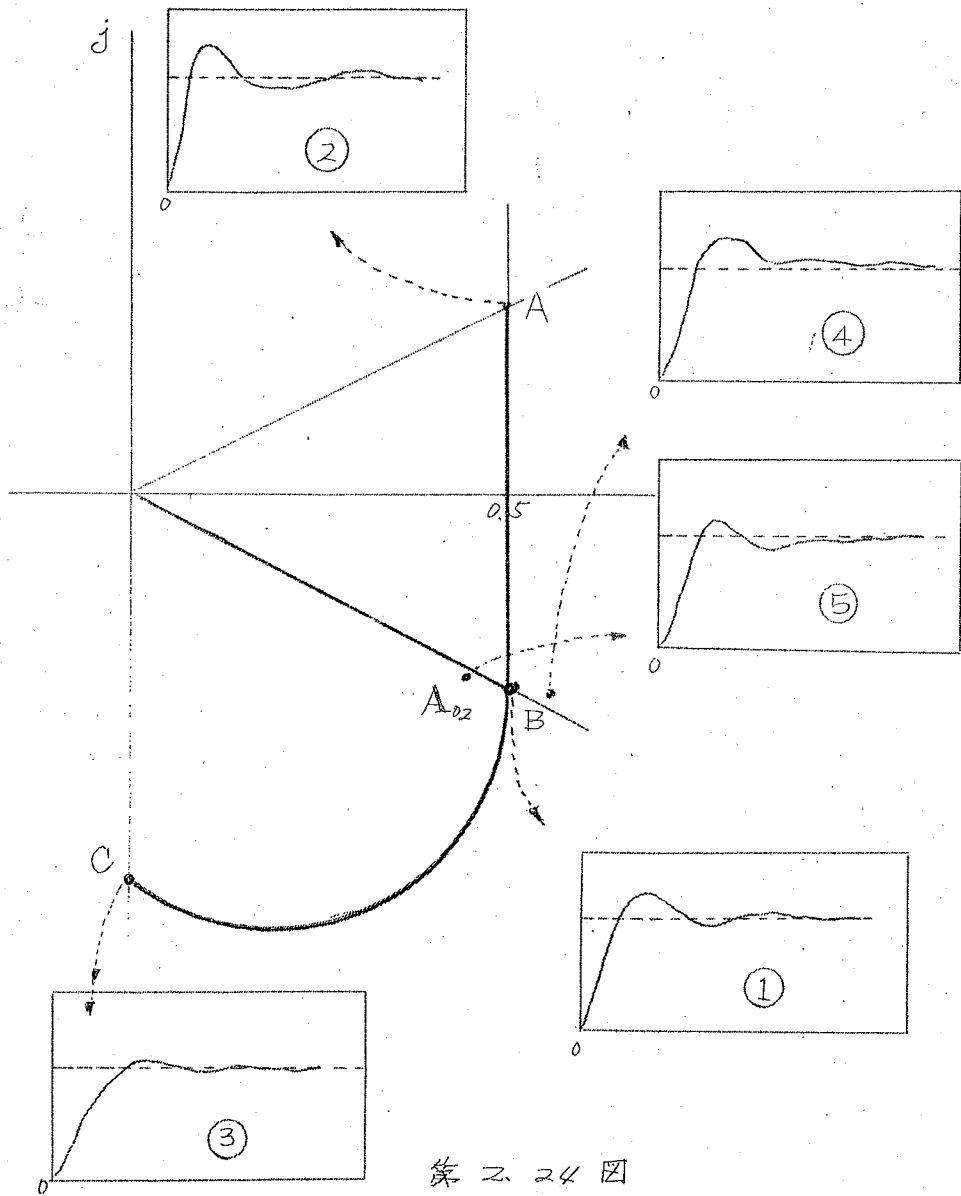
- 貞 1  $A_0 = A_{02}$ , つまり特性根  $S_0, S_0^*$  のみ存在する場合.
- 貞 2 1つの零根が限界位置にある場合.
- 貞 3 1つの実根が限界位置にある場合.
- 貞 4 1つの実根が代表根の実軸への投影貞より原貞寄りに存在し, しかもその右側に零根が接近して存在する場合.
- 貞 5 1つの実根が代表根の実軸への投影貞より原貞寄りに存在し, しかもその左側に零根が接近して存在する場合.

実際には前述のように零根, 実根が一つだけという場合とは限らず, 数ヶの零根, 実根(場合によつては複素根)が共存することが多いが, 以上の考え方にしたかうと, 一般に特性根  $S_0$  の留数  $A_0$  がオヌ24図に示した  $A_0$  の範囲を示す曲線  $ABC$  を大きく離れることは原貞に接近した根又は零根が単独に存在することを意味し, その場合の応答は2次系又は望ましい範囲内での3次系の応答と異なったものとなるが  $A_0$  がある範囲内であればそれを代表根の留数とみなすことができる。したがってオヌ24図の曲線  $A-B-C$  に巾をもたせ, それを代表根であるための留数の条件を満足する領域として代表根の判定の基準にする。オヌ25図は  $\delta = 0.5$  の場合の代表根の留数の領域である。ここでその限界を示す図を“代表根の留数限界図”とよぶことにする。

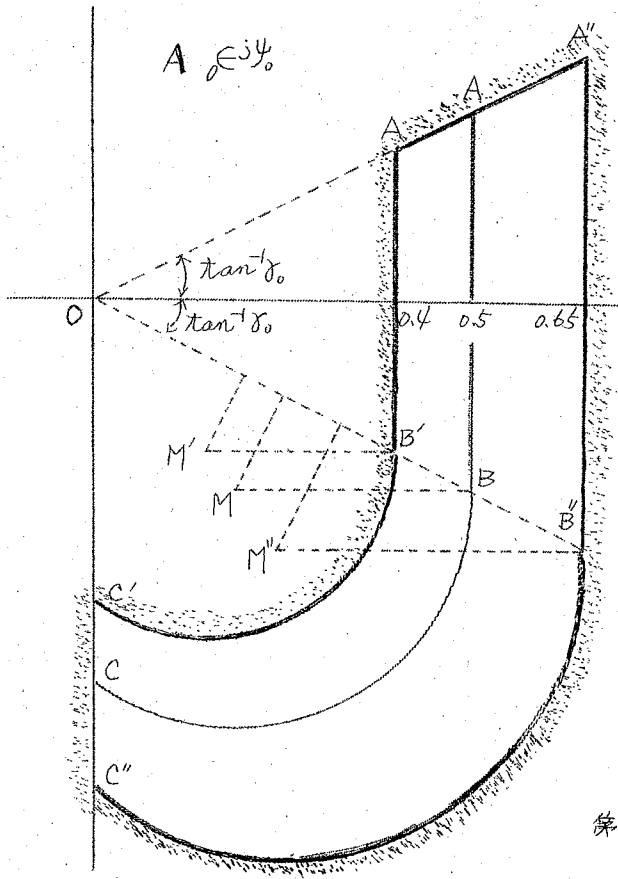
この代表根の留数限界図は経験上, オヌ24図の曲線  $ABC$  を原貞を基準にして1.3倍及び2.0倍に拡大及び縮小した2つの曲線  $A'B'C'$ ,  $A''B''C''$  の両端を閉じた丁字形の限界  $A'B'C'$ ,  $C''B''A''$  で表わされる。同図で  $M, M', M''$  は円弧  $BC, B'C', B''C''$  の中心であり, それぞれ貞  $B, B', B''$  から横軸に引いた平行線と  $\overline{OB}, \overline{OB'}, \overline{OB''}$  の垂直二等分線との交点である。それぞれの円弧の半径は線分  $\overline{MB}, \overline{M'B'}, \overline{M''B''}$  である。

又, 代表根の留数の逆数に注目して代表根の留数限界図を画き直すとオヌ26図に示すようになる。この場合, オヌ25図で原貞を

通る直線を除いてすべて直線  $\overline{AB}$ ,  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{A''B''}$  はオス26図  
 では、それに相反曲線関係にある円弧  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{A'B'}$ ,  $\widehat{A''B''}$  になり  
 又、円弧  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{B'C'}$ ,  $\widehat{B''C''}$  はオス26図では逆に直線  $\overline{BC}$ ,  $\overline{B'C'}$ ,  
 $\overline{B''C''}$  となる。

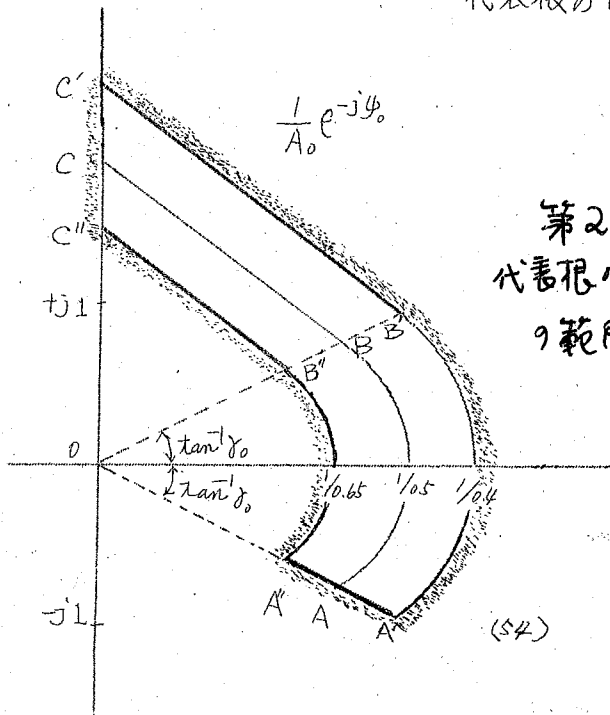


オス26図



第 2.25 図

代表根の留数の範囲



第 2.26 図  
代表根の留数の逆数の  
範囲

同図で円弧  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{A'B'}$ ,  $\widehat{A''B''}$  は横軸 (実軸) 上 それぞれ  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ ,  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0)$  を中心にもち, 又それぞれ半径を  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  とする円において、横軸を中央にして原真より  $\pm \tan^{-1} \gamma_0$  の角度を張る円弧に相当する。一方、直線  $\overline{BC}$ ,  $\overline{B'C'}$ ,  $\overline{B''C''}$  はそれぞれ直線  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OB'}$ ,  $\overline{OB''}$  の垂直二等分線と縦軸との交点  $C$ ,  $C'$ ,  $C''$  と点  $B$ ,  $B'$ ,  $B''$  とを各々対応させてむすんだ直線である。この留数の逆数による代表根の留数領域の表示は後で述べるように実用上の利便をもっている。

## 2.4. 留数の計算方法 <sup>11)</sup>

前節で示したように、指定した特性根  $s_0, s_0^*$  が代表根であるためには基本過渡誤差応答の  $S$  表示  $E_f(S)$  の  $S = s_0$  における留数  $A_0$  の値がオスズ図 又は オスズ6 図に示す領域内にあればよい。しかしながらこの留数  $A_0$  が簡単に求められるのでなければ実用的ではない。ここでは留数を計算する為の便利な方法を考えてみる。

基本過渡誤差応答  $E_f(S)$  は、一般に一つの有理函数で、その分母の次数は分子のそれより高い。このような場合、普通  $E_f(S)$  は次式のように展開される。

$$E_f(S) = \frac{A_D}{S} + \frac{A_0}{S-s_0} + \frac{A_0^*}{S-s_0^*} + \frac{A_1}{S-s_1} + \dots + \frac{A_k}{S-s_k} + \dots \quad (2.4.1)$$

上式の  $A_D, A_0, A_0^*, \dots, A_k, \dots$  は  $S = 0, s_0, s_0^*, \dots, s_k$  における留数であるが、一般に  $A_k$  を求めるには次式のようにする。

$$A_k = \left[ E_f(S) \cdot (S - s_k) \right]_{S \rightarrow s_k} \quad (2.4.2)$$

こゝで  $E_f(S)$  は

$$E_f(S) = \frac{N(S)}{D(S)}$$

で表わされるのが普通であるので、これを (2.4.2) 式に代入して

$$A_k = \left[ \frac{N(s)}{D(s)} \cdot (s - s_k) \right]_{s \rightarrow s_k} \quad (2.4.4)$$

となる。今、 $E_f(s)$  の分母  $D(s)$  が

$$D(s) = \prod_{j=1}^n (s - s_j) \quad (2.4.5)$$

のように因数分解されているとすれば、 $A_k$  は

$$\begin{aligned} A_k &= \left[ \frac{N(s)}{\prod_{j=1}^n (s - s_j)} \cdot (s - s_k) \right]_{s \rightarrow s_k} \\ &= \left[ \frac{N(s)}{\prod_{j=1, j \neq k}^n (s - s_j)} \right]_{s = s_k} \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

以上は(2.4.5)式のように $E_f(s)$ の分母が因数分解された形であったが、そうでない場合は(2.4.6)式のようにして計算することができず、(2.4.4)式を直接用いるとすると $A_k$ の値は不定となる。

このような場合には(2.4.4)式の右辺の分子及び分母をそれぞれ $s$ で微分したものについて次のような比をとつて $A_k$ を計算することができる。すなわち

$$A_k = \left[ \frac{dN(s) \cdot (s - s_k)}{ds} \bigg/ \frac{dD(s)}{ds} \right]_{s = s_k}$$

これを变形すると、

$$\begin{aligned} A_k &= \left[ \left\{ \frac{dN(s)}{ds} \cdot (s - s_k) + N(s) \right\} \bigg/ \frac{dD(s)}{ds} \right]_{s = s_k} \\ &= \left[ \frac{N(s)}{dD(s)/ds} \right]_{s = s_k} \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

代表根の留数 $A_0$ も上のような方法を次のように拡張して用



いる。基本過渡誤差応答の \$s\$ 表示 \$E\_f(s)\$ は (2.1.3) 式より

$$E_f(s) = \frac{1}{1+F(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.4.8)$$

であるから、(2.4.7) 式で \$N(s) = 1/s\$、\$D(s) = 1+F(s)\$ と考え、かつ \$E\_f(s)\$ が極 \$s\_0\$ を持っているとする、\$s\_0\$ に対する留数 \$A\_0\$。即ち (2.4.7) 式では代表根の留数 \$A\_0\$ は (2.4.7) 式より

$$A_0 = \left[ \frac{1/s}{\frac{d\{1+F(s)\}}{ds}} \right]_{s=s_0}$$

$$\therefore A_0 = \frac{1}{s_0} \cdot \left[ 1 / \frac{dF(s)}{ds} \right]_{s=s_0} \quad (2.4.9)$$

さらにこれを変形して

$$A_0 = \frac{1}{s} \left[ \frac{1}{F(s) \cdot \frac{dF(s)}{F(s) \cdot ds}} \right]_{s=s_0}$$

ところで \$s\_0\$ は \$E\_f(s)\$ の極の一つであるから (2.4.9) 式より

$$1 + F(s_0) = 0$$

であることがわかり、したがって更に次式のように変形される

$$A_0 = -\frac{1}{s_0} \cdot \left[ 1 / \frac{d \log F(s)}{ds} \right]_{s=s_0} \quad (2.4.10)$$

さて、自動制御系の開ループ伝達函数 \$F(s)\$ が (2.1.10) 式の形、即ち、

$$F(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots}{s^n (s-p_1)(s-p_2)\dots} \quad (2.1.10)$$

であるとする、(2.4.10) 式中の \$\log F(s)\$ にこれを代入し、結局次式を得る。

$$A_0 = A_0 e^{j\theta} = -\frac{1}{s_0} \left[ \frac{d}{ds} \{ \log K + \log(s-z_1) + \log(s-z_2) + \dots - n \log s - \log(s-p_1) - \log(s-p_2) - \dots \} \right]_{s=s_0}$$

$$= \frac{1}{s_0} / \left[ \left( \frac{n}{s_0} + \frac{1}{s_0-p_1} + \frac{1}{s_0-p_2} + \dots \right) - \left( \frac{1}{s_0-z_1} + \frac{1}{s_0-z_2} + \dots \right) \right] \quad (2.4.11)$$

上式の分母のオ1, オ2項は  $F(s)$  の分母, 又は極に關係するもので, オ3項目は  $F(s)$  の分子, 又は零点に關係するベクトル値であることがわかる。又(2.4.11)式の逆数  $1/A_0$  をとると

$$\frac{1}{A_0} = \frac{1}{A_0} e^{-j\theta} = s_0 \left( \frac{n}{s_0} + \frac{1}{s_0-p_1} + \frac{1}{s_0-p_2} + \dots - \frac{1}{s_0-z_1} - \frac{1}{s_0-z_2} - \dots \right) \quad (2.4.12)$$

又は, 上式を整理して

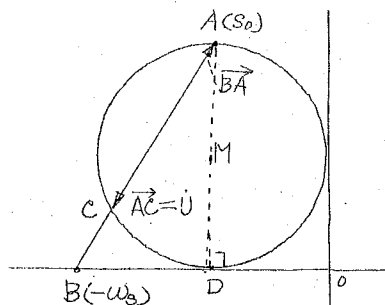
$$\frac{1}{A_0} = n + k - l + \frac{1}{1+s_0/z_1} + \frac{1}{1+s_0/z_2} + \dots - \frac{1}{1+s_0/p_1} - \frac{1}{1+s_0/p_2} \quad (2.4.12')$$

但し,  $k: F(s)$  の極の数,  $l: F(s)$  の零点の数

上式よりわかるように, 周ループ伝達函数より留数を直接に計算することができるので, 留数の値を定量的にとりあつかう場合に便利である。

次に留数  $A_0$  を図的に簡単にもとめる方法を示そう。この方法は, 後述のように単に計算上のみならず, 他の設計手順の面でも種々の利便を有するものである。

今, オ2図の根平面上で極(又は零点)  $-w_s$  に相当する点  $B$  より代表根  $s_0$  に相当する点  $A$  にひいたベクトル  $\vec{BA}$  ( $=s_0+w_s$ ) が与えられたとする。その場合,  $s_0+w_s$  の逆数  $1/(s_0+w_s)$  が同図の上でどのようなベクトルに相当するか考えよう。まず点  $A$  より実軸に垂線  $AD$  を下し,  $AD$  を直径とする円  $M$  を描く。この円とベクトル  $\vec{BA}$  との交点を  $C$  とし  $A$  よりベクトル  $\vec{AC}$  を引くと,  $\vec{BA}$ ,  $\vec{AC}$  の間に次の関係があることがわかる。



オ2.27図

$$|\vec{BA}| \cdot |\vec{AC}| = \overline{AD}^2 = \omega_0^2$$

$$\therefore |\vec{AC}| = \omega_0^2 / |\vec{BA}| = \omega_0^2 / |s_0 + \omega_0|$$

$$\text{又. } \vec{AC} = |\vec{BA} - \pi| = |s_0 + \omega_s - \pi| = \left( \frac{1}{s_0 + \omega_s} \right)^* \pi$$

したがって

$$\vec{AC} = - \left( \frac{1}{s_0 + \omega_s} \right)^* \omega_0^2 \quad (2.4.13)$$

$$\therefore \frac{1}{s_0 + \omega_s} = - \frac{\vec{AC}^*}{\omega_0^2} \quad (2.4.14)$$

今便宜上

$$\overline{AC} = U \quad (2.4.15)$$

とすれば、これを(2.4.14)式に代入して次式を得る。

$$\frac{1}{s_0 + \omega_s} = - \frac{U^*}{\omega_0^2} \quad (2.4.16)$$

即ち、 $s_0 + \omega_s$  の逆数  $1/(s_0 + \omega_s)$  はオズ図に示すようなベクトル  $U (= \overline{AC})$  と(2.4.16)式の関係がある。そこでオズ図の円Mは、これで逆ベクトル値を変換してもとめる意味で以後単に“変換円”とよぶことにする。

同様にしてオズ図に示すように、(2.4.11)式の右辺分母の各項に対応して次式の関係をもつ各ベクトルを変換円によって図的に求めることができるわけである。

$$\frac{1}{s_0} = - \frac{U_0^*}{\omega_0^2} \quad (2.4.17)$$

$$\frac{1}{s_0 + \omega_{s1}} = - \frac{U_1^*}{\omega_0^2} \quad (2.4.18)$$

$$\frac{1}{s_0 + \omega_{s2}} = - \frac{U_2^*}{\omega_0^2} \quad (2.4.19)$$

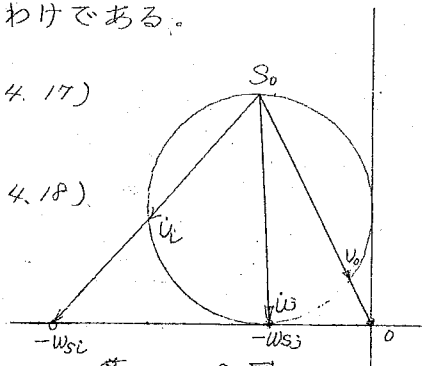


図 2.22 図.

そこで上式<sup>を</sup> (2.4.11) 式に代入すれば留数  $A_0$  即ち  $A_0 e^{j\psi_0}$  は、

$$A_0 e^{j\psi_0} = -\frac{\dot{U}_0^*}{\omega_0^2} / \left\{ -\frac{\sum_{j=1}^n \dot{U}_j^*}{\omega_0^2} + \sum_{j=1}^n \left( -\frac{\dot{U}_j^*}{\omega_j^2} \right) - \sum_{i=1}^l \left( -\frac{\dot{U}_i}{\omega_i^2} \right) \right\}$$

$$\therefore A_0 e^{j\psi_0} = \left[ \dot{U}_0 / \left( \dot{U}_0 + \sum_{j=1}^n \dot{U}_j - \sum_{i=1}^l \dot{U}_i \right) \right]^* \quad (2.4.20)$$

上式でわかるように  $F(s)$  の極についての  $\dot{U}$  即ち  $\dot{U}_j$  は正、零点についての  $\dot{U}$  即ち  $\dot{U}_i$  は負の符号がついている。そして (2.4.20) 式の右辺の分母はベクトルの和及び差になっているのでこれを図的に求めるのは容易である。例えばオキス29図の3次の系の例では  $\dot{U}_0, \dot{U}_1, \dot{U}_2$  を次々とベクトル的に加えればよいわけである。

そこでこのようなベクトルの和を  $\dot{U}_s$  とすれば、一般に  $\dot{U}_s$  は

$$\dot{U}_s = \dot{U}_0 + \sum_{j=1}^n \dot{U}_j - \sum_{i=1}^l \dot{U}_i \quad (2.4.21)$$

であり、これを (2.4.20) 式に代入して、

$$A_0 e^{j\psi_0} = \left[ -\frac{\dot{U}_0}{\dot{U}_s} \right]^* \quad (2.4.22)$$

又は

$$A_0 e^{j(-\psi_0)} = \frac{\dot{U}_0}{\dot{U}_s} \quad (2.4.23)$$

を得る。したがって留数の位相角  $\psi_0$  及び大きさ  $A_0$  はそれぞれ

$$\psi_0 = \angle \dot{U}_s - \angle \dot{U}_0 \quad (2.4.24)$$

$$A_0 = \frac{|\dot{U}_0|}{|\dot{U}_s|} \quad (2.4.25)$$

又は

$$|\dot{U}_s| = \frac{|\dot{U}_0|}{A_0} \quad (2.4.26)$$

となる。上の (2.4.24) 及び (2.4.26) 式を図で示すとオキス30

図のようになる。同図でわかるように代表根の留数  $A_0 \in \mathcal{D}_0$  と  $U_0$  とは次の関係がある。

即ち,  $U_0$  を基準とし, その長さを単位とするとき,  $U_0$  の長さが留数の逆数の大きさ,  $U_0$  位相角が留数の位相角となる。

したがって同図で( ) 内がそれぞれのベクトルの基準化されたものである。この基準化を用いると, この根平面上にオス 3 節で得た代表根の留数限界図(オス 26 図)をオス 31 図に示すように写像することができる。

即ち, ベクトル  $\frac{1}{\omega_0} U_0$  の先端を中心とする半径  $|\frac{1}{\omega_0} U_0|$  の円(円  $C_1$ ) 及びベクトル  $\frac{1}{\omega_2} U_0$  の先端を中心とし半径  $|\frac{1}{\omega_2} U_0|$  の円(円  $C_2$ ) と, 代表根  $S_0$  に相当する根平面上的点  $A$  よりベクトル  $U_0$  に対して夫々角度  $\pm \tan^{-1} \gamma_0$  の方向に向かう = 直線  $0'-A'$ ,  $0'-B'$

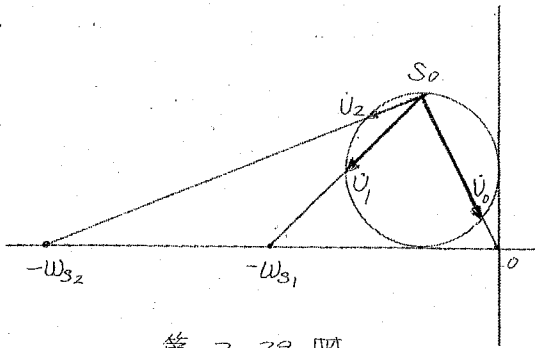


図 2.29 図

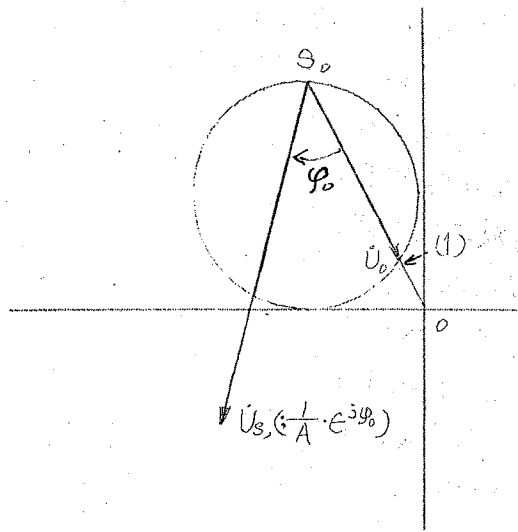


図 2.30 図

との交点を図のようにそれぞれ  $A, A', B, B''$  とし、円  $C_1$  上点  $O'$  と点  $O''$  と点  $B'$  における切線の交点を  $C'$ 、円  $C_2$  上点  $O'$  と点  $B''$  における切線の交点を  $C''$  とすると閉曲線  $A' B' C' C'' B'' A''$  が代表根の留数境界図に相当す

その内側が代表根の留数条件を満足する領域になる。

それ故、 $U_s$  の先端が上記の領域内にあるば、丁度  $1/A_0$  の先端がオズ 26 図の領域内にあるのと同じで、

したがって指定根  $S_0$  の留数  $A_0$  が代表根の条件を満足するわけである。

にしたがって

この  $U_s$  は勿論 2.4.21 式 図 的に簡単に求めることができるので、留数計算が一層簡単になったわけである

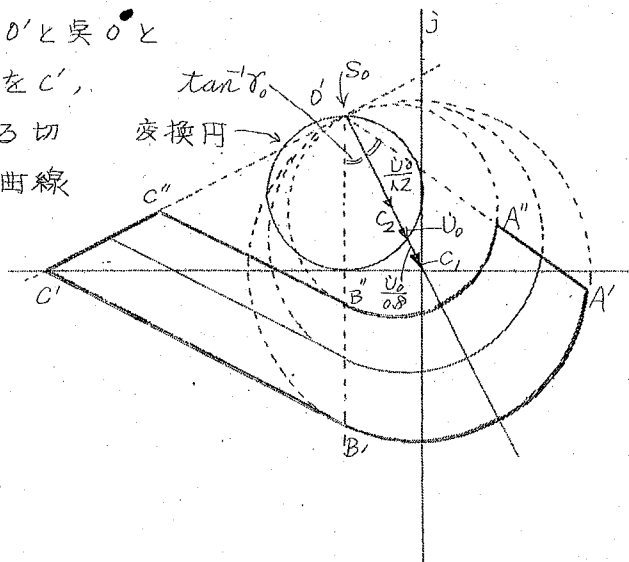
又、計算だけの面ではなく、次のべるように補償前の検討にも利便を有する。

自動制御系の特性補償を行う場合ほとんど補償回路法を用いるが、今補償前の系の閉ループ伝達函数  $F_0(s)$  に直列にこの補償伝達函数  $F_c(s)$  が挿入されている場合(オズ 32 図参照) 閉ループ伝達函数は

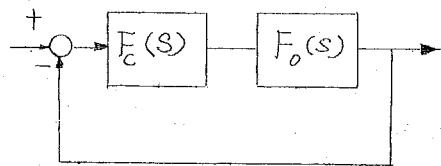
$$F(s) = F_0(s) \cdot F_c(s) \quad (2.4.27)$$

である。

(62)



第 2.31 図



第 2.32 図

したがって(2.4.21)式でしめされる  $\vec{U}_s$  は  $F_c(s)$  に対するベクトル  $\vec{U}_s'$  と  $F_c(s)$  に対するベクトル  $\vec{U}_c$  との和になることがわかる。即ち、

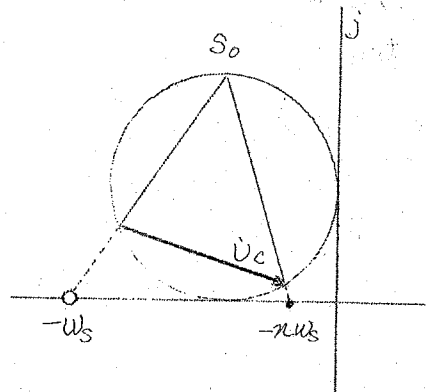
$$\vec{U}_s = \vec{U}_s' + \vec{U}_c \quad (2.4.28)$$

上式で、例えば  $F_c(s)$  が

$$F_c(s) = \frac{1 + S/\omega_s}{1 + S/n\omega_s}$$

で表わされ、その極、零点がオス.33 図のように配置されている場合、 $\vec{U}_c$  は同図のようにして変換円より簡単に求められる。

$F_c(s)$  が複雑な補償伝達函数ではないかぎり  $\vec{U}_c$  はその大きさ、方向は補償の種類によって大体推定できる。したがって前述のように補償前の制御系の周ループ伝達函数の極、零点より得られたベクトル  $\vec{U}_s'$  が、オス.31図の根平面上でしめされた代表根の留数領域よりずっと離れているかどうかで、その制御系に今問題としている指定根を代表根として与えることの難易が簡単に判定できるわけである。



オス.33 図

### 第3章 特性仕様と代表根との関係

第2章では代表根指定法によつて特性設計を行う上に具体的な意義をもつ代表根について詳述した。しかしながら実際に特性設計を行う場合、最初から代表根が指定されるよりも、オ1章のオ1.1表で示したような自動制御系の具体的な動特性が指定されるのが普通である。したがつて特性設計の最初の段階で問題になる事項は、このような特性仕様より如何にして指定すべき代表根を求めるかである。

こゝでは先ず、制御系の制御特性を端的に表わし、又実際的にも有用な目標値の単位階段状変化に対するインディシャル応答、及び基本周波数応答(ふん々式参照)についての仕様と代表根との関係を示し、更に一般的な制御特性より代表根を決定する手順についても触れる。この事項に関しては更にオ10章においても詳しく説明することにする。

#### 3.1 目標値に対するインディシャル応答についての仕様と代表根との関係

第1.5図に示した自動制御系の目標値単位階段状変化に対するインディシャル応答は一般に2次又は3次近似で充分であることは先にのべた。したがつて、この応答についての仕様、すなわち行き過ぎ量 $a$ 、遅れ時間 $T_d$ 、立ち上がり時間 $T_0$ 、整定時間 $T_s$ は2ケ又は3ケの特性根で表わすことができるわけでそのうちの2ケをこゝでは代表根と呼んでいるのである。

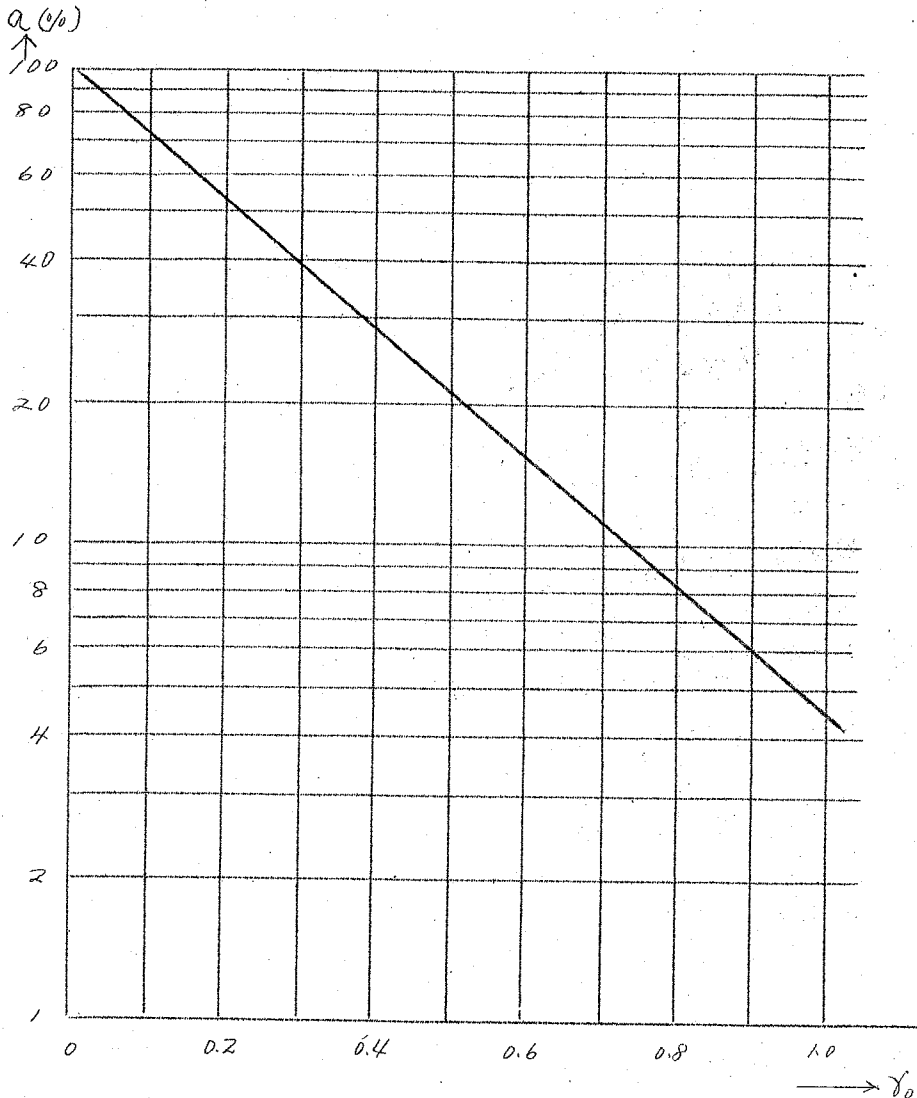
一般的になつて、 $T_d$ 、 $T_0$ は代表根によつて大体決まるが、行き過ぎ量 $a$ 、整定時間 $T_s$ は代表根以外に減衰の遅い根の応答分によつて影響を受ける。

以下、まず系を2次系と考へて各仕様と代表根との関係をもとめ、次に代表根以外の根及び零点の影響について述べる。

##### 1. 行き過ぎ量



2.3の第2図で各 $\gamma_0$ について $\lambda(=|\lambda|/\omega_0\gamma_0)$ 及び  
 $\rho(=|\rho|/\omega_0\gamma_0)$ に対する行き過ぎ量の関係を示したが、このよ  
 うに他の根、



第 3.1 図. 行き過ぎ量  $a(\%)$  と  $\gamma_0$  との関係.

零負の存在により，代表根のみの場合の行き過ぎ量と実際に行き過ぎ量とは可成りの差を生ずる。

ス次系について， $\gamma_0$ と行き過ぎ量 $a$ との関係は次式で表わされる。

$$a = e^{-\pi\gamma_0} \times 100 (\%) \quad (3.1.1)$$

この関係は非常に簡単であるので，まず $\gamma_0$ によって行き過ぎ量の大きさに目安を与えるのに便利で，実際にはこの関係を用いて仕様より $\gamma_0$ を決めればよい。一方この $\gamma_0$ の値は代表根による応答の分の減衰速度も意味するのであり，普通，制御系の種類に応じて $\gamma_0$ の値の範囲が定められている。すなわち

プロセス制御系  $\gamma_0 = 0.3 \sim 0.4$

自動調整係  $\gamma_0 = 0.4 \sim 0.5$

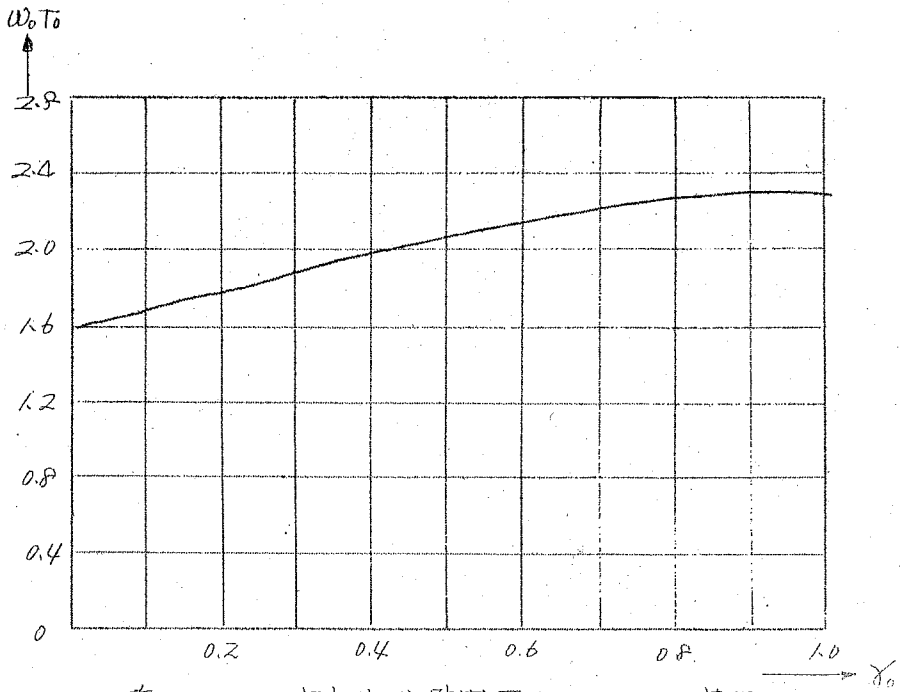
サーボ機構  $\gamma_0 = 0.5 \sim 0.6$

したがって，特性設計に際して，指定された行き過ぎ量にたいする $\gamma_0$ の値をきめるよりも，むしろ制御系の種類に応じて上のように $\gamma_0$ を決定し，設計結果より行き過ぎ量を概算して仕様に合うかどうか検べる方が実際的である。特に行き過ぎ量に対して厳密な制限を加えられている場合には速度誤差定数 $K_v$ の調整，並列補償の採用（オ11章参照）を行わなければならなくなる。なお，オ3.1図は(3.1.1)式による $\gamma_0$ と行き過ぎ量 $a$ との関係を示す。2. 遅れ時間 $T_D$ ，起ちあがり時間 $T_0$ 。

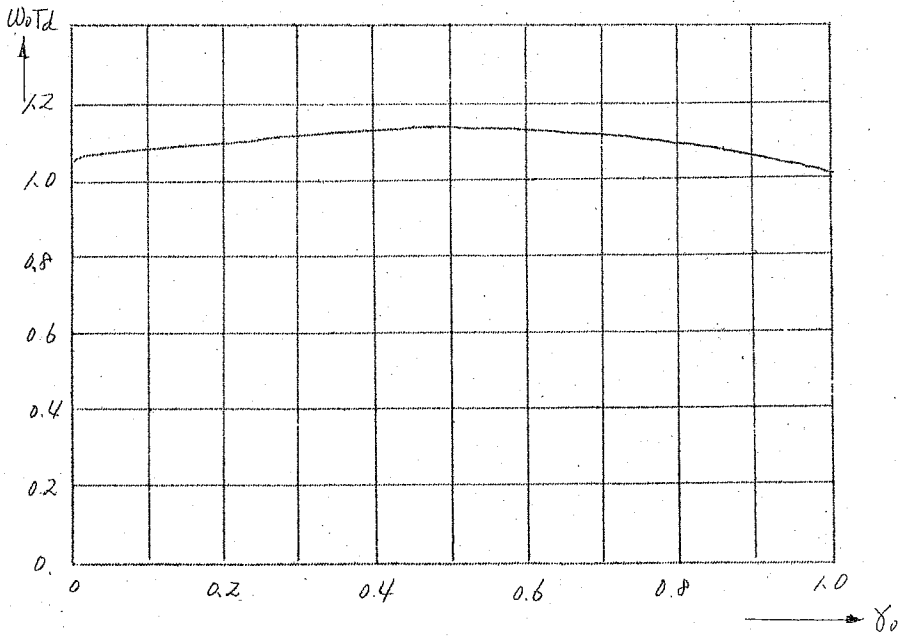
ス次系についての $T_D$ 及び $T_0$ と $\omega_0, \gamma_0$ との関係を求める。目標値の単位階段状変化に対する応答 $C_{ind_2}(t)$ は

$$C_{ind}(t) = 1 - \sqrt{1 + \gamma_0^2} e^{-\gamma_0 \omega_0 t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \gamma_0) \quad (3.1.2)$$

起ちあがり時間 $T_0$ は， $\omega > 0$ ではオ1.5図に示したように $C_{ind}(t)$ が最初に1になるまでの時間で定義したから，上式より $T_0$ が次のように求められる。



第3.2図 起ち上り時間  $T_0$  と  $\gamma_0$  との関係.



第3.3図、遅れ時間  ~~$T_D$~~  と  $\gamma_0$  との関係.

$T_D$   
(67)

$$T_0 = \frac{1}{\omega_0} \left( \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \gamma_0 \right) \quad (3.13)$$

$\omega_0 T$  と  $\gamma_0$  の関係をオ3.2図に示す。同図より

$$\gamma_0 = 0.3 \sim 1$$

に対して  $\omega_0 T_0$  は大体

$$\omega_0 T_0 = 1.9 \sim 2.3 \quad (3.14)$$

である。したがって、 $\gamma_0$  が小さい場合には  $\omega_0 T_0$  を 1.9 近く、 $\gamma_0$  が大きくなるにしたがって  $\omega_0 T_0$  を 2.3 近くに増加させ、これにより決めた定数より  $T_0$  に対する代表根の虚数部  $\omega_0$  を決定すればよい。

一方、遅れ時間  $T_d$  はオ1.5図で説明したように  $\text{Cind}(t)$  が 50% になるまでの時間である。これを計算するには

$$0.5 = 1 - \sqrt{1 + \gamma_0^2} e^{-\gamma_0 \omega_0 T_d} \cos(\omega_0 T_d + \tan^{-1} \gamma_0) \quad (3.15)$$

を解けばよいが、一般には解採不可能であるので *Cut & try* により  $T_d$  を求める。その結果はオ3.3図に示すようになる。この  $T_d$  についても前求の  $T_0$  と同様 近似式をもとめると

$$\gamma_0 = 0.3 \sim 1$$

に対して

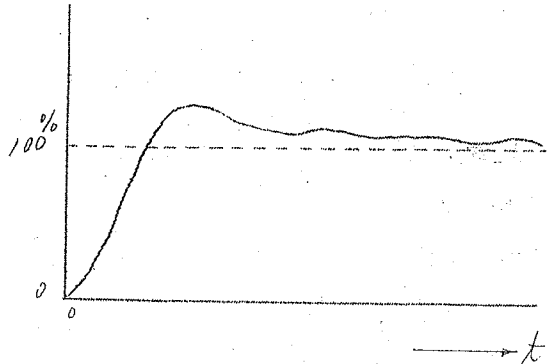
$$\omega_0 T_d = 1.0 \sim 1.15 \quad (3.16)$$

の関係が得られる。

3. 整定時間  $T_s$  (単位階段状目標値変化に対するインディシャル応答における); 整定時間はオ1.5図で説明したように 1 を中心とした許容範囲内 (こゝでは  $\pm 5\%$ ) にインディシャル応答が到着くまでの時間をえう。しかしながらこの時間を明確に指定して、それに合致するような設計を行うことはかなり困難である。普通、二次系の応答によつて整定時間を規定することが多いが、二次系近似は、たゞインディシャル応答

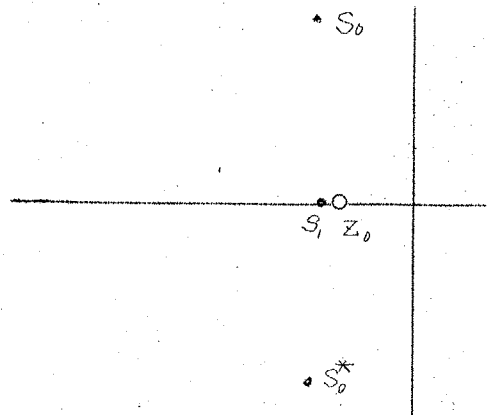
の起ちあがり部分での近似であつて、起ちあがり時間 $T_0$ 以上では往々にして減衰の遅い項の影響が表われ、オ3.4図に示すように行き過ぎ量、整定時間を二次系のそれと異つたものにし、その程度が一杯ではない。

したがつて二次系における整定時間と代表根との関係は実際的にはあまり意味がなく、むしろ代表根以外の根、特に代表根 $s_0, s_0^*$ をむすぶ直線よりも根平面上原点に近い実根と整定時間とを関連づけて考える方が妥当である。(オ3.5図参照)



第 3.4 図

整定時間が問題になる最も代表的な例はオ3.5図のように閉ループ伝達函数 $\frac{C}{R}(s)$ の極(又は特性根)、零点の配置において代表根 $s_0, s_0^*$ 以外の零点 $z_0$ 、実根 $s_1$ が一つづつ互に接近して原点近くに存在する場合である。



第 3.5 図

今、整定時間 $T_s$ 附近において、インディシャル応答の中の代表応答分は充分に減衰し、あと実根 $s_1$ による応答分 $Ae^{s_1 t}$ が残っているとすると、整定時間 $T_s$ においては大体次の関係が成立する。

$$C_{ind}(t) = 1 - A_1 e^{s_1 t}$$

$$\therefore 1 - C_{ind}(t) = A_1 e^{s_1 t} \quad (3.1.7)$$

上式の左辺が許容誤差内に入る時間が  $T_S$  であるから

$$T_S \doteq -\frac{1}{s_1} \ln \left| \frac{A_1}{1 - C_{ind}(T_S)} \right| = -\frac{1}{s_1} \ln \left| \frac{A_1}{0.05} \right| \quad (3.1.8)$$

上式によると  $A_1$  の値が決まらなければ  $T_S$  の値が決定しない。

今、かりに  $A_1 = \pm 0.05 E = \pm 0.136$  とすると  $T_S$  と  $s_1$  と次の関係がある。

$$T_S \doteq -1/s_1 \quad (3.1.9)$$

実際には、この  $A_1$  の値の値は大きくても  $\pm 0.2$  程度であるので上式によって整定時間と  $s_1$  との関係を大体得ることができる。

したがって、整定時間の限界が  $T_S$  として与えられる場合、

$$s_1 = -1/T_S \quad (3.1.10)$$

によって  $s_1$  を決め、このような実根をも与えるような特性設計を行うべきである。ところで普通自動制御系では原長近くの根  $s_1$  に接近して零点  $\varepsilon_0$  が存在する。この零点  $\varepsilon_0$  は制御系のループを閉じる前後を通じて変化しない。したがって実根  $s_1$  の代りに

$$\varepsilon_0 > -1/T_S \quad (3.1.11)$$

によって  $\varepsilon_0$  をもとめ、この  $\varepsilon_0$  を補償伝達函数の零点によって与えるようにすればよい。

以上の  $T_S$  と  $s_1$  の関係は相当の近似をともなっているので整定時間についての仕様を正確に満足するようにするためには (3.1.11) 式の  $\varepsilon_0$  と  $-1/T_S$  との差をできるだけ取らなければならぬ。

3. で代表根以外の根の特性におよぼす影響についてふれたが、実際には整定時間のみならず、行き過ぎ量、起ちあがり時間等

にも大なり小なりその影響が表われるはずである。これについては2.3において代表的ないくつかの場合について説明した。

これによると零点は行き過ぎ量を増加させ、起ちあがり時間を減少させるが、実軸上の根はその逆の影響を与える。これは速度誤差定数 $K_{v1}$ によっても判定できる。

$K_{v1}$ は一般に次式で表わされる。

$$\frac{1}{K_{v1}} = \frac{1}{|S_0|} + \frac{1}{|S_0^*|} + \sum \frac{1}{|S_{j1}|} - \sum \frac{1}{|Z_i|} \quad (3.1.12)$$

但し、

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{\pi(s - Z_i)}{(s - S_0)(s - S_0^*)\pi(s - S_{j1})} \cdot \frac{S_0 S_0^* \pi(-S_{j1})}{\pi(-Z_i)} \quad (3.1.13)$$

この系が2次系であると(3.1.12)式は

$$\frac{1}{K_{v2}} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{S_0^*} = \frac{2\sigma_0}{\omega_0(1 + \sigma_0^2)} \quad (3.1.14)$$

但し $K_{v2}$ は2次系の速度誤差定数の意味である。今(3.1.12)式で $Z_i$ のうちの一つ $Z_0$ の影響がいちじるしいと

$$\frac{1}{K_{v1}} < \frac{1}{K_{v2}}$$

すなわち

$$K_{v1} > K_{v2} \quad (3.1.15)$$

となり、逆に $S_{j1}$ のうちの一つ $S_1$ の影響がいちじるしいと

$$\frac{1}{K_{v1}} > \frac{1}{K_{v2}}$$

すなわち

$$K_{v1} < K_{v2} \quad (3.1.16)$$

つまり速度誤差定数 $K_{v1}$ が指定しようとする代表根 $S_0$ の $\omega_0$ により決まる $K_{v2}$ より大きい場合には行き過ぎ量が2次系のそれより大きく、且つ起ちあがり時間が小さくなる傾向があ

るが、逆に小さい場合には行き過ぎ量は2次系のそれより小さく起ちあがり時間が大きくなる傾向がある。

以上で、目標値に対する自動制御系のインディシャル応答についての仕様と代表根及び他の根、零点との関係をもとめた、その外、外乱に対する過渡誤差応答の過渡最大誤差 $\epsilon_m$ 、その時間 $T_m$ 、整定時間 $T_s$ について代表根、他の根、零点との関係を求めなくてはならないが、これについては第10章において詳しく説明する。

### 3.2. 基本周波数応答と代表根との関係

こゝでは2次系について共振周波数 $\omega_r$ 、最大振幅比 $M_p$ 、遮断周波数 $\omega_c$ と代表根の $\omega_0, \gamma_0$ との関係をもとめよう。

まず、2次系の閉ループ伝達函数 $\frac{C}{R}(s)$ は(2.2.3)式に示すとおりであるが基本周波数応答は(2.1.4)式より

$$C_{f2}(j\omega) = \frac{s_0 s_0^*}{(j\omega - s_0)(j\omega - s_0^*)} \quad (3.2.1)$$

上式で $s_0 = j\omega_0(1 + j\gamma_0)$ 、 $s_0^* = -j\omega_0(1 + j\gamma_0)$ とすると

$$C_{f2}(j\omega) = \frac{(1 + \gamma_0^2)}{(1 + \gamma_0^2) - (\omega/\omega_0)^2 + j2\gamma_0\omega/\omega_0} \quad (3.2.2)$$

したがって $C_f(j\omega)$ のうちの振幅特性は、

$$|C_f(j\omega)| = \frac{1 + \gamma_0^2}{\sqrt{\{(1 + \gamma_0^2) - (\omega/\omega_0)^2\}^2 + (2\gamma_0\omega/\omega_0)^2}} \quad (3.2.3)$$

で表わされる。上式を用いて $M_p, \omega_r, \omega_c$ と $\omega_0, \gamma_0$ との関係をしらべる

#### 1. 共振周波数 $\omega_r$

(3.2.3)式より2次系の $\omega_r$ を求めよう。同式で分子は $\omega$ には無関係であるので(3.2.3)式の分母が最小になる時の $\omega$ が $\omega_r$ となる。したがってこの分母を $D(\omega)$ とすると

$$D^2(\omega) = \{(1 + \gamma_0^2) - (\omega/\omega_0)^2\}^2 + (2\gamma_0\omega/\omega_0)^2$$



両辺を  $(\omega/\omega_0)^2$  について微分すると、上式は

$$\frac{dD^2(\omega)}{d(\omega/\omega_0)^2} = -2\{1 + \gamma_0^2 - (\omega/\omega_0)^2\} + 4\gamma_0^2$$

となり、これが0になる時の $\omega$ が共振周波数 $\omega_r$ となる。すなわち、

$$-2\{1 + \gamma_0^2 - (\omega/\omega_0)^2\} + 4\gamma_0^2 = 0$$

$$\therefore \omega_r/\omega_0 = \sqrt{1 - \gamma_0^2} \quad (3.2.4)$$

上式の(3.2.4)式が2次系の共振周波数と代表根の $\omega_0$ ,  $\gamma_0$ との関係式である。これを図表に表わすと\*3.6図のようになる。今、 $\gamma_0$ を0.3 ~ 0.6の範囲に限定すると\*3.6図より、

$$\omega_r/\omega_0 \doteq 1 - 0.8 \quad (3.2.5)$$

であることがわかり、これより代表角周波数(すなわち代表根の虚数部) $\omega_0$ は、

$$\omega_0 \doteq \omega_r \sim 1.3 \omega_r \quad (3.2.6)$$

で近似的に決定すればよい。

## 2. 最大振り巾比 MP

(3.2.5)式の $\omega_r$ を(3.2.3)式に代入すると2次系のMPが得られる。

すなわち  $MP = |C_{f2}(j\omega_r)/C_{f2}(0)| = |C_{f2}(j\omega_r)|$  であるから

$$\begin{aligned} MP &= \frac{1 + \gamma_0^2}{\sqrt{\{(1 + \gamma_0^2) - (1 - \gamma_0^2)\} + (2\gamma_0)^2(1 - \gamma_0)^2}} \\ &= \frac{1 + \gamma_0^2}{2\gamma_0} \quad (3.2.7) \end{aligned}$$

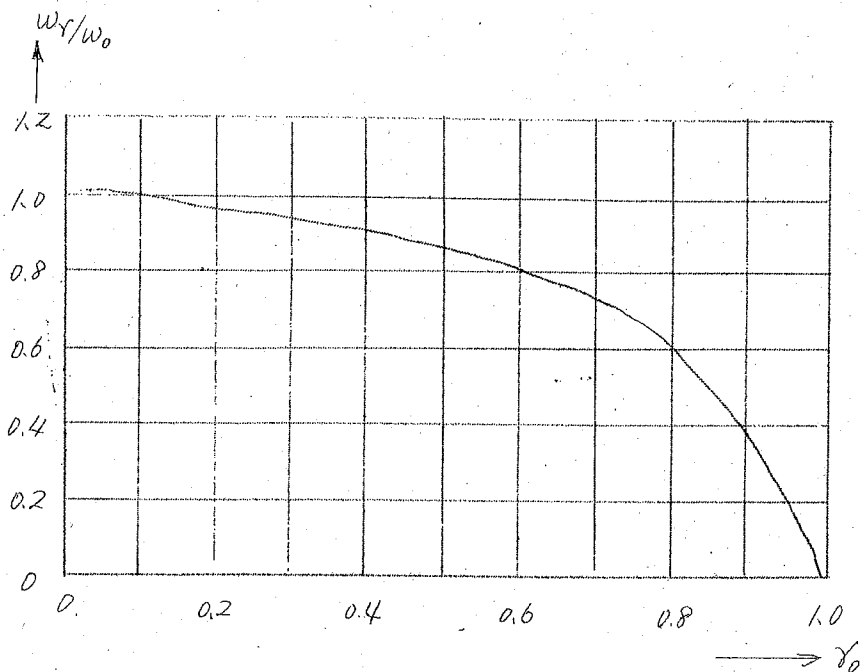
(3.2.7) 式によるMP と  $\gamma_0$  との関係はオシロスコプ図に示すようになる。同図でわかるように  $\gamma_0$  の値によってMP は相当変化する。したがって要求されているMP の値に対して  $\gamma_0$  の値を適当に決めなければならない。

### 3. 遮断周波数 $\omega_c$

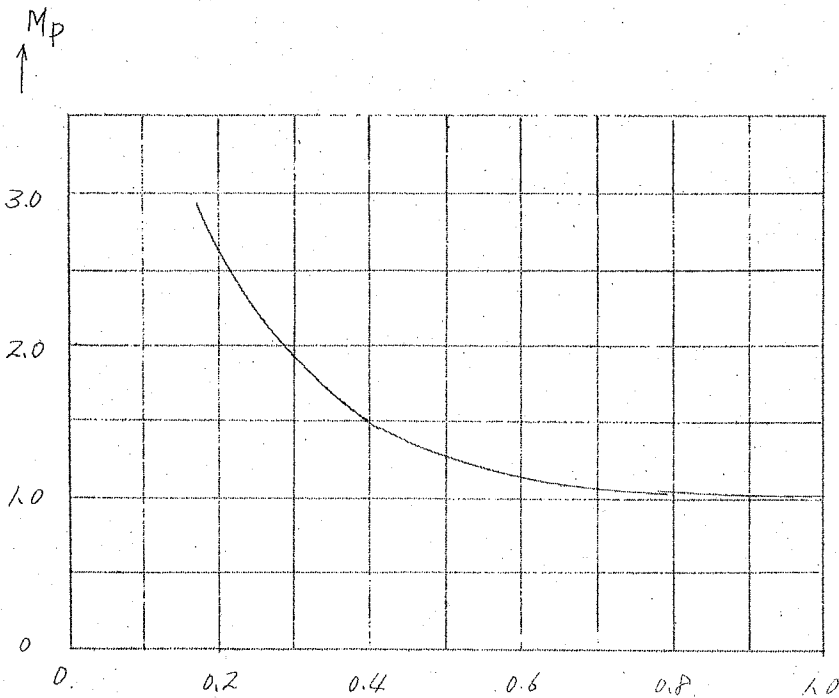
これはオシロスコプ図で示したように  $C_{f_2}(j\omega)$  すなわち  $\frac{C}{R}(j\omega)$  が  $\omega=0$  の時の値より 3db 減衰した時の角周波数であるから

$$\left| \frac{C_{f_2}(j\omega_c)}{C_{f_2}(0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

を解くことにより  $\omega_c$  を求めればよいわけである。上式にしたがい遮断周波数  $\omega_c$  を求めてみよう。(3.2.3) 式より



第 3.6 図  $\omega_r$  と  $\gamma_0$  との関係。



第 3.7 図  $M_p$  と  $\gamma_0$  との関係

$$\left| \frac{C_f(3\omega_c)}{C_f(0)} \right| = \frac{1 + \gamma_0^2}{\sqrt{\{(1 + \gamma_0^2) - (\omega_c/\omega_0)\}^2 + (2\gamma_0 \omega_c/\omega_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \{(1 + \gamma_0^2) - (\omega_c/\omega_0)\}^2 + \{2\gamma_0 \omega_c/\omega_0\}^2 = 2(1 + \gamma_0^2)^2$$

上式を解くと、

$$\{(1 - \gamma_0^2) + \sqrt{2(1 + \gamma_0^4)}\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (3.28)$$

が得られる。(3.28) 式より  $\gamma_0$  に対する  $\omega_c/\omega_0$  の関係を図表にするとオ 3.8 図のようになる。

同図より  $\gamma_0$  が

$$\gamma_0 = 0.3 \sim 1.0$$

の範囲では、

$$\omega_c/\omega_0 = 1.6 \sim 1.4 \dots \dots \dots (3.29)$$

$\omega$  えることができる。したがって、指定すべき代表根の虚数部  $\omega_0$  は  $\omega_c$  と次の関係と考えるもよい

$$\omega_0 = (\frac{1}{k_4}) \omega_c \sim (\frac{1}{k_6}) \cdot \omega_c \quad (3.2.10)$$

以上は2次系について考えたのであるが、3.1の場合と同様代表根以外の根、特に実根及び零点を影響を考慮してみよう。

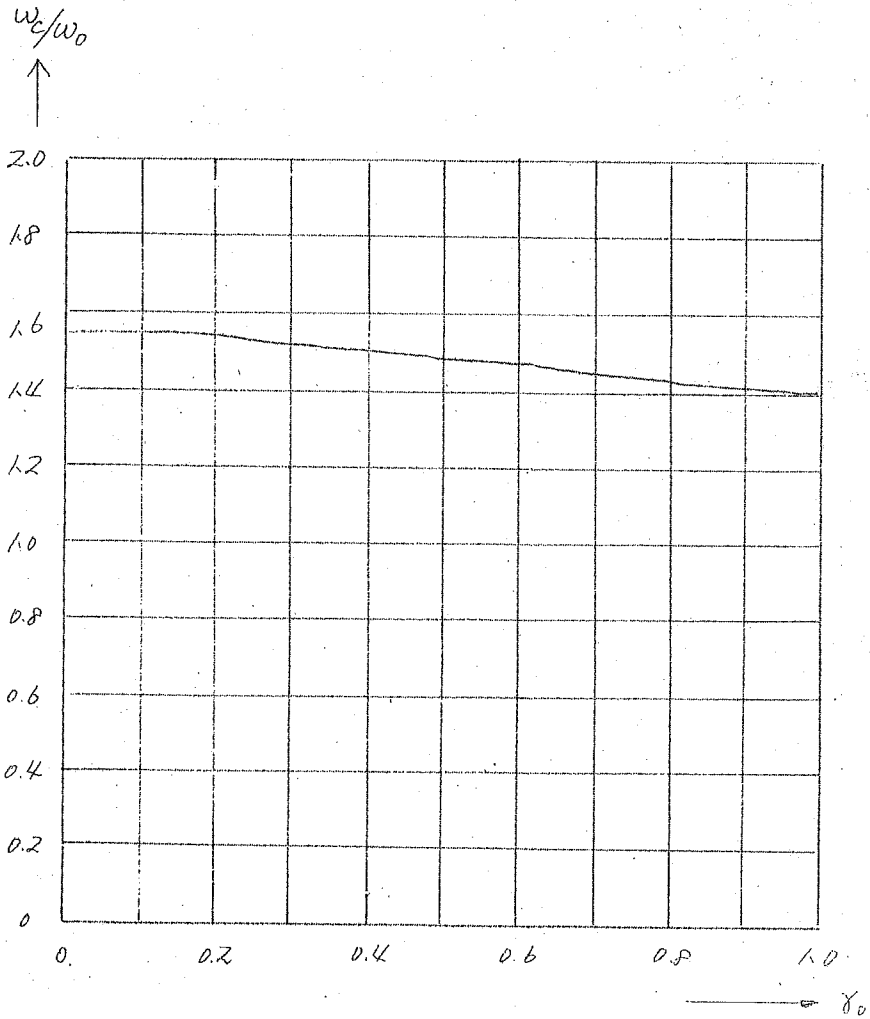
零点は  $M_p, \omega_r, \omega_c$  を大にする傾向があり、逆に実根はそれぞれを小にする傾向がある。したがって、速度誤差定数  $K_{u1}$  について

$$K_{u1} > K_{u2}$$

であれば  $M_p, \omega_r, \omega_c$  を大にし、

$$K_{u1} < K_{u2}$$

であれば  $M_p, \omega_r, \omega_c$  を小にすると考えるもよい。実際にはこの傾向を加味して  $\omega_0, \delta_0$  を決めるべきである。



第 38 圖

遮断周波数  $\omega_c$  と  $\gamma_0$  との關係

### 3.3 一般的な動特性上の仕稼と代表根との関係

前にオスノ節において、一般的な動特性と基本応答との関係をしらべた。即ち  $e_f(t)$ 、又は  $C_{ind}(t)$  がわかっているとすると、

$$C(t) = I(P) \cdot F_2(P) \cdot e_f(t) \dots\dots\dots (2.16)$$

又は、

$$C(t) = I(P) / F_1(P) \cdot C_{ind}(t) \dots\dots\dots (2.18)$$

によつて一般的な過渡応答  $C(t)$  を求めることができる。今、逆に上式より、

$$e_f(t) = \frac{1}{I(P) \cdot F_2(P)} \cdot C(t) \dots\dots\dots (3.3.1)$$

又は

$$C_{ind}(t) = \frac{F_1(P)}{I(P)} \cdot C(t) \dots\dots\dots (3.3.2)$$

の形にし、それぞれの左辺の  $e_f(t)$  又は  $C_{ind}(t)$  を代表根によつて近似されるような基本過渡誤差応答又は目標値に対するインディシャル応答であるとする、仕稼によつて定められている過渡応答の形  $I(P)$ 、 $F_2(P)$  又は  $F_1(P)$  により適当な  $e_f(t)$  又は  $C_{ind}(t)$  を決定し、更に代表根  $s_0, s_0^*$  を算出することができる。

以上は、過渡応答についてであつたが、一般的な周波数応答に対する仕稼については次のように考える。即ち (2.19) 式

$$C(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{F_1(j\omega)} \cdot C_f(j\omega) \dots\dots\dots (2.19)$$

で示される一般の周波数応答  $C(j\omega)$  と基本周波数応答  $C_f(j\omega)$  との関係によつて、仕稼として与えられている  $C(j\omega)$  の特性を得ることができるような  $C_f(j\omega)$ 、 $F_1(j\omega)$  を決めればよい。この場合  $C_f(j\omega)$  は勿論、代表根で代表されるような基本周波数応答とする  $C_f(j\omega)$  及び  $F_1(j\omega)$  の形を決める方法は場合々によつて異なる。簡単な例として、周期的なノイズの振巾スペクトラムのうち  $\omega_d$  の振巾が他の振巾に比べて特に大きい場合、これに指定された減衰を与える時の  $C_f(j\omega)$ 、 $F_1(j\omega)$  の決め方について考え

てみよう。

(2.19) 式より  $\omega = \omega_d$  における減衰比  $M_d$  は、

$$M_d = \frac{|C(j\omega_d)|}{|N(j\omega_d)|} = \left| \frac{C_f(j\omega_d)}{F_1(j\omega_d)} \right| \quad (3.3.3)$$

で与えられる。系の共振周波数  $\omega_r$  と  $\omega_d$  とは離れていた方がノイズを減衰させる為には有利である。そこで今、

$$\omega_r > \omega_d \quad (3.3.4)$$

とすると、

$$C_f(j\omega_d) \doteq 1$$

であるので減衰比は、

$$M_d \doteq 1/F_1(j\omega_d) \quad (3.3.5)$$

で近似される。又、 $F_1(j\omega_d)$  が  $M_d$  の値に対して充分ではない場合、 $F_1(s)$  を調整すればよいが、これが実用的な範囲を出る場合、他の特性にさしつかえないかぎり

$$\omega_c < \omega_d \quad (3.3.5)$$

として  $C_f(j\omega)$  によつても減衰を与えるようにする。上式の条件を満足する場合、制御系を二次系と假定すると

$$|C_f(j\omega_d)| \doteq \left| \frac{\omega_0^2(1+\gamma_0^2)}{\omega_d^2} \right| \quad (3.3.6)$$

となり、したがつて (3.3.3) 式より  $M_d$  は

$$M_d \doteq \frac{\omega_0^2(1+\gamma_0^2)}{F_1(j\omega_d) \cdot \omega_d^2} \quad (3.3.7)$$

となる。上式を用いれば近似的ではあるが  $\omega_0$  の値、 $\gamma_0$  の値を決めることができる。

## 第4章 補償回路及び伝達函数の種類

すでにオ1章で説明したように、補償回路を用いて自動制御系の動特性を改善する方法は最も実用的かつ普遍的な方法である。この補償回路の設計が自動制御系の特性設計の大部分を占めるのであるが、こゝで言う補償回路の設計はその伝達函数(以後これを“補償伝達函数”とよぶ)を先づ決定し、次にその具体的な回路を合成することである。補償伝達函数を決定する方法が特性設計法であつて、オ5章以下本論文の主題として説明する代表根指定法はその一つであるが、その主題に入る前に、こゝでは補償回路及び補償伝達函数の種類及びその分類について述べる。

補償回路あるいは補償伝達函数の形は理論的には無数に存在するはずであるが、実用性、類似性等を考えると相當に制限され、その種類は比較的小数となる。こゝでは実用的なものおよび比較的実用的と思われるものについて説明することにする。

まず、自動制御系の補償方法には普通、直列補償法と並列補償法とがあり、それに応じて補償伝達函数、補償回路もおのずから直列補償用と並列補償用とに大別される。中には両用のものもあるが大抵はいずれかの用途に限られると考えても差支えなし。又、補償伝達函数はそれらのもつパラメータをいろいろ変えることにより補償の状態を調整できるが、このパラメータの数が補償伝達函数の自由度の数となる。実際の設計方法から考えると補償伝達函数及び補償回路を自由度の数によつて區別しておいた方が便利である。こゝでは自由度2の回路と自由度3の回路、及び自由度3以上の回路に區別して取扱うことにする。さらに、補償回路を構成する素子の種類の多少によつても、その特徴に差異が現われる。大抵は抵抗とコンデンサまたは抵抗とインダクタンスの二種類の素子によつて構成されてい



る。しかしながら、この外に三種類の素子、即ち抵抗、コンデンサ、インダクタンスの共存する回路が用いられる場合もある。これらの取扱法は二種類の素子から成る回路と異った点があるので、こゝではこれらをも区別することにする。

なお、こゝでは補償回路例として、主に電気回路をえらんだが、補償伝達函数が同じであれば他の、電気系以外の補償回路であっても全く同様に適用できることは云うまでもない。

#### 4.1. 直列補償用補償回路.

直列補償用補償回路の特徴はその定常利得が0ではないことである。云うまでもなく主ループに直列に挿入される補償回路の定常利得いかんによってはその自動制御系の静特性は大きな影響を受けることがある。特に定値制御系によくあるように、比例制御(定値制御)が行われている系に対しては定常利得が1の補償回路でない限り、それを制御系の主ループに挿入することにより静特性に変化を与えることになるのでこの点、充分注意しなければならぬ。しかし、サーボ系などのように積分制御(無定値制御)を行っている制御系においては、たとえ補償回路の定常利得が1でなくとも、それを挿入することによっても自動制御系の静特性が影響を受けない場合がある。しかしながら外乱が時間的に一定値として系に加わつていてその印加点と出力との間に積分要素がある場合の静特性及び目標値が定速度で変化する場合の制御系の定速度特性は前の比例制御と同様大きな影響を受ける。以下、個々の補償回路及びその伝達函数について説明しよう。

オムス表及びオムス表までの表は各種の補償回路のうち代表的なものについて、それぞれ回路の1例、補償伝達函数、そのパラメータと回路定数との関係、定常利得または用途等を一括して表示したものである。

まず、オ4.1表は直列補償用回路のうち自由度を2もっている回路を列挙したものである。

同表でS2-1と記してあるのはSをSeries (直列)の略、2を自由度の数、1を番号を意味するのである。S2-1及びS2-2の回路は主としてプロセス制御用の調節器として、しばしば使われる回路であり、電気以外の方式、例えば油圧系、空気圧系によつても同様の補償伝達函数をもつ調節器も多く用いられている。これらの調節器は目的の自動制御系の主ループに直列に接続されて使用されるので、一種の直列補償用回路と見做すことができる。S2-1はいわゆる比例+微分動作(P-D動作)の場合である。S2-2はいわゆる比例+積分動作(P-I動作)の場合で、これを自動制御系の主ループに直列に挿入した場合には系全体が積分動作を行うようになる。

換言すれば、この回路の定常利得は無限大であるので制御系のオフセットは0となり自由度の選定いかんによつて目標値にたいする静特性が影響を受けることはなくなる。しかしながら積分回路の通有性として制御系の共振周波数を下げ応答速度を減ずる欠点をもっている。

S2-3, S2-4/の補償回路はいわゆる遅れ回路である。

S2-3の回路は単独に補償回路として用いられることは少なく又、その定常利得が一つの自由度Kとなつていたので比例制御に適用するときには後で静特性に対する検討が必要である。この裏S2-4/の補償回路は定常利得は1で不変であるからその必要はない。又この回路の伝達函数の自由度の一つ、 $n$ の値は0と1との間の値になる。

S2-42, S2-5の補償回路はいわゆる進み回路である。

S2-42の回路の補償伝達函数はS-4/の回路のそれと全く同形になつてはいるが、その自由度のうちの1つ、 $n$ のとりうる範囲は1より大なる値に限られる裏が異つてはいる。

S2-5回路はS2-4.2の回路の増巾度 $n$ の増巾器を除いたもので、 $n > 1$ の条件がある。実際に用いられる進み回路はその増巾器の増巾度が $n$ 、1と限られておらず自由に調整が可能であるようになっている。その場合には自由度が3つとなる。(オ4.2表参照)

この進み補償回路は制御系の応答速度をはやめるには有効であるが、実用上の問題としてリップルを増巾する傾向を持ち、そのために増巾器に悪影響を及ぼすおそれがあり、静特性を悪くすることがある。

オ4.2表は三つの自由度を持った直列補償用回路の代表的なものを示した表である。

S3-1の回路はいわゆる遅れ進み補償回路と呼ばれる回路であって進み回路または遅れ回路で補償ができない場合に対して有効である。

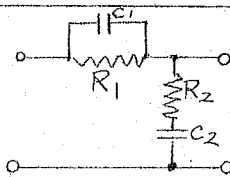
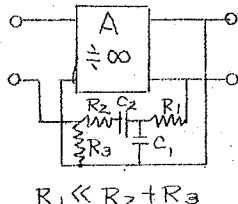
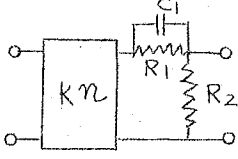
S3-2の回路はP-I-D動作を行うプロセス制御用の調節器の一つであって、P-I動作の調節器の欠点を補うことができ補償可能な範囲が広い。

S3-3の回路は前にも説明したように進み補償回路の一つであって増巾器の増巾度を調整可能にしたものである。

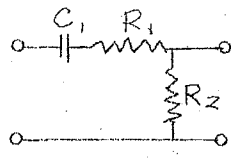
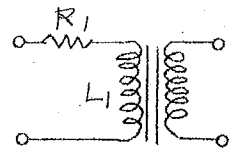
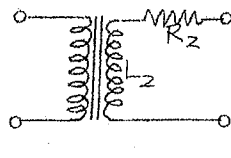
この増巾度によって制御系の静特性が最初定めておいたものより変化するので、静特性にさしつかえないようにその増巾度を調整しなければならない。

	補償回路	補償伝達函数	パラメーターの値	定常利得	
S2-1		$K(1 + s/\omega_s)$ $(K > 1)$	$\omega_s = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ $K = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$	K	
S2-2		$K(1 + \omega_s/s)$ $(K > 1)$	$\omega_s = \frac{1}{C_1(R_1 + R_2)}$ $K = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$	$\infty$	
S2-3		$\frac{K}{1 + s/\omega_s}$ $(1 > K > 0)$	$\omega_s = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ $K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	K	
S2-4	S2-4.1		$\frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/\omega_s}$ $(1 > n > 0)$	$\omega_s = \frac{1}{C_2 R_2}$ $n = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	1
	S2-4.2		$\frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/n\omega_s}$ $(n > 1)$	$\omega_s = \frac{1}{C_1 R_1}$ $n = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$	1

第4.1表. 自由度2の直列補償回路の一括表.

	補償回路	補償伝達函数	パラメーターの値	定常利得
S3-1		$(1+s/\omega_{s1})(1+s/\omega_{s2})$ $(1+n\omega_{s1})(1+s/\omega_{s2})$ $(n > 1)$	$\omega_{s1} = \frac{1}{C_1 R_1}$ $\omega_{s2} = \frac{1}{C_2 R_2}$ $(n-1)\frac{1}{\omega_{s2}} - \frac{n}{\omega_{s1}} = \frac{1}{R_1 C_2}$	1
S3-2		$K(1 + \frac{s}{\omega_{s1}} + \frac{\omega_{s2}}{s})$ $(K > 1)$	$\omega_{s1} = \frac{1}{C_1 R_1}$ $\omega_{s2} = \frac{1}{C_2(R_2 + R_3)}$ $K = \frac{R_2 + R_3}{R_3}$	$\infty$
S3-3		$K \frac{(1+s/\omega_s)}{(1+s/n\omega_s)}$ $(n > 1)$	$\omega_s = \frac{1}{C_1 R_1}$ $n = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$	K

第 4.2 表 自由度 3 の直列補償回路の一括表

	補償回路	補償伝達函数	パラメーターの値	定常利得
P2-1		$\frac{SK/\omega_s}{1+s/\omega_s}$ $(1 > K > 0)$	$\omega_s = \frac{1}{C_1(R_1 + R_2)}$ $K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	0
		$\frac{SK/\omega_s}{1+s/\omega_s}$	$\omega_s = R_1/L_1$ K: 巻線比	0
		$\frac{SK/\omega_s}{1+s/\omega_s}$	$\omega_s = R_2/L_2$ K: 巻線比	0

#### 4.2 並列補償用回路

並列補償用の回路には定常利得が0となるものが多い。しかしこれは絶対的なものではなく、直列補償用とされている回路をそのまま並列補償に用いたり又他の回路と並用したりして良好な結果を得る場合も少なくない。

しかしながらこゝでは並列補償だけに使用される補償回路について述べよう。

オキ3表は自由度2の並列補償用回路の代表的なものを一括して示したものである。

同表でP2-1/1のPはParallel(並列)の略である。

P2-1/1の補償回路はいわゆる微分回路と呼ばれるもので、並列補償用としては極めて広く使われている回路の一つである。

P2-1/2の回路も微分回路の一種であるが一般にダンピング・トランスと呼ばれているものである。

又P2-1/3の回路は入力出力共に電流のダンピング・トランスである。

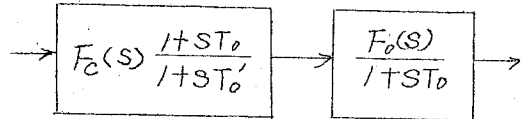
P2-1/1の回路では自由度のうちの一つ、Kの値が0と1の間に限られるのに対し、P2-1/2, P2-1/3の回路では正負の任意の値をとることができるため補償の範囲が広く、主としてP2-1/3の回路は磁気増巾器用として用いられる。

(回車増巾器用)

### 4.3 自由度3以上の補償回路

以上述べて来た補償回路は自由度が2及び3であったが、場合によっては自由度が4, 5の補償回路が必要になることがある。

例えば第4.1図で制御対象の時定数の一つ  $T_0$  が大きくなって、特性上好ましくない場合、補償伝達関数として

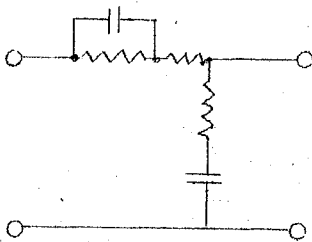


第4.1図

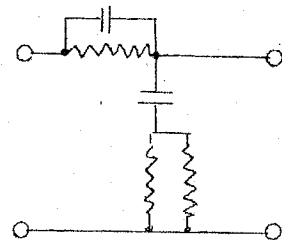
として  $F_c(s) \frac{(1+ST_0)}{(1+ST_0')}$

を用いると時定数  $T_0$  が消去され新しい適当な時定数  $T_0'$  を補償回路によって与えることができる。

したかつて今  $F_c(s)$  の自由度が例えば3であると全体としては自由度5の補償回路が必要になって来る。この自由度をすべて一つの補償回路によって与えるとは限らないが場合によってはそのようなことも起つて来るので自由度が多い補償回路について考える必要がある。



第4.2図



第4.3図

これらの回路についてはオ7章で詳しく説明する。

自由度の数が増えて来ると補償伝達函数よりその伝達函数を持つような補償回路を合成することが著しく困難になって来る。

この問題は自動制御よりも回路網合成に関する問題で、現在まで多くの研究がなされている。



## 第2篇 代表根指定法(基礎篇)

### 第5章 代表根指定法の原理

第1篇で既に説明したように自動制御系の特性設計を行う場合、先ずその特性に関する仕様が与えられていなければならない。

そしてその仕様が使用者側から提出された具体的実地的な制御特性である場合、これを設計者が用いる特性設計に都合のよい値に変換しなければならない。この仕様を、今問題としている制御系の入力から出力までの伝達函数の極(即ち特性根)零点の配置によって表現できれば、特性仕様が周波数領域又は時間領域のいずれであっても同様に行えるようになるので便利である。

その仕様を特に支配する特性根即ち代表根を一对の複素根と考えこれによつて制御系を二次近似することが出来るが、"代表根指定法"は自動制御系の動特性設計に際して、このように仕様より得られた一对の複素根であるところの代表根(ここではこれを"指定根"とよぶことにする)を制御系に指定し与えるための方策を求めることを基礎とした一つの特性設計法である。

この章ではまず一般に閉ループ系に指定された特性根を与えるための原理を簡単な例で説明し、次にその原理に代表根であるための条件を加味して代表根指定法の原理を導き、更に補償回路法によつて補償を行う場合に、具体的な補償伝達函数の各パラメータを決定するに便利な"補償公式法"、"補償計算線図をもとめ、これらを補償伝達函数毎に分類して表にする。

#### 5.1 代表根指定の原理

いま特性設計を行おうとする自動制御系が第5.1図のような構成をもつているとする。ここにおいて特特性を~~変えたい~~増

中周 \$K\$ を一定にし、又、\$R\$ 及び \$L\$ を調整可能な抵抗及びインダクタンス、\$C\$ を固定した容量とする。そうすると目標値 \$R(s)\$ から出力 \$C(s)\$ までの伝達函数 \$C/R(s)\$ は

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{K/(1+K)}{1+s\frac{RC}{1+K} + s^2\frac{LC}{1+K}} \quad (5.1.1)$$

で表わされる。又、この系の特性方程式は

$$1 + s\frac{RC}{1+K} + s^2\frac{LC}{1+K} = 0 \quad (5.1.2)$$

となる。今、この制御系に与えられている仕様よりもとめた代表根が

$$s_0 = -\alpha_0 + j\omega_0 \quad (5.1.3)$$

$$s_0^* = -\alpha_0^* - j\omega_0 \quad (5.1.3')$$

であるとするとき系がこの代表根をもつためには、(5.1.3)式を(5.1.2)式に代入した方程式

$$\begin{aligned} 1 + s_0\frac{RC}{1+K} + s_0^2\frac{LC}{1+K} \\ = 1 + (\alpha_0 + j\omega_0)\frac{RC}{1+K} + (\alpha_0 + j\omega_0)^2\frac{LC}{1+K} = 0 \quad (5.1.4) \end{aligned}$$

が満足されるように \$R\$ 及び \$C\$ の値に調整されていなければならない。(5.1.4)式左辺は実数部と虚数部に分けられ、それぞれが 0 に等しくなるような二つの方程式が次のようにえられる。即ち

$$\omega_0\frac{RC}{1+K} - \omega_0^2\frac{2\alpha_0 LC}{1+K} = 0 \quad (5.1.5)$$

$$1 - \alpha_0\frac{RC}{1+K} + (\alpha_0^2 - \omega_0^2)\frac{LC}{1+K} = 0 \quad (5.1.6)$$

(5.1.5)式より

$$R = + 2\alpha_0 L \quad (5.1.7)$$

これを(5.1.6)式に代入して \$L\$ を求めると

$$\Delta = \frac{1 + K}{(\omega_0^2 + \omega_0^2) C} \quad (5.1.8)$$

上式と(5.1.7)式より

$$R = + \frac{2\omega_0(1+K)}{(\omega_0^2 + \omega_0^2) C} \quad (5.1.9)$$

即ち、(5.1.8)式及び(5.1.9)式を満足するような $\Delta$ 及び $R$ の値であれば(5.1.3)式及び(5.1.3')式の代表根を制御系に与えることができるわけである。(5.1.8)式及び(5.1.9)式よりオ5.2図に示

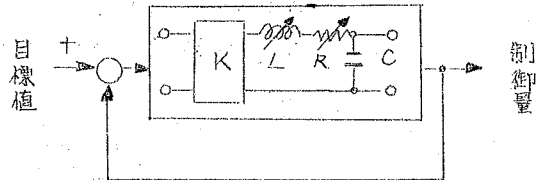
すように $\Delta$ 及び $R$ の値をパラメーターにした円群を根平面上に画くことができる。

$\Delta$ に関する円群はその中心を原点にもち半径が $\sqrt{(1+K)/LC}$ 、

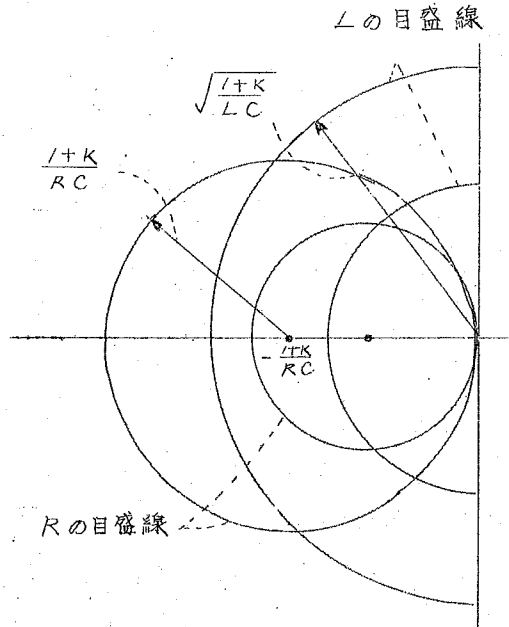
$R$ に関する円群は実軸上 $(1+K)/RC$ の点に中心をもち半径が $(1+K)/RC$ である。同図で明らか

かなように $R$ のある値に対する円と $\Delta$ のある値に対する円の交点がその場合の複素の特性根、即ち代表根に相当する。したがって代表根の位置

を変えるには $R$ 及び $\Delta$ の値を変えるこ



第5.1図



第5.2図  $\Delta, R$ の変化による代表根の位置の変化

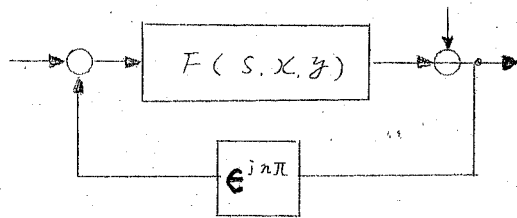
とによりそれらの交点を移動すればよい。このことは、代表根  $S_0$  に含まれる二つの独立量  $\alpha_0$  及び  $\omega_0$  を系に与えるためにはその系の中に少なくとも二つの独立変数(ここでは  $R, L$ )が必要であることを意味する。 $S_0$  は上述の  $\alpha_0, \omega_0$  以外に  $2, 2, 1/4$  式で示したように  $\omega_0, \gamma_0$  の二つの独立量によりなると考えてもよい。

一般にオケ, 3 図のブロック線図で示すように代表根をもたせるには、指定根  $S_0$  即ち  $\omega_0$  及び  $\gamma_0$  に対して少なくとも二つの独立した調整可能な量  $x, y$  (実数) が系の伝達函数の中に含まれていなければならない。つまり制御系の閉ループ伝達函数は  $F(S, x, y)$  のように少なくとも二つの自由度  $x, y$  を持つていなければならない。ここで特性方程式

$$1 - e^{jn\pi} F(S, x, y) = 0 \quad (5.1.10)$$

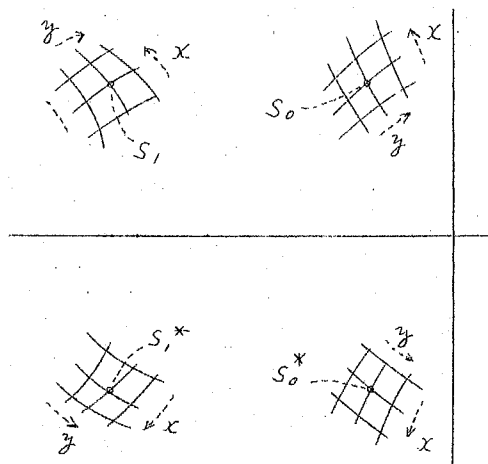
但し  $n = \dots -3, -1, +1, +3 \dots$

に於いて  $F(S, x, y)$  の  $S$  の次数に等しい数の特性根が現われるのであるが、前述のように指定根  $S_0$  (複素根) を系に与えるような  $x, y$  の値がオケ, 4 図で示すように定まったとしても、 $F(S, x, y)$  の次数が例えば 4 次であるとする、残りの二つの特性根が同時に表われて来る。(オケ, 4 図において  $S_1, S_1^*$ )。なお  $S_0^*$  は指定根  $S_0$  を



$n = -3, -1, 1, 3 \dots$

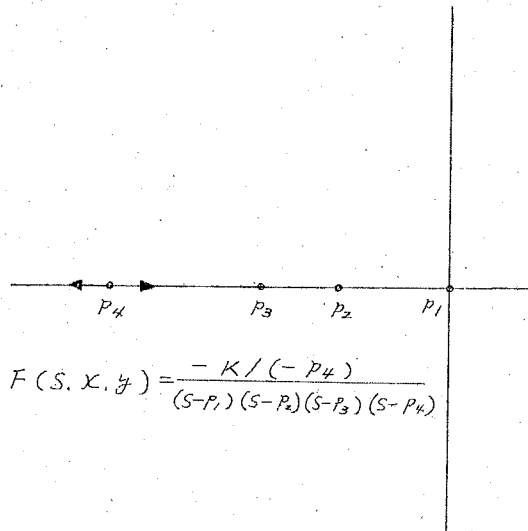
第 5, 3 図



第 5, 4 図

与えれば共役根として同時に表われるのは勿論である。

特性根は根平面上虚軸の左半面で虚軸より遠ざかるほど特性に与える影響が小さくなることが知られている。したがってオ5.4図のように指定根  $s_0$  が  $s_1$  よりも虚軸に近く存在すると  $s_0$  についての留数を検討するまでも



第 5.5 図

$$F(s, x, y) = \frac{-K/(-p_4)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)}$$

なく  $s_0$  が代表根であるとしてすることができるが、 $s_0$  と  $s_1$  と入れ換った場合、指定根は代表根となり得ない。このことは(5.1.10)式の特性方程式中、 $n$  の値の選び方に関係している。今(5.1.10)を

$$F(s, x, y) = \frac{1}{e^{j\pi n}} \quad (5.1.11)$$

に変形する。この場合、自動制御系の閉ループ伝達函数  $F(s, x, y)$  の分母の次数は分子の次数よりも高いとする。

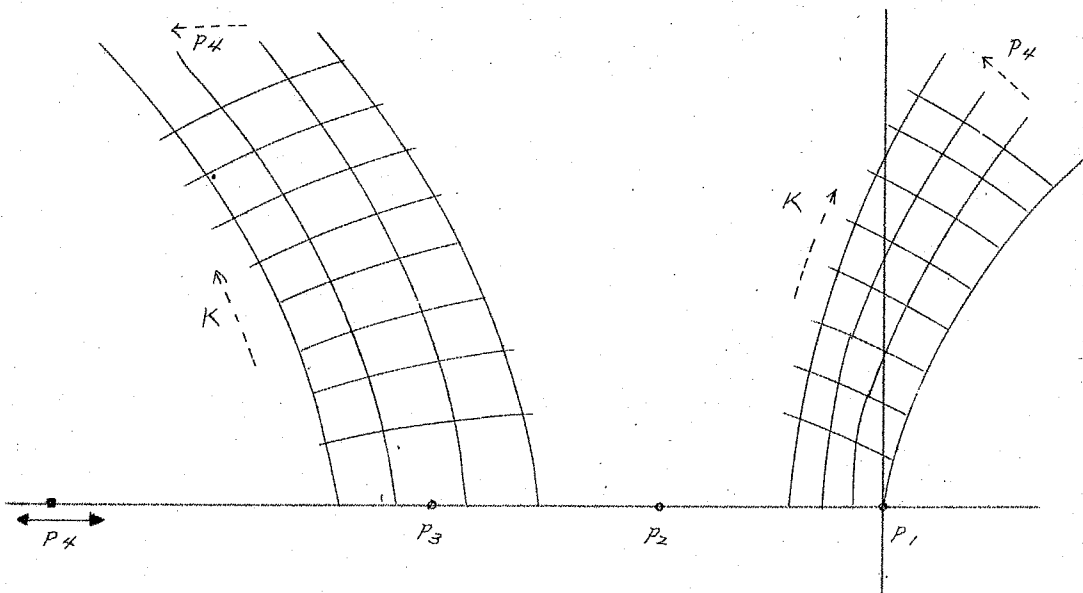
オ5.5図は  $F(s, x, y)$  の極、零点の数が4及び0の場合の極、零点配置を示すものであり。

$$F(s, x, y) = \frac{K/(-p_4)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)} \quad (5.1.12)$$

と与えられるとし、調整可能な二つの量をそれぞれ

$$x = p_4 \quad (5.1.13)$$

$$y = K \quad (5.1.14)$$



第 5.6 図

とする。そこで  $P_4$  及び  $K$  を独立に変化させた場合の (5.11) 式を満足する  $S$  の曲線群を根平面上に画けばオ 5.6 図 (但し実軸下半面は上半面の曲線群と対象であるので略す) に示すようになる。ここで虚軸に近い方の曲線群は (5.11) 式で

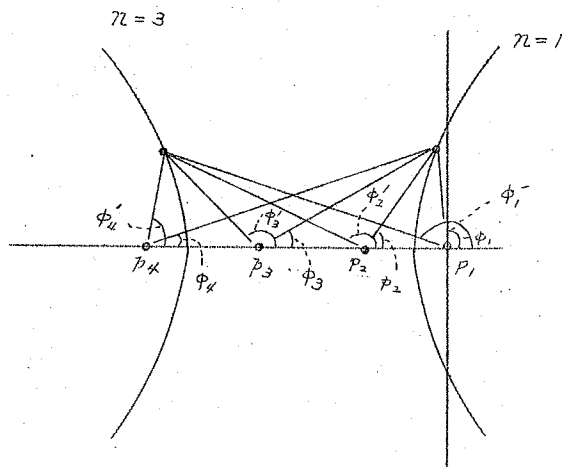
$$\pi = 1 \tag{5.15}$$

を満足するもので、虚軸より遠い方の曲線群は

$$\pi = 3 \tag{5.16}$$

を満足するものである。そして、 $P_4$  の一つの値に対する曲線をオ 5.6 図より送ると、オ 5.7 図のような曲線になるが、これは  $P_1, P_2, P_3, P_4$  の各極が与えられていて  $K$  の値を 0 より  $\infty$  まで変化させた場合に常に (5.11) 式を満足する  $S$  の軌跡、即ち「根軌跡」に外ならない。虚軸に近い根軌跡は位相条件 ( $1/F(S)$  の位相角) が  $\pi$  (又は  $1 \times \pi$ ) の根軌跡、他の方の根軌跡は位相条件が  $3\pi$  ( $3 \times \pi$ ) の根軌跡といわれている。

位相条件のかわりに  
 $n=1$ ,  $n=3$ , と稱してよい。いづれにせよ、位相条件又は  $n$  の値が大きい程、それに相当する根軌跡は根平面上、より左側に虚軸よりはなれて存在する傾向にある。このことは第 5.7 図の根軌跡上に一点を取つて各極よりそれに引いたベクトルの位相角の和、即ち位相条件は  $n=3$  の根軌跡に相当するもの



第 5.7 図

$$\begin{aligned} & \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \\ & = 2\pi + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \end{aligned}$$

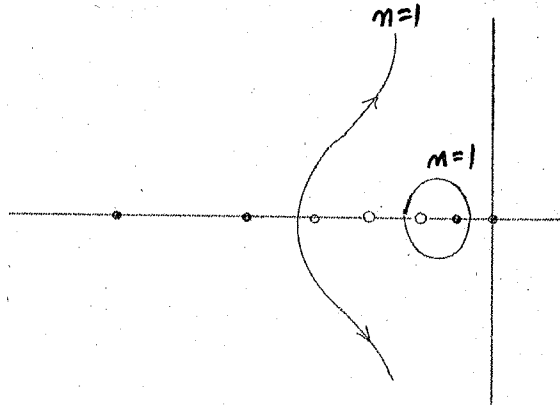
の方が  $n=1$  の根軌跡に相当するものの方より大きくなることで理解できる。最初に假定したように一般の自動制御系は減衰系でその閉回路伝達函数の分母の次数が分子の次数より高く、又極、零点のうち最も原点に近いものは極であるとする。以上のことから (5.11) 式で

$$n = 1 \quad (5.15)$$

を満足するような根が一般に代表根になる可能性をもっていることがわかる。又、第 5.8 図に示すように零点の存在により  $n=1$  の条件を満足する他の根が存在しても、一般に自動制御系の利得が高いので、それらの根は零点に接近して代表応答に影響をあまり与えないのが普通である。

(5.15) 式の条件を (5.11) 式に代入すると結局

$$F(s, x, \gamma) = 1/e^{sT} \quad (5.17)$$



第 5.8 図

を満足するような  $s_0$  の値が代表根になり、又逆に  $s$  を  $s_0$  に指定し

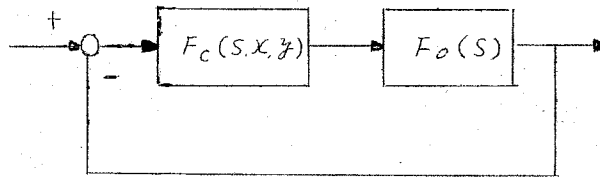
$$F(s_0, \lambda, \gamma) = 1/e^{j\pi} \quad (5.1.18)$$

を満足する  $\lambda, \gamma$  を調整して与えることにより指定した  $s_0$  を代表根にすることができる。勿論 (5.1.18) 式を満す  $s_0$  であっても高次の制御系、特に補償によつて零点を持っているような高次の制御系では殆んどの場合、(5.1.18) 式を満足する他の根 (多くは実根) が存在するので  $s_0$  が代表根の条件を満さない場合もあり、厳密には (2.4.1) 式又は (2.4.2) 式で計算される留数が第 2.2.3 図に示される代表根の留数領域内にあるかどうか検討すべきであるが、後章でも説明するように特別な場合 (指定根近くに複素極が存在する場合) を除いては大體代表根の留数条件を満足するものと考えられる。以上が代表根指定の原理である。

ところで、実際に特性改善を行う場合、前に説明した 2 つの自由度を示すパラメーター  $\lambda, \gamma$  を才 5.9 図中、 $F_0(s, \lambda, \gamma)$  で表わしたように、特別の付加回路の伝達函数即ち補償伝達函数で与える方法、いわゆる補償回路法を用いる場合が多い。補償回路法は直列補償法と並列補償法とに大別されるが、並列補償法は才



11章で説明するよう  
に直列補償と等価に  
考えられるので、オ  
5.9図に示したよう  
な直列補償法のみ  
について代表根指定の  
原理を拡張してみよ  
う。



第 5.9 図

オ 5.1 図とオ 5.9 図とを対照すると

$$F_c(s, x, y) \cdot F_o(s) = F(s, x, y) \quad (5.1.19)$$

の関係があることがわかる。但し上式の  $F_o(s)$  は補償前の制御系の開ループ伝達函数である。上式に  $s = s_0$  を代入し、これを (5.1.18) 式に代入すると

$$F_c(s_0, x, y) \cdot F_o(s_0) = 1/e^{j\pi} \quad (5.1.20)$$

の関係式が得られる。ここで  $F_o(s_0)$  は補償を行うまえの制御系の開ループ伝達函数において  $s$  の代わりに  $s_0$  を代入したもので既知の複素数である。(5.1.20) 式を

$$F_c(s_0, x, y) = 1/\{e^{j\pi} \cdot F_o(s_0)\} \quad (5.1.21)$$

に変形し、更にも上式右辺の複素数を

$$1/\{e^{j\pi} \cdot F_o(s_0)\} = g_c e^{j\phi_c} \quad (5.1.22)$$

のようにベクトル表示すると、オ (5.1.22) 式を (5.1.21) 式に代入して

$$F_c(s_0, x, y) = g_c e^{j\phi_c} \quad (5.1.23)$$

の関係を得る。(5.1.22) 式で表わされるベクトル量  $g_c e^{j\phi_c}$  を "指定根  $s_0$  に対する自動制御系の補償ベクトル" と呼ぶこと

にする。

結局、(5.1.23)式を満足するような補償伝達函数  $F_c(s, X, \gamma)$  を求めれば、これが系に指定根  $s_0$  を代表根として与えるのである。

$\gamma_c: -\pi < \phi_c < \pi$  であり、

$X, \gamma$  は(5.1.23)式より次のようにして求めればよい。(5.1.23)式は次の二つの方程式に分けることができる。

$$\operatorname{Re} \{ F_c(s_0, X, \gamma) \} = g_c \cos \phi_c \quad (5.1.24)$$

$$\operatorname{Im} \{ F_c(s_0, X, \gamma) \} = g_c \sin \phi_c \quad (5.1.25)$$

これらの二式は、 $X, \gamma$  についての二元方程式であるから、これを解くことにより補償伝達函数  $F_c(s, X, \gamma)$  の持つ二つの自由度  $X, \gamma$  の値を決定し、その系に指定根  $s_0$  を持たせることができる。また、それと同時にその系は指定根と共役な根  $s_0^*$  をも持つことは言うまでもない。又、上の条件の  $\phi_c$  が  $\pi$  の場合には適当な  $\phi_c$  が  $\pi$  上の条件に合うようにすれば、上の式が  $\gamma$  のみ用いられる。

## 5.2 補償公式及び補償計算線図

補償伝達函数の自由度を与えるところの二つのパラメータ  $X, \gamma$  は一般に(5.1.24), (5.1.25)両式の連立方程式を解くことにより得られるが、具体的な補償伝達函数についてその連立方程式を解いて  $X, \gamma$  を直接計算できる公式をつくっておけば便利である。

この公式を「補償公式」とよぶことにする。以下、各補償伝達函数の補償公式をもとめてみよう。

### (i) $SZ-1$ の補償伝達函数の補償公式

この補償伝達函数は表 4.1 表でおかるように

$$F_c(s) = K(1 + s/w_s) \quad (5.2.1)$$

但し  $K(>0)$ ,  $w_s(\geq 0)$  はそれぞれ自由度に相当する。

この補償伝達函数で補償を行おうとする制御系の補償ベク

(オ 5.1.2.2) 式] を計算した結果  $g_c \angle \phi_c$  であつたとす  
 (5.1.2.3) 式より

$$K(1 + S_0/\omega_s) = g_c \angle \phi_c \\
 = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c) \quad (5.2.2)$$

ところで (5.2.2) 式左辺の  $S_0$  を  $j\omega_0(1 + j\gamma_0)$  とおくと

$$K(1 + S_0/\omega_s) = K \left\{ 1 + j \frac{\omega_0}{\omega_s} (1 + j\gamma_0) \right\} \\
 = K \left( 1 - \gamma_0 \frac{\omega_0}{\omega_s} \right) + jK \frac{\omega_0}{\omega_s} \quad (5.2.3)$$

(5.2.3) 式, (5.2.4) 式より次の二式が得られる

$$K \left( 1 - \gamma_0 \frac{\omega_0}{\omega_s} \right) = g_c \cos \phi_c \quad (5.2.4)$$

$$K \frac{\omega_0}{\omega_s} = g_c \sin \phi_c \quad (5.2.5)$$

上の連立方程式を解いて  $K, \omega_s$  をそれぞれ求めると次式のようになる。

$$\omega_s = \omega_0 (\gamma_0 + \cot \phi_c) \quad (5.2.6)$$

$$K = g_c (\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c) \quad (5.2.7)$$

これら二式が求める補償公式である。

(ii) S2-2 の補償伝達函数の補償公式

第 4.1 表より

$$F_c(s) = K \left( 1 + \frac{\omega_s}{s} \right) \quad (5.2.8)$$

但し  $K (> 0)$ ,  $\omega_s (> 0)$  はそれぞれ自由度に相当する。

(5.2.2) 式と同様に

$$K \left( 1 + \frac{\omega_s}{S_0} \right) = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c) \quad (5.2.9)$$

ここで上式左辺の  $S_0$  に  $j\omega_0(1 + j\gamma_0)$  を代入して

$$K \left(1 + \frac{W_s}{S_c}\right) = K \left(1 + \frac{W_s}{jW_o(1+j\delta_o)}\right) = K \left(1 - j \frac{W_s}{W_o(1+j\delta_o)} (1 - j\delta_o)\right)$$

$$K \left(1 + \frac{W_s}{S_c}\right) = K \left(1 - \frac{W_s}{W_o} \cdot \frac{\delta_o}{1+\delta_o^2}\right) - jK \cdot \frac{W_s}{W_o(1+j\delta_o^2)} \quad (5.2.10)$$

(5.2.9) 式, (5.2.10) 式より

$$K \left(1 - \frac{W_s}{W_o} \cdot \frac{\delta_o}{1+\delta_o^2}\right) = g_c \cos \phi_c \quad (5.2.11)$$

$$-K \cdot \frac{W_s}{W_o(1+\delta_o^2)} = g_c \sin \phi_c \quad (5.2.12)$$

上の二式を解くことにより  $S_2 - 2$  の補償伝達函数の補償公式は

$$W_s = \frac{W_o(1+\delta_o^2)}{\delta_o - \cot \phi_c} \quad (5.2.13)$$

$$K = g_c (\cos \phi_c - \delta_o \sin \phi_c) \quad (5.2.14)$$

となる。

(iii)  $S_2 - 3$  の補償伝達函数の補償公式

この補償伝達函数は

$$F_c(s) = \frac{K}{1 + s/W_s} \quad (5.2.15)$$

で表わされる。そうすると前と同様に

$$\frac{K}{1 + s_0/W_s} = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1 + s_0/W_s}{K} &= \frac{1/g_c}{\cos \phi_c + j \sin \phi_c} \\ &= 1/g_c (\cos \phi_c - j \sin \phi_c) \end{aligned}$$

結局

$$\frac{1}{K} (1 + s_0/W_s) = \frac{1}{g_c} \{ \cos(-\phi_c) + j \sin(-\phi_c) \} \quad (5.2.16)$$

上式と (5.2.2) を比較すると  $g_c$ ,  $K$  が逆数になり  $\phi_c$  の符号が逆になっているだけで式の形は同じであるので  $S_2 - 1$  の補償公式 (5.2.6), (5.2.7) 式で以上のことを考慮して次式

のような補償公式が得られる。

$$w_s = w_o (\gamma_o - \cot \phi_c) \quad (5.2.17)$$

$$K = g_c / (\cos \phi_c - \gamma_o \sin \phi_c) \quad (5.2.18)$$

(iv) S 2-4 の補償伝達函数の補償公式

この補償伝達函数はオ 4. 1 表より

$$F_c(s) = \frac{1 + s/w_s}{1 + s/nw_s} \quad (5.2.19)$$

したがって上式に  $S_0$  を代入してこれが補償ベクトル  $g_c \in j\phi_c$  に等しいとすると

$$\frac{1 + S_0/w_s}{1 + S_0/nw_s} = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c) \quad (5.2.20)$$

上式の左辺は更に

$$\frac{1 + S_0/w_s}{1 + S_0/nw_s} = \frac{1 + j \frac{w_o}{w_s} (1 + j \gamma_o)}{1 + j \frac{w_e}{nw_s} (1 + j \gamma_o)} = \frac{(1 - \frac{w_o \gamma_o}{w_s}) + j \frac{w_e}{w_s}}{(1 - \frac{w_e \gamma_o}{nw_s}) + j \frac{w_o}{nw_s}} \quad (5.2.21)$$

(5.2.20) 式と (5.2.21) 式より

$$\frac{(1 - \frac{w_o \gamma_o}{w_s}) + j \frac{w_e}{w_s}}{(1 - \frac{w_e \gamma_o}{nw_s}) + j \frac{w_o}{nw_s}} = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c)$$

$$\therefore (1 - \frac{w_o \gamma_o}{w_s}) + j \frac{w_e}{w_s} = g_c (\cos \phi_c + j \sin \phi_c) \left\{ (1 - \frac{w_e \gamma_o}{nw_s}) + j \frac{w_o}{nw_s} \right\}$$

両辺の実数部及び虚数部がそれぞれ等しい故

$$1 - \frac{w_o \gamma_o}{w_s} = g_c \left\{ (1 - \frac{w_e \gamma_o}{nw_s}) \cos \phi_c - \frac{w_o}{nw_s} \sin \phi_c \right\} \quad (5.2.22)$$

$$\frac{w_e}{w_s} = g_c \left\{ (1 - \frac{w_e \gamma_o}{nw_s}) \sin \phi_c + \frac{w_o}{nw_s} \cos \phi_c \right\} \quad (5.2.23)$$

上式を解いて  $w_s$ ,  $n$  をそれぞれもとめると

$$\Omega_s = \frac{\gamma_0 (1 + \gamma_0^2) \sin \phi_c}{\gamma_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c} \quad (5.2.24)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c}{\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c - \gamma_c} \quad (5.2.25)$$

上式が5.2-4の補償伝達函数の補償公式である。

このようにして代表的な自由度2の直列補償用の補償函数の補償公式が求められたが、各々の補償公式と補償回路例とが表5.1表より表5.4表に示す。

以上のようにして得られた補償公式によつて各補償伝達函数2つの自由度をあたえられているところの2つのパラメーターの値を決定することができるが、さらに実用的にするためには、次に述べるように、それらのパラメーターの値を図から直読できるようにしておくといろいろな点で便利である。

一例として、すでに述べた(5.2.1)式の5.2-1の補償伝達函数に対する補償公式(5.2.6)式、(5.2.7)式を例にとり具体的に説明してみよう。まず補償ベクトルを直角座標で示すために(5.2.6)(5.2.7)式において次の置換を行う。

$$\gamma_c \cos \phi_c = X, \quad \gamma_c \sin \phi_c = Y \quad (5.2.26)$$

そうすると(5.2.6)、(5.2.7)式は次式のようになる。

$$\gamma = X / (\Omega_s - \gamma_0) \quad (5.2.27)$$

$$\gamma = (K - X) / \gamma_0 \quad (5.2.28)$$

$$\text{但し } \Omega_s = \omega_s / \omega_0 \quad (5.2.29)$$

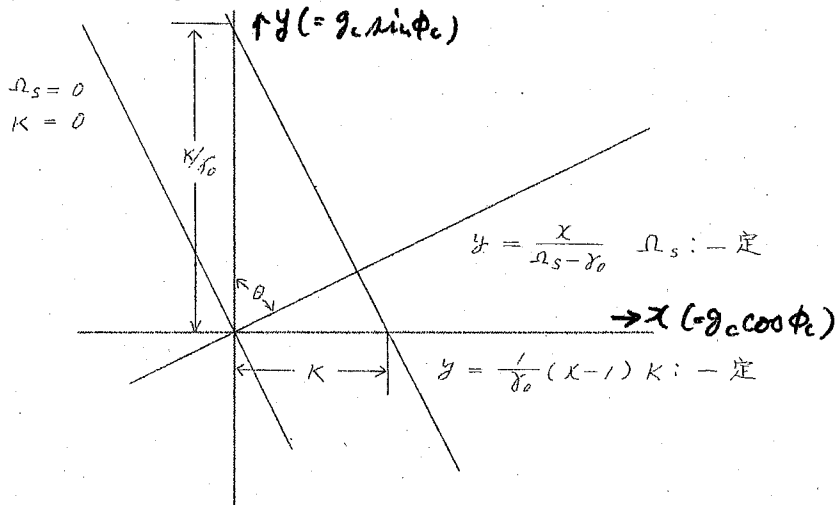
これらの関係を直角座標上で示せば第5.10図のように、両方とも直線で表され、 $\Omega_s$ あるいは $K$ によつてその傾斜または $X$ 軸を切る点が変わる。したがつて $\Omega_s$ の値の変化に対する直線群と $K$ の値の変化に対する直線群を同一平面上に描いておけば、

この平面上に補償ベクトルを矢  $(g_c \cos \phi_c, g_c \sin \phi_c)$  としてプロット ~~する~~ だけで  $\Omega_s (= \omega_s / \omega_0)$  および  $K$  を直ちに読みとることができる。このような  $K$  及び  $\Omega_s$  をそれぞれパラメータとする直線群（一般に線群）によりできた線図をここでは“補償計算線図”と呼びそれぞれの直線群を  $K$  の目盛線、 $\Omega_s$  の目盛線と稱する。なお、実際に用いる補償伝達函数をもつ回路を考えると  $\Omega_s$  および  $K$  のとり得る範囲には、一定の制限があるのが普通である。例えば (5.2.1) 式の補償伝達函数を実際の補償回路で実現する場合に、 $\omega_s, K$  のとり得る範囲が  $\infty > K > 0, \infty > \omega_s > 0$  であつたとする。この場合、補償計算線図上にこの制限範囲を明示しておけば、その補償回路によって補償が可能であるか不可能であるかが明確になる。この限界を“補償限界”と呼ぶことにする。第 5.10 図は補償計算線図の一例として (5.2.1) 式の補償伝達函数で

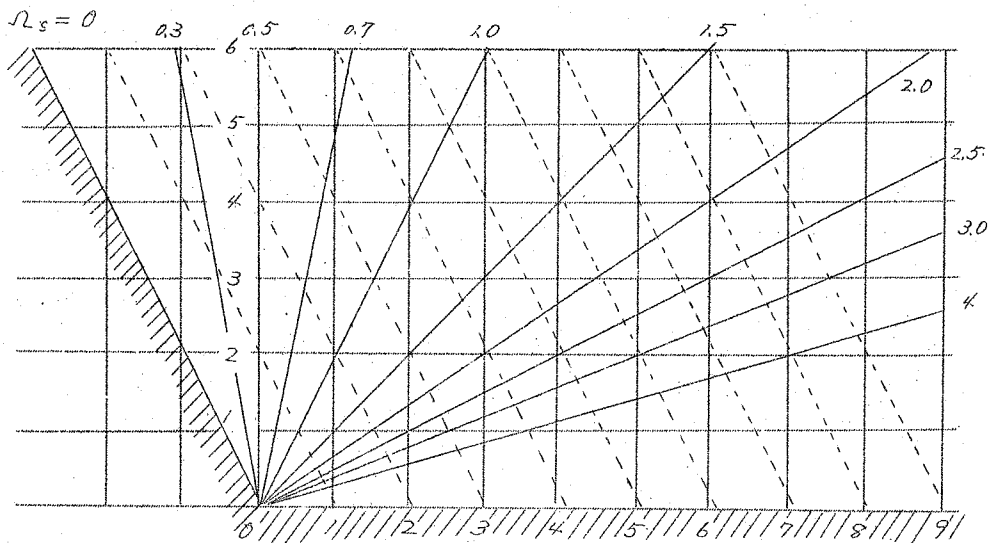
$$\Omega_s = \omega_s / \omega_0 > 0$$

$$K > 0$$

の条件がある場合、 $\gamma_0 = 0.5$  のときの補償計算線図および補償限界を示したものである。



第 5.10 図



第 5.11 図 補償計算線の一例

次に補償計算線図の目盛線が直線ではなく円になるような場合について説明しよう。\$S\_z = -4\$ の補償伝達函数の補償公式を (5.2.26) 式の置換えにより次式に表わすことができる。即ち (5.2.24), (5.2.25) 式より

$$\Omega_s = \frac{(1 + \gamma_0^2) y}{x^2 + y^2 - x + \gamma_0 y} \quad (5.2.30)$$

$$n = \frac{x^2 + y^2 - x + \gamma_0 y}{x + \gamma_0 y - 1} \quad (5.2.31)$$

$$\text{但し } \Omega_s = \omega_s / \omega_c$$

(5.2.30) 式を整理すると

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left\{y - \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0\right)\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left\{\frac{1}{2} \left(\frac{1 + \gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0\right)\right\}^2 \quad (5.2.32)$$

(5.2.31) 式を整理すると

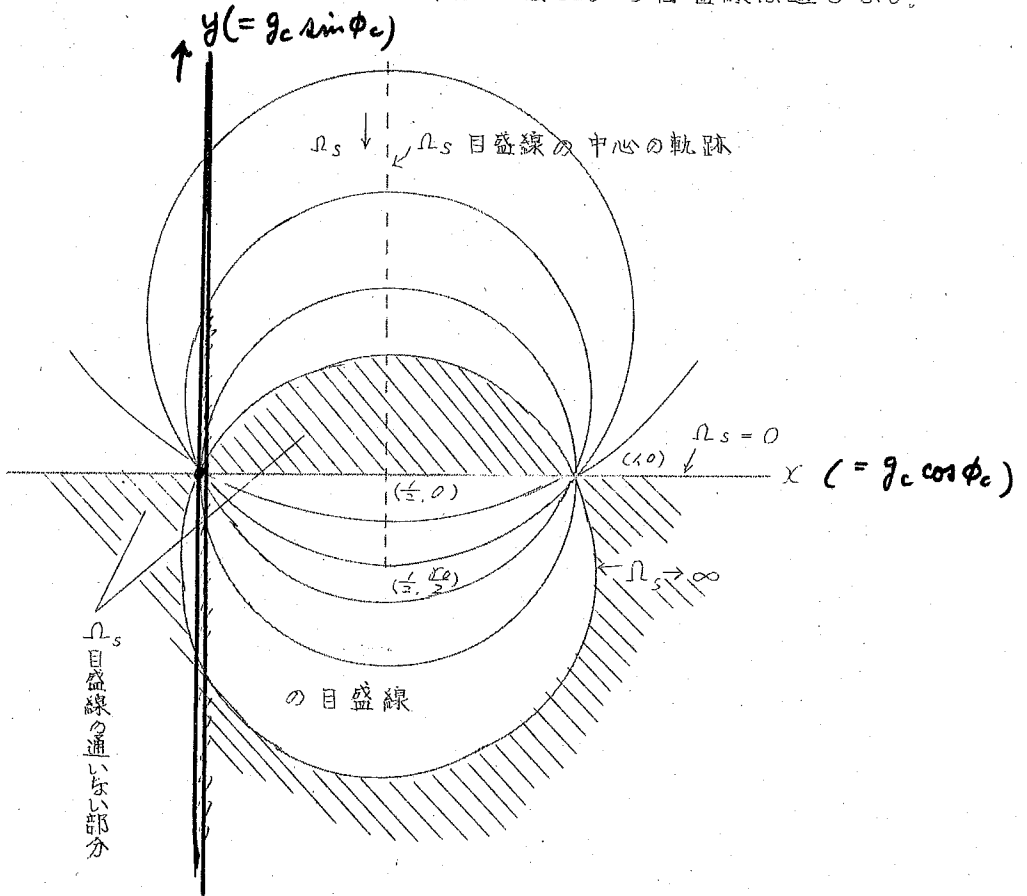
$$\left(x - \frac{n+1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\gamma_0(n-1)}{2}\right)^2 = \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_0(n-1)}{2}\right)^2 \quad (5.2.33)$$



の二式を得る。(5.2.32)式は $\Omega_s$ をパラメーターに持つ円  
 の方程式で、 $(\frac{1}{2}, (\frac{1+\gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0))$ を中心にもち半径が  
 $\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + \{\frac{1}{2}(\frac{1+\gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0)\}^2}$ の円であることがわかる。この円が即  
 ち $\Omega_s$ の目盛線であって、第5.12図に示すようになる。 $\Omega_s$ の  
 条件を

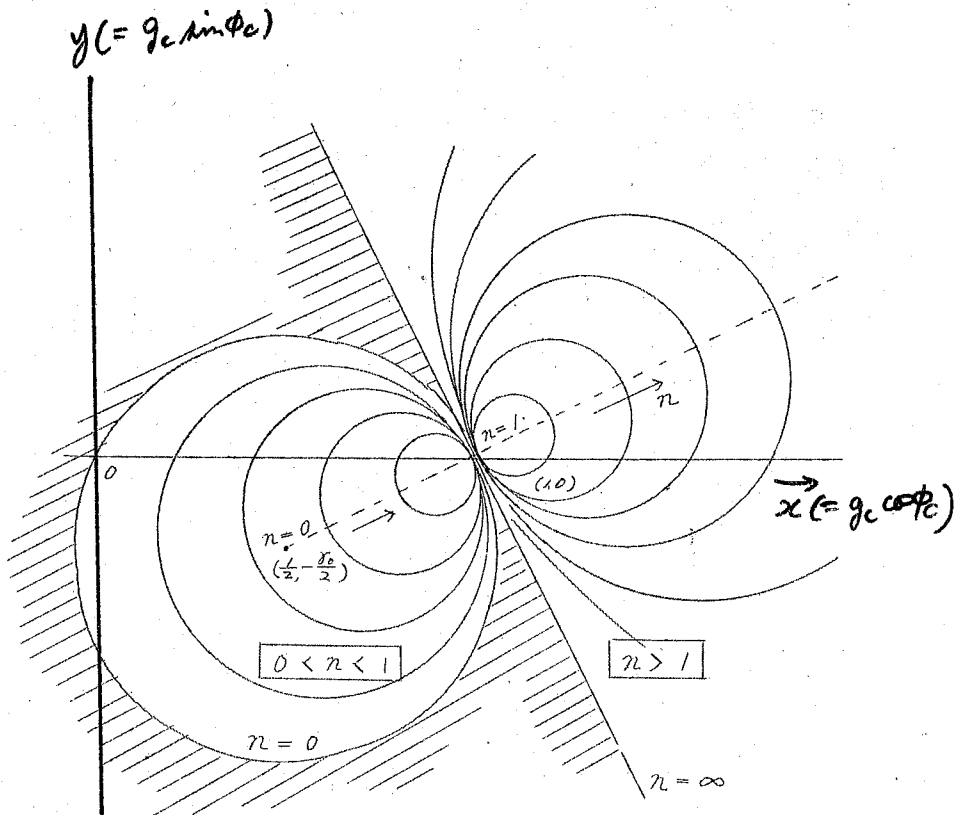
$$\infty > \Omega_s > 0$$

とすると、斜線をほどこした部分には $\Omega_s$ の目盛線は通らない



第5.12図 S 2-4の補償伝達函数の  
 $\Omega_s$ の目盛線

なお同図でx軸に垂直で $(\frac{1}{2}, 0)$ の点を通る点線は $\Omega_s$ 目  
 盛線の円の中心の軌跡である。



第 5、13 図 S 2-4 の補償伝達函数の  
n の目盛線

次に (5.2.33) 式は n をパラメーターに持つ円の方程式で

$$\left( \frac{n+1}{2}, \frac{g_c(n-1)}{2} \right)$$

を中心にもち半径が

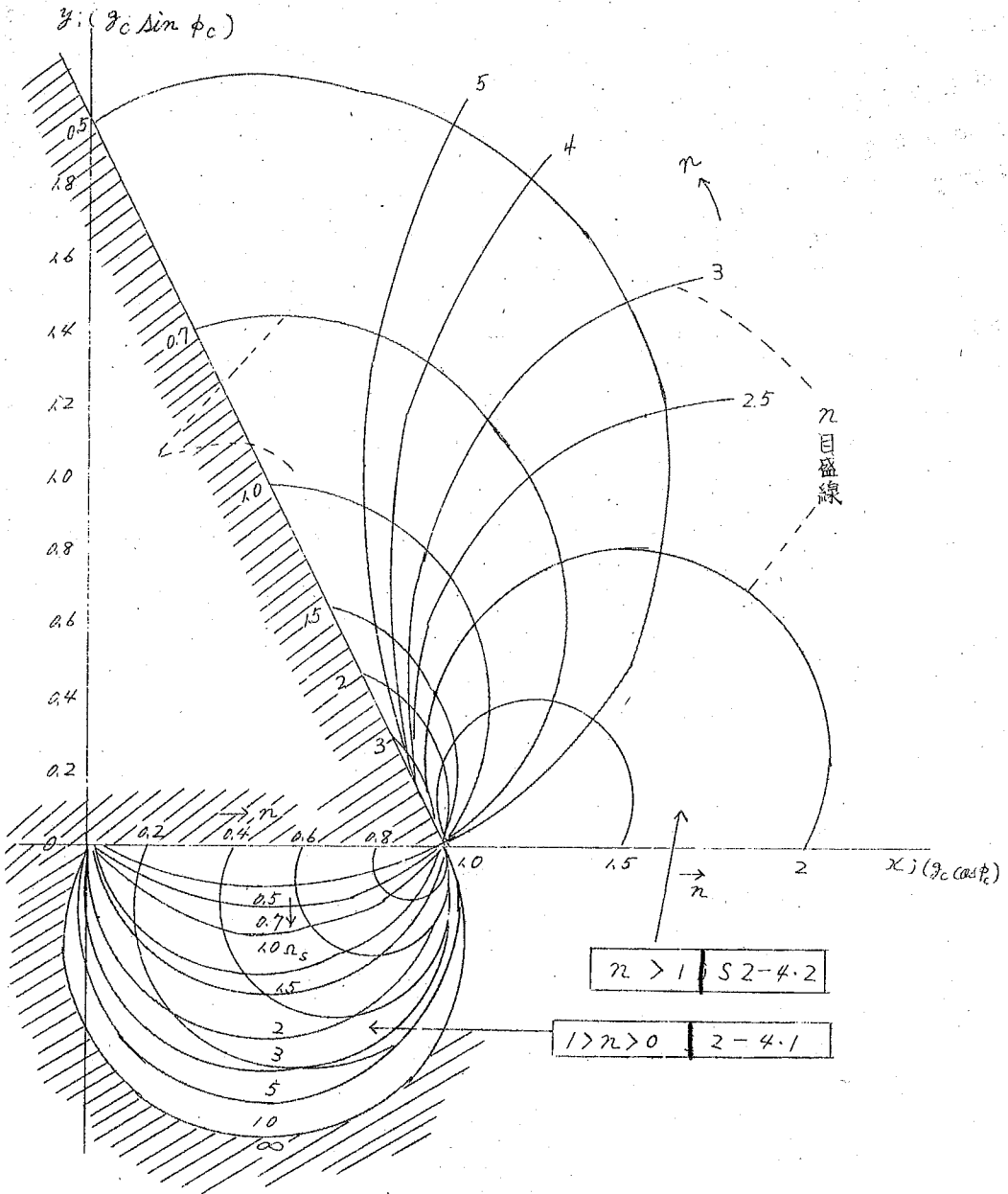
$$\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{g_c(n-1)}{2}\right)^2}$$

の円であることがわかる。この円が n の目盛線であって、第 5、13 図に示すようになるが斜線部は  $n > 0$  の条件によって目盛線の通らない部分である。

又  $(\frac{1}{2}, -\frac{g_c}{2})$  の点よりでて  $(1, 0)$  の点を通る点線は n の目盛線の中心の軌跡である。

以上の二つの目盛線を同一平面上に画けば S 2-4 の補償伝

連函数の補償計算線図が得られるわけである。第5. / 4 図は  $\gamma_0 = 0.5$  のときの S 2 - 4 の補償計算線図である。



第5. / 4 図 S 2 - 4 の補償伝達函数： $\frac{1+s/w_s}{1+s/n w_s}$   
の補償計算線図 ( $\gamma_0 = 0.5$ )

同様にして他の補償伝達函数に対しても補償計算線図ならびに補償限界を容易に描くことができる。第 5・1 表～第 5・4 表は自由度 2 の種々の補償伝達函数について補償公式、補償計算線図、補償限界等、実際の使用に必要な結果だけを一括して表示したものである。

以上のようにして補償伝達函数を求めると、そのパラメータの値よりそのような補償伝達函数をもつ補償回路の各素子の値を計算することができる。例えば第 5・1 表に示してあるような (5.2.1) 式のような補償伝達函数をもつ補償回路の例として第 5・2 図のようなものがある。同図で  $A \div \infty$  とするとこの回路の伝達函数  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) = \frac{R_2}{R_1} (1 + s C_1 R_1) \quad (5.2.34)$$

となる。ところで補償伝達函数を (5.2.1) 式、即ち

$$F_c(s) = K (1 + s/w_s) \quad (5.2.1)$$

で表わしているから (5.2.34) 式及び (5.2.1) 式より

$$K = \frac{R_2}{R_1} \quad (5.2.35)$$

$$w_s = 1/(C_1 \cdot R_1) \quad (5.2.36)$$

の関係が得られる。これらの式を変形して

$$R_1 = 1/(C_1 \cdot w_s) \quad (5.2.37)$$

$$R_2 = K R_1 \quad (5.2.38)$$

として、 $w_s$ ,  $K$  の値より  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  を決定する式が得られる。

上式において  $C_1$  の値は  $R_1$ ,  $R_2$  が適当な値になるように選ばなければならない。第 5・1 表～第 5・4 表にそれぞれの補償伝達函数の具体的な回路例についてその素子の値を求める式も挙げてある。

### 5・3 自由度3以上の補償伝達函数への拡張について

これまでの説明はすべて自由度2の補償伝達函数についての代表根指定の原理及び補償公式等についてであったが実際の補償を行う場合、自由度2の補償伝達函数では不充分であることがある。即ち

- i) 自由度2の補償伝達函数の“補償限界”の外に補償ベクトルがある場合、
- ii) 補償限界内にあつてもその自由度2の補償回路の素子の値が極端に大きくなる場合、
- iii) 自由度2の補償伝達函数によつて系に与えた指定根が仕様を満足するような代表根でないか又は他の根の影響によつて仕様を満足しない場合、

等である。このような時、自由度が3以上の補償伝達函数を用いるか並列補償法を適用しなければならない。並列補償法は第7章で説明するようにそれに等価な直列補償伝達函数をまず求めてこれを並列補償に変換すればよい。したがつていずれにせよ自由度3以上の補償伝達函数のパラメーターの値を決める方法を考えなければならない。その方法は次のように、自由度2の補償伝達函数について5・1, 5・2に説明したことが適用される。

まず補償ベクトルを、種々の条件に依じて自由度が2以下の補償伝達函数に対応する2つ以上の補償ベクトルの積にする。次にその一つ一つの補償ベクトルに対して自由度2以下の補償伝達函数を求め、それら個々の自由度2以下の補償伝達函数の積を求める。これが補償に必要な自由度3以上の補償伝達函数である。自由度2以下という意味は自由度1の場合をさしているのであるがこれは利得調整を意味するもので

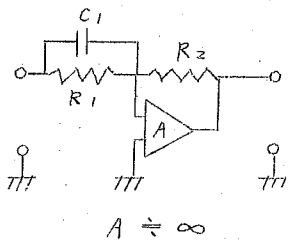
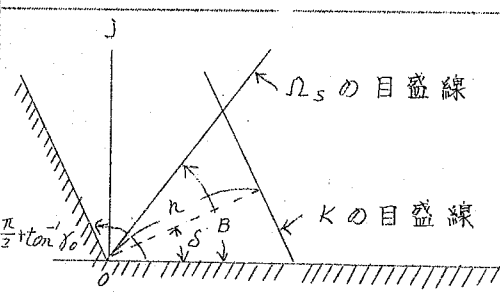
$$F_c(s) = K_c$$

$K_c$  自由度

と考える。

以上の方法は第9章で詳しく説明する。

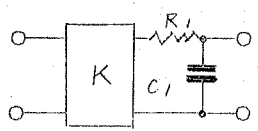
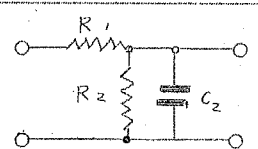
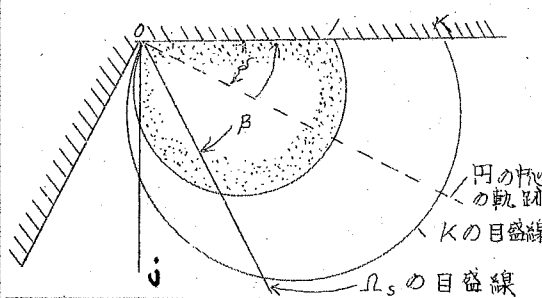
第5.1表 補償回路設計一括表

補償伝達函数番号		補償伝達函数	用途
S2-1		$K(1 + \frac{s}{\omega_s})$	工業調節器用 (定常利得K)
補償公式		$\omega_s = \omega_0 (\gamma_0 + \cot \phi_c)$ $K = g_c (\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c)$	
補償回路例	回路構成例	パラメーターと回路素子との関係	回路素子の計算式
	 <p><math>A \div \infty</math></p>	$\omega_s = \frac{1}{C_1 \cdot R_1}$ $K = \frac{R_2}{R_1}$	$R_1 = \frac{1}{C_1 \omega_s}$ $R_2 = K R_1$
補償計算	補償計算線図		参考事項
			<p>1). <math>\Omega_s = \omega_s / \omega_0</math></p> <p>2). 補償可能範囲 <math>\infty &gt; \Omega_s &gt; 0</math> <math>\infty &gt; K &gt; 0</math> (斜線のないう部分)</p>
計算線図	目盛線の形状	$\Omega_s$ の目盛線	K の目盛線
		直線	直線
状態・位置		<p>1). 必ず原点を通る。</p> <p>2). 傾斜角 <math>\beta = \cot^{-1}(\Omega_s - \gamma_0)</math> 但し動径がオノオニ象限にある場合の角度。</p>	<p>1). 原点よりの距離 <math>h = K / \sqrt{1 + \gamma_0^2}</math></p> <p>2). 距離線の傾斜角 <math>\delta = \tan^{-1} \gamma_0</math> ; 一定</p> <p>3). X軸とKの点で交叉する。</p>

第5.2表 補償回路設計一括表

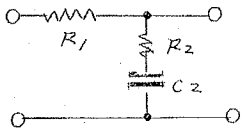
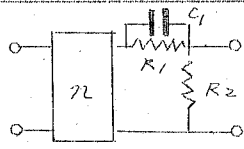
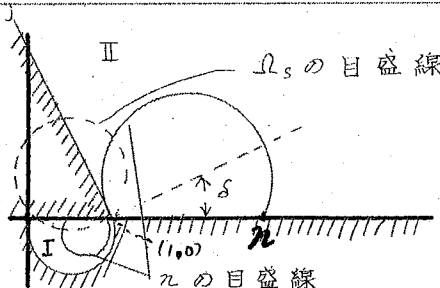
補償伝達函数番号		補償伝達函数	用途
S2-2		$K(1 + \frac{w_s}{s})$	工業調節器 (無定位性)
補償公式		$w_s = \frac{w_0(1 + \gamma_0^2)}{\gamma_0 - \cot \phi_c}$ $K = \gamma_0(\cos \phi_c - \gamma_0 \sin \phi_c)$	
補償回路例	回路構成例	パラメーターと回路素子との関係	回路素子の計算式
		$w_s = \frac{1}{R_2 C_2}$ $K = \frac{R_2}{R_1}$	$R_2 = \frac{1}{C_2 w_s}$ $R_1 = \frac{R_2}{K}$
補償計算	補償計算線図		参考事項
			1). $\Omega_s = w_s / w_0$ 2). 補償可能範囲 $\infty > \Omega_s > 0$ $\infty > K > 0$ (斜線のない部分)
計算線図	目盛線の形状	$\Omega_s$ の目盛線	K の目盛線
	目盛線の位置	直線 1). 必ず原点を通る 2). 傾斜角 $B = \cot^{-1}(\gamma_0 - \frac{1 + \gamma_0^2}{\Omega_s})$ 但し動径がオ3.オ4象限にある場合の角度	直線 1). 原点との距離 $h = K / \sqrt{1 + \gamma_0^2}$ 2). 距離線の傾斜角 $\delta = -\tan^{-1} \gamma_0$ 3). 実軸とKの点で交叉する。

第 5・3 表 補償回路設計一括表 (Ⅳ)

補償伝達函数番号		補償伝達函数	用 途	
S2-3		$\frac{K}{1 + s/\omega_s}$	直列補償 (定常利得 K)	
補償公式		$\omega_s = \omega_0 (\gamma_0 - \cot \phi_c)$ $K = \frac{2c}{\cos \phi_c - \gamma_0 \sin \phi_c}$		
回路構成例		パラメータと回路素子の関係	回路素子の計算式	
補償回路例	S2-3.1		$\omega_s = \frac{1}{R_1 C_1}$ $K = \text{増巾度}$	$R_1 = \frac{1}{C_2 \omega_s}$ K: 増巾度
	S2-3.2		$\omega_s = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ $K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	$R_1 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{K \omega_s}$ $R_2 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{(1+K) \omega_s}$
補償計算線図		参 考 事 項		
補償計算線図			1) $\omega_s = \omega_0 / N_0$ 2) 補償可能範囲 $\infty > \omega_s > 0$ S2-3.1の回路については $\infty > K > 0$ 斜線のない部分 S2-3.1の回路に対しては $1 > K > 0$ 打点部分	
	目盛線の形状	$\omega_s$ の目盛線	K の目盛線	
目盛線の形状	形	直 線	円	
	状態位置	1) 原点を通る 2) 傾斜角 $\beta = \cot^{-1} (\omega_s - \gamma_0)$ 但し動径が才4.才3 象眼にある場合の角度	1) 直径 $D = K \sqrt{1 + \gamma_0^2}$ 2) は原点を通る 3) 中心の軌跡の傾斜角 $\delta = \tan^{-1} (-\gamma_0)$	



第5・4表 補償回路設計一括表 (IV)

補償伝達函数番号		補償伝達函数		用途	
S2-4		$\frac{1 + S/\omega_s}{1 + S/\eta \cdot \omega_s}$		直列補償用 (定常利得1)	
補償公式		$\omega_s = \frac{\omega_0(1 + \gamma_0^2) \sin \phi_c}{\gamma_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c}$ $\eta = \frac{\gamma_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c}{\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c - \gamma_c}$			
補償回路例	S2-4.1	回路構成例 	パラメータと回路素子の関係 $\omega_s = \frac{1}{C_2 R_2}$ $\eta = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$	回路素子の計算式 $R_1 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1 - \eta}{\eta \omega_s}$ $R_2 = \frac{1}{C_2 \omega_s}$	
	S2-4.2	回路構成例 	パラメータと回路素子の関係 $\omega_s = \frac{1}{C_1 R_1}$ $\eta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$	回路素子の計算式 $R_1 = \frac{1}{C_1 \omega_s}$ $R_2 = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{(\eta - 1) \omega_s}$	
補償計算	補償計算線図			参考事項	
				1) $\omega_s = \omega_s' / \omega_0$ 2) 補償可能範囲 $\omega_s > 0$ S2-4.1の回路に対しては $1 > \eta > 0$ (図でIの部分) S2-4.2の回路に対しては $\infty > \eta > 1$ (図でIIの部分)	
算線図	目盛線の形状	$\omega_s$ の目盛線		$\eta$ の目盛線	
		形	円	円	
	状態・位置	1) 目盛線の円は原実および(1,0)の点を通る 2) 中心座標 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}(\frac{1 + \gamma_0^2}{\omega_s} - \gamma_0))$		1) 目盛線は実軸上ηおよび1の点を通る 2) 中心線軌跡は(1,0)の点を通り傾斜角は $\delta = \tan^{-1} \gamma_0$	

## 第6章 実際の特性設計における諸問題と その場合の設計手順

前章での説明は“代表根指定法”の原理および、それに関する個々の補償伝達函数の計算方法等について述べた。その際は特性仕様は明確に指定されていると仮定していた。しかしながらこの仕様通りの設計を行うことができない種々の要因が実際には存在することを考えなければならぬ。その主なるものは制御対象の特性による仕様の制限、経済的な問題等がそれである。又、一方“代表根指定法”を特性設計に適用する場合、以上のような問題を考慮し、かつその手順が能率的になるように工夫しなければならない。ここではどのような実際に則した設計手順を求める。

### 6・1 制御対象の特性と仕様（又は代表根）との関係

制御系の特性設計を行う場合、制御対象が前もって与えられていてこれを含む制御系を組立てなければならない場合と、その制御対象自体も自分で選択できる場合の二通りがある。そのいずれの場合でも特性仕様と制御対象の特性の間に、互に限定しあう関係があることに注意すべきである。

まず制御対象が定められている場合、それを含む制御系の特性仕様は制御対象の定格、非直線性（特に飽和）、過渡特性により決定しなければならず、又特性仕様が前もって与えられ、それがやずられない場合、その仕様を満足するような非直線性（特に飽和）、定格、過渡特性を持つ制御対象を撰ぶか製作しなければならない。

したがってまず、特性仕様と制御対象の諸特性とが普通どのような関係になつていなくてはならないかをしらべておく必要がある。

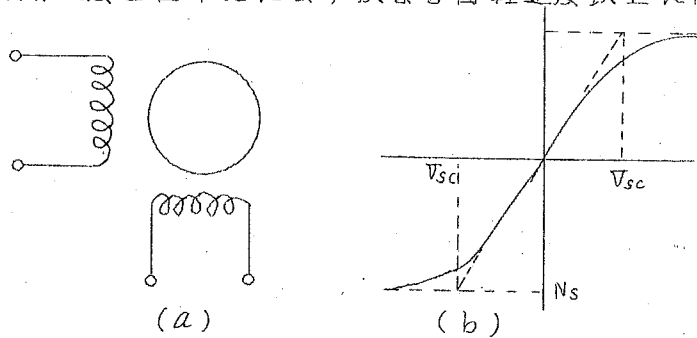
## 定格、飽和特性と応答速度との関係

制御対象の特性によって影響を受けるものは仕様のうち特に応答速度である。即ち、制御対象はそれ自体、定格によってその安全性が規定されている。そしてその定格は時間的な要素によって異なり、長時間運転における定格、短時間運転における定格があるが、過渡的にはこの短時間定格を動作状態が行き過ぎるおそれのある場合には制限益が必要である。可逆圧延用電動機の電機子回路にある過電流制限益（限流益）がその例である。したがってこれが作用することにより電動機の加速、減速に制限が生じ、全体の制御系の応答速度に限界がでてくる。電気炉においても同様で、その加熱速度は電気炉の電流の最大値で限定され、それを含む制御系の応答速度を望むままに大にすることは出来ない。

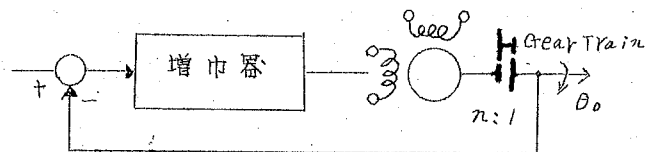
一方、制御対象、又はその前段の操作部、増巾部に飽和特性がある場合にも前述のように応答速度が限定される。例えば2相サーボモーターは如何に負荷を軽減しても又、入力電圧を増加してもその同期速度と歯車比により決まる回転速度以上にはならない。

以上に述べたような制御対象の最大出力とその制御対象を含む制御系の応答速度との間の関係が実際の特性設計に必要なものである。

これを2相サーボモーター



オ 6.1 図 2 相サーボモーター及びその特性



オ 6.2 図 2 相サーボモーターを用いたサーボ機構

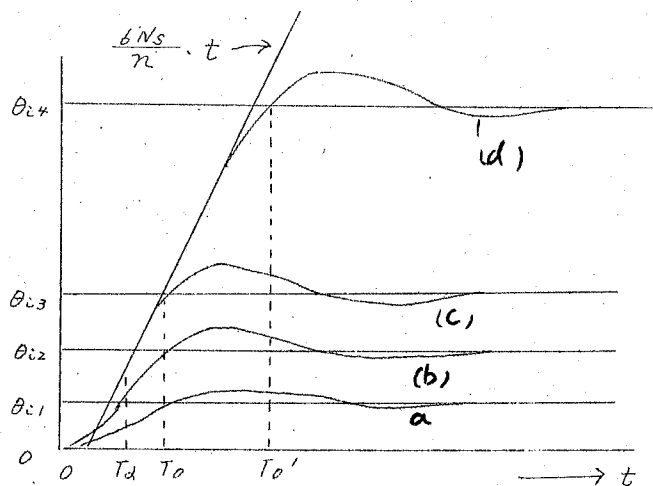
を用いたサーボ機構について考えてみよう。オ6.1図の2相サーボモーターの制御電圧 $V_c$ に対する回転速度 $N$ (rpm)の関係がオ6.1図(b)に示すように $V < V_{cs}$ では大体 $N$ が $V$ に比例するが $V \geq V_{cs}$ では $N$ は一定値 $N_s$ になるとする。この $N_s$ が2相サーボモーターの飽和を示す飽和回転速度である。

このような特性を持つ2相サーボモーターを含むサーボ機構をオ6.2図に示す。同図において、サーボモーターの軸は $n:1$ の歯車機構に直結されているとする。

この系の目標値変化に相当する入力角変化 $\theta_i$ を階段状とした場合の制御量変化即ち出力角度変化 $\theta_o$ の経過はオ6.3図に示すようになる。同図で目標値変化が2相サーボモーターの最大回転速度を $N_s$ 以上にしなない程度の量、即ち $\theta_{i1}$ 、 $\theta_{i2}$ であると起ちあがり時間 $T_o$ 、遅れ時間 $T_d$ は入力の大きさによって変化しない。

しかしながら、増巾益より2相サーボモーターの制御巻線に印加される電圧 $V_c$ がオ6.1図(a)の $V_{cs}$ 以上になる程度の目標値変化である場合、(オ6.3図で $\theta_{i4}$ )サーボモーターが回転

してそれによる角度の帰還によって飽和を脱するまで2相サーボモーターは飽和速度 $N_s$ で回転するのでその場合の出力の応答経過はオ6.3図の曲線'd'のようになり、起ちあがり時間、遅れ時間が増加する。



第6.3図 入力の大きさによる  
応答波形の相異

この現象は増巾益に飽和があつても同様に起つて来る。

以上のように制御対象、場合によつては増巾部等の出力の制限が定格、飽和によつて存在する場合、これによつて仕様の値が限定される。前述のサーボ機構の例で、飽和が系に起つていゝる状態では才 6.3 図で推論できるように起ちあがり時間  $T_0$  と飽和回転速度  $N_s$  とは大体次の関係がある。

$$\frac{6N_s}{\pi} \approx \frac{\theta_c}{T_0} \quad (6.11)$$

$\theta_c$  はこの場合の目標値の階段状角度変化である。このサーボモーター及び増巾部の時定数と  $T_0$  とが比較できる程度のものであれば、(6.11) 式右辺の分母  $T_0$  よりそれも時定数を差引いた方が实际的である。(6.11) 式を用いると仕様のうち  $T_0$  が与えられた場合のサーボモーターの最大速度と歯車比との比が得られる。例えば最大入力変化角  $\theta_c = 90^\circ$  のときの起ちあがり時間  $T_0$  を 0.5 秒以内とすると、(6.11) 式より

$$\frac{6N_s}{\pi} > \frac{90^\circ}{0.5}$$
$$\therefore \frac{N_s}{\pi} > 30$$

ここで出力軸に必要なトルクによつて決められた歯車比  $n$  を 100 とすると、

$$N_s > 3000$$

となる。これは仕様より制御対象の特性を決めた例であるが、逆に  $N_s$  が既知の値でそれに対する起ちあがり時間  $T_0$  を決める場合に  $T_0$  は

$$T_0 = \frac{\theta_{c,n}}{6N_s}$$

である。 $\theta_{c,n}$  を最大入力角変化とすると、 $T_0$  は

$$T_0 < \frac{0.1m \cdot \pi}{6 N_s}$$

(6.12)

になる。

以上の例で説明したように制御対象の特性より仕様を、逆に仕様より制御対象を決めなければならないが、これを一般的に説明するのは容易ではなくこれに関する十分な研究が必要である。

ここでは最も簡単と思われる例をあげたにすぎない。

### 制御対象の動特性(伝達函数)と仕様(代表根)との関係

一方、制御対象の動特性に無関係に自動制御系の仕様を決めることはできない。極端な例として20分の時定数をもつ制御対象を含む自動制御系に1秒前後の応答の速さを望むことは無理であることは常識的にわかる。しかし、制御対象の動特性と制御系の仕様とがどの程度であれば妥当であるかを何等かの方法でしるなければならない。

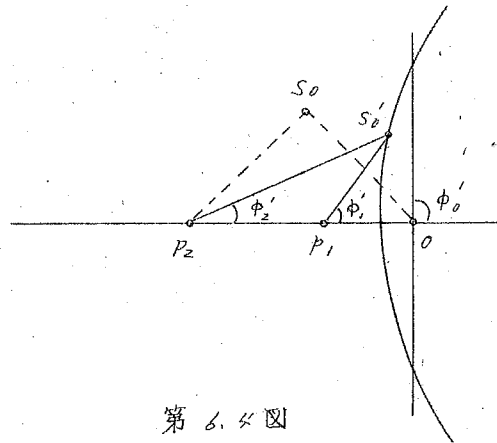
仕様が制御対象の動特性に較べて極端な場合、オケ章で取りあつたような進み、遅れ補償伝達函数では勿論補償できない。即ち、仕様によつて決まる代表根の角周波数 $\omega_0$ に対する補償ベクトルの位相角が異常に大きくなり(特に無駄時間を含む系)進み補償伝達函数を幾多も附加しなければならない。逆に云つて、進み、遅れあるいは遅れ進み補償伝達函数を用いて補償出来る程度の仕様であれば、仕様と制御対象の動特性との関係に無理がないと考えられる。オケ章で、これら自由度2の補償伝達函数による補償の限界を補償計算線図上に示したが、これを根平面上に画くことができれば、仕様により決まつた代表根を根平面上にプロットして、その仕様が無理であるかどうかを判定することができる。上のことは、つまり仕様により決まる代表根の値と制御対象の動特性を表わすところの伝達函数とを対照させその仕様の妥当、不当をしるべることになる。

今、制御対象及びその付属極益が与えられ、その伝達函数が

$$F_o(s) = \frac{K_o}{s(s-p_1)(s-p_2)} \quad (6.1.3)$$

であったとする。又、補償回路、増巾部を含めた部分の伝達函数を  $F_c(s)$  とする。今、 $F_c(s)$  が極、零英を持たないとしてこの系の根軌跡を画くとオ 6.4 図のようになる。即ちこの系の一巡の定常利得を变化

させた場合の閉ループ系の特性根がこの根軌跡上にのみある。この場合、系の各極より根軌跡のノ英 ( $s = s_o'$ ) へのベクトルの位相角の和は次式に示すように  $\pi$  に等しい。



第 6.4 図

$$\angle s_o' - p_0 + \angle s_o' - p_1 + \angle s_o' - p_2 = \pi \quad (6.1.4)$$

ところで、普通仕様により決められた代表根はこの根軌跡上にあるとは限らず、根軌跡の右又は左側に存在する。オ 6.4 図の  $s_o$  で示すように根軌跡の左側に代表根を指定した場合、各極より代表根  $s_o$  へのベクトルの位相角の和は一般に  $\pi$  より大である。即ち

$$\angle s_o - p_0 + \angle s_o - p_1 + \angle s_o - p_2 > \pi \quad (6.1.5)$$

上式の左辺は補償前の系の閉ループ伝達函数、即ち制御対象及びその付属装置の伝達函数  $F_o(s)$  の逆数に  $s_o$  を代入した時の位相角に等しく、したがって (5.1.22) 式の補償ベクトル

の式に対照させると、次の関係が成立することがわかる。

$$\frac{1}{s_0 - p_0} + \frac{1}{s_0 - p_1} + \frac{1}{s_0 - p_2} = \frac{1}{F_c(s_0)} = \pi + \phi_c \quad (6.1.6)$$

上式で  $\phi_c$  はこの系の補償ベクトルの位相角である。(6.1.6) 式を(6.1.5)式に代入すると補償ベクトルは次の条件をもっている。

$$\phi_c > 0 \quad (6.1.7)$$

即ち、補償前の制御対象及びその付属装置の伝達函数より得られる根軌跡の左側に代表根を指定する場合、その時の補償ベクトルの位相角は正となる。その逆に右側に代表根を指定すれば補償ベクトルの位相角は当然負となる。これは云いかえれば、補償前の制御系の開ループ伝達函数の根軌跡の左側に代表根を指定する場合には少なくとも位相を遅らせる補償伝達函数で補償、右側に指定する場合には少くとも位相を遅らせる補償伝達函数で補償を行わなければならないことがわかる。(オ6.5図参照)

これで補償可能な一方の限界がわかったが、更に例えば進み位相の補償伝達函数を用いた場合の上限、遅れ位相の補償伝達函数を用いた場合の下限を知る必要がある。今これを進み補償伝達函数(5.2-4.2)

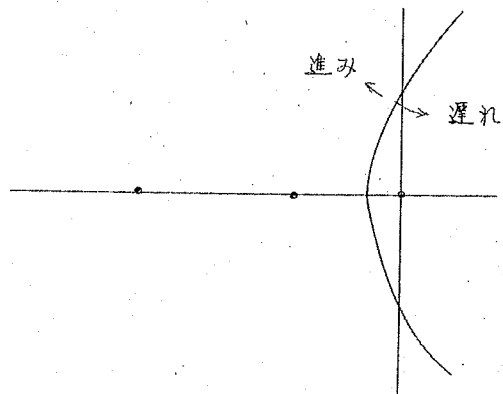
を例にとつて考えよう。

この伝達函数

$$F_c(s) = \frac{p_1}{z_1} \cdot \frac{s - z_1}{s - p_1} \quad (6.1.8)$$

(但し、 $0 > z_1 > p_1$ )

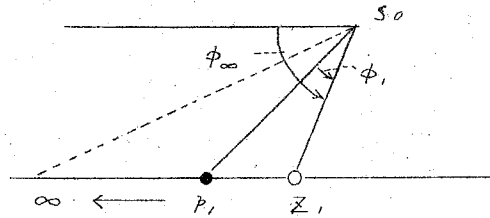
の極、零点を根平面上にプロットしオ6.6図のようになったとする。今、 $s_0$  を指定根とすると(6.1.8)式より



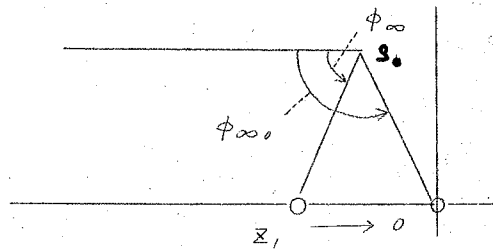
第 6.5 図



$F_c(s_0)$  の位相角はベクトル  $s_0 - z_1$  の位相角よりベクトル  $s_0 - p_1$  の位相角を引いたもの、即ち  $\phi_1$  となる。ここで零実  $z_1$  を固定したまま極  $p_1$  を負実軸上無限遠方に移動させると  $F_c(s_0)$  の位相角は  $\phi_\infty$  となり、これがきめられた  $z_1$  をもつ  $F_c(s_0)$  の最大の位相角となる。次にオ 6.7 図に示すように極  $p_1$  を負実軸上無限遠方においてそのまま零点  $z_1$  を原点方向に移動させると  $F_c(s_0)$  の位相角は  $\phi_\infty$  より更に増加し、 $z_1$  が原点に一致したとき  $F_c(s_0)$



第 6.6 図



第 6.7 図

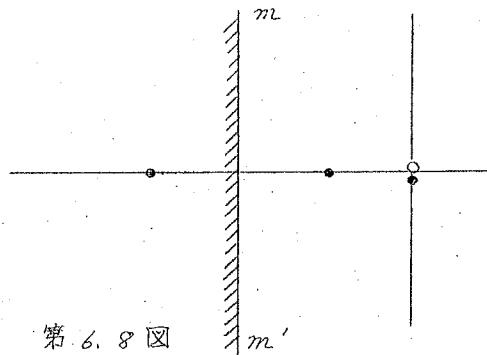
$s_0$  の位相角は最大値  $\phi_\infty$  となる。但しここでは極、零点が虚軸の右半面にあるような伝達函数については考えていない。

したがって進み位相の補償伝達函数で指定根にたいして最大の位相角を持つものは次式のものになる。

$$F_c(s) = K s_0$$

(6.1.9)

上式の伝達函数は実用的でないが、とにかく上式の  $F_c(s)$  が常に最大の位相角を持っていることは間違いない。故に、もしこのような補償伝達函数によつてオ 6.1.3 式で



第 6.8 図

示される補償前の前ループ伝達函数を持つ系を補償したとすると、そのときの根軌跡はオ 6.8 図に示すようになる。

即ち、オ 6.13 式による極の配置（オ 6.5 図参照）に (6.19) 式の零点、つまり原点上の零点を付加して根軌跡を画けばよい。この根軌跡上に指定根を指定する場合、最大の進み位相を与える伝達函数 (6.19) 式で補償を行うのであるからその根軌跡の左側に根を指定してもオ (6.18) 式の形の補償伝達函数 ( $\lambda = \infty$  もふくむ) ではその指定根を系に与えることが不可能である。結局、オ 6.8 図の根軌跡が進み位相の補償伝達函数の補償の限界（上限）となるのである。オ 6.8 図で根軌跡が多く存在する場合には、問題とする限界線としては位相条件が  $\pi$  の根軌跡を選ばなければならない。

次に遅れ位相の補償伝達函数

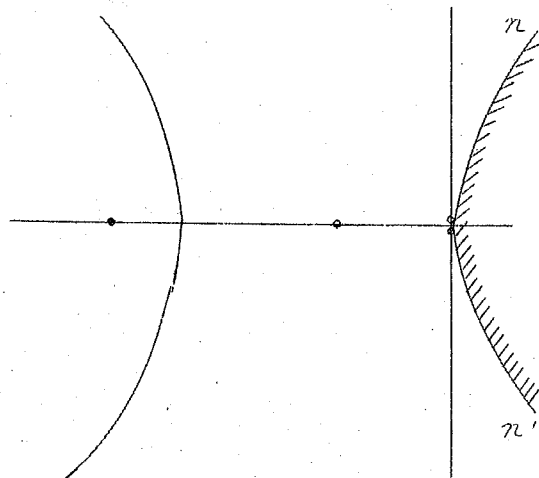
$$F_c(s) = K_c \frac{s - \alpha_1}{s - \beta_1} \quad (6.110)$$

$$\text{但し } 0 > \beta_1 > \alpha_1$$

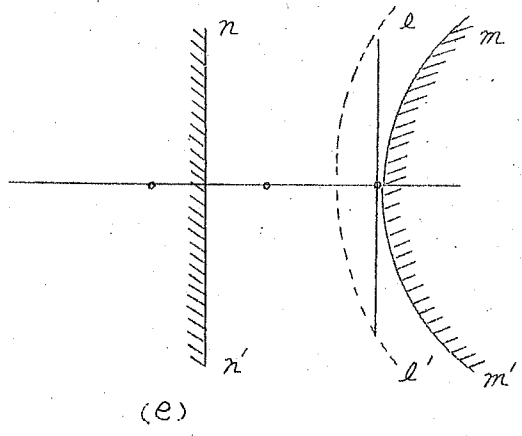
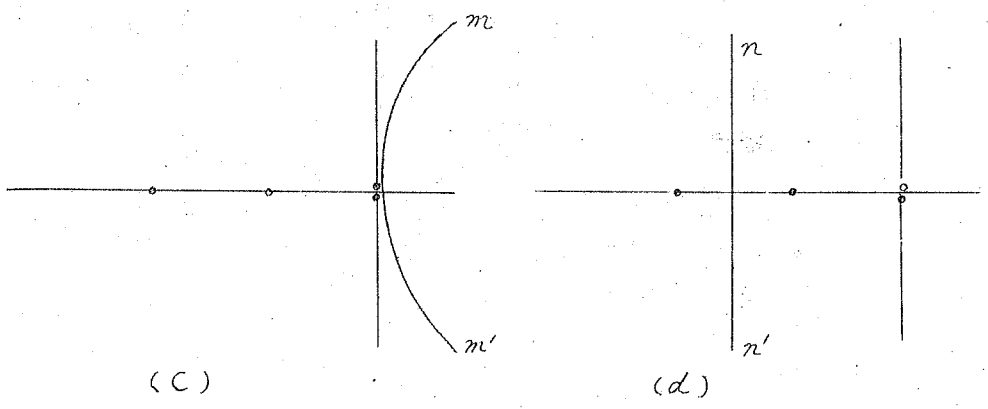
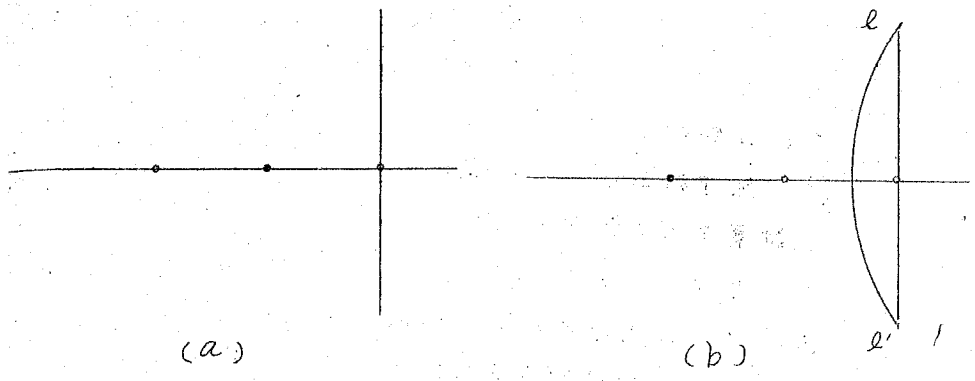
にたいする補償の限界（下限）は次のようになる。前と同様に考えて

$$F_c(s) = \frac{K_c}{s} \quad (6.111)$$

が最も大きな位相遅れを与える形であることがわかる。故に前の例の  $F_0(s)$  の極配置に上式の極、即ち原点に一致する極を加えた場合の根軌跡（オ 6.9 図参照）のうち位相条件  $\pi$  を満足する軌跡  $\pi - \pi'$



第 6.9 図



第 6.10 図 根平面上の補償領域の作図順序

の右側には (6.1.10) 式の形の補償伝達函数 ( $\alpha, \rightarrow \infty$  も含む) によつて代表根を指定することはできないことがわかる。

以上のことより次の手順で特性補償にあつて指定すべき代

表根の指定限界及び領域を、制御対象及び前もつてあたえられている制御要素の伝達函数よりもとめることができる。

(i) 先ず根平面上に補償前の系の閉ループ伝達函数、即ち制御対象及びその付属装置の伝達函数の極、零点をプロットする。

(オ 6.10 図 (a))

(ii) その位相条件  $\pi$  の根軌跡を画く。これは略図でよく勿論利得目盛をつける必要はない。ここで位相条件  $\pi$  の根軌跡上では補償ベクトルの位相角は 0、軌跡の進行方向(利得の増加する方向)の右側では補償ベクトルの位相角は負で左側では補償ベクトルの位相角は正となる。

(オ 6.10 図 (b) 参照; 曲線  $l-l'$ )

(iii) 前記の極、零点に原点上の極を 1 つ追加して位相条件  $\pi$  の根軌跡を画く。(オ 6.10 図 (c) 参照; 曲線  $m-m'$ )

(iv) (i) の極、零点に原点上の零点を 1 つ追加して位相条件  $\pi$  の根軌跡を画く。(オ 6.10 図 (d) 参照; 曲線  $n-n'$ )

(v) 以上の各軌跡を根平面上に画く。(オ 6.10 図 (e))

同図で  $l-l'$  と  $m-m'$  ではさまれた領域は極、零点を一つづつもつ位相遅れ補償伝達函数による“代表根の指定可能領域”  $l-l'$  と  $n-n'$  とではさまれる領域は極、零点を一つづつ持つ進み位相の補償伝達函数による“代表根の指定可能領域”となる。オ 9 章で説明するような遅れ一進み補償伝達函数は進み位相及び遅れ位相の補償伝達函数の両方の機能を有しているのでその代表根の指定領域はオ 6.9 図 (e) で  $m-m'$  と  $n-n'$  にはさまれた部分となる。

上で得られた代表根の指定領域内に根を指定して補償伝達函数によつてそれを与える場合、利得調整を併用しなければならない時がある。即ち上で考えたのはたゞ補償ベクトルの位相角の面についてだけで、その大きさはついては全く考えなかつた。しかしこれは利得の調整によつてそのベクトルの大きさを適当に与えることが出来るのを前提としたに外ならない。S 2-1

S2-2, S2-3の補償伝達函数はもともと利得調整が一つの自由度として与えられているが、S2-4の補償伝達函数は利得調整を自由度の1つとして持っていないので外より与えなければならない場合がある。

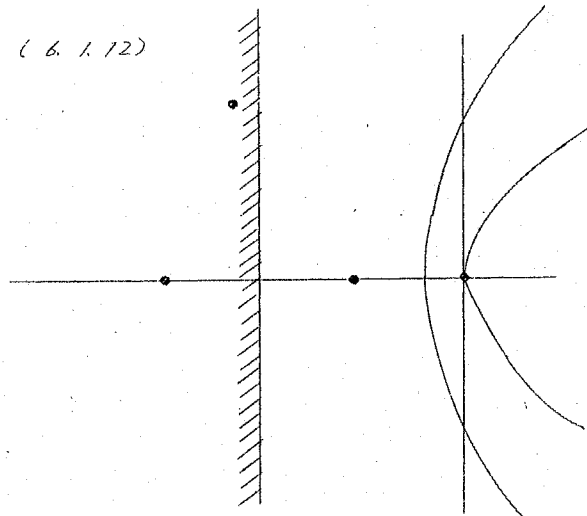
ところで、オ6.11図(8)で示したような代表根の指定可能領域の限界附近又はその領域外では極、零点を1つずつ持つ補償伝達函数では實際上補償が不可能になる。特に応答速度を大きくするために代表根の角周波数 $\omega_0$ を大きくする場合、オ6.11の図(e)の最左端の限界線近くか又はこれを出る場合がある(オ6.11図参照)このような場合にはこの限界線を更に左側に移動させればよい。

今、オ6.12図で一つの極 $p_1$ を $p_1'$ に移動させたとすれば新しい代表根の指定限界のうち左端の限界線は $p_1'$ と $p_2$ とをむすぶ線分の垂直二等分線 $\sigma-\sigma'$ となり、前の限界線 $\sigma-\sigma_1$ が左側に移動し、結果的に代表根の指定領域が左側にひろがったことになる。

このように一つの極を左側に移動させるにはこの系の伝達函数に

$$F_n(s) = K_c \frac{s - p_1'}{s - p_1} \quad (6.12)$$

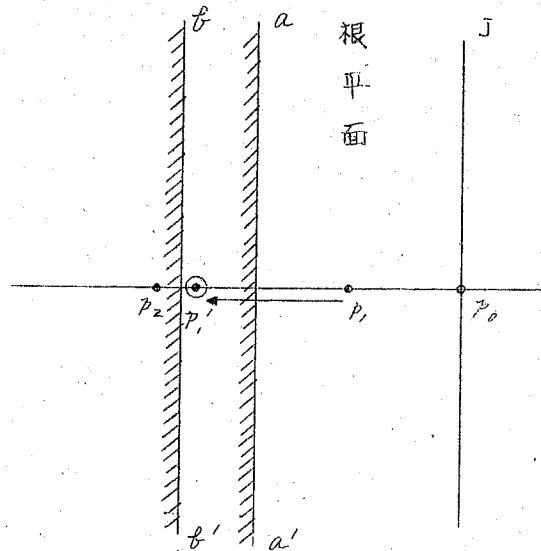
但し $|p_1'| > |p_1|$ の伝達函数を直列に挿入したことに同じである。そうすると、既存の極 $p_1$ を新しい伝達函数の零点 $p_1'$ で打ち消し、その代り、その伝達函数の極を新しい系の極として与えたことになる。



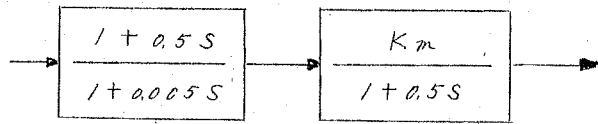
第6.11図

この方法を  
Cancellation method  
(消去法)と呼ん  
でいる。

この場合、消去  
に用いた伝達函数  
と、消去をほどこ  
した系に代表根を  
与えるに必要な補  
償伝達函数との積  
が実際に要求され  
る補償伝達函数  $F_c$   
( $s$ )となる。理論  
的にはこの方法で  
代表根の指定領域  
をいくらでも広げ  
ることができる。  
しかしそれは実際  
的には不可能であ  
る。



第 6.12 図



第 6.13 図

例えば、電機子回路電圧と回転速度との間に

$$F_m(s) = \frac{K_m}{1 + 0.5s}$$

の伝達函数を持つ電動機に直列に

$$F_n(s) = \frac{1 + 0.5s}{1 + 0.005s}$$

の消去のための伝達函数を持つ回路を挿入した場合(オ 6.13  
図参照)、理論的には全体の伝達函数は

$$F_n(s) \cdot F_m(s) = \frac{K_m}{1 + 0.005s}$$

(1.26)

となるが、実際には電動機及び結合のための増巾巻には飽和特性があり、更に又、 $F_{nl}(s)$  を求める場合に度々消略する電氣的な遅れがあつて上式のようにはやい応答にはならない。同時に、系内又は系外よりのノイズを増大させる傾向をもつていて定常特性をも不安定にする。したがつて(6.1/2)式のような消去のための伝達函数  $F_{nl}(s)$  の極と零位の比は経験上

$$\frac{p_i}{z_i} < 1.0$$

とするのが普通である。

## 6.2 補償伝達函数及びその回路の種類の実用上の制限

補償伝達函数はその自由度の数によつて無限に存在し、理論的には前節で説明した消去法によつて閉ループ伝達函数の極、零点を思うように配置しかえて望むままの特性を得ることが出来る。

しかしながらその消去法の効果が系内の各要素の飽和等の非線型特性、及び伝達函数の近似性等により十分に表われない場合が少なくないということはすでに述べたが、更に補償伝達函数の自由度を増加した場合、必然的にそのための補償回路の素子が増加し回路及び補償の種類によつては非常に不経済になることがある。したがつて実用的補償伝達函数の種類は第4章で説明したようないくつかの種類に限られる。普通多く用いられる補償伝達函数は  $S^2-1$  (P-D),  $S^2-2$  (P-I),  $S^2-4/1$  (遅れ回路)

$S^2-4/2$  (進み回路),  $P^2-1$  等の自由度2の補償伝達函数及び第9章で説明するようないわゆる遅れ進み補償伝達函数(自由度3~4)等である。このような限られた補償伝達函数で特性補償を行う場合、指定根は指定した通りに与えられたその根の留数は大体代表根の留数条件を満足するが、その留数の値をも指定したりするには自由度の数が足りない。しかしながら与えられた仕様通りに確実に特性設計を行う必要は実際にはなく、ある誤差範囲内(10%~20%, 場合によつては30%)に入るような設計がよく、又与えられる仕様自体がある範囲で示される場合が

多いので前述のような補償伝達函数による特性設計で充分であり、時によつては、例えば補償の範囲を広げたい場合には1回程度の消去法を適用することによつて充分目的を達せられることが多い。

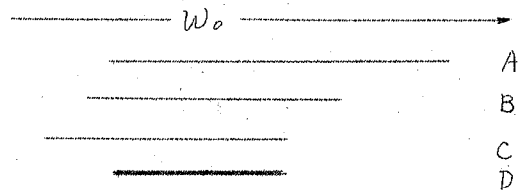
### 6.3 実際の特性設計の手順

第5章で述べた代表根指定法による設計原理の説明においては、代表根  $S_0$  が設計仕様によつて明確にきめられているとしてきた。しかし実際の設計においては必ずしもそうではない。

例えばサーボ機構においてその応答速度は大きければ大きい程よいが、それと同時に目標値に共存するノイズを阻止することも要求され、したがつてこの系の代表根の角周波数はそれぞれの条件を満たすような範囲内にえらぶことになる。つまり一般に仕様はある範囲で示される場合が多い。

次に6.1で詳しく説明したように制御対象の定格、飽和特性、動靱性等により決まるゆるし得る仕様の範囲が存在する場合が少くない。更に又、5.3.1で説明したように実用的な補償伝達函数にはそれぞれ補償可能な限界が存在しており、これが仕様に制限を加える。このようにある範囲で与えられた仕様のうち制御対象の特性及び補償伝達函数の実用性の2つの条件を考慮してこれに適應する更に限られた範囲の仕様で特性設計を行わなければならない。

例えば、オ6.14図に示すように代表根の  $\omega_0$  を一定として  $\omega_0$  についてAのような与えられた仕様の範囲があり、一方前述のように制御対象からの仕様の制限B、及び補償伝達函数の補償の範囲Cが存在すると、実際



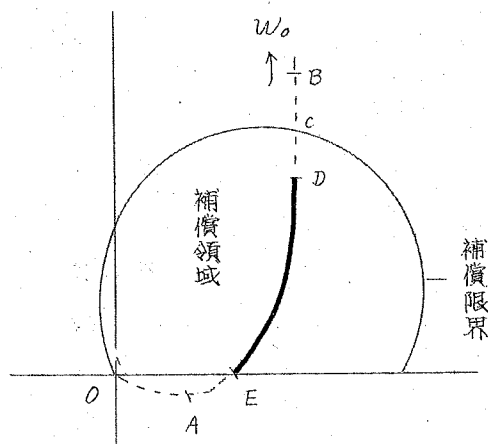
- A: 与えられた仕様
- B: 制御対象よりの仕様の制限
- C: 補償伝達函数の補償範囲
- D: 実際の特性の指定範囲

第6.14図



に系の特性として指定しうる  $w_0$  の範囲は  $D$  のようになる。このようにして得られた  $w_0$  の範囲  $D$  内の  $w_0$  について特性設計を行わなければならない。

このためには  $\omega$  の値を一定にして  $w_0$  を変えた場合の補償ベクトルの軌跡(以下これを補償ベクトル軌跡と云う)があれば便利である。例えばオ 6.15 図で点線まこの補償ベクトル軌跡とする。



第 6.15 図

この軌跡上で  $A \sim B$  間が仕様より決められ

た  $w_0$  の範囲,  $O \sim D$  間が制御対象よりの仕様の制限の結果決められた  $w_0$  の範囲,  $E \sim D$  間が補償伝達函数の補償範囲に対応する  $w_0$  の範囲とすると、この補償伝達函数によつて実際に指定できる代表根の  $w_0$  の範囲は  $E \sim D$  間になる。この範囲が存在しない場合には指定されている仕様を変更するか、できれば制対象を検討してそれ自体の特性を改善させることを考えなければならない。

次に、この範囲内で指定根が代表根の条件を満しているような  $w_0$  の最大値が最も望ましい値であるが、これを知るためにはそれぞれの現象角周波数  $w_0$  についてそれぞれ補償伝達函数のパラメータを計算し、その結果に対してそれぞれ留数計算を行わなければならない。しかし、幸にして、本方法においてはすでに 2.4 節で詳しく述べたように留数計算を簡単に行うことができ、又後述めような対数補償計算線図の使用によつて各補償伝達函数のパラメータの計算は極めて簡単になる。したがつて、各  $w_0$  に対する設計結果の制御系の留数(実際にはその逆数)を軌跡に画

き、これを代表根の留数条件を満す限界を示す図(オ 2.2 5 図参照)と対照することによつて、条件を満す範囲内での最大の $\omega_0$ を決定し、それに対する補償伝達函数のパラメータの値から補償回路の各素子の定数値を求めればよい。

このような実際の事情に適合する設計の原則的な手段を示せば次の通りである。

- (1). 設計仕様(行き過ぎ量、 $M_p$ )より $\gamma_0$ を決定し、これを一定値とする。普通 $\gamma_0$ の値を0.3, 0.4, 0.5, 0.6に選ぶ。
- (2). 同じく仕様(応答速度、即ち起ちあがり時間、遮断周波数)より $\omega_0$ の範囲を決める。
- (3). 制御対象等、補償前の要素の定格、飽和特性より応答速度の限界をもとめ、これより $\omega_0$ の限界をもとめる。
- (4). 根平面上に代表根指定可能領域をもとめる。
- (5). (4)より得られた指定可能領域と(1)(2)及び(3)で得られた指定根 $s = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0$ の範囲とを比較し、仕様が制御対象の特性にくらべて極端なものでないことを確かめ、かつ仕様の実現させうる補償伝達函数の種類を決定する。(7)で補償伝達函数を決めてもよい。
- (6). 減衰度 $\zeta$ を(1)で決めた値に保つたまま $\omega_0$ を変えて補償ベクトルの軌跡を描く。
- (7). 補償ベクトル軌跡と(5)で決めた補償伝達函数の指定減衰度 $\zeta$ に対する補償限界とを対比し、その補償伝達函数によつて補償の可能性のある $\omega_0$ の範囲を求める。この範囲と(2)(3)でもとめた $\omega_0$ の範囲より、これらの各条件を満足する新しい $\omega_0$ の範囲を決定する。又、ここで描いた補償ベクトル軌跡と各補償伝達函数の補償限界とを対比して補償に用いるべき補償伝達函数の種類を決めてもよい。

以上が設計仕様の処理の段階である。

- (8). (7)で決められた $\omega_0$ の範囲に対して各 $\omega_0$ の値に対する補償伝達函数のパラメータの値を補償公式又は補償計算線図を用

いて求める。

- (9) 前項と同様の  $\omega_0$  の範囲に対してそれぞれ留数の逆数  $1/A_0 e^{j\phi_0}$  を計算し、これを複素平面上の軌跡として描く。
- (10) 代表根の留数限界図(オ 2.24 図参照)と留数の逆数軌跡とを対比して代表根の条件を満たす範囲内で最大または最適の  $\omega_0$  の値を決定する。
- (11) 決定した  $\omega_0$  の値に対する補償伝達函数のパラメータの値から補償回路の実際の諸定数を算出する。
- (12) もし明確な応答を知る必要がある場合には、応答経過を実際に求め結果の検討とする。

以上の手順の各項目についてそれぞれ説明を付け加えよう。

まず(1)項は既に3.1の1, 3.2の2において述べたとおりであり又(2)項も3.1の2, 3.2の1,3で説明したとおりである。

(3)項は6.1の前半で説明したが、問題とする制御対象の最大出力時の動特性(普通、インパルス又は階段状入力信号に対する過渡応答)を実験的にもとめ、これより実際上の最も遅い起ちあがり時間  $T_{0\max}$  を推定して後、3.1の2(3.1.4)式で  $\omega_0$  を計算する。そうすると指定する代表根の角周波数  $\omega_0$  は **大体**

$$\omega_0 > 2/T_{0\max} \quad (6.3.1)$$

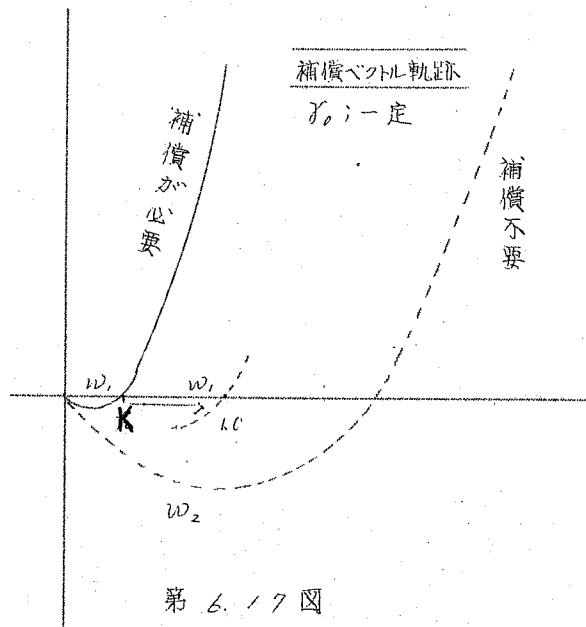
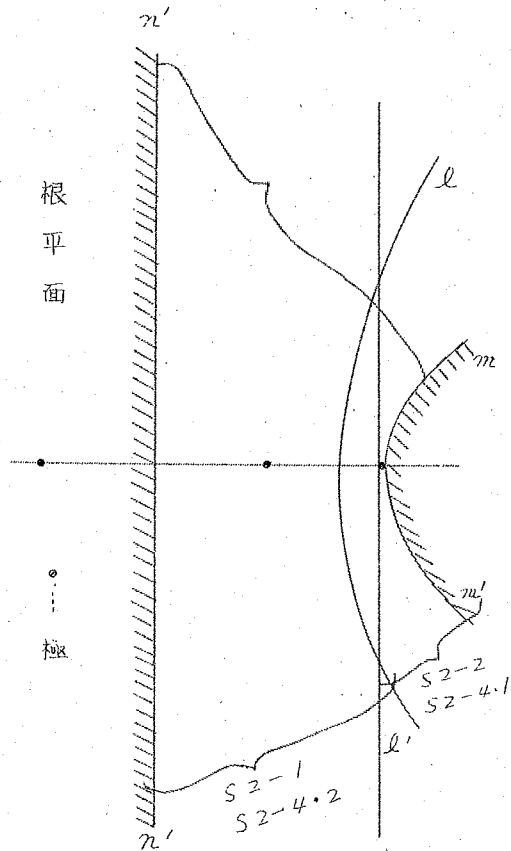
と考えてもよい。

(4)項は6.1の後半で説明した。

(5)項で補償伝達函数の種類を決定するのであるが、オ 6.16 図で  $l-l'$  と  $n-n'$  でかこまれた部分では  $S^2-1(P-D)$ ,  $S^2-4.2$  の補償伝達函数,  $l-l'$  と  $m-m'$  でかこまれる部分では  $S^2-2(P-1)$ ,  $S^2-4.1$  の補償伝達函数,  $n-n'$  と  $m-m'$  でかこまれる部分では補償伝達函数で代表根の指定が可能である。  
自由度が3又は4の繰れ-進カ

(6)項の補償ベクトル軌跡は主として(7)項および(8)項の手

順、即ち、補償伝達函数の補償限界による指定根の角周波数 $\omega_0$ の最大限および各 $\omega_0$ に対する補償伝達函数の各パラメータの値を求めるために描くのであるが、それ以外に、定常特性設計によって決まった一巡定常利得をもつ補償前(動特性設計前)の自動制御系の性度を知り、動特性設計の方針を定める上に役立つ。例えば、減衰度を指定減衰度 $\gamma_0$ で一定として現象角周波数(代表角周波数) $\omega_0$ を変化させて描いた補償ベクトル軌跡がオムクロ図の実線のように実軸上 $0$ と $\infty$ の間で交っている場合には、この系の減衰度は補償を行なわない限り、指定減衰度 $\gamma_0$ には達しない。従つて、指定された仕様を満たすためには何等かの補償が必要であることが判る。なお、この際、補償ベクトル軌跡と実軸との交点の座標が $(K, 0)$



第 6.17 図

(但し  $0 < K < 1$ ) であり、またその点の角周波数目盛が  $\omega_1$  であつたとすれば、その自動制御系の一巡定常利得を  $K$  倍することによつて指定減衰度  $\gamma_0$  をもたせることができ、そのときの現象角周波数は  $\omega_1$  となる。したがつて減衰度だけ指定されていて現象角周波数は任意であるような場合の特性設計はこのような利得調整だけで完了することがある。これに対して、オムノク図の点線のように補償ベクトル軌跡が実軸上より大きいところを通る場合には、減衰度の値は補償を行わなくても指定減衰度  $\gamma_0$  より大きいはずである。したがつて  $\omega_c$  の値に対する注文があつていない限りは強いて補償及び調整を行う必要はない。なお、この際の現象角周波数は、補償ベクトル軌跡上において  $1 + j\gamma_0$  の点に最も近い点に相当する角周波数  $\omega_2$  と略々等しくなる。このようにして推定される現象角周波数が仕様を満足できない場合にはもちろん補償を行わなければならない。

補償ベクトル軌跡を画くため各  $\omega_0$  について補償ベクトルを (5.1.2.2) 式で計算しなくてはならない。例えば補償前の制御系の一巡伝達函数  $F_0(s)$  が

$$F_0(s) = \frac{K_0 (1 + s/\omega_{s1})}{s (1 + s/\omega_{s2}) (1 + s/\omega_{s3})} \quad (6.3.2)$$

であつたとすると、補償ベクトルは (5.1.2.2) 式より

$$g_c e^{j\phi_c} = \frac{S_0 (1 + S_0/\omega_{s1}) (1 + S_0/\omega_{s2}) (1 + S_0/\omega_{s3})}{K (1 + S_0/\omega_{sa}) e^{j\pi}} \quad (6.3.3)$$

となる。ここで  $S_0$  は  $j\omega_0 (1 + j\gamma_0)$  で表わしているから上式は

$$g_c e^{j\phi_c} = \frac{j\omega_0 (1 + j\gamma_0) \cdot (1 + j\frac{\omega_0}{\omega_{s1}} (1 + j\gamma_0)) (1 + j\frac{\omega_0}{\omega_{s2}} (1 + j\gamma_0)) (1 + j\frac{\omega_0}{\omega_{s3}} (1 + j\gamma_0))}{K (1 + j\frac{\omega_0}{\omega_{sa}} (1 + j\gamma_0)) e^{j\pi}} \quad (6.3.4)$$

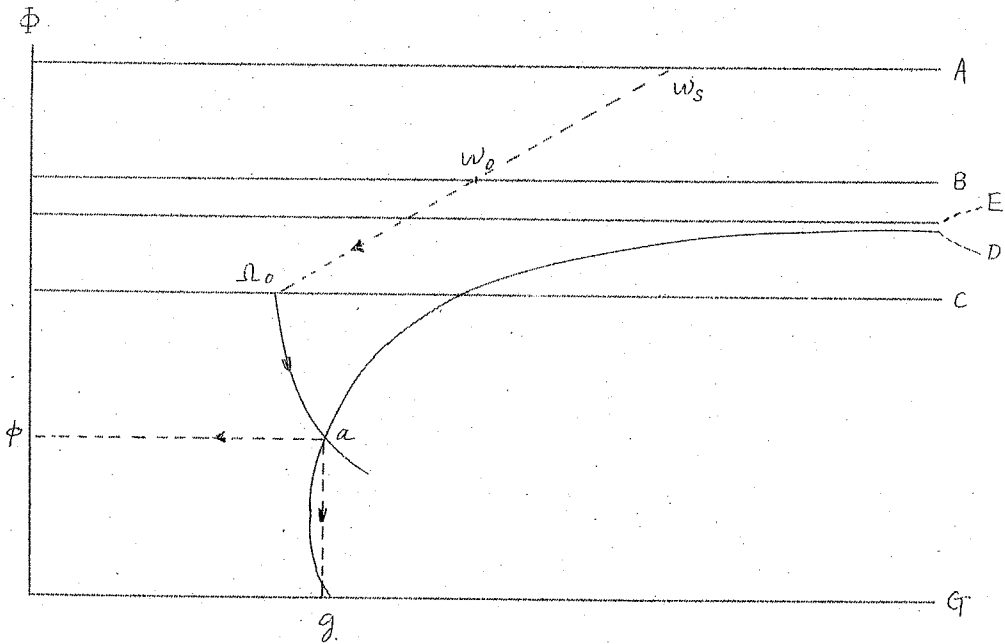
に書き直すことができる。上の計算は各因数についてまず計算を行い、これを大きさと位相角で表わし、後に 6.3.4 式に代入して

$g_0$  と  $\phi_0$  とを別々に計算する。各因数の計算は第 6.18 図の計算図を用いれば便利である。この使用法を説明し、(なおこの計算図)の作成方法はここでは省略する)

まず

$$(1 + S_0/W_S) = (1 + j \frac{W_0}{W_S} (1 + j\delta_0)) = g \angle \phi \quad (6.3.5)$$

で  $W_0$ ,  $W_S$ ,  $\delta_0$  にたいする  $g$ ,  $\phi$  (度) を求める方法について説明する。第 6.18 図に於いて A 尺上に  $W_S$  (又はその逆数の  $T_S$ ) B 尺上に  $W_0$  をとり  $W_S$  の点と  $W_0$  の点とをむすぶ直線を延長させて C 尺上  $\Omega_0$  で交わる。



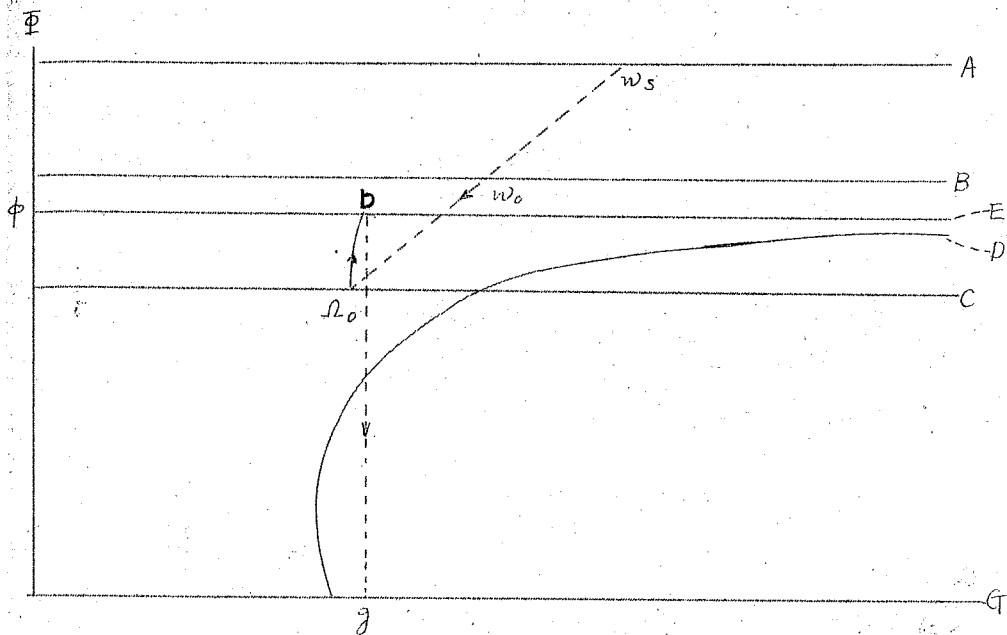
第 6.18 図

次に  $\Omega_0$  を通る目盛線と与えられた  $\delta_0$  の値に対する D 線との交点を  $a$  とすると点  $a$  の G 軸上の投影点の読みが  $g$ 、点  $a$  の至軸上の投影点の読みが  $\phi$  である。

次に

$$\frac{S_0}{W_S} = j \frac{W_0}{W_S} (1 + j\delta_0) = g \angle \phi \quad (6.3.6)$$

で  $w_0$ ,  $w_s$ ,  $\gamma_0$  に対する  $\gamma$ ,  $\phi$  を求める方法について説明しよう。



第 6.19 図

才 6.20 図に於いて A 尺上に  $w_s$ , B 尺上に  $w_0$  をとり、それぞれの点をむすびその延長線と C 尺が  $\Omega_0$  で交ったとする。(ここまでは前述の場合と同様) 次に  $\Omega_0$  を通る目盛線と E 線 (D 線の漸近線) との交点を  $b$  とすると  $b$  点の  $\Gamma$  軸への投影点の読みが  $\gamma$ , 歪軸への投影点の読みが  $\phi$  となる。

又 (6.33) 式の因数の中に 2 次式

$$1 + \frac{2.5}{w_n} S_0 + \left(\frac{S_0}{w_n}\right)^2 \quad (6.37)$$

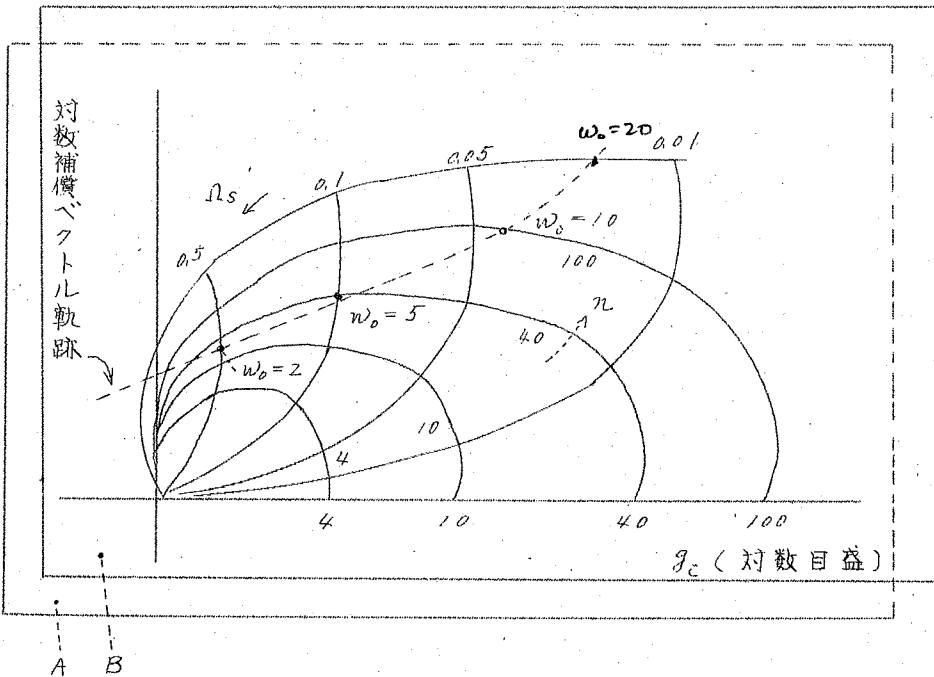
の形がある場合、これを

$$\left(1 + \frac{S_0}{w_n/2.5}\right) + \left(\frac{S_0}{w_n}\right)^2 \quad (6.38)$$

に分け、才 1 項及び才 2 項を計算図で別々に計算し後で加え合わせればよい。

なお、補償ベクトル軌跡は実際には(7)項及び(8)項と関連するので、対数平面(横軸:  $\log \eta_c$ , 縦軸:  $j\omega_c$ )上に描いておく方が便利である。この軌跡を対数補償ベクトル軌跡と呼び、以下実用にはもっぱらこれを利用する。

(7)項および(8)項で補償が可能な $w_0$ の範囲及びその範囲内のいくつかの $w_0$ の値に対する補償伝達函数のパラメーターの値の決定が行われるが、その際補償ベクトルがノに比べて極めて小さい時には読みとりの誤差は甚しく大きくなるおそれがある。これを避けるためには、補償計算線図を対数平面に写像しておく<sup>11)</sup>が実用的である。このように補償計算線図を対数平面に写したものを“対数補償計算線図”と呼ぶことにする。



第 6.20 図

S2-4.2 の対数補償計線図の使い方

A: 計算線図

B: 対数補償ベクトル軌跡を画いた方眼紙



対数補償計算線図はあらかじめ個々の補償伝達函数について簡便の減衰度に対するものをそれぞれ準備しておくことが望ましいが、実際にはわずかの種類の線図によつて種々の場合に適用できるように工夫することが出来る。対数補償計算線図の作り方及び使用法については次章に於いて詳しく述べてある。この対数補償計算線図を用いる場合には、これと対照する必要上、対数補償ベクトル軌跡を用いなければならぬことは勿論である。

(6)、(7)、(8) 項の手順を実際に行う場合、次のようにすれば便利である。

まず、(5) 項において決められた補償伝達函数に対する対数補償計算線図のうち(1)で決めた  $\omega_c$  に対するものを用意しておく。

次に、これらの対数補償計算線図と同一の対数目盛をもつ半透明な片対数方眼紙の上に対数補償ベクトルを描き、これを前に用意した対数補償計算線図の 互の座標軸が合致するように 上に重ね、補償限界内にあるいくつかの  $\omega_0$  に対してその点を通る二本の目盛線より2つのパラメータの値を読み取り、これを記録しておけばよい。

例えばオ6.20 図はオ5.4表に示した  $SZ-4.2$  の補償伝達函数の対数補償計算線図に対数補償ベクトル軌跡を描いた方眼紙を重ねたところを示したものである。

これによると、~~この補償伝達函数によれば~~補償できる  $\omega_0$  の範囲は  $1 \text{ rad/sec} < \omega_0 < 20 \text{ rad/sec}$  であり、またその範囲内の  $\omega_0$  に対して補償伝達函数の自由度の1つである  $\Omega$  の値は直ちに読みとることができ、また他の自由度に相当する  $\omega_s$  は線図より読みとつた

$\Omega_s$  の値より  
 $\omega_s = \Omega_s / \omega_0$  で  
直ちに計算することができ、結果としてオ6.1表が得られる。

$\omega_0$ (rad/sec)	2	5	10
$\Omega$	30	40	100
$\Omega_s$	0.5	0.1	0.045
$\omega_s (= \Omega_s \omega_0)$ (rad/sec)	1.0	0.5	0.45

第6.1表

オ(9)項の留数の計算法は2.4に於いて詳しく述べた。ところで、補償後の伝達函数  $F(s)$  は補償前の開ループ伝達函数  $F_0(s)$  と補償伝達函数  $F_c(s)$  との積である。即ち

$$F(s) = F_0(s) \cdot F_c(s) \quad (6.3.9)$$

したがって(2.4.12)式又は(2.4.12')式で留数の逆数を計算する場合、それぞれの式の右辺を  $F_0(s)$  に相当する項と  $F_c(s)$  に相当する項とに分離させとおくことと便利である。即ち今、 $F_0(s)$ 、 $F_c(s)$  を夫々

$$F_0(s) = \frac{K_0}{s(1+s/\omega_{s1})(1+s/\omega_{s2})} \quad (6.3.10)$$

$$F_c(s) = \frac{1+s/\omega_{sc}}{1+s/\omega_{sc}} \quad (6.3.11)$$

とし、この制御系の指定根を  $s_0$  とすると(2.4.10)(2.4.12)式に対照しながらこの場合の留数の逆数は次のように得られる。

$$\frac{1}{A} e^{-j\phi_0} = \underbrace{1 + 2 - 0 - \left( \frac{1}{1+s_0/\omega_{s1}} + \frac{1}{1+s_0/\omega_{s2}} \right)}_{F_0(s) \text{ に対応}} + \underbrace{-1 + \frac{1}{1+s_0/\omega_{sc}} - \frac{1}{1+s_0/\omega_{sc}}}_{F_c(s) \text{ に対応}}$$

(6.3.12)

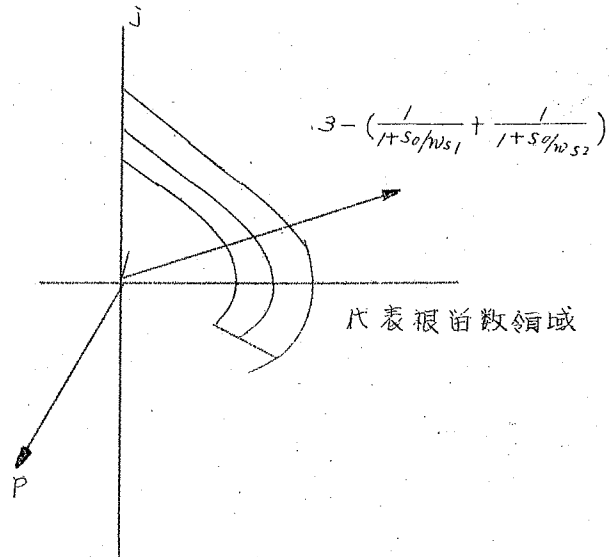
上式右辺のオ1項は  $F_0(s)$  に対応する項で、その括弧の中の  $\frac{1}{1+s_0/\omega_{s1}} - \frac{1}{s+s_0/\omega_{s2}}$  は補償ベクトルの計算の際、~~計算を~~計算をしている筈であるから、その項の計算は容易である。したがって残りの  $F_c(s)$  に対応するオ2項の計算だけが最初から行わなければならない計算であるがそれもオ6.17図の計算図を用いれば簡単である。

又、2.4に於いても述べたように(6.3.12)式の  $\frac{1}{A} e^{-j\phi_0}$  のうち、オ1項目の  $F_0(s)$  に対応するベクトル分を前もって計算しておき、これと代表根の留数限界図と比較して、特性設計の難易を特性設計前に論ずることが出来る。例えば(6.3.12)

式の第一項

$$3 - \left( \frac{1}{1+s_0/n s_1} + \frac{1}{1+s_0/n s_2} \right) \quad (6.2.13)$$

を代表根の留数限界に対応させてみて、オ 6.2.1 図のようにその限界近くにある代表根  $s_0$  を指定するような特性設計は普通容易であるが、その  $F_0(s)$  に対応する項ベクトルが  $\vec{OP}$  のように限界をはなれている場合、指定した根  $s_0$  が代表根になるような特性設計は困難である。このようなことは  $F_0(s)$  が複素極を有して



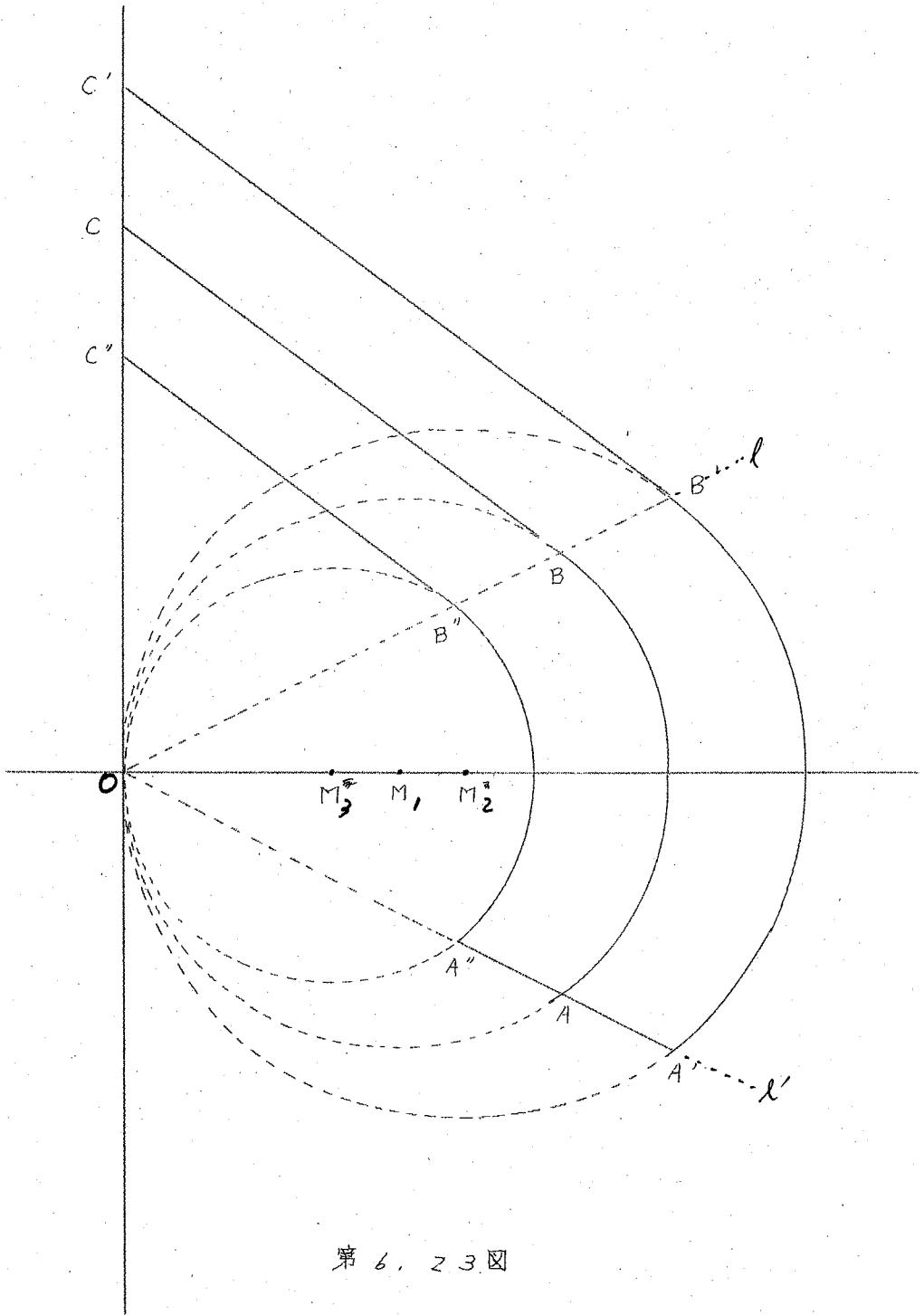
オ 6.2.2 図

てその極近くに根を指定する場合に起つて来る。

オノの項で主に用いる代表根の留数限界図については 2.3 で詳しく述べたが、ここで実用に便利ないようにその作図法、使用上の注意を箇条書にしておく。

まずその作図の順序は次の通りである(オ 6.2.2 図参照)

- (i) 複素平面の実軸上、 $\frac{1}{1.2}$  に中心をもち、半径  $\frac{1}{1.2}$  の円  $M_3$  を画く。
- (ii) 複素平面の実軸上、 $\frac{1}{0.8}$  を中心にもち、半径  $\frac{1}{0.8}$  の円  $M_2$  を画く。
- (iii) 複素平面の実軸上、 $1$  を中心にもち、半径  $1$  の円  $M_1$  を点線で画く。



第 6, 23 图

(iv) 原点より実軸と  $\pm \tan^{-1} \gamma_0$  の角度をなす直線  $o-l'$  及び  $o-l$  を引き円  $M_1, M_2, M_3$  との交点をそれぞれ  $A, A', A''$ ,  $B, B', B''$  とする。

(v) 点  $B, B', B''$  でそれぞれ円  $M_1, M_2, M_3$  に引いた切線と縦軸との交点をそれぞれ  $C, C', C''$  とする。

(vi)  $A', B', C', C'', B'', A''$  でかこまれる部分を代表根の重数の領域とする。

2. 上の後半で説明したように根平面上で留数を計算しても近似的ではあるが簡単である。その場合にはオズ 2.9 図に示した根平面上での代表根の留数限界図を用いれば前述の事項をそのまま適用できる。

## 第7章 対数補償計算線図

前節 6・3 で説明したように補償計算線図によつて設計を行う場合、読み取りの精度をあげ、また線図を実際使用する上での便宜を得るために、それを対数平面に写像したいわゆる対数補償計算線図を用意した方がより実用的である。

補償計算線図は各補償伝達函数について、また必要な減衰度の値についてそれぞれ用意して必要があるが、対数補償計算線図にしておくと、その線図は同種類の曲線で構成されるようになるため、比較的僅かの種類の線図を用意しておくだけで広範囲に利用できるようにすることも可能であり、更に多少の準備がなされておれば随時必要に応じて対数補償計算線図を作成することも容易である。ここでは対数補償計算線図の作成法とその使用法について詳述する。

### 7・1 対数補償計算線図の作成法

一般に、あるベクトル量を  $\bar{z}$  とすると、これは次のように表示することができる。

$$\bar{z} = x + jy = g e^{j\phi} \quad (7.1.1)$$

$$\text{但し } g = |\bar{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

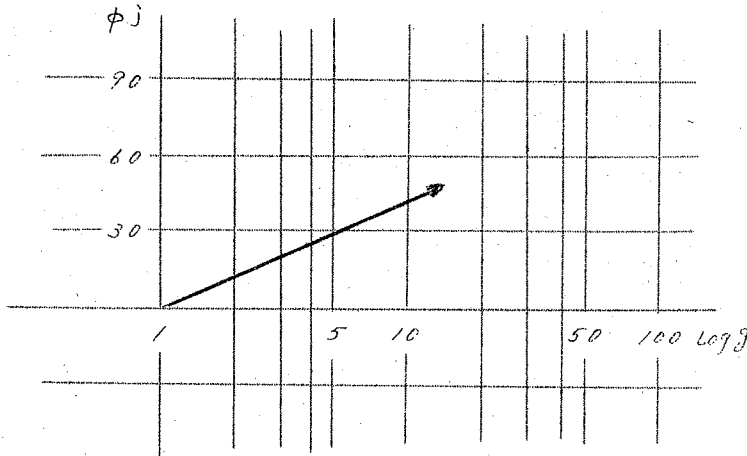
$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

このベクトル  $\bar{z}$  は  $x$  を実軸、 $y$  を虚軸とする複素平面上で表示することができる。このような複素平面を  $x-y$  平面と呼ぶことにする。ここで (7.1.1) 式の両辺の対数をとると

$$\ln \bar{z} = \ln g + j\phi \quad (7.1.2)$$

となり、 $\ln \bar{z}$  も一つのベクトルとして実軸に  $\ln g$  を、虚軸に

$\phi$ をとった複素平面上で表示できる。このような平面を複素対数平面または  $\ln g - \phi$  平面と呼ぶことにする。さらに、この際オク、ノ図のように横軸の目盛を  $g$  に対する対数目盛としておいても、そこで表示されるベクトルの長さおよび位相角は  $\ln g - \phi$  平面上に表示された場合と全く等しいはずである。このような目盛を附した複素対数平面を  $g - \phi$  平面と呼ぶことにする。この平面



第 2 / 図  $g - \phi$  平面とその平面上的ベクトル  $g \in \phi$

上ではベクトルの大きさ  $g$  と位相角が判れば直ちにそれをプロットすることができる。また、一般に対数平面上ではベクトルの乗除算は加減算として行うことができるほか、すでに述べたような実用上の便宜が得られる。なお、前節で述べた対数補償ベクトル軌跡もこのような複素対数平面 ( $g - \phi$  平面) 上に描いた対数ベクトル軌跡であることは言うまでもない。

以下、対数補償計算線図の作り方および目盛線の性質ないし描き方について具体的に述べよう。

すでに 5・2 で求めたように各補償伝達函数の補償公式は補償ベクトルの大きさ  $g_c$  とその位相角  $\phi_c$  を変数とする二元連立方程式であると考えてもよい。したがって、これらの連立方程式の

うち一方の式においてその中のパラメーターを適当な値に定めたとすると、その式は  $g_c - \phi_c$  平面上の一本の曲線を示すことになる。その曲線が 5・2 で定めた各パラメーターの値に相当する目盛線に他ならない。

例えば、オ 5・2・1 表の 52-1 の補償伝達函数に対する補償公式は次の通りであつた。

$$w_s = w_c (\gamma_0 + \cot \phi_c) \quad (7.13)$$

$$g_c = g_c (\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c) \quad (7.14)$$

ここで

$$w_s / w_c = \Omega_s \quad (7.15)$$

とおくと、(7.13) 式は次式のようになる。

$$\Omega_s = \gamma_0 + \cot \phi_c \quad (7.16)$$

または

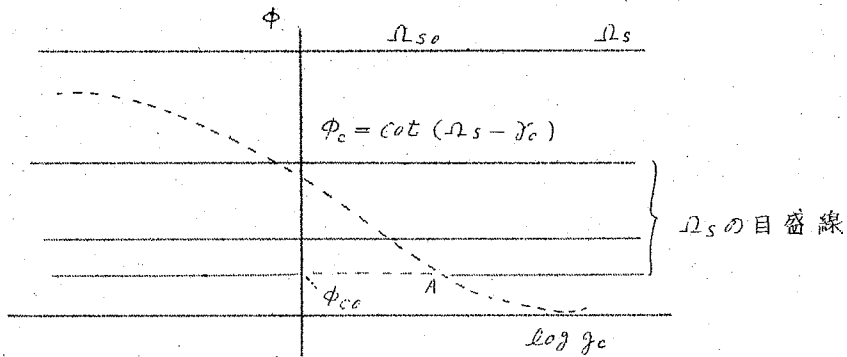
$$\phi_c = \cot^{-1} (\Omega_s - \gamma_0) \quad (7.17)$$

(7.16) 式または (7.17) 式において  $\gamma_0$  は指定減衰度であり自動制御系に指定され仕様によつて定まりそれをいくつかの定数に分類している。(  $\gamma_0 = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$  ) したがつてその一つの  $\gamma_0$  の値を定め、又  $\Omega_s$  にある値を入れると、それに応じて  $\phi_c$  の値は定まることになる。これを  $\ln g - \phi$  平面上に表わすとオ 7・2 図のように  $\Omega_s$  の値に応じて定まる、横軸に平行な直線となる。

云うまでもなく、この直線群が  $\Omega_s$  の目盛線である。又、 $\phi_c$  と  $\Omega_s$  との関係を表わす曲線を (7.16) 式によつて同図中、破線のように与えておけば例えば  $\phi_{c0}$  に対してその値に対する  $\Omega_{s0}$  の値を図のように読みとることができ、 $\Omega_s$  の目盛線群を画く必要がない。

次に左の目盛線を描いてみよう。そのために (7.14) 式を次





第 2 図  $\log \gamma_c - \phi_c$  平面上における  $\Omega_s$  目盛線  
 但し  $F_c(s) = K(1 + s/\omega_s)$

のように変形する。

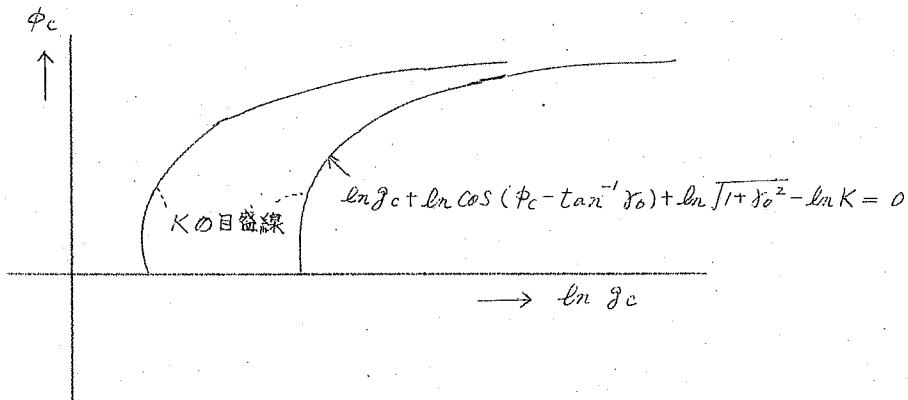
$$\frac{k_c}{\gamma_c} = \sqrt{1 + \gamma_0^2} \cos(\phi_c - \tan^{-1} \gamma_0)$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}{k_c} \gamma_c \cos(\phi_c - \tan^{-1} \gamma_0) = 1 \quad (2.18)$$

両辺の対数をとれば

$$\ln \gamma_c + \ln \sqrt{1 + \gamma_0^2} - \ln k_c + \ln \cos(\phi_c - \tan^{-1} \gamma_0) = 0 \quad (2.19)$$

上式で  $\gamma_0$  が定数であるとし、この関係を補償ベクトルを表示する  $\ln \gamma_c - \phi_c$  平面上に描いて見るとオ 2.3 図のように  $\gamma_c$  の値に



第 3 図  $\ln \gamma_c - \phi_c$  平面上における  $K$  目盛線  
 但し  $F_c(s) = K(1 + s/\omega_s)$

じて一本づつの曲線が描かれる。この曲線群がそれぞれの $\gamma_0$ の値の目盛線である。云うまでもなく(7.1.9)式の曲線は次式

$$\ln g_c + \ln \sqrt{1 + \gamma_0^2} + \ln \cos(\phi_c - \tan^{-1} \gamma_0) = 0 \quad (7.1.10)$$

の曲線を実軸上 $\ln \gamma_0$ だけずらせばよい。又更に(7.1.10)式の曲線は

$$\ln g_c + \ln \cos \phi_c = 0 \quad (7.1.11)$$

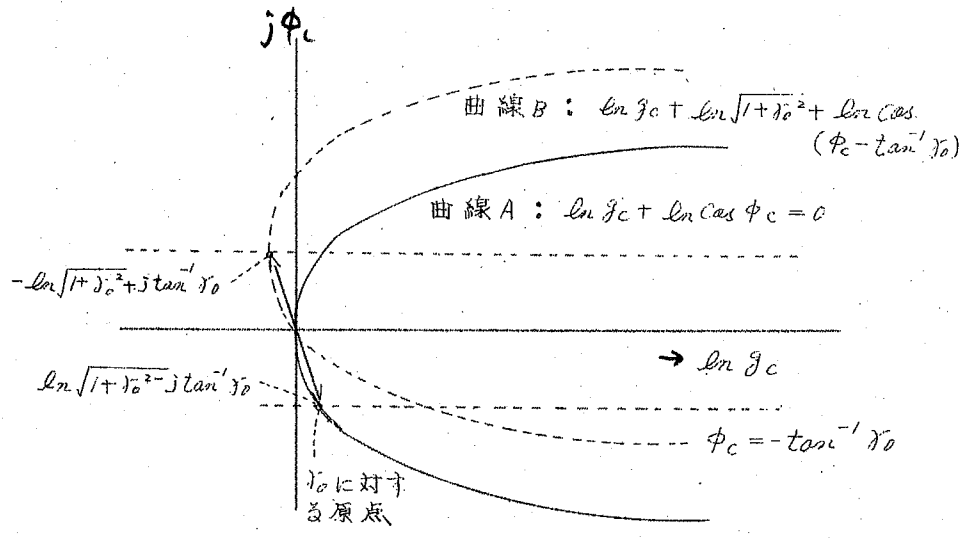
の曲線を実軸( $\ln \gamma_0$ 軸)上で $-\ln \sqrt{1 + \gamma_0^2}$ , 虚軸( $\phi_c$ 軸)上で $\tan^{-1} \gamma_0$ だけずらせたものである。ところで(7.1.10)式で $\phi_c = 0$ とすると

$$\ln g_c + \ln \sqrt{1 + \gamma_0^2} + \ln \cos(-\tan^{-1} \gamma_0) = 0$$

$$\therefore \ln g_c + \ln \sqrt{1 + \gamma_0^2} - \ln \sqrt{1 + \gamma_0^2} = 0$$

$$\therefore \ln g_c = 0$$

となることから、(7.1.10)式の曲線は必ず $\ln \gamma_0 - \phi_c$ 平面の原点を通るわけで、逆に云えば $\phi_c = \tan^{-1} \gamma_0$ の直線と(7.1.11)



第7.4図

式の曲線(オク4図曲線A)との交点が $\delta_0$ に対する新しい原点とみなしその時の曲線Aを $\delta = 0$ の目盛線と考えればよい。したがって、任意の $\delta$ の値に対する目盛線を描くためには、(7.1.9)式にしたがつてその $\delta$ の値を横軸上の $\delta$ の目盛( $\ln g$ )で読取り、 $\delta = 0$ の目盛線をその点で横軸に交わるように平行移動させればよい。

このようにして $\Omega_s = w_s/w_0$ および $\delta$ の目盛線を描くと別図Iのようになる。これがS2-1の補償伝達函数に対する対数補償計算線図である。なお、この補償伝達函数の補償限界はオク1表中の補償計算図よりわかるように $\phi = 0$ 及び $\phi = \tan^{-1} \delta_0 + \frac{\pi}{2}$ の二本の横軸に平行な直線で、オク4図では $\delta_0$ によつて原点を移動させるのでこれらの限界は $\phi = \frac{\pi}{2}$ と $\phi = -\tan^{-1} \delta_0$ の二直線となりそれらの中間の $\phi_c$ について補償が可能である。

S2-2の補償伝達函数の対数補償計算線図はS2-1のそれに似た線図となる、即ちオク1表とオク2表中の補償計算線図を比較すると $\delta$ の目盛線は実軸にたいして互いに対象であるのでS2-2の対数補償計算線図の $\delta$ の目盛線はS2-1の線図の $\delta$ の目盛線とは互いに $\ln g_c$ 軸にたいして対象であることがわかる。又 $\phi_c$ と $\Omega_s$ の関係を示す曲線はオク2表最下欄の $\Omega_s$ 目盛線の傾斜角 $\beta$ を $\phi_c$ として

$$\phi_c = \cot^{-1} \left( \delta_0 - \frac{1 + \delta_0^2}{\Omega_s} \right) \quad (7.1.12)$$

を同様に $\ln g_c - \phi_c$ 平面に画く。但しこの場合 $\Omega_s$ 軸は $\ln g_c$ 軸とは別にうける。このようにして得られたS2-2の補償伝達函数の対数補償計算線図を別図IIに示す。

また、S2-3の補償伝達函数においてはその伝達函数

$$F_c(s) = \frac{\delta}{1 + s/w_s} \quad (7.1.13)$$

は、S2-1の補償伝達函数

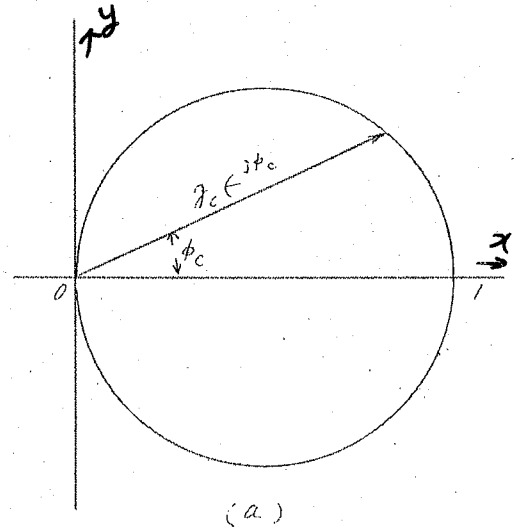
$$F_c(s) = \delta (1 + s/w_s) \quad (7.1.14)$$

と比較すると次のことがわかる。(2.13)式の逆数(1+s/w\_s) / 危に於いて1/危を危'に書き換えると(2.14)式に等しくなる。即ちS<sub>2-1</sub>の伝達函数とS<sub>2-3</sub>の伝達函数とは互いに逆数関係にあることがわかる。普通の複素平面上では逆数関係にある二つの量は、複素対数平面では原点について互いに対象な関係となるのでS<sub>2-3</sub>の補償伝達函数の対数補償計算線図はS<sub>2-1</sub>の対数補償計算線図と丁度原点について対象関係になる。

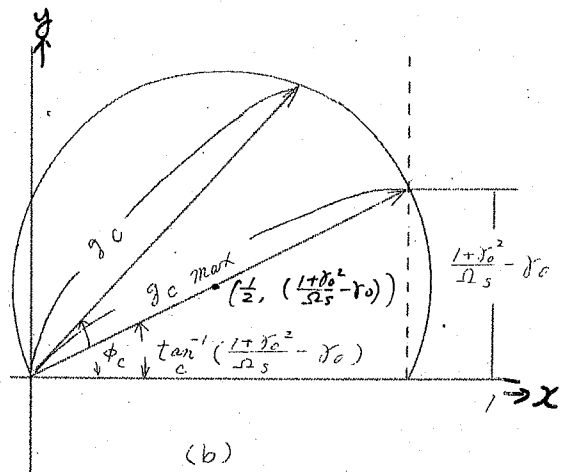
したがってS<sub>2-1</sub>の対数補償計算線図をそのままS<sub>2-3</sub>の対数補償計算線図として用いることができる。しかしその場合、補償ベクトルの逆数をS<sub>2-1</sub>の対数補償計算線図にプロットし、その時、危目盛線より読みとった危の値の逆数が求めようとするS<sub>2-3</sub>の補償伝達函数の1つのパラメータ危の値(2.14式中)であることはいうまでもない。又w\_s即ちΩ\_sの読みはそのままS<sub>2-1</sub>の場合と同様、プロットした点のΩ\_sの目盛線より得られる。

したがってS<sub>2-1</sub>の対数補償計算線図をそのままS<sub>2-3</sub>の対数補償計算線図として用いることができる。しかしその場合、補償ベクトルの逆数をS<sub>2-1</sub>の対数補償計算線図にプロットし、その時、危目盛線より読みとった危の値の逆数が求めようとするS<sub>2-3</sub>の補償伝達函数の1つのパラメータ危の値(2.14式中)であることはいうまでもない。又w\_s即ちΩ\_sの読みはそのままS<sub>2-1</sub>の場合と同様、プロットした点のΩ\_sの目盛線より得られる。

以上述べた対数補償計



$$g_c / \cos \phi_c = 1$$



$$g_c / \cos \left\{ \phi_c - \tan^{-1} \left( \frac{1+g_c^2}{\Omega_s^2} - g_c \right) \right\} = \sqrt{1 + \left( \frac{1+g_c^2}{\Omega_s^2} - g_c \right)^2}$$

若ク5図

算線図の目盛線は直線又は(7.11)式の曲線を適当な位置に移動させるだけによつて画くことができる。

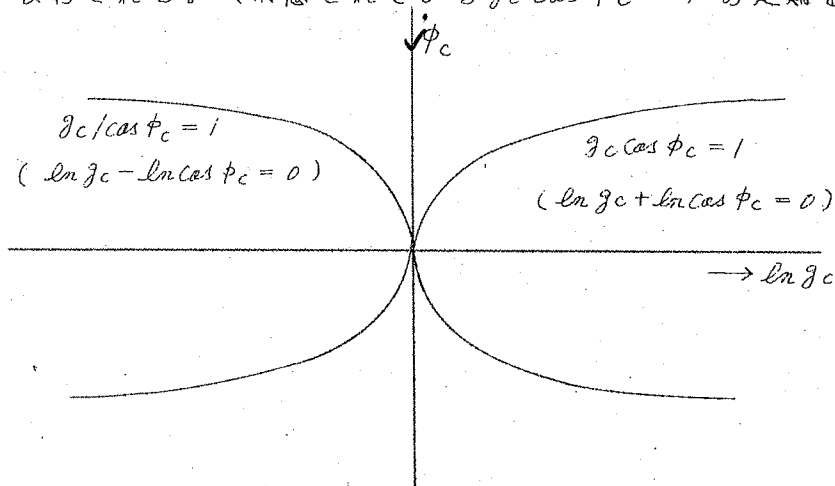
したがつて同一目盛の方眼紙(片対数方眼紙)を用いる限りにおいては、 $g_c \cos \phi_c = 1$  (7.11式の他の表現)を示す曲線の定規(但し、縦軸 $\phi_c$ 、横軸 $g_c$ の対数目盛)を一つだけ作つておけば、これと直線定規とによつて極めて簡単に目盛線を描くことができる。

5.2-4の補償伝達函数に対しても、パラメーターを適当に選定すれば上例と同様、 $g_c \cos \phi_c = 1$ の定規のみですべての目盛線を描くことができるが、このようにして求めた目盛線は使用上多少の不便が考えられるので、ここでは実用上便利なような線図を得るためオ5.4表又はオ5.14図の補償計算線図を複素対数平面に写像する。

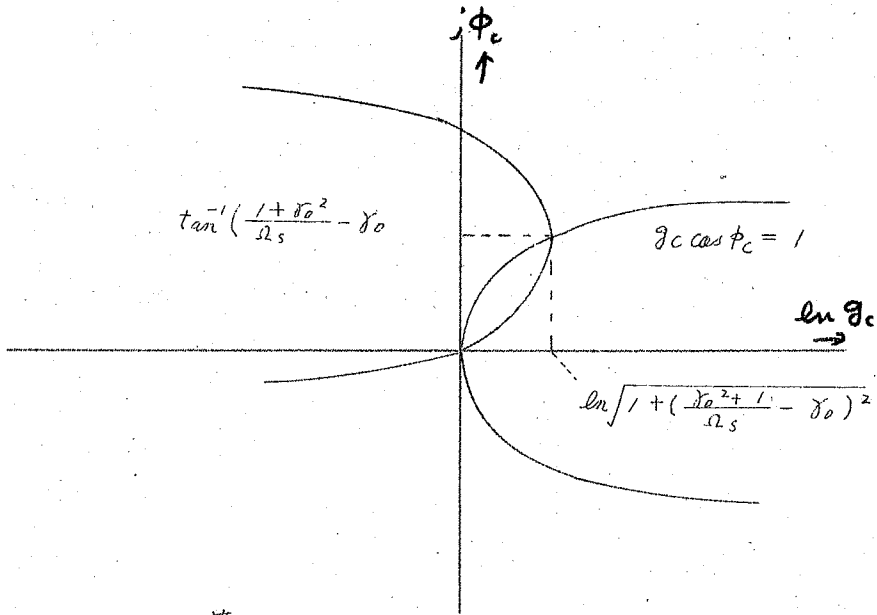
まず $\Omega_s$ の目盛線はオ5.12図に示すように中心が $(\frac{1}{2}, \frac{1+\delta_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0)$ 半径が $\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + \{\frac{1}{2}(\frac{1+\delta_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0)\}^2}$ の円である。これを更にオ5.15図(b)のように極座標で示すと

$$g_c / \cos \left\{ \phi_c - \tan^{-1} \left( \frac{1+\delta_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0 \right) \right\} = \sqrt{1 + \left( \frac{1+\delta_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0 \right)^2} \quad (7.15)$$

として表わされる。又用意されている $g_c \cos \phi_c = 1$ の定規<sup>規</sup>をオ



第7.6図



第 7 図

図 6 に示すように縦軸（中軸）を対象軸として反転させるとオク 5 図 (a) の円（中心： $(\frac{1}{2}, 0)$  半径  $\frac{1}{2}$ ）を複素対数平面に写像したものに外ならないから、同複素対数平面では (オク 15) 式の  $\Omega_s$  の目盛線は前述の  $\phi$  軸について反転された  $g_c \cos \phi_c = 1$  の定規を縦軸に  $\tan^{-1}(\frac{1+\gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0)$ 、横軸に  $\sqrt{1 + (\frac{1+\gamma_0^2}{\Omega_s} - \gamma_0)^2}$  だけ平行移動させることによつて得られる。（オク 7 図参照）

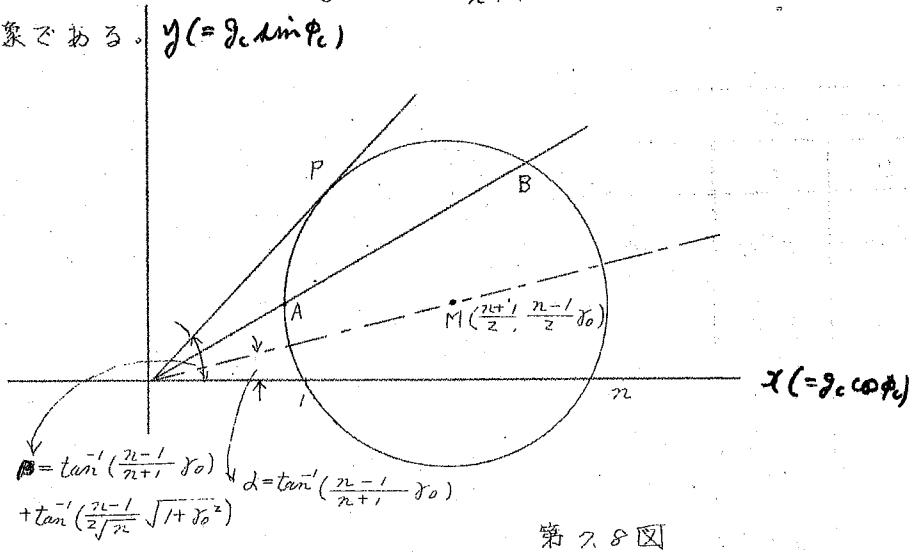
又、オク 5 図 (b) でわかるように  $\Omega_s$  の目盛線で  $g_c$  が最大になる点は横軸  $l$  を通り縦軸に平行な直線上にあり、この直線は  $g_c \cos \phi_c = 1$  を満足する直線に外ならない故、オク 7 図で定規<sup>規</sup>を移動させる場合、 $g_c$  最大の点が  $g_c \cos \phi_c = 1$  の曲線上滑るように平行移動させればよいわけでしたがつて  $\Omega_s$  に対する縦軸又は横軸方向への移動の大きさを何れか一方だけ識ることにより  $\Omega_s$  の目盛線が決まる。

次に  $n$  の目盛線を複素対数平面に写像することについて考える。

$n$  の目盛線はオク 14 図に示すように中心が  $(\frac{n+1}{2}, \frac{\gamma_0(n-1)}{2})$ 、半径が  $\sqrt{(\frac{n-1}{2})^2 + (\frac{\gamma_0(n-1)}{2})^2}$  の円である。この  $n$  の目盛線の本をオク 8 図に示す。同図より、この円は横軸上  $l$  及び  $n$  を通り、

又原点とその中心とをむすぶ直線について対象であることがわかる。この直線の傾斜角が  $\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{n-1}{n+1} \gamma_0 \right)$  であることは直方にかわるので複素対数平面上では  $\phi_c = \tan^{-1} \left( \frac{n-1}{n+1} \gamma_0 \right)$  のついで  $n$  目盛線は対象である。  $y (= g_c \sin \phi_c)$

オクツ図ではその対象軸を  $a$   $b$  で表わしてある。又オクス図で原点より引いた任意の直線と  $n$  の目盛線との交点をそれぞれ  $A, B$  とすると  $\overline{OA} \times \overline{OB} = (\overline{OP})^2$

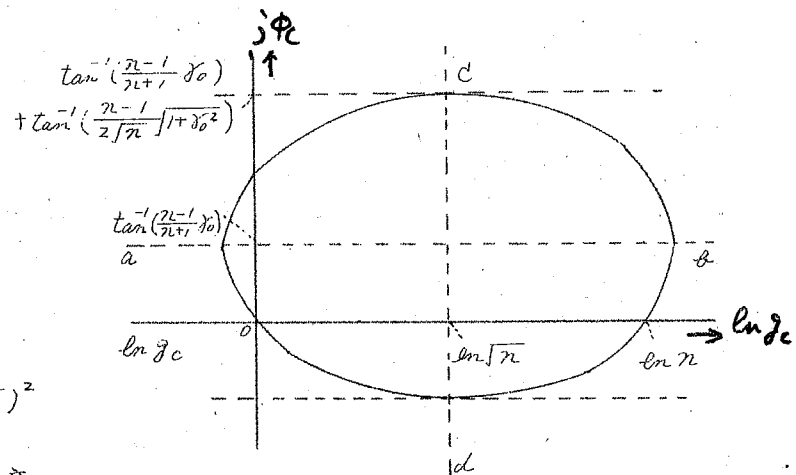


が成立つ。ただし  $P$  点は原点  $O$  より円への切線と円との接点で  $OP = \sqrt{n}$  の関係がある。したがって

$$\overline{OA} \times \overline{OB} = (\sqrt{n})^2$$

の関係が常に成立つ。このことはオ

クス図の複素対数平面上ではこの  $n$  目盛線は  $j\phi_c$  軸に平行で  $\ln g_c$  軸上  $\ln \sqrt{n}$  の点を切る直線  $cd$  を対称軸を持つことを意味する。結局、求めようとする複素対数平面上での  $n$  の目盛線は楕円に似た閉曲線になることがわかる。この  $n$  の目盛線は  $\gamma_0$  の値によつて異つて来るのは勿論である。  $\gamma_0, n$  の値に対する目盛線を計算し



た結果がオクノ表～オクノ表で、又以上の結果によつて画いた  
 S2-4の複價伝達函数の対数補償計算線図は別図Ⅲ、Ⅳ、ⅤⅦ  
 ( $\gamma_0 = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$  について)に示す。

$\gamma_0 = 1.5$		$\gamma_0 = 2.0$		$\gamma_0 = 2.5$		$\gamma_0 = 3.0$	
$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$
0.991	3°32'	0.987	5°13'	0.982	7°25'	0.979	8°33'
1.0	7°03'	1.0	10°26'	1.0	14°49'	1.0	17°06'
1.1	14°20'	1.1	19°56'	1.1	24°36'	1.1	27°47'
1.225	15°29'	1.2	23°32'	1.2	29°04'	1.2	32°19'
1.3	15°35'	1.414	25°45'	1.4	32°54'	1.4	37°29'
1.4	15°12'	1.6	24°27'	1.58	33°50'	1.5	38°39'
1.5	13°02'	1.8	26°29'	1.8	33°05'	1.732	39°38'
1.515	7°03'	2.0	10°26'	2.0	30°20'	2.0	38°39'
	3°32'	2.027	5°13'	<b>2.2</b>	26°26'	2.4	34°04'
				<b>2.4</b>	20°19'	2.7	28°08'
				<b>2.5</b>	14°49'	3.0	17°06'
				<b>2.548</b>	7°25'	3.067	8°33'

第7.1表(1)  $\gamma_0 = 0.3$



$n = 4$		$n = 5$		$n = 7$		$n = 10$	
$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$
0.974	10°12'	0.972	11°21'	0.968	12°41'	0.965	13°43'
1.0	20°23'	1.0	22°42'	1.0	25°21'	1.0	27°25'
1.1	31°35'	1.1	34°10'	1.2	43°37'	1.2	46°24'
1.2	37°02'	1.2	40°03'	1.5	54°00'	1.5	57°35'
1.4	43°25'	1.4	46°51'	2.0	60°33'	2.0	65°34'
1.6	46°24'	1.6	50°46'	2.646	62°31'	3.33	71°43'
2.0	48°15'	2.0	54°00'	4.0	58°10'	4.0	68°43'
2.5	46°24'	2.236	54°22'	5.0	51°25'	6.0	61°08'
3.0	40°37'	3.0	51°38'	6.0	41°46'	8.0	48°58'
3.2	39°11'	3.4	48°36'	7.0	25°21'	9.0	40°30'
3.6	32°12'	4	46°07'	7.232	12°41'	10.0	27°25'
4.0	20°23'	4.4	36°33'			10.358	13°43'
4.106	10°12'	5.0	22°42'				
		5.148	11°21'				

第 7. 1 表 ( II )  $\gamma_0 = 0.3$

$\eta = 15$		$\eta = 20$		$\eta = 30$		$\eta = 40$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.963	14°46'	0.962	15°08'	0.962	15°42'	0.961	15°50'
1.0	29°32'	1.0	30°15'	1.0	31°23'	1.0	31°40'
1.2	48°51'	1.2	49°58'	1.2	51°14'	1.2	51°46'
1.5	60°42'	1.5	65°40'	1.5	63°49'	1.5	64°11'
2.0	70°20'	2.0	71°41'	2.0	73°50'	2.0	74°49'
3.0	75°49'	3.0	78°48'	3.0	81°53'	3.0	83°25'
3.87	77°04'	4.47	80°52'	4.0	84°47'	4.0	85°40'
5.0	75°49'	7.0	78°14'	5.477	85°49'	6.32	88°54'
7.0	71°12'	10.0	71°41'	8.0	84°18'	10.0	86°44'
9.0	64°36'	15.0	56°30'	12.0	78°56'	15.0	81°25'
11.0	63°03'	18.0	43°41'	15.0	73°49'	20.0	74°49'
13.0	45°58'	20.0	30°15'	20.0	63°49'	30.0	63°15'
15.0	29°32'	20.73	15°08'	25.0	54°46'	36.0	45°20'
15.583	14°46'			30.0	31°23'	40.0	31°40'
				31.239	15°42'	41.659	15°50'

第 7. 1 表 (III)  $\gamma_0 = 0.3$

$\eta = 50$		$\eta = 70$		$\eta = 100$		$\eta = 150$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.960	16°07'	0.959	16°16'	0.958	16°25'	0.958	16°30'
1.0	32°14'	1.0	32°31'	1.0	32°49'	1.0	33°00'
1.2	52°15'	1.2	52°41'	1.2	52°59'	1.2	53°14'
1.5	64°46'	1.5	65°38'	1.5	66°02'	1.5	66°22'
2.0	75°30'	2.0	76°16'	2.0	76°50'	2.0	77°13'
3.0	84°19'	3.0	85°25'	3.0	86°12'	3.0	86°49'
5.0	89°39'	5.0	91°24'	5.0	92°39'	5.0	93°39'
7.07	90°37'	8.367	93°12'	10.0	95°26'	2.0	9°6'
10.0	89°37'	15.0	96°51'	20.0	92°39'	12.25	97°32'
20.0	81°10'	25.0	84°12'	30.0	87°57'	25.0	95°08'
30.0	69°23'	40.0	71°51'	50.0	83°21'	40.0	90°21'
40.0	54°39'	50.0	62°15'	70.0	68°45'	60.0	83°06'
46.0	43°34'	60.0	46°28'	70.0	46°28'	70.0	70°53'
50.0	32°14'	70.0	32°31'	100.0	32°49'	120.0	56°09'
52.13	16°07'	72.994	16°16'	104.33	16°25'	150.0	33°00'
						156.53	16°30'

第 7. 1 表 (IV)  $\gamma_0 = 0.3$

$\eta = 200$		$\eta = 300$		$\eta = 400$		$\eta = 500$	
$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$
0.757	16°32'	0.757	16°34'	0.756	16°41'	0.956	16°58'
1.0	33°04'	1.0	33°08'	1.0	33°22'	1.0	33°56'
1.5	66°36'	1.5	66°41'	1.5	66°46'	1.5	66°47'
3.0	87°10'	3.0	87°27'	3.0	87°38'	3.0	85°41'
6.0	95°45'	6.0	96°17'	6.0	96°38'	6.0	96°48'
10.0	97°59'	10.0	97°25'	10.0	97°46'	10.0	100°03'
14.14	78°48'	17.32	100°17'	20.0	101°09'	22.36	101°44'
30.0	96°30'	40.0	97°54'	40.0	97°46'	40.0	100°59'
60.0	87°06'	70.0	92°55'	70.0	96°12'	70.0	98°09'
100.0	77°29'	120.0	83°39'	120.0	87°28'	150.0	89°35'
130.0	67°46'	180.0	71°18'	200.0	77°47'	250.0	78°50'
170.0	57°09'	250.0	53°28'	300.0	60°35'	340.0	65°53'
200.0	33°04'	300.0	33°08'	400.0	33°22'	440.0	48°51'
208.59	16°32'	311.72	16°34'	418.96	16°41'	500.0	33°56'
						521.2	16°58'

第7. 1表 (V)  $\gamma_0 = 0.3$

$\eta = 1.5$		$\eta = 2$		$\eta = 2.5$		$\eta = 3$	
$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$
0.984	4°51'	0.973	7°50'	0.968	9°40'	0.963	11°20'
1.0	9°42'	1.0	15°39'	1.0	19°19'	1.0	22°40'
1.1	16°02'	1.1	23°13'	1.1	27°53'	1.1	31°52'
1.2	17°08'	1.2	26°30'	1.2	32°13'	1.2	36°14'
1.225	17°14'	1.414	28°37'	1.4	35°56'	1.4	41°07'
1.3	16°48'	1.6	27°25'	1.581	36°51'	1.5	42°17'
1.4	14°41'	1.8	23°41'	1.8	36°06'	1.732	43°13'
1.5	9°42'	2.0	15°39'	2.0	33°27'	2.0	42°14'
1.524	4°51'	2.054	7°50'	2.2	28°33'	2.4	37°51'
				2.4	24°00'	2.7	32°19'
				2.5	19°19'	3.0	22°40'
				2.583	9°40'	3.117	11°20'

第 7. 2 表 (I)  $\gamma_0 = 0.4$

$n = 4$		$n = 5$		$n = 7$		$n = 10$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.955	13°27'	0.951	14°56'	0.945	16°40'	0.938	18°24'
1.0	26°53'	1.0	29°51'	1.0	33°20'	1.0	36°43'
1.1	36°32'	1.1	39°26'	1.2	47°19'	1.2	52°51'
1.2	40°23'	1.2	45°08'	1.5	59°10'	1.5	63°19'
1.4	47°44'	1.4	51°45'	2.0	65°30'	2.0	70°55'
1.6	50°35'	1.6	55°22'	2.646	67°23'	3.33	76°56'
2.0	52°24'	2.0	58°29'	4.0	63°11'	4.0	73°57'
2.5	50°35'	2.236	58°51'	5.0	56°40'	6.0	66°39'
3.0	46°06'	3.0	56°12'	6.0	47°35'	8.0	55°03'
3.2	43°51'	3.4	53°01'	7.0	33°20'	9.0	47°31'
3.6	37°06'	4.0	50°55'	7.406	16°40'	10.0	36°48'
4.0	26°53'	4.4	41°52'			10.647	18°24'
4.186	13°27'	5.0	29°51'				
		5.259	14°56'				

第7. 2表 (II)  $\gamma_0 = 0.4$

$\eta = 15$		$\eta = 20$		$\eta = 30$		$\eta = 40$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.936	19°17'	0.935	19°50'	0.933	20°30'	0.932	20°43'
1.0	38°33'	1.0	39°33'	1.0	41°01'	1.0	41°25'
1.2	55°22'	1.2	56°41'	1.2	58°10'	1.2	58°48'
1.5	66°34'	1.5	68°34'	1.5	70°00'	1.5	70°49'
2.0	75°12'	2.0	77°18'	2.0	79°36'	2.0	80°41'
3.0	81°08'	3.0	83°74'	3.0	87°23'	3.0	88°59'
3.87	82°05'	4.47	86°14'	4.0	90°10'	4.0	91°09'
5.0	81°08'	7.0	83°41'	5.477	91°11'	6.32	94°02'
7.0	76°40'	10.0	52°27'	8.0	89°42'	10.0	92°10'
9.0	70°18'	15.0	62°49'	12.0	84°31'	15.0	87°02'
11.0	62°29'	18.0	50°56'	15.0	79°36'	20.0	80°41'
13.0	53°02'	20.0	39°33'	20.0	70°00'	30.0	65°10'
15.0	38°33'	21.382	19°50'	25.0	69°33'	36.0	52°55'
16.015	19°17'			30.0	41°01'	40.0	41°25'
				32.17	20°30'	42.90	20°43'

第 7, 2 表 (III)  $\gamma_0 = 0.4$

$n = 50$		$n = 70$		$n = 100$		$n = 150$	
$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$	$\theta$	$\phi$
0.931	20°58'	0.930	21°14'	0.929	21°25'	0.929	21°32'
1.0	41°56'	1.0	42°28'	1.0	42°50'	1.0	43°03'
1.2	59°18'	1.2	59°50'	1.2	60°14'	1.2	60°30'
1.5	71°25'	1.5	71°60'	1.5	72°28'	1.5	71°26'
2.0	81°23'	2.0	82°08'	2.0	82°51'	2.0	83°14'
3.0	89°54'	3.0	91°00'	3.0	91°50'	3.0	92°29'
5.0	95°04'	5.0	96°46'	5.0	98°05'	5.0	99°06'
7.07	96°00'	8.367	98°32'	10.0	100°48'	7.0	102°27'
10.0	95°04'	15.0	96°13'	20.0	98°05'	12.25	102°52'
20.0	86°41'	25.0	89°48'	30.0	93°32'	25.0	100°32'
30.0	56°28'	40.0	77°59'	50.0	89°04'	40.0	95°54'
40.0	61°57'	50.0	68°47'	70.0	75°05'	60.0	88°54'
46.0	51°24'	60.0	57°44'	90.0	54°15'	90.0	77°10'
50.0	41°56'	70.0	42°28'	100.0	42°50'	120.0	63°13'
53.67	20°58'	75.31	21°14'	107.51	21°25'	150.0	43°03'
						161.39	21°32'

第4, 2表 (TV)  $\gamma_0 = 0.4$



$n = 200$		$n = 300$		$n = 400$		$n = 500$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.929	21°33'	0.929	21°42'	0.928	21°47'	0.928	21°49'
1.0	43°06'	1.0	43°23'	1.0	43°34'	1.0	43°38'
1.5	72°59'	1.5	73°13'	1.5	73°20'	1.5	73°25'
3.0	92°47'	3.0	93°07'	3.0	93°18'	3.0	93°25'
6.0	101°06'	6.0	101°43'	6.0	102°01'	6.0	102°13'
10.0	103°37'	10.0	104°34'	10.0	105°03'	10.0	105°21'
14.14	104°05'	17.32	105°32'	20.0	106°23'	22.36	106°59'
30.0	101°50'	40.0	103°14'	40.0	105°03'	40.0	106°13'
60.0	94°33'	70.0	98°25'	70.0	101°36'	70.0	103°31'
100.0	83°25'	120.0	89°27'	120.0	95°07'	150.0	95°14'
130.0	74°05'	180.0	77°34'	200.0	83°49'	250.0	83°55'
170.0	59°12'	250.0	66°50'	310.0	67°28'	340.0	72°31'
200.0	43°06'	300.0	43°23'	400.0	43°34'	440.0	56°57'
215.17	21°33'	323.02	21°42'	430.88	21°47'	500.0	43°38'
						538.70	21°49'

第 7, 2 表 (V)  $\gamma_0 = 0.4$

$\eta = 1.5$		$\eta = 2$		$\eta = 2.5$		$\eta = 3$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.978	5°59'	0.961	9°24'	0.952	12°07'	0.946	14°00'
1.0	11°59'	1.0	18°47'	1.0	24°13'	1.0	28°00'
1.1	17°43'	1.1	25°45'	1.1	31°40'	1.1	36°01'
1.2	18°47'	1.2	28°56'	1.2	35°42'	1.2	40°07'
1.225	18°53'	1.414	30°59'	1.4	40°00'	1.4	44°48'
1.3	18°27'	1.6	29°48'	1.581	40°07'	1.5	45°54'
1.4	16°27'	1.8	26°13'	1.8	39°26'	1.732	46°48'
1.5	11°59'	2.0	18°47'	2.0	36°52'	2.0	45°52'
1.537	5°59'	2.079	9°24'	2.2	33°22'	2.4	41°40'
				2.4	28°09'	2.7	36°21'
				2.5	24°13'	3.0	28°00'
				2.628	12°07'	3.175	14°00'

第 7.3 表 (I)  $\gamma_0 = 0.5$

$n = 4$		$n = 5$		$n = 7$		$n = 10$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.935	16°53'	0.926	18°15'	0.918	20°56'	0.910	22°09'
1.0	33°45'	1.0	36°35'	1.0	41°12'	1.0	44°17'
1.1	41°57'	1.1	45°05'	1.2	55°12'	1.2	58°37'
1.2	46°37'	1.2	50°10'	1.5	64°27'	1.5	68°50'
1.4	52°21'	1.4	56°25'	2.0	70°31'	2.0	75°49'
1.6	55°06'	1.6	59°53'	2.646	72°20'	3.333	81°32'
2.0	56°49'	2.0	62°52'	4.0	68°17'	4.0	78°45'
2.5	55°09'	2.236	63°14'	5.0	62°05'	6.0	72°44'
3.0	50°49'	3.0	60°41'	6.0	54°03'	8.0	60°50'
3.2	48°24'	3.4	57°52'	7.0	41°12'	9.0	53°41'
3.6	42°27'	4.0	55°36'	7.629	20°56'	10.0	44°17'
4.0	33°45'	4.4	47°07'			10.982	22°09'
4.296	16°53'	5.0	36°35'				
		5.378	18°18'				

第 7.3 表 (II)  $\gamma_0 = 0.5$

$n = 15$		$n = 20$		$n = 30$		$n = 40$	
$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$
0.908	23°29'	0.903	24°20'	0.902	25°02'	0.899	25°51'
1.0	46°58'	1.0	48°40'	1.0	50°04'	1.0	51°02'
1.2	61°43'	1.2	62°32'	1.2	65°05'	1.2	66°05'
1.5	72°14'	1.5	77°26'	1.5	76°08'	1.5	77°16'
2.0	80°28'	2.0	82°57'	2.0	85°16'	2.0	86°37'
3.0	86°09'	3.0	89°32'	3.0	92°44'	3.0	94°34'
3.870	87°05'	4.470	91°28'	4.0	95°26'	4.0	96°38'
5.0	86°09'	7.0	89°01'	5.477	96°24'	6.32	99°24'
7.0	87°52'	10.0	82°57'	5.0	94°59'	10.0	97°38'
9.0	75°46'	15.0	69°13'	12.0	90°00'	15.0	92°42'
11.0	68°21'	18.0	58°17'	15.0	85°16'	20.0	86°37'
13.0	59°16'	20.0	48°40'	20.0	76°08'	30.0	71°58'
15.0	46°5'	22.172	24°20'	25.0	65°06'	36.0	60°46'
16.551	23°29'			30.0	50°04'	40.0	51°02'
				33.312	25°02'	44.50	25°51'

第 7, 3 表 ( III )  $\gamma_0 = 0.5$

$n = 50$		$n = 70$		$n = 100$		$n = 150$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.898	25°54'	0.897	25°54'	0.896	26°07'	0.895	26°16'
1.0	51°08'	1.0	51°47'	1.0	52°13'	1.0	52°32'
1.2	66°18'	1.2	66°56'	1.2	67°23'	1.2	67°43'
1.5	77°34'	1.5	78°17'	1.5	78°48'	1.5	79°11'
2.0	87°05'	2.0	87°57'	2.0	89°36'	2.0	89°02'
3.0	95°16'	3.0	96°25'	3.0	97°16'	3.0	97°54'
5.0	105°14'	5.0	101°59'	5.0	103°16'	5.0	104°15'
7.07	101°13'	8.367	103°04'	10.0	105°51'	9.0	107°29'
10.0	100°14'	15.0	101°29'	20.0	103°16'	12.25	107°55'
20.0	92°10'	25.0	95°17'	30.0	98°52'	25.0	105°38'
30.0	90°33'	40.0	83°58'	50.0	94°37'	40.0	101°11'
40.0	68°44'	50.0	75°16'	70.0	81°13'	60.0	94°28'
46.0	59°10'	60.0	65°05'	90.0	62°00'	90.0	83°16'
50.0	51°08'	70.0	51°47'	100.0	52°13'	120.0	70°12'
55.641	25°54'	78.021	25°54'	111.592	26°07'	150.0	52°32'
						167.493	26°16'

第 7.3 表 (IV)  $\gamma_0 = 0.5$

$n = 200$		$n = 300$		$n = 400$		$n = 500$	
$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$	$g$	$\phi$
0.895	26°19'	0.895	26°24'	0.895	26°27'	0.894	26°29'
1.0	52°38'	1.0	52°48'	1.0	52°54'	1.0	52°58'
1.5	79°04'	1.5	79°34'	1.5	79°40'	1.5	79°43'
3.0	97°56'	3.0	98°34'	3.0	98°44'	3.0	98°54'
6.0	105°56'	6.0	106°49'	6.0	107°07'	6.0	107°16'
10.0	108°38'	10.0	109°35'	10.0	110°02'	10.0	110°17'
14.14	109°05'	17.32	110°30'	20.0	111°19'	22.36	111°53'
30.0	106°55'	40.0	108°17'	40.0	110°02'	40.0	111°05'
60.0	99°55'	70.0	103°38'	70.0	106°43'	70.0	108°32'
100.0	89°16'	120.0	95°02'	120.0	100°28'	150.0	100°33'
130.0	80°25'	180.0	83°41'	200.0	89°38'	200.0	89°42'
170.0	66°34'	250.0	68°02'	300.0	74°12'	340.0	78°51'
200.0	52°38'	300.0	52°48'	400.0	52°54'	440.0	64°26'
223.244	26°19'	305.071	26°24'	446.55	26°27'	500.0	52°58'
						558.949	26°29'

第 7, 3 表 (V)  $\gamma_0 = 0.5$

$\eta = 1.5$		$\eta = 2$		$\eta = 2.5$		$\eta = 3$	
$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$
0.968	6°49'	0.947	11°18'	0.933	14°25'	0.922	16°42'
1.0	13°39'	1.0	22°35'	1.0	28°50'	1.0	33°24'
1.1	19°08'	1.1	28°46'	1.1	35°26'	1.1	40°32'
1.2	20°10'	1.2	31°46'	1.2	39°14'	1.2	44°20'
1.225	20°16'	1.414	33°43'	1.4	42°36'	1.4	48°44'
1.3	19°52'	1.6	32°36'	1.581	43°26'	1.5	49°45'
1.4	17°54'	1.8	28°72'	1.8	42°46'	1.732	50°39'
1.5	13°39'	2.0	22°35'	2.0	40°21'	2.0	49°45'
1.551	6°49'	2.113	11°18'	2.2	37°02'	2.4	45°46'
				2.4	32°15'	2.7	40°50'
				2.5	28°50'	3.0	33°24'
				2.682	14°25'	3.254	16°42'

第7, 4表 (1)  $\gamma_0 = 0.6$

$n = 4$		$n = 5$		$n = 7$		$n = 10$	
$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$
0.908	19°48'	0.898	21°47'	0.892	24°14'	0.877	26°08'
1.0	39°35'	1.0	43°34'	1.0	48°27'	1.0	52°16'
1.1	46°55'	1.1	50°59'	1.2	59°56'	1.2	65°57'
1.2	51°15'	1.2	55°38'	1.5	69°37'	1.5	74°20'
1.4	56°41'	1.4	61°30'	2.0	75°24'	2.0	81°18'
1.6	59°19'	1.6	64°45'	2.646	77°08'	3.33	86°47'
2.0	60°58'	2.0	67°39'	4.0	73°16'	4.0	84°06'
2.5	59°19'	2.236	68°00'	5.0	67°23'	6.0	77°24'
3.0	55°14'	3.0	65°33'	6.0	59°28'	8.0	67°07'
3.2	52°56'	3.4	62°53'	7.0	48°27'	9.0	60°32'
3.6	47°19'	4.0	60°44'	7.889	24°14'	10.0	52°16'
4.0	39°35'	4.4	52°50'			11.374	26°08'
4.406	19°48'	5.0	43°34'				
		5.562	21°47'				

第 7. 4 表 (II)  $\gamma_0 = 0.6$



$n = 15$		$n = 20$		$n = 30$		$n = 40$	
$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$
0.872	2742	0.869	28 <sup>0</sup> 29'	0.866	2918	0.864	29 <sup>0</sup> 44'
1.0	5524	1.0	56 <sup>5</sup> 57'	1.0	5836	1.0	5927
1.2	6824	1.2	69 <sup>0</sup> 48'	1.2	7149	1.2	72 <sup>0</sup> 44'
1.5	7811	1.5	82 <sup>2</sup> 37'	1.5	8205	1.5	83 <sup>0</sup> 07'
2.0	8559	2.0	87 <sup>4</sup> 46'	2.0	9044	2.0	91 <sup>0</sup> 57'
3.0	9125	3.0	94 <sup>0</sup> 21'	3.0	9751	3.0	99 <sup>0</sup> 32'
3.87	9218	4.47	95 <sup>5</sup> 52'	4.0	10018	4.0	101 <sup>0</sup> 32'
5.0	9125	7.0	93 <sup>3</sup> 33'	5.477	10122	6.32	104 <sup>0</sup> 10'
7.0	8719	10.0	87 <sup>4</sup> 46'	8.0	9944	10.0	102 <sup>0</sup> 29'
9.0	8131	15.0	74 <sup>0</sup> 57'	12.0	9513	15.0	97 <sup>0</sup> 45'
11.0	7433	18.0	69 <sup>0</sup> 09'	15.0	9044	20.0	91 <sup>0</sup> 57'
13.0	6619	20.0	56 <sup>5</sup> 51'	20.0	8205	30.0	78 <sup>0</sup> 09'
15.0	5524	23.21	28 <sup>0</sup> 29'	25.00	7439	36.0	67 <sup>0</sup> 55'
17.199	2742			30.0	5836	40.0	59 <sup>0</sup> 21'
				34.622	2918	46.368	29 <sup>0</sup> 44'

第 7. 4 表 (III)  $\delta_0 = 0.6$

$n = 50$		$n = 70$		$n = 100$		$n = 150$	
$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$	$\beta$	$\phi$
0.863	29°56'	0.862	30°15'	0.861	30°26'	0.860	30°37'
1.0	59°52'	1.0	60°29'	1.0	60°51'	1.0	61°13'
1.2	73°12'	1.2	73°50'	1.2	74°14'	1.2	74°37'
1.5	83°40'	1.5	84°22'	1.5	84°51'	1.5	85°16'
2.0	92°38'	2.0	93°29'	2.0	95°04'	2.0	94°35'
3.0	100°25'	3.0	101°34'	3.0	105°23'	3.0	103°02'
5.0	105°11'	5.0	106°53'	5.0	108°07'	5.0	109°07'
7.07	106°03'	8.367	108°30'	10.0	110°37'	9.0	112°13'
10.0	105°11'	15.0	106°24'	20.0	108°07'	12.25	112°36'
20.0	97°28'	35.0	100°25'	30.0	103°55'	25.0	110°27'
30.0	87°27'	40.0	89°43'	50.0	99°51'	40.0	106°11'
40.0	75°27'	50.0	81°45'	70.0	87°09'	60.0	99°45'
46.0	66°47'	60.0	72°09'	90.0	69°22'	90.0	89°07'
50.0	57°52'	70.0	60°29'	100.0	60°51'	120.0	76°54'
57.99	29°56'	81.324	30°15'	116.23	30°26'	150.0	61°13'
						174.18	30°37'

第 7. 4 表 (IV)  $\gamma_0 = 0.6$

$n = 200$		$n = 300$		$n = 400$		$n = 500$	
$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$	$\vartheta$	$\phi$
0.859	30°42'	0.858	30°45'	0.8575	30°51'	0.8575	30°52'
1.0	61°24'	1.0	61°36'	1.0	61°41'	1.0	61°44'
1.5	85°29'	1.5	85°42'	1.5	85°48'	1.5	85°52'
3.0	103°22'	3.0	103°42'	3.0	103°52'	3.0	103°58'
6.0	111°02'	6.0	111°36'	6.0	111°53'	6.0	112°03'
10.0	113°20'	10.0	114°14'	10.0	114°41'	10.0	114°58'
14.14	113°46'	17.32	115°07'	20.0	115°35'	22.36	116°32'
30.0	120°41'	40.0	113°00'	40.0	114°41'	40.0	115°42'
60.0	104°59'	70.0	108°33'	70.0	111°30'	70.0	113°16'
100.0	94°50'	120.0	100°20'	120.0	105°31'	150.0	105°38'
130.0	86°28'	180.0	89°34'	200.0	95°12'	250.0	95°17'
170.0	73°38'	250.0	75°00'	300.0	80°39'	340.0	85°03'
200.0	61°24'	300.0	61°36'	400.0	61°41'	440.0	71°46'
233.04	30°42'	349.85	30°48'	466.15	30°51'	500.0	61°44'
						582.964	30°52'

第 7. 4 表 (V)  $\gamma_0 = 0.6$

(171)

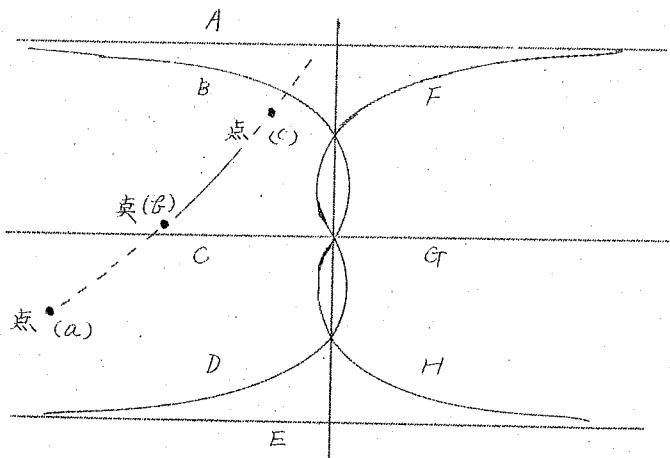
## 7. 2 対数補償計算線図の使用法

ここでは、7. 1 で作成した各補償伝達函数に対する対数補償計算線図の使用法について説明する。

4. 3 で述べた設計の手順のうち、オ6項で補償ベクトル軌跡を描くわけであるが、対数補償計算線図を使う場合にはその軌跡を複素対数平面に写像したいわゆる対数補償ベクトル軌跡を用いなければならない。

補償伝達函数の選定は設計手順のオ4項、オ5項によつて大体の目安がつくがオ7項のように各種の補償伝達函数の補償限界と対数補償ベクトル軌跡とを対比させて後補償伝達函数を決定する。

即ち、オ7. 10 図に各種の補償伝達函数の補償限界を構成する複素対数平面上的の曲線群A~Hを画いてあるが、これらと対数補償ベクトル軌跡とを対比させ次にオ7. 11 図(a)~(f)にあげた各種の補償伝達函数の補償限界をこれらの曲線に対応させながら補償に用いる補償伝達函数を選定することが出来る。例えば補償ベクトル軌跡上(b)点よりC点の間では



第7. 10 図

曲線B, D, Hは曲線Fに対象

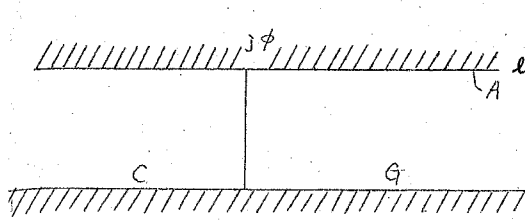
直線Aは曲線F又はBの漸近線

直線Eは曲線H及びDの漸近線

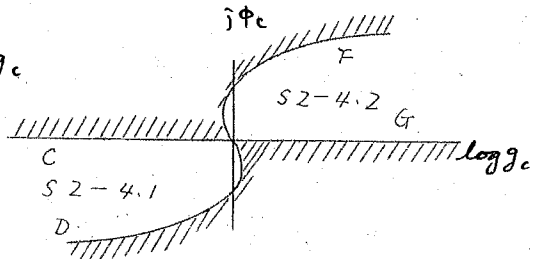
直線Gは  $\log f_c$  軸の中  $\log f_c > 0$  の範囲

直線Cは " " "  $\log f_c < 0$  の範囲

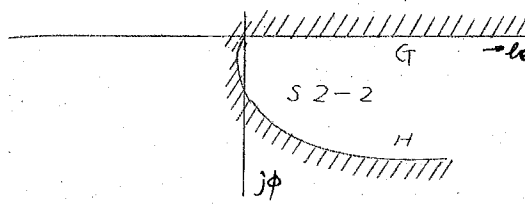
あげた各種の補償伝達函数の補償限界をこれらの曲線に対応させながら補償に用いる補償伝達函数を選定することが出来る。例えば補償ベクトル軌跡上(b)点よりC点の間では  $S_{2-1}$  <sup>及u"</sup>  $\frac{S_3-1}{S_4-1, S_4-2}$  (これについては後述)の補償伝達函数で補償可能ということがわかる。



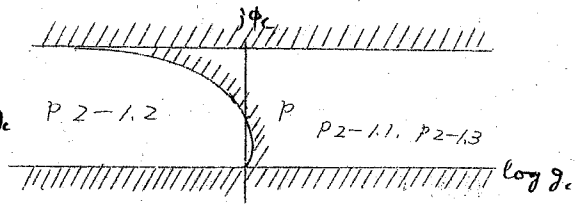
(a) S2-1, S3-3 の補償限界図



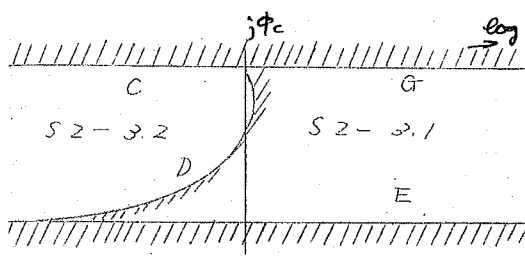
(d) S2-4.1, S2-4.2 の補償限界



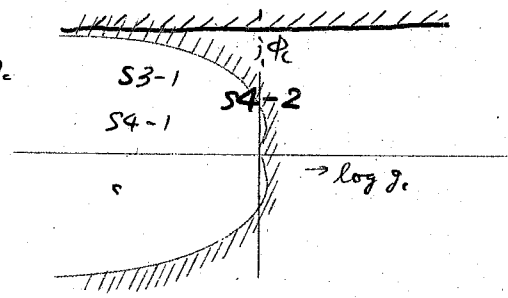
(b) S2-2 の補償限界図



(e) P2-1.1, P2-1.2, P2-1.3 の補償限界



(c) S2-3.1, S2-3.2 の補償限界図



(f) S3-1 の補償限界図 (P241~P243 参照)  
S4-1,  
S4-2

第 7. 11 図 各種補償伝達函数の対数補償限界図

以上のようにして選定した補償伝達函数についての対数補償計算線図を用意する。次に、これと同じ目盛をもつ半透明な半対数方眼紙の上に対数補償ベクトル軌跡を描き、これを先の対数補償計算線図の上に重ね、補償限界内にあり且つ仕様により決められた  $\omega_c$  の範囲内にある各  $\omega_c$  の値についてパラメーターの値を読みとる。以下説明する補償計算線図の使用手順は、以上のようにしてえらんだ対数補償ベクトル軌跡上の一点の  $\omega_c$  についてである。

(i) S 2-1 の対数補償計算線図の使用手順

この線図によって S 2-1 及び S 2-2 の補償伝達函数の算出ができる。ただしその使用手順は多少異なる。

(A) S 2-1 の補償伝達函数の算出

補償伝達函数  $W_s = W_0 (1 + S/w_0)$

補償公式

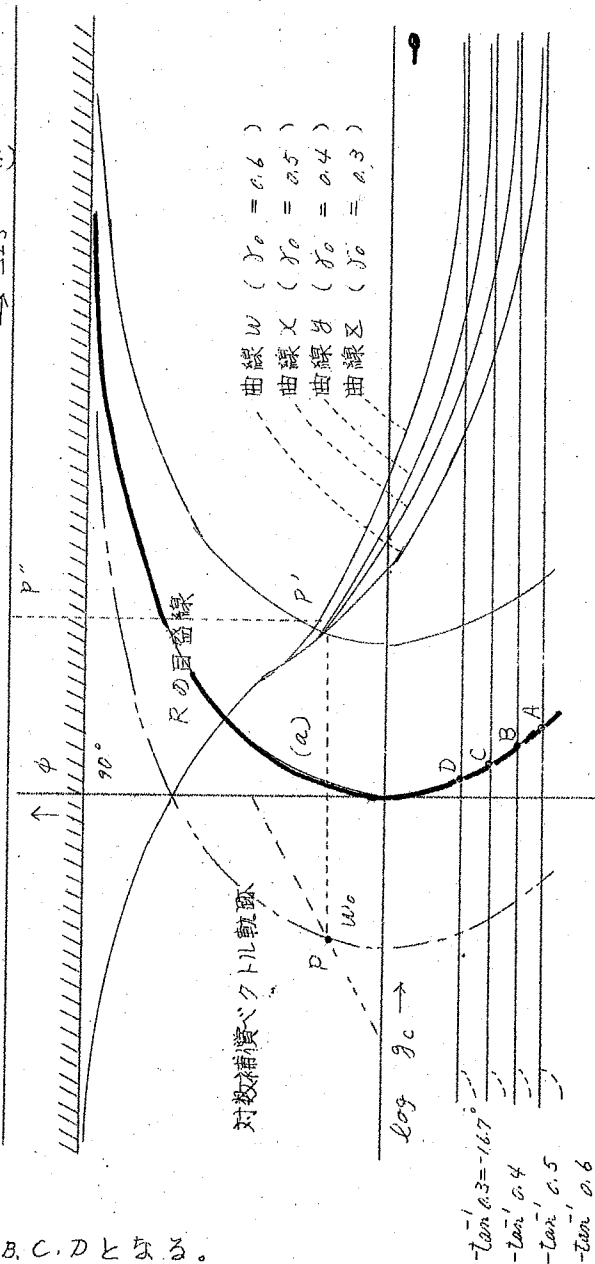
$$W_s = W_0 (j\omega + \cot \phi_c)$$

$$f_c = j\omega (\cos \phi_c + j\omega \sin \phi_c)$$

使用する S 2-1 の対数補償計算線図は別図 I に示してある。

(線図の使用手順)

- (1)  $j\omega_0$  の値に応じて対数補償計算線図の原点を移動させる。この原点はオクノ 2 図に示すように対数補償計算線図上  $\phi = -\tan^{-1} j\omega_0$  の直線と曲線 (a) (图中、太線で示し  $j\omega \cos \phi_c = 1$  の曲線に相当する。これは  $\log j\omega$  軸に対象で中軸に接する) との交点である。例えば  $j\omega_0 = 0.6, 0.5, 0.4, 0.3$  の場合の原点はそれぞれ A, B, C, D となる。



第 7, 1 2 図

の座標軸を線図の座標軸に合

(2) 対数補償ベクトル軌跡を画いた半透明の片対数方眼紙 を 用 に、  
その原点が(1)で求めた原点に一致するように平行移動させる。

ここで、対数補償ベクトル軌跡上の一点を  $P$  とする。(オク 12 図参照)

(3) 点  $P$  を通る右目盛線(曲線  $a$  に平行で図中では二重鎖線)より  $\tau$  の値を読みとる。

(4) 点  $P$  より  $\log \gamma$  軸に平行線を引き、例えば  $\gamma_0 = 0.3$  の場合には曲線  $z$  ( $\gamma_0 = 0.4$  の場合には曲線  $y$ 、 $\gamma_0 = 0.5, 0.6$  の場合にはそれぞれ曲線  $x$ 、曲線  $w$ ) との交点を  $P'$  とし、この点より更に中軸に平行線を引き最上部にある  $\Omega_s$  の軸との交点を  $P''$  とすれば、その点の  $\Omega_s$  の値を読みとり

$$\omega_s = \Omega_s \cdot \omega_0 \quad (\text{但し、} \omega_0: \text{指定根の角周波数})$$

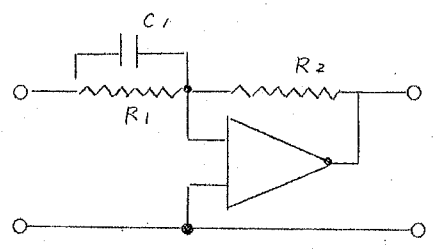
によつて  $\omega_s$  が得られる。

(5) 以上求めた  $\tau$  及び  $\omega_s$  の値より補償伝達函数

$$F_c(s) = \tau (1 + s/\omega_s)$$

が得られる。

(6) この補償伝達函数をもつ実際の補償回路の各素子の値を求める。例えばオク 1 表の回路例(オク 13 図)



第 7 / 3 図

に対しては同表に示すように

$$R_1 = \frac{1}{C_1 \omega_s}$$

$$R_2 = \tau_0 R_1$$

の二式より  $C_1$  を適当に定めて  $R_1$ ,  $R_2$  を計算する。

(B) S 2-3 の補償伝達函数の算出

$$\text{補償伝達函数} \text{-----} \frac{\tau_0}{1 + s/\omega_s}$$

$$\text{補償公式} \text{-----} \begin{cases} \omega_s = \omega_0 (\tau_0 + \cot \phi_c) \\ \tau_0 = \frac{g_c}{\cos \phi_c - \tau_0 \omega_0 \phi_c} \end{cases}$$

(線図の使用手順)

- (1) S 2-1 の場合と同様  $\tau_0$  に対する対数補償計算線図の原点を定める。
- (2) 対数補償ベクトル軌跡を線図と同目盛の片対数方眼紙に書きこれを  $180^\circ$  回転させてその図面の原点を(1)で求めた原点に一致させる。問題とする軌跡上の一点を P とする。
- (3) この点を通る  $\tau_0$  の目盛線より読みとつた値  $\tau_0'$  の逆数が求める  $\tau_0$  の値である。すなわち

$$\tau_0 = 1/\tau_0' \quad \tau_0': \text{目盛線のよみ}$$

- (4) S 2-1 の場合と全く同様にして  $\omega_s$  を求める。
- (5) 以上求めた  $\tau_0$  及び  $\omega_s$  の値より補償伝達函数

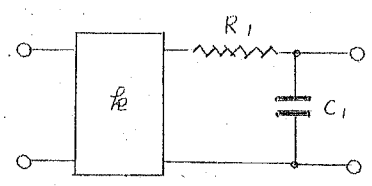
$$F_c(s) = \frac{\tau_0}{1 + s/\omega_s}$$

が得られる。

(6) この補償伝達函数をもつ実際の補償回路の素子の値を求める。

例えばオ 5.3 表の S 2-3 の回路例に対しては同表に示すように

S-2-3-1 (オ 2/4 図) に対しては



オ 2 / 4 図



$$R_1 = 1/c_2 \cdot \omega_s$$

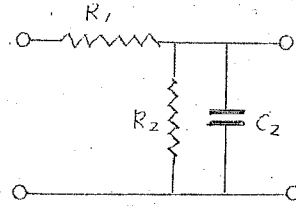
$\tau$  : 増巾度

S 2-3-2 (オク / 5 図) に対しては

$$R_1 = \frac{1}{c_1 \tau \omega_s}$$

$$R_2 = \frac{1}{c_2 (1 + \tau) \omega_s}$$

として各素子の値を求める。



オク / 5 図

(ii) S 2-2 の対数補償計算線図の使用手順

この線図によつて S 2-2 及び P 2-1 の補償伝達函数の算出ができる。P 2-1 についてはオク / 1 章で説明する。

S 2-2 の補償伝達函数及び補償公式は次に示す通りである。

補償伝達函数 -----  $\tau (1 + \omega_s / s)$

$$\text{補償公式} \begin{cases} \omega_s = \frac{\omega_c (1 + j\omega_c^2)}{j\omega_c - \cot \phi_c} \\ \tau = g_c (\cos \phi_c - j\omega_c \sin \phi_c) \end{cases}$$

この場合の対数補償計算線図は別図 II を用いる。

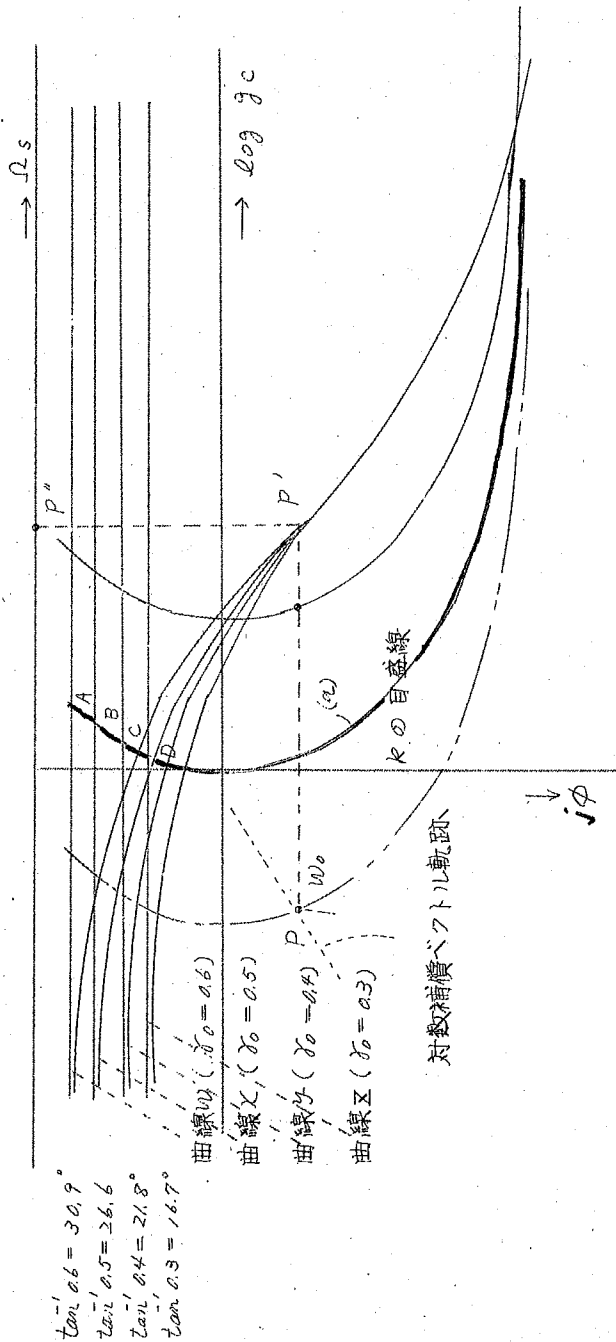
(線図の使用手順)

- (1)  $\omega_c$  の値に応じて対数補償計算線図の原点を移動する。  
この原点はオク / 6 図に示すように、対数補償計算線図上、横軸に平行な  $\phi = \tan^{-1} \omega_c$  の直線と、曲線 (a) (図 ~~中~~ 太線で  $g_c \cos \phi_c = 1$  の軌跡に相当し  $\log$  軸に対称で  $\phi$  軸に接する) との交点に一致する。例えば  $\omega_c = 0.6, 0.5, 0.4, 0.3$  の場合、原点はそれぞれ A, B, C, D となる。
- (2) 対数補償ベクトル軌跡を線図と同目盛の半透明の片対数方眼紙に書き、その原点が (1) で求めた対数補償計算線図

の原点に一致するように平行移動する。ここで今、問題となっている対象ベクトル軌跡上の一点をPとする(オクログ参照)

(3) 点Pを通る左の目盛線(曲線(a)に平行で図中二重鎖線で示す)より左の値を読みとる。

(4) 点Pよりlog  $\eta$  軸に平行線を引き、例えば  $\delta_0 = 0.3$  の場合には曲線(2) ( $\delta_0 = 0.4$ , 0.5, 0.6 の場合にはそれぞれ曲線(3), 曲線(X) 曲線(W))との交点



をP'とし、この点よりφ軸に平行線を引き、線図の最上部にあるΩsの軸との交点をP''とすると、その点のΩsの読みより次

式

$$\omega_s = \Omega_s \cdot \omega_0 \quad (\text{但し, } \omega_0: \text{指定根の角周波数})$$

で  $\omega_s$  を求める。

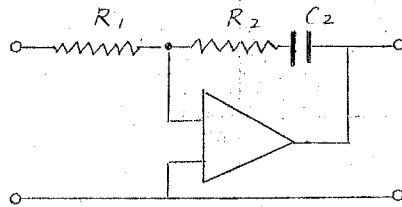
(5) 以上求めた  $\omega$  及び  $\omega_s$  の値より補償伝達函数

$$F_c(s) = \omega \left( 1 + \omega_s/s \right)$$

が得られる。

(6) この補償伝達函数を持つ実際の補償回路の各素子の値を求め。例えばオ 5. 2 表

に示した回路例(オ 7. 17 図)の各素子の値は同表に示したように



第 7. 17 図

$$R_2 = \frac{1}{C_2 \omega_s}$$

$$R_1 = \frac{R_2}{\omega}$$

で計算することが出来る。

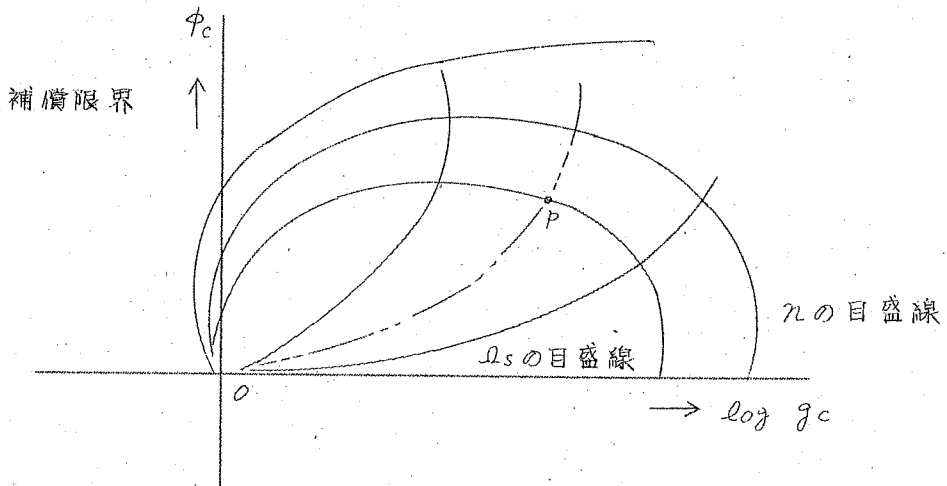
(iii) S 2-4 の対数補償計算線図の使用手順

S 2-4 の補償伝達函数及びその補償公式はオ 5. 4 表にも示したように次の通りである。

$$\text{補償伝達函数} \quad \text{-----} \quad \frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/n \cdot \omega_s}$$

$$\text{補償公式} \quad \text{-----} \quad \begin{cases} \omega_s = \frac{\omega_0 (1 + \gamma_0^2) \sin \phi_c}{g_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c} \\ n = \frac{g_c - \cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c}{\cos \phi_c + \gamma_0 \sin \phi_c - 1/g_c} \end{cases}$$

補償伝達函数で  $n > 1$  の場合(いわゆる進み回路の伝達函数; S 2-4. 2)  $0 < n < 1$  の場合(いわゆる遅れ回路の伝達函数; S 2-4. 1) と対数補償計算線図の使い方が異つて来る。この線図は別図 III ( $\gamma_0 = 0.3$ ), 別図 IV ( $\gamma_0 = 0.4$ ) 別図 V ( $\gamma_0 = 0.5$ )



第 7, 18 図

別図 VII ( $\gamma_c = a, b$ ) に示してある。

(A)  $n > 1$ ;  $S Z - 4, 2$  の補償伝達函数の場合

- (1) 補償ベクトル軌跡を片対数平面に画き、 $\gamma_c$  の値に対する対数補償計算線図に互いの<sup>(座標軸)</sup>原点が合うように重ねる。
- (2) 補償ベクトル軌跡上の  $w_0$  に対する点  $P$  を通る  $\Omega$  の目盛線より  $\Omega$  の値を読みとる。(オ 5, 18 図)
- (3) 次に点  $P$  を通る  $\Omega_s$  の目盛線より  $\Omega_s$  を読みとり

$$w_s = w_0 \cdot \Omega_s$$

より  $w_s$  を求める。

(4) 以上求めた  $\Omega$  および  $w_s$  より補償伝達函数

$$F_c(s) = \frac{1 + s/w_s}{1 + s/\Omega \cdot w_s}$$

但し  $n > 1$

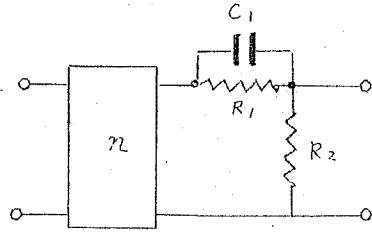
が得られる。

- (5) この補償伝達函数をもつ実際の補償回路の各素子の値を求める。例えばオ 5, 4 表の  $S Z - 4, 2$  の回路(オ 5, 18 図)はこれに相当する。この回路素子の値は同表に示すように

$$R_1 = \frac{1}{C_1 \omega_s}$$

$$R_2 = \frac{1}{C_1 (\pi - 1) \omega_s}$$

で得られる。



オ 7.19 図

(B)  $0 < \pi < 1$ ;  $S Z - 4 \cdot 1$  の補償伝達函数の場合

- (1) 対数補償ベクトル軌跡を対数補償計算線図と同目盛りの片対数方眼紙(半透明)を画き、これを  $180^\circ$  回転させ前述の対数補償計算線図に重ねる。但し指定した減衰度  $\gamma_0$  に対する対数補償計算線図を用いなければならぬ。
- (2) 対数補償ベクトル軌跡上の一点  $P$  を通る  $\pi$  の目盛線より読みとった値  $\pi'$  の逆数が求める  $\pi$  の値である。すなわち

$$\pi = 1/\pi' \quad (\pi' : \text{目盛線の読み})$$

(3) 次に点  $P$  を通る  $\omega_s$  の目盛線より  $\omega_s$  を読みとり

$$\omega_s = \omega_0 \cdot \omega_s / \pi$$

で  $\omega_s$  を求める。但し  $\omega_0$  は点  $P$  の  $\omega$  の値である。

(4) 以上求めた  $\pi$  および  $\omega_s$  の値より補償伝達函数

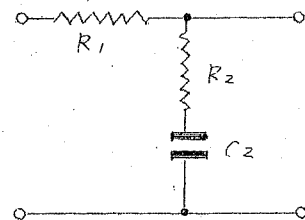
$$F_c(s) = \frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/\pi \cdot \omega_s} \quad (0 < \pi < 1)$$

(5) この補償伝達函数をもつ実際の補償回路の各素子の値を求める。例えば 5.4 表の  $S Z - 4 \cdot 1$  の回路(オ 7.20 図)はこれに相当し。その回路素子の値は同表に示すように

$$R_1 = \frac{1 - \pi}{C_2 \cdot \pi \cdot \omega_s}$$

$$R_2 = \frac{1}{C_2 \cdot \omega_s}$$

で求められる。



第 7.20 図

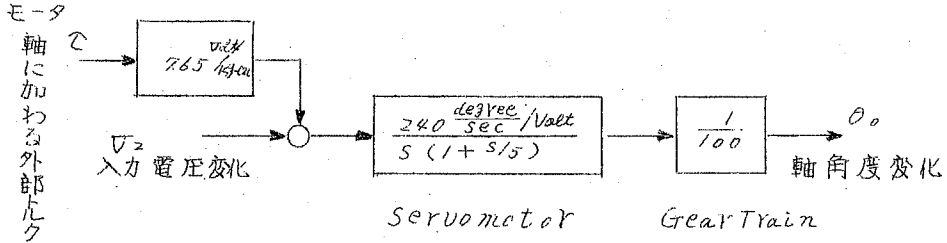
# 第8章 代表根指定法による特性設計例

## 8.1 仕様及びその処理

前章までに説明した代表根指定法による設計手順に従って、サーボ機構の特性設計を行ってみよう。6.3で説明した手順は原則的なもので、実際にはその順序に常に従うとはかぎらないが、ここではできるだけその手順に従うことにする。

このサーボ機構に用いられるサーボ電動機及びギヤ機構は買荷によつて既に次のように選ばれているものとする。

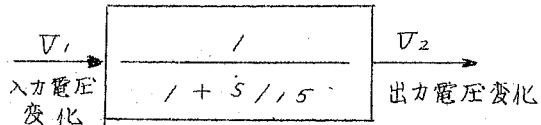
- 1) サーボ電動機のブロック線図はオ8.1図に示すとおりであるとする。例としてここで考えているサーボ電動機は山洋電機製 MDA-T型DCサーボ電動機で定格出力は50Wである。



第8.1図 サーボ電動機(山洋電機製MDA-T型DCサーボ電動機)のブロック線図 Gear-Ratio; 100:1

但し歯車機構の変速比を100:1とする。

- 2) 電気増巾部のブロック線図はオ8.2図に示されるものとする。但しその最大出力電圧をモーター駆動時で80V



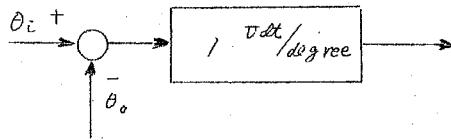
第8.2図 電力増巾部のブロック線図

とする。

したがって、この増巾部により駆動されたサーボ電動機—ギヤ機構の出力軸の最大回転速度  $(\frac{d\theta_o}{dt})_{max}$  は

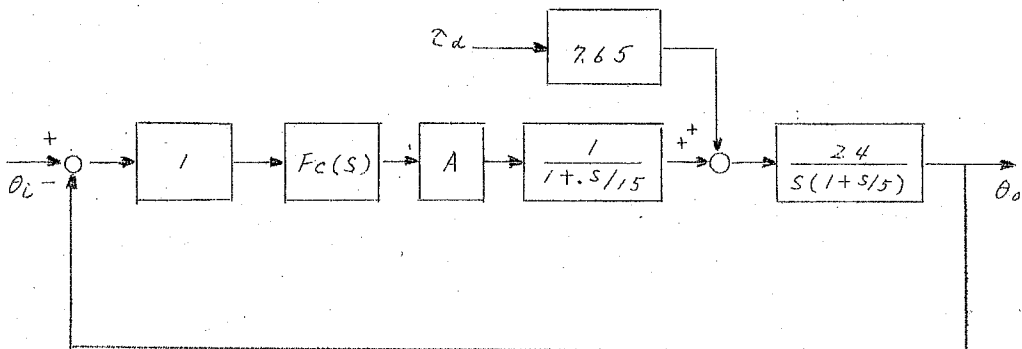
$$\left(\frac{d\theta_o}{dt}\right)_{max} = 80 \times 240 \times \frac{1}{100} = 192 \text{ degree/sec} \quad 8.1.1$$

3). 比較部のブロック線図をオ 8.3 図とする。



第 8.3 図 比較部のブロック線図

4). 以上オ 8.1 図よりオ 8.3 図を組合せるとオ 8.4 図のようなサーボ機構のブロック線図が得られる。



第 8.4 図 特性設計対象としてのサーボ機構

上図で点線によって囲まれた部分が特性仕様によって決定しなければならないところの増巾部の増巾度  $A$  及び補償伝達函数  $F_c(s)$  である。

指定されている仕様は次の通りである。

- (1) 起ちあがり時間:  $T_o < 1 \text{ sec}$  (但し最大入力角  $120^\circ$ )
- (2) 速度誤差定数:  $K_v \geq 15 \text{ 1/sec}$
- (3) 行き過ぎ量を 25% 前後とする。

(4) 遮断周波数:  $\omega_c < 20 \text{ rad/sec}$

(5) 整定時間:  $T_s < 3 \text{ sec}$

以上の仕様より次の各事項がわかる。

(1) 仕様(2)より

$$K_v = 15 \text{ 1/sec} \quad (8.12)$$

とすると第8.4図のブロック線図より

$$K_v = 15 = 1 \times F_c(0) \times A \times 2.4$$

ここで  $F_c(0) = 1$  とすると、前置増巾器の増巾度  $A$  は

$$A = 6.25 \quad (8.13)$$

として得られる。

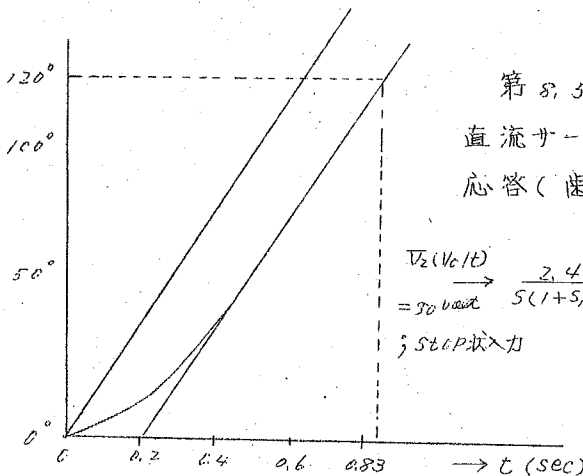
(2) 仕様(5)の整定時間より補償伝達函数の零点のうち最も原点に近いものの値を(8.129)式を用いて決める。即ち

$$\alpha_0 \doteq -1/T_s \quad (8.129)$$

ところで  $T_s < 3 \text{ sec}$  であるから

$$\alpha_0 < 0.33 \quad (8.14)$$

(3) サーボ電動機—歯車機構部の時間遅れは  $0.2 \text{ sec}$  (オ8.1図参照)で、又最大回転速度は(8.1.1)式に示すように  $192$





$\omega_{\text{res}}/\text{sec}$  である故、この部分に前段の電力増巾部の最大電圧が加わった場合の回転角度の応答はオ 8.5 図に示すような形を示す。

同図によると回転角度が  $120^\circ$  に達するまでの時間は約  $0.83 \text{ sec}$  であることがわかる。したがって入力角  $120^\circ$  を階段状に与えた場合のサーボ機構の応答は、増巾部の飽和により  $120^\circ$  に達するまで大体第 8.5 図と同様な応答を示すことが考えられ、 $T_0$  は約  $0.83 \text{ sec}$  となり仕様(1)を満足することがわかる。

(4) 行き過ぎ量は仕様(3)によつて 25% 前後として考えられているので第 3.1 図を参照して代表根の減衰度  $\gamma_0$  を

$$\gamma_0 = 0.5 \quad (8.1.5)$$

と選ぶ。

(5) 代表根の虚数部、即ち代表現象周波数  $\omega_0$  の下限は仕様(1)と第 3.1.2 式

$$\omega_0 \doteq 2/T_0 \quad (8.1.21)$$

より

$$\omega_0 > 2 \text{ rad/sec} \quad (8.1.6)$$

となる。

(6) 代表根の虚数部  $\omega_0$  の上限は仕様(4)と(3.2.17)式

$$\omega_0 \doteq \omega_0 / 1.7$$

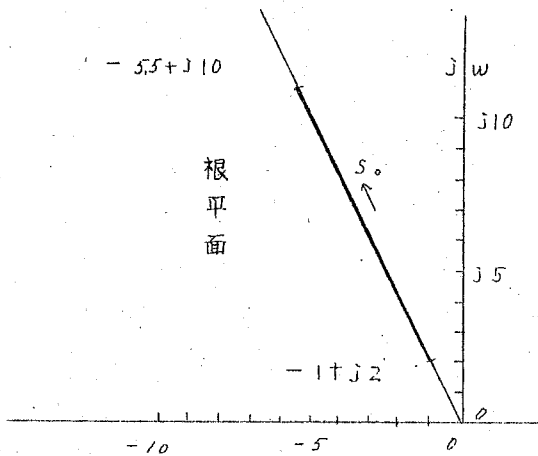
より

$$\omega_0 < 2/1.7 = 1.17 \text{ rad/sec} \quad (8.1.7)$$

となる。

(7) したがって指定すべき代表根の範囲は第 8.6 図の根平面上太線で示される。

即ち代表根  $s_c$  は  $j 2 (1 + j 0.5) \sim j 1.1 (1 + j 0.5)$  の範囲である。



第 8.6 図  
代表根の指定範囲  
(下半面は省略)

### 8.2 遅れ補償伝達函数 $S = 4 \cdot 1$ による特性改善

前節で求めた代表根の指定範囲内において補償ベクトルを次のように計算する。即ち第 8.4 図の  $A$  が (8.13) 式のようにきまつて、その場合の速度誤差定数  $K_v$  は  $1.5 \text{ } 1/\text{sec}$  であつたから、補償前の開回路伝達函数  $F_0(s)$  は

$$F_0(s) = \frac{1.5}{s(1+s/15)(1+s/5)} \quad (8.2.1)$$

である。したがつて補償ベクトル  $g_c e^{j\phi_c}$  は (8.122) 式によつて

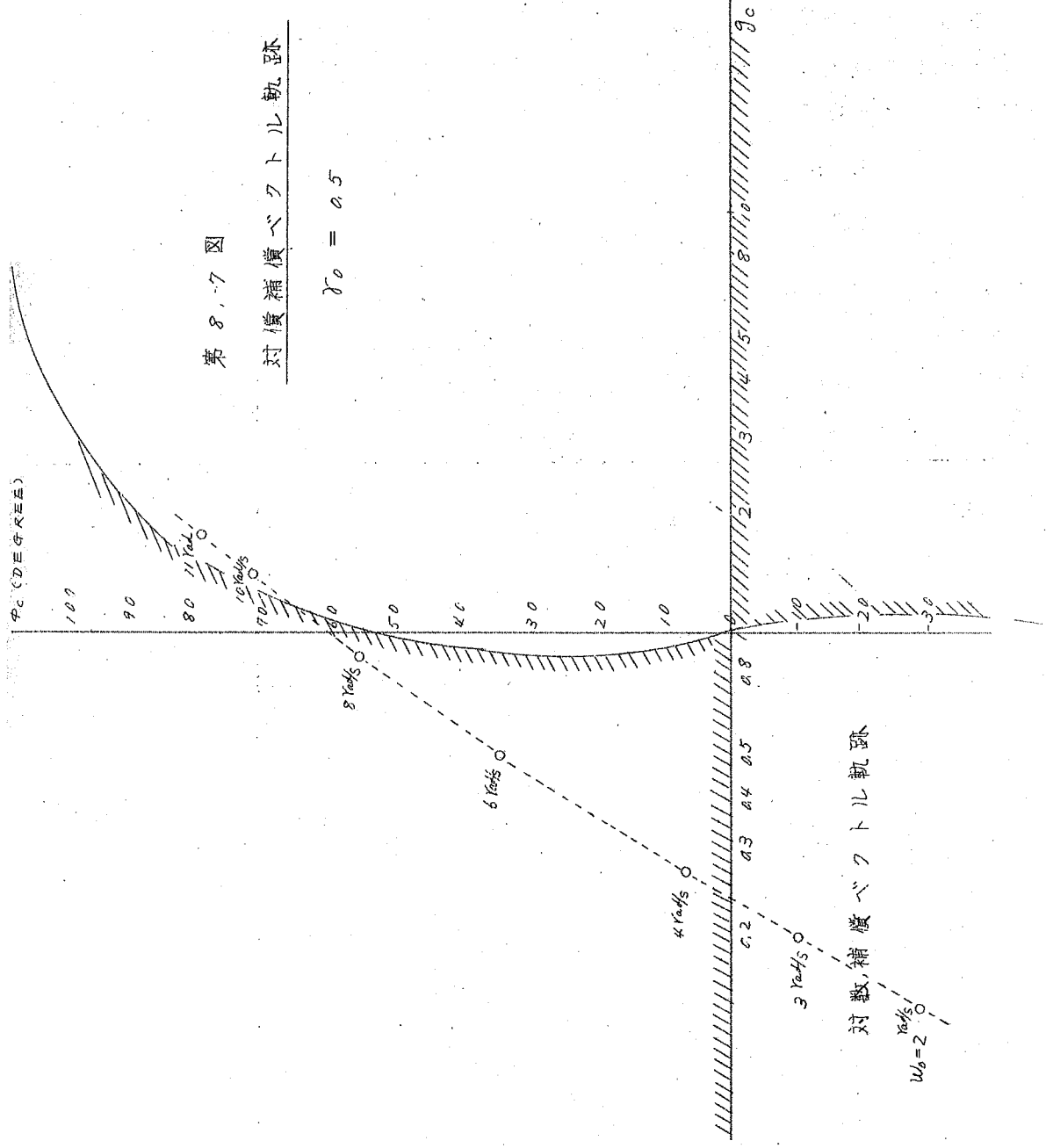
$$\begin{aligned} g_c e^{j\phi_c} &= \frac{1}{e^{j\pi} F_0(s_0)} \\ &= \frac{s_0(1+s_0/15)(1+s_0/5)}{1.5} \cdot e^{-j\pi} \quad (8.2.2) \end{aligned}$$

として計算される。第 8.6 図で示した代表根の範囲内でいくつかの点に対する補償ベクトルを計算した結果が第 8.1 表である。

$\omega_0$ (Rad/sec)	$s_0$	$g_c / \phi_c$
2	$j2(1 + j0.5)$	$0.126 \quad / -28.7^\circ$
3	$j3(1 + j0.5)$	$0.190 \quad / -18.3^\circ$
4	$j4(1 + j0.5)$	$0.271 \quad / -6.9^\circ$
6	$j6(1 + j0.5)$	$0.507 \quad / 34.8^\circ$
8	$j8(1 + j0.5)$	$0.874 \quad / 55.5^\circ$

10	$J_{10}(1 + j0.5)$	1408	$171.6^\circ$
11	$J_{11}(1 + j0.5)$	1720	$178.5^\circ$

第 8.1 表 補償ベクトル値



又この結果を複素対数平面上にプロットすると第 8.7 図に示すようになる。同図でわかるように  $\omega_0 \leq 3.5 \text{ rad/sec}$  以下では  $S^2 - 4.1$  のいわゆる遅れ補償伝達函数で補償が可能であり、又  $\omega_0 \leq 9 \text{ rad/sec}$  以上では  $S^2 - 4.2$  の進み補償伝達函数によつて補償を行うことができる。ここでは  $S^2 - 4.1$  の遅れ補償伝達函数を用い、 $\omega_0$  を  $3 \text{ rad/s}$  として補償を行う場合の  $S^2 - 4.1$  の補償伝達函数をもとめてみよう。この場合の指定代表根は

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= -j3(1 + j0.5) \\ s_0^* &= -j3(1 - j0.5) \end{aligned} \right\} \quad (8.2.3)$$

となる。

7.2 の対数補償計算線図の使用法の中 (iii) (B) の手順に従ひ別図 V ( $\beta_0 = 0.5$ ) を用いて  $S^2 - 4.1$  の補償伝達函数のパラメーターを決定する。第 8.8 図では  $\omega_0 = 3 \text{ rad/sec}$  に対する対数補償ベクトルを  $180^\circ$  回転させ、その先端近くを通る  $n$  及び  $\Omega_s$  目盛線が画かれてある。同図より  $n$  目盛線の読み  $n'$  は

$$n' \doteq 5$$

したがつて求める  $n$  の値は

$$n = 1/n' = 0.2 \quad (8.2.4)$$

又  $\Omega_s$  目盛線より  $\Omega_s$  は

$$\Omega_s = 0.05$$

したがつて求める  $\omega_s$  の値は

$$\begin{aligned} \omega_s &= \omega_0 \cdot \Omega_s \cdot n \\ &= 3 \times 0.05 / 0.2 \\ &= 0.75 \end{aligned} \quad (8.2.5)$$

故に補償に必要な  $S^2 - 4.1$  の伝達函数は

$$F_c(s) = \frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/n\omega_s}$$

(188)

$$= \frac{1 + s/0.75}{1 + s/0.15} \quad (8.2.6)$$

として得られる。上式より(8.1.4)式の条件を満足していることがわかる。

したがってこの場合の閉ループ伝達函数は(8.2.1), (8.2.6)式より

$$F_o(s) \cdot F_c(s) = \frac{15(1 + s/0.75)}{s(1 + s/1.5)(1 + s/5)(1 + s/0.15)} \quad (8.2.7)$$

となる。上式にしたがって指定根が代表根であるかどうかを厳密に検討するための留数計算を図的に行ってみよう。これをオ8.9図に示してある。2.4後半で説明したように“変換円”によつて各極又は零点に対するベクトル $\dot{U}$ を求めてこれより $\dot{U}_s$ を得、更に変換円と $S_0$ , 原点をむすぶ直線より求められる $\dot{U}_0$ と $\dot{U}_s$ とで次式のようにして $A_0, \psi_0$ が計算される。

$$1/A_0 = \left| \frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_0} \right|$$

$$\psi_0 = \angle \dot{U}_s - \angle \dot{U}_0$$

第8.9図より

$$|\dot{U}_s| = 3.5$$

$$|\dot{U}_0| = 2.65$$

したがつて

$$1/A_0 = \frac{3.5}{2.65} = 1.32$$

又 $\psi_0$ は同図より

$$\psi_0 = -35.5^\circ$$

結局、求める留数 $A_0 \angle \psi_0$ は

$$\begin{aligned} A_0 \angle \psi_0 &= \frac{1}{1.32} \angle (-35.5^\circ) \\ &= 0.758 \angle (-35.5^\circ) \end{aligned} \quad (8.2.8)$$

(89)

第 8.8 図

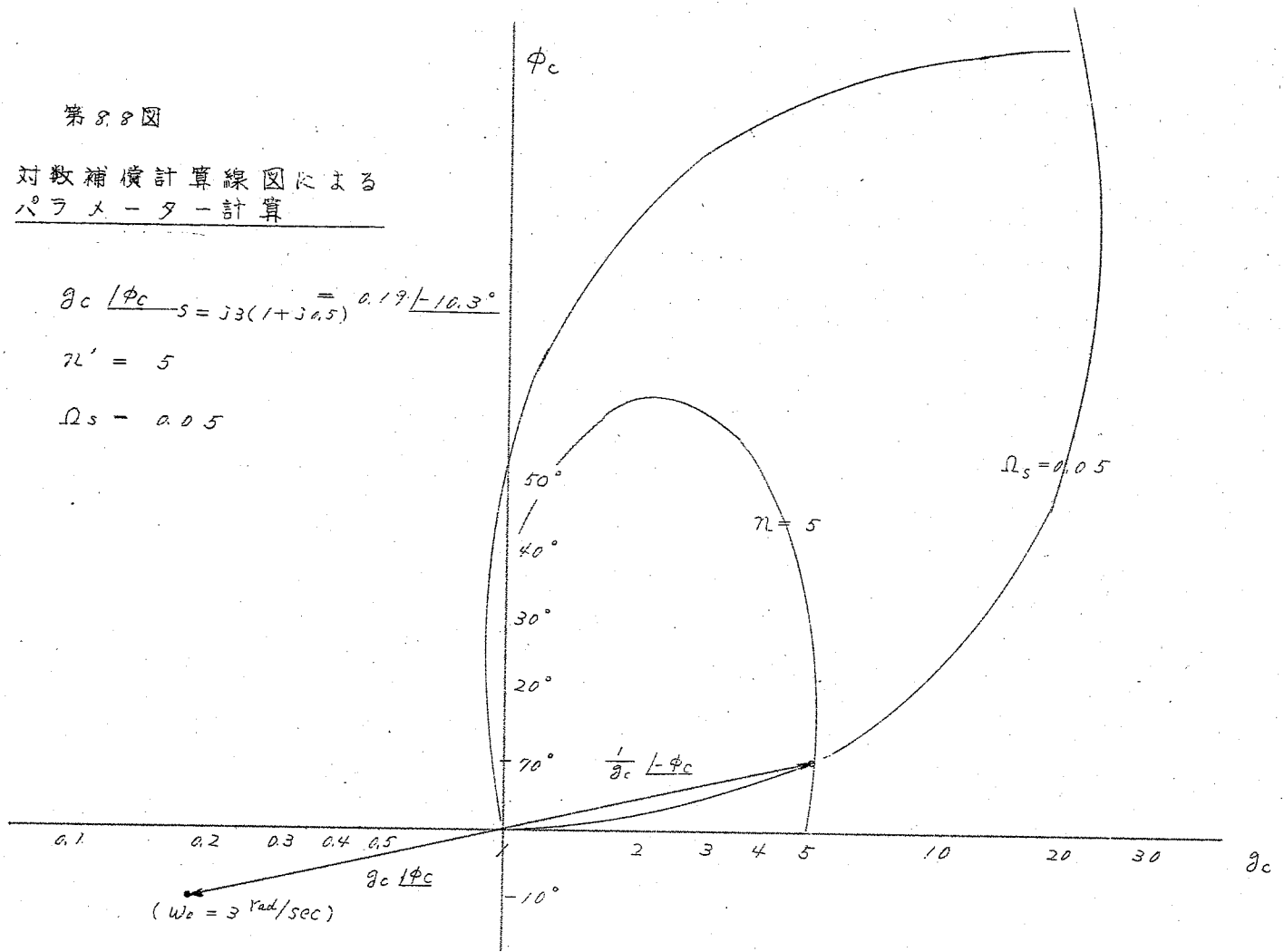
対数補償計算線図による  
パラメータ計算

$$g_c / \phi_c - s = j3(1 + j4.5) = 0.17 \angle -10.3^\circ$$

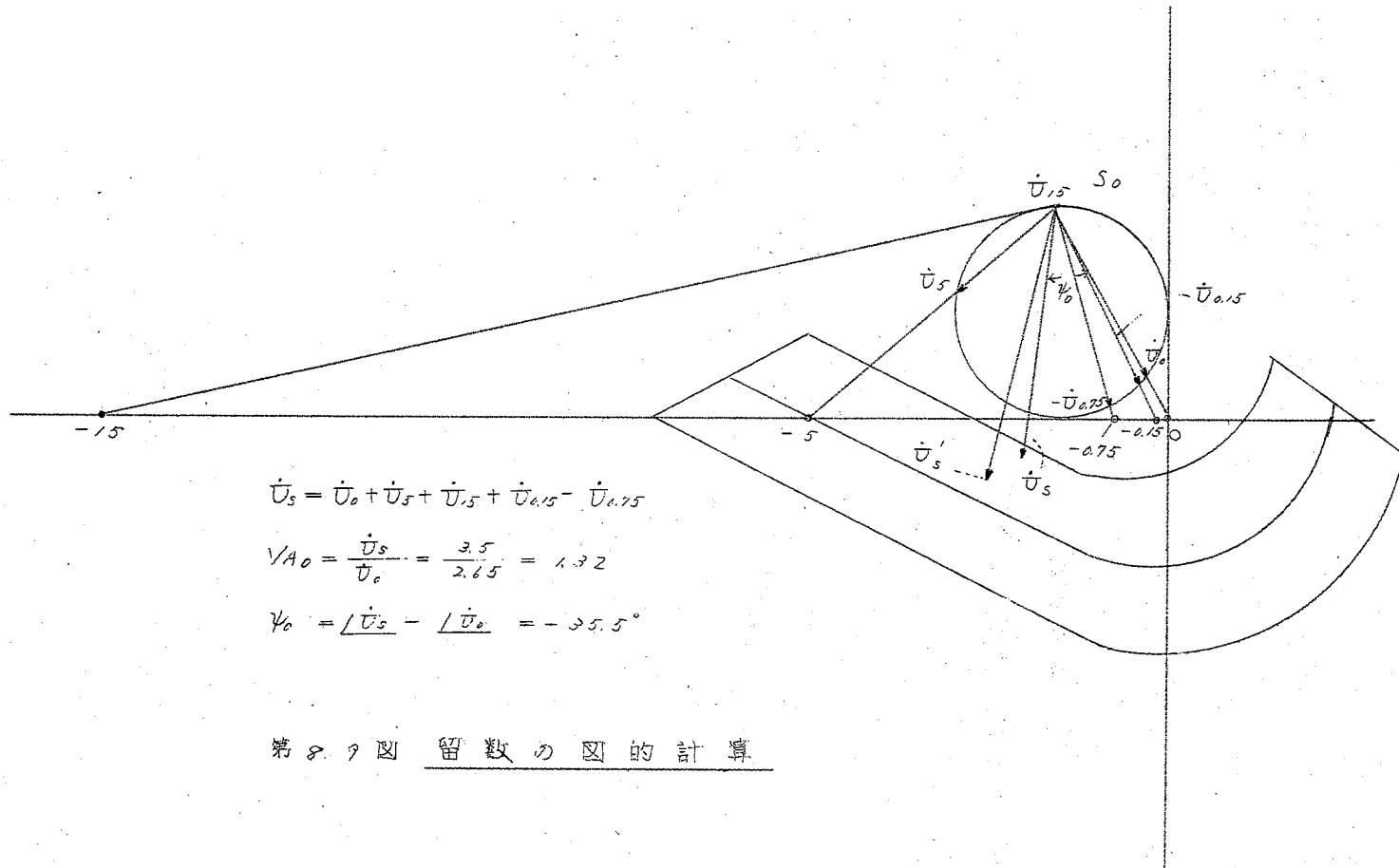
$$\tau L' = 5$$

$$\Omega_s = 0.05$$

(067)



(16/1)



$$\dot{U}_s = \dot{U}_0 + \dot{U}_s + \dot{U}_{0.15} + \dot{U}_{0.75} - \dot{U}_{0.15}$$

$$\sqrt{A_0} = \frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_0} = \frac{3.5}{2.65} = 1.32$$

$$\psi_0 = \angle \dot{U}_s - \angle \dot{U}_0 = -35.5^\circ$$

第 8.9 图 留数の図的計算

この留数が代表根の留数条件を満足するかどうかは第 2.9 図で説明したように直接根平面上で判定できる。第 8.9 図で点線で囲まれた部分に  $\sigma_s$  の先端が入っていれば指定根は代表根と考えることができる。図で明らかのように指定根は代表根であると考えてもよい。

次に (8.2.6) 式に示される  $S^2 - 4.1$  の補償伝達函数をもつ具体的な RC 回路はオ 8.4 表の回路素子の計算式にしたがって求めることができる。即ち

$$R_1 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1-n}{n \omega_s} \quad (8.2.9)$$

において

$$C_2 = 8 \mu F \quad (8.2.10)$$

とすると、8.2.9 式に (8.3.4) (8.2.5) 式を代入して

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{8 \mu F} \cdot \frac{1-0.2}{0.2 \times 0.75 \text{ rad/sec}} \\ &= 667 \text{ K}\Omega \end{aligned} \quad (8.2.11)$$

又、

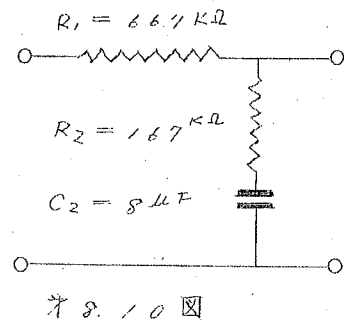
$$R_2 = \frac{1}{C_2 \omega_s} \quad (8.2.12)$$

より

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{1}{8 \times 0.75} \text{ (M}\Omega\text{)} \\ &= 167 \text{ K}\Omega \end{aligned} \quad (8.2.13)$$

故に補償に必要な補償回路はオ 8.10 図に示すものになる。

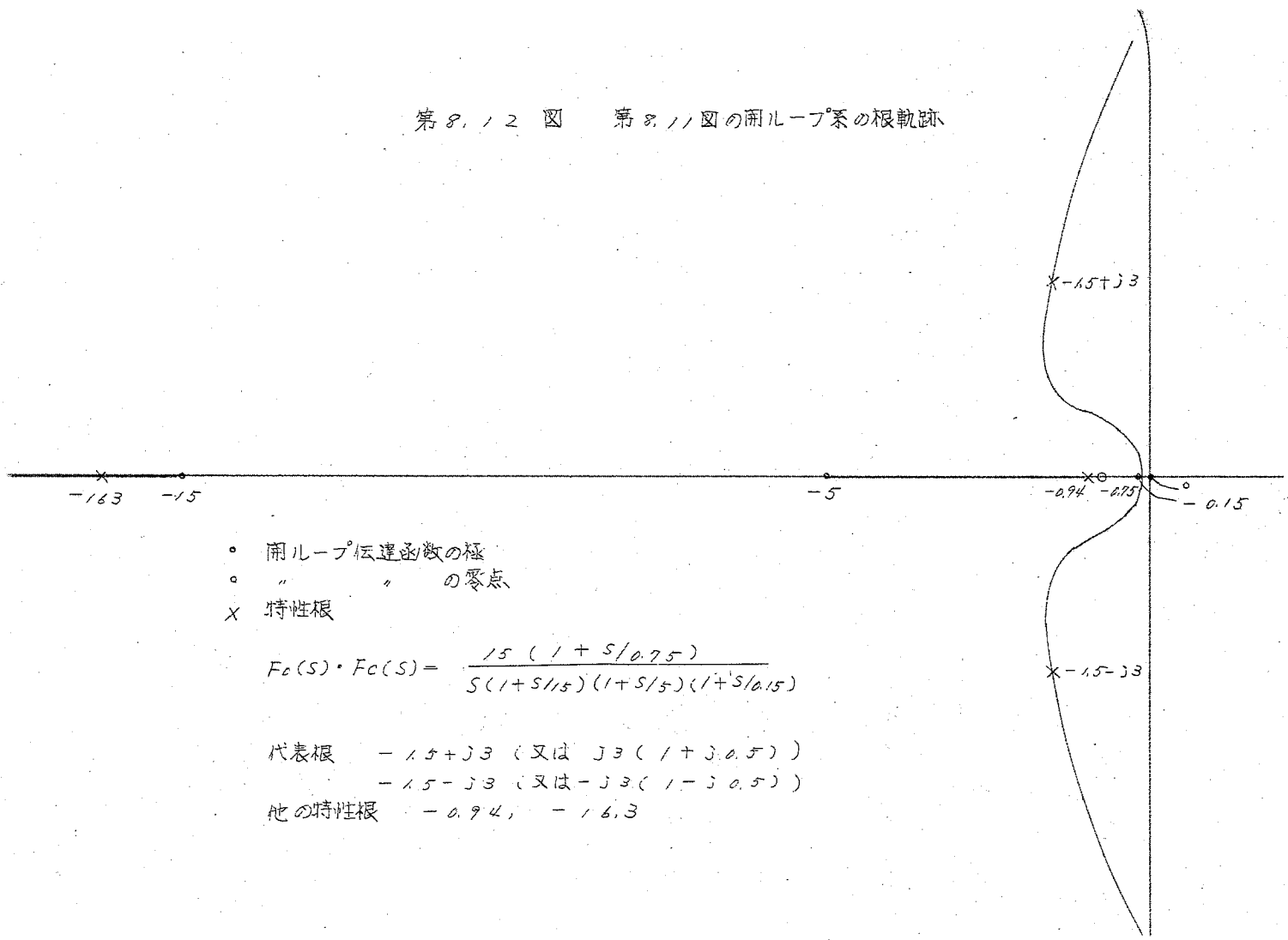
ここで補償後のサーボ機構のブロック線図は以上の結果よりオ 8.11 図のようになる。更に、この系の根軌跡はオ 8.12 図に示すように画かれる。又階段状入力に対する出力角のインディシャル応答はオ 8.13 図に示す。ここで指定した代表根は





第 8.12 図 第 8.11 図の開ループ系の根軌跡

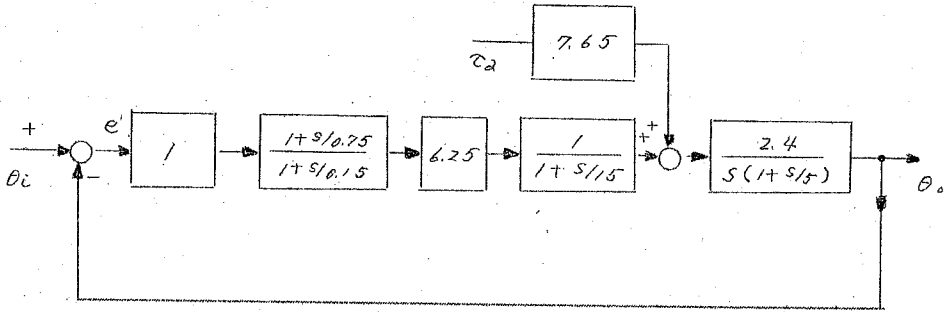
(193)



- o 開ループ伝達函数の極
- o " " の零点
- x 特性根

$$F_o(s) \cdot F_c(s) = \frac{15(1 + s/0.75)}{s(1 + s/15)(1 + s/5)(1 + s/0.15)}$$

代表根  $-1.5 + j3$  (又は  $j3(1 + j0.5)$ )  
 $-1.5 - j3$  (又は  $-j3(1 - j0.5)$ )  
 他の特性根  $-0.94, -1.63$



第 8.12 図 代表根  $S_0 = -j3(1+j0.5)$ ,  $S_0^* = -j3(1-j0.5)$  を持定した場合のサーボ機のブロック線図

$$S_0 = -j3(1+j0.5)$$

であつたが、これより得られる近似的な行き過ぎ量、起ちあがり時間と才 8.13 図の実際の計算結果より得られたそれらと比較すると才 8.2 表のようになる。同表によると行き過ぎ量は、<sup>指定</sup>値よりも多少大きくなるが一般に設計結果はこのような傾向を ~~加~~ <sup>持つ</sup> 場合が多い。

	近 似 値	実 際 の 値
行き過ぎ量 $a$	21%	37%
起ちあがり時間 $T_0$	0.66 秒	0.62 秒
遅れ時間 $T_D$	0.37 秒	0.38 秒

第 8.2 表

註  $T_0 \approx \frac{2}{\omega_0}$ ,  $T_D \approx \frac{1}{\omega_0}$

8.3 進み補償伝達函数  $S 2-4.2$  による特性改善

第 8.7 図でわかるように  $\omega_0$  が大体  $9 \text{ rad/sec}$  以上で  $S 2-4.2$  の補償領域内に入る。したがつて、ここでは  $\omega_0$  を  $10 \text{ rad/sec}$  とえらび、代表根

$$S_0 = -j10(1+j0.5)$$

$$S_0^* = -j10(1-j0.5)$$

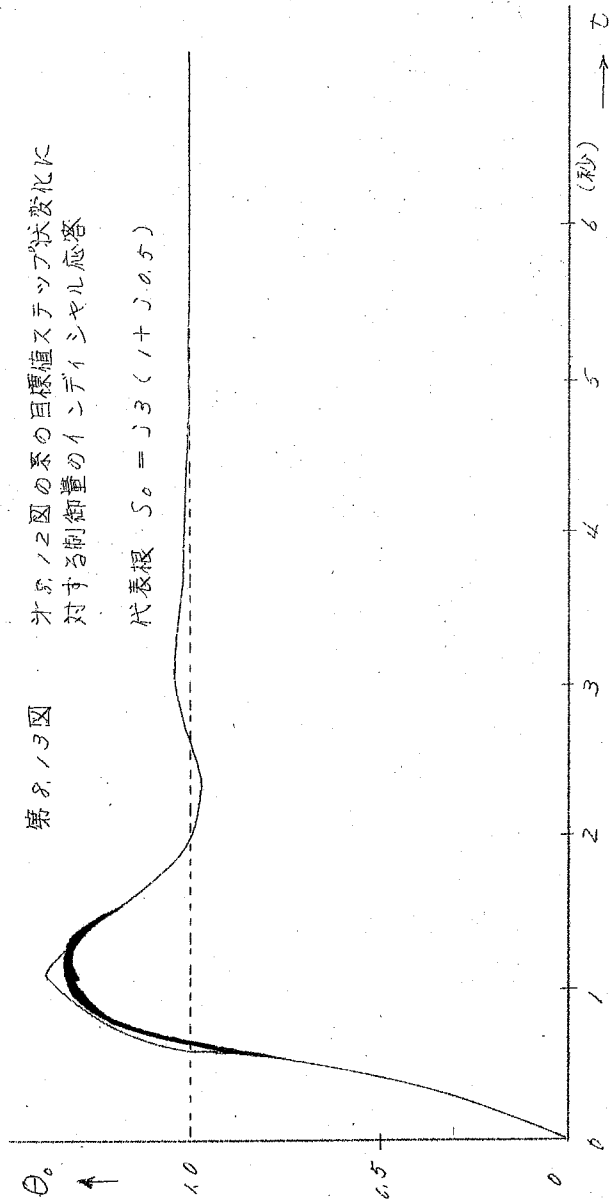
(8.3.1)

を指定し、これを系に与えるような  $S = -4.2$  の補償伝達函数を求めてみよう。

この場合の補償ベクトルはオ 8.1 表より

$$j\omega_c / \phi_c \Big|_{\omega_c=10} = 1.41 / 71.6^\circ$$

である。そこで 7.2 の対数補償計算線図の使用法中 (iii)・(A) の  $S = -4.2$  の補償伝達函数に対する補償計算線図の使用手順に従い、別図 IV ( $j\omega_c = 0.5$ ) を用いて  $S = -4.2$  の補償伝達函数のパラメータを決める。第 8.14 図に示すように先ず片対数方眼紙・(対数補償計算線図と同目盛のもの) の縦軸を  $\phi_c$ 、横軸を  $\text{lag } j\omega_c$  として補償ベクトルをプロットし (点 P)、この平面と計算線図との縦軸、横軸を夫々一致させ、その時のプロットした点附近を通る  $\Omega_s$  及び  $\Omega_c$  目盛線に対数補償計算線図より写し取り、これより  $\Omega_s$ 、 $\Omega_c$  の値をよみ



第 8.13 図

とる。ここでは

$$\Omega_s = 0.75$$

$$n' = 20$$

したがつてもとめる2つのパラメーターは  $\omega_0 = 10 \text{ rad/sec}$  であるから

$$\omega_s = \omega_0 \Omega_s = 7.5$$

$$n = n' = 20$$

5.2-4.2の補償伝達函数では  $n$  の値がその回路に必要な増巾度であるので、この場合その増巾度が20倍ということになり補償回路としてはあまり実用的ではない。したがつて、ここでは補償ベクトルの大きさを少し増加させて、即ち速度誤差定数  $15 \text{ /sec}$  を少し減少させることにより実用的な  $n$  ( $n < 10$ ) の値を実現させてみよう。この為には第8/4図と同様に補償ベクトルをプロットした片対数方眼紙を計算線図上それらの横軸が常に一致するように平行移動させ、補償ベクトルとしてプロットされた点  $P$  が  $n = 10$  の目盛線上にあるようにする。第8/5図はこの状態を示すものである。勿論この場合の点  $P$  付近を通る  $\Omega_s$  目盛線を写し取り  $\Omega_s$  の値を読み取る。同図より

$$\Omega_s = 0.66$$

$$n' = 10$$

であるから、もとめる2つのパラメーターは  $\omega_0 = 10 \text{ rad/sec}$  であるから

$$\omega_s = \omega_0 \Omega_s = 6.6 \quad (8.3.2)$$

$$n = n' = 10 \quad (8.3.3)$$

として計算される。又、速度誤差定数  $K_v$  (一般には一巡定常利得) は第8/4図中、計算線図の原点  $O'$  の読み  $0.9$  が  $K_v$  の減少を示す係数と考えることができるので

$$K_v = 0.9 \times 15 = 12 \quad (8.3.4)$$

となる。この程度の $K_v$ の減少をここでは許し得るものとする。

したがって補償に必要な $S$  2-4.2の伝達函数は(8.3.2), (8.3.3)式より

$$F_c(s) = \frac{1 + s/10}{1 + s/20} = \frac{1 + s/6.6}{1 + s/66} \quad (8.3.5)$$

となる。勿論この零点は(8.1.4)式を満足している。この $F_c(s)$ と補償前の閉回路伝達函数 $F(s)$ の積が補償後の閉回路伝達函数となるのであるが $F_c(s)$ は(8.2.1)式における $1/5^{1/20}$ の $K_v$ が(8.3.4)式で示すように $1/2^{1/20}$ に減少したので結局 $F_o(s) \cdot F_c(s)$ は

$$F_o(s) \cdot F_c(s) = \frac{12(1 + s/6.6)}{s(1 + s/15)(1 + s/5)(1 + s/66)} \quad (8.3.6)$$

になる。次に指定根 $s_0 (= j10(1 + j0.5))$ に関する留数 $A_0 \leftarrow^{j40}$ が代表根の留数条件を満足するかどうか検討してみよう。前例ではこれを図的に行ったがここでは(2.4.12)式を用いて計算してみる。(2.4.12)式にしたがい、(2.1.10)式と(8.3.6)式とを対比したから次式を得る。

$$\frac{1}{A_0} = \frac{1}{A_c} \leftarrow^{j40} = \frac{1}{1 + s_0/15} + \frac{1}{1 + s_0/5} + \frac{1}{1 + s_0/66} + \frac{1}{1 + s_0/66} \quad (8.3.7)$$

上式で $1 + s_0/15$ ,  $1 + s_0/5$ は補償ベクトル計算の時、即ち計算した値で $s_0 = j10(1 + j0.5)$ のときはそれぞれ $0.94 \leftarrow^{j45^\circ}$ ,  $2 \leftarrow^{j90^\circ}$ であり又残りの各項については第6.17図の計算図によつて

$$1 + s_0/6.6 = 1 + j \frac{10}{6.6} (1 + j0.5) = 1.54 \leftarrow^{j81^\circ}$$

$$1 + s_0/66 = 1 - j \frac{10}{66} (1 + j0.5) = 0.94 \leftarrow^{j9.5^\circ}$$

が得られるから、これらの値を(8.3.7)式に代入して $1/A_0 \leftarrow^{j40}$ を計算する。すなわち

$$\frac{1}{A_0 \leftarrow^{j40}} = 3 + \frac{1}{1.54} \leftarrow^{-j80^\circ} + \frac{1}{0.94} \leftarrow^{-j9.5^\circ} + \frac{1}{2} \leftarrow^{-j90^\circ} + \frac{1}{0.94} \leftarrow^{-j9.5^\circ}$$

$$\begin{aligned}
&= 3 + 0.114 - j0.638 - (0.752 - j0.752) - (0 - j0.5) - (1.05 - j0.176) \\
&= 1.912 + j0.79 \\
&= 1.54 \angle 33.1^\circ \qquad (8.3.8)
\end{aligned}$$

上式の値を第 8.16 図に示すように代表根の留数領域に対比させると、ベクトル  $1/A_0 \angle 34^\circ$  の先端はこの領域内にあり、したがって指定根

$$S_0 = j10(1 + j0.5)$$

及び

$$S_0^* = -j10(1 - j0.5)$$

は代表根になることがわかる。

指定根が代表根になることは 6.3 の第 6.22 図でも説明したように

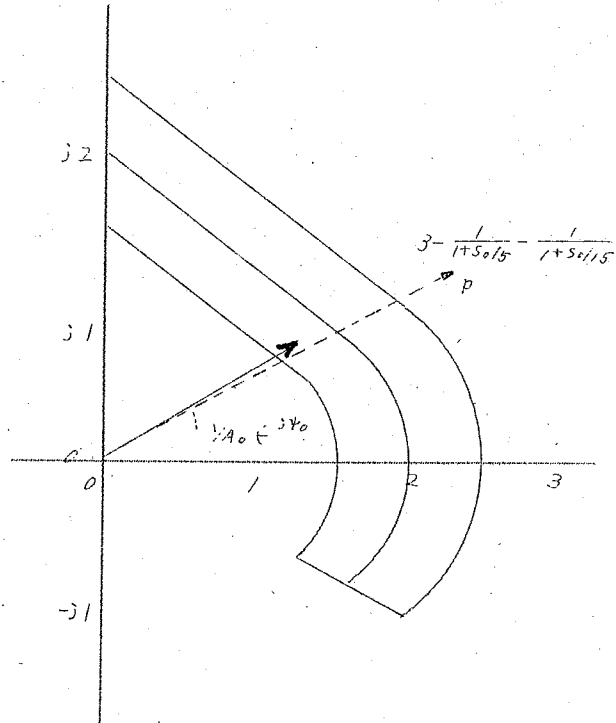
補償前の開ループ伝達関数  $F_0(s)$  より得られる

ベクトル量 (例えば (6.3.10) 式による  $F_0(s)$  に対しては (6.3.13) 式のベクトル量) によつて大体前もつて判定が可能である。ここでは (6.3.13) 式に相当するベクトル量は (8.2.1) 式より

$$\begin{aligned}
&3 - \frac{1}{1 + s_0/15} - \frac{1}{1 + s_0/5} \quad (\text{但し } S_0 = j10(1 + j0.5)) \\
&= 3 - \frac{1}{0.94} \angle -34^\circ - \frac{1}{2} \angle -90^\circ \\
&= 3 - (0.752 - j0.752) - (0 - j0.5) \\
&= 2.25 + j1.25
\end{aligned}$$

となる。これは第 8.16 図では  $\overrightarrow{OP}$  の点線で示したベクトルである

(198)



第 8.16 図 留数による代表根の判定

が代表根留数領域近くにその先端があるので補償によつて指定根の留数を代表根留数領域に入れることは容易であることがわかる。実際には第 8.16 図でわかるように指定根の留数  $A_0 \in j\omega_0$  を示すベクトル  $\frac{1}{A_0} \in j\omega_0$  は代表根留数領域内に存在する。このような

補償前での留数の判定は第 8.9 図で示したような図的計算法にしたがった方がより便利である。同図では  $\dot{U}_{s'}$  が補償前の閉ループ伝達函数  $F_0(s)$  より得られるベクトル量(オ 2.4.28 式参照)に相当するが、 $\dot{U}_{s'}$  は既に代表根留数領域内にあり、しかも補償伝達函数  $F_c(s)$  に相当するベクトル  $\dot{U}_c$  は  $\dot{U}_{s'}$  に比べるとその大きさが小さく(第 8.13.8 式以下参照)、したがつて  $\dot{U}_s$  は代表根留数領域内にあることは容易に理解できる。

次に第 8.3.5 式の伝達函数をもつ補償回路を第 5.4 表によつてもとめる。同表で  $S 2-4.2$  の項の回路素子の計算式により

$$R_1 = \frac{1}{C_1 \omega_s}$$

$$R_2 = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{(\lambda - 1) \omega_s}$$

において、

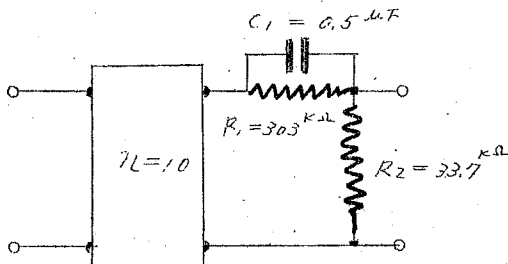
$$C_1 = 0.5 \mu F$$

とし、又、( 8.3.2 ) 及び ( 8.3.3 ) 式の  $\omega_s, \lambda$  の値を代入し

$$R_1 = \frac{1}{0.5 \times 6.6} \text{ (M}\Omega\text{)} = 303 \text{ (k}\Omega\text{)}$$

$$R_2 = \frac{1}{0.5 \cdot (10 - 1) \cdot 6.6} \text{ (M}\Omega\text{)} = 33.7 \text{ (k}\Omega\text{)}$$

が得られる。したがつて求める補償回路は第 8.17 図に示すようになる。



第 8.17 図

$S 2-4.2$  の

補償回路

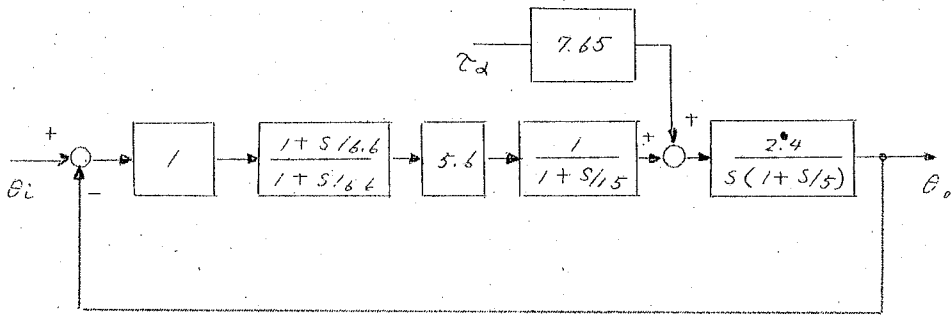
補償後のサーボ機構のブロック線図は第 8.18 図に示すようになる。即ち  $K_v$  はこの場合  $1.2/1.5 \text{ sec}$  であるが、前節で  $K_v = 1.5$  にたいする増巾器の増巾度  $A$  が (8.13) 式のように  $6.25$  であつたからこの場合に必要なる増巾部の増巾度  $A$  は

$$A = 6.25 \times \frac{1.2}{1.5}$$

$$= 5.0$$

になる。又、この系の根軌跡は第 8.19 図のように画かれる。

最後に第 8.15 図で  $\theta_i$  を階段状に変化させた場合の出力角  $\theta_o$  の応答を計算により求めると第 8.20 図に示すものが得られる。



第 8.18 図 代表根  $S_0 = j10(1+j0.5)$ , ( $S_0^* = -j10(1-j0.5)$ )  
を指定した場合のサーボ機構のブロック線図

又、この系について目標値から制御量までの同波数応答の遮断周波数は約  $15.8 \text{ rad/sec}$  であつて、仕様の  $20 \text{ rad/sec}$  以下という条件を満足している。又、第 8.3 表は指定した  $\sigma$ ,  $\omega_0$  より近似的に  $\delta$  のた行き過ぎ量  $a$ , 立ち上がり時間  $T_0$ , 遅れ時間  $T_0$  を実際の値らと比較した表である。

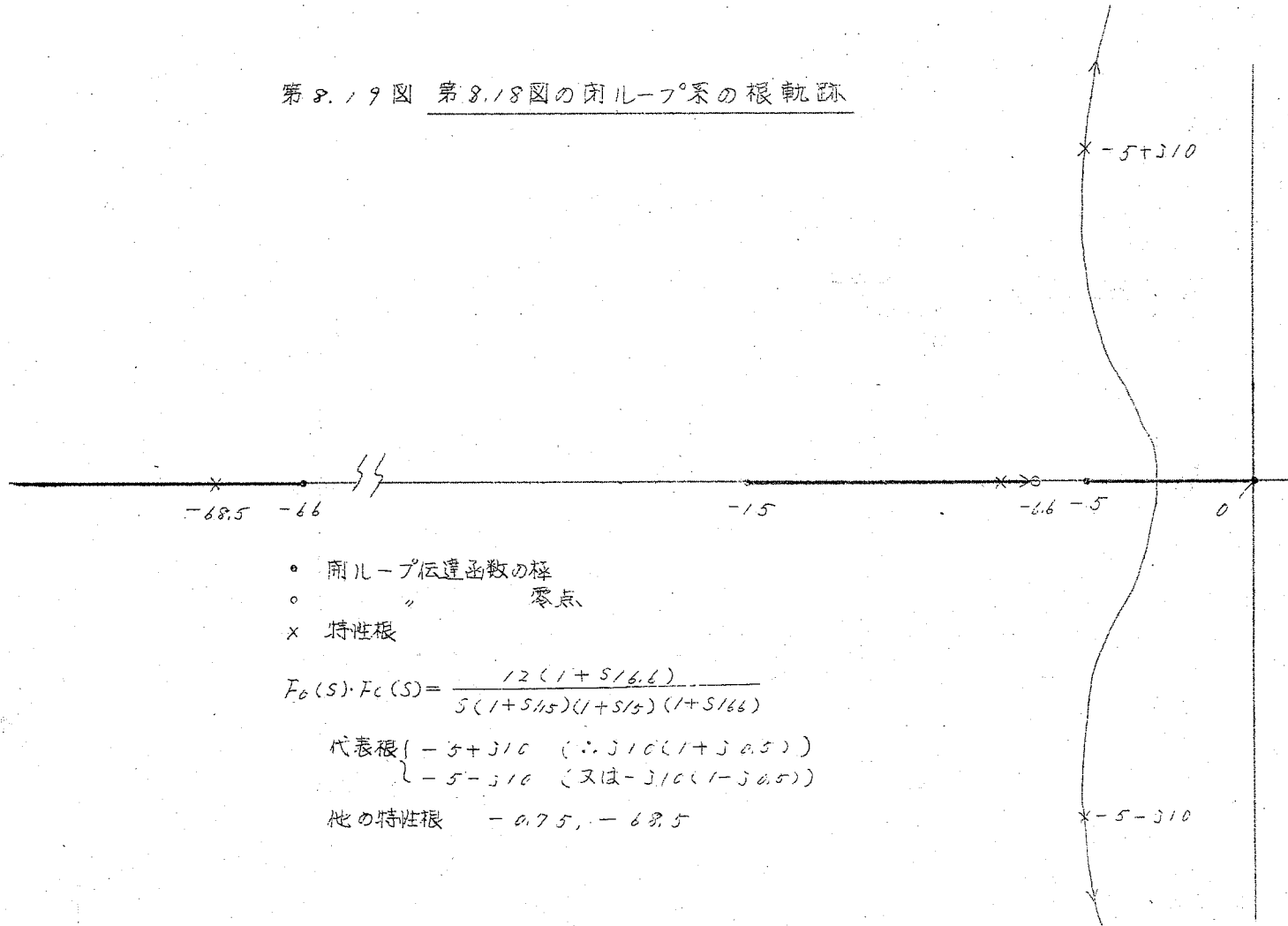
第 8.3 表

	近似値	実際の値
行き過ぎ量 $a$	21 %	24 %
立ち上がり時間 $T_0$	0.11 秒	0.12 秒
遅れ時間 $T_0$	0.2 秒	0.21 秒



第 8.19 図 第 8.18 図の閉ループ系の根軌跡

(2a)



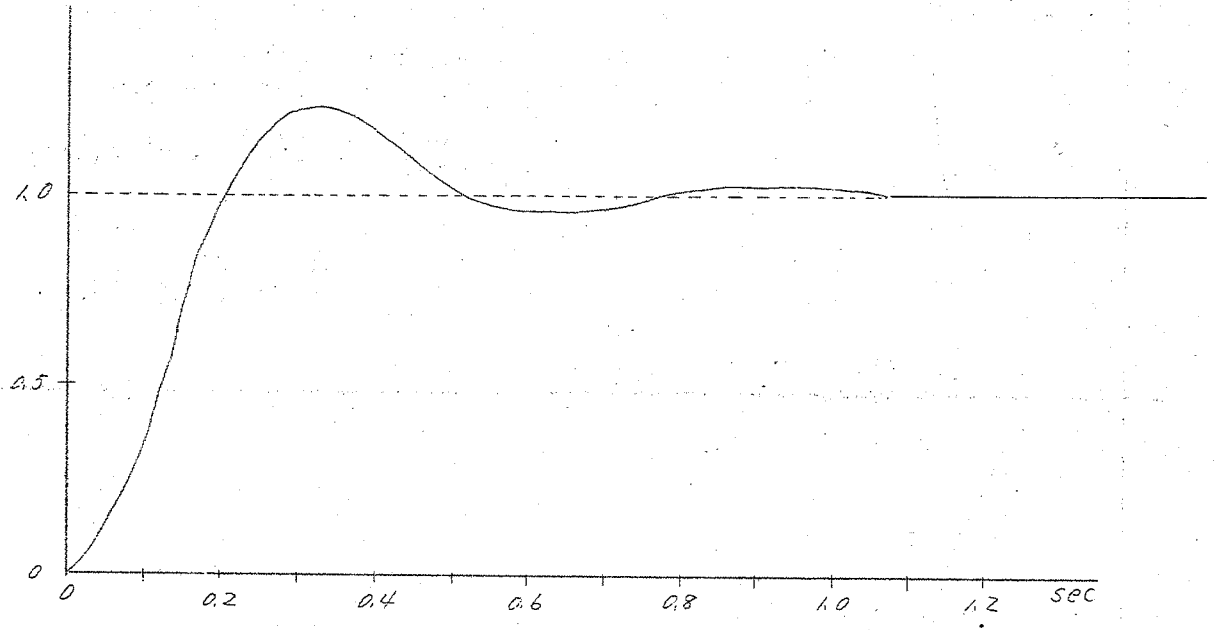
- o 閉ループ伝達函数の極
- o " 零点
- x 特性根

$$F_0(s) \cdot F_c(s) = \frac{12(1 + s/6.6)}{s(1 + s/15)(1 + s/5)(1 + s/66)}$$

代表根  $\begin{cases} -5 + j10 & (\because j10(1 + j0.5)) \\ -5 - j10 & (\text{又は } -j10(1 - j0.5)) \end{cases}$

他の特性根  $-0.75, -68.5$

(202)



第 8.20 図 第 8.18 図の系で目標値を単位階級状  
に変化した場合の制御量の応答波形

## 第3篇 代表根指定法 (応用篇)

### 第9章 多自由度補償回路により補償される自動制御系の特性設計

第2篇で説明した代表根指定法による自動制御系の特性設計では殆んどの場合、用いる補償伝達函数は自由度が2のものについて考えた。本章の設計例では利得調整を併用したので自由度3の補償伝達函数を用いたことになるがその一般的な説明は避けた。

指定すべき代表根が複素数である場合には補償伝達函数のもつべき自由度が最低2つでなければならないことは5/で説明したが、同時に又その伝達函数による補償の限界が存在することについても述べた。そのような限界外では自由度は2ヶでは不足であつて、3ヶ又は3ヶ以上の自由度を持つ補償伝達函数でなければ、要求される特性を代表する代表根を制御系に与えることは出来ないわけである。

本章ではこのような自由度を3ヶ又はそれ以上持つ多自由度補償伝達函数による補償設計について述べる。即ち、先づ最も基本的な自由度2の補償伝達函数による補償の機能を考察し、多自由度補償伝達函数による補償はこれらの基本的な補償機能の組合せであることを示し、次にその結果を利用してはじめに遅れ一進み補償伝達函数による補償について説明し、更に一般的な多自由度の補償伝達函数による補償について述べる。

#### 9/1 根平面に於ける補償伝達函数の補償機能の説明

序論でも述べたように自動制御系の特性設計は従来より周波数応答法により行われているが、近年來、同時に過渡特性を直接且つ可成り厳密に取扱う場合が多くなつて來、それに従つて根平面上での自動制御系の一次伝達函数の極、零点の配置と特性根との

関係を考察する根軌跡法, Guillemin の方法等が提案され応用されるようになって来た。

代表根指定法もこのような立場に立った自動制御系の特性設計法であり この立場からは、補償伝達函数の補償機能を従来のように周波数領域のみで間接的に説明するよりも、根平面、云いかえれば複素周波数領域で直接的に説明した方がより合理的であると考えられる。本節では種々の補償伝達函数が複素周波数領域でどのような補償機能を持っているか考察してみよう。

例 例えはオタノ図に示すような閉回路伝達函数

$$F_o(s) = \frac{K}{s(s+w_{s1})(s+w_{s2})} \quad (9.1.1)$$

を持つ自動制御系があるとする。この系の特性根は周知のように特性方程式

$$1 + \frac{K}{s(s+w_{s1})(s+w_{s2})} = 0 \quad (9.1.2)$$

の根である。これは云いかえれば

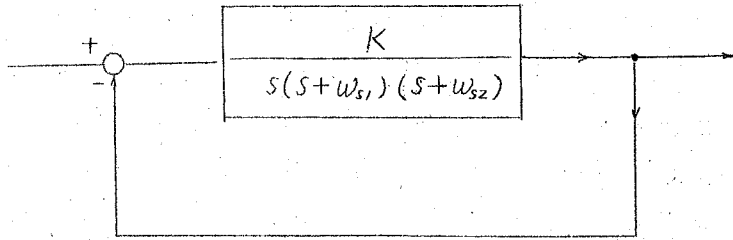
$$|s(s+w_{s1})(s+w_{s2})| = K \quad (9.1.3)$$

$$\angle s + \angle s+w_{s1} + \angle s+w_{s2} = n\pi \quad (9.1.4)$$

$$\text{但し } n = -3, -1, 1, 3$$

の方程式を満足するような  $s$  の値がこの制御系の特性根であると言うことになる。ところで (9.1.3) 式で  $K$  の値を 0 より次第に増加させて行き、且つ (9.1.4) 式を常に満足するような  $s$  の値の軌跡は第 9.2 図の太線で示すような軌跡として根平面上に得られる。これを根軌跡と呼ぶ。5/で説明したように、これらの根軌跡のうち根平面の上半面で  $n=1$  の条件

$$\angle s + \angle s+w_{s1} + \angle s+w_{s2} = \pi \quad (9.1.5)$$

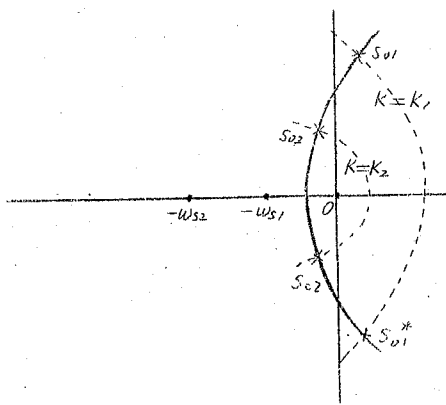


第 9.1 図

となるような振軌跡、云いかえれば位相条件が  $\pi$  の根軌跡上にある特性根及びその共役根が制御系の特性の概形を決定する可能性が充分にある。そこでこの位相条件  $\pi$  の根軌跡に注目しながら考察を進めよう。

今 (9.1.3) 式で  $K=K_1$  及び  $K=K_2$  を満足する  $s$  の値の軌跡を根平面上に画くと第 9.2 図上の破線で示すような軌跡が得られ、これは位相条件  $\pi$  の根軌跡に直交し、例えば  $K=K_1$  の場合の代表根は図中で  $K=K_1$  の軌跡と根軌跡との交点の  $s$  の値  $s_{01}$ ,  $s_{01}^*$  となる。この特性根は図で示すように虚軸の右半面にあるとすると (9.1.1) 式で  $K=K_1$  の場合の系は不安定であることがわかる。このような場合には特性補償が必要である。

最も簡単な補償方法は利得調整法である。例えば先の  $K_1$  の値を適当に減じて  $K_2$  にし  $K=K_2$  の軌跡と根軌跡とが虚軸の左半面で交



第 9.2 図

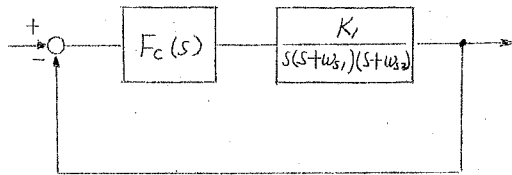
わるようにすればその交点の  $s$  の値、即ち代表根  $s_{02}$ ,  $s_{02}^*$  の実数部は負となり、したがって系は安定化されたことになる。ここで  $s_{02}$  の実数部と虚数部の比  $\sigma/\omega$  を指定した時の  $K$  の値の選び方はすでに 6.3 で述べたところである。

この利得調整法では定常特性の面から  $K$  の値を自由に変える

ことができない。Kの値のみを変化させても第9.2図よりわかるように結局は位相条件 $\pi$ の根軌跡上の $s$ の値以外には代表根を与えることができないわけで、この根軌跡上以外に自由に代表根を与えるためには自由度が少くとも2つの補償伝達函数をもつ回路(要素)によらなければならない。

今、自由度2の補償伝達函数 $F_c(s)$ を第9.3図のように主ループに直列に挿入し $K=K_1$ の時の代表根が $s_{03}, s_{03}^*$ であったとすれば次式が成立つ。

$$\begin{aligned} & 1 + F_{01}(s_{03}) \cdot F_c(s_{03}) \\ &= 1 + \frac{K_1}{s_{03}(s_{03}+w_{s1})(s_{03}+w_{s2})} F_c(s_{03}) \\ &= 0 \quad (9.1.6) \end{aligned}$$



第9.3図

上式は

$$\frac{s_{03}(s_{03}+w_{s1})(s_{03}+w_{s2})}{F_c(s_{03})} = K_1 \quad (9.1.7)$$

$$\angle s_{03} + \angle s_{03}+w_{s1} + \angle s_{03}+w_{s2} - \angle F_c(s_{03}) = \pi \quad (9.1.8)$$

と書くことができ、更に次式に書き直される。

$$|s_{03}(s_{03}+w_{s1})(s_{03}+w_{s2})| = K_1 \cdot |F_c(s_{03})| \quad (9.1.9)$$

$$\angle s_{03} + \angle s_{03}+w_{s1} + \angle s_{03}+w_{s2} = \pi + \angle F_c(s_{03}) \quad (9.1.10)$$

ところで、(9.1.5)式の右辺に $\pm\delta$ を加えた式

$$\angle s + \angle s+w_{s1} + \angle s+w_{s2} = \pi \pm \delta \quad (9.1.11)$$

を満足する $s$ の軌跡を根平面上に画くと第9.4図の点線に示すように位相条件 $\pi$ の根軌跡の両側にその $\delta$ の前の $\pm$ の符号に応じた軌跡が現われる。これを位相条件 $\pi \pm \delta$ の $s$ の軌跡とよぶ。

そうすると今、もし(9.1.9)式の右辺が $K_2$ になるように

$|F_c(s_{03})|$ を

$$|F_c(s_{03})| = K_2/K_1 \quad (9.1.12)$$

とし、その時の  $F_c(s_{03})$  の位相角が

$$\angle F_c(s_{03}) = \delta \quad (9.1.13)$$

になったとすると、(9.1.9)式、(9.1.10)式はそれぞれ

$$s_{03}(s_{03} + w_{s1})(s_{03} + w_{s2}) = K_2 \quad (9.1.14)$$

$$\angle s_{03} + \angle s_{03} + w_{s1} + \angle s_{03} + w_{s2} = \pi + \delta \quad (9.1.15)$$

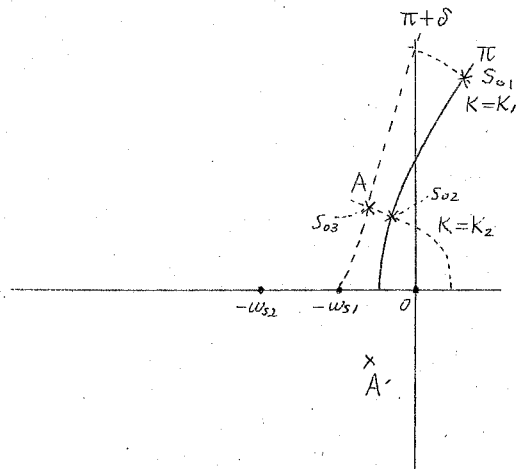
となり、したがってこの場合の代表根  $s_{03}$ ,  $s_{03}^*$  は第9.4図に示すように位相条件  $\pi + \delta$  の  $S$  の軌跡と  $K=K_2$  の軌跡との交点A及びそれに共役な点A'の位置に相当する。同図で  $s_{02}$  は利得調整により  $K=K_2$  にした場合の代表根である。上述のように(9.1.12)式、(9.1.13)式を満足するような補償伝達函数、即ち

$$F_c(s_{03}) = \frac{K_2}{K_1} e^{j\delta} \quad (9.1.16)$$

が成立するような  $F_c(s)$  を系の主ループに直列に挿入すれば、補償前に特性根  $s_{01}$ ,  $s_{01}^*$

(オ9.2図参照)をもつ不安定系を、望ましい特性を代表するところの代表根  $s_{03}$ ,  $s_{03}^*$  をもつ系にすることができる。

(9.1.16)式と(5.1.23)式とを比較すればわかるように(9.1.16)式右辺の  $(K_2/K_1) \cdot e^{j\delta}$  は指定根  $s_{03}$  (及び  $s_{03}^*$ ) に対する



第9.4図

この自動制御系の補償ベクトルに外ならない。

以上では補償伝達函数の補償機能の二つの面、即ち (9.1.16) 式右辺の  $k_2/k_1$  で示される利得調整の作用と同右辺の  $\epsilon \omega^{\delta}$  で示される位相調整の作用を同時に示したが、自由度2の補償伝達函数は次に説明するようにそのいづれかの調整機能を有している。

先づ第54表に示した  $S=2-4j$  のいわゆる遅れ補償伝達函数についてであるが、これは制御系の主ループに直列に挿入されることにより指定根及びその近くの  $S$  の値に対する一巡伝達函数の値を適当に減衰させることが主な目的である。即ち、この伝達函数

$$F_c(s) = \frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/n\omega_s} \quad (9.1.17)$$

但し  $0 < n < 1$

の零点、極が第95図のように実軸上にあり、かつ指定根  $S_0$  より充分に原点に近いとすれば、この  $S_0$  を含み  $S_0$  より更に原点より遠い  $S$  の領域  $\mathcal{S}$  では  $S_0 + \omega_s$  及び  $S + \omega_s/n$  は第95図に於いてベクトル  $A$  及び  $B$  で示されるように

$$|A| \cong |B| \quad (9.1.18)$$

$$\delta = \angle A - \angle B \cong 0 \quad (9.1.19)$$

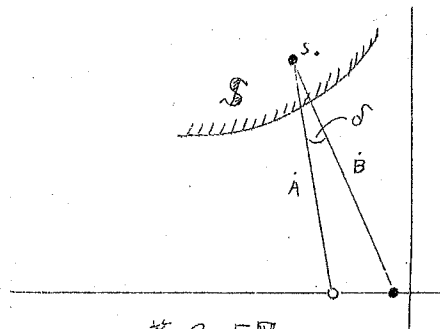
となり、したがって (9.1.17), (9.1.18), (9.1.19) 式より  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) \cong n \quad (9.1.20)$$

(但し  $S \in \mathcal{S}$ )

で近似される。この式と (9.1.16) 式とを対応させると

$$\frac{k_2}{k_1} = n \quad (9.1.21)$$



第95図



$$\delta \doteq 0$$

(9.1.22)

となり、云いかえればこの  $F_c(s)$  は指定根近くの  $s$  の値に於いて自動制御系の一巡伝達函数の定常利得を  $n$  倍 ( $0 < n < 1$ ) することにより減衰させ、殆んど利得調整法と同様の補償を行う。たゞ (9.1.17) 式で  $s=0$  とすると、

$$F_c(0) = 1$$

となることからわかるように、この補償伝達函数を挿入することによって定常特性が変化することはない。これは利得調整法との大きな差異点である。一方、 $\delta$  及び  $n$  を小さくするほど、 $F_c(s)$  の零点及び極は原点に接近し、その結果、ループを閉じた場合、減衰の著しく遅い実根の影響が現われ整定時間を長びかせる傾向がある。

次に第5.4表の S2-4.2、いわゆる進み補償伝達函数について考えてみよう。この補償伝達函数は指定しようとする代表根近くの  $s$  の領域で系の一巡伝達函数の位相特性を変えることにより系の特性を補償するものである。

この補償伝達函数は

$$F_c(s) = \frac{1 + s/w_s}{1 + s/nw_s} = n \cdot \frac{s + w_s}{s + nw_s} \quad (9.1.23)$$

但し  $n > 1$

で表わされるが、この極及び零点の配置は第9.6図のようになり図で示すように  $s_0 + w_s$  を A,  $s_0 + nw_s$  を B, 二つのベクトルの位相差を  $\phi_c$  とすると、 $F_c(s)$  の  $s_0$  の近傍  $\mathcal{S}$  における値は

$$F_c(s_0) \doteq n \left| \frac{A}{B} \right| e^{j\phi_c} \quad (9.1.24)$$

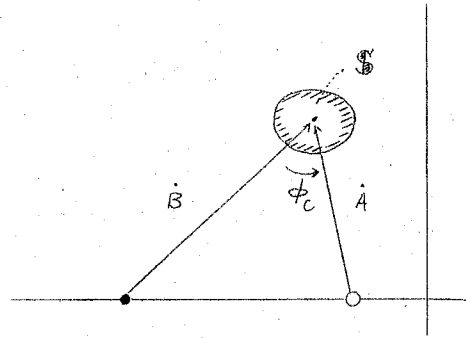
となる。この場合の  $\mathcal{S}$  の範囲は遅れ補償伝達函数において考えた程広くは選べない。

なぜなら  $S$  の変化にたいして  $\phi_c$  の変化が大きく現われるからである。

(9.1.14) 式と (9.1.16) 式とを対応させると

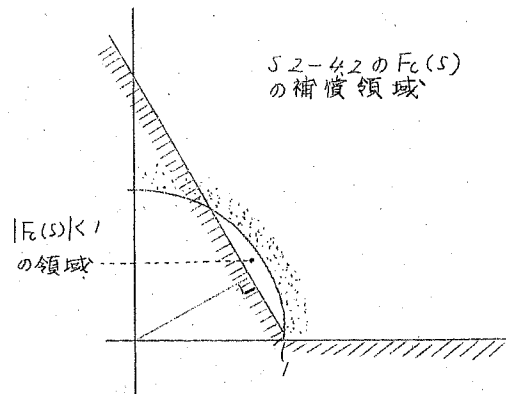
$$n \left| \frac{A}{B} \right| = \frac{K_2}{K_1} \quad (9.1.25)$$

$$\phi_c = \delta > 0 \quad (9.1.26)$$

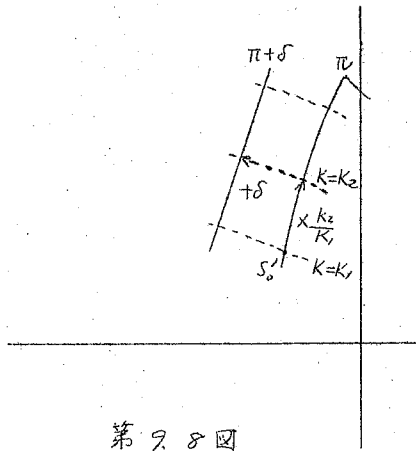


第 9.6 図

となり、結局上式を満足するような  $\omega_s$ 、 $n$  を選べば指定根  $S_0$  を系に与えることができる。(9.1.26) に示すような正の位相角  $\delta$  を  $F_c(s)$  によって与えるので位相条件  $\pi$  の根軌跡の左側に代表根を指定することができ、その限界は補償前の系の開ループ伝達関数に原点における零点を付加した場合の位相条件  $\pi$  の根軌跡となることは既に 6.1 の後半で説明した。たゞ  $F_c(s)$  の大きさ  $n \left| \frac{A}{B} \right|$  は第 9.6 図に示すように一般に  $1$  より大きい場合が多く、小さくても  $\frac{1}{\sqrt{1+\delta^2}}$  以下になることはない。それ故、この補償伝達関数は第 9.8 図に示すように  $S_0'$  のようにおそい応答を示す根に対応する定常利得  $K_1$  を  $F_c(s)$  によって  $K_2$  に増大させ、更に位相角を  $\delta$  だけ増加させることにより根  $S_0'$  より新しい代表根  $S_0$  に変移させるものである。しかしながら逆に不安定根を持つ系を安定化するような場合には不安定度が小さい場合(虚軸近くに不安定根が存在する場合)を除いて多くの場合(9.1.23) 式の補償伝達関数では不



第 9.7 図



第 28 図

充分で、これに  $K_c$  を掛けたもの、  
即ち、

$$F_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + s/\omega_s}{1 + s/n\omega_s} \quad (9.127)$$

但し  $0 < K_c < 1$

でなくてはならない。この場合  
 $F_c(s)$  の  $s_0$  の近傍  $\delta$  における  
値は (9.124) 式の右辺に  $K_c$  が掛  
った形

$$F_c(s) = K_c \cdot n \left| \frac{A}{B} \right| e^{j\phi_c} \quad (9.128)$$

となり、これと (9.116) 式と対応させると、

$$K_c n \left| \frac{A}{B} \right| = \frac{K_2}{K_1} \quad (9.129)$$

$$\phi_c = \delta > 0 \quad (9.130)$$

が得られる。(9.129) 式でわかるように初めの系の定常利得  $K_1$  より  $K_2$  に変える利得調整を  $\omega_s$ ,  $n$  の値によりさまる  $|A|$ ,  $|B|$  とは独立に  $K_c$  によっても行うことができる。即ち (9.127) 式に示される補償伝達函数は自由度 3 の補償伝達函数であり、表 4-2 表の 3-3 の補償伝達函数で表わされている。

このような補償伝達函数を用いる場合問題となることは系の開ループの定常利得が  $K_c$  倍されることにより減少し、定常特性を劣化させることである。それ故  $K_c$  の値には限度があり、それ以上の要求に対しては次に述べる遅れ一進み補償伝達函数を用いるべきである。

遅れ一進み補償伝達函数は遅れ補償伝達函数

$$F_{c2}(s) = \frac{1 + s/\omega_{s1}}{1 + s/n_1\omega_{s1}} \quad (0 < n_1 < 1) \quad (9.1.31)$$

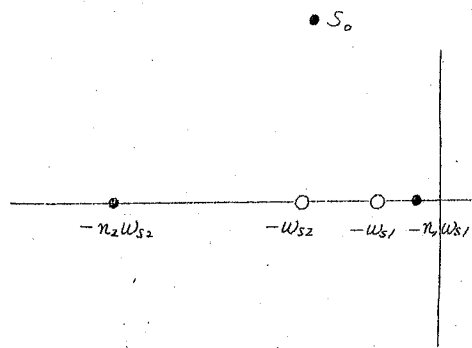
及び進み補償伝達函数

$$F_{cd}(s) = \frac{1 + s/\omega_{s2}}{1 + s/n_2\omega_{s2}} \quad (n_2 > 1) \quad (9.1.32)$$

との積、即ち

$$F_c(s) = F_{c2}(s) \cdot F_{cd}(s) = \frac{(1 + s/\omega_{s1})(1 + s/\omega_{s2})}{(1 + s/n_1\omega_{s1})(1 + s/n_2\omega_{s2})} \quad (9.1.33)$$

で表わされ、その極、零点の配置は第 9.9 図に示すように 2 つの極によって 2 つの零点がはさまれたようになっている。そうすると遅れ補償伝達函数  $F_{c2}(s)$  の極、零点が指定根  $s_0$  よりも原点に充分に近ければ前述のように  $F_{c2}(s_0)$  は近似的に



第 9.9 図 遅れ進み補償伝達函数の極、零点配置

$$F_{c2}(s_0) \doteq n_1 \quad (9.1.34)$$

で表わされ、この  $n_1$  を  $K_c$  と考えると  $s_0$  近傍においては (9.1.33) 式の  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) \doteq K_c \frac{1 + s/\omega_{s2}}{1 + s/n_2\omega_{s2}} \quad (9.1.35)$$

となつて (9.1.27) 式に近似した補償伝達函数と考えることができ

る。しかるこの場合の補償伝達函数の定常利得は(9.1.33)式より1であることがわかり、この補償伝達函数の挿入により系の一定常利得を変化させることはない。

又、(9.1.33)式よりわかるように、この遅れ進み補償伝達函数の自由度は一般には4であって特に $n_1 = 1/n_2$ の関係があれば自由度は3に減ずる。

以上説明したように自由度3又はそれ以上の補償伝達函数は代表根を指定する場合、同時に実際的な条件(例えば定常利得を変化させないという条件)等を考慮しながら特性設計を完成させることができる。即ち2つの自由度以外の残りの自由度で種々の条件を満たすような設計が理論的には可能であって、例えば6.1後半で説明した消去のために用いる補償伝達函数は補償の範囲をひろげるための自由度を与えるものと考えることができる。しかしながら最も基本的な補償機能ははじめに説明したように5.2-4.1の遅れ補償伝達函数による利得調整作用と5.2-4.2の進み補償伝達函数による位相調整作用である。

次に補償伝達函数が指定した代表根の留数にどのような影響を与えるか考えてみる。(2.4.21)式で示されるベクトル $\vec{U}_s$ は代表根の留数を(2.4.22)式で求める場合に必要なベクトル量であったが、これは補償後の系の閉ループ伝達函数の極に対応するベクトル和： $\sum_{j=1}^n \vec{U}_j$ と零点に対応するベクトル和： $\sum_{i=1}^m \vec{U}_i$ との差であり、又それぞれのベクトルは才2.28図によって図的に得られたベクトル $\vec{U}_s$ と補償伝達函数 $F_c(s)$ の極、零点に対応するベクトル $\vec{U}_c$ とに分けられることは既に(2.4.28)式で述べた。即ち

$$\vec{U}_s = \vec{U}_s + \vec{U}_c \quad (2.4.28)$$

上式の右辺第一項の $\vec{U}_s$ は直ちに設計前にもとめられるが、 $\vec{U}_c$ が補償の種類ごどのような値となるかしらべてみよう。

補償伝達函数を前に説明した極及び零点を一ヶづつ持つている

自由度2の補償伝達函数とすると、これらの極、零点は第9、10図に示すようにプロットされる。この場合の指定極  $s_0$  の位置を同図でAとすると変換円M(オ2.25図参照)より極に対応するベクトル  $\vec{U}_p$  と零点に対応するベクトル  $\vec{U}_z$  が得られ  $\vec{U}_c$  は

$$\vec{U}_c = \vec{U}_p - \vec{U}_z \quad (2.4.29)$$

として得られる。即ちオ9、10図の根平面に於いて点Aを通り実軸に切する円、即ち変換円の中心をMとする。又補償伝達函数の極  $-n\omega_s$  及び零点  $-\omega_s$  に点Aより引いた直線が変換円と交わる交点をそれぞれB、Cとすると、

$$\vec{AB} = \vec{U}_p$$

$$\vec{AC} = \vec{U}_z$$

であるから、 $\vec{U}_c$  は図的に

$$\vec{U}_c = \vec{U}_p - \vec{U}_z$$

$$= \vec{AB} - \vec{AC}$$

$$= \vec{CB}$$

(9.1.36)

で表わされる。この  $\vec{CB}$  の大きさは  $\angle BAC$  と次の関係がある。第9、10図で  $\vec{CM}$  の延長線と変換円との交点をA'とすると、

$$|\vec{CB}| = \overline{CA'} \sin \angle BA'C$$

の関係があるが、ここで  $\overline{CA'} = \omega_0$ 、 $\angle BA'C = \angle BAC$  であるから上式は

$$|\vec{CB}| = \omega_0 \sin \angle BAC$$

(9.1.37)

となる。ところで  $\angle BAC$  はこの補償伝達函数が与えるところの補償ベクトルの位相角の絶対値  $|\phi_c|$  に等しい。即ち、

$$|\phi_c| = \left| \frac{1}{s_0 + \omega_s} - \frac{1}{s_0 + n\omega_s} \right| = \angle BAC$$

したがって上式を(9.137)式に代入し  $|\vec{CB}|$  を  $|\vec{U}_c|$  で表わすと

$$|\vec{U}_c| = \omega_0 \sin |\phi_c| \quad (9.138)$$

によって  $|\vec{U}_c|$  がもとめられる。

前に説明したように遅れ補償伝達函数により補償を行う場合には補償ベクトルの位相角は可成り小さいのが普通であるので

$$|\phi_c| = \Delta^\circ$$

とすると  $|\vec{U}_c|$  は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} |\vec{U}_c| &= \omega_0 \sin |\Delta^\circ| \\ &= \frac{\Delta^\circ}{180^\circ} \pi \omega_0 \quad (9.139) \end{aligned}$$

普通  $|\vec{U}_s|$  は  $\omega_0$  より大きい値であるので、 $|\vec{U}_c|$  は  $|\vec{U}_s|$  にくらべると省略できる程に小さい。したがって遅れ補償伝達函数が代表根の留数の値

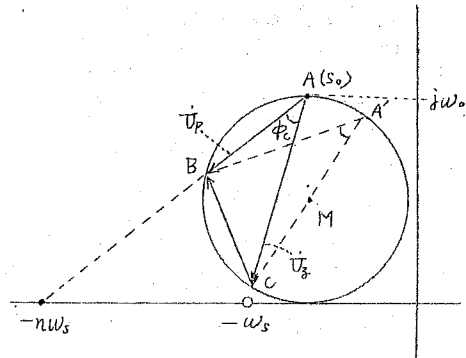
に反ぼす影響は小さいことがわかる。(第9.11図参照)

一方、進み補償伝達函数では  $|\phi_c|$  は比較的大きく選ばれるのが普通であるので  $|\vec{U}_c|$  は大きくなり、例えば  $\phi_c$  が

$$\phi_c = 30^\circ$$

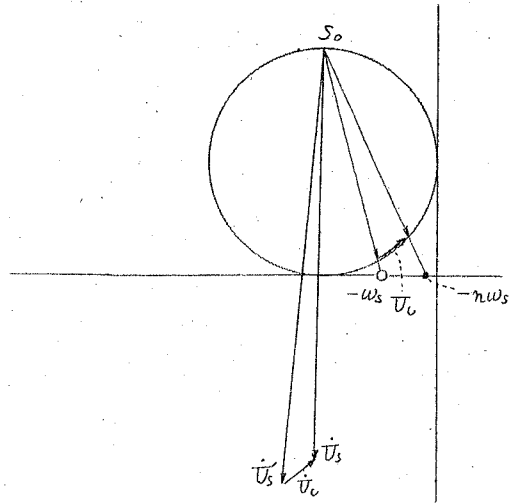
の場合には(9.138)式より

$$\begin{aligned} |\vec{U}_c| &= \omega_0 \sin 30^\circ \\ &= \frac{\omega_0}{2} \end{aligned}$$



第9.10図

となる。以上は  $\vec{U}_c$  の大きさについてであるが、一方  $\vec{U}_c$  の位相角は次のように  $s_0$ ,  $\omega_s$ ,  $n$  によってきまる。即ちオ9.12図に示すように点 A, D, E をそれぞれ指定根  $s_0$ , 進み補償伝達函数の極  $-n\omega_s$ , 零点,  $-\omega_s$  の位置とするとオ9.10図と同様に  $\vec{U}_c$  は  $\vec{CB}$  で表わされる。同図で点 C より実軸に平行な直線 CF を引く。こゝで図より



第 9.11 図

$$\triangle ACB \sim \triangle ADE$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ADE = \angle s_0 + n\omega_s$$

$$\text{又 } \angle ACF = \angle AED$$

$$= \angle s_0 + \omega_s$$

ところで同図において

$$|\vec{U}_c| = |FCB|$$

$$= |ACB| + |ACF|$$

したがって  $|\vec{U}_c|$  は

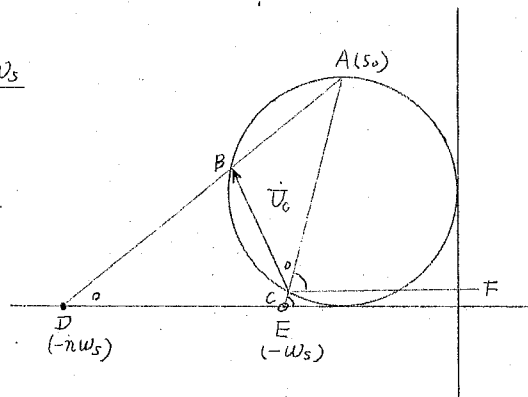
$$|\vec{U}_c| = |s_0 + \omega_s| + |s_0 + n\omega_s|$$

で表わすことができる。更に上式右辺の各項は

$$|s_0 + \omega_s| = \tan^{-1} \frac{\omega_0}{\omega_s - \sigma_0 \omega_0}$$

$$= \tan^{-1} \frac{1}{\Omega_s - \sigma_0}$$

(2/3)



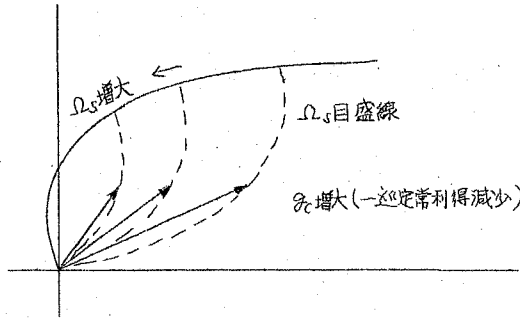
第 9.12 図

$$|\vec{U}_c| = |s_0 + \omega_s| + |s_0 + n\omega_s|$$

の証明

(9.1.40)



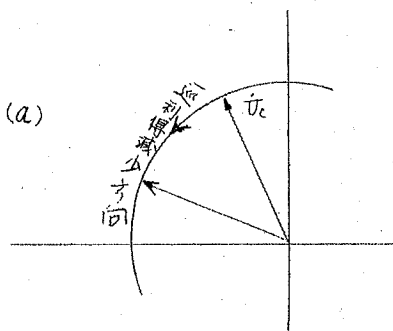


第 9 / 13 図

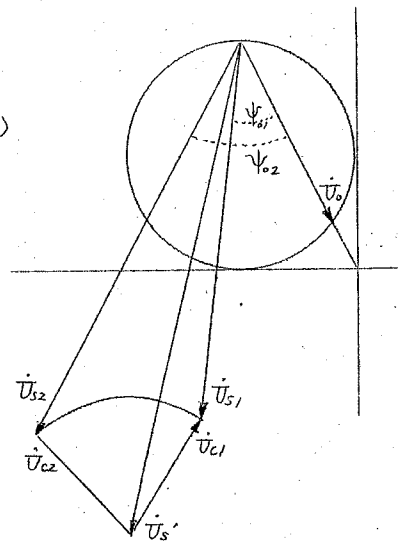
補償ベクトルの位相角が等しくても、補償ベクトルの大きさが大きくなると  $\Omega_s$  目盛線の読みが小さくなる傾向があり、したがって上式の  $|S_0 + \omega_s|$  ,  $|S_0 + n\omega_s|$  の大きさは増大し、結局  $|\bar{U}_c|$  の大きさも増大して来る。つまり補償ベクトルの位相角を一定にして、その大きさを増す（云いかえれば一巡定常利得を減ずる）ことにより  $\bar{U}_c$  は第 9 / 14 図で示すように一定の大きさを保ち、反時計方向に回転する。ところで  $\bar{U}_s$  は (2.4.28) 式のように  $\bar{U}_s'$  と  $\bar{U}_c$  の和であるから、今第 9 / 14 図で  $\bar{U}_s'$  が与えられているとすると、指定根を一定にして、一巡定常利得を減少させた場合の  $\bar{U}_s$  は同図で示すように  $\bar{U}_{s1}$  より  $\bar{U}_{s2}$  に変化する。この  $\bar{U}_s$  の変化と第 2.29 図に示した根平面上での代表根の留数領域とを対照してみる

$$\begin{aligned} |S_0 + n\omega_s| &= \tan \bar{\alpha} \frac{\omega_0}{n\Omega_s - \delta_0 \omega_0} \\ &= \tan \bar{\alpha} \frac{1}{n\Omega_s - \delta_0} \end{aligned}$$

$$\text{但し } \Omega_s = \omega_s / \omega_0$$



(a)



第 9 / 14 図

(A) 一巡定常利得減少にたいする  $\bar{U}_c$  の変化

(B)  $\bar{U}_c$  の変化にとまらう  $\bar{U}_s$  の変化

と次のことがわかる。即ち、ある代表根を指定する場合、定常一巡利得が小さい方が行き過ぎ量が減少する傾向にある。

遅れ進み補償伝達函数の  $U_c$  は遅れ補償伝達函数部分による影響は少く、進み補償伝達函数部分によって前述のような傾向をとっている。

## 9.2 遅れ進み補償伝達函数

前節でその補償の機能を説明したように遅れ進み補償伝達函数は (9.1.31) 式の遅れ補償伝達函数部分  $F_{cg}(s)$  と (9.1.32) 式の進み補償伝達函数部分  $F_{cd}(s)$  との積で表わされる。即ち

$$F_{cg}(s) = \frac{1 + s/w_{s1}}{1 + s/n_1 w_{s1}} \quad (9.2.1)$$

$$F_{cd}(s) = \frac{1 + s/w_{s2}}{1 + s/n_2 w_{s2}} \quad (n_2 > 1) \quad (9.2.2)$$

により遅れ進み補償伝達函数  $F_c(s)$  は

$$\begin{aligned} F_c(s) &= F_{cg}(s) \cdot F_{cd}(s) \\ &= \frac{1 + s/w_{s1}}{1 + s/n_1 w_{s1}} \cdot \frac{1 + s/w_{s2}}{1 + s/n_2 w_{s2}} \end{aligned} \quad (9.2.3)$$

で表わされる。ここでこの伝達函数の極、零点間には第9.9図で説明したように次のような条件が必要である。即ち根平面の負実軸上2つの極の間に常に2つの零点が存在しなければならない。

このことより次の各条件式が得られる。

$$0 < n_1 < 1 \quad (9.2.4)$$

$$1 < n_2 \quad (9.2.5)$$

$$w_{s2} > n_1 w_{s1} \quad (9.2.6)$$

$$n_2 w_{s2} > w_{s1} \quad (9.2.7)$$

上の初めの2式は(9.2.1)式, (9.2.2)式で既に出て来ている。

又、この遅れ進み補償伝達函数は  $n_1, n_2$  の間の条件によって次のように分類される。<sup>(13)</sup>

(i) 第1種遅れ進み補償伝達函数

$$n_1 \cdot n_2 = 1 \quad \text{又は}$$

$$n_2 = \frac{1}{n_1} = n \quad (9.2.8)$$

この場合の補償伝達函数は

$$F_c(s) = \frac{(1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{s2})}{(1 + s/w_{s1}/n)(1 + s/nw_{s2})} \quad (9.2.9)$$

(ii) 第2種遅れ進み補償伝達函数

$$0 < n_1 \cdot n_2 < 1 \quad (9.2.10)$$

この場合の補償伝達函数は勿論(9.2.3)式で表わされる。

(iii) 第3種遅れ進み補償伝達函数

$$n_1, n_2 > 1 \quad (9.2.11)$$

補償伝達函数は前と同様(9.2.3)式で表わされる。

これらの遅れ進み補償伝達函数の自由度に注目すると先づ第1種のものは  $w_{s1}, w_{s2}, n$  の3つの自由度, 第2種, 第3種では、それぞれ  $w_{s1}, w_{s2}, n_1, n_2$  の4つの自由度を持っていることがわかる。

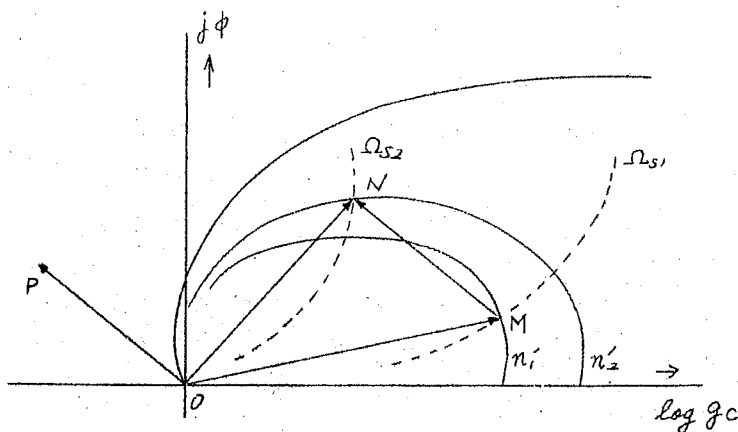
さて、こゝで補償を行おうとする制御系より得られた補償ベクトルが既に求められているとすると、これに基づいて補償伝達函数を補償公式又は補償計算線図によって得ることができ、これは直接的には自由度2の補償伝達函数に対しこのみしか用いられない。ところで既に述べたように遅れ進み補償伝達函数は遅れ補償伝達函数部分と進み補償伝達函数部分との積で表わされる。

したがって与えられた補償ベクトルを遅れ補償、即ち  $S_2 - 4.1$  の補償領域にある補償ベクトルと進み補償、即ち  $S_2 - 4.2$  の補償領域にある補償ベクトルとの積になるように、それぞれに分解し、それら二つの補償ベクトルに対して遅れ補償伝達函数  $F_{cd}(s)$  及び進み補償伝達函数  $F_{cd}(s)$  とを補償公式又は対数補償計算線図によって求めれば、それらの積  $F_{cd}(s) \cdot F_{cd}(s)$  が求める遅れ進み補償伝達函数となる。

補償ベクトルの分解の仕方は第1種、第2種、第3種のそれぞれの遅れ進み補償伝達函数によって異なるが、いずれの場合もこれに対数複素平面で行うとベクトルの積が和で表わされるので着しく簡単になり、特に対数複素平面上に画かれた  $S_2 - 4.2$  の補償計算線図、即ち対数補償計算線図を用いれば同時に遅れ補償伝達函数部分及び進み補償伝達函数部分のそれぞれの自由度を与えているパラメーターの値を直ちに得ることが出来る。

まず、その  $S_2 - 4.2$  の対数補償計算線図を利用する一般的方法を説明しよう。

第 9.15 図に示すように与えられた補償ベクトル  $g_c \angle \phi_c$  を  $S_2 - 4.2$  の対数補償計算線図（指定根の  $\sigma$  に対応する線図）上に点  $P$  としてプロットし、 $1 + j0$  の点即ち  $0$  よりベクトル  $\vec{OP}$  を引く。これを対数補償ベクトルと呼ぶ。この対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  をその両端が対数補償計算線図内にあるように平行移動し、第 9.



第 9.15 図  
対数補償ベクトル  
 $\vec{OP}$  の分解

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= \vec{MN} \\ &= \vec{ON} - \vec{OM} \end{aligned}$$

15図に示すように  $\vec{MN}$  になったとすると、ベクトル  $\vec{OM}$ ,  $\vec{ON}$  と対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  とは次の関係がある。

$$\begin{aligned}\vec{OP} &= \vec{MN} \\ &= \vec{ON} - \vec{OM}\end{aligned}\quad (9.2.12)$$

上式でベクトル  $\vec{ON}$  は進み補償伝達函数部分  $F_{cd}(s)$  に対する補償ベクトル  $g_{cd} e^{j\phi_{cd}}$  を対数補素平面で表わしたもので、又  $\vec{OM}$  は遅れ補償伝達函数部分  $F_{cg}(s)$  に対する補償ベクトル  $g_{cg} e^{j\phi_{cg}}$  の逆数を対数複素平面で表わしたものと考えることができる。即ちベクトル  $\vec{OP}$  は補償ベクトルが  $g_c e^{j\phi_c}$  に対するものとしているから

$$\vec{OP} = \log g_c + j\phi_c \quad (9.2.13)$$

又、 $\vec{OM}$ ,  $\vec{ON}$  はそれぞれ

$$\vec{ON} = \log g_{cd} + j\phi_{cd} \quad (9.2.14)$$

$$\vec{OM} = -\log g_{cg} - j\phi_{cg} \quad (9.2.15)$$

(9.2.13), (9.2.14), (9.2.15) 式をそれぞれ (9.2.12) 式に代入すると

$$\log g_c e^{j\phi_c} = \log g_{cd} e^{j\phi_{cd}} - \log 1 / (g_{cg} e^{j\phi_{cg}})$$

となり、結局

$$g_c e^{j\phi_c} = g_{cd} e^{j\phi_{cd}} \cdot g_{cg} e^{j\phi_{cg}} \quad (9.2.16)$$

が成立つ。つまり  $\vec{OM}$ ,  $\vec{ON}$  に対する前述の事項は妥当であることがわかる。

それ故、ス2の(iii)で説明したS2-4の対数補償計算線図の使用手順に従い、まずベクトル  $\vec{ON}$  は進み(S2-4.2)補償伝達函数分に対する補償ベクトルであるからス2(iii)の(A)に示した

手順により  $\vec{ON}$  の先端  $N$  における  $n$  の目盛線より読みとった  $n$  の値を  $n_2'$ ,  $\Omega_5$  目盛線の読みを  $\Omega_{52}$  とすると (9.2.2) 式の進み補償伝達函数分  $F_{cd}(s)$  のパラメーターの値は次のようにして求められる。

$$n_2 = n_2' \quad (9.2.17)$$

$$\omega_{52} = \omega_0 \Omega_{52} \quad (9.2.18)$$

次に第 9.15 図のベクトル  $\vec{OM}$  は遅れ (52-4.1) 補償伝達函数部分に対する補償ベクトルの逆数に相当するから 52 (iii) の (B) に示した手順により、 $\vec{OM}$  の先端  $M$  における  $n$  の目盛線の読みを  $n_1'$ ,  $\Omega_5$  目盛線の読みを  $\Omega_{51}$  とすると (9.2.1) 式の遅れ補償伝達函数分  $F_{cg}(s)$  のパラメーターの値は次に示す式で計算される。

$$n_1 = 1/n_1' \quad (9.2.19)$$

$$\begin{aligned} \omega_{51} &= n_1' \omega_0 \Omega_{51} \\ &= \omega_0 \Omega_{51}/n_1 \end{aligned} \quad (9.2.20)$$

ところで遅れ進み補償伝達函数には  $n_1, n_2$  が (9.2.4), (9.2.5) 式の条件を満足する場合、(9.2.6), (9.2.7) 式の条件が必要であり、更に各種の遅れ進み補償伝達函数によつて  $n_1, n_2$  間にそれぞれ (9.2.8), (9.2.10), (9.2.11) 式の条件が必要であった。それ故、補償ベクトルを分解する場合、云いかえれば対数補償ベクトルを対数補償計算線図上、平行移動する場合これらの条件を満足するような位置に移動させなければならない。この条件を対数補償計算線図上の目盛線で直接考慮しなから平行移動させる方法<sup>(4)</sup>を示そう。

(9.2.8), (9.2.10), (9.2.11) 式の  $n_1, n_2$  間の関係を対数補償計算線図上の  $n$  目盛線の読みを  $n_1', n_2'$  で表わすと (9.2.17) 及び (9.2.19) 式の関係を上の各式に代入することにより次の通りになる。

第1種遅れ進み補償伝達函数に対して

$$n_1' = n_2' \quad (9.2.21)$$

第2種遅れ進み補償伝達函数に対して

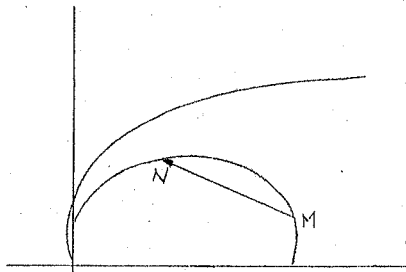
$$n_1' > n_2' \quad (9.2.22)$$

第3種遅れ進み補償伝達函数に対して

$$n_1' < n_2' \quad (9.2.23)$$

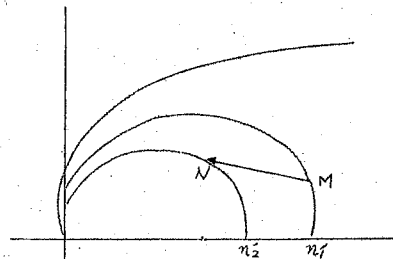
上のそれぞれの式は次のことを意味する。

第1種の遅れ進み補償伝達函数を得る場合には第9.16図(a)に示すように対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  を同図で  $\vec{MN}$  の如く同一の目盛線上にのるように平行移動しなければならない。



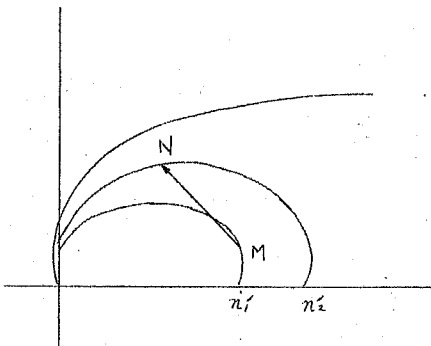
(a) 第1種

$$n_1' = n_2' = n'$$



(b) 第2種

$$n_1' > n_2'$$



(c) 第3種  $n_1' < n_2'$

第9.16図  $\vec{MN}$  の分解と  
 $n_1', n_2'$  の大小関係によ  
 るその分類

又、第 9 / 6 図 (b) のように  $\overrightarrow{MN}$  において  $N$  に対する  $n$  の目盛線の外側に  $M$  に対する  $n$  の目盛線があるような場合には第 2 種の遅れ進み補償伝達函数となり、逆に第 9 / 6 図 (c) に示すように  $M$  に対する  $n$  の目盛線の外側に  $N$  に対する  $n$  の目盛線があるような場合には第 3 種の遅れ進み補償伝達函数となる。

更に、遅れ進み補償伝達函数の各パラメーターの間には (9.2.6), (9.2.7) 式の関係が必要であるが、これらの両式に (9.2.18), (9.2.19), (9.2.20) 式を代入することにより (9.2.6), (9.2.7) の条件は  $n_1, n_2, \Omega_{s1}, \Omega_{s2}$  によって次式のように表わされる。

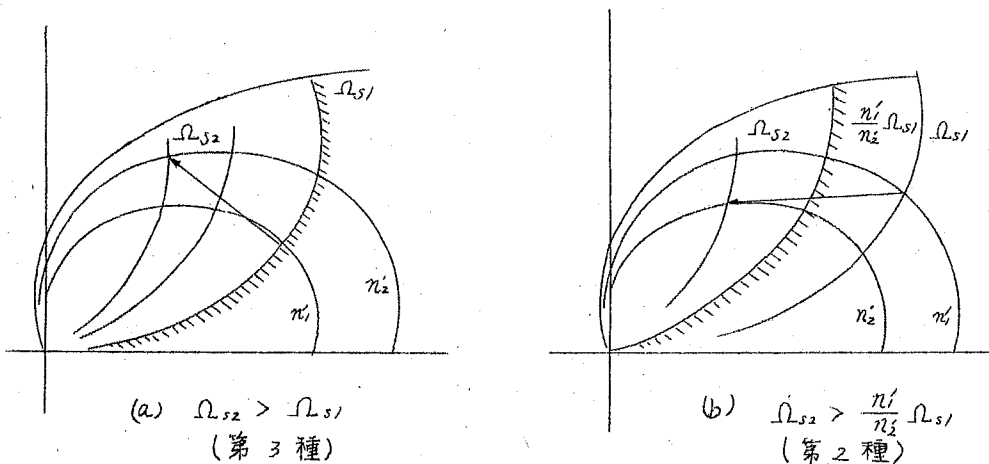
$$\Omega_{s2} > \Omega_{s1} \quad (9.2.24)$$

及び

$$\Omega_{s2} > \frac{n_1'}{n_2'} \Omega_{s1} \quad (9.2.25)$$

ところで第 1 種及び第 3 種の遅れ進み補償伝達函数の場合には  $n_1 \leq n_2$  ((9.2.21) 及び (9.2.23) 式より) の関係があるので上の二式のうち

$$\Omega_{s2} > \Omega_{s1} \quad (9.2.26)$$



第 9 / 7 図  $\Omega_{s2}$  と  $\Omega_{s1}$  との関係



を満足しなくてはならない。これは第 9.17 図 (a) のように対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  を  $\vec{MN}$  に平行移動させたとき点 N にたいする  $\Omega_s$  の目盛線 ( $\Omega_{s2}$ ) は点 M に対する  $\Omega_s$  の目盛線 ( $\Omega_{s1}$ ) の左側になければならないことを意味する。又第 2 種の遅れ進み補償伝達函数に対しては  $n_1'$  と  $n_2'$  とは第 9.2.22 式の関係があり  $n_1'/n_2'$  は 1 より大きいので 9.2.25 式

$$\Omega_{s2} > \frac{n_1'}{n_2'} \Omega_{s1} \quad (n_1'/n_2' > 1) \quad (9.2.27)$$

を満足するような  $\Omega_{s2}$ ,  $\Omega_{s1}$  でなくてはならない。このことは第 9.17 図 (b) に示すように点 M に対する  $\Omega_s$  の目盛線は点 N に対する  $\Omega_s$  の目盛線の読み  $\Omega_{s1}$  に  $n_1'/n_2'$  を掛けたもの、即ち  $n_1'/n_2' \Omega_{s1}$  の目盛線より左側になくてはならないことを意味する。

以上述べた事項をもとにして補償ベクトルよりそれに対応する適当な遅れ進み補償伝達函数を求めてみよう。

指定根  $s_0$

$$\begin{aligned} s_0 &= j\omega_0 (1 + j\gamma_0) \\ &= j10 (1 + j0.5) \end{aligned} \quad (9.2.28)$$

とすると

$$\omega_0 = 10 \text{ rad/sec}$$

$$\gamma_0 = 0.5$$

となる。

この場合の補償ベクトルが

$$g_c e^{j\phi_c} = 0.2 e^{j30^\circ} \quad (9.2.29)$$

とする。今第 1 種の遅れ進み補償伝達函数を求めるとして (9.2.9) 式の  $n$  を 20 とすると第 9.18 図  $\vec{MN}$  より

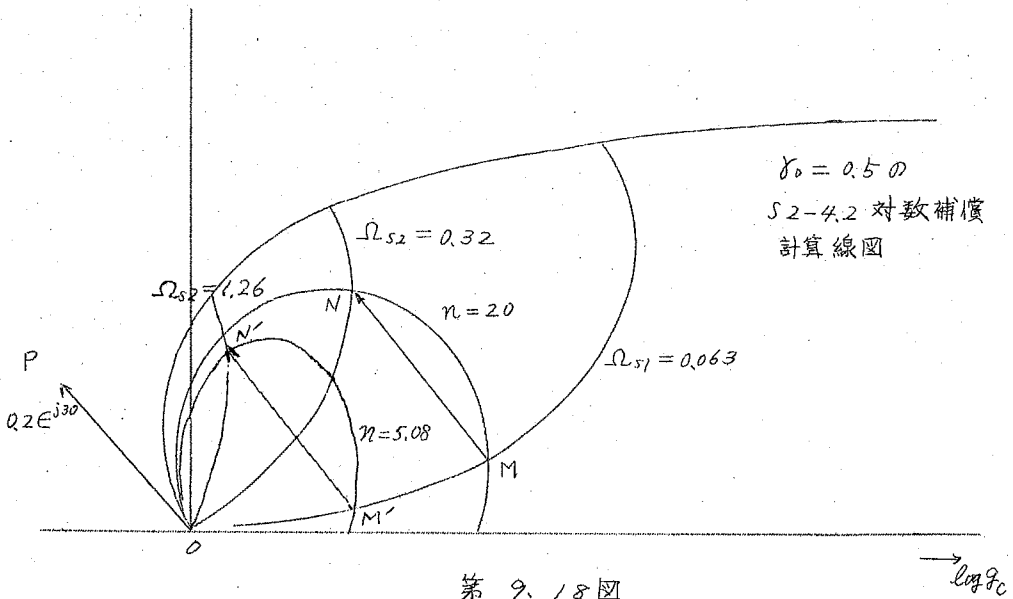
$$n = 20$$

$$M \text{ 点} \cdots \cdots \Omega_{s1} = 0.063$$

$$N \text{ 点} \cdots \cdots \Omega_{s2} = 0.32$$

$$\begin{aligned} \text{したがって} \quad \omega_{s1} &= n \omega_0 \Omega_{s1} \\ &= 12.6 \text{ (rad/sec)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{s2} &= \omega_0 \Omega_{s2} \\ &= 3.2 \text{ (rad/sec)} \end{aligned}$$



第 9.18 図

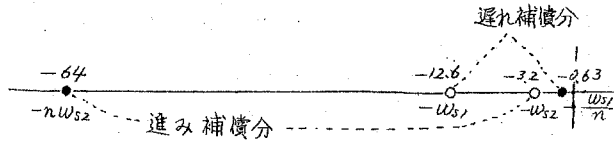
故に求める遅れ進み補償伝達関数はこれらを (9.2.9) 式に代入することにより

$$\begin{aligned} F_c(s) &= \frac{(1 + s/12.6)(1 + s/3.2)}{(1 + s/(\frac{12.6}{20}))(1 + s/3.2 \times 20)} \\ &= \frac{(1 + s/12.6)(1 + s/3.2)}{(1 + s/0.63)(1 + s/64)} \end{aligned} \quad (9.2.30)$$

遅れ補償伝達関数      進み補償伝達関数

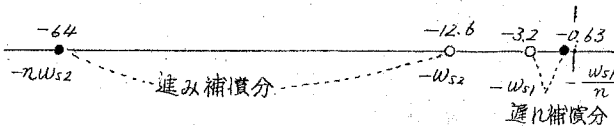
として得られる。

この伝達函数の極、零点の配置を第 9.19 図 (a) に示す。



$$(a) \omega_{s1} = +12.6; \omega_{s2} = 3.2, \tau = 20$$

同図によると  $-12.6$  を零点、 $-0.63$  を極とする遅れ補償伝達函数分と、



$$(b) \omega_{s1} = 3.2, \omega_{s2} = 12.6, \tau = 5.08$$

$-3.2$  を零点、 $-64$  を極とする進み補償伝達函数分と

第 9.19 図 遅れ進み補償伝達函数の極・零点の 2通りの組合せ方

に分類されているが、

これらを第 9.19 図 (b) のように  $-3.2$  を零点、 $-0.63$  を極とする遅れ補償伝達函数分、 $-12.6$  を零点、 $-64$  を極とする進み補償伝達函数分に分けてもよいはずである。このような分け方は前節で説明したように遅れ補償伝達函数分によって利得調整を行わせ、進み補償伝達函数分によって位相調整を行わせている状態であることが第 9.19 図 (b) をみてわかる。

このような場合の遅れ進み補償伝達函数は結局は (9.2.30) と等しいのであるが、次式のように記述される。

$$F_c(s) = \frac{(1 + s/3.2)(1 + s/12.6)}{(1 + s/0.63)(1 + s/64)} \quad (9.2.31)$$

遅れ補償伝達函数分
進み補償伝達函数分

上式によると

$$\tau = 5.08$$

$$\omega_{s1} = 3.2$$

$$\omega_{s2} = 12.6$$

であるから、したがって逆に (9.2.18), (9.2.20) 式を用いて  $\Omega_{S1}$ ,  $\Omega_{S2}$  を計算すると

$$\Omega_{S1} = \omega_{S1} / n \cdot \omega_0 = 0.063$$

$$\Omega_{S2} = \omega_{S2} / \omega_0 = 1.26$$

となる。即ち第9.18図の  $\vec{M'N'}$  に示すように遅れ補償ベクトル分  $\vec{OM'}$  の位相角が小さくなるように対数補償ベクトルを平行移動させ、同図より前式のような  $n = 5.08$ ,  $\Omega_{S1} = 0.063$ ,  $\Omega_{S2} = 1.26$  の各値を読みとったとすると、これより  $n$ ,  $\omega_{S1}$ ,  $\omega_{S2}$  を計算した結果得られる (9.2.31) 式の遅れ進み補償伝達函数は第9.18図の  $\vec{MN}$  によって前述のようにして得られた (9.2.30) 式の遅れ進み補償伝達函数に等しい。それ故、結局、対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  を平行移動させて、結果として同じ遅れ進み補償伝達函数 (第1種に限らず) を得るような2ヶ所の移動位置 (例えばオ9.18図では  $\vec{MN}$  及び  $\vec{M'N'}$ ) があることがわかる。

この二通りの移動位置のうち上方の位置のベクトル、例えば  $\vec{MN}$  によって遅れ進み補償伝達函数の各パラメータを計算した方が一般に誤差が小さい。なぜならば  $\vec{M'N'}$  によると目盛線の読み取り誤差が大きいからである。したがって第9.18図でわかるように、 $\vec{M'N'}$  よりも  $\vec{MN}$  の位置まで移動させた方が実際的である。

この場合、点Nより読みとった  $\Omega_S$  の値、即ち  $\Omega_{S2} = 0.32$  によって第9.19図(a)の零点の一つ;  $-\omega_{S2} = -3.2$  が得られたのであるが、これは他の零点よりも原点に近く、実際的にはこれを <sup>(9)</sup>同 <sup>(9)</sup>(b) のように  $-\omega_{S1}$  とし、遅れ補償伝達函数分の零点と考えた方が遅れ進み補償伝達函数の補償機能とも適合する。それ故、補償ベクトルが与えられて第1種の遅れ進み補償伝達函数を求める場合、対数補償ベクトルを第9.20図の  $\vec{MN}$  のように平行移動しNに対する  $\Omega_S$  目盛線の読みを  $\Omega_{S2}$ , Mに対する  $\Omega_S$  目盛線の読みを  $\Omega_{S1}$  とし、ベクトル  $\vec{MN}$  が弦を張っているところの9目盛



とすると第 (9.1.29) 式にしたがって  $\omega_0 \Omega_{s2}$  の範囲は

$$\omega_0 \Omega_{s2} > \frac{1}{T_s} \quad (9.2.35)$$

を満足することが望ましい。このような場合には上式を満足する  $\Omega_{s2}$  をまづ決めておき、第 9.20 図のように対数補償ベクトル  $M'N'$  をその先端が  $\Omega_{s2}$  の目盛線上にあるように平行移動し、そのベクトルが  $n$  の目盛線上弦を張る時の  $n$  の値  $n'$  及びベクトル後尾の  $\Omega_{s1}$  目盛線の読み  $\Omega_{s1}$  を読みとり (9.2.34) 式によってオノ種の遅れ進み補償伝達函数を求める。但しこの場合、もし

$$\Omega_{s2} > n' \Omega_{s1} \quad (9.2.36)$$

つまり  $\omega_0 \Omega_{s2} > \omega_0 n' \Omega_{s1}$

となることがあるとすると、これは第 9.21 図において零点  $-\omega_0 \Omega_{s2}$  以外の零点即ち  $-n' \omega_0 \Omega_{s1}$  が  $-\omega_0 \Omega_{s2}$  より原点に近いことを意味するので、そのような場合には  $-n' \omega_0 \Omega_{s1}$  について

$$n' \omega_0 \Omega_{s1} > \frac{1}{T_s} \quad (9.2.37)$$

が成立つかどうか検討する。その結果が不適な場合  $\Omega_{s2}$  を種々調整し、なお且つ不適な場合は整定時間の制限を多少ゆるめるか他の補償伝達函数を用いるかしなければならぬ。

補償伝達函数の零点で、補償される系の開ループ伝達函数の極を打消す必要がある場合にも前述の手法をそのまま用いればよい。

**例**、今 (9.2.28) 式の指定根に対する補償ベクトルが前例と同様 (9.2.29) 式で与えられ、原点に近い方の零点  $-\omega_{s1}$  を  $-5$  と決められている場合、第 (9.2.32) 式の第一式より

$$\Omega_{s2} = \frac{\omega_{s1}}{\omega_0} = \frac{5}{10} = 0.5$$

で  $\Omega_{s2}$  が決められる。したがって対数補償ベクトルをその先端が  $\Omega_{s2} = 0.5$  の目盛線を滑るように平行移動し、そのベクトル弦を

張るような  $n$  の目盛線をもとめる。その結果

$$n' = 11$$

又、ベクトルの後尾の  $\Omega_s$  目盛線の読み  $\Omega_{s1}$  は

$$\Omega_{s1} = 0.09$$

したがって、これらの値を (9.2.34) 式に代入して、第1種の遅れ進み補償伝達函数は

$$\begin{aligned} F_c(s) &= \frac{(1 + s/5)(1 + s/11 \times 10 \times 0.09)}{(1 + s/10 \times 0.09)(1 + s/11 \times 10 \times 0.5)} \\ &= \frac{(1 + s/5)(1 + s/9.9)}{(1 + s/0.9)(1 + s/55)} \end{aligned} \quad (9.2.38)$$

となる。

次に第2種及び第3種の遅れ進み補償伝達函数を 52-42 の対数補償計算線図を用いて求める方法を例題によって説明しよう。第2種又は第3種の遅れ進み補償伝達函数によって計算線図上での読みが  $n$  目盛線については (9.2.22) 式

$$n'_1 > n'_2 \quad (\text{第2種})$$

又は (9.2.23) 式

$$n'_1 < n'_2 \quad (\text{第3種})$$

となり、 $\Omega_s$  目盛線については第 (9.2.25) 式

$$\Omega_{s2} > \frac{n'_1}{n'_2} \Omega_{s1} \quad (\text{第2種、即ち } n'_1 > n'_2 \text{ の時})$$

又は (9.2.24) 式

$$\Omega_{s2} > \Omega_{s1} \quad (\text{第3種、即ち } n'_1 < n'_2 \text{ の時})$$

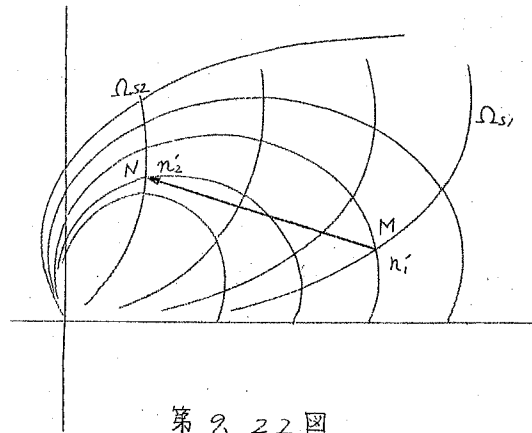
の条件があったが、実際に補償ベクトルより遅れ進み補償伝達函数をとめる場合にはいろいろな条件によって第2種になるか第3種のものになるかがきまって未る。例えば、これらの補償伝達函数は自由度が4であるので、前例のように零点を1つ決めるだけでなく、2つの零点を条件に応じて決めることかできる場合がある。その場合には二つの零点を決めることにより、それが第1種又は第2種の遅れ進み補償伝達函数が決まる。

対数補償ベクトルを平行移動させて第9.2.2図のMNになった場合、Mに対する $\Omega_{s1}$ 及び $n$ の読みを

$$M \rightarrow n_1, \Omega_{s1}$$

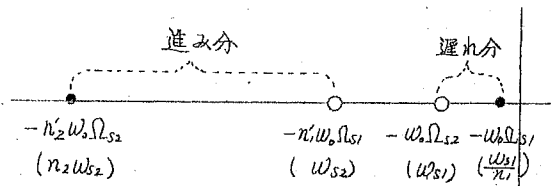
Nに対する $\Omega_{s2}$ 及び $n$ の読みを

$$N \rightarrow n_2, \Omega_{s2}$$



第9.2.2図

とすると第1種の遅れ進み補償伝達函数の場合と同様、Nに対する $\Omega_{s2}$ より得られる零点 $\omega_0 \Omega_{s2}$ を遅れ補償伝達函数分の



第9.2.3図

零点 $\omega_{s1}$ にするように考え、結局次のように遅れ進み補償伝達函数の零点、極が得られる。

遅れ補償伝達函数の零点及び極は

$$\left. \begin{aligned} \omega_{s1} &= \omega_0 \Omega_{s2} \text{ ----- 零点の絶対値} \\ n_1 \omega_{s1} &= \omega_0 \Omega_{s1} \text{ ----- 極の絶対値} \end{aligned} \right\} \quad (9.2.39)$$



又、進み補償伝達函数分の零点及び極は

$$\left. \begin{aligned} \omega_{s2} &= n_1 \omega_0 \Omega_{s1} \text{ --- 零点の絶対値} \\ n_2 \omega_{s2} &= n_2' \omega_0 \Omega_{s2} \text{ --- 極の絶対値} \end{aligned} \right\} \quad (9.2.40)$$

として計算され、求める遅れ進み補償伝達函数は

$$\begin{aligned} F_c(s) &= \frac{(1 + s/\omega_{s1})(1 + s/\omega_{s2})}{(1 + s/n_1\omega_{s1})(1 + s/n_2\omega_{s2})} \\ &= \frac{(1 + s/\omega_0\Omega_{s2})(1 + s/n_1'\omega_0\Omega_{s1})}{(1 + s/\omega_0\Omega_{s1})(1 + s/n_2'\omega_0\Omega_{s2})} \end{aligned} \quad (9.2.41)$$

となる。この極、零点の配置を第 9.23 図に示す。

以上の対数補償計算線図により遅れ進み補償伝達函数を求める方法を、次のように 2 つの零点が決められている場合に適用してみよう。

例えば指定根及び補償ベクトルが (9.2.28) 式及び (9.2.29) 式で与えられているとし、且つその 2 つの零点をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \omega_{s1} &= 4 \\ \omega_{s2} &= 6 \end{aligned} \right\} \quad (9.2.42)$$

と指定されている場合の遅れ進み補償伝達函数を求めよう。

(9.2.39) 式及び (9.2.40) 式より

$$\Omega_{s2} = \omega_{s1}/\omega_0 = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$n_1'\Omega_{s1} = \omega_{s2}/\omega_0 = \frac{6}{10} = 0.6$$

上式にしたがって第 9.22 図に示したと同様、対数補償ベクトル

$$\log 0.2 + j30^\circ$$

を 52-4.2 の対数補償計算線図 ( $\sigma_0 = 0.5$ ; 別図V) 上その先端が  $\Omega_s$  目盛線群中  $\Omega_{s2} = 0.4$  の目盛線上を滑るように平行移動させ、そのベクトルの後端の  $\Omega_s$  の読み  $\Omega_{s1}$  と  $n$  の読み  $n_1$  との積  $n_1 \Omega_{s1}$  が 0.6 になるようにする。この時の  $n_1$ ,  $\Omega_{s1}$  及び  $n_2$  はそれぞれ線図より

$$n_1 = 12$$

$$\Omega_{s1} = 0.05$$

$$n_2 = 4.7$$

したがって求める遅れ進み補償伝達函数は  $n_1 > n_2$  であるから第2種であり、その伝達函数は (9.2.41) 式にしたがい

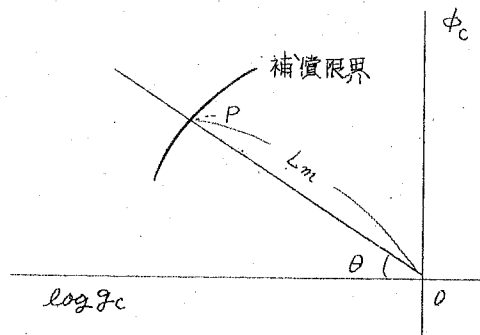
$$\begin{aligned} F_c(s) &= \frac{(1 + s/10 \times 0.4)(1 + s/12 \times 10 \times 0.05)}{(1 + s/10 \times 0.05)(1 + s/4.7 \times 10 \times 0.4)} \\ &= \frac{(1 + s/4)(1 + s/6)}{(1 + s/0.5)(1 + s/18.8)} \end{aligned} \quad (9.2.43)$$

として得られる。

次に、これら遅れ進み補償伝達函数の補償限界をしらべてみよう。先ず第1種遅れ進み補償伝達函数について考えてみる。

今、もし第2.2.2図に於いて太線で示すような補償限界があったとすると対数複素平面の原点  $O$  より真実軸に角  $\theta$

をなすような方向に引いた直線と補償限界とは必ず交わるはずであり、この交点を  $P$  とするとベクトル  $\vec{OP}$  がこの方向での最大(又は最小)の大きさをもつ対数補償ベクトルとなる。したがって

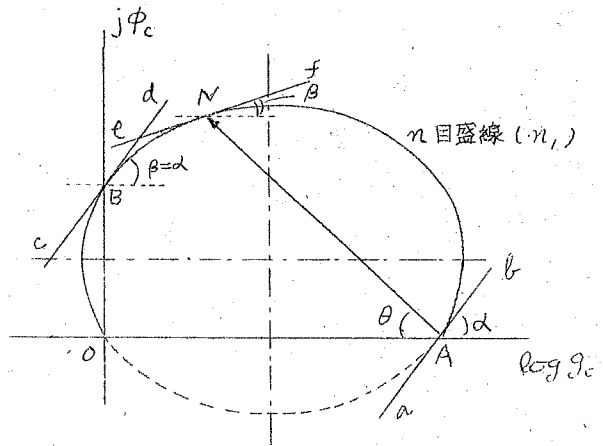


第9.2.2図

が交わり

あらゆる角度における最大（又は最小）の大きさを持つ対数補償ベクトルの先端の軌跡を求めるとそれが補償平面上でのこの補償伝達函数の補償限界となり、最大又は最小の違いによって補償可能領域が内側か又は外側であるかを定めることができる。このような考えを適用して対数複素平面上での補償限界及び補償領域を求めてみよう。

5.2-4.2の進み補償伝達函数の対数補償計算線図の $n$ 目盛線が第9.23図中太曲線で表わされ、その読みを $n_1$ とする。又、原点を $O$ とし、 $n$ 目盛線は実軸上 $O$ と $A$ で交わり虚軸と $B$ 点で交わったとする。



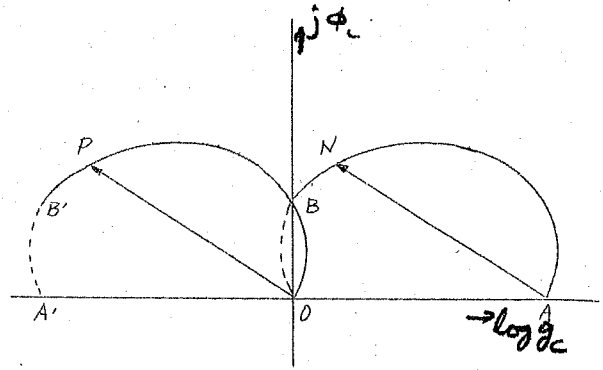
第9.23図

第7.10図でも説明したように、 $n$ 目盛線は第

9.23図に於いて $O \rightarrow A$ の垂直二等分線及び $O \rightarrow B$ の垂直二等分線に相当する二本の対称線<sup>軌跡</sup>を有している。

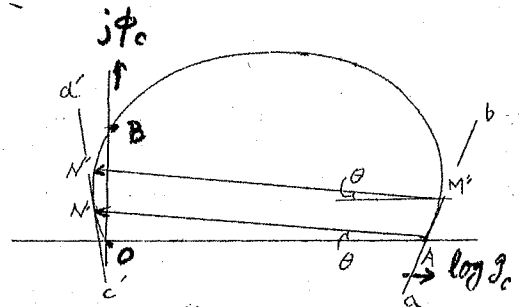
したがって同図で点 $A$ における接線 $ab$ の傾斜は点 $B$ における接線 $cd$ の傾斜に等しく点 $B$ より $n$ 目盛線に沿って右側にある点での接線（例えば点 $N$ に於ける接線 $ef$ ）の傾斜は次第に減少し頁になる。そうすると今、対数補償ベクトル $\vec{OP}$ を平行移動させて $n$ 目盛線上、第9.23図で $\vec{AN}$ となるように弦を張ったとすると、この $\vec{AM}$ を更に平行移動させて $n$ 目盛線上に弦を張る場所がない。なぜならばこの $\vec{AN}$ を上方に平行移動させたとすると、 $A$ に於ける接線の傾斜が $N$ に於ける接線の傾斜よりも大きく、したがって $\vec{AN}$ は $n$ 目盛線をはみでてしまう。又 $\vec{AN}$ を下方に平行移動することができると、そのベクトルの後端が実軸の下方面に出ると、これは5.2-4.2の補償限界を出て $\Omega_s$ の読みが頁となり不

適である。つまりベクトルの大きさ  $|\vec{AM}|$ 、 $|\vec{OP}|$  は角度  $\theta$  の方向での最大値であることがわかる。  $n$  目盛線上  $\widehat{BNA}$  の間の他の点についても、  $A$  よりその点へのベクトルの大きさがその方向への最大値であることがわかる。したがってこれらのベクトルの後端即ち  $A$  を第 9.24 図のように原点  $O$  に一致するように平行移動した場合、それらの先端の軌跡、即ち  $n$  目盛線の一部  $\widehat{BNA}$  と距離  $OA$  だけ左側に平行移動され  $\widehat{B'PO}$  となり、これが  $n=n_1$  一定とした場合の補償限界の一部となり、その外側は補償不可能の部分となる。次に対数補償ベクトルを平行移動させ、その後端を第 9.25 図中点  $A$  に合致させたときその先端が虚軸の左側にはみ出た  $n$  目盛線  $OB$  上にあり、その点を  $N'$  とすると  $N'$  における  $n$  目盛線への接線  $c'd'$  の傾斜は前とは逆に点  $A$  での接線  $a,b$  の傾斜より大きくなった。したがって、この方向の対数補償ベクトルの大きさは  $|\vec{AN}'|$  が最大とはならないで、図で示す  $\vec{M'N'}$  のようにその大きさが最大になるベクトルが存在する。このようなベクトルに相当する対数補償ベクトルの先端の軌跡は第 9.26 図でわかるように点  $B'$  から実軸上の点  $C$  までの曲線となり、この間にかぎり前のような  $n$  目盛線と同形にはならない。



第 9.24 図

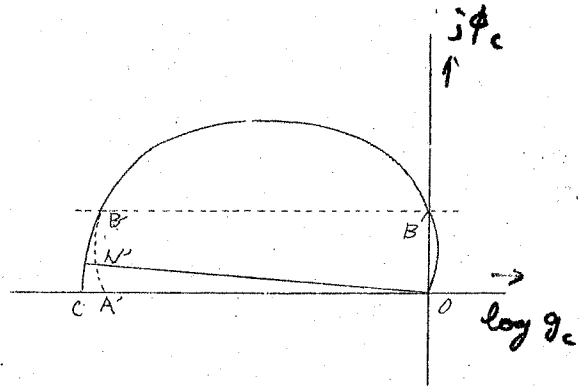
結局、第 9.26 図のように対数補償ベクトルの先端が上向きでかつ  $n$  を一定とした場



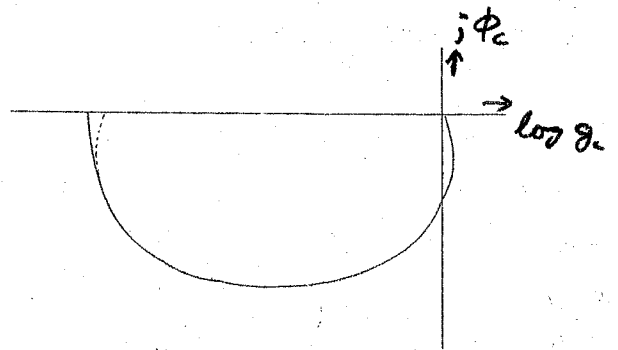
第 9.25 図

台の補償限界が得られたのであるが、その先端が下向きの場合でも前と同様、ある方向に対する最大の大きさをもつ対数補償ベクトルの先端の軌跡を画くと丁度第9.26図に示した限界と実軸に対して対象な図形になる。これを第9.27図に示す。したがって第9.26図と第9.27図の補償限界を同一対数複素平面上に画くと第9.28図の如く、心臟型をした補償限界が得られ、その型の大半が $n$ 目盛よりなり、たゞ原点の左側で実軸に交わる点 $C$ 附近、即ち $\widehat{B'CB''}$ は $n$ 目盛線では表わされない曲線部分となる。

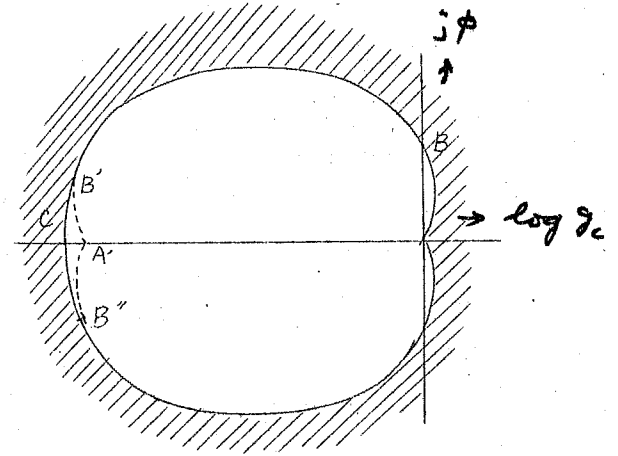
以上の補償限界は $n$ を有限値で一定とした場合に対するものであったが、この $n$ を増大させ、最後 $n \rightarrow \infty$ とした場合に第ノ種の遅れ進み補償限界図が第9.29図のように得られる。これは図に示すように5.2-4.2の補償限界( $g_c \cos \phi_c = 1$ の曲線)と虚軸及び原点に対象な2つの曲線 $OL$ と $OL'$ よりなり、その曲線の内側が補償可能領域であ



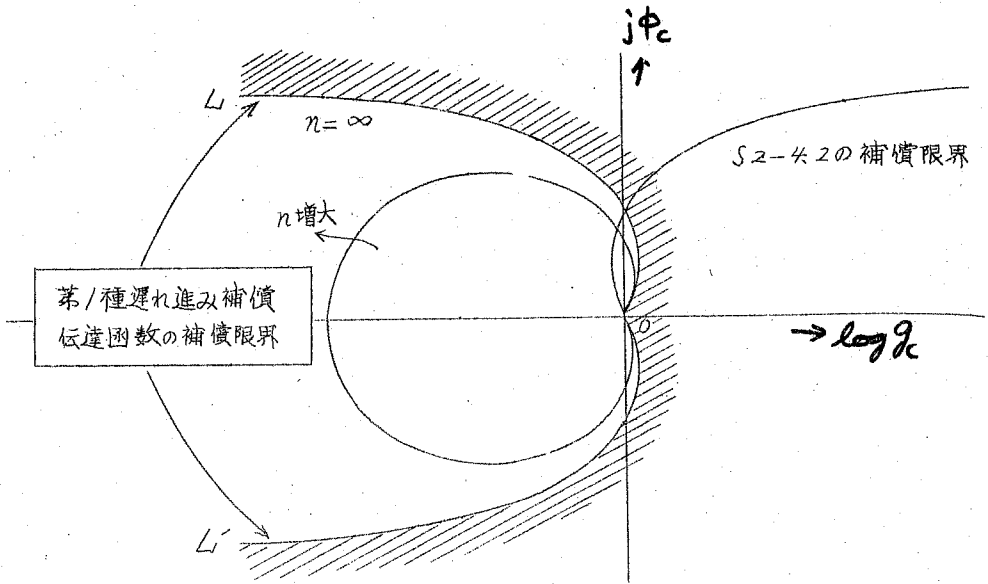
第9.26図



第9.27図



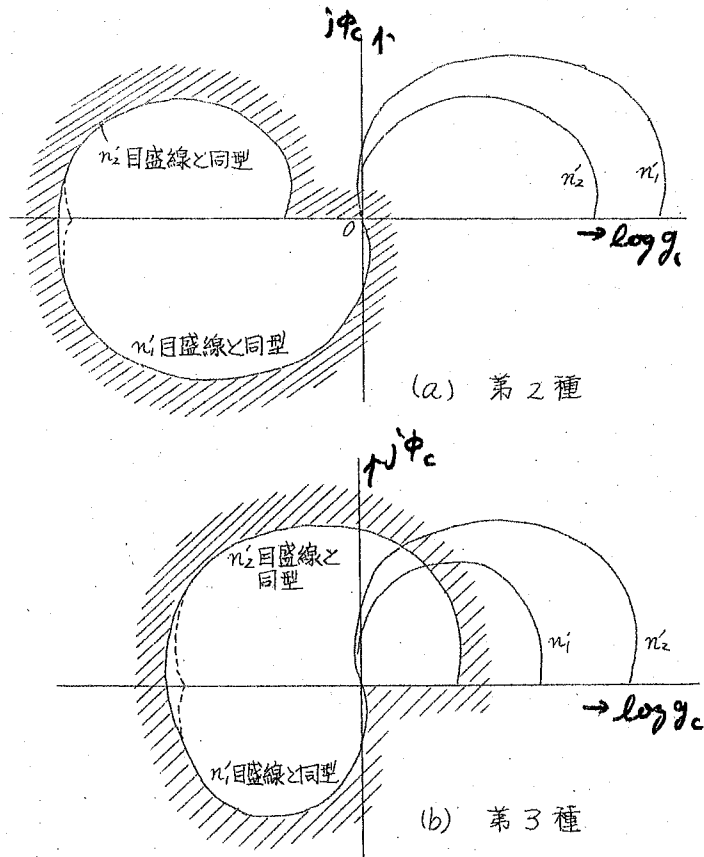
第9.28図



第 9.29 図 第1種遅れ進み補償伝達函数の補償限界及び領域

る。

以上のようにして第1種の遅れ進み補償伝達函数の補償限界が得られたが、他の第2種及び第3種の遅れ進み補償伝達函数も同じような考え方で補償限界が得られる。これらの場合にはまず  $n_1$  及び  $n_2$  を固定した場合の補償限界を先ず求める。これ



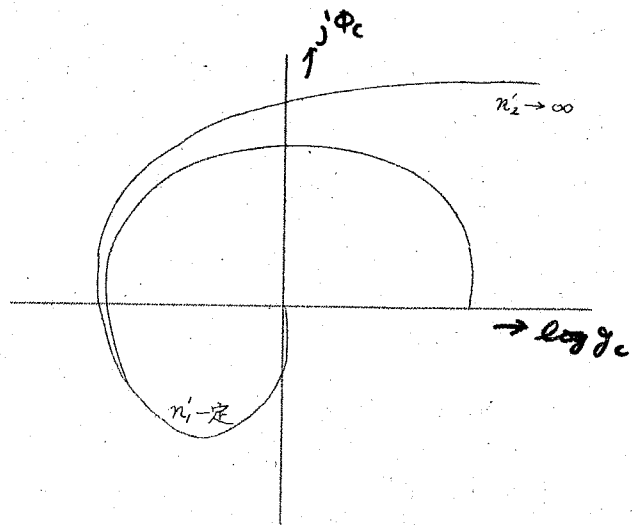
第 9.30 図  $n_1, n_2$  一定とした場合の限界図

らの補償限界は第 9. 30 図 (a) (b) で示すように  $n_1$  の目盛線と  $n_2$  の目盛線によってその概形がきまり、先と同様、その限界が実軸を切る点の付近での形が目盛線とは異った形となるだけである。

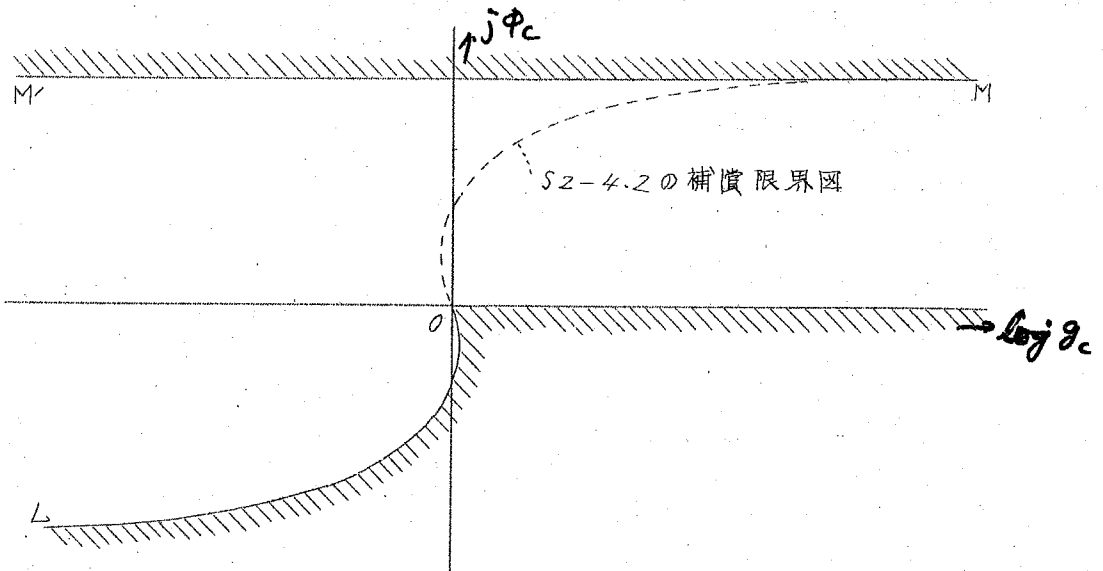
ところで第 2 種の遅れ進み補償伝達函数では (9.2.22) 式

$$n_1 > n_2$$

でなくてはならず、 $n_1$  を一定とした場合にこの補償限界を最もひろげる為には第 9. 30 図 (a) からわかるように  $n_2$  を  $n_1$  に近づけて行けばよく結局、第 1 種の遅れ進み補償伝達函数で  $n$  を一定



第 9. 31 図



第 9. 32 図 第 3 種遅れ-進み補償伝達函数の補償限界図及び領域

とした場合の補償限界（第 9.28 図）と同様になる。したがって  
 ここで  $n_1'$  を増加させ無限界にすると第 9.29 図の第 1 種の遅れ  
 進み補償伝達函数の補償限界と全く同形の補償限界が得られる。

一方、第 3 種の遅れ進み補償伝達函数の場合、（9.2.33）式

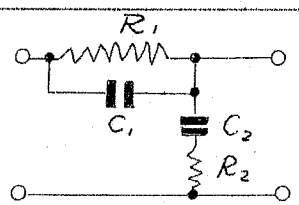
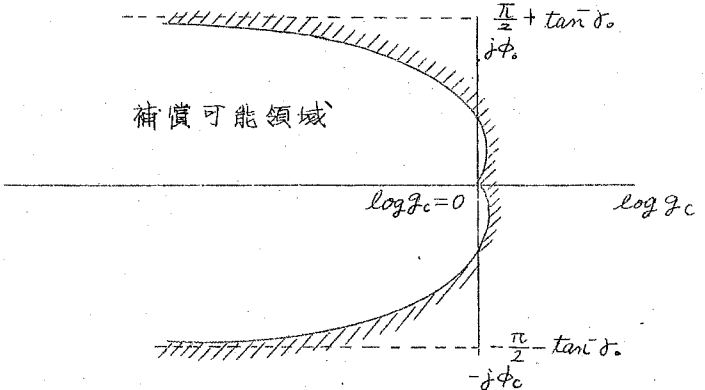
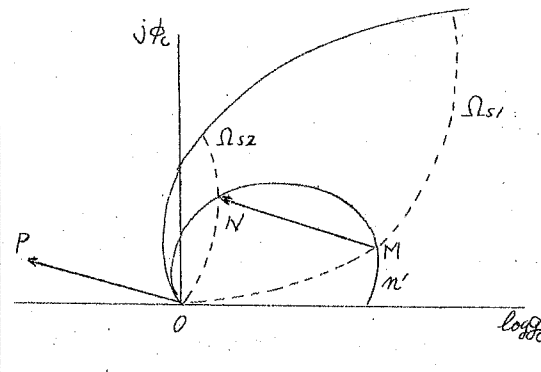
$$n_1' < n_2'$$

でなくてはならず、今  $n_1'$  を一定として  $n_2'$  を増加させると第 9.  
 31 図のようにその補償限界が増大し、 $n_2'$  を無限大まで増すこと  
 ができる。次に  $n_1'$  を増加してこれを無限大にすると、結局第 9.  
 32 図の補償限界が得られる。これは図で判るように、S2-4.2  
 の補償限界（ $g_c \cos \phi_c = 1$  の曲線）と原点に対して対象な曲線  
 $OL'$  と S2-4.2 の補償限界の漸近線  $M-M'$  及び正の実軸よりな  
 り、その限界の内側が補償可能な領域となる。

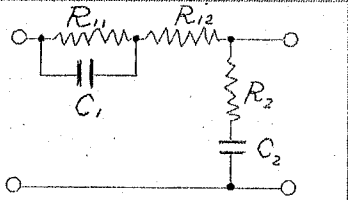
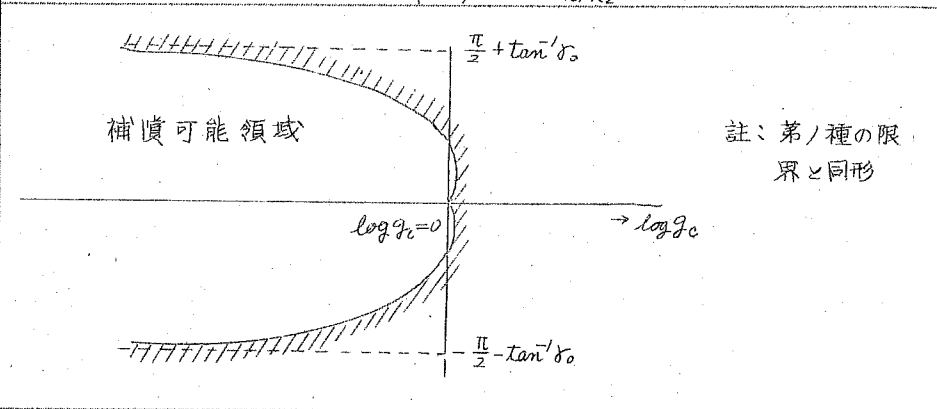
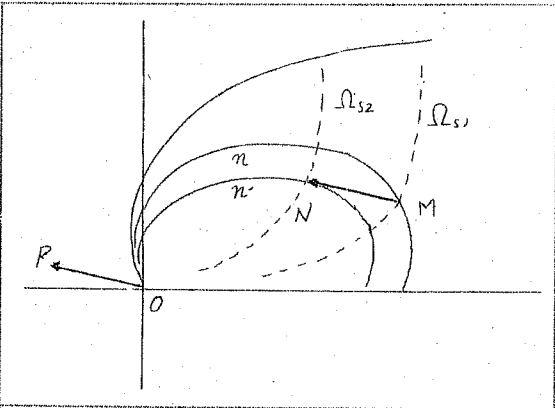
以上のようにして得られた結果を実用上の便宜の為、表にする  
 と第 9.1 表、第 9.2 表、第 9.3 表となり、この表にしたがって与  
 えられた補償ベクトル、その他の条件に適合するような遅れ進み  
 補償伝達函数を求めればよい。なお各種の遅れ進み補償伝達函数  
 をもつような RC 回路例を図表に挙げておく。



第9.1表 第1種遅れ進み補償伝達函数及びその回路の設計一括表

補償伝達函数番号	補償伝達函数	パラメータ間の条件	用途
S3-2	$\frac{(1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{s2})}{(1 + s/w_{s1}n)(1 + s/w_{s2}n)}$	$n > 1$ $nw_{s2} > w_{s1}$	直列補償
補償回路例	回路構成例 	定数算定式 $R_1 C_1 = 1/w_{s1}$ $R_1 C_1 = 1/w_{s2}$ $R_2 C_2 = 1/w_{s2}$ 又は $R_2 C_2 = 1/w_{s1}$ $R_1 C_2 = (n-1) \left( \frac{1}{w_{s1}} - \frac{1}{nw_{s2}} \right)$	
	補償限界図 		
S3-2の対数補償計算線図によるパラメータの求め方	i) 同一n目盛線上にその先端及び後端がのるように対数補償ベクトルOPを平行移動させ、これをMNとする。		
	ii) M点、N点における $\Omega_s$ 、 $n$ を読みとる。		
	iii) パラメータの値の算出 $w_{s1} = w_0 \cdot \Omega_{s2}$ $w_{s2} = n' \cdot w_0 \cdot \Omega_{s1}$ $n = \Omega_{s2} / \Omega_{s1}$ 但し $w_0$ : 極根の虚数部		
		$\Omega_s$ 、 $n'$ による補償伝達函数の表現	
		$F_c(s) = \frac{(1 + s/w_0 \Omega_{s2})(1 + s/n' w_0 \Omega_{s1})}{(1 + s/w_0 \Omega_{s1})(1 + s/n w_0 \Omega_{s2})}$	

第9.2表 第2種遅れ進み補償伝達函数及びその回路の設計一括表

補償伝達函数番号	補償伝達函数	パラメータ間の条件	用途									
	$\frac{(1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{s2})}{(1 + s/n_1 w_{s1})(1 + s/n_2 w_{s2})}$	$0 < n_1 < 1$ $1 > n_1, n_2 > 0$ $n_2 w_{s2} > w_{s1}$	直列補償									
補償回路例	回路構成例	定数算定式										
		$R_{11}C_1 = 1/w_{s1}$ $R_2C_2 = 1/w_{s2}$ $R_{11}C_2 = (\frac{1}{n_1} - 1)(\frac{1}{w_{s1}} - \frac{1}{n_2 w_{s2}})$ $R_{12}/R_2 = \frac{1 - n_1 \cdot n_2}{n_1 n_2}$										
補償限界図	 <p>註：第1種の限界と同形</p>											
Σ-Π-Σの対数補償限界線図によるパラメータの求め方	<p>i) N点のn目盛線の読みよりM点のn目盛線の読みが大きくなるように対数補償ベクトルを平行移動する。</p>											
	<p>ii) M点, N点よりOmega_s, n'を読みとる。</p> <table border="1" data-bbox="283 1234 508 1363"> <tr> <td></td> <td>Omega_s</td> <td>n'</td> </tr> <tr> <td>M点</td> <td>Omega_s1</td> <td>n'1</td> </tr> <tr> <td>N点</td> <td>Omega_s2</td> <td>n'2</td> </tr> </table>		Omega_s	n'	M点	Omega_s1	n'1	N点	Omega_s2	n'2	<p>Omega_s, n' による補償伝達函数の表現</p>	
		Omega_s	n'									
M点	Omega_s1	n'1										
N点	Omega_s2	n'2										
<p>iii) パラメータの値の算出</p> $w_{s1} = w_0 \Omega_{s2}$ $w_{s2} = n'1 w_0 \Omega_{s1}$ $n_1 = \Omega_{s1} / \Omega_{s2}$ $n_2 = \frac{n'2}{n'1} \cdot \frac{\Omega_{s2}}{\Omega_{s1}}$	$F_c(s) = \frac{(1 + s/w_0 \Omega_{s2})(1 + s/n'1 w_0 \Omega_{s1})}{(1 + s/w_0 \Omega_{s1})(1 + s/n'2 w_0 \Omega_{s2})}$											

第9.3表 第3種遅れ進み補償伝達函数及びその回路の設計一括表

補償伝達函数番号	補償伝達函数	パラメータ間の条件	用途
S4-2	$\frac{(1 + S/\omega_{s1})(1 + S/\omega_{s2})}{(1 + S/n_1\omega_{s1})(1 + S/n_2\omega_{s2})}$	$0 < n_1 < 1$ $n_1, n_2 > 1$ $\omega_{s2} > n_1 \omega_{s1}$	直列補償
補償回路例	回路構成例	定数算定式	
		$R_1 C_1 = 1/\omega_{s1}$ $C_2 = \frac{1}{\omega_{s2}} \frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21} R_{22}}$ $R_1/R_{21} = (n_1 - 1) \frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}} + (n_1 - 1)$ $R_{22} = \frac{1}{n_2 n_1 - 1} R_1 - R_{21}$ 又は $\begin{cases} R_1 C_1 = 1/\omega_{s2} \\ C_2 = \frac{1}{\omega_{s1}} \frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21} R_{22}} \\ R_1/R_{21} = (n_1 - 1) \frac{\omega_{s1}}{\omega_{s2}} + (n_2 - 1) \end{cases}$	
補償限界図			
Sパラメータの対数補償計算図によるパラメータの求め方	i) N点のn目盛線の読みかM点のn目盛線の読みより大きくなるように対数補償ベクトルを平行移動する。 ii) M点, N点より $\Omega_s, n'$ を読みとる。		
	但し $n_2 > n_1'$ iii) パラメータの値の算出 $\omega_{s1} = \omega_0 \Omega_{s2}$ $\omega_{s2} = \omega_0 n_1' \Omega_{s1}$ $n_1 = \Omega_{s1} / \Omega_{s2}$ $n_2 = \frac{n_2'}{n_1'} \frac{\Omega_{s2}}{\Omega_{s1}}$ <del><math>n_2 = \frac{n_2'}{n_1'} \frac{\Omega_{s2}}{\Omega_{s1}}</math></del>		

## 遅れ進み補償伝達函数を用いた特性設計例

第8.12図で外乱のトルク $\tau_d$ が定常的に一定量 $\Delta\tau_d$ 加わっている場合の制御角 $\theta_0$ の偏差 $\Delta\theta_0$ は誤差信号 $e$ より外乱の加算点までの定常増巾度 $K_1$

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 \times 6.25 \\ &\doteq 6.25 \end{aligned} \quad (9.2.44)$$

と次の関係がある。

$$\begin{aligned} \Delta\theta_0 &= \frac{1}{K_1} \times 765 \Delta\tau_d = \frac{765}{5.01} \Delta\tau_d \\ &= 153 \Delta\tau_d \end{aligned} \quad (9.2.45)$$

今とし

$$\Delta\tau_d = 4 \text{ kg-m} \quad (9.2.46)$$

(出力軸では  $4 \text{ kg-m}$ )

であれば

$$\begin{aligned} \Delta\theta_0 &= 153 \times 4 \\ &= 6.1^\circ \\ &\doteq 6^\circ \end{aligned} \quad (9.2.47)$$

の定常偏差を生じる。(勿論、歯車機構の不感帯による偏差は含まない) そこで、この定常偏差を $1^\circ$ にしようとする(9.2.45)式より

$$\begin{aligned} K_1 &= 765 \frac{\Delta\tau_d}{\Delta\theta_0} \\ &= 765 \times \frac{4}{1} \\ &= 30.6 \end{aligned} \quad (9.2.48)$$

したがってこの場合の増巾器の増巾度 $A$ は

$$A = K_1 \times 1$$

$$= 30.6 \times 1$$

$$\therefore A = 30.6 \quad (9.2.49)$$

したがって補償前の系の開ループ伝達関数  $F_0(s)$  は

$$F_0(s) = \frac{30.6 \times 2.4}{s(1+s/5)(1+s/5)}$$

$$= \frac{73.5}{s(1+s/5)(1+s/5)} \quad (9.2.50)$$

このような系について 8.3 と同様

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= j10(1+j0.5) \\ s_0^* &= -j10(1-j0.5) \end{aligned} \right\} (9.2.51)$$

を代表根とするような補償を行う。第 8 章の例では補償前の系の一巡の利得は  $15 \text{ Vsec}$ , この例ではこれを  $73.5 \text{ Vsec}$  にしたのであるから補償ベクトルは第 8.1 表の  $\omega_0 = 10 \text{ rad/sec}$  の欄より

$$z_c \in \angle \phi_c = \frac{15}{73.5} \times 1408 \in \angle 71.6^\circ$$

$$= 2.288 \in \angle 71.6^\circ \quad (9.2.52)$$

(= 11 は各種のおくりこみ補償回路の補償領域に入る)  
 となる。  $\omega_0 = 0.5$  であるから別図 IV を選び、  $F_0(s)$  の極の一つ、 $-5$  を消去するために、ここで求めるべき補償伝達関数  $F_c(s)$  の零点の一つを  $-5$  とすると、対数補償ベクトルの先端 ( $N$ ) が

$$\Omega_{s2} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{10}$$

$$= 0.5 \quad (9.2.53)$$

の  $\Omega_s$  目盛線上を動くように対数補償ベクトルを平行移動し、適当な位置で対数補償ベクトルの先端の  $n$  目盛線の読み  $n_2$ 、その

後端の  $\Omega_s$  目盛線及び  $n$  目盛線の読み  $\Omega_{s1}$ ,  $n_1$  を読みとる。この場合第 9.3 表に示すように  $F_c(s)$  の他の零点は

$$\omega_0 n_1 \Omega_{s1} \quad (9.2.54)$$

で表わされ、補償回路に必要な増巾器の増巾度  $n_1, n_2$  は

$$n_1 n_2 = \frac{n_2'}{n_1'} \quad (9.2.55)$$

で表わされるが、零点  $\omega_0 n_1' \Omega_{s1}$  を出さるだけ大きくし、ようとすると  $\frac{n_2'}{n_1'}$  即ち  $n_1 n_2$  は  $n_2'$  の増加によって増大し、増巾器の増巾度が余分に必要となる。したがって適当な  $\omega_0 n_1' \Omega_{s1}$  及び  $\frac{n_2'}{n_1'}$  になるように対数補償ベクトルを移動しなければならない。こゝでは  $n_1', n_2', \Omega_{s1}, \Omega_{s2}$  は結果として次のように選ぶ

$$n_1' = 24$$

$$n_2' = 10$$

$$\Omega_{s1} = 0.02$$

$$\Omega_{s2} = 0.5$$

したがって第 9.3 表中パラメータの値の算出式にしたがい

$$\omega_{s1} = \omega_0 \Omega_{s2} = 5 \quad (9.2.56)$$

$$\omega_{s2} = \omega_0 n_1' \Omega_{s1} = 1.48 \quad (9.2.57)$$

$$n_1 = \frac{\Omega_{s1}}{\Omega_{s2}} = 0.04 \quad (9.2.58)$$

$$n_2 = \frac{n_2'}{n_1'} \cdot \frac{\Omega_{s2}}{\Omega_{s1}} = 33.8 \quad (9.2.59)$$

$$n_1 n_2 = 1.35 \quad (9.2.60)$$

又、補償伝達函数  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) = \frac{(1 + s/5)(1 + s/1.48)}{(1 + s/0.2)(1 + s/50)} \quad (9.2.61)$$

補償後の一巡伝達関数  $F_c(s) \cdot F_o(s)$  は (9.2.50), (9.2.61) 式より

$$F_c(s) \cdot F_o(s) = \frac{73.5(1+s/148)}{s(1+s/0.2)(1+s/15)(1+s/30)} \quad (9.2.62)$$

となるが、この場合の指定根の留数  $A_0$  は計算によると

$$A_0 = 0.7 \angle -37.2^\circ \quad (9.2.63)$$

となり、これは第 9.33 図に示すように代表根の留数条件を満足する。

ここで用いる補償回路を第 9.3 表の回路例と同様のものとい、各回路素子を計算する。

先ず  $R_1 C_1 = 1/\omega_{s1}$  とすると (9.2.51) 式より

$$R_1 C_1 = 1/5 \quad (9.2.64)$$

$$C_1 = 0.5 \mu\text{F} \quad \text{と選ぶと} \quad (9.2.65)$$

$$R_1 = 0.4 \text{ M}\Omega \quad (9.2.66)$$

又、

$$R_{21} = R_1 / (n_2 - 1) \frac{\omega_{s2}}{\omega_{s1}} + (n_1 - 1)$$

の右辺の  $n_1, n_2, \omega_{s1}, \omega_{s2}$  に (9.2.58), (9.2.59), (9.2.56), (9.2.57) 式を代入し

$$\begin{aligned} R_{21} &= \frac{0.4}{\{(33.8-1) \frac{148}{5} + (0.04-1)\}} \\ &= 0.0457 \text{ M}\Omega \end{aligned} \quad (9.2.67)$$

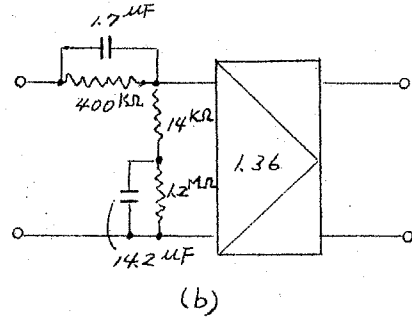
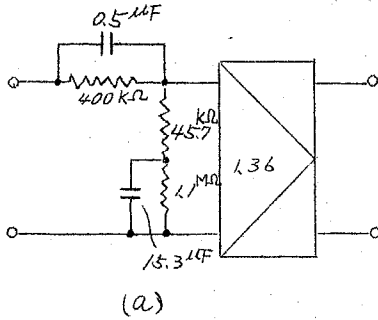
次に

$$R_{22} = \frac{1}{n_1 n_2 - 1} R_1 - R_{21}$$

の左辺の  $n_1, n_2, R_1, R_{21}$  に (9.2.60), (9.2.66), (9.2.67) 式を代入し、







第 9.34 図 同じ伝達函数をもつ第 3 種遅れ進み補償回路より

それぞれの回路の増巾器は (9.2.49) 式で示した増巾度 30.6 をもつ前置増巾器と共通にし.

$$30.6 \times 1.36 \cong 41.6$$

の増巾器を用いればよい.

(9.2.62) 式よりわかるようにこの系の零点は  $-1.48$  で、この近くに実根が現われる。その実根  $S_1$  は計算によると.

$$S_1 \cong -1.7$$

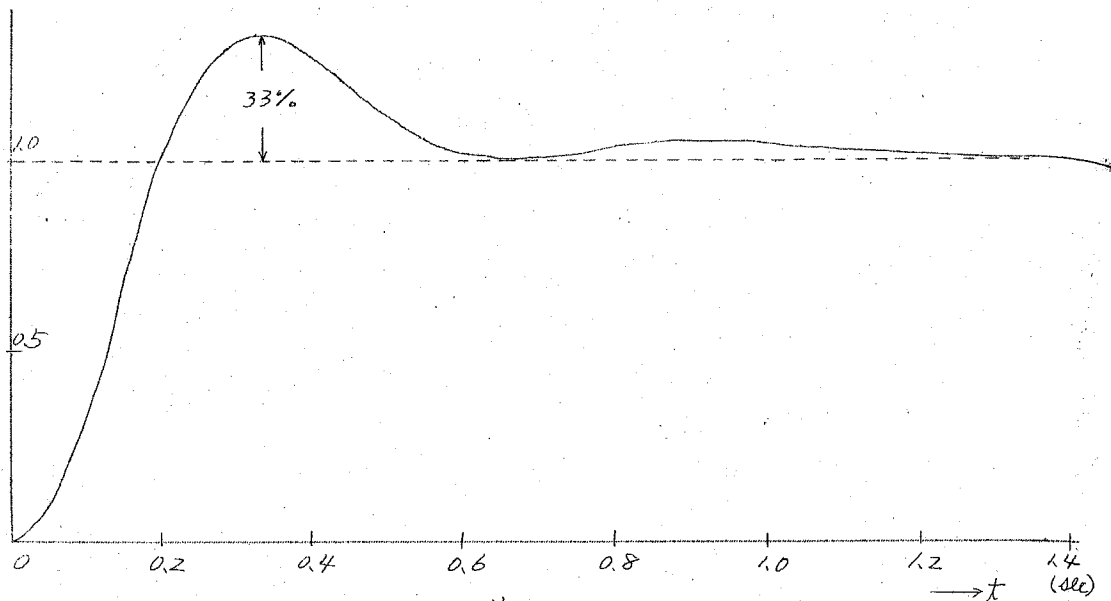
となり、これと零点  $-1.48$  とにより制御系の応答の整定時間及び行き過ぎ量を大にする。(9.2.63) 式より代表応答分の初期値は

$$2A_0 \cos 37.2^\circ \cong 1.12$$

になるが、過渡応答分のすべての初期値の和が 1 であるから、実根  $-1.7$  の初期値  $A_1$  は

$$A_1 \cong 1 - 1.12 \cong -0.12$$

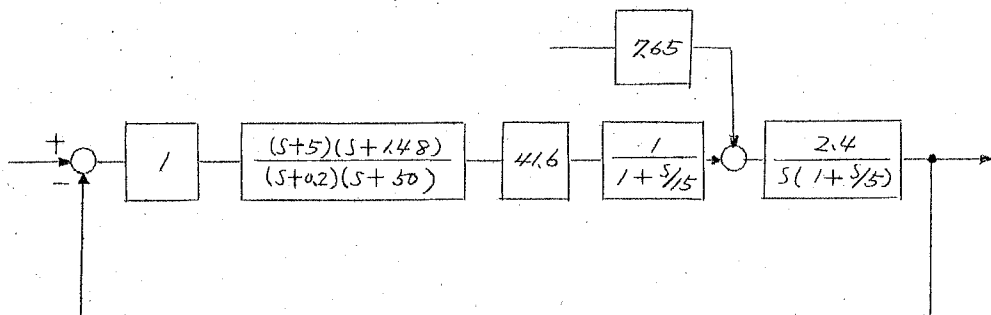
(但し残りの実根 ( $-50$  近くに存在する) の影響は充分小さいとしてこれを省略する) したがってこの系の大体のインディシャル応答の形は第 9.35 図のようになり、行き過ぎ量及び等価の



第 9 35 図

の値は約 0.4 になる。

なお、補償後の系のブロック線図は第 9 36 図に示す。



第 9 36 図 補償後のサーボ機構のブロック線図

$$s_0 = j10(1 + j0.5)$$

$$s_0^* = -j10(1 - j0.5)$$

### 9.3 多自由度補償伝達函数

多自由度補償伝達函数は自由度が2以上の補償伝達函数の総称で前節で述べた遅れ進み補償伝達函数もその部類に属する。

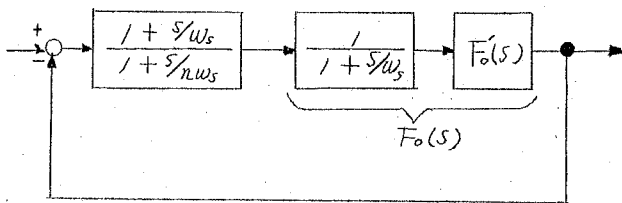
特性設計に於いて特に6.1後半で説明した消去法 (cancellation method) を適用する場合、自由度が増加する。ここではこのように消去法を適用することにより増加した自由度をもつ補償伝達函数を求めることについて考えてみる。

既に6.1後半で詳述したように、特性設計を行う前の系、特に制御対象及び付属装置による系の開ループ伝達函数  $F_0(s)$  の極、零点の配置より、根平面上での補償範囲を推定することかできるが、更に、それらの極のうちどの極を、どの程度移動させれば補償範囲が如何に広げられるかを容易にすることができ。

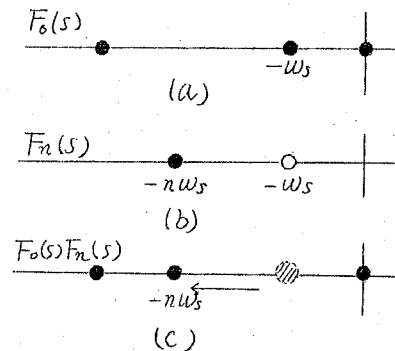
ところでこの極の移動は、移動前の極を  $-w_s$ 、移動後の極を  $-nw_s$  とすると、

$$F_n(s) = \frac{1 + s/w_s}{1 + s/nw_s} \quad (9.3.1)$$

の伝達函数を第9.37図に示すように系の主ループに直列に挿入すればよいわけで、その結果、例えば第9.38図(a)のような  $F_0(s)$  の極の配置は同図(b)の  $F_n(s)$  の零点、極によって同図(c)



第9.37図



第9.38図

の  $F_o(s) \cdot F_n(s)$  のような極の配置に変えられる。

したがって特性設計はこの  $F_n(s) \cdot F_o(s)$  を補償前の一巡伝達函数と考え、

$$g_c e^{j\omega t} = e^{-j\pi} \frac{1}{F_n(s) \cdot F_o(s)} \quad (9.3.2)$$

によって補償ベクトルを計算し、これについて補償伝達函数を求めることにより行われる。このようにして得られた補償伝達函数を  $F_c(s)$  とすると、結局外部より与えなければならない直列補償伝達函数  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) = F_n(s) \cdot F_{c0}(s) \quad (9.3.3)$$

でなければならない。

このような特性設計手順を具体例によって説明しよう。

(1) 特性設計を行う前の系の閉ループ伝達函数  $F_o(s)$  を

$$F_o(s) = \frac{K_o}{(1+s/0.2)(1+s/1)(1+s/1.5)} \quad (9.3.4)$$

とする。又、 $K_o$  を定常特性上の仕様より

$$K_o > 50 \quad (9.3.5)$$

の条件が与えられているとし、ここでは

$$K_o = 70 \quad (9.3.6)$$

とえらぶ。したがって、

$$F_o(s) = \frac{70}{(1+s/0.2)(1+s/1)(1+s/1.5)} \quad (9.3.7)$$

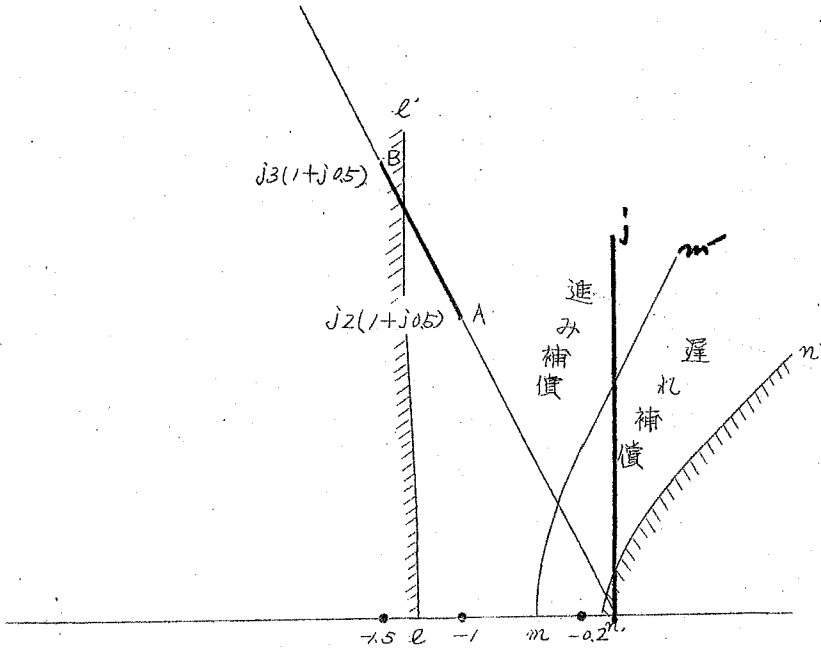
(2) 指定すべき代表根の範囲は  $\gamma_o = 0.5$  として

$$3.0 \text{ rad/s} > \omega_o > 2.0 \text{ rad/s} \quad (9.3.8)$$

$$\text{恒し } s_0 = j\omega_0(1 + j0.5)$$

で与えられたとする。

- (3) (9.3.4) 式により根平面上に  $F_0(s)$  の極の配置をプロットす、根平面上での補償範囲 (代表根指定範囲) をしらべる。



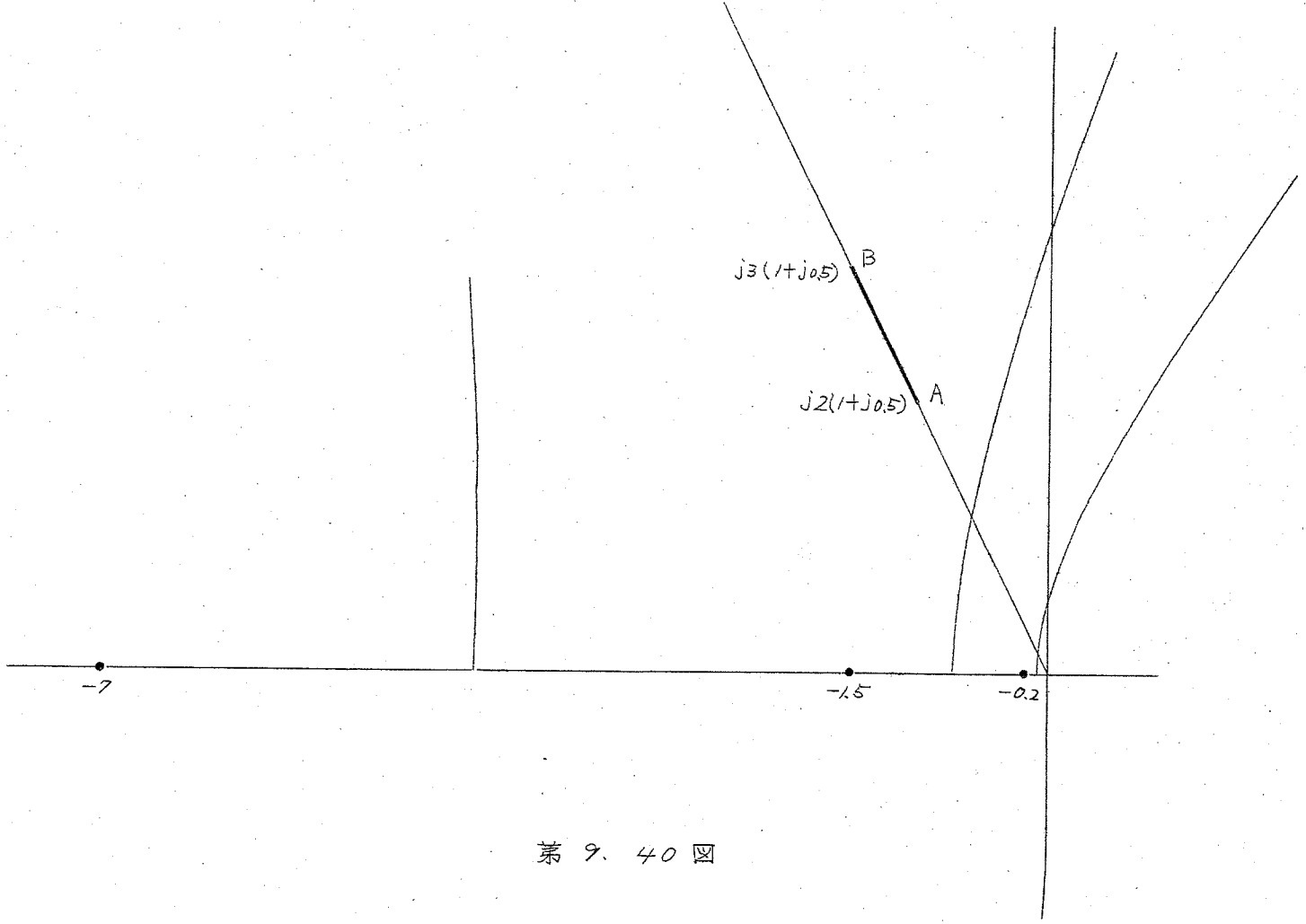
第 9.39 図

- (4) 第 9.39 図でわかるように指定根の範囲は根平面上の進み補償の限界の前後であり、したがって、一つの極を移動しなければならぬ。こゝで移動する極を上図で  $-1$  と選び、指定根の範囲  $AB$  がすべて補償範囲内に入るように、極  $-1$  を  $-1$  に移動させる。したがって

$$F_n(s) = \frac{1 + s/\gamma}{1 + s/\zeta} \quad (9.3.9)$$

この場合、根平面上での補償限界の上限は極  $-1.5$  と極  $-1$  との垂直二等分線に近い曲線で表わされる。(第 9.40 図参照)

(254)



第 9. 40 图

同図でわかるように代表根指定領域は第 6.15 図を参照して、 $S_2-4.2$ ,  $S_2-1$ , 遅れ進み補償 (前節) 等による補償領域にある。

こゝで  $F_n(s) \cdot F_o(s)$  は次式のようになる。

$$F_n(s) \cdot F_o(s) = \frac{70}{(1+s/0.2)(1+s/1.5)(1+s/7)} \quad (9.3.10)$$

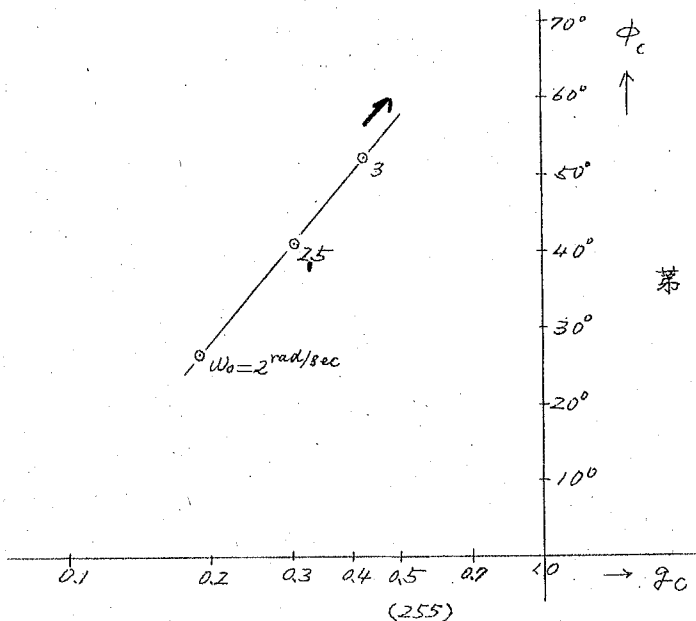
(5) 補償ベクトルを計算する。但し  $\omega_0 = 2.5$  とする。

$$g_c \angle \phi_c = \left. \frac{(1+s/0.2)(1+s/1.5)(1+s/7)}{70} \right|_{s=s_0=j\omega_0(1+j0.5)}$$

こゝで  $\omega_0$  の範囲は (9.3.8) 式にしたかう。計算の結果は第 9.4 表に示す。

$\omega_0$ (rad/s)	$S_0$	$g_c \angle \phi_c$
2.0	$j2(1+j0.5)$	0.19 / <u>26.2°</u>
2.5	$j2.5(1+j0.5)$	0.30 / <u>40.6°</u>
3.0	$j3(1+j0.5)$	0.42 / <u>52.1°</u>

第 9.4 表 補償ベクトル 但し  $s_0 = j\omega_0(1+j0.5)$



(6) こゝで  $\omega_0 = 3.0 \text{ rad/sec}$  の場合の補償ベクトル

$$F_c e^{j\omega t} = 0.42 / 52.1^\circ \quad (9.3.11)$$

に対し、別図 IV の対数補償計算線図を用いて第 9 / 表の第 1 種の遅れ進み補償伝達函数を求める。こゝでその補償伝達函数の零点が実軸上  $-0.5$  の左側に存在するという条件が決められているとする。こゝではこれを  $-0.6$  とすると第 9.42 図に示すように対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  の先端を  $\Omega_{S2}$

$$\begin{aligned} \Omega_{S2} &= \frac{\omega_{S1}}{\omega_0} \\ &= \frac{0.6}{3} = 0.2 \end{aligned} \quad (9.3.12)$$

の目盛線に置き、かつその先端と後端が同一  $n$  目盛線にあるように対数補償計算線図上で平行移動する。この場合の  $\Omega_{S1}$ ,  $n'$  の読みは次の通りである。

$$\left. \begin{array}{l} \text{先端 } P \text{ ----- } \Omega_{S2} = 0.2 \quad n' = 13 \\ \text{後端 } O \text{ ----- } \Omega_{S1} = 0.044 \quad n' = 13 \end{array} \right\} (9.3.13)$$

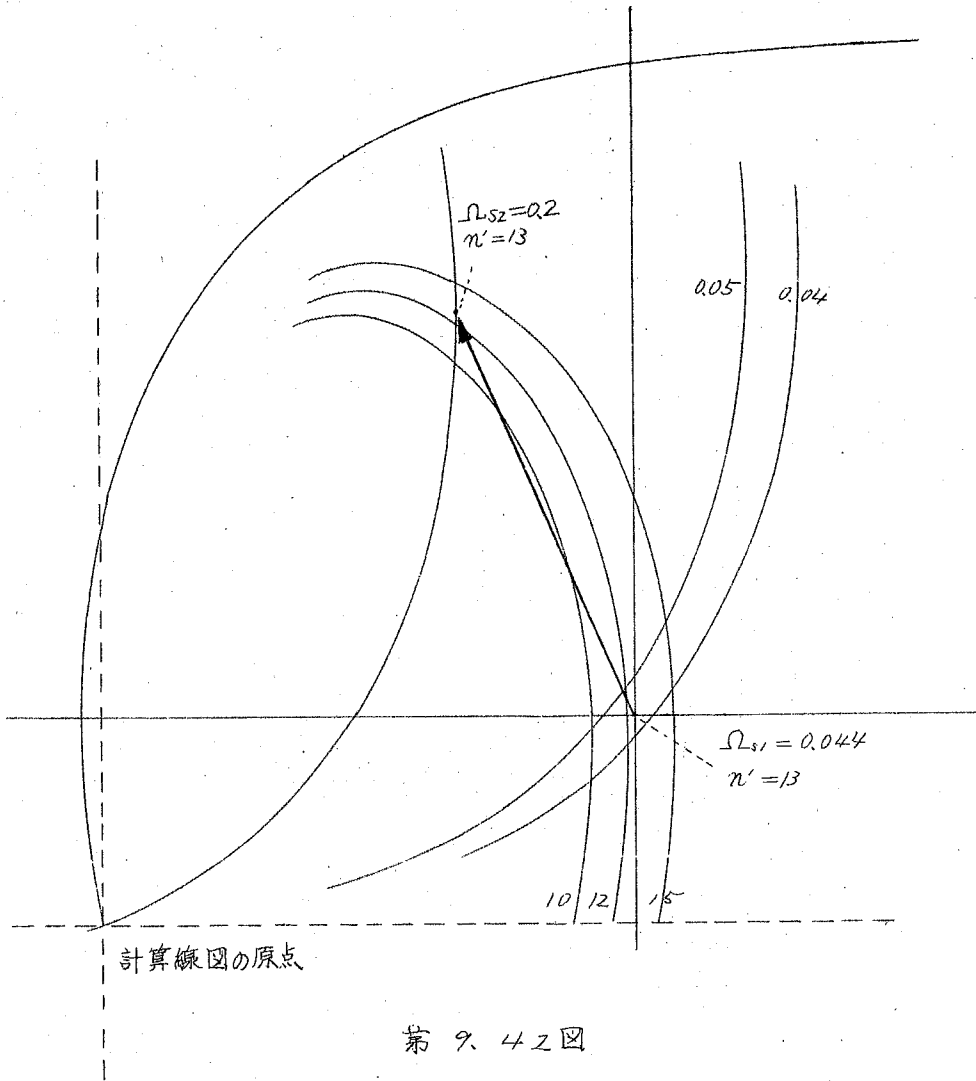
したがって第 9 / 表の最下右に示される式によって求める第 1 種の遅れ進み補償伝達函数  $F_{c0}(s)$  は

$$F_{c0}(s) = \frac{(1 + s/\omega_0 \Omega_{S2})(1 + s/n' \omega_0 \Omega_{S1})}{(1 + s/\omega_0 \Omega_{S1})(1 + s/n' \omega_0 \Omega_{S2})} \quad (9.3.14)$$

に (9.3.13) 式の各数値を代入して、

$$\begin{aligned} F_{c0}(s) &= \frac{(1 + s/3 \times 0.2)(1 + s/13 \times 3 \times 0.044)}{(1 + s/3 \times 0.044)(1 + s/13 \times 3 \times 0.2)} \\ &= \frac{(1 + s/0.6)(1 + s/172)}{(1 + s/0.132)(1 + s/78)} \end{aligned} \quad (9.3.15)$$





(7) 第 (9.3.9) 式と (9.3.15) 式より求める補償伝達函数  $F_0(s)$  は (9.3.3) 式にしたがって

$$\begin{aligned}
 F_c(s) &= F_n(s) \cdot F_{c0}(s) \\
 &= \frac{(1+s)(1+s/0.6)(1+s/1.72)}{(1+s/7)(1+s/0.132)(1+s/7.8)} \quad (9.3.16)
 \end{aligned}$$

として得られる。

このような補償伝達函数によって補償された系の開ループ伝達函数  $F_o(s) \cdot F_c(s)$  は (9.3.7) 式及び (9.3.16) 式より

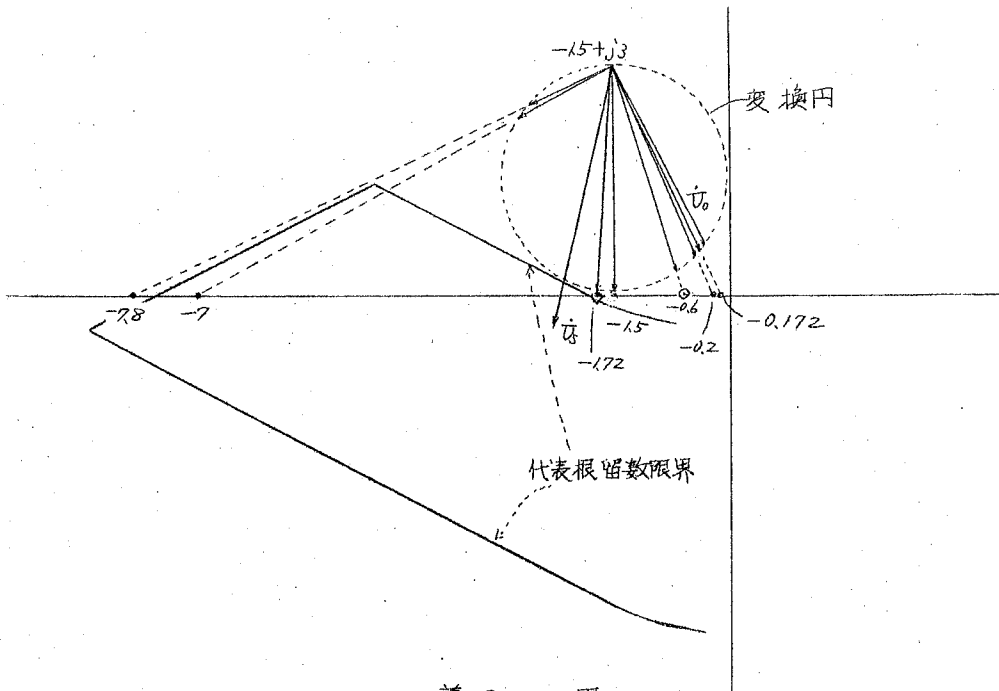
$$F_o(s)F_c(s) = \frac{70(1+s/0.6)(1+s/172)}{(1+s/0.132)(1+s/0.2)(1+s/7)(1+s/78)(1+s/15)} \quad (9.3.17)$$

となるが、第 9.43 図に示すように、これらの極、零点を根平面上にプロットして図的に指定根  $s_0 = -1.5 + j3$  に対する留数を求めると、これは同図で  $\sigma_0$  で示されているように代表根の留数領域内に入っており、したがって指定根

$$s_0 = -1.5 + j3$$

$$s_0^* = -1.5 - j3$$

は、この系の代表根であることがわかる。この系は  $-0.6$  近くに減衰の遅い実根を含み、行き過ぎ量を大き目にする傾向をも



第 9.43 図

っているが後章(第10章)でもふれるように調整系では、この傾向はあまり問題とされない。しかしながら整定時間は大抵この $-0.6$ の実根によってきまるものと考えることができる。又、 $-1.72$  近くに現われる実根は $-1.5$ にある閉ループ伝達函数の極のためにその影響は微弱である。

## 第10章 外乱に関する過渡特性設計

与えられた仕様によく対応する代表根を見出し、問題とする制御系がこれを代表根として持つように付加すべき補償伝達函数及びその回路を決めるのが、代表根指定法による特性設計であるが、前章までに述べた例では、仕様は特に目標値変化に対する制御量の応答について与えられたものであり、その場合は代表根を見出すことは簡単である。

しかしながら、実際に於いては目標値変化のみならず、自動制御系の動作を乱すような入力が入力から印加され、それに対する制御量の応答特性がその制御系の性能を大きく左右する。

特に定量制御系ではその系の機能上、制御量を一定に保持することが要求され、多くの場合、階段状に印加される外乱に対する制御量の応答特性に注目する特性設計が行われる。したがって外乱に対する仕様より先ず代表根を求めなければならずその方法は外乱の種類によって種々異なる。

ここでは特に階段状外乱に対する特性仕様が与えられている場合の特性設計において、代表根指定法を適用する時に必要な代表根及びその他の諸定数を如何に決定するかについて説明する。

なお周期的外乱、任意函数状外乱等、いわゆるノイズにたいしてはここでは説明しないが、このようなノイズに対する制御量の仕様は多くの場合、周波数特性の形に表わされるので、その周波数特性及び3.3で述べたことを応用して代表根を決めることが出来る。たゞこれに対しては特に代表根指定法が有力であるとは云えず、他の特性設計と同様であるので特にこの問題には触れない。

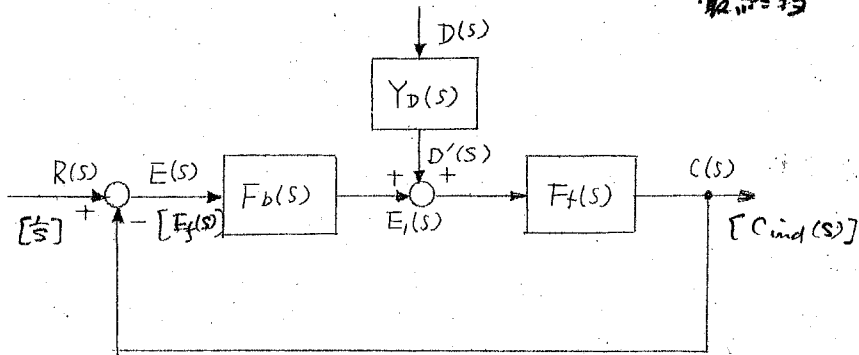
### 10.1 外乱に対する系の応答と基本応答との関係

外乱が系に加わる状態は第10.1図に示すようになる。即ち、外乱  $D(s)$  は変動函数  $Y_D(s)$  を通して系に加えられる。普通、こ

の  $Y_D(s)$  は第 10.1 図で  $D(s)$  から制御量  $C(s)$  までの伝達函数  $\frac{C(s)}{D(s)}$  及び  $D(s)$  から  $C(s)$  までの伝達函数  $\frac{C(s)}{D(s)}$  より

$$Y_D(s) = \frac{C(s)}{D(s)} / \frac{C(s)}{D(s)} \quad (10.1.1)$$

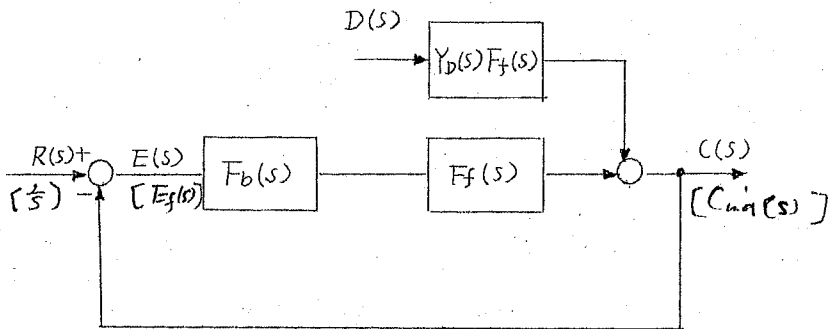
で得られる伝達函数である。ところで、外乱  $D(s)$  が系に直接印の最終段



第 10.1 図

[ ] 内は  $R(s) = \frac{1}{s}$  に対する各部の応答

加されたように表現すると第 10.2 図に示すようになる。外乱  $D(s)$  はその形によって異って来るが、ここでは  $D(s)$  を大きさ



第 10.2 図

$D$  の階段状外乱、即ち

$$D(s) = \frac{D}{s} \quad (10.1.2)$$

とする。したがって外乱  $D/s$  に対する制御量  $C(s)$  は第10.2図より

$$C(s) = \frac{Y_D(s) \cdot F_f(s)}{1 + F_f(s) \cdot F_b(s)} \cdot \frac{D}{s} \quad (10.13)$$

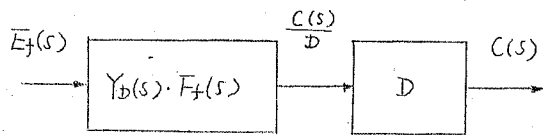
として示される。一方、(2.13)式で定義した基本誤差応答  $E_f(s)$  は第10.2図で  $R(s)$  が単位階段状入力、即ち  $1/s$  のときの誤差  $E(s)$  に相当する故、同図より

$$E_f(s) = \frac{1}{1 + F_f(s) \cdot F_b(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (10.14)$$

となる。上式を(10.13)式に代入すると外乱  $D/s$  に対する制御量  $C(s)$  と、同じ系の基本誤差応答との関係が次式のように得られる。

$$C(s) = Y_D(s) \cdot F_f(s) \cdot D \cdot E_f(s) \quad (10.15)$$

この関係は、第10.3図のブロック線図で表わすことができる。同図よりあきらかなように、外乱  $D/s$  (時間函数では  $D \cdot t$ )



第10.3図

に対する制御量  $C(s)$  はその系の基本誤差応答  $E_f(s)$ 、外乱の大きさ、及び外乱より制御量までの前向き伝達函数  $Y_D(s) \cdot F_f(s)$  によって決る。

又、一方、この  $Y_D(s) \cdot F_f(s)$  の形が複雑(積分要素を含む場合)であると、(10.15)式によってこれをラプラス逆変換して  $C_f(t)$  と  $C(t)$  との関係を求めることは困難になって来る。そのような場合には次に導びくような関係を用いれば便利である。即ち(10.13)式より

$$C(s) = \left[ \frac{F_f(s) \cdot F_b(s)}{1 + F_f(s) \cdot F_b(s)} \cdot \frac{1}{s} \right] \cdot \frac{Y_D(s)}{F_b(s)} \cdot D$$

上式の右辺の括弧内を (2.1.2) 式に参照しながら

$$C(s) = \frac{Y_D(s)}{F_b(s)} \cdot D \cdot C_{ind}(s) \quad (10.16)$$

ただし  $C_{ind}(s) = \mathcal{L} C_{ind}(t)$  (10.17)

又、(2.1.23) 式より

$$C_{ind}(s) = \frac{1}{s} - E_f(s) \quad (10.18)$$

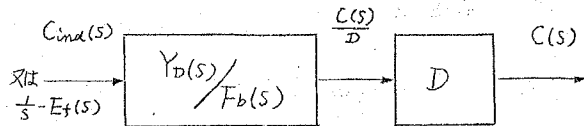
であるから (10.16) 式は次式のように書き換えることができる。

$$C(s) = \frac{Y_D(s)}{F_b(s)} \cdot D \left( \frac{1}{s} - E_f(s) \right) \quad (10.19)$$

但し、この関係は直接帰還の場合に限られる。

(10.16) 又は (10.19) 式は第 10.4 図のブロック線図で表わすことができる。同図と第 10.3 図を比較して、 $F_f(s)$  が複雑な形の場合には  $F_b(s)$  が比較的簡単な形である場合が多いので、これらのうちいづれかを

用いて  $E_f(t)$  又は  $C_{ind}(t)$  と  $C(t)$  との関係を求めればよい。



第 10.4 図

ところで、 $E_f(s)$  又は  $C_{ind}(s)$  は代表根によってその概形が決まり、これらを二次系の応答の形に近似できるので、 $C(t)$  の概形 (特に外乱が加わった初期の状態) を知ることができる。これについては 10.3 で詳しく説明する。

## 10.2 外乱に対する特性についての仕様

階段状外乱が第 10.1 図のように系に加わったときの制御系の制御量の応答は前節の関係で求められるが、逆にある要求されている応答特性を持つような系の設計を行う場合、その応答特性にたいする仕様が定量的に与えられているとし、これより基本的な

応答  $C_{ind}(t)$ ,  $e_f(t)$  をもとめ、更に指定すべき代表根を決定しなければならない。ここではまず外乱にたいする仕様について説明し、次にこれより  $C_{ind}(t)$ ,  $e_f(t)$  に関係する代表根以外の諸量を決定する方法について考える。なお代表根については 10.3 にゆずる。

階段状外乱にたいする制御量についての仕様は大体次の 4 項目に分けられる。

- (1) 定常誤差
- (2) 過渡最大誤差
- (3) それに達する時間 (応答時間)
- (4) 整定時間

これらのそれぞれについては第 1 章で 2 及び 10 ~ 12 項で既に説明したが、ここではそれらを定量的に考えよう。

(1) 定常誤差

定常誤差を  $C_\infty$  とすると、これは

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \{C(t)\} = \lim_{s \rightarrow 0} \{sC(s)\} \quad (10.2.1)$$

で表わされるが、上式に (10.1.3) 式を代入して

$$C_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{Y_D(s) \cdot F_f(s) D}{1 + F_f(s) \cdot F_b(s)} \right) \quad (10.2.2)$$

サーボ機構では  $F_f(s)$  は原点に極を持っているので (10.2.2) 式は

$$C(\infty) = \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \cdot D \quad (10.2.3)$$

で表わされ、又定値制御系で多いように  $F_f(s)$  が原点に極を持たない場合には (10.2.2) 式は

$$C_\infty = \frac{Y_D(0) \cdot F_f(0)}{1 + F_f(0) \cdot F_b(0)} D \quad (10.2.4)$$

更に  $F_b(s)$  が原点に極を持つ場合には



$$C_{\infty} = 0 \quad (10.2.5)$$

になる。

又、定値制御系では動作点における基準出力  $C_0$  に対するこの定常誤差  $C_{\infty}$  を%で表わして変動率  $\eta$  とよんでいる。即ち

$$\eta = \frac{C_{\infty}}{C_0} \times 100(\%) = \frac{Y_D(0) \cdot F_+(0)}{1 + F_+(0) \cdot F_b(0)} \frac{D}{C_0} \times 100(\%) \quad (10.2.6)$$

今、非制御時の制御対象の外乱  $D/s$  に対する定常誤差を  $C_{no\infty}$  とすると、これは明らかに外乱より制御量までの前向き伝達関数  $Y_D(s) \cdot F_+(s)$  より

$$C_{no\infty} = Y_D(0) \cdot F_+(0) \cdot D \quad (10.2.7)$$

で表わされ、したがって非制御時の制御対象自体の変動率  $\eta_0$  は次式のようなになる。

$$\eta_0 = \frac{C_{no\infty}}{C_0} \times 100(\%) = \frac{Y_D(0) \cdot F_+(0) \cdot D}{C_0} \times 100(\%) \quad (10.2.8)$$

上式を (10.2.6) 式に代入すると  $\eta_0$  と  $\eta$  は次のような関係になることかわかる。

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + F_+(0) \cdot F_b(0)} \quad (10.2.9)$$

上式は定値制御系の定常特性に関する設計に於ける重要な関係である。即ち仕様によって系の変動率  $\eta$  が与えられ、又制御対象の変動率  $\eta_0$  が前もって求められている場合、この制御系に必要な一巡定常利得  $K_{over}$  は (10.2.9) 式より

$$K_{over} = F_+(0) \cdot F_b(0) = \frac{\eta_0}{\eta} - 1 \quad (10.2.10)$$

によって計算される。サーボ機構では (10.2.7) 式で  $F_+(0)$  が無限大になり、変動率の定義が与えられず、したがって (10.

2, 3) 式より、仕様で決められた定常誤差  $C_\infty$  を与えるような  $F_b(0)$  即ち目標値より外乱に至るまでの前向き定常増巾度  $K_b$  を次式によって求める。

$$K_b = F_b(0) = Y_D(0) \frac{D}{C_\infty} \quad (10.2.11)$$

(2) 過渡最大誤差、(3) それに達する時間、(4) 整定時間に関して次節以下で説明する。

### 10.3 過渡最大誤差 $c_m$ 及び応答時間 $t_m$ と代表根との関係

第10.2図で外乱  $D/s$  (時間表示では  $D \cdot t$ ) に対する応答  $c(t)$  は第(10.15)式又は(10.16)式の右辺をラプラス逆変換して得られるが、設計に際しての仕様は先に説明した定常誤差、整定時間以外に過渡状態の初期における仕様、即ち過渡最大誤差  $c_m$  及びその時の時間、つまり応答時間  $t_m$  が与えられているので(10.15)式又は(10.16)式の関係を用いて実際の仕様と基本応答  $E_f(s)$  又は  $C_{ind}(s)$  を求めなければならない。ところで代表根指定法によるとこれら基本応答は代表根によってその概形が与えられるので、今ここでは(10.15)式及び(10.16)式の  $E_f(s)$  及び  $C_{ind}(s)$  をそれぞれ

$$\begin{aligned} C_{ind}(s) &= C_{ind2}(s) \\ &= \frac{s_0 \cdot s_0^*}{s(s-s_0)(s-s_0^*)} \end{aligned} \quad (10.3.1)$$

$$\begin{aligned} E_{f2}(s) &= \frac{1}{s} - C_{ind2}(s) \\ &= \frac{s - (s_0 + s_0^*)}{(s-s_0)(s-s_0^*)} \end{aligned} \quad (10.3.2)$$

即ち第2.10図の2次系の基本応答によって近似できると考える。

更に(10.15)式及び(10.16)式の  $Y_D(s) \cdot F_f(s)$  及び  $Y_D(s)/F_b(s)$

は普通次式の形か、又はこれに近似されるようなものが多い。

$$Y_D(s) \cdot F_f(s) = Y_D(0) \cdot F_f(0) \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \quad (10.3.3)$$

$$Y_D(s) \cdot \frac{1}{F_b(s)} = \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \cdot \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \quad (10.3.4)$$

したがって、(10.15)式及び(10.16)式はそれぞれ次式で表わすことができる。

$$C(s) \doteq D \cdot Y_D(0) \cdot F_f(0) \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \cdot E_{fz}(s) \quad (10.3.5)$$

$$C(s) \doteq D \cdot \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \cdot C_{ind2}(s) \quad (10.3.6)$$

又、上式をそれぞれラプラス逆変換すると、

$$C(t) = D \cdot Y_D(0) \cdot F_f(0) \cdot \frac{1 + T_d/n \cdot p}{1 + T_d \cdot p} \cdot e_{fz}(t) \quad (10.3.7)$$

$$C(t) = D \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \cdot \frac{1 + T_d/n \cdot p}{1 + T_d \cdot p} \cdot C_{ind2}(t) \quad (10.3.8)$$

が得られるが、上式で  $e_{fz}(t)$  又は  $C_{ind2}(t)$  の形が代表根で与えられているので  $T_d$ ,  $n$ ,  $D$  の値がわかると  $C(t)$  の具体的な形がわかるはずであり、したがって代表根  $T_d$ ,  $n$ ,  $D$  と過渡最大誤差  $C_m$ , 応答時間  $t_m$  の関係を得ることが出来る。この関係を(10.3.7)式による場合と(10.3.8)式による場合とに分けて考えてみよう。

(I) (10.3.7)式による場合：これは第10.1図に於いて、

$$Y_D(s) F_f(s) = Y_D(0) \cdot F_f(0) \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s}$$

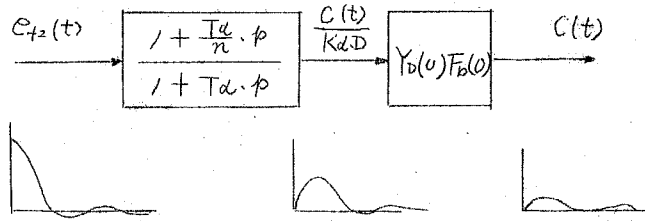
とにおいて、(10.3.7)式によって  $C(t)$  を求める場合であって、第10.5図に示すように  $e_{fz}(t)$  が伝達函数

$$\frac{1 + T_d/n \cdot p}{1 + T_d \cdot p}$$

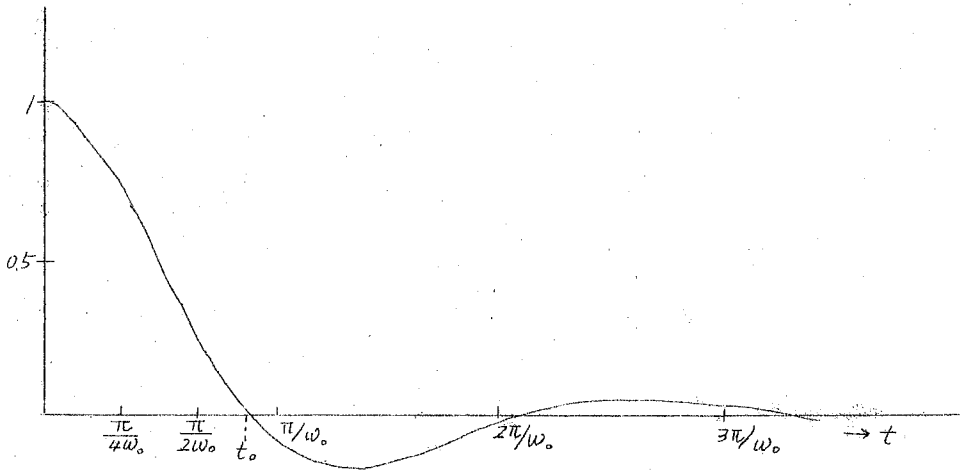
を通過し、更に  $D$ 、 $Y_D(s)$ 、 $F_f(s)$  を経た場合の出力信号  $c(t)$  を検討すればよいわけである。

より一般的にするために、 $e_{f2}(t)$  と  $c(t)$  の関係を基準化させると実用上便利である。

$e_{f2}(t)$  は (2.2.8) 式でわかるように、



第 10. 5 図



第 10. 6 図  $e_{f2}(t)$  の波形  $\delta_0 = 0.5$

$$e_{f2}(t) = \sqrt{1 + \delta_0^2} e^{-\delta_0 \omega_0 t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \delta_0)$$

$$\text{且し 代表根: } s_0 = j\omega_0 (1 + j\delta_0)$$

であったが、これは第 10. 6 図のような形になり、 $e_{f2}(t)$  が最初に 0 になる時間  $t_0$  は

$$t_0 = \frac{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \delta_0}{\omega_0} \quad (10.3.9)$$

で与えられる。この時間  $t_0$  を基準値と考え、時間の元に関係する  $t$ 、 $T_d$ 、 $p$  を次式のように基準化することができる。

$$\tau = t/t_0 \quad (10.3.10)$$

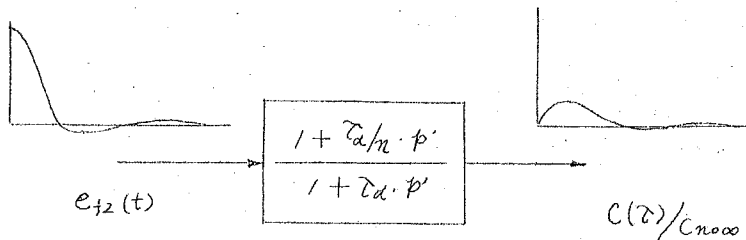
$$\tau_a = T_a/t_0 \quad (10.3.11)$$

$$p' = t_0 \cdot p \quad (10.3.12)$$

これらを(10.3.7)式に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{C(\tau)}{D Y_D(0) F_T(0)} = \frac{1 + \tau_a/n \cdot p'}{1 + \tau_a \cdot p'} \cdot e_{f2}(\tau) \quad (10.3.13)$$

更に(10.2.7)式の関係により結局



第 10.7 図

$$\frac{C(\tau)}{C_{no\infty}} = \frac{1 + \tau_a/n \cdot p'}{1 + \tau_a \cdot p'} \cdot e_{f2}(t) \quad (10.3.14)$$

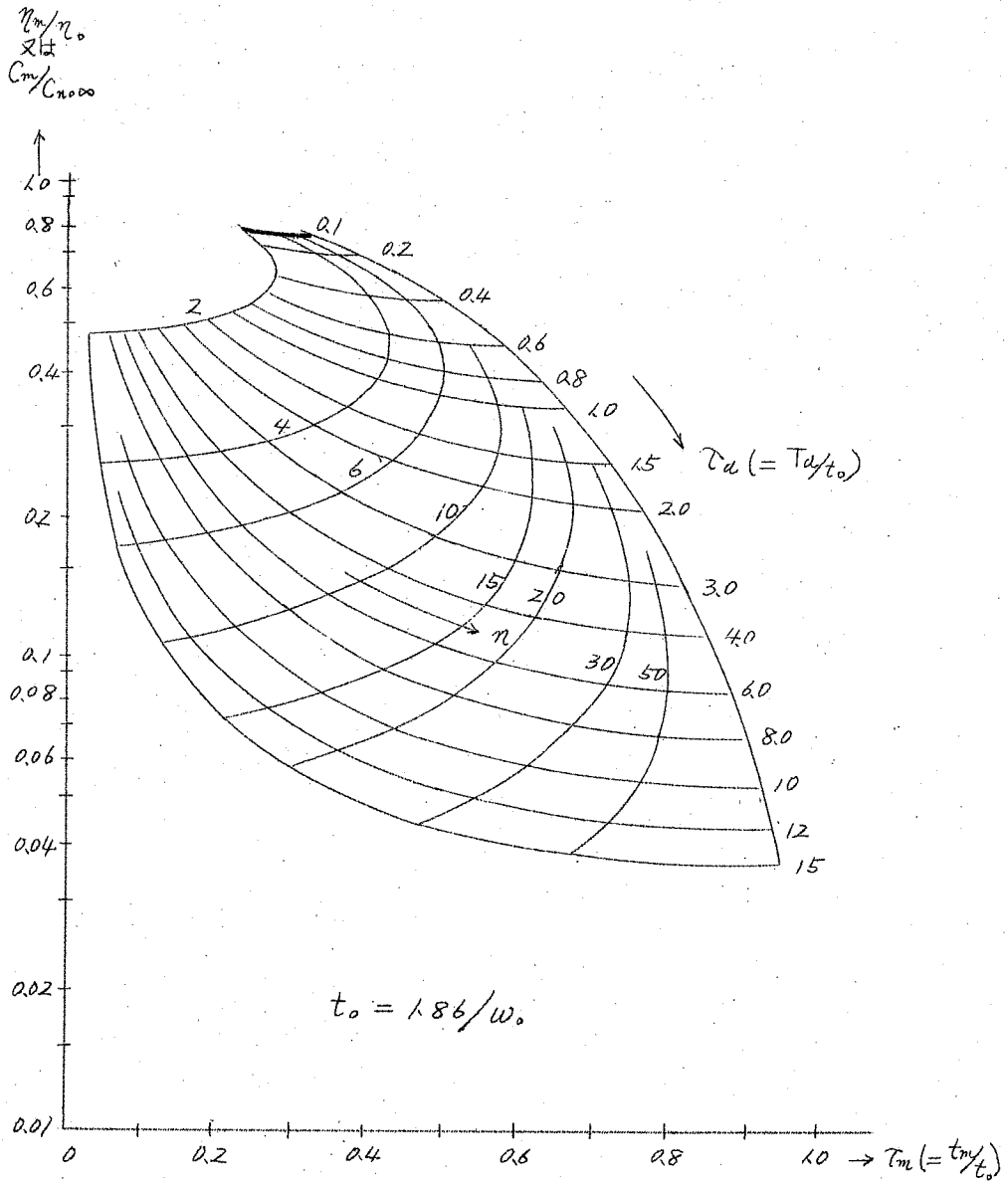
の関係式を得る。これを図示すると第 10.7 図のようになるが、同図で  $C(\tau)/C_{no\infty}$  の最大値、即ち  $C_m/C_{no\infty}$  とその時間  $\tau_m$  ( $: t_m/t_0$ ) が  $\tau_a, n$  及び代表根  $j\omega_0(1+j\delta_0)$  とどのような関係にあるか定量的に求めたいわけである。そのためには(10.3.14)式を実際に解くことにより  $C(\tau)$  をもとめ、

$$\frac{dC(\tau)}{d\tau} = 0 \quad (10.3.15)$$

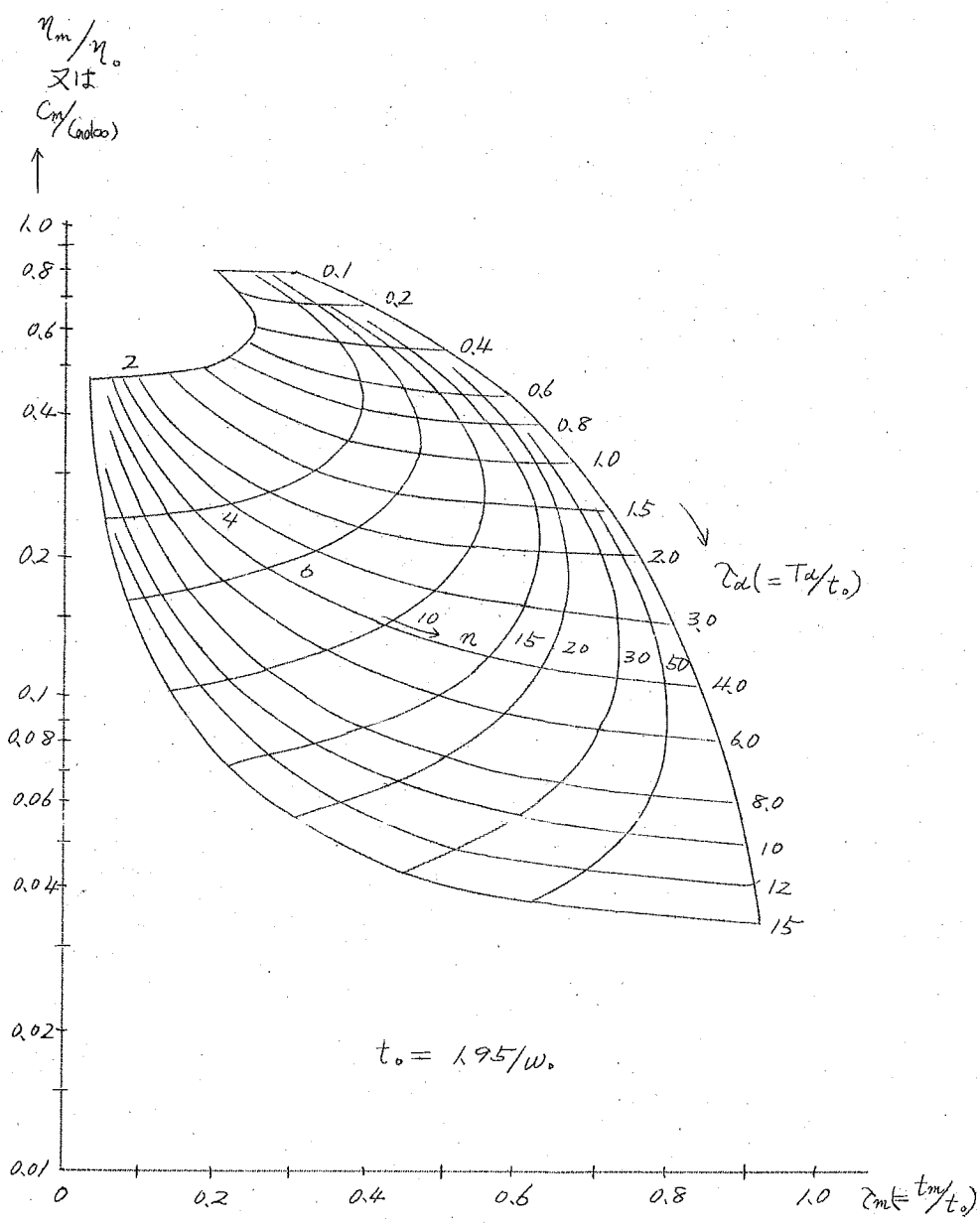
を満足する  $\tau$ 、即ち  $\tau_m$  及び  $C(\tau_m)/C_{no\infty}$  即ち  $C_m/C_{no\infty}$  を各々、 $\tau_a, n$  について計算すればよいのであるが、(10.3.15)式は一般に超越方程式になり解析的に解くことは不可能で図的計算又は電子計算機等によらなければならない。ここでは(10.3.14)式を相似

計算機を用いて解き、その場合の解より得られる  $C_m/C_{n000}$  及び  $\tau_m$  を求めて、これらと  $T_d, n, \sigma_0$  の関係を示す図表を作成した。

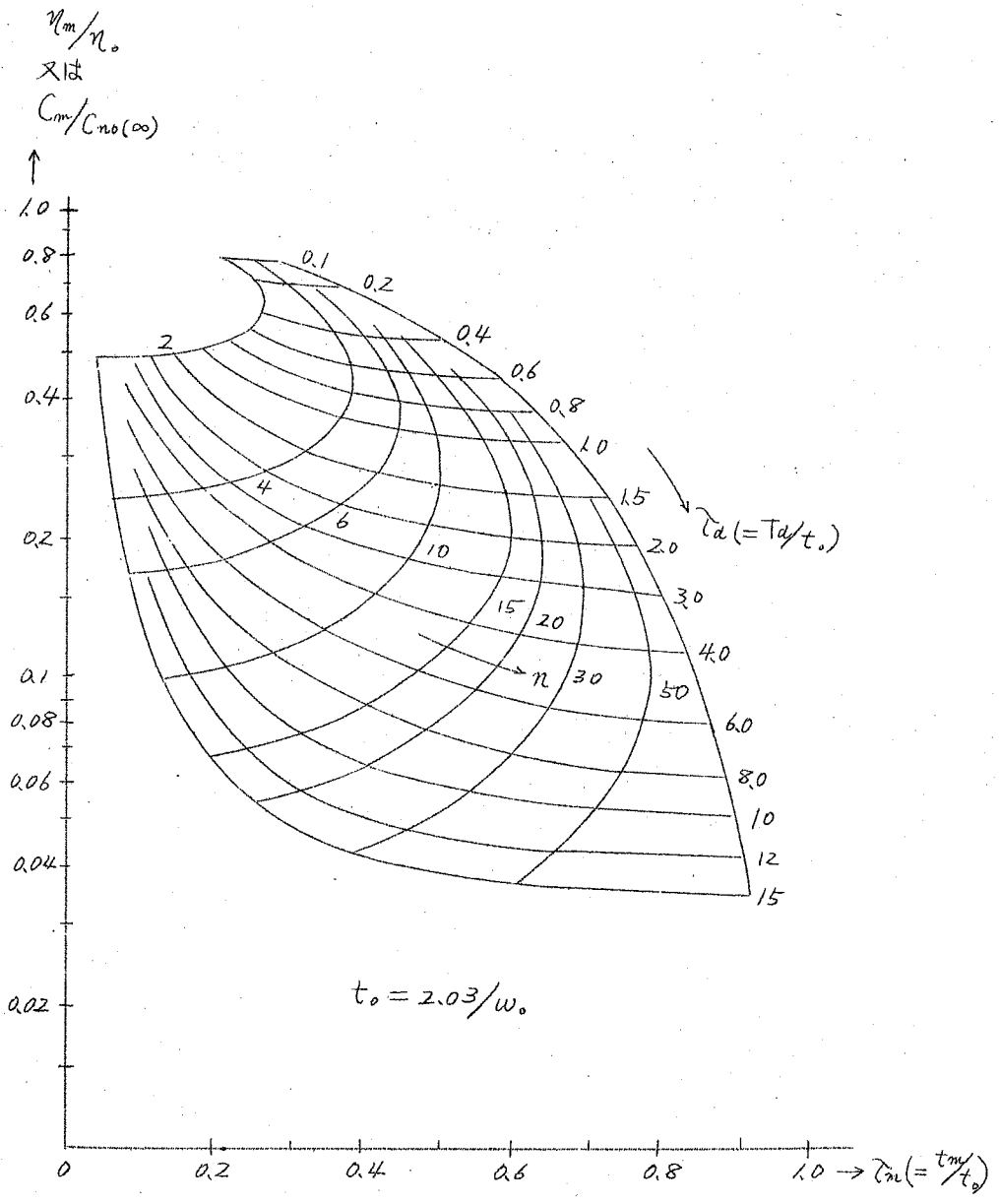
これが第10.8図 ( $\sigma_0=0.3$ )、第10.9図 ( $\sigma_0=0.4$ )、第10.10図 ( $\sigma_0=0.5$ )、第10.11図 ( $\sigma_0=0.6$ ) である。



第10.8図  $\sigma_0 = 0.3$

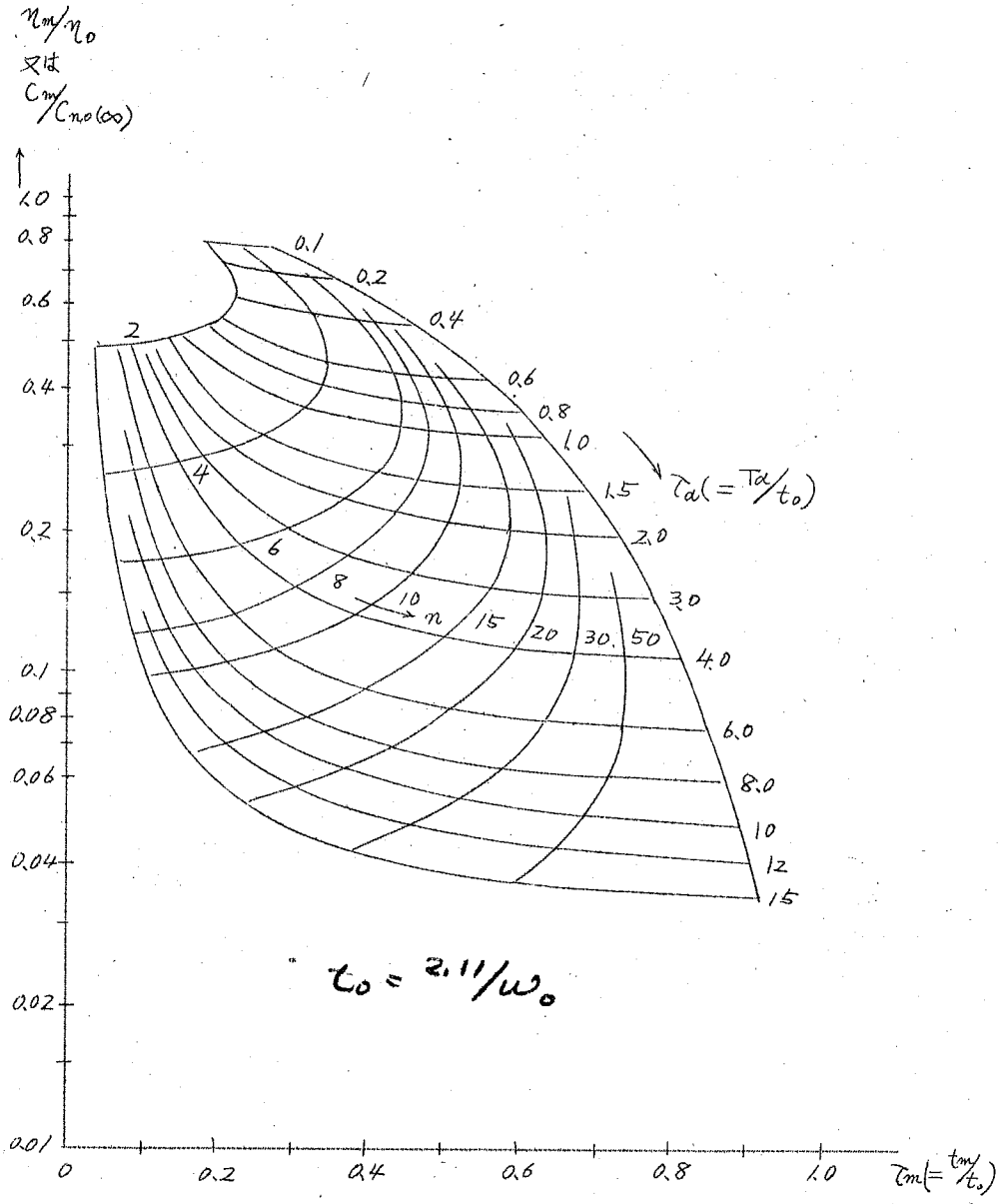


第10.9図  $\gamma_0 = 0.4$



第 10. 10 図  $\gamma_0 = 0.5$





第 10. 11 図  $\delta_0 = 0.6$

こゝで基準出力  $C_0$  に対する過渡最大誤差  $C_m$  を % で表わして

$$\eta_m = \frac{C_m}{C_0} \times 100\% \quad (10.3.16)$$

とし、これを過渡最大変動率とすると、 $C_m/C_{n\infty}$  は次式のように表わすことができる。

$$\frac{C_m}{C_{n\infty}} = \frac{C_m}{C_0} \cdot \frac{C_0}{C_{n\infty}}$$

(10.3.16) 式 (10.2.8) 式より、結局

$$\frac{C_m}{C_{n\infty}} = \frac{\eta_m}{\eta_0} \quad (10.3.17)$$

となる。

先に求めた第 10.8 図 ~ 第 10.11 図を用いて、仕様によって指定されている過渡最大変動率  $\eta_m$  と制御対象により決まっている  $T_d$ ,  $n$ , 及び非制御時変動率  $\eta_0$  とから指定すべき代表根の  $\omega_0$  及び  $\omega_c$  を決定する方法について説明しよう。

(i)  $\eta_m \leq 1\%$ ,  $\eta_0 = 10\%$ ,  $T_d = 5\text{-sec}$ ,  $n = \infty$

であるとする。又、減衰度  $\delta_0$  を 0.4 とする。これは設定値変化に対する応答を考慮して決めるが、定値制御系では大体この程度の  $\delta_0$  の値がよい。

(ii) したがって (10.3.17) 式より

$$\frac{\eta_m}{\eta_0} = \frac{C_m}{C_{n\infty}} \leq 0.1$$

こゝでは  $\eta_m/\eta_0$  を 0.1 に丁度等しいとする。

(iii)  $\delta_0 = 0.4$  に対する図表 (第 10.9 図) より  $\frac{C_m}{C_{n\infty}} = 0.1$ ,  $n = \infty$  に相当する  $T_d$  を求める。同図より

$$T_d \cong 4.4$$

又、その時の  $\tau_m$  は



となる。

(Vi) したがって制御系に指定すべき代表根  $s_0, s_0^*$  は

$$s_0 = j2(1 + j0.4)$$

$$s_0^* = -j2(1 - j0.4)$$

となる。

(Vii) なお結果的に (vi) の  $s_0$  より

$$t_0 = \frac{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}0.4}{\omega_0} = \frac{1.95}{2} \doteq 0.86 \text{ sec}$$

$$\therefore \zeta_d = \frac{T_d}{t_0} = \frac{5}{0.86} = 5.82$$

したがって第 10. 11 図より

$$\frac{\eta_m}{\eta_0} \doteq 0.08$$

$$\tau_m \doteq 0.86$$

結局、(vi) の代表根を系に指定した場合

$$\eta_m \doteq 0.08 \times 10\% = 0.8\%$$

$$\text{又、 } t_m = \tau_m \cdot t_0 \quad (10.3.20)$$

より

$$t_m = 0.86 \times 0.86 \doteq 0.74 \text{ sec}$$

以上述べたような手順では様より指定すべき代表根を決定することができる。

こゝで注意を要する点がある。即ち応答速度  $t_m$  は  $F_f(s)$  の時定数  $T_d, n$  に無関係な値ではなく、 $t_m$  を任意に指定する場合には  $T_d$  を変化させなければならない。

今、設計の仕様として  $C_m, C_{no\infty}$  があらかじめ与えられているとすると、適当な  $\sigma_0$  の値に対する図表 (第 10.8 図 ~ 第 10.11 図) より  $\zeta_d, \tau_m$  が同時に一義的に決定される。一方 (10.

3.10), (10.3.20) 式より

$$T_d / C_d = t_m / T_m = t_0 \quad (10.3.21)$$

の比例式が得られる。したがって以上のことから次のことがわかる。

- (i)  $t_m$  と  $T_d$  とは互いに独立に与えることはできない。
- (ii)  $t_0$  は  $T_d / C_d$ , 又は  $T_m / T_m$  により計算される。

云いかえれば、定値制御系の過渡特性を行う場合、過渡最大誤差  $C_m$  が指定されれば、それに達するまでの時間  $t_m$  と  $F_f(s)$  の時定数  $T_d$  は互いに無関係な値ではなく、例えば  $n$ ,  $T_d$  が決った値であれば

$$t_m = T_d \cdot T_m / C_d \quad (10.3.22)$$

を満足する  $t_m$  の値にしか設計できず、逆に  $F_f(s)$  の  $n$  が  $\infty$  の場合、 $t_m$  が前もって指定されていれば

$$T_d = t_m \cdot C_d / T_m \quad (10.3.23)$$

を満足する  $T_d$  の値を何等かの方法で与えなくてはならない。

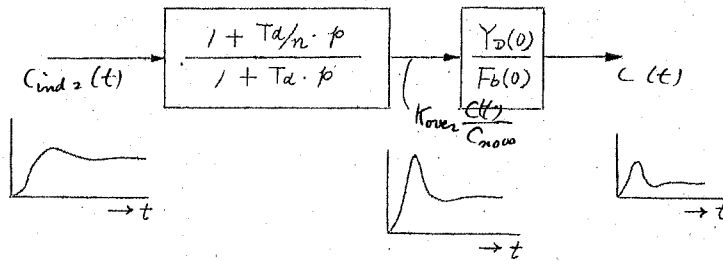
このようにして  $t_m$  又は  $T_d$  が決ると  $t_0$  が (10.3.21) 式で計算され、したがって (10.3.19) 式によって指定すべき代表根の  $\omega_0$  が決定され、さきに選んだ  $\sigma_0$  の値と組合せて代表根  $s_0 = j\omega_0(1 + j\sigma_0)$  が得られる。 $T_d$  を決めるとき  $F_f(s)$  の  $n$  の値が無限にはならない場合、即ち  $F_f(s)$  が零点を持つような場合には、はじめ前述のように  $n$  を  $\infty$  と考えて  $T_d$  を決定し、後に第 10.8 図 ~ 第 10.11 図の図表を用いて実際の  $n$  の値に対する  $C_m / C_{n \rightarrow \infty}$  及び  $T_m$  を読みとり、これが仕様を満足するものであればそのままの  $T_d$  及び  $s_0$  の値を設計に用い、若し不満足であれば補正を適当に行えばよい。

(II) (10.3.8) 式による場合

これは第 10.1 図に於いて

$$Y_D(s) \cdot \frac{1}{F_b(s)} = \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \cdot \frac{1 + T_d/n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \quad (10.3.24)$$

と考えると (10.3.8) 式により  $C(t)$  を求める場合であって第 10.12



第 10.12 図

図に示すように第 2.10 図で  $R(s)$  が単位ステップ入力の場合の出力、即ち  $C_{ind2}(t)$  が伝達函数

$$\frac{1 + T_d/n \cdot p}{1 + T_d \cdot p}$$

を通過し、更に  $D \cdot Y_D(0) / F_b(0)$  を経た場合の出力信号  $C(t)$  を検討すればよい。

(I) と同様、 $C_{ind2}(t)$  と  $C(t)$  の関係を基準化する。  $C_{ind}(t)$  は (2.2.8) 式でわかるように

$$C_{ind2}(t) = \mathbb{1} - \sqrt{1 + \delta_o^2} e^{-\sigma_o \omega_o t} \cos(\omega_o t - \tan^{-1} \delta_o) \quad \dots (2.2.8)$$

但し、代表根:  $s_o = j\omega_o(1 + j\delta_o)$

であるが、第 10.13 図に示すように、 $C_{ind2}(t)$  が最大になる時間  $t_{mo}$  は

$$t_{mo} = \frac{\pi}{\omega_o} \quad (10.3.24)$$

で与えられる。この時間  $t_{mo}$  を時間の基準値と考え、時間の元に関係する  $t, T_d, p$  を次式のように基準化する。

$$\tau = t/t_{mo} \quad (10.3.25)$$

$$\tau_d = T_d/t_{mo} \quad (10.3.26)$$

$$p' = t_{mo} p \quad (10.3.27)$$

これらは (10.3.10) ~ (10.3.12) 式とは区別されなければならない。

上式のそれぞれを (10.3.8) 式に代入して整理すると、

$$\frac{C(z)}{DY_D(0)/F_b(0)} \doteq \frac{1 + \tau_d/n \cdot p'}{1 + \tau_d \cdot p'} C_{ind2}(z) \quad (10.3.29)$$

が得られる。もしも  $F_f(s)$  が定位性をもつ要素 (主に制御対象) であるとする。

$$\frac{C(z)}{DY_D(0)/F_b(0)} = \frac{F_b(0) \cdot F_f(0)}{DY_D(0) \cdot F_f(0)} C(z) = K_{over} \frac{C(z)}{C_{no\infty}} \quad (10.3.30)$$

但し  $K_{over}$  : 一巡定常利得

$C_{no\infty}$  : 非制御状態の制御対象の定常変動

したがって

$$K_{over} \cdot \frac{C(z)}{C_{no\infty}} = \frac{1 + \tau_d/n \cdot p'}{1 + \tau_d \cdot p'} \cdot C_{ind2}(z) \quad (10.3.31)$$

$F_f(s)$  が無定位性であれば (10.3.29) 式を直接用いなければならない。いづれにせよ (10.3.29) 式より定常偏差  $C_\infty$

$$C_\infty \doteq DY_D(0)/F_b(0)^* \quad (10.3.32)$$

であるからこれを (10.3.29) 式に代入して

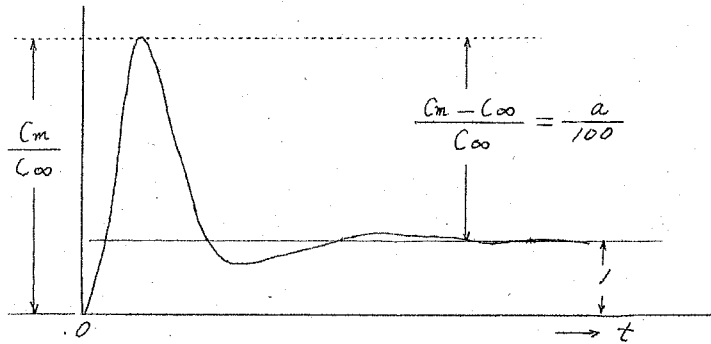
$$\frac{C(z)}{C_\infty} = \frac{1 + \tau_d/n \cdot p'}{1 + \tau_d \cdot p'} C_{ind2}(z) \quad (10.3.33)$$

で表わすことができる。

\* 正確には  $\frac{C(z)}{DY_D(0)/F_b(0)} = \frac{1 + \tau_d/n \cdot p'}{1 + \tau_d \cdot p'} \cdot C_{ind}(z)$  より

$$\begin{aligned} C(\infty) &= DY_D(0)/F_b(0) \cdot C_{ind}(\infty) \\ &= D \cdot Y_D(0)/F_b(0) \cdot \frac{K_{over}}{1 + K_{over}} \end{aligned}$$

であるが  $\frac{K_{over}}{1 + K_{over}} \doteq 1$  と考える。



第 10. 13 図

実際に (10. 3. 33) 式を解くと  $C(t)/C_{\infty}$  は第 10. 13 図に示す波形となるが、こゝでは同図の % 行き過ぎ量

$$a = \frac{C_m - C_{\infty}}{C_{\infty}} \times 100 (\%) \quad (10. 3. 34)$$

及びその時間  $T_m$  (応答時間) と (10. 3. 33) 式の  $T_d$  及び  $n$  との関係を各々の値について求めて図表を作成するのであるが、この場合も前と同様アナログ計算機によって計算を行った。第 10. 14 図、第 10. 15 図、第 10. 16 図、第 10. 17 図はそれぞれ  $\zeta_0 = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$  に対する  $a, T_m \sim T_d, n$  の関係を示す図表である。同図より読みとった % 行き過ぎ量  $a$  は必要に応じて

$$\begin{aligned} C_m &= \left( \frac{a}{100} + 1 \right) C_{\infty} \\ &= \left( \frac{a}{100} + 1 \right) \frac{D Y_D(0)}{F_b(0)} \end{aligned} \quad (10. 3. 35)$$

で  $C_m$  に変換できる。更に  $F_f(s)$  が定位性を持つ制御対象であるとする。  $C_m$  を  $C_{n0\infty}$  で割って

$$\frac{C_m}{C_{n0\infty}} = \frac{\left( \frac{a}{100} + 1 \right) D Y_D(0)}{C_{n0\infty} F_b(0)} = \frac{\left( \frac{a}{100} + 1 \right) D Y_D(0) \cdot F_f(0)}{C_{n0\infty} F_b(0) F_f(0)}$$

上式に (10. 2. 7) 式及び (10. 2. 10) 式を代入して整理すると、



$$\frac{C_m}{C_{no\infty}} = \frac{\frac{a}{100} + 1}{K_{over}} \quad (10.3.36)$$

更に (10.3.17) 式より

$$\frac{C_m}{C_{no\infty}} = \frac{\eta_m}{\eta_0} = \frac{\frac{a}{100} + 1}{K_{over}} \quad (10.3.37)$$

が得られる。

又、上式より  $a$  は次式のように表わされる。

$$a = \left( \frac{\eta_m}{\eta_0} \cdot K_{over} - 1 \right) \times 100\% \quad (10.3.38)$$

この式を用いて仕様の  $\eta_m$  に対応する  $a$  の値を求め、前に得た  $a$ ,  $C_m \sim C_d, n$  の関係を示す図表を用いることができる。

第 10.14 図 ~ 第 10.17 図に示した図表中の曲線群は  $n > 1$ ,  $1 > n > 0$  の 2 つの条件によって分けられる。  $n > 1$  の場合には

$$a < e^{-\pi r_0} \times 100\% \quad (10.3.39)$$

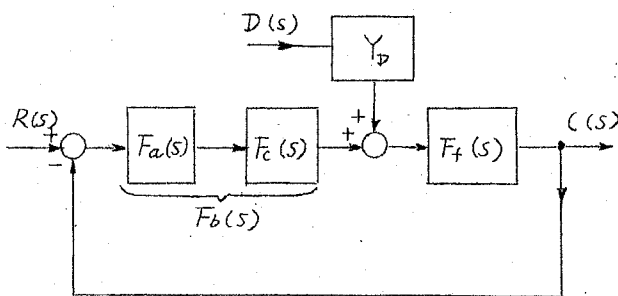
但し  $e^{-\pi r_0} \times 100\%$  :  $C_{ind2}(t)$  の行き過ぎ量

であり  $0 < n < 1$  の場合には

$$a > e^{-\pi r_0} \times 100\% \quad (10.3.40)$$

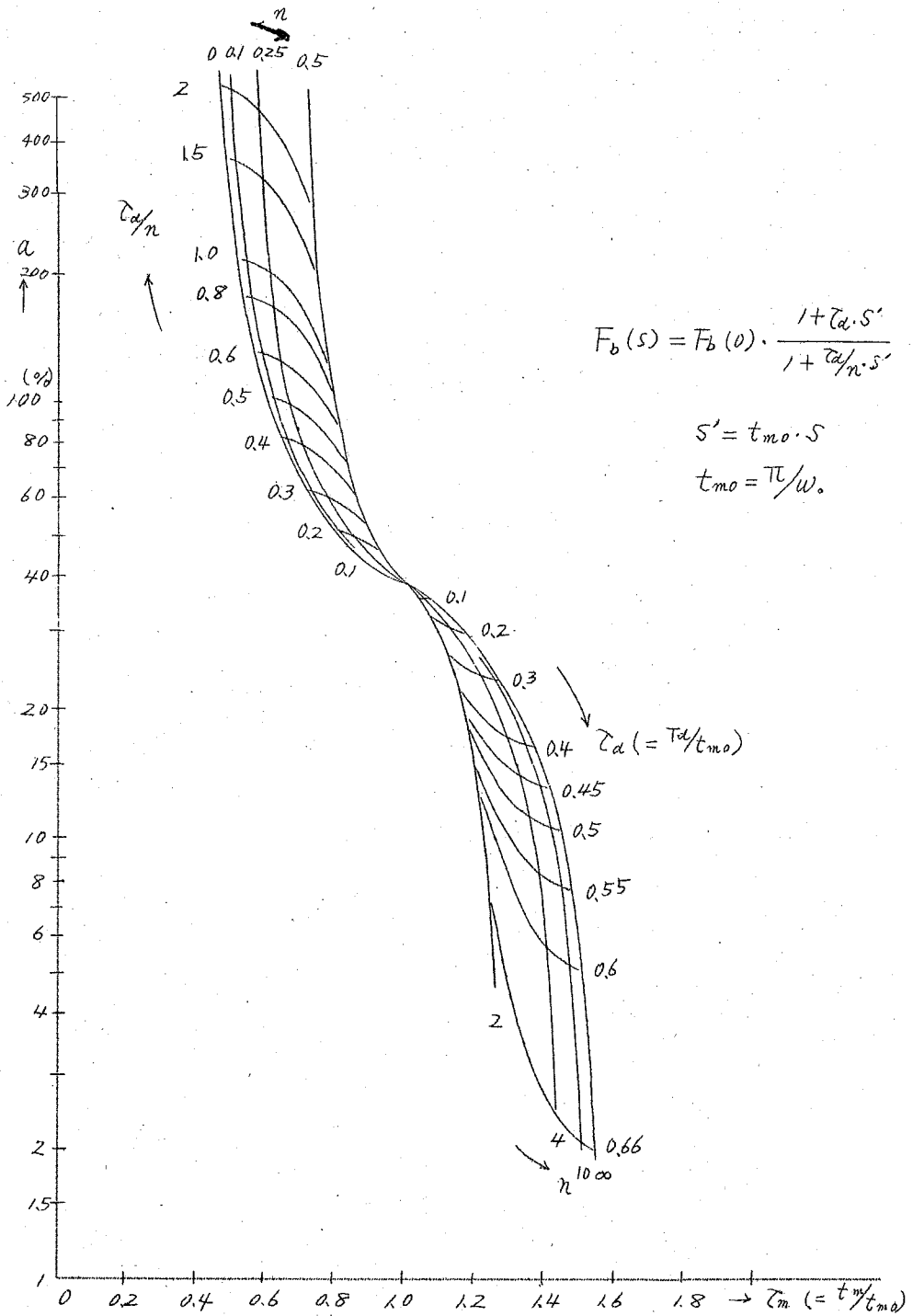
となる。

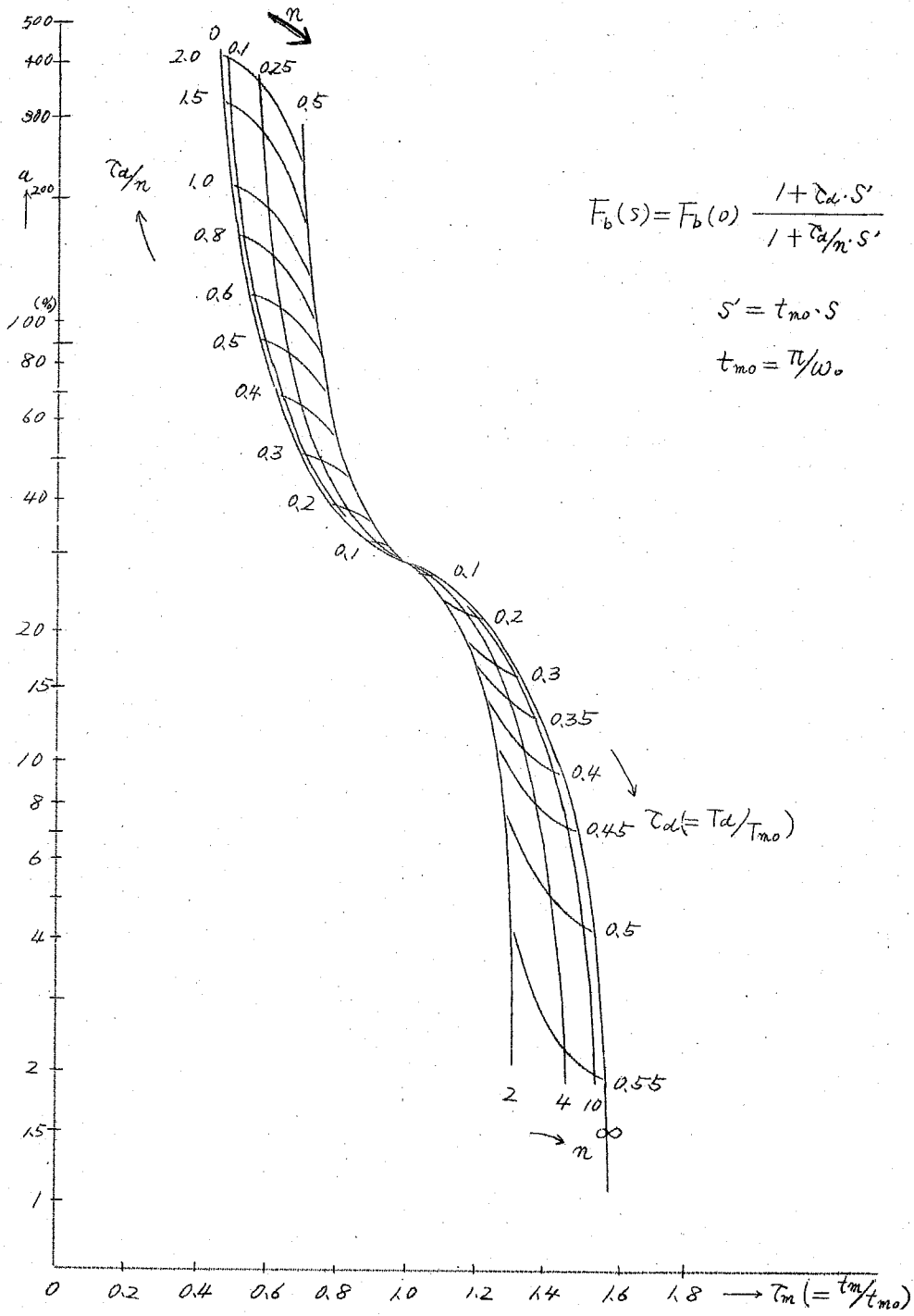
実際に特性設計を行う場合、補償可能な範囲に対応する代表根を系に与えるような補償伝達函数をもとめるのであるが、これを



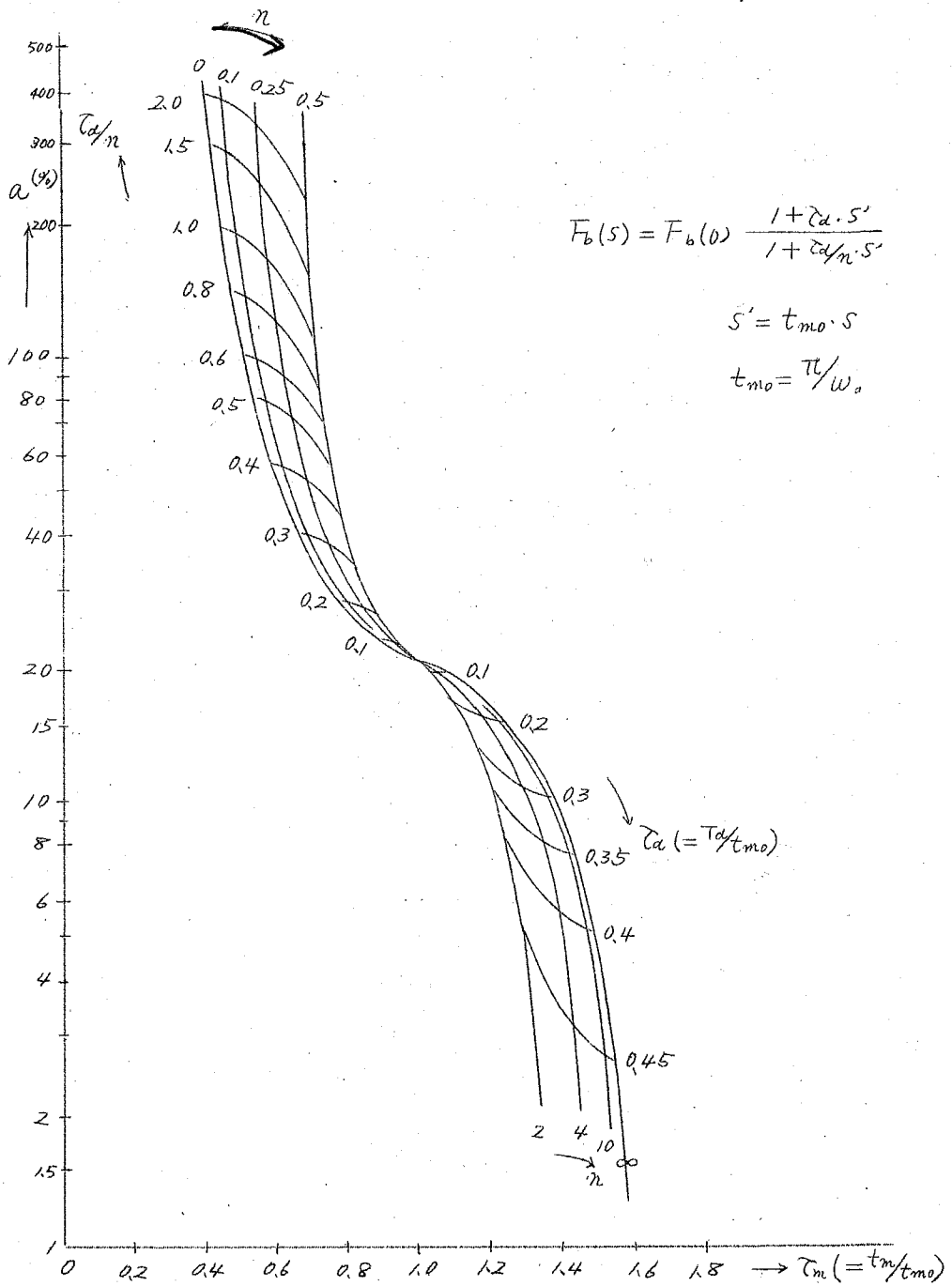
第 10.18 図

直列補償回路とする場合、第 10.18 図に示すように外乱の印加される点よりも前段にこの直列補償回路  $F_c(s)$  が挿入されているのが普通であ

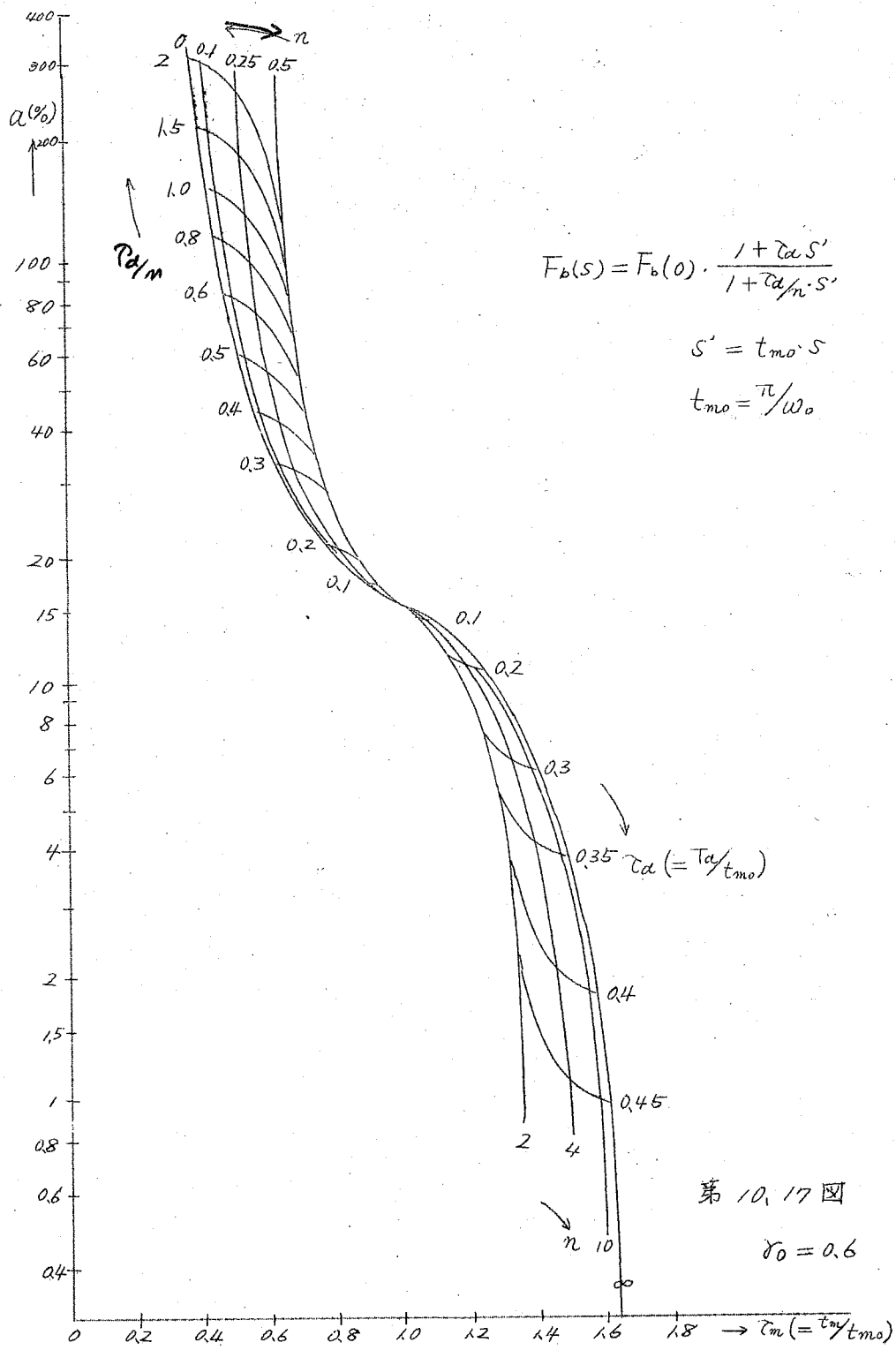




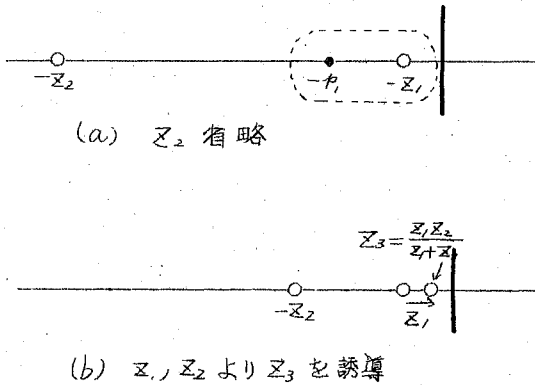
第 10. 15 回  $\sigma_0 = 0.4$



第 10.16 圖  $\delta_0 = 0.5$



り、しかもこれらは与えようとする代表根によって各々異ったものになるので、前もって  $C_m$  を指定してそのための特性設計を直接に行うのは困難である。したがって補償が可能な範囲内での代表根に対する補償回路をととめ、それぞれについて第 10.14 図 ~ 10.17 図を用いて  $C_m$  を読み取り最も適当と思われるものを選び、又、第 10.20 図で  $F_c(s)$  以外に  $F_a(s)$  に時間おくれがある場合には、これについても考慮しなければならない。すなわち  $Y_D(s)/F_B(s)$  を近似的に (10.3, 4) で表わす場合、 $Y_D(s)/F_B(s)$  の極、零点を根平面上にプロットし、原点に近いもの 2 つを選び、それらが極、零点であればそれぞれを第 (10.3, 4) 式に代入して  $Y_D(s)/F_B(s)$  の近似式として用いる。(第 10.19 図 (a) 参照)



第 10.19 図

又、それらが第 10.19 図 (b) のように零点 2 つであれば ( $F_B(s)/Y_D(s)$  で云えば 2 つの極が特に原点に近ければ) 新しい零点  $z_3$  を

$$z_3 = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2}$$

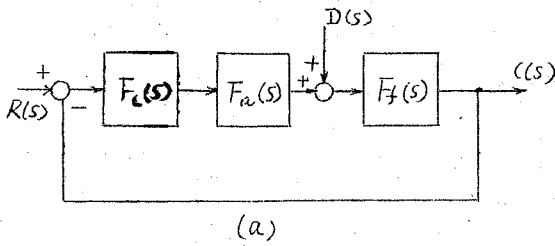
とし、これを (10.3, 4)

式に代入し、

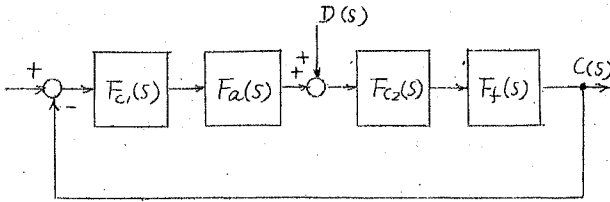
$$\frac{Y_D(s)}{F_B(s)} = \frac{Y_D(0)}{F_B(0)} \left( 1 - \frac{s_0}{z_3} \right)$$

とする。

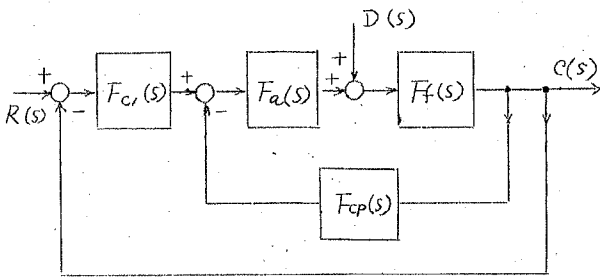
又、第 10.20 図の (a) に示すように、補償伝達函数  $F_c(s)$  が代表根によって決定されている場合、仕様によって指定された  $C_m, t_m$  を与えるような  $F_B(s)/Y_D(s)$  になるようまず  $F_c(s)$  を決めのこりの



(a)



(b)



(c)

第 10.20 図

うとすると整定時間が大きくなる傾向があり、その他、整定時間に関係する要因があるのでこれについて考えてみる。これも前と同様、2つに分ける。

(I) (10.3.7) 式による場合

(i) まず

$$C(t) = D \cdot Y_D(0) \cdot F_f(0) \frac{1 + T_{\alpha} \cdot p}{1 + T_d \cdot p} e_{fz}(t) \quad (10.3.7)$$

において、 $T_d$  を大きくして行った場合の  $C(t)$  の変化について考えてみよう。これは第 10.21 図に示すように  $T_d = 0$  か

$$F_{c2}(s) = \frac{F_c(s)}{F_{c1}(s)}$$

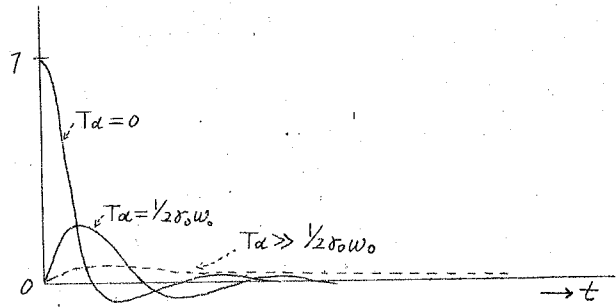
を外乱の印加点の次段の部分に挿入し、(b図)次にその部分と等価な伝達函数になるような並列補償を行うと、可成り補償が自由に行え仕様通りの特性設計結果が得られる。

これを直並列補償といふが、これについては次章でのべる。

#### 10.4 整定時間

前節では主に過渡最大誤差とその時間とを問題にしたが、これに関する特性をよくしよ

ら  $\frac{1}{2}\sigma_0\omega_0$  までは大  
 体整定時間は、最  
 大誤差  $C_m$  の変化  
 にともなう整定時  
 間の大きな変化は  
 みられないが、 $T_d$   
 が  $\frac{1}{2}\sigma_0\omega_0$  より大き  
 くなるにつれ、 $C_m$   
 は減少して行く一

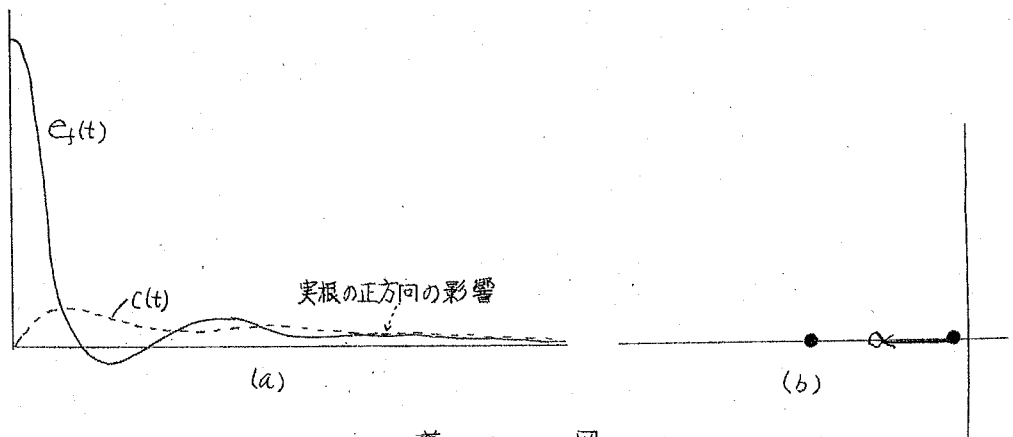


第 10.21 図

$T_d$  の増加による  $c(t)$  の整定時間の増加

方整定時間が長くなる。したがって、 $C_m$  を可成小さくするた  
 め、 $T_d$  を大きく採りすぎると整定時間が長くなるおそれがあ  
 るので、この点注意しなければならない。

- (ii) 一方、実際の場合では、(10.3.7) 式の  $e_{f2}(t)$  は  $e_f(t)$ 、す  
 なわち 2 次近似されていない基本誤差応答である。したがって、  
 $e_f(t)$  に、第 10.22 図に示すように実根の影響が正の方向に表  
 われている場合、これはそのまま  $c(t)$  にも表われることにな  
 る。特性設計においては、このような正の方向の影響をもつ実  
 根が現われることを避けるべきである。正方向の影響をもつ実  
 根は、実根上、負の方向に進む根軌跡にふくまれていることが  
 知られており、特に第 10.22 図 (b) 示すようにその根軌跡が実軸



第 10.22 図



上、最右端にある場合、その影響が大きいので、このような極、零点配置（閉ループ伝達関数に属する）は避け注意しなければならぬ。  
 だろか望みこい

(II) (10.3.8) 式による場合

$$C(t) = D \frac{Y_0(s)}{F_b(s)} \frac{1 + T_d/n \cdot p}{1 + T_d \cdot p} C_{ind2}(t) \quad (10.3.8)$$

この場合も、前と同様  $T_d$  が代表根の  $\omega_0$  の逆数値より極端に大きい値であると明らかに整定時間は長くなるので注意しなければならない。 $C_{ind2}(t)$  を実際のインディシャル応答  $C_{ind}(t)$  にもどして考えると、これに当然実根の影響が表われて来るが、この場合には、上式で  $Y_0(s)/F_b(s)$  は一般には非常に小さい値であるので、この実根の影響は許容誤差内に入り実際上には問題にならない。

結局、以上の結果から、次のように整定時間について見当をつけければよい。先ず (10.3.7) 式又は (10.3.8) 式で  $T_d$  が  $1/\omega_0$  より非常に大きい場合、外乱が加わった初期をのぞいて、大体  $T_d$  に相当する減衰が行われているとする。したがって  $T_d$  が大きい程整定時間は長くなる。整定時間はある許容誤差に落ち着くまでの時間で正確に定義されなければならないが、これを指定した通りに設計することは非常に困難で、又それほどの必要も少ないので以上のように  $T_d$  の大きさを大体の目安とする。

又、(I) の (ii) でのベタ正方向の実根の影響が現われる場合には前述の場合より更に整定時間が長くなるわけであり、この実根の影響はむしろ負の方向である方がよい。

## 10.5 外乱に対する特性設計手順

以上説明した事項をまとめて、外乱に対する特性設計の手順を示そう。

(I) 一巡増中度の決定

(A) 定位制御系 -----

$$K_{over} = \frac{\eta_a}{\eta} - 1 \quad (10.5.1)$$

$\eta_a$ : 制御対象自体の変動率

$\eta$ : 仕様で与えられている制御系の変動率

(B) 無定位制御系

(i)  $F_f(s)$  が無定位性の場合

$$K_b = \frac{Y_D(0) \cdot D}{C_\infty} \quad (10.5.2)$$

$K_b$ : 制御量  $\rightarrow$  目標値  $\rightarrow$  外乱に至るまでの増巾度

$C_\infty$ : 仕様で与えられている制御系の定常誤差

$Y_D(0) \cdot D$ : 第10.1図で定常的に系に印加されている外乱の大きさ

(ii)  $F_b(s)$  が無定位性の場合

理論的には定常誤差は表われない。したがって階段状外乱が印加される場合には  $\{sF_b(s)\}_{s \rightarrow 0}$  の値 (但し  $F_b(s)$  に積分要素が一つのみの場合) は過渡特性より適当に決定する。

(II) 代表根の決定

他の特性により代表根が決められていない場合には代表根を仕様により決定しなければならない。

(A)  $Y_D(s) \cdot F_f(s)$  (第10.1図参照) が簡単な形

$$Y_D(s) \cdot F_f(s) = Y_D(0) F_f(0) \frac{1 + T_d \frac{s}{\eta}}{1 + T_d \cdot s} \quad (10.5.3)$$

で与えられ又は近似される場合、( $F_f(s)$  は制御対象のみと考える)

(1)  $T_d$  が変えられない場合、( $C_m$  のみしか指定できない)

(1) 適当な  $\eta$  に対する図表 (第10.8図 ~ 第10.11図) を選ぶ

(2) 指定されている過渡最大誤差  $C_m$  と非制御時の制御対象の定常誤差  $C_{noo}$  との比率 (%)

$$\frac{C_m}{C_{noo}} \times 100\% \quad (10.5.4)$$

を (1) で決めた図表中  $n$  の値に相当する曲線上にプロットし、 $\zeta_m$ ,  $\tau_d$  を読みとる。又

$$\frac{C_m}{C_{noo}} = \frac{\eta_m}{\eta_o} \quad (10.5.5)$$

$\eta_m$ : 過渡最大変動率

$\eta_o$ : 非制御時の制御対象の変動率

の関係は実用上便利である。

(3) 基準時間  $t_o$  の決定

$$t_o = T_d / \zeta_d \quad (10.4.6)$$

(4) 代表根の決定

代表根を

$$s_o = j\omega_o (1 + j\delta_o)$$

とすると、このうち  $\omega_o$  は

$$\omega_o \doteq \left( \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \delta_o \right) / t_o \quad (10.5.7)$$

で決まり、又  $\delta_o$  は (1) で適当に選んでいるので指定すべき代表根が決定する。なお第 10.1 表は  $\delta_o$  と  $\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \delta_o$  の関係を示す。

(5) 応答時間  $t_m$  の評定

$$t_m = \zeta_m \cdot t_o \quad (10.5.8)$$

(6), (4) で決定した代表根を制御系に与えるような補償伝達関数を求める。----- 代表根指定法

その場合、根平面上、閉ループ伝達関数の最右端の極の次に零点がこないようにする。

(ii)  $T_d$  を変える場合 ( $C_m$ ,  $t_m$  を同時に指定できる)

(1) 前と同様

(2) 前と同様 ( $\zeta_d$ ,  $\zeta_m$  のよみとり) 但し  $n = \infty$  とする。

(3) (i)と同様基準時間  $t_0$  の決定

$$t_0 = t_m / \zeta_m \quad (10.5.9)$$

但し  $t_m$  がある時間以内として与えられる場合、 $t_0$  は不等式になる。

(4)  $T_d$  の決定

$$T_d = \zeta_d \cdot t_0 \quad (10.5.10)$$

この  $T_d$  を適当に与える。例えば電動機が制御対象で、それぞれ体の時定数を  $T_{d1}$  とすると、

$$T_d = T_{d1} + T_{d2} \quad (10.5.11)$$

となるような  $T_{d2}$  をはずみ車の付加により与えるのであるが、この  $T_{d2}$  はできるだけ小さい方が望ましい。

(5)  $T_{d2}$  を付加した制御対象より (10.3.3) 式の  $n$  を求め、第 10.8 図～第 10.11 図の図表で実際の  $C_m, t_m$  を読みとって仕様に決められた範囲内にあるかどうかしらべる。普通、 $n$  は 1 より可成り大きい故、 $n \approx \infty$  と考えても差支えない。

(6) 代表根の決定

(i) の (4) と同様

(7) 代表根を制御系に与えるような補償伝達函数を求める

----- 代表根指定法

この場合の注意は (i) の (7) と同様である。

(B)  $Y_D(s)/F_b(s)$  (第 10.11 図参照) が簡単な形

$$Y_D(s)/F_b(s) = \frac{Y_D(0)}{F_b(0)} \frac{1 + T_d n \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \quad (10.5.12)$$

で与えられ又は近似される場合、

この場合は  $Y_D(s)/F_b(s)$  は補償結果により異ってくるので、補

償可能な範囲内でのいくつかの代表根をそれぞれ指定し、各々の場合の補償伝達函数をもとめ、その結果としての  $C_m$  及び  $t_m$  を第 10.14 図～第 10.17 図の図表を用いて読み取る。そして、仕様にあった  $C_m$ ,  $t_m$  を与えるような代表根のうち最も  $\omega_0$  の大きい代表根に対する補償結果を最終的な補償結果として選ぶ。その手順は次の通りである。

- (1) ある代表根を与えるような補償伝達函数を代表根指定法でとめる。
- (2)  $Y_D(s)/F_B(s)$  を求める。
- (3) これを (10.3.4) 式の形に近似する。  $T_d$ ,  $n$  が決る。
- (4) 基準時間を計算する。

$$t_{m0} = \pi/\omega_0 \quad (10.5.13)$$

$\omega_0$ : 代表根の現象角周波数

- (5)  $\tau_d$  を計算

$$\tau_d = T_d/t_{m0} \quad (10.5.14)$$

- (6) 行き過ぎ量  $\alpha$  の決定

第 10.16 図～第 10.19 図中、代表根のおよに対応するものを選び、 $n$ ,  $\tau_d$  に対する  $\alpha$ , 及び  $\tau_m$  を読み取る。

- (7) 過渡最大誤差の算出

- (a)  $F_f(s)$  が定位置性を持つ制御対象の伝達函数の場合

$$C_m = \left(\frac{a}{100} + 1\right) \cdot \frac{C_{no\alpha}}{K_{over}} \quad \text{又は} \quad \eta_m = \left(\frac{a}{100} + 1\right) \cdot \frac{\eta_0}{K_{over}} \quad (10.5.15)$$

- (b)  $F_f(s)$  が無定位置性を持つ制御対象の伝達函数の場合

$$C_m = \left(\frac{a}{100} + 1\right) \cdot C_\infty \quad (10.5.16)$$

8.  $t_m$  の算出

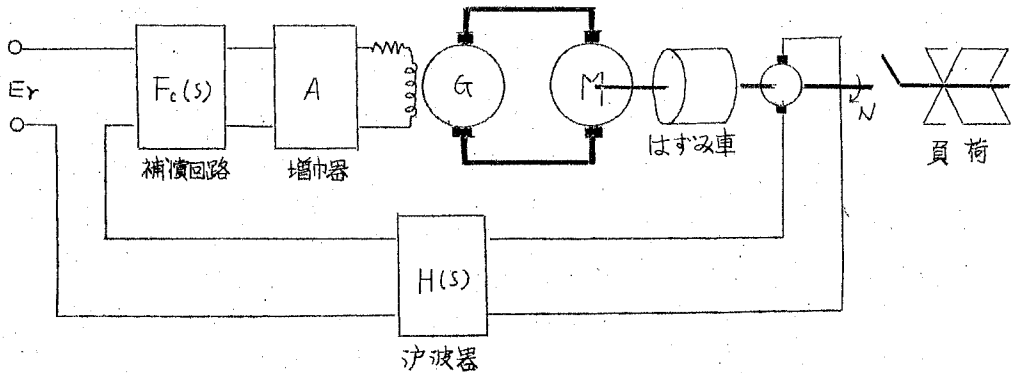
$$t_m = \tau_m \cdot t_{m0} \quad (10.5.17)$$

## 10.6. 特性設計例

以上説明した手順にしたがって自動速度制御系の外乱に対する特性設計を行ってみよう。

### (I) 装置の構成及び設計仕様

- (1) 名称：自動速度調整系
- (2) 系の構成：第10、23図に示す通りである。
- (3) 系の構成要素の定数値：第10、2表に示す通りである。
- (4) 特性設計仕様
  - (a) 直流電動機<sup>(1)</sup>の回転速度を1500rpm一定とする。
  - (b) 外乱は負荷が0より100%ステップ状に変化すると考える。
  - (c) 定常速度変動率 $\eta$ ：0.02%
  - (d) 過渡最大速度変動：2.5rpm以内、したがって最大速度変動率 $\eta_m$ は0.5%以内（ $\because \frac{2.5}{1500} \times 100\%$ ）
  - (e) 応答時間 $t_m$ ：0.2秒以内
  - (f) 附加すべきはすみ車の慣性能率はできるだけ小さくする。



第10、23図 ワードレオナード<sup>(2)</sup>氏速度制御系

電動機定格回転数	$N_0 = 1500 \text{ rpm}$
電動機の速度変動率 (100%負荷変化時 電動機と結合した状態)	$\eta_0 = 10\%$
電動機の時定数 (はずみ車を附加せず 電動機と結合した状態)	$T_m = 0.3 \text{ 秒}$
電動機回転部分の慣性率	$GD^2 = 1 \text{ kg-m}^2$ $J = 4 \text{ kg-m}^2$
発電機界磁巻線の時定数	$T_f = 0.8 \text{ 秒}$
発電機の増巾度	$R_c = 50 \text{ V/A}$
電動機の回転対電圧比	$N_m = 150 \text{ rpm/V}$
速度発電機の電圧一回転数比	$N_T = 0.1 \text{ V/rpm}$
沪波器の時定数	$T_3 = 0.03 \text{ 秒}$

第10.2表 自動速度調整系の既知の要素の諸定数値

(5) 設計結果として決定すべき値

- (a) 増巾器の増巾度  $A$
- (b) 付加すべきはずみ車の  $J_F$  又は  $GD^2$
- (c) 補償伝達函数及びその回路

(II) 予備計算

- (1) フロック線図 : 第10.23図と第10.2表より第10.24図のような制御系のフロック線図が得られる。この場合の外乱は同図に示すように全負荷に対して大ききさ1500のステップ入力か  $Y_D = 1/1500$  を通して系の中途に印加されることと等価になる。又、 $T_F$  ははずみ車を付加することにより増加した時定数とする。同図により、(10.3.3)式は

$$Y_D(s) \cdot F_f(s) = 0.1 \frac{1}{1 + (0.3 + T_F)s} \quad (10.6.1)$$

即ち  $T_d = 0.3 + T_F \quad (10.6.2)$

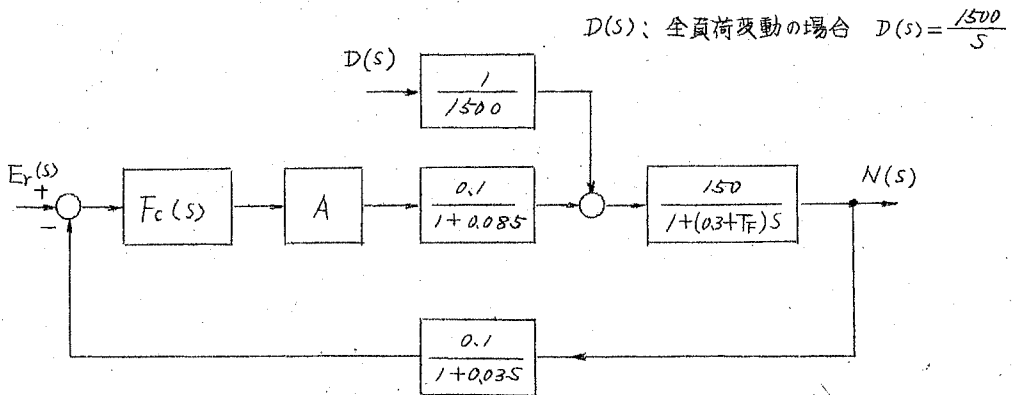
$$n = \infty \quad (10.6.3)$$

となる。

- (2)  $\eta_m = 0.5\%$ ,  $\eta_0 = 10\%$  であるから

$$\frac{\eta_m}{\eta_0} \times 100(\%) = 5\% \quad (10.6.4)$$

である。



第 10.24 図 第 10.23 図のブロック線図

(III) 定常特性設計：増巾器の増巾度  $A$  の決定

(10.2.10) 式より

$$\begin{aligned}
 K_{over} &= \frac{\eta_0}{\eta} - 1 \\
 &= \frac{10}{0.02} - 1 \\
 &= 499
 \end{aligned}$$

(10.6.5)

したがって、補償伝達関数  $F_c(s)$  のゲイン定数を 1 とすると、

$$1 \times A \times 0.1 \times 150 \times 0.1 = 499$$

$$\therefore A = \frac{499}{15} = 332$$

$$A = 332$$

(10.6.6)

(IV) 過渡特性設計

(1)  $\tau_d$  の読み取り：前節 (II) (A) (i) の手順にしたがう

(a) 代表根の減衰度を  $\alpha$  とする。

(b) 第 10.9 図の  $n, \tau_d \sim \eta_m/\eta_0, \tau_m$  の関係図表をえらぶ。

(c) (10.5.3) 式で  $n = \infty$  であるから、上で選んだ図表上で

$n = \infty$  の曲線で  $\eta_m/\eta_0 = 5\%$  (10.5.4) 式に対する  $\tau_d, \tau_m$

(296)



をそれぞれ読みとる。

$$\tau_d = 10 \quad (10.6.7)$$

$$\tau_m = 0.9 \quad (10.6.8)$$

(2) 基準時間の算出: (10.4.10) 式より

$$t_0 = \tau_m / \tau_d$$

ここで  $\tau_m \leq 0.2$  で、又 (10.5.8) 式より

$$t_0 < 0.22 \text{ sec} \quad (10.6.9)$$

(3) 指定すべき代表根の範囲の算出: (10.5.8) 式より

$$\omega_0 = \left( \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \delta_0 \right) / t_0$$

ここで  $\delta_0 = 0.4$  とし、第 10.1 表, (10.6.9) 式より

$$\omega_0 > \frac{1.99}{0.22} = 8.87 \text{ rad/sec}$$

$$\therefore \omega_0 \geq 9 \text{ rad/sec} \quad (10.6.10)$$

又、(10.6.2) 式で、 $T_F \geq 0$  なくてはならないから

$$T_d \geq 0.3 \text{ sec}$$

であり、したがって

$$t_0 = \frac{T_d}{\tau_d} \geq \frac{0.3}{10}$$

$$\therefore t_0 \geq 0.03$$

$$\therefore \omega_0 \leq \frac{1.95}{0.03} \leq 65$$

$$\therefore \omega_0 < 65 \text{ rad/sec} \quad (10.6.11)$$

結局、代表根の虚数部  $\omega_0$  の指定範囲は

$$9 \text{ rad/sec} < \omega_0 < 65 \text{ rad/sec} \quad (10.6.12)$$

(4)  $T_d$  及び  $T_F$  の算出式

(10.5.12) 式の範囲内の  $\omega_0$  の値に対する  $T_d$  の値は

$$\begin{aligned} T_d &= \tau_d t_0 \\ &= \frac{1.95 \times 10}{\omega_0} \\ &= 19.5/\omega_0 \end{aligned} \quad (10.6.13)$$

したがって  $T_F$  の値は (10.2) 式より

$$\begin{aligned} T_F &= T_d - 0.3 \\ &= 19.5/\omega_0 - 0.3 \text{ (sec)} \end{aligned} \quad (10.6.14)$$

(5) 補償ベクトルの計算及び対数補償ベクトル軌跡

以上の計算の結果、補償前の系の一巡伝達関数  $F_0(s)$  は

$$F_0(s) = \frac{498}{(1+0.085s)(1+0.035s)(1+\frac{1.95}{\omega_0}s)} \quad (10.6.15)$$

したがって補償ベクトル  $g_c e^{j\phi_c}$  は

$$g_c e^{j\phi_c} = \frac{(1+0.085s)(1+0.035s)(1+\frac{1.95}{\omega_0}s)}{499} \quad (10.6.16)$$

ここで  $s_0 = j\omega_0(1+j0.4)$

$$9 \text{ rad/sec} < \omega_0 < 65 \text{ rad/sec}$$

であるから

$$g_c e^{j\phi_c} = \frac{\{1+j0.08\omega_0(1+j0.4)\}\{1+j0.03\omega_0(1+j0.4)\}\{1+j1.95(1+j0.4)\}}{499}$$

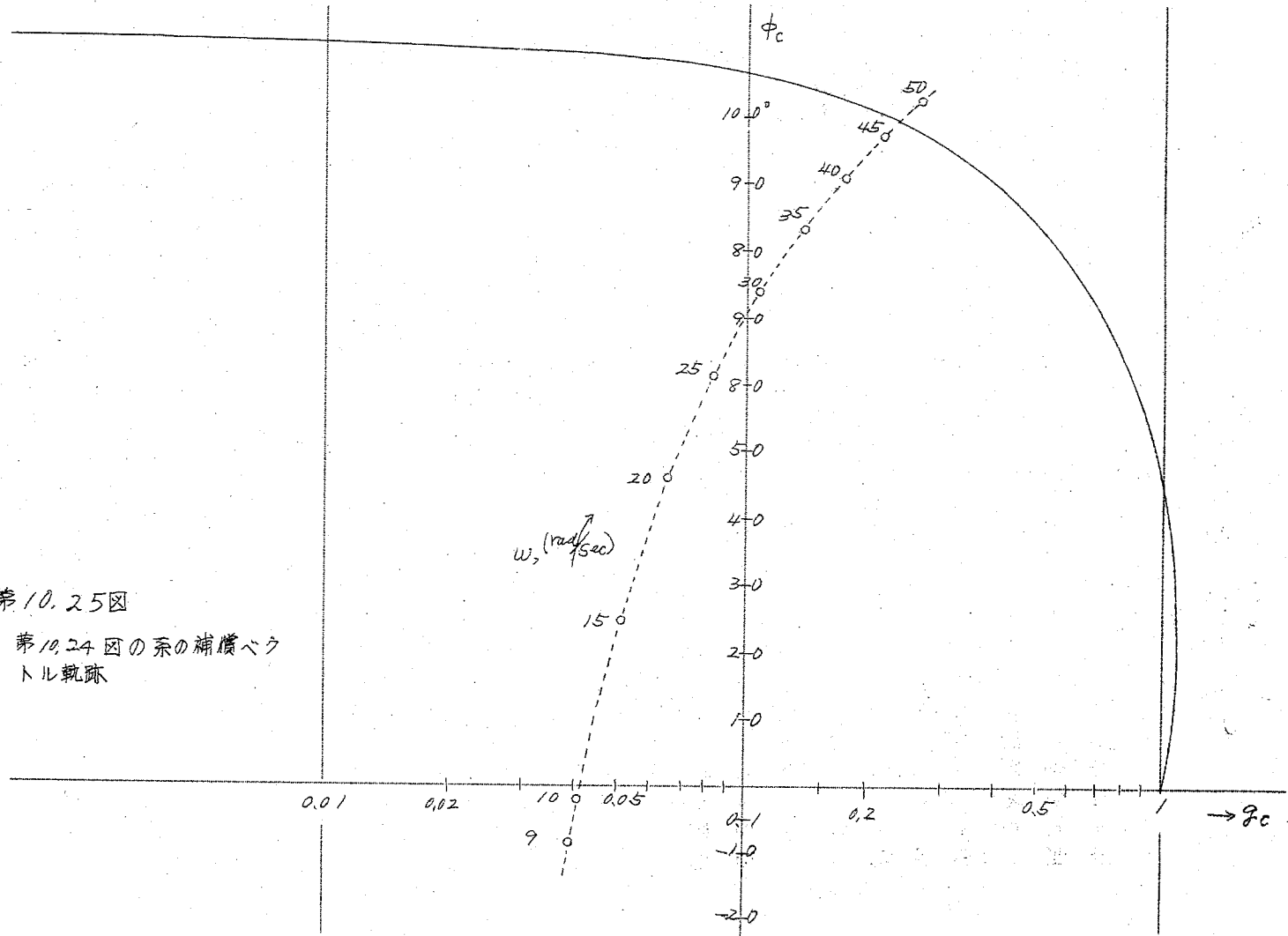
----- (10.6.17)

上式にしたがって補償ベクトルを計算すると第 10.3 表に示すようになる。又同表にしたがって対数補償ベクトル軌跡を第 10.25 図のように画く。

(299)

第10.25図

第10.24図の系の補償ベクトル軌跡



今、定常利得  $K_{over}$  を要したくない場合には補償に用いられる補償伝達函数は第 9 / 表及び第 9 - 2 表の遅れ進み補償伝達函数が適当であり、その補償限界を第 10、25 図上に画くと  $\omega_c = 47 \text{ rad/sec}$

$\omega_c \text{ (rad/sec)}$	$S_c$	$g_c \angle \phi_c$
10	$j10(1+j0.4)$	$0.040 \angle -2.3^\circ$
15	$j15(1+j0.4)$	$0.051 \angle +24.7^\circ$
20	$j20(1+j0.4)$	$0.065 \angle 46.2^\circ$
25	$j25(1+j0.4)$	$0.085 \angle 60.6^\circ$
30	$j30(1+j0.4)$	$0.105 \angle 73.9^\circ$
35	$j35(1+j0.4)$	$0.139 \angle 83.4^\circ$
40	$j40(1+j0.4)$	$0.174 \angle 90.8^\circ$
45	$j45(1+j0.4)$	$0.213 \angle 97.4^\circ$
50	$j50(1+j0.4)$	$0.262 \angle 102.8^\circ$

第 10.3 表 補償ベクトル

が  $\omega_c$  の上限であることがわかる。

(6) 対数補償計算線図による補償伝達函数のパラメーターの計算:

特性補償に第 9 / 表の第  $n$  種の遅れ進み補償伝達函数を用いるとしていくつかのより大きい  $\omega_c$  について第  $n$  種の遅れ進み補償伝達函数のパラメーターを求めてみる。

(i)  $\omega_c = 30 \text{ rad/sec}$ : 先ず別図 IV ( $\delta_c = 0.4$ ) の対数補償計算線図を用意する。この場合、 $T_d$  の値は (10.6.13) 式より

$$T_d = \frac{19.5}{30} = 0.65 \text{ sec} \quad (10.6.18)$$

これを折点角周波数  $\omega_d$  で表わすと

$$\omega_d = \frac{1}{T_d} = 1.54 \text{ rad/sec} \quad (10.6.19)$$

したがって、この極を補償伝達函数の零点で打消すため

$$\Omega_d = \frac{\omega_d}{\omega_c} = \frac{1.54}{30} \doteq 0.051 \quad (10.6.20)$$

とします。これが第 9 / 表に示すように対数補償ベクトル  $\vec{NM}$  の先端  $M$  の  $\Omega$  目盛線の値となるように、更に  $\vec{NM}$  が同一の  $n$  目盛線上にあるように対数補償ベクトル  $\vec{OP}$  を平行移動させ

る。その結果を示すと下のようになる。

$$\Omega_{s1} = 0.0028$$

$$\Omega_{s2} = 0.051$$

$$n' = 200$$

したがって第 9 / 表の最下欄左側の式で

$$\begin{aligned} W_{s1} &= W_0 \Omega_{s2} = 30 \times 0.051 \\ &= 1.54 (= W_d) \end{aligned} \quad (10.6.21)$$

$$\begin{aligned} W_{s2} &= n' \cdot W_0 \Omega_{s1} = 200 \times 30 \times 0.0028 \\ &= 16.8 \end{aligned} \quad (10.6.22)$$

$$n = \frac{\Omega_{s2}}{\Omega_{s1}} = 18.2 \quad (10.6.23)$$

補償伝達函数  $F_c(s)$  は

$$F_c(s) = \frac{(1 + s/1.54)(1 + s/16.8)}{(1 + s/0.085)(1 + s/306)} \quad (10.6.24)$$

(ii)  $\omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$  及び  $\omega_0 = 40 \text{ rad/sec}$

この場合の  $\Omega_d$  ((10.6.20) 式) は前と同様 0.051 である。なぜなら

$$\Omega_d = \frac{W_d}{W_0} = \frac{1}{\omega_0 T_d}$$

(10.6.13) 式より  $T_d = \frac{19.5}{\omega_0}$  であつたから結局

$$\Omega_d = \frac{1}{19.5} = 0.051$$

となる。次に (i) と同様、別図 IV を使用し、 $\Omega_{s2} = \Omega_d$  となり、且つ同一  $n$  目盛線上市に対数補償ベクトルがあるように平行移動させ、その結果より得た  $\Omega_{s1}$ ,  $\Omega_{s2}$ ,  $n'$ ,  $W_{s1}$ ,  $W_{s2}$ ,  $n$  は第 10.4 表に示すようになる。

$\omega_0$	$\Omega_{s1}$	$\Omega_{s2}$	$n'$	$\omega_{s1}$	$\omega_{s2}$	$n$
35	0.0023	0.051	150	1.79	12.1	22.3
40	0.0012	0.051	125	2.04	6.0	42.7




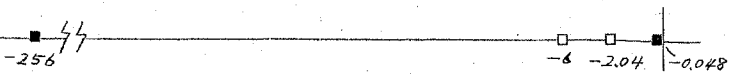

第 10. 4 表

又、それぞれの補償伝達函数は

$$\omega_0 = 35 \text{ rad/sec} \dots F_c(s) = \frac{(1 + s/1.79)(1 + s/12.1)}{(1 + s/0.08)(1 + s/267)} \quad (10. 6. 25)$$

$$\omega_0 = 40 \text{ rad/sec} \dots F_c(s) = \frac{(1 + s/2.04)(1 + s/6.0)}{(1 + s/0.048)(1 + s/256)} \quad (10. 6. 26)$$

以上 (10. 6. 24), (10. 6. 25), (10. 6. 26) の 3 通りの補償伝達函数の極、零点と補償前の系の極とをプロットすると第 10. 5 表の如くなる。これを見てわかるように、それぞれの  $F_c(s)$  の右側の方の零点は必ず  $F_0(s)$  の極  $\omega_0/9.5$  と打消し合うように選んでいるので、 $F_0(s) \cdot F_c(s)$  の極、零点が第 10. 22 図 (b)

	$F_0(s)$
	$F_c(s) \quad \omega_0 = 30 \text{ rad/sec}$
	$F_c(s) \quad \omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$
	$F_c(s) \quad \omega_0 = 40 \text{ rad/sec}$
	$F_0(s)F_c(s) \quad \omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$

第 10. 5 表

に示すような配置にならないためには、 $\omega_0 = 30 \text{ rad/sec}$  の場合でなくてはならない。しかしながら、 $\omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$  では  $-12.1$  の零点は  $F_0(s)$  の極  $-12.5$  に非常に近く、しかもこの場合の  $T_d$  (すなわち  $1/1.79 = 0.557 \text{ sec}$ ) は  $\omega_0 = 30 \text{ rad/sec}$  の場合の  $T_d$  (すなわち  $1/1.54 = 0.65 \text{ sec}$ ) よりも小さいので、ここでは  $\omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$  に対する代表根

$$s_0 = -14 + j35$$

及び、その場合の  $F_c(s)$  (第10.25式) を選ぶことにする。

(7) 補償後の系の開ループ伝達関数

$\omega_0 = 35 \text{ rad/sec}$  の場合の  $T_d$  は

$$T_d = \frac{19.5}{35} = 0.557 \quad (10.6.27)$$

したがって (10.6.15) 式と (10.6.25) 式より

$$\begin{aligned} F_c(s) \cdot F_0(s) &= \frac{499(1 + s/12.1)}{(1 + 0.08s)(1 + 0.03s)(1 + s/0.08)(1 + s/267)} \quad (10.6.28) \\ &= \frac{499(1 + s/12.1)}{(1 + s/12.1)(1 + s/33.3)(1 + s/0.08)(1 + s/267)} \end{aligned}$$

(8) 留数により代表根の換計: (10.6.28)式より  $F_c(s) \cdot F_0(s)$  の極、零点を根平面上にプロットし、留数の図的計算法で第10.26図に示すように  $T_d$  を得、直ちに代表根の留数であることが想定される。

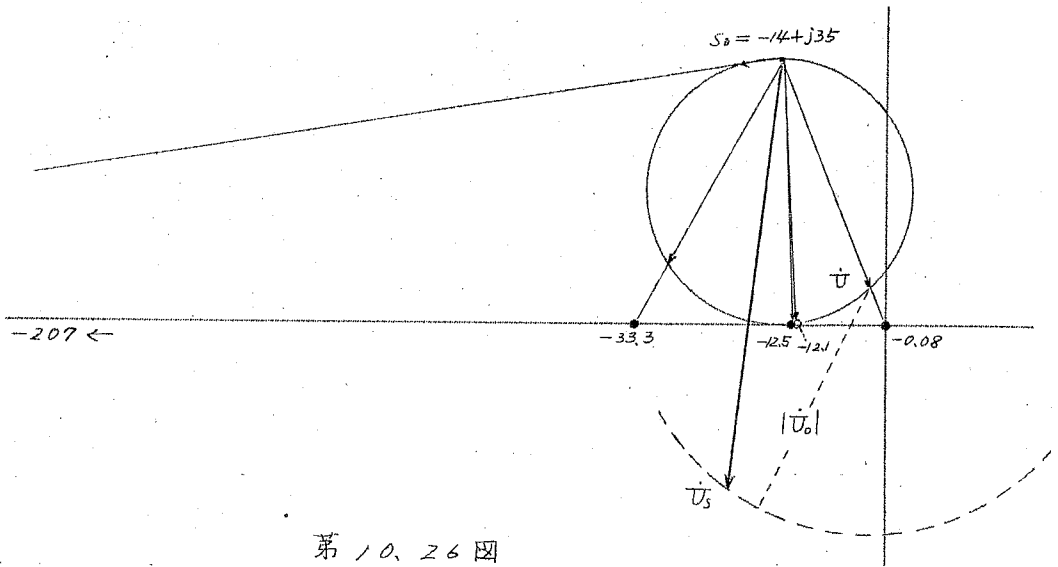
(9)  $T_F$ ,  $J_F$  又は、はみ車の  $GJ^2$  の決定

(10.6.14)式より

$$T_F = T_D - 0.3 = 0.557 - 0.3$$

$$\therefore T_F = 0.257 \quad (10.6.29)$$

電動機の回転部分の  $J$  は  $4 \text{ kg-m}^2$  で、その時定数は  $0.3$  秒であ



第 10.26 図

るから  $J_F$  は

$$\begin{aligned} J_F &= 0.257 \times \frac{4}{0.3} \\ &= 3.42 \text{ kg-m}^2 \end{aligned} \quad (10.6.30)$$

又、 $G D^2$  は

$$G D^2 = 4 J_F = 13.7 \quad (10.6.31)$$

(10) 補償回路の定数値の決定: (10.4) 表より  $F_c(s)$  のパラメータは

$$\begin{aligned} \omega_{s1} &= 1.79 \text{ rad/sec} \\ \omega_{s2} &= 12.1 \text{ rad/sec} \\ n &= 22.3 \end{aligned}$$

第 9.1 表の定数算定式より

$$R_1 = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{\omega_{s1}} = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{1.54} \quad (10.6.32)$$

$$C_2 = \frac{(n-1)}{R_1} \left( \frac{1}{\omega_{s1}} - \frac{1}{n \omega_{s2}} \right) = \frac{21.3}{R_1} \left( \frac{1}{1.79} - \frac{1}{12.1 \times 22.3} \right) \quad (10.6.33)$$

(704)



$$R_2 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{\omega_{s2}} = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{12.1} \quad (10.6.34)$$

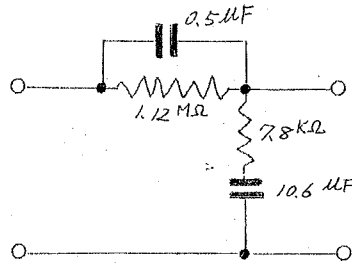
今、 $C_1$  を  $0.5 \mu\text{F}$  とすると、

$$R_1 \doteq 1.12 \text{ M}\Omega$$

$$C_1 = 10.6 \mu\text{F}$$

$$R_2 = 7.8 \text{ k}\Omega$$

} (10.6.35)



第 10.27 図

この補償回路は第 10.27 図に示す。

- (11) 特性設計結果：特性設計後の系のブロック線図は第 (10.28 図) で示される。但し、 $F_c(s)$  は (10.6.25) 式を時定数の形で書き直したものである。

基準時間

$$t_0 = T/\tau_d$$

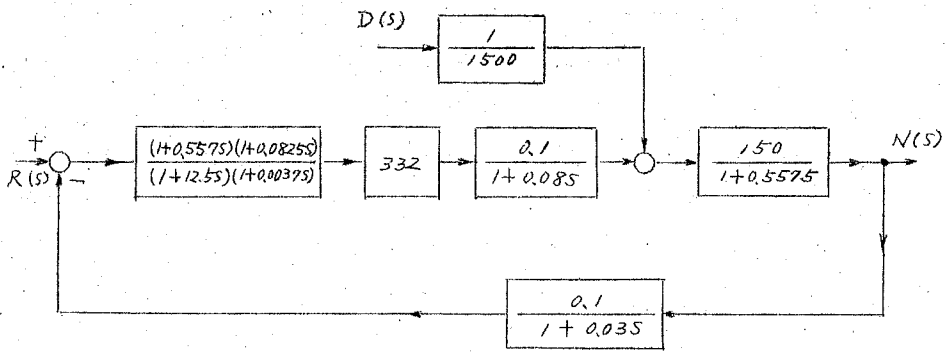
より

$$t_0 = 2.557/10 = 0.2557 \text{ sec} \quad (10.6.36)$$

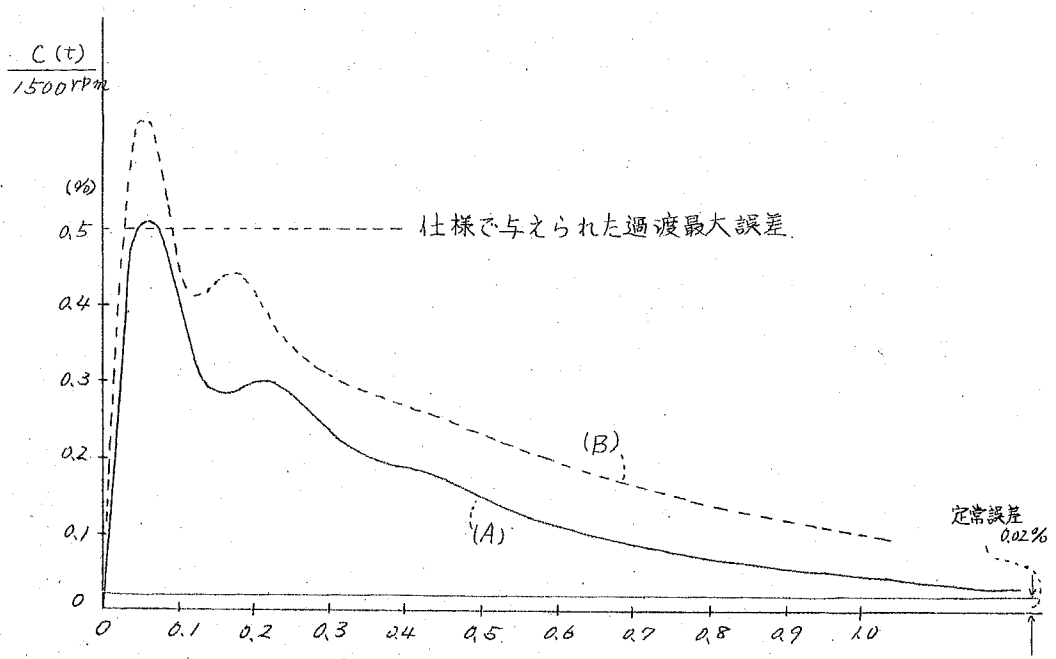
したがって、この場合、過渡最大誤差に達するまでの時間  $t_m$  は  $\tau_m = 0.9$  より

$$\begin{aligned} t_m &= \tau_m \cdot t_0 = 0.9 \times 0.2557 \\ &= 0.2302 \end{aligned}$$

に近い値であるはずである。



第10.28図  
補償設計後の系のブロック線図



第10.29図  
 曲線(A): 第10.28図の系の外乱に対する応答  
 曲線(B): 代表根を $-16+j40$ とした場合の応答

第10.29図は第10.28図の系で、電動機に全負荷がステップ状に加えられた場合の回転速度の変動経過を示すものである。図中、曲線(A)がこの応答を示すもので、大体、仕様通りの特性設計が行われたことがわかる。

曲線(B)は代表根を  $-16 + j40$  とした場合の応答であるが曲線(A)に比較してその整定時間は大きくなっていることがわかる。

こゝでは目標値変化に対する応答も考慮して制御対象の極を補償伝達函数の零点で打消す方法を探ったが、外乱に対する応答の双が問題になる場合には、上述のような打消を行わない方が第10.29図に示した応答の整定時間がより短くなることもありうる。例えば、等しい零点をもつ遅れ進み補償伝達函数である方が望ましいことの場合もある。この場合は逆に目標値変化に対する応答は行き過ぎ量の増加で劣化する。

## 第11章 並列補償に関する特性設計

前章まではすべて自動制御系の主ループ（主信号伝達ループ）に直列補償伝達函数を挿入して代表根を与える、いわゆる直列補償法による特性改善について代表根指定法を適用してきたが、実際に使用されている自動制御系では非常に多く並列補償法が採用されている。並列補償法は主ループ以外の補助ループを系内にもうけることにより特性改善を行う方法であるが、これが採用される理由は大体次のようなものである。

- (1) 制御要素の構造上及び原理上、直列補償回路を挿入することが出来ない場合
- (2) 制御対象の特性の不安定性又は非線形性によって系全体が不安定になり勝ちな場合
- (3) 二つ以上の入力（例えば目標値変化及び外乱）に対する特性上の仕様がそれぞれ別々に与えられて、それらを満足するような自動制御系を組立てる場合

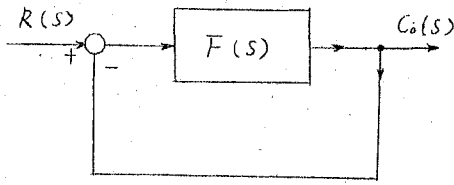
こゝでは速度発電機及びダンピング、トランスを使用した並列補償に関する特性設計に代表根指定法を適用してみる。

### 11.1 速度発電機を使用したサーボ機構の特性設計例

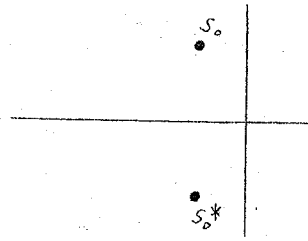
9.2において目標値変化に対する制御量の応答のみならず外乱に対する定常誤差に関する仕様を満足するような特性設計を行ったが、この場合には一巡の定常利得は可成り大きくなり、又、目標値に対する制御量のインディシャル応答の行き過ぎ量は $\delta$ により決る二次系のそれよりも相当に大きくなった。一方利得の増大により、もし歯車機構にある程度のカタが存在すると非線形発振現象が生ずるおそれがある。このような場合速度発電機の使用によってそれらの問題を解決できる。

こゝでは9.2の特性設計例の設計結果を更に速度発電機を用い

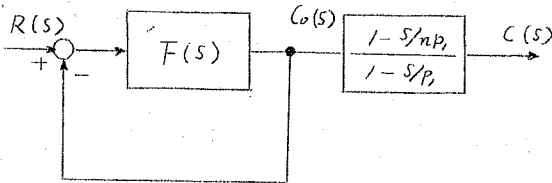
を改善し、仕様を満足するような特性設計を行うことについて述べる。



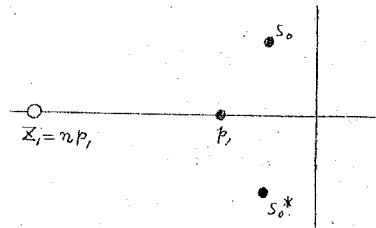
(a)



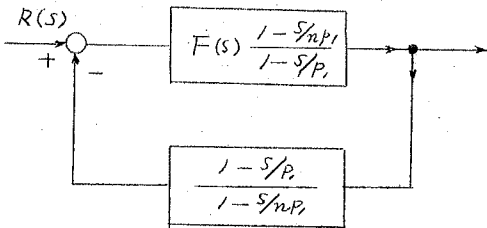
(b)



(c)



(d)



(e)

第 11 / 図

今、第 11 / 図 (a) に示す閉ループ系があり、その  $R(s)$  より  $C_o(s)$  までの伝達函数の極 (即ち特性根) が同図 (b) の  $s_0, s_0^*$  で近似されるものとする。即ち  $s_0, s_0^*$  の代表根をこの系が持っているとする。次に出力  $C(s)$  を第 11 / 図 (d) に示すような極、零点配置をもつ伝達函数

$$\frac{1-s/z_1}{1-s/P_1} = \frac{1-s/nP_1}{1-s/P_1} \quad n > 1 \quad (11.1)$$

に通過させ、その時の出力を  $C(s)$  とする。(同図(c)参照)

この場合、 $R(s)$  を単位ステップ入力とした時の  $C_o(s)$ ,  $C(s)$  をそれぞれ時間表示したもの、つまりインディシャル応答をそれぞれ  $C_{ind.o}(t)$ ,  $C_{ind}(t)$  とすると、これらの間には次の関係がある。

$$C_{ind}(t) = \frac{1 - p/n|p_1|}{1 - p/p_1} C_{ind.o}(t) \quad (11.1.2)$$

$$\text{但し } p = \frac{d}{dt}$$

$C_{ind.o}(t)$  は最初の仮定のように2次系のインディシャル応答  $C_{ind.2}(t)$  に近似しているのので前章で得られた図、第10.16 ~ 第10.19図を用いて、(11.1.1)式の伝達函数を  $C_{ind.o}(t)$  が通ることにより行き過ぎ量が如何に変化するか示すことができる。この場合、 $\tau_d$  と (11.1.1)式の  $p_1$  とは次の関係がある。

$$\tau_d = \frac{w_0}{\pi |p_1|} \quad (11.1.3)$$

ところで第11.1図(c)は第11.1図(e)に等価で、これは更に第11.2図(a)に示すことができる。したがって第11.1図(a)の系の目標値に対するインディシャル応答の行き過ぎ量は第11.2図(a)に示すような補償によって変化することができるわけで、第11.1.1式で特に  $n > 1$  の条件を与えている場合にはこのような並列補償によってその行き過ぎ量が減少する。

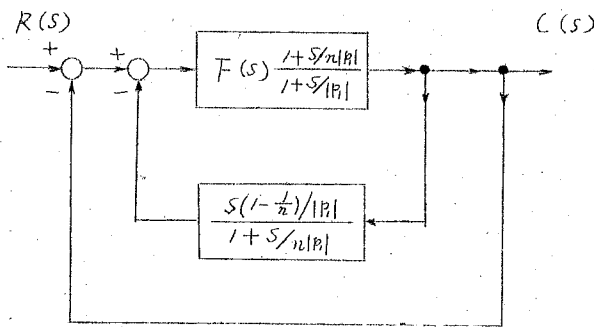
この行き過ぎ量の減少は  $n_1|p_1|$  の値によって変化することは第10.16 ~ 第10.19図によって明らかで、直列補償を行った結果としての系の行き過ぎ量が大きすぎる場合には、第11.2図(a)に示した直列補償伝達函数  $(1 + S/n|p_1|)/(1 + S/|p_1|)$  及び並列補償伝達函数  $\{S(1 - \frac{1}{n})/|p_1|\}/(1 + S/n|p_1|)$  を補充することにより、その行き過ぎ量を減少させればよいが、この  $n$  及び  $|p_1|$  を望んでいる行き過ぎ量に応じて決定しなければならず、それには第10.14 ~ 第10.17図の図表を用いればよい。この場合、 $\gamma_0$  に応じてその図表

を選ばなければならないが、これは  $C_{ind.0}(t)$  の行き過ぎ量より判定した等価のおを選ぶべきである。

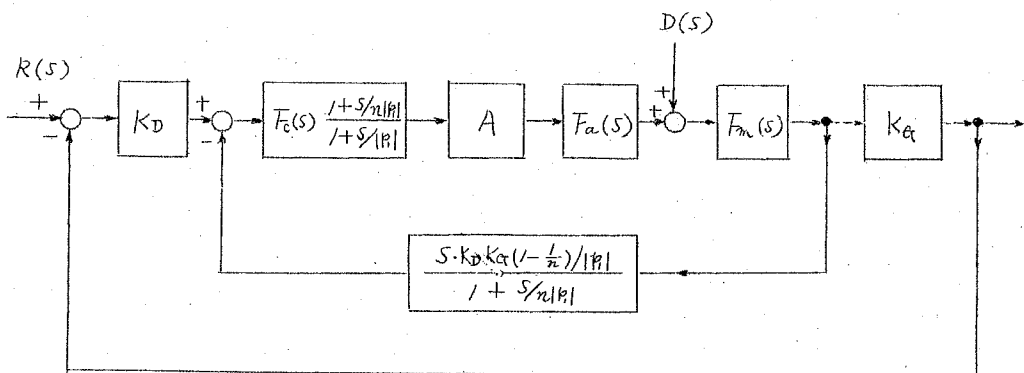
ところで、第 11.1 図 (a) の  $R(s)$  から  $C(s)$  までの速度誤差定数を  $K_{v0}$ 、第 11.2 図 (b) の  $R(s)$  から  $c(s)$  までの速度誤差定数を  $K_{v1}$  とすると、 $K_{v1}$ 、 $K_{v0}$ 、 $\beta$ 、 $n$  の間に次の関係がある。

$$\frac{1}{K_{v1}} = \frac{1}{K_{v0}} + \frac{1}{|\beta|} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (11.14)$$

したがって、前述のように行き過ぎ量を減ずるために  $|\beta|$ 、 $n$  を決定した場合、 $K_{v1}$  の値は仕様により定められた値以下になら



(a)



(b)

第 11.2 図

ないことが必要である。以上のようにして決定した  $|p|$ ,  $n$  によって第 11.2 図 (b) の実際的な系が得られる。同図で並列補償を速度発電機及び炉波器で行ったものとする。又、 $K_G$  は歯車機構の減速比、 $K_D$  は比較部の係数、 $F_c(s)$  は最初に直列補償を行ったときの直列補償伝達函数、 $F_a(s)$ ,  $F_m(s)$  はそれぞれ電力増巾部及びサーボモーターの伝達函数とする。同図でわかるように速度発電機と炉波器により構成されている補助ループには歯車機構の不感動帯、いわゆるガタが含まれていないので非線形発振の発生を防ぐことができる。

以下、 $|p|$ ,  $n$  の値を決定する方法について考えよう。

まず、(11.14) 式の  $K_v$  の値を仕様で与えられている下限以上の適当な値を決め、同式より得られる式

$$\frac{1}{|p|} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{K_v} - \frac{1}{K_{v0}} \quad (11.15)$$

より  $\frac{1}{|p|} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$  の値を決める。次に適当な  $n$  の値に対する  $|p|$  をもとめ、第 10.14 図～第 10.17 図を用いてその場合の行き過ぎ量  $\alpha$  を読み取り、仕様を満足するような  $n$ ,  $|p|$  の値を決める。又、場合によっては第 11.2 図 (b) で  $F_c(s)$  の極又は零点が  $\frac{1 + s/n|p|}{1 + s/|p|}$  の零点 ( $n|p|$ ) 又は極 ( $|p|$ ) と打消し合うように  $n$  及び  $|p|$  を選び、直列補償伝達函数の形を簡単にすることができる。

以上述べた方法を 9.2 で行った特性設計結果に適用してみる。

特性設計結果として得られたサーボ機構のブロック線図は第 9.36 図であるが、その行き過ぎ量 33% は大体  $\alpha \doteq 0.35$  と等価である。又、一巡の定常利得  $K_{v0}$  は

$$K_{v0} = 73.5 \text{ 1/sec} \quad (11.16)$$

であった。ところで  $K_v$  に関する仕様は第 8 章の最初に述べたように

$$K_v \geq 15 \text{ 1/sec} \quad (11.17)$$



であったので、こゝでは

$$K_v = 15 \text{ 1/sec} \quad (11.1.8)$$

とする。今、目標として行き過ぎ量を 25% 近くにする事を考える。

先ず (11.1.5) 式により

$$\begin{aligned} \frac{1}{|B|} \left(1 - \frac{1}{n}\right) &= \frac{1}{15} - \frac{1}{23.5} \\ &= 0.0536 \end{aligned} \quad (11.1.9)$$

こゝで、 $n \rightarrow \infty$  とし  $|B|$  を求めると、上式より

$$|B| \doteq 18.7 \quad (11.1.10)$$

次に (11.1.3) 式により  $\tau_d$  を計算する。

$$\begin{aligned} \tau_d &= \frac{\omega_c}{\pi |B|} = \frac{10}{3.14 \times 18.7} \\ &\doteq 0.17 \end{aligned} \quad (11.1.11)$$

第 10 14 図の  $\sigma_0 = 0.3$  に対する図表より、 $\tau_d = 0.17$ ,  $n \Rightarrow \infty$  に対して

$$a \doteq 32\%$$

又、第 10 15 図の  $\sigma_0 = 0.4$  の図表より、 $\tau_d = 0.17$ ,  $n \Rightarrow \infty$  に対して

$$a \doteq 23\%$$

こゝでは  $\sigma_0 \doteq 0.35$  であるので、大体上の二つの値の平均をとって

$$a \doteq 27\% \quad (11.1.12)$$

と考えることができる。これは目標の 25% におよばないが、これ以下にする為には速度誤差定数  $K_v$  を更に減少させなければならなくなる。したがって  $K_v$  を 15 1/sec 以下にすることがゆるされれば  $a$  を 25% 附近にすることができる。

第 8.1 図により 第 11.2 図 (b) の  $K_G$ ,  $F_m(s)$  はそれぞれ

$$K_G = 1 \quad (11.1.13)$$

$$F_m(s) = \frac{240}{s(1+s/5)} \quad \frac{\text{degree}}{\text{sec}} / \text{volt} \quad (11.1.14)$$

又、 $F_a(s)$  は 第 9.36 図より

$$F_a(s) = \frac{1}{1+s/15} \quad (11.1.15)$$

$A \cdot F_c(s)$  は 同図より

$$A \cdot F_c(s) = \frac{30.6(1+s/5)(1+s/148)}{(1+s/0.2)(1+s/50)} \quad (11.1.16)$$

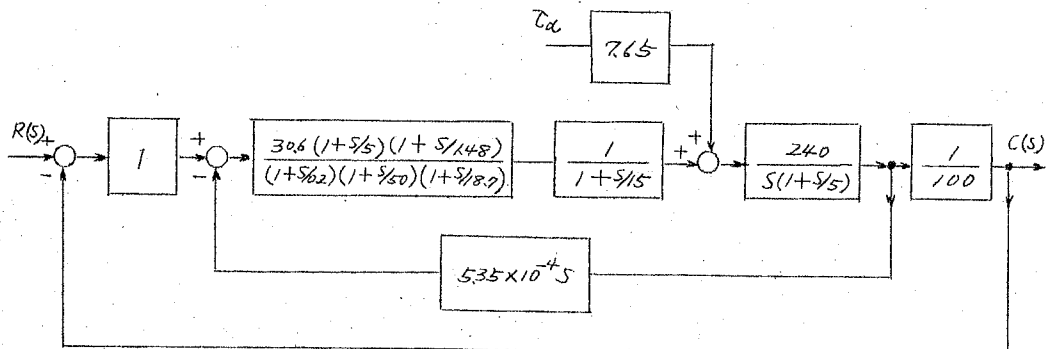
$K_D$  は

$$K_D = 1 \text{ volt/degree} \quad (11.1.17)$$

したがって 第 11.2 図 (b) の 並列補償伝達函数は、 $n=\infty$   $|P| = 18.7$  であるから

$$\frac{K_D \cdot K_G}{|P|} \cdot S = 1 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{18.7} \cdot S = 5.35 \times 10^{-4} S \quad \text{volt/degree/sec} \quad (11.1.18)$$

以上の結果より、この系のブロック線図は 第 11.3 図に示すようになる。又、第 11.4 図は 第 11.3 図で 目標値を 単位階段状に変化した場合の 制御角の 応答を示す。



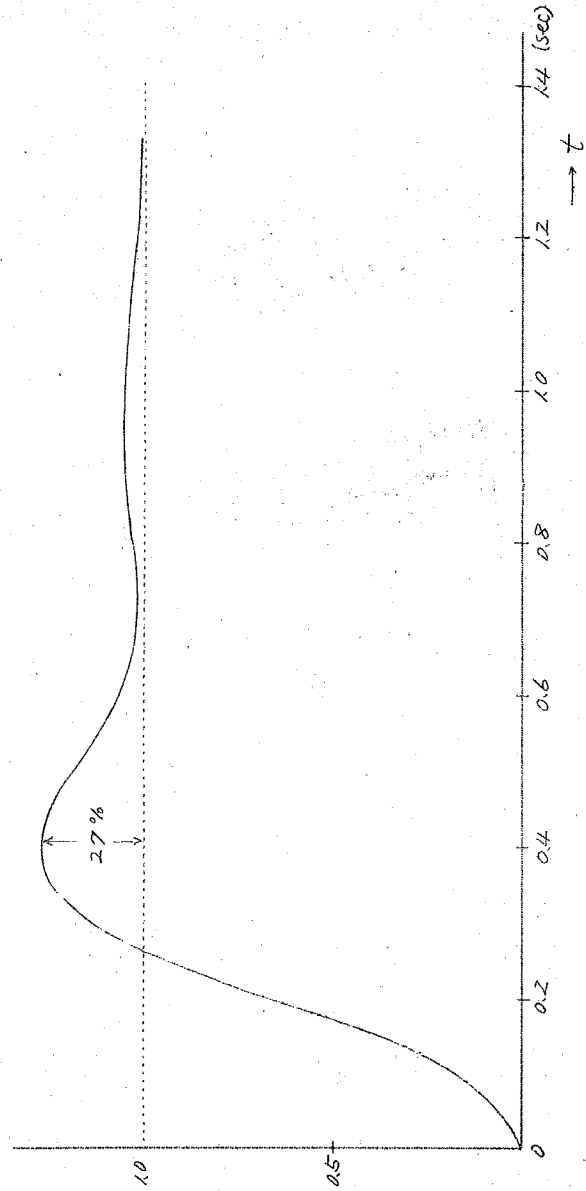
第 11.3 図

以上の特性改善は目標値変化に対する制御量についてであったが、外乱に対する制御量の過渡特性を改善する必要がある場合には誤差信号 $E(s)$ から外乱の印加点までの時間遅れを減ずればよい。その為には第11-45図に示す順序で並列補償に変換する方法である。

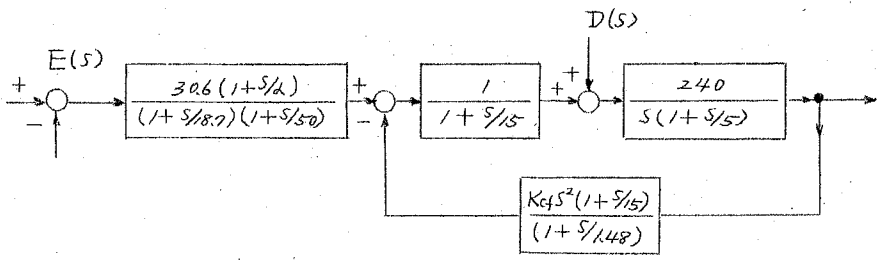
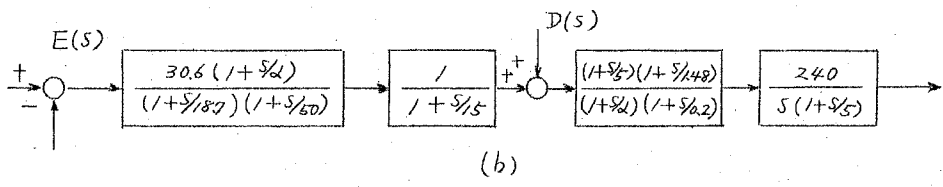
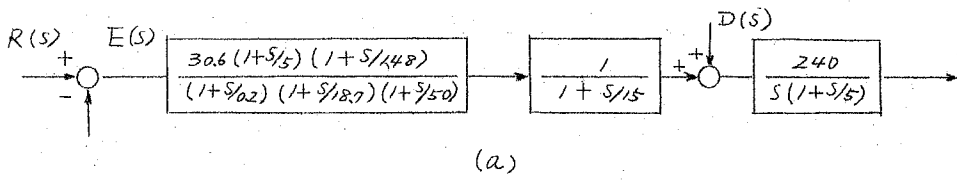
そうすると $E(s)$ から $D(s)$ までの伝達函数の内の最も大きな時間遅れを与える極 $-0.2$  (時定数 $5\text{sec}$ )を並列補償で与えること

になる。これについては Truxal 氏等の研究があるので、ここではその詳細を避けた。

第11-46図はよく補償された最終的なサーボ機構のブロック線図である。

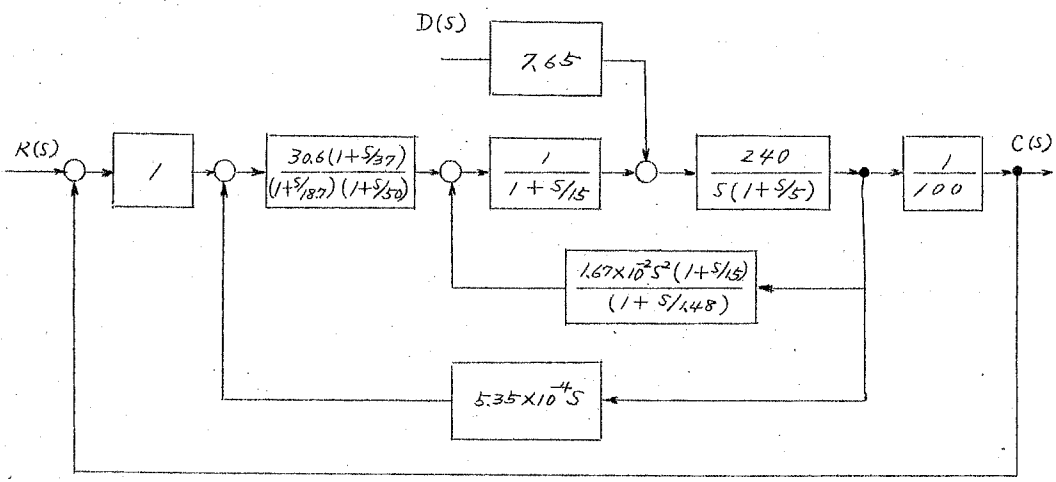


第11-44図



(c)  $\alpha = 37, K_{cf} = 1.67 \times 10^{-2}$

第 11 图 5



第 11 图 6

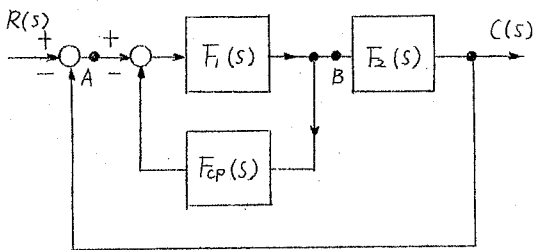
11.2. ダンピング・トランスによる並列補償とその場合の特性設計

前節のように直列補償による特性設計の結果得られた直列補償伝達函数よりそれと等価な並列補償伝達函数を求める場合、その伝達函数は種々の形になる。しかしながら実用上その形があるものに限定されている場合が少くない。ダンピング・トランスはその一例である。したがってこのような補償要素に対しては一般に直接その要素の持つ補償伝達函数内のパラメーターを指定代表根について求める方法をとらなければならない。ここではダンピング・トランスの伝達函数としてしられている補償伝達函数が

$$F_c(s) = \frac{K_c \cdot s / \omega_{sc}}{1 + s / \omega_{sc}} \quad (11.2.1)$$

の形として指定されている場合について代表根指定法を適用する。

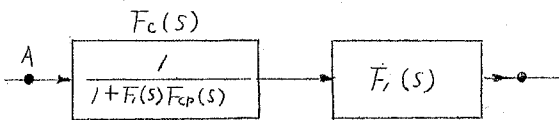
今、第11.17図(a)のように $F_1(s)$ の出力側より $F_{cp}(s)$ を通して $F_1(s)$ の入力側に帰還を行っているとする。同図に於いてA点よりB点までの伝達函数は明らかに第11.17図(b)のように等価の直列補償伝達函数 $F_c(s)$ と元の前向きの伝達函数 $F_1(s)$ との積になる。ここで $F_c(s)$ と $F_{cp}(s)$ 、 $F_1(s)$ との関係は次式のようになる。



(a)

$$F_c(s) = \frac{1}{1 + F_{cp}(s) \cdot F_1(s)} \quad \text{--- (11.2.2)}$$

上式で右辺には自由度は $F_{cp}(s)$ の持つ $K_c$ 及び $\omega_{sc}$ の2つしかないので一般には $F_c(s)$ を任意の補償伝達函数とした場合に、それに対応する $F_{cp}(s)$ を得ることはできない。たゞ $F_c(s)$ にある制限を与



(b)

第11.17図

えると  $F_c(s)$  に対する (11.2.1) 式の  $F_{cp}(s)$  を決めることができる。例えば

$$F_1(s) = \frac{K_1}{1 + s/w_{s1}} \quad (11.2.3)$$

$$F_c(s) = \frac{(1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{sc})}{(1 + s^n/w_{s1})(1 + s/nw_{sc})} \quad (11.2.4)$$

但し  $\left\{ \begin{array}{l} F_c(s) : \text{第1種遅れ進み補償伝達函数} \\ -w_{s1} \text{ は } F_1(s) \text{ の極} \\ -w_{sc} \text{ は } F_{cp}(s) \text{ の極} \end{array} \right.$

とする。(11.2.2) 式より

$$F_{cp}(s) = \frac{1}{F_1(s)} \left( \frac{1}{F_c(s)} - 1 \right) \quad (11.2.5)$$

であるから上式の右辺に (11.2.3), (11.2.4) 式を代入すると

$$\begin{aligned} F_{cp}(s) &= \frac{(1 + s/w_{s1})}{K_1} \left( \frac{(1 + s^n/w_{s1})(1 + s/nw_{s1})}{(1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{sc})} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{K_1} \frac{(1 + s^n/w_{s1})(1 + s/nw_{sc}) - (1 + s/w_{s1})(1 + s/w_{sc})}{1 + s/w_{sc}} \end{aligned}$$

これを整理すると

$$F_{cp}(s) = \frac{(n-1)}{K_1} \left( \frac{w_{sc}}{w_{s1}} - \frac{1}{n} \right) \frac{s/w_{sc}}{1 + s/w_{sc}} \quad (11.2.6)$$

ここで

$$\frac{(n-1)}{K_1} \left( \frac{w_{sc}}{w_{s1}} - \frac{1}{n} \right) = K_c \quad (11.2.7)$$

とすると (11.2.6) 式の  $F_{cp}(s)$  は (11.2.1) と全く同形になる。このことを逆に云えば、(11.2.3) 式のように一次遅れをもつ伝達函数  $F_1(s)$  に (11.2.1) 式の形の並列補償伝達函数で帰還補償

をほどこすと、(11.2.4)式の形の第1種遅れ進み補償伝達函数で直列補償を行ったことと等価となり、その2つの零点はそれぞれ  $F_1(s)$ ,  $F_{cp}(s)$  の極に等しくなる。

以上のことは  $F_1(s)$  が高次遅れをもつようになると成立たなくなることは明らかである。しかしながら高次の遅れをもつ  $F_1(s)$  にダンピング・トランスで並列補償をほどこす場合には補償機能として遅れ進み補償伝達函数によく似たものになる。以下その類似点及び差異点について論ずる。

今、 $F_1(s)$  の形が

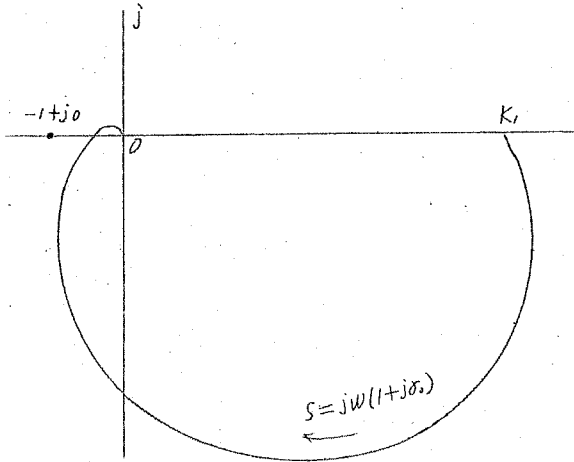
$$F_1(s) = \frac{K_1}{(1+s/\omega_{s1})(1+s/\omega_{s2})} \quad (11.2.5)$$

で与えられているとし、その  $s$  を指定根  $s_0$  と原点をむすぶ半直線に沿って変化した場合の  $F_1(s)$  の複素周波数軌跡を画くと第11.18図(a)のように第2象限にまでその軌跡が達する。又、

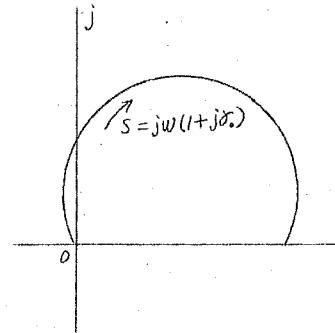
$F_{cp}(s) = \frac{K_c s/\omega_{sc}}{1+s/\omega_{sc}}$  の同様な複素周波数軌跡は第11.18図(b)である。これら2つの軌跡より  $F_{cp}(s) \cdot F_1(s)$  の複素周波数軌跡は第11.18図(c)のようになるが、同図で  $-1+j0$  の点に最も接近した点  $a$  の  $s$  の値近くに  $1 + F_{cp}(s) \cdot F_1(s)$  の零点、云いかえれば、(11.2.2)式より  $F_c(s)$  の極が存在し、それは多くの場合、複素極となることが想像される。(この傾向は  $F_1(s)$  の分母の次数が高い程強い) 第11.19図は第11.18図(c)で  $-1+j0$  を原点とした場合の軌跡、即ち  $1 + F_{cp}(s) \cdot F_1(s)$  の軌跡より得た  $\sqrt{1 + F_{cp}(s) \cdot F_1(s)}$  即ち  $F_c(s)$  の複素周波数軌跡である。同図によると軌跡の起点

$-1+j0$  より原点付近までは点曲線で示した第1種遅れ進み補償伝達函数の軌跡に似ているが、原点より軌跡に引いたベクトルの位相に<sup>進み</sup>にしたがってこの軌跡よりはなれて行き第11.18図(c)の点  $a$  に<sup>お</sup>相当する  $s$  の値  $s_r$  では最も大きく原点よりはなれ、共振状態となることかわかる。したがって第11.19図で軌跡が実軸を原点付近で切る点  $P$  前後で補償を行うような場合には、このよ

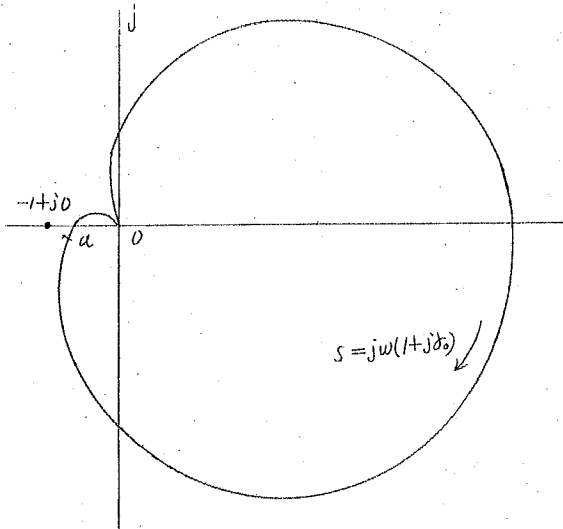
うな並列補償は遅れ進み補償伝達函数による直列補償の結果に似ているが共振の軌跡が進んでいるような点で補償を行う場合には丁度指定根近くに  $1/(1+F_{cp}(s) \cdot F_1(s))$  による複素極が現われることになり、代表根の留数条件を満足しにくくなって来る。



(a)  $F_c(s)$  の軌跡



(b)  $F_{cp}(s)$  の軌跡



(c)  $F_1(s) \cdot F_{cp}(s)$  の軌跡

第 11.18 図

$F_1(s)$ ,  $F_{cp}(s)$  及び  $F_1(s) \cdot F_{cp}(s)$  の複素周波数軌跡

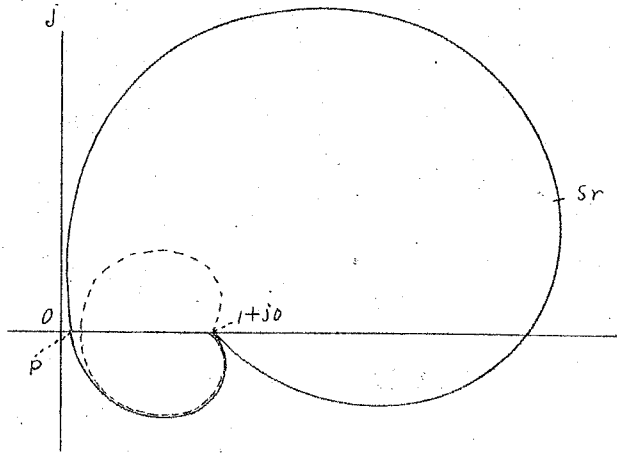
(320)



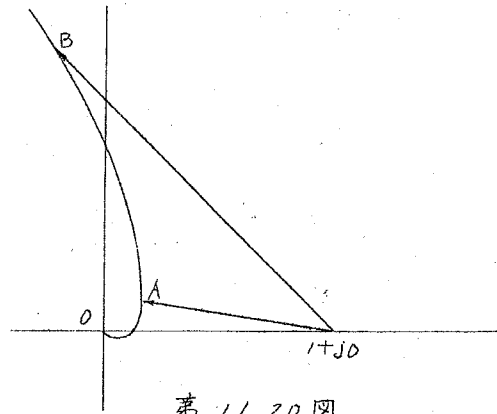
代表根指定法によると、特性設計のはじめに補償ベクトル軌跡を画くのであるが、その軌跡が第11-20図とすると、前述の理由で点Aに相当する補償ベクトルのようにその大きさが1にくらべて十分に小さく、又その位相角が90°より小さい場合には遅れ進み補償と同様の結果を得るが、点Bに相当する補償ベクトルのように前の条件を満足していない場合には指定根近くに表われる複素極によって指定根が代表根の条件を満足しなくなると考えてもよい。このことを代表根の留数条件より考えてみよう。

第11-19図(a)に於いて目標値 $r$ の単位階段状変化に対する誤差 $E$ 、即ち基本誤差応答での指定根 $s_0$ の留数を求めると次のようになる。

$$A_0 e^{j\psi_0} = \frac{1}{\frac{d}{ds} \left( 1 + \frac{F_1(s)F_2(s)}{1 + F_1(s)F_{EP}(s)} \right)_{s=s_0}}$$



第11-19図  $1/(1 + F_{EP}(s) \cdot F(s))$  の複素周波数軌跡  
点線は第1種遅れ進み補償伝達函数の軌跡



第11-20図

$$= \frac{1}{s_0} \left/ \left\{ \frac{d \ln V_F(s)}{ds} + \frac{d \ln V_Z(s)}{ds} + (g_c e^{-j\phi_c} - 1) \left( \frac{d \ln V_T(s)}{ds} + \frac{d \ln V_{Fcp}(s)}{ds} \right) \right\} \right|_{s=s_0} \quad \text{----- (11.2.9)}$$

上式を2.4で説明した留数の図的な解求法にしたがって(2.4.16)式のような変換を行うと、

$$A_0 e^{j\phi_0} = \left[ \dot{U}' / \left\{ \sum \dot{U}_{li} + \sum \dot{U}_{zi} + (g_c e^{-j\phi_c} - 1) (\sum \dot{U}_{li} + \sum \dot{U}_{cpi}) \right\} \right]^* \quad (11.2.10)$$

但し

$$\dot{U} = - \left( \frac{\omega_0^2}{s_0 + \omega_s} \right)^*$$

$$\sum \dot{U}_{li} = - \left( \omega_0^2 \frac{d \ln V_F(s)}{ds} \right)_{s=s_0}^*$$

$$\sum \dot{U}_{zi} = - \left( \omega_0^2 \frac{d \ln V_Z(s)}{ds} \right)_{s=s_0}^*$$

$$\sum \dot{U}_{cpi} = - \left( \omega_0^2 \frac{d \ln V_{Fcp}(s)}{ds} \right)_{s=s_0}^*$$

(11.2.10)式の右辺の分母を $\dot{U}_s$ とする。更にその前半を

$$\sum \dot{U}_{li} + \sum \dot{U}_{zi} = \dot{U}_s' \quad (11.2.11)$$

とする。ここで $\dot{U}_s'$ は既知の $V_F(s) \cdot V_Z(s)$ より得られ、前もって第11.21図のように画くことができる。又、残りのベクトルを

$$(g_c e^{-j\phi_c} - 1) (\sum \dot{U}_{li} + \sum \dot{U}_{cpi}) = \dot{U}_c \quad (11.2.12)$$

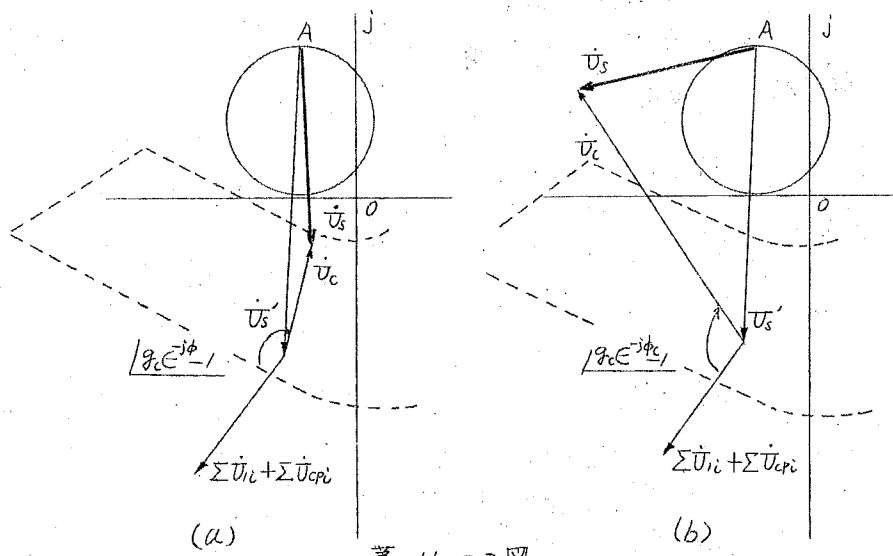
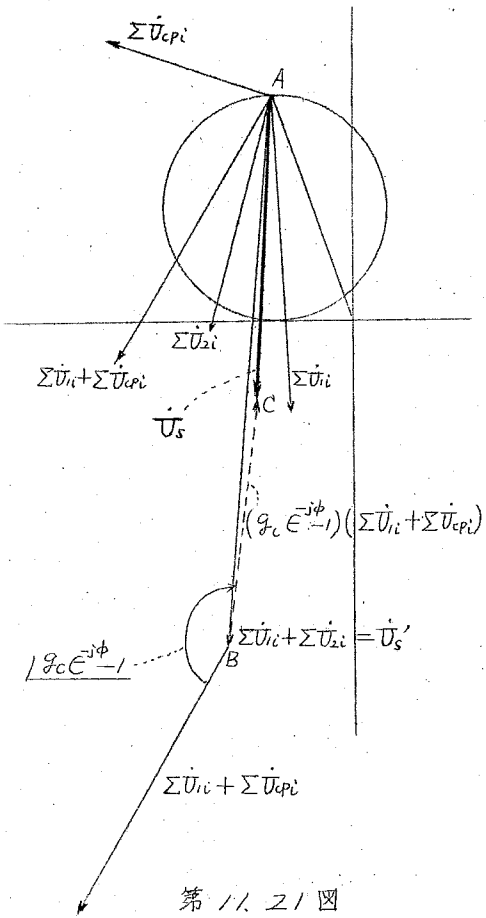
とすると

$$\dot{U}_s = \dot{U}_s' + \dot{U}_c \quad (11.2.13)$$

で表わされる。これは(2.4.28)式と同形で $\dot{U}_s$ が代表根の留数限界内に入るかどうかは $\dot{U}_c$ によって決る。

(11.2.12)式で $\sum \dot{U}_{li} + \sum \dot{U}_{cpi}$ は第11.21図に示されるが、普通このベクトルの向きは大抵 $\dot{U}_s'$ と同方向である。今、このベクトルを $\dot{U}_s'$ の先端につき足し、後、それを(11.2.12)左辺の $g_c e^{-j\phi_c} - 1$ の位相角 $\angle g_c e^{-j\phi_c} - 1$ だけ回転し、その長さを $|g_c e^{-j\phi_c} - 1|$ 倍する

と、その先端Cへ点A（指定根の位置）よりひいたベクトルが求める  $\vec{U}_s$  となる。（なぜなら  $\vec{BC}$  は  $\vec{U}_c$  (11.2.12式) に等しいゆえ）。ところで第11.22図(a)に示すような  $\vec{U}_s'$  及び  $\sum \vec{U}_{ci} + \sum \vec{U}_{cpi}$  であり、かつ補償ベクトル  $g_c \angle \phi_c$  が第11.20図で  $\vec{OA}$  であったとすると  $g_c e^{j\phi_c} - 1$  は  $\vec{PA}$  になり、その大きさは1より小さく位相角は  $\pi$  より小さいが  $\pi$  に近い値である。したがってこの場合には第11.22図(a)のように  $\vec{U}_s$  が代表根の留数条件を満たすような  $\vec{U}_c$  が得られる。一方、補償ベクトルが第11.20図で  $\vec{OB}$  のような位相角、大きさ共に  $\vec{OA}$  より大きい場合、図でわ



かるように  $g_c e^{j\phi_c}$  の  $\vec{PB}$  の大きさは  $\rho$  より可成り大きくなり、その位相角も又  $\pi$  より小さく、その絶対値は  $\vec{PA}$  よりも小さい。したがって第 11.22 図 (b) で示すように、この場合の  $\vec{U}_c$  は  $\vec{U}_s$  が代表根の留数条件を満さないような大きさ及び位相角をもつ。

以上説明したように補償ベクトルによって指定したとおりの代表根を与えることが不可能な場合があり、補償ベクトルに何らかの条件を設けることが必要であるが、 $U_s, \sum U_i, \sum U_{epi}$  の大きさによってその条件が変わるので定量的に条件を設定することは困難である。しかしながら、こゝでは

$$|g_c e^{j\phi_c} - 1| < \rho \quad (11.2.14)$$

を満足するような  $g_c e^{j\phi_c}$  を選び、その補償ベクトルに対応する  $w_0$  の値を近似的に指定根の虚数部の上限であると考える。

さて以上のようにして得られた補償ベクトルと直列補償伝達函数  $F_c(s)$  に指定根  $s_0$  を代入したものが等しいとおいて、

$$F_c(s_0) = g_c e^{j\phi_c} \quad (11.2.15)$$

より  $F_c(s)$  のパラメータを決めるのであるが (11.2.2) 式と (11.2.15) 式より

$$\frac{1}{1 + F_{cp}(s_0) F_1(s_0)} = g_c e^{j\phi_c} \quad (11.2.16)$$

$$\therefore F_{cp}(s_0) = \frac{1}{F_1(s_0)} (g_c e^{j\phi_c} - 1) \quad (11.2.17)$$

ところで補償ベクトル  $g_c e^{j\phi_c}$  は定義により

$$g_c e^{j\phi_c} = e^{j\pi} / F_1(s_0) \cdot F_2(s_0) \quad (11.2.18)$$

したがって (11.2.17) 式、(11.2.18) 式より

$$F_{cp}(s_0) = \frac{1}{-g_c e^{j\phi_c} \cdot F_1(s_0)} (g_c e^{j\phi_c} - 1)$$

$$\therefore F_{cp}(s_0) = F_2(s_0)(g_c e^{j\phi_c} - 1) \quad (11.2.19)$$

上式で右辺は補償前の系の伝達函数より得られるベクトル量であるのでこれを

$$F_2(s_0)(g_c e^{j\phi_c} - 1) = g_{cp} e^{j\phi_{cp}} \quad (11.2.20)$$

とし、 $g_{cp} e^{j\phi_{cp}}$  を並列補償ベクトルと呼び  $g_c e^{j\phi_c}$  と区別する。

(11.2.20)式と(11.2.19)式より

$$F_{cp}(s_0) = g_{cp} e^{j\phi_{cp}} \quad (11.2.21)$$

が得られるが、これが並列補償伝達函数を決定する方程式で、丁度(5.1.23)式に相当する。更に(11.2.21)式左辺に(11.2.1)式を代入すると方程式

$$\frac{K_c \cdot s_0 / \omega_{sc}}{1 + s_0 / \omega_{sc}} = g_{cp} e^{j\phi_{cp}} \quad (11.2.22)$$

が得られるが上式より  $K_c$  及び  $\omega_{sc}$  についての“補償公式”を求めると次式のようなになる。

$$\omega_{sc} = \frac{\omega_0(1 + \delta_0)}{\delta_0 + \cot\phi_c} \quad (11.2.23)$$

$$K_c = \frac{g_{cp}}{\cos\phi_{cp} + \delta_0 \sin\phi_{cp}} \quad (11.2.24)$$

又、この補償伝達函数の補償限界は丁度5.2-2の補償伝達函数

$$F_c(s) = K \left( 1 + \frac{\omega_s}{s} \right) \quad (11.2.25)$$

の補償限界(第5.2表参照)と実軸に対して相反関係になる。

その理由は並列補償伝達函数

$$F_{cp}(s) = \frac{K_c s / \omega_{sc}}{1 + s / \omega_{sc}} \quad (11.2.1)$$

の逆数

$$\frac{1}{F_{cp}}(s) = \frac{1}{K_c} \left( 1 + \frac{w_{sc}}{s} \right) \quad (11.2.26)$$

は丁度 (11.2.25) 式の S2-2 の補償伝達函数と同形であるからである。

又、S2-2 の補償伝達函数に対する対数補償計算線図 (別図 II) をそのままこの  $F_{cp}(s)$  (11.2.1) 式に適用することができる。

即ち (11.2.22) 式より

$$\frac{1}{K_c} \left( 1 + \frac{w_{sc}}{s_0} \right) = \frac{1}{g_{cp}} \quad (11.2.27)$$

となるが、 $g_{cp} e^{j\phi_{cp}}$  の逆数  $1/(g_{cp} e^{j\phi_{cp}})$  より別図 II の S2-2 の対数補償計算線図を用いて  $K_c$  即ち  $1/K_c$  及び  $w_{sc}$  の値を直に求めることができる。その手順を具体的に列挙しよう。

(1) 別図 II の対数補償計算線図の原点を  $\phi_0$  の値に応じて移動する。  
(原点は各  $\phi_0$  について線図に明記してある)

(2) 対数補償計算線図と同目盛の半透明の片対数方眼紙に並列補償ベクトル  $g_{cp} e^{j\phi_{cp}}$  の逆数  $1/(g_{cp} e^{j\phi_{cp}})$  をプロットする。その点を P とする。

(3) 点 P を通る  $\phi_0$  の目盛線より読みとった値  $k'$  より求める  $K_c$  は

$$K_c = 1/k'$$

(4) 点 P より  $\log g$  軸に平行線を引き、例えば  $\phi_0 = a_3$  の場合には曲線 (Z) ( $\phi_0 = a_4, a_5, a_6$  の場合にはそれぞれ曲線 (y), 曲線 (x), 曲線 (w)) との交点を P' とし、この点より  $\phi$  軸に平行線を引き、線図の最上部にある  $\Omega_s$  の軸との交点を P'' とすると、その点の  $\Omega_s$  の読みより

$$w_{sc} = \Omega_s \cdot w_0 \quad (\text{但し } w_0: \text{指定根の虚数部})$$

で  $w_s$  の値をもとめる。

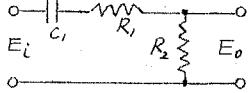

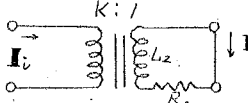
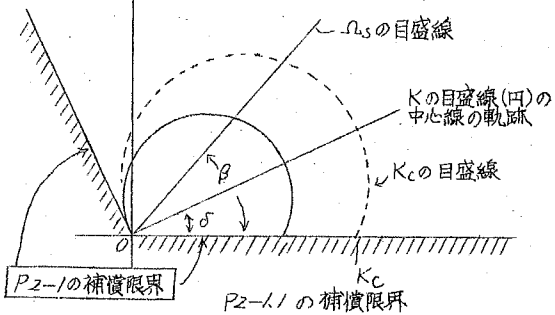
(5) 以上求めた  $K_c$  及び  $w_s$  より並列補償伝達函数

$$F_{cp}(s) = \frac{K_c s/w_{sc}}{1 + s/w_{sc}}$$

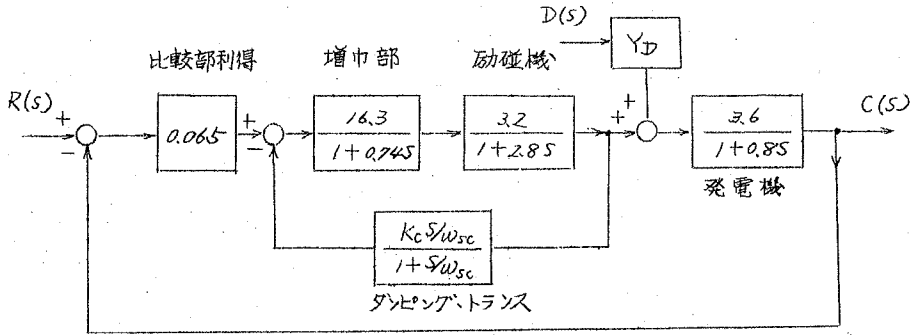
が得られる。

なお、(11.2.1) 式の並列補償伝達函数を P2-1 の補償伝達函数とよぶ。この P2-1 の補償伝達函数に関する諸事項を第 11/1 表に一括して示す。

第 1 / 1 / 表 補償回路設計一括表

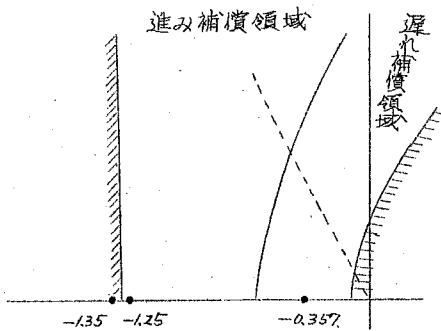
補償伝達函数番号		補償伝達函数	用途																	
P 2 - 1		$\frac{K_c S/\omega_{sc}}{1 + S/\omega_{sc}}$	並列補償用 (定常利得 0)																	
補償公式		$\omega_s = \frac{\omega_o(1 + \delta_o^2)}{\delta_o + \cot \phi_{cp}}$ $K_c = \frac{g_{cp}}{\cos \phi_{cp} + \delta_o \sin \phi_{cp}}$																		
補償回路例	回路構成例	パラメータと回路素子との関係	回路素子の計算式																	
		$\omega_{sc} = \frac{1}{R_1 + R_2}$ $K_c = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$	$R_1 = \frac{1}{C} \cdot \frac{1 - K_c}{\omega_{sc}}$ $R_2 = \frac{K_c}{C \omega_{sc}}$																	
		$\omega_{sc} = R_1/L_1$ $K_c = K : \text{巻線比}$	$R_1 = L_1 \omega_{sc}$																	
	$\omega_{sc} = R_2/L_2$ $K_c = K : \text{巻線比}$	$R_2 = L_2 \omega_{sc}$																		
補償計算線図		参考事項																		
補償計算線図			(1) $\Omega_s = \omega_s/\omega_o$ (2) 補償可能範囲 $\Omega_s > 0$ P2-1.1 は $1 > K_c > 0$ (実線の円内) P2-1.2, P2-1.3 では $K_c > 0$ (斜線のない部分)																	
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>目盛線の形状</th> <th>形</th> <th><math>\Omega_s</math> の目盛線</th> <th><math>K_c</math> の目盛線</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">状態・位置</td> <td>直線</td> <td></td> <td>円</td> </tr> <tr> <td>(1) 原点を通る</td> <td></td> <td>(1) 中心線の傾斜角 <math display="block">\delta = \tan^{-1} \delta_o</math></td> </tr> <tr> <td>(2) 傾斜角 <math display="block">\beta = \cot^{-1} \left( \frac{1 + \delta_o^2}{\Omega_s} - \delta_o \right)</math></td> <td></td> <td>(2) 円の直径 <math>K_c \sqrt{1 + \delta_o^2}</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(3) 原点と <math>(K_c, 0)</math> の点を通る。</td> </tr> </tbody> </table>	目盛線の形状	形	$\Omega_s$ の目盛線	$K_c$ の目盛線	状態・位置	直線		円	(1) 原点を通る		(1) 中心線の傾斜角 $\delta = \tan^{-1} \delta_o$	(2) 傾斜角 $\beta = \cot^{-1} \left( \frac{1 + \delta_o^2}{\Omega_s} - \delta_o \right)$		(2) 円の直径 $K_c \sqrt{1 + \delta_o^2}$				(3) 原点と $(K_c, 0)$ の点を通る。	
目盛線の形状	形	$\Omega_s$ の目盛線	$K_c$ の目盛線																	
状態・位置	直線		円																	
	(1) 原点を通る		(1) 中心線の傾斜角 $\delta = \tan^{-1} \delta_o$																	
	(2) 傾斜角 $\beta = \cot^{-1} \left( \frac{1 + \delta_o^2}{\Omega_s} - \delta_o \right)$		(2) 円の直径 $K_c \sqrt{1 + \delta_o^2}$																	
			(3) 原点と $(K_c, 0)$ の点を通る。																	

# 特性設計例



第 11.23 図 電圧調整系のブロック線図

第 11.23 図に示すような電圧調整系について特性設計を行ってみよう。目的はダンピング・トランスによって出来るだけ速い応答を得ることである。応答が速いと当然外乱に対する過渡最大誤差が減るはずである。



第 11.24 図

先ず、この系の補償ベクトル軌跡を画いてみる。代表根の減衰度を  $\sigma_0$  とすると第 11.24 図でわかるようにこの系に指定する代表根の  $\omega_0$  の値は  $1 \text{ rad/sec}$  前後である。したがって  $\omega_0$  を 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0 として計算した補償ベクトルは第 11.2 表になる。

ここで

$$g_c e^{j\theta_c} = e^{-j\theta} \frac{(1+0.745s)(1+2.85s)(1+0.85s)}{1.22}$$

である。この表にもとづいて補償ベクトル軌跡を画くと第 11.25 図となるが同図より

$$|g_c e^{j\theta_c} - 1| < 1$$

を満足する  $\omega_0$  の値は、

$$(3.28)$$



$$\omega_0 < 1.6 \text{ rad/sec}$$

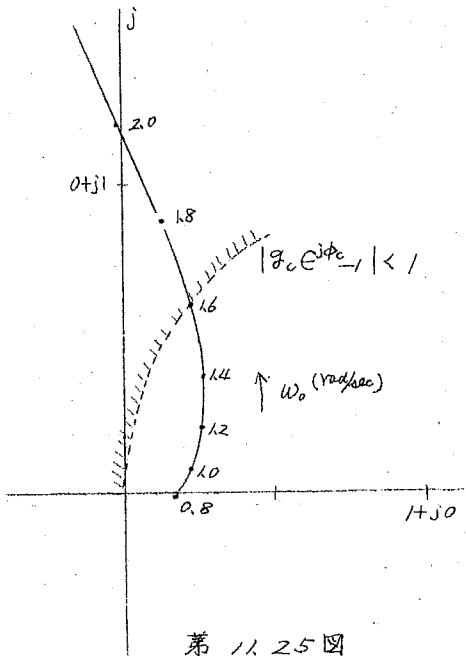
であることがわかる。こゝでは

$\omega_0$	$1+0.745$	$1+0.85$	$1+2.85$	$g_c \angle \phi_c$
0.8	0.93 $\angle 40^\circ$	0.94 $\angle 42.8^\circ$	2.24 $\angle 92.6^\circ$	0.163 $\angle -46^\circ$
1.0	0.98 $\angle 50^\circ$	1.01 $\angle 52.8^\circ$	2.84 $\angle 97.5^\circ$	0.234 $\angle 20.3^\circ$
1.2	1.05 $\angle 58^\circ$	1.10 $\angle 62^\circ$	3.46 $\angle 101^\circ$	0.333 $\angle 41^\circ$
1.4	1.15 $\angle 66^\circ$	1.21 $\angle 72^\circ$	4.05 $\angle 103^\circ$	0.477 $\angle 61^\circ$
1.6	1.26 $\angle 72^\circ$	1.34 $\angle 73.5^\circ$	4.7 $\angle 105^\circ$	0.658 $\angle 70.5^\circ$
1.8	1.39 $\angle 77.5^\circ$	1.48 $\angle 78.5^\circ$	5.3 $\angle 106^\circ$	0.91 $\angle 81.8^\circ$
2.0	1.52 $\angle 80^\circ$	1.63 $\angle 82.8^\circ$	5.95 $\angle 107.5^\circ$	1.2 $\angle 90.3^\circ$

第 11.2 表 補償ベクトル (但し  $\delta_0 = 0.5$ )

$$\omega_0 = 1.4 \text{ rad/sec}$$

が適当であるとする。



次に (11.2.20) 式によって  
 $\omega_0 = 1.4 \text{ rad/sec}$  のときの並列補償  
 ベクトル  $g_{cp} e^{j\phi_{cp}}$  を計算する。  
 こゝで第 11.23 図より

$$F_2(s) = \frac{0.065 \times 3.6}{1 + 0.85s}$$

であるから  $s_0 = j1.4(1 + j0.5)$   
 に対しては

$$F_2(s_0) = \frac{0.065 \times 3.6}{1.21 e^{j92.2^\circ}} = 0.193 e^{-j92^\circ}$$

$$\begin{aligned} \text{又、 } g_c e^{j\phi_c} - 1 &= 0.477 e^{j61^\circ} - 1 \\ &= 0.251 + j0.417 - 1 \end{aligned}$$

$$= -0.769 + j0.417$$

$$= 0.83 E^{j150^\circ}$$

したがって (11.2.20) 式により

$$g_{cp} E^{j\phi_{cp}} = 0.193 E^{-j72^\circ} \times 0.83 E^{j150^\circ}$$

$$= 0.16 E^{j78^\circ}$$

この値よりここでは (11.2.23) 式, (11.2.24) 式の補償式を用いて  $K_c$ ,  $\omega_{sc}$  を求めてみる。

$$1 + \delta_0^2 = 1.25$$

$$\sin \phi_{cp} = \sin 78^\circ = 0.978$$

$$\cos \phi_{cp} = \cos 78^\circ = \sin 12^\circ = 0.208$$

$$\cot \phi_{cp} = \cot 78^\circ = 0.208 / 0.978 = 0.213$$

これらの値より

$$\omega_{sc} = \frac{1.4 \times 1.25}{0.5 + 0.213} = 2.46 \text{ rad/sec}$$

$$K_c = \frac{0.16}{0.208 + 0.5 \times 0.978} = \frac{0.16}{0.208 + 0.489} = 0.22$$

したがって求めるダンピング、トランスの伝達関数  $F_{cp}(s)$  は

$$F_{cp}(s) = \frac{0.22s/2.46}{1 + s/2.46}$$

となる。

第 11.26 図は  $\bar{U}_s$  を (11.2.10) 式の名分母に従って図的に求めたものである。同図より明らかのように、 $\bar{U}_s$  は代表根の留数条件を満足していると考えることができる。

次に外乱に対する応答を以上の結果より検討する。

今、全負荷変動に対する制御対象の電圧変動率  $\eta$  を 10% と

すると、この系の  
一巡定常利得  $K_{over}$   
は 12.2 であるから、  
制御時の系の  
定常電圧変動率は  
(10.2.9) 式より

$$\eta = \frac{12.2}{1 + 12.2}$$

$$\doteq 0.76\%$$

である。又その場  
合の最大過渡変動  
率  $\eta_m$  を求めよう。  
基本誤差応答が最  
初に 0 になる時間  
 $t_0$  は (10.3.9)  
式より

$$t_0 = \frac{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} 0.5}{1.4}$$

$$= \frac{2.03}{1.4} \doteq 1.45 \text{ sec}$$

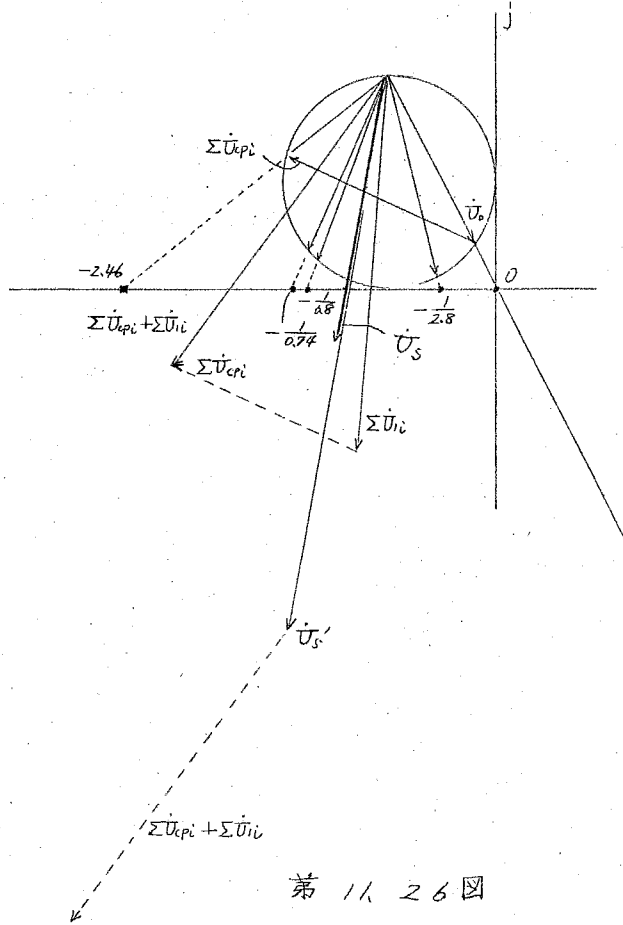
こゝでは (10.3.3) 式の  $F_f(s)$  は第 11.23 図より

$$F_f(s) = \frac{3.6}{1 + 0.8s}$$

であり、したがって、

$$T_d = 0.8 \text{ sec} \quad n = \infty$$

に相当する。したがって、



第 11.26 図

$$\tau_d = \frac{T_d}{t_0} = \frac{0.8}{1.45} = 0.55$$

となる。第 10.10 図で  $\tau_d = 0.55$ ,  $n = \infty$  に対する  $\eta_m/\eta_0$  及び  $\tau_m$  を求めると。

$$\eta_m/\eta_0 = 0.47$$

$$\tau_m = 0.57$$

したがって

$$\eta_m = 0.47 \times \eta_0 = 0.47 \times 10\%$$

$$\therefore \eta_m = 4.7\%$$

又、

$$t_m = \tau_m t_0 = 0.57 \times 1.45 \text{ sec}$$

$$\therefore t_m \doteq 0.83 \text{ sec}$$

以上は  $\omega_0 = 1.4 \text{ rad/sec}$  について特性設計を行ったが、 $\omega_0 = 1.6 \text{ rad/sec}$ 、 $1.8 \text{ rad/sec}$  の場合の  $\zeta_{cp}$ ,  $\phi_{cp}$ ,  $K_c$ ,  $\omega_{sc}$  は第 11.3 表に示す。又、これらの場合の指定根の留数の逆数  $1/(A_0 \epsilon^j\%)$  の軌跡は第 11.27

$\omega_0$	$s_0$	$\zeta_{cp} / \phi_{cp}$	$K_c$	$\omega_{sc}$
1.4	$-0.7 + j1.4$	$0.16 / 78^\circ$	0.22	2.46
1.6	$-0.8 + j1.6$	$0.174 / 68^\circ$	0.207	2.21
1.8	$-0.9 + j1.8$	$0.197 / 56^\circ$	0.168	1.6

第 11.3 表

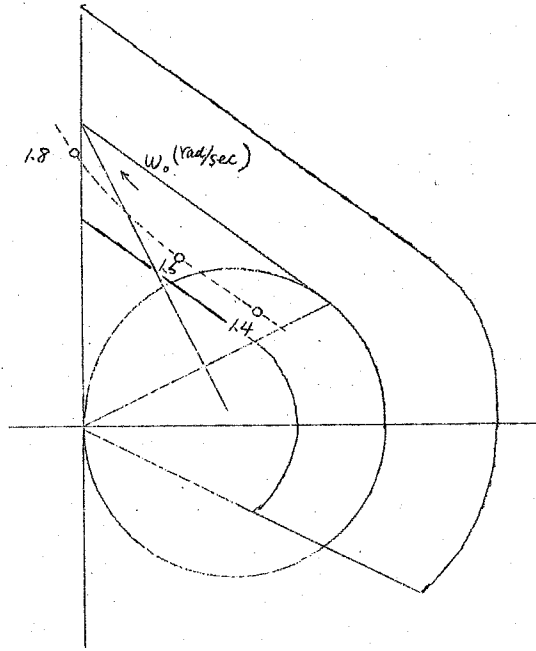
図に示す。同図をみてわかるように  $\omega_0 > 1.8 \text{ rad/sec}$  では指定根は代表根とならない。

即ち  $\omega_0 > 1.8 \text{ rad/sec}$  では指定根以外の根の影響が急激に表われて来る。

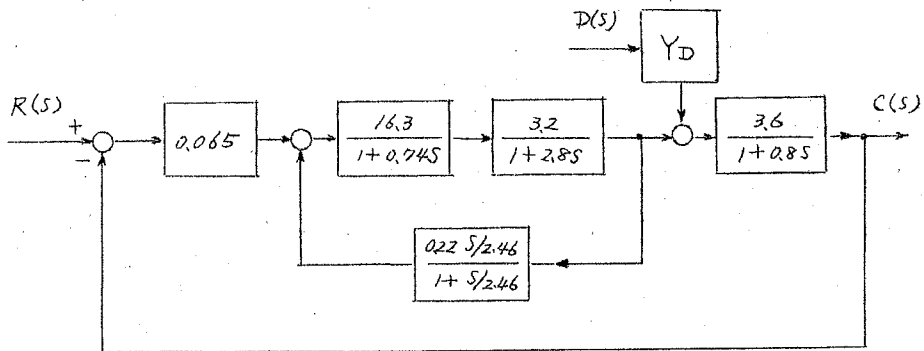
又、 $\omega_0 = 1.6 \text{ rad/sec}$  の場合にも代表根の留数条件を満足することかわかるが、この場合、第10, 22図でも説明したように実根の正方向の影響が現われ、調整系としては望ましくない。

第11, 28図は代表根  $\bullet 0.7 + j1.4$  とした場合の特性設計結果を示すブロック線図である。

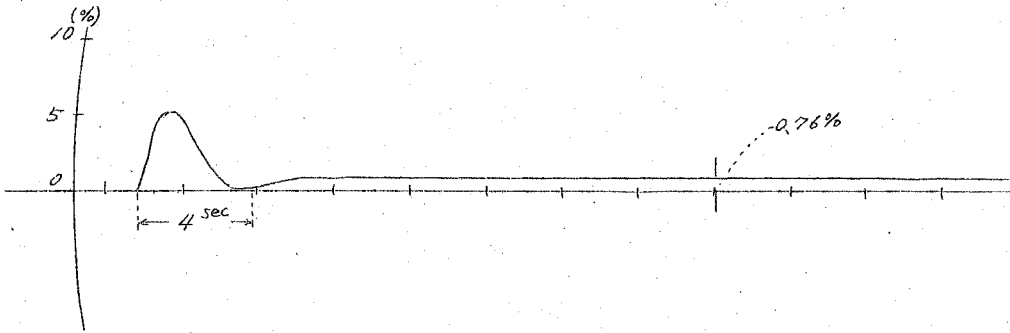
又、第11, 29図は階段状外乱に対する電圧変動率の時間的経過を示すものである。



第11, 27図 逆留数軌跡及び代表根留数限界図



第11, 28図 補償後の系の  
ブロック線図



第1129図 補償後の電圧調整系の過渡応答

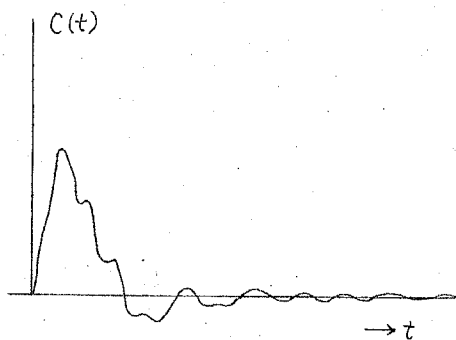
外乱：階段状全負荷

応答：電圧変動率(%)

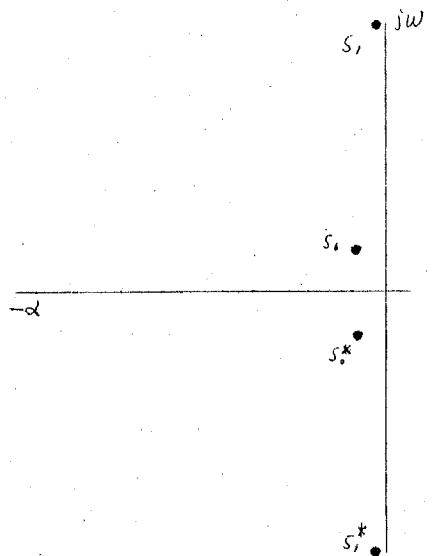
横軸 ----- 1目盛  $\frac{8}{15}$  sec

以上、ダンピング、トランスを用いた並列補償に対する特性設計について説明したが、この場合、次の事に注意しなければならない。

すなわち、ダンピング、トランスを通るループの利得が高すぎる場合、たとえ、指定根が代表根の留数条件を満足していても、



第130図



第131図

これ以外の振動根のため第 11.30 図のような連成振動をもつ応答になる場合が考えられる。これは、その系の極の配置が第 11.31 図に示すように、根平面上、指定根のはるか上方に虚軸近くに他の複素根が存在する場合に相当する。

第 11.28 図に示した設計結果では、このような現象が起らないか、そのようなおそれのある場合には、その系の開ループ又は開ループ周波数特性を画いて検討する必要がある。もし、代表根近くの周波数以上の領域で著しい共振特性の現われるような開ループ周波数特性であれば、その系の応答には連成振動現象があると考えてもよい。

## 第12章 結 言

自動制御系特性設計法としての代表根指定法の特徴及び利点を要約すると、大体次の事があげられる。

- (1) 本方法により自動制御系の基本応答に支配的な根、すなわち代表根を正確にその系に持たすことができる。又、同時にそれ以外の根の位置をも制御することが可能である。  
したがって、仕様に対応する代表根を自動制御系に持たせることにより、特性設計を行うことができる。
- (2) 特性補償に用いられるいくつかの基本的な補償伝達函数について補償公式、補償限界図、補償計算線図が得られる。  
したがって、これらの使用により補償伝達函数の補償能力を最大限に利用でき、しかもその定数算定が容易に行える。
- (3) 前項と同様にして、多自由度をもつや、複雑な補償伝達函数の諸定数の算定も容易である。
- (4) 代表根の定義を、基本応答 ( $S$  表示) についてのその根における留数 (これを簡単に代表根の留数とよぶ) 範囲によつて与えている。この留数は簡単な式又は方法によつて求めることができる。
- (5) 補償ベクトル軌跡上のいくつか点について補償計算を行い、この結果に留数判定を組合して最適調整を行うことも可能である。
- (6) 外乱に関する正確な特性設計が可能である。
- (7) 直列補償と同様、並列補償に関する特性設計ができる。
- (8) 極、零点配置による特性設計法の特徴としてであるが、過渡特性設計は勿論、周波数特性設計にも同じように、容易に応用できる。

又、一方、問題点として、次の二つが考えられる。



(1). 代表根の定義をそれに関する留数によつて行つたわけであるが、第2章でも説明したように、代表根の留数の条件に合わないが、その応答波形が満足すべきものであつたり、逆に条件に合つていても、代表根にならない場合も、あり得る。したがつて、そのようなおそれのある場合には、補償後充分に検討しなければならぬ。

特に、後者の例として並列補償があげられるが、この場合、並列補償によりできた補助ループの安定性如何によつて連成振動を誘起するので、この点、周波数特性法等で検討しなければならぬ。例えば、その補助ループの開ループ周波数特性より得た位相余裕が小さいほど連成振動をおこす可能性が強い。この位相余裕をどの程度にすればよいか残された問題であるが、大体、指定した代表根の  $\gamma_0$  の値に対応する位相余裕  $\theta_{pm}$

$$\gamma_0 = 0.3 \quad \dots \dots \theta_{pm} = 32^\circ$$

$$\gamma_0 = 0.4 \quad \dots \dots \theta_{pm} = 40^\circ$$

$$\gamma_0 = 0.5 \quad \dots \dots \theta_{pm} = 47^\circ$$

$$\gamma_0 = 0.6 \quad \dots \dots \theta_{pm} = 52^\circ$$

以上であれば、連成振動をおこす危険性が少いとみてよい。

(2) 代表根の  $\gamma_0$  の値と基本過渡応答の行き過ぎ量との関係は  $e^{-\pi\gamma_0}$  で大体与えられるが、この関係は他の根の影響のため、設計結果により相当異つてくる。この差異を設計前に正確にすることは困難である。

しかしながらその傾向は次のようにして大体しることが出来る。

一般に、制御系の速度誤差定数  $K_{v1}$  がその代表根をもつ2次系の速度誤差定数  $K_{v2}$  すなわち

$$K_{v2} = \frac{\omega_0 (1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \quad (12.1)$$

(337)

と比較して

$$Kv > Kv_2 \quad (12.2)$$

であると行き過ぎ量はより大きくなり、又

$$Kv < Kv_2 \quad (12.3)$$

であると行き過ぎ量はより小さくなる傾向がある。

今、系の一巡伝達函数を  $F_{over}(S)$  とすると、I型制御系では  $Kv$  は

$$Kv = \left\{ S F_{over}(S) \right\}_{S \rightarrow 0} \quad (12.4)$$

又、0型制御系では

$$F_{over}(S) = \frac{K \prod_{i=1}^n (1+ST_i)}{\prod_{j=1}^n (1+ST_j)} \quad (12.5)$$

とすると

$$Kv = \frac{(1+K)^2}{K} \frac{1}{\sum_{j=1}^n T_j + \sum_{i=1}^n T_i} \quad (12.6)$$

で表わされる。したがって設計前又は後で、上式により求めた  $Kv$  により、実際の行き過ぎ量が、代表根の  $\omega$  に対応する行き過ぎ量より大きいか小さいかを略々判定することができ、その結果により  $\omega$  の調整又は  $Kv$  の調整を行えばよい。

一般に遅れ補償伝達函数を用いると(12.2)式の関係、進み補償伝達函数を用いると(12.3)式の関係になる傾向があり、又、並列補償においても指定根の  $\omega$  の値を大きくとりすぎると(12.3)式の関係になる傾向がある。

本方法は、更にサンプル値制御系の設計法、記述函数法を利用した非線形系の設計等に拡張することができ、現在その方面の研究を進めている。

終りにあたり、本研究について終始、直接御指導頂いた本学  
教授高井宏幸先生、絶えず御鞭達下さった東京電機大学教授竹内  
壽太郎先生に衷心より感謝すると共に、多くの御助言を頂いた東  
京電機大学助教授藤巻忠雄氏、本学助手別所一夫氏をはじめ高井  
研究室の諸氏、線図の計算作成等に御盡力頂いた矢吹誠氏に厚く  
御礼申し上げます。