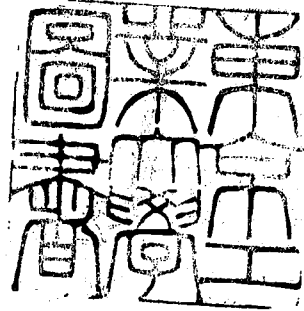


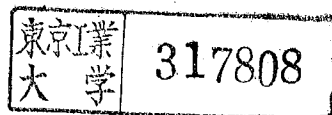
論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	機械加工された二平面接触部の変形機構に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	塚田忠夫
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第431号, 授与年月日:1972年5月17日, 学位の種別:論文博士, 審査員:阿武 芳朗
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第431号, Conferred date:1972/5/17, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

機械加工された二平面接触部
の变形機構に関する研究



塚 田 忠 夫



目 次

第1章 緒 論	1
§ 1 緒言	1
§ 2 研究の目的および範囲	5
2-1 本研究の目的	5
2-2 二平面接触部垂直方向弾塑性変形 の定義および本研究の範囲	6
§ 3 本論文の構成	8
§ 4 本論文で用いられる主な記号	9
第2章 加工表面凹凸の解析	15
§ 1 緒言	15
§ 2 表面凹凸微小突起の傾斜分布	18
2-1 触針式あらさ計による表面凹凸プロ ファイルと傾斜分布	18
2-2 三角形突起の傾斜分布	22
§ 3 種々の加工面に対する傾斜分布	26
3-1 実験方法および処理方法	26
3-1-1 実験方法	26
3-1-2 サンプルリソグ間隔およびサ ンプルリソグ長さとのデータ処 理方法	27

3-2	種々の加工面に対する傾斜分布	31
3-2-1	平面研削加工面	31
3-2-2	旋削加工面	36
3-2-3	フライス加工面, シェーパ加工面およびハール仕上面	42
3-2-4	ラップ仕上面	44
3-3	表面凹凸の高さの標準偏差と傾斜の標準偏差との関係	47
3-4	方向性を有する表面凹凸の傾斜に関する検討	52
§ 4	表面凹凸の最高点の推定	56
4-1	表面凹凸の分布形の検討	56
4-2	表面凹凸の最高点の推定法	62
4-3	実験方法および結果の検討	66
4-3-1	実験装置および実験方法	66
4-3-2	実験結果の検討	68
4-4	種々の加工面の表面凹凸分布形の検討	70
4-4-1	研削加工面	70
4-4-2	旋削加工面	70
4-4-3	フライス加工面, シェーパ加工面, ハール仕上面	73
4-4-4	ラップ仕上面	74
4-4-5	方向性のある表面凹凸の各方向についての検討	74

§ 5	表面凹凸の高さの標準偏差に関する検討	77
5-1	サンプリング間隔, 測定長さ と標準偏差	77
5-2	表面凹凸の最大高さ と標準偏差に関する検討	81
5-3	方向性を有する表面凹凸 における標準偏差の性質	85
§ 6	自己相関係数, パワースペクトル密度による各種加工面の性質	88
§ 7	緒言	93

第3章	真平面と方向性を有する表面凹凸との接触変形機構	97
§ 1	緒言	97
§ 2	真平面と方向性のある表面凹凸との接触	99
2-1	接触点の弾塑性変形	99
2-1-1	微小突起の弾塑性変形に関する前提条件	99
2-1-2	接触点の弾性変形	101
2-1-3	深さの決定	107
2-1-4	微小突起の頂点の分布	109
2-1-5	接触微小突起の間隔	114
2-2	二平面接触部の変形機構	117
2-2-1	表面凹凸の弾塑性接触過程	117
2-2-2	接触後の表面凹凸曲線の検討	122

§ 3	表面凹凸の方向が一致して接触した場合 の接触変形機構	125
3-1	表面凹凸の高さの標準偏差	125
3-2	表面凹凸の微小突起の傾斜	126
3-3	表面凹凸の方向を一致させた接触に おける接触部弾塑性変形式	131
§ 4	実験結果と計算結果の検討	132
4-1	実験装置および実験方法	132
4-2	実験における接触部弾塑性変形	135
4-3	実験結果と計算結果との比較検討 ...	135
4-3-1	真平面と表面凹凸をもつ 二面との接触	135
4-3-2	表面凹凸の方向を一致させた 接触	139
4-3-3	二平面接触部の塑性変形によ る食込量	141
4-3-4	負荷および除荷と接触部弾塑 性変形経路	145
§ 5	結言	146
第4章	表面凹凸の方向を交叉させた接触変形機構 ..	148
§ 1	緒言	148
§ 2	表面凹凸の三次元的性質の検討	150
2-1	表面凹凸の分布曲線の定義	150
2-2	表面凹凸の微小突起の頂点の分布	152

2-3	接触点平均間隔の検討	154
§ 3	接触部の弾塑性変形解析	160
3-1	微小突起の弾塑性変形	160
3-2	平均変位を考える際の深さ h の決定	167
3-3	二平面の弾塑性接触変形機構	169
§ 4	計算結果と実験結果の検討	172
4-1	実験方法と実験条件	172
4-2	表面凹凸の方向を交叉させた接触部 弾性変形	174
4-2-1	計算結果と実験結果の比較	174
4-2-2	β および ρ と接触部弾性変形	178
4-3	微小突起の塑性変形による二平面の食 込量	181
§ 5	結言	185
第5章	方向性のない表面凹凸を含む接触変形機構	187
§ 1	緒言	187
§ 2	方向性のない表面凹凸同士の接触	189
2-1	微小突起の弾塑性変形	189
2-2	二平面接触部の変形機構	196
§ 3	方向性のない表面凹凸と方向性を有する 表面凹凸との接触	198
3-1	微小突起の弾塑性変形	198
3-2	二平面接触部の変形機構	207

§4	計算結果および実験結果の検討	208
4-1	実験方法および実験条件	208
4-2	接触部弾性変形量	210
4-2-1	方向性のない表面凹凸同志の 接触	210
4-2-2	方向性のない表面凹凸と方向 性のあるそれとの接触	212
4-3	微小突起の塑性変形による二平面の 食込み量	216
§5	結言	220
第6章	二平面接触部の弾塑性変形の実用式	222
§1	緒言	222
§2	接触部弾塑性変形の実用式	224
2-1	接触部の弾塑性変形の一般式	224
2-2	定数 $a_e, b_e, a_s, b_s, \bar{P}_0$ の決定	226
§3	接触面の表面凹凸因子	236
§4	実用式の適用範囲	244
4-1	二平面の接触状態に関する検討	244
4-2	接触表面凹凸の性質に関する検討	247
4-3	表面凹凸の高さの標準偏差に関する 検討	247
§5	実用式の応用に関する考察	249
5-1	カラー組合せ時のフリースアーバの 曲げ剛性	250

5-2	工作機械案内結合部の剛性		259
5-3	歯車歯面の接触問題		265
5-4	接触部動特性への応用		271
§ 6	結言		277
第7章	結 論		279
	謝 辞		286
	参考文献		288
附録1	表面凹凸曲線における最小独立間隔		292

第Ⅱ章 緒 論

§Ⅱ 緒 言

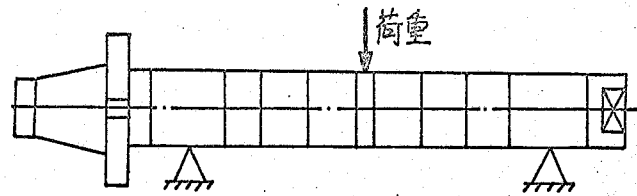
近年、工作機械等の精度向上に伴ない機械構造に高い剛性が要求されるようになってきたが、一般に機械構造の剛性は機械各部の結合部の存在により著しく低下することが認められている。特に、機械部品の固定結合部に於ては結合面に垂直な方向の力による接触部弾性変形が大きく影響している⁽¹⁾。一例として、横フライス盤のカラー組合せ時のアーバの曲げ剛性の結果を図1-1に示す。図1-1(b)の剛性とは、同図(a)のように市販1"アーバの中央部の荷重と変位との比を意味し、カラー接触面の存在する場合の曲げ剛性は、カラー接触面の存在しない一体形状のそれに比較してかなり低いことがわかる。この現象は主としてカラー接触面の表面凹凸^{*}の接触面垂直方向の弾性変形に起因するものとした図1-1(b)の曲線であらうとゆる解析結果によってよく説明することができる⁽²⁾。このことから、接触部の存在による機械構造の剛性低下は二平面接触部の垂直方向弾性変形により大きく影響を受け

※ 表面の不規則な凹凸はJISでは“表面あらさ”と“うねり”とに分離され、それぞれのカットオフ値が与えられているが、接触面ではこれら両者を含むかなり長い距離にわたって規定される必要がある。本論文では、この考えに従いJIS用語との混乱を避けるため“表面あらさ”のかわりに“表面凹凸”を用いる。ただし、形状誤差のように大きな“うねり”は除外する。

ることがわかる。

一般に、機械加工された固体表面は不規則な表面凹凸（劈肉した雲母の表面に於ても $20 \text{ \AA}$ 程度の凹凸がある）をもっており⁽³⁾、そのために固体表面の接触に於ては表面凹凸による接触変形が必ず生じることになる。表面凹凸による接触部変形は上述した工作機械等の剛性低下の

原因ともなるが、図 1-2 に示されるように、球と平面、円筒と平面等の Hertz 接触に於ても、接触面上の微かな凹凸の存在により接触応力分布、接触変形に⁽⁴⁾変化が生じる。これは、鋼球を使用した研削盤等の案内部、歯車の歯面接触あるいは精密測長に於ける接触変形の補正等に於て重要となるものである⁽⁵⁾。以上



(a)

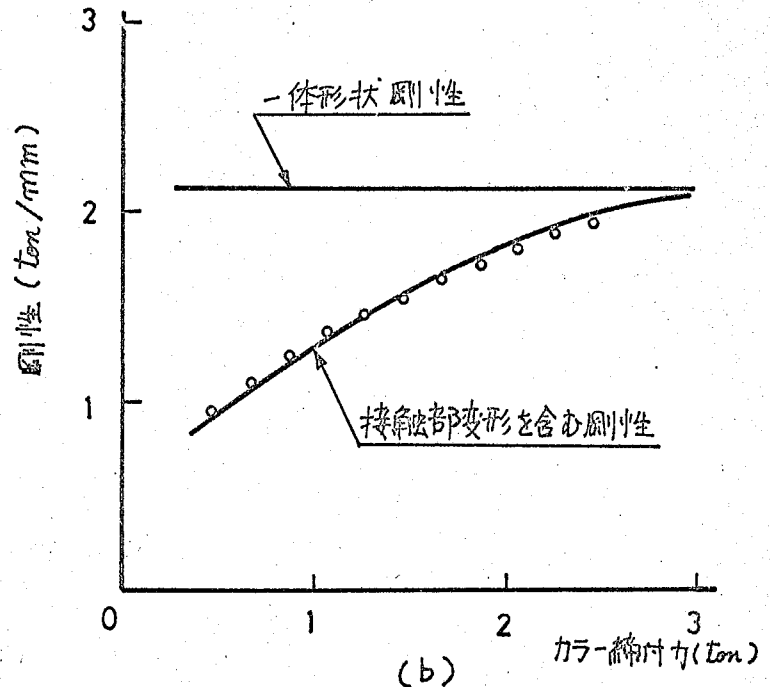


図 1-1 横フライス盤アーバの曲げ剛性

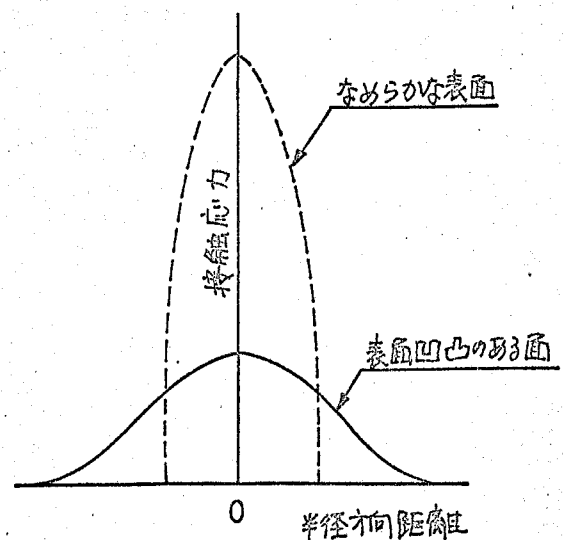


図 1-2 球の Hertz 接触に於ける接触応力分布⁽⁴⁾

のように二平面の接触に於ける表面凹凸の変形は機械構造及び機械部品の設計、製作にあたり考慮されなければならない重要な因子であることがわかる。

固体表面の接触機構の工学的問題については、接触面間の摩擦、摩耗、静体シール、接触熱抵抗、接触電気抵抗、気密性^{(6)~(15)}、さらに最近では上述した工作機械の剛性を対象として実験解析⁽¹⁶⁾が試みられてきている。これらの固体表面の接触機構の理論解析は、前提条件として接触材料の性質を次のいずれかにおいている。即ち

(i) 完全塑性体 (ii) 完全弾性体 (iii) 弾塑性体

これらのうちいずれを採用するかは、その目的に応じて異なっているようである。従来の固体表面の接触問題は接触時の真実接触面積を求めることが最も重要なことであり、これからそれぞれ目的に応じて、接触点数、接触点の平均面積及び接触面間の平均すき間等が導かれている。これらの解析は項(i)の完全塑性体を前提

としているが、この利点は真実接触面積が表面凹凸曲線から直接 Abbott の負荷曲線⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾として利用できることである。又、項(ii)

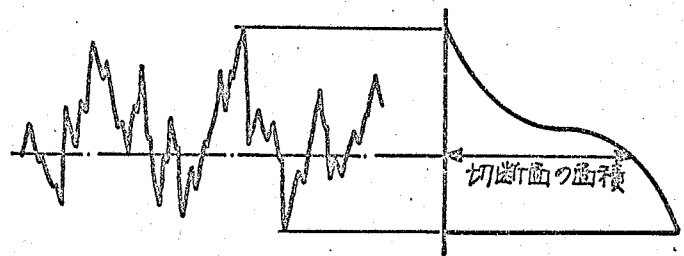


図1-3 Abbottの負荷曲線

の完全弾性体を前提とした解析の利点は、J.F. Archard⁽¹⁹⁾らの研究にみられるように表面凹凸の突起を半球状に仮定して、Hertz 接触を応用し真実接触面積と接触荷重との関係を導くことができることである。接触材料を弾塑性体とする場合は

接触残構の解析が非常に複雑になるが、その解析としては、

(i) 表面凹凸の突起の接触部接触応力の修正

(ii) 表面凹凸の統計量による接触突起弾塑性変形の総合
が考えられる。一般に、接触突起の接触部接触応力はかならず
試験の原理から塑性流動応力を利用しているが、これに対し
て Greenwood らの⁽²⁰⁾ Elastic contact hardnessあるいは Kragelski
の Contour area⁽²¹⁾を考慮した弾性変形域の真実接触圧力の考
えが項(i)の接触応力の修正に相当する。しかしながら、この
場合も真実接触面積の解析に主眼がおかれている。項(ii)の表
面凹凸の統計量による接触突起弾塑性変形の総合は、接触部
垂直方向弾塑性変形解析に適した方法と考えられるが、R.H.
Thornley らの実験結果⁽¹⁾が報告されているにすぎず、解析的に
は特筆すべきものは見当らない。これは、接触部の弾塑性変
形の垂直方向成分は真実接触面積を基礎とする従来の接触問
題とは異なり理論解析が複雑化するためである。

表面凹凸による二平面接触部垂直方向弾塑性変形(二平面
の近寄り量)は、上述したように表面凹凸の統計量による接
触微小突起の弾塑性変形の総合として解析する必要がある、
この場合、表面凹凸の解析は接触部熱抵抗、接触部電気抵抗
(22)~(24)、光の表面反射等の表面工学的な要素の強い場合を除いて、
幾何学的形状を基礎とすることが出来る。表面凹凸の幾何学
的性質を取扱った研究は古くから数多く報告されているが、
(25)~(31)
未だ解決されない問題が多く残されている。これは表面凹凸
の幾何学的形状を三次元的に把握することが非常に難しく
統計的に解析しにくいためである。例えば、表面凹凸の微小

突起の上には微視的な凹凸が多数存在し、厳密にはこれらも考慮されなければならないが、現状では二次元的な表面凹凸曲線の情報から、表面凹凸の微小突起の形状を仮定し三次元問題に拡張しているにとどまっている。したがって、表面凹凸の解析はその使用目的によって異なり、突起の形状も円錐、角錐、くさび、半球、円柱等、表面凹凸曲線の分布関数も正規分布、ポアソン分布、指数分布等^{(4)(5)(9)(18)~(20)}、さらには表面凹凸を不規則時系列問題⁽³²⁾⁽³³⁾とするもの等となっている。

以上のことから、二平面接触部の垂直方向弾塑性変形の解析には、まず表面凹凸の定義が必要であり、次に従来の真実接触面積を基礎とした接触機構とは異なった接触過程を確立する必要がある。

§ 2 研究の目的及び範囲

2-1 本研究の目的

機械構造等の剛性に関係する固体二平面の接触部垂直方向弾塑性変形は、§ 1 で述べたように未だ十分な解析が行なわれておらず、実験的な報告がみられる程度である。本研究は表面凹凸を有する二平面の弾塑性接触機構を、表面凹凸の統計量と表面凹凸の微小突起の弾塑性変形とを関連させて解析し、最終的には接触二平面の表面凹凸の情報から二平面接触部の垂直方向弾塑性変形が算出でき、機械構造及び機械部品の設計、製作の段階で剛性あるいは変形問題が検討できるようにすることを目的とするものであり、次項を骨子とする。

- (i) 二平面接触部弾塑性変形のための表面凹凸の解析及びその評価
- (ii) 表面凹凸の統計量による接触突起の弾塑性変形の総合
- (iii) 工学的応用を容易とするための二平面接触部垂直方向弾塑性変形の実用式の提案

2-2 二平面接触部垂直方向弾塑性変形の定義及び本研究の範囲

本論文で取扱われる二平面接触部垂直方向弾塑性変形とは、接触部平均面に垂直な荷重による垂直方向の変形を対象とするもので、接触部が存在するために生ずる変形量であり、ここで詳しく定義する。図1-4は表面凹凸をもつ二平面の接触部をばさんである標点間の接触面に垂直な方向の変位と荷重との関係を示すもので、負荷に伴ない変位曲線はOAの径路をたどりA点からの除荷径路はABとなる。さらにB点からの負荷、除荷径路はBCDとなる。図1-5は、荷重

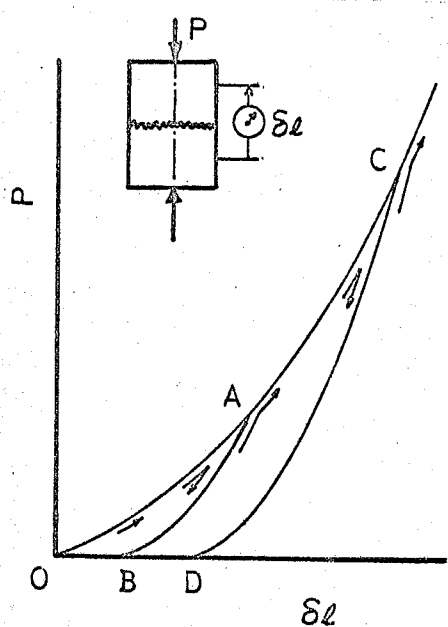


図1-4 接触部変形量

からの負荷、除荷径路はBCDとなる。図1-5は、荷重

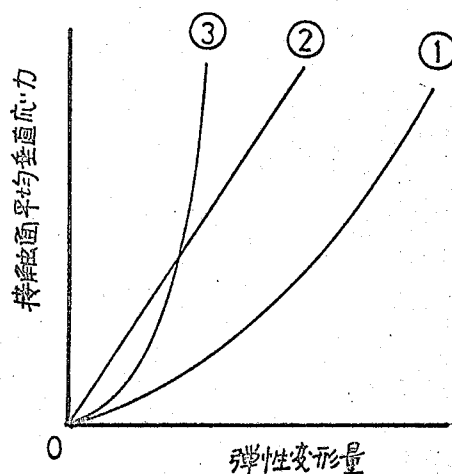


図1-5 接触部弾性変形量

と弾性変形量との関係を示すもので、曲線①は図1-4のABあるいはCDの径路をあらわすもので、直線②は条件を同一にして得らる接触部の存在しない一体形の場合である。これにより接触部が存在するために生ずる弾性変形量は曲線①と直線②との差となり曲線③であらわされる。これが接触部弾性変形量である。したがって接触部が存在しない場合あるいは二平面が非常に平滑で真平面に近い場合にはこの変形量は0となるものである。図1-4のOB、ODは荷重がA点、C点までかけられたときに生ずる表面凹凸の塑性変形による二平面の食い込み量で、これが本論文の接触部塑性変形量である。又、負荷、除荷がA点又はC点の範囲内でくり返される場合には、多次のヒステリシスはみられるが平均的にはAB又はCDの径路をたどる。

以上のようにして定義された接触部垂直方向弾塑性変形は次の利点を有する。

(i) 表面凹凸の変形領域が表面凹凸の大きさの単位であるため、接触部材の大きさによる影響を受けない。

(ii) 本研究の応用に際しては、応力のつり合いが満足されれば、接触部材の変形と表面凹凸の変形とを分離することができ、接触部材の大きさ、形状等の制限がない。

本研究の接触問題に於ける接触荷重は機械部品の接合部を対象とするため、比較的軽荷重の領域であり、最大約 5 kg/mm^2 とする。これは、通常のボルト結合等でも $2 \sim 3 \text{ kg/mm}^2$ であることを考慮すれば十分な範囲である。又、対象とする接触面も一般の機械部品を考慮して鉄鋼材料の機械加工面とする

。なお、本研究で行なわれる実験は主として清浄な接触面を対象とするが、これは接触面に機械油等が介在しても実験値に有意差が認められないという結果に基づいている⁽¹⁾。

接触面の表面凹凸の情報は、一般性をもたせるために工業的に最も広く使用されている触針式あらさ計により得ることとし、微小突起の大きさもこの情報に含まれるものを対象とし、微視的な凹凸は無視するものとする。

§3 本論文の構成

本論文は§2-1の骨子に従い、第2章以下は次のように構成されている。先ず、第2章は二平面接触部弾塑性変形に必要な表面凹凸因子の解析を取扱、つまり、JISの規格値とも関連させてこれから表面凹凸因子が、比較的容易に得られるように理論を展開している。

第3章以下は、接触部の弾塑性変形を解析するもので、その接触状態は接触面の表面凹凸の性質により、主として解析の面から次のようなモデルに分類される。

- (i) 真平面と方向性をもつ表面凹凸との接触問題（表面凹凸の方向を一致させた接触を含む）
- (ii) 表面凹凸の方向を交叉させた接触問題
- (iii) 方向性のない表面凹凸を含む接触問題

方向性を有する表面凹凸（例えば研削面）の性質は二次元的であり、項(i)は接触状態も二次元的に取扱える場合である。項(ii)は表面凹凸が二次元的で接触状態が三次元問題となる場合であり、項(iii)は表面凹凸が三次元的（例えばラッパ面）で

接触残構も三次元問題となる場合である。これらは、いずれもその基礎となる考えが異なるため、項(i)は第3章、項(ii)は第4章、項(iii)は第5章で取扱われる。

第2章～第5章で得られる結果は、その解析が複雑であるため、実際の応用が困難である。したがって、第6章で実用式の提案を行ない、接触部垂直方向弾塑性変形の簡単な算法及びそれに必要な諸定数の決定法を取扱い、本研究の結果の応用を容易にしている。

第7章は以上の結果をまとめたものである。

§4 本論文で用いられる主な記号

添字 x, y : 表面凹凸の方向に対し直交な方向および表面凹凸の方向。

添字 1, 2 : 接触二部材の区別

α : 表面凹凸の方向に対し直交な方向を基準に任意の方向の角度。

ϕ : 二平面接触時における表面凹凸の大きい面における上記 α に相当する角度

添字 α, ϕ : それぞれ α, ϕ 方向を意味する。

z : 表面凹凸の平均値からの高さ

$f(z)$: 表面凹凸の高さに関する確率密度関数

σ : 表面凹凸の高さの標準偏差

σ_s : サンプル間隔 2μ で得られた σ の値

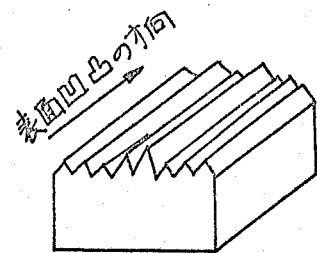


図1-6 表面凹凸の方向の定義

σ_e : 二平面接触時の組合された σ の値

α_c : ワイブル分布の寸法に属するパラメータ

m : ワイブル分布の形状を決定するパラメータ

$\bar{z}$: $f(z)$ をワイブル分布で近似した場合の z の平均値

z_{max} : 表面凹凸の最高の突起の頂点と $\bar{z}$ との距離

$q(z_{max})$: z_{max} の密度関数

$\bar{z}_{max}$: z_{max} の平均値

k : σ で無次元化された $\bar{z}_{max}$ の値

H_{PV} : 測定長 4 ~ 6 mm における表面凹凸の最高点と最低点との距離 (JIS の R_{max} , H_{max} に準ずる値)

A : 見かけの接触面積

N : A に含まれる表面単位の総数

l_m : 表面凹凸の測定長

ε : 表面凹凸の性質を離散量で計算する場合のサンプリング間隔

ε_s : 表面凹凸の最小独立間隔

ξ : 融針式あらさ計で得られる表面凹凸の突起の傾斜

$h(\xi)$: 表面凹凸の - 突起上の ξ の確率密度関数

$H(\xi)$: 表面凹凸の ξ の確率密度関数

σ_ξ : ξ の標準偏差

$\sigma_{\xi S}$, $\sigma_{\xi \varepsilon}$: $\varepsilon = 1 \mu$ の場合の σ_ξ および任意の ε で計算された σ_ξ の値

$\sigma_{\xi e}$: 接触時の等価された σ_ξ の値

$\tan \theta$: 表面凹凸の突起を三角形 (くさび形) および円錐形とするときの突起の傾斜

$\tan \theta_a$: $\tan \theta$ の平均値

$f(\tan \theta)$: $\tan \theta$ の密度関数

σ_3 : $\sigma / \tan \theta_a$ の標準偏差

θ : 三角形突起の半頂角 ($\pi/2 - \theta$)

$\overline{\tan \theta}$: $\tan \theta$ の平均

$\overline{\tan \theta_c}$: 接触時の等価された $\overline{\tan \theta}$

ρ : 接触 = 平面の表面凹凸の突起の傾斜の比 (σ_2 / σ_1)

δ : 微小突起の塑性変形量

ϕ : 微小突起の接触部の垂直応力

Q : 微小突起の接触部の垂直荷重

h : 垂直応力が一定とみなされる平面の表面からの深さ

r : 半無限体上に集中荷重が作用したときの荷重点からの距離

l : 微小突起の接触幅

S : 垂直方向弾性変形量

S_0 : 突起の接触部中央の表面垂直方向弾性変形量

S_x : 荷重点から x 離れた位置の表面変位

S_h : h の深さの面上における S_x と同様の状態の変位

S_{xh} : S_x と S_h の相対変位

S_{oh} : 深さ h の面における荷重点直下の垂直方向変位

S_{oc} : 表面凹凸の接触点における周囲の接触点の荷重から受ける表面と深さ h の面との間の相対変位

S_{ce} : 接触点間に存在する突起の表面と深さ h の面との間の相対変位

S_{me} : 表面と深さ h の面との間に生ずる平均変位

$\Delta S_o, \Delta S_{oR}, \Delta S_{oc}, \Delta S_{ce}, \Delta S_{me}$: Δz による上記変位の微小増分

t : 平均接触点間隔

t_ϕ, t_o : ϕ の方向の平均接触点間隔および $\phi = 0^\circ$ の値

$\bar{h}$: h / t

$\bar{h}_0$: $\lambda = 1$ における $\bar{h}$ の値

K_1 : 接触係数 ($4 \overline{\tan \theta} e P_m / \pi E$)

P_m : 塑性流動応力

$R(t_s)$: 接触点間隔 t_s の分布関数

$Re(t_c)$: $Z \sim Z - \Delta Z$ に存在する突起と Z 以上の突起との距離 t_c の分布関数

Δ : 方向性のある表面凹凸と真平面との接触における $R(t_s)$ による t の修正係数

S_1 : $R(t_s)$ を考慮した平均接触応力の係数

S_2 : $Re(t_c)$ を考慮した平均接触点間隔の係数

$\psi(z)$: 突起の頂点の確率密度関数

$\varphi_R(z)$: 表面凹凸の谷底の確率密度関数

N_T : A に含まれる突起の総数

N_Z : Z 以上に存在し、接触に関係している突起の総数

β : 方向性のある表面凹凸同志の接触における表面凹凸の方向の交叉角

λ : 接触点近傍における $t_{\phi=\pi/2} / t_o$ の値

t_T : $\phi = 0$ の方向の長い距離にわたる平均接触点間隔

λ_T : 接触点近傍における t_o / t_T の値

α_ϕ, α_o : 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接

触における接触点の方向半径および $\phi = 0^\circ$ の方向の半径

$$\lambda a : a \phi = \pi/2 / a_0$$

$K(1-\lambda^2)$, $K(1-\lambda_a^2)$: $(1-\lambda^2)$ および $(1-\lambda_a^2)$ による1種完全楕円積分

$S(\beta, \rho)$: 方向性のある表面凹凸同士の接触における接触点中央表面変位に関する係数

$\Delta \sigma_m$: 第3章で定義される表面凹凸接触過程における Δ による平均応力の増分

δ_E : 接触部垂直方向弾性変形量

δ_s : 表面凹凸の微小突起の塑性変形による二平面の食込量

P : 接触面垂直荷重

$\bar{\delta}_E$, $\bar{\delta}_s$: σ_{el} による δ_E , δ_s の無次元量

$\bar{P}$: $P / A P_m$

$\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$: $\bar{P} = 2 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-1}$ の範囲で生ずる方向性のある表面凹凸と真平面との接触の $\bar{\delta}_E$ およびその他の接触条件の $\bar{\delta}_E$ の値

$\bar{\delta}_{s1}$, $\bar{\delta}_{s2}$: 上記 $\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$ と同様の $\bar{\delta}_s$ の値

E : 相当ヤング率 $(1 / \{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2\})$ による

a_e , b_e : 接触部弾性変形量の实用式における係数

a_s , b_s : 表面凹凸の微小突起の塑性変形による二平面食込量の实用式の係数

$\bar{P}_0$: 二平面接触開始位置に関する定数

K_{e0} , K_{e1} , K_{e2} : 接触部弾性変形量の实用式の a_e , b_e 決定のための係数

K_{s0}, K_{s1}, K_{s2} : a_s, b_s 決定のための係数

$K_{p0}, K_{p1}, K_{p2}, K_{p3}$: $\bar{P}_0$ 決定のための係数

$\hat{R}_{xx}(\tau)$: 表面凹凸の自己相関関数

$\hat{P}_{xx}(\omega)$: 表面凹凸のパワースペクトル密度

$p(\eta)$: パワースペクトル密度から計算される極大値の分布関数

ϵ : $p(\eta)$ の形状を決定する定数

第2章 加工表面凹凸の解析

§ Ⅱ 緒 言

二平面接触部の摩擦、摩耗、接触熱抵抗等の解析は、加工表面の幾何学的形状の他に表面工学的な立場からと取組む必要があるようである。しかしながら、接触表面凹凸の弾塑性変形による二平面接触残高は、工作機械等の接合部の剛性解析の基礎であり最終的には機械の設計の段階で考慮されるべきものである。したがって、工業的に測定し得る表面凹凸の幾何学的形状のみから解析される必要がある。

表面凹凸の測定方法としては一般に次の方法がとられる。⁽³⁹⁾

(i) 視覚、触覚法

(ii) 機械的切断法

(iii) 触針法

(iv) 光切断法

(v) 光波干渉法

(vi) 光線反射法

(vii) その他（印画法、電気容量法、ラジオアイソトープ法等）

これらのうち、定量的な測定が容易である触針法は最も一般的であるが次の欠点をもつ。

(i) 触針先端半径が大であるため（ $2 \sim 4 \mu$ ）、表面凹凸の谷の部分の測定されないこと及び非常に微小な凹みは検出されないこと。

(ii) 軟質材料に於ては、触針の接触圧により突起が変形するため、レプリカを併用する必要があること。

(iii) 表面凹凸の - 断面のみが測定され (二次元的)、面全体の表面凹凸 (三次元的) が測定されないこと。

(iv) 触針先端半径のため、得られる表面凹凸のプロファイルは真の突起の形状を示さないこと。

二平面の接触部垂直方向弾塑性変形を取扱う場合、表面凹凸の谷部の接触は比較的起り難いこと、及び微り突起上に含まれる微視的な凹凸は変形に大きく影響せず無視できること等により、上記項(i)は問題にならない。さらに接触部材の対象を工作機械構造部品とする本研究に於ては、触針圧による変形が生ずるような軟質材は対象外と考えてさしつかえない。項(iii)については、接触面の表面凹凸を定量的に測定する方法は現段階では非常に難しく、電算機により三次元表面凹凸を推定している報告もみられる⁽⁴⁰⁾が、二次元的な断面プロファイルから面の三次元表面凹凸の性質を推定せざるを得ないようである。項(iv)については、突起の形状を仮定することにより統計確率論的に元の表面凹凸の形状を推定することは可能である。以上のように、触針式あらさ計は欠点があるものの、工業的に使用範囲が広いことから、本章では触針式あらさ計から得られる表面凹凸の情報をもとにして、二平面接触機構解析に必要な表面凹凸曲線の分布形、微り突起の傾斜分布、二平面接触開始位置の推定等の検討を行なう。

表面凹凸の微り突起の傾斜分布については、久保が傾斜分布統計装置を考案し、実験を試みた結果、⁽⁴¹⁾傾斜分布がほぼ正

規分布で近似できることを確かめている。さらに表面凹凸の
 パワースペクトルから突起の傾斜角の分散を求める試みもさ
 れており、⁽⁴²⁾ 表面の反射光の分布から傾斜分布を求めた報告も
 みられる。⁽²³⁾ これらは、いずれも特殊な装置あるいは多量のデ
 ータを必要としている。一方、ス内は表面凹凸の突起を円錐
 形で近似し、その垂直断面が双曲線となることを利用して傾
 斜分布を理論的に導いているが、⁽³⁷⁾ えの円錐突起の傾斜分布を
 三角形分布にしなければならないという欠点をもっている。
 本章に於ける表面凹凸微小突起の傾斜分布の解析は、二平面
 接触機構の解析を容易にするため研削面、旋削面のように方
 向性を有する表面凹凸の突起については三角形(くさび形)
 とし、融針式あらさ計から得られる表面凹凸プロフィールによ
 りえの三角形の傾斜を推定する理論式を導くものである。さ
 らに、方向性のない表面凹凸(ラッパ面等)にもこの理論が
 応用できることを確かめるものである。

二平面接触開始位置の推定は、接触問題に於ては重要な因
 子である。二平面接触開始位置は表面凹凸の最高値を求める
 ことであり、これは表面凹凸の極値を推定することである。
 一般の加工表面では、表面凹凸は不規則な事象の系列として
 解析が可能である。表面凹凸の極値を求める場合、母集団の
 形すなわち表面凹凸の高さの分布形が実際の現象によく近似
 されていなければならない。従来、表面凹凸の高さの分布形
 は正規分布で近似されているものが多い。極値の推定には、
 母集団の形の他に標本の大きさが必要となる。本因はこの標
 本の大きさを *Range* と表面凹凸の高さの標準偏差を用いて推

定している。⁽⁴³⁾ また、奈良は表面凹凸のパワースペクトルから求めた分割幅について考察している。⁽⁴⁴⁾ さらに、二平面接触問題で最初の接触位置を連の理論から推定している報告もある⁽³⁷⁾が、これらはいずれも表面凹凸の高さの分布形を正規分布としたものである。本章では、機械加工された面の表面凹凸の高さの分布形は、高さの平均値に対して、標準偏差の2~2.5倍程度までは正規分布でよく近似されるが、それ以上の高さでは必ずしも正規分布とはならず、正規分布より小さな値を示していることを確かめ、この現象を考慮し極値分布の理論を応用して新たに二平面接触開始位置の推定値を提案するものである。

§2 表面凹凸微小突起の傾斜分布

2-1 触針式あらさ計による表面凹凸プロフィールと傾斜分布

触針式あらさ計で得られる平面研削加工面の表面凹凸プロフィールは図2-1に示す特徴をもっている。図2-1(a)(b)を比較すればわかるように研削方向(Y方向)は研削方向に直交な方向(X方向)に対して非常になめらかであり、表面凹凸としては研削方向に対して直交な方向の

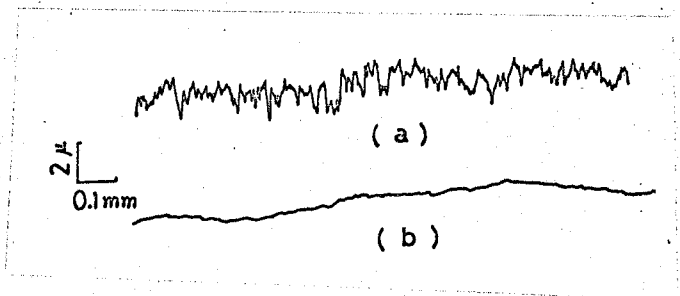


図2-1 表面凹凸曲線。
(a) 研削方向に直交 (b) 研削方向

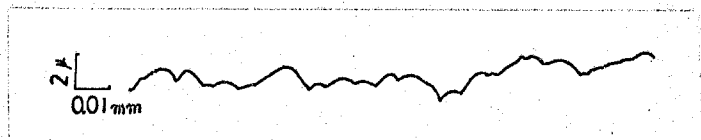


図2-2 表面凹凸曲線の横軸拡大図

みる考慮すればよいことがわかる。図2-2は図2-1(a)の横倍率を大きくしたもので突起の頂部は大きな丸味をもち、谷部はかなり鋭く交わっていることがわかる。これは突起頂部が多分の丸味をもっていることと、表面凹凸の大きさに比較して触針の先端半径の大きさが無視できないために生じた現象と考えることができる。従って、図2-2に示された表面凹凸プロフィールはそのまま表面凹凸の形状をあらわしていることにはならない。

本研究に於ては、後の微小突起の弾塑性変形解析を容易にするため、表面凹凸の微小突起は三角形で近似できるものとする。さらに、この三角形微小突起の連なりである表面凹凸の高さの分布が、等傾斜正規分布で近似できるものとする。

三角形突起を先端に丸味をもつ触針で走査させて得られるプロフィールは、直線と円弧とからなる形状を示すが、解析の便宜上図2-3に示す双曲線で近似できるものとする。

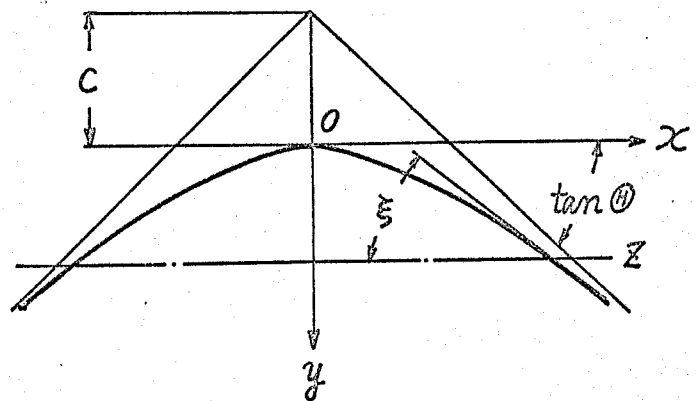


図2-3 突起模型

のとする。すなわち、三角形突起の傾斜を $\tan \theta$ とするとき図2-3に示す座標系で、触針によるプロフィールは次式であらわされる。

$$(y+C)^2 - \tan^2 \theta \cdot x^2 = C^2 \quad \text{--- (2-1)}$$

ここで、定数 C の持つ意味は触針先端半径によるものと、微小突起先端に多少のずれがありそれを三角形突起に近似する際には生ずる補正量とを含むもので、純粹に触針先端半径と三角形突起の頂角のみによって決まるものではない。式(2-1)から、任意の位置における表面凹凸プロファイルの傾斜角は次式であらわされる。

$$\xi = \tan^2 \theta \frac{x}{y+C} \quad (2-2)$$

ここで、式(2-2)に含まれる $x/(y+C)$ は式(2-1)の関係から与えられるものであるが、 C が定数であることから $z_c = x/(y+C)$ とおいて、

$$\xi = \tan^2 \theta \cdot z_c \quad (2-3)$$

を得る。 z_c のとり得る範囲は、 $0 \leq z_c \leq 1/\tan^2 \theta$ であり、ここでこの範囲における z_c の確率要素は常に一定であるものと仮定する。これは、図 2-2 にみられるように突起の大きさに比較して突起先端の丸味が同等程度の場合あるいはそれに近い場合に適用される。したがって、傾斜角の確率密度関数を $f(\xi)$ とおけば次式が成り立つ。^{*}

$$f(\xi) = 1/\tan^2 \theta \quad (2-4)$$

ここで、 ξ の密度関数 $f(\xi)$ とは図 2-4 に示すように、等間隔 Δ のサンプリング位置における傾斜角の頻度をあらわすものである。

^{*} 仮定により z_c の確率密度は $\tan^2 \theta$ で与えられる。

式(2-4)の後定
は直接実験的に確か
めることは難かしい
が、次のようにして
間接的に確かめるこ
とができる。すなわ
ち、表面凹凸の平均
値から任意の高さ Z_0
に於ける突起の傾斜
 ξ に關係する突起の
頂点は、図2-5の a_1

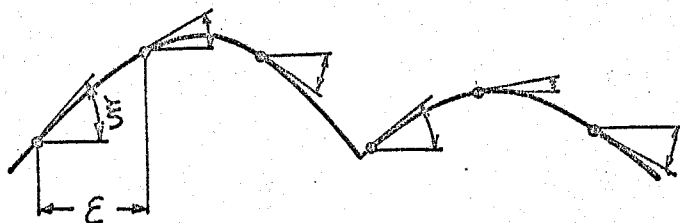


図2-4 表面凹凸曲線上の ξ

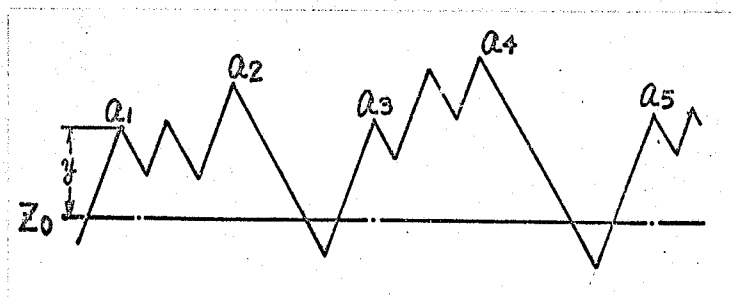


図2-5 ξ に關係する突起

, a_2 , a_3 , $\dots$, a_5 である。この ξ に關係する突起の頂点の分布
形を $T(y)$ とおけば、 ξ は Z_0 を基準とする突起の頂点の位置 y
のみによって決定されることから、 $h(\xi)$ が表面凹凸の高さ Z に
依存しないものとして次式が得られる。

$$T(y) \Delta y = h(\xi) \Delta \xi \quad \text{--- (2-5)}$$

式(2-4), (2-5)より

$$T(y) = \frac{C^2}{(y+C)^2 \sqrt{(y+C)^2 - C^2}} \quad \text{--- (2-6)}$$

となる。この $T(y)$ は、図2-5の a_1 , a_2 , $\dots$, a_5 を実験的に得
ることにより証明することができる。

図2-6は上記の方法で得られた平面研削加工面に於ける T
(y)の実験値である。実線は式(2-6)によるもので、定数
 C/σ は表面凹凸のプロファイルから実測した結果0.5以下であ

ることがわかった。図 2-6 からわかるように、表面凹凸の任意の高さ z_0 の位置により $T(y)$ の分布形に多少の差がみられるが式 (2-6) による $T(y)$ は、実際の現象に近いものであり、式 (2-4) の誘導の際の仮定は十分に成立するものと考えられる。したがって、 $h(\xi)$ は式 (2-4) で与えられることになる。

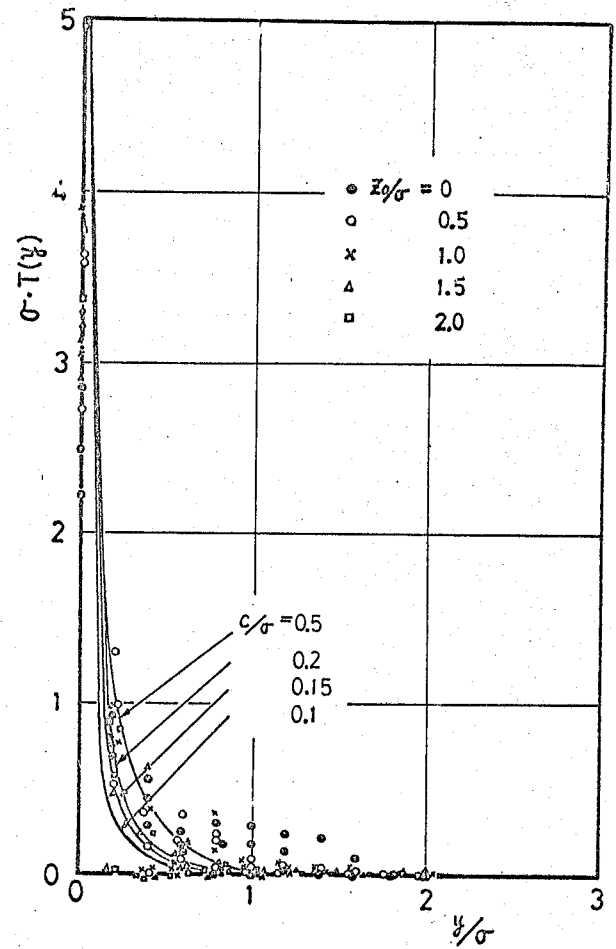


図 2-6 $T(y)$ の分布形

2-2 三角形突起の傾斜分布

三角形突起の傾斜 $\tan \theta$ を一定とした場合のその確率密度関数 $h(\xi)$ は式 (2-4) で与えられることは既に見した。ここでは、 $\tan \theta$ が分布する場合のその確率密度関数 $H(\xi)$ について検討する。

表面凹凸が傾斜 $\tan \theta$ の三角形突起の連なりであるものとした場合、 $\tan \theta$ は種々の値をとり得る。この場合、 $\tan \theta$ の確率密度関数を $g(\tan \theta)$ とし、三角形突起が左右対称であるものとするれば、 $H(\xi)$ は次式で与えられる。

$$H(\xi) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} g(\tan \theta) h(\xi) d \tan \theta}{2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tan \theta) h(\xi) d \tan \theta \cdot d \xi} \quad (2-7)$$

$\tan \Theta$ がランダム量であると考えれば、一般に $g(\tan \Theta)$ は正規分布に近い形で近似することが出来る。したがって、 $h(\xi)$ が式(2-4)で与えられることを考え、 $g(\tan \Theta)$ としてワイブル分布の適用を試みることにする。^{*}

$$g(\tan \Theta) = \frac{m}{\alpha_c} \cdot \frac{1}{\tan \Theta_a} \left(\frac{\tan \Theta}{\tan \Theta_a} \right)^{m-1} \exp \left\{ -\frac{1}{\alpha_c} \left(\frac{\tan \Theta}{\tan \Theta_a} \right)^m \right\} \quad (2-8)$$

ここで、 m : 形状パラメータ, α_c : 寸法パラメータである。 $\tan \Theta$ の平均値を $\tan \Theta_a$ とおけば、式(2-8)より

$$\alpha_c = \left\{ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right)} \right\}^m \quad (2-9)$$

を得る。したがって、式(2-8)は形状パラメータ m のみによって分布が決定される。

形状パラメータ m による $g(\tan \Theta)$ の分布形は図2-7に示されるようになる。

この分散 σ_g^2 は、次式で計算される。

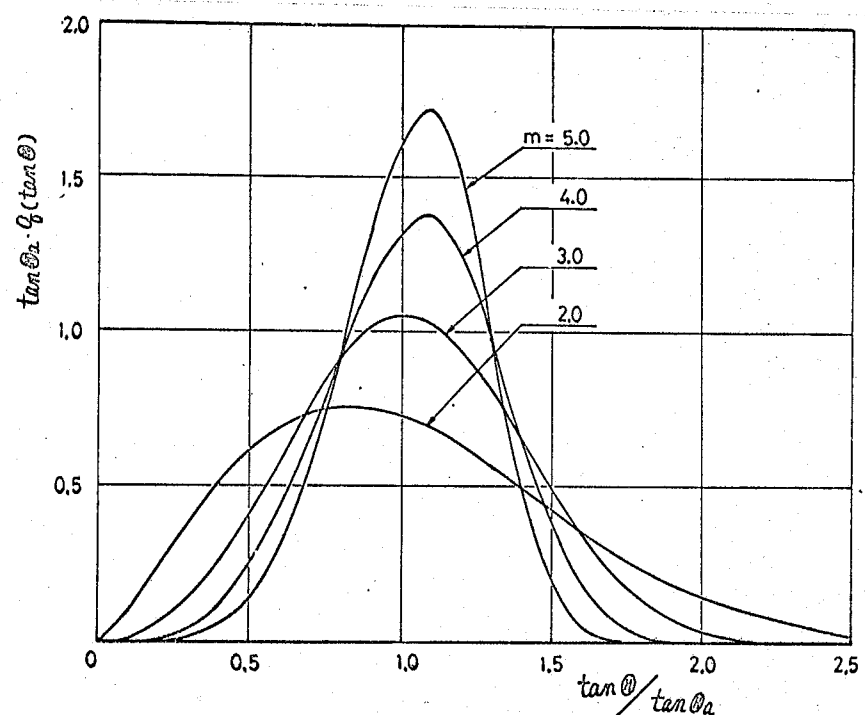


図2-7 $g(\tan \Theta)$ の分布形

^{*} $g(\tan \Theta)$ が正規分布に近く、式(2-4)より $g(0) = 0$ が必用。

$$\begin{aligned}\sigma_{\xi}^2 &= 2 \int_0^{\infty} \xi^2 H(\xi) d\xi \\ &= \tan^2 \theta a \cdot 2 \int_0^{\infty} \xi^2 H(\xi) d\xi \\ &= \tan^2 \theta a \cdot \sigma_{\xi}^2 \quad \text{-----} \quad (2-10)\end{aligned}$$

ここで、 ξ は次式による無次元量である。式 (2-10) の σ_{ξ}^2 は ξ の分散である。

$$\xi = \xi / \tan \theta a \quad \text{-----} \quad (2-11)$$

したがって、 $\tan \theta$ の平均値 $\tan \theta a$ は

$$\tan \theta a = \sigma_{\xi} / \sigma_{\xi} \quad \text{-----} \quad (2-12)$$

となる。 σ_{ξ} は触針式あらさ計により実験から得られる表面凹凸の傾斜の標準偏差であり、 σ_{ξ} は形状パラメータ m が決定されれば式 (2-10) により与えられるものである。

$f(\tan \theta)$ の形状パラメータ m に対する $H(\xi)$ の形状は、図 2-8 に示すようになる。表面凹凸の突起の形状は中心線に対して対称であるものとしてあるため、図 2-8 はその片側のみを示してある⁽⁴⁷⁾。 m により $H(\xi)$ の形が変化していることがわかる。一方、形状パラメータ m に対する $\xi / \tan \theta a$ の標準偏差 σ_{ξ} は、図 2-9 に示すようになり、 σ_{ξ} は m によりほとんど影響されないことがわかる。この事実、式 (2-12) により $\tan \theta a$ を算出する際に非常に重要な性質である。

以上の理論は方向性のある表面凹凸において展開されたも

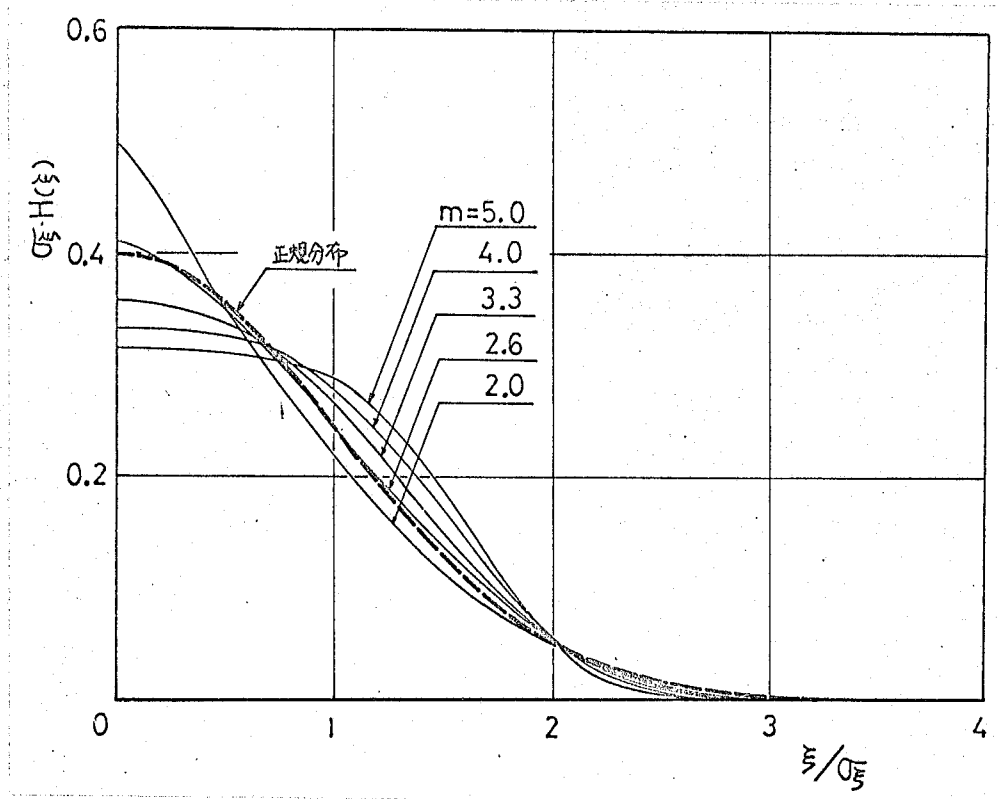


図 2-8 $H(\xi)$ の分布形

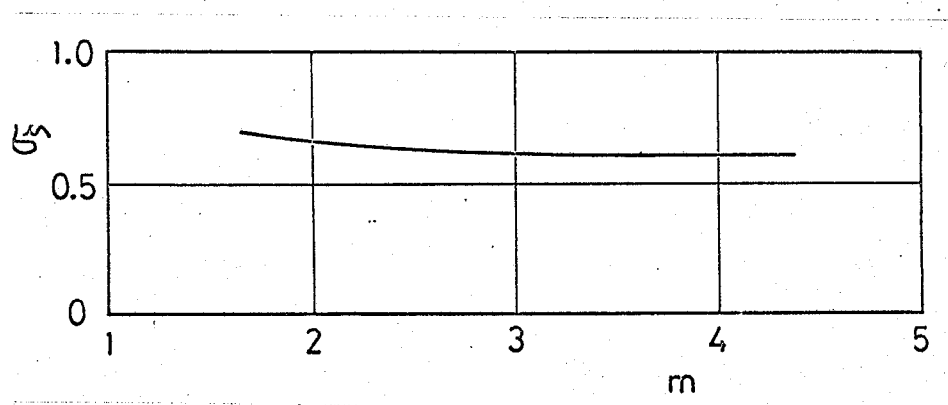


図 2-9 m による σ_ξ の変化

のであるが、式(2-2)における C が、後の式に関係しないことからラップ仕上面のように方向性のない表面凹凸への応用も可能であると考えられる。これについては、後で実験的に確かめることにする。

§3 種々の加工面に対する傾斜分布

3-1 実験方法及び処理方法

3-1-1 実験方法

実験試料は加工機械の精度等から受けるうねりあるいは形状誤差等を排除するため、剛性の高い工作機械を使用し、加工に際しては十分に注意を払った。試料形状及び加工条件については後述する各種加工面の結果の項で詳しく述べることにする。

実験は図2-10に示される順で行なわれており、表面あらさ計は小坂研究所製SE-3型を使用し、電算機処理のためのアナログデータのストアはTEAC製R-200データレコーダを使用した。表面凹凸のアナログデータ収集の条件は次に示す。

(i) あらさ計ピックアップのスキッドは使用しない。

(ii) 触針走査速度 0.2 mm/s , 触針先端半径 4μ 。

(iii) 倍率の較正は計測器の目盛によらず較正用試料とする。

データ処理はアナログ測定器の誤差及び特性の影響をできる限り除去するため、デジタル計算機により処理し、表面凹凸の形状をそのまま必要とするため、⁽⁴⁵⁾ 項(i)に示されるようにスキッドを使用しないことにする。

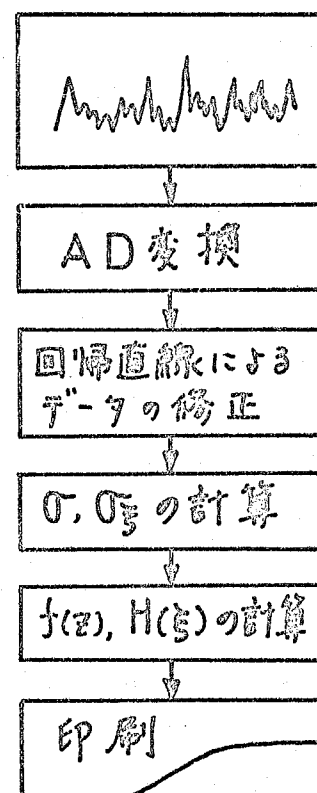


図2-10 表面凹凸データ処理流れ図

3-11-2 サンプリング間隔及びサンプリング長さ データ処理方法

表面凹凸の微小突起

の傾斜は図2-11に示
される離散量から

$$\xi = \Delta Z / \varepsilon$$

————(2-13)

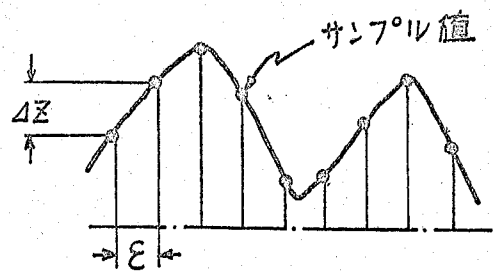


図2-11 表面凹凸のサンプリング

として電算機により処理する。εはサンプリング間隔でADコンバータの周波数によって得られる値である。サンプリング間隔εを大きくした場合は、ξが小となり真の実験値を示さず、又εが小さすぎる場合はいたずらにデータ量が増加する。したがって、ξの真の実験値を示す範囲内で適当なεを選ぶ必要があり、そのためにはεとξの標準偏差 σ_ξ との関係を明らかにしなければならない。

図2-12はεと σ_ξ との関係を示すもので、実験値はε=1μとしてサンプリングされたデータを任意間隔(1μ以上)でとり出して整理したものである。図2-12の $\sigma_{\xi S}$ は1μ間隔でサンプリングしたときのξの標準偏差であり、 $\sigma_{\xi \varepsilon}$ は任意の間隔εでサンプリングして得られたξの標準偏差である。また、 ε_S は表面凹凸の分布曲線を等傾斜正規分布とするときの甲藤の式による最小独立間隔⁽⁴⁶⁾で次式であらわされるものである。

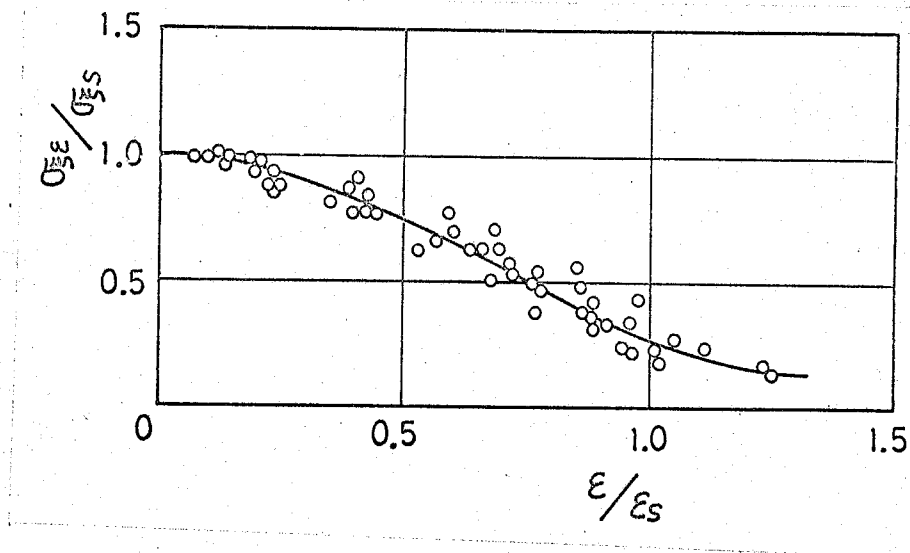


図 2-12 サンプル間隔と \$\sigma\$ の標準偏差

条件: 平面研削加工面 $\sigma = 0.2 \sim 3 \mu$

$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\tan \theta_a} \quad \text{--- (2-14) (附-1)}$$

ここで、 σ は任意のサンプル間隔 ϵ で得られる表面凹凸の高さの標準偏差であり、 $\tan \theta_a$ は式 (2-12) から得られる三角形突起の平均傾斜である。したがって、図 2-12 の横軸 ϵ/ϵ_s は任意のサンプル間隔 ϵ で得られるデータを基準として最小独立間隔 ϵ_s を求めこれによって無次元化したものである。図 2-12 からわかるように、 ϵ_s を基準とした場合実験値は一定の傾向を示し、 ϵ/ϵ_s の小さい範囲では $\sigma_{\epsilon}/\sigma_{\epsilon_s}$ は 1 に漸近してゆき、 ϵ は小さい程よいといえる。しかしながら、前述したように ϵ を小さくすることはサンプルデータが多量となり、労力の点でもサンプル値の精度（本研究においては、フルスケールを 2000 等分し、有効数字 3 桁としてデジタル化している）の点でもかなりの

困難を伴なう。以上のことから、図2-12の範囲($\sigma = 0.2 \sim 3\mu$)では、 $\varepsilon / \varepsilon_s \leq 0.2$ 程度まで、 ε の絶対値では $\varepsilon \leq 4\mu$ 程度まで $\sigma_{\varepsilon\varepsilon} / \sigma_{\varepsilon s} = 1$ とみなすことができる。これは σ_{ε} に影響しないといえる。本章では、 $\varepsilon = 2\mu$ に統一することにする。また、図2-12の関係は実験式として

$$\sigma_{\varepsilon} = \sigma_{\varepsilon\varepsilon} \{ 1 + 2.7 (\varepsilon / \varepsilon_s)^3 \} \quad \text{————— (2-15)}$$

で近似でき、任意のサンプリング間隔で得られたデータ $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ とそれから導かれる ε_s とから、その表面凹凸の σ_{ε} を推定することができる。

次に、測定時に考慮されなければならない重要なものとして、サンプリング長さ(測定長) l_m がある。サンプリング長さ l_m はJISに表面あらさの大きさに関連して規定されているが、本研究のように接触面の表面凹凸を取扱う場合には、表面あらさといった微視的なものとうねりといった巨視的なものと分離して表面凹凸を考えるべきではなく、できる限りこの両者を含めた面としての表面凹凸を規定する必要がある。この考えに沿って本章の実験はスキッドを使用していないが、うねり等を含めるためにJIS等の規格に従って測定長 l_m を決定することはできない。ただし、加工機械の精度低下による長い周期の形状誤差あるいは表面あらさに比較して極端に大きいうねり等は、接触機構においても形状問題(例えば円筒と平板、球と平板の接触問題)として取扱われるために、本章においても除外することにする。図2-13はサンプリング長さ l_m を任意にとったときの表面凹凸の傾斜

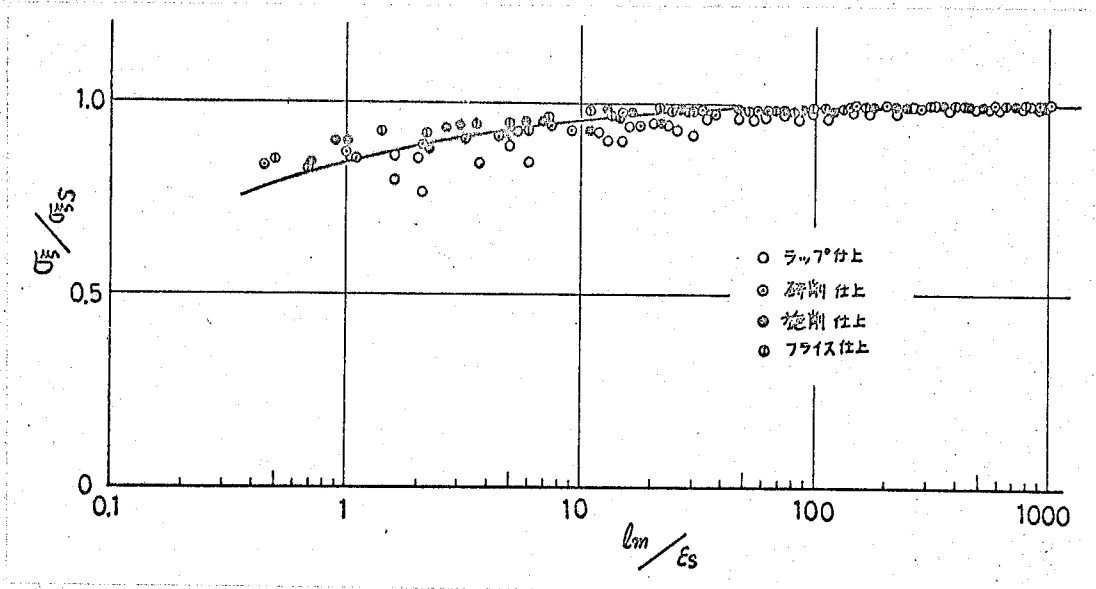


図 2-13 サンプルング長さ l_m と σ_s

この標準偏差 σ_s を示すものである。図 2-13 における σ_{ss} は $l_m = 6 \text{ mm}$ としたときの σ_s であり、 ϵ_s は式 (2-14) であらわされる最小独立間隔である。図 2-13 は、加工方法に関係なくほぼ一定の傾向を示している。すなわち、

$l_m/\epsilon_s \geq 50$ において $\sigma_s/\sigma_{ss} \approx 1$ となる傾向が、この図の範囲 $\sigma = 0.2 \sim 5 \mu$ では、 $l_m \geq 2 \sim 3 \text{ mm}$ とすれば十分である。以上のことから、本章の実験においては $l_m = 6 \text{ mm}$ とし、上記のサンプルング間隔 $\epsilon = 2 \mu$ と関連してサンプル数を 3000 とする。したがって、本章における表面凹凸の結果は、 6 mm 以内に含まれるうねりはすべて表面凹凸として処理され、一般の機械加工におけるうねりの成分は十分に含まれているものと考えられる。

最後に、式 (2-14) の ϵ_s は、図 2-12, 図 2-13 からわかるように最小独立間隔の基準となり得るものと考え

られる。

3-2 種々の加工面に対する傾斜分布

3-2-1 平面研削加工面

平面研削加工面の試料形状は、図2-14に示すものであり、試料材質はSK3, S38C, FC15、かたまりは、 $H_V(0.5) = 200 \sim 620$ 、表面凹凸の高さの標準偏差は $\sigma = 0.2 \sim 3 \mu$ である。加工条件は、砥石をWA46J, A36Nとし湿式研削とした。使用工作機械は、剛性の高い平面研削盤（日立精工製GHL-300S）を使用し、試料加工面のだれおよび研削盤の振動等によるうねりを除くようにした。また、研削盤のテーブル速度、サドル送り量、砥石ドレッシングの送り量等も種々変化させ、加工条件が広い範囲にわたるようにした。

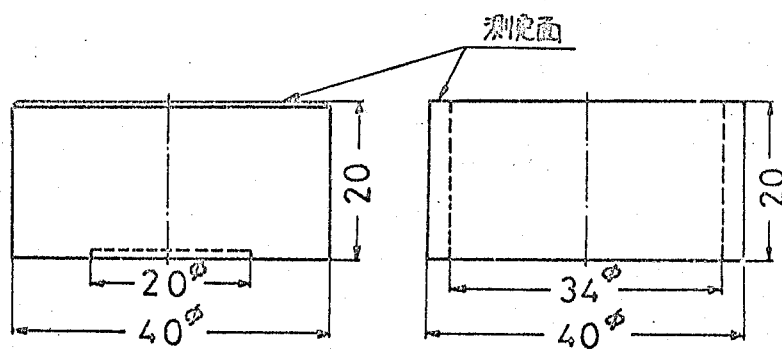


図2-14 試料形状

以上のようにして得られた加工表面は図2-15に示される状態になっている。写真は、走査型電子顕微鏡で得られたもので、平面研削加工面の表面凹は二次元的であることがわ

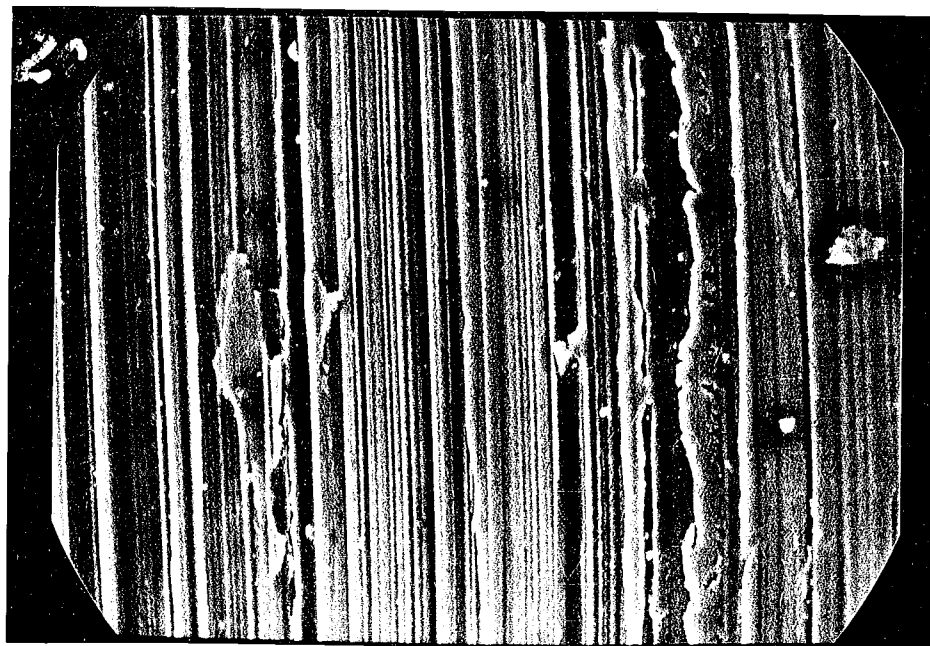


図 2-15 平面研削加工面
SK3, Hrc 50, 倍率 2,000倍

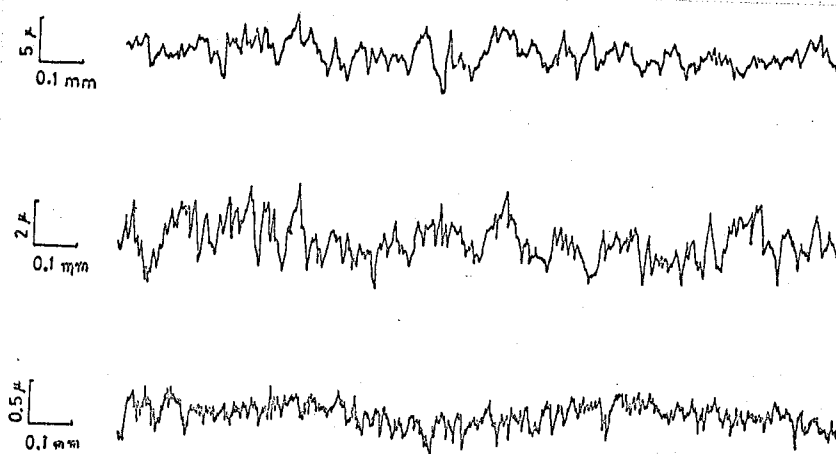


図 2-16 研削加工面の表面凹凸

かる。研削加工面の研削方向（砥粒の切削方向）に直角な方向の表面凹凸の例を図2-16に示す。これらのプロファイルから得られる微小突起の傾斜角とその確率密度 $H(\alpha)$ との関係

係は、図2-17～図2-20に示すようになる。図2-17～図2-19は研削方向に対し直角な方向の性質を、図2-20は研削方向の性質をあらわしている。図中実験点は平均値とばらつきの範囲を示すものであり、実線は式(2-7)の計算値のうち、実験値の平均に比較的近いものを記したものである。本実験の範囲では、式(2-7)の $H(\xi)$ の形状を決定する形状パラメータ m は、図2-17において $m=1.8$ 、図2-18において $m=2.6$ 、図2-19において $m=2.3$ 、図2-20において $m=1.8$ とおくことにより実験値によく近似できる。図において、 $\xi=0$ の近傍で $H(\xi)$ の値が大きいことは、融針式あらさ計で得られる表面凹凸の微小突起の傾斜は、なだらかな部分が非常に多いことを意味している。さらに、 $H(\xi)$ は従来正規分布に近いとされてきたが、本章の理論によれば形状パラメータ m により、それぞれの実験条件の特徴をよくあらわすことができ、 $\xi=0$ の近傍で正規分布より大きい値を示していることがわかる。これは、久内の実験結果にもみられる現象である⁽³⁷⁾。

平面研削加工面については、図2-17～図2-20に示したように、形状パラメータ m は、 $m=1.8 \sim 2.6$ の幅をもつが、図2-9に示されたように $\tan \theta_a$ を決定する σ_ξ は m に対してほとんど変化しておらず

$$\sigma_\xi \approx 0.65 \quad \text{-----} (2-16)$$

として十分である。したがって

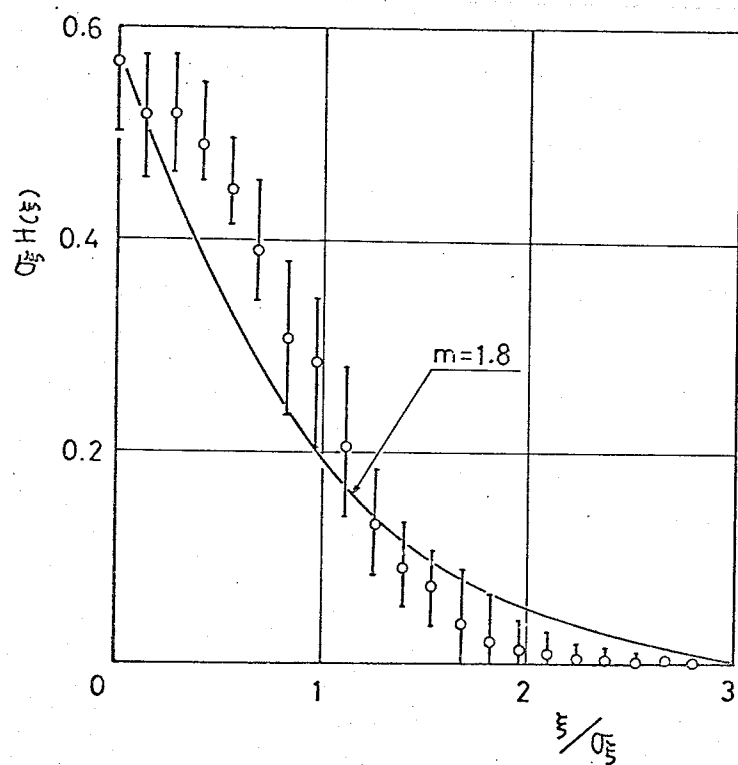


图 2-17 倾斜分布

研削方向に直角な方向

S38C, SK3

$H_V(0.5) = 200 \sim 300$

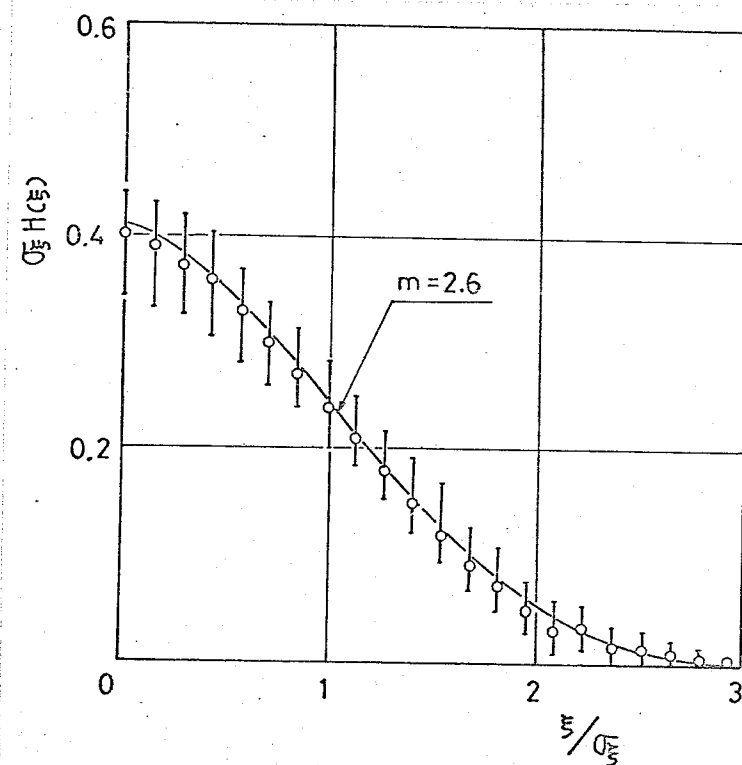


图 2-18 倾斜分布

研削方向に直角な方向

S38C, SK3

$H_V(0.5) = 460 \sim 620$

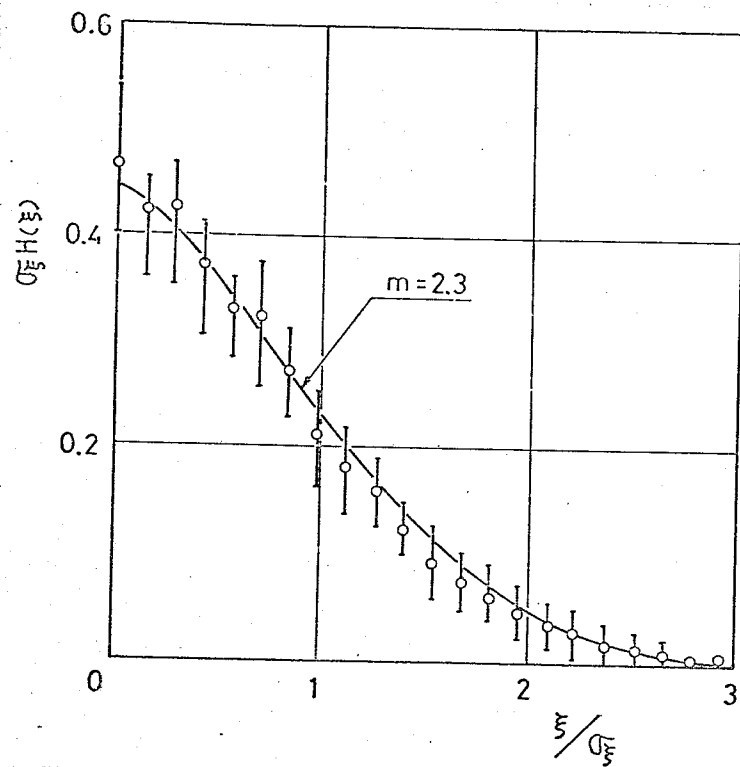


图 2-19 倾斜分布

研削方向に垂直な方向

FC15

$H_V(0.5) = 260 \sim 320$

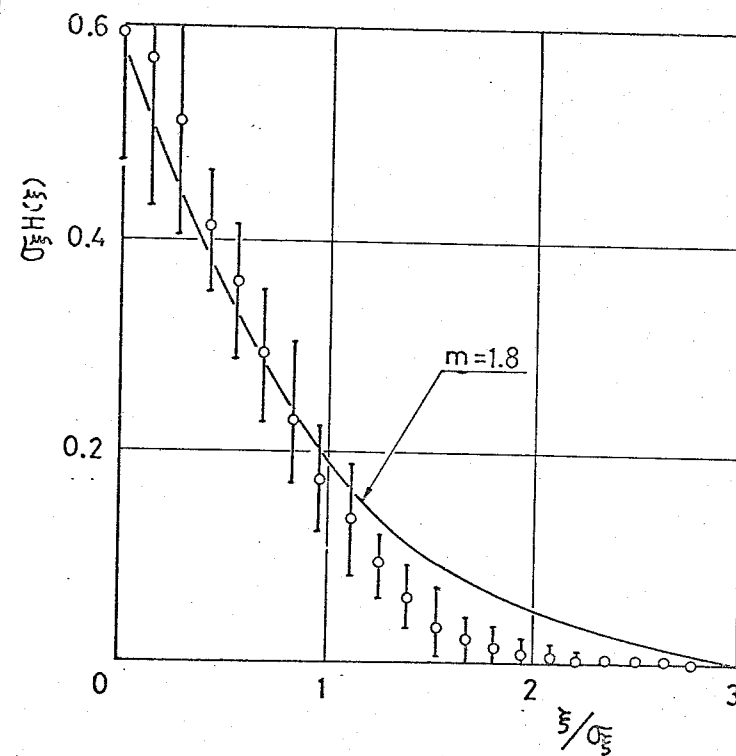


图 2-20 倾斜分布

研削方向

S38C, SK3, FC15

$$\tan \theta a = 1.54 \sigma_s \quad \text{————— (2-17)}$$

が得られる。

3-2-2 旋削加工面

試料形状は図2-21に示すものを使用し、測定面は端面である。切削速度は図2-21の測定面の平均値である。使用旋盤は池貝鉄工製A-20旋盤であり、加工物材質はS38C, FC15の二種類である。切削工具は、切削開始前に摩耗等がないようにし、

ノーズ半径は0.6 mmを主とした。工具条件、切削条件は表2-1に示すものである。工具の送り、加工物外周より内側に向、てあり、表面あらさ計の測定方向は内側から外周側へ

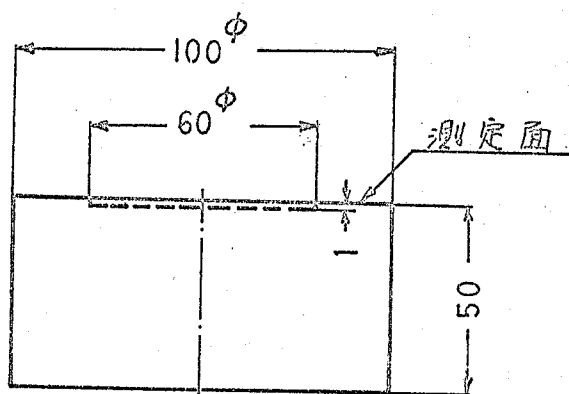


図2-21 試料形状

表2-1 切削条件

切削速度 v (m/min.)	23, 37, 90, 127, 158, 226, 396
切込み t (mm)	0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0
送り量 s (mm/rev)	0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50
工具材質	P20
工具刃先形状	$0^\circ 6^\circ 6^\circ 15^\circ 15^\circ \text{rn}$
ノーズ半径 rn (mm)	0.1, 0.3, 0.6, 1.0, 2.0

ラジアル方向とした。

旋削加工面の一例を図2-22に示し、各切削条件の代表的な表面凹凸の例を図2-23～図2-26に示してある。図2-23はS38Cの切削速度に対する表面凹凸であり、図2-24は同様の材質に対する送り量に対する表面凹凸である。図2-25、図2-26はFC/5に対する同様の条件に対する表面凹凸を示す。これらの図からわかるように、かなり規則的なものから、FC/5の旋削面のようにかなり不規則なものまで含んでいる。以上の表面凹凸プロファイルから得られるものの分布形は、図2-27に示す形状ととり、傾斜は表面凹凸の突起の頂点を中心に左右対称とみなすことができる。

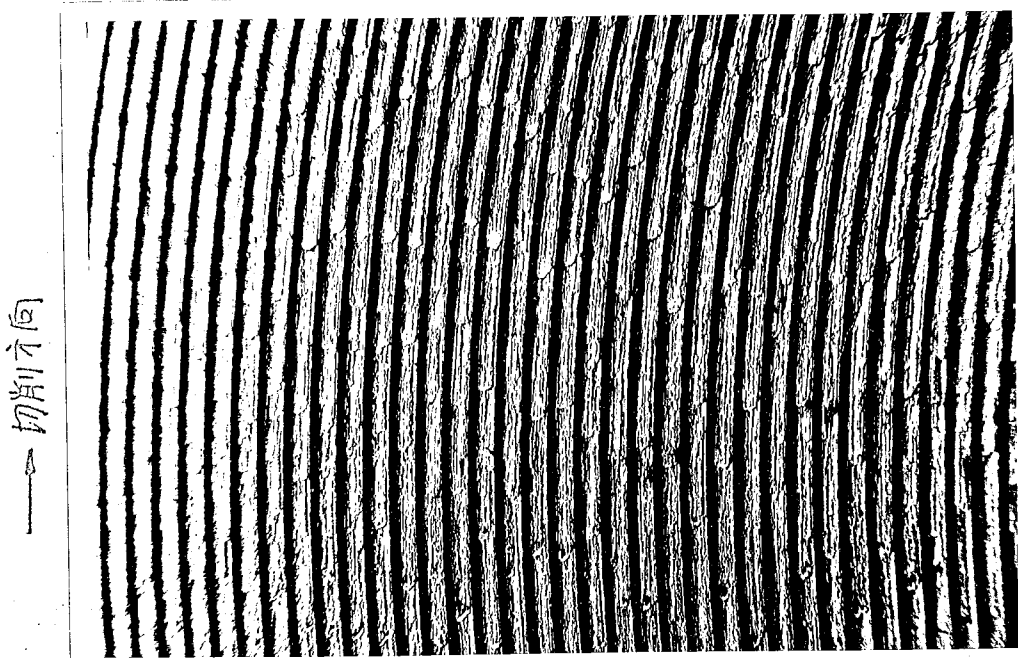


図2-22 旋削加工面

S38C, $v = 158 \text{ m/min}$,

$f = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.1 \text{ mm/rev}$, 倍率30倍。

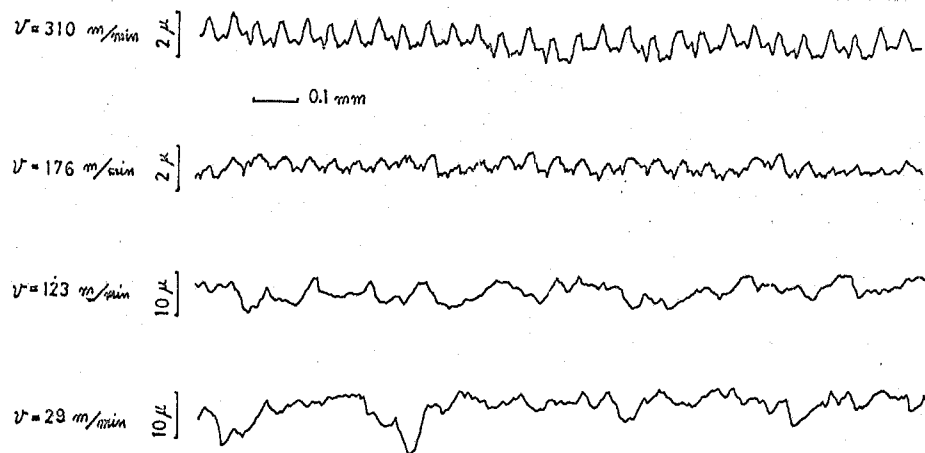


图 2-23 旋削加工面表面凹凸

S38C, $t = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.05 \text{ mm/rev}$.

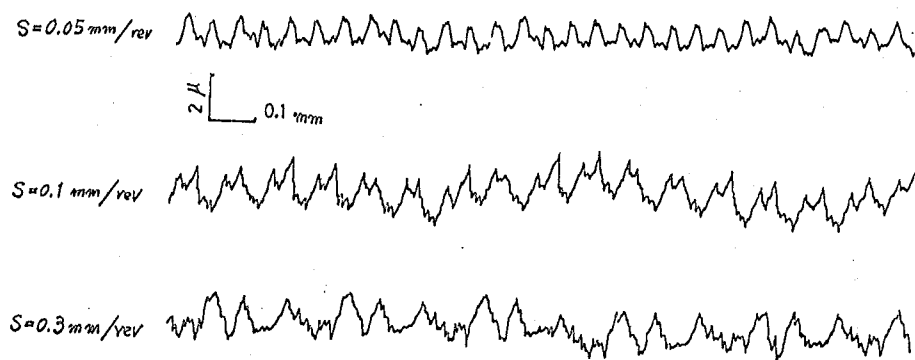


图 2-24 旋削加工面表面凹凸

S38C, $v = 310 \text{ m/min}$, $t = 0.1 \text{ mm}$

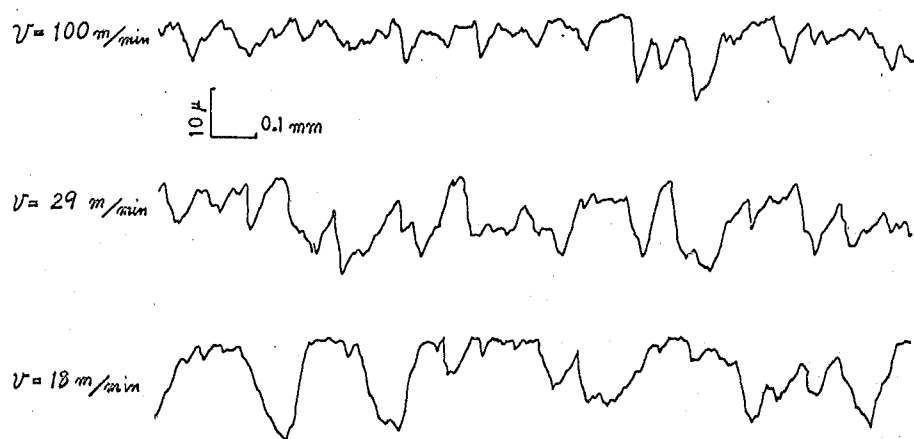


图 2-25 旋削加工面表面凹凸

FC15, $t = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.05 \text{ mm/rev}$.

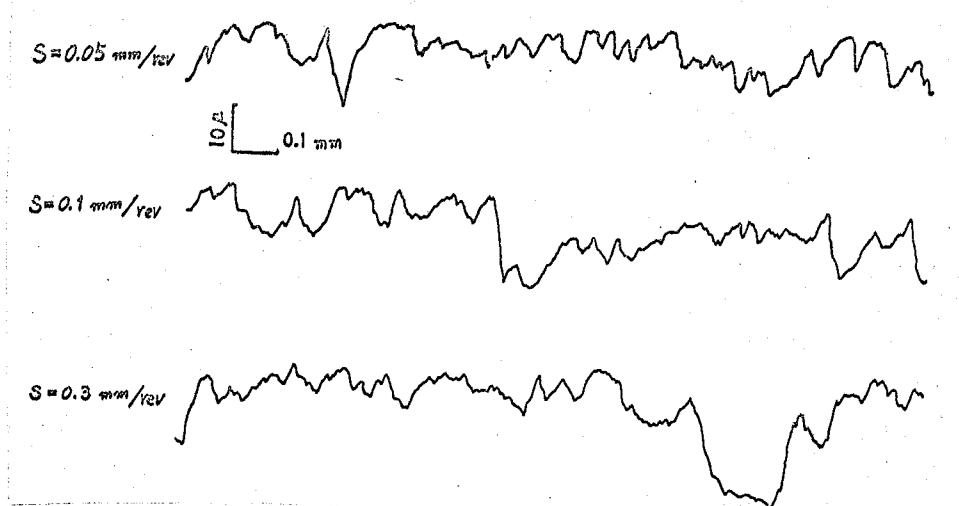


図 2-26 旋削加工面表面凹凸

FC15, $v=29 \text{ m/min}$. $t=0.1 \text{ mm}$

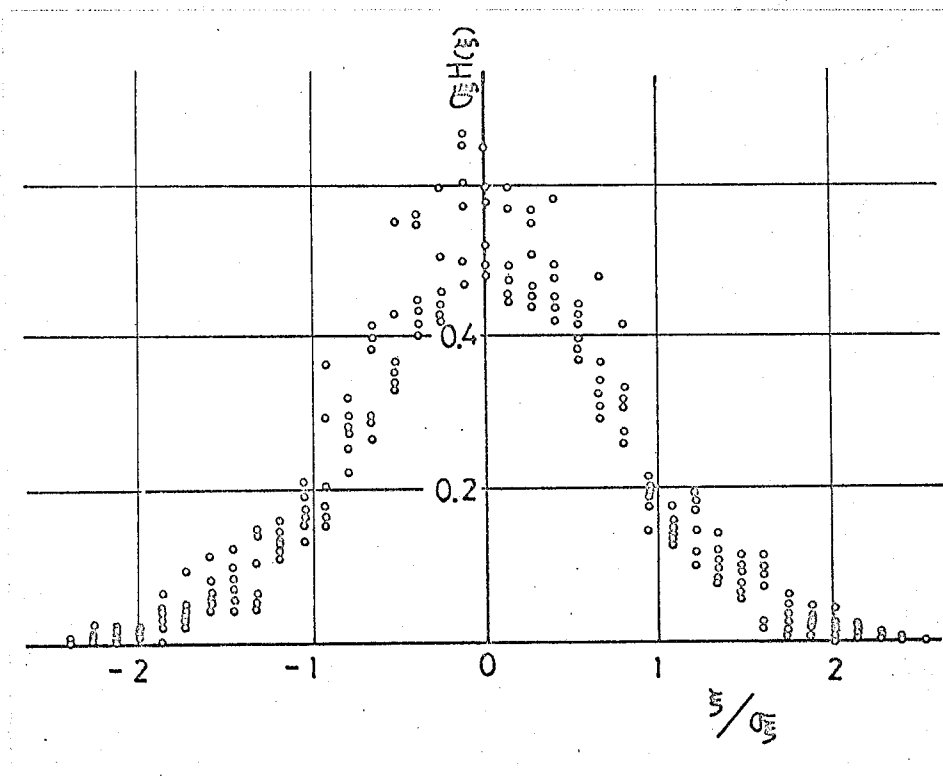


図 2-27 旋削加工面の σ の分布

旋削加工面が、図2-28に示されるように理想的にノーズ半径 r_n の連なりとなっており、この場合には、 ξ と $H(\xi)$ との関係は図2-29のようになり、図2-27の場合とかなり異なった分布形となる。これは実際の旋削加工面は、図2-28の理想面に、押潰し要素、振動要素、刃先の形状

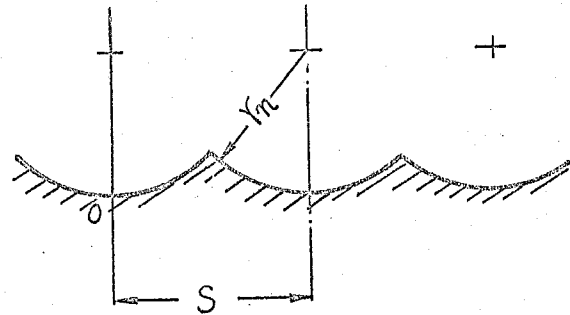


図2-28 理想旋削加工面の表面凹凸

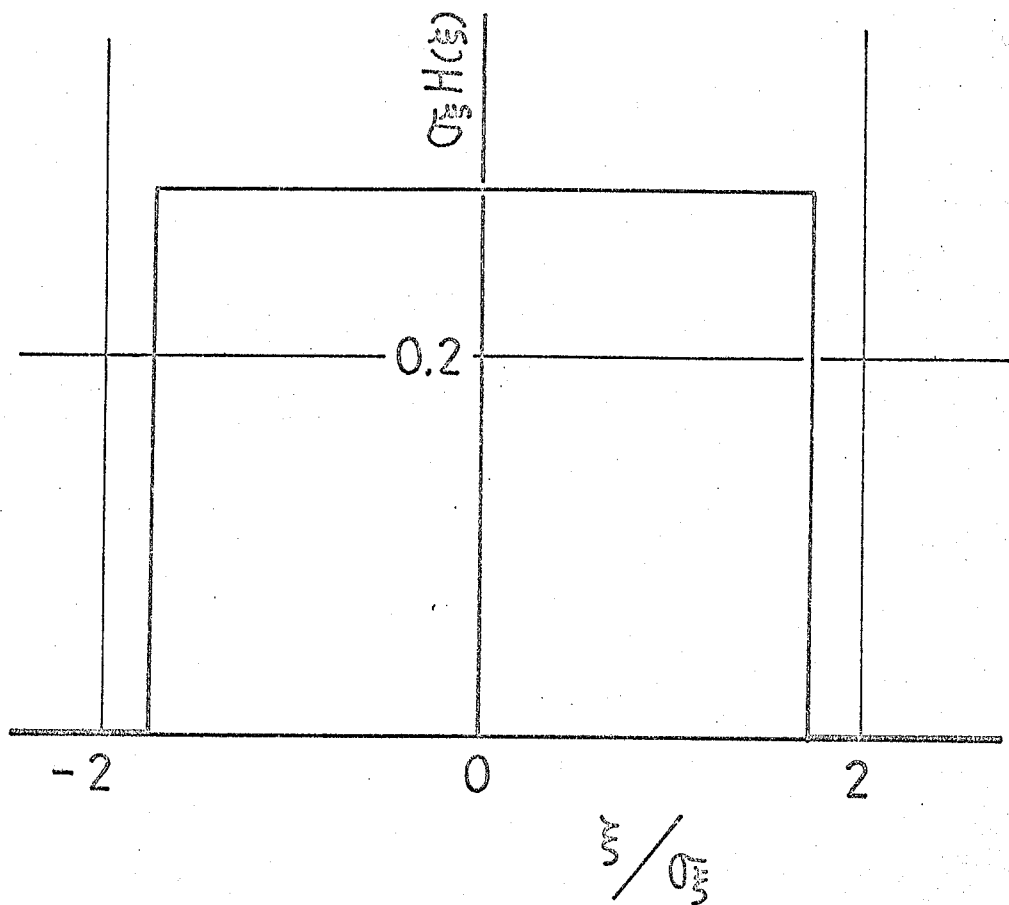


図2-29 理想旋削加工面における ξ の分布

変化による要素等が加わってかなり不規則成分が入り、ためと考えられる⁽⁴⁸⁾。本章では、旋削加工面の詳しい考察は文献にゆずることとし、⁽⁴⁹⁾⁽⁵⁰⁾その性質のみを明らかにすることにする。

図2-30は、旋削加工面における ξ と $H(\xi)$ との関係を示すもので、S38C, FC15を含む表2-1の条件のすべての結果である。この図から、式(2-7)の形状パラメータ m は、旋削加工面全般(表2-1の範囲)について $m \approx 2.0$ とすることができ、式(2-16), 式(2-17)が適用できることがわかる。

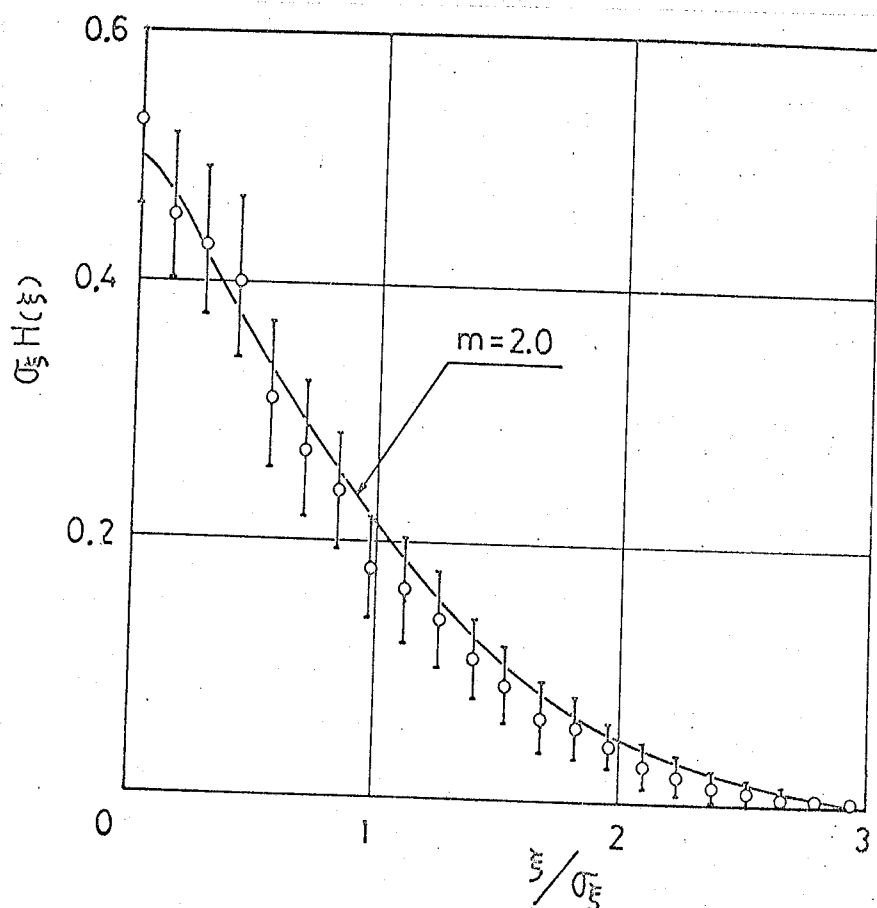


図2-30 旋削加工面の ξ の分布
S38C, FC15.

3-2-3 フライス加工面, シェーパ加工面及びハール仕上面

試料は研削加工に使用された $40\phi \times 20$ の形状を主とし、試料材質も同様とした。 $40\phi \times 20$ の試料の端面加工には仕上用正面フライスを使用し、使用工作機械は静岡鉄工製のフライス盤 SH2V とした。この試料面以外のフライス加工面は、一般工作機械部品の表面を利用し、それには正面フライス、平フライス、エンドミルによる加工が含まれている。

シェーパ加工面, ハール仕上面についても、上記と同様に工作機械部品及び市販定盤の加工面を対象とした。

図2-31 は正面フライス加工面の表面凹凸の一例である。フライス, シェーパ, ハール各仕上面における表面凹凸の測定は、平フライス, エンドミル側面加工を除いて、各切削の切削方向に対して直角な方向とした。表面凹凸の微小突起の傾斜は、図2-27と同様の分布をなし、突起の頂点を中

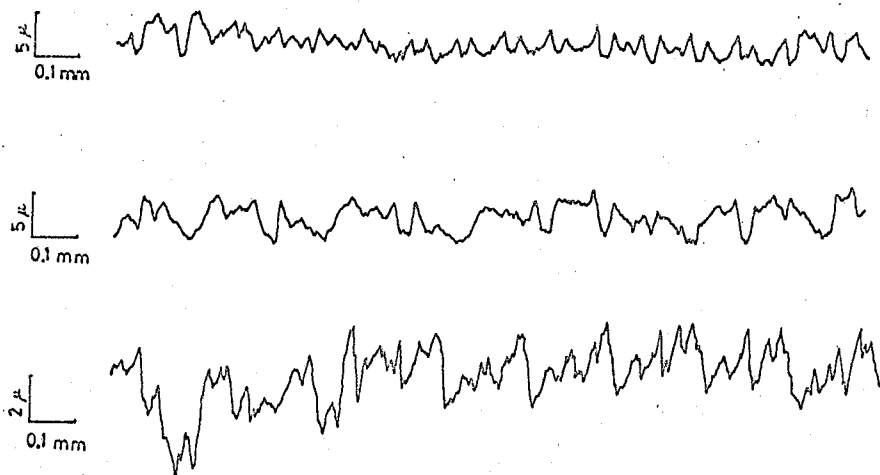


図2-31 正面フライス加工面表面凹凸

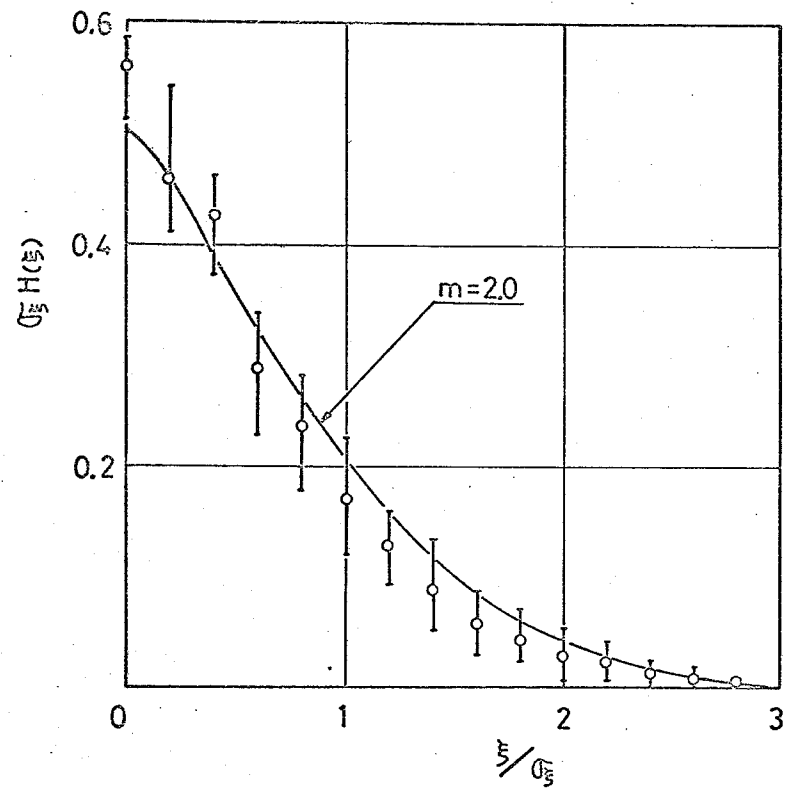


図 2-32 フライス加工面の傾斜分布

平フライス, 正面フライス
エンドミル, 各加工

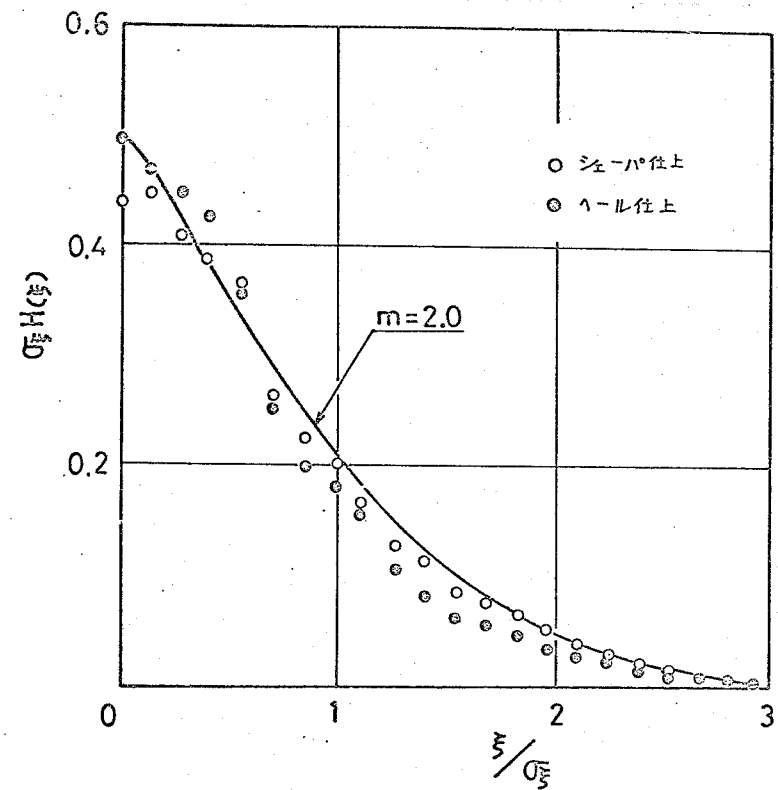


図 2-33 シェーパ加工, アール仕上面の傾斜分布

心として対称であると考えらる。図2-32は正面フライス、平フライス、エンドミル加工面に対する ξ と $H(\xi)$ との関係を示すものである。 $H(\xi)$ の形状を決定する形状パラメータ m は、 $m \div 2.0$ で近似できる。シェーパ及び1-ル仕上面に対する ξ と $H(\xi)$ との関係は、図2-33に示すようになり形状パラメータ m は $m \div 2.0$ で近似できる。以上のことから、フライス加工面、シェーパ、1-ル仕上面等においても、式(2-16)、式(2-17)が成立することがわかる。

3-2-4 ラップ仕上面

ラップ加工用試料形状は、研削加工に使用した試料と同様のものを使用し、材質はSK3, S38C, FC15であり、かたさは $H_V(0.5) = 200 \sim 600$ である。ラップ仕上面の表面凹凸の例を図2-34に示す。また、ラップ仕上面の電子顕微鏡写真を図2-35に示す。これは、SK3, $HRC = 60$ をカーボランダム #650 により湿式ラップ加工したものである。表面凹凸が非常に不規則であることがわかる。

種々の条件に対する ξ と $H(\xi)$ との関係は図2-36 ~ 図2-38に示すようになる。図2-36は、SK3で $H_V(0.5) \geq 400$ について示したもので形状パラメータ m は $m = 2.3$ となり、図2-37は、S38C生材、図2-38はFC15についての結果で、両者とも形状パラメータ m は $m \div 2.0$ で近似できる。ラップ仕上面は、図2-35からも分るよう

に、方向性のない表面凹凸と考えられ、図2-36～図2-38の結果は、方向性のある表面凹凸を対象として導かれた理論が、方向性のない表面凹凸にも適用できることを示している。これは、本章における式(2-2)に含まれる定数C

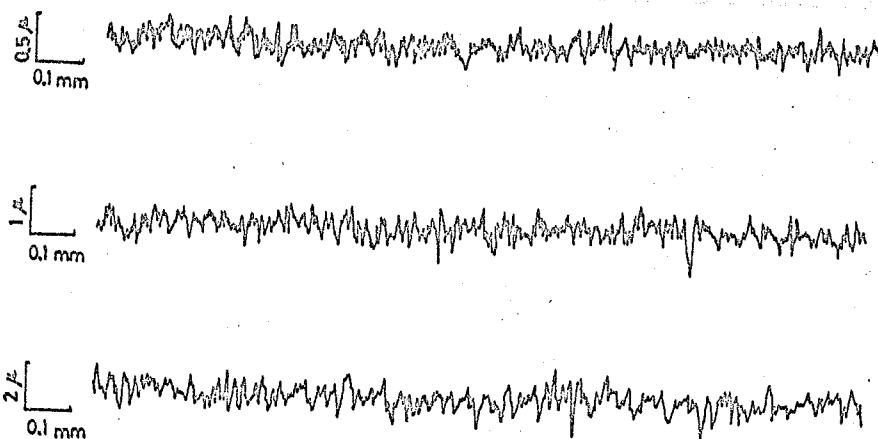


図2-34 ラップ仕上げ面の表面凹凸

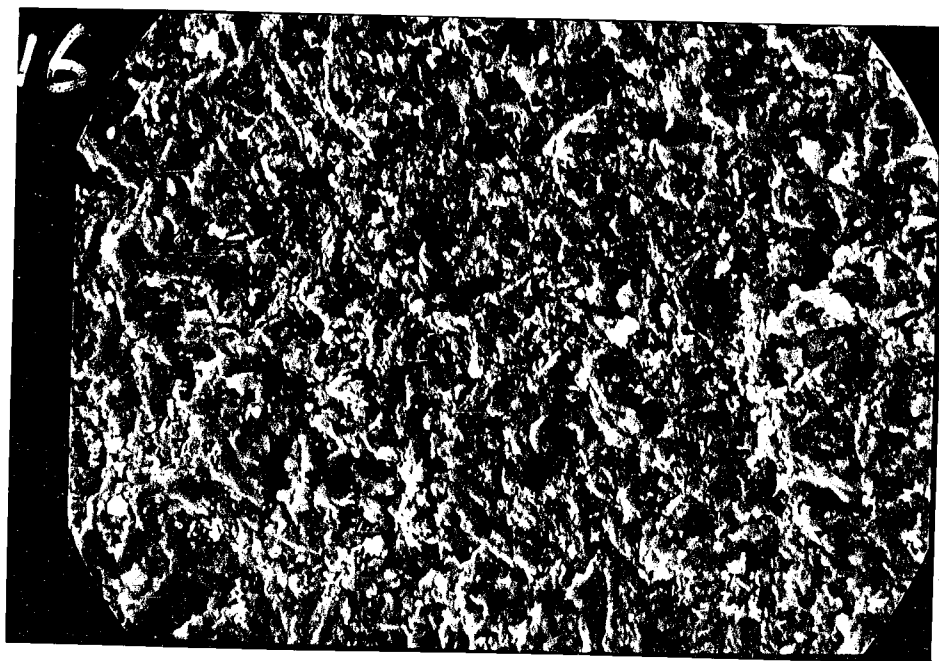


図2-35 ラップ仕上げ面

SK3, HRC=60, カーボラン
 ザム #650, 湿式, 倍率2,000倍

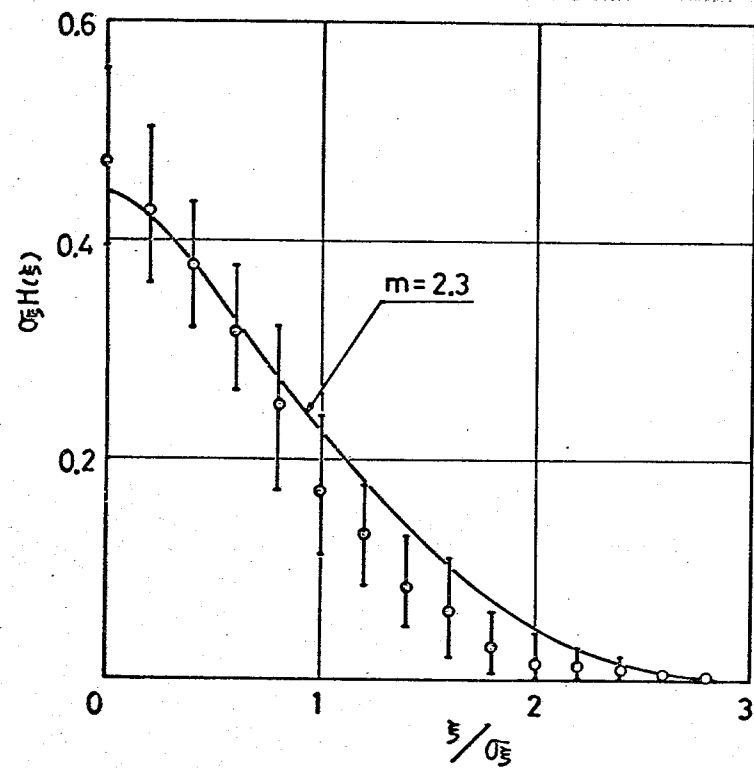


図 2-36 ラッ7°仕上面の傾斜分布

SK3, $H_D(0.5) \geq 400$

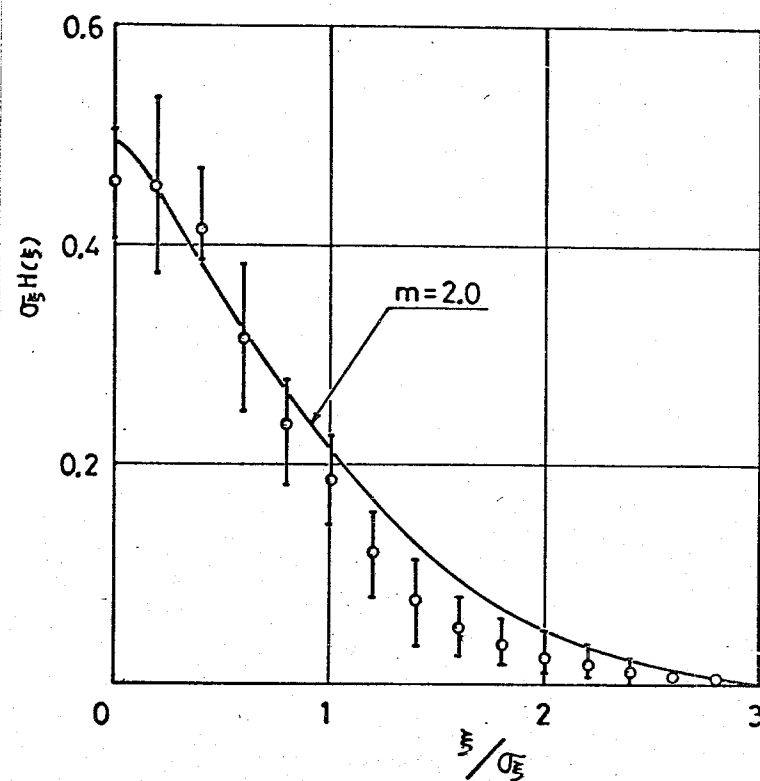


図 2-37 ラッ7°仕上面の傾斜分布

S38C, 生材

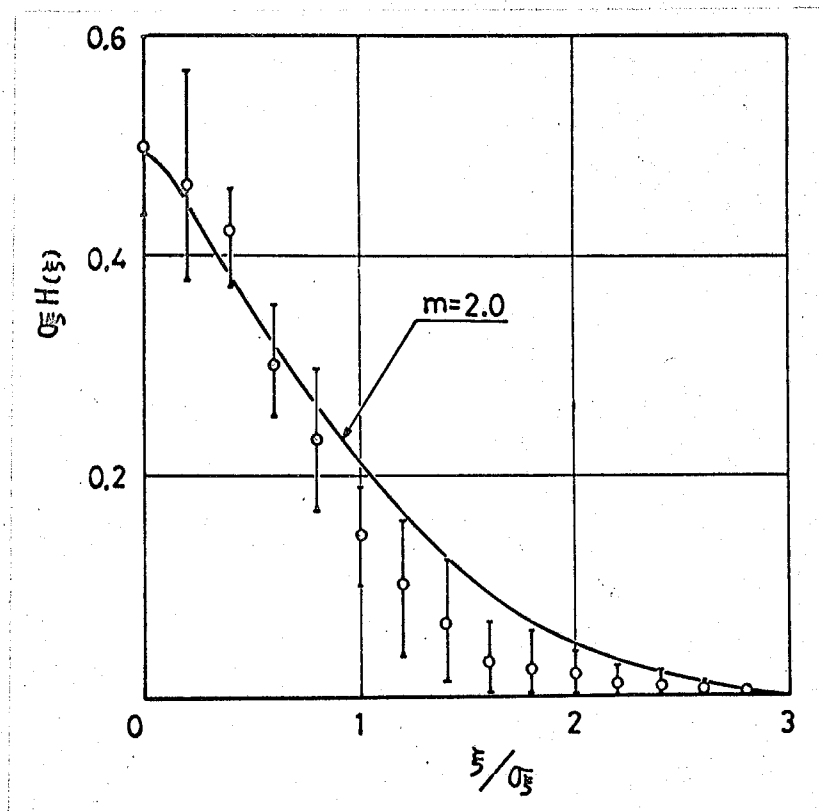


図 2-38 ラッフ°仕上面の傾斜分布 (FC15)

が、 $H(\xi)$ の誘導の理論に直接関係しないためである。

以上の事実から、ラッフ°仕上面においても式 (2-16)、式 (2-17) の関係が成り立つ。

3-3 表面凹凸の高さの標準偏差と傾斜の標準偏差との関係

表面凹凸の高さの標準偏差 σ と微小突起の表面あらさ計によるプロファイル上の傾斜の標準偏差 σ_{ξ} とは、かなりよい相関があることは久保らによって報告されている⁽⁴¹⁾。しかしながら、表面凹凸の突起の傾斜を及び σ_{ξ} を求めるためには特殊な装置あるいはかなりの労力を必要とすることから、実際面にお

いては、 σ と σ_y との関係を明確にすることが重要である。以下に、各種加工面における σ と σ_y との関係について検討する。

図 2-39, 図 2-40 は平面研削加工面に対する σ と σ_y との関係を示すもので、添字 X は研削方向に直角な方向；添字 Y は研削方向の表面凹凸から得られたものである。図から

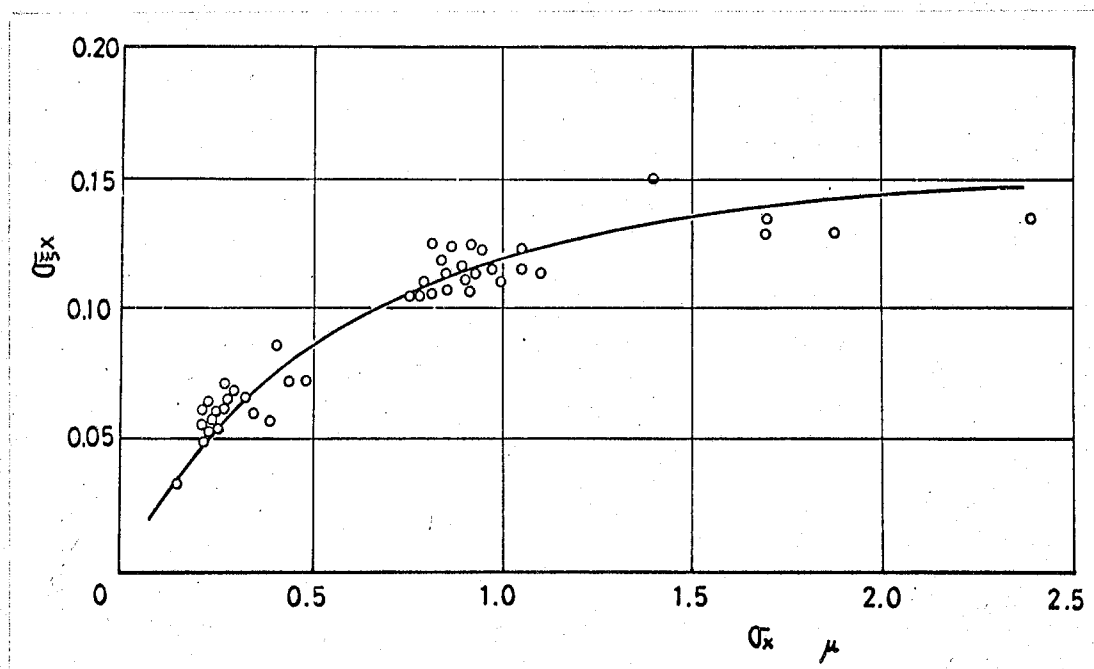


図 2-39 平面研削加工面の σ_x と σ_{yx}

σ_x, σ_{yx} : 研削方向に直角な方向

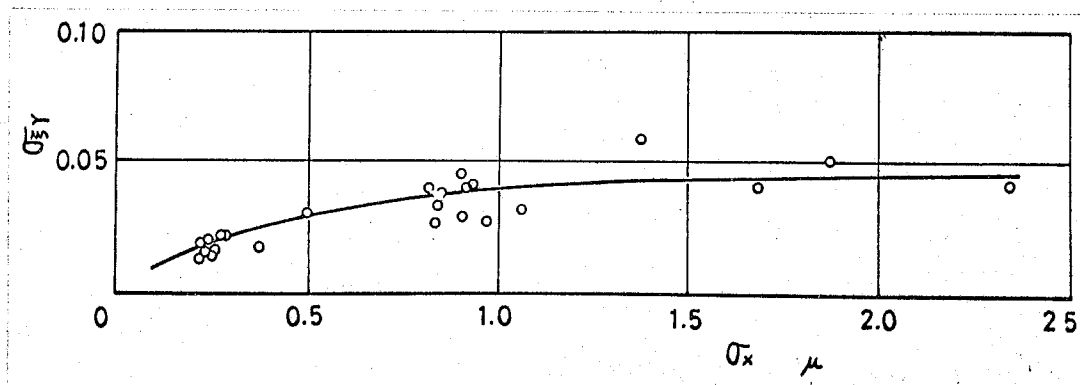


図 2-40 平面研削加工面の σ_x と σ_y

σ_y : 研削方向

わかるように σ と σ_x とはより相関を示し、 σ の増加に伴ない σ_x は一定値に漸近してゆく傾向がみられる。平面研削加工面における σ と σ_x との関係は、実験式として次式で与えられる。

$$\sigma_x = 0.15 \{ 1 - \exp(-1.65 \sigma) \} \quad \text{--- (2-18)}$$

$$\sigma_y = \sigma_x / 3 \quad \text{--- (2-19)}$$

図 2-39, 図 2-40 に示されている実線は、式 (2-18) 式 (2-19) をあらわすものである。

図 2-41 は旋削加工面, 図 2-42 はフライス加工面 (正面フライス, 平フライス, エンドミルを含む), 図 2-43 はシェーパ, 1-ル仕上面, 図 2-44 はラップ仕上面

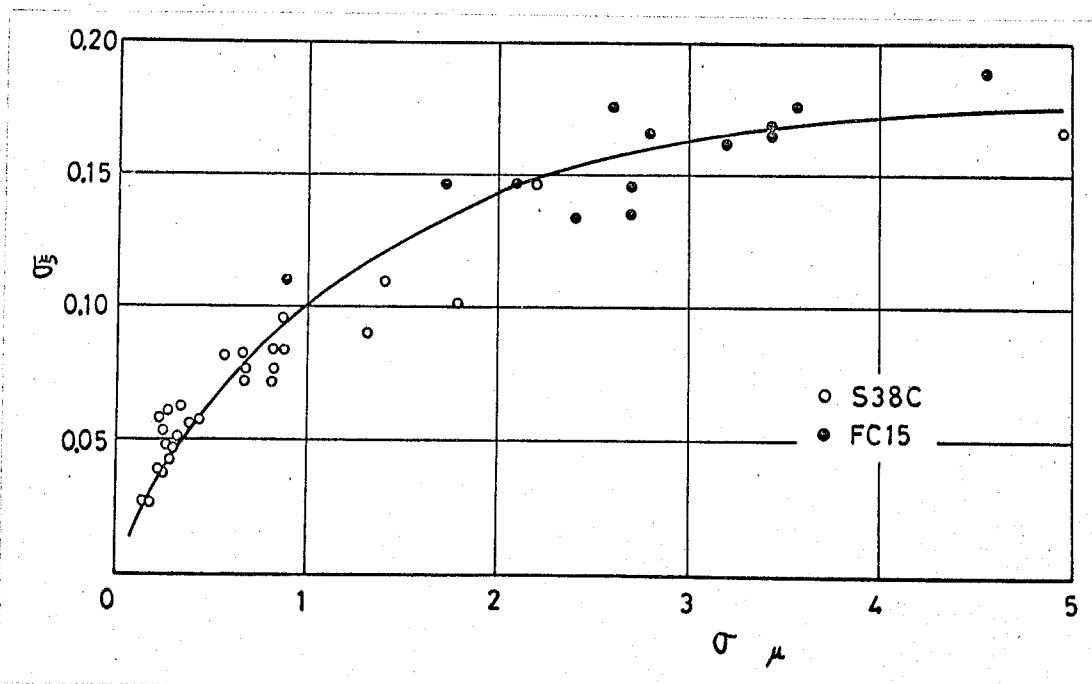


図 2-41 旋削加工面における σ と σ_x との関係

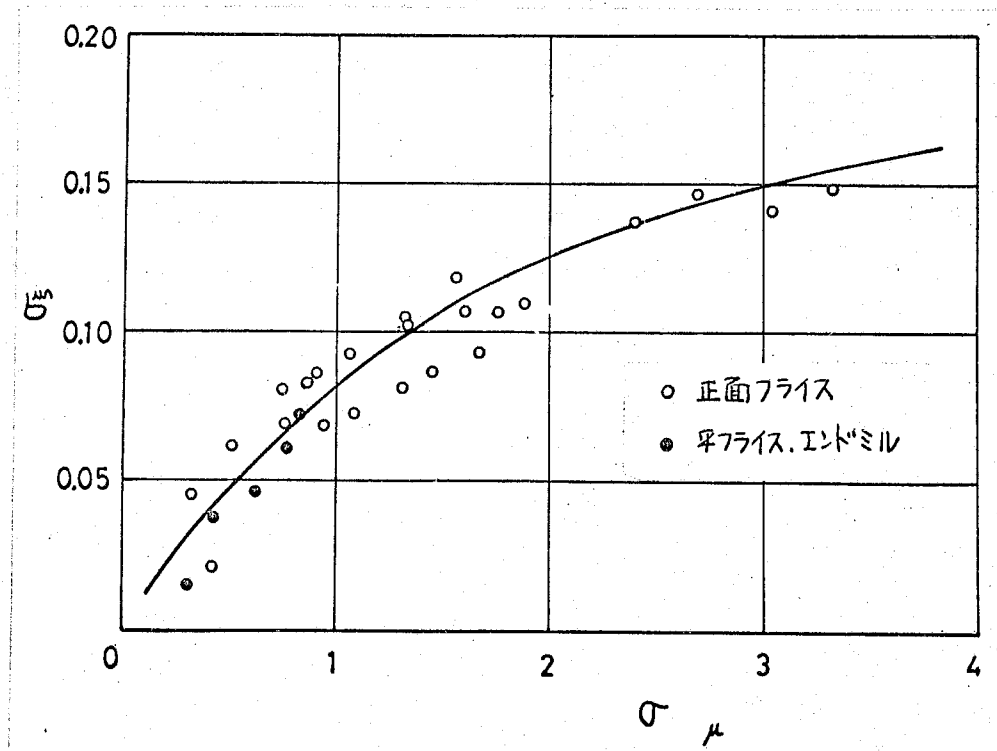


図 2-42 フライス加工面における
 σ と ϵ との関係

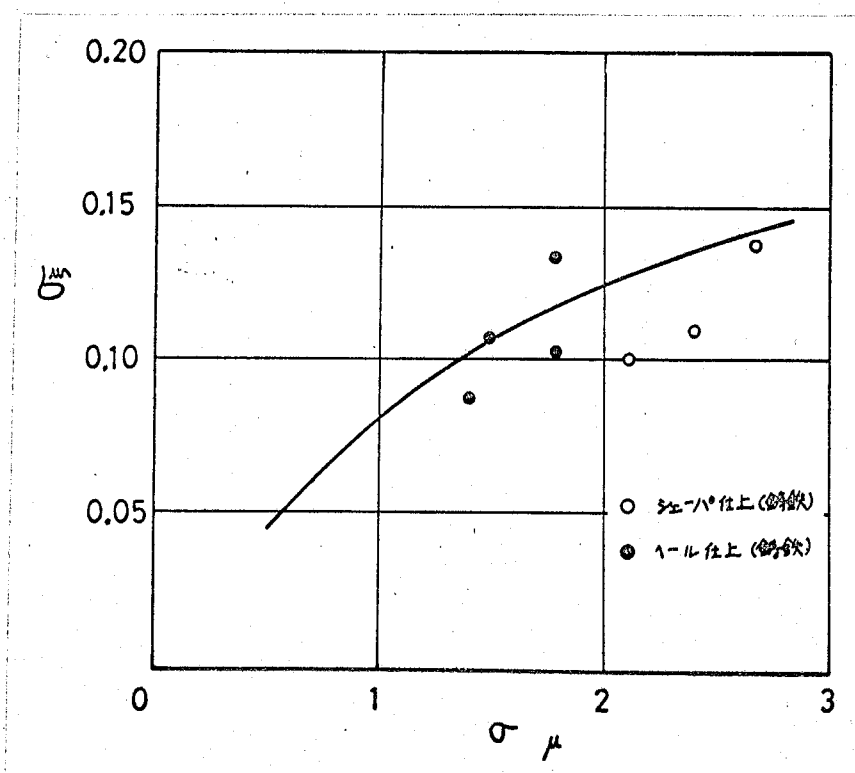


図 2-43 シェーパ、ハール仕上面
における σ と ϵ との関係

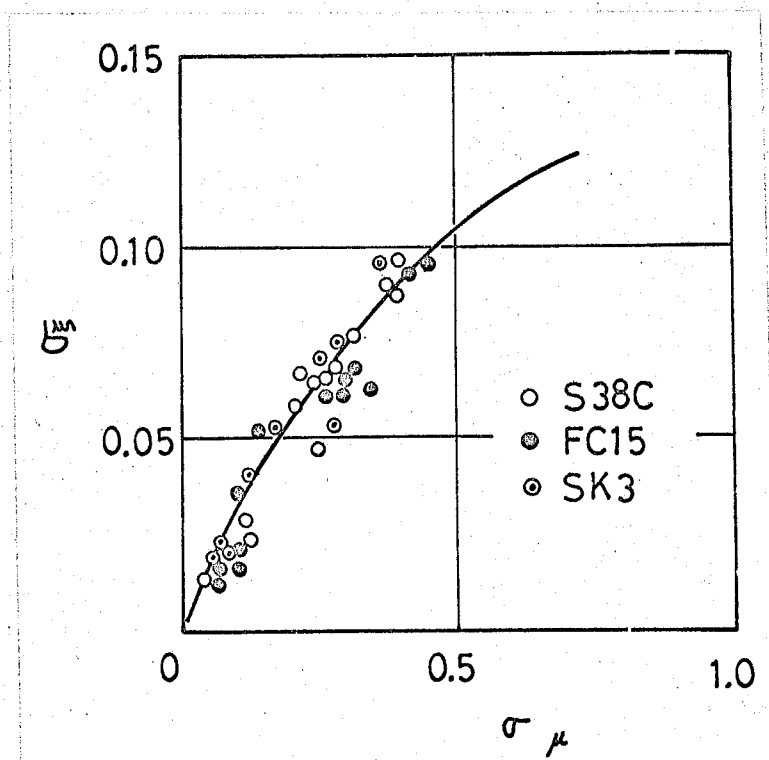


図 2-44 ラップ°仕上面における
σとσ_ξとの関係

に対するσとσ_ξとの関係である。方向性のある表面凹凸については、σ及びσ_ξは表面凹凸の方向（切削方向）に対して直角な方向で得られるものを意味する。これらのσとσ_ξとの関係は、前述した平面研削加工面と同様の性質を示し、多数の実験点のばらつきを許容すれば、実験式として次式が与えられる。

$$\sigma_{\xi} = 0.18 \{1 - \exp(-0.81\sigma)\} \quad (\text{旋削加工面}) \quad (2-20)$$

$$\sigma_{\xi} = 0.18 \{1 - \exp(-0.60\sigma)\} \quad (\text{フライス, シェーパ, ホール加工面}) \quad (2-21)$$

$$\sigma_{\xi} = 0.15 \{1 - \exp(-2.3\sigma)\} \quad (\text{ラップ°仕上面}) \quad (2-22)$$

図2-41～図2-44に示されている実線は、式(2-20)～式(2-22)をあらわすものである。式(2-18)～式(2-22)からわかるように、 σ に対する σ_0 の増加する割合は、研削加工、ラップ加工等のように比較的不規則で、表面凹凸の小さいものほど大きいようである。これは、多数の不定形な砥粒による切削と形の定まった切刃による切削との差によるものと考えられるが、本章では、式(2-18)～式(2-22)の誘導に目的があるため、詳細な検討は省くことにする。

3-4 方向性を有する表面凹凸の傾斜に関する検討
平面研削加工面のように方向性を有する表面凹凸においては、図2-45に示すような各方向によって異なった性質を示す。図に示すように研削方向に直角な方向を基準に、任意の角度 α の方向で得られた表面凹凸の ϕ はフィルは、図2-46に示すようになり、 $\alpha = 90^\circ$ においては非常になだらかな凹凸であることがわかる。くさび形突起を α の方向で切断した場合の突起の傾斜を $\tan \phi_\alpha$ とかけば、図2-47を参照して次式が得られる。

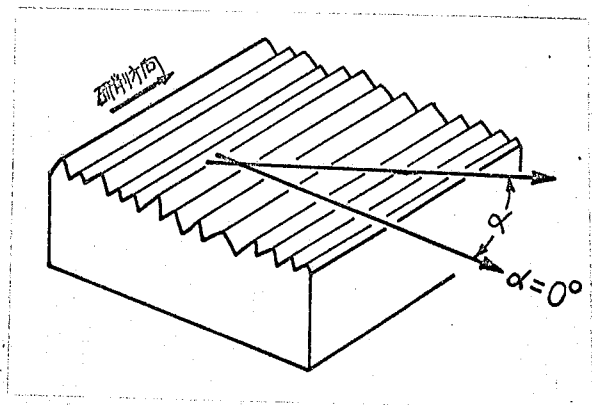


図2-45 平面研削加工面における測定方向 α の定義

$$\tan \phi_\alpha = \tan \phi_0 \cos \alpha$$

—————(2-23)

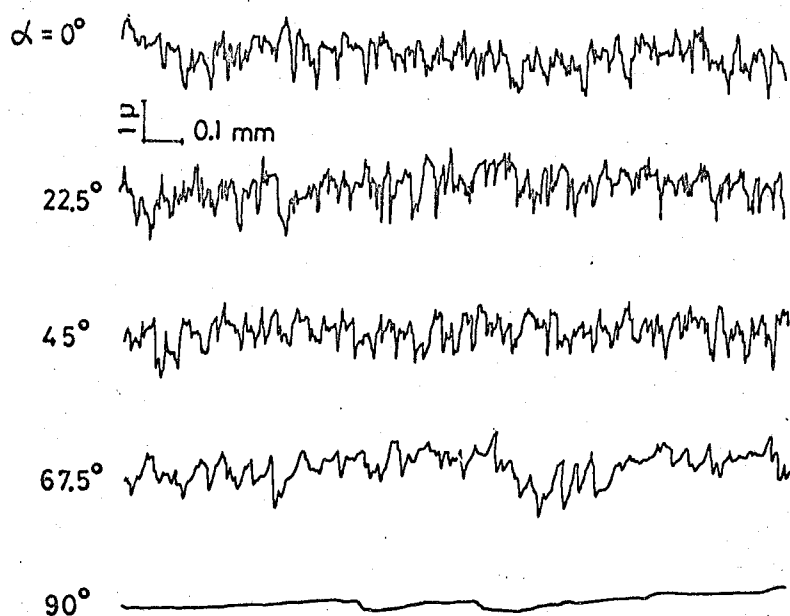


図2-46 α の方向の表面凹凸

$\tan \theta_0$ は $\alpha = 0^\circ$ のときの $\tan \theta$ の値である。図2-46 からわかるように $\alpha = 90^\circ$ における表面凹凸のプロファイルは非常になめらかで、直線に近いが、 $\tan \theta_{\alpha=90^\circ} \neq 0$ である。

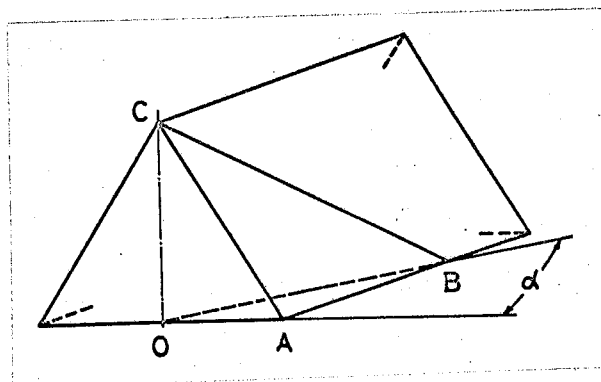


図2-47 くさび形突起模型

この性質は、図2-47において $\tan \theta_{\alpha=90^\circ} = OC/OB$ に相当するものと考えれば、式(2-23)は次式で表わされる。ただし、添字 α は平均を表わす。

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta_{\alpha} &= \tan \theta_0 \cos \left(\frac{2}{\pi} \gamma \alpha \right) \\ \gamma &= \cos^{-1} \left(\tan \theta_{\alpha=90^\circ} / \tan \theta_{\alpha=0^\circ} \right) \end{aligned} \right\} \text{--- (2-24)}$$

融針式あらさ計で得られた α の方向の微小突起の傾斜の標準偏差 σ_{α} は、式(2-12)に示されたように、三角形で近似された突起の傾斜の平均値 $\tan \theta_{ad}$ に比例する。式(2-24)で仮定された微小突起の性質は、一つの突起の任意の高さにおける水平断面形状が、 σ_{90}/σ_{0} に対し図2-48に示すようになる。すなわち、式(2-24)は、図2-48の形状を有する錐を仮定したことに相当する。平面研削加工面にお

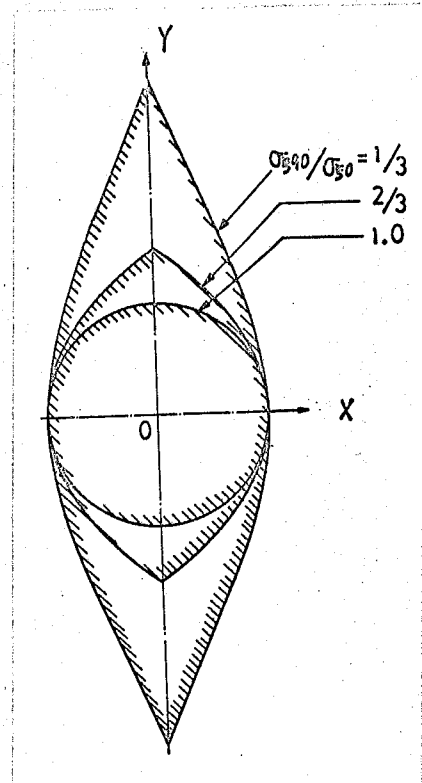


図2-48. 微小突起断面形状 (式2-24による場合)

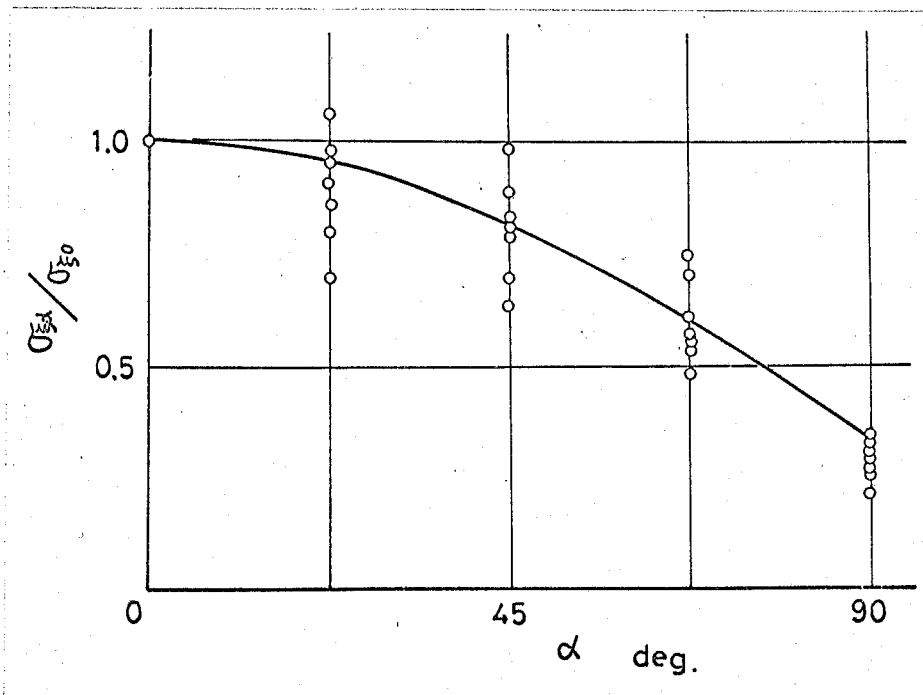


図2-49 α の方向における σ_{α} の値
測定長: 6mm

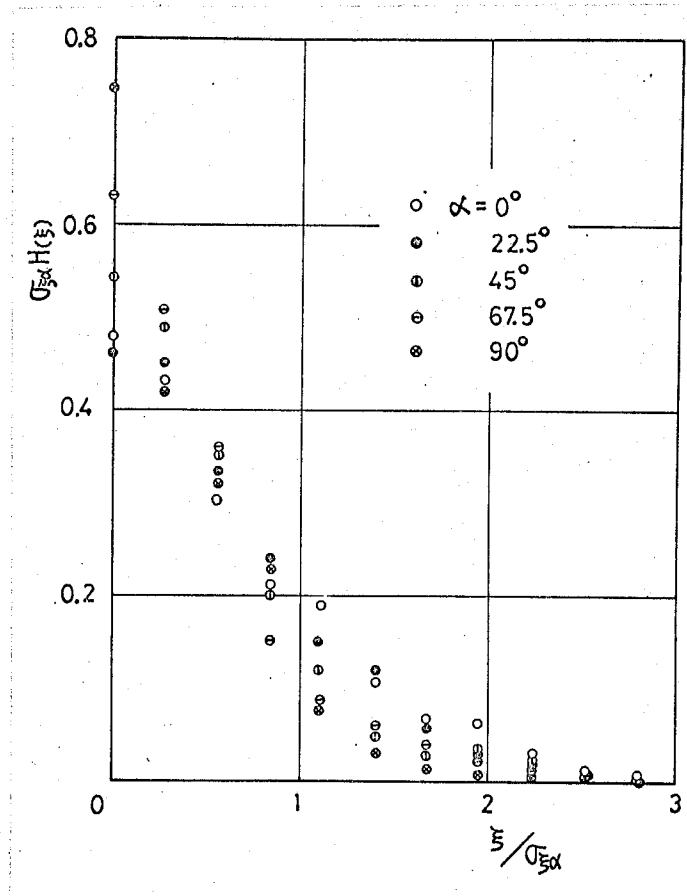


図 2-50 α の方向における ξ の分布

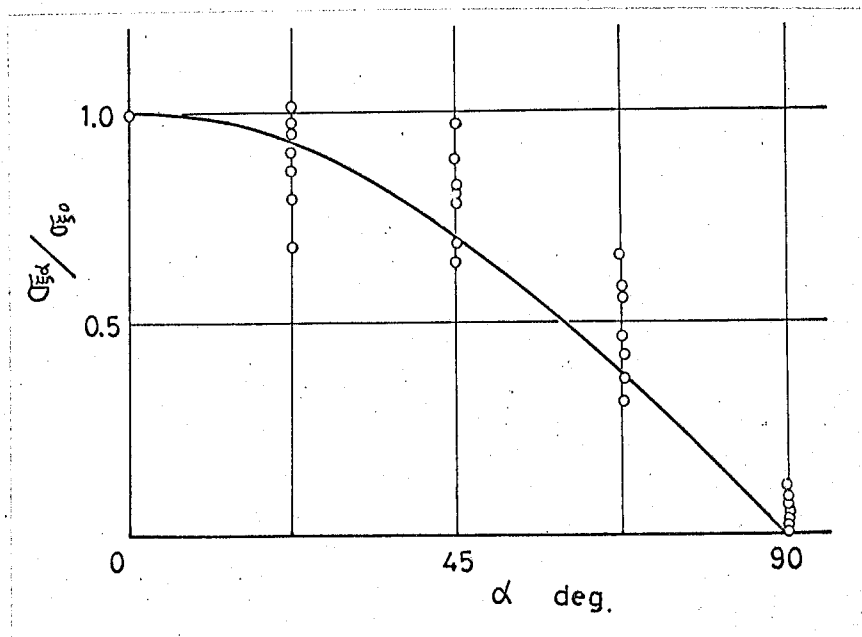


図 2-51 α の方向における σ_{ξ} の値
測定長: 0.5 mm

る σ_{α} の値は測定長 6 mm で図 2-49 に示すようになる。実線は、式 (2-24) で近似したもので、実験値にかなり近いことがわかる。

任意の方向 α における ξ と $H(\xi)$ の関係は、図 2-50 に示すようになり、形状パラメータ m は $m = 1.8 \sim 2.6$ となる。図からわかるように、 $\alpha = 90^\circ$ において、 $\xi = 0$ 近傍の $H(\xi)$ が大きい。以上のことから、すべりの方向に対して式 (2-16)、式 (2-17) の関係が成立する。

微小突起の接触状態を取扱う場合、突起形状の性質も微視的に検討する必要がある。図 2-51 は、以上の考えに従って、測定長 0.5 mm で得られた σ_{α} の値であり、実線は、式 (2-23) をあらわすもので、この両者はかなりよく一致しているものと考えられる。図 2-46 の $\alpha = 90^\circ$ における表面凹凸は、微視的には直線とみなしてよいことになり、式 (2-23) で応用できることがわかった。

§4 表面凹凸の最高点の推定

4-1 表面凹凸の分布形の検討

研削加工面の表面凹凸の高さに関する確率密度関数は、一般に正規分布で近似されており、実際の応用においてもこれで十分な場合が多い。しかしながら、二平面の接触においては、表面凹凸の接触開始位置が必要となり、これを統計学的に解析する際には、表面凹凸の高さの高い部分の確率密度関数の微小な差が大きく影響してくる。特に、母集団の標本数 N が大きい場合には、その差が大きく影響する。

二平面接触問題において
は、表面凹凸の平均以上の
部分が重要となる。ここで
図2-52に示されるよう
に、表面凹凸の平均高さを

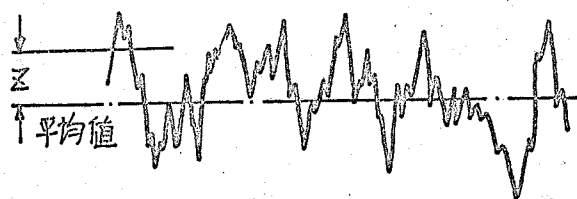


図2-52 z の定義.

基準に、任意の高さを z とおくことにする。平面研削加工面
における平均以上の表面凹凸の高さの確率密度関数 $f(z)$ の累
積を図2-53～図2-55に示す。これらの図は、表面凹
凸の高さの確率密度 $f(z)$ の累積を 0.2σ の幅のヒストグ
ラムとして正規確率紙上に示したものである。この確率密度
関数 $f(z)$ は、表面凹凸の離散量から次のようにして求めた

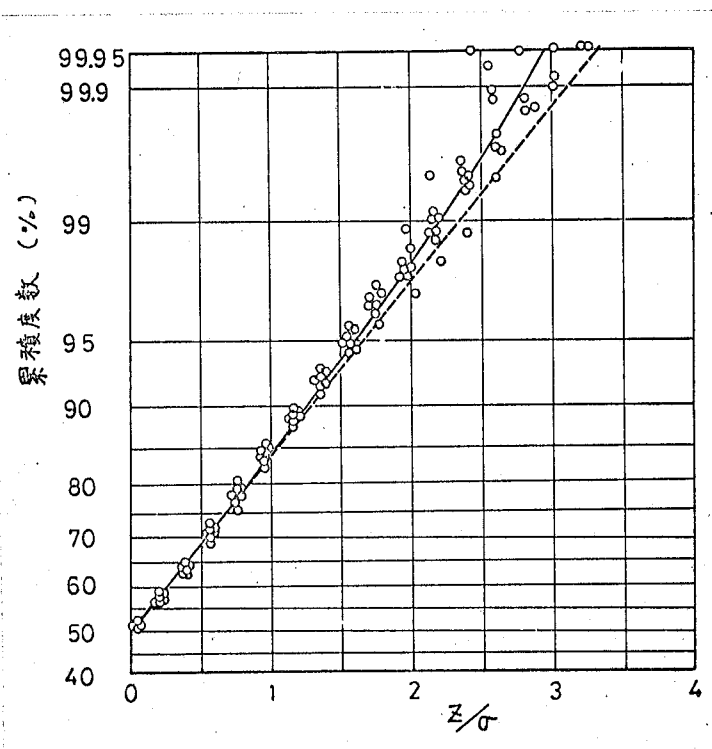


図2-53 表面凹凸の高さの確率密度
の累積 (平面研削加工面)

S38C, SK3, $H_V(0.5) = 200 \sim 330$

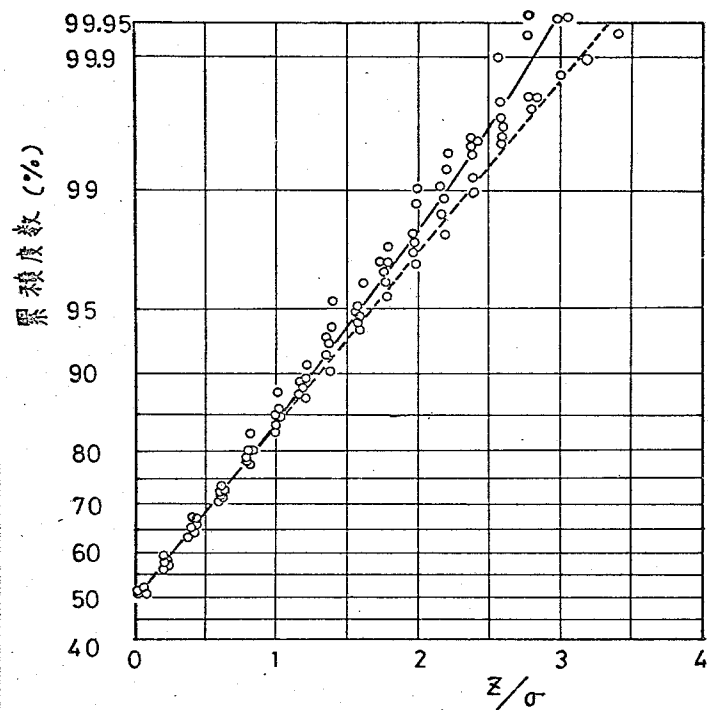


図 2-54 表面凹凸の高さの確率
密度の累積 (平面研削加工)
S38C, SK3, $H_V(0.5) = 460$
~ 620

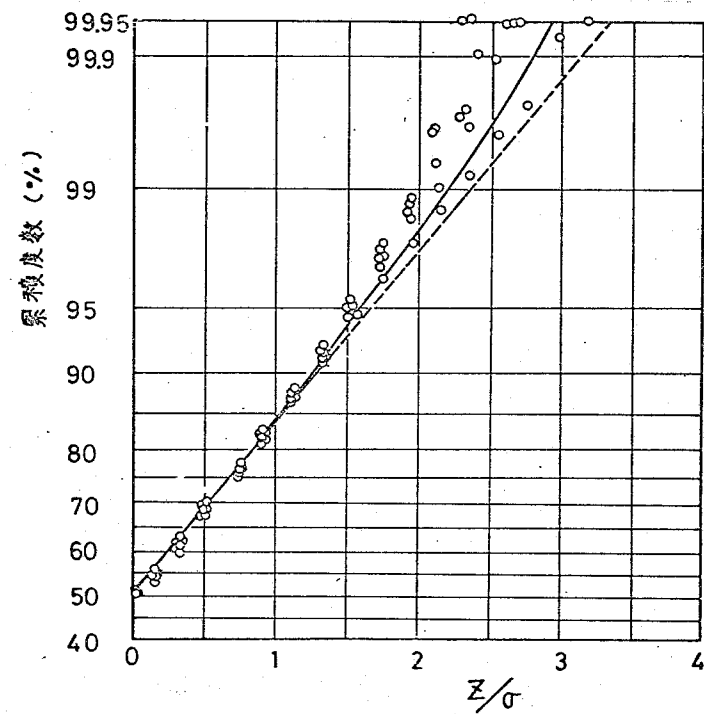


図 2-55 表面凹凸の高さの確率
密度の累積 (平面研削加工)
FC15, $H_V(0.5) = 260$
~ 320

ものである。すなわち、

図2-56に示すように高さを0.2σで分割し、それぞれの高さを $z_r, z_{r+1}, \dots$ とすると、隣接する離散データの間に、

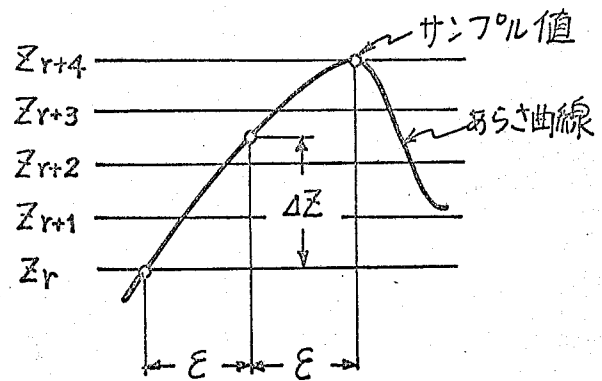


図2-56 $f(z)$ 計算説明図

z_{r+1}, z_{r+2} が存在する場合には、 $z_{r+1}, z_{r+2}, \dots$

に相当する確率密度をカウントするように電算機のプログラムを作成した。したがって、表面凹凸のデータは3000個としたが、表面凹凸の高さの確率密度を決定するデータ数は3500~4500となっている。図2-53~図2-54は、研削方向に対して直角な方向の表面凹凸から得られたもので、図2-53はS38C, SK3, $H_V(0.5) = 200 \sim 330$ 、図2-54はS38C, SK3, $H_V(0.5) = 460 \sim 620$ 、図2-55はFC15, $H_V(0.5) = 260 \sim 320$ の結果をあらわしており、破線で示される直線は正規分布を意味している。図からわかるように、平均値(累積度数50%の位置)以上においては、 $2 \sim 2.5\sigma$ の高さまでは正規分布でよく近似できるが、それ以上の高さでは、必ずしも正規分布が全体の傾向をあらわしていない。すなわち、 $2 \sim 2.5\sigma$ 以上の高さでは、実験値の方が、正規分布による累積より大きくなる傾向があり、したがって、この範囲の確率密度は正規分布より小さくなる。この現象は、表面凹凸の最高点すなわち極値を求める場合には、考慮されなければならない

ない。なお、累積が 99.9 %以上では数個のデータの変動によつて、累積に大きく影響されるため信頼性は低下する。

図 2-53 ~ 図 2-55 のような実験値に対するよりよい近似式を導入するためには、平均値近傍で正規分布に近く、 $2 \sim 2.5\sigma$ 以上で正規分布より小さい分布をもつ関数が必要である。本章では、この条件を満足させるものとして、寿命計算等に使用されているワイブル分布の適用を試みることにする。ワイブル分布は、正規分布とは異なり、平均値に対して非対称であるが、本研究の目的とする平均値以上の分布に対しては、上記の条件を満足するものである。

ワイブル分布は次式で与えられるもので、形状パラメータ m と寸法パラメータ α_c とを有する。

$$f(z) = \frac{m}{\alpha_c} \cdot \frac{1}{\sigma} \left(\frac{z + \bar{z}}{\sigma} \right)^{m-1} \exp \left\{ -\frac{1}{\alpha_c} \left(\frac{z + \bar{z}}{\sigma} \right)^m \right\} \quad (2-25)$$

平均値 $\bar{z}$ およびワイブル分布の分散 σ_w^2 は次式であらわされる。

$$\frac{\bar{z}}{\sigma} = \alpha_c^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \quad (2-26)$$

$$\left(\frac{\sigma_w}{\sigma} \right)^2 = \alpha_c^{\frac{2}{m}} \left\{ \Gamma \left(\frac{2}{m} + 1 \right) - \Gamma \left(\frac{1}{m} + 1 \right)^2 \right\} \quad (2-27)$$

ここで、 $(\sigma_w / \sigma) = 1$ 、すなわち式 (2-25) の分散 σ_w^2 と表面凹凸の高さの分散 σ^2 を等しくおけば、 α_c は m によって決定され、次式の関係が得られる。

$$\frac{\bar{z}}{\sigma} = \frac{\Gamma \left(\frac{1}{m} + 1 \right)}{\left\{ \Gamma \left(\frac{2}{m} + 1 \right) - \Gamma \left(\frac{1}{m} + 1 \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (2-28)$$

したがって、式(2-25)は形状パラメータ m のみによって決定されることになる。形状パラメータ m は種々検討した結果、本章における研削加工面($\sigma = 0.2 \sim 3 \mu$)では、 $m = 4.0$ とすることによってかなりよい近似が得られる。この場合

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c &= 239.0 \\ \frac{\bar{z}}{\sigma} &= 3.56 \end{aligned} \right\} \text{-----} (2-29)$$

となる。*

図2-53～図2-55に示されている実線の曲線は、以上のように $m = 4.0$ として得られたワイブル分布とあらわすものである。式(2-29)の値のワイブル分布と正規分布との比較を図2-57に示す。 $z/\sigma \geq 2$ の範囲でワイブル分布は正規分布より小さくなってゆくことがわかる。表面凹凸においては、突起はある程度の高さ以上では存在し得なく、その確率密度は十のまで定義される必要はない。この事実を考えれば、 $z/\sigma \geq 2$ の範囲で確率密度が小さくなってゆく性質は、正規分布より表面凹凸の性質に近いものと考えられる。

* 表面凹凸の平均値を、累積が0.5の位置とすれば、式(2-25)の $\bar{z}$ は次式となる。

$$\frac{\bar{z}}{\sigma} = \left(-\alpha_c \ln \frac{1}{2} \right)^{1/m}$$

$m = 4.0$ としたときのこの値は3.58であり、式(2-29)は3.56である。従って、いずれによっても差支えない。

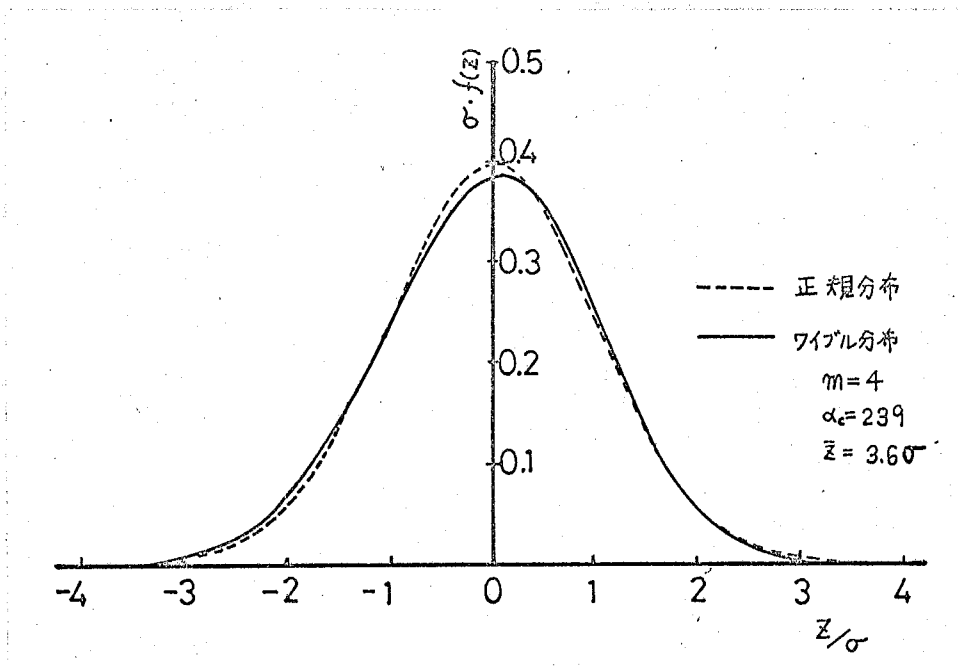


図 2-57 ワイブル分布と正規分布の比較

4-2 表面凹凸の最高点の推定法.

表面凹凸の最高点は、表面凹凸曲線の分布形と表面単位の総数を用いて、統計学的に極値分布の問題として推定が可能である。母集団（表面凹凸）の分布の確率密度関数を $f(z)$ とし、それぞれ独立な N 個のサンプル値を $z_1, z_2, \dots, z_N$ とし、 $z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_N$ とするとき、その順序統計量 $z_1, z_2, \dots, z_N$ のうち、最大値 z_N の確率分布 $g(z_{\max})$ は次式で与えられる。⁽⁵¹⁾ ここで、 $z_{\max}$ は z の最大値を意味する。

$$g(z_{\max}) = N \left\{ \int_{-\infty}^{z_{\max}} f(z) dz \right\}^{N-1} f(z_{\max}) \quad (2-30)$$

$z_{\max}$ の平均値 $\bar{z}_{\max}$ は

$$\bar{z}_{\max} = \int_{-\infty}^{\infty} z_{\max} g(z_{\max}) dz_{\max} \quad (2-31)$$

であらわされる。 $f(z)$ が、式(2-25)であらわされる場合には、積分範囲は $-\infty$ を $-\bar{z}$ とする必要がある。

$f(z)$ を正規分布とした場合と $m=4.0$ とするワイブル分布の場合の式(2-30)による $g(z_{\max})$ は、図2-58のようになる。この $g(z_{\max})$ を用いて式(2-31)による平均 $\bar{z}_{\max}$ を計算し図示したものが、図2-59である。 N の大きい範囲で $\bar{z}_{\max}$ の値は、 $f(z)$ を正規分布とする場合よりも $m=4.0$ とするワイブル分布の場合の方が、小さくなっており、図2-53～図2-55でみられた $z/\sigma \cong 2 \sim 2.5$ の範囲における確率密度の微小差が大きく影響

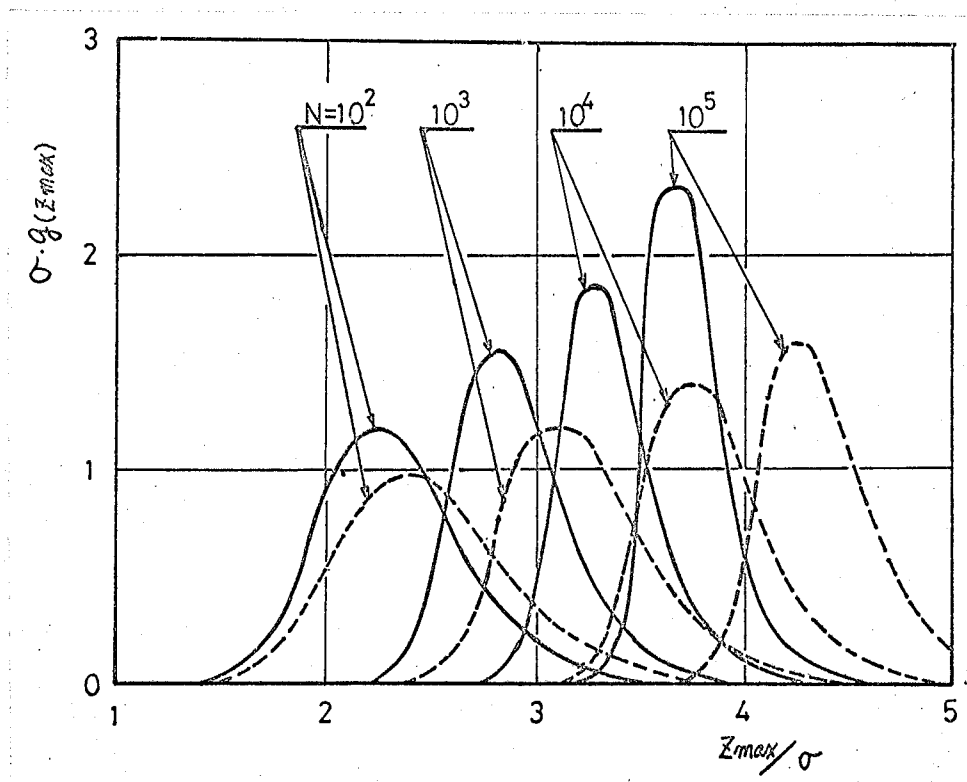


図2-58 $g(z_{\max})$ の分布形

実線：ワイブル分布による場合

破線：正規分布による場合

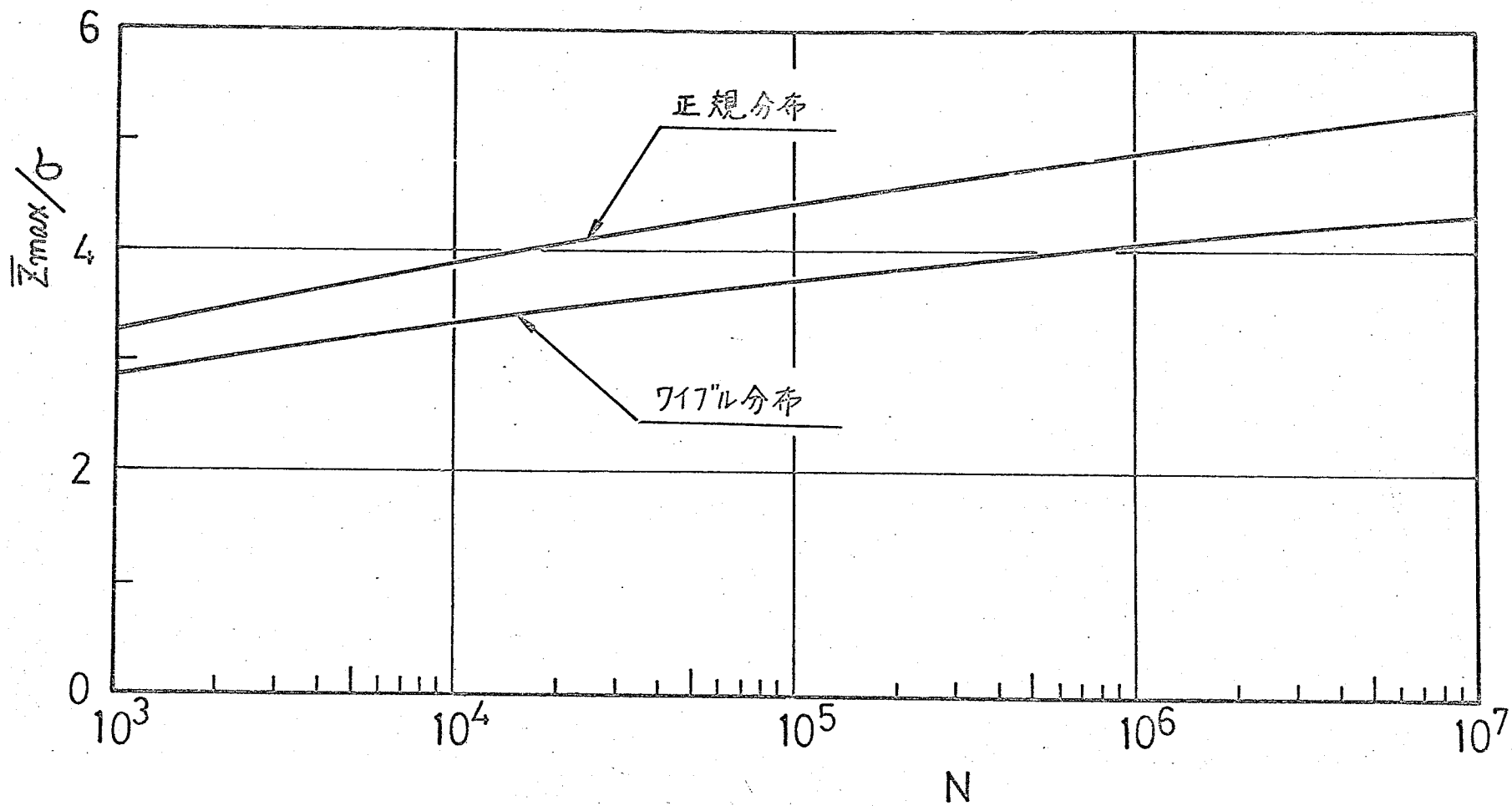


図 2-59 $\bar{z}_{max}$ の推定値

していることがわかる。

標本の総数 N は、表面凹凸のように連続した現象においては、厳密な定義が難かしいが、表面単位（独立とみなされる最小表面積）の大きさが定義できれば計算できる。表面凹凸の平均値付近で高さの確率密度関数が、等傾斜正規分布で近似できれば、甲藤の独立細柱の理論⁽⁵²⁾が応用できる。この理論に従えば、表面凹凸曲線上において、高さが互に独立であるための隣接最小間隔 ε_s は、直交する X , Y 方向に対して次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{sx} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\sigma_x}{\tan \Theta_{ax}} \\ \varepsilon_{sy} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\sigma_y}{\tan \Theta_{ay}} \end{aligned} \right\} \text{————— (2-32)}$$

ここで、直交する X , Y 方向は、研削方向に対して直角な方向及び、研削方向に選び、 $\tan \Theta_a$ は式 (2-17) であらわされるものである。したがって、面積 A に含まれる表面単位の総数 N は次式で計算される。

$$\begin{aligned} N &= \frac{A}{\varepsilon_{sx} \cdot \varepsilon_{sy}} \\ &= \frac{2A}{\pi} \cdot \frac{\tan \Theta_{ax} \cdot \tan \Theta_{ay}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \text{————— (2-33)} \end{aligned}$$

4-3 実験方法および結果の検討

4-3-Ⅱ 実験装置および実験方法

表面凹凸の最高点を求めるための実験装置は、図2-60に示す構造である。測定面は①の試料の上面であり、 $40^\circ \times 20$ の内筒形れの試料端面をだれ等の虫ないように剛性の高い平面研削盤で仕上げてある。試料①はベース⑧にアクリル系の接着剤で固定されている。実験は次のようにして行なわれる。まず、試料①の測定面にオプチカルフラット②を載せる。オプチカルフラットは測定面の表面凹凸の3点以上の頂点で支えられることになる。したがって、通常 N が大であることからオプチカルフラットの接

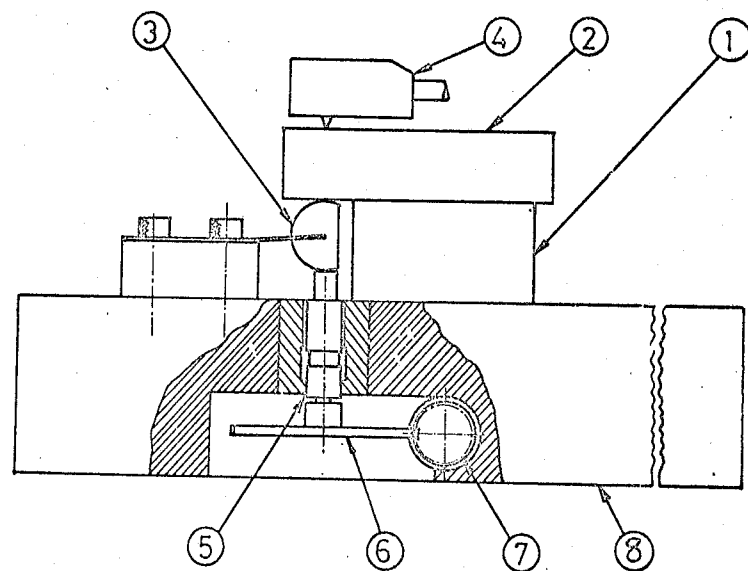


図2-60 二平面接触開始位置
測定装置

① 試料	⑤ 金鋼球上下用スクリュー
② オプチカルフラット	⑥ ウォームホイール
③ 精密金鋼球	⑦ ウォーム
④ あらさ計触針部	⑧ 測定装置ベース

触面は表面凹凸の最高点とみなすことができる。次に、鋼球③を上昇させ、②と接触する位置で停止させる。③が②に接触してからの上昇分は、③の真上にセットされたダイヤル計の触針④により測定される。この実験装置は、クロス方向に任意の位置に微小量移動できる台の上に設置されており、④の触針は容易に③の鋼球の最高点にセットできる。③は⑤のスクリー、⑥のウォームホイール、⑦のウォームによって微小量送られる。⑦はリリース付ラチェットにより回転し、1回の操作で約0.2μ③が上昇し、外部から直接力が加わらないようにした。以上のようにセットした②を取除き、③の最高部を通る位置でプロフィールをとれば、その表面凹凸のプロフィールの平均値と②の接触面との距離が測定できる。その記録例を図2-61に示す。表面凹凸の平均値から鋼球の頂点までの距離Hからオプティカルフラットの上昇分と、②と

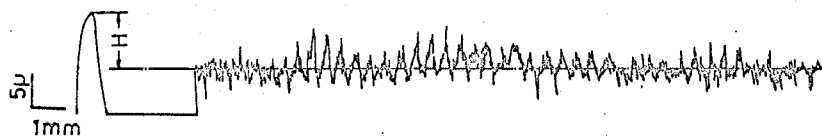


図 2-61 表面凹凸最高点測定用記録例

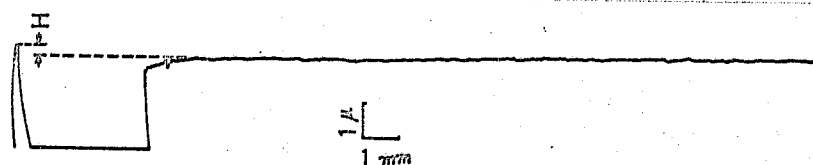


図 2-62 実験装置の検定のための記録例 (ブロックゲージ使用)

③のHertz 接触による変形量 (0.18μ) を差し引けば表面凹凸の最高点が求められる。図2-62は、この実験装置の精度を検定するために、ブロッフゲージを試料として行な、た例である。この検定の結果、オプティカルフラットと同等の精度 (0.1μ) が得られ、測定器残等の精度も考慮して $0.2 \sim 0.3 \mu$ は十分に保証できることがわかった。

4-3-2 実験結果の検討

実験に使用した試料の表面凹凸の特性の代表的な例

表2-2 実験試料表面凹凸特性

材質	σ_x (μ)	σ_y (μ)	σ_{fx}	σ_{fy}	$\tan \theta_{ax}$	$\tan \theta_{ay}$	Hv(0.5)
S38C	0.29	0.24	0.065	0.021	0.100	0.032	338
	0.31	0.22	0.063	0.017	0.197	0.025	329
	0.86	0.66	0.119	0.026	0.182	0.039	325
	0.87	0.34	0.105	0.041	0.161	0.063	326
	1.00	0.79	0.114	0.026	0.175	0.039	218
	1.40	0.67	0.115	0.062	0.238	0.095	323
	2.07	0.60	0.128	0.041	0.196	0.063	329
	2.13	0.99	0.128	0.050	0.196	0.077	233
SK3	0.29	0.26	0.063	0.015	0.097	0.024	538
	0.28	0.26	0.063	0.021	0.097	0.033	464
	0.41	0.26	0.083	0.030	0.128	0.047	260
	0.44	0.24	0.054	0.009	0.083	0.014	477
	0.48	0.25	0.074	0.033	0.114	0.050	260
	0.90	0.28	0.116	0.047	0.178	0.072	256
	1.07	0.56	0.110	0.102	0.168	0.157	511
	1.08	0.64	0.105	0.017	0.161	0.025	533
FC15	0.28	0.26	0.065	0.023	0.100	0.035	288
	0.34	0.26	0.065	0.020	0.100	0.030	310
	0.87	0.73	0.107	0.038	0.164	0.058	290
	0.95	0.56	0.111	0.045	0.171	0.069	300
	1.07	0.44	0.113	0.030	0.174	0.047	295
	1.23	0.74	0.107	0.027	0.164	0.042	323
	2.11	0.46	0.120	0.039	0.185	0.061	303
	2.42	0.72	0.134	0.039	0.206	0.061	304

を表2-2に示す。表面凹凸の最高点を求める場合の表面凹凸の高さの標準偏差 σ は、面全体の特性に近いものが必要である。表2-2の σ は、この意味から測定長25mmで同一試料面3箇所から、スキッドを使わずに得られたものの平均値である。図2-63の実験値は、図2-60の装置により得られた Z_{max} の値である。実線は式(2-31)で計算された $\bar{Z}_{max}$ であり、2本の破線は Z_{max} の95%信頼区間を示す。本実験で得られた結果は、 Z_{max} の95%信頼区間を示す破線内に入るものが多いが、 N の大きい範囲ではばらつきが激しい。図中、 N の大きい範囲は同一試料形状では、 σ の小さいものも多く、実験点のばらつきも大きくなる。

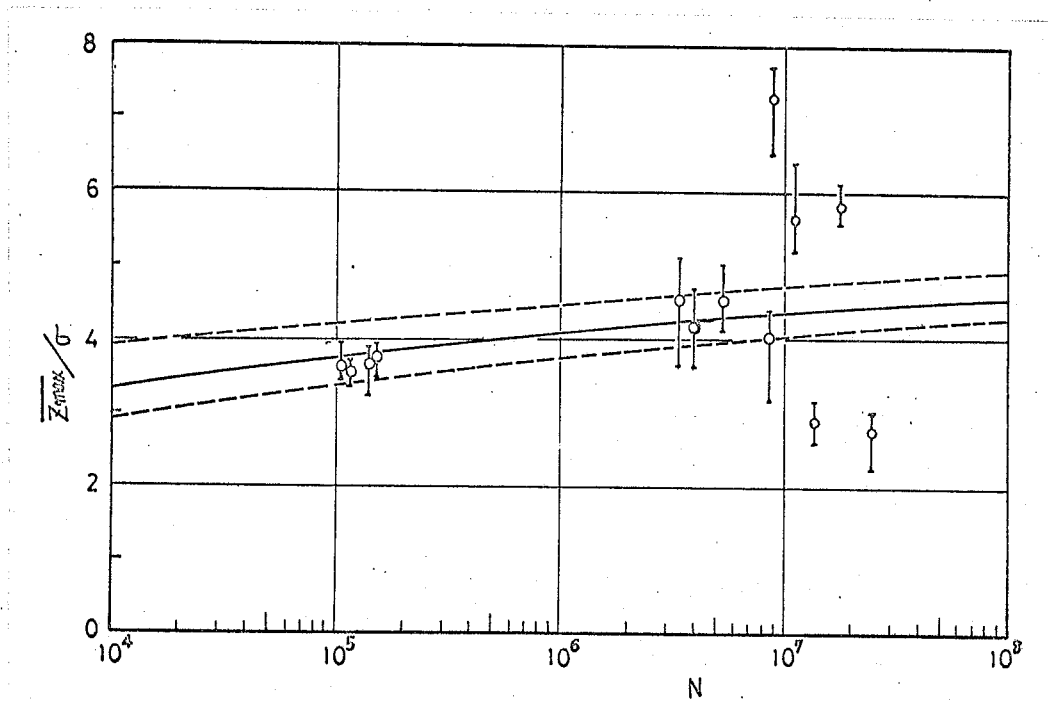


図2-63 $\bar{Z}_{max}$ の実験値

実線：ワイブル分布による $\bar{Z}_{max}$

破線：95% 信頼区間

るが、これは表面凹凸の偶発的なもの、例えば、異常な砥粒の σ 、かまきずあるいは端面境界部のぼり等が大きく影響していることと、 σ が小さいために、 z_{max} と z_{max}/σ の形で無次元化する際に測定誤差が拡大されたために生じたものと考えられる。以上のことから、 $m=4.0$ としたワイブル分布によって表面凹凸分布曲線を近似した本章の結果は、平面研削加工面に対してよく実験値と一致したものと考える。したがって、表面凹凸分布関数 $f(z)$ が、式(2-25)で近似できれば、式(2-30)、式(2-31)により z_{max} および $\bar{z}_{max}$ の推定ができることがわかる。このことから、次に種々の加工面に対する表面凹凸の $f(z)$ について検討することにする。

4-4 種々の加工面の表面凹凸分布形の検討

4-4-1 研削加工面

平面研削加工面については、図2-53～図2-55に示したように、 $m=4.0$ とするワイブル分布で近似が可能である。

4-4-2 旋削加工面

旋削加工面が、図2-28に示したように、バイト形状がそのまま加工面を形成する理想面の場合には、表面凹凸の高さの確率密度 $f(z)$ は図2-64に示す分布形となるが、実際の旋削面においては、図2-65に示すようにほぼ正規分布に近い分布をする。これについては、§3-2-2に

に述べたものと同様であるので省略する。確率密度 $f(z)$ の累積は、正規確率紙上で図2-66～図2-67に示すようになる。破線は正規分布を示し、実線は研削加工面の場合と同様に式(2-25)において、 $m=4.0$ とした場合で旋削加工面においてもその大きい部分でよい近似であるといえる。

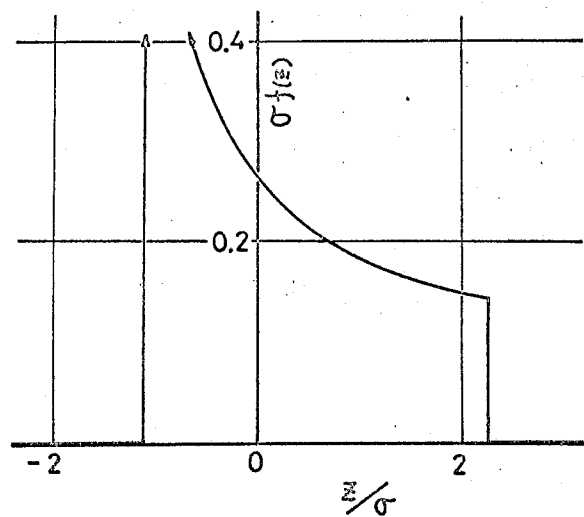


図2-64 理想旋削加工面の $f(z)$

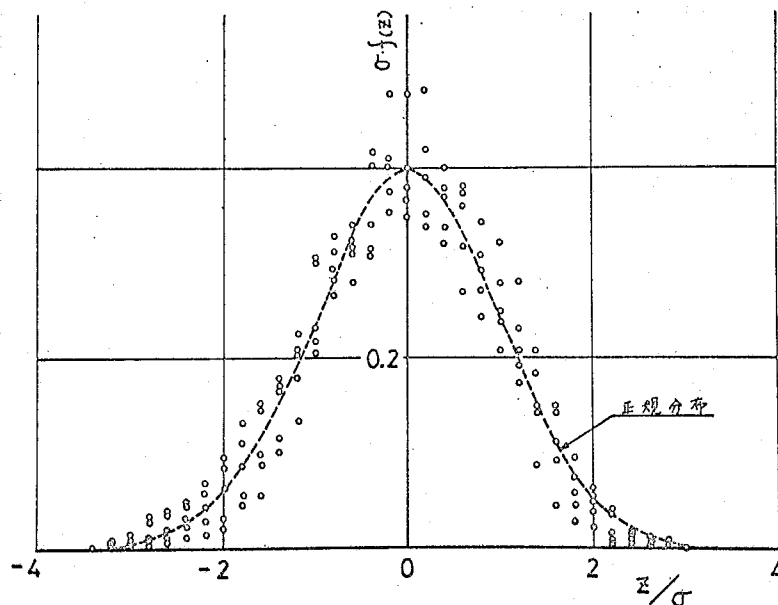


図2-65 実際の旋削加工面の $f(z)$

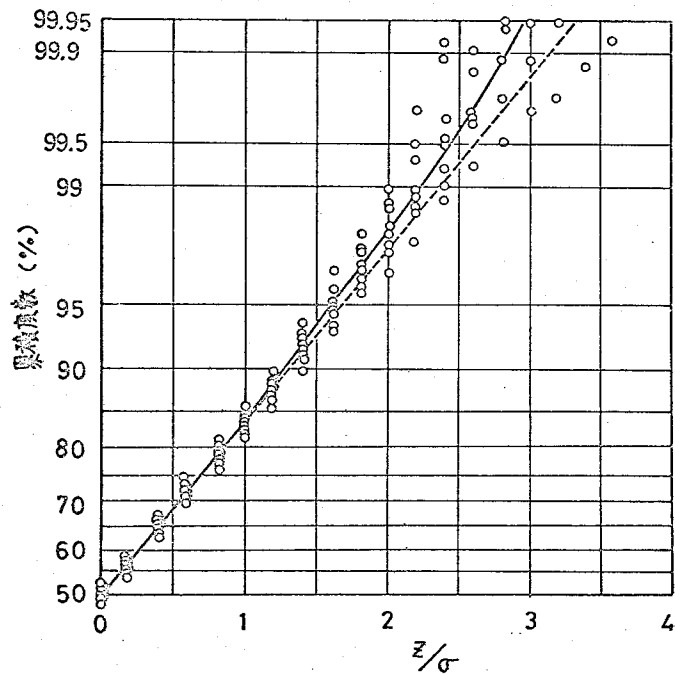


図2-66 表面凹凸の高さの確率
密度の累積 (旋削加工面)

S38C

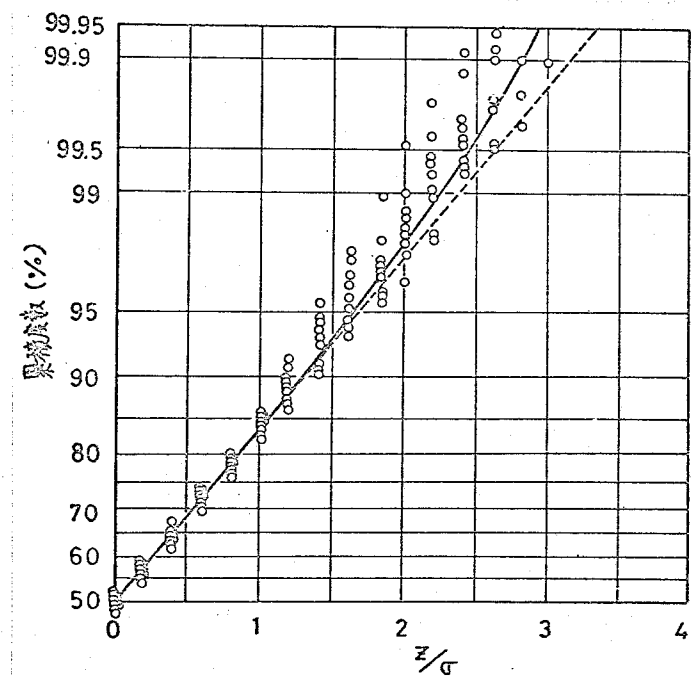


図2-67 表面凹凸の高さの確率
密度の累積 (旋削加工面)

FC 15

4-4-3 フライス加工面、シェーパ加工面、ハール仕上面

フライス加工面（正面フライス、平フライス、エンドミル）、シェーパ加工面、ハール仕上面における表面凹凸の高さの確率密度 $f(z)$ の累積を、正規確率紙上で図2-68に示す。これらの結果は、表面凹凸の測定方向を切削方向に直角（エンドミルの側面削り、平フライスを除く）にした場合である。破線の直線は正規分布を示し、実線は研削加工面と同様に式（2-25）において $m=4.0$ とした場合を示している。旋削加工面においても z の大きい部分で正規分布よりより近似であるといえる。

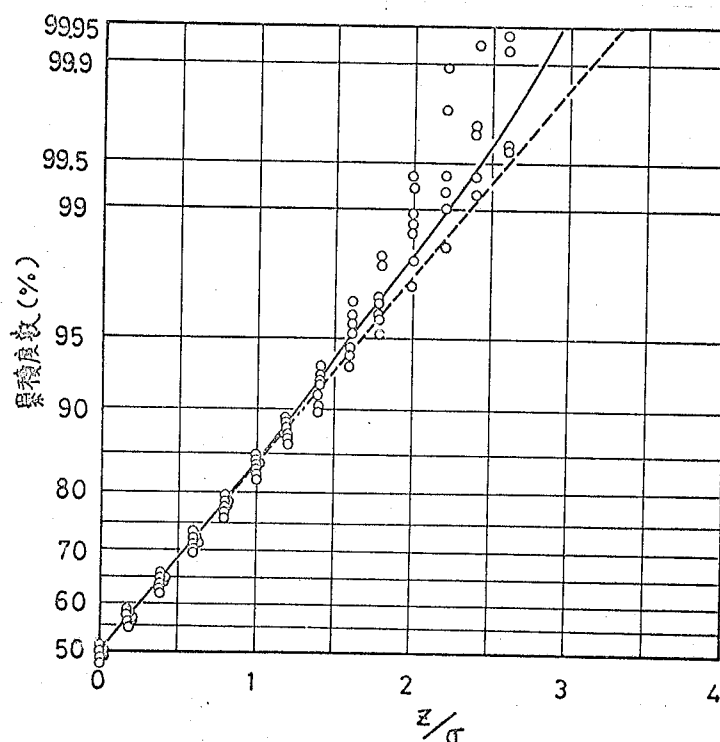


図2-68 表面凹凸の高さの確率密度の累積（フライス加工、シェーパ加工、ハール加工）

4-4-4 ラッ7°仕上面

ラッ7°仕上面の $f(z)$ の累積を正規確率紙で図2-69 ~ 図2-71 に示す。いずれも、実線で示される $m=4.0$ とする式(2-25)でよい近似が与えられる。

4-4-5 方向性のある表面凹凸の各方向についての検討

平面研削加工面において、図2-45に示される α の方向の $f(z)$ は正規確率紙上で図2-72のようになる。いずれの方向も実線の $m=4.0$ とする式(2-25)でよい近似が与えられるが、 $\alpha=90^\circ$ (研削方向) については、表面凹凸の変化が小さく、結果は不安定となり実験点のばらつきが激しい。

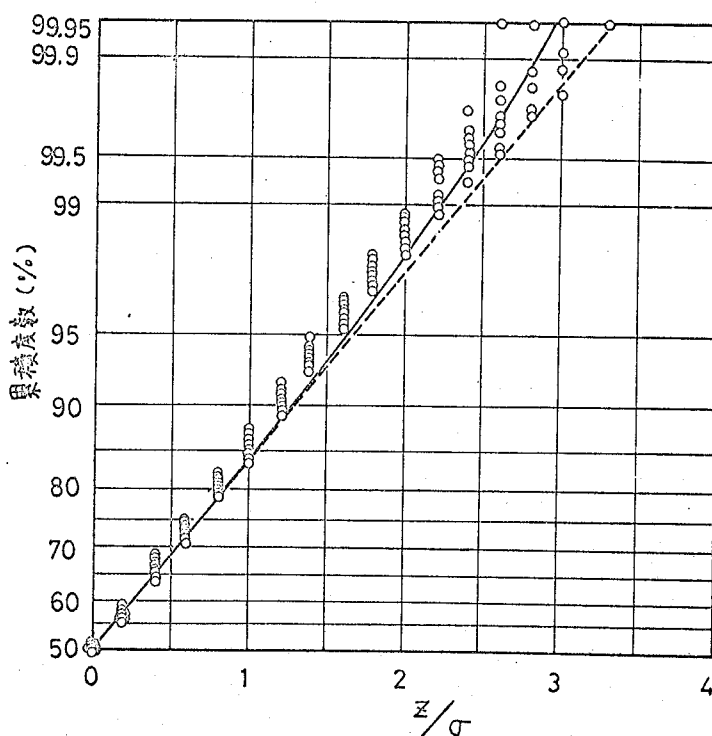


図2-69 表面凹凸の高さの確率密度の累積
(ラッ7°仕上面) SK3, $Hv(0.5) \geq 400$

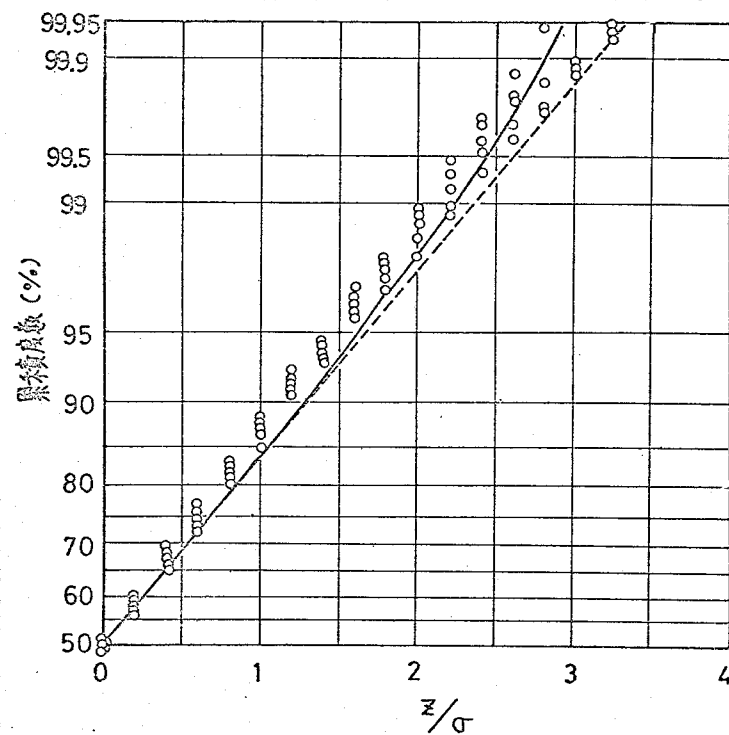


図2-70 表面凹凸の高さの確率密度
の累積 (ラッ7°仕上面)

S38C 生材

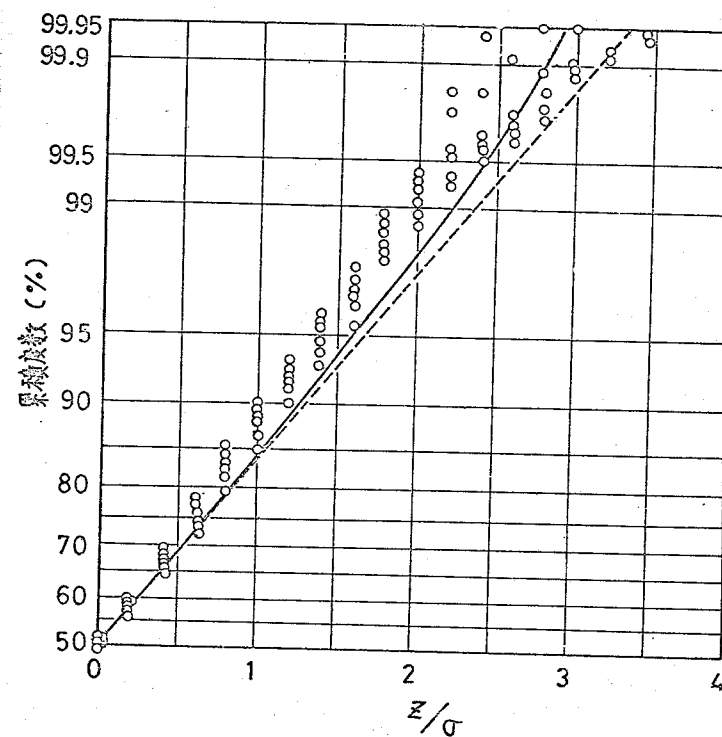
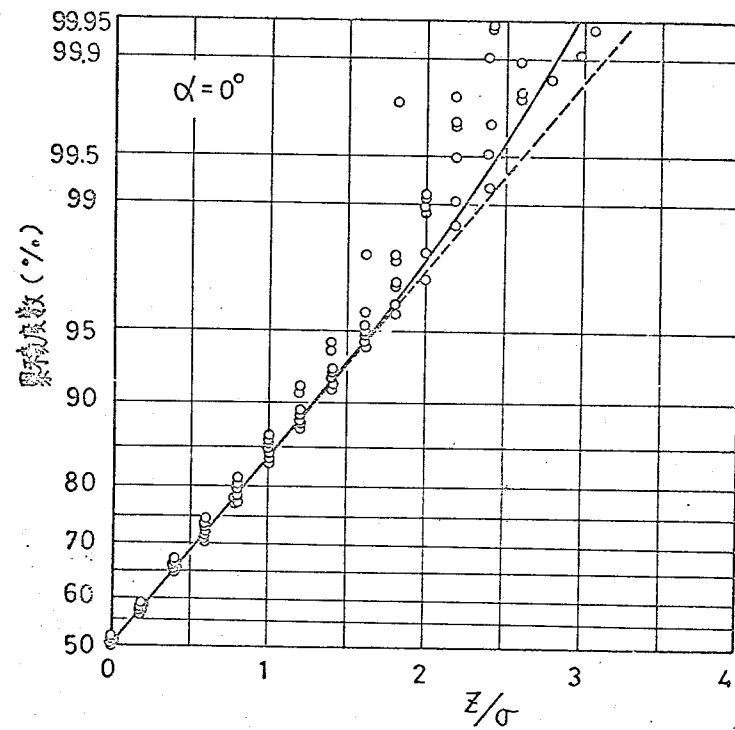
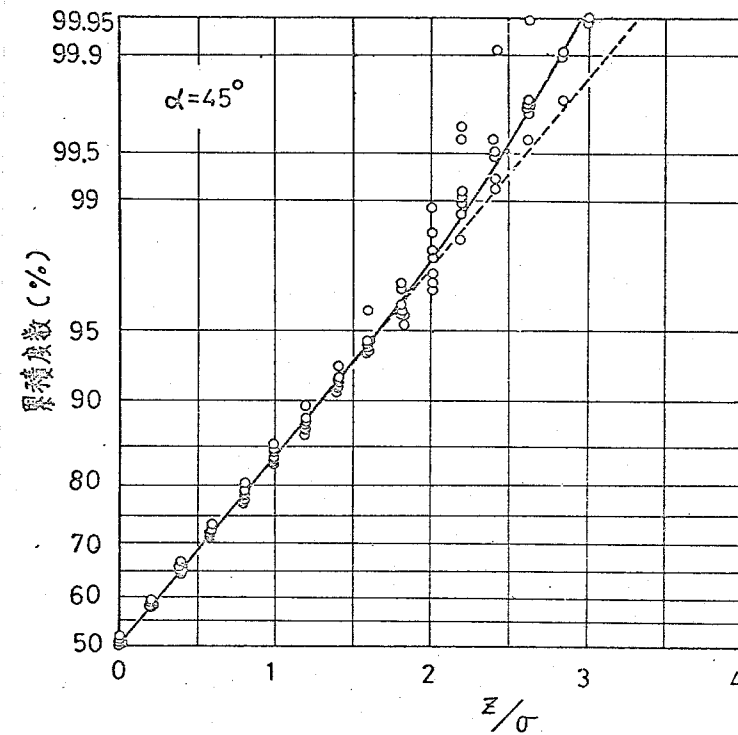


図2-71 表面凹凸の高さの確率密度
の累積 (ラッ7°仕上面)

FC15

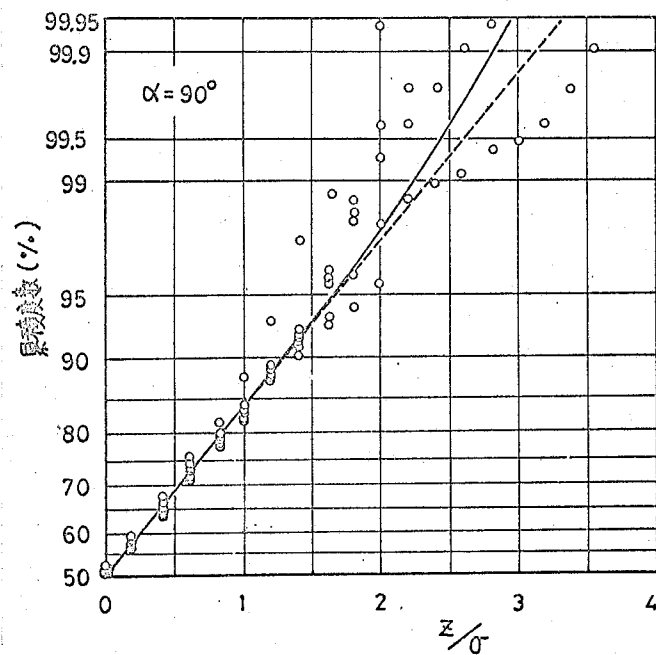


(a)



(b)

図2-72 方向性のある表面凹凸の各方向
の $z(z)$ の累積 (平面研削加工)
(c) は次頁につづく。



(C)

図 2-72 (つづき)

§ 5 表面凹凸の高さの標準偏差に関する検討

5-Ⅱ サンプル間隔、測定長さ L と標準偏差

表面凹凸の高さの標準偏差 σ は、二平面接触によって重要な因子であり、正確に求めなければならない。表面凹凸の微小突起の傾斜きの測定時と同様に、サンプル間隔 ε を大とすれば正確な σ が算出できないおそれがあり、小とすれば労力の点で問題となる。図 2-73 は、平面研削加工面を対象とした ε と σ との関係を示すものである。 ε_s は、式 (2-14) によって与えられるもので、隣接するサンプル値と独立とみなされる最小独立間隔をあらわし、 σ_s は $\varepsilon = 2 \mu$ で得られた σ の値である。図からわかるように、この場合とは異なり ε は $1.5 \varepsilon_s$ 程度まで許容できる。他の加工面に

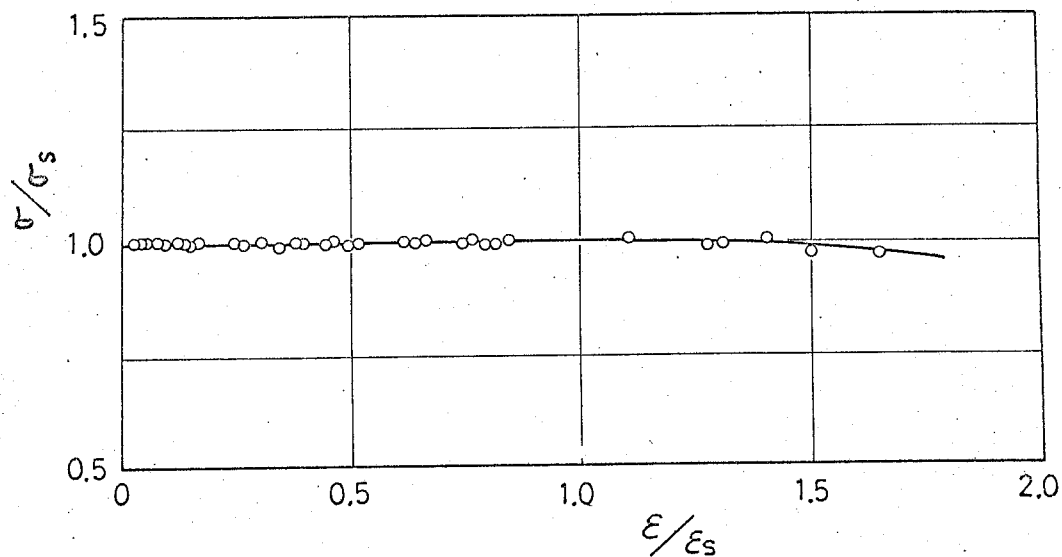


図 2-73 ϵ と σ との関係

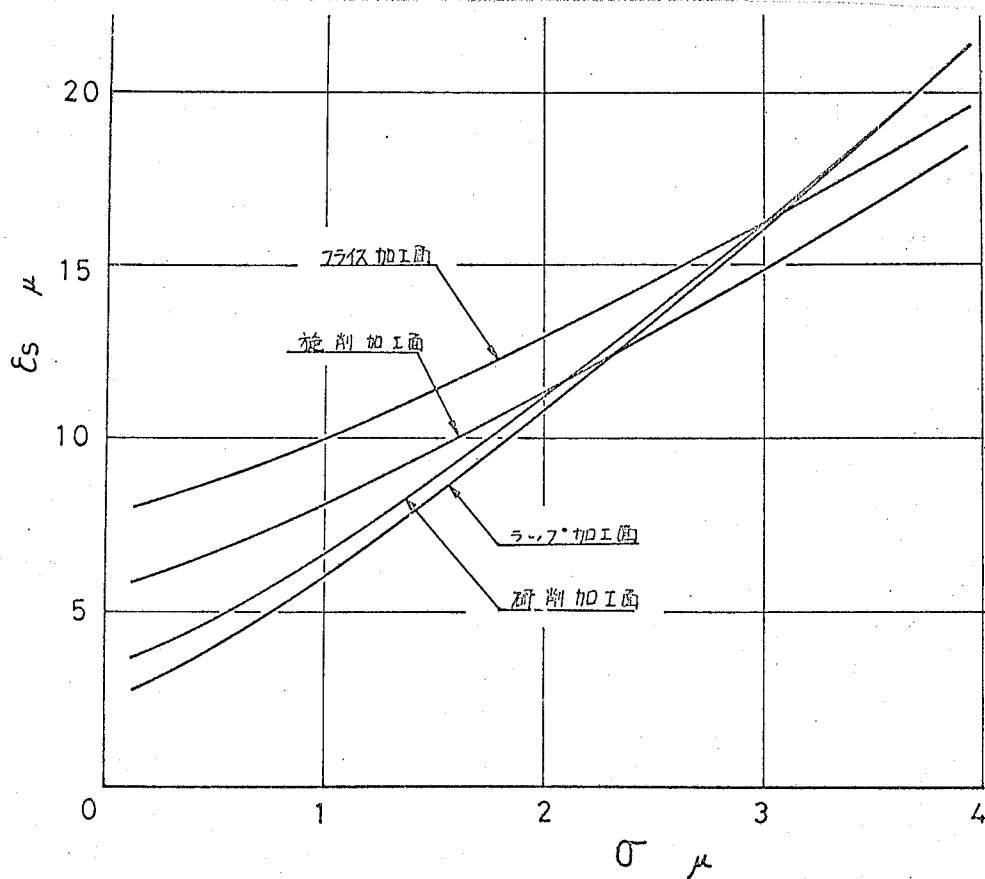


図 2-74 各種加工法による ϵ_s

ついてもこれに準じてよいと考える。図2-74は σ と ε_s との関係を示すもので、式(2-14)～式(2-22)を用いて、各種加工方法についてあらわしてあり、離散量として計算する場合の基準となるものである。

表面凹凸の高さの標準偏差 σ を算出する際の測定長さ l_m を十分にとることは、より正確なデータを得るためには不可欠である。さらに、機械加工面の表面凹凸は、大きな形状誤差は別として、多少のうねり成分を含める必要があり、この点からも l_m はある程度長いことが必要である。この観点にたつて、測定長さ l_m と表面凹凸の高さの標準偏差 σ との関係を実験的に確かめた結果が、図2-75～図2-78である。 σ_s は、測定長さ 6 mm で得られた σ を意味し、 ε は 2μ である。 ε_s は、式(2-14)による値である。図からわかる

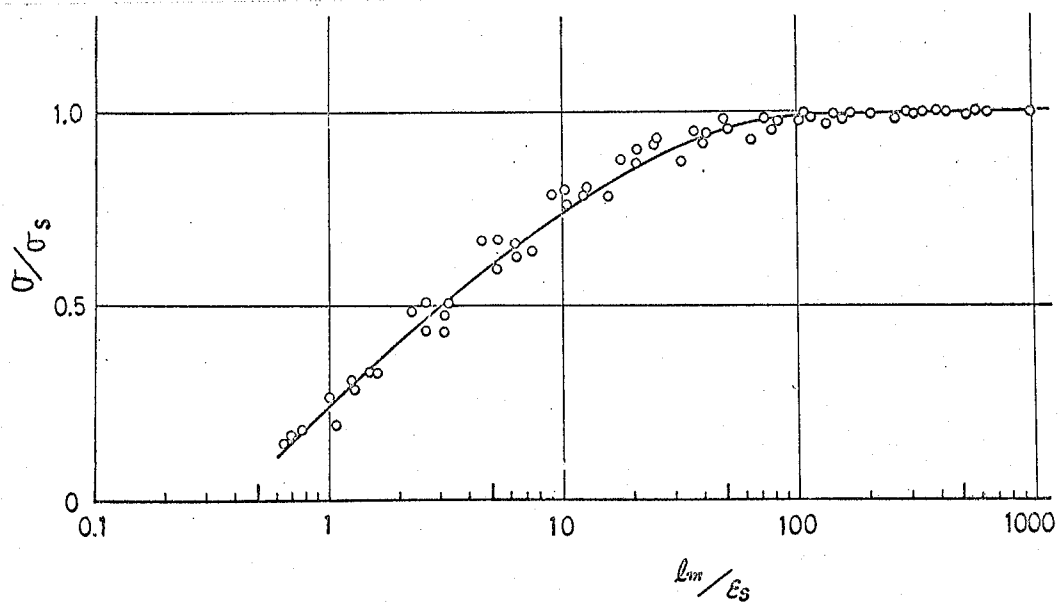


図2-75 測定長さ l_m と標準偏差 σ との関係
平面研削加工面

ように、表面凹凸の高さの標準偏差 σ を求めるためには ε_s の 500 ~ 1000 倍以上とる必要がある。

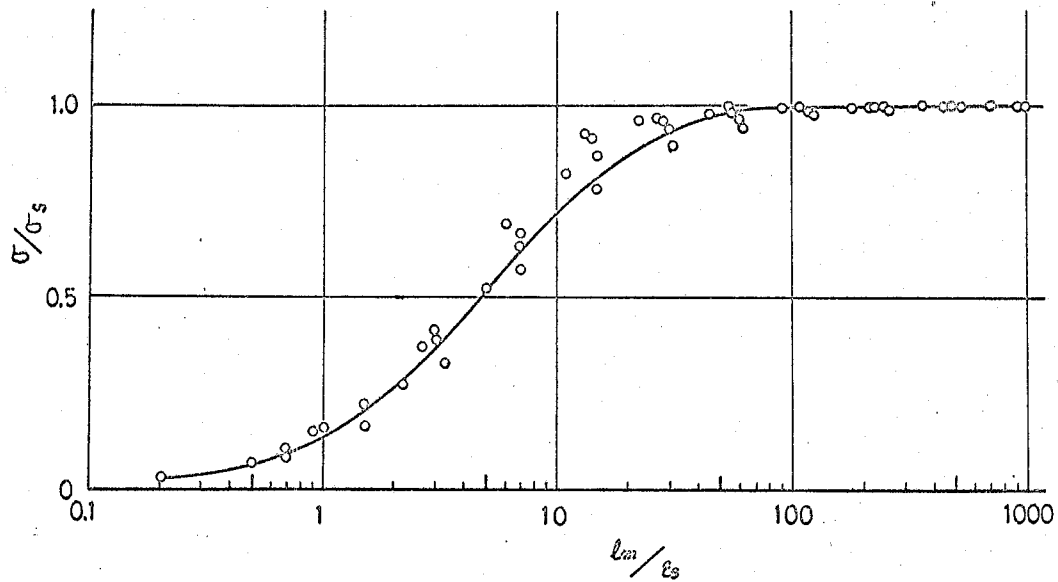


図 Z-76 測定長さ l_m と標準偏差 σ との関係
旋削加工面

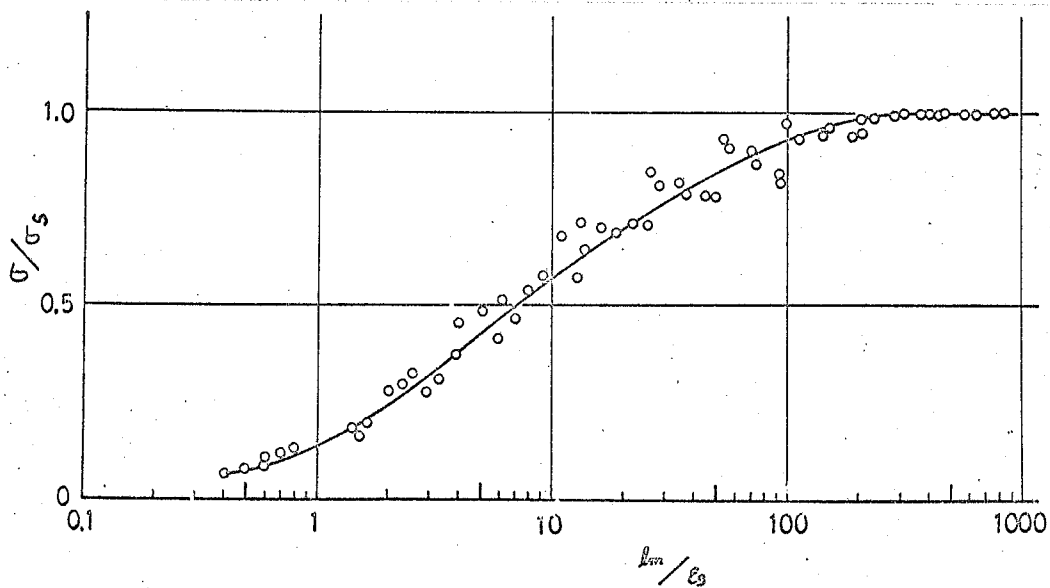


図 Z-77 測定長さ l_m と標準偏差 σ との関係
フライス加工面 (正面フライス, 平フライス, エンドミル)

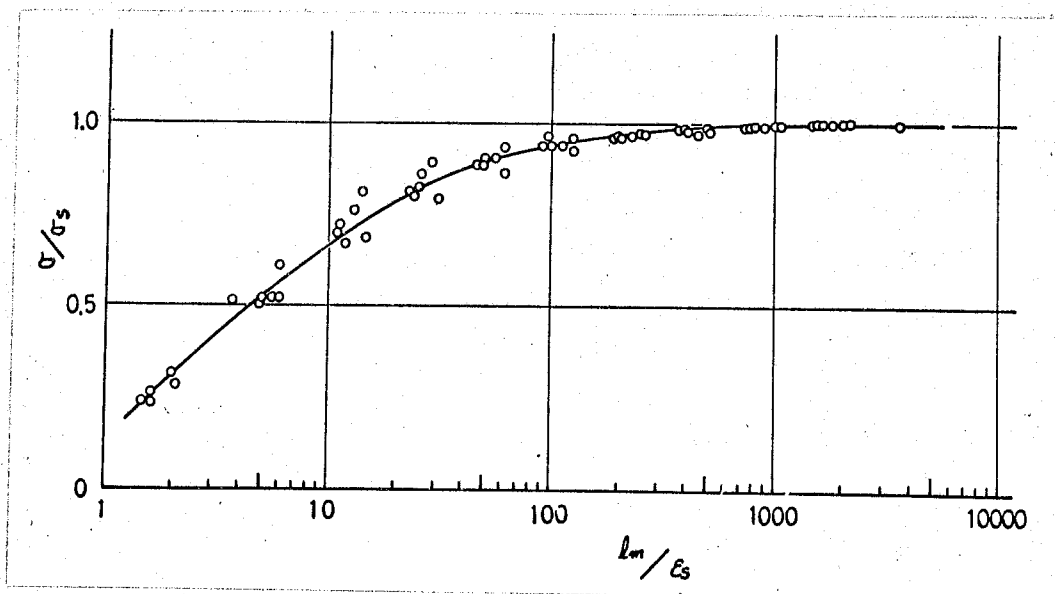


図2-78 測定長さ l_m と標準偏差 σ との関係
ラップ仕上面

5-2. 表面凹凸の最大高さ R_{max} と標準偏差 σ に関する検討

表面あらさの最大高さあらさあるいは十点平均あらさは R_{max} (H_{max} に相当), R_z としてJISに規定されている。いずれも、高い精度は望めないが、測定の簡便さという点で大きな利点があり、 R_{max} に準じた最大高さあらさと標準偏差 σ との関係について検討した報告もみられる。本研究においても、標準偏差 σ の簡単な算出法として、測定長さ l_m における最高の頂点と最低の谷底との距離 H_{PV} と σ との関係を検討する。 H_{PV} は測定長さの関係で R_{max} (H_{max})と区別しているが、測定に際しては R_{max} (H_{max})と同様の手法をとっている。

図2-79~図2-83に、 σ と H_{PV} との関係を示す。図

中の実線は、次のようにして得られた計算値である。すなわち、表面凹凸の平均値から最高突起の頂点までの平均 $\bar{z}_{max}$ は、図2-59で得られ

$$k = \bar{z}_{max} / \sigma \quad \text{-----} (2-34)$$

とおけば、表面単位の数 N に対して、 k は図2-84となる。ここで、表面凹凸の高さの平均値以下の谷部の表面凹凸分布が、平均値以上の分布と一致するものとするれば、突起の最高点と谷部の最低点との距離 H_{pv} は、平均値として

$$\begin{aligned} H_{pv} / \sigma &= 2 \bar{z}_{max} / \sigma \\ &= 2k \quad \text{-----} (2-35) \end{aligned}$$

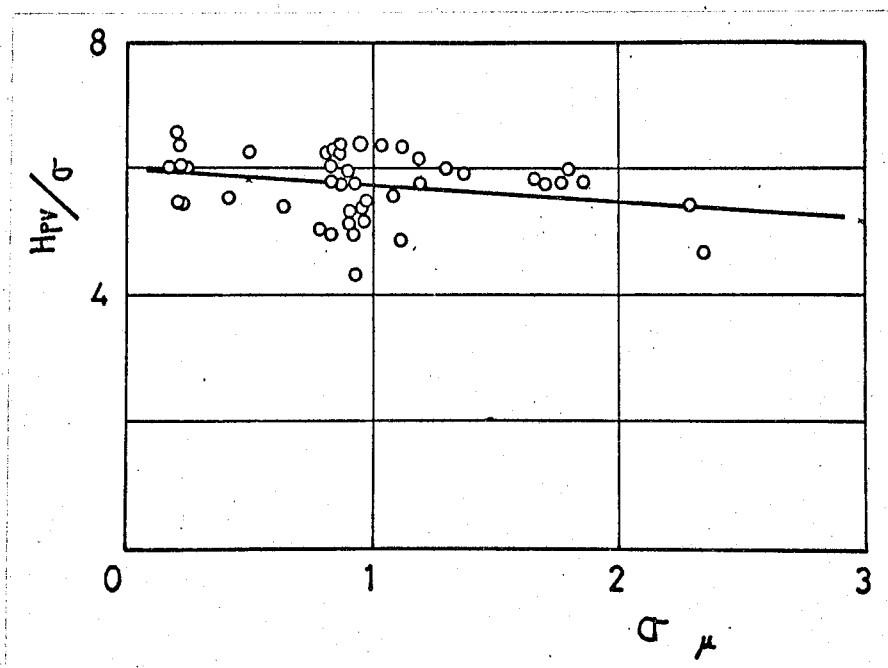


図2-79 σ と H_{pv} との関係
(平面研削加工)

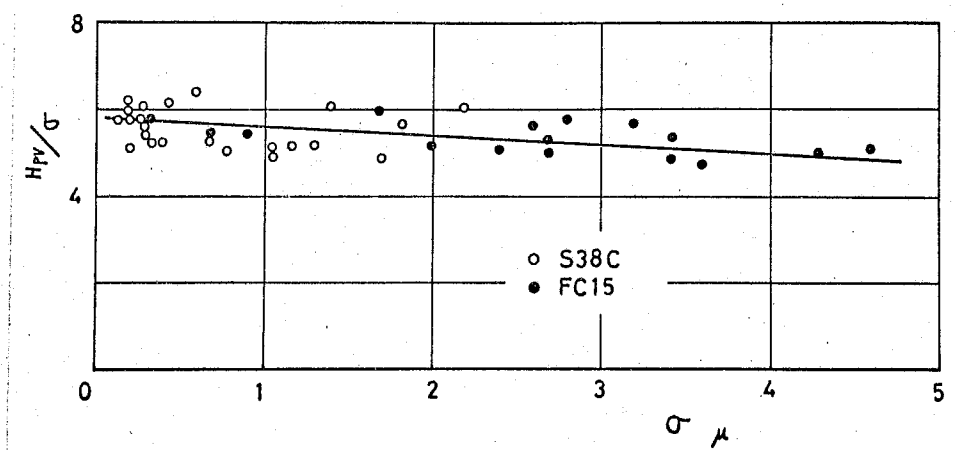


図 Z-80 σ と H_{pv} との関係 (旋削加工面)

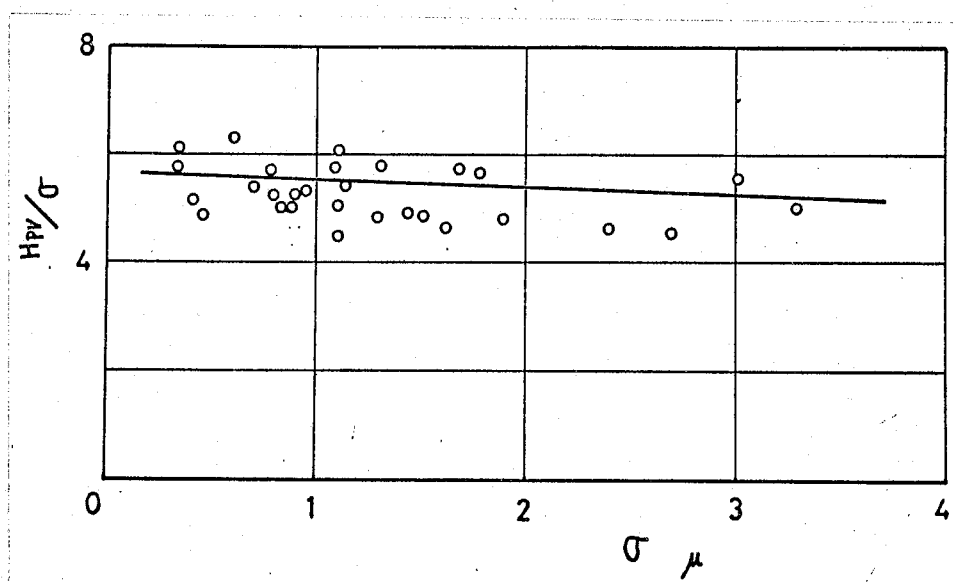


図 Z-81 σ と H_{pv} との関係 (フライス加工面)

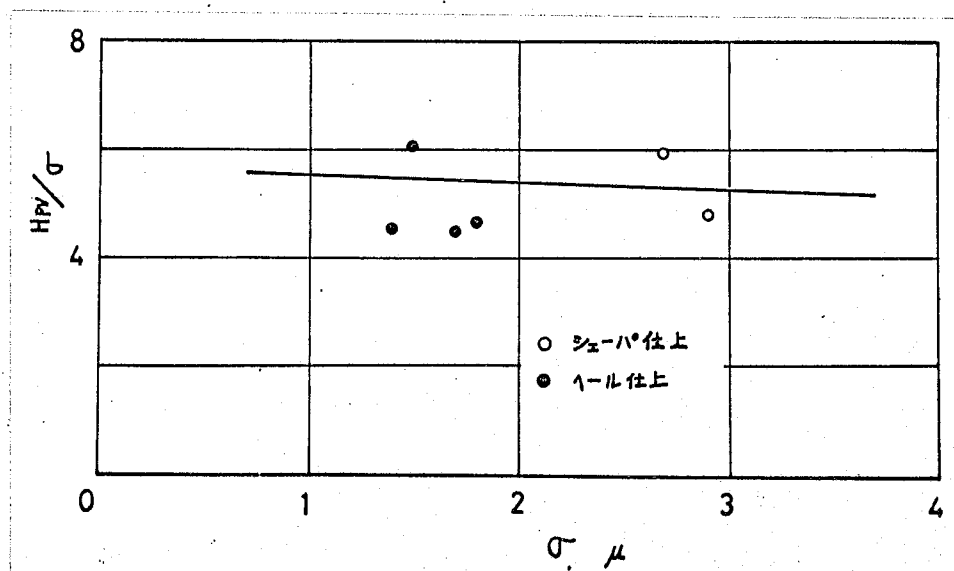


図 Z-82 σ と H_{pv} との関係 (シェ-パ、ロール仕上)

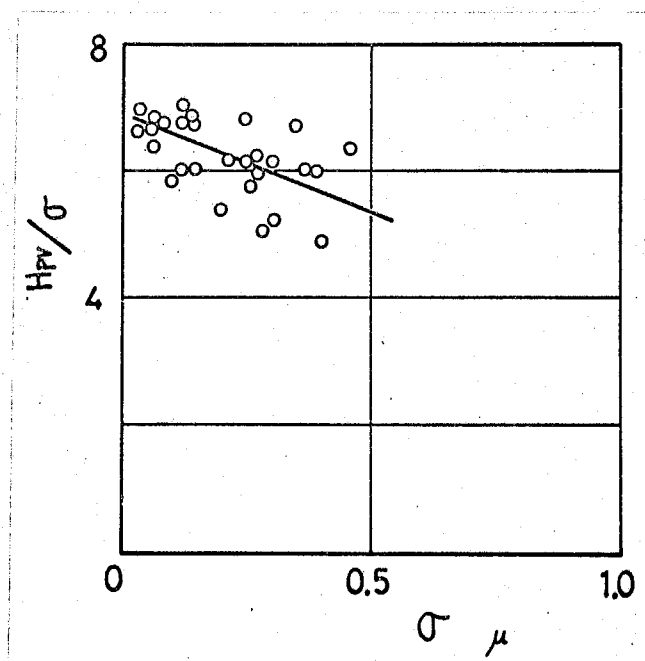


図 2-83 σ と H_{pv} との関係
(ラッフ°仕上面)

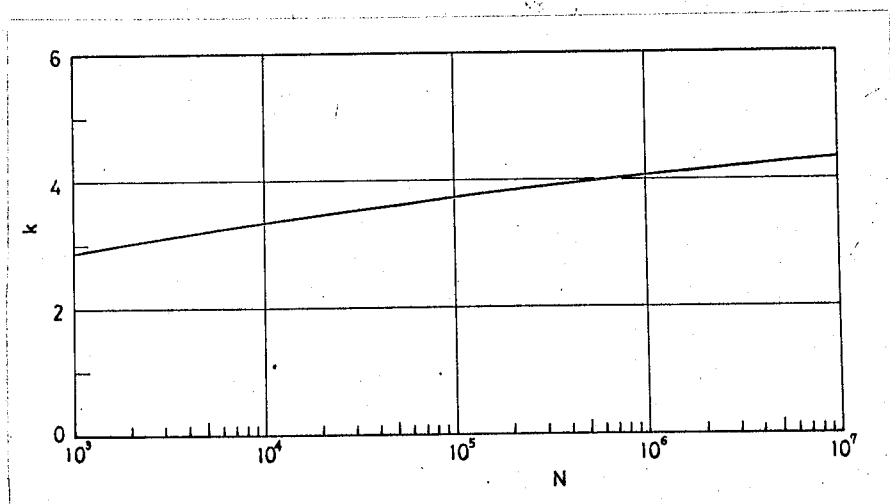


図 2-84 k と N の関係

となる。この図 2-84 の関係と式 (2-14) ~ 式 (2-22) および測定長 6 mm の条件から求める表面単位の数 N とから、式 (2-35) の H_{pv} が求められる。以上のようにして得られた計算値が、図 2-79 ~ 図 2-83 の実線である。図からわかるように、実験値に近い。したがって、図

にみられる程度のばらつきを許容すれば、 H_{PV} から次式によ
って σ が求められる。

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{6.0 - 0.051 H_{PV}} \quad (\text{研削仕上面}) \quad \text{--- (2-36)}$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{5.84 - 0.042 H_{PV}} \quad (\text{旋削仕上面}) \quad \text{--- (2-37)}$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{5.68 - 0.028 H_{PV}} \quad (\text{フライス, シェーパ, ホール仕上面}) \quad \text{--- (2-38)}$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{6.92 - 0.582 H_{PV}} \quad (\text{ラップ仕上面}) \quad \text{--- (2-39)}$$

ここで、 H_{PV} の単位は μ とする。

5-3 方向性を有する表面凹凸における σ の性質

方向性を有する表面凹凸として平面研削面を対象に、
図2-45に示される任意の方向の σ は、測定長 6mm にお
いて図2-85に示すようになる。 σ_α は α の方向の σ を、 σ_0
は $\sigma_\alpha=0$ (研削方向に直角な方向) を意味する。 $\alpha=90^\circ$ (研削方向) を除いて、 σ は各方向に対してほぼ一定であることがわかる。これは、 σ_0 が面の表面凹凸の σ をあらわすのに十分であることを意味し、 $\alpha=90^\circ$ の方向の σ も測定長を十分長くすれば、 σ_0 に近づく性質のものと考えられる。なお、研削方向の標準偏差 σ_y とそれに直角な方向の標準偏差 σ_x との関係は、測定長 6mm に対して図2-86のようになり、式(2-33)により N を算出する際に使用される。

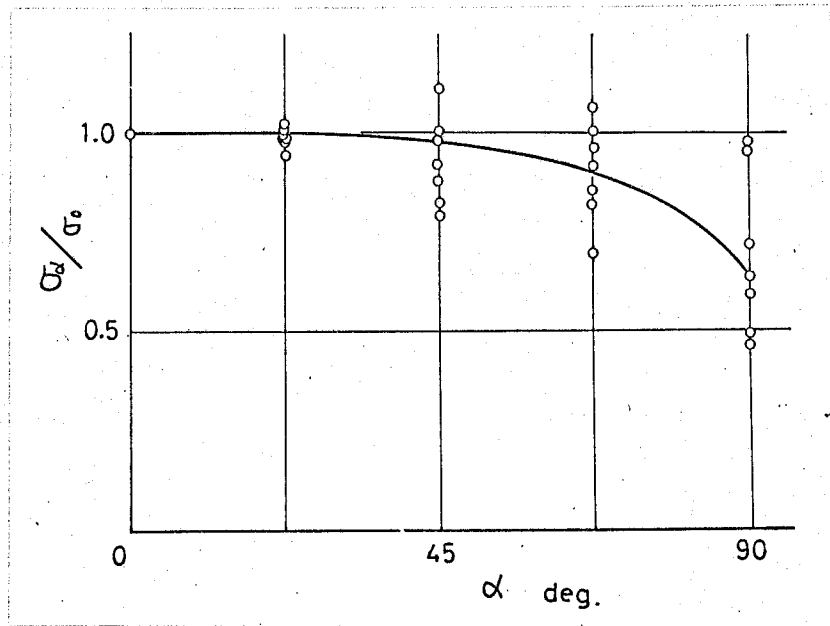


図 2-85 α の方向の σ の値
測定長 6mm

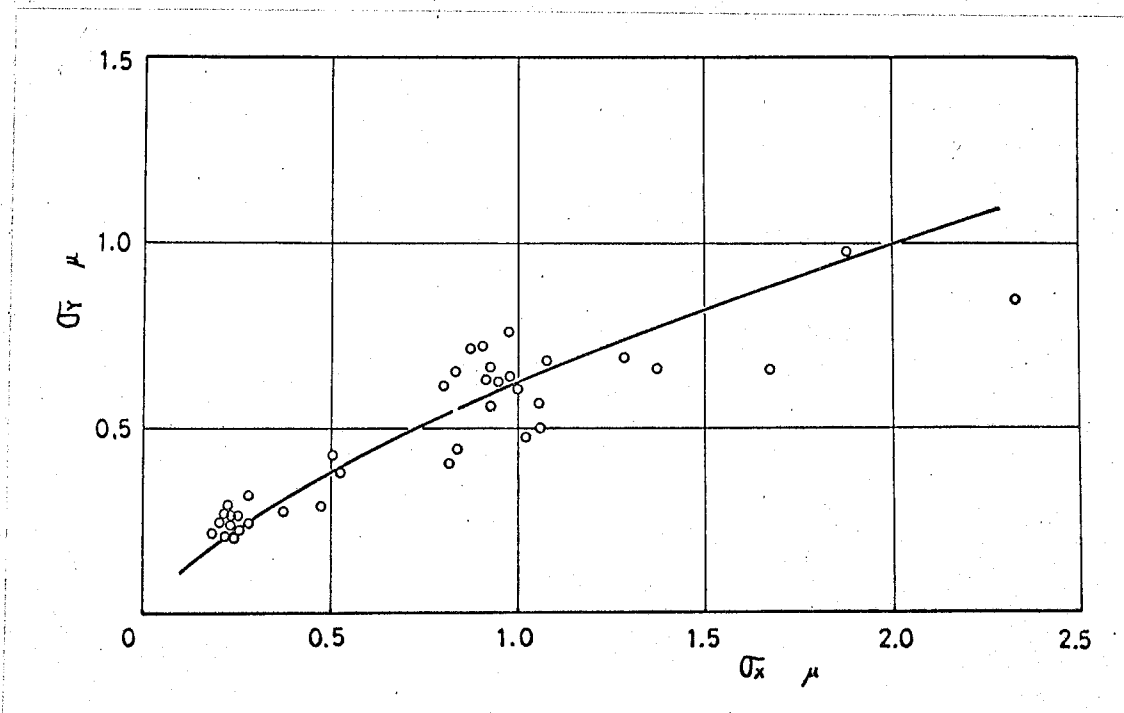


図 2-86 σ_x と σ_y の関係

$\sigma_x: \alpha=0$ $\sigma_y: \alpha=90^\circ$

平面研削加工面 測定長 6mm

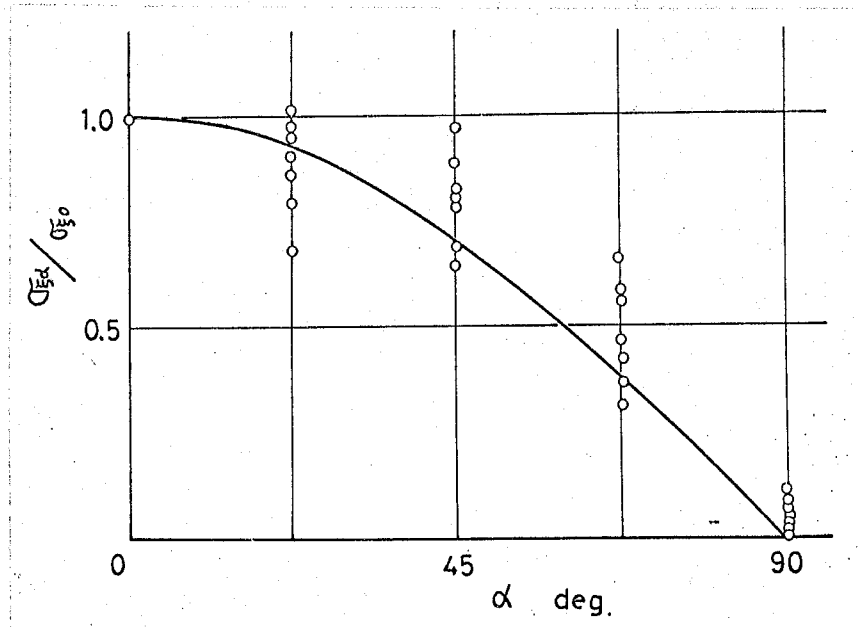


図2-87 α の方向の σ の値
測定長 0.5 mm

図2-51に示した σ_y と同様に、接触残構の解析においては微視的な表面凹凸の因子が必要である。図2-87は図2-85と同じデータから測定長 0.5 mm で得られた各方向の σ を示すものである。 $\alpha = 90^\circ$ の方向の表面凹凸は、微視的には直線とみなせるため $\sigma_{\alpha=90^\circ} = 0$ となる。図2-87の実線は、後の接触残構の解析において計算し易くするための実験式で、次式を仮定したものである。

$$\sigma_x = \sigma_0 \cos \alpha \quad \text{————— (2-40)}$$

ここで、 $\sigma_x = \sigma_0$ $\sigma_y = \sigma_{\alpha=90^\circ}$ である。

§6 自己相関、パワースペクトル密度による各種加工面の性質

表面凹凸を不規則な信号として考えた場合、その性質の解析には一般にパワースペクトル分析が利用される⁽⁵³⁾。本章では各種加工面における表面凹凸の性質を、自己相関およびパワースペクトル密度によって分析し、後の接触問題において、接触点の分布を求める際に必要とするパワースペクトル密度を求めるものである。したがって、各種加工面に対する自己相関、パワースペクトル密度に関する詳細な検討は、文献にゆずり、^{(44)(54)~(57)}上記目的のためにデータを供することにする。

任意の位置 $n\Delta t$ における表面凹凸の値を $Z(n\Delta t)$ とし、自己相関の数の推定値を $\hat{R}_{xx}(\tau)$ とおけば、離散データに対し

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N_R - l_R} \sum_{n=1}^{N_R - l_R} Z(n\Delta t) \cdot Z(n\Delta t + l_R\Delta t)$$

—————(Z-41)

が得られる。ここで

$$\tau = l_R \Delta t$$

$$l_R = 0, 1, 2, \dots, h_R$$

$$h_R = T_m / \Delta t$$

Δt : 表面凹凸のサンプリング間隔、 ε に相当する。

T_m : τ の最大値

N_R : データ数。

この $\hat{R}_{xx}(\tau)$ をフーリエ変換して得られるパワースペクトル密度の推定値 $\hat{P}_{xx}(\omega)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{P}_{xx}(\omega) &= \hat{P}_{xx}\left(\frac{Y_R}{h_R} \cdot \frac{\pi}{\Delta t}\right) \\ &= \Delta t \hat{R}_{xx}(0) \cdot D(0) + 2\Delta t \sum_{l_R=1}^{h_R} D(l_R \Delta t) \hat{R}_{xx}(l_R \Delta t) \\ &\quad \times \cos\left(\frac{\pi Y_R}{h_R} l_R\right) \quad \text{--- (2-42)}\end{aligned}$$

ここで、

$$Y_R = 0, 1, 2, \dots, h_R$$

$$\hat{R}_{xx}(0) D(0) = \hat{R}_{xx}(0)$$

$D(l_R \Delta t)$: テータウィンド

$$\omega = Y_R \cdot \pi / h_R \Delta t$$

本研究においては、テータウィンド $D(l_R \Delta t)$ として *hanning* を用い、式 (2-42) を算出する場合の自由度は 26 とした。

以上のようにして得られた各種加工面の自己相関々数を、

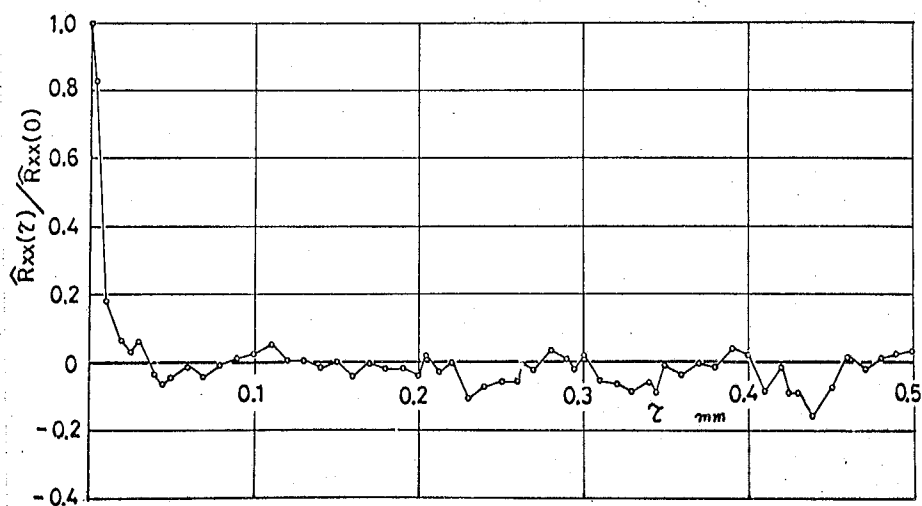


図 2-88 表面凹凸の自己相関々数
(平面研削加工面)

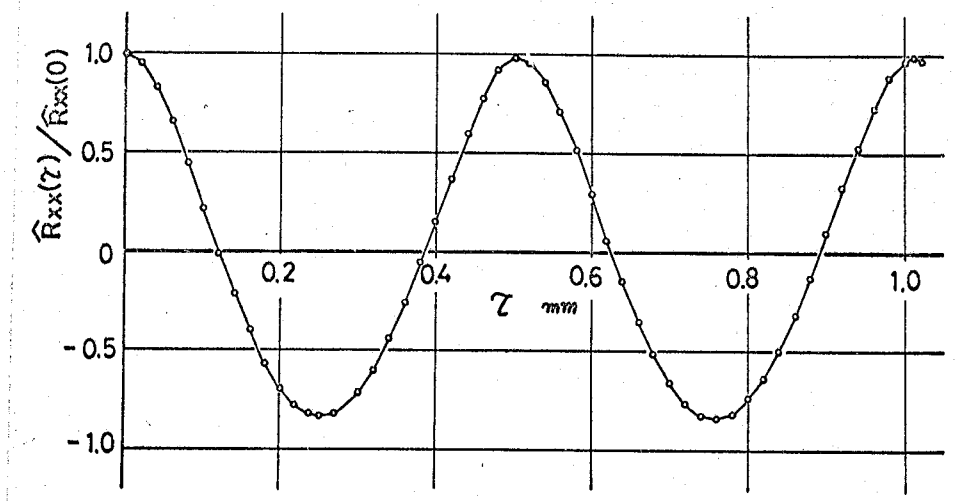


図 2-89 表面凹凸の自己相関係数 (旋削加工面)

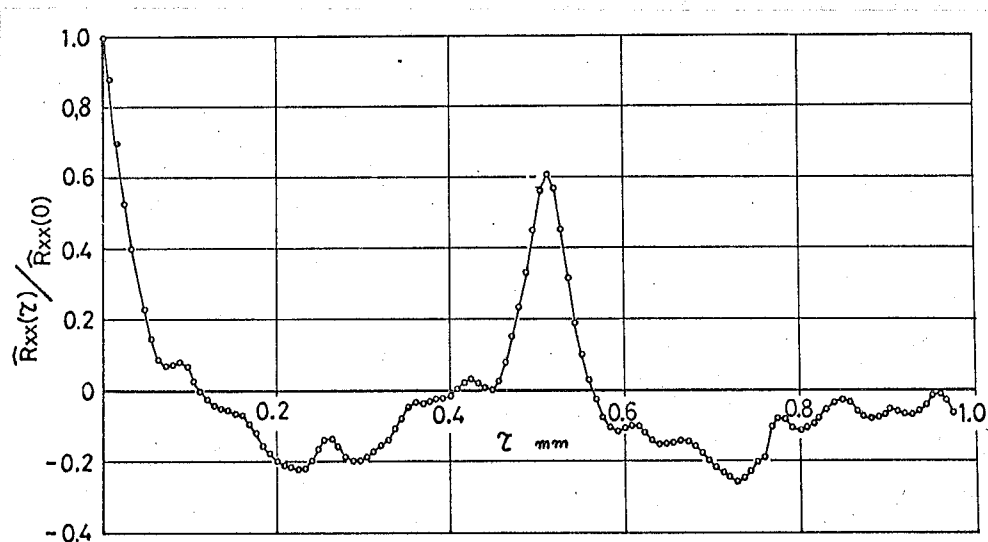


図 2-90 表面凹凸の自己相関係数 (正面フライス加工面)

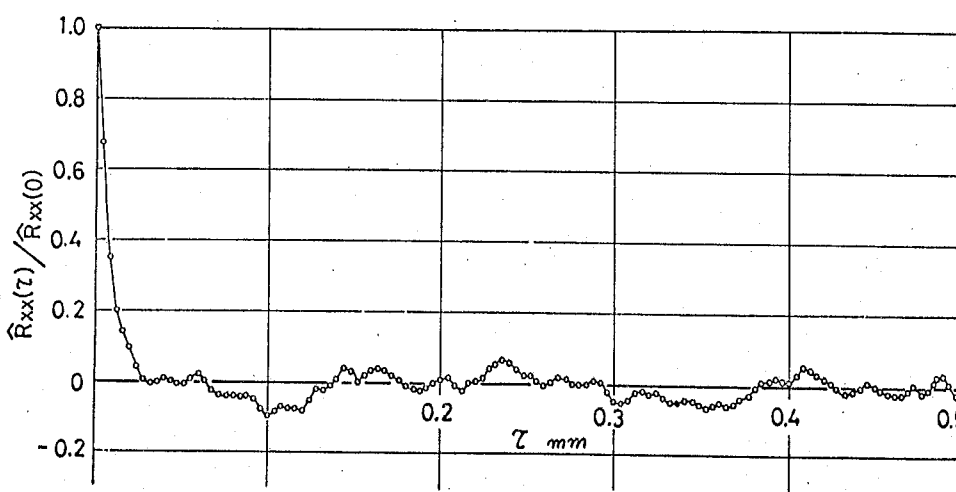


図 2-91 表面凹凸の自己相関係数 (ラップ仕上げ面)

図2-88～図2-91に示す。自己相関々数 $\hat{R}_{xx}(\tau)$ は、 $\hat{R}_{xx}(0)$ (分散) で無次元化されている。図2-89の周期成分は、バイトの送り量に一致し、図2-90の中央のピークは、正面フライスの1刃当り送りに一致する。図2-88、図2-91のように研削仕上面、ラップ仕上面では顕著な周期成分は、自己相関々数からは判別できない。

各種加工面に対するパワースペクトル密度 $\hat{P}_{xx}(\omega)$ は、図2-92～図2-95に示されるようになっており、旋削加工面、フライス加工面においては、自己相関々数の周期成分に一致した位置に大きなパワーがでてくる。他のパワーのピーク値については、工作機械の振動、砥粒の大きさ、砥石ドレッシングマーク等が関係するが、これらの検討については本章では省略する。

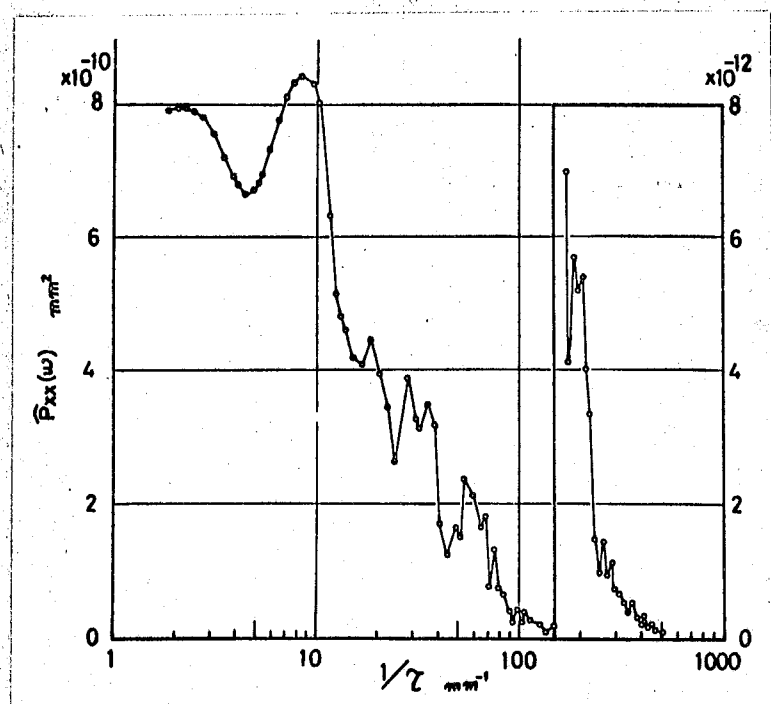


図2-92 表面凹凸のパワースペクトル密度
(平面研削加工面)

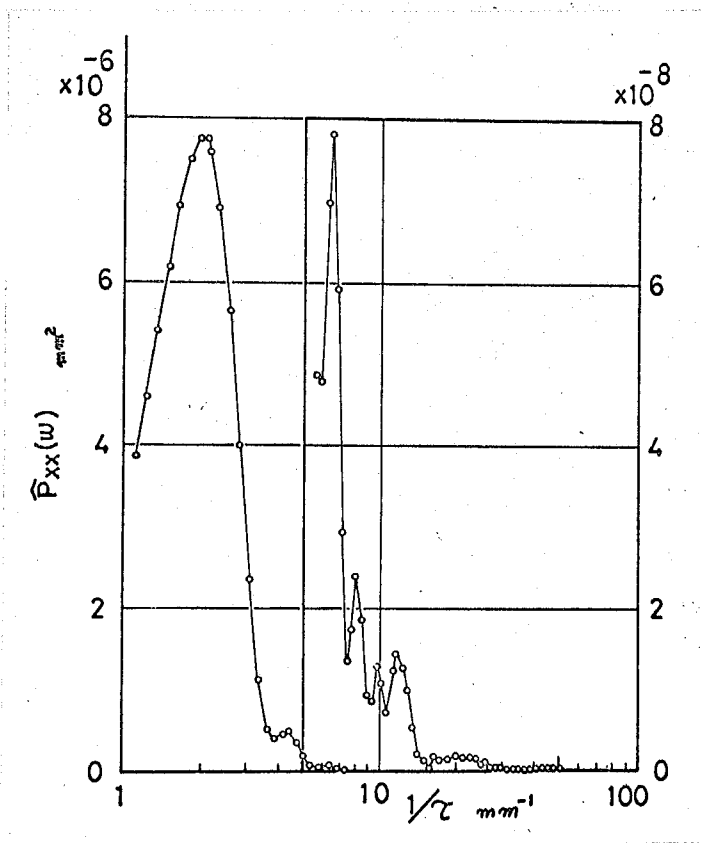


図2-93 表面凹凸のパワースペクトル密度
(旋削加工面)

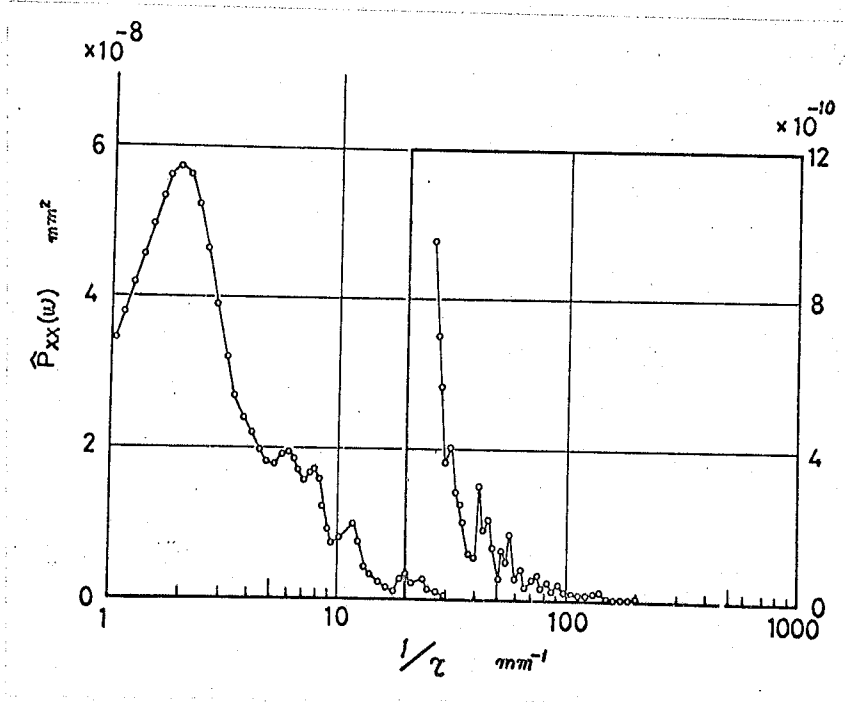


図2-94 表面凹凸のパワースペクトル密度
(正面フライスカ加工面)

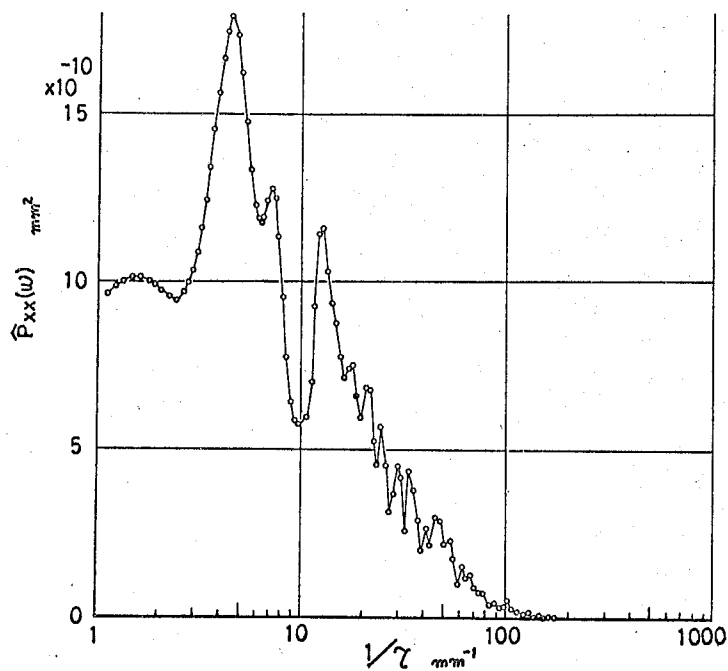


図2-95 表面凹凸のパワースペクトル密度
(ラッフ・仕上面)

§7 結 言

ニ平面接触残構の解析を目的とし、種の加工面を対象として、その表面凹凸を解析実験した結果、次のことを明らかにすることができた。

- (1) 離散量としてのサンプリング間隔，測定長について
 - (i) 表面凹凸の微小突起の傾斜を求める際のサンプリング間隔 ε は、 $\varepsilon / \varepsilon_s \leq 0.2$ 程度でよい。 ε_s は式(2-14)又は図2-74による。この場合の測定長 l_m は、 $l_m \geq 50 \varepsilon_s$ でよい。
 - (ii) 表面凹凸の高さの標準偏差 σ を求める場合のサンプリング間隔 ε は、 $\varepsilon \leq 1.5 \varepsilon_s$ でよく、この場合の測定長 l_m は、 $l_m \geq 500 \varepsilon_s$ とする必要がある。

(iii) サレフリング間隔が上記の条件より大きい場合には式(2-15)によつて、修正ができる。

(2) 表面凹凸微小突起の傾斜について。

(i) 融針式あらさ計で得られる微小突起の傾斜分布は、本研究で導かれた理論において、形状パラメータを適当に選ぶことにより、種々の条件の表面凹凸の結果をあらわすことができる。

(ii) 二平面接触残構解析のために突起断面を三角形で近似した場合、その傾斜の平均 $\tan \theta_a$ は、融針式あらさ計で得られる突起の傾斜の標準偏差 σ_ξ と次の関係がある。

$$\tan \theta_a = 1.54 \sigma_\xi$$

研削、旋削、フライス、ラッフ各仕上面において、上式の関係が成立する。

(iii) 表面凹凸微小突起の傾斜の標準偏差 σ_ξ と高さの標準偏差 σ との間には実験式として次式が成立する。

$$\sigma_\xi = 0.15 \{ 1 - \exp(-1.65 \sigma) \} \quad (\text{研削加工面})$$

$$\sigma_\xi = 0.18 \{ 1 - \exp(-0.81 \sigma) \} \quad (\text{旋削加工面})$$

$$\sigma_\xi = 0.18 \{ 1 - \exp(-0.60 \sigma) \} \quad (\text{フライス、シェーパ、ボール加工面})$$

$$\sigma_\xi = 0.15 \{ 1 - \exp(-2.3 \sigma) \} \quad (\text{ラッフ仕上面})$$

(iv) 研削加工面のように方向性を有する表面凹凸においては、測定方向と微小突起の傾斜との間には式(2-24)の関係があり、微小範囲においては式(2-23)

の関係があることを確かめた。

(3) 表面凹凸の最高点の推定および表面凹凸曲線の分布形について。

- (i) 表面凹凸曲線の分布形は、本論文で取扱った機械加工面（研削、旋削、フライス削り、ラップ、シェーパ、イール加工）では、正規分布で比較的よく近似されるが、平均値から $2 \sim 2.5\sigma$ 以上では、その確率密度が正規分布より小さくなる傾向がある。
- (ii) 通常の使用に際しては、表面凹凸の分布形は正規分布としてさしつかえないが、表面凹凸の最高点の推定には、上記項(i)を考慮して、形状パラメータを4.0とするワイブル分布が上記各種加工面に対してよい近似を与えることを確認した。
- (iii) 表面凹凸の最高点の推定は、極値分布の理論を応用して求められ、表面凹凸曲線の分布形を正規分布とするときより、ワイブル分布とする方が、その極値は小さく、実験結果とも一致する。
- (iv) 表面凹凸の山の最高点と谷底の最低値との距離 H_{pv} は、高さの標準偏差 σ とよい相関があり、計算値は実験値とよく一致する。 H_{pv} は JIS による R_{max} (H_{max}) に準ずるもので、測定が容易であることから、多少の誤差が許容できれば、 σ の推定に有効である。 H_{pv} と σ との関係式は次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{H_{pv}}{6.0 - 0.051 H_{pv}} \quad (\text{研削加工面})$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{5.84 - 0.042 H_{PV}} \quad (\text{旋削加工面})$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{5.68 - 0.028 H_{PV}} \quad (\text{フライス, シェーパ, ハール加工面})$$

$$\sigma = \frac{H_{PV}}{6.92 - 0.582 H_{PV}} \quad (\text{ラック 7° 仕上面})$$

第3章 真平面と方向性を有する表面凹凸の接触変形機構

§1 緒言

表面凹凸をもつ二平面の接触機構は、従来接触部がすべて塑性変形するものとする単純化された仮定により、二平面の食込量、真実接触面積、接触点数等が解析されている⁽¹⁷⁾。一方、表面凹凸の微小突起を半球状とし、個々の突起をヘルツ接触にあつかえ、それを面全体に集合させて接触機構を論じたものもあるが⁽²⁶⁾、その目的は、摩擦、摩耗等のための真実接触面積、接触点数等の推定にある。表面凹凸をもつ二平面の接触機構は、その使用目的に応じて単純化、簡略化が行なわれており、その解析方法は次のようなものが考えられている。

- (i) 突起の形状を半球、くさび、円錐とし、表面凹凸曲線の分布を正規分布、指数分布、矩形分布、ポアソン分布、三角形分布等で仮定する。⁽¹⁹⁾⁽²⁵⁾⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾
- (ii) 突起の形状を半球、円錐としこれらの突起がうねりの上に分布するものとする。⁽²¹⁾⁽³⁶⁾
- (iii) 突起の形状を円錐、四角錐とし、頂点の分布と種々仮定する。⁽¹⁸⁾⁽³⁷⁾
- (iv) 面のあらた曲線を統計的に取扱ひ、二次元的性質から面のあらたをあらわす三次元的性質を、接触突起の形状を仮定してモデル化する。⁽³⁸⁾

いずれも、突起形状あるいは分布形を解析し易い形にモデル

化し、理想的な状態で理論解析を進めている。

本研究で取扱う表面凹凸をもつ二平面接触部弾塑性変形は、その目的が精密機械部品の接合部剛性にあるため、上述した解析のような真実接触面積、接触点形状、接触点数、平均接触面角のすき角等のための解析方法では取扱いが不可能である。最近、工作機械の剛性低下は、機械部品接合部の弾性変形によるところが大きいことが認識され、実験的に接合部剛性を取扱った報告もみられるが、この目的に沿った理論的な解析はほとんどみられず、機械構造設計に供し得る計算方法およびデータが未だ確立されていらない。

一般に、表面凹凸の接触は、剛体真平面と表面凹凸をもつ面との接触におきかえて解析される。これは、二つの幾何学的な表面凹凸形状を一方の表面凹凸に加え合せ、接触二物体の縦弾性係数を相当縦弾性係数とすることにより、剛体真平面との接触におきかえられる。機械加工された二平面の接触状態はその解析の方法により次の四つのモデルに分類される。

- (i) 真平面と方向性のある表面凹凸との接触
- (ii) 方向性のある表面凹凸同志の接触
- (iii) 方向性のある表面凹凸と方向性のないものとの接触
- (iv) 方向性のない表面凹凸同志の接触

項(i)は研削加工面、旋削加工面のように方向性のある加工面の接触で、接触時の表面凹凸の性質は、表面凹凸の方向(研削方向)に直角な方向の表面凹凸を知ることによってあらわされ、接触部の弾塑性変形の解析も二次元的に取扱えるものである。ここで、接触二平面の表面凹凸の方向を一致さ

せた接触も項(i)に含まれる。項(ii), (iii), (iv)に示された接触は、接触時の表面凹凸の性質が面全体をあらわすように三次元的に取扱われる必要があり、その解析方法も項(i)の接触問題と比較して非常に複雑化する。特に、項(ii)の接触=平面の方向を任意に交叉させた接触においては、接触時の表面凹凸の定義が困難である。いずれの場合も、前述したように剛体真平面との接触におまかえて解析される。

本章では、前記四分類のうち項(i)のなめらかな面と方向性のある表面凹凸面および、方向性のある表面凹凸面同士の接触のうち、表面凹凸の方向を一致させて接触した場合の接触部の弾塑性変形を検討する。この状態における接触問題は、二次元的に解析を進めることができ、接触機構の把握も比較的容易で、後の三次元的接触機構の解析の基礎となるものである。本章の解析の考え方は、表面凹凸の単一突起の弾塑性変形を、統計確率論的に表面凹凸の種々の因子と関連させて集合させ、接触部の弾塑性変形を導くものである。

§2 真平面と方向性のある表面凹凸との接触

2-1 接触点の弾塑性変形

2-1-1 微小突起の弾塑性変形に関する前提条件

剛体真平面と方向性のある表面凹凸面との接触において、接触に関する前提および仮定を次のようにおくことにする。

- (i) 微小突起の形状を三角形(くさび形)とし、その頂角を 2θ とし、方向性のある二次元突起とし、弾性変形

を考える際には半無限弾性体の変形問題とする。

(ii) 表面凹凸曲線の分布形を等傾斜正規分布とする。

(iii) 剛体真平面と表面凹凸との接触におきかえた場合の
 相等縦弾性係数 E は次式で計算されるものを使用する
 (4)

$$\frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad \text{--- (3-1)}$$

ここで、 ν : ポアソン比, 添字 1, 2 は接触二部材を意味する。

(iv) 接触部の接触応力は、塑性流動応力 p_m とし、接触面内では p_m の等分布応力とする。

(v) 接触部の塑性変形による側面への変形は、
 図 3-1 に示されるように微小であるものとし無視できるものとする。

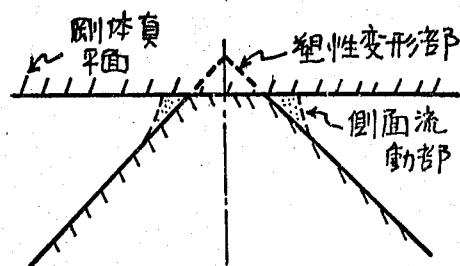


図 3-1 項(v)説明図

(vi) 微小突起は十分加工

硬化されており、接触の前後において塑性流動応力は
 不変とする。

項(iv)の塑性流動応力 p_m は H_B に相当するものであるが、
 H_B は接触点の大きさを測定されることが望ましい。この
 場合、一般にマイクロビッカースが使用されるが、微小突起
 の接触点の大きさは、 $10^{-6} \sim 10^{-5} \text{ mm}^2$ 程度であり、こ
 の大きさを測定することは、電子顕微鏡を使用して

も測定値に信頼がもてないといわれている。マイクロビッカースかたさ H_V は、くぼみの大きさが小さくなるにつれ高くなる傾向を示すことを、約 $3 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$ のくぼみの大きさまで測定して報告している例もあるが、⁽⁵⁹⁾ この傾向については、一般には、前述した信頼性も関係して未だ確立されていないようである。⁽⁶⁰⁾ 以上のことから、 p_m は十分に信頼できる測定範囲で得られる H_B (あるいは H_V) で十分であり、項 (vi) と関連して厳密に検討する必要はないものと考えらる。項 (v) については、項 (iv) と関連して厳密には接触による側面への塑性流動を考慮して接触面積の増加および、弾性接触としてのヘルツ接触等が考えられるが、前者については、突起の頂角 2θ が一般に $140^\circ \sim 175^\circ$ 程度であることから、接触面積の増加は無視できるものと考えられ、また、後者については Greenwood らが定義した Elastic Contact Hardness の考えもあるが、⁽⁷⁰⁾ 後の解析を容易にするために、この点を項 (iv), (v) の仮定をとることとする。

2-1-2 接触点の弾性変形

表面凹凸の微小突起の頂角 2θ は、一般に $140^\circ \sim 175^\circ$ 程度であり、ほとんど平面に近く弾性変形を考える場合には、半無限体上の荷重と変位との関係として取扱うことができる。

半無限体上にかかる荷重の状態は、図 3-2 に示すように幅 l にあたり等分布荷重 p がかかっているものとする。この場合、本章では表面凹凸に方向性がある接触であり、接触も

二次元的に取扱うことができ、荷重も線荷重とすることができる。したがって、図3-2(a)に示す荷重中心直下0点の表面変位 δ_0 と、図3-2(b)

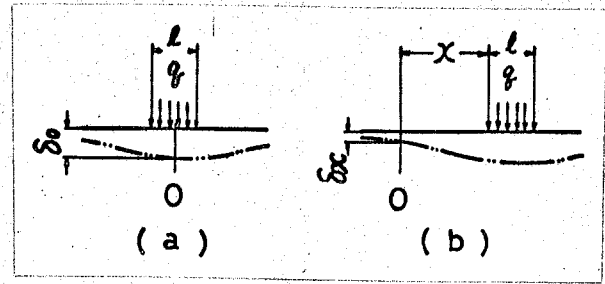


図3-2 荷重と変位

に示す荷重点から x 離れた点0の変位 δ_x は次式であらわされる。⁽⁶¹⁾

$$\delta_0 = \frac{2\gamma}{\pi E} l \cdot \ln \frac{2h}{l} + \frac{1-\nu}{\pi E} \gamma l \quad (3-2)$$

$$\delta_x = \frac{2\gamma}{\pi E} \left\{ (l+x) \ln \frac{h}{l+x} - x \ln \frac{h}{x} \right\} + \frac{1-\nu}{\pi E} \gamma l \quad (3-3)$$

ここで、 h は変位を考える際の荷重中心点における原点となる表面からの深さである。式(3-3)において、接触幅が $l \ll x$ と考えられる場合には、荷重は線荷重 Q であまかえられ、 δ_x は次式となる。

$$\delta_x = \frac{2Q}{\pi E} \ln \frac{h}{x} - \frac{(1+\nu)}{\pi E} Q \quad (3-4)$$

l は三角形突起と真平面との接触幅であり、三角形突起の頂点では接触応力が無限大となり、必ず塑性変形が生ずる。この場合の接触応力 γ は、前述した仮定(iv)により塑性流動応力 P_m に等しい。

式(3-3)において、 x の増加に伴ない $\delta_x < 0$ となる範囲があらわれ、表面がもりあがることになる。これは、

荷重点直下 h の点を変位の発点とする解であるため、仮に表面から h の深さに垂直応力が一定とみなせる面が存在すれば、その面と式(3-3)または式(3-4)であらわされる表面変位との相対変位が、実際の表面変位と考えることができる。

半無限体上に線荷重 Q がかった場合の変位は、図3-3に示される極座標であらわせば、次式であらわされる。⁽⁶⁾

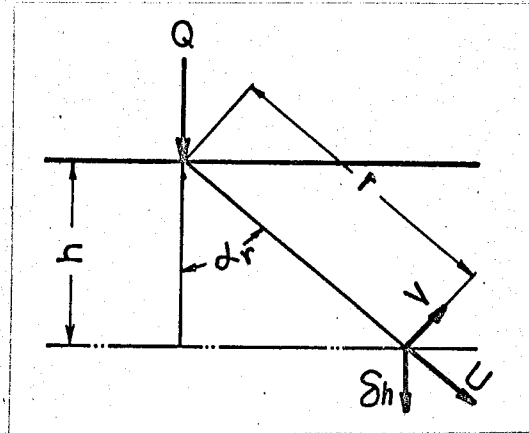


図3-3 変位関係図

$$U = \frac{Q}{\pi E} \left\{ 2 \cos \theta dr \ln \frac{h}{r} \right.$$

$$\left. - (1-\nu) dr \sin \theta \right\}$$

(3-5)

$$V = \frac{Q}{\pi E} \left\{ (1+\nu) \sin \theta dr - 2 \sin \theta dr \ln \frac{h}{r} - (1-\nu) dr \cos \theta \right\}$$

(3-6)

表面から h の深さにおける面上の垂直方向変位 δ_h は図3-3の関係から次式であらわされる。

$$\delta_h = \frac{Q}{\pi E} \left\{ 2 \ln \frac{h}{r} - (1+\nu) \left(1 - \frac{h^2}{r^2} \right) \right\} \quad (3-7)$$

したがって、表面と深さ h の面との相対変位 δ_{xh} は

$$\delta_{xh} = \delta_x - \delta_h \quad (3-8)$$

となり、深さ h の面は垂直応力 σ_c が一定であることから平面

を得、ていることになる。
式(3-4)、式(3-7)、式(3-8)の関係は
図3-4に示すようになる。

荷重点(表面凹凸の突起の接触点)以外の表面と丸の深さの面との相対変位を δ_{ce} とおけば、 δ_{ce} は過小評価であるが、荷重点と荷重点の中央の位置の相対変位で代表できるものとする。この場合、荷重点間中央の位置(図3-5のB点)における表面変位は、周囲の荷重点からの影響を考慮し、式(3-4)から、次式であらわされる。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2Q}{\pi E} \ln \frac{h}{(n-0.5)t} - \frac{1+\nu}{\pi E} Q \right\}$$

同様に図3-5 C点の h の深さの面における変位は

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2Q}{\pi E} \ln \frac{h}{\sqrt{h^2 + (n-0.5)^2 t^2}} - \frac{1+\nu}{\pi E} Q \right. \\ \left. + \frac{1+\nu}{\pi E} Q \frac{h^2}{h^2 + (n-0.5)^2 t^2} \right\}$$

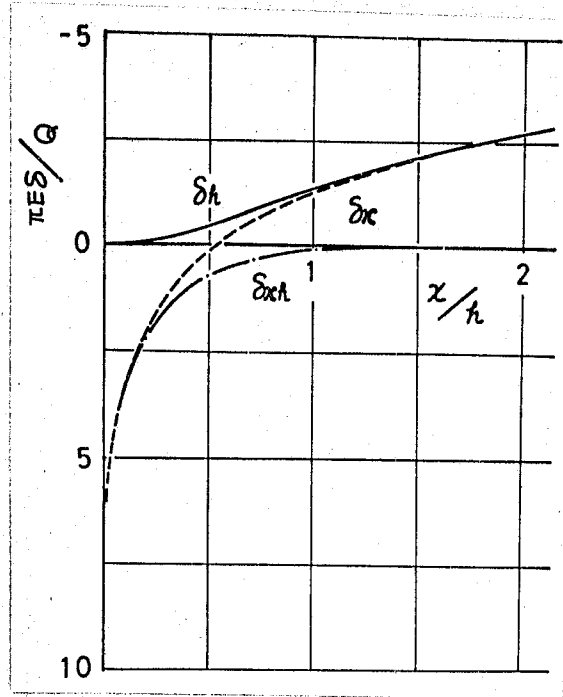


図3-4 各変位の関係

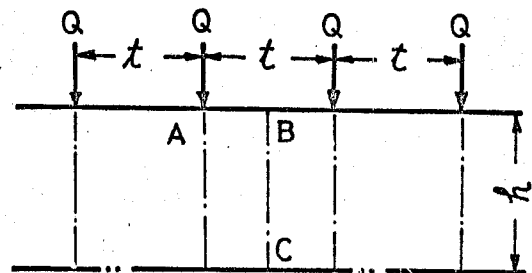


図3-5 変位点説明図

で与えられる。尤は接触点の平均間隔で、等間隔に Q がかかっているものとする。したがって、 C 点に対する B 点の相対変位 S_{ce} は、次式となる。

$$S_{ce} = \frac{2Q}{\pi E} \left\{ \ln \cosh \pi \bar{h} - \frac{1+\nu}{2} \pi \bar{h} \tanh \pi \bar{h} \right\} \quad (3-9)$$

$$\bar{h} = h/x \quad (3-10)$$

図3-5において、荷重点 A の変位 S_0 は式(3-2)で与えられるが、 A 点以外の他の荷重点から受ける変位 S_{oc} は、式(3-9)の導入過程において、 $(n-0.5)x$ を nx におきかえることによつて ($n \neq 0$)

$$S_{oc} = \frac{2Q}{\pi E} \left\{ \ln \frac{\sinh \pi \bar{h}}{\pi \bar{h}} + \frac{1+\nu}{2} - \frac{1+\nu}{2} \pi \bar{h} \coth \pi \bar{h} \right\} \quad (3-11)$$

を得る。

表面から深さ h までの平均弾性変形量 S_{me} は、式(3-9)の計算過程で $(n-0.5)x$ を x におきかえ、 Q は平均応力 Q/x として取扱い、積分することによつて得られる。すなわち

$$\begin{aligned} S_{me} &= \frac{2Q}{\pi E x} \int_0^\infty \left\{ \ln \frac{h^2}{x^2} - \ln \frac{h^2}{h^2+x^2} - \frac{(1+\nu)h}{h^2+x^2} \right\} dx \\ &= \frac{Q}{\pi E} (1-\nu) \pi \bar{h} \quad (3-12) \end{aligned}$$

接触点にかかる荷重 Q は、前記仮定 (iv) 項により次式で

あらわされる。

$$Q = 2 \overline{\tan \theta} \int p_m \quad (3-13)$$

ここで、 $\overline{\tan \theta}$ は突起の頂角を 2θ とするときの $\tan \theta$ の平均であり、 $\int$ は突起の塑性変形量である。

接触二部材の接触面の性質をあらわす係数を接触係数と称し、 K_1 で示せば、

$$K_1 = \frac{4 \overline{\tan \theta} p_m}{\pi E} \quad (3-14)$$

であらわされる。接触点の接触幅は

$$l = 2 \overline{\tan \theta} \int \quad (3-15)$$

となり、接触点間隔 λ に対し、接触点の密度を考慮した係数 δ を導入し、式(3-14)、式(3-15)の関係を適用すれば、 δ_o , δ_{ce} , δ_{oc} , δ_{me} は次式の形になる。

$$\delta_o = K_1 \left\{ \ln \left(\frac{\bar{h} \int}{\overline{\tan \theta} \lambda} \right) + \frac{1-\nu}{2} \right\} \int \quad (3-16)$$

$$\delta_{ce} = K_1 \left\{ \ln \cosh \left(\frac{\pi \bar{h}}{\lambda} \right) - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi \bar{h}}{\lambda} \tanh \left(\frac{\pi \bar{h}}{\lambda} \right) \right\} \int \quad (3-17)$$

$$\delta_{oc} = K_1 \left\{ \ln \frac{\sinh(\pi \bar{h}/\lambda)}{(\pi \bar{h}/\lambda)} + \frac{1+\nu}{2} - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi \bar{h}}{\lambda} \coth \left(\frac{\pi \bar{h}}{\lambda} \right) \right\} \int \quad (3-18)$$

$$\delta_{me} = K_1 \frac{1-\nu}{2} \pi \bar{h} \int \quad (3-19)$$

この接触点の密度を考慮した平均接触点間隔の係数 λ は、後の §2-1-5 で詳しく述べることにする。

2-1-3 深さ h の決定

表面凹凸の微小突起の弾性変形を考える深さ h は、垂直応力がほぼ一定とみなせる面とする。 $h \ll t$ の場合には、荷重は線荷重 Q でおまかえられ、図3-6に示される O_1 点から受ける O_c 点の垂直応力 σ_c は次式で与えられる。

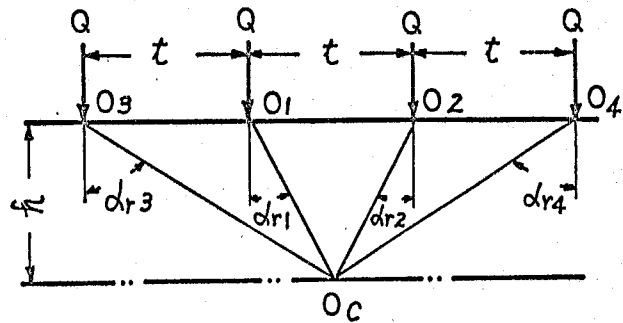


図3-6 応力計算のための説明図

$$\sigma_c = \frac{1}{2} \sigma_r (1 + \cos 2\alpha_{r1}) \quad \text{--- (3-20)}$$

ここで、 σ_r は半無限体上に線荷重 Q が作用した場合の極座標による半径方向応力で、次式であらわされるものである。

$$\sigma_r = -\frac{2Q}{\pi} \cdot \frac{\cos \alpha_{r1}}{O_1 O_c} \quad \text{--- (3-21)}$$

線荷重 Q が t の間隔で多数存在する場合、深さ h の任意の点における垂直応力 σ_c は次式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{rn} (1 + \cos 2\alpha_{rn}) \\ \sigma_{rn} &= -\frac{2Q}{\pi} \cdot \frac{\cos^2 \alpha_{rn}}{h_n} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (3-22)}$$

接触突起の平均間隔を t とし、深さ h を t で無次元化した量を $\bar{h}$ とするとき、図 3-7 に示されるように、荷重点直下の h における垂直応力 σ_{co} は、式 (3-22) より次式となる。

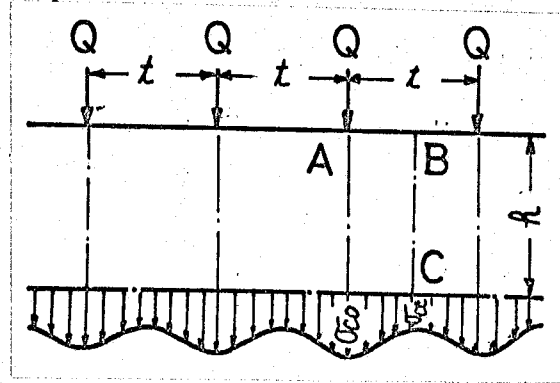


図 3-7 垂直応力の偏在。

$$\sigma_{co} = -\frac{Q}{\pi} \cdot \frac{2}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\bar{h}^4}{(\bar{h}^2 + n^2)^2} \quad (3-23)$$

同様に、図 3-7 の荷重点間中央の垂直応力 σ_{cc} は

$$\sigma_{cc} = -\frac{Q}{\pi} \cdot \frac{2}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\bar{h}^4}{\{\bar{h}^2 + (n+0.5)^2\}^2} \quad (3-24)$$

で与えられる。

垂直応力が一定となる面の条件は、 $\sigma_{co} = \sigma_{cc}$ であるがこれは $h = \infty$ となることである。本研究においては、応力の偏在 $\sigma_{co} - \sigma_{cc}$ が実際上無視できる点を以て、垂直応力の一定の面と考えることにする。式 (3-23)、式 (3-24) より

$$\frac{\sigma_{co} - \sigma_{cc}}{\sigma_{co}} = 2 \left\{ 1 - \frac{2\pi\bar{h} \operatorname{Cosech}^2 2\pi\bar{h} + \operatorname{Coth} 2\pi\bar{h}}{\pi\bar{h} \operatorname{Cosech}^2 \pi\bar{h} + \operatorname{Coth} \pi\bar{h}} \right\} \quad (3-25)$$

が得られる。 $\bar{h}$ に対する $(\sigma_{co} - \sigma_{cc}) / \sigma_{co}$ の値は、図 3-8 に示すようになり、 $\bar{h} = 1.5 \sim 2.0$ 程度で十分であるといえる。

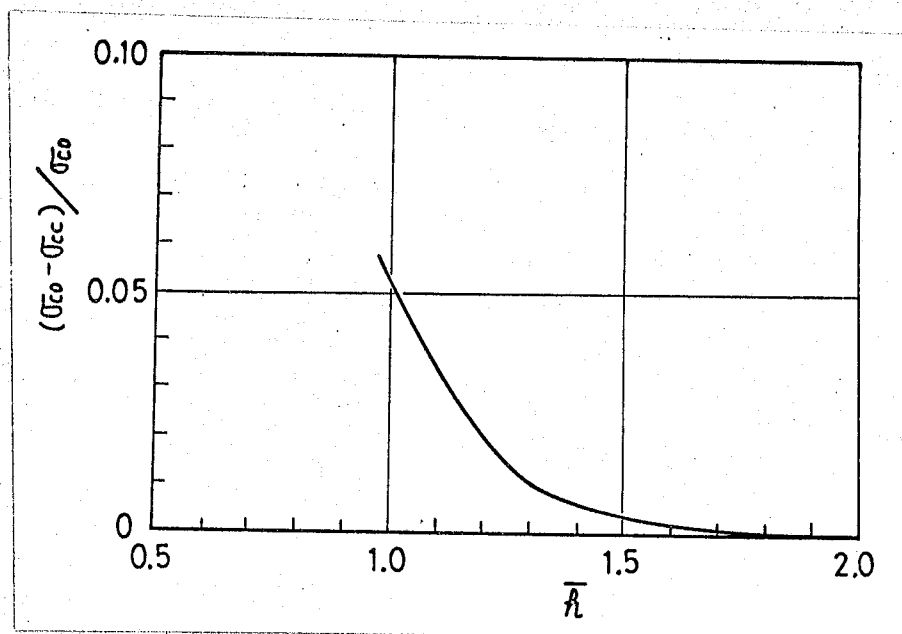


図3-8 $\bar{h}$ に対する $(\sigma_{co} - \sigma_{cc}) / \sigma_{co}$

2-1-4 微小突起の頂点の分布

表面凹凸の7°はフィル上で、みかけの面積 A に含まれ高さ z 以上に存在する突起の頂点の総数 N_M は、 $\psi(z)$ を高さ z に突起の頂点が存在する確率密度として、次式であらわされる。

$$N_M = N_T \int_z^{\infty} \psi(z) dz \quad \text{————— (3-26)}$$

ここで、 N_T は A に含まれる突起の総数である。また、 z 以上で、突起の塑性変形の中に含まれる谷底の数 N_V は

$$N_V = N_T \int_z^{\infty} \psi_R(z) \left(\frac{dz}{dz} \right) dz \quad \text{————— (3-27)}$$

であらわされる。ここで、 $\psi_R(z)$ は高さ z に谷底があらわれる確率密度であり、 z は剛体真平面と表面凹凸面との接触に

おける微小突起の塑性変形量である。したがって、高さ z 以上で接触に関係している接触点の総数 N_z は

$$N_z = N_M - N_D \quad \text{—————} \quad (3-28)$$

となる。

みかけの接触面積 A の表面凹凸において、高さ z で切断されてできる面積 A_r は、 A 全体の負荷曲線として次式であらわされる。

$$\frac{A_r}{A} = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} f(z) dz} \int_z^{\infty} f(z) dz \quad \text{—————} \quad (3-29)$$

ここで、 $f(z)$ は表面凹凸曲線の密度関数である。 $f(z)$ は、突起の頂角の平均が $z \tan \theta$ である等傾斜正規分布で近似されることから、式 (3-29) より次式が成立する。

$$\begin{aligned} A_r &= A \int_z^{\infty} f(z) dz \\ &= \int_z^{\infty} [z N_T \overline{\tan \theta} \int_z^{\infty} \{\psi_L(z) - \psi_R(z)\} dz] dz \end{aligned} \quad \text{—————} \quad (3-30)$$

したがって

$$z \overline{\tan \theta} N_T \int_z^{\infty} \{\psi_L(z) - \psi_R(z)\} dz = A f(z) \quad \text{—————} \quad (3-31)$$

が得られる。表面凹凸の平均以上の部分を対象とする場合は $N_M \gg N_D$ と考えられ、 $\psi_L(z) \gg \psi_R(z)$ が成立する。したがって、式 (3-28) の関係から

$$Nz = A f(z) / 2 \overline{\tan \theta} \quad (3-32)$$

が得られる。 $f(z)$ は $N(0, \sigma^2)$ で近似されていることから、式(3-32)は次式となる。

$$\frac{2N\sqrt{\tan \theta} \sigma^2}{A} \{ \psi(z) - \psi_R(z) \} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-33)$$

式(3-33)が接触に関係する頂点の分布を示すもので、築添らの求めたもの⁽⁶²⁾と二次元化した結果に一致する。式(3-33)は図3-9の実線で示される分布形をとる。実験点は図に示された種々の加工面において、高さ $z \sim z + \Delta z$ に含まれる山の頂点と谷底とから求められたもので、式(3-33)は実験値ともよく一致することがわかる。式(3-33)は、 $f(z)$ を等傾斜正規分布として導かれたものであるが

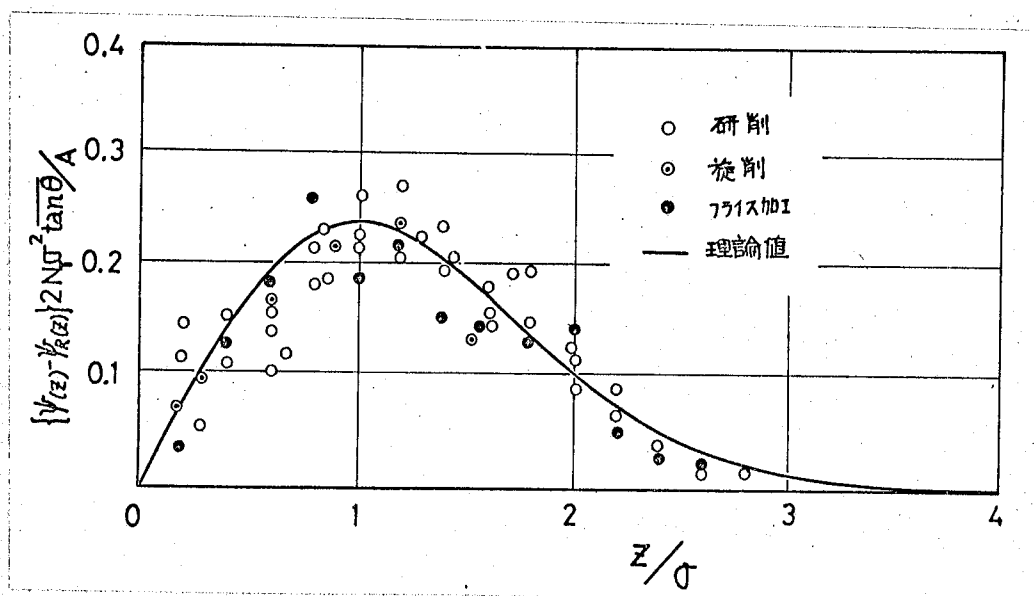


図3-9 接触に関係する頂点の分布

、表面凹凸を不規則信号としてパワースペクトル密度から導くこともできる。この場合、不規則な表面凹凸 $Z(x)$ が連続で x のランダムな関数であるとき、 $Z(x)$ の平均線から Δ の頂点までの距離 Z の分布 $p(\eta)$ は次式で与えられる。⁽⁶³⁾

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\epsilon e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\epsilon}\right)^2} + (1-\epsilon^2)^{1/2} \eta e^{-\frac{1}{2}\eta^2} \int_{-\infty}^{\eta(1-\epsilon^2)^{1/2}/\epsilon} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \right]$$

(3-34)

ここで

$$\eta = Z/\sigma = Z/\sqrt{m_0}$$

$$\epsilon^2 = \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4}$$

$$m_n = \int_0^\infty \hat{P}(\omega) \omega^n d\omega$$

σ^2 : $Z(x)$ の自乗平均

$\hat{P}(\omega)$: $Z(x)$ のパワースペクトル密度

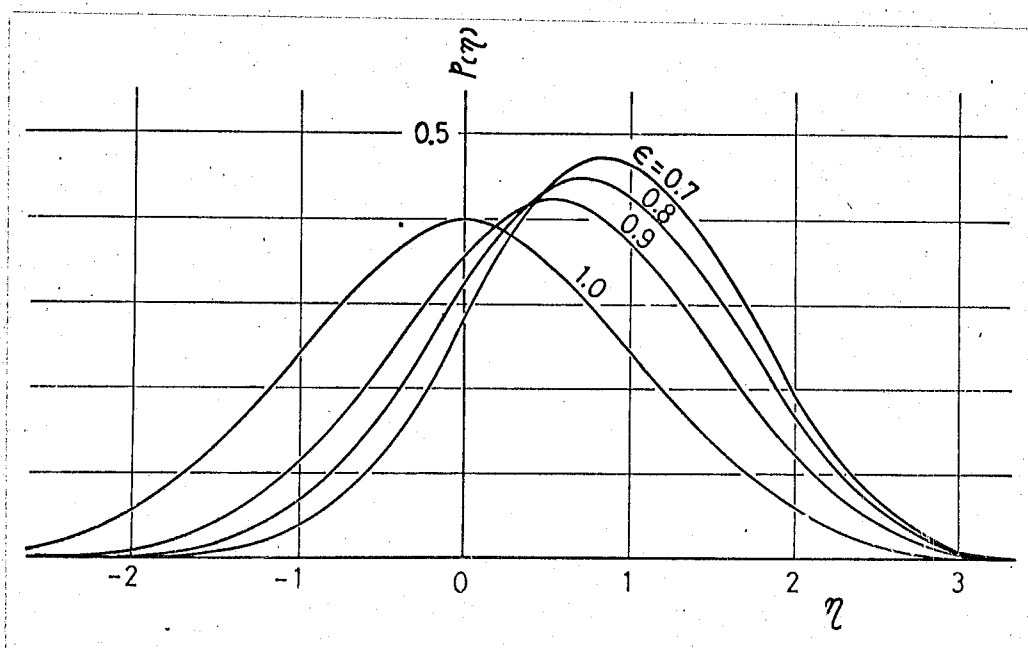


図 3-10

$p(\eta)$ の分布形

式(3-34)は ϵ をパラメータとして図3-10に示される分布形を示し、 $\epsilon=1$ では正規分布を、 $\epsilon=0$ ではレーリ分布をあらわす。ここで、谷底の分布が、山の頂点の分布と $\eta=0$ に対して対称であるとするならば、両者の差が容易に計算され、式(3-33)と比較することができる。第2章§6のパワースパクトル密度の結果から、モーメント m_0 , m_2 , m_4 を計算し ϵ を求めた結果表3-1を得た。これらの値は、奈良がスリガラス面で得た $\epsilon=0.8^{(64)}$ に近いものである。表3-1より、 $\epsilon=0.76 \sim 0.96$ であることと参照して、 $\epsilon=0.8$ と 0.9 について式(3-33)と同様にして接触に関係する突起の分布を図3-11に示す。 $\epsilon=0.8$ の曲線は、図3-9の実線とほとんど一致するもので、本章で導いた式(3-33)は、表面凹凸をランダムな時系列として解析した結果ともよく一致し、この点からも、等傾斜正規分がかなり現実に近いものといえる。これは、旋削加工面の自己相関々数を示す図2-89のように周期性の強い表面凹凸においても、表3-1の値をとり、研削加工面、ラップ仕上げ面のような不規則面と同様に取扱えることは、

表3-1 ϵ の値

加工法	ϵ
研削	0.83 ~ 0.96
旋削	0.85 ~ 0.90
フライス削リ	0.90 ~ 0.95
ラップ仕上げ	0.76 ~ 0.79

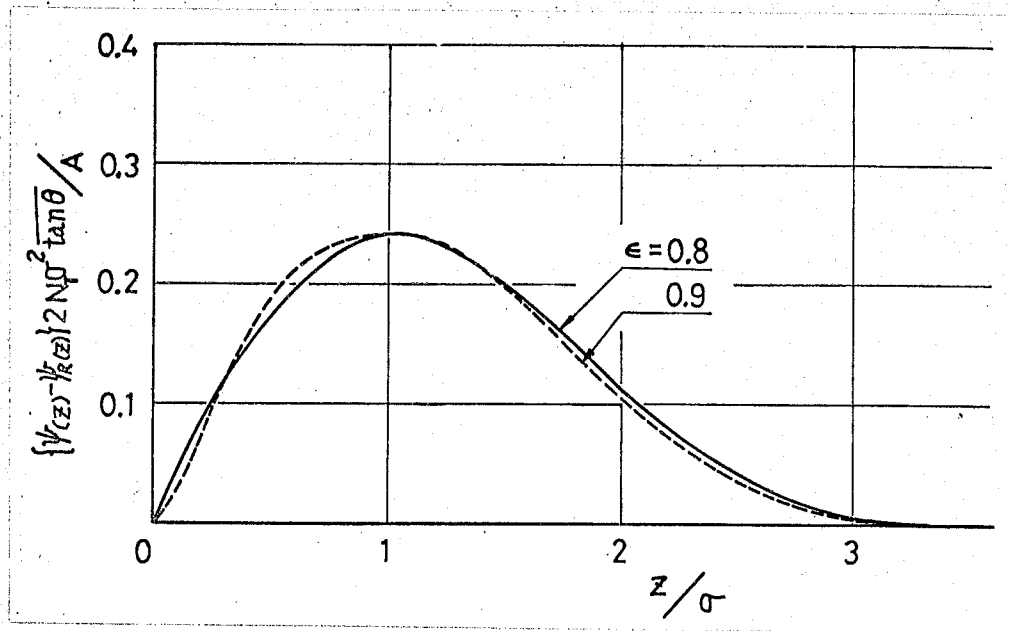


図 3-11 パワースペクトル密度から導かれる
接触に関する突起の頂点の分布

興味あることである。

2-1-5 接触微小突起の間隔

剛体真平面と表面凹凸をもつ面との接触において、高さ z にある突起の頂点に剛体真平面が接したときの平均接触点間隔 t は、式 (3-32) より

$$t = 2 \overline{\tan \theta} / f(z) \quad \text{--- (3-35)}$$

を得る。ここで、 $\overline{\tan \theta}$ は、前述したように突起の半頂角を θ とするときの $\tan \theta$ の平均値であるが、式 (2-8) と関連して、三角形突起の傾斜 $\tan \theta$ から、次式で計算されるものである。

$$\overline{\tan \theta} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tan \theta} f(\tan \theta) d \tan \theta$$

$$= \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) \Gamma\left(1 - \frac{1}{m}\right) / \tan \theta_a \quad \text{--- (3-36)}$$

$\tan \theta_a$ は、式 (2-17) により σ_s から決まるもので、形状パラメータ m は、 $m = 1.8 \sim 2.6$ 程度であることから、

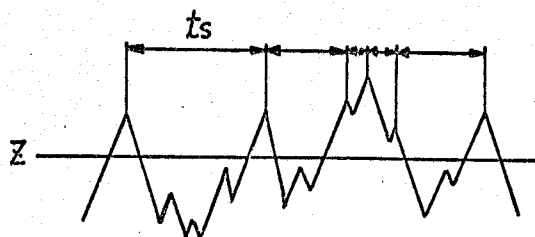
$$\overline{\tan \theta} \approx 0.93 / \sigma_s \quad \text{--- (3-37)}$$

となる。これは、 $f(\tan \theta)$ が表面凹凸の高さ z によらないものとして求められたものであり、式 (3-33) も同様の条件を前提としている。

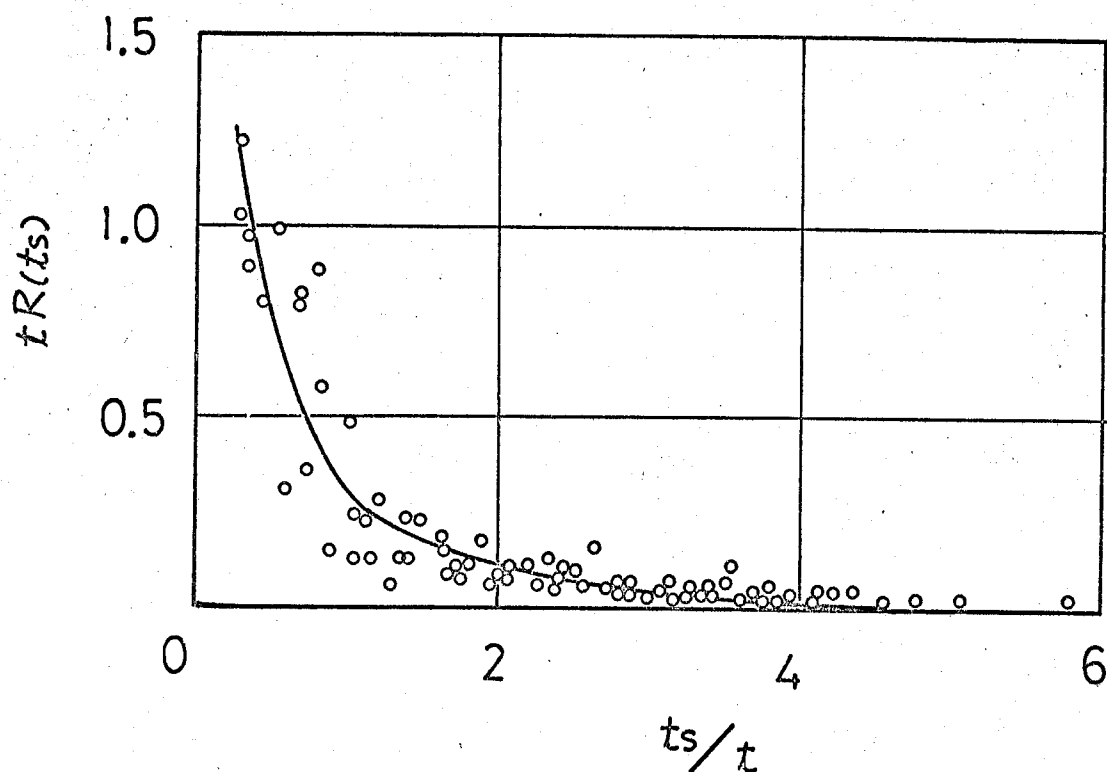
図 3-12 は、図 1(a) に示されるように、表面凹凸の高さ z 以上に存在する突起の頂点の間隔 t_s とその頻度との関係を平面研削加工面について示したものである。図 1(b) の t_s は式 (3-35) による値である。ある接触点における他の接触点から受ける弾性変形は式 (3-4) において、 $\alpha = t_s$ とすることにより与えられ、 $\ln(1/t_s)$ の形で影響してくる。したがって、式 (3-4) の α は t_s の算術平均としての間隔ではなく、 $\ln(1/t_s)$ の平均としなければならない。このようにして求められる接触点平均間隔と式 (3-35) で得られる t_s との比 A は、 t_s の確率密度を $R(t_s)$ とおいて次式で計算される。

$$A = 1 / \left[t \exp \left\{ \int_0^{\infty} \ln(1/t_s) R(t_s) dt_s \right\} \right] \quad \text{--- (3-38)}$$

平面研削加工面における図 3-12 の実験値から



(a)



(b)

図3-12 接触点間隔 t_s の分布形

$$\Delta = 1/2 \sim 1/4 \quad \text{—————} \quad (3-39)$$

を得る。接触面に大きなうねりが存在する場合には、 Δ はさらに小さくなるものと考えられるが、図3-12は、測定長15mmにわたって得られた実験結果であり、多々のうねりは考慮された値である。なお、式(3-35)で得られる t と t_s の算術平均はほぼ一致している。

2-2 ニ平面接触部の変形機構

2-2-1 表面凹凸の弾塑性接触過程

剛体真平面が表面凹凸の最高の突起に接触し、表面凹凸のプロファイル上で Z の位置にある突起の頂点に接するまでの接触過程を次のように考える。まず、 Z 以上にある突起の頂点すべてに、多数の小片に分割された剛体面が接し（図 3-13(a)）、接触荷重の増加に伴い塑性変形が 4δ 増加し、表面凹凸プロファイル上で $Z + 4\delta$ にある頂点は弾塑性変形のために $Z + 4\delta$ の位置に移り、この $Z + 4\delta$ の位置の頂点で接触を考えた剛体面の小片は頂点 a_2 と同一位置になる（同図(b)）。次の段階では、すでに同一位置になった剛体面の小片に接している頂点を除いたすべての頂点に 4δ の塑性変形を考え（同図(c)）、この接触過程をくり返して最高の頂点 a_1 に接した剛体面の小片が Z の位置にあった頂点 a_2 と同一の位置 AB になる（同図(d)）。これにより、図 3-13(a) で考えた剛体面の小片は、同図(d) で剛体真平面となる。ただし、荷重点向の弾性変形は、すべての位置で式(3-17)になるものとする。 Z を任意の位置におきかえた場合には、以上の操作を始めからくり返せばよい。この接触過程は次のことを考慮して成立したものである。

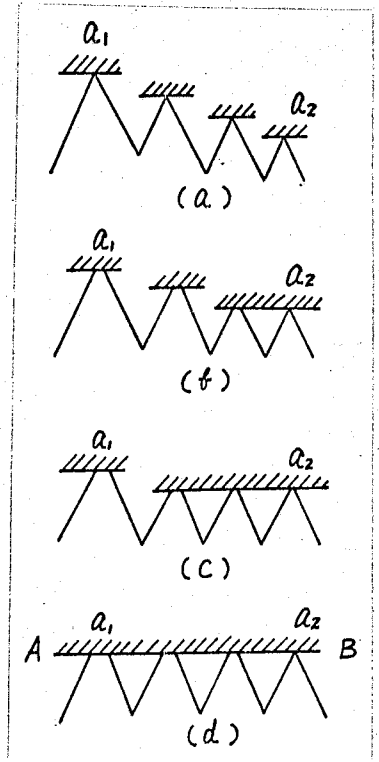


図 3-13 接触過程
(突起は大きさの順に並列してある。突起の頂角は $140^\circ \sim 175^\circ$ である。)

(i) 剛体真平面が最高の突起に接してから図 3-13(d) の

状態に至るまでに生ずる弾性変形は最終の荷重状態で決まり、荷重の加え方に無関係であること。

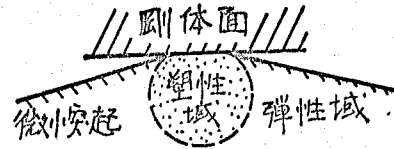


図 3-14 突起接触部の塑性域

(ii) 本論文で取扱われる微小突起の塑性変形は、荷重を支えるために

必要な接触面積に比例するもので、個々の突起の接触面積が非常に小さいものと考えられることから、図 3-14 に示されるような接触部材内の塑性域は小さく、接触部材は弾性体で近似できること。

図 3-13 で考えた表面凹凸の接触過程は、接触部の変形解析に対して次のような有用性をもつ。すなわち、図 3-13 (a) において、 Z 以上に存在する突起は多数の小片に分割された剛体真平面に対し同一の条件で接触を開始し、同図 (b) の状態では $Z + \Delta Z$ 以上にある突起はすべて同一面積増加する。これを同図 (d) の最終状態まで考える。このように考えられた各 ΔZ 増加した状態では、接触点の接触状態が同一である (Z の位置にある α_2 の頂点と同一位置になった剛体面の小片に接している頂点を除く) ことから、接触点間隔、各接触点の荷重増分は平均的に同一視できる。したがって、接触荷重および接触部の弾性変形は、それぞれの増分を Z から最高突起の位置まで加え合せることにより得られる。

表面凹凸の微小突起が剛体真平面と接した際の塑性変形量の微小量 Δz と表面凹凸のプロファイルにおける高さ Z とは、図 3-15 に示す関係がある。すなわち、同図 (a) において、頂点 α_1 に剛体真平面が接し、表面凹凸プロファイル上で α_1 より

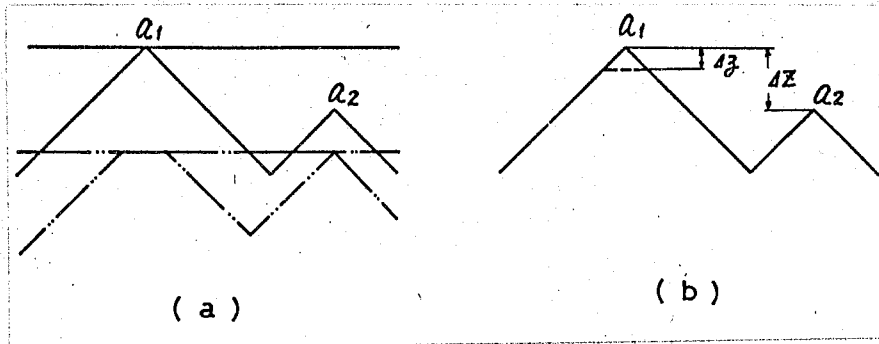


図3-15 接触微小突起の変形関係

Δz 低い頂点 A_2 に接する場合、式 (3-16) ~ 式 (3-19) を Δz による増分の形 ΔS_0 , ΔS_{ce} , ΔS_{oc} であらわせば、表面から深さ h の面までには生ずる変形の増分は、 A_1 において

$$\Delta S_0 + \Delta S_{oc} + \Delta z$$

となり、 A_2 においては周囲の筒重による変形の増分

$$\Delta S_{ce}$$

となる*。図3-15(b)は接触後の突起の関係を示すもので、 Δz は塑性変形として残る。したがって、以上の関係から次式が成立する。

$$\Delta z - \Delta z = \Delta S_0 + \Delta S_{oc} - \Delta S_{ce} \quad \text{————— (3-40)}$$

式 (3-16) ~ 式 (3-19) を Δz による増分の形であらわせば次式が得られる。

$$\Delta S_0 = K_1 \left\{ \ln \left(\frac{\pi \bar{h}}{\tan \theta \cdot z} \right) - \frac{1+\nu}{2} \right\} \Delta z$$

これは、式 (3-35) の関係より次式となる。

* 表面からの深さ h の面は、本章 § 2-1-3 で検討したように、均一に変形するため、表面と h の深さの面との間で生ずる変形を比較すればよい。

$$\Delta \delta_o = K_1 \left\{ \ln \left(\frac{2\bar{h}}{f(z)\bar{z}} \right) - \frac{1+\nu}{2} \right\} \Delta \bar{z} \quad (3-41)$$

$$\Delta \delta_{ce} = K_1 \left\{ \frac{\pi \bar{h}}{a} - \ln 2 - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi \bar{h}}{a} \right\} \Delta \bar{z} \quad (3-42)$$

$$\Delta \delta_{oc} = K_1 \left\{ \frac{\pi \bar{h}}{a} - \ln \left(\frac{2\pi \bar{h}}{a} \right) + \frac{1+\nu}{2} - \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\pi \bar{h}}{a} \right\} \Delta \bar{z} \quad (3-43)$$

$$\Delta \delta_{me} = K_1 \frac{1-\nu}{2} \pi \bar{h} \Delta \bar{z} \quad (3-44)$$

これを式(3-40)に代入して

$$\Delta z - \Delta \bar{z} = K_1 \left[\ln \left(\frac{2a}{\pi} \right) - \ln \{ f(z) \cdot \bar{z} \} \right] \Delta \bar{z}$$

を得る。これは常微分方程式の形に書換えることができる

$$\frac{dz}{d\bar{z}} = \frac{1}{1 + K_1 \left[\ln \left(\frac{2a}{\pi} \right) - \ln \{ f(z) \cdot \bar{z} \} \right]} \quad (3-45)$$

を得る。表面凹凸のプロファイル上の高さ z と接触微小突起の塑性変形量 $\bar{z}$ との間には、式(3-45)が与えられるが、この関係式は非線形微分方程式のため解析解を得ることは難しい。しかしながら、数値解析は可能であり、本章では、Runge-Kutta法によることにした。この場合、図3-13の接触過程に従えば、 $\bar{z}$ の初期値は $\bar{z} = 0$ であるが、式(3-45)においてこの値は特異値となるため、 $\bar{z} \neq 0$ とする種々の値で検討した結果、 $\bar{z}/\sigma \leq 10^{-20}$ で十分であることを確認した。

本研究で取扱う接触部の変形は、接触面が存在するために

生じた変形のみであり、接触部の存在しない一体形の場合には 0 となるべきもので、平均変位は取除かれる。接触部の弾性変形量 δ_E は、最高の突起の変形を中心に、以上の考えから増分の形で次式となる。

$$\Delta \delta_E = \Delta \delta_0 + \Delta \delta_{oc} - \Delta \delta_{mc} \quad (3-46)$$

右辺第 1 項は接触点の弾性変形、第 2 項は周囲の荷重から受ける弾性変形、第 3 項は平均弾性変形をあらわす。剛体真平面が表面凹凸の最高の頂点 $k\sigma$ ($k = z_{max}/\sigma$, 表面凹凸の平均から最高点までの距離) に接し、 z にある突起の頂点に接するまでの弾性変形量 δ_E は式 (3-46) を z で積分して次式で得られる。

$$\delta_E = k\sigma - z - \beta + K_1 \left[\frac{1-\nu}{2} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \pi \bar{h} - \ln z \right] \beta \quad (3-47)$$

ここで、 β は剛体真平面が表面凹凸の最高点に接し、 z の位置にある突起の頂点に接するまでに受ける最高突起の塑性変形量で、式 (3-45) を Runge-Kutta 法で解いたものである。式 (3-47) で与えられる状態において生じる塑性変形量 (= 平面の塑性変形による食込み量) δ_s は、

$$\delta_s = \beta \quad (3-48)$$

である。

荷重 P は、上記図 3-13 で考えられた接触過程に従い、次式で与えられる。

$$\frac{P}{p_m} = A \int_z^{k\sigma} f(z) \left(\frac{dz}{dz} \right) dz \quad \text{--- (3-49)}$$

したがって、弾塑性接触問題として解いた場合の真実接触面積は、式(3-49)の右辺で与えられる。ここで、 δ_E , δ_s および P は次の形で無次元化することにする。

$$\bar{\delta}_E = \delta_E / \sigma \quad \text{--- (3-50)}$$

$$\bar{\delta}_s = \delta_s / \sigma \quad \text{--- (3-51)}$$

$$\bar{P} = P / A p_m \quad \text{--- (3-52)}$$

A はみかけ上の接触面積であり、塑性流動応力 p_m は接触二部材のうち低い方の値をとるものとする。

表面凹凸の高さの確率密度関数は第2章で説明された接触開始位置(表面凹凸の平均から最高点までの距離 $z_{\max} = k\sigma$)の推定のように z の大きい部分を重要とする場合を除いて、正規分布 $N(0, \sigma^2)$ で近似できるものとする。

2-2-2 接触後の表面凹凸曲線の検討

式(3-47)~式(3-49)の誘導は、接触時に生じる微小突起の塑性変形量は小さく、表面凹凸曲線の確率密度関数 $f(z)$ の形状は、近似的に最初の形を保つものとしてきたが、厳密には、接触した突起は多少の塑性変形を受け、 $f(z)$ が変化してくる。ここでは、接触後の $f(z)$ について検討する。

図3-15 (b) に示されるように、任意の高さ z にある頂点は、接触後 $z - \delta$ に移る。いま、剛体真平面が高さ z_1 にある頂点に接するまで負荷された接触状態において、除荷後の表面凹凸曲線の分布形を考える。任意の高さ z に頂点をもつ突起は、図3-13 の接触過程に従い、式(3-45)により次式であらわされる塑性変形量 δ を生ずる。

$$\delta = \int_{z_1}^z \left(\frac{dz}{dz} \right) dz \quad \text{--- (3-53)}$$

したがって、接触後の $z - \delta$ の位置における表面凹凸曲線の確率密度 $f_s(z - \delta)$ は、 $f(z)$ に等しくなることから、

$$f_s(z - \delta) = f(z) \quad \text{--- (3-54)}$$

が成立する。 $z_1/\sigma = 2$, $K_1 = 0.6$ とした場合の接触後の表面凹凸曲線の確率密度関数を図3-16に示す。実線は、接触前の $f(z)$ で、標準化して $N(0, 1)$ であらわしてある。破線は、式(3-54)により計算された接触後の表面凹凸曲線の確率密度関数である。図からわかるように、厳密には両者は一致しないが、その差は微小であり、接触後もほとんど $f(z) = N(0, \sigma^2)$ としてよい。したがって、本章で取扱ってきたように、接触により $f(z)$ が大きく変化せず、元の分布形を保つものとしてさしつかえない。ただし、この理論は、剛体真平面の接触が、 $z \geq 0$ 程度の突起に適用する範囲に適用でき、岩城らの研究⁽⁷⁴⁾にみられるように高荷重下の現象まで広げることはいえない。

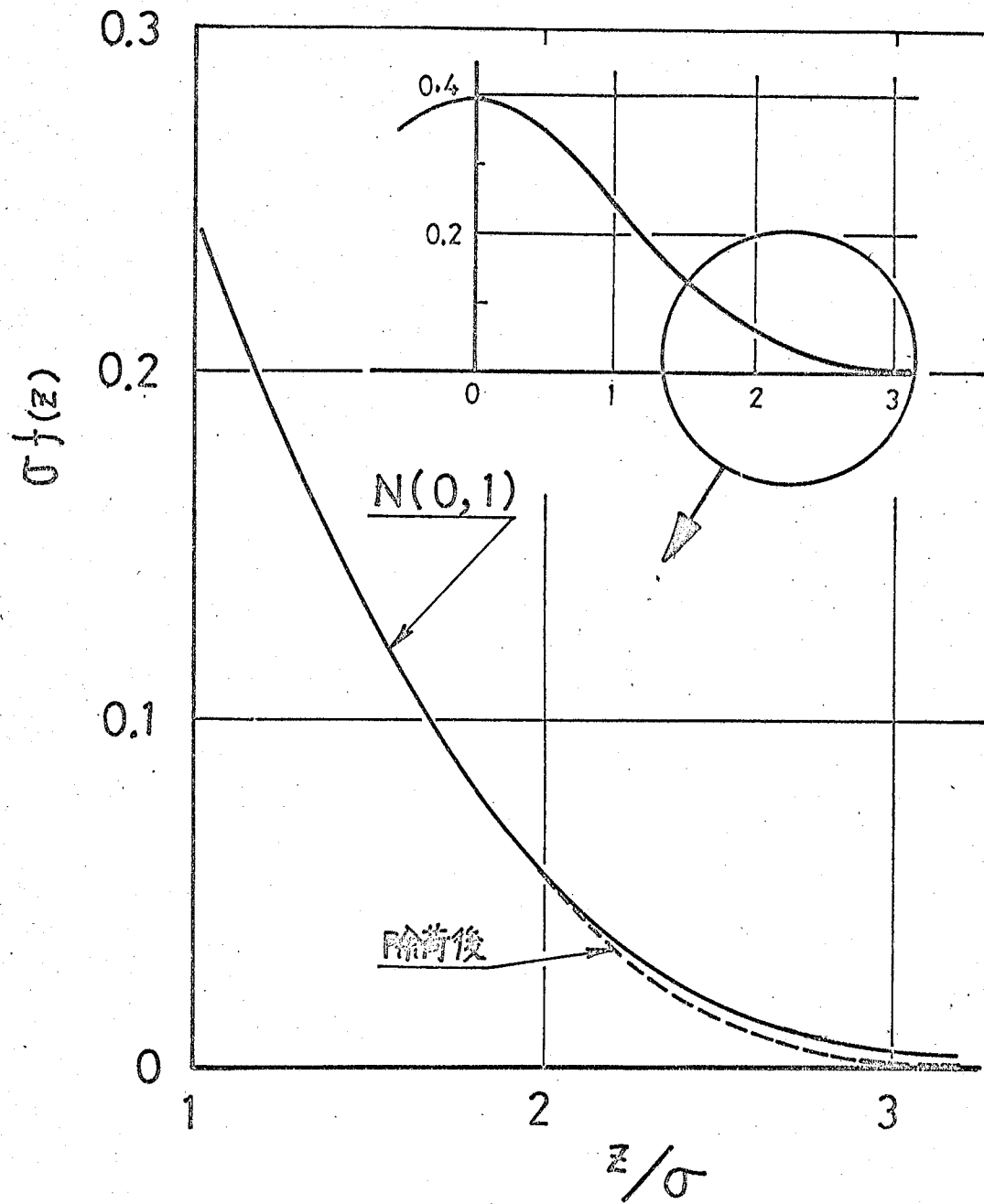


図 3 - 16 接触後の表面凹凸曲線の
密度関数.

接触範囲: $2\sigma \sim 6\sigma$

$K_1 = 0.6$

§3 表面凹凸の方向が一致して接触した場合の接触変形残構

3-1 表面凹凸の高さの標準偏差

方向性のある表面凹凸をその方向を一致させて接触している場合、接触面の表面凹凸の性質は、表面凹凸の方向（例えば研削面においては研削方向）に対し直角な方向の性質であらわされる。したがって、接触残構は基本的には、なめらかな面と方向性のある表面凹凸面との接

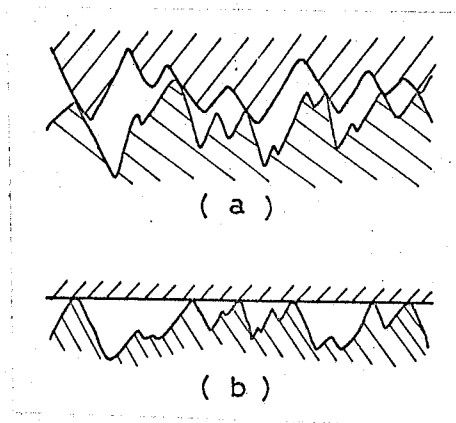


図3-17 表面凹凸の接触状態

触残構と同一である。すなわち、図3-17 (a)に示されるように、表面凹凸をもつ面同士が接触した場合、同図 (b) のように一方の表面凹凸を他の表面凹凸に加え合せ、真平面との接触におきかえることができる。接触面平面の表面凹凸の高さの確率密度関数を $f_1(z)$, $f_2(z)$ とし、 $f_1(z) = N(0, \sigma_1^2)$, $f_2(z) = N(0, \sigma_2^2)$ とするとき、図3-17 (b) で示される合成された表面凹凸の高さの確率密度関数 $f(z)$ は容易に次式となる。

$$f(z) = N(0, \sigma_e^2) \quad (3-55)$$

ここで、 σ_e は合成された高さの標準偏差であり、

$$\sigma_e^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (3-56)$$

であらわされるものである。実用に際しては、一方の σ が小

さい場合には無視することができるが、その範囲については後で考察することにする。(第6章 §4)

3-2 表面凹凸の微小突起の傾斜

表面凹凸の微小突起の形状を三角形で近似する場合、三角形突起の傾斜 $\tan \theta$ の確率密度関数 $f(\tan \theta)$ は、 $\tan \theta$ の標準偏差を σ_θ とおいて、式(2-8)を応用して次式で与えられる。

$$f(\tan \theta) = \frac{m}{\alpha_c} \cdot \frac{1}{\sigma_\theta} \left(\frac{\tan \theta}{\sigma_\theta} \right)^{m-1} \exp \left\{ -\frac{1}{\alpha_c} \left(\frac{\tan \theta}{\sigma_\theta} \right)^m \right\} \quad (3-57)$$

上式において $\tan \theta / \sigma_\theta$ の分散は1であることから、次式が導かれる。

$$\alpha_c^{2/m} \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{m} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) \right\} = 1 \quad (3-58)$$

これによって、パラメータ m と α_c が関係づけられる。また、 $\tan \theta$ の平均 $\tan \theta_a$ は次式で与えられる。

$$\tan \theta_a = \alpha_c^{1/m} \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) \sigma_\theta \quad (3-59)$$

式(3-57)で与えられる $\tan \theta$ の分布形 $f(\tan \theta)$ は、図3-18に示すような形状をとる。 $f(\tan \theta)$ は、標準化した正規分布と比較するため、各 m に対して式(3-59)で与えられる平均値を一致させてあらわしてある。 $f(\tan \theta)$ は、後の解析を容易にするため、図3-18に示されるように、多少の誤差を許容して正規分布 $N(\tan \theta_a, \sigma_\theta^2)$ で近

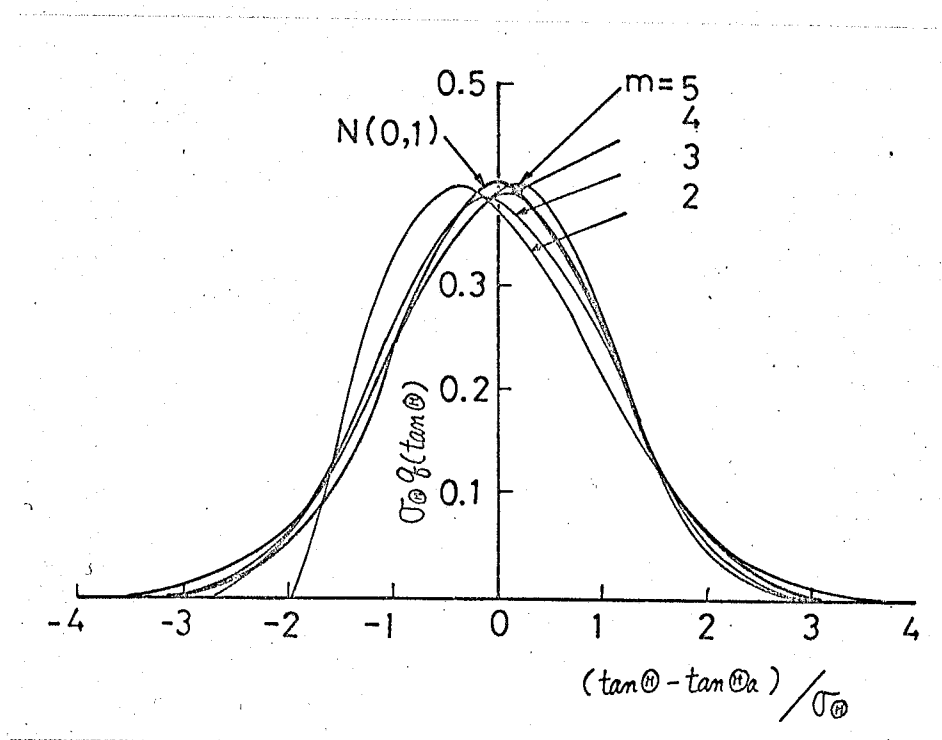


図3-18 $q(\tan \theta)$ と正規分布の比較

似できるものとする。ここで、 $q(\tan \theta)$ は $\tan \theta \leq 0$ の範囲で 0 となるものであり、近似された正規分布も $\tan \theta \leq 0$ において無視できるものでなければならぬ。式(3-57)～式(3-59)より、 $\tan \theta \leq 0$ の範囲における正規分布の累積は、 $q(\tan \theta)$ の形状パラメータ $m = 2.0$ で 0.028, $m = 2.6$ で 0.008, $m = 3.0$ で 0.003 となる。したがって、近似された正規分布も、 $\tan \theta \leq 0$ において、ほとんど無視できることがわかる。

表面凹凸の方向を一致させた接触は、先に示した図3-17(a)の状態となり、これを剛性真平面との接触におきかえた図3-17(b)の場合、表面凹凸の高さの分散は、式(3-56)となるが、微り突起の組合せされた傾斜 $\tan \theta_e$

は、次式で与えられる。(35)

$$\tan \theta_e = \tan \theta_1 + \tan \theta_2 \quad \text{————— (3-60)}$$

三角形微小突起の傾斜 $\tan \theta_1$, $\tan \theta_2$ は、図3-19に示されるように $\tan \theta = 0$ を中心に対称形をなし、 $\tan \theta = -\infty \sim +\infty$ まで定義されるものである。ここで、 $\tan \theta = 0$ は真平面と平行となることを意味し、表面凹凸を三角形突起の連なりで近似した本研究では $f(0) = 0$ としている。 $f(\tan \theta)$ が、 $N(\tan \theta_a, \sigma_{\theta}^2)$ で近似される場合、式(3-60)の $\tan \theta_e$ の確率密度関数は、 $\tan \theta_1 \geq 0$, $\tan \theta_2 \geq 0$ の場合、 $N(\tan \theta_{a1} + \tan \theta_{a2}, \sigma_{\theta_e}^2)$ となり、 $\tan \theta_1 \geq 0$, $\tan \theta_2 \leq 0$ の場合、 $N(\tan \theta_{a1} - \tan \theta_{a2}, \sigma_{\theta_e}^2)$ となる。ここで、添字 1, 2, は接触部材をあらわし、 $\tan \theta_{a1} \geq \tan \theta_{a2}$ であり、 $\sigma_{\theta_e}^2$ は次式であらわされるものである。

$$\sigma_{\theta_e}^2 = \sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{\theta_2}^2 \quad \text{————— (3-61)}$$

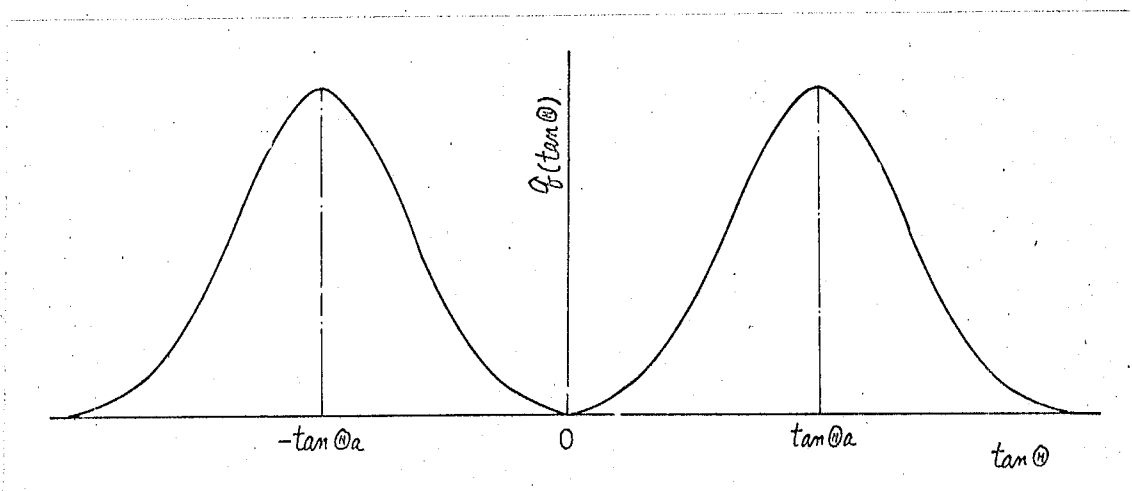


図3-19 三角形突起の傾斜の分布形

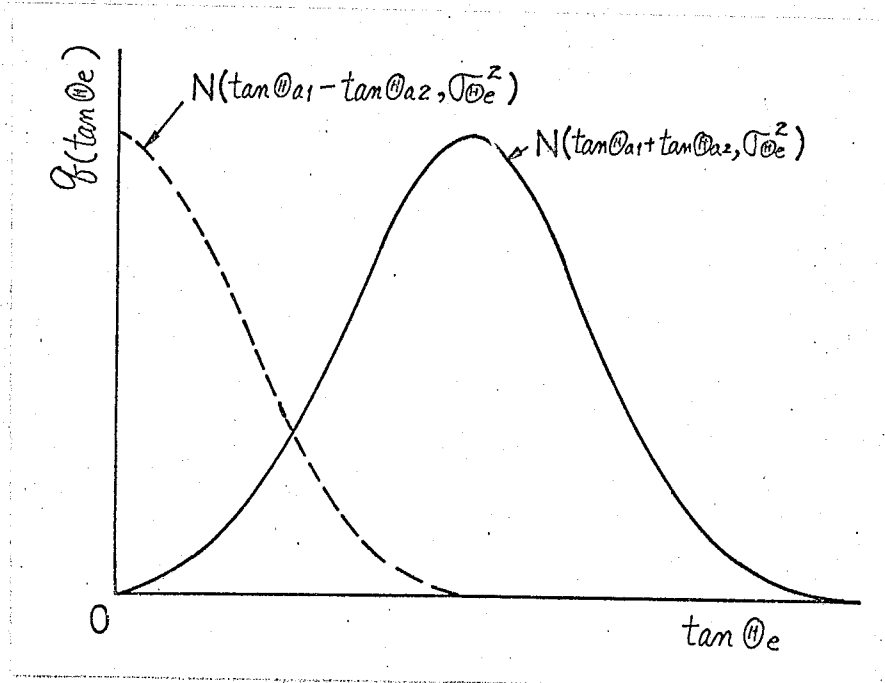


図3-20 $\tan \theta_e$ の分布形状

これらの関係は、図3-20に示される実線と破線の関係になり、 $g(\tan \theta_e)$ はこの両者を含むものである。

三角形微小突起同士の接触状態は、図3-21に示す三種類が考えられ、これを真平面との接触にあてはめた場合、図3-21(a)、(b)、(c)は図3-22(a')、(b')、(c')の斜線部形状におきかえられる。図3-22(b')、(c')にみられるように突起の頂点同士が接触する(a')を除いて、

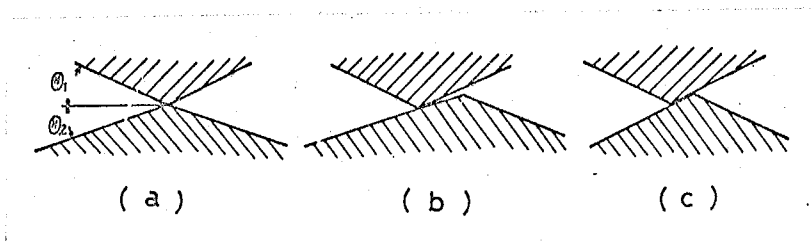


図3-21 微小突起の接触状態

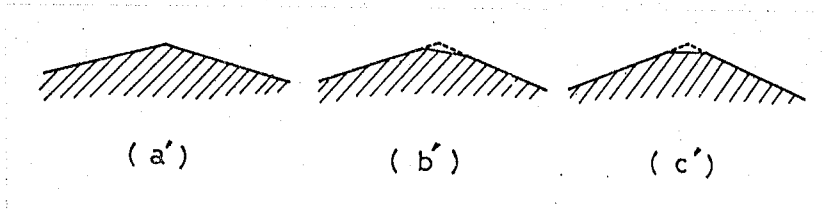


図3-22 真平面との接触における接触突起形状

突起の形状は三角形にはならない。しかしながら、突起の傾斜が非常に小さいことを考えて、近似的にこれらを三角形とした図3-22 (b'), (c') の破線部と斜線部との差は微小であるものと考えられることから、これらは破線で示される三角形で近似できることになる。特に図3-22 (c') は、微小突起の接触過程において、(a') と同じ性質を示すものである。以上のような近似によれば、図3-20 に示された破線の曲線、すなわち $N(\tan \theta_{a1} - \tan \theta_{a2}, \sigma_{\theta e}^2)$ は考慮する必要がなくなり、 $f(\tan \theta_e)$ は、図3-20 の実線で示される次式で代表されることになる。

$$f(\tan \theta_e) = N(\tan \theta_{a1} + \tan \theta_{a2}, \sigma_{\theta e}^2) \quad (3-62)$$

三角形突起の傾斜の平均 $\tan \theta_a$ と融針式あらま計で得られた表面凹凸プロフィールにおける突起の傾斜の標準偏差 σ_θ との間には、第2章で説明したように次の関係が成り立つ。

$$\tan \theta_a = 1.54 \sigma_\theta \quad (3-63)$$

したがって、式(3-59)と式(3-63)より次式が得られる。

$$\sigma_{\theta e}^2 = \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{m}+1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{m}+1\right) \right\} \left\{ \frac{1.54}{\Gamma\left(\frac{1}{m}+1\right)} \right\}^2 \sigma_{\xi e}^2$$

(3-64)

$$\sigma_{\xi e}^2 = \sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2$$

(3-65)

$\tan \theta_e$ の平均 $\tan \theta_{ea}$ は

$$\tan \theta_{ea} = 1.54 \sigma_{\xi e}$$

(3-66)

で与えられる。真平面と表面凹凸をもつ面との接触におきかえたときの突起の半頂角を θ_e とするとき、 $\tan \theta_e$ の平均値 $\overline{\tan \theta_e}$ は、式(3-37)と同様の方法で

$$\overline{\tan \theta_e} = 0.93 / \sigma_{\xi e}$$

(3-67)

となる。また、 σ_{ξ} と σ との間には式(2-18)～式(2-22)の関係が成立していることから、接触＝平面の σ_1 , σ_2 を知るにより $\sigma_{\xi 1}$, $\sigma_{\xi 2}$ が計算でき、 $\overline{\tan \theta_e}$ が導かれる。さらに簡単な方法としては、図2-79～図2-83のHPVからも同様にして得られる。

3-3 表面凹凸の方向を一致させた接触における接触部弾塑性変形式

表面凹凸の方向を一致させた接触における接触部弾塑性変形は、なめらかな面と方向性をもつ表面凹凸面との接触と基本的には同一である。すなわち、§2で解析されている諸式において、 σ のかわりに式(3-56)の σ_e を、 σ_{ξ} のかわ

りに式(3-65)の σ_{sc} を用いれば、そのまま適用できる。

§4 実験結果と計算結果の検討

4-1 実験装置および実験方法

接触面の垂直荷重と変位を求める実験装置は、図3-23に示すもので、垂直荷重は荷重計によりかけられるようになり、最大6,000 kgまで可能である。荷重は、接触面の中心に垂直にかけなければならないことから、長円柱を介して、両端を鋼球で支持するようになってゐる。実験に使用する試料形状は、図3-24に示されるように40 ϕ × 34 ϕ × 20の中空洞筒であり、両端面が平行になるように加工されている。試料をセットした測定部詳細は、図3-25に示されるようになってゐる。試料は、常にその中心に荷重が垂直に加えられるように注意深くセットされ、このため

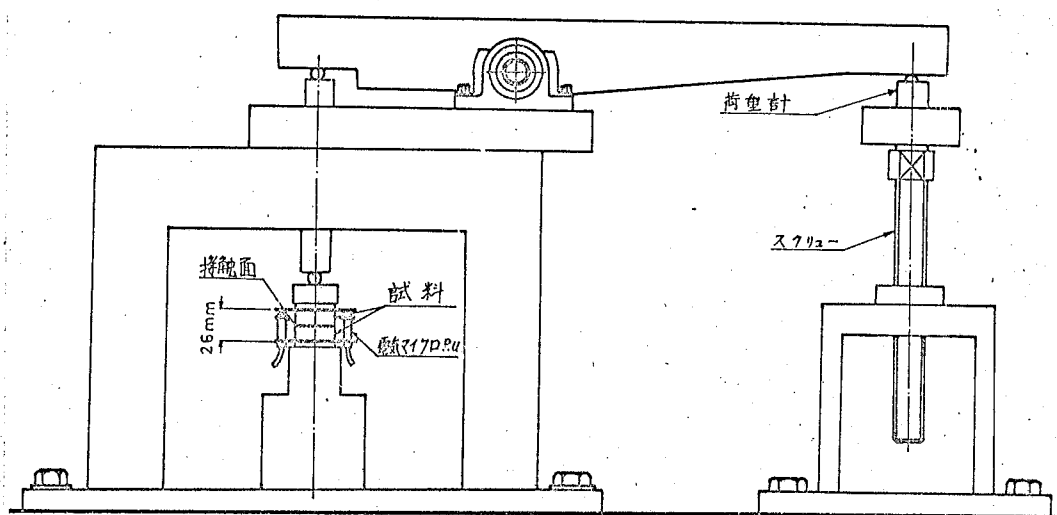


図3-23

実験装置概略図

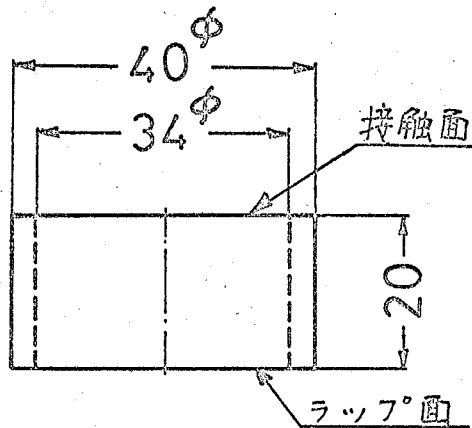


図3-24 試料形状

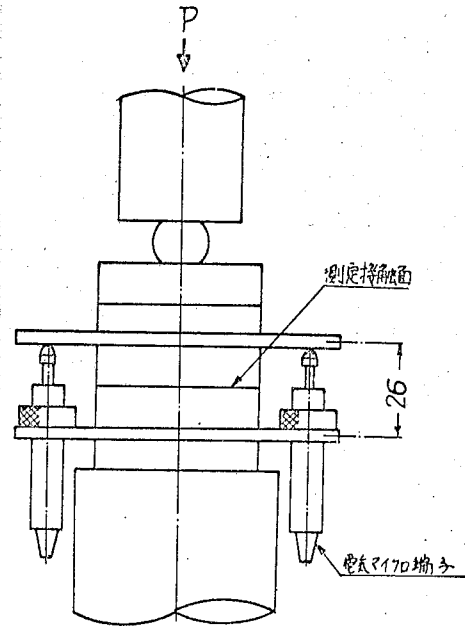


図3-25 測定部詳細

の治具が製作された。変位を測定する標点間距離は、図3-25に示すように26mmとした。変位検出は、差動トランス型の電気マイロメータピックアップにより、試料中心に対称な位置にセットされ、その平均値を以て変位とした。これは、厳密には精密測長に関するAbbeの原理に従うものではないが、図3-25のピックアップの指示差が微小である事実から、接触面の傾きは非常に小さいものと考えられ、したがってこの影響は無視できるものとした。

接触時の初期荷重は、試料および試料固定用付属品等の重量のため、 0.005 kg/mm^2 の垂直応力がかかることになり、最大荷重は、通常の機械部品の接触応力が $2 \sim 3 \text{ kg/mm}^2$ であることも考慮し、それを十分に含み得る 5.2 kg/mm^2 の接触応力とした。

実験に使用する試料の接触面表面凹凸の特性は、表3-2

に示すものである。試料No. のSは、S38C, SK3の材質を、CはFC15の材質を意味し、同一のNo. に対して、数個の試料を用意した。加工に際しては、試料面にたれが生じないように、剛性の高い工作機械を使用し、同一No. の試料は、同一の熱処理および同一の加工を施したもので、測定

表3-2 試料表面凹凸の特性

試料No.	$\sigma_{(\mu)}$	$\overline{\tan \theta}$	P_m (kg/mm ²)	k	K ₁	加工法
S20	2.13	7.91	233	4.0	0.20	Grinding
S18	1.00	8.83	219	4.1	0.21	"
S19	1.40	6.53	319	4.2	0.23	"
S22	2.07	7.91	324	4.1	0.28	"
S14	0.86	8.49	320	4.1	0.30	"
S25	0.87	9.54	321	4.2	0.34	"
S23	1.08	9.53	501	4.0	0.53	"
S26	0.31	15.8	324	4.2	0.56	"
S29	0.29	15.8	338	4.3	0.59	"
S28	0.28	16.0	441	4.3	0.78	"
S12	0.29	16.0	506	4.2	0.89	"
S27	0.44	18.8	452	4.1	0.94	"
C24	2.42	7.56	301	4.0	0.52	"
C13	2.27	8.35	300	4.1	0.57	"
C21	1.07	8.97	292	4.1	0.59	"
C15	0.95	9.01	297	4.2	0.61	"
C16	0.87	9.39	287	4.1	0.61	"
C17	1.23	9.49	319	4.1	0.68	"
C11	0.34	15.6	307	4.2	1.08	"
C10	0.28	19.1	277	4.2	1.20	"
S31	2.80	5.81	240	4.0	0.15	Turning
S32	1.70	7.15	240	4.1	0.19	"
C33	2.89	5.60	252	4.0	0.22	"

結果もほとんど差がみられないものである。表3-2の値は第2章で検討した方法により、同一試料に対し2~3箇所ですキットを用いずに測定したものである。なお実験で使用する真平面は、精密ラップ仕上げされたもので $\sigma = 0.05 \mu$, $p_m = 716 \text{ kg/mm}^2$, SK3 である。

4-2 実験における接触部弾塑性変形

二平面の接触部をはさんで 2.6 mm の距離で生ずる変形量 s と垂直荷重 P との関係は、負荷、除荷に対して図3-26のようになる。AB, CDは両者ともほぼ同一の形状をもつ弾性変形量で、図1-5(P6)の①の曲線に相当する。したがって接触部の弾性変形量はAB, CDの平均値から得られる。これらの実験中、OB, ODで示される塑性変形量も測定するようにした。最大接触応力は 5.2 kg/mm^2 とした。

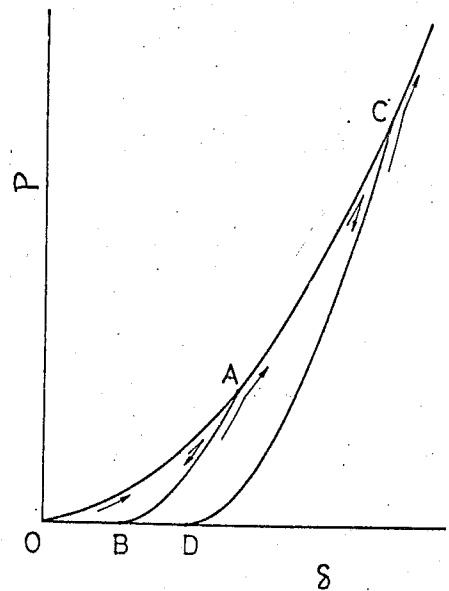


図3-26 荷重と変形量との関係

4-3 実験結果と計算結果との比較検討

4-3-1 真平面と表面凹凸をもつ面との接触

二平面接触部弾性変形量と荷重との関係は、式(3-47), 式(3-49)で計算されるが、これに含まれる積分範囲は、 $z = 10 \sim 60$ として電算機で計算された。この範囲は、図2-59に示されるように、接触開始位置は、通

常の場合 ϕ 以内にあり、また一般の接触問題においては、微少な荷重（初期荷重）がかか、た状態から取扱うことが多いため、積分範囲の上限 ϕ よりさらに小さい範囲となり、この点からも、積分範囲は ϕ までで十分と考えられる。数計算にあたり、式(3-45)、式(3-47)に含まれる定数は、 $\lambda = 1/3$ 、 $\bar{h} = 2$ とし

$$\frac{1-\nu}{2} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \pi \bar{h} - \ln 2 = 4 \quad \text{————— (3-68)}$$

とした。その結果、式(3-50)、式(3-52)の無次元量 $\bar{\sigma}_E$ 、 $\bar{p}$ は、図3-26に示す実線のように、両対数紙上で、ほぼ直線に近い関係となる。

図3-26の実験値は、精密ラップ仕上げされた試料（ $\phi \approx 0.05 \mu$ 、平坦度 0.2μ 以内、 $P_m = 7/6 \text{ kg/mm}^2$ ）と、表3-2に示される試料との接触で得られたもので、初期荷重（ 0.005 kg/mm^2 ）において計算値と一致させてある。 $\bar{\sigma}_E$ と $\bar{p}$ との関係は、接触部材の性質をあらわす接触係数 K_1 （式(3-14)で計算される）により異なっており、図に各 K_1 による計算値と実験値との比較を示してある。これらの結果からわかるように、本章の理論から得られた計算値は、実験値に対して定量的によく一致しているものと考えられ、同一の $\bar{p}$ に対しては、 K_1 の大きいものほど $\bar{\sigma}_E$ が大きい。 K_1 は、式(3-14)で与えられる係数であり、 E 、 P_m は材質およびその熱処理によって決まるものであり、 $\tan \theta$ は ϕ と密接な関係があり、式(2-18)～式(2-22)、式(3-37)から明らかのように、 ϕ の大きいものほど、

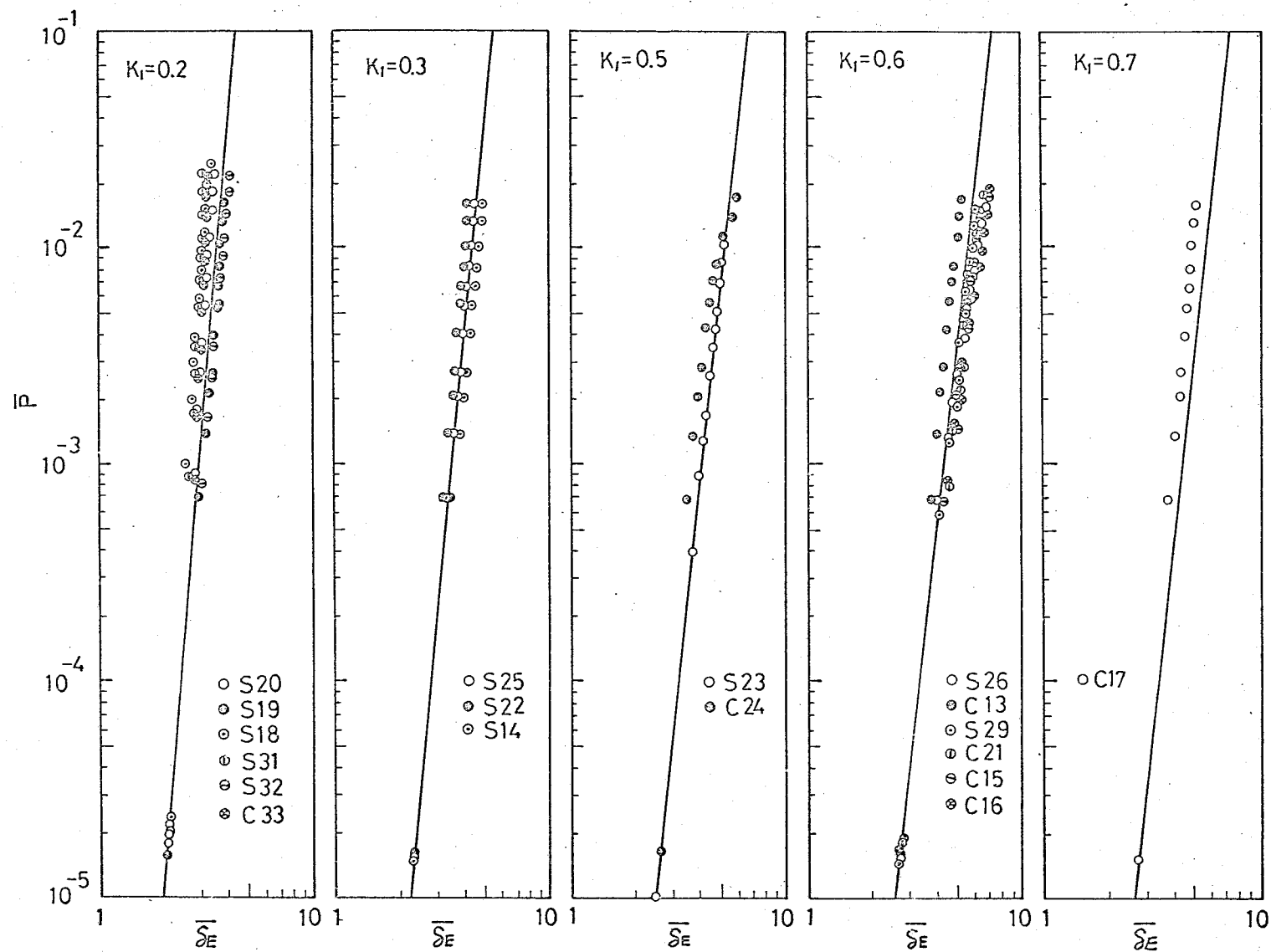


図 3-27

$\bar{S}_E$ と $\bar{P}$ との関係 (その1)

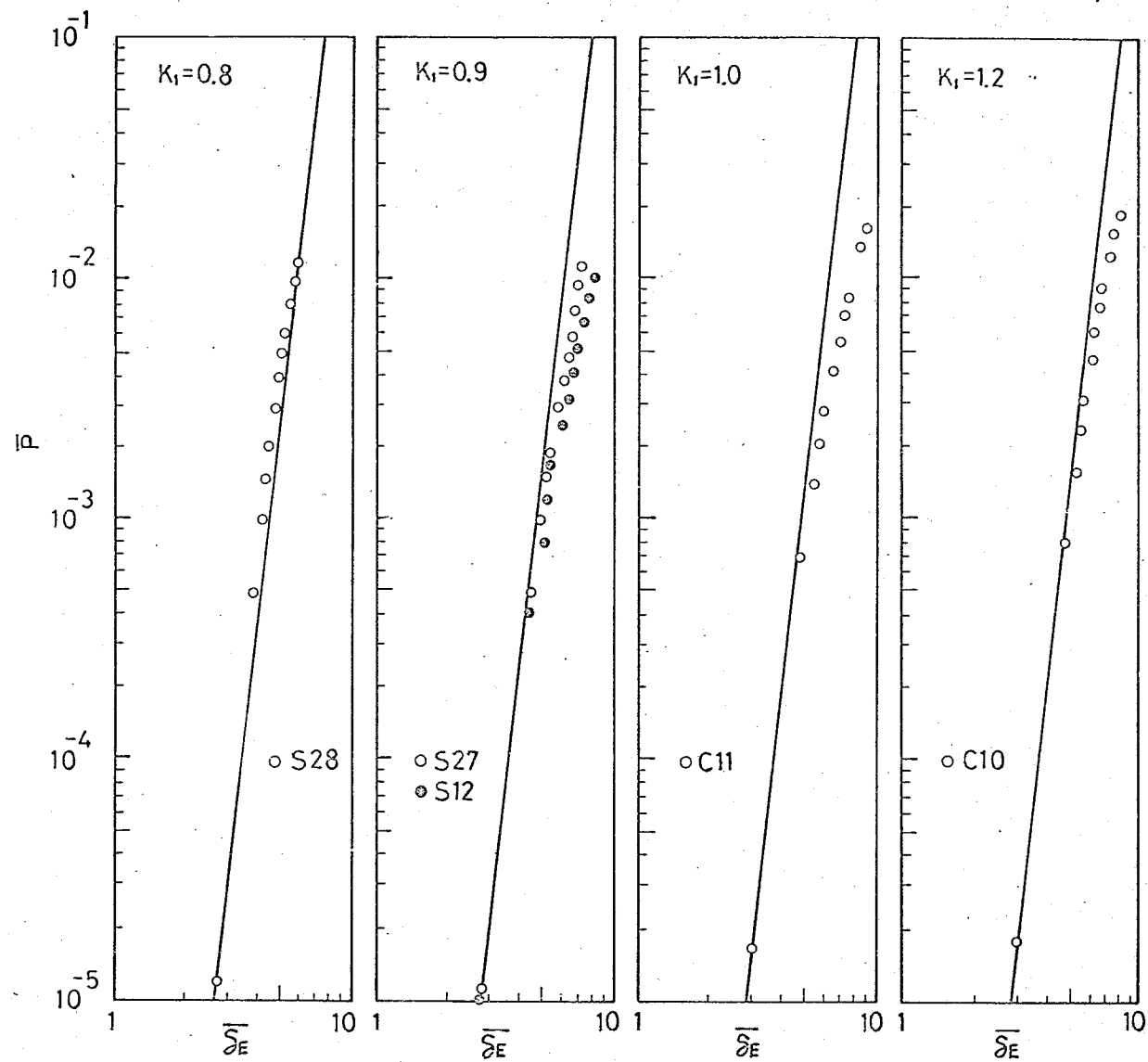


図 3-27 $\bar{S}_E$ と $\bar{p}$ との関係 (その2)

$\overline{\tan \theta}$ が小さくなる。したがって、同一材質のもとでは、 P_m の大きいものほど、また σ の小さいものほど同一の $\overline{P}$ で $\overline{\delta_E}$ は大きな値を示す。 $\overline{\delta_E}$ の絶対量 δ_E については、これらの因子が相互作用するため、一義的な考察はできないが、 P_m の大きいもの、また σ の大きいものが、概して δ_E が大きくなる。

4-3-2 表面凹凸の方向を一致させた接触

表面凹凸の方向を一致させた接触問題における接触部弾性変形量の実験は表3-3に示す組合せ条件で行なった。表3-3における試料No.は表3-2の試料No.と同じ性質を有するものである。実験に際しては、二個の試料は、試料

表3-3 方向一致の接触の試料組合せ

実験No.	試料組合せ	σ_e (μ)	$\overline{\tan \theta_e}$	P_m (kg/mm^2)	E ($\times 10^4 \text{ kg/mm}^2$)	k	K_1
SS1	S20:S22	2.97	5.59	233	1.154	4.1	0.14
SS2	S20:S18	2.36	5.89	219	1.154	4.1	0.14
SS3	S23:S18	1.47	6.48	219	1.154	4.1	0.16
SS4	S23:S29	1.12	8.16	338	1.154	4.1	0.30
SS5	S29:S26	0.42	11.2	324	1.154	4.3	0.40
SS6	S26:S27	0.54	12.1	324	1.154	4.2	0.43
SS7	S23:S12	1.11	8.19	501	1.154	4.1	0.45
SC1	S20:C16	2.30	6.05	233	0.815	4.1	0.22
SC2	S14:C15	1.28	6.18	297	0.815	4.2	0.29
SC3	S19:C11	1.44	6.02	307	0.815	4.2	0.29
SC4	S28:C10	0.40	12.6	277	0.815	4.3	0.54
CC1	C13:C24	3.31	5.61	300	0.630	4.1	0.34
CC2	C17:C21	1.63	6.52	292	0.630	4.1	0.38
CC3	C15:C16	1.29	6.50	287	0.630	4.2	0.38

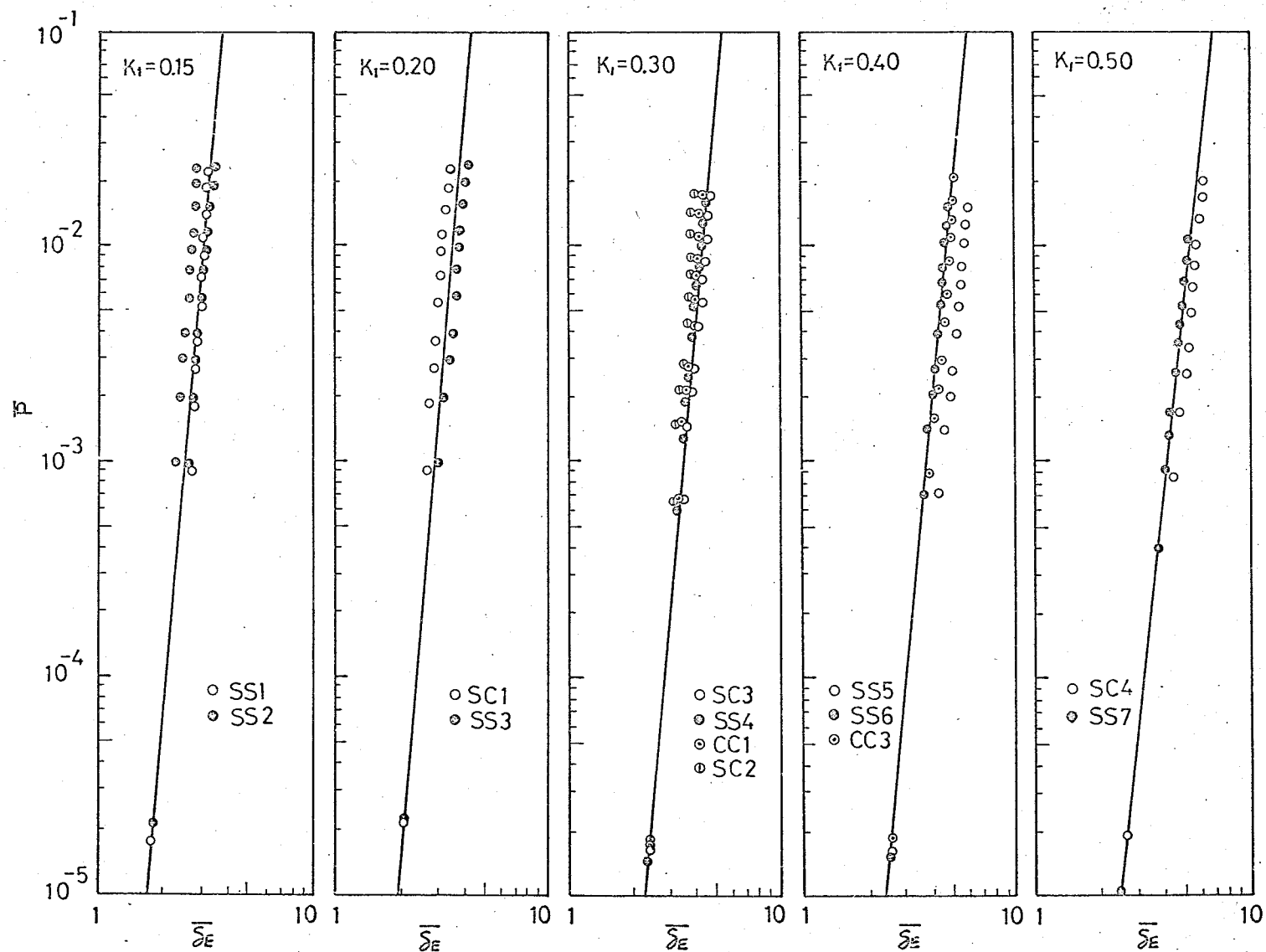


図3-28 表面凹凸の方向を一致させた接触の $\bar{\sigma}_E$ と $\bar{P}$

の側面に刻まれた合せ印(研削方向をあらわす印)を注意深く合せてセットされている。この場合の表面凹凸の方向の合せ誤差は、たかだか $\pm 1^\circ$ である。以上のようにして得られた実験値と計算値と共に図3-28に示す。 K_1 は、接触面の性質をあらわす接触係数であるが、表面凹凸の方向を一致させた二平面の接触においては、 $\overline{\tan \theta}$ のかわりに $\overline{\tan \theta_e}$ を用いるために、その数値は小さくなる。また図3-28の $\overline{\delta_E}$ は、式(3-50)において、 σ のかわりに σ_e を用いて無次元化したものである。実験値は、図3-27と同様に、初期荷重で計算値と一致させて示してある。

図3-28 からわかるように、実験値と計算値とは、定量的にかなりよい一致を示しており、なめらかな面と方向性をもつ表面凹凸面との接触における諸式において、 $\overline{\tan \theta_e}$ 、 σ_e を考えることにより、表面凹凸の方向を一致させた表面凹凸をもつ面同士の接触問題が、解析できる。

4-3-3 二平面接触部の塑性変形による食込み量

二平面接触における塑性変形による食込み量 δ_s は、式(3-45)、式(3-48)で計算されるものであるが、 σ または σ_e で無次元化された $\overline{\delta_s}$ と $\overline{P}$ との関係は、図3-29のようになり、両対数紙上ではほぼ直線に近い実線となる。計算方法は、前述した接触部弾性変形量の時と同様であり、図3-29に示される実験値は、初期荷重(0.005 kg/mm^2)で計算値と一致させてあらわしてある。

図に示されている実験値は、初期荷重を基準に、それぞれ

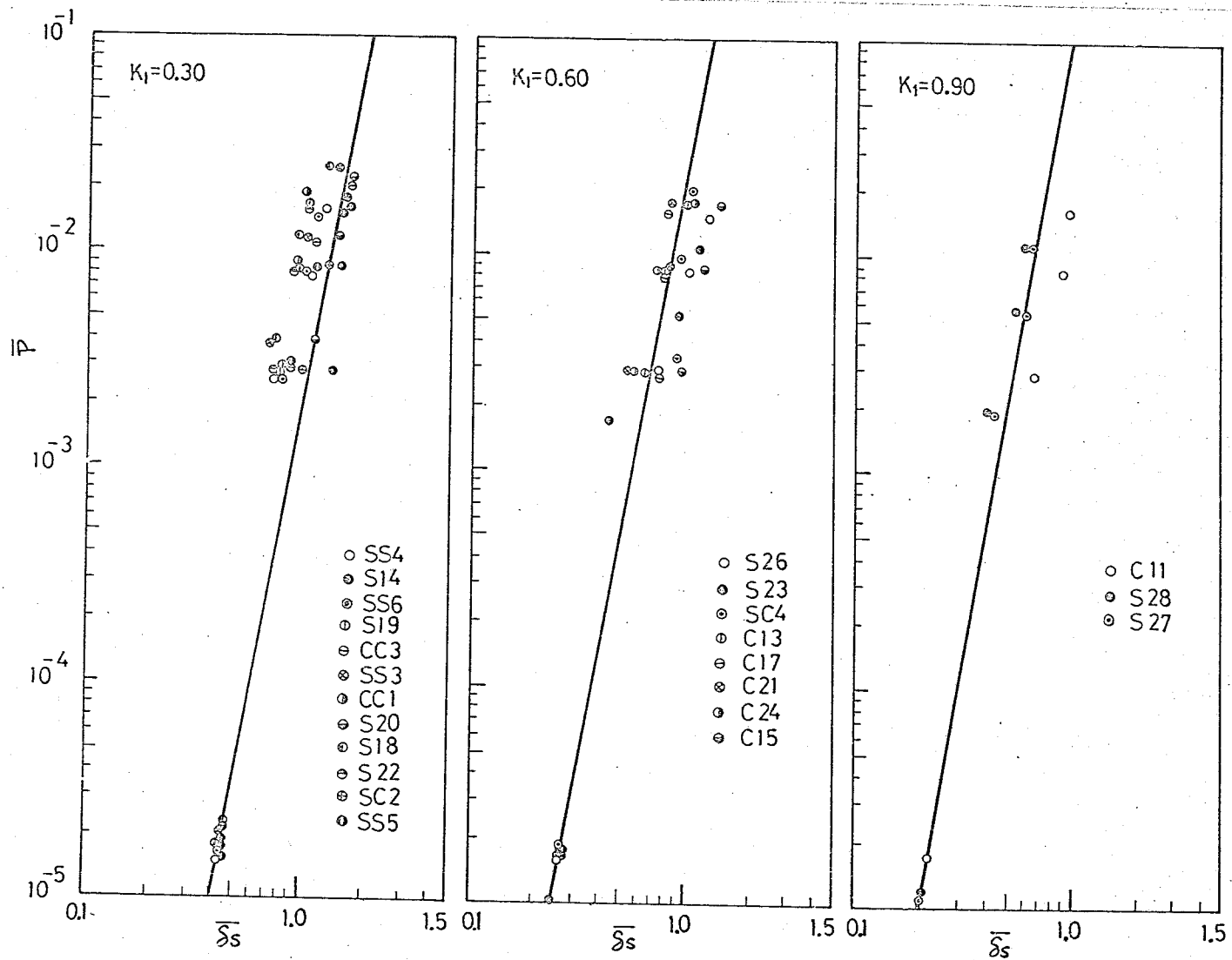


図 3-29 塑性変形による二平面の食込み量

の荷重に負荷した後、初期荷重まで戻して得られたものである。実験No.のSまたはCは、表3-2に示される試料となめらかな面をもつ試料との接触で得られた値であり、SS、SC、CCは表3-3に示される組合せによる表面凹凸の方向を一致させた接触の実験値をあらわしている。図3-29に示された実験値は、 $K_1 = 0.1 \sim 0.45$ に属するものを $K_1 = 0.3$ とし、 $K_1 = 0.45 \sim 0.75$ を $K_1 = 0.6$ 、 $K_1 = 0.75 \sim$ を $K_1 = 0.9$ としてまとめてあり、多少のばらつきがみられるが、計算値と実験値とはよい一致を示しているものと考えられる。実験値のばらつきは、上述したように K_1 の区隔を大きくとってまとめたことのほか、塑性変形量 δ_s が微小であるうえに、それを無次元化する σ または σ_e が小さく、測定誤差が拡大されていることも原因しているものと考えられる。

接触部の弾性変形量については、同一の $\bar{p}$ に対して K_1 の増加に伴ない $\bar{\delta}_E$ が増加する性質がみられたが、 $\bar{\delta}_s$ の場合には、図3-29からわかるように、 $\bar{\delta}_E$ の場合とは逆に K_1 の増加により減少する性質がある。例えば、高いかたさの部材の接触においては、 K_1 が大きくなるため $\bar{\delta}_s$ は減少することになる。接触部の塑性変形量の絶対量 δ_s については、 δ_E と同様に一義的な考察はできないが、通常の状態では、かたさが高い場合には δ_s は小さく、 σ が大きい場合には δ_s は大きくなる。

二平面接触部の微小突起の塑性変形に関しては、多くの研究が報告されているが、こゝらはいずれも表面凹凸のプロフィール上で論じられ、突起の弾性変形は小さいものとして無視

し、塑性変形のみが生ずるものとしている。本研究のように接触問題を弾塑性的に取扱い、高い位置にある突起は、低い位置にある突起より弾性変形が大きくなる現象を考慮すれば、塑性変形による二平面の食込み量は、塑性変形のみを対象とする従来の計算値より小さくなる。従来の考え方による荷重 P と塑性変形による食込み量 $\bar{\delta}_s$ との関係は一般に次式であらわれる。

$$\bar{P} = \int_z^{k\sigma} f(z) dz$$

—— (3-69)

$$\bar{\delta}_s = k - z/\sigma$$

—— (3-70)

図3-30は、本研究で得られた $\bar{\delta}_s$ と $\bar{P}$ との関係(実線)と式(3-69)、式(3-70)で計算される従来の考え方による計算値(破線)との比較を示したものであり、 $K_1 = 0.3$ のグラフ上の $\bar{P} = 0.00022$ において、 $K_1 = 0.2$ の本研究の計算値および従来の方法による計算値を一致させて示したものである。実験値は、平面研削加工

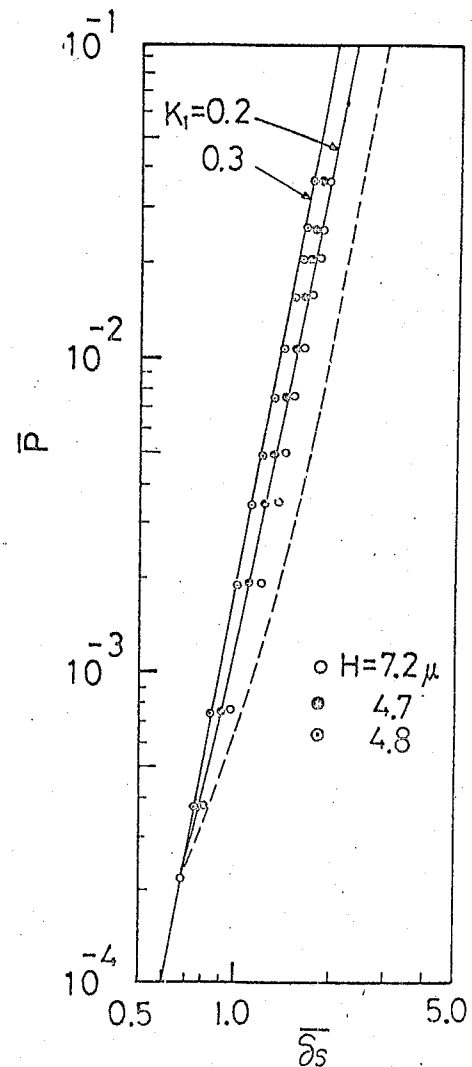


図3-30 $\bar{\delta}_s$ と $\bar{P}$

実験値は久門(機械学会論文専, 35, 272 (1969-4) 878)による。
H: 表面あらさの最大高さあらさ

面となめらかな面との接触を取扱、た久門の実験結果⁽⁵⁹⁾を引用したもので、最大高さあらさに相当する量 $H = 4.7 \sim 7.2 \mu$ 、かたさ $H\alpha(0.01) = 255$ の条件下の実験であることを考慮すれば、 $K_1 \div 0.2 \sim 0.3$ となり、本研究の計算値は、久門の実験値ともよく一致し、従来の塑性変形のみによる計算値(破線)より $\bar{\delta}_S$ が小さいことがわかる。なお、 $\bar{\delta}_E$ および $\bar{\delta}_S$ と $\bar{p}$ との関係は、両対数紙上で実験値と比較されているが、これは、この両者の関係が両対数紙上で直線に近く、後に実用式を導くさいに有効であるためであり、また $\bar{p}$ が4桁に及ぶ範囲をあらわしていることから、通常の両対数紙上の比較の概念とは異なり、実験値の非常に微細な部分まで検討し得ることを付記しておく。

4-3-4 負荷および除荷と接触部弾塑性変形経路

表面凹凸をもつ面の接触における変位と荷重との関係は、本章で得られた計算値から図3-31に示すようになり、接触面への負荷および除荷経路の相違が説明できる。図3-31において、接触面への荷重の増加によって生ずる接触部の変位は、弾塑性変形による曲線 $\bar{\delta}_S + \bar{\delta}_E$ に沿って、最初の接触点 O より A まで増加する。A 点で除荷を開始する場合には、塑性変形をあらわす $\bar{\delta}_S$ からわかるようにすでに OC だけ塑性変形しているわけであるから、 $\bar{\delta}_E$ の曲線に沿って C 点まで戻る。C 点から再び負荷する場合は、 $\bar{\delta}_E$ 曲線に沿って A 点まで変位し、更に負荷する場合には、 $\bar{\delta}_S + \bar{\delta}_E$ 曲線に沿って増加し、それに伴い $\bar{\delta}_S$ も増加し、上記の現象をくり返すこと

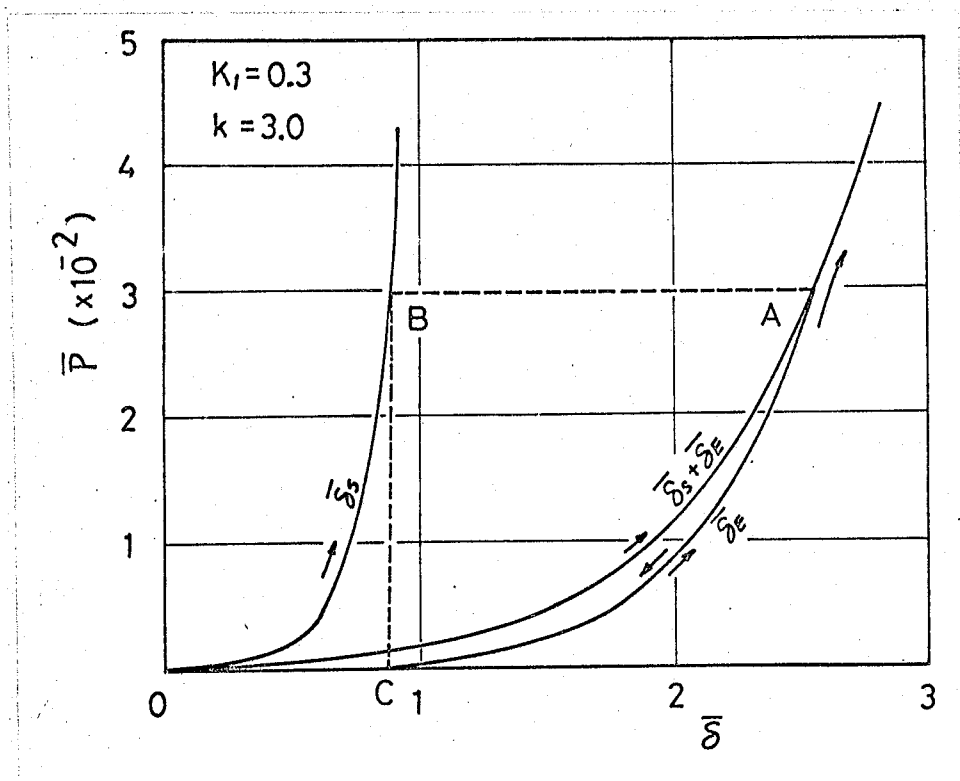


図3-31 負荷除荷による変位経路

になる。この負荷、除荷経路は、R. H. Thornleyらの実験結果⁽¹⁾ともよく一致するものである。

§5 結 言

方向性の強い表面凹凸をもつ面の接触において、微小突起の弾塑性変形と表面凹凸の統計量とを結合させた本章の二平面接触部弾塑性変形について、次の結論を得た。

(i) なめらかな面と表面凹凸をもつ面との接触問題、および表面凹凸の方向を一致させた接触問題は、その接触機構を二次元的に取扱うことができ、両者は全く同一の考え方で解析できる。

(ii) 接触により、接触面の表面凹凸の高さに関する確率密度関数は変化し、接触後の接触部の確率密度は、接触前

のそれより小さくなるが、その差は通常の接触応力（最大接触応力 5.2 kg/mm^2 ）では小さく、ほとんど無視でき、接触前後とも、表面凹凸の高さの確率密度関数は変化しないものとしてさしつかえない。

(iii) 二平面接触部の弾性変形量と垂直荷重とは、両対数紙上ではほぼ直線となり、実験値と計算値とはかなりよく一致を示す。

(iv) 二平面接触部の弾性変形量は接触二平面の性質をあらわす接触係数 $K_1 = 4 \tan \theta P_m / \pi E$ によって異なり、た値を示し、 K_1 の大きいものほど $\bar{\delta}_E$ （弾性変形量を表面凹凸の高さの標準偏差で無次元化した量）は大きい。一般に、かたさの高いものほど、表面凹凸の高さの標準偏差の大きいものほど、接触部弾性変形量は大きい。

(v) 塑性変形による二平面の食込み量は、表面凹凸の微小突起の塑性変形のみを考慮した従来の計算値より、弾塑性変形に基づいて導かれた本研究の計算値の方が小さく、実験結果と定量的に一致する。

(vi) 接触部塑性変形量と荷重との関係は、接触部弾性変形量と同様に、両対数紙上ではほぼ直線となる。

(vii) 接触部の塑性変形量は接触係数 K_1 によって異なり、た値を示し、接触部弾性変形量にみられた現象とは逆に、 K_1 の増加により塑性変形量は減少する。

第4章 表面凹凸の方向を交叉させた接触 変形機構

§1 緒言

研削加工面、旋削加工面等においては、方向性の強い表面凹凸を有し、その性質は表面凹凸の方向（表面凹凸の稜線の方向）に対して直角な方向の性質を知ることにより定義づけられ、いわゆる二次元的に取扱うことができる。したがって、第3章で取扱った、なめらかな面との接触あるいは表面凹凸の方向を一致させた接触においては、接触状態にある表面凹凸は、凹凸の稜線の方向の性質を一樣とした二次元問題とすることができた。しかしながら、本章で取扱う表面凹凸の方向を任意に交叉させた場合の接触は、接触する二平面の特性は各々二次元的に取扱える性質をもっているが、接触状態にある表面凹凸（剛体真平面との接触におよぼさねばならない表面凹凸）は、一断面の性質のみでは定義することが不可能であり、接触面全体を考慮するいわゆる三次元問題としなければならない。

三次元表面凹凸（表面凹凸の垂直断面形状も二次元と称し、これに平面としての性質を加えたものを三次元と称する）の接触機構についての研究は、微小突起の形状を形状係数を用いて代表させ、真実接触面積、接触突起数等を推定したもの、突起の形状を円錐形として同様の解析をしたもの等がある。また、微小突起を半球とし、Hertz接触を基礎として突起の頂点の分布を正規分布としたものもあるが、二次元問題

(一断面上での性質)としては、この仮定が可能であるとしても、三次元問題としては不明な点が多く、疑問視する研究者もいる。これらはいずれも、三次元表面凹凸の定義と、定量的な把握がまだ確立されていないことに起因するもので、この点についての論争も多い。最近では、電算機を使用して三次元表面凹凸の性質の解明を試みたものもあり、⁽³⁵⁾⁽⁴⁰⁾また接触した状態で塗料を浸透させて、接触点の分布、数も実測したものもあり、⁽⁵⁹⁾部分的には三次元表面凹凸の性質が明確になった点もある。さらに、方向性のある表面凹凸において、表面凹凸の方向を互に 90° に交叉させた接触問題を、塑性変形を対象として解析した研究もみられるが、⁽⁵⁹⁾これは接触部の変形が塑性変形のみであるとした点で、その応用が限られるようである。

本章は、二次元的に取扱うことができる方向性のある表面凹凸同士の接触において、その方向を任意に交叉させて解析するものであるが、次の条件に対して、第3章で扱った二次元接触機構の結果に漸近する必要がある。

- (i) 表面凹凸の方向の交叉角が 0° に近づくとき。
- (ii) 接触=平面のうち、一方の面が他方の面の表面凹凸と比較して非常になめらかなとき。

さらに、本章の接触機構の解析にあたり、第3章の二次元接触機構と異なる点は

- (i) 接触部の表面凹凸(一方の面を剛体真平面としたとき他方の面の表面凹凸)が三次元的であること。
- (ii) 微小突起の変形は、半無限体の集中荷重の理論を基礎

とすること。

である。したがって、本章で導かれる解は第3章の二次元接触問題まで包含することは難しく、表面凹凸の交叉角が 90° に近く、接触二平面の表面凹凸の性質が比較的近いものが対象となることはやむをえない。

§2 表面凹凸の三次元的性質の検討

2-1 表面凹凸の分布曲線の定義

方向性を有する表面凹凸において、図4-1に示されるように突起の接線方向(表面凹凸の方向と称することにする)が、交叉角 β で接触している場合、前章§2で仮定された条件をそのまま前提とすれば、接触している突起は図4-

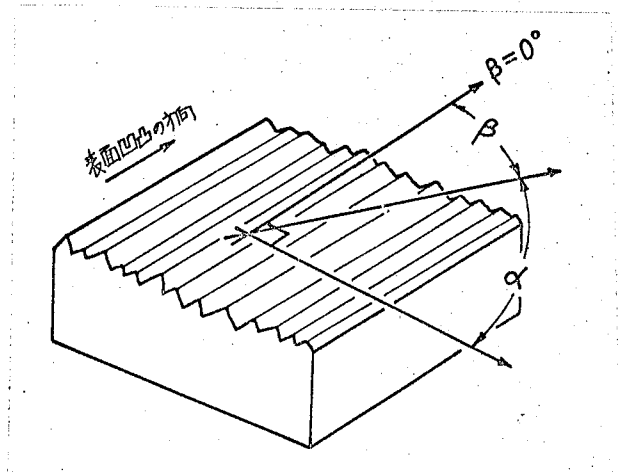


図4-1 表面凹凸の方向と交叉角

2(a)のようになる。微小突起の断面は三角形とされていることから、接触している突起は、一方の面を真平面に等価した場合、図4-2(b)に示される四角錐突起となり、A B C Dの位置まで接触したことに相当する。したがって、表面凹凸の方向を交叉させた接触問題は、四角錐突起をもった表面凹凸と剛体真平面との接触問題になる。

方向性のある表面凹凸面において、図4-1に示される任意の方向 α の表面凹凸の密度関数は、 $N(D, \sigma^2)$ で近似可

能(前章図2-72)であり、表面凹凸の高さに関する標準偏差のみ、前章図2-85にみられるように、 $\alpha = 90^\circ$ を除いてほとんど一定とすることができ。したがって、 $N(0, \sigma_1^2)$ と $N(0, \sigma_2^2)$ の二平面が図4-2のように接触した場合の任意の断面曲線の密度関数 $f(z)$ は、

$$\left. \begin{aligned} f(z) &= N(0, \sigma_e^2) \\ \sigma_e^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \end{aligned} \right\}$$

図4-2 接触突起の形状

(4-1)

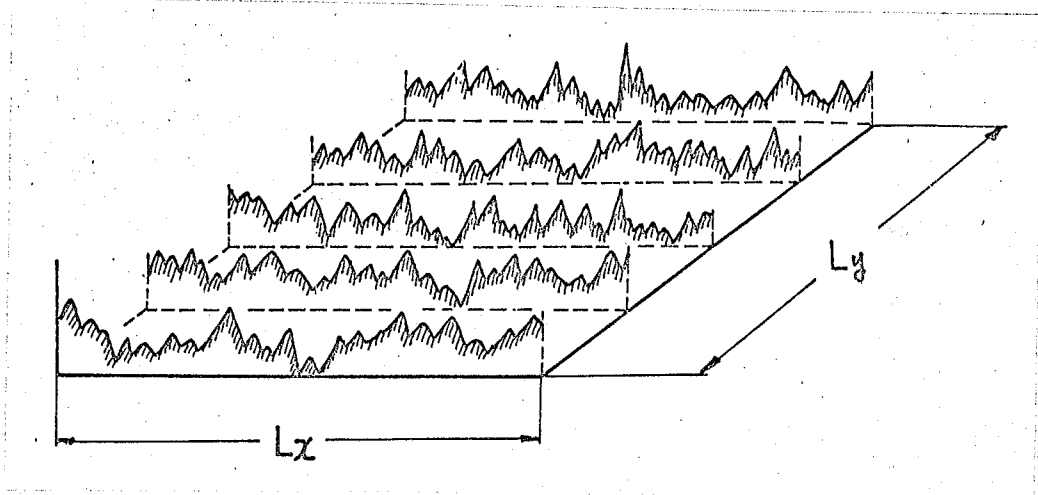
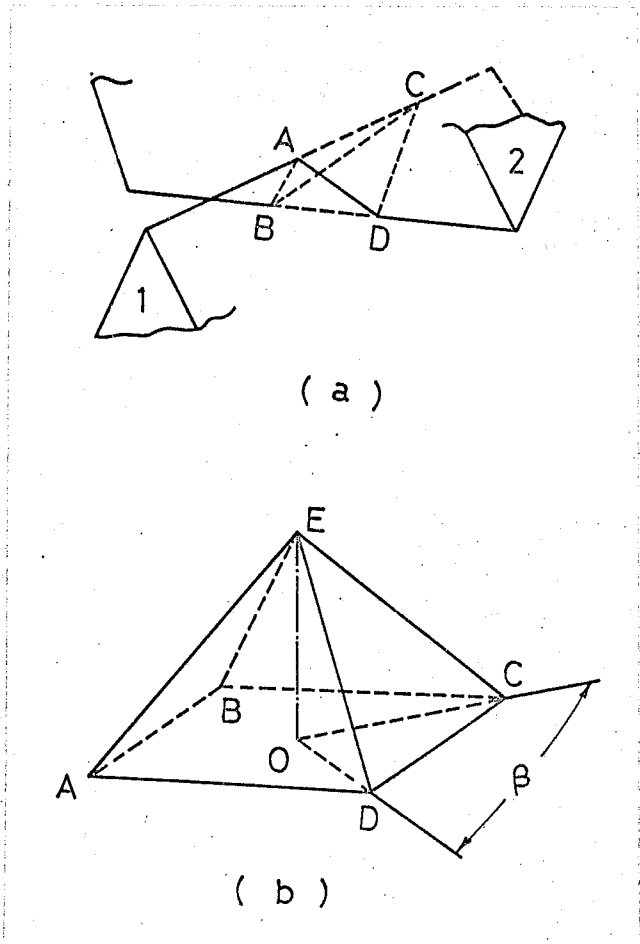


図4-3 接触表面の凹凸の状態

で与えられる。

$L_x \times L_y$ の平面上の表面凹凸については、 L_x の断面で得られる表面凹凸の密度関数は式(4-1)となり

、図4-3で示される

ように L_y の方向に微

小間隔で得られる L_x 断面の表面凹凸の密度関数は、すべて式(4-1)となるはずである。したがって、これらを $L_x \times L_y$ の平面全体に集合させた表面凹凸は、図4-4にあらわされるようになり、やはりこの確率密度関数は式(4-1)となる。(62)

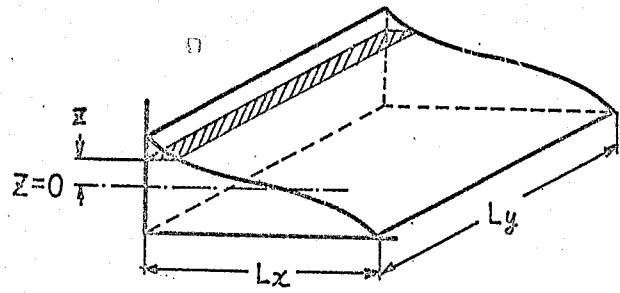


図4-4 接触面の凹凸の
負荷曲線

2-2 表面凹凸の微小突起の頂点の分布

表面凹凸の密度関数が $f(z)$ で与えられるとき、式(3-32)の誘導と同様の方法により、三次元表面凹凸の微小突起の頂点の分布を求めることができる。すでに説明したように、接触突起の形状は、図4-2(b)のようになり、図4-2(a)の接触=平面の凹凸①、②の微小突起の半頂角を θ とするときの $\tan \theta$ の平均をそれぞれ $\overline{\tan \theta_1}$ 、 $\overline{\tan \theta_2}$ とおけば、図4-2(b)において、次式の関係が成り立つ。

$$\tan \angle OEC = \overline{\tan \theta_2} / \sin \beta \quad \text{————— (4-2)}$$

$$\tan \angle OED = \overline{\tan \theta_1} / \sin \beta \quad \text{—————} (4-3)$$

図4-2(b)において、突起の頂点Eの高さを z_1 、任意の高さ(O 点)を z とおけば、平均平面への正射影 $\square ABCD$ は:

$$\frac{z(z_1 - z)^2 \overline{\tan \theta_1} \cdot \overline{\tan \theta_2}}{\sin \beta}$$

の面積を有する。したがって、 z から $z - \Delta z$ の位置に移ったときの $\square ABCD$ の増分は

$$\frac{4(z_1 - z) \overline{\tan \theta_1} \cdot \overline{\tan \theta_2}}{\sin \beta}$$

となる。これから、表面凹凸の微小突起の頂点のあらわゆる確率密度を $\psi(z)$ 、谷底のあらわゆる確率密度を $\psi_R(z)$ とおけば、表面凹凸の任意の高さ z の水平断面上の切断面積に關して次式が成立する。

$$A \int_z^\infty f(z) dz = N_T \int_z^\infty \int_z^\infty \left[\frac{4 \overline{\tan \theta_1} \cdot \overline{\tan \theta_2}}{\sin \beta} \cdot (z_1 - z) \cdot \{ \psi(z) - \psi_R(z) \} \right] dz_1 dz$$

$$\text{—————} (4-4)$$

A はみかけの接触面積、 N_T は A に含まれる突起の総数をあらわす。式(4-4)を、 z で微分することにより、高さ z 以上に存在する接触に關係する突起の数 N_z (接触により消滅する突起も考慮されている)は、次式で与えられる。

$$Nz = \frac{\sin \beta}{4 \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2} \cdot \frac{AZ}{\sigma_e^2} f(z) \quad \text{--- (4-5)}$$

式(4-5)は、築添の式⁽⁶²⁾と同じ性質をもち、レリー分布に比例するもので、この式の有効範囲は、 $z \geq \sigma_e$ である。これは、 Nz が z の減小に伴り増加するものであることから、式(4-5)は $z \geq \sigma_e$ となるものである。

2-3 接触点平均間隔の検討

接触している点の平均間隔は、三次元表面凹凸において定義が非常に難しい。図4-5は、半無限体表面に集中荷重 Q が作用したときの表面変位 s を示すものである。 r は荷重点からの距離である。この図からわかるように、接触点の変形に関係する範囲は荷重点に比較的近いものであり、接

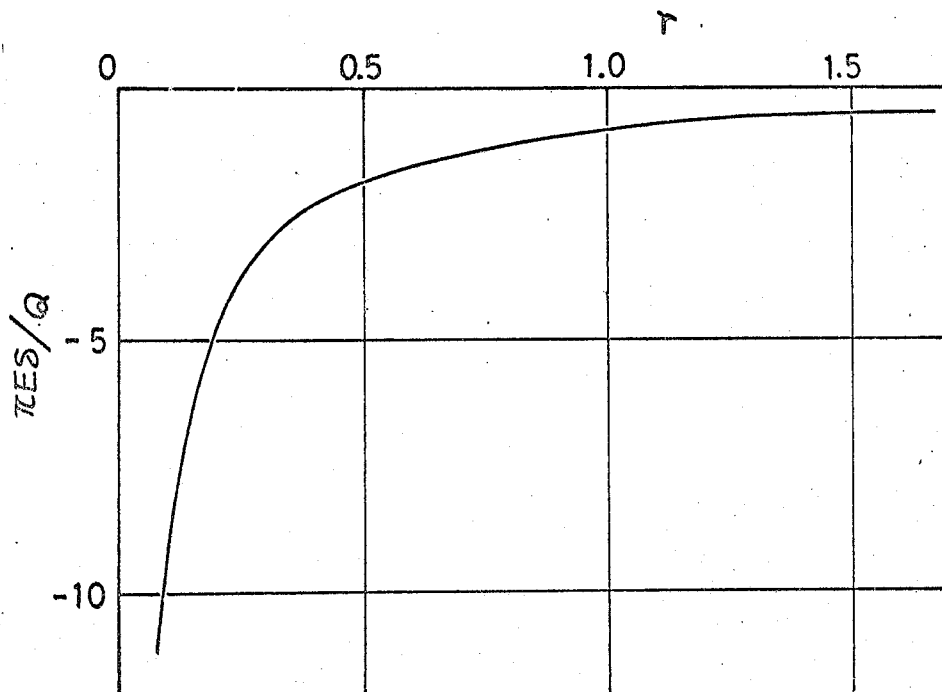


図4-5 半無限体上に集中荷重 Q がかかったときの表面変位

融面全作の表面凹凸の性質が矛盾なく説明することが難かしい場合でも、接触点近傍の性質が明確になれば十分であると考えられ、接触点間隔も接触点近傍に限って考えることにする。これは、前章図3-12に示されたように、接触点の間隔は狭いものが非常に多いという事実からも納得のゆくものである。比較的狭い範囲における表面凹凸の性質は、第2章式(2-23)、式(2-40)に示されたように

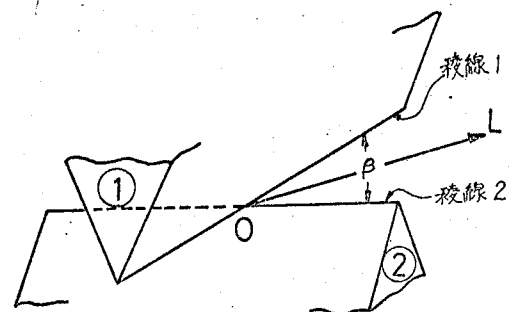
$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos \alpha$$

$$\tan \Theta_{\alpha} = \tan \Theta \cos \alpha$$

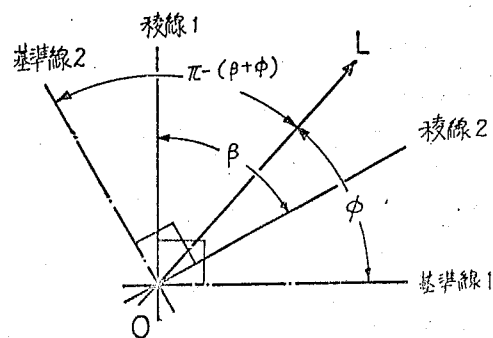
$$\sigma_{\xi\alpha} = \sigma_{\xi} \cos \alpha$$

————— (4-6)

で与えられる。ここで、 α は表面凹凸の基準線(表面凹凸の方向に対して直角な方向、研削面においては研削方向に対して直角な方向を基準線と称することにする)を基準に、任意の方向の角度であり、 σ 、 $\tan \Theta$ 、 σ_{ξ} は基準線の方向の表面凹凸の値である。いま、図4-6(a)のように方向性のある表面凹凸①②が接触した場合、平均平面への正射影は図4-6(b)のようになる。接触二平面のうち、



(a)



(b)

図4-6 接触時の表面凹凸の方向と交叉角関係

表面凹凸の大きい方①を常に基準にすることにすれば、その基準線 l (①の表面凹凸の方向に対して直角な方向) に対して ϕ の角度を有する方向 L の性質は、式(4-1), 前章式(3-65)と同様に、表面凹凸の高さの標準偏差 $\sigma_{e\phi}$, 傾斜の標準偏差 $\sigma_{\xi e\phi}$ について

$$\sigma_{e\phi}^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \phi + \sigma_2^2 \cos^2 (\phi + \beta) \quad \text{———— (4-7)}$$

$$\sigma_{\xi e\phi}^2 = \sigma_{\xi 1}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\xi 2}^2 \cos^2 (\phi + \beta) \quad \text{———— (4-8)}$$

が得られる。図4-6の L の方向の断面における接触点の平均間隔 t_ϕ は、前章式(3-35)と同様に考えることができ、次式で与えられる。

$$t_\phi = Z \overline{\tan \theta_{e\phi}} / f_\phi(z) \quad \text{———— (4-9)}$$

ここで、添字中は図4-6の L の方向の性質を意味し、 $f_\phi(z)$ は、式(4-7)の $\sigma_{e\phi}^2$ を分散とする正規分布であり、 $\overline{\tan \theta_{e\phi}}$ は、次式で与えられるものである。

$$\overline{\tan \theta_{e\phi}} = 0.93 / \sigma_{\xi e\phi} \quad \text{———— (4-10)}$$

式(4-9)の $f_\phi(z)$ は、任意の ϕ に対して平均が常に一致するとは限らないが、これを平均的に取扱うため、平均値において検討することにする。

$\phi = 0$ すなわち、図4-6(b)の基準線 l の方向の平均値における平均間隔を右とかけば、式(4-9)より次式が得られる。

$$\frac{t_{\phi}}{t_0} = \frac{\overline{\tan \theta_{e\phi}} \cdot \sigma_{e\phi}}{\overline{\tan \theta_{e0}} \cdot \sigma_{e0}} = \frac{\sigma_{\xi e0} \cdot \sigma_{e\phi}}{\sigma_{\xi e\phi} \cdot \sigma_{e0}} \quad (4-11)$$

σ と σ_{ξ} とは、第2章で明らかにしたように密接な関係にあり、

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\overline{\tan \theta_1}}{\overline{\tan \theta_2}} \\ &= \frac{\sigma_{\xi 2}}{\sigma_{\xi 1}} \quad (4-12) \end{aligned}$$

とおくとき、 σ_2/σ_1 ($\sigma_2 \leq \sigma_1$ とする) と ρ との関係は図4-7に示すようになり、こゝらの向には、かなり荒い近似であるが次式が成立するものとする。

$$\sigma_2/\sigma_1 = \rho^{3/2} \quad (4-13)$$

この関係を式(4-11)に代入して次式を得る。

$$\frac{t_{\phi}}{t_0} = \left[\frac{1 + \rho^2 \cos^2 \beta}{1 + \rho^3 \cos^2 \beta} \cdot \frac{\cos^2 \phi + \rho^3 \cos^2 (\beta + \phi)}{\cos^2 \phi + \rho^2 \cos^2 (\beta + \phi)} \right]^{1/2} \quad (4-14)$$

式(4-14)の結果の一例を図4-8に示す。後の解析を容易にするため図4-8の関係を $\phi = 0^\circ$, $\phi = 90^\circ$ を長軸、短軸とする楕円で近似し、楕円の二軸の比を ρ とし、楕円の面積が変らないものとして算出する。これは、平均接触応力と関連させる際必要となる) とおけば、

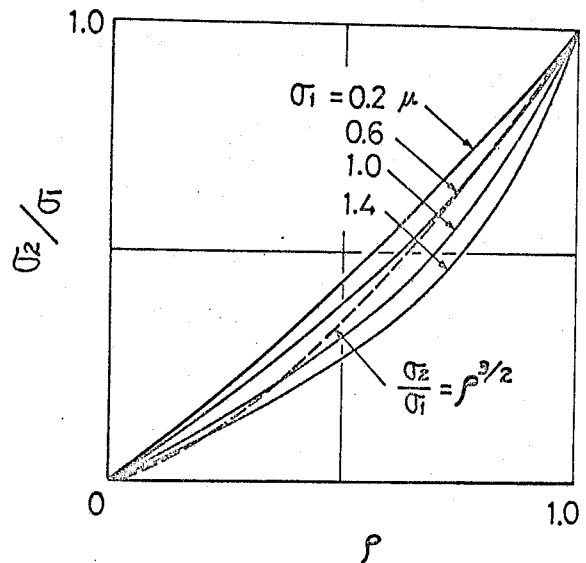


図4-7 σ_2/σ_1 と ρ との関係 (研削加工面)

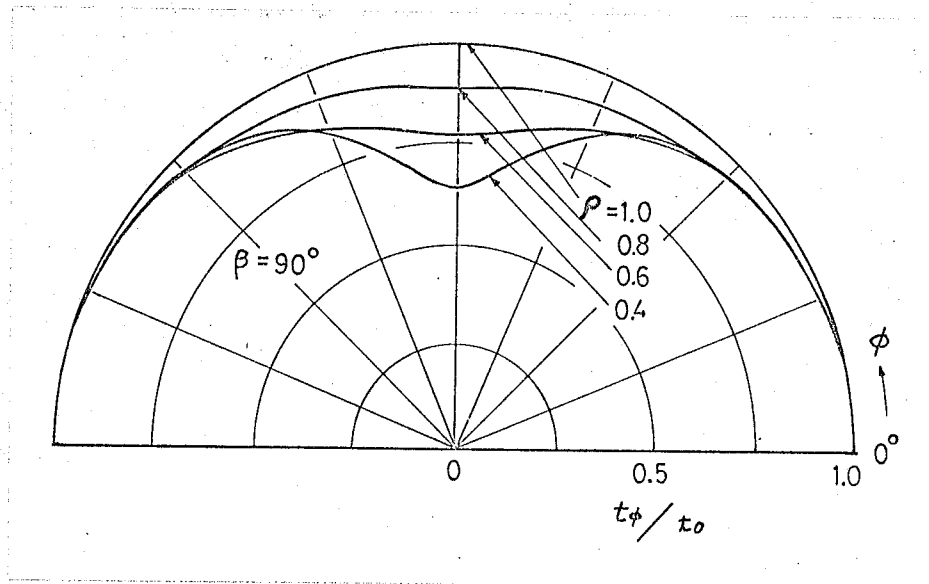


図4-8 t_ϕ/t_0 と ϕ の関係

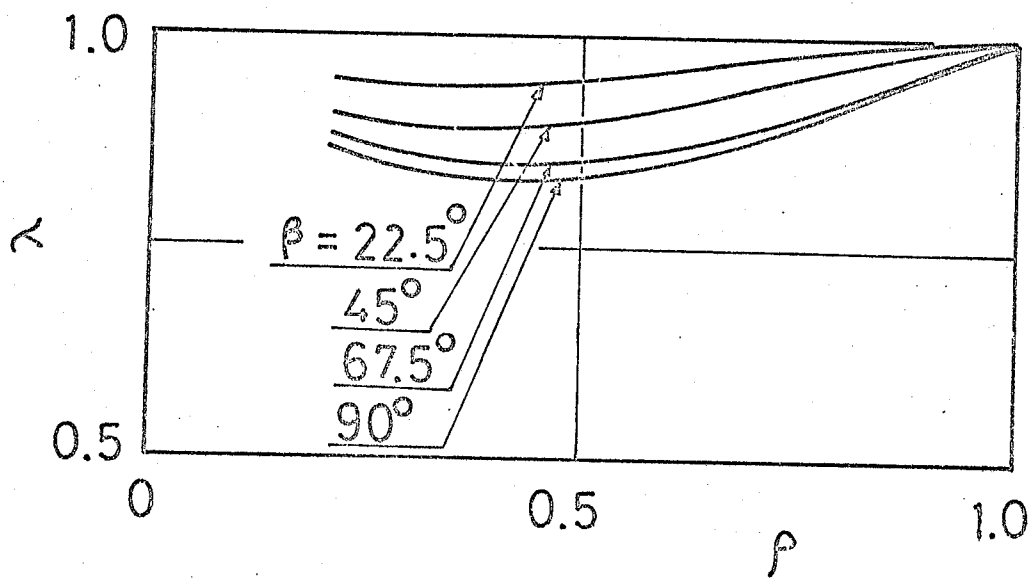


図4-9 β と λ の関係

$$\lambda = \frac{1}{\pi t_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{t_\phi} t_\phi dt_\phi d\phi \quad (4-15)$$

で計算される。 λ と β の関係は、接触角 β に対して図4-9に示すようになる。この関係は、図4-8からわかるように β の小さいものに対しては近似度が悪くなる。式(4-14)

)の関係は、平均線上で定義されたものであるが、本章ではこの関係がすべりの高さにおいて成立するものと仮定する。

図4-6(b)における基準線1の方向の長い距離にわたって定義される接触点の平均間隔 t_T は、式(4-9)と同様に

$$t_T = 2 \overline{\tan \theta_{e0}} / f(z)$$

$$= 2 \overline{\tan \theta_1} / \sqrt{1 + \rho^2 \sin^2 \beta} \cdot f(z) \quad (4-16)$$

で与えられる。ここで、 $f(z) = N(0, \sigma_e^2)$ である。 $f(z)$ の平均線上での t と式(4-11)の t_0 の比を λ_T とすれば、式(4-7)、式(4-13)より

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{1 + \rho^3 \cos \beta}{1 + \rho^3}} \quad (4-17)$$

を得る。 λ_T と ρ との関係は、交叉角 β に対して図4-10の

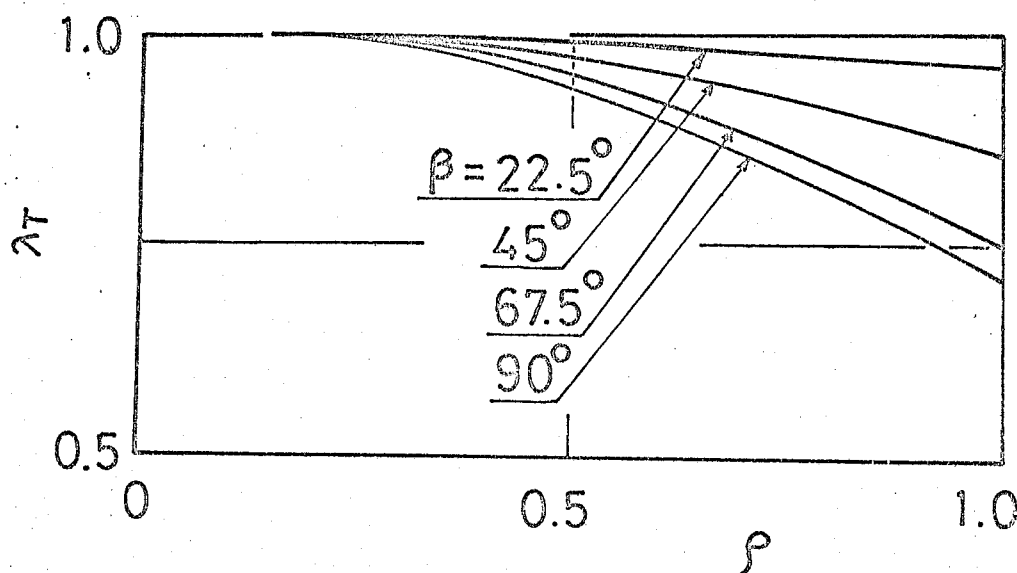


図4-10 ρ と λ_T との関係

ようになる。式(4-17)がすべての高さ z に対して成立するものとするれば、

$$t_0 = \lambda_T t_T$$

$$= z \tan \theta_1 \lambda_T / \sqrt{1 + \rho^2 \sin^2 \beta} \cdot f(z) \quad \text{--- (4-18)}$$

となり、接触点近傍の平均接触点間隔が求められる。

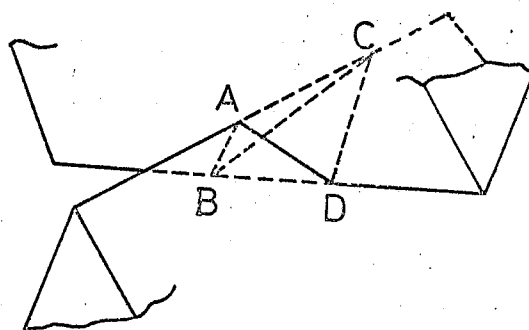
§3 接触部の弾塑性変形解析

3-1 微小突起の弾塑

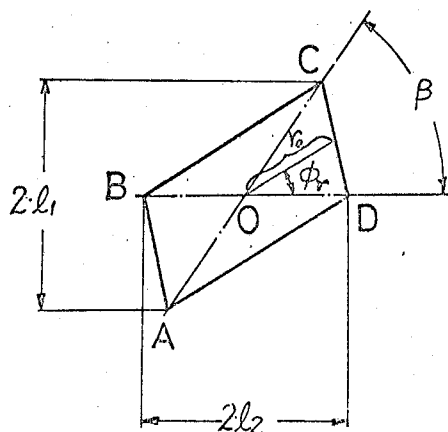
性変形

解析にめた、ては、前章§2の前提条件が、そのまま適用できるものとする。方向性のある三角形突起が、図4-11(a)のように接触した場合、接触点の平均平面への正射影は図(b)のようになる。 β は表面凹凸の方向の交叉角である。

半無限体表面上に集中荷重 Q が作用した場合の垂直方向の変位 s は、図4-12の座標系で、次式となる。⁽⁶¹⁾



(a)



(b)

図4-11 接触点の平均平面への投影図

$$\delta = \frac{1+\nu}{2\pi E} Q \left\{ 2(1-\nu) \frac{1}{(r^2+h^2)} + \frac{h^2}{(r^2+h^2)^{3/2}} \right\} \quad (4-19)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

図4-11(b)のABCDで囲まれた面積に、塑性流動応力 p_m が作用した場合の中心O点の表面変位 δ_0 は式(4-19)を用いて次式で与えられる。

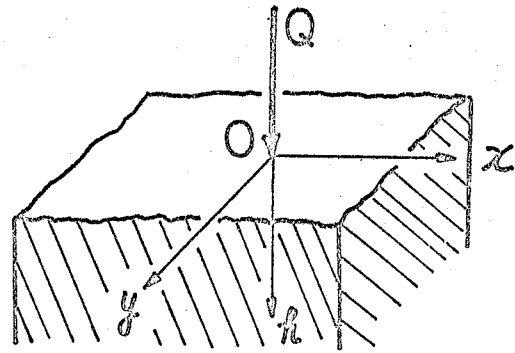


図4-12 半無限体上の集中荷重

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \delta_{h=0} r dr d\phi \\ &= \frac{1-\nu^2}{\pi E} \cdot p_m \cdot \frac{l_1}{\rho} \cdot S(\beta, \rho) \end{aligned}$$

$$(4-20)$$

ここで、 z を微小突起の塑性変形量とすれば

$$l_1 = z \tan \theta_1 / \sin \beta$$

$$\rho = l_1 / l_2 = \tan \theta_1 / \tan \theta_2$$

$$\begin{aligned} S(\beta, \rho) &= \sin \beta_0 \ln \left\{ \frac{1 - \cos(\beta_0 + \beta)}{1 + \cos(\beta_0 + \beta)} \cdot \frac{1 + \cos \beta_0}{1 - \cos \beta_0} \right\} \\ &\quad + \sin \bar{\beta}_0 \ln \left\{ \frac{1 + \cos(\bar{\beta}_0 - \beta)}{1 - \cos(\bar{\beta}_0 - \beta)} \cdot \frac{1 + \cos \bar{\beta}_0}{1 - \cos \bar{\beta}_0} \right\} \end{aligned}$$

$$\tan \beta_0 = \frac{\rho \sin \beta}{1 - \rho \cos \beta}$$

$$\tan \bar{\beta}_0 = \frac{\rho \sin \beta}{1 + \rho \cos \beta}$$

表面から h の深さにおける O 点直下の弾性変形量 S_{0h} は、 h に比較して接触点の面積 $\square ABCD$ が小さく、集中荷重 Q が作用しているものとして計算することが出来る。この場合

$$Q = 2 \overline{\tan \theta_1} \cdot \overline{\tan \theta_2} \cdot \bar{z}^2 \cdot p_m / \sin \beta$$

であることから、式(4-19)より

$$S_{0h} = \frac{1+\nu}{\pi E h} p_m \overline{\tan \theta_1}^2 \cdot (3-2\nu) \bar{z}^2 / (\rho \sin \beta) \quad (4-21)$$

を得る。

二平面の接触係数 K_1 は、前章式(3-14)と同様に次式で定義される。

$$K_1 = \frac{4 \overline{\tan \theta_e}}{\pi E} p_m \quad (4-22)$$

ここで、 $\overline{\tan \theta_e}$ は $\beta = 0^\circ$ (表面凹凸の方向を一致させた状態)のときの合成された値で、式(4-8)より

$$\overline{\tan \theta_e} = \overline{\tan \theta_1} / \sqrt{1 + \rho^2}$$

したがって、式(4-22)は次式となる。

$$K_1 = \frac{4 \overline{\tan \theta_1}}{\pi E} \cdot p_m \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \rho^2}} \quad (4-23)$$

K_1 が $\beta = 0^\circ$ で定義する理由は、接触二平面の性質のみから K_1 が与えられ、接触交叉角に関係しないことから第3章の結果との比較がそのままできることである。以上のことから、式(4-20)、式(4-21)は次式となる。

$$\delta_0 = K_1 \frac{(1-\nu^2) S(\beta, p)}{4} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2}}{p \sin \beta} \cdot z \quad \text{--- (4-24)}$$

$$\delta_{0h} = K_1 \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{4} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2}}{\bar{h} p \sin \beta} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2 \sin^2 \beta}}{2 \lambda_T} \cdot f(z) z^2 \quad \text{--- (4-25)}$$

ここで

$$\bar{h} = h / \epsilon_0 \quad \text{--- (4-26)}$$

で、 ϵ_0 は式(4-18)で与えられる。後の接触部変形の解析において、微小突起の塑性変形 z の微小増分 Δz に対する増分として δ_0 , δ_{0h} が取扱われるため、これを $\Delta \delta_0$, $\Delta \delta_{0h}$ とおけば

$$\Delta \delta_0 = K_1 \frac{(1-\nu^2) \cdot S(\beta, p)}{4} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2}}{p \sin \beta} \Delta z \quad \text{--- (4-27)}$$

$$\Delta \delta_{0h} = K_1 \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{4} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2}}{\bar{h} p \sin \beta} \cdot \frac{\sqrt{1+p^2 \sin^2 \beta}}{\lambda_T} f(z) z \Delta z \quad \text{--- (4-28)}$$

となる。

表面凹凸の接触過程が、前章 §2 で与えられたように考えられれば、表面と深さ h の面との間の平均変位の増分 $\Delta \delta_{me}$ は、平均応力の $\Delta \bar{\sigma}$ による増分を $\Delta \sigma_m$ とおいて

$$\Delta S_{me} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [S_{R=0} - S] r dr d\phi$$

$$= \frac{\Delta \sigma_{cm}}{E} \cdot \bar{h} \cdot (1+\nu)(1-2\nu)$$

前章 §.2 で与えられた接触過程における Δz による平均応力の増分 $\Delta \sigma_{cm}$ は、接触点の荷重増分が

$$\frac{4 \overline{\tan \theta_1} \cdot \overline{\tan \theta_2}}{\sin \beta} \cdot \bar{z} \cdot \Delta z \cdot p_m$$

で与えられることから、式 (4-5) を考慮して

$$\Delta \sigma_{cm} = \frac{z \bar{z}}{\sigma_e^2} \cdot p_m \cdot f(z) \cdot \Delta z \quad (4-29)$$

となる。したがって

$$\Delta S_{me} = K_1 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (1+\nu)(1-2\nu) \cdot \bar{h} \cdot \sqrt{\frac{1+p^2}{1+p^2 \cos^2 \beta}} \cdot \frac{\lambda_T z \bar{z}}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \quad (4-30)$$

を得る。

接触点近傍における Δz による平均応力の増分は、接触点の間隔が前章図 3-12 のような分布をしていることから、面全体の平均応力の増分より大きくなり、 $S_1 \Delta \sigma_{cm}$ となる。ここで、 S_1 は前章図 3-12 の関係から求める係数で、次式で与えられる。

$$S_1 = \left\{ \int_0^{\infty} \left(\frac{t}{t_s} \right) R(t_s) dt_s \right\}^2 \quad (4-31)$$

S_1 は、ほぼ次の値をとる。

$$S_1 = 2.5 \sim 3.5 \quad (4-32)$$

したがって、ある接触点における他の接触点の荷重により受ける表面と深さ \$h\$ の面との相対変位 \$\delta_{oc}\$ は、\$\Delta z\$ による微小増分 \$\Delta \delta_{oc}\$ の形で、近似的に次式であらわされる。

$$\Delta \delta_{oc} = \int_0^{2\pi} \int_{t\phi/2}^{\infty} [\delta_{h=0} - \delta] r dr d\phi$$

\$t\phi\$ は、式 (4-15) で近似された楕円の半径であり、上式は式 (4-19) において \$Q\$ を \$S_1 \Delta \sigma_{cm}\$ で置きかえ、容易に次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{oc} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [\delta_{h=0} - \delta] r dr d\phi - \int_0^{2\pi} \int_0^{t\phi/2} [\delta_{h=0} - \delta] r dr d\phi \\ &= S_1 \Delta \delta_{me} - K_1 S_1 (1+\nu) \sqrt{\frac{1+\rho^2}{1+\rho^2 \cos^2 \beta}} \cdot \lambda_T \left\{ (1-\nu) K(1-\lambda^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-2\nu}{16} \cdot \frac{\pi \lambda}{\pi} \right\} \frac{z_3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \quad \text{--- (4-33)} \end{aligned}$$

ここで、\$K(1-\lambda^2)\$ は

$$K(1-\lambda^2) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-(1-\lambda^2)\sin^2 \phi}}$$

で与えられる第1種完全楕円積分である。

接触間の変位は、突起の塑性変形の微小増分 \$\Delta z\$ により、\$\Delta z\$ 低い位置にある突起の頂点が新たに接触を開始する場合に必要であり、したがって、\$\Delta z\$ 低い位置にある突起の頂点とすでに接触している頂点との間隔が重要となる。\$\Delta z\$ による接触点間の表面と深さ \$h\$ の面との相対変位の増分 \$\Delta \delta_{ce}\$ は、式 (4-33) と同様に導かれるが、積分範囲の \$t\phi\$ が、上記の関係を考慮して \$S_2 \cdot t\phi\$ となり、式 (4-33) の右辺第2項に関係

してくる。ここで、 S_2 は ΔZ 低い位置の突起の頂点とすでに接触している突起のうち隣接する突起の頂点との間隔の平均と t_c との比である。

図4-13は、表面凹凸曲線上において Z 以上にある突起と $Z \sim Z - \Delta Z$ に存在する突起の頂点との間隔 t_c の頻度をあらわすものであり、この t_c が接触している突起とこれから新たに接触を開始する突起との間隔に相当するものである。図の

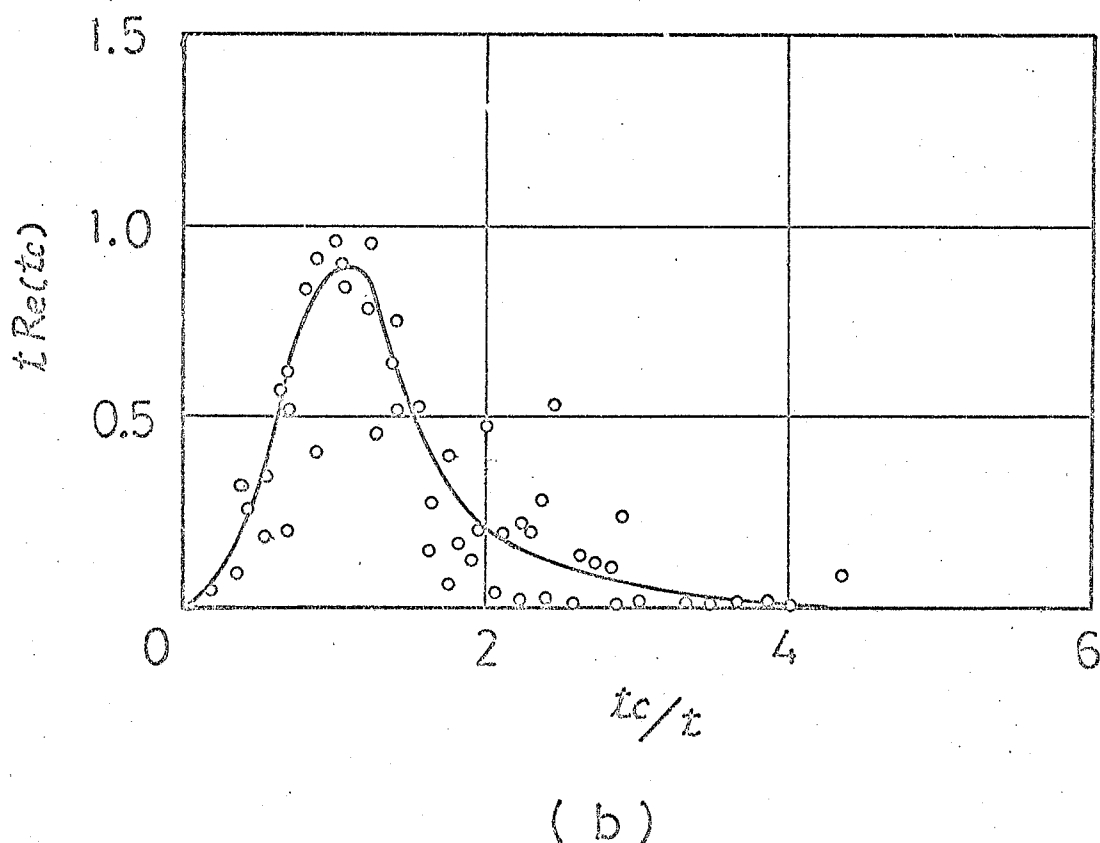
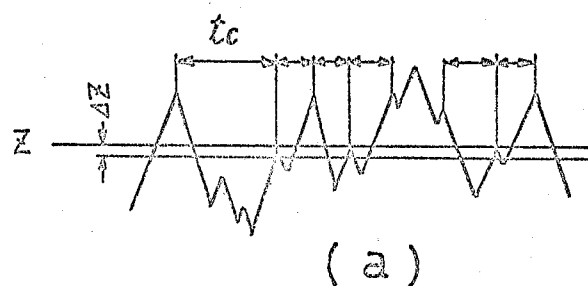


図4-13 $Z \sim Z - \Delta Z$ に存在する頂点と隣接する
 Z 以上の頂点との間隔の頻度分布(研削面)

実験値は、平面研削加工面で得られたものであり、 $z = 0, 10, 20$ で $\Delta z = 0.20$ として得られた値である。又は、前章図3-12と同じもので、 z 以上にある突起の平均間隔である。この t_c の分布を $Re(t_c)$ とおけば、前述の係数 S_2 は次式であらわされる。

$$S_2 = \int_0^{\infty} \left(\frac{t_c}{t} \right) Re(t_c) dt_c \quad \text{-----} \quad (4-34)$$

S_2 はほぼ次の値をとる。

$$S_2 = 1.0 \sim 1.3 \quad \text{-----} \quad (4-35)$$

したがって、接触点間の変位の増分 $\Delta \delta_{ce}$ は、式(4-33)と同様に

$$\Delta \delta_{ce} = S_1 \Delta \delta_{me} - K_1 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot (1+\nu) \sqrt{\frac{1+\rho^2}{1+\rho^2 \cos^2 \beta}} \cdot \lambda_T \cdot \left\{ (1-\nu) K (1-\lambda^2) - \frac{3-2\nu}{16} \cdot \frac{S_2 \pi \lambda}{\bar{h}} \right\} \frac{z^3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z$$

----- (4-36)

を得る。

3-2 平均変位を考える際の深さ h の決定

表面凹凸の微小突起の弾性変形を計算する際の表面からの深さ h は、第3章 §2 と同様に表面からの深さ h の面における垂直応力の偏在が無視でき、等分布応力とみなせる面とする。接触点の大きさと比較して h が非常に大きいものと考えられることから、接触点の荷重は集中荷重 Q であらわされ

、深さ h の面上の垂直応力 σ_c は図 4-12 の座標系で圧縮応力を正として次式で与えられる。(61)

$$\sigma_c = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{h^3}{(r^2 + h^2)^{5/2}} \quad \text{--- (4-37)}$$

ここで

$$r^2 = x^2 + y^2$$

上式は半無限体上に集中荷重が加わった場合であるが、この集中荷重 Q が t_0 の間隔で多数作用した場合、図 4-14 のように垂直応力が分布する。図 4-14 の荷重点直下の深さ h の面における垂直応力を σ_{c0} 、この場合の平均応力を σ_{cm} とおけば

$$Q = \frac{\pi \lambda t_0^2}{4} \cdot \sigma_{cm}$$

となることから、近似的に

$$\begin{aligned} \sigma_{c0} &= \frac{3}{8} \cdot \frac{t_0^2}{h^2} \lambda \sigma_{cm} + \frac{3}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{t_0/2}^{\infty} \frac{h^3}{(r^2 + h^2)^{5/2}} r dr d\phi \cdot \sigma_{cm} \\ &\doteq \sigma_{cm} \left\{ 1 + \frac{15}{256} \cdot \frac{t_0^4}{h^4} \cdot \lambda (1 + \lambda^2) \right\} \end{aligned}$$

を得る。したがって平均応力 σ_{cm} に対する σ_{c0} の偏在は、次式の形であらわされる。

$$\frac{\sigma_{c0} - \sigma_{cm}}{\sigma_{cm}} = \frac{15}{256} \cdot \frac{1}{h^4} \cdot \lambda (1 + \lambda^2) \quad \text{--- (4-37)}$$

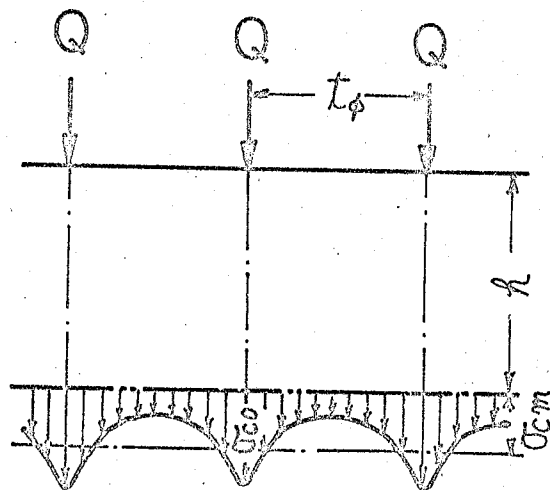


図 4-14 深さ h の面上の垂直応力の偏在

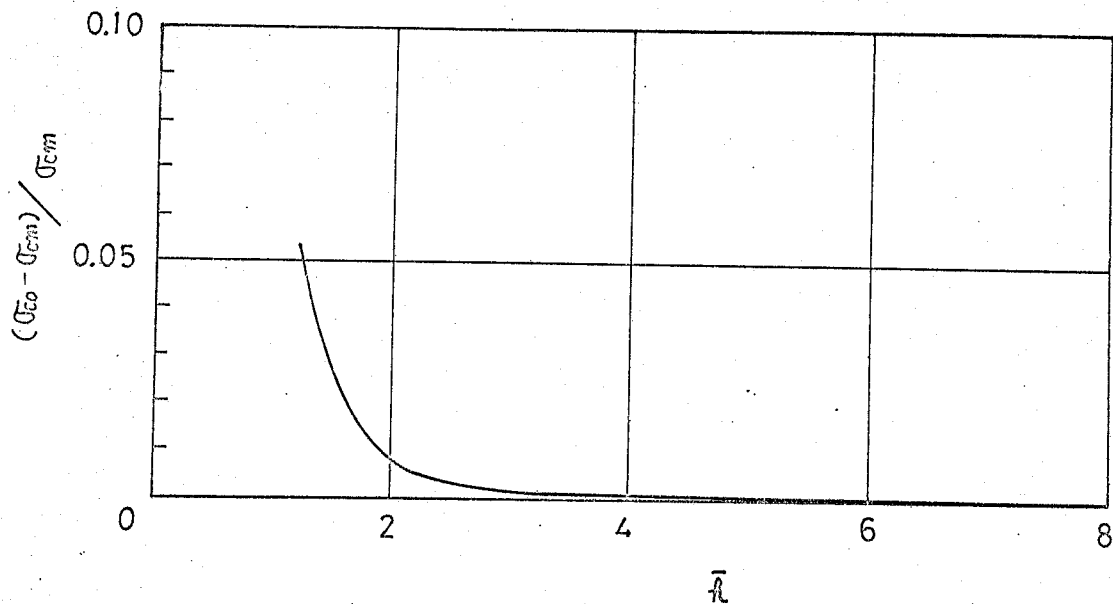


図 4-15 $\bar{h}$ に対する垂直応力の偏在

ここで、 $\bar{h} = h / h_0$ である。 $\lambda = 1$ に対する式 (4-37) の値は、 $\bar{h}$ に対して図 4-15 のようになり、このときの $\bar{h}$ を $\bar{h}_0$ であらわせば、

$$\bar{h}_0 \geq 3 \quad \text{-----} \quad (4-38)$$

でほぼ垂直応力の偏在がないものとみなせる。したがって、任意の λ に対する深さ $\bar{h}$ は、式 (4-37) より

$$\bar{h} = \left\{ \frac{\lambda(1+\lambda^2)}{2} \right\}^{1/4} \cdot \bar{h}_0 \quad \text{-----} \quad (4-39)$$

で与えられる。

3-3 ニ平面の弾塑性接触変形機構

剛体真平面が、表面凹凸の微小突起に接触した場合の各種変位の関係は、図 4-16 に示すようになる。この図は、

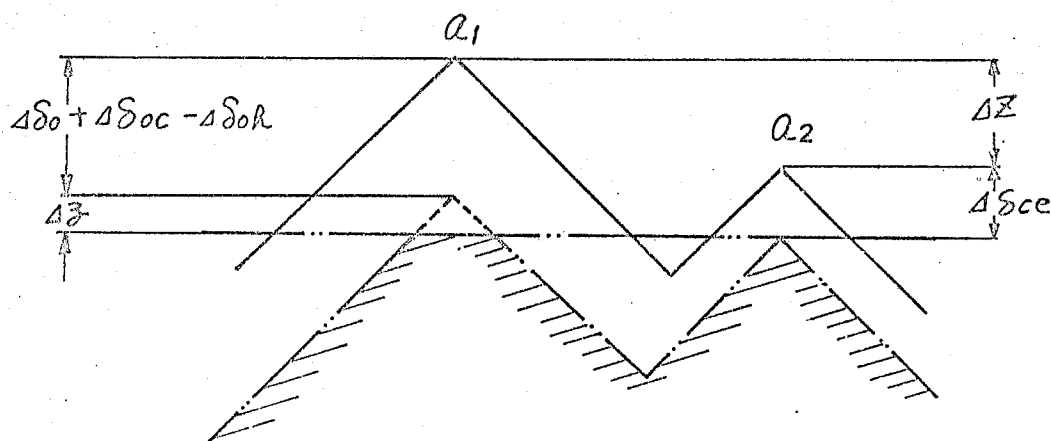


図4-16 剛体真平面と微小突起の接触
における各種変位の関係

突起 a_1 に剛体真平面が接し、この突起より Δz だけ低い位置の突起 a_2 に接するまでの各種変位の関係を示すもので、 $\Delta\delta_0 + \Delta\delta_{oc} - \Delta\delta_{oR}$ は、突起 a_1 が Δz により受ける弾性変形量の増分であり、 $\Delta\delta_{ce}$ は周囲の接触点の接触荷重により受ける a_2 の弾性変形量の増分である。これらの間には、図4-16からわかるように次式の関係が成立する。

$$\Delta Z - \Delta z = \Delta\delta_0 + \Delta\delta_{oc} - \Delta\delta_{oR} - \Delta\delta_{ce} \quad \text{--- (4-40)}$$

式(4-27)、式(4-28)、式(4-33)、式(4-36)と上式とより、 $\Delta z / \Delta Z$ を $d z / d Z$ でおきかえ、次の常微分方程式が得られる。

$$\frac{dz}{dZ} = \frac{1}{1 + K_1 \cdot A(z, z)} \quad \text{--- (4-41)}$$

ここで、 $A(z, z)$ は次式で与えられるものである。

$$A(z, \beta) = \frac{(1-\nu^2)\sqrt{1+p^2}}{4p\sin\beta} \cdot S(\beta, p) + S_1(1+\nu)\lambda_T \sqrt{\frac{1+p^2}{1+p^2\cos^2\beta}}$$

$$\cdot \left\{ (1-\nu)(S_2-1)K(1-\lambda^2) - \frac{3-2\nu}{16} \cdot \frac{\pi\lambda}{\bar{h}} (S_2^2-1) \right\}$$

$$\cdot \frac{z\beta}{\sigma_e^2} - \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{4} \cdot \frac{\sqrt{(1+p^2)(1+p^2\sin^2\beta)}}{\bar{h}p\sin\beta\lambda_T}$$

$$\cdot f(z) \quad \text{--- (4-42)}$$

これによつて、微小突起の塑性変形量 β と表面凹凸の高さ z との関係が与えられたことになる。式(4-41)は、非線形常微分方程式となり、解析解を得ることは困難であり、本章では、Runge Kutta法による数値計算をすることとする。

表面凹凸による接触部弾性変形量 δ_E は、 Δz による微小増分の形 $\Delta\delta_E$ であらわせれば、次式となる。

$$\Delta\delta_E = \Delta\delta_o + \Delta\delta_{oc} - \Delta\delta_{oh} - \Delta\delta_{me} \quad \text{--- (4-43)}$$

δ_E は上式を積分すればよい訳であるが、第3章§2の接触過程に従えば、積分範囲は $z \sim k\sigma_e$ であり、式(4-41)の初期条件は、 z において $\beta = 0$ である。すなわち z に対して $z \sim k\sigma_e$ の範囲の積分を行えば、 z と δ_E との関係が数値的に得られる。

みかけの接触面積 A にかかる垂直荷重 P は、第3章§2の接触過程を考えて、接触突起の Δz による接触面積の増分が

$$4 \tan\theta_1 \cdot \tan\theta_2 \cdot \beta \Delta z / \sin\beta$$

であることから、式(4-5)より

$$\frac{P}{P_m} = A \int_0^{\frac{z}{\sigma_e}} \frac{z}{\sigma_e^2} f(z) dz \quad (4-44)$$

で与えられる。これは、剛性真平面が最高の突起に接してから、 z の高さの突起に接するまでに生ずる塑性変形量で、式(4-41)を $z \sim k\sigma_e$ の範囲で積分して得られる。従って、この範囲で生ずる塑性変形による二平面の食込量 δ_s は

$$\delta_s = z \quad (4-45)$$

となる。以上の δ_E , P , δ_s は、初期条件を z において $z=0$ とし、積分範囲も $z \sim k\sigma_e$ とすることにより得られ、すべての z に対して、これをくり返せば、 δ_E-P , δ_s-P 曲線が得られる。ただし、ここでも第3章§2と同様に接触後の $f(z)$ の変化は無視できるものとしている。

§4 計算結果と実験結果の検討

4-1 実験方法と実験条件

実験装置、試料形状、実験方法は第3章§4と同様である。試料の実験装置へのセットは、試料側面に刻まれたケガキ線を合わせるようにし、交叉角 β が正確に出せるようにした。試料側面には、あらかじめ表面凹凸の方向(研削方向)とそれを 45° , 90° を示すケガキ線が刻んであり、これを基準に表面が加工されている。加工時の取付誤差、実験装置への取付誤差は、両者を合わせて試料 40° 外周で $\pm 0.5 \text{ mm}$ 以内であった。試料接触面は、介在物の影響を排除するため常に清

淨な状態で使用するようにした。

実験に使用する試料の接触面の表面凹凸の性質は、表4-1に示すものである。接触面の加工は平面研削加工とし、表4-1の性質は研削方向に対して直角な方向の性質である。表中の試料No.の記号SはSK3, S38Cの鋼材を、CはFC15の材料を意味する。同一のNo.の試料は数個用意され、いずれも表4-1の値で代表できることを確かめてある。接触時の試料接触面の表面凹凸の方向交叉角 β は、 $\beta = 45^\circ$

表4-1 接触表面凹凸の性質

試料No.	$\sigma (\mu)$	$\overline{\tan \theta}$	P_m (kg/mm^2)	加工方法
S12	0.29	16.0	506	Grinding
S14	0.86	8.49	320	"
S18	1.00	8.83	219	"
S19	1.40	6.53	319	"
S20	2.13	7.91	233	"
S22	2.07	7.91	324	"
S23	1.08	9.53	501	"
S26	0.31	15.8	324	"
S27	0.44	18.8	452	"
S28	0.28	16.0	441	"
S29	0.29	15.8	338	"
S33	0.59	15.1	228	"
S34	0.60	14.7	230	"
C10	0.28	19.1	277	"
C11	0.34	15.6	307	"
C13	2.27	8.35	300	"
C15	0.95	9.01	297	"
C16	0.87	9.39	287	"
C17	1.23	9.49	319	"
C21	1.07	8.97	292	"
C24	2.42	7.56	301	"

表4-2 接触時の接触面特性

実験No.	試料組合せ	σ_e (μ)	$\tan \theta_e$	P_m (kg/mm^2)	E ($\times 10^4$ kg/mm^2)	K_1	ρ
SS11	S20:S18	2.36	5.89	219	1.154	0.14	0.9
SS12	S20:S22	2.97	5.59	233	"	0.14	1.0
SS13	S23:S18	1.47	6.48	219	"	0.16	0.9
SS14	S23:S29	1.12	8.16	338	"	0.30	0.6
SS15	S33:S34	0.84	10.6	228	"	0.27	1.0
SS16	S26:S27	0.54	12.1	324	"	0.43	0.8
SS17	S29:S26	0.42	11.2	324	"	0.40	1.0
SS18	S23:S12	1.11	8.19	501	"	0.45	0.6
SC11	S19:C11	1.44	6.02	307	0.815	0.29	0.4
SC12	S14:C15	1.28	6.18	297	"	0.29	0.9
SC13	S28:C10	0.40	12.6	277	"	0.54	0.8
CC11	C24:C13	3.31	5.61	300	0.630	0.34	0.9
CC12	C15:C16	1.29	6.50	287	"	0.38	1.0

$\alpha = 90^\circ$ の二種類とし、試料の組合せとそれをあらわす実験No. を表4-2に示す。表4-2の表面凹凸の性質は、組合せ時の数値である。接触荷重の範囲は、平均垂直応力である第2章と同様に $0.005 \text{ kg/mm}^2 \sim 5.2 \text{ kg/mm}^2$ とした。

4-2 表面凹凸の方向を交叉させた接触部弾性変形

4-2-1 計算結果と実験結果の比較

表面凹凸の方向を β の角度で交叉させた場合の接触部の弾性変形量 δ_e と垂直荷重 P との関係は、式(4-43)、式(4-44)で計算されるが、本章では第2章図2-63を考慮して積分範囲を $1\sigma_e \sim 6\sigma_e$ として電算機で計算された。計算手順は、任意の z において $\rho = 0$ を初期条件とし、 z に

ついで $z \sim 60^\circ$ の範囲で式 (4-41) を Runge-Kutta 法により数値計算する。これにより、 z と r の関係が求められ、式 (4-43)、式 (4-44) が数値計算できる。この操作を各 z に対してくり返せば δ_E と P の関係が得られる。数値計算にあたり、各定数は次の値を使用した。

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 2.8 \\ S_2 &= 1.1 \\ \bar{h} &= 3.3 \end{aligned} \right\} \text{-----} (4-46)$$

以上の数値により得られた計算結果は図 4-17 の実線であらわされるものである。この図は表面凹凸の方向の交叉角 $\beta = 90^\circ$ に対し、 K_1 および P 別に示したもので、 $\bar{P}$ 、 $\bar{\delta}_E$ は次の無次元量である。

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= P / A P_m \\ \bar{\delta}_E &= \delta_E / \sigma_e \end{aligned} \right\} \text{-----} (4-47)$$

第 3 章の結果と同様に、 $\bar{P}$ と $\bar{\delta}_E$ とは両対数紙上でほぼ直線の関係にある。図に示されている実験値は表 4-2 の組合せに対する結果で、 $\beta = 45^\circ$ (※印)、 90° の二種類について実験したものである。 $\beta = 45^\circ$ と 90° の結果にはほとんど差が認められず、データのばらつきを許容すれば、計算値は実験値によく近似されている。したがって、三次元表面凹凸の性質に対して種々の仮定および近似を含む本章の接触理論は、現象を定量的に説明しているものと考えらる。

図 4-17 からわかるように、接触部の性質を示す接触係

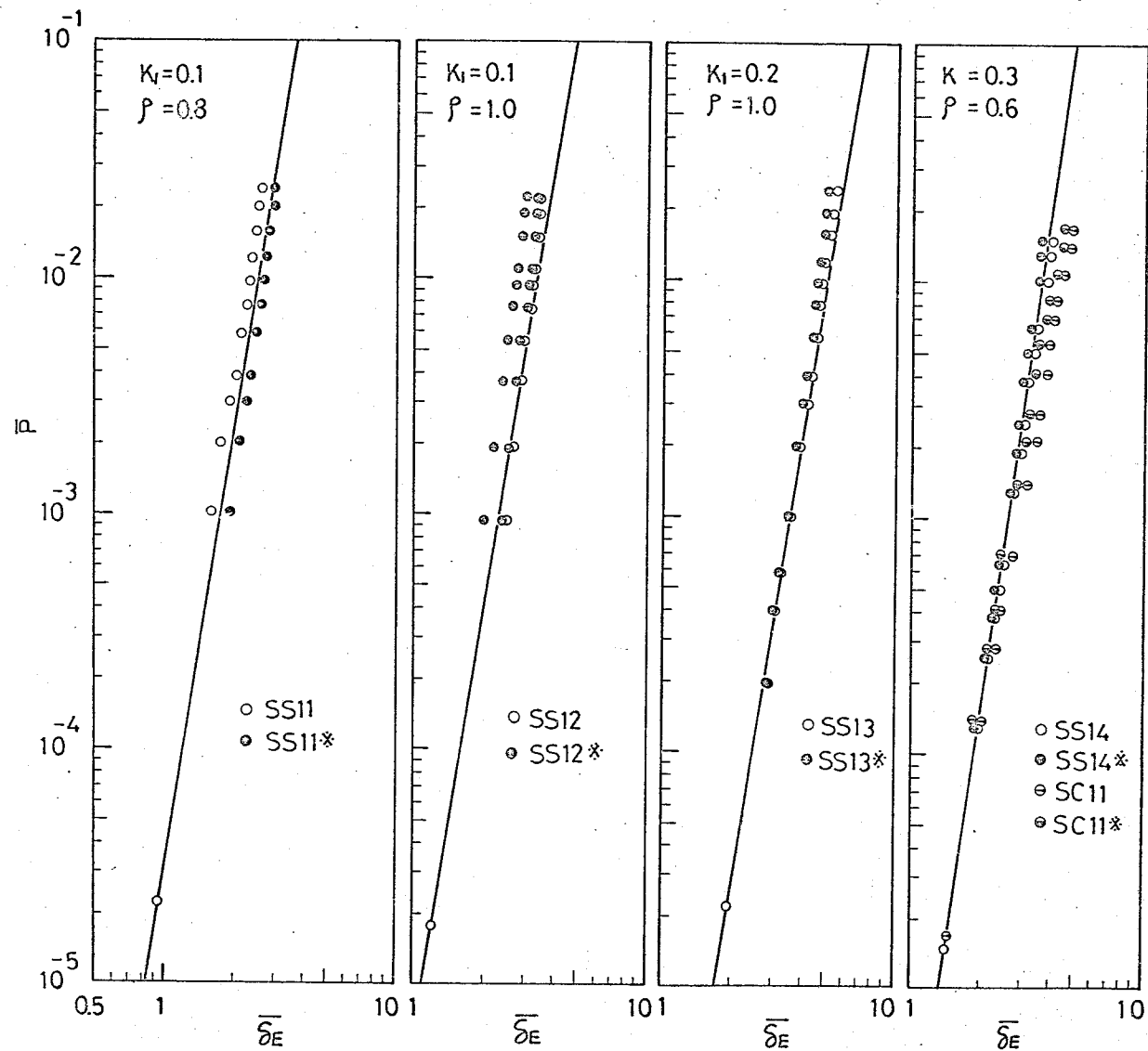


図4-17 $\bar{\sigma}_E$ と $\bar{P}$ との関係 (その1) ※印: $\beta = 45^\circ$ 他は $\beta = 90^\circ$

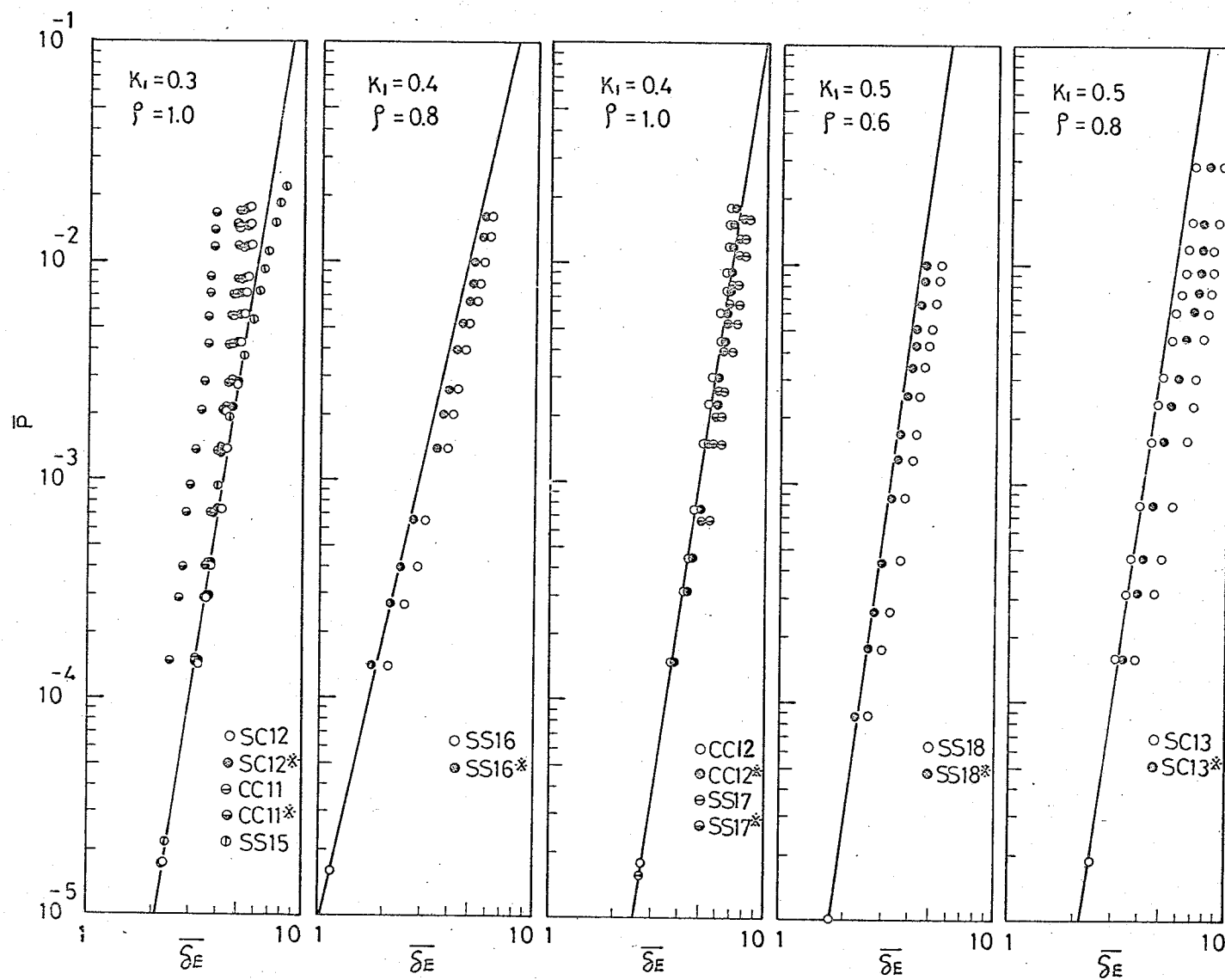


図4-17 $\bar{\delta E}$ と $\bar{p}$ の関係 (402) ※印: $\beta = 45^\circ$ その他は $\beta = 90^\circ$

数 K_1 の増加に伴ない $\bar{\delta}_E$ は増大する。すなわち、かたさの高いものほど、また表面凹凸の小さいものほど K_1 が大きくなり、 $\bar{\delta}_E$ が大きくなる。絶対量 δ_E については、かたさの高いものほど、また概して Q_e の大きいものほど δ_E が大きくなる。 Q_e に関して $\bar{\delta}_E$ と δ_E の現象が異なる理由は、第2章の σ と Q_e との関係から明らかなるように、 σ の増加の割合に対して Q_e の増加の割合が小さいためである。

4-2-2 β および ρ と接触部弾性変形

方向性のある表面凹凸の接触において、交叉角 β および表面凹凸の突起の傾斜の比 ρ と接触部弾性変形量 δ_E との関係は、図4-18の $\bar{\delta}_E$ と $\bar{P}$ の関係図で本研究の取扱っている範囲 $\bar{P} = 2 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-2}$ において生ずる弾性変量 $\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$ もって検討することにする。 $\bar{\delta}_{E1}$ は、第3章において表面凹凸の方向を一致させた接触 ($\beta = 0^\circ$) の場合の弾性変形量を、 $\bar{\delta}_{E2}$ は本章におけるものをあらわすものである。この両者の比 $\bar{\delta}_{E2} / \bar{\delta}_{E1}$ は、交叉角 β に対

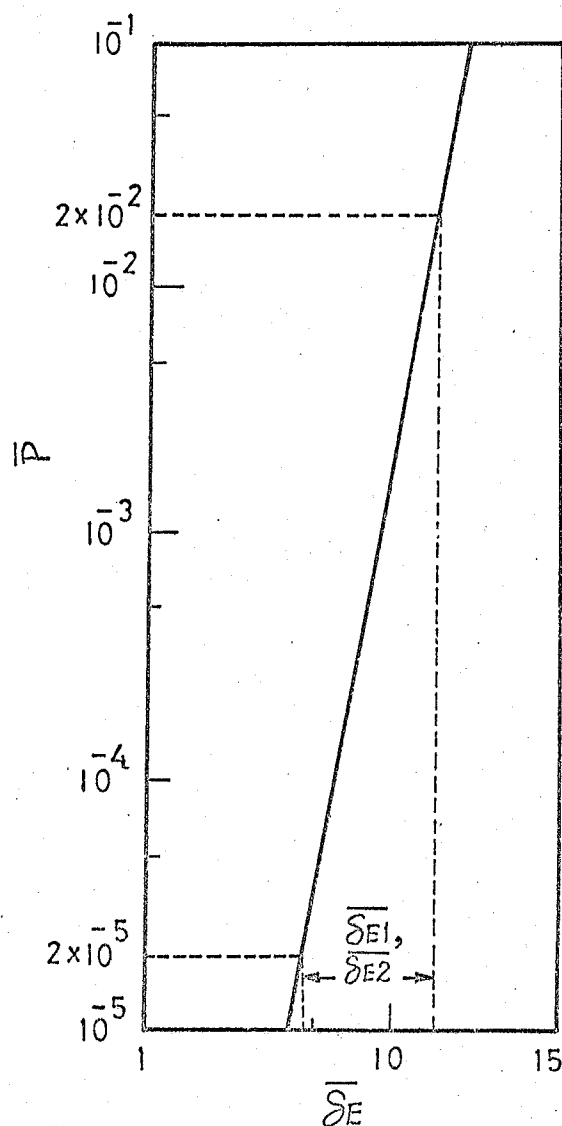


図4-18 $\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$ の定義

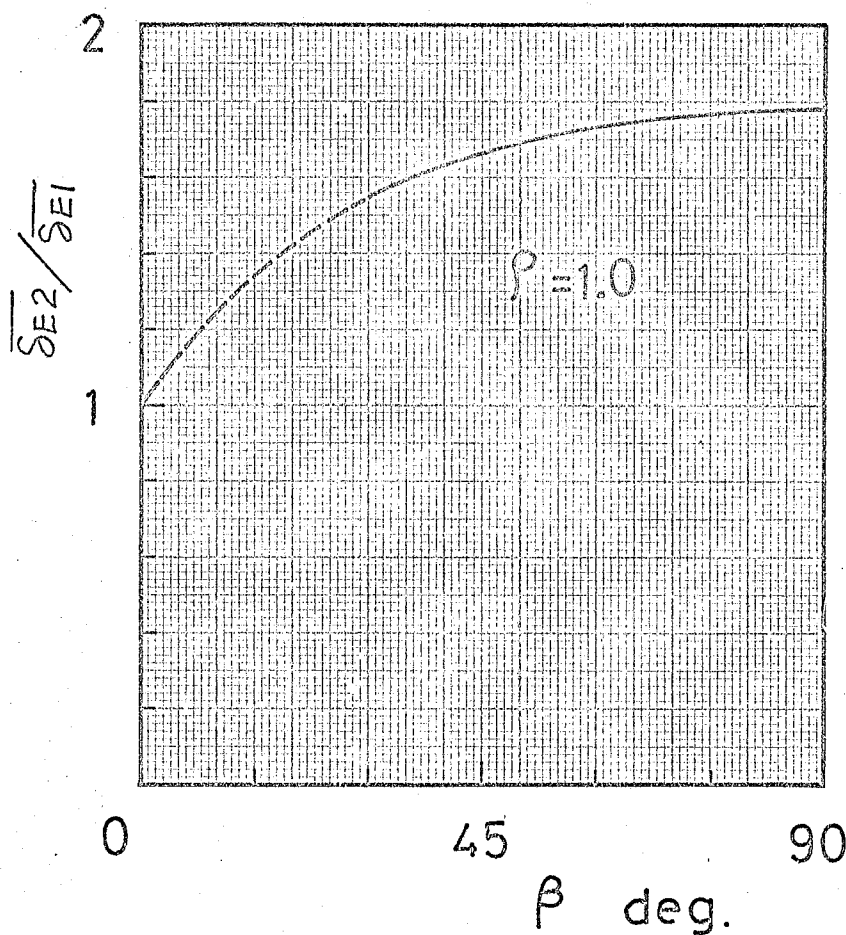


図4-19 \$\beta\$ と \$\overline{\sigma_{E2}}/\overline{\sigma_{E1}}\$ の関係

して、 K_1 の値に関係なく図4-19に、ほぼ近似される。 $\beta \geq 30^\circ$ の範囲においては $\overline{\sigma_{E2}}/\overline{\sigma_{E1}}$ の変化は小さく、 $\beta \geq 45^\circ$ においてはほとんど一定とみなすことができる。これは、図4-17において $\beta = 45^\circ$ と 90° の実験値に有意差が認められないことから、実験的にも確かめられる。 $\beta = 90^\circ$ 、 $\rho = 1.0$ においては $\overline{\sigma_{E2}}/\overline{\sigma_{E1}} \approx 1.8$ となり、第3章の結果の1.8倍の変位をすることになる。 $\beta < 30^\circ$ の破線部は、本章の理論では β の小さい所まで計算できなかったための外挿線である。これは、本章の理論が、接触点間隔に対して接触点の大きさの小さく、接触点の荷重が集中荷重で近似できる範

囲のものであり、 $\beta = 0^\circ$ のように接触点の形状が細長くなり線荷重とみなせる範囲まで広げることができないためである。

表面凹凸の微小突起の傾斜の比 ρ と $\overline{\delta_{E2}} / \overline{\delta_{E1}}$ との関係は K_1 にほとんど関係なく図4-20のようになり、 $\rho \leq 0.6$ では第3章の結果、すなわち $\beta = 0^\circ$ の状態の結果と一致する。 $\rho \leq 0.4$ の破線部は、 β の場合と同様に本章の理論では計算できない範囲であり、 $\beta = 0^\circ$ において $\overline{\delta_{E2}} / \overline{\delta_{E1}} = 1$ となることから外挿したものである。図からわかるように、 $\rho \geq 0.6$ では $\overline{\delta_{E2}} / \overline{\delta_{E1}}$ は急激に増加し、 ρ の影響が大きい。

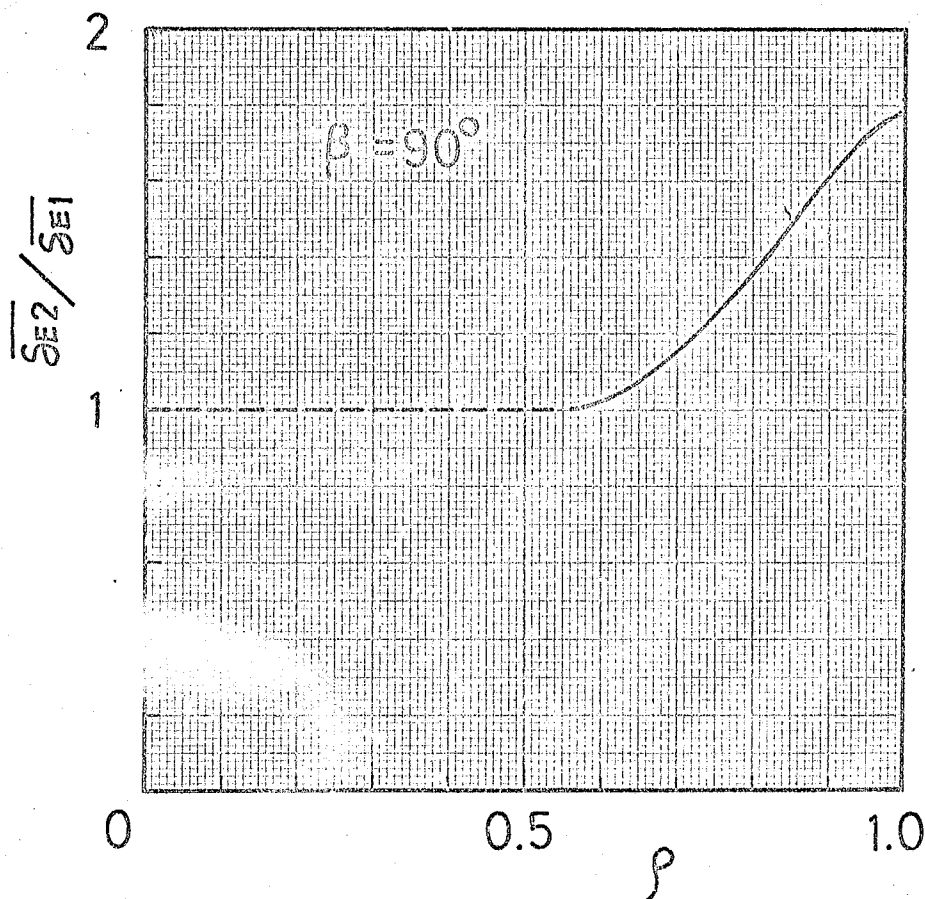


図4-20 ρ と $\overline{\delta_{E2}} / \overline{\delta_{E1}}$ の関係

4-3 微小突起の塑性変形による二平面の食込量

微小突起の塑性変形による二平面の食込量 δ_s と垂直荷重 P との関係は、式(4-44)、式(4-45)により計算される。計算方法は、 δ_E の計算の場合と同様であり、 δ_s は

$$\bar{\delta}_s = \delta_s / \sigma_e \quad \text{-----} \quad (4-48)$$

で無次元化することにする。 $\bar{\delta}_s$ と $\bar{P}$ との関係は、図4-21に示すようになり、実線は計算値を、実験値は表4-2の結果をあらわすものである。実験値にばらつきがみられるが、計算値は実験値にほぼ一致しているものと考える。図4-21からわかるように、 $\bar{\delta}_s$ は K_1 の増加に伴ない減少する。すなわち、かたさの高いものほど、 σ_e の小さいものほど $\bar{\delta}_s$ は小さくなる。

従来の微小突起の塑性変形による二平面の食込量の理論は、微小突起の材質を完全塑性体とするもので前章式(3-69)、式(3-70)にあらわされたように

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= \int_z^{k\sigma_e} f(z) dz \\ \bar{\delta}_s &= k - z / \sigma_e \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} \quad (4-49)$$

で与えられる。この結果と本章の理論値との比較を前章図3-30の条件と同様に図4-22に示す。破線は式(4-49)で計算された従来の理論値であり、実線は本章の計算結果である。また一点鎖線は前章の表面凹凸の方向を一致させた結果で $\beta = 0^\circ$ に相当するものである。図は、 $\bar{P} = 2.2$

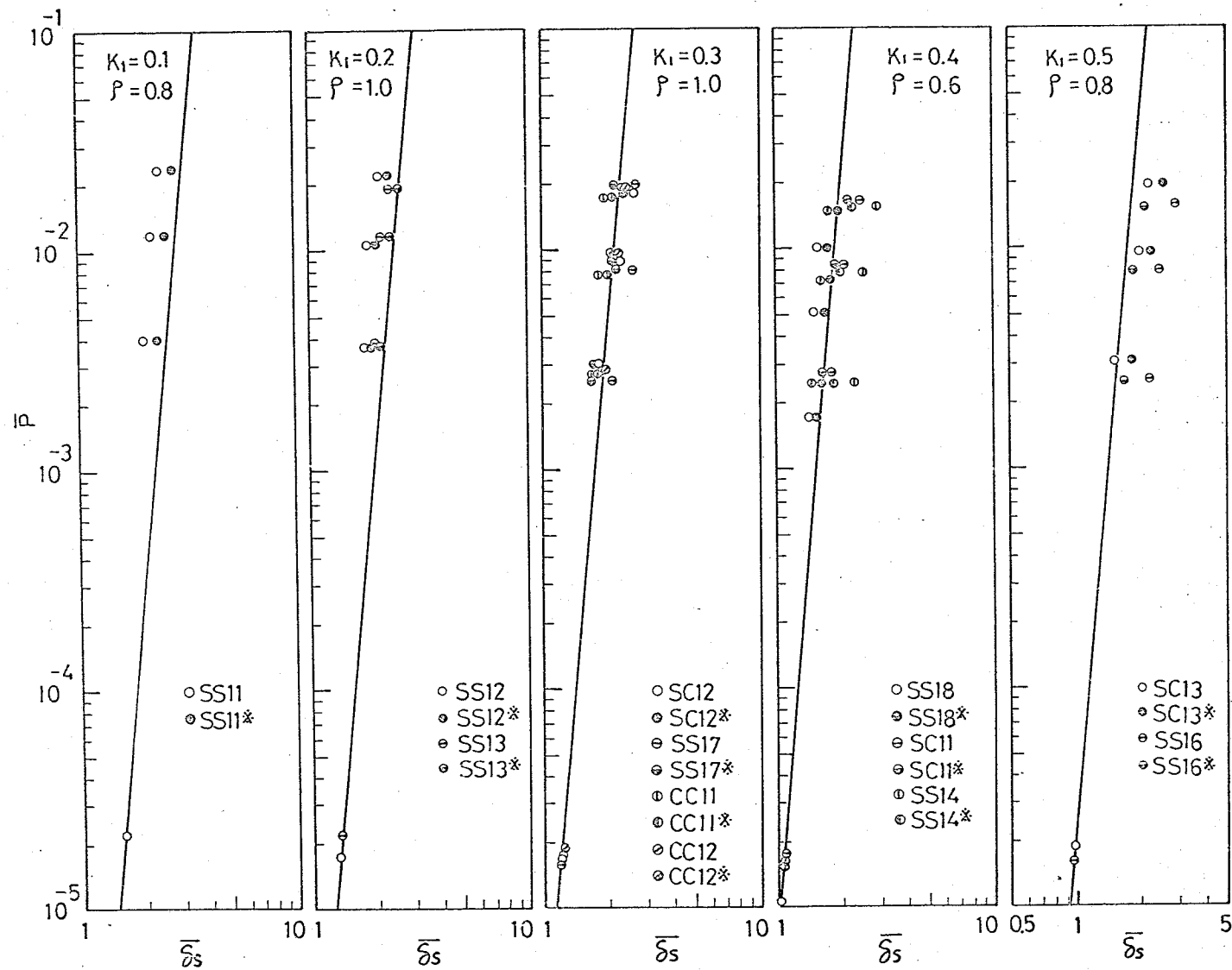


図4-21

$\bar{S}$ と $\bar{P}$ の関係

*印: $\beta = 45^\circ$ その他は $\beta = 90^\circ$

$\times 10^{-4}$ で一致させて比較したものである。 $\beta = 90^\circ$ の場合には、表面凹凸の方向を一致させた結果より大きく、式(4-49)の従来理論値に近づいてゆく。 K_1 が小さい場合にはさらに式(4-49)の結果に近くなつてゆく。これは、 $\beta = 90^\circ$ のスリットの実験結果⁽⁵⁹⁾とも傾向が同じである。

β および P に対する $\bar{\delta}_s$ の関係は、図4-18の $\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$ と同様に、 $\bar{\delta}_{S1}$, $\bar{\delta}_{S2}$ を考えることにする。すなわち、 $\bar{\delta}_{S1}$ は表面凹凸の方向を一致させた接触における $\bar{P} = 2 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-2}$ の範囲で生ずる $\bar{\delta}_s$ であり、 $\bar{\delta}_{S2}$

は、同様の範囲の本章の結果で

ある。 β と $\bar{\delta}_{S2} / \bar{\delta}_{S1}$ との関係は、接触係数 K_1 に関係なく図4-23に示すようになり、 $\beta \geq 45^\circ$ では β による影響が小さいことがわかる。これは、図4-21の $\beta = 45^\circ$ (*EP) と $\beta = 90^\circ$ の実験結果の比較によってわかる。 $\beta = 90^\circ$, $P = 1.0$ における $\bar{\delta}_{S2} / \bar{\delta}_{S1}$ は約1.3である。

P に対する $\bar{\delta}_{S2} / \bar{\delta}_{S1}$ の関係は、図4-24に示すようになり、これも接触係数 K_1 の影響をほとんど受けない。図からわ

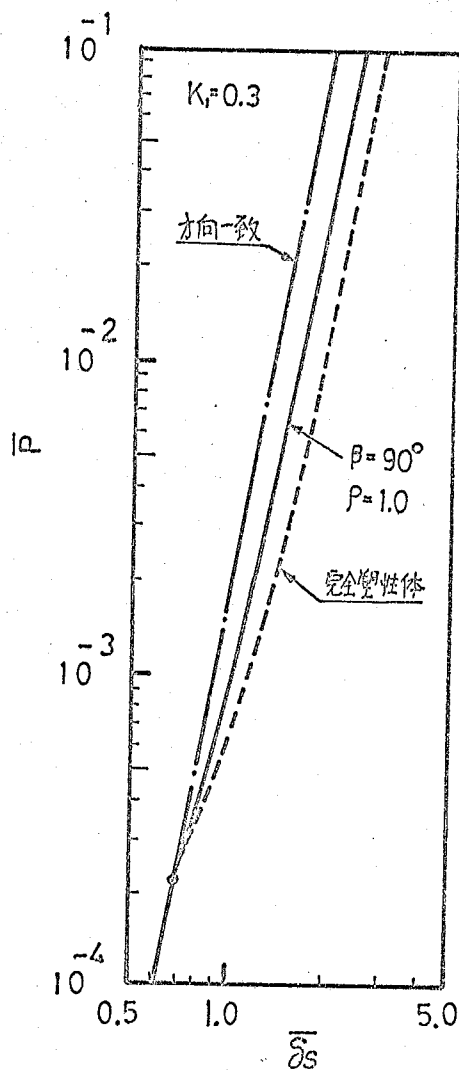


図4-22 従来の理論による $\bar{\delta}_s$ との比較

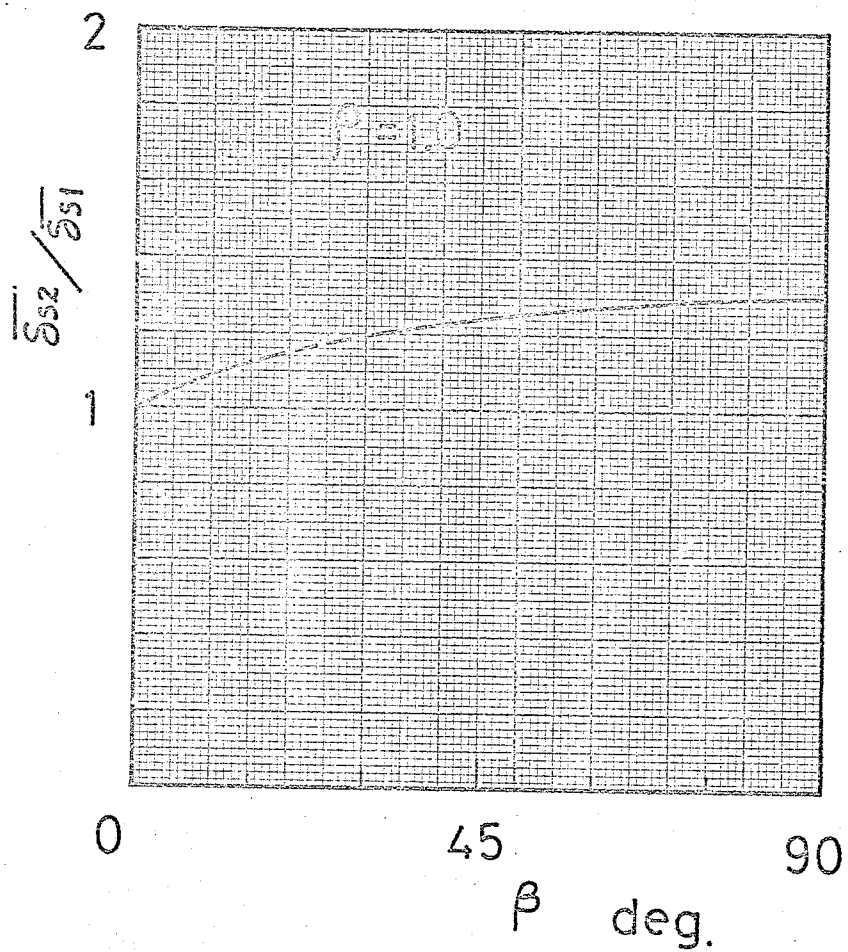


図 4-23 β と $\overline{\sigma_{s2}}/\overline{\sigma_{s1}}$ の関係

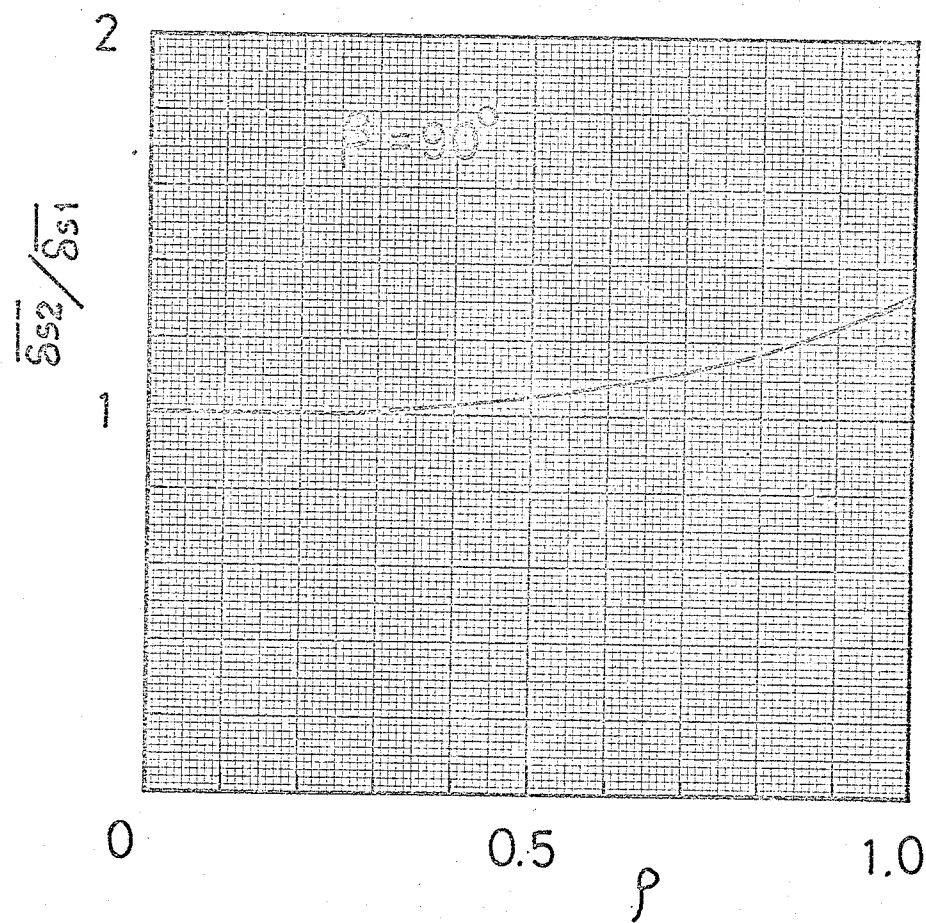


図 4-24 ρ と $\overline{\sigma_{s2}}/\overline{\sigma_{s1}}$ の関係

かるように、 $\rho \geq 0.5$ で $\overline{\delta_{s2}} / \overline{\delta_{s1}}$ は増加する傾向があり
 $\rho < 0.5$ では表面凹凸の方向も一致させた接触とほとんど
 同じになる。

§5 結 言

方向性を有する表面凹凸同士の接触において、表面凹凸
 の方向を任意に交叉させた場合の接触機構について次の結論
 を得た。

- (i) 表面凹凸の方向も交叉させた接触は、剛体真平面と四
 角錐突起の接触におきかえられる。
- (ii) 本章の計算結果は、平面研削加工面を対象とした実験
 値と定量的に一致する。
- (iii) 接触部の弾性変形量の無次元量 $\overline{\delta_E}$ と垂直荷重の無次
 元量 $\overline{P}$ とは両対数紙上でほぼ直線の関係がある。 $\overline{\delta_E}$ は K_1
 の増加により増大し、絶対量 δ_E はかたさの高いものほど
 表面凹凸の標準偏差の大きいものほど大きい。
- (iv) 表面凹凸の方向の交叉角 β の増加は、 $\overline{\delta_E}$ を増加させる
 が、 $\beta \geq 45^\circ$ ではほとんど β の影響を受けずほぼ一定と
 みなしてよい。
- (v) 接触 = 平面の微小突起の傾斜の比 ρ の増加に伴ない、
 $\overline{\delta_E}$ は増加する。 $\rho \leq 0.5$ では表面凹凸の方向を一致さ
 せた接触の結果とほとんど一致する。
- (vi) $\beta = 90^\circ$, $\rho = 1.0$ のときの $\overline{\delta_E}$ は、表面凹凸の方向
 も一致させた場合の約 1.8 倍となる。
- (vii) 表面凹凸の微小突起の塑性変形による二平面の食込量

の無次元量 $\bar{\delta}_S$ は、 $\bar{\delta}_E$ の場合とは逆に接触係数 K_1 の増加に伴ない減少する。

(viii) β と ρ の $\bar{\delta}_S$ に及ぼす影響は、 $\bar{\delta}_E$ の場合と同様であり、

$\beta = 90^\circ$, $\rho = 1.0$ における $\bar{\delta}_S$ は表面凹凸の方向を一致させた場合の結果の約 1.3 倍となり、 K_1 の小さい範囲では、微小突起を完全塑性体とした従来の理論値に近くなる。

第5章 方向性のない表面凹凸を含む接触 変形機構

§1 緒言

ラッパ仕上げされた面のように、その面上におけるすべての方向の表面凹凸の性質が同じものを方向性のない表面凹凸と定義することにする。方向性のない表面凹凸としては、上記のラッパ仕上げ面の他に、電解加工面、放電加工面、砂吹面等がこれに含まれるものである。これらの表面凹凸は、三次元的に取扱われるべきものであるが、第4章で取扱った表面凹凸の方向を交叉させた接触における表面凹凸(剛体真平面との接触におきかえたときの表面凹凸)の三次元問題とは異なる。すなわち、表面凹凸の方向を交叉させた接触の接触状態にある表面凹凸は、二次元的な組合せから成っており、接触面の表面凹凸はそれぞれ二次元的であるからである。

方向性のない表面凹凸の接触問題も、第3章、第4章と同様に接触=平面のうち一方を剛体真平面とし、表面凹凸を他の面に等価させて解析することができる。表面凹凸の微小突起の形状は、表面凹凸に方向性がないことから円錐形、半球形に近似することが一般的であるが、表面凹凸の断面形状の情報から形状係数を導き、任意の形状を考えたものもある⁽³⁸⁾。さらに、弾性接触のみを対象とし、Hertz接触を利用する関係から微小突起を半球状に仮定した報告もみられるが⁽¹⁹⁾、いずれも、その利用目的のために有利な形状を適用しており、一

義的に決定することは困難である。これは、表面凹凸の接触問題が表面凹凸の統計量、幾何学的形状、微小突起の変形理論等の組合せとなり、その解析が非常に複雑となるためであり、したがって表面凹凸の厳密な形状の定義よりも、その目的に対する解析のし易さ、利用のし易さに重点をおかざるを得ないようである。本章で取扱う方向性のない表面凹凸の微小突起の形状は、前章までの三角形突起と関連させて、円錐形で近似することにする。

表面凹凸曲線の分布形についても、上記微小突起の形状と同様に正規分布形、三角形分布形等が考えられており、突起との組合せで多くの種余りの形態が考えられる。⁽⁴⁾ 表面凹凸の分布形は、融針式あらし計により得ることが最も一般的で簡便であるが、これは一断面の情報のみであることから、面全体の表面凹凸の性質については種々の議論がみられる。この中には、面の表面凹凸の分布形は、その面上において直交する二断面の分布関数の積とすべきであるという議論もみられるが、第4章§2で検討したように、任意の断面における分布形をもって面の分布関数とすべきである。

本章では、以上の考えに基づいて方向性のない表面凹凸の微小突起を円錐形とし、表面凹凸曲線の密度関数を等傾斜正規分布で近似し、この面と方向性のない表面凹凸および方向性を有する表面凹凸との弾塑性接触機構を解析する。なお、接触機構の解析にあたっての諸仮定、諸前提は、ほとんど第3章§2に従うものである。

§2 方向性のない表面凹凸同士の接触

2-1 微小突起の弾塑性変形

方向性のない表面凹凸の性質は §1 緒言で述べたように次項を仮定する。

(i) 微小突起形状を円錐形とする。

(ii) 面の表面凹凸曲線の密度関数を等傾斜正規分布とする。

仮定 (ii) は、第4章 §2 によるものである。

表面凹凸の微小突起を円錐とした場合の接触状態は、図5-1に示すものが考えられる。接触している微小突起の接触部の平均平面への正射影は、図の (a), (b), (c) によりそれぞれ異なるものであるが、一方の表面を剛体真平面とするときの他方の面の表面凹凸の微小突起の形状は、第3章の図3-20にみられる断面形状をもつ。これは近似的に傾斜が $\tan \theta_e$ の円錐突起とすることが出来る。(詳細については、第3章 §3 を参照)。このときの $\tan \theta_e$ の密度関数 $f(\tan \theta_e)$ は、第3章式(3-62)と同様に

$$f(\tan \theta_e) = N(\tan \theta_{a1} + \tan \theta_{a2}, \sigma_{\theta_e}^2) \quad \text{--- (5-1)}$$

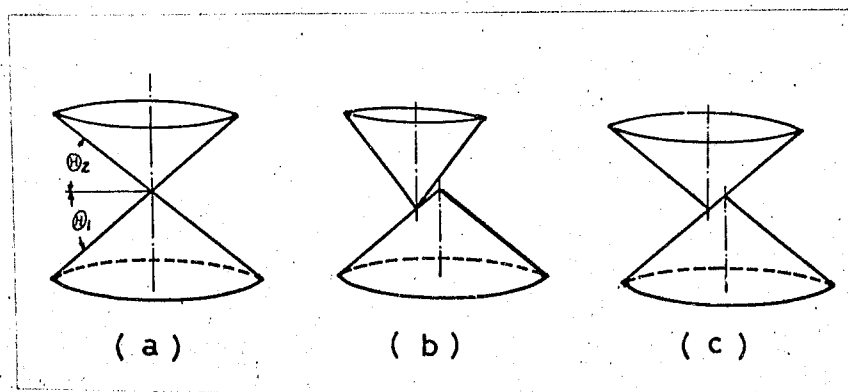


図5-1 円錐突起の接触状態

となり、ここで

$$\tan \Theta_a = 1.54 \sigma_{\xi} \quad (5-2)$$

$$\sigma_{\Theta e}^2 = \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{m} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right)^2 \right\} \left\{ \frac{1.54}{\Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right)} \right\}^2 \sigma_{\xi e}^2 \quad (5-3)$$

$$\sigma_{\xi e}^2 = \sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2 \quad (5-4)$$

である。 $\tan \Theta_e$ の平均 $\overline{\tan \Theta_e}$ は

$$\tan \Theta_e = 1.54 \sigma_{\xi e} \quad (5-5)$$

で与えられる。さらに、剛体真平面との接触における突起の半頂角を Θ_e とするときの $\tan \Theta_e$ の平均 $\overline{\tan \Theta_e}$ は

$$\overline{\tan \Theta_e} = 0.93 / \sigma_{\xi e} \quad (5-6)$$

で与えられる。

表面凹凸の密度関数 $f(z)$ は、接触 = 平面のそれを $f_1(z)$ 、 $f_2(z)$ とおけば、剛体真平面との接触におよぼされた場合、第4章 §2 と同様に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f(z) &= N(0, \sigma_e^2) \\ \sigma_e^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

さらに、式 (5-7) に示した密度関数 $f(z)$ において、高さ z 以上に存在する接触に関する突起の総数 N_z は、接触突起の接触面積が $\pi \overline{\tan \Theta_e}^2$ に比例することから、第4章式 (4-5) において $4 \overline{\tan \Theta_1} \cdot \overline{\tan \Theta_2} / \sin \beta$ のかわりに、 $2\pi \overline{\tan \Theta_e}^2$ を代入して

$$N_z = \frac{1}{2\pi \tan \theta_e^2} \cdot \frac{A z}{\sigma_e^2} \cdot f(z) \quad (5-8)$$

を得る。ここで A はみかけの接触面積である。

弾性変形に用いられる基礎式は、半無限体上の集中荷重によるもので、次式であらわされる。

$$S = \frac{1+\nu}{2\pi E} \cdot Q \cdot \left\{ 2(1-\nu) \frac{1}{(r^2+h^2)^{3/2}} + \frac{h^2}{(r^2+h^2)^{5/2}} \right\} \quad (5-9)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

ここで、 Q は集中荷重であり S は弾性変形量である。 x, y は平面上の直交座標で荷重点からの距離をあらわし、 h は深さ方向の座標である。剛体真平面に接触した微小突起が、図5-2のように Δz の微小な塑性変形を生じた場合の突起の変形について考える。図5-2において、 z の塑性変形が生じている状態で、さらに微小な塑性変形の増分 Δz が生じた場合、接触面積の増分は

$$2\pi \tan \theta_e^2 \cdot z \Delta z \quad (5-10)$$

で与えられる。接触部の垂直応力は塑性流動応力 p_m で代表される（第3章 §2 の仮定）ことから、接触している微小突起の中心の表面変位 S_0 は、 Δz による増分 ΔS_0 の形で、式

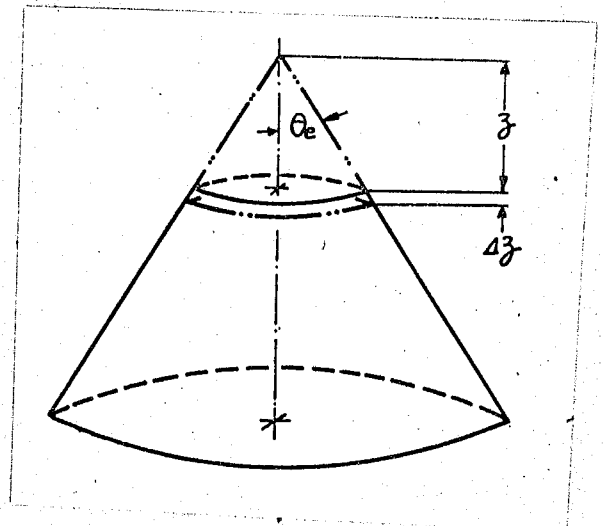


図5-2 微小突起の塑性変形

(5-9) より

$$\begin{aligned} \Delta S_0 &= \left[\frac{d}{dz} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{\overline{z \tan \theta_e}} S_{h=0} r dr d\phi \right\} \right] \Delta z \\ &= \frac{2 \overline{z \tan \theta_e}}{E} \cdot (1-\nu^2) p_m \Delta z \end{aligned}$$

となる。接触=部材の表面の性質をあらわす接触係数 K_1 は

$$K_1 = \frac{4 \cdot \overline{z \tan \theta_e}}{\pi E} p_m \quad (5-11)$$

で与えられることから、 ΔS_0 は次式となる。

$$\Delta S_0 = K_1 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (1-\nu^2) \Delta z \quad (5-12)$$

接触部の弾性変形量は、平均変位を除いて考えるため、点状にしている接触点の荷重による垂直応力の偏在がほぼ0とみなせる面の深さ h が重要となる。接触点近傍の接触点の平均間隔は、第4章 §2 と同様に取り扱うことができ、方向性のない表面凹凸同士の接触においては、接触平面上のすべての方向に対して表面凹凸の性質が同じであることから、すべての方向に平均間隔 h となる。したがって、第4章式(4-15)、式(4-17)、式(4-18)は、本章では次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 1.0 \\ \lambda_T &= 1.0 \\ t_0 &= 2 \overline{z \tan \theta_e} / f(z) \end{aligned} \right\} \quad (5-13)$$

上記の弾性変形を考える深さ h は、第4章式(4-37)と同様に決定される。図5-3に示されるように、表面からの

深さ h の面上で垂直応力が偏在する。突起の接点直下の h の面における垂直応力を σ_{co} 、平均垂直応力を σ_{cm} とおけば、図 5-3 の応力の偏在は次式であらわされる。

$$\frac{\sigma_{co} - \sigma_{cm}}{\sigma_{cm}}$$

$$= \frac{15}{128} \left(\frac{1}{\bar{h}} \right)^4$$

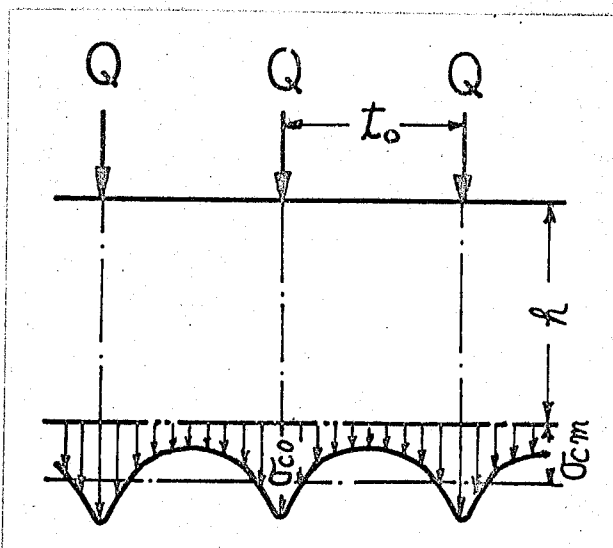


図 5-3 h の面の垂直応力

$$\text{-----} (5-14)$$

ここで、

$$\bar{h} = \frac{h}{l_0}$$

$$\text{-----} (5-15)$$

式 (5-14) の結果は図 5-4 のようになり、 $\bar{h} \div 3 \sim 4$

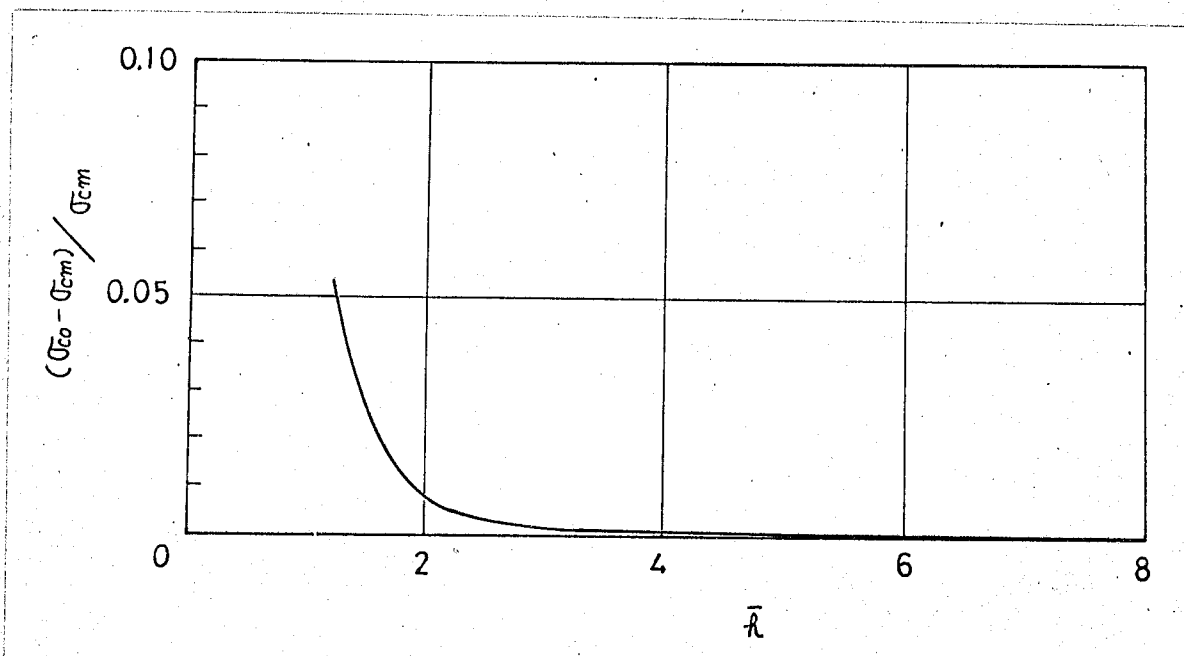


図 5-4 $\bar{h}$ に対する $(\sigma_{co} - \sigma_{cm}) / \sigma_{cm}$

で十分と考えられる。

以上のようにして得られた表面からの深さ h の面における荷重点直下の垂直方向弾性変位 δ_{oh} は、接触点の大きさに対して h が大きいものと考えられるため、接触点荷重を、 $Q = \pi \cdot \overline{\tan \theta_e}^2 \cdot \bar{z}^2 \cdot p_m$ とおいて式 (5-9) より

$$\delta_{oh} = \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{2E} \cdot \frac{\overline{\tan \theta_e}^2 p_m \bar{z}^2}{h}$$

となる。接触係数 K_1 を用い、 Δz による増分の形 $\Delta \delta_{oh}$ で上式をあらわせば、

$$\Delta \delta_{oh} = K_1 \frac{\pi}{8} (1+\nu)(3-2\nu) \frac{f(z)}{\bar{h}} \bar{z} \Delta \bar{z} \quad \text{--- (5-16)}$$

となる。

表面凹凸の接触が、第3章 §2 で考えられた接触過程に従えば、表面と深さ h の面との間の平均弾性変位の Δz による増分 $\Delta \delta_{me}$ は、平均応力の増分を $\Delta \sigma_{cm}$ とおいて次式となる。

$$\Delta \delta_{me} = \frac{\Delta \sigma_{cm}}{E} \cdot h \cdot (1+\nu)(1-2\nu)$$

Δz による平均応力の増分 $\Delta \sigma_{cm}$ は、式 (5-8)、式 (5-10) より

$$\Delta \sigma_{cm} = \frac{\bar{z} \bar{z}}{\sigma_e^2} \cdot p_m \cdot f(z) \cdot \Delta \bar{z} \quad \text{--- (5-17)}$$

となる。従って

$$\Delta \delta_{me} = K_1 \frac{\pi}{2} (1+\nu)(1-2\nu) \bar{h} \cdot \frac{\bar{z} \bar{z}}{\sigma_e^2} \cdot \Delta \bar{z} \quad \text{--- (5-18)}$$

を得る。

接触点近傍の Δz による平均応力の増分は、第4章式(4-31)を考慮して次式で与えられる。

$$S_1 \cdot \Delta \sigma_{cm} \quad (5-19)$$

S_1 は接触点近傍の接触点の間隔が、平均間隔より小さいものが多いという現象(第3章図3-12)を考慮した係数で、本論文で取扱っている加工面では、 $S_1 = 2.5 \sim 3.5$ である。したがって、接触点における他の接触点の荷重から受ける表面と深さ z の面との相対変位の Δz による増分 $\Delta \delta_{oc}$ は、

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{oc} &= \int_0^{2\pi} \int_{x_0/2}^{\infty} [S_{h=0} - S] r dr d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [S_{h=0} - S] r dr d\phi - \int_0^{2\pi} \int_0^{x_0/2} [S_{h=0} - S] r dr d\phi \\ &= S_1 \Delta \delta_{me} - K_1 S_1 (1+\nu) \pi \left\{ \frac{1-\nu}{2} - \frac{3-2\nu}{16\sqrt{h}} \right\} \frac{z^3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \end{aligned} \quad (5-20)$$

となる。 S は式(5-9)であり、 Q のかわりに $S_1 \Delta \sigma_{cm}$ を代入し、注目した接触点の周囲の接触点荷重は、平均応力とみなして、近似的に式(5-20)が得られる。

剛体真平面が高さ z の位置にある微小突起の頂点に接している状態で、さらに荷重を増加させ $z - \Delta z$ の位置の微小突起の頂点に接する場合を考える。荷重増加によって接触を開始する $z - \Delta z$ の突起の頂点は、すでに周囲の接触点の荷重によって弾性変形を起しているはずである。この場合の表面と深さ z の面との間の相対変形量を δ_{ce} とおけば、 δ_{ce} は $z - \Delta z$

の位置にある頂点とすでに接触している頂点との間隔により影響され、第4章図4-13および式(4-34)より、この場合の間隔は $S_2 t_0$ となる。ここで、 t_0 は式(5-13)で与えられるもので、 S_2 は 1.0 ~ 1.3 の値をとる係数である。したがって、式(5-20)と同様に、 Δz による δ_{ce} の増分 $\Delta \delta_{ce}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{ce} &= \int_0^{2\pi} \int_{S_2 t_0/2}^{\infty} [\delta_{h=0} - \delta] r dr d\phi \\ &= S_1 \Delta \delta_{me} - K_1 S_1 S_2 (1+\nu) \pi \left\{ \frac{1-\nu}{2} - \frac{(3-2\nu) S_2}{16\pi} \right\} \frac{z^3}{\sigma_e^2} \Delta z \end{aligned}$$

(5-21)

2-2 二平面接触部の変形機構

剛体真平面が表面凹凸の微小突起に接触した場合の接触突起の塑性変形の増分 Δz と、表面凹凸曲線上の増分 Δz および各種変形量との関係は、図5-5に示す関係がある。すなわち、接触している突起は、荷重の微小増加により、 $\Delta \delta_0 + \Delta \delta_{oc} - \Delta \delta_{oh} + \Delta z$ の変形を受け、新たに接触を開始する突起 a_2 は、

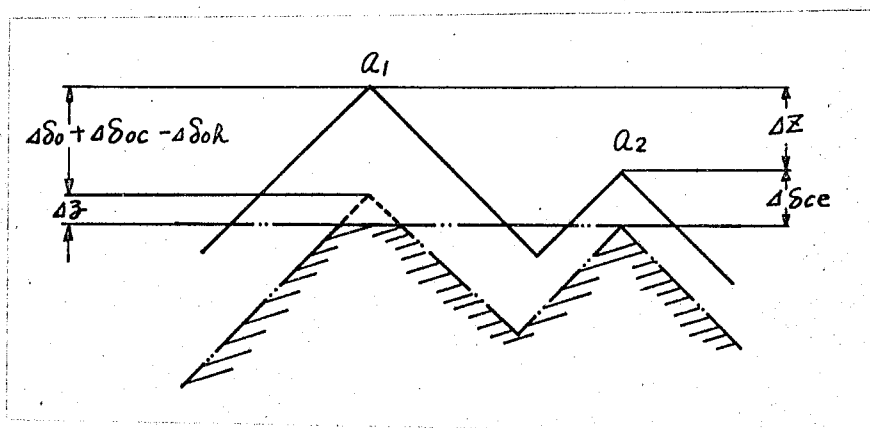


図5-5 各種変位と Δz , Δz の関係

周囲の接触点の接触荷重により $\Delta \delta_{ce}$ の変形を受けている。

したがって、次式の関係が成立する。

$$\Delta z - \Delta \delta = \Delta \delta_o + \Delta \delta_{oc} - \Delta \delta_{oh} - \Delta \delta_{ce} \quad (5-22)$$

この式に、式(5-12)、式(5-16)、式(5-20)、式(5-21)を代入して、次式を得る。

$$\frac{dz}{dz} = \frac{1}{1 + K_1 \cdot A(z, \delta)} \quad (5-23)$$

$$A(z, \delta) = \frac{\pi}{2} \cdot (1-\nu^2) - \frac{\pi}{8} \cdot (1+\nu)(3-2\nu) \cdot \frac{f(z)}{h} \cdot \delta$$

$$+ (1+\nu)\pi S_1 \left\{ (S_2-1) \frac{1-\nu}{2} - (S_2^2-1) \cdot \frac{3-2\nu}{16h} \right\} \frac{z\delta}{\sigma_e^2}$$

上の常微分方程式は解析解を得ることが不可能であり、本章では Runge-Kutta 法により数値計算することにする。

表面凹凸による接触部弾性変形量 δ_E は、 δ による微小増分 $\Delta \delta_E$ の形で

$$\Delta \delta_E = \Delta \delta_o + \Delta \delta_{oc} - \Delta \delta_{oh} - \Delta \delta_{me} \quad (5-24)$$

となる。従って、 δ_E は式(5-23)の数値解を利用して上式を積分することにより得られる。

みかけの接触面積 A にかかる垂直荷重 P は、第3章 §2 の接触過程に従い、 δ による接触突起の接触面積の増分が、式(5-10)であらわされることから、式(5-8)より

$$\frac{P}{p_m} = A \int_0^\delta \frac{z\delta}{\sigma_e^2} \cdot f(z) d\delta \quad (5-25)$$

を得る。ここで、 δ は剛体真平面が $k\sigma_e$ にある最高の突起に接してから高さ z の位置にある突起の頂点に接するまでにはじく最高突起の塑性変形量である。従って、塑性変形による平面の食い込み量 δ_s は

$$\delta_s = \delta \quad \text{-----} \quad (5-26)$$

となる。

δ_E , δ_s , P の数値計算は、剛体真平面と表面凹凸との接融過程を第3章 §2 のように考えているため、次のようにして行われる。すなわち、最高の高さ $k\sigma_e$ の突起の頂点に剛体真平面が接し、高さ z の突起の頂点に接するまでの δ_E , δ_s , P は、式 (5-23) において、 z に対する初期値を $\delta = 0$ とし、 $z \sim k\sigma_e$ まで Runge-Kutta 法で数値計算し、同時に式 (5-24), 式 (5-25), 式 (5-26) を積分する。任意の z に対し、常に $z \sim k\sigma_e$ の範囲の積分をくり返せば、 P に対する δ_E , δ_s の関係が計算できる。本章においても、接融後の $f(z)$ の形は、第3章 §2 の結果と同様に、変化しないものとする。

§3 方向性のない表面凹凸と方向性を有する表面凹凸との接融

3-Ⅱ 微小突起の弾塑性変形

ここでは、方向性のない表面凹凸の微小突起の形状を円錐形とし、方向性のある表面凹凸のそれをくさび形で近似する。前者は、第3章 §2, 後者は第4章 §2 で使用した種々の

性質をそのまま適用する。円錐形の突起とくさび形の突起との接触は、図5-6のようになり、くさび形突起の稜線の方角に対して直角な方向を基準方向とすれば、この基準方向の垂直断面における両突起の接触状態は、

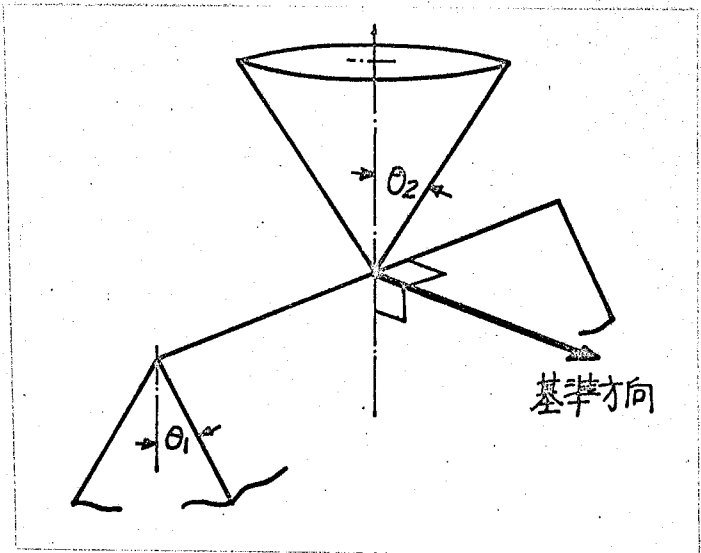


図5-6 円錐突起とくさび形突起の接触状態

図5-7のようになる。図5-7の状態を剛体真平面との接触におまかせた場合、合成された突起形状は、

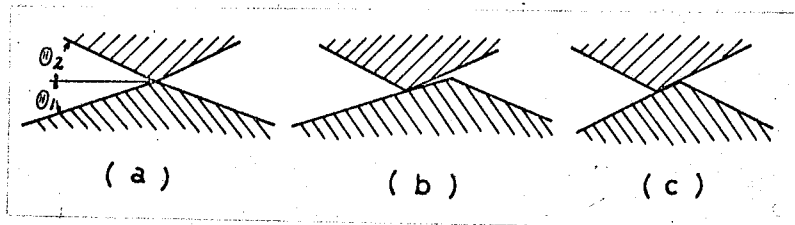


図5-7 基準方向断面における突起の接触状態

平均的に与える章と同等に考えることができる。

方向性のない表面凹凸の円錐形微小突起の傾斜は、平均面上のすべての方向に対し一定であり、 $\tan \theta_2$ であらわし、触針式あらさ計で得られる表面凹凸プロフィルの傾斜の標準偏差は θ_2 であらわされるものとする^{*}。また、方向性のある表面凹凸の突起の傾斜は、平均面上の各方向において異なり、表面凹凸の方向（くさび形突起の稜線の方角）に対して直

^{*}本章では、添字1は方向性をもつ表面凹凸を、添字2は方向性のない表面凹凸を意味することにする。

角方向を $\tan \Theta_1$ とおけば、この方向を基準に α の角度をもつ方向の傾斜 $\tan \Theta_{\alpha 1}$ は、第2章式 (2-23) より

$$\tan \Theta_{\alpha 1} = \tan \Theta_1 \cos \alpha \quad (5-27)$$

であらうといえる。したがって、融針式あらま計で得られる表面凹凸の7°ロフィル上の傾斜の標準偏差 $\sigma_{\xi \alpha 1}$ は、基準方向のそれを $\sigma_{\xi 1}$ とおき上式と同様に

$$\sigma_{\xi \alpha 1} = \sigma_{\xi 1} \cos \alpha \quad (5-28)$$

となる。接触時の組合せられた突起の傾斜の標準偏差は、図5-6における基準方向に対して ϕ の角度をもつ方向では

$$\sigma_{\xi e \phi}^2 = \sigma_{\xi 1}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\xi 2}^2 \quad (5-29)$$

となる。これは、式 (5-28) において、表面凹凸の基準方向と図5-6の接触時の基準方向とが一致することから、 α を ϕ におきかえることにより得られる。ここで、 $\sigma_{\xi e \phi}$ は ϕ の方向の $\sigma_{\xi e}$ を意味する。したがって、突起の半頂角を θ_e とするときの $\tan \theta_e$ の平均 $\overline{\tan \theta_e}$ は、 ϕ の方向に対して式 (5-6) より

$$\begin{aligned} \overline{\tan \theta_{e \phi}} &= 0.93 / \sigma_{\xi e \phi} \\ &= 0.93 / \sigma_{\xi 1} \sqrt{\cos^2 \phi + \rho^2} \quad (5-30) \end{aligned}$$

$$\rho = \sigma_{\xi 2} / \sigma_{\xi 1} \quad (5-31)$$

となる。組合せされた突起の水平断面形状は、突起の中心からの半径が $\overline{\tan \theta_e \phi}$ に比例することから

$$\frac{a_\phi}{a_0} = \sqrt{\frac{1 + p^2}{\cos^2 \phi + p^2}} \quad (5-32)$$

を得る。ここで、 a_ϕ は、図 5-6 の基準方向から ϕ の角度の方向の突起水平断面の半径であり、 a_0 は $\phi = 0^\circ$ のときである。 $\phi = 0^\circ$ のときの式 (5-30) の値、すなわち $\overline{\tan \theta_e \phi=0}$ を $\overline{\tan \theta_e}$ とあらわせば、突起の塑性変形率と a_0 とは

$$a_0 = 3 \overline{\tan \theta_e} \quad (5-33)$$

の関係がある。式 (5-32) は図 5-8 のようになり中心 O に対して対称形である。後の変形の計算を単純化させるために、図 5-8 の形状を短軸と長軸の比が λ_a である楕円で近似する。この場合の λ_a は次式で与えられる。

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{1 + p^2}{p^2}} \quad (5-34)$$

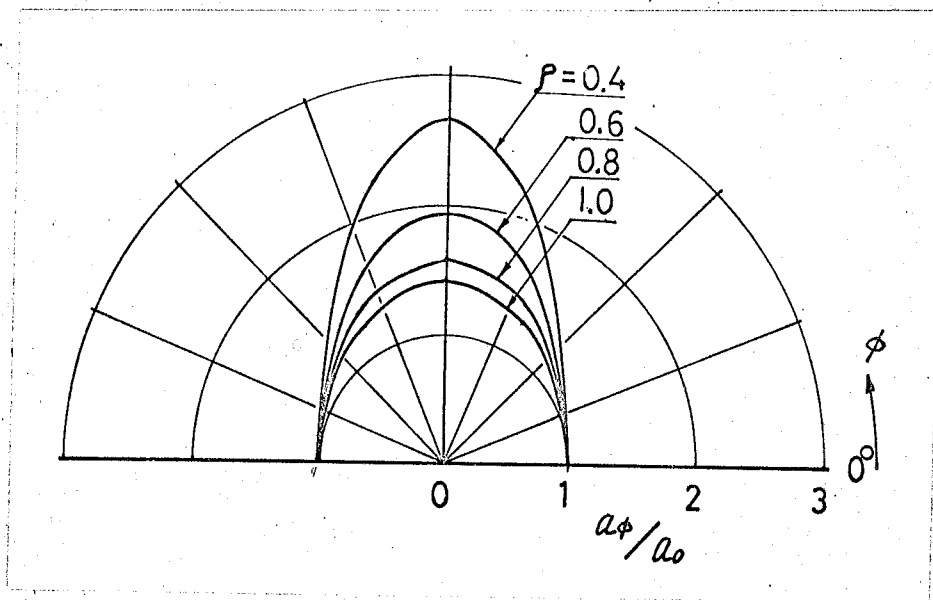


図 5-8 突起の水平断面形状

表面凹凸の高さに関する標準偏差 σ は、方向性のない表面凹凸に対してはすべての方向で σ で与えられる、方向性のある表面凹凸では、接触点近傍において、

$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos \alpha$$

で与えられる。これは、第2章式(2-40)によるもので、 α は表面凹凸の基準線からの角度であり、 σ_{α} はその方向の標準偏差である。組合せされた表面凹凸の高さの標準偏差は、図5-6の基準方向からの角度では、 α を ϕ に置きかえて

$$\sigma_{\phi}^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \phi + \sigma_2^2 \quad (5-35)$$

となる。 σ_{ϕ} は ϕ の方向の高さの標準偏差であり、式(5-35)は接触点近傍においてのみ成立するものである。したがって、接触点近傍で ϕ の方向の接触点間隔 t_{ϕ} は、式(5-13)と同様に次式であらわされる。

$$t_{\phi} = 2 \overline{\tan \theta_{\phi}} / f_{\phi}(z)$$

$f_{\phi}(z)$ は ϕ の方向の表面凹凸の密度関数であるが、その平均がすべての ϕ に対して一致するとは限らないため、便宜的に次のように考える。すなわち、平均面上における $\phi = 0^\circ$ の間隔 t_0 と任意の方向 ϕ の間隔 t_{ϕ} との比 t_{ϕ}/t_0 は、任意の高さ z においてもそのまま成立するものとする。この場合

$$\frac{t_{\phi}}{t_0} = \frac{\overline{\tan \theta_{\phi}} \cdot \sigma_{\phi}}{\overline{\tan \theta_{\phi=0}} \cdot \sigma_{\phi=0}}$$

$$= \frac{\sigma_{e\phi}}{\sigma_{\xi e\phi}} \cdot \frac{\sigma_{\xi e\phi=0}}{\sigma_{e\phi=0}}$$

$$= \sqrt{\frac{\cos^2 \phi + (\sigma_2/\sigma_1)^2}{\cos^2 \phi + \rho^2}} \cdot \frac{1 + \rho^2}{1 + (\sigma_2/\sigma_1)^2} \quad (5-36)$$

式(5-36)は、第4章式(4-13)の近似式を代入することにより、

$$\frac{t_\phi}{t_0} = \sqrt{\frac{\cos^2 \phi + \rho^3}{\cos^2 \phi + \rho^2}} \cdot \frac{1 + \rho^2}{1 + \rho^3} \quad (5-37)$$

を得る。この関係は図5-9に示すようになり、第4章§2と同様にこれを長軸と短軸の比が入である楕円で近似できるものとする。図5-9からわかるように $\rho \leq 0.4$ ではこの近似は悪くなるが、 ρ が0.6以上では十分な近似と考える。この場合、 $\phi = 0^\circ$ の軸を基準とし、面積が図5-9に等しくなるようにする(この理由は、第4章§2による)。したがって、 λ は次式で計算され、その結果は各 ρ に対して図5-10に示すようになる。

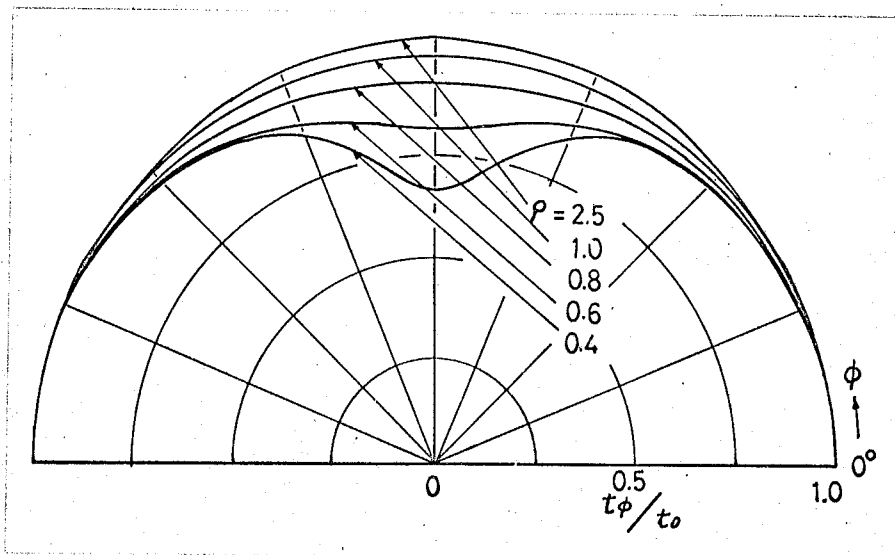


図5-9 任意の方向の接融突起間隔

$$\lambda = \frac{1}{\pi t_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{t_\phi} t_\phi dt_\phi d\phi \quad \text{--- (5-38)}$$

$\rho > 1$ は、方向性のない表面凹凸の突起の傾斜の平均。方向性のあるそれより大きい場合である。

接触=平面の表面凹凸の密度関数を $f_1(z)$, $f_2(z)$ とおけば、接触した場合のそれは式(5-7)により $f(z) = N(0, \sigma_e^2)$ であらわされる。この $f(z)$ の密度関数において、 z 以上の高さに存在する接触に関係する突起の総数 N_z は、接触点の接触面積が

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{a_\phi} a_\phi da_\phi d\phi = \pi \lambda a \cdot \overline{\tan^2 \theta} e^2 z^2 \quad \text{--- (5-39)}$$

であることから、式(5-8)と同様に、次式で与えられる。

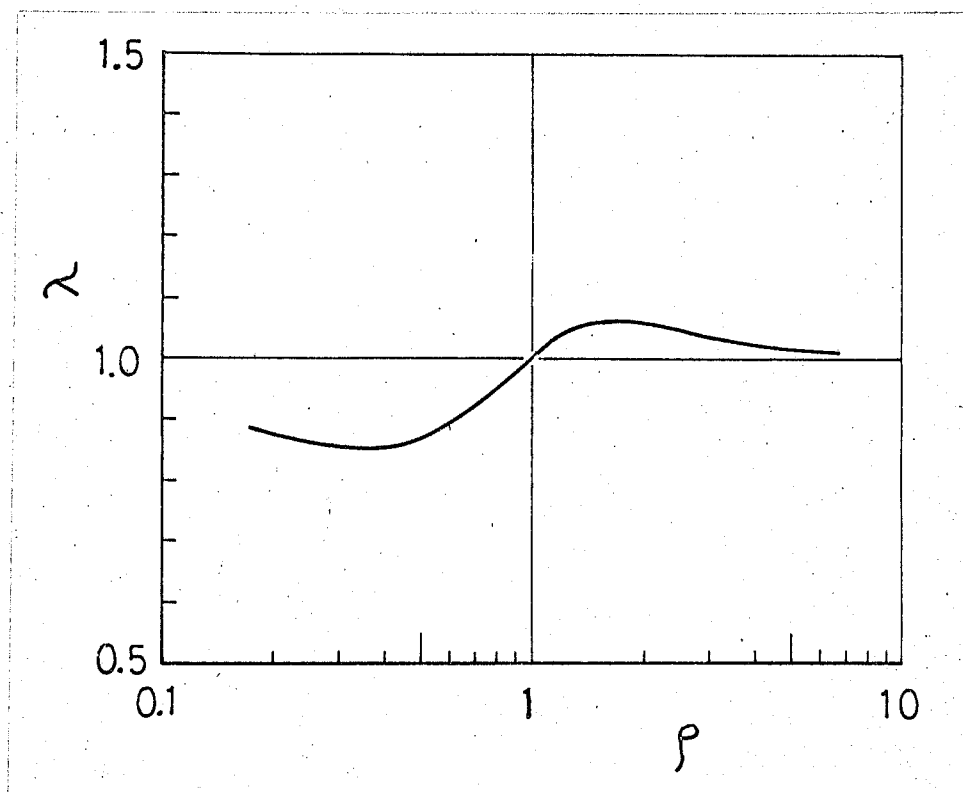


図5-10 ρ に対する λ の値。

$$N_z = \frac{1}{2\pi \lambda_a \tan \theta e^2} \cdot \frac{A z}{\sigma e^2} \cdot f(z) \quad (5-40)$$

剛体真平面に接触している微小突起が、図5-2に示されているように、 z の塑性変形を生じている状態における接触部中心の表面変位 S_0 は、式(5-9)より

$$S_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^{a\phi} S_{h=0} r dr d\phi$$

$$= K_1 \cdot (1-\nu^2) \cdot K(1-\lambda_a^2) \cdot z \quad (5-41)$$

で与えられる。ここで、 K_1 は接触係数であり、 $K(1-\lambda_a^2)$ は $(1-\lambda_a^2)$ の第1種完全楕円積分であり、 $\lambda_a > 1$ の場合には、 $K(1-\lambda_a^2) = K(1-1/\lambda_a^2) / \lambda_a$ で与えられるものである。したがって、 z の微小増分 Δz による S_0 の増分 ΔS_0 は

$$\Delta S_0 = K_1 \cdot (1-\nu^2) \cdot K(1-\lambda_a^2) \cdot \Delta z \quad (5-42)$$

となる。 $\lambda_a = 0$ の場合には式(5-12)に一致する。

表面から h の深さの面における接触点直下のその接触点荷重による変位 S_{0h} は、 Δz の増分の形で、式(5-16)と同様に次式となる。

$$\Delta S_{0h} = K_1 \cdot \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{4} \cdot \frac{f(z)}{\bar{h}} \cdot K(1-\lambda_a^2) \cdot z \cdot \Delta z$$

$$(5-43)$$

ここで、 $\bar{h} = h / \epsilon$ であり、 $p = 1$ における $\bar{h}$ を $\bar{h}_0$ とあければ $\bar{h}$ は、第4章式(4-39)と同様に次式で与えられる。 $\bar{h}_0$ は、図5-4より $\bar{h}_0 \approx 3 \sim 4$ である。

$$\bar{h} = \left\{ \frac{\lambda(1+\lambda^2)}{2} \right\}^{1/4} \cdot \bar{h}_0 \quad (5-44)$$

表面凹凸の接触過程を第2章 §2 で考えた場合の表面と深さ h の面との間に生ずる平均変位 δ_{me} は、 Δz による増分 $\Delta \delta_{me}$ の形で

$$\Delta \delta_{me} = K_1 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (1+\nu)(1-2\nu) \bar{h} \cdot \frac{z_3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \quad (5-45)$$

となる。

接触点における他の接触点の荷重から受ける表面と深さ h の面との相対変位 δ_{oc} は、式(5-20)と同様の方法で、 Δz による増分 $\Delta \delta_{oc}$ の形で

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{oc} &= S_1 \cdot \Delta \delta_{me} - K_1 \cdot S_1 \cdot (1+\nu) \left\{ (1-\nu) \cdot K(1-\lambda^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-2\nu}{16\bar{h}} \cdot \pi \right\} \cdot \frac{z_3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \quad (5-46) \end{aligned}$$

となる。 $K(1-\lambda^2)$ は、式(5-38)で与えられる λ で計算される第1種完全楕円積分であり、 $\lambda > 1$ の場合には $K(1-\lambda^2) = K(1-1/\lambda^2)/\lambda$ で与えられるものである。

剛体真平面が高さ z の突起の頂点に接触している状態で、次に接触する $z - \Delta z$ の位置にある突起の頂点の表面と深さ h の面との相対変位 δ_{ce} は、式(5-21)同様に導かれ、 Δz の増分による形で次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{ce} &= S_1 \Delta \delta_{me} - K_1 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot (1+\nu) \left\{ (1-\nu) K(1-\lambda^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-2\nu}{16\bar{h}} \cdot S_2 \pi \right\} \cdot \frac{z_3}{\sigma_e^2} \cdot \Delta z \quad (5-47) \end{aligned}$$

3-2 二平面接触部の変形機構

剛性真平面と表面凹凸の微小突起が接触した場合の各種弾性変形は、第3章§2の接触過程に従う場合、式(5-42)～式(5-47)で与えられる。これらの間には、図5-5より式(5-22)が成立し、表面凹凸の高さ z と突起の塑性変形 δ との間には次式が成立する。

$$\frac{d\delta}{dz} = \frac{1}{1 + K_1 \cdot A(z, \delta)} \quad (5-48)$$

$$A(z, \delta) = (1-\nu^2) \cdot K(1-\lambda a^2) - \frac{(1+\nu)(3-2\nu)}{4} \cdot K(1-\lambda a^2) \cdot \frac{f(z)}{\bar{h}} \cdot \delta$$

$$+ (1+\nu) \cdot S_1 \cdot \{ (S_2-1)(1-\nu) K(1-\lambda^2) - (S_2^2-1) \cdot \frac{3-2\nu}{16 \bar{h}} \cdot \pi \} \cdot \frac{z\delta}{\sigma_e^2}$$

表面凹凸による接触部弾性変形量 δ_E は、

$$\Delta \delta_E = \Delta \delta_o + \Delta \delta_{oc} - \Delta \delta_{oh} - \Delta \delta_{me} \quad (5-49)$$

を積分すればよく、接触荷重 P は

$$\frac{P}{P_m} = A \int_0^{\delta} \frac{z\delta}{\sigma_e^2} \cdot f(z) d\delta \quad (5-50)$$

また、二平面の塑性変形による食込み量 δ_S は

$$\delta_S = \delta \quad (5-51)$$

となる。これら式(5-48)～式(5-51)は前節で述べた方法で数値計算される。以上の理論においては、 $P=0$

即ち、方向性のある表面凹凸と真平面との接触の状態まで計算することは不可能である。これは、本理論においては、接触点の大きさや接触点間隔あるいは弾性変形を考へる表面からの深さなどと比較して非常に小さいことを前提としてゐるためである。

§4 計算結果および実験結果の検討

4-1 実験方法および実験条件

実験装置、実験方法、試料形状および実験値の処理は、第3章 §4 と同様であり、実験に使用した試料の表面の性質は表5-1に示すものである。本章では、方向性のない表面凹凸としてラップ仕上げ面を、方向性のあるものとして平面研削加工面を使用し、二平面接触のための試料組合せは、方向性のない表面凹凸同士の場合は表5-2、方向性のない表面凹

表5-1 試料表面の性質

試料 No.	σ (μ)	$\overline{\tan \theta}$	P_m (kg/mm^2)	加工法	試料 No.	σ (μ)	$\overline{\tan \theta}$	P_m (kg/mm^2)	加工法
S14	0.86	8.49	307	Grinding	S44	0.38	10.3	235	Lapping
S20	2.13	7.91	233		S46	0.26	13.7	256	
S23	1.08	9.53	501		S50	0.26	13.9	243	
S19	1.40	6.53	319		S52	0.27	13.5	231	
C11	0.34	15.6	307		C43	0.46	9.72	307	
C16	0.87	9.39	287		C44	0.30	14.8	303	
C10	0.29	19.1	277		C47	0.11	54.7	269	
C13	2.27	8.35	300	Lapping	C49	0.27	14.7	327	"
S41	0.25	14.2	209		C50	0.31	13.6	278	
S42	0.39	10.5	248		C51	0.10	19.5	267	
S43	0.12	39.1	266		C52	0.30	14.2	316	

表 5-2 方向性のない表面凹凸同士の接触
のための試料組合せとその性質

実験No.	試料組合せ	σ_e (μ)	$\tan \theta_e$	P_m (kg/mm^2)	E ($\times 10^4$ kg/mm^2)	K_1
SS31	S44:S42	0.54	7.38	235	1.154	0.19
SS32	S52:S41	0.37	9.80	209	"	0.23
SS33	S46:S43	0.29	12.9	256	"	0.37
SC31	S46:C52	0.40	9.86	256	0.815	0.40
SC32	S52:C49	0.38	9.94	231	"	0.36
SC33	S41:C47	0.28	13.8	209	"	0.45
CC31	C43:C50	0.56	7.88	278	0.630	0.44
CC32	C49:C52	0.40	10.2	316	"	0.65
CC33	C44:C51	0.32	11.8	267	"	0.64

表 5-3 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれ
との接触のための組合せとその性質

実験No.	試料組合せ	σ_e (μ)	$\tan \theta_e$	P_m (kg/mm^2)	E ($\times 10^4$ kg/mm^2)	K_1	P
SS21	S52:S20	2.15	8.53	231	1.154	0.22	0.8
SS22	S41:S14	0.90	9.07	209	"	0.21	0.8
SS23	S52:S23	1.11	9.44	231	"	0.24	1.0
SS24	S50:S23	1.11	9.59	243	"	0.26	1.1
SC21	C43:S19	1.47	6.60	307	0.815	0.32	0.9
SC22	S41:C11	0.43	13.2	209	"	0.39	1.5
SC23	S42:C10	0.48	9.85	248	"	0.38	2.7
CC21	C44:C13	2.29	9.12	300	0.630	0.55	0.8
CC22	C49:C16	0.91	9.74	287	"	0.57	1.1

凸と方向性のある表面凹凸との接触の場合には、表 5-3 に示すものである。表 5-2, 表 5-3 の数値はいずれも接触時の性質を示すもので、試料 No. の S は SK3, S38C を C は FC15 の性質を意味する。また、SS は、鋼同士の接

融, SC は鋼と鑄鉄, CC は鑄鉄同志の接触を意味する。表 5-3 の ρ は, 方向性のある表面凹凸の微小突起の傾斜に対する方向性のない表面凹凸のりれの比であり, $\rho=0$ は方向性のある表面凹凸と真平面, $\rho=\infty$ は方向性のない表面凹凸と真平面との接触を意味するものである。

4-2 接触部弾性変形量

4-2-1 方向性のない表面凹凸同志の接触

方向性のない表面凹凸同志の接触における接触部弾性変形量 δ_E と垂直荷重 P は, 式 (5-24), 式 (5-25) で与えられるが, これらを数値計算する際の積分範囲は, 任意の Z から $6\sigma_e$ までとし, Z は $1\sigma_e \sim 6\sigma_e$ に含まれるものとした。式 (5-24), 式 (5-25) の計算に必要な定数は

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= 2.8 \\ S_2 &= 1.1 \\ \bar{h} &= 3.3 \end{aligned} \right\} \text{-----} (5-52)$$

とした。

以上のようにして数値計算された結果を図 5-11 の実線で示す。実験値は表 5-2 の結果であり, 計算値は実験値によく近似しており, 本章の結果は定量的に接触の現象を説明できたものと考えらる。図の $\bar{P}$, $\bar{\delta}_E$ は

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= P / A_{pm} \\ \bar{\delta}_E &= \delta_E / \sigma_e \end{aligned} \right\} \text{-----} (5-53)$$

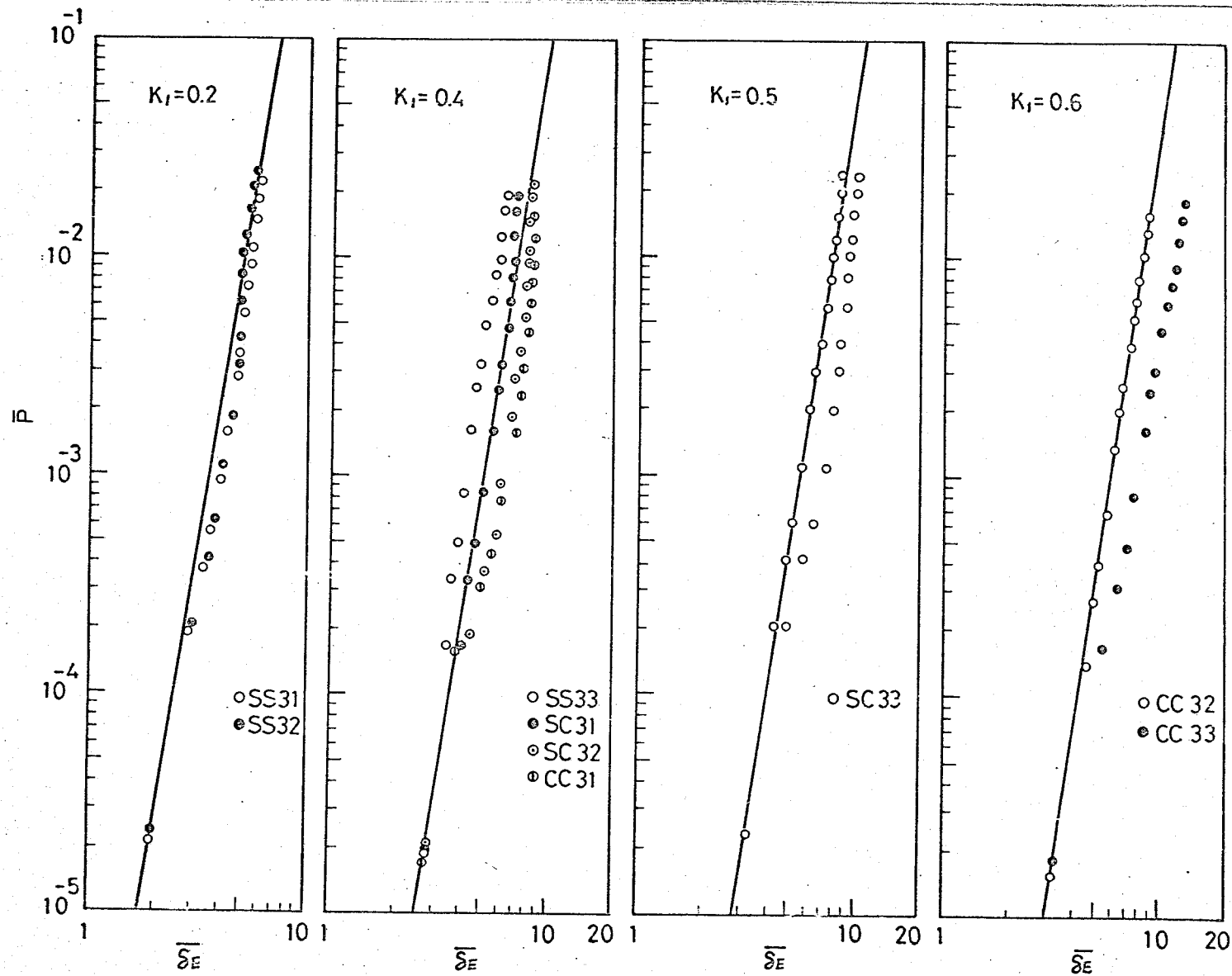


図5-11 方向性のない表面凹凸同志の接触における $\bar{S}_E$ と $\bar{P}$

である。前章までの結果と同様に、 $\bar{\delta}_E$ と $\bar{P}$ とは両対数紙上でほぼ直線の関係にある。また、 $\bar{\delta}_E$ は接触係数 K_1 の増加に伴ない大きくなり、この傾向も前章までの結果と同様である。

第3章の方向性のある表面凹凸と真平面との接触の結果と本章の結果とを比較は、図5-12に示されているように、本研究の実験範囲である $\bar{P} = 2 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-2}$ の間に生ずる弾性変形量 $\bar{\delta}_{E1}$ 、 $\bar{\delta}_{E2}$ を以て行なうことにする。ここで、 $\bar{\delta}_{E1}$ は、第3章の結果を意味し、 $\bar{\delta}_{E2}$ は本章の結果を意味することとする。本章の方向性のない表面凹凸同士の接触においては、

$$\frac{\bar{\delta}_{E2}}{\bar{\delta}_{E1}} \approx 1.8 \quad \text{--- (5-54)}$$

を得る。これは、第4章の $\beta = 90^\circ$ 、 $\rho = 1.0$ の結果と一致するもので、接触部の弾性変形量は、第3章の結果の1.8倍であることも意味する。

4-2-2 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接触

方向性のない表面凹凸と

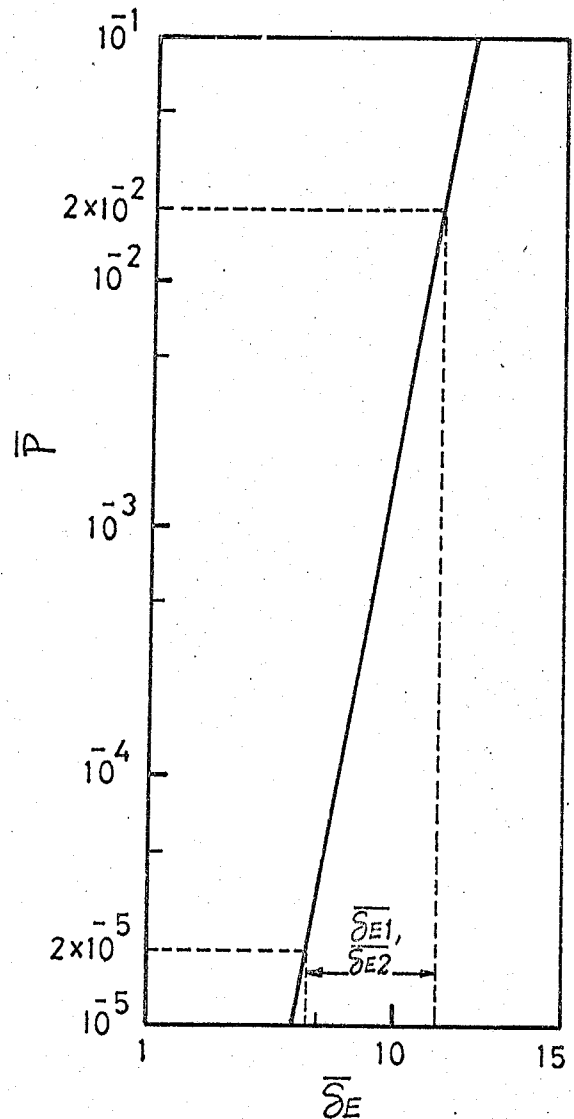


図5-12 $\bar{\delta}_{E1}$ 、 $\bar{\delta}_{E2}$ の定義

方向性のある表面凹凸との接触における接触部弾性変形量 δ_E は、式(5-49)、式(5-50)で与えられ、数値計算における定数は式(5-52)を使用する。数値計算方法は図5-11と同様の方法により、その結果は、図5-13の実線のようになる。実験値は、表5-3に対する結果であり初期荷重 (0.005 kg/mm^2) で計算値と一致させて示してある。この図からわかるように、計算値は実験値によく近似されているものと考えらる。 $\bar{\delta}_E$, $\bar{p}$ は式(5-53)による無次元量である。

接触係数 K_1 に対する $\bar{\delta}_E$ の傾向は、前章までの結果と同様であり、 K_1 の増加により $\bar{\delta}_E$ は増大する。また、方向性のある表面凹凸の微小突起の傾斜に対する方向性のない表面凹凸のそれとの比 ρ と $\bar{\delta}_E$ との関係は、図5-12に示されたように、 $\bar{p} = 2 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-1}$ の範囲で生ずる弾性変形量 $\bar{\delta}_{E1}$, $\bar{\delta}_{E2}$ で検討することにする。 $\bar{\delta}_{E1}$ は本章の場合、 $\bar{\delta}_{E2}$ は本章の場合を意味する。このようにして得られた ρ と $\bar{\delta}_{E2}/\bar{\delta}_{E1}$ との関係は、図5-14に示すようになる。本章の数値計算は、 $\rho > 0.4$ について行なわれたものであるが、これは、 ρ が0に近づくにつれ、方向性のある表面凹凸と真平面との接触状態に近くなり、本章の理論ではこの範囲まで広げることができないからである。この理由は、第4章§4と同じである。図5-14からわかるように、 ρ の増加につれ、 $\bar{\delta}_{E2}/\bar{\delta}_{E1}$ は増大し、 $\rho = 1.6 \sim 2.2$ の近傍で最大となり約1.84となる。この値を越えた ρ の範囲では、 $\bar{\delta}_{E2}/\bar{\delta}_{E1}$ は ρ の増加に伴い減少し、約1.8の値に漸近してゆく。この値は、

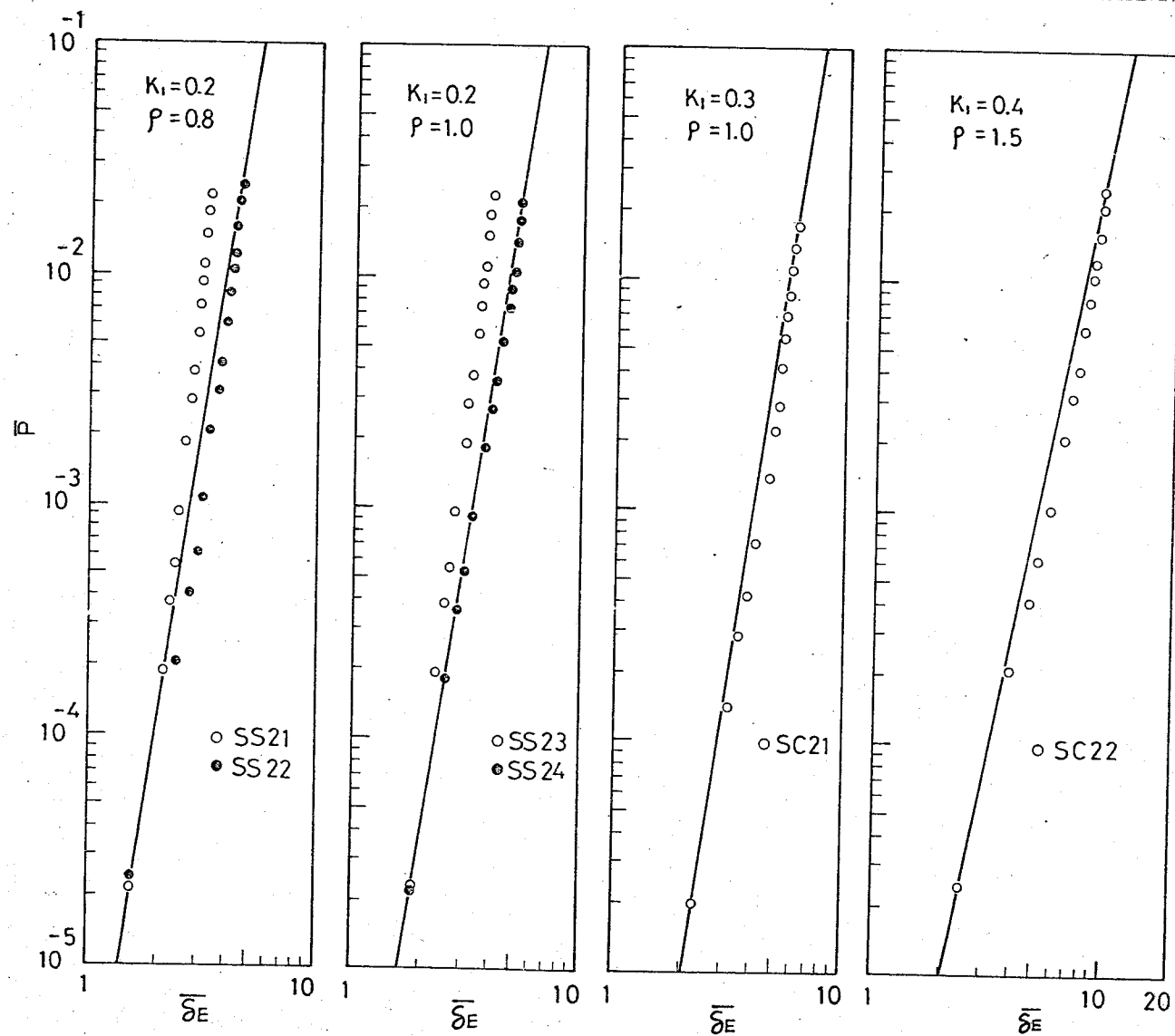


図 5-13 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接角法の $\bar{\delta}_E$ と $\bar{P}$ (その1)

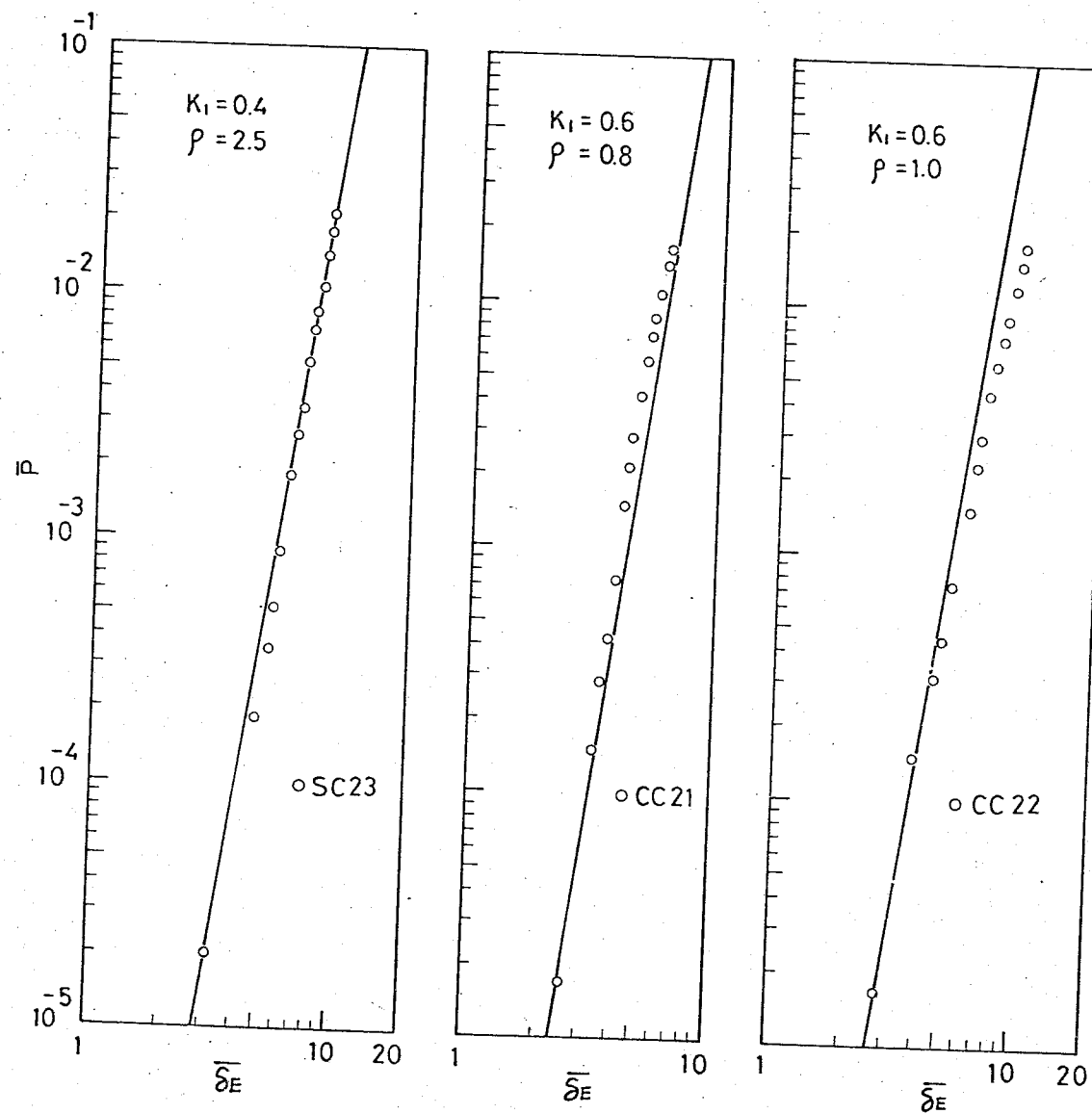


図 5-13 方向性のない表面凹凸面と方向性のあるそれとの接触の $\bar{\delta}_E$ と $\bar{p}$ (その2)

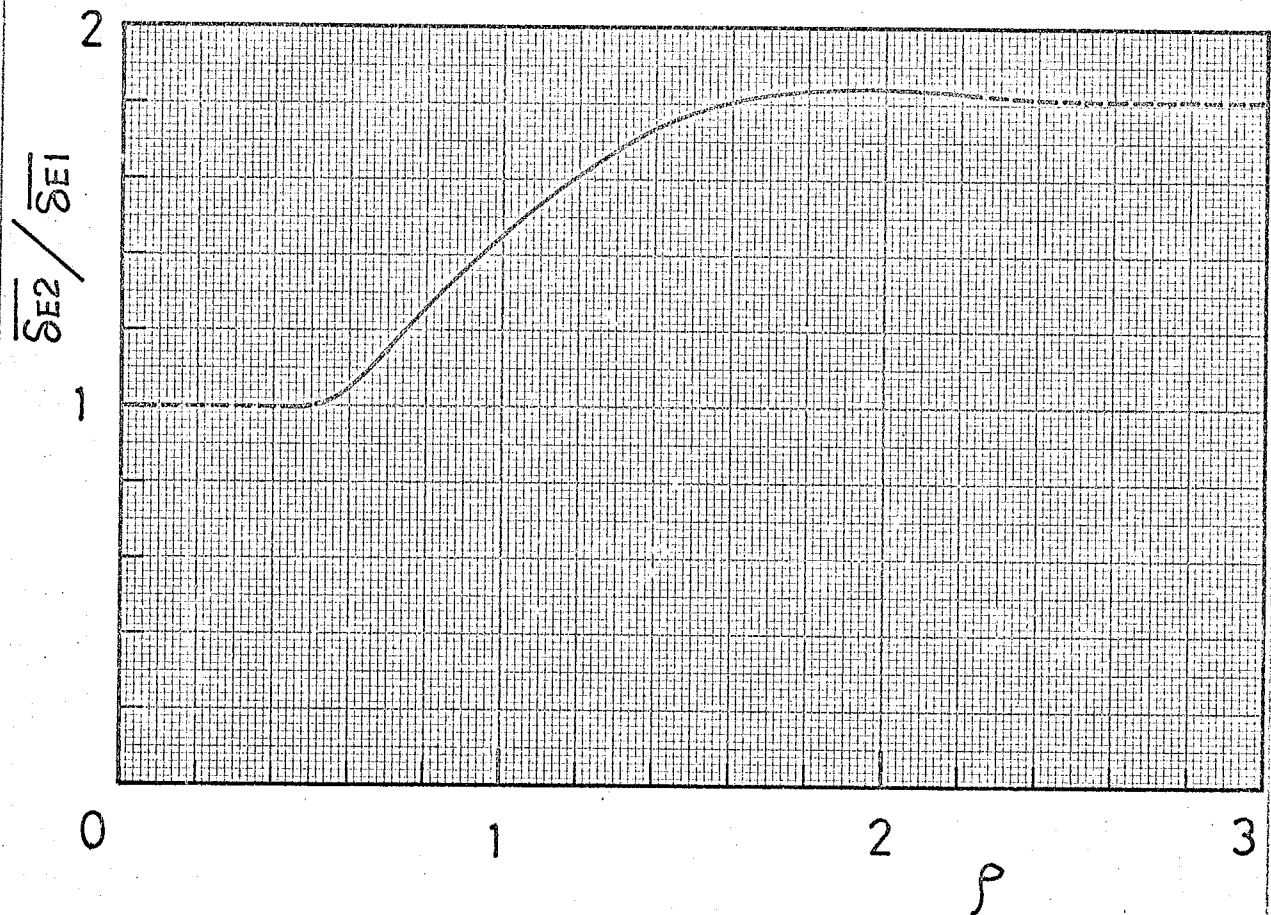


図 5-14 ρ に対する $\overline{\sigma_{E2}} / \overline{\sigma_{E1}}$ の値

前述べた方向性のない表面凹凸同士の接触の結果と一致するものである。 $\overline{\sigma_{E2}} / \overline{\sigma_{E1}}$ が最大値を有する現象は、図 5-10 の入と傾向が一致することから入による影響と考えられ、 $\rho \geq 1.6$ では $\overline{\sigma_{E2}} / \overline{\sigma_{E1}} \doteq 1.8$ としてもよいと考える。

4-3 微小突起の塑性変形による二平面の食込み量

表面凹凸の微小突起の塑性変形による二平面の食込み量 δ_s は、式 (5-26), 式 (5-51) で計算され、その結果は図 5-15, 図 5-16 の実線で示されるようになる。 $\overline{\delta_s}$ は、 δ_s / σ_e の無次元量である。図 5-15 は、方向性のない表面凹凸同士の接触の場合であり、図 5-16 は方向性の

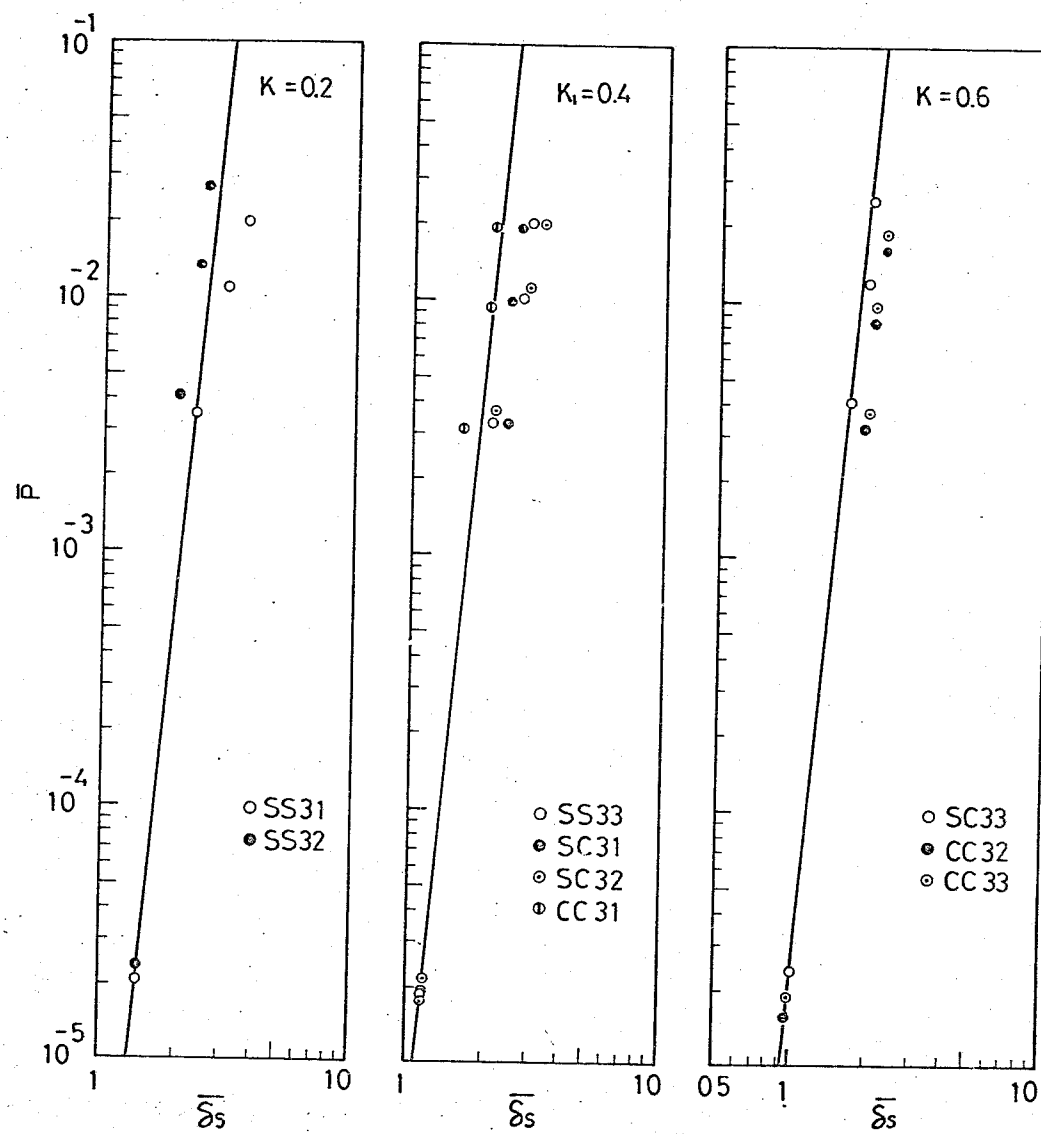


図 5-15 相対性のない表面凹凸同志の接角虫の $\bar{S}_s$ と $\bar{P}$ の関係

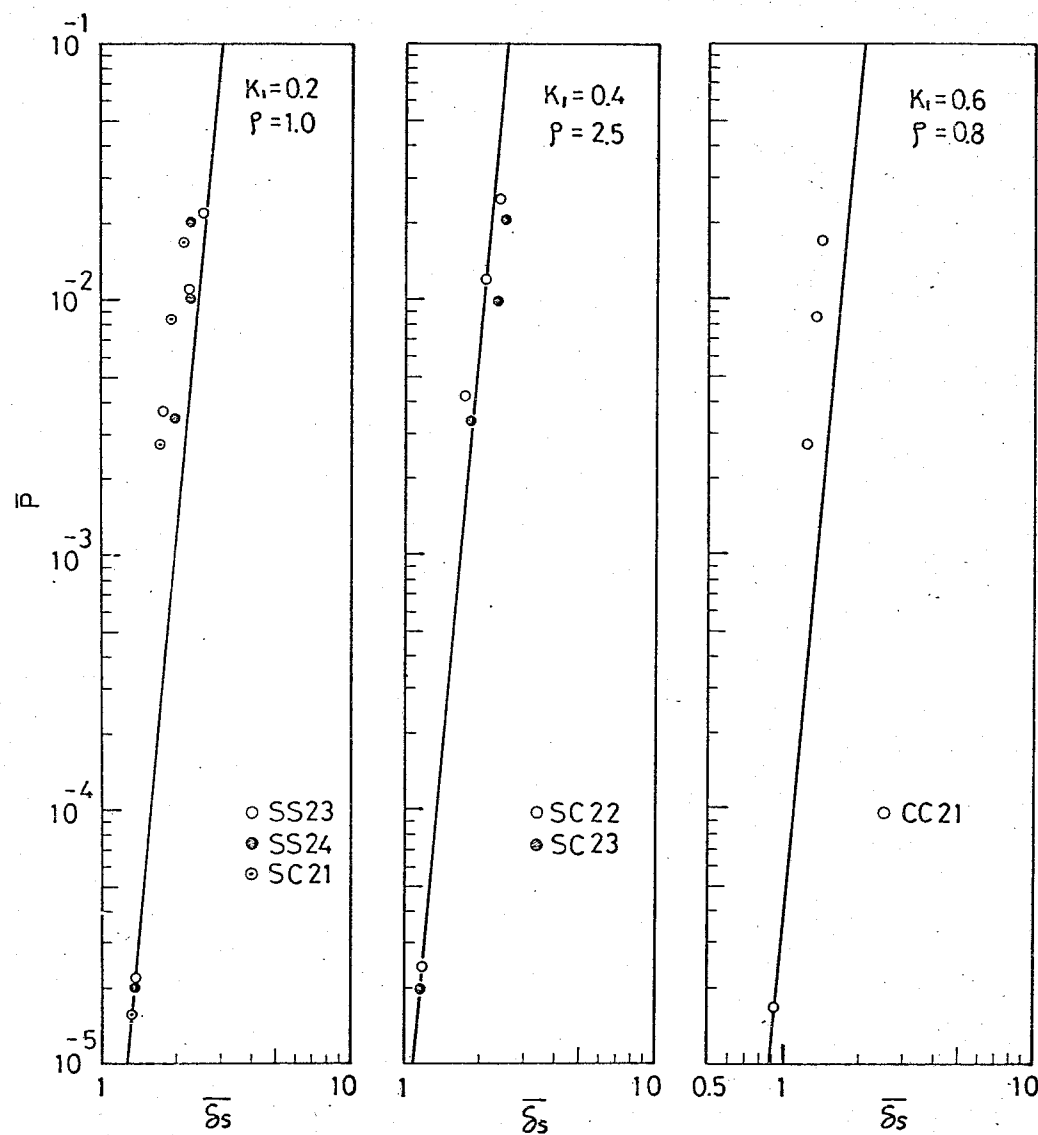


図 5-16 方向性のない表面凹凸と方向性のある凹凸との接触の $\bar{\delta}_s$ と $\bar{P}$

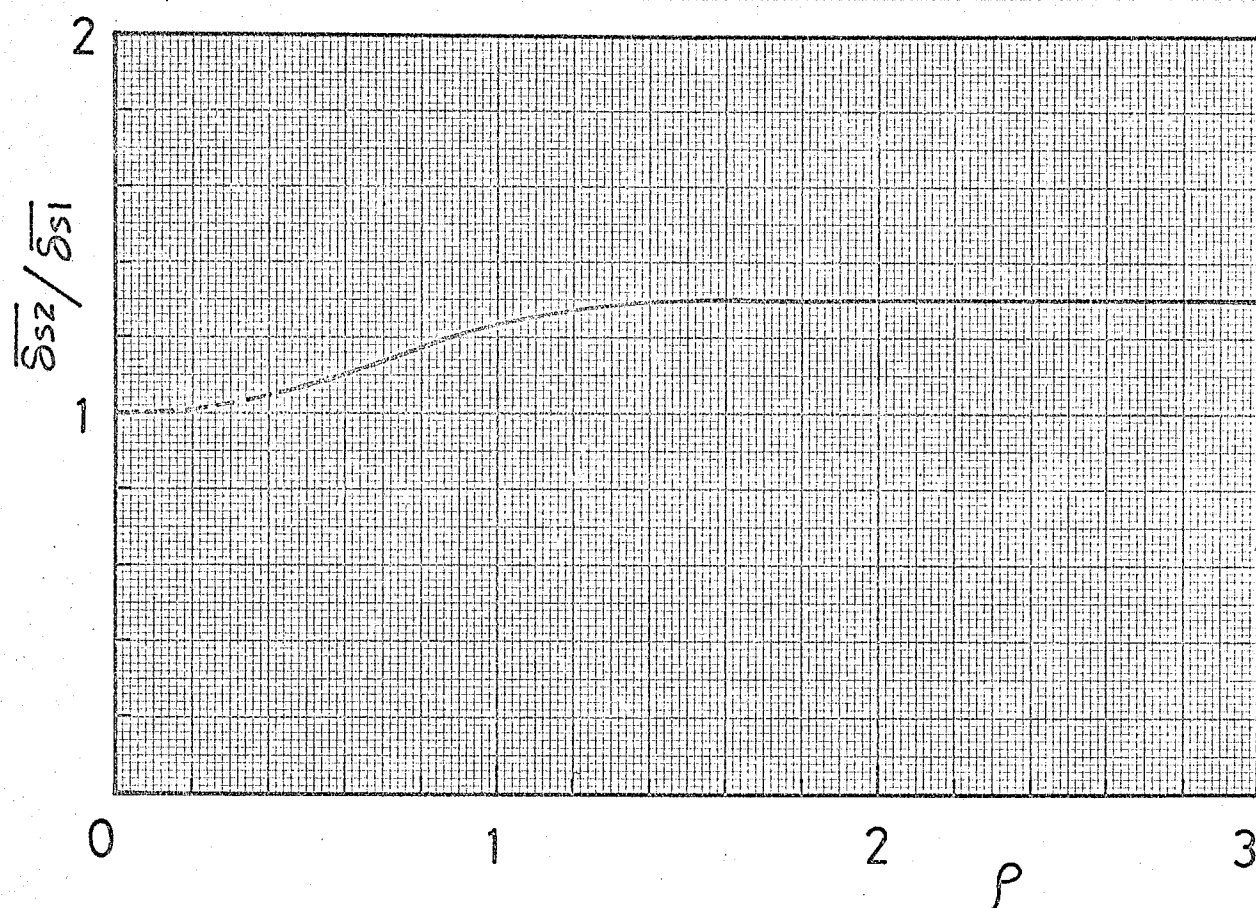


図5-17 ρ に対する $\bar{\sigma}_{s2} / \bar{\sigma}_{s1}$ の値

ない表面凹凸と方向性のある表面凹凸との接触の場合の $\bar{\sigma}_s$ と $\bar{p}$ との関係である。実験値は表5-2, 表5-3に対するものである。本研究は、接触部の弾性変形を主とするものであるため、塑性変形に対する実験点はないが、これらの図から、計算値は実験値によく近似されているものと考えられる。ここにおいても、前章までの結果と同様に $\bar{\sigma}_s$ と $\bar{p}$ とは両対数紙上ではほぼ直線の関係にあり、接触係数 K_1 の増加により $\bar{\sigma}_s$ は減少する傾向がみられる。

図5-12において、 $\bar{\sigma}_{E1}$, $\bar{\sigma}_{E2}$ と $\bar{\sigma}_{s1}$, $\bar{\sigma}_{s2}$ におきかえ ρ と $\bar{\sigma}_{s2} / \bar{\sigma}_{s1}$ との関係を示したのが図5-17である。 $\bar{\sigma}_{s2} / \bar{\sigma}_{s1}$ は、方向性のある表面凹凸と真平面との接触で得られ

る $\overline{\delta_s}$ と本章の結果との比であり、 ρ の小さい範囲では第3章の結果に漸近してゆき、 $\rho \leq 0.5$ では第3章の $\overline{\delta_s}$ とほとんど一致する。また、 $\rho > 0.5$ の範囲では、 $\overline{\delta_{s2}} / \overline{\delta_{s1}}$ は増大する傾向があり、約1.3に漸近してゆく。この値は、方向性のない表面凹凸同士の接触の結果と同じであり、さらに第4章の $\beta = 90^\circ$, $\rho = 1.0$ の結果とも一致するものである。また、図5-17からわかるように、 $\rho \geq 1.2$ では、 $\overline{\delta_{s2}} / \overline{\delta_{s1}} \approx 1.3$ とみなしてしまいつかえなく、図5-14にみられた $\overline{\delta_{E2}} / \overline{\delta_{E1}}$ の傾向と異なる。これは、 $\overline{\delta_s}$ には、 λ の値が多少程大きく影響しないためである。

§5 結 言

方向性のない表面凹凸を含む二平面の接触部弾塑性変形に関し、次の結論を得た。

- (i) 二平面接触部の弾塑性変形量 $\overline{\delta_E}$, $\overline{\delta_s}$ は、接触係数 K と二平面の表面凹凸の突起の傾斜の比 ρ によって決定される。
- (ii) 本章の計算結果は、ラッ7°仕上面、平面研削仕上面を対象とした実験値とよく一致することを明らかにした。
- (iii) 二平面接触部の弾性変形量 $\overline{\delta_E}$ は接触係数 K_1 の増加とともに増大し、塑性変形量 $\overline{\delta_s}$ はこれとは逆に減少する。
- (iv) $\overline{\delta_E}$ は $\rho \leq 0.5$ では方向性のある表面凹凸と真平面との接触の場合の大きさに一致し、 $\rho > 0.5$ では ρ の増加とともに増大し、 $\rho = 1.6 \sim 2.2$ の間で極大値をもつが

方向性のない表面凹凸同士の結果に漸近する。

(V) 方向性のない表面凹凸同士の接触における $\bar{S}_E$ は、方向性を有する表面凹凸と真平面との接触の $\bar{S}_E$ の約 1.8 倍となり、第 4 章の $\beta = 90^\circ$, $\rho = 1.0$ の結果とほぼ等しい。

(VI) 表面凹凸の塑性変形による真平面の食込量 $\bar{S}_S$ は、 $\rho \leq 0.5$ では方向性のある表面凹凸と真平面との接触の結果に一致し、 $\rho > 0.5$ では ρ の増加とともに増大し、 $\rho \geq 1.2$ では、方向性のない表面凹凸同士の接触の結果とほぼ一致する。

(VII) 方向性のない表面凹凸同士の接触における $\bar{S}_S$ は、方向性のある表面凹凸と真平面との接触の $\bar{S}_S$ の約 1.3 倍となり、第 4 章の $\beta = 90^\circ$, $\rho = 1.0$ の結果と一致する。

第6章 二平面接触部弾塑性変形の实用式

§1 緒 言

表面凹凸を有する二平面の接触部弾塑性変形 δ_E , δ_S は、
 第3章～第5章に種々の状態について詳しく解析実験してきた。
 その結果、本研究の解析結果は実験値とかなりよい一致
 を示すことを明らかにしてきたが、 δ_E , δ_S と垂直荷重 P との
 関係の数値計算は複雑であり、大型電算機 (HITAC 50
 20) による場合、一条件の算出には CPU TIME で約
 67 sec. 必要とする。しかしながら、 δ_E , δ_S と P との関係は
 両対数紙上ではほぼ直線となることから、实用式としてかなり
 単純化した形式が得られ、応用が非常に容易となる。

二平面接触部を含む弾性変形に関する实用式は、次式の形
 が考えられている。

$$\delta_E = C_1 \{ 1 - \exp(-C_2 P) \}^{(2)} \quad (6-1)$$

$$\delta_E = C_3 \ln P + C_4^{(1)} \quad (6-2)$$

$$\delta_E = C_5 P^{C_6^{(16)}} \quad (6-3)$$

ここで、 $C_1 \sim C_6$ は定数である。これらの変位に関する諸式の
 定数は実験的に確かめなければならず、本研究の目的とする
 接触表面の表面凹凸の性質のみによって定数が決定できると
 ころまでは進展していない。

本研究で取扱っている二平面の接触部弾性変形は、平均接

融心力による平均変位を取除いてあり、純粹に二平面の接觸部が存在するために生じる変形である。したがって、接觸面が非常になめらかな場合には、本研究で定義された接觸部弾性変形はほとんど0となるもので、式(6-1)~式(6-3)の導かれた根拠とは異なる。本研究のように、接觸部が存在するための接觸部弾性変形を考えることの利点は、おおよそ次の点に集約することができる。

(i) 接觸=部材の形状に依存しない。

(ii) 接觸=部材の変形に接觸部弾性変形を加えることにより接觸部を含む全体の變形が計算でき、広く応用できる。

項(ii)については、横フライス盤の組合せ工具の剛性計算に利用してよい結果が得られている⁽¹²⁾。この場合、接觸=部材の接觸面上に、本研究で導かれた δ_E と P との関係から得られる非線形ばねが、互に独立に存在しているものとして解析したものである。さらに、微小な變形を問題にする Hertz 接觸問題等にも以上の考え方で応用が可能と考えられる。

本章は、上述したように工学的に応用するための接觸部の弾塑性變形問題の単純化に主眼を置いており、次項を目的とするものである。

(i) δ_E , δ_s と P との関係を応用し易い形に単純化させること。

(ii) 項(i)に必要なとする接觸面因子が簡単に得られるようにすること。

(iii) 以上により得られた実用式の適用限界を検討すること。

項 (iii) は、接触二平面のうち一方の表面凹凸の大きさが、相対的に小さい場合の対処、三次元表面凹凸と二次元表面凹凸による変形問題の中間領域の処理等について検討するものである。

§2 接触部弾塑性変形の実用式

2-1 接触部の弾塑性変形の一般式

接触部が存在するための垂直方向弾塑性変形量 δ_E , δ_S と接触荷重 P との間には、第3章～第5章で明らかにしたようにいずれの場合も、 $\bar{\delta}_E$, $\bar{\delta}_S$, $\bar{P}$ の形で両対数紙上でほぼ直線の関係がある。これは、式 (6-3) と同様の式となる。接触している表面凹凸の高さの標準偏差を σ_e で統一すれば、二平面は接触表面凹凸の平均値に対して $k\sigma_e$ の位置から接触を開始する。これを考慮すれば、 $\bar{\delta}_E$, $\bar{\delta}_S$, $\bar{P}$ との間には、次式の関係が成立する。

$$\bar{\delta}_E = a_e \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{b_e} - \bar{P}_0^{b_e} \} \quad \text{———— (6-4)}$$

$$\bar{\delta}_S = a_s \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{b_s} - \bar{P}_0^{b_s} \} \quad \text{———— (6-5)}$$

ここで、 $\bar{\delta}_E = \delta_E / \sigma_e$, $\bar{\delta}_S = \delta_S / \sigma_e$, $\bar{P} = P / AP_m$ であり a_e , a_s , b_e , b_s は定数である。 $\bar{P}_0$ は二平面が $k\sigma_e$ の位置から接触を開始するための定数で、この位置において $\bar{\delta}_E = 0$, $\bar{\delta}_S = 0$, $\bar{P} = 0$ を満足させるためのものである。

式 (6-4), 式 (6-5) は、それぞれ a_e , b_e , $\bar{P}_0$ あるいは a_s , b_s , $\bar{P}_0$ の三つの定数を有する。これは、次の操作に

より, $a_e, \bar{p}_0$ あるいは a_s , $\bar{p}_0$ の二つの定数にすることが可能であり、実用式はより単純化される。図6-1(a)は第3章の方向性のある表面凹凸と真平面（方向を一致させた場合も含める）との接触における $\bar{s}_E$ と $\bar{p}$ との関係を示すもので、両対数紙上の $\bar{p}$ のこの配は接触係数 K_t によって異なっている。これらの関係は、 $\bar{s}_E$ を平行移動、すなわち $\bar{s}_E + C$ (C : 一定値) とすることにより $\ln \bar{p}$ と $\ln(\bar{s}_E + C)$ が直線近似可能な範囲で、そのこの配 b_e を統一することができ、このようにして得られた $\bar{s}_E$ と $\bar{p}$ との関

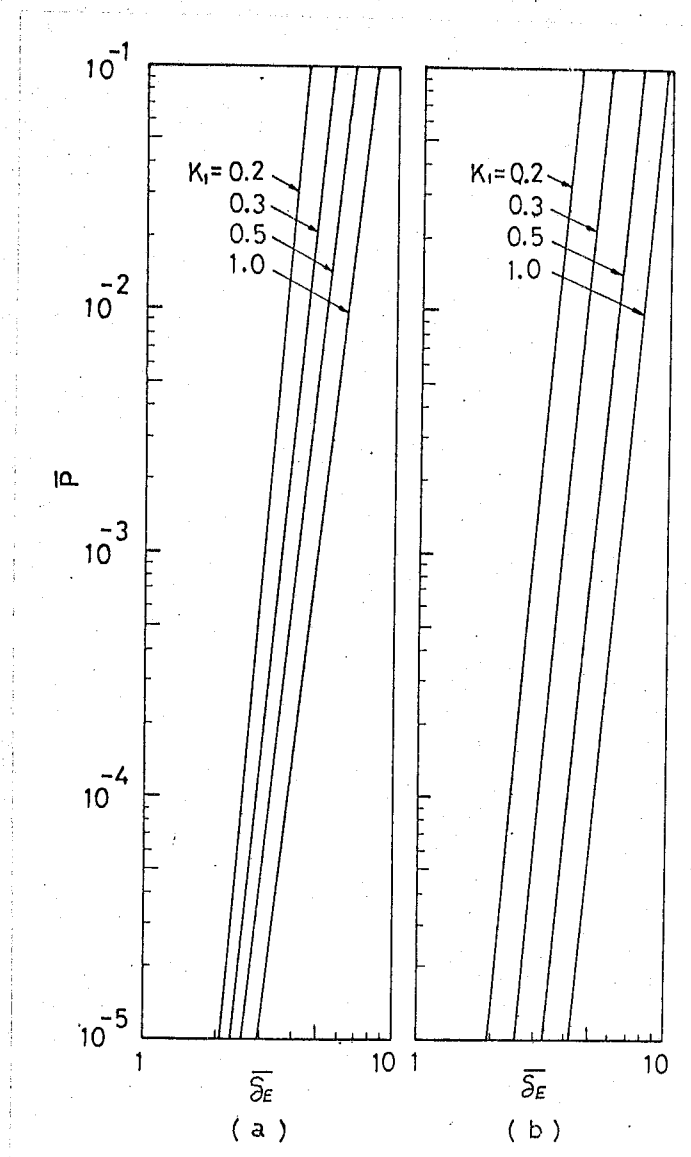


図6-1 $\bar{s}_E$ と $\bar{p}$ との関係

- (a): 計算値のまま(方向性のある表面凹凸と真平面との接触の場合)
(b): b_e を 0.09 で統一したときの $\bar{s}_E$ と $\bar{p}$

係は、図6-1(b)のようになる。この場合、直線近似を考える範囲は $\bar{p} = 10^6 \sim 10^1$ の範囲とした。 $\bar{s}_s$ と $\bar{p}$ との関係についても同様にして b_s を各 K_t について統一することができ、さらに、第4章、第5章の接触問題についても同様の

操作が可能である。

2-2 定数 $a_e, b_e, a_s, b_s, \bar{P}$ の決定

定数 b_e, b_s は、前述した操作により、本研究の範囲 $\bar{P} = 10^{-5} \sim 10^{-1}$ では、本研究で取扱ったすべての接触条件に対し

$$\left. \begin{array}{l} b_e = 0.09 \\ b_s = 0.18 \end{array} \right\} \text{-----} (6-6)$$

に統一することができる。この $\bar{P} = 10^{-6} \sim 10^{-1}$ の範囲は通常の接触荷重に対して十分である。

定数 a_e, a_s は上で定義された b_e, b_s に従がい、表 6-1 より、各接触状態に対し次式で与えられる。この表の値は、方向性のある表面凹凸と真平面との接触における値である。

表 6-1 K_1 に対する a_{eo}, a_{so} の値

K_1	a_{eo}	a_{so}	K_1	a_{eo}	a_{so}
0.10	3.70	4.68	0.70	10.6	1.73
0.15	4.67	4.16	0.75	10.8	1.62
0.20	5.55	3.75	0.80	11.0	1.55
0.25	6.40	3.37	0.85	11.2	1.50
0.30	7.17	3.08	0.90	11.3	1.44
0.35	7.85	2.80	0.95	11.4	1.38
0.40	8.43	2.60	1.00	11.6	1.32
0.45	8.96	2.40	1.05	11.7	1.28
0.50	9.42	2.23	1.10	11.8	1.25
0.55	9.80	2.08	1.15	11.8	1.21
0.60	10.1	1.94	1.20	11.9	1.19
0.65	10.4	1.82	1.25	11.9	1.17

(i) 方向性のある表面凹凸となめらかな面との接触 (表面凹凸の方向を一致させた接触を含む)

$$\left. \begin{array}{l} a_e = a_{eo} \\ a_s = a_{so} \end{array} \right\} \text{-----} (6-7)$$

(ii) 方向性のある表面凹凸同士の接触 (表面凹凸の方向を任意の角度で交叉させた場合)

$$\left. \begin{array}{l} a_e = a_{eo} (1 + K_{eo} \cdot K_{e1}) \\ a_s = a_{so} (1 + K_{so} \cdot K_{s1}) \end{array} \right\} \text{-----} (6-8)$$

係数 K_{e1} , K_{s1} は表面凹凸の方向の交叉角 β に関する係数で、図 6-3, 図 6-5 により与えられ、係数 K_{eo} , K_{so} は ρ に関する係数で図 6-2, 図 6-4 により与えられる。 K_{e1} , K_{s1} の $\beta < 30^\circ$ の破線部令は外挿による推定値である。

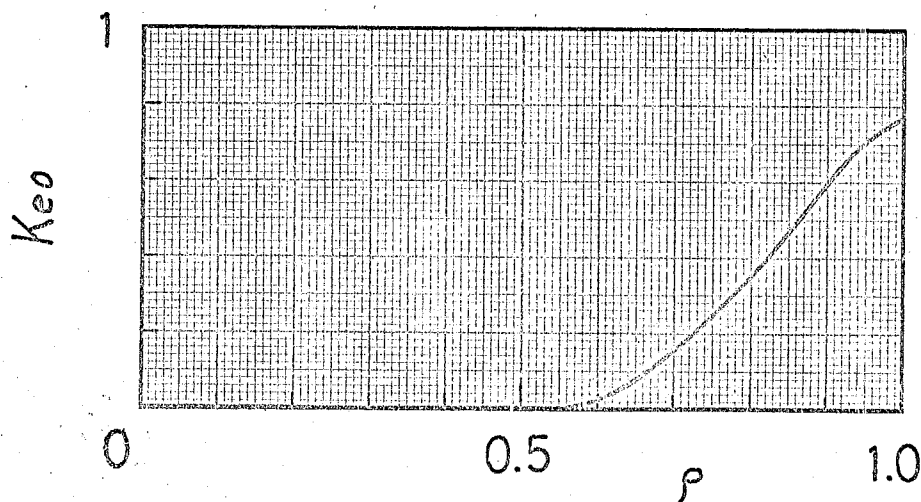


図 6-2 ρ に対する K_{eo} の値

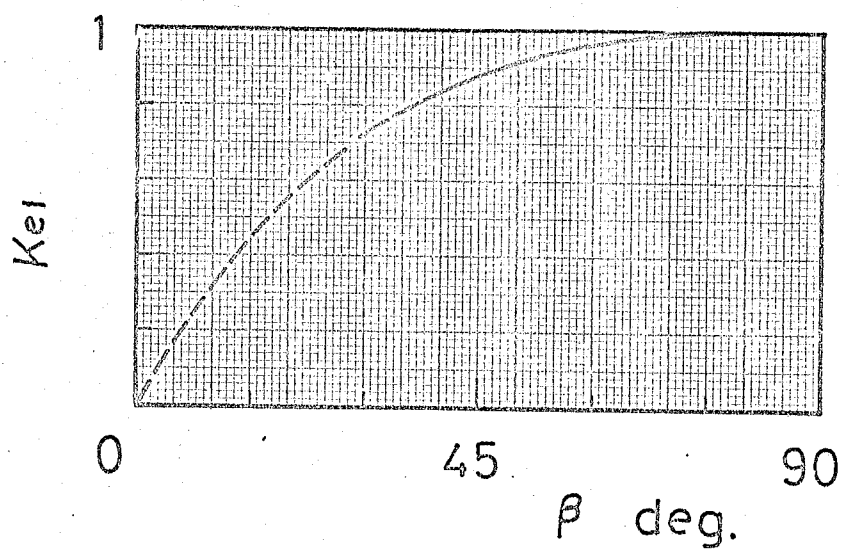


図 6-3 β に対する K_{e1} の値

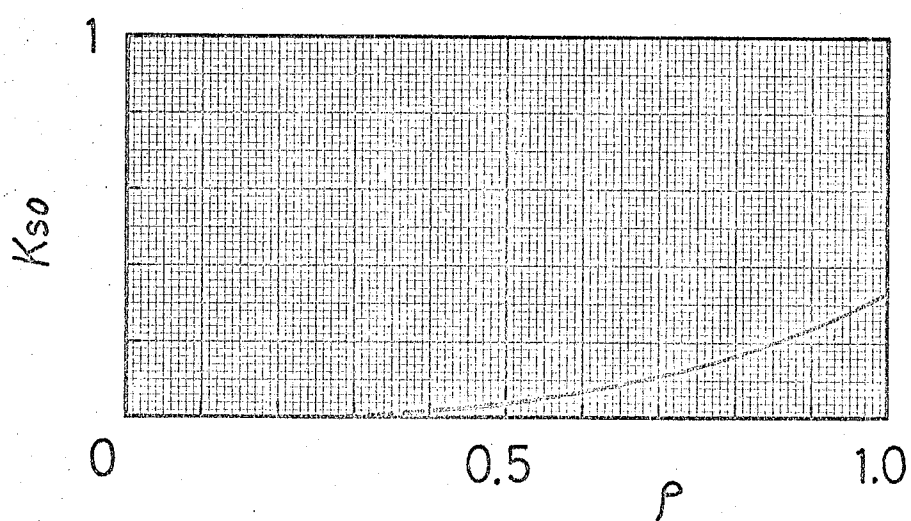


図 6-4 ρ に対する K_{so} の値

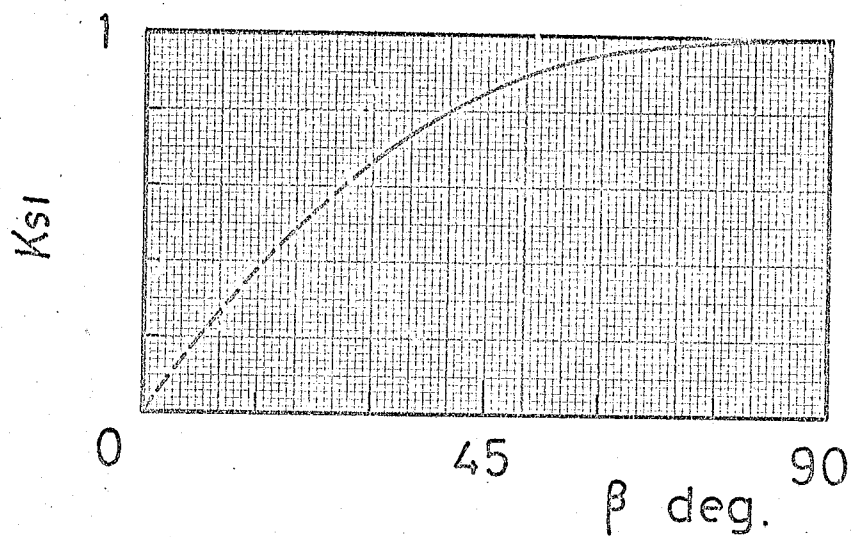


図 6-5 β に対する K_{s1} の値

(iii) 方向性のない表面凹凸と方向性のある表面凹凸との接触.

$$\left. \begin{aligned} a_e &= a_{eo} K_{ez} \\ a_s &= a_{so} K_{sz} \end{aligned} \right\} \text{-----} (6-9)$$

係数 K_{ez} , K_{sz} は, 図 6-6, 図 6-7 の値をとる。

(iv) 方向性のない表面凹凸同士の接触

$$\left. \begin{aligned} a_e &= 1.8 a_{eo} \\ a_s &= 1.3 a_{so} \end{aligned} \right\} \text{-----} (6-10)$$

図 6-2 ~ 図 6-7 に示される係数は, K_1 による影響が小さ

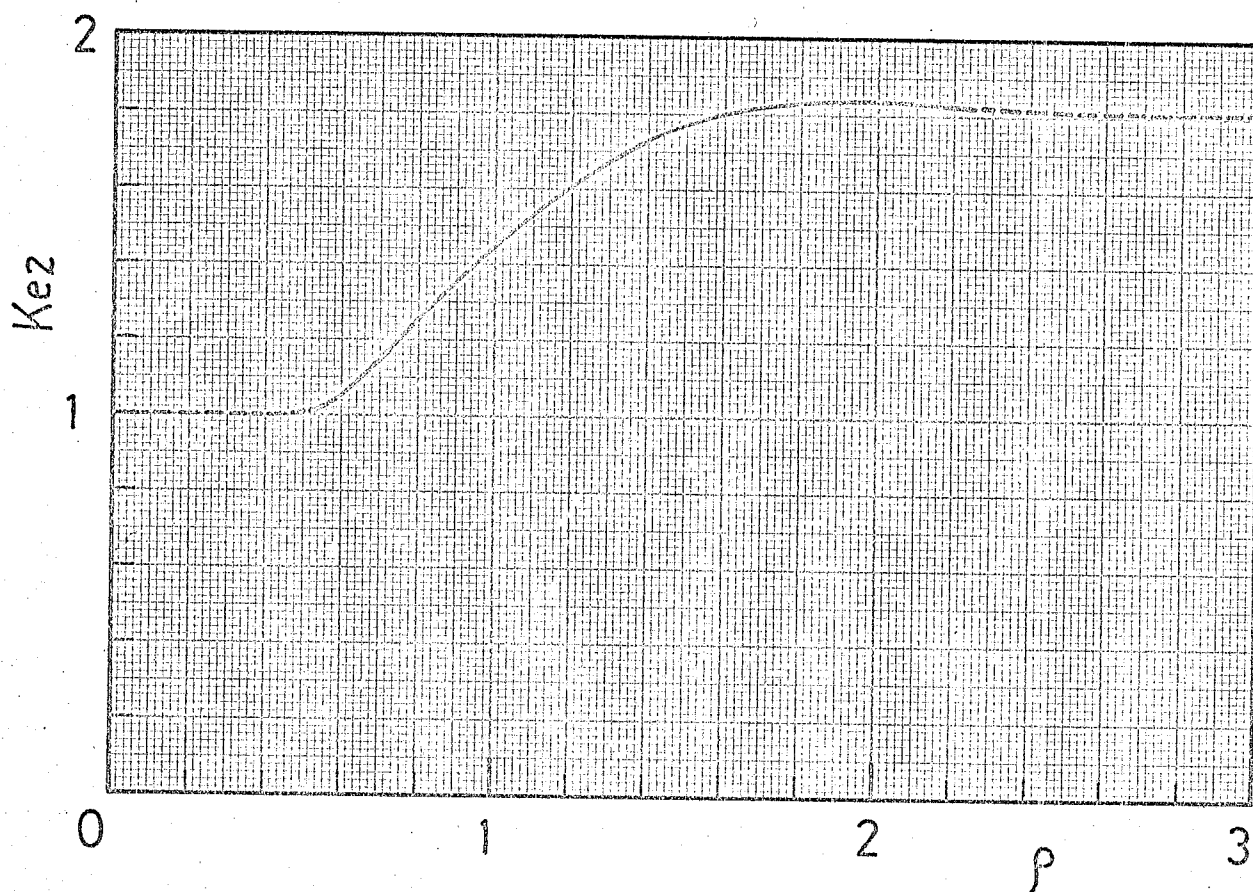


図 6-6 ρ に対する K_{ez} の値

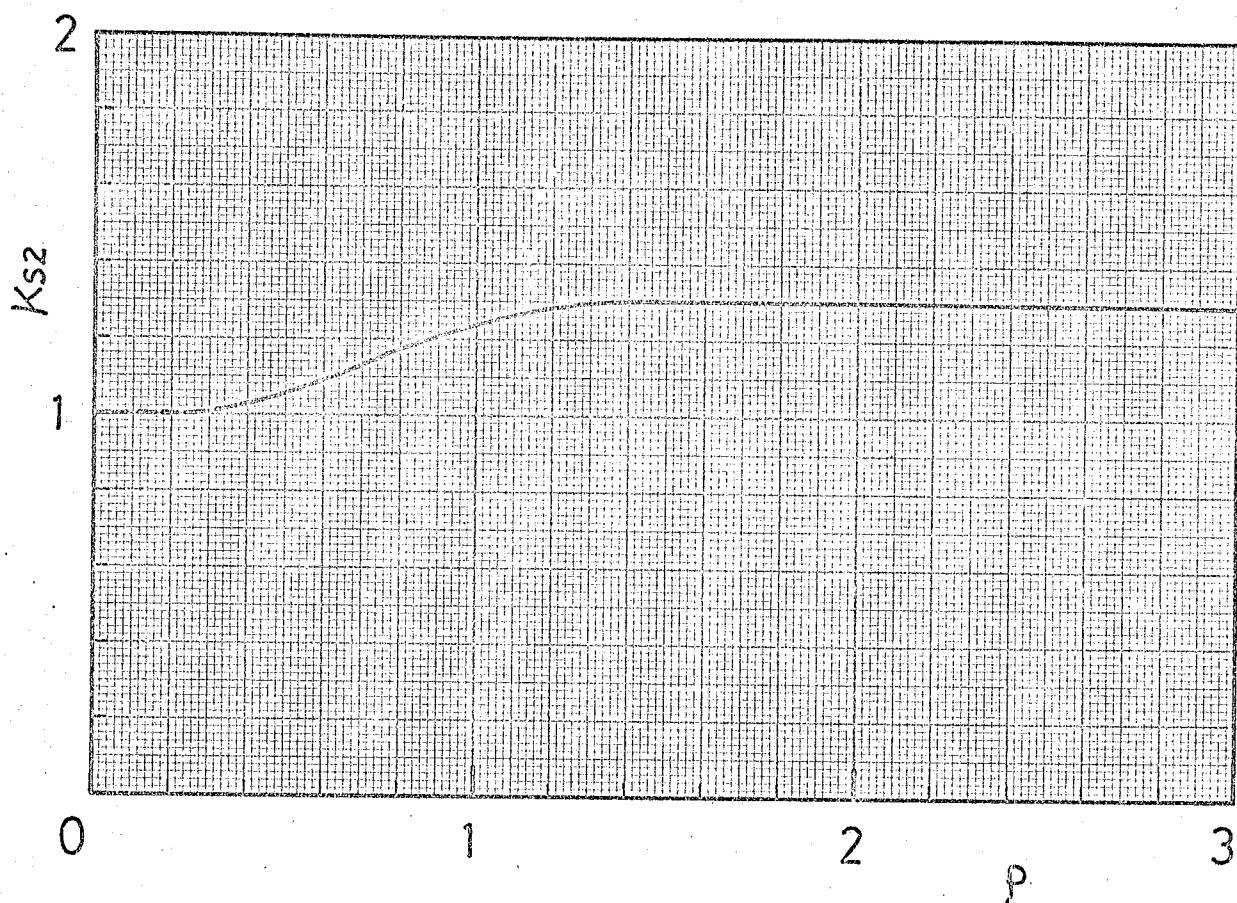


図6-7 p に対する K_{s2} の値

く、ほとんどこれらの値で代表される。

$\bar{p}_0$ は接触開始位置 k_{0c} により種々の値をとり、表6-2に示される $\bar{p}_s$ から計算される。この $\bar{p}_s$ は、方向性のある表面凹凸と真平面との接触における計算値である。 $\bar{p}_0$ は表面凹凸が接触を開始してからの変位を推定する際に重要であり、同一の接触状態でくり返し荷重がかけられる場合には、 $k - \bar{s}_s$ に相当する位置の $\bar{p}_0$ を用いる必要があるが、このような状態では、一般に荷重を0の位置に戻すことがほとんどなく、わずかな接触荷重が加わっており、この荷重を以て $\bar{p}_0$ とすればよい。また、接触二平面を完全に離し、再び接触を開始する場合には、表面凹凸の突起の接触位置が元の位置と同一にな

表 6-2 K_1 に対する $\bar{P}_S$ の値

K_1	$\bar{P}_S$										
	k=3.0	k=3.2	k=3.4	k=3.6	k=3.8	k=4.0	k=4.2	k=4.4	k=4.6	k=4.8	k=5.0
0.10	0.78E-3	0.38E-3	0.18E-3	0.82E-4	0.36E-4	0.15E-4	0.61E-5	0.24E-5	0.89E-6	0.32E-6	0.11E-6
0.20	0.53E-3	0.26E-3	0.12E-3	0.53E-4	0.23E-4	0.96E-5	0.38E-5	0.15E-5	0.55E-6	0.20E-6	0.67E-7
0.30	0.40E-3	0.19E-3	0.88E-4	0.39E-4	0.17E-4	0.69E-5	0.28E-5	0.11E-5	0.39E-6	0.14E-6	0.48E-7
0.40	0.31E-3	0.15E-3	0.69E-4	0.31E-4	0.13E-4	0.54E-5	0.21E-5	0.82E-6	0.30E-6	0.11E-6	0.37E-7
0.50	0.26E-3	0.12E-3	0.56E-4	0.25E-4	0.11E-4	0.44E-5	0.18E-5	0.74E-6	0.25E-6	0.87E-7	0.30E-7
0.60	0.22E-3	0.10E-3	0.48E-4	0.21E-4	0.90E-5	0.37E-5	0.15E-5	0.61E-6	0.21E-6	0.73E-7	0.25E-7
0.70	0.19E-3	0.90E-4	0.41E-4	0.18E-4	0.78E-5	0.32E-5	0.13E-5	0.52E-6	0.18E-6	0.63E-7	0.22E-7
0.80	0.17E-3	0.79E-4	0.36E-4	0.16E-4	0.68E-5	0.28E-5	0.11E-5	0.45E-6	0.61E-6	0.55E-7	0.19E-7
0.90	0.15E-3	0.70E-4	0.32E-4	0.14E-4	0.61E-5	0.25E-5	0.99E-6	0.40E-6	0.14E-6	0.49E-7	0.17E-7
1.00	0.13E-3	0.63E-4	0.29E-4	0.13E-4	0.55E-5	0.23E-5	0.89E-6	0.36E-6	0.13E-6	0.44E-7	0.15E-7
1.10	0.12E-3	0.58E-4	0.26E-4	0.12E-4	0.50E-5	0.20E-5	0.81E-6	0.32E-6	0.11E-6	0.40E-7	0.14E-7
1.20	0.11E-3	0.53E-4	0.24E-4	0.11E-4	0.46E-5	0.19E-5	0.74E-6	0.28E-6	0.10E-6	0.37E-7	0.13E-7

(注) E-5 は 10^{-5} を意味する。

ることはほとんど期待できない。このような状態では、最初の接触開始位置 k_{0e} からの接触とみなす必要がある。種々の接触状態における $\bar{P}_0$ は、表 6-8 を用いて次式で与えられる。

(i) 方向性のある表面凹凸となめらかな面との接触（表面凹凸の方向を一致させた接触を含む）

$$\bar{P}_0 = \bar{P}_s \quad \text{-----} \quad (6-11)$$

(ii) 方向性のある表面凹凸同士の接触（表面凹凸の方向を任意の角度で交叉させた場合）

$$\bar{P}_0 = \bar{P}_s \cdot (1 + K_{p0} \cdot K_{p1}) \quad \text{-----} \quad (6-12)$$

係数 K_{p1} は、表面凹凸の方向の交叉角 β に関するもので、接触係数 K_1 にほとんど関係なく図 6-8 に示される値をとる。係数 K_{p0} は ρ に関するもので K_1 により種々の値をとる。図 6-9 は、 $\bar{P}_s$ に対するこの接触状態の $\bar{P}_0$ の比 $(1 + K_{p0} \cdot K_{p1})$ の値を示すもので、この図を参照し

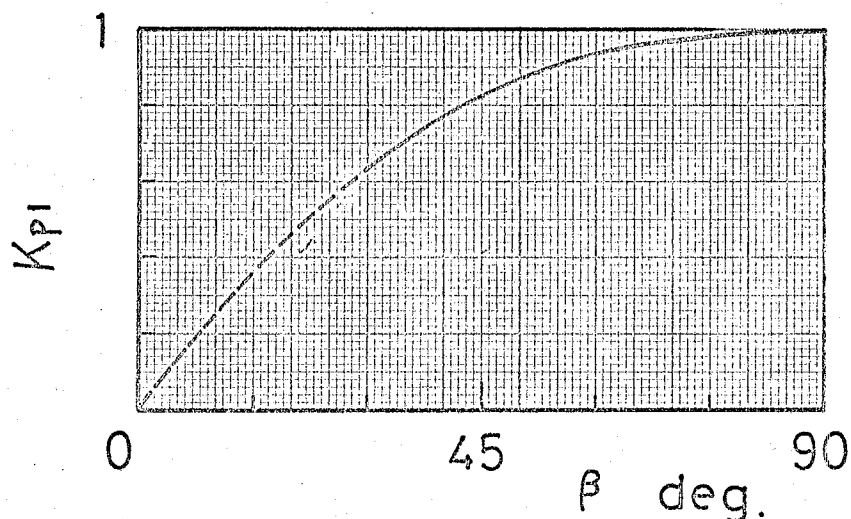


図 6-8 β に対する K_{p1} の値

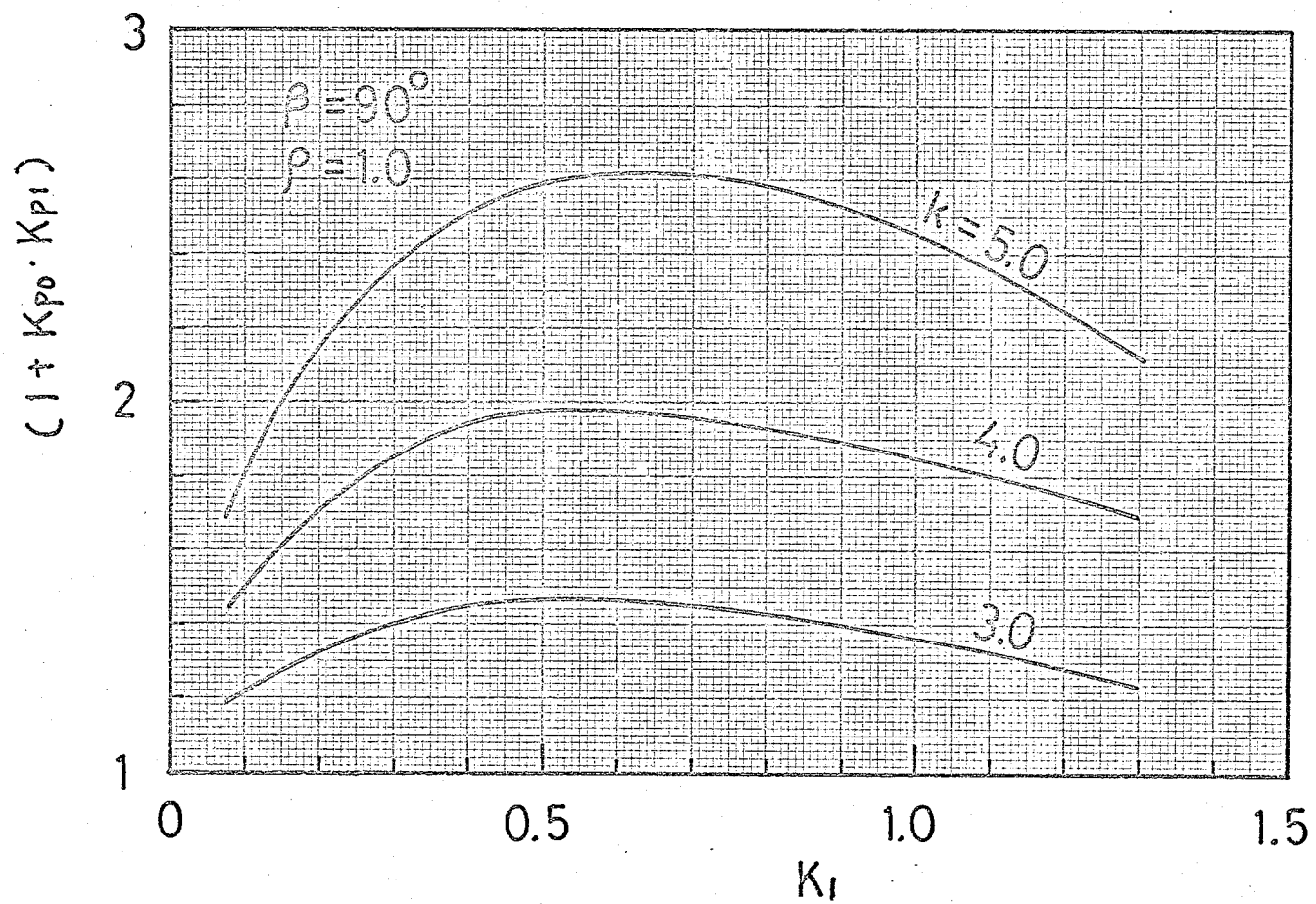


図 6-9 K_i に対する $(1 + K_{p0} \cdot K_{p1})$ の値

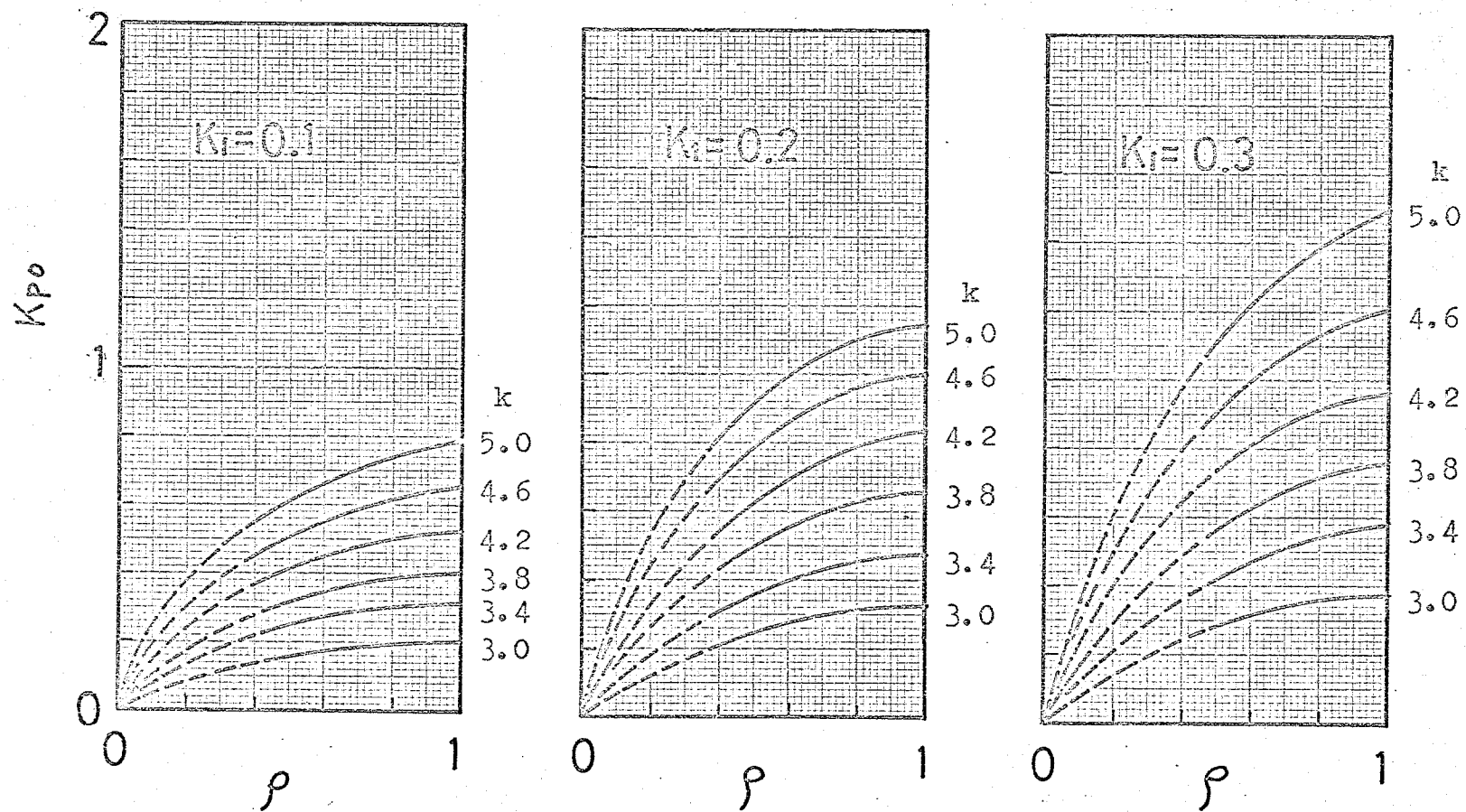


図 6-10 ρ に対する K_{p0} の値 (その 1)

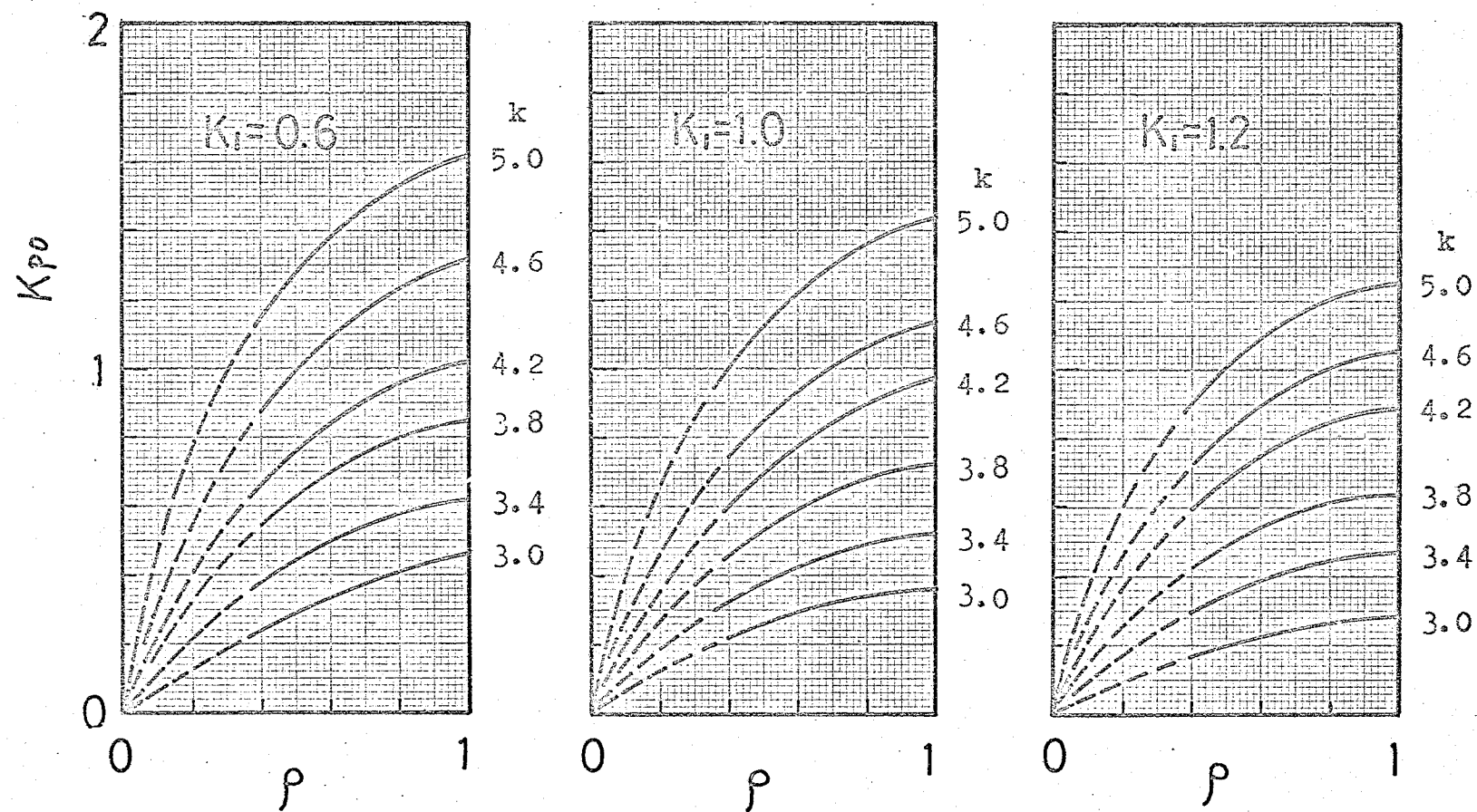


図 6-10 ρ に対する K_{p0} の値 (その2)

て、各 K_1 に対し係数 K_{p0} の値を図 6-10 に示す。 K_{p0} の算出図は、図 6-9 にみられるように $(1 + K_{p0} \cdot K_{p1})$ が $K_1 = 0.3 \sim 1.0$ の範囲で変化が少ないため、 K_1 をあらくとって示してある。なお、 K_{p0} , K_{p1} の算出図における破線部は、外挿による推定値である。

(iii) 方向性のない表面凹凸と方向性のある表面凹凸との接触

$$\bar{P}_0 = \bar{P}_S \cdot K_{p2} \quad \text{-----} \quad (6-13)$$

係数 K_{p2} は P に対して種々の値をとるが、 K_1 に対しては図 6-11 に示す値をとる。 $K_1 \geq 0.3$ において是比较的变化が少ない。このことを考慮して、各 K_1 に対し、 P による K_{p2} の値を図 6-12 に示す。破線部は実線部の外挿による推定値である。

(iv) 方向性のない表面凹凸同士の接触

$$\bar{P}_0 = \bar{P}_S \cdot K_{p3} \quad \text{-----} \quad (6-14)$$

係数 K_{p3} は、 K_1 により変化し、図 6-13 に示す値をとる。

§ 3 接触面の表面凹凸因子

表面凹凸の接触問題に必要とする各因子については、第 2 章に詳しいが、本節においては、実用式の諸係数決定に必要な表面凹凸の因子の求め方を実際の応用の面にとってまとめてみる。表面凹凸の性質から決定される実用式の係数は、

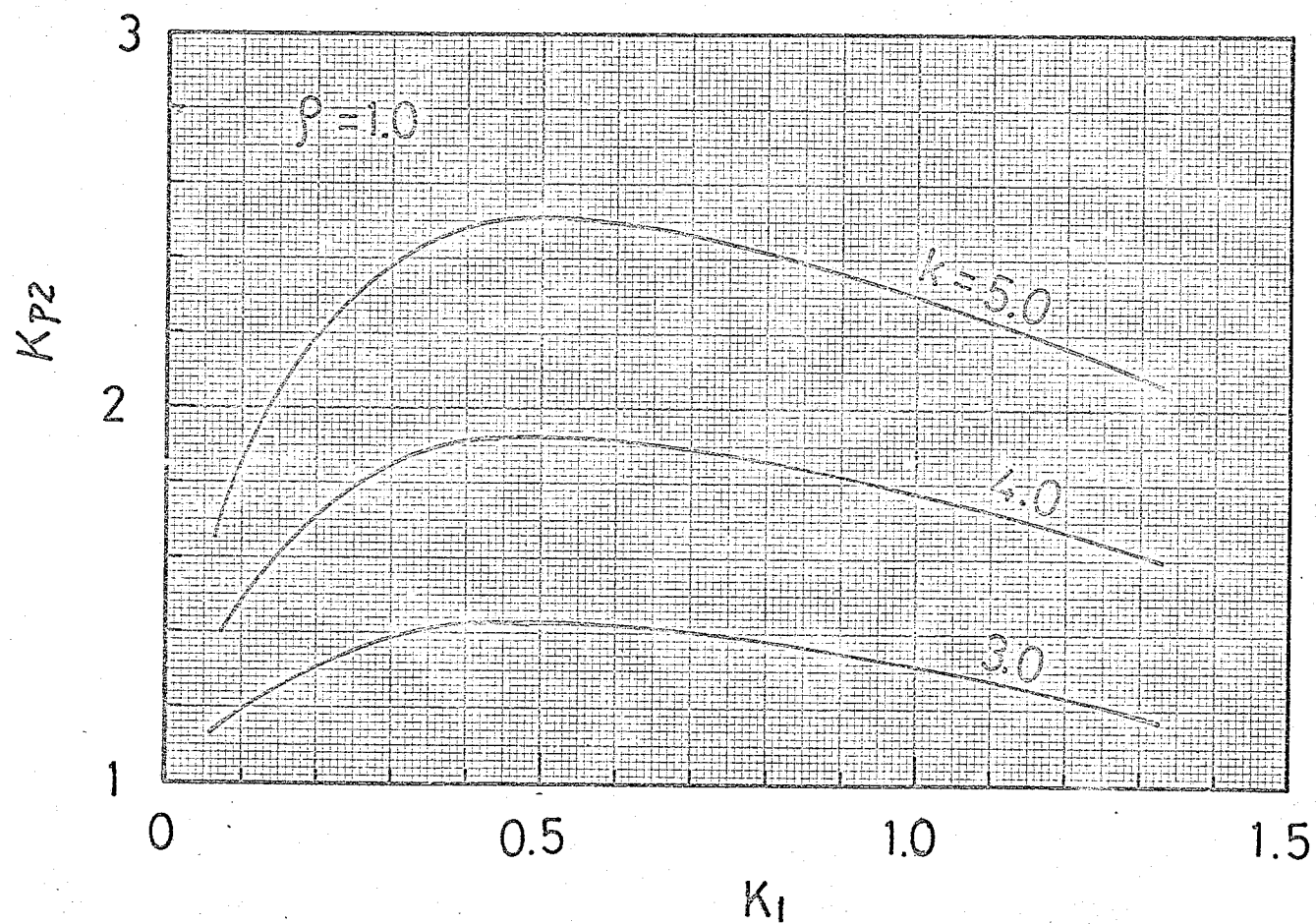


図 6-11 K_1 に対する K_{p2} の変化

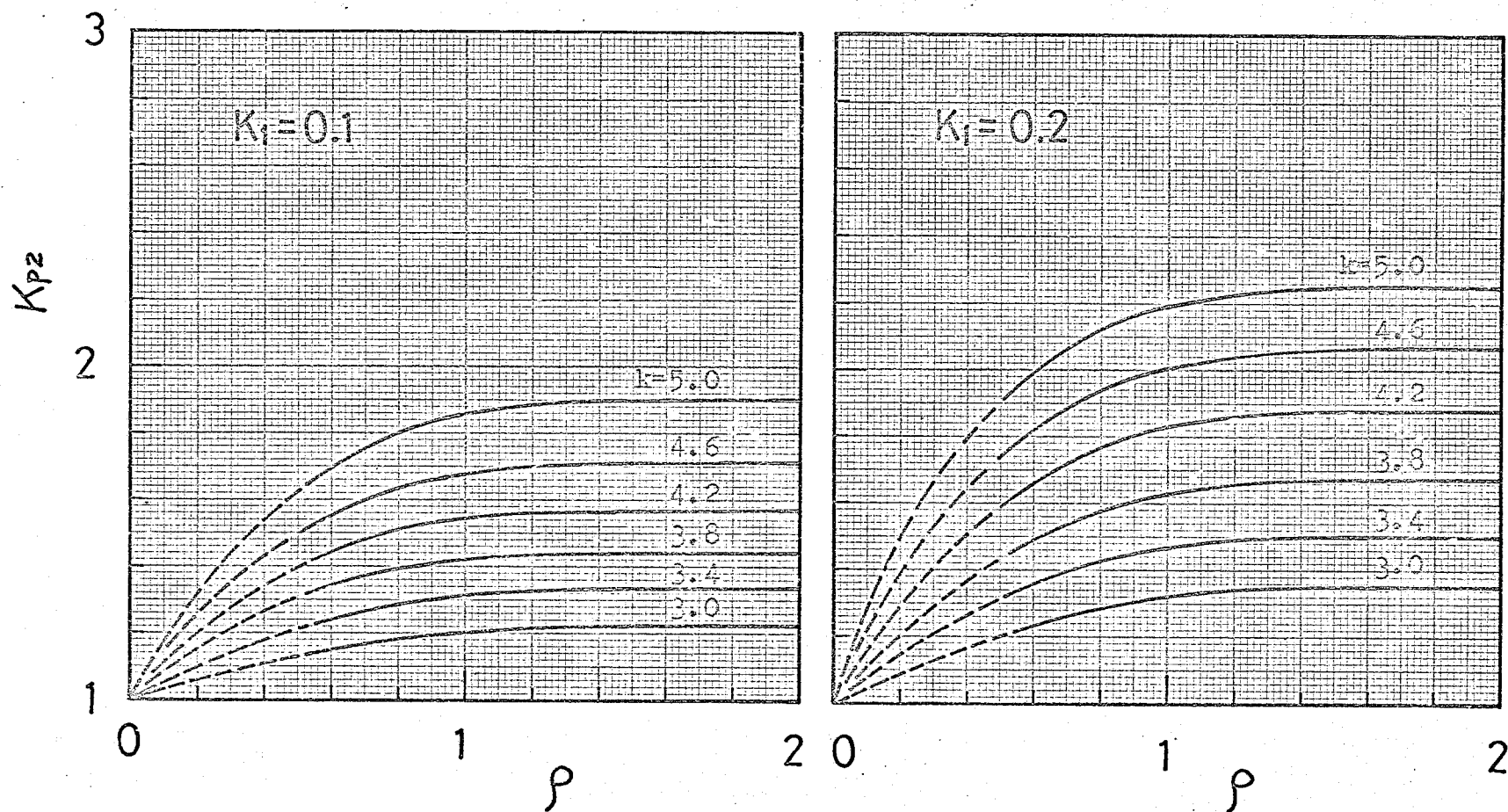


図6-12 ρ に対する K_{p2} の値 (701)

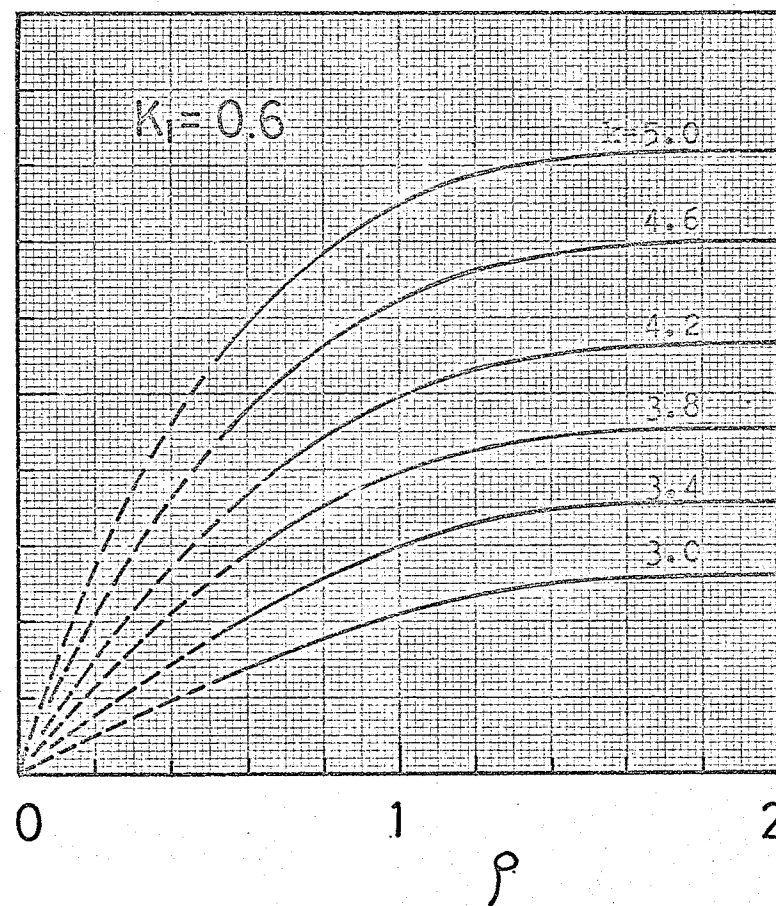
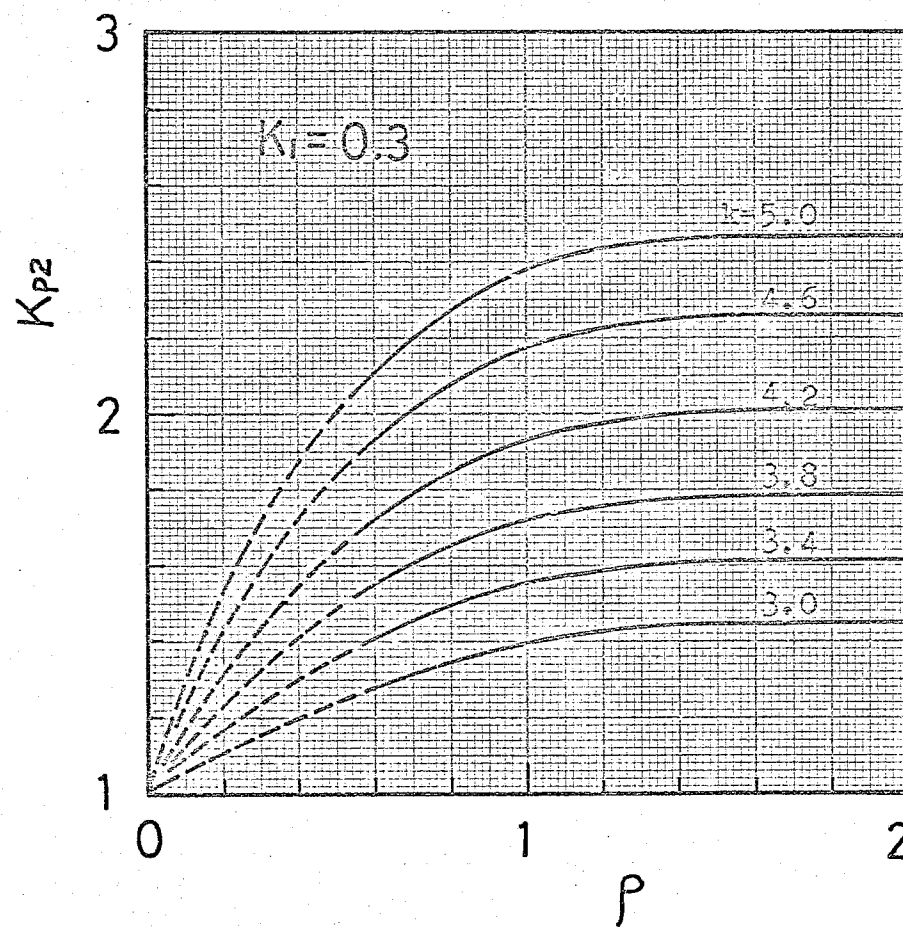


図6-12 ρ に対する K_{p2} の値 (その2)

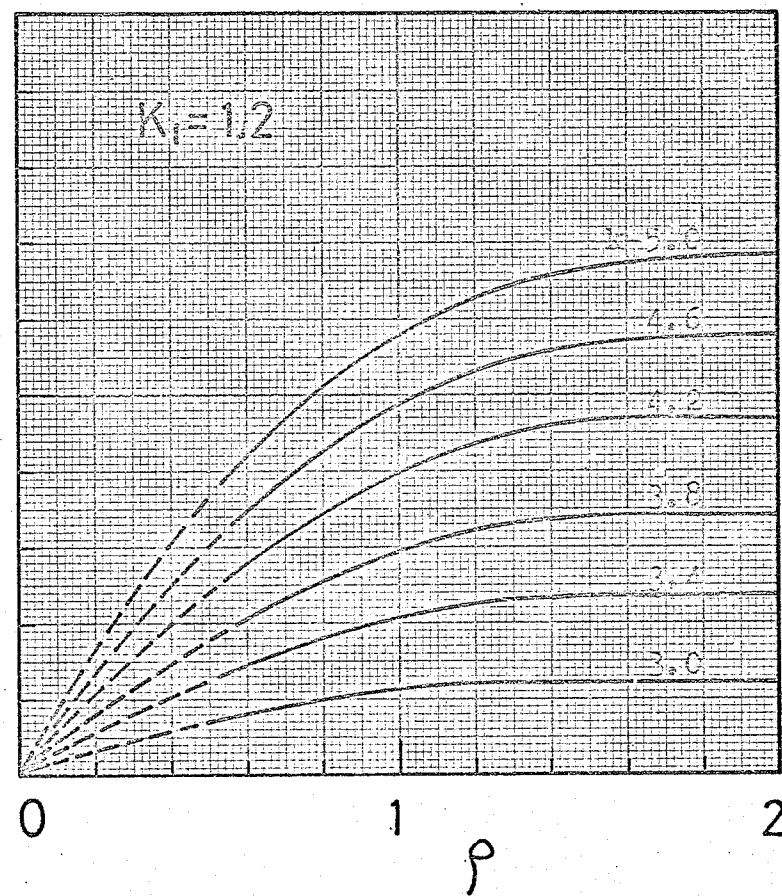
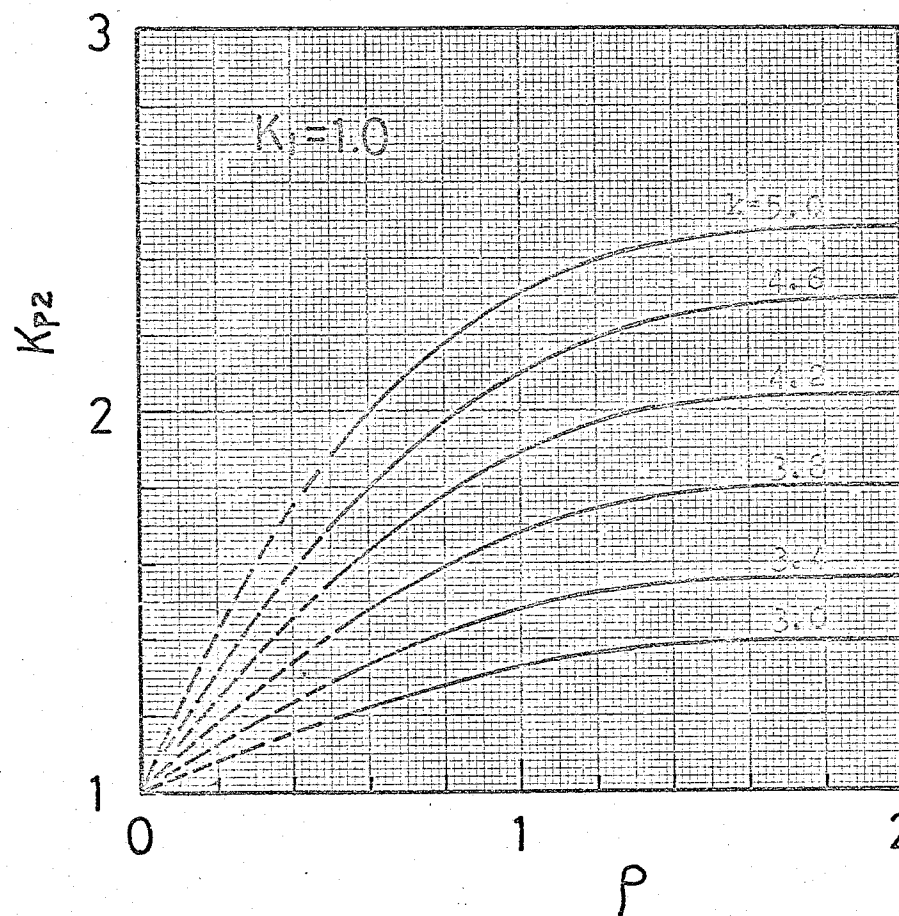


図 6-12 ρ に対する K_{p2} の値 (その 3)

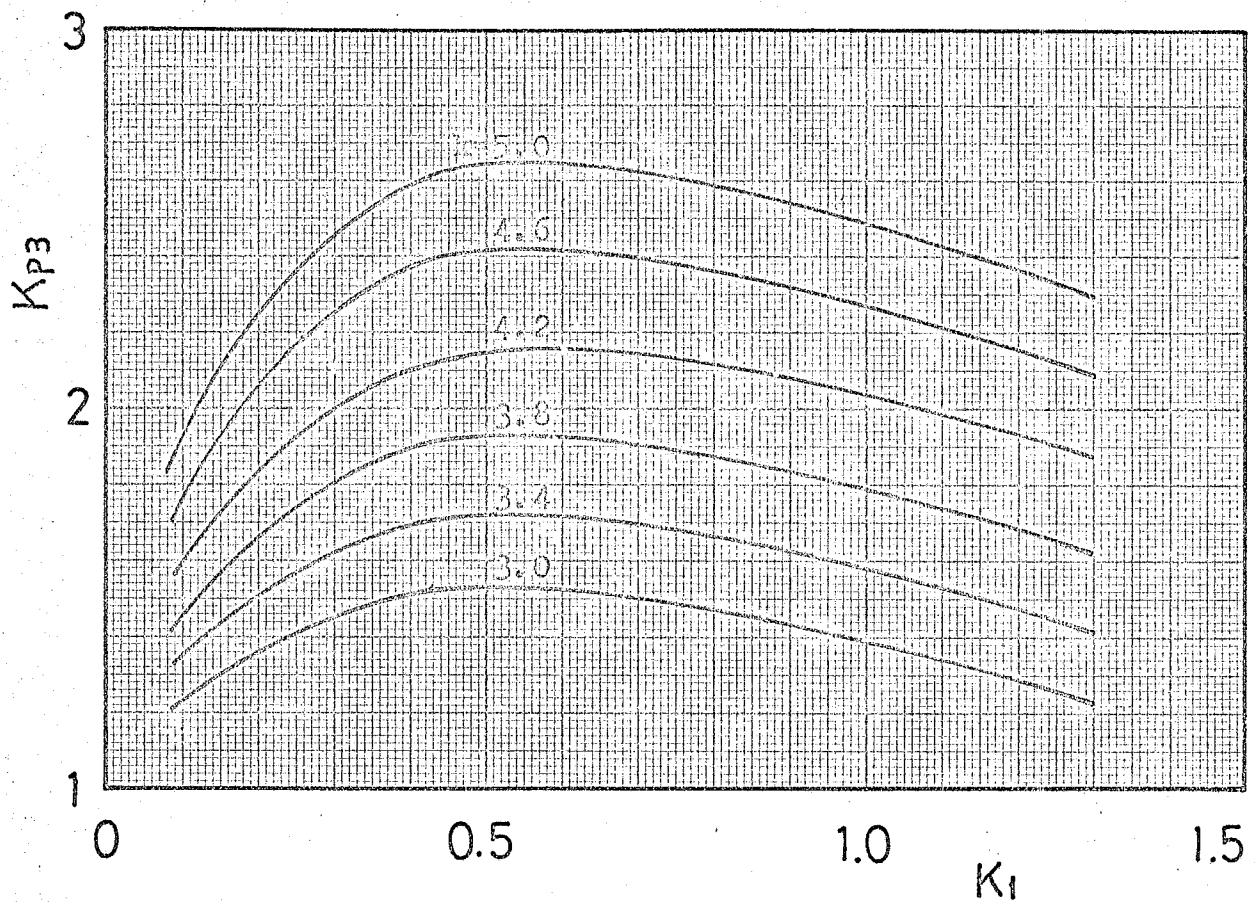


図 6-13 K_i に対する K_{p3} の値

K_i , $\bar{P}_0$ である。この値の算出には、 σ , σ_s , k が必要であり、直接接触面のデータから得ることが望ましいが、応用に際しては非常に労力を必要とする。

表面凹凸の微小突起の傾斜の標準偏差 σ_s は、表面凹凸の高さの標準偏差 σ と密接な関係があり、各加工法に対して表 6-3 の関係式から導かれる。また、表面凹凸の高さの標準偏差 σ は、図 6-14 で定義される H_{pv} により推定することができ、その算出式を表 6-3 に示す。 H_{pv} は測定長 4 ~ 6 mm で得られる突起の最高点と谷の最低点との距離で、JIS の R_{max} (H_{max}) に準じて得られるものであり、精度は低下するが最も簡単に得られる方法である。この H_{pv} を触針式あ

表6-3 σ_s, σ の算出式

加工法	σ_s	σ (μ)
研削	$0.15(1-e^{-1.65\sigma})$	$H_{pv}/(6.00-0.051H_{pv})$
旋削	$0.18(1-e^{-0.81\sigma})$	$H_{pv}/(5.84-0.042H_{pv})$
フライス: シェーパ: ハール加工	$0.18(1-e^{-0.60\sigma})$	$H_{pv}/(5.68-0.028H_{pv})$
ラップ仕上げ	$0.15(1-e^{-2.30\sigma})$	$H_{pv}/(6.92-0.582H_{pv})$

ラップ計で得る場合には、スキットを使わないようにする。したがって、この測定長に含まれるうねりは、 σ

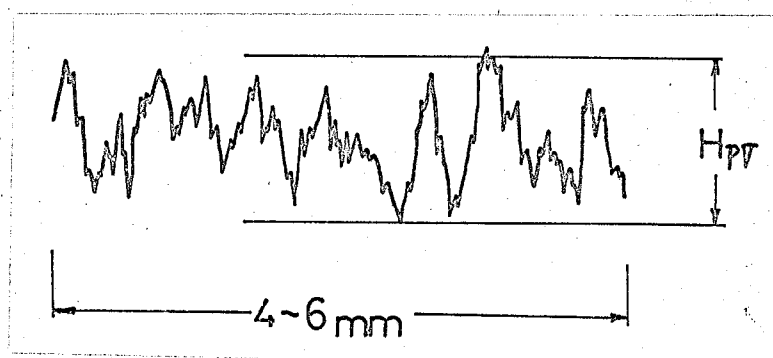


図6-14 H_{pv} の定義

として評価される。例えば、研削においてあらいドレッシングによるドレッシングマークは σ の中に含まれる。なお、表面凹凸の大きさで、これより長いうねりが認められる場合には、測定長をさらに長くする必要がある。

接触=部材を添字1, 2であらわせば、 K_1, ρ は表6-4に示される関係式で得られる。 σ_1, σ_2 は表6-3から得られるもので、表6-4において①は方向性のある表面凹凸を、②は方向性のない表面凹凸を意味する。接触開始位置をあらわす k は、表6-4の N の計算値より図6-15で推定できる。以上により、接触に必要な係数は、簡単に決定され

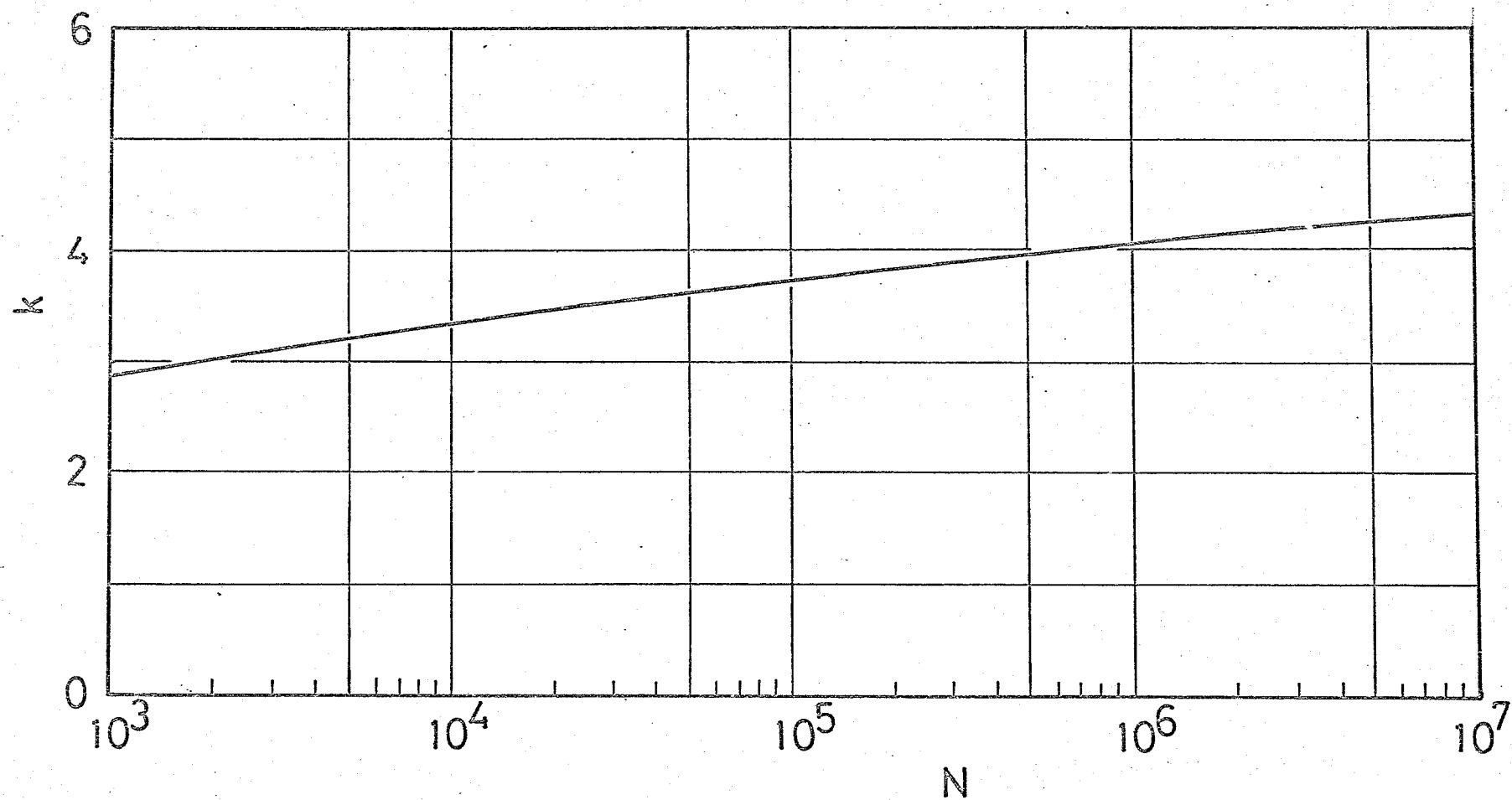


図 6-15 N による k の推定値

表 6-4 各種係数計算式

係数 接触方法	①と②の接触	①と③の接触	③と③の接触
σ_1 と σ_2 の大小	$\sigma_1 \geq \sigma_2$	$\sigma_1: \textcircled{1} \quad \sigma_2: \textcircled{3}$	——
σ_e	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$		
ρ	$\sigma_{\xi 2} / \sigma_{\xi 1}$	$\sigma_{\xi 2} / \sigma_{\xi 1}$	——
K_1	$\frac{4 P_m}{\pi E} \cdot \frac{0.93}{\sqrt{\sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2}}$		
E	$1 / \left(\frac{1 + \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 + \nu_2^2}{E_2} \right)$		
N	$\frac{2 A}{\pi} \cdot \frac{2.37}{\sigma_e^2} \cdot \sigma_{\xi x} \cdot \sigma_{\xi y}$		
$\sigma_{\xi x}$	$\sqrt{\frac{\sigma_{\xi 2}^2 \cos^2(0.78\beta)}{+ \sigma_{\xi 1}^2}}$	$\sqrt{\sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2}$	$\sqrt{\sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2}$
$\sigma_{\xi y}$	$\sqrt{\frac{\sigma_{\xi 2}^2 \cos^2\{0.78(\frac{\pi}{2} - \beta)\}}{+ 0.11 \sigma_{\xi 1}^2}}$	$\sqrt{0.11 \sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2}$	$\sqrt{\sigma_{\xi 1}^2 + \sigma_{\xi 2}^2}$

(注) ①: 方向性のある表面凹凸 ③: 方向性のない表面凹凸

る。

§ 4 実用式の適用範囲

4-11 二平面の接触状態に関する検討

二平面の接触状態は、接触面の表面凹凸の性質により次の四種類に分けられる。

(i) 方向性のある表面凹凸となめらかな面との接触 ($\beta =$

0°の状態を含む)

- (ii) 方向性のある表面凹凸同志の接触 ($\beta = 0^\circ$ を除く)
- (iii) 方向性のある表面凹凸と方向性のないものとの接触
- (iv) 方向性のない表面凹凸同志の接触

項(i), (iii), (iv)の接触状態については、本研究の結果ですべての範囲が計算できるが、項(ii)については、本研究の理論では交叉角 β に制限がある。すなわち、本研究の計算結果は、 $\beta \geq 30^\circ$ について示してあるが、 $\beta = 0^\circ \sim 30^\circ$ ($\beta = 0^\circ$ は項(i)に含まれる)は本研究の理論の仮定が成立しないため計算値を示し得ない。しかしながら、 $\beta = 0^\circ$ で項(i)の結果に一致することを考慮して外挿した図6-3, 図6-5の破線部を使用すれば、この間の数値を推定することは可能である。この破線部の推定値を使用し、式(6-4)から得られる $\overline{\delta_E}$, $\overline{P}$ と実験値との比較の例を、 $\beta = 22.5^\circ$ について図6-16に示す。計算値は $\overline{P}_0 = 0$ として示しており、実験条件は第3章表3-3と同様である。実験値にはばらつきがあり計算値より大きめの傾向がみられるが、計算値は実験値にほぼ近似されているものと考ええる。また、 $\beta \geq 45^\circ$ では β による影響は比較的少なく、 $\beta = 90^\circ$ の値を使用してもそれによる誤差は微小である。さらに、表面凹凸の方向は曲率がある場合(例えば正面フライ加工面)には、 β の定義が難かしいが、一般には接触面内の交叉角 β の平均を使用してもさしつかえないものと考ええる。これは、図6-3からわかるように、 Ke_1 が β に対して単調増加しているためである。

項(ii), (iii)で考慮されている接触=平面の微小突起の傾斜の比 ρ については、 $\rho \leq 0.5$ ではほとんど項(i)の結果に一致するため、 $\rho > 0.5$ の範囲においてのみ ρ の値を計算すればよい。 $\rho = 0.5 \sim 1.0$ の範囲では、 ρ は接触部弾塑性変形に大きく影響するため、できる限り正確に求める必要がある。

接触開始位置に実係する $\bar{P}_0$ は、数値が非常に小さく、その

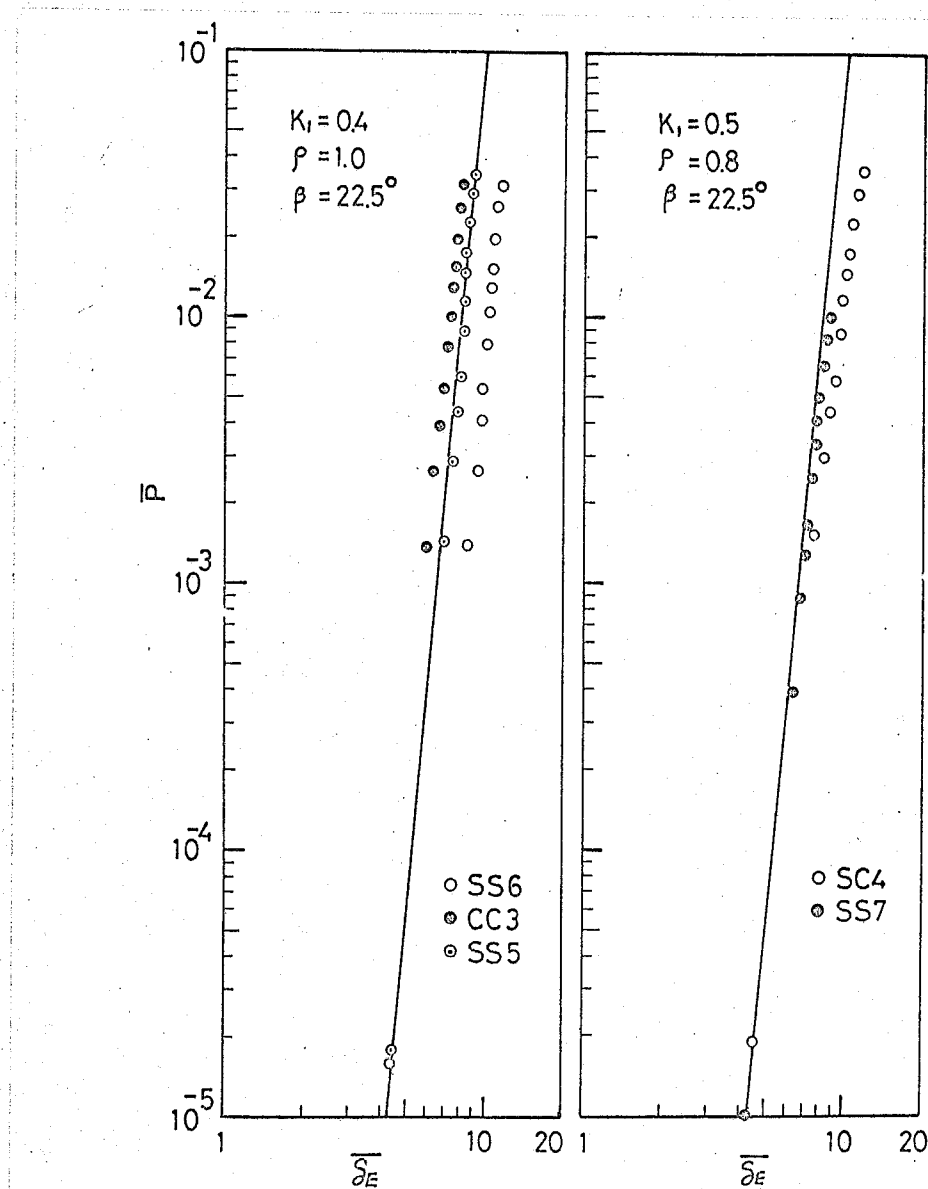


図6-16 $\beta = 22.5^\circ$ における $\bar{S}_E$ と $\bar{P}$

実線は、推定値を使用(式(6-4))の値。

推定も厳密なものが望めないことから、図 6-8 ~ 図 6-13 に示された $\bar{\rho}$ 推定用の諸係数において、 β および ρ に関する破線部（本研究で計算し得ない範囲）で概略値を求めても十分である。

4-2 接触表面凹凸の性質に関する検討

本研究の接触部弾塑性変形は、平面研削加工面、旋削加工面、ラック加工面について実験的に確かめたが、その他の加工面においても次の表面凹凸の性質に一致すれば、本章の結果がそのまま利用できるものと考えらる。

(i) 表面凹凸の密度関数 $f(x)$ が、正規分布で近似できること。

(ii) 表面凹凸の微小突起の形状が、表面凹凸の平均以上において三角形（くさび形）、円錐形で近似できること。

本研究では、上記の加工面の他にフライス加工面（正面フライス、平フライス、エンドミル）、シェーパ加工面、ボール加工面について詳しくその表面凹凸の性質を解析した結果、いずれも上記 (i), (ii) を満足することを確認した。

4-3 表面凹凸の高さの標準偏差に関する検討

表面凹凸の高さの標準偏差 σ は、 δ_E , δ_s に直接関係するものである。接触二平面の σ を σ_1 , σ_2 とすれば、接触時には $\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ で与えられるが、 σ_2 が σ_1 に較べて小さい場合には、 σ_2 を真平面とみなすことができる。 $\sigma_2 / \sigma_1 \leq 0.1$ の範囲では、 σ_2 を真平面とみなしてさしつかえないとする説

もあるが、これは σ_e に0.5%の誤差を許容した場合で、仮に σ_e に2%の誤差を許容すれば、 $\sigma_2/\sigma_1 = 0.2$ となる。一般に σ_e が数 μ 程度であることを考慮すれば、 σ_e に5%程度まで誤差を許容しても差し支えないものと考えられる。この場合には $\sigma_2/\sigma_1 = 0.3$ となる。以上のことから、本章では、 $\sigma_2/\sigma_1 \leq 0.3$ では一オを真平面とみなし、 σ_1 の表面凹凸のみを考慮すればよいことにする。 σ_2/σ_1 は接触係数 K_1 にも影響するが、これに及ぼす影響は、 σ_e に及ぼすものより小さく $\sigma_2/\sigma_1 \leq 0.3$ の範囲では、その影響が無視できる。

加工表面のうねりは、表面凹凸の突起の傾斜にはほとんど影響せず、表面凹凸の高さの標準偏差 σ に影響する。本研究では、15mm以内に含まれるうねりを考慮して σ を決定しており、この中には図6-17にみられるように、明らかに砥石のドレッシングマークとみられる長い周期の凹凸を含む研削加工面も実験されている。しかしながら、本研究の範囲では、測定長5~6mmの結果と15mmの結果とはほとんど差がみられず、したがって測定長は5~6mmで十分と考える。この範囲で得られる表面凹凸の大きさより大きく、かつ長周期のうねりは、接触面を曲面として考える必要がある

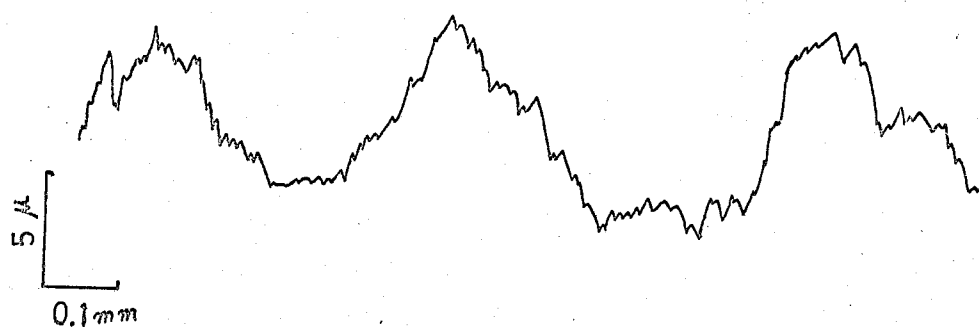


図6-17 ドレッシングマークのある研削面

と考える。

§5 実用式の応用に關する考察

本章で導かれた接触部の弾性変形量 δ_E と垂直荷重 P との關係の実用式を応用する場合には、基本的には次項を考慮すればよい。

(i) 本章の結果 $\bar{\delta}_E = a_e \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{0.6} - \bar{P}_0^{0.6} \}$ の關係を互に独立なばねとし、接触面に多数存在しているものとする。ここで、 $\bar{\delta}_E = \delta_E / \sigma_e$, $\bar{P} = P / A_{pm}$ である。

(ii) 接触本体と上記 (i) のばねとは、垂直接触応力のつり合を考えたばねである。

(iii) 対象とする構造の弾性変形量は、接触本体の変形量に上記 (i) の変形量を加えることにより得られる。

以上の実用式の応用に關する基本事項は、本研究の接触部弾性変形が、平均垂直応力による平均変位を除いていることと、弾性変形を考える範圍が表面凹凸の大きさとはほぼ同じであることによるものである。上記の基本事項 (ii) は厳密には満足されなければならないが、後述するカラー組合せ時のフリースアーバの曲げ剛性の例にみられるように、許容できる範圍で厳密性を多少犠牲し、他の単純化された条件とすることもできる。

工学的事例に接触部の表面凹凸による変形をとり入れている研究は、精密測長等に二、三みられるが⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾、未だ満足するような結果は得られていないようである。また、工作機械構造の剛性については、その構造の複雑さもあり、未だ単純なオ

法により現象をとらえようとしているのが現状で、接触部の影響を考慮する域まで達していない。したがって、この分野においては、今後大型電算機を使、た構造解析が可能となる時点で、本研究の結果が重要な意味をもつものと考ええる。ここでは、本章の實用式の応用の才法に対する基本的な考え方を二、三の例について考察してみる。

5-Ⅱ カラー組合せ時のフライスアーバの曲げ剛性

工作機械各部(切削工具を取付けた状態を考える)のうち、接触面の影響を直接強く受ける典型的なものとして、横フライス盤等におけるディスタンスカラー(カラーと称する)を組合せたフライスカッタを含むアーバがあげられる。横フライス盤による円周刃フライス切削においては、フライスカッタの規格および作業上の問題により、フライスカッタを取付けるアーバの径をいたずらに大きくし剛性をあげることはできない。

アーバの剛性に影響する因子としては、主として次のようなものが考えられる。

- (i) アーバ形状による剛性
- (ii) カラー形状による剛性
- (iii) カラー接触部およびカラー締付力による剛性

項(i), (ii)のアーバおよびカラーの形状による剛性は従来の材料力学的な単純な方法で十分解析可能であるが、カラー接触部の剛性は接触面の表面凹凸による弾性変形を考慮して解析されなければならない。

カラーを組合せたアーバの曲げ剛性実験モデルは、図6-18に示されるものであり、荷重点を中心にカラーの組合せを対称にし、両端単純支持はりとして考える。ここで考えるカラーおよびアーバの断面形状は図6-19に示すものを基準とし、計算上キー溝の影響は無視できるものとした。アーバとカラー内周とは、荷重点および支点以外は決して接することがないものとし、この場合の解析のためのモデルを図6-20のように考える。各節の断面二次モーメントを I_{c1} , I_{c2} , I_a , I_b とし、カラー断面形状の変化する点を荷重点を基準に

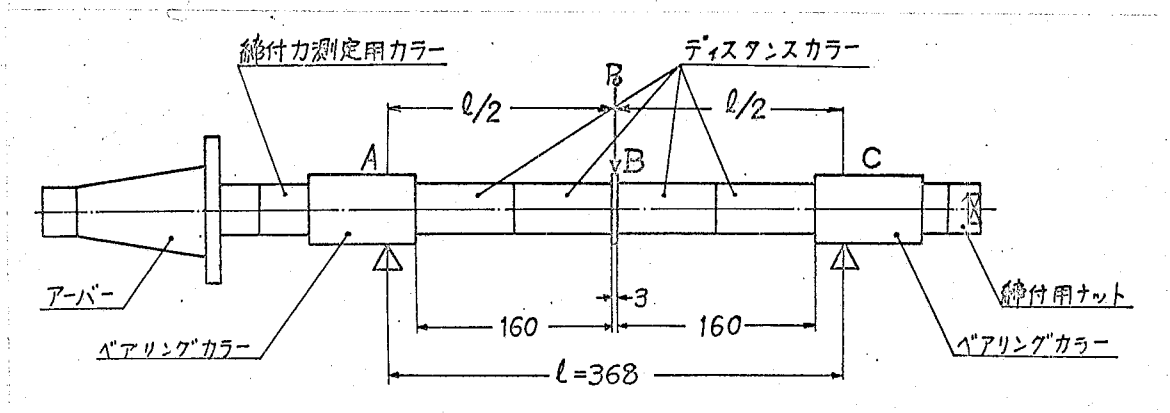


図6-18 アーバの曲げ剛性実験概略図

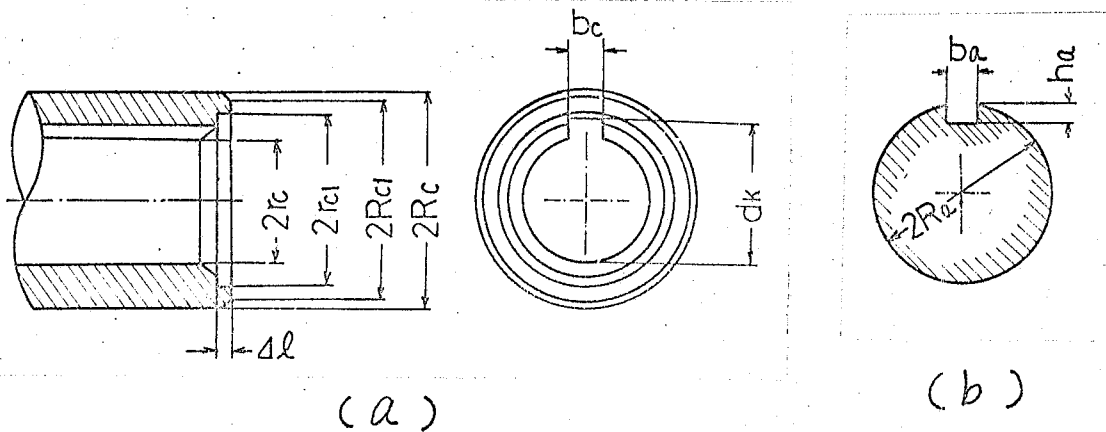


図6-19 カラーおよびアーバ形状
(a) カラー断面 (b) アーバ断面

$$\lambda_A = \sum_{m=1}^n \left\{ \left(-\frac{l}{4} \chi_{2m-1}^2 + \frac{1}{3} \chi_{2m-1}^3 \right) - \left(-\frac{l}{4} \chi_{2m-2}^2 + \frac{1}{3} \chi_{2m-2}^3 \right) \right\}$$

$$\lambda_B = -\frac{l}{4} \chi_B^2 + \frac{1}{3} \chi_B^3, \quad \lambda_A = \sum_{m=1}^n (\chi_{2m-1} - \chi_{2m-2})$$

$$K_A = \sum_{m=1}^n (\chi_{2m-1}^2 - \chi_{2m-2}^2), \quad 4M: \text{ア-バ端でア-バ}$$

およびカラーにかかる曲げモーメント

せん断変形によるたわみは、ア-バについて

$$\omega_S = \frac{2 P_a l}{3 A_a G} \quad \text{--- (6-16)}$$

$A_a = \pi R_a^2$, P_a : ア-バが負担する荷重

カラーについて

$$\begin{aligned} \omega_{sc} = & \frac{2}{3} \cdot \frac{(R_c^2 + r_c^2 + R_c r_c)(l - 4n\Delta l)}{(R_c^2 + r_c^2) A_c G} P_c \\ & + \frac{2}{3} \cdot \frac{(R_c^2 + r_{ci}^2 + R_c r_{ci}) 4n\Delta l}{(R_c^2 + r_{ci}^2) A_{ci} G} P_c \quad \text{--- (6-17)} \end{aligned}$$

$$A_c = \pi (R_c^2 - r_c^2), \quad A_{ci} = \pi (R_c^2 - r_{ci}^2)$$

で与えられる。

カラー接触部の弾性変形量は式(6-4)より次式で与えられる。

$$\delta_E = a_0 \sigma_c^{be} \quad \text{--- (6-18)}$$

ここで

$$a_0 = a_e \cdot \sigma_e \cdot p_m^{-be}, \quad \sigma_e: \text{接触応力}, \quad be = 0.09$$

式(6-4)における $\bar{p}$ は、カラーに作用する応力と比較して非常に微小であることおよび本応用例では接触開始位置からの変形が不要であることから無視することにする。

カラー-接触面に曲げモーメントが作用した場合の接触部のみによるたわみを考える際には、厳密性は欠くが計算式を単純化させるために次の仮定をおく。

- (i) 接触面内に式(6-18)の関係にあるばねが、互に独立に多数存在する。
- (ii) カラーは剛体とする(カラー端面の平均面はそのまま維持される)。

接触部の変形を除いたカラーの変形については、すでに計算されているため接触部の変形のみを考える場合には仮定(ii)をおくことはさしつかえない。ただし、厳密には表面凹凸の等価ばねにかかる応力とカラーに作用する応力との間に多少の差が生ずるが、ここでは無視できるものとする。

接触面に曲げモーメント M_i が作用している場合の接触面の近寄り量 ΔX は、図6-21にカラー端面が均等に接触を開始する位置を基準の座標にとれば次式となる。

$$\Delta X = K_{c1} + K_{c2} \cdot y \quad (6-19)$$

K_{c1}, K_{c2} : 定数 $-R_{c1} \leq y \leq R_{c1}$

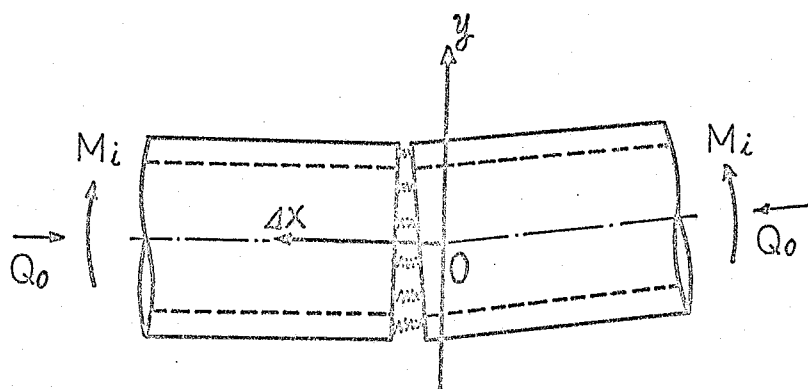


図6-21 カラー-接触部モデル

接触面内には式(6-18)の関係のばねが存在するため、次の関係が成立する。

$$K_{c1} + K_{c2} \cdot y = a_0 \sigma_c^{be} \quad (6-20)$$

曲げモーメント M_i による接触面垂直応力を σ_{Mi} , カラ-締付力 Q_0 による圧縮応力を σ_Q とおけば

$$\sigma_c = \sigma_{Mi} + \sigma_Q \quad (6-21)$$

となる。したがって

$$\sigma_{Mi} = \left(\frac{K_{c1} + K_{c2} \cdot y}{a_0} \right)^{1/be} - \sigma_Q \quad (6-22)$$

を得る。曲げモーメント M_i は式(6-22)より

$$\begin{aligned} M_i &= 2 \int_{-R_{c1}}^{R_{c1}} y \sigma_{Mi} \sqrt{R_{c1}^2 - y^2} dy \\ &= 2 \int_{-R_{c1}}^{R_{c1}} y \left(\left(\frac{K_{c1} + K_{c2} \cdot y}{a_0} \right)^{1/be} - \sigma_Q \right) \sqrt{R_{c1}^2 - y^2} dy \end{aligned} \quad (6-23)$$

カラ-締付力 Q_0 は

$$Q_0 = 2 \int_{-R_{c1}}^{R_{c1}} \sigma_c \sqrt{R_{c1}^2 - y^2} dy = 2 \int_{-R_{c1}}^{R_{c1}} \left(\left(\frac{K_{c1} + K_{c2} \cdot y}{a_0} \right)^{1/be} + \sigma_Q \right) \sqrt{R_{c1}^2 - y^2} dy \quad (6-24)$$

で与えられる。式(6-23), 式(6-24)より K_{c1}, K_{c2} は数値計算によって決定できる。接触部の変形のみによるたわみ w_c は K_{c2} が接触部におけるたわみのこう配であることから、次式で与えられる。

$$w_c = \sum_{m=0}^n \left(-\frac{\ell}{2} - x_{2m} + \Delta \ell \right) K_{c2}(2m) \quad \text{--- (6-25)}$$

$K_{c2}(2m)$ は、図 6-20 の $2m$ の点における K_{c2} の値である。したがって、荷重点のたわみ w は次式となる。

$$w = w_M + w_S + w_c \quad \text{--- (6-26)}$$

荷重点と支点におけるア-バとカラーのつり合条件から

$$\begin{aligned} \Delta M = & \left[P_c \left\{ (K_B \eta_B + K \eta_A) \left(1 - \frac{96EI_a}{\ell^3} w_A \right) + \frac{6}{\ell} (K_B \lambda_B + K \lambda_A) \right. \right. \\ & - \frac{12E}{\ell} \left(\frac{I_a}{I_B} w_A - \frac{w_c}{\ell} \right) \left. \right\} + \frac{12}{\ell} \left\{ w_c - \left(\frac{\ell}{3} + \frac{16EI_a}{\ell^2} w_A \right) \right. \\ & \left. \left. \cdot \sum_{m=0}^n K_{c2}(2m) \right\} \right] / \left[(K_B \chi_B + K \chi_A) \left(2 - \frac{192EI_a}{\ell^3} w_A \right) \right. \\ & \left. - \frac{12E}{\ell} \left(\frac{1}{I_a} + \frac{1}{I_B} \right) \left(\frac{8I_a}{\ell} w_A + \frac{\ell^2}{24E} \right) - \frac{6}{\ell} (K_B \chi_B^2 + K \chi_A^2) \right] \end{aligned}$$

--- (6-27)

こゝで

$$w_A = w_S / P_a, \quad w_c = w_{sc} / P_c$$

荷重 P_0 は P_a と P_c の和となり次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_0 = & P_c \left\{ 1 + \frac{8I_a}{\ell^2} \left(\frac{1}{8I_B} + K_B \eta_B + K \eta_A \right) \right\} + \frac{16EI_a}{\ell^2} \sum_{m=0}^n K_{c2}(2m) \\ & - \frac{8I_a}{\ell^2} \Delta M \left\{ \ell \left(\frac{1}{I_a} + \frac{1}{I_B} \right) + 2 (K_B \chi_B + K \chi_A) \right\} \end{aligned}$$

--- (6-28)

こゝで, $\eta_B = \ell \chi_B / 2 - \ell \chi_B^2 / 2$

P_0 と w の数値計算にあたっては、 P_0 を変数として式(6-26)、式(6-28)より P_0 、 w を決定する方法をとる。

実験に使用したアーバとカラーの諸元は表6-5に示すもので、図6-18の荷重点は厚さ3mmの高強度銅円板を使用し、支点はベアリングカラーを用いこの部分でアーバとカラーが一体とみなせるようにしてある。ベアリングカラー支持部はV形エッジをもつものを使用し単純支持の条件を満足するようにしてある。このようにして得られた結果は、 P_0/w を曲げ剛性として図6-22に示すようになる。実線と破線で示される直線は、カラー接触面の影響を考慮しない場合、すなわちカラーが一体となっている理想状態における剛性の計算値であり、曲線はカラー接触部の影響を考慮した場合の計算値である。数値計算にあたって、表面凹凸に関する係数は次のように決定した。すなわち、カラー端面はロータリー研削されたもので、 $H_{pv} \approx 1.5\mu$ であり、したがって表6-3より $\sigma \approx 0.25\mu$ となる。接触面は同一性質であ

表6-5 アーバおよびカラー諸元

アーバ 諸元

R_a	b_a	h_a	材質	かたさ
12.7	6.4	5.0	SNC21	HRC 59

カラー 諸元

R_c	R_{cl}	r_{cl}	r_c	b_c	d_k
20.0	19.0	16.0	12.7	7.0	28.4
dl	R_B	r_B	材質	かたさ	端面高さ
1.0	27.0	12.7	SCM3	HRC 45~50	H_{pv} 1.5

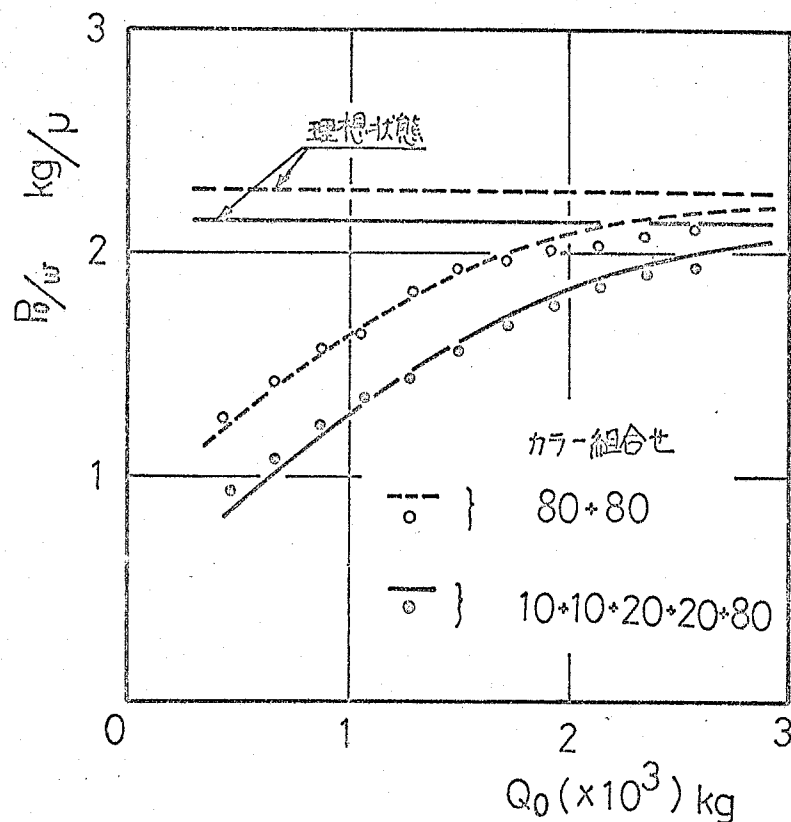


図6-22 カラー締付力と剛性の関係

ることから、 $\sigma_e \approx 0.36\mu$ 、 $P = 1.0$ となる。表面凹凸
の方向の交叉角 β は平均値として $\beta = 45^\circ$ とすれば、 $K_1 = 0$
.85、表6-1より $Q_{e0} = 11.2$ 、式(6-8)より Q_e
 $= 19.3$ となる。したがって式(6-18)の係数は

$$Q_0 = 3.9 \text{ (単位 } \mu)$$

$$b_e = 0.09$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_0 = 3.9 \text{ (単位 } \mu) \\ b_e = 0.09 \end{array} \right\} \text{————— (6-29)}$$

となる。この数値による計算結果は図6-22にみられるよ
うに実験値とかなりよく一致し、カラー締付力 Q_0 による剛性
の変化をよくあらわしている。また、短いカラーを多数組合
せた場合には接触面数が増加し、剛性が低下することがわか
る。これは、従来フライス作業標準では、短いカラーの組合

せる推奨しているが、剛性の面からは全く逆の結果となる。これらの結果は、カラーを一体形とする単純化された計算（図6-22の直線）ではあらいし得ないものである。

5-2 工作機械案内結合部の剛性

工作機械の案内結合としては、摺動を目的としたものと固定結合を目的としたものがある。その種類もダブルテーブル結合、角ガイド結合、バータイプ結合等種々の形式が使用されているが、これらの結合方法はニータイプフライス盤のテーブル、サドル、ニータイプ、あるいは横フライス盤のオーバアーム等々に使用され、加工物形状精度に直接影響する場合が多い。ここでは、一例として横フライス盤のオーバアームとコラムの固定結合として広く用いられているダブルテーブル結合部における接触部の影響について考察してみる。

ダブルテーブル結合部に作用する力は、その断面において図6-23に示すものの任意に組合されたものである。ここでは単純に垂直方向に作用する力のみによるダブルテーブル結合部の剛性について考察する。

ダブルテーブル固定結合部の剛性に影響する因子としては、次のものが考えられる。

- (i) ダブルテーブル傾斜角
- (ii) 締付力
- (iii) 結合面の表面凹凸

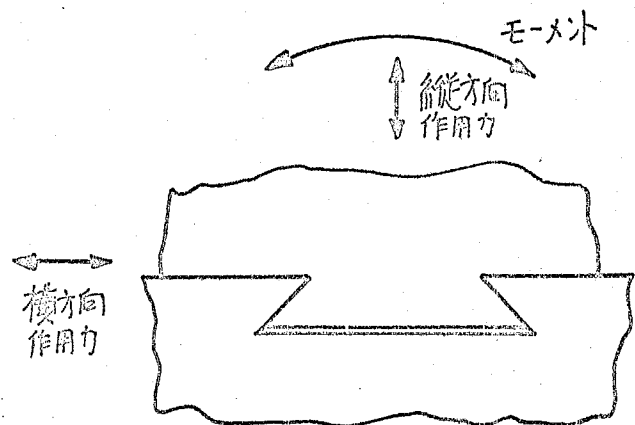


図6-23 ダブルテーブルに作用する力

これらの他に、ダブルテール周囲の形状も剛性に影響するが、ここでは単純化させてこれによる影響は無視し、また、ダブルテールの形状誤差もないものとして解析してみる。

ダブルテールの変形解析は、有限要素法、緩和法等の数値計算法も考えられるが、ここではくさび形はりの曲げたゆみとする単純化されたモデルを考える。図6-24は、ダブルテール接触面の垂直応力 σ_z の分布を、光弾性実験によって求めたものである。接触面ABに作用する応力は、せん断応力差積分法によって計算されたもので、縦軸の $F \cdot O$ は綱次数を意味する。

ダブルテール部をくさび形はりの問題として解く場合、矩形断面の片持はりが、半無限弾性体上に固定され、そのはりに

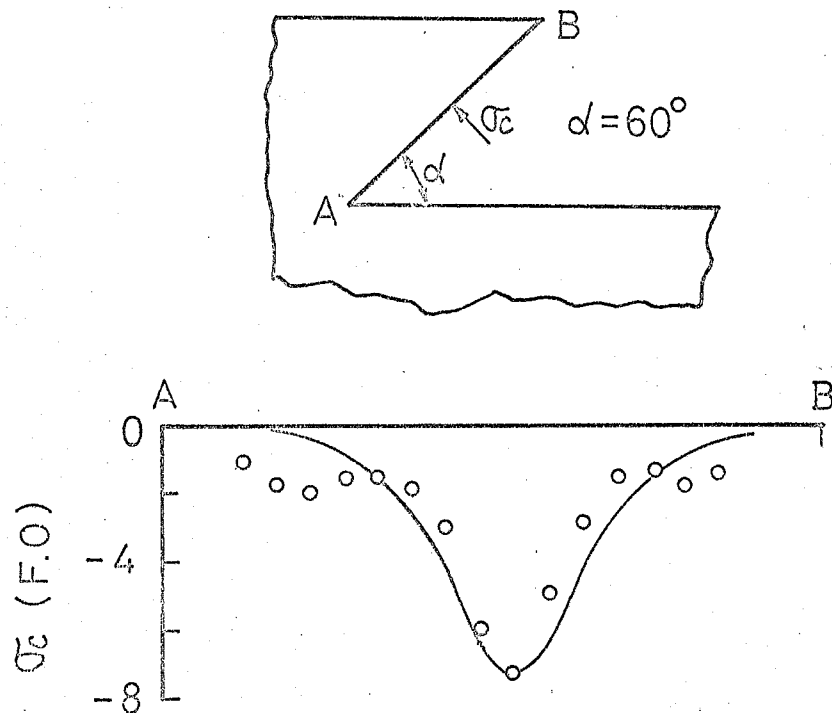


図6-24 光弾性実験によるダブルテール接触面垂直応力の分布

図6-25に示されるように、
垂直分布荷重 $Q_N(x)$ が作用した
ものとする。この場合、断面
二次モーメント $I(x)$ 、曲げモー
メント $M(x)$ は次式で与えられ
る。

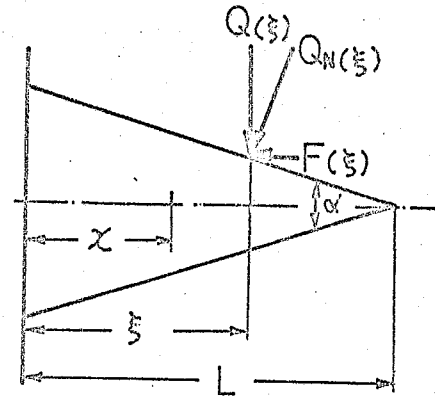


図6-25 ダブテールの
はりとしてのモデル

$$I(x) = \frac{2}{3} b(L-x)^3 \tan^3 \frac{\alpha}{2}$$

$$M(x) = \int_x^L F(\xi)(L-\xi) \tan \frac{\alpha}{2} d\xi \\ - \int_x^L Q(\xi)(\xi-x) d\xi$$

ここで

b : ダブテールの幅、

$$F(\xi) = Q_N(\xi) \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$Q(\xi) = Q_N(\xi) \cos \frac{\alpha}{2}$$

したがって、曲げモーメントのみによるたわみ W_M は容易に
次式となる。

$$W_M = -\frac{3}{2Eb \tan \alpha/2} \int_0^x \int_x^L \frac{M(x)}{(L-x)^3 I(x)} dx d\xi \quad \text{--- (6-30)}$$

同様にせん断変形によるたわみ W_S は

$$W_S = \frac{3 \cot \alpha}{4Gb} \int_0^x \frac{\cos \alpha/2}{L-x} \int_x^L Q_N(\xi) d\xi dx \quad \text{--- (6-31)}$$

で与えられる。ダブテール基部のたわみのこう配を考慮した
たわみ W_G は

$$W_G = - \frac{6 \cos^2 \alpha / 2}{\pi E b L^2} M(x) \cdot x \quad \text{--- (6-32)}$$

となる⁽⁷⁵⁾。以上のことから、くさび形はりの中心線上の垂直方向たわみ W_c は、

$$W_c = W_M + W_S + W_G \quad \text{--- (6-33)}$$

となり、ダブテールの垂直方向変位 W は

$$W = W_c \cos \frac{\alpha}{2} + W_x \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{--- (6-34)}$$

となる。ここで、 W_x は x 方向のたわみで次式で近似される。

$$W_x = \left(\frac{dW_M}{dx} + \frac{dW_G}{dx} \right) (L-x) \tan \frac{\alpha}{2}$$

ダブテールの垂直方向荷重 P_0 は次式で与えられる。

$$P_0 = 2 \int_0^L Q_N(\xi) \cos \alpha d\xi \quad \text{--- (6-35)}$$

図6-24に示される接触にかかる垂直応力 σ_c を実線のような正規分布で近似すれば、

$$M(x) = \frac{-P_0/2}{\sqrt{2\pi} L/6} \cos \frac{\alpha}{2} \int_{x-L/2}^{L/2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{6\eta}{L} \right)^2} \left\{ \frac{L/2 + \eta}{\cos^2 \alpha / 2} - x - L \tan^2 \frac{\alpha}{2} \right\} d\eta \quad \text{--- (6-36)}$$

を得る。ここでは、便宜的に接触長さ AB を正規分布の標準偏差の6倍としてある。この $M(x)$ を使用すれば、ダブテール部の変形が計算できる。

これまでの解法では、接触面は接触荷重により凸面となり

二面の接触は平面では行われなことになる。接触面の中央ではヘルツ接触も考えられるが、この場合の接触応力は図6-24の状態にはならない。しかしながら、これら二面間に表面凹凸による非線形ばねが存在するものと考えれば、この現象は説明できる。以下に接触面間に存在する表面凹凸の非線形ばねについて考えてみる。

二つの接触面が全く対称にたわむものとするれば、二面間の相対距離 δ は次式であらわされる。

$$\delta = w_N(x) + w_N(L-x) \quad \text{--- (6-36)}$$

ここで

$$w_N(x) = w_c \cos \frac{\alpha}{2} - wx \sin \frac{\alpha}{2}$$

接触面に作用する垂直応力 σ_c は

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{Q_N(x)}{b} \\ &= \frac{3 P_0}{\sqrt{2\pi} b L \cos \alpha} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{2x}{L} - 1 \right)^2} \end{aligned} \quad \text{--- (6-37)}$$

となる。式(6-36)、式(6-37)が、接触面表面凹凸によるばねでおきかえられるものとするれば、この場合のばね特性は図6-26のようになる。

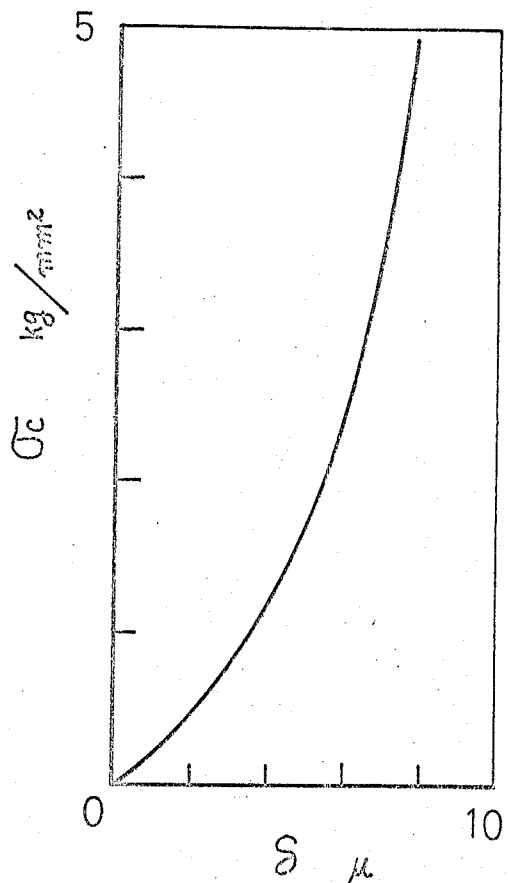


図6-26 接触面間のばね特性

接触面上においては $\sigma_c = 0$ となる点がないため、図 6-26 の例は接触部ばね特性の一部を示していることになるが、これは本章で導かれた実用式と同じ性質を示している。接触

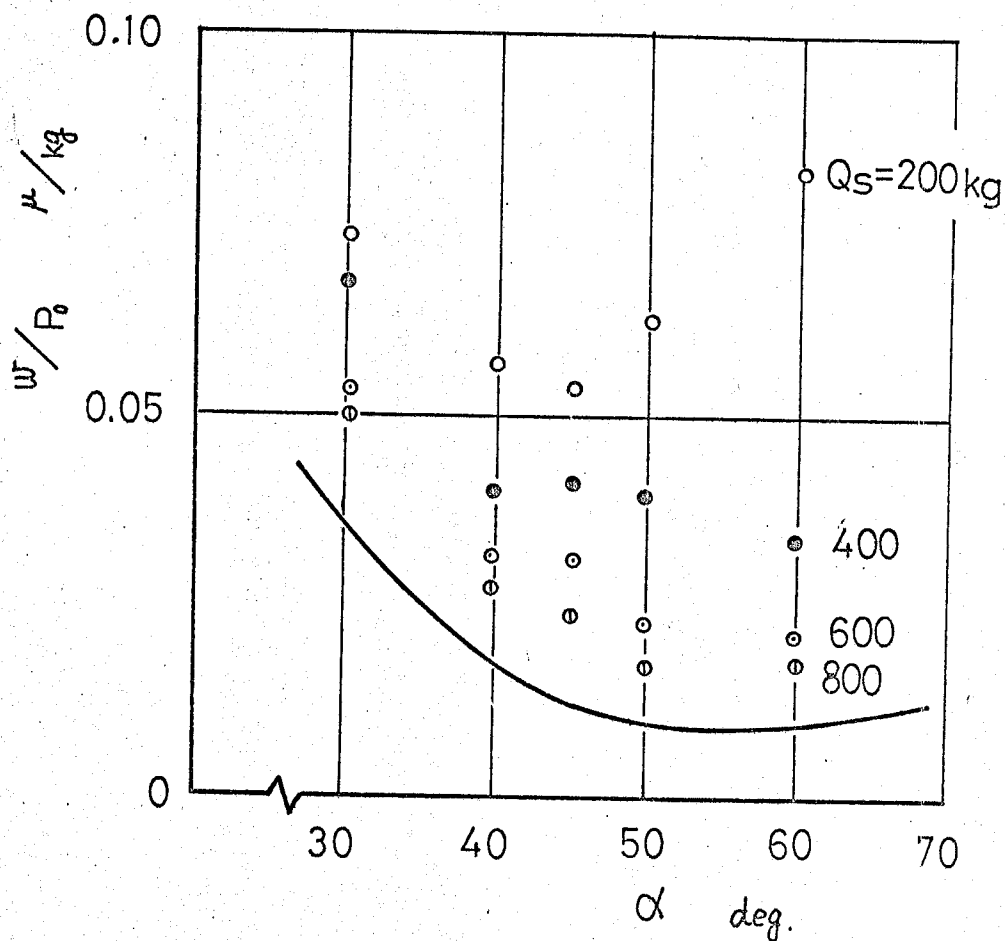
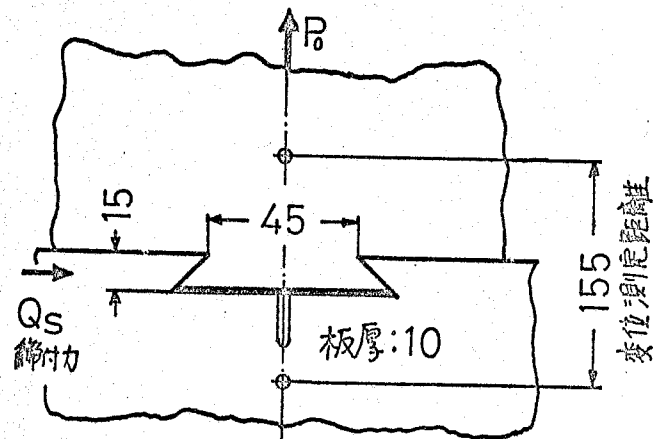


図 6-27 ダブテール垂直方向コンプライアンス
材質: SS41, フライス仕上,

面の表面凹凸の大きさ、材料のかたさ等の相違は式(6-37)の σ_c の分布形の変化としてあらわれ、 σ_c と S の関係が異なってくる。ここでは、本章で導かれた接触部の非線形ばね特性と図6-26との厳密な比較検討はできないが、ダブルテール接触面がフリス仕上げされ、表面凹凸の高さの標準偏差 $\sigma_c \approx 3\mu$ であることから、式(6-18)における Q_0 は、約30となり、図6-26は本章で導かれた実用式の一部と一致する。接触面の状態が異なった場合には、本章の実用式と図6-26との対応に対する検討が必要である。

図6-27は、本例題で導かれたコンプライアンスの計算値と鋼製二次元ダブルテールモデルの引張方向実験結果との比較である。実験値は、ダブルテール上面が離れている状態における値で、締付力 Q_s は正味の値である。計算値は実験値の傾向をよくあらわしているが、接触面の表面凹凸によるばねの变形が加味されていないため、コンプライアンスの計算値は小さくなっている。なお、ダブルテール部以外の変位測定向の変位は、小さいものとして、計算から除外してある。今後、本章で導かれた実用式を応用して、接触面の接触応力分布が正確に求めることができれば、図6-27の現象は説明できるものと考えられる。

5-3 歯車歯面の接触問題

円筒と円筒との接触、球と平面との接触における接触部弾性変形は、歯車歯面のたわみ量、ボールガイドの工作機械におけるテーブルの変形、接触式精密測長における変形問題

に対して、非常に重要となる。ヘルツ接触における接触部の表面凹凸による影響については、表面凹凸の微小突起を完全塑性体とする築添の研究⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾、あるいはくり返し数値計算によるGreenwoodらの報告⁽⁴⁾がみられるが、未だ十分に現象を説明できるところまで達していない。ここでは、歯車歯面のたゆみ量に関連する円筒と平板の接触問題について、接触部の表面凹凸の取り扱い方を考察してみる。

歯車歯面の接触は、円筒と平板の接触問題におきかえることができる。表面凹凸のない理想状態については、三菱造船所の式⁽⁶⁷⁾、Lundbergの式⁽⁶⁸⁾、Weber-Banascheckの式⁽⁶⁹⁾等が評価されている。これらの式の詳細な比較は省略するが、Lundbergの式とWeber-Banascheckの式の大きな違いは、変形を考える範囲と接触中の項の有無による。図6-28は、LundbergおよびWeber-Banascheckの式と実験値との比較を示したもので、表面凹凸の小さいラップ仕上げされた円筒と平板との接触による実験値は、Weber-Banascheckの結果によく一致している。一方、研削加工された円筒と平板の接触における平板の近寄量は、図6-28の○印で示されるようにWeber-Banascheckの計算値より大きくなり、表面凹凸の弾性変形が非常に大きく影響していることがわかる。

Weber-Banascheckの円筒と平板との接触による近寄量 w と線荷重 P_0 との関係式は次のとおりである。

$$w = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{4(1-\nu^2)}{\pi} \left\{ \ln \frac{\sqrt{h_1 \cdot h_2}}{2R(1-\nu^2)} \cdot \frac{E}{P_{max}} - \frac{\nu}{2(1-\nu)} \right\}$$

(6-38)

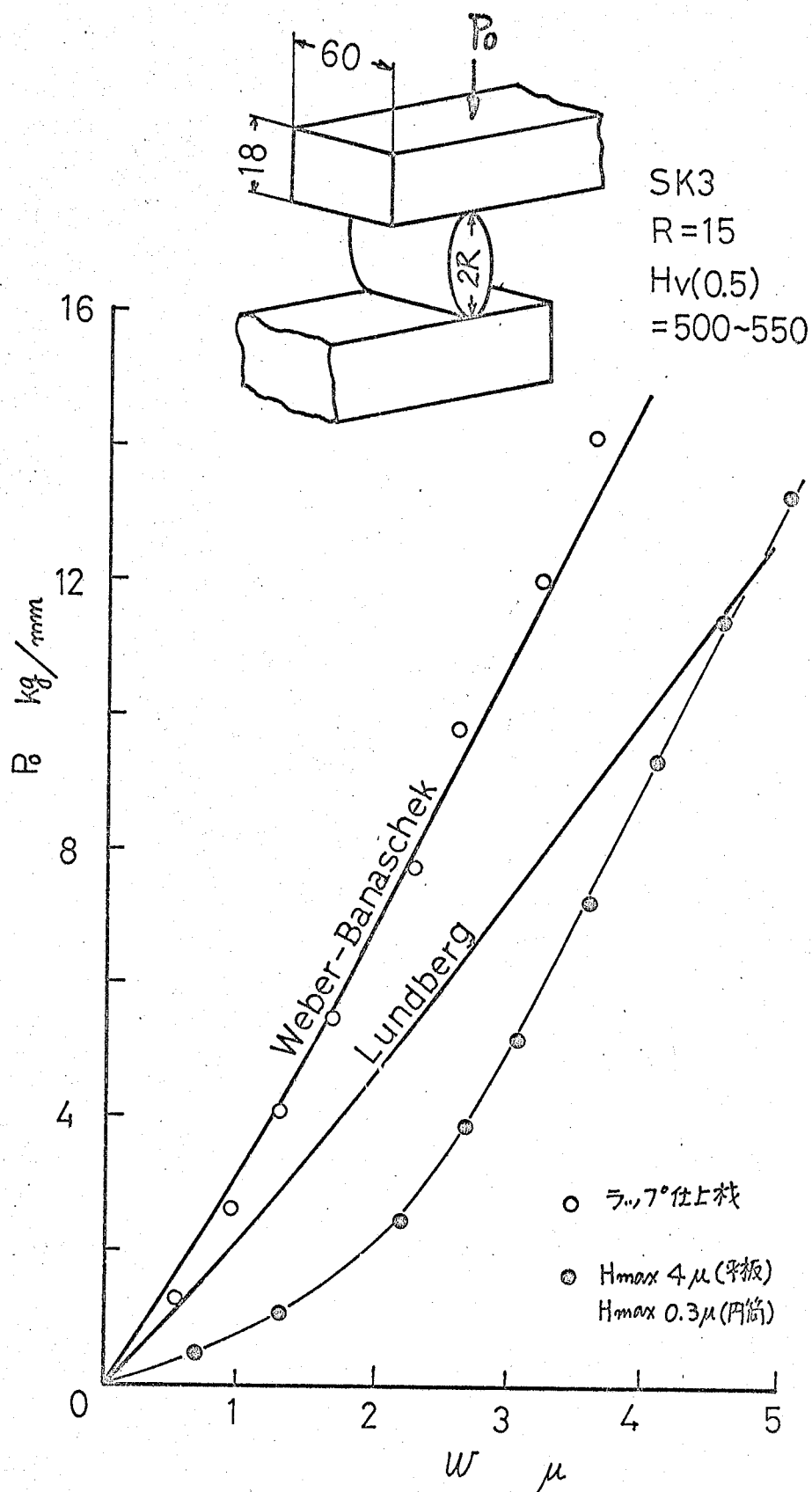


図6-28 円筒と平板の接触における近寄量
(林国一氏の提供による)

R_1, R_2 : 接触二物体の厚さの $1/2$

$R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$: 相対曲率半径

P_{max} : 接触面上の最大応力

式(6-38)の基本は、円筒の中心から平板の厚さの $1/2$ までの距離で生ずる弾性変位を接触の近寄量としてゐることである。以後、この考えに従い

表面凹凸が接触部に存在する場合の解析方法について考察する。

図6-29は、円筒と平板の表面凹凸を一オ(この図では円筒の表面)に等価させ、真平面と表面凹凸をもつ円筒との接触問題とし、円筒の表面凹凸は本章で導かれた非線形ばねにかきかえ、円筒の表面上に互に独立に多数存在するものとする。

この場合の近寄量は、円筒と平板の変形量と表面凹凸の変形量との和になり、表面凹凸による非線形ばねにかかる力は、円筒

にかかる分布応力とつり合なければならない。したがって、接触部の応力分布は、表面凹凸のない理想的なヘルツ接触の場合と異なり、図6-30のようになる。

円筒と平板の接触部は、図6-31に示すように、接触幅 $2B$ を $2N$ 等分し、その分布応力を $p_1, p_2 \dots p_{2N}$ とし、

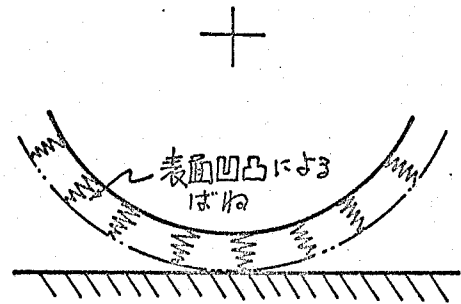


図6-29 円筒と平板の接触モデル

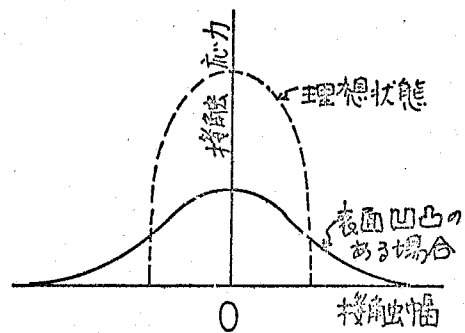


図6-30 接触応力分布

これらの分割片の中
央の変位を $u_1, u_2,$

... u_{2N} とする。こ

これらの間には

$$g_1 = g_{2N} = 0$$

$$g_2 = g_{2N-1}$$

...

$$u_1 = u_{2N}$$

$$u_2 = u_{2N-1}$$

...

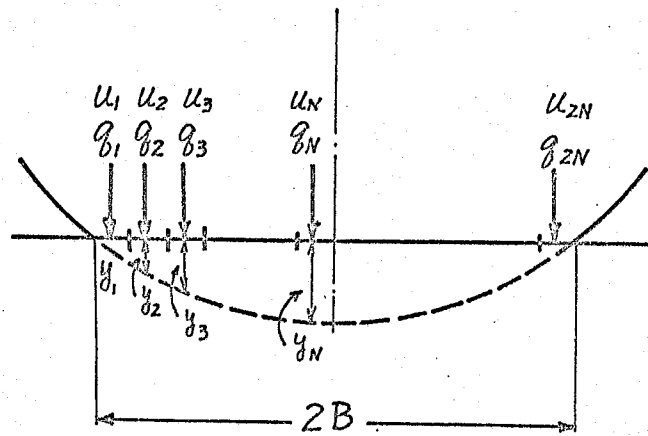


図6-31 数値計算のための接触部のモデル

が成立する。半無限体上に幅 l の荷重 gl (g は応力) が作用した場合、荷重点中央の表面変位 s_0 および x 離れた位置における表面変位 s_x は、次式で与えられる。

$$s_0 = \frac{2gl}{\pi E} \ln \frac{2h}{l} + \frac{1-\nu}{\pi E} gl \quad (6-39)$$

$$s_x = \frac{2g}{\pi E} \left\{ (l+x) \ln \frac{h}{l+x} - x \ln \frac{h}{x} \right\} + \frac{1-\nu}{\pi E} gl \quad (6-40)$$

ここで、 h は弾性変形を考慮する深さである。接触幅 $2B$ に対し h が非常に大きいと考えられる場合には、 h の深さの面は近似的に平面を保つものと考えられるため、接触部の変形の基礎式は式(6-39)、式(6-40)だけとなる。図6-31において、 n 番目の要素の弾性変形量 u_n は、この点に作用する g_n による変形量、周囲の荷重から受ける変形量および表面凹凸の変形量 $\delta E(g_n)$ の和となり、式(6-39)、

式(6-40)より次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
 u_n = \frac{4\ell}{\pi E} \left[\left\{ \ln \frac{\sqrt{h_1 h_2}}{\ell} + \frac{1-\nu}{2} \right\} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{2N} g_m + g_n \ln 2 \right. \\
 \left. + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{2N} g_m \left\{ \left(|m-n| - \frac{1}{2} \right) \ln \left(|m-n| - \frac{1}{2} \right) \right. \right. \\
 \left. \left. - \left(|m-n| + \frac{1}{2} \right) \ln \left(|m-n| + \frac{1}{2} \right) \right\} \right] + S_E(g_m)
 \end{aligned}
 \quad (6-41)$$

ここで、 $\ell = B/N$

この u_n は、図6-31の円筒と平板とのオーバーラップ量である $y_1, y_2, \dots, y_{2N}$ に関して次式を満足するはずである。

$$\begin{aligned}
 y_n = u_n - u_1 \\
 = -\frac{\ell^2}{2R} \left(2N - n + \frac{1}{2} \right) \left(n - \frac{1}{2} \right)
 \end{aligned}
 \quad (6-42)$$

式(6-41)における $S_E(g_n)$ は本章で導かれた実用式を用いればよく、接触応力分布、近寄量は、式(6-42)を満足する $g_1, g_2, \dots, g_{2N}$ および u_N で与えられる。数値計算にあたり、式(6-42)を満足する値を求めることは非常に難しく、 $y_n = (u_n - u_1)$ が許容値以下になった点を以て解とするが、その数値計算方法にはかなり高度な技術が必要である。図6-32は、数値解と実験値との比較を示したものであるが、この数値解はプログラムの未熟なことも原因し、IBM 360でCPU TIME約270 sec.であった。図からわかるように、計算値は実験値とよく一致し、今後、こ

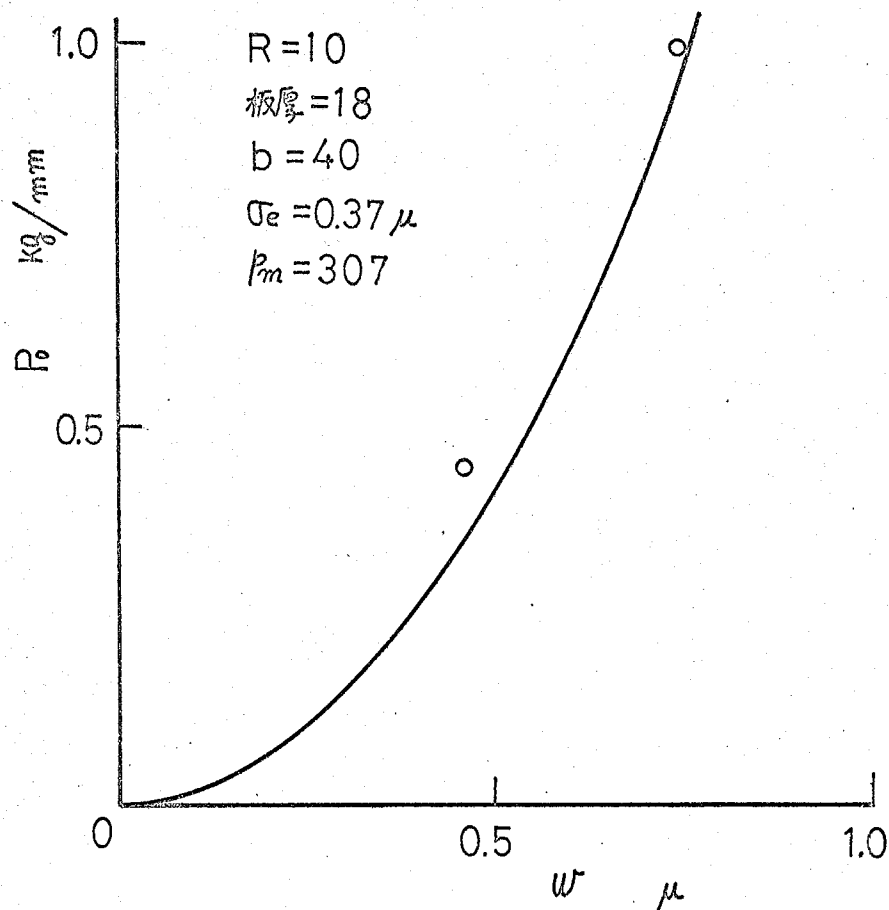


図 6-32 円筒と平板の近接量の結果
(くり返し負荷の場合)

の数値計算プログラムの改良により広い範囲にわたって現象が説明できるものと考えらる。

以上の例にみられるように、1ルツ接触問題においては、接触面の表面凹凸の弾性変形は非常に大きな因子であり、接触二物体の理想状態における変形量と同等に評価しなければならないことが分る。この解析方法は、球と平面との接触問題にも適用できるものである。

5-4 接触部動特性への応用

二平面接触部の振動特性は機械構造の動特性を追求する

際極めて重要である。工作機械の振動に関する研究は、従来数多く行われており、工作機械構造の振動に関しては S. A. Tobias⁽⁷³⁾ の一連の研究が一つの集大成されたものと考えられる。しかしながら、これらの研究は工作機械構造全体を線形振動方程式で近似した点に特徴がある反面、機械構造各部の影響⁽⁷⁰⁾については考えられていない。最近では、大型電算機を用いて有限要素法による機械構造の振動の解析も試みられているが、⁽⁷⁰⁾未だ接合部の影響を考慮するところまでには至っていないようである。

表面凹凸をもつ二平面の接触部振動特性については、C. Dekoninck⁽¹⁶⁾の研究がみられる程度である。この研究は、方向性をもつ三角形凹凸面となめらかな面とを接触させ、3Hzの振動を与えたときの力と変位との関係から動剛性を求め、接触部が大きく影響していることを明らかにしている。この三角形凹凸は故意に作成されたもので、通常の機械加工面の表面凹凸に比較して異常に大きなものであり、3Hzの振動も実際的ではない。以上のことから、この方向の研究は、ほとんど手がつけられていないのが現状である。ここでは、本章で得られた接触部の弾性変形の実用式を応用して、表面凹凸をもつ二平面の接触部振動特性に関して考察する。

二平面接触部を含む垂直方向変位 S と荷重 P とは、図 6-33 の関係にあり、 A 点で変動荷重 ΔP が作用した場合、 ΔP が非常に小さいものとするれば、 A 点におけるばね定数 $k\alpha$ は近似的に次式で与えられる。

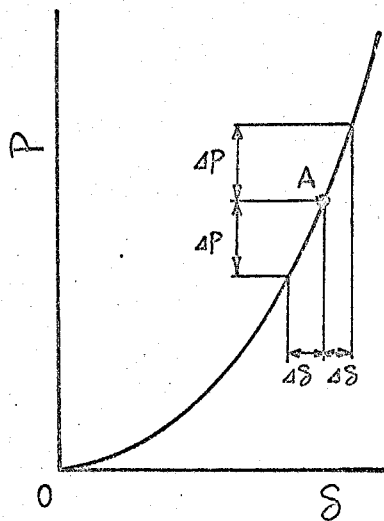


図6-33 P-S線図に
おける変動荷重

$$k_d = \frac{\Delta P}{\Delta S} \quad \text{--- (6-43)}$$

この系における減衰項をすべて粘性減衰項でおきかえらゆるものとするば、振動方程式は線形化される。

図6-34に示すような二平面接触部の動特性の実験装置を考えた場合、この振動系は上述した仮定により、図6-35の振動モデルに近似できる。この系による相対振幅比 A_0 は次式で与えらゆる。(71)

は次式で与えらゆる。(71)

$$A_0 = \frac{\sqrt{\lambda_0^2 + a^2 - 2a\lambda_0 \cos \varphi}}{a}$$

$$= \frac{\lambda^2}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad \text{--- (6-44)}$$

λ : 振動数比

ζ : 粘性減衰比

実験に使用した試料は、材質をS38C, FC15, $40\phi \times 22\phi$ の中空円筒形状とし、平面研削加工された面とラップ仕上げされた面(材質SK3)との接触とした。接触面表面凹凸の特性は、S

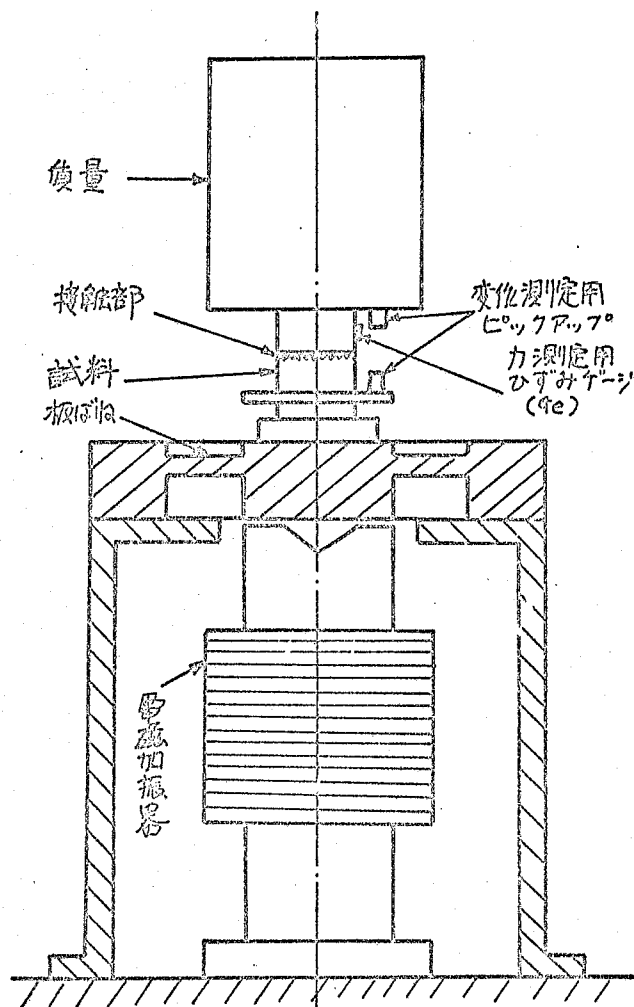
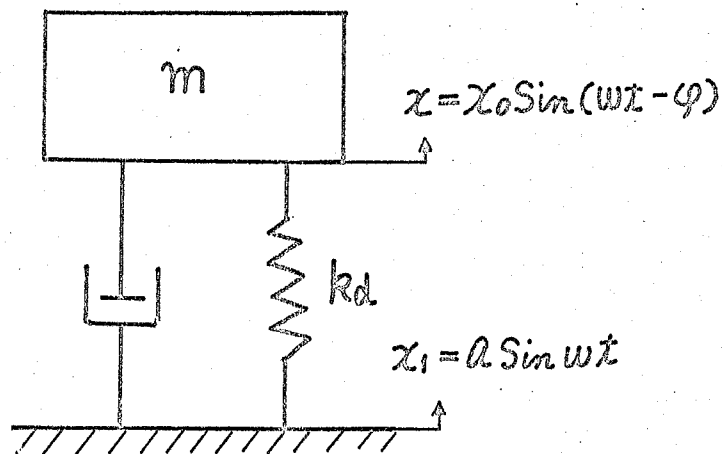


図6-34 接触部動特性実験装置

38Cの試料は $\sigma_e = 0.8$
 μ , $\rho_m = 223$, $FC1$
 5の試料は $\sigma_e = 0.4 \mu$,
 $\rho_m = 2107$ である。この
 試料による相対振幅比 A_0
 の実験結果は、図6-36



に示すようになり、実線
 であらわされている式(

図6-35 振動系モデル

6-44) とほぼ一致し、式(6-44)を導いた際の仮
 定は、この場合妥当であったといえる。

接融部の垂直荷重 P と変位 S_E とは、式(6-4)より

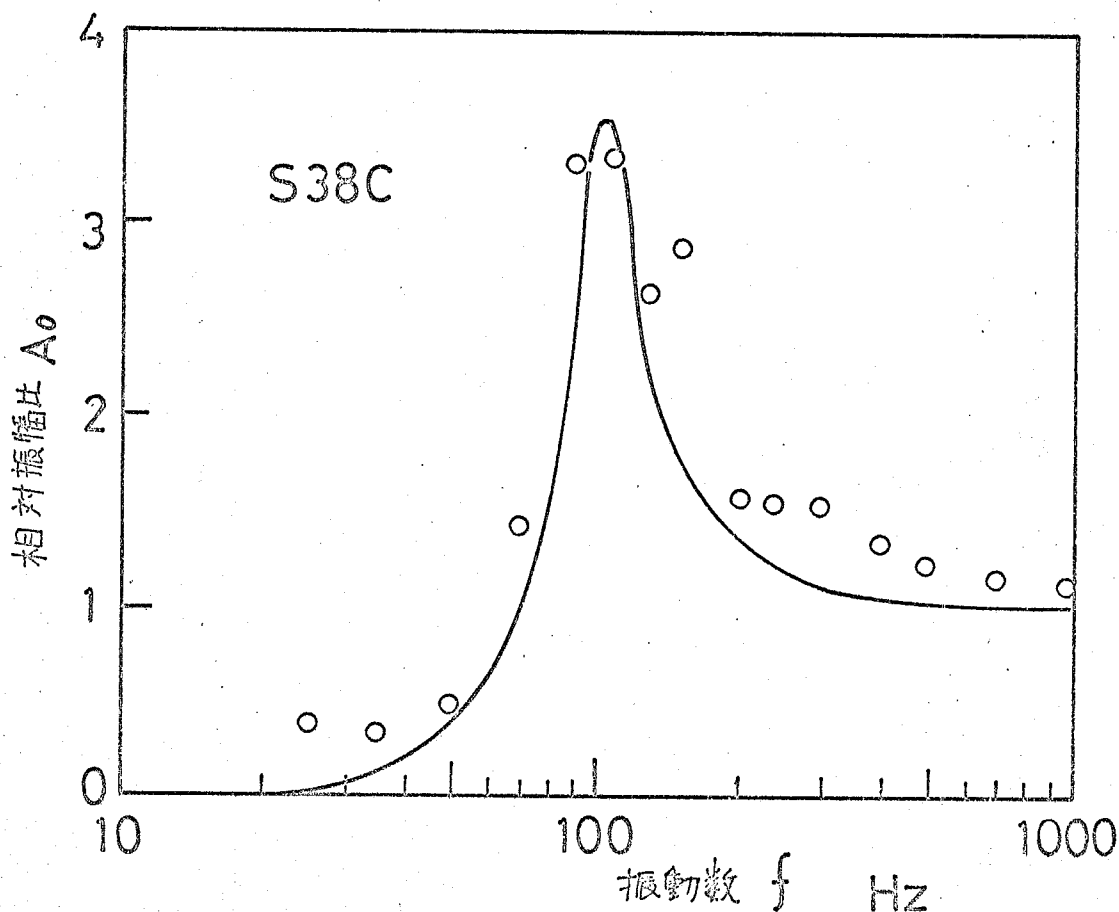


図6-36 振動数と相対振幅比との関係

$$S_E = \sigma_e \cdot a_e \left\{ (P/A_{pm} + \bar{p}_0)^{be} - \bar{p}_0^{be} \right\}$$

で与えられる。したがって、この部分の微小変動荷重によるばね定数 kd_2 は式 (6-43) と同様に、 $P/A_{pm} \gg \bar{p}_0$ として

$$kd_2 = \sigma_e \cdot a_e \cdot be \cdot \frac{P^{be-1}}{(A_{pm})^{be}} \quad (6-45)$$

となり、 P は図 6-33 における A 点に相当する静荷重である。一体形試料のばね定数を kd_1 とおけば、図 6-35 のばね定数 kd は次式で与えられる。

$$kd = \frac{kd_1 \cdot kd_2}{kd_1 + kd_2} \quad (6-46)$$

式 (6-45) による kd_2 は接触部の接触面積 A を任意の接触面積 A_1 によることによ^{*}て、種々の値を得ることとする。

これは、図 6-34 にみられるように P が一定であるためであり、この操作によって kd_1 にも多少の変化をもたらすものと考えられるが、ここではこの影響は無視できるものとする。接触面積を A から A_1 に変化させた場合は、 A に $P \cdot (A/A_1)$ の荷重が作用したことに相当し、 kd_2 は次式となる。

$$kd_2 = E_k \cdot \frac{1}{r^{1-be}} \quad (6-47)$$

$$\therefore E_k = \frac{(p_m \cdot A)^{be}}{\sigma_e a_e be} P^{1-be}, \quad r = A_1/A$$

* 試料接触面を、表面凹凸の大きさ程度 ($20 \sim 50 \mu$) の深さに取り去り、 A を変化させる。

したが、7. 式(6-46)の k_d は

$$k_d = \frac{k_{d1} \cdot \varepsilon_k}{\varepsilon_k + \rho(1-\mu_e)} \quad (6-48)$$

となる。一体形試料における固有振動数を f_0 、接触部を有する場合のそれを f_{0e} とおけば、式(6-48)より

$$\frac{f_{0e}}{f_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_k + \rho(1-\mu_e)}} \quad (6-49)$$

が得られる。平均接触応力 $\sigma_c = P/A_1$ に対する f_{0e}/f_0 の値を式(6-49)の計算値と実験値とを比較して図6-37に示す。以上単純化させた方法で二平面接触部の振動特性を、固有振動数を対象に考察したが、本章の实用式を応用する

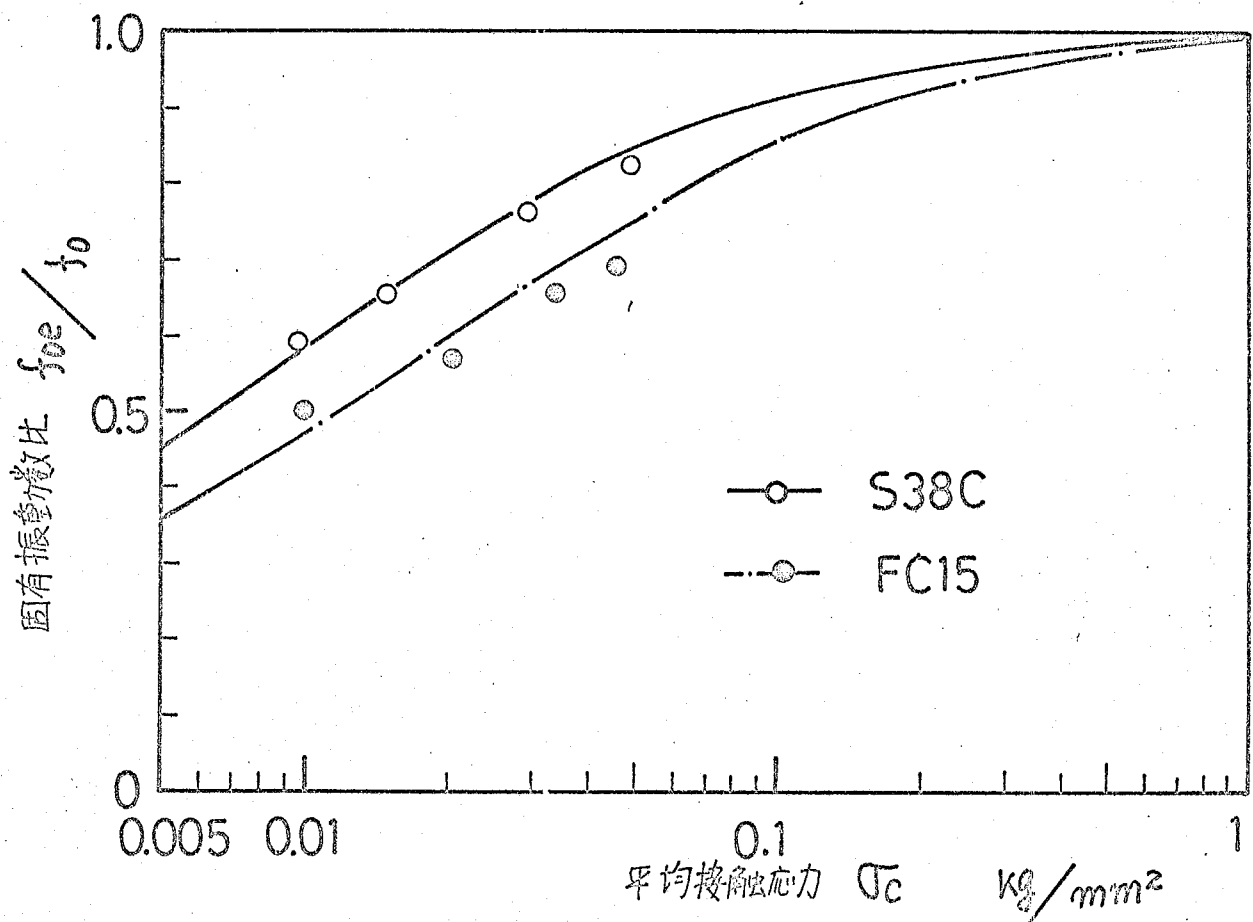


図6-37 平均接触応力と固有振動数比

ことによつて、実際の現象がよく説明でき、接触部の影響が大であることがわかる。これによつて、本章の实用式の動特性解析への応用が可能であると思われる。接触部の減衰能、伝達特性等については、さらに厳密な実験解析が必要であり今後の課題である。

§6 結言

接触部の弾塑性変形量に関する实用式を導いた本章の結論は次のとおりである。

- (i) 無次元化された接触部弾性変形量 $\bar{S}_E$ と垂直荷重 $\bar{P}$ とは

$$\bar{S}_E = a_e \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{0.09} - \bar{P}_0^{0.09} \}$$

の関係に単純化される。 a_e は接触状態により決定されるもので、その数値は§2に詳しく説明した。また $\bar{P}_0$ は、接触開始位置に關係する定数で、 a_e と同様に§2に与えてある。

- (ii) 無次元化された表面凹凸の塑性変形による二平面の食込量 $\bar{S}_s$ は、次式のように単純化される。

$$\bar{S}_s = a_s \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{0.18} - \bar{P}_0^{0.18} \}$$

a_s は a_e と同様に§2に詳しく与えてある。

- (iii) 接触二平面の表面凹凸の突起の傾斜の比 ρ は、 $\rho \leq 0$ 、 $\rho > 0$ ではオ向性のある表面凹凸と真平面との接触と一致するため、 $\rho > 0$ の範囲を考慮すればよい。また、オ向性のある表面凹凸とオ向性のないそれとの接触にお

いては、 $\rho \geq 1$ の範囲で方向性のない表面凹凸同士の接触に一致するため、 $\rho = 0.5 \sim 1.6$ の範囲のみを考慮すればよい。

(iv) 方向性のある表面凹凸同士の接触では、交叉角 β が 45° 以上では $\beta = 90^\circ$ の結果とほとんど一致し、 $\beta \leq 30^\circ$ の範囲は諸係数が推定値として δ_2 に与えられている。

(v) 接触 = 平面の表面凹凸の高さの標準偏差 σ_1 , σ_2 は、 $\sigma_1 / \sigma_2 \leq 0.3$ の場合、 σ_2 を考慮する必要がなく σ_1 をもつ表面凹凸と真平面との接触とすることができるとする。

(vi) 実用式の応用にあたっては、本章で得られた $\bar{\delta}_E$ と $\bar{P}$ の関係をもつばいいが、互に独立に接触面に無数に存在しているものとし、接触事件とは垂直応力がつり合っているものとする。二、三の例について、応用方法を検討した。

第7章 結 論

本研究は、二平面接触部の弾塑性変形が接触部に存在する表面凹凸によるものとし、接触部が存在するために生ずる弾塑性変について、接触面に垂直な方向に限って解析実験したもので、大きく次の三項について検討されたものである。

(i) 接触面の表面凹凸の解明

(ii) 接触部弾塑性変形の解析

(iii) 接触部弾塑性変形の実用式の提案と応用手法の検討

本研究で定義された接触部弾性変形とは、接触部が存在するために生ずる変形を意味し、接触部全体の変形は含まれていない。したがって、超は上げられた真平面に近い面の接触においては、ほとんど0となるものである。これは、種々の形状の二部材の接触に本研究の結果を応用する際に重要なことである。本研究の対象は、機械部品の接合面の垂直方向弾塑性変形であり、垂直接触応力は小さなもので 5.2 kg/mm^2 以下である。

従来、接触部の変形は旧々に実験する方法がとられてきたが、本研究は接触面の表面凹凸の性質を知ることにより、接触部の弾塑性変形が推定できるところに特徴があり、表面凹凸の性質も、単純な方法で得られるように検討されている。さらに、本研究で新たに導かれた接触係数 K_1 により、接触の状態がよく説明できることを明らかにしている。

表面凹凸の接触状態については、突起の塑性変形のみを取

扱った従来の理論に対し、表面凹凸の接触過程を弾塑性問題として取扱った本研究は、従来の研究の実験結果をよく説明できることを明らかにしている。これは、本研究の結果が剛性問題以外の分野にも応用の可能性をもっているものと考えられる。

本研究で得られた諸結果および結論を、上記三項に従って列挙する。

1. 接触面の表面凹凸に関する結論

(1) 接触部弾塑性変形に必要な表面凹凸の性質は

① 表面凹凸の平均以上における高さに関する確率密度関数 $f(z)$

② 表面凹凸の高さの標準偏差 σ

③ 表面凹凸の微小突起の傾斜の標準偏差 σ_θ

④ 二平面接触開始位置

である。

(2) σ , σ_θ を離散量から求める場合の表面凹凸のサンプリ

ング間隔 ε は、 σ の場合 $\varepsilon \leq 1.5 \varepsilon_s$, σ_θ の場合 $\varepsilon \leq 0.2$

ε_s とする必要がある。測定長 l_m は、 σ の場合 $l_m \geq 500$

ε_s , σ_θ の場合 $l_m \geq \varepsilon_s$ である。 ε_s は最小独立間隔である。

(3) 融針式あらさ計で得られる表面凹凸の微小突起の傾斜

分布は、本研究で得られた理論において、形状パラメータ m を適当に選ぶことにより、種々の条件の表面凹凸の結果をあらわすことができる。

(4) 二平面接触機構解析のために表面凹凸の突起断面を三

角形, 円錐形で近似した場合, その傾斜の平均 $\tan \theta_a$ は

$$\tan \theta_a = 1.54 \sigma_5$$

の関係が成り立つ。平面研削加工面，旋削加工面，フライス加工面，シェーパ，ホール，ラップ仕上げ面において上式が成り立つ。

(5) σ_5 と σ とは密接な関係があり，種々の加工面についてこの両者の実験式を導いた。

(6) 方向性のある表面凹凸において，各方向の σ ， σ_5 ， $f(z)$ の性質を明らかにした。すなわち， σ ， σ_5 は表面凹凸の方向に近くなるに従って小さくなり， $f(z)$ はすべての方向に対し，ほぼ正規分布に近い。

(7) $f(z)$ は，本研究で取扱った加工面（研削，旋削，フライス切削，シェーパ，ホール，ラップ仕上げ）では，正規分布に近いが，平均値より $2 \sim 2.5 \sigma$ 以上では，その確率密度が正規分布より小さくなり，形状パラメータ m を 4.0 とするワイブル分布でよく近似できる。

(8) 表面凹凸の最高点の推定は，極値分布の理論を応用して求められ， $f(z)$ を正規分布とするとよりワイブル分布とする方がその極値は小さく，実験値とよく一致する。

(9) 表面凹凸の最高点と最低点との距離 H_{pr} (JIS の R_{max} または H_{max} に準ずるもので，測定長 4 ~ 6 mm で得られる値) は， σ とよい相関があり，計算値は実験値とよく一致し，多少の誤差を許容すれば， σ の推定に有効である。

2. 接触部弾塑性変形に関する結論

- (1) なめらかな面と表面凹凸に方向性をもつ面との接触および表面凹凸の方向を一致させた接触問題は、その接触機構を二次元的に取扱うことができ、両者は一致する。
- (2) 方向性をもつ表面凹凸同士の接触は、その方向を任意に交叉させた場合、剛体真平面と四角錐突起の接触にあきかえて解析できる。
- (3) 方向性のない表面凹凸の突起を円錐形とする場合、方向性のない表面凹凸同士の接触は、剛体真平面と円錐突起との接触に、方向性のない表面凹凸と方向性のあるものとの接触は、剛体真平面と楕円錐との接触にあきかえて解析できる。
- (4) 接触により、接触面の表面凹凸の高さに関する確率密度関数 $f(z)$ は変化し、接触後の接触部の $f(z)$ は、接触前のそれより小さくなるが、その差は、通常の接触応力（最大接触応力 5.2 kg/mm^2 ）では小さく、接触前後とも $f(z)$ が変化しないものとしてよいことを確めた。
- (5) 二平面接触部の弾塑性変形量と接触荷重とは、両対数紙上でほぼ直線の関係があり、本研究で得られた計算値は実験値と定量的に一致することを確認した。
- (6) 本研究で定義された接触係数 K_1 ($4 \tan \theta_e p_m / \pi E$) は接触二平面の性質をあらわすもので、これにより種々の接触状態をよく説明できることを明らかにした。
- (7) 接触係数 K_1 の大きい接触ほど、接触部の弾性変形量が大きく、一般に、かたさの低いものほど、表面凹凸の標

準偏差 σ の大きいものほど大きい。

(8) 表面凹凸の塑性変形による二平面の食込量は、 K_1 の増加により減少し、弾性変形の場合と逆になる。すなわち、かたさのかたい接触ほど塑性変形量が減少する。 σ に関しては、 σ の大きいものほど一般に大きくなる。

(9) 方向性のある表面凹凸同士の接触において、その方向の交叉角 β は接触部弾塑性変形量 δ_E , δ_S に大きく影響し、 δ_E , δ_S とともに β の増加により増大し $\beta = 90^\circ$ で最大値を示す。しかしながら、 $\beta \geq 45^\circ$ では、 β による影響が小さく、ほとんど $\beta = 90^\circ$ の状態とみなしてよい。

(10) 接触二平面の微小突起の傾斜の比 f は、方向性のある表面凹凸を含む接触に關係するパラメータで、 δ_E , δ_S とともに $f \leq 0.5$ で方向性のある表面凹凸と真平面との接触の結果と一致する。 $f \geq 0.5$ では f の増加に伴ない δ_E , δ_S とともに増大する。

(11) 方向性のある表面凹凸同士の接触においては、 $\beta = 90^\circ$, $f = 1.0$ のとき、 δ_E , δ_S は方向性のある表面凹凸と真平面との接触のそれぞれ、それぞれ 1.8 倍、1.3 倍となる。これは、表面凹凸に方向性のないもの同士の接触の δ_E , δ_S にほぼ一致する。

(12) 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接触における δ_E は、 f (方向性のない表面凹凸の突起の傾斜と方向性のあるそれとの比) が、1.6 ~ 2.2 付近で最大値をとり、これ以上では、方向性のない表面凹凸同士の接触の結果に漸近してゆくが、 $f \geq 1.6$ では方向性の

ない表面凹凸同志の接触の結果に一致するものとしてよい。

(13) 方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接触における δ_s は、 $\rho \geq 0.5$ において ρ とともに増加し、 $\rho \geq 1$ では方向性のない表面凹凸同志の接触の結果とほぼ一致し、方向性のある表面凹凸と真平面との接触の δ_s の約 1.3 倍となる。

(14) 表面凹凸の弾塑性接触問題を取扱、た幸研究の δ_s は、突起を完全塑性体とした従来理論による δ_s より小さく、従来の研究者による実験結果ともよく一致する。また、 β , ρ が大きく、 K_1 が小さい場合には従来の結果に近くなる。

3. 接触部弾塑性変形の実用式および応用に関する結論

(1) 接触部弾塑性変形量 δ_E と δ_s は、接触荷重 P に対して次の単純化された形で与えられる。

$$\bar{\delta}_E = a_e \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{0.09} - \bar{P}_0^{0.09} \}$$

$$\bar{\delta}_s = a_s \{ (\bar{P} + \bar{P}_0)^{0.18} - \bar{P}_0^{0.18} \}$$

$$\bar{\delta}_E = \delta_E / \sigma_e, \quad \bar{\delta}_s = \delta_s / \sigma_e, \quad \bar{P} = P / A P_m$$

a_e, a_s は、 K_1, β, ρ より異なり、第 6 章に詳しくその数値を示してある。また、 $\bar{P}_0$ は接触位置に関するもので、同様に第 6 章にその数値を示してある。

(2) ρ は、0.5 以上のみを考慮すればよく、方向性のない表面凹凸と方向性のあるそれとの接触では $0.5 \leq \rho \leq 1.6$ を考慮すればよい。

(3) β に関しては、 $\beta \geq 45^\circ$ の範囲は $\beta = 90^\circ$ の値を使用してさしつかえなく、 $\beta < 45^\circ$ の α_e , α_s は、第 6 章にその数値を示した。

(4) 接触二平面の表面凹凸の高さの標準偏差 σ_1 , σ_2 は、 $\sigma_2 / \sigma_1 \leq 0.3$ の場合、 σ_2 を無視することができ、 σ_1 をもつ表面凹凸と真平面との接触におきかえられる。

(5) 実用式の応用にあたっては、本研究で得られた S_E と P との関係と有するが、互に独立に接触面に無数存在しているものとすればよい。

謝 辞

筆者は、フライス盤の剛性と加工面精度との相関を追求すべく、1967年4月よりフライス切削およびフライス盤の剛性の両面から研究を始めた。この間、フライス盤の工具系の剛性の解析において、接触部の非線形弾性変形が大きく影響していることがわかり、この分野の文献をあさ、たが利用できるものが見当らず、1968年末より表面凹凸の弾塑性変形として解析に着手した。これにあたっては、終始東京工業大学阿武芽朗教授、林国一助教授のご助言とご指導によるところが大きく、また表面あらし測定等にあたっては、計量研究所奈良治郎氏にご教示願った。

加工表面の表面凹凸の性質の解析にあたっては、試料製作を全面的に引受けて頂いた東京工業大学松本清一郎技官、さらに加工機材の便宜をはかって頂いた日立精工岡部礼三部長、菊池彰氏およびNHK技術研究所の山下隆氏のご助力によるところが大きい。また、表面凹凸の測定にあたっては、表面あらし計の便宜をはかって頂いた東京工業大学笹田直助教授、野呂頼進助手、さらにその処理には東芝生産技術研究所の保科直美氏、鈴木悦四氏のご好意に大きく依存した。

表面凹凸を電算機とオンラインで処理するシステムは1970年3月より始めたが、東京工業大学にはこの目的に合う電算機とその周辺機器がなく、すべて学外の設備に依存した。これには、電子技術総合研究所の岡野暢興氏のご好意によ

る NEAC 3200 とその周辺装置，さらに日立製作所生産技術研究所の川船和儀氏，および機械研究所第2部の松崎淳氏，平井洋武氏のご好意による CLOAP 2000 ハイブリッド計算機により表面凹凸の情報の処理を行なった。これらの情報のさらに高度な処理を東大電算機センタ HETAC 5020 で行なうために，東京工業大学研究協力課の斉藤光雄氏のご協力により，学外電算機出力との互換性の機械語によるプログラムを開発した。以上により，本研究の表面凹凸はすべて処理された。

表面凹凸の接触機構の解析に際しては，確率統計論が必要となるが，この方面の知識に乏しい筆者は，東京工業大学精研の吉本勇教授のもとに時折お伺いし，ご指導を蒙った。また，実験においては，武蔵工業大学の学生宇津木俊彦，庄司豊明の両氏，東京工業大学の学生江頭盛孝氏，同大学院生釜洞文夫氏のご協力におうところが大きい。

本研究は，以上の学内外の諸氏のご指導，ご協力によって一段落したものでここに深く感謝する次第である。特に，終始変らぬご指導の他に，上記諸氏の仲介の労をとって頂いた本学阿武芳朗教授，林国一助教授には心から感謝するものである。

昭和46年9月

文 献

- (1) R.H.Thornley et al., Int. J. Mach.Tool Des. Res.
5(1967)57.
- (2) 阿武, 他2名 栈械学会论文集, 36,4(1970,5)862.
- (3) 久门, 精密栈械, 16,2(1971)10.
- (4) J.A.Greenwood, Trans. ASME, Ser.F, (1967,1)81.
- (5) 築添, 精密栈械, 37,4(1971,4)275.
- (6) F.P.Bowden & D.Tabor, The Friction and Lubrication of Solids, (1950)17, Oxford Univ. Press.
- (7) M.C.Shaw et al., Trans. ASME (1960,6)342.
- (8) E.Rabinowicz, Jour. Appl. Phys. 32,8(1961,8)1440.
- (9) J.F.Archard, Jour. Appl. Phys. 32,8(1961,8)1420.
- (10) 吉本, 他, 栈械学会论文集, 26,163(1960,3)378.
- (11) 風巻, 栈械学会论文集, 35,269(1969,1)59.
- (12) H.Fenech & W.M.Rohsenow, Jour. Heat Transfer, Trans. ASME. 85(1963)15.
- (13) Ming Feng, Jour. Appl. Phys., 23(1952)29.
- (14) R.Holm, Electlic Contacts, Springer Verlag (1967)29
- (15) 築添, 他, 栈械学会论文集, 37,299(1971,7)1361.
- (16) C.Dekoninck, Int. J. Mach. Tool Des. Res. 9(1969)279.
- (17) 築添, 栈械学会誌, 62,491(1959,12)1753.
- (18) E.J.Abbott & F.A.Firestone, Mech. Enging., (1933,9)569
- (19) J.F.Archard, Jour. Appl. Phys., 24,8(1953,8)981.
- (20) J.A.Greenwood & J.B.P.Williamson, Proc. Roy. Soc. Ser. A, 295,1442(1966)300.
- (21) I.V.Kragelskii & N.B.Demmkin, Wear, 3(1960)170.
- (22) W.W.Barkas, Proc. Phys. Soc., 51(1939)274.
- (23) 蓮沼, 精密栈械, 22,4(1956)131.

- (24) H.Hasunuma & J.Nara, Jour. Phys. Soc. Japan, 12, 10(1957)1117.
- (25) A.S.Lodge & H.G.Howell, Proc. Phy. Soc., Ser. B, 67(1954)89.
- (26) F.F.Ling, Jour. Appl. Phys., 29(1958)1168.
- (27) J.D.Huffington, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 279(1964)161.
- (28) J.D.Huffington, Wear, 12(1968)343.
- (29) 久内, 栈械学会論文集, 35,272(1969,4)880.
- (30) 中村, 精密栈械, 26,4(1960)226.
- (31) 本田, 大阪府立工業奨励館報告, 6,2(1954)55.
- (32) 中村, 精密栈械, 25,3(1959)56.
- (33) J.Peklenik, Trans. ASME, (1964,5)85.
- (34) J.F.Archard, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 243(1957)190.
- (35) M.H.Jones, et al., Wear, 12(1968)225.
- (36) I.V.Kragelskii, Friction and Wear, Butterworths, (1965)30.
- (37) 久内, 栈械学会論文集, 35,272(1969)861.
- (38) 木村, 油滑, 11,11(1966)467.
- (39) JIS B 0601-1955.
- (40) H.Kaliszer, 欧州精密栈械特別講演会資料, 常々商事栈械部, (1969)15.
- (41) 久保, 精栈学会講演予稿集, (1964,4)119.
- (42) 奈良, 精栈学会講演予稿集, (1964,4)123.
- (43) 本田, 精密栈械, 20,2(1954,2)45.
- (44) 奈良, 計量研究所報告, 15,4(1966,10)298.
- (45) 奈良, 精栈学会講演予稿集, (1963,10)31.
- (46) 甲藤, 栈械学会論文集, 22,122(1956,10)693.
- (47) N.O.Myers, Wear, 5(1962)182.
- (48) G.Balbo, 志津野訳, 応用栈械工学, 107(1969,6)155.

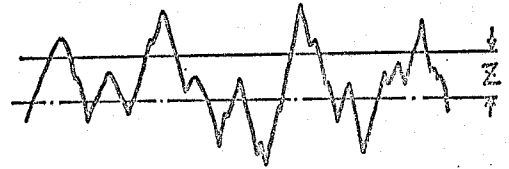
- (49) 奥島, 田中, 機械学会論文集, 22,122(1956,10)704.
- (50) 奥島, 龜山, 機械学会論文集, 22,122(1956,10)707.
- (51) 信頼性管理便覧編集委員会編, 信頼性管理便覧
(1964)138. 日刊工業新聞社
- (52) 甲藤, 機械学会論文集, 22,122(1956,10)699.
- (53) 磯部孝編, 相関々数およびグラフ, p325, 東大出版会
- (54) 奈良, 小林, 精機学会講演予稿集, (1963,10)33.
- (55) 三浦, 精密機械, 30,4(1964)338.
- (56) 中村, 精密機械, 26,4(1960)233.
- (57) 大西, 黒田, 機械学会誌, 58,433(1955,2)136.
- (58) F.P.Bowden & D.Tabor, The Friction and Lubrication of Solids, (1950)12, Oxford Univ. Press.
- (59) 久門, 機械学会論文集, 35,272(1969,4)870.
- (60) 吉沢, 硬工試験法とその応用, (1967), 裳華房
- (61) S.Timoshenko, Theory of Elasticity, (1951)96, McGraw-Hill.
- (62) 築添, 油滑, 13,3(1968)101.
- (63) D.E.Cartwright & M.S.Longuet-Higgins, Proc. Roy. Soc. Ser.A, 237(1956)212.
- (64) 文献 (53) p352.
- (65) 築添, 精密機械, 37,5(1971,5)344.
- (66) 築添, 精密機械, 37,6(1971,6)391.
- (67) 仙波, 歯車, Vol.3 日刊工業新聞社.
- (68) G.Lundberg, Forschung, 10,5(1939)201.
- (69) C.Weber u. K.Banascheck, Formänderung und Profilrücknahme bei gerad- und schragverzahnten Radern,(1955).
- (70) 佐田他, 精密機械, 37,3(1971,3)218.
- (71) 亘理厚, 機械振動, 丸善

- (72) M.C. Shaw, 長松 訳, 近代機械, (1967, 9) 67.
- (73) S.A. Tobias, Machine Tool Vibration, Blackie (1965)
- (74) 岩城, 森, 機械学会論文集, 22, 118 (1956, 6) 389.
- (75) 石川, 東工大学報 特別号, No. 3 (1957)

附 録

〔附-1〕 表面凹凸曲線における最小独立間隔

表面凹凸曲線における最小独立間隔 ε_s は、甲藤の独立細柱の理論および連の理論から、本文第2章式(2-14)で定義されているが、ここでは、文献(46)に従い、この式の誘導について説明することにする。



附図1 切断線の定義

附図1に示す表面凹凸の変動曲線の平均線に平行に引かれた直線は、変動曲線の山を切断することからこれを切断線と称することにする。切断線によって切断された山の総数、すなわち切断回数 n を測定長さ L で割った単位長さ当りの切断回数は、表面凹凸の高さ Z の関数となる。これを $(n/L)_Z$ とする。

表面凹凸の変動曲線の密度関数 $f(z)$ が等傾斜正規分布で近似できれば、微小突起の平均傾斜を $\tan \theta_a$ とおいて、次式が成立する。

$$f(z) \Delta Z = \sum \frac{\Delta Z}{\tan \theta_a \cdot L}$$

したがって、次式を得る。

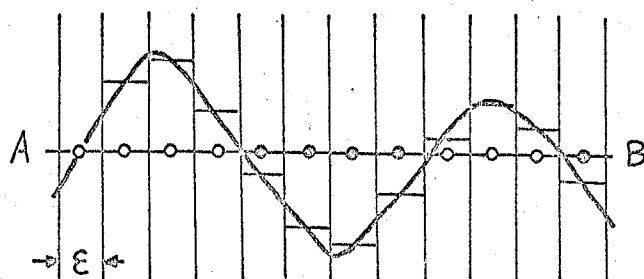
$$f(z) = \sum \frac{1}{\tan \theta_a \cdot L} \quad \text{————— (1)}$$

変動曲線と切断線との交点は、切断回数 n の2倍となり、式(1)

の Σ はこのすべての和であることから、式(1)の両辺を Z で割って次式を得る。

$$\left(\frac{n}{L}\right)_Z = \frac{f(z) \tan \theta a}{Z} \quad \text{--- (2)}$$

附図2のように、変動曲線を ε の幅で分割し、その分割区間の平均の高さをとって多くの細柱を作り、元の変動曲線におきかえるこ



附図2 独立細柱の定義

とにする。 ε を大きくとれば、この置きかえによる誤差は大きくなり、小さくとりすぎると隣接する細柱との関連があらわれ独立性が失われる。附図2の ε は、この両者を満足する間隔、すなわち最小独立間隔であるものとする。附図2のように、切断線が細柱を切断する点を○印、切断しない点を●印であらわせば、切断線 AB に沿って○と●の系列ができる。

上述した仮定により、○印および●印のあらわれる確率は全く独立であり、○印のあらわれる確率は $\int_Z^{\infty} f(z) dz$, ●印のあらわれる確率は $1 - \int_Z^{\infty} f(z) dz$ である。附図2の場合、○印の連続群(例えば●○○○○●)の数は切断回数 n に等しく、これは上述の系列において、●印の次に○印があらわれる回数に等しい。したがって、この現象のあらわれる確率は

$$\int_Z^{\infty} f(z) dz \cdot \left\{ 1 - \int_Z^{\infty} f(z) dz \right\}$$

であらわされ、その回数は、 L に含まれる細柱の個数を N と

とすれば

$$N \int_z^\infty f(z) dz \left\{ 1 - \int_z^\infty f(z) dz \right\}$$

となる。これは、切断回数 n に“等しいはず”であるから

$$\varepsilon = \int_z^\infty f(z) dz \left\{ 1 - \int_z^\infty f(z) dz \right\} / (n/L)_z \quad \text{--- (3)}$$

となる。式(3)の右辺は、 $\int_z^\infty f(z) dz$ と $(n/L)_z$ とが、うまく調和してほぼ一定とみなすことができる。詳細は、本文の文献(46)参照のこと。したがって、 $z=0$ 、すなわち表面凹凸の平均線における ε の代表値を ε_s とおけば、

$$\varepsilon_s = \frac{1}{4(n/L)_0}$$

となる。 $f(z) = N(0, \sigma^2)$ であることと、式(2)より

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\tan \theta_a} \quad \text{--- (4)}$$

が得られる。

本研究では、式(4)の ε_s が真に独立な最小間隔であるか否かについては厳密な検討をしていないが、本文第2章の結果からわかるように、一つの基準となり得ることは事実である。