

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	拘束型磁性制振材の制振性能
Title(English)	
著者(和文)	半坂征則
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第4657号, 授与年月日:2001年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:林 巖
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第4657号, Conferred date:2001/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成12年度 博士論文

拘束型磁性制振材の制振性能

指導教官 林 巖 教授
岩附信行 助教授

東京工業大学大学院
理工学研究科
生産機械工学専攻

学籍番号 96D51170

半坂征則

平成13年3月

目 次

本論文で用いた主な記号

第1章 緒 論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 従来の研究	5
1.3 研究の目的	7
1.4 研究の手順と特徴	8
1.5 論文の構成と概要	10
第2章 拘束型磁性制振材の提案と基礎試験	23
2.1 緒 言	23
2.2 拘束型磁性制振材の提案	23
2.2.1 各部素材の選定	23
2.2.2 製造方法	25
2.3 拘束型磁性制振材の基礎試験	25
2.3.1 耐久性試験	25
2.3.2 従来拘束型制振材との比較	28
2.4 拘束型磁性制振材の制振メカニズムの推定	28
2.4.1 制振メカニズム推定のための測定実験	29
2.4.2 測定実験の結果および考察	30
2.4.3 拘束型磁性制振材の制振メカニズム	31
2.5 結 言	31
第3章 拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性	51
3.1 緒 言	51
3.2 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動解析	51
3.2.1 振動モデル	51

3.2.2	弾性振動方程式の導出	52
	(a) 解析の仮定	52
	(b) ひずみと応力の算出	52
	(c) ひずみエネルギーと運動エネルギーの導出	53
	(d) 非保存系に拡張したハミルトンの原理の適用	55
3.2.3	弾性振動方程式の解法	57
	(a) 乾性摩擦から粘性摩擦へのおきかえ	57
	(b) 解の形の決定	58
	(c) 境界条件式と未知数の決定	60
3.3	拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの損失係数	63
	(a) 損失係数の計算式	63
	(b) 摩擦損失の導出	63
	(c) 損失係数の計算手順	63
3.4	損失係数, せん断ひずみ比, 摩擦係数の測定実験	67
3.4.1	損失係数の測定	67
3.4.2	せん断ひずみ比と摩擦係数の測定	68
3.4.3	実験結果および考察	69
3.5	拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性	71
3.5.1	周波数依存性	71
3.5.2	磁性粉量・磁力吸着力依存性	71
3.5.3	拘束層厚・基層厚依存性	72
3.5.4	磁性ゴム層厚依存性	73
3.6	拘束型磁性制振材の設計指針	73
3.6.1	実用的な最適設計値	73
3.6.2	設計曲線	73
3.7	従来の拘束型制振材との制振特性の比較	74
3.8	結言	75
第4章	拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性	115
4.1	緒言	115
4.2	拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の曲げ弾性振動解析	115
4.2.1	振動モデル	115
4.2.2	弾性振動方程式の導出	116
	(a) 解析の仮定	116

(b)	ひずみと応力の算出	116
(c)	ひずみエネルギーと運動エネルギーの導出	118
(d)	保存系のハミルトンの原理の適用	120
4.2.3	弾性振動方程式の無次元化	123
4.2.4	全面貼付の場合の無次元化弾性振動方程式の解法	125
(a)	試行関数の形の決定	125
(b)	無次元化振動方程式の解法	131
4.2.5	部分貼付の場合の無次元化弾性振動方程式の解法	134
(a)	試行関数の形の決定	134
(b)	無次元化振動方程式の解法	141
4.3	拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の損失係数	143
(a)	損失係数の計算式	143
(b)	摩擦損失の導出	143
(c)	損失係数の計算手順	144
4.4	片持ち平板による実験	146
4.4.1	試料および貼付位置	146
4.4.2	実験方法	146
4.4.3	実験結果および考察	147
4.5	拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性	148
4.5.1	片持ち平板に貼付したとき	148
4.5.2	4辺固定平板に貼付したとき	148
4.6	結 言	149
 第5章 実橋における実施例		167
5.1	緒 言	167
5.2	対象とした実橋	167
5.3	実橋の振動低減の予測	168
5.3.1	振動加速度低減の予測計算式	168
5.3.2	振動加速度低減の予測	168
5.4	実橋における測定実験	169
5.5	予測値と実験値の比較検討および考察	169
5.6	結 言	170

第6章 結 論	181
6.1 本研究で得られた成果	181
6.2 今後の課題	183
6.2.1 磁性ゴム層－基層間の摩擦・摩耗現象の解明	183
6.2.2 実橋における制振性能	183
6.2.3 他分野への適用	184
文 献	185
付 録	191
付録 A1 拘束型磁性制振材を貼付したはりの振動解析における無次元化	191
A1.1 弾性振動方程式の無次元化	191
A1.2 軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元化	192
付録 A2 拘束型磁性制振材を貼付したはりの特性方程式の導出	195
付録 A3 拘束型磁性制振材を貼付したはりの特性方程式の解法	197
付録 A4 係数 r_{0n} の導出方法	199
付録 A5 摩擦損失を省略した3層はりの曲げ弾性振動解析	201
A5.1 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析	201
A5.2 損失係数の計算式	204
A5.3 曲げ弾性振動解析結果および摩擦損失を考慮した解析結果との比較	205
付録 A6 拘束型磁性制振材を貼付した平板の振動解析における無次元化	213
A6.1 弾性振動方程式の無次元化	213
A6.2 軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元化	216
付録 A7 無次元振動解を適用した拘束型磁性制振材貼付平板のひずみエネルギー および摩擦損失	219
A7.1 無次元変位 U_1, V_1, W を用いたひずみエネルギーおよび摩擦損失	219
A7.2 全面貼付した場合のひずみエネルギーおよび摩擦損失	222
A7.3 部分貼付した場合のひずみエネルギーおよび摩擦損失	224
謝 辞	227

本論文で用いた記号

- a : 平板の x 軸方向長さ (m)
 a_{ij} : はりにおける振動解 U_i に関する比例定数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 a_{ijn} : 振動モード n における a_{ij} , $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 a_{x1j} : 平板の基底関数 $X_{uv1k\beta}$ の比例定数, $j = 1 \sim 3$
 a_{x1jk} : 振動モード k における a_{x1j} , $j = 1 \sim 3$
 a_{y1j} : 平板の基底関数 $Y_{uv1\ell\beta}$ の比例定数, $j = 1 \sim 3$
 $a_{y1j\ell}$: 振動モード ℓ における a_{y1j} , $j = 1 \sim 3$
 a_{rij} : 摩擦損失を省略したときのはりの伸び変位 U_i の実数係数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 a_{rx1j} : 平板の x 軸方向の基底関数 $X_{uv1k\beta}$ における実数係数, $j = 1 \sim 3$
 a_{ry1j} : 平板の y 軸方向の基底関数 $Y_{uv1\ell\beta}$ における実数係数, $j = 1 \sim 3$
 a_{Iijn} : 係数 a_{ijn} の虚部, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 a_{Rijn} : 係数 a_{ijn} の実部, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 b : 平板の y 軸方向長さ (m)
 b_j : 拘束型磁性制振材貼付はりにおけるせん断力の係数, $j = 1 \sim 3$
 b_{rj} : 摩擦損失を省略したときのはりのせん断力の係数, $j = 1 \sim 3$
 b_{rxj} : 平板の 3 層部の x 軸方向のせん断力における係数, $j = 1 \sim 3$
 b_{ryj} : 平板の 3 層部の y 軸方向のせん断力における係数, $j = 1 \sim 3$
 c_1 : はりにおける計算のための無次元化量
 f_0 : 固有振動数 (Hz)
 f_1 : 最大値から 3dB 低下する振動数 (Hz)
 f_2 : 最大値から 3dB 低下する振動数 (Hz)
 f_c : 微少部分 dx に作用する乾性摩擦抵抗力 (N)
 f_d : 微少部分 dx に作用する粘性抵抗力 (N)
 f_{mes} : 拘束型磁性制振材貼付はりの固有振動数の実験値 (Hz)
 f_L : 摩擦損失を考慮して求めた拘束型磁性制振材貼付はりの固有振動数 (Hz)
 $f_{Lfs}(u_1, u_3, w)$: はりにおいて磁性ゴム層のせん断変形量の 2 乗を示す関数 (m^2)
 $f_{Lfs}(u_1, v_1, w)$: 平板において磁性ゴム層のせん断変形量の 2 乗を示す関数 (m^2)
 f_{NL} : 摩擦損失を省略して求めた拘束型磁性制振材貼付はりの固有振動数 (Hz)

f_R	: すべりを考慮した摩擦抵抗力 (kPa), $=\mu(1-s)F_M$	t_i
g	: はりにおける計算のための無次元化量	u_i
g_a	: はりの振動方程式における係数, $=pgYs^2$	\bar{u}_i
g_b	: はりの振動方程式における係数, $=gs^2 + jc_1\omega$	$u_i\zeta$
g_{b1}	: g_b の実部	v_i
g_{b2}	: g_b の虚部	\bar{v}_i
g_p	: 平板における計算のための無次元化量	$v_i\zeta$
h	: 層 1 の中央面と層 3 の中央面間の距離 (m), $=(H_1 + H_3)/2 + H_2$	v_L
k_i	: はりにおける計算のための無次元化量, $i = 1, 3$	v_{NL}
l	: 磁性ゴム層の相対すべり変位 (m)	w
l_0	: 磁性ゴム層の相対すべり変位の振幅 (m)	\bar{w}
l_{eff}	: 相対すべり変位 l の実効値 (m)	w_{effn}
l_x	: 平板における磁性ゴム層の相対すべり変位の x 軸方向成分 (m)	w_i
l_y	: 平板における磁性ゴム層の相対すべり変位の y 軸方向成分 (m)	w_α
p	: はりにおける計算のための無次元化量	w_β
q_r	: 一般化座標における変位 (m)	x_c
r_{0n}	: はりの振動解における係数 C_{1n} の実部	x_d
r_{jn}	: 摩擦損失を省略したはりの振動解の係数 C_{rjn} の C_{r1n} に対する比	x_p
r'_{jn}	: 摩擦損失を省略したはりの振動解の係数 C'_{rjn} の C_{r1n} に対する比	x_{rj}
$r_{ulk\ell N_x N_y}$: 平板の伸び変位 u_1 の試行関数の係数 $U_{r1k\ell N_x N_y}$ の $W_{rw11 N_x N_y}$ に対する比	y_{rj}
$r_{v1k\ell N_x N_y}$: 平板の伸び変位 v_1 の試行関数の係数 $V_{r1k\ell N_x N_y}$ の $W_{rw11 N_x N_y}$ に対する比	x_{st}
$r_{wk\ell N_x N_y}$: 平板の曲げ変位 w の試行関数の係数 $W_{rk\ell N_x N_y}$ の $W_{rw11 N_x N_y}$ に対する比	A
r_{x0k}	: 平板の x 軸方向の基底関数における係数 C_{rx1k} , $j = 1 \sim 3$	A_0
$r_{y0\ell}$: 平板の y 軸方向の基底関数における係数 $C_{ry1\ell}$, $j = 1 \sim 3$	A_1
r_{xjk}	: 平板の x 軸方向の基底関数の係数 C_{rxjk} の C_{rx1k} に対する比, $j = 1 \sim 3$	A_3
r'_{xjk}	: 平板の x 軸方向の基底関数の係数 C'_{rxjk} の C_{rx1k} に対する比, $j = 1 \sim 3$	A_p
r_{yjl}	: 平板の y 軸方向の基底関数の係数 C_{ryjl} の $C_{ry1\ell}$ に対する比, $j = 1 \sim 3$	A_{Iijn}
r'_{yjl}	: 平板の y 軸方向の基底関数の係数 C'_{ryjl} の $C_{ry1\ell}$ に対する比, $j = 1 \sim 3$	A_{Rijn}
r_{F_xjk}	: 平板の単層部の基底関数における係数 F_{xjk} の $W_{rw11 N_x N_y}$ に対する比, $j = 1 \sim 3$	B
r_{F_yjk}	: 平板の単層部の基底関数における係数 F_{yjk} の $W_{rw11 N_x N_y}$ に対する比, $j = 1 \sim 3$	B_{Iijn}
r_{I_jn}	: はりの振動解の係数 C_{jn} 虚部の C_{1n} 虚部に対する比, $j = 1 \sim 3$	B_{Rijn}
r'_{I_jn}	: はりの振動解の係数 C'_{jn} 虚部の C_{1n} 実部に対する比, $j = 1 \sim 3$	C
r_{R_jn}	: はりの振動解の係数 C_{jn} 実部の C_{1n} 実部に対する比, $j = 1 \sim 3$	C_{eq}
r'_{R_jn}	: はりの振動解の係数 C'_{jn} 実部の C_{1n} 実部に対する比, $j = 1 \sim 3$	C_i
s	: 磁性ゴム層を磁力吸着させたときと接着したときのせん断ひずみの比	C_j

- t_i : 変分原理を適用する任意の時間 (s), $i = 1, 2$
 u_i : 層 i の中央面の x 軸方向伸び変位 (m), $i = 1, 3$
 \bar{u}_i : 層 i の中央面の x 軸方向伸び変位の振幅 (m)
 $u_{i\zeta}$: 層 i の $z = \zeta$ における x 軸方向伸び変位 (m), $i = 1, 3$
 v_i : 層 i の中央面の y 軸方向伸び変位 (m), $i = 1, 3$
 \bar{v}_i : 層 i の中央面の y 軸方向伸び変位の振幅 (m)
 $v_{i\zeta}$: 層 i の $z = \zeta$ における y 軸方向伸び変位 (m), $i = 1, 3$
 v_L : 摩擦損失を考慮して求めたはりの固有関数の絶対値の積分量
 v_{NL} : 摩擦損失を省略して求めたはりの固有関数の絶対値の積分量
 w : z 軸方向曲げ変位 (m)
 \bar{w} : z 軸方向曲げ変位の振幅 (m)
 w_{effn} : はりの振動モード n における曲げ変位 w の実効値 (m)
 w_i : 層 i の z 軸方向変位 (m), $i = 1 \sim 3$
 w_α : 単層部の z 軸方向曲げ変位
 w_β : 3層部の z 軸方向曲げ変位
 x_c : 1/4 周期間の相対すべり変位 (m)
 x_d : 微小時間における相対すべり変位 (m)
 x_p : 振動加速度測定点
 x_{rj} : 平板の 3 層部の x 軸方向の基底関数における特性解の平方根, $j = 1 \sim 3$
 y_{rj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数における特性解の平方根, $j = 1 \sim 3$
 x_{st} : 各振動モードにおける静的振幅 (m)
 A : 試験片断面積 (m^2)
 A_0 : 振動振幅 (m)
 A_1 : 層 1 の振動加速度 (m/s^2)
 A_3 : 層 3 の振動加速度 (m/s^2)
 A_p : 磁性ゴム層と鋼製プレートの接触断面積 (m^2)
 A_{Iijn} : 係数 a_{ijn} を有理化したときの虚部の第 1 係数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 A_{Rijn} : 係数 a_{ijn} を有理化したときの実部の第 1 係数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 B : はりの幅 (m)
 B_{Iijn} : 係数 a_{ijn} を有理化したときの虚部の第 2 係数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 B_{Rijn} : 係数 a_{ijn} を有理化したときの実部の第 2 係数, $i = 1, 3, j = 1 \sim 3$
 C : W に関する未定係数
 C_{eq} : 等価粘性係数 ($N \cdot s/m$)
 C_i : U_i に関する未定係数, $i = 1, 3$
 C_j : はりの振動解における第 1 ~ 第 3 係数, $j = 1 \sim 3$

- C'_j : はりの振動解における第 4～第 6 係数, $j = 1 \sim 3$
 C_{jn} : はりの振動解における振動モード n の第 1～第 3 係数, $j = 1 \sim 3$
 C'_{jn} : はりの振動解における振動モード n の第 4～第 6 係数, $j = 1 \sim 3$
 C_{rj} : 摩擦損失を省略したときのはりの振動解の第 1～第 3 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C'_{rj} : 摩擦損失を省略したときのはりの振動解の第 4～第 6 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C_{rxj} : 平板の 3 層部の x 軸方向の基底関数における第 1～第 3 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C'_{rxj} : 平板の 3 層部の x 軸方向の基底関数における第 4～第 6 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C_{ryj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数における第 1～第 3 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C'_{ryj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数の第 4～第 6 実数係数, $j = 1 \sim 3$
 C_{xj} : 平板の 3 層部の x 軸方向の基底関数における第 1～第 3 係数
 C'_{xj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数における第 4～第 6 係数
 C_{yj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数における第 1～第 3 係数
 C'_{yj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数の第 4～第 6 係数
 D : 層 1 と層 3 の曲げ剛性の和 ($N \cdot m$), $= D_1 + D_3$
 D_i : 層 i の曲げ剛性 ($N \cdot m$), $= E_i H_i^3 / 12$, $i = 1, 3$
 E_B : 試料の切断時における伸び (%)
 E_i : 層 i の縦弾性係数 (MPa), $i = 1, 3$
 F : 円柱状鋼材が試料から離脱するときの最大荷重 (N)
 F_0 : 鋼製プレートのみ加振したときの慣性力 (N)
 F_1 : 磁性ゴム層を小さな鋼製プレートに磁力吸着させたときの加振力 (N)
 F_2 : 磁性ゴム層を大きな鋼製プレートに磁力吸着させたときの加振力 (N)
 F_3 : 磁性ゴム層を鋼製プレートに接着したときの加振力 (N)
 F_M : 単位面積当たりの磁力吸着力 (Pa)
 F_B : 最大引張荷重 (N)
 F_R : 単位面積当たりの摩擦抵抗力 (Pa), $= \mu F_M$
 F_{xj} : 単層部の x 座標に関する試行関数の係数, $j = 1 \sim 8$
 F_{yj} : 単層部の y 座標に関する試行関数の係数, $j = 1 \sim 8$
 G_2 : 層 2 のせん断弾性率 (MPa)
 G_{ixy} : 層 i の xy 方向のせん断弾性率 (MPa)
 H : 3 層の厚さの和 (m), $= H_1 + H_2 + H_3$
 H_i : 層 i の厚さ (m), $i = 1 \sim 3$
 K : はりにおける計算のための無次元化量
 K_i : 層 i の伸び剛性 (N/m), $= E_i H_i$, $i = 1, 3$
 K_s : 平板における計算のための無次元化量
 K_U : はりにおける計算のための無次元化量

L	: 拘束型磁性制振材の長さ (m)
L_1	: 初期の標線間距離 (m)
L_2	: 切断時の標線間の距離 (m)
L_A	: A 特性騒音レベル (dB)
L_{eq}	: 等価騒音レベル (dB)
L_{max}	: 騒音の最大レベル (dB)
L_{Amax}	: A 特性の等価騒音の最大レベル (dB)
L_{Aeq}	: A 特性の等価騒音レベル (dB)
L_{ds}	: 粘性抵抗による 1 周期当たりの損失エネルギー (J/s)
L_f	: 1/4 周期内の時刻 t までの摩擦損失 (J)
L_{fs}	: 乾性摩擦抵抗による 1 周期当たりの損失エネルギー (J/s)
$L_{f_{sn}}$: はりの振動モード n における摩擦損失 (J)
$\hat{L}_{f_{sn}}$: 振動モード n のモード変位による摩擦損失 (J)
$L_{f_{sN_xN_y}}$: 平板の振動モード (N_x, N_y) における摩擦損失 (J)
$\hat{L}_{f_{sN_xN_y}}$: 振動モード (N_x, N_y) のモード変位による摩擦損失 (J)
ΔL_f	: 微少部分 dx あるいは $dx dy$ における摩擦損失 (J)
L_x	: 部分貼付した制振材の x 軸方向長さ (m)
L_y	: 部分貼付した制振材の y 軸方向長さ (m)
δL_α	: 振動加速度レベルの低減量 (dB)
M	: 曲げモーメント (N · m)
M_α	: 単層部の曲げモーメント (N · m)
M_β	: 3 層部の曲げモーメント (N · m)
N_1	: 層 1 の x 軸方向 (または y 軸方向) の軸力 (N)
$N_{1\alpha}$: 単層部の層 1 の x 軸方向の軸力 (N)
$N_{1\beta}$: 3 層部の層 1 の x 軸方向の軸力 (N)
N_3	: 層 3 の x 軸方向 (または y 軸方向) の軸力 (N)
$N_{3\alpha}$: 単層部の層 3 の x 軸方向の軸力 (N)
$N_{3\beta}$: 3 層部の層 3 の x 軸方向の軸力 (N)
N_k	: x 軸方向における所要の基底関数の数
N_ℓ	: y 軸方向における所要の基底関数の数
N_p	: 平板の計算における無次元化量, $= (1 + \nu)/2$
N_x	: 拘束型磁性制振材貼付平板の x 軸方向の振動モード次数
N_y	: 拘束型磁性制振材貼付平板の y 軸方向の振動モード次数
P	: 3 層のひずみエネルギー (J)
P_i	: 層 i のひずみエネルギー (J), $i = 1 \sim 3$

- P_n : はりの振動モード n における 3 層のひずみエネルギー (J)
 \hat{P}_n : 振動モード n のモード変位による 3 層のひずみエネルギー (J)
 P_{2n} : はりの振動モード n における層 2 のひずみエネルギー (J)
 \hat{P}_{2n} : 振動モード n のモード変位による層 2 のひずみエネルギー (J)
 $P_{N_x N_y}$: 平板における振動モード (N_x, N_y) の 3 層のひずみエネルギー (J)
 $\hat{P}_{N_x N_y}$: 振動モード (N_x, N_y) のモード変位による 3 層のひずみエネルギー (J)
 $P_{2N_x N_y}$: 平板の振動モード (N_x, N_y) における層 2 のひずみエネルギー (J)
 $\hat{P}_{2N_x N_y}$: 振動モード (N_x, N_y) のモード変位による層 2 のひずみエネルギー (J)
 Q : せん断力 (N)
 Q_α : 単層部のせん断力 (N)
 Q_β : 3 層部のせん断力 (N)
 Q_1 : 平板における計算のための無次元化量, $= (a/h)^2$
 Q_2 : 平板における計算のための無次元化量, $= (b/h)^2$
 Q_r : 非保存系に作用する一般化力 (N)
 R : 平板の縦横比, $= b/a$
 R_d : D_1 と D の比, $= D_1/D$
 R_{fcal} : 摩擦損失を省略したときと考慮したときのはりの固有振動数の差異率 (%)
 R_{fmes} : 摩擦損失を省略して求めたのはりの固有振動数の実験値に対する差異率 (%)
 R_{func} : 摩擦損失を省略したときと考慮したときのはりの固有関数の差異率 (%)
 R_w : 吸水率 (%)
 $R_{\eta cal}$: 摩擦損失を省略したときと考慮したときのはりの損失係数の差異率 (%)
 $R_{\eta mes}$: 摩擦損失を省略して求めたのはりの損失係数の実験値に対する差異率 (%)
 T : 運動エネルギー (J)
 T_B : 引張強さ (MPa)
 T_s : 周期 (s)
 U_{1kl} : 無次元化伸び変位 U_1 の試行関数の係数
 U_i : 変位 u_i の無次元化量, $i = 1, 3$
 U_{in} : 無次元化伸び変位 U_i の振動モード n における振動解, $i = 1, 3$
 U_{iRn} : 無次元化伸び変位 U_i の振動モード解の実部, $i = 1, 3$
 U_{iIn} : 無次元化伸び変位 U_i の振動モード解の虚部, $i = 1, 3$
 U_{r1kl} : モード正規化した基底関数を適用した伸び変位 U_1 の試行関数の係数
 $U_{r1klN_x N_y}$: 振動モード (N_x, N_y) における係数 U_{r1kl}
 U_{rin} : 摩擦損失を省略したときのはりの伸び変位 U_i の振動モード解, $i = 1, 3$
 $U_{r1\beta N_x N_y}$: 平板における伸び変位 U_1 のモード正規化した試行関数
 V : 磁性粉量 (vol%)

- V_{1kl} : 無次元化伸び変位 V_1 の試行関数の係数
 V_i : 変位 v_i の無次元化量, $i = 1, 3$
 V_{r1kl} : モード正規化した基底関数を適用した伸び変位 V_1 の試行関数の係数
 $V_{r1klN_xN_y}$: 振動モード (N_x, N_y) における係数 V_{r1kl}
 $V_{r1\beta N_xN_y}$: 平板における伸び変位 V_1 のモード正規化した試行関数
 W : 変位 w の無次元化量
 W_1 : 耐水性試験前の試験片質量 (g)
 W_2 : 耐水性試験後の試験片質量 (g)
 W_{kl} : 無次元化変位 W の試行関数の係数
 W_n : はりの曲げ変位 W の振動モード n における振動解
 W_{rkl} : モード正規化した基底関数を適用した曲げ変位 W の試行関数の係数
 $W_{rklN_xN_y}$: 振動モード (N_x, N_y) における係数 W_{rkl}
 W_{rn} : 摩擦損失を省略したときのはりの曲げ変位 W の振動モード解, $i = 1, 3$
 $W_{r\alpha N_xN_y}$: 平板における曲げ変位 W のモード正規化した試行関数 (単層部)
 $W_{r\beta N_xN_y}$: 平板における曲げ変位 W のモード正規化した試行関数 (3層部)
 W_{In} : はりの曲げ変位 W の振動モード解の虚部
 W_{Rn} : はりの曲げ変位 W の振動モード解の実部
 X_{wka} : 平板の曲げ変位 W の x 座標に関する基底関数 (単層部)
 X_{wkb} : 平板の曲げ変位 W の x 座標に関する基底関数 (3層部)
 X_{uv1ka} : 平板の伸び変位 U_1 および V_1 の x 座標に関する基底関数 (単層部)
 X_{uv1kb} : 平板の伸び変位 U_1 および V_1 の x 座標に関する基底関数 (3層部)
 $X_{ruv1k\beta}$: 平板の伸び変位 U_1 および V_1 の x 座標に関するモード正規化した基底関数
 X_{rwka} : 平板の曲げ変位 W の x 座標に関するモード正規化した基底関数 (単層部)
 X_{rwkb} : 平板の曲げ変位 W の x 座標に関するモード正規化した基底関数 (3層部)
 Y : はりにおける計算のための無次元化量
 Y_p : 平板における計算のための無次元化量
 $Y_{ruv1l\beta}$: 平板の伸び変位 U_1 および V_1 の y 座標に関するモード正規化した基底関数
 Y_{rwla} : 平板の曲げ変位 W の y 座標に関するモード正規化した基底関数 (単層部)
 Y_{rwlb} : 平板の曲げ変位 W の y 座標に関するモード正規化した基底関数 (3層部)
 $Y_{uv1l\beta}$: 平板における伸び変位 U_1 および V_1 の y 座標に関する基底関数 (3層部)
 Y_{wla} : 平板における曲げ変位 W の y 座標に関する基底関数 (単層部)
 Y_{wlb} : 平板における曲げ変位 W の y 座標に関する基底関数 (3層部)
 α : 振動加速度 (m/s^2)
 α_{effn} : はりの振動モード n における z 軸方向の振動加速度の実効値 (m/s^2)
 γ : 層2を層1に磁力吸着させたときの層2のせん断ひずみ

- γ^a : 層 2 を層 1 に接着したときの層 2 のせん断ひずみ
 γ_{ixy} : 層 i の xy 方向のせん断ひずみ, $i = 1, 3$
 γ_{2xz} : 磁性ゴム層の $x-z$ 方向のせん断ひずみ
 γ_{2yz} : 磁性ゴム層の $y-z$ 方向のせん断ひずみ
 ε_i : 層 i のひずみ, $i = 1, 3$
 ε_1 : 層 1 の表面ひずみ
 ε_3 : 層 3 の表面ひずみ
 ε_{ix} : 層 i の x 軸方向のひずみ, $i = 1, 3$
 ε_{iy} : 層 i の y 軸方向のひずみ, $i = 1, 3$
 ζ : 層 i , ($i = 1 \sim 3$) の中央面を基準とした z 軸方向位置
 η : 損失係数
 η_g : 磁性ゴム層の損失係数
 η_{mes} : 拘束型磁性制振材貼付はりの損失係数の実験値
 η_s : 制振材を貼付しないときの 4 辺固定鋼板の損失係数
 η_d : 制振材を貼付したときの 4 辺固定鋼板の損失係数
 η_n : はりにおける振動モード n の損失係数
 η_L : 摩擦損失を考慮して求めた拘束型磁性制振材貼付はりの損失係数
 $\eta_{N_x N_y}$: 平板の振動モード (N_x, N_y) における損失係数
 η_{NL} : 摩擦損失を省略して求めた拘束型磁性制振材貼付はりの損失係数
 θ_x : 平板の単層部の x 軸方向の基底関数に対する特性解
 θ_y : 平板の単層部の y 軸方向の基底関数に対する特性解
 λ_j : 拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの特性解
 λ_{jn} : 振動モード n におけるはりの特性解
 λ_{rj} : 摩擦損失を省略したときのはりの実数特性解, $j = 1 \sim 3$
 λ_{rxj} : 平板の 3 層部の x 軸方向の基底関数における実数特性解, $j = 1 \sim 3$
 λ_{ryj} : 平板の 3 層部の y 軸方向の基底関数における実数特性解, $j = 1 \sim 3$
 λ_{xj} : 平板の 3 層部の x 軸方向に関する基底関数に対する特性解
 λ_{yj} : 平板の 3 層部の y 軸方向に関する基底関数に対する特性解
 μ : 摩擦係数
 ν : ポアソン比
 ν_i : 層 i のポアソン比, $i = 1, 3$
 ξ : 無次元化 x 座標
 ξ_i : 部分貼付された制振材の両端の ξ 方向の無次元化位置, $i = 1, 2$
 σ_{ix} : 層 i の x 軸方向応力 (MPa), $i = 1, 3$
 σ_{iy} : 層 i の y 軸方向応力 (MPa), $i = 1, 3$

- τ_{ixy} : 層 i の xy 方向のせん断応力 (MPa), $i = 1, 3$
 ϕ : エネルギー関数 (J)
 ρ : 3層全体の平均密度 (kg/m^3)
 ρ_i : 層 i の密度 (kg/m^3), $i = 1, 3$
 ψ : 無次元化 y 座標
 ψ_i : 部分貼付された制振材の ψ 方向の無次元化位置, $i = 1, 2$
 ω : 固有角振動数 (Hz)
 ω_{bx} : 平板の3層部の x 軸方向の基底関数における固有角振動数 (Hz)
 ω_{by} : 平板の3層部の y 軸方向の基底関数における固有角振動数 (Hz)
 ω_n : 拘束型磁性制振材貼付はりの振動モード n における固有角振動数 (Hz)
 ω_F : 加振角振動数 (rad/s)
 $\omega_{N_x N_y}$: 拘束型磁性制振材貼付平板の振動モード (N_x, N_y) における固有角振動数 (Hz)
 Ω : はりにおける計算のための ω に関する無次元化量
 Ω_{bx} : ω_{bx} の無次元化量
 Ω_{by} : ω_{by} の無次元化量
 Ω_p : 平板における計算のための ω に関する無次元化量

第1章 緒 論

1.1 研究の背景

鉄道における主な騒音には、レール/車輪間の衝撃的接触に伴う転動騒音、鋼鉄道橋やコンクリート高架橋の桁部材の振動に伴う構造物騒音、車両機器騒音、および車両走行に伴う空力騒音などがある。これらの騒音は、列車の走行速度の上昇とともに増大し、転動騒音や構造物騒音は列車速度の上昇に対し2~3乗、車両機器騒音は4~5乗、空力騒音では6乗程度に比例して増大することが報告されている^{(1),(2),(3),(4)}。図1.1にこれらの騒音を鉄道騒音として一括りにしてみたときの速度依存性の測定結果の一例を示す⁽⁵⁾。図1.1(a)の新幹線についての測定結果では、初期の0系から100系、300系と新しく開発されるにしたがって騒音レベル(L_A :A特性)そのものは低下しているが、それぞれの騒音レベルは走行速度 v と良い相関を示している(相関係数 $r = 0.76 \sim 0.86$)。また、図1.1(b)の在来線における測定結果でも、相関係数 $r = 0.46$ は新幹線に比べると低いけれども、図から明らかなように列車の走行速度の上昇とともに騒音レベルが増大している。このように列車速度の上昇が鉄道騒音を顕在化させる大きなひとつの原因となっており、新幹線では、開業時以来の高速走行およびその後の速度向上に伴って、騒音が終始解決すべき大きな技術課題となっている。また、在来線においても、自動車や航空機などの他の交通機関との競争を背景に鉄道車両の高速化が積極的に進められているため、騒音・振動の問題が顕在化しつつある。

もうひとつの騒音・振動の問題を顕在化させている大きな要因は、鉄道の利便性を向上させるための列車運行本数の高密度化である。つまり、騒音レベルの最大値が問題となるのはもちろんであるが、単位時間あたりの騒音エネルギーも問題となり、その値が大きいと聴覚者への心理的負荷が大きくなる。そのため、近年騒音の最大レベル L_{max} とともに単位時間あたりの騒音エネルギーを表す等価騒音レベル L_{eq} を用いて評価されるようになってきている⁽⁶⁾。図1.2に、単位時間あたりの列車本数と等価騒音レベルの関係をモデル的に示した。図中の実線は、大都市近郊の在来線通勤線区を想定し、列車長を200m(20m/両×10両)、列車速度を80km/h、列車走行時の騒音のA特性の音圧レベルの最大値を80dB(A)としたときのA特性等価騒音レベル L_{Amax} の計算値である。図からわかるように、単位時間あたりの列車本数の増加に伴い等価騒音レベルは上昇する。新幹線、在来線ともに、近年列車運行本数が高密度化する傾向にあり、等価騒音レベルの上昇に伴って、騒音・振動の問題が顕在化しつつある。

一方、鉄道沿線においては、住民による静寂な住環境を求める要求がますます強くなってきている。そのため、鉄道沿線における環境基準を制定し、その適用の厳格化・広範化が求められている。こうした動きは、まず新幹線で始まった。上述のように新幹線ではその高速走行がゆえに、開業当初より騒音対策が重要な課題となっており、低騒音化の技術課題に取り組むと同時に、環境基準制定の作業が続けられ、昭和50年に環境庁によって新幹線鉄道騒音に係わる環境基準が制定された⁽⁷⁾。表1.1(a)に、新幹線の騒音に係わる環境基準の骨子を示す。住宅地においては25m測定点における等価騒音レベルの最大値 L_{Amax} を70dB以下、商工業の用に供される地域では75dB以下にすることを示されている。このような動きは在来線においても近年顕著になっている。在来線では、従来新線の開業に伴い騒音対策が課題となるケースが多かった。しかし、近年では大都市近郊線の複々線化などの大規模改良に際しても騒音対策が求められるケースが増えつつあり、その上既設の在来線においても低騒音化を求める傾向が強まっている。こうした背景のもとに、平成7年に環境庁によって在来鉄道の新設又は大規模改良に際する環境基準が制定された⁽⁸⁾。表1.1(b)に、在来鉄道の新設又は大規模改良に際する環境基準の骨子を示す。新線では等価騒音レベル L_{Aeq} を昼間60dB以下、夜間55dB以下にすること、大規模改良線では騒音レベルを従前より改善すること、などが示されている。今後、このような環境基準の厳格化・適用範囲の拡大などが予想される。

さて、鉄道のシステムの中で、鋼鉄道橋は最も大きな騒音・振動発生源のひとつで、特にその対策が求められている^{(9),(10)}。鋼鉄道橋の騒音が大きい理由は、(1) 前述の主な鉄道騒音の中で、通常、車輪/レール間の転動騒音が顕著であるが、鋼鉄道橋ではこの騒音がほとんど遮られることなく周辺に伝播すること、(2) 桁ウェブ板などの桁部材が車輪やレールの振動により励起されることによる構造物騒音が発生し、その騒音パワーが大きいこと、である。構造物騒音の音源パワーは、鋼鉄道橋によってばらつきはあるものの、車輪/レール間の転動騒音などの橋上音源の音源パワーと同等かあるはそれ以上の値となっているケースが多い。一例としてJR在来線の上路プレートガーダータイプの鋼鉄道橋の音源パワーを図1.3に示す⁽¹¹⁾。この鋼鉄道橋では、車輪/レール間の転動騒音と構造物騒音が卓越しており、いずれもパワーレベルは約120dBという大きな値となっている。これに加えて、地上測定点では一般的に桁ウェブ板が大きいこともあって構造物騒音の影響がさらに大きくなり、構造物騒音の低減が鋼鉄道橋の騒音を低減するために欠かせない条件となっている。

この鋼鉄道橋の構造物騒音を低減するためには、

1. 車輪・レール間に発生する加振力を低減する。
2. 橋桁部材の防振
3. 橋桁部材の制振
4. 遮音

5. 吸音

など、5種類の対策が考えられる^{(12),(13),(14),(15)}。図 1.4 および表 1.2 に、構造物騒音低減を中心とした主な鋼鉄道橋の騒音低減対策を示す。これらの方法を大まかに見てみると以下のとおりである^{(16),(17)}。

車輪・レール間に発生する加振力を低減する方法として、車両の軽量化やレール踏丁面や車輪踏面の管理・削正、ロングレール化によるレール継目数の削減などが挙げられる。これらは、レール/車輪間の加振力低減のみならず、レール/車輪間の転動騒音の低減のためにも重要な対策である。特に、車両の軽量化に関しては、騒音・振動の目的以外にも軌道損傷の軽減など種々の面でメリットが考えられ、新型車両では常に軽量化の検討が進められている⁽¹⁸⁾。ただし、過剰な軽量化は安全上の問題もあるため一定の限度がある。また、レール踏丁面や車輪踏面の削正は、大きな効果が期待されている対策であり、新幹線では大きく検討・実施されている^{(19),(20)}。しかし、在来線では

- (a) 車両の種類が複雑で車両数が多い、
- (b) レール削正車両などの保守用車が入ることが困難な小規模で
- (c) 複雑な構造の鋼鉄道橋が多い、

対策コストが運輸各社の経営に直結する、などの理由から依然として検討途上の段階にある。同様にロングレール化に関しても新幹線ではすでに実施されているものの、在来線では適用困難な線区が多い。

橋桁部材の防振対策としては、レール締結装置に弾性材を仕込んだ低ばね係数締結装置や橋まくらぎ-橋桁間に挿入するまくらぎ下防振パッド(橋まくらぎパッド)などがある^{(21),(22),(23)}。図 1.5 に、防振対策の一例として橋まくらぎパッドの適用例を示す。この例からわかるように、防振対策の適用によって2~3dBの騒音レベルの低減が得られている。まくらぎパッドのばね定数をさらに低くすれば騒音低減の効果がさらに期待されるが、その反面レールを回転させようとするモーメントに対する抗力の低下が懸念され、防振材の低ばね化にも一定の限界がある。また、既設の鋼鉄道橋に適用するためには、レールやまくらぎを一度はずし、防振材料を敷設後取り付け直すなど、施工コストが大きくなることが難点である。

橋桁部材の制振対策は、主としてウェブ板、場合によっては上下フランジ板などの橋桁板に制振材を貼付する方法である⁽²⁴⁾。制振材としては、アスファルトや未加硫のブチルゴムなどの高分子粘弾性制振材のみによる非拘束型制振材(2層型制振材)や、高剛性の拘束層に高分子粘弾性制振層を積層した拘束型制振材(3層型制振材)などがある^{(25),(26)}。非拘束型制振材により所定の性能を得るためには数mm以上の非常に厚い制振材を用いる必要がある。それに対して、拘束型制振材は拘束層が粘弾性樹脂層を拘束するため、図 1.6 に示すように橋桁板の曲げ振動時に粘弾性樹脂層が大きくせん断変形し、それに伴う内部損失により振動エネルギーの一部が熱エネルギーに変換されるため、比較的大きな制振性能が得られ

る⁽²⁷⁾。また、橋桁板そのものに制振鋼板を用いて製造する試みもある⁽²⁸⁾。図1.7に、非拘束型制振材をな橋桁部材に適用して制振した例を示す。図1.7(a)が橋桁の振動加速度の低減を、図1.7(b)が音圧レベルの低下を示す。この非拘束型制振材による制振対策により、振動加速度がオーバーオール値で約15dB低下している。また、騒音の音圧レベルは、桁ウェブ面のみを制振対策した場合、橋桁中心で約4dB(A)の低下が得られ、その他の部分にも制振対策しさらに吸音材を施工した場合には約12dB(A)の低下が得られている。他の適用事例も参考にして考えると、橋桁の制振対策により鋼桁直下でおおよそ5~10dB(A)の騒音レベルの低減が期待される。この例からも明らかなように、一般的に橋桁の制振対策によって、橋桁の防振対策や加振力低減対策を実施した場合よりも大きな騒音の低減効果が期待される。また、この橋桁の制振対策は、既設の鋼鉄道橋に対しても橋桁の防振対策や後述の遮音・吸音対策より施工は若干容易なものとなっている。このため、橋桁の制振は、鋼鉄道橋の騒音振動対策の中心的な技術と言える。

しかし、依然として次の課題を有している。

1. 非拘束型制振材・拘束型制振材ともに、橋桁板への施工は接着材あるいは粘着材を用いて施工する。しかしこの場合、振動体を下地処理する、あるいは接着剤が完全に硬化するまで制振材を固定するなどの多くの工程を有し、さらなる施工性の改善が求められている。
2. 一度施工した後は撤去することが困難で、桁板の腐食等の確認など、橋桁のメンテナンスが困難である。
3. 制振材の制振性能は、高分子粘弾性制振層に依存するため、高分子粘弾性材の温度特性を反映し、一部の温度範囲を除き制振性能が低下する。鋼鉄道橋では夏場は直射日光にさらされ桁板面では一部50℃以上まで温度が増加する一方、冬場では寒冷地以外でも桁板面において0℃以下まで低下するなどの大きな温度変化を示すため、制振材の温度特性の改善が求められている。

橋桁の遮音対策に関しては、桁の周辺を防音材で覆う桁カバーの実施例などがある⁽¹²⁾。またこのカバー内面に吸音材を施工するケースもある。このように吸音対策は、遮音対策や上記の桁制振対策など他の対策工と組み合わせて適用するケースが多い⁽²⁹⁾。また、遮音対策は、防振技術と組み合わせて遮音板自身の振動により発生する音を抑制することも必要となる。図1.8に示した例からわかるように、こうした防振対策と吸音対策を組み合わせた遮音対策の施工により、約30dB騒音の音圧レベルが低減している。このように遮音対策は非常に大きな効果が期待されるが、その反面一般に遮音対策は非常に大きな施工コストを要するため、現在ではほとんど実施されていない。

一方、一般線区では防音壁が最も代表的な防音対策となっているが、ほとんどの鋼鉄道橋では構造上防音壁の設置が困難である⁽³⁰⁾。

以上、鋼鉄道橋における騒音・振動の低減対策をまとめると、施工コストが若干低く大きな効果が期待される橋桁の制振対策が中心と言えるが、従来の制振工法には

- (a) 施工性の改善が必要である,
 - (b) メンテナンスを考慮する必要がある,
 - (c) 温度特性の改善が必要である,
- などの課題が残されている。

1.2 従来の研究

制振材に関する従来の研究は、非拘束型制振材（2層型制振材）に関する Oberst らの研究に始まり、平板に貼付した拘束型制振材（多層型制振材）の制振性能についての研究までが報告されている⁽³¹⁾⁻⁽⁷⁸⁾。

Oberst らは、非拘束型制振材（制振層）とそれを貼付したはり（基層）の全体の複素剛性率を算出し、その虚部と実部の比から制振性能の代表的指標である損失係数を求めている^{(34),(35)}。拘束型制振材を貼付したはりなどで3層以上となる場合には、全体の剛性率を求めることは困難となるため、損失係数を求めるために他の様々な方法が検討されている。Kerwin らは、3層はりを対象として曲げ振動解析を行い、損失係数を求める式を導出している⁽³⁶⁾。この方法では、3層はりを無限長と仮定して、曲げ変位の振動解を単純な正弦波曲線で与える。そして、3層間の力のつりあいから粘弾性層のせん断ひずみと曲げ変位の関係式を導き、せん断ひずみを解くとともに、粘弾性層のせん断変形に伴う損失エネルギーを求めている。そして、この損失エネルギーと3層全体の曲げ振動エネルギーとの比から損失係数を求めている。この Kerwin による方法は簡明であり、有限長の3層はりに対してもおおまかな制振性能の目安を与えるもので、現在でも制振材の制振性能のデータベースに幅広く活用されている⁽³⁷⁾⁻⁽⁴¹⁾。しかしながら、実用的な有限長のはりに対しては、得られる振動解に3層構造の物理条件をより厳密に反映させ、損失係数の計算精度を向上させる必要があった。このため、Ditaranto や Mead らは、はりが有限長であり、両端が単純支持や固定支持などの実際的な境界条件を適用した解析条件のもとに、3層の力のつりあいから曲げ振動方程式を導き、複素振動解を求めて、その虚部と実部の比から損失係数を求めている⁽⁴⁴⁾⁻⁽⁵⁵⁾。これらの解析方法によって、有限長はりの損失係数がより精度よく予測できるようになった。しかしながら、これらの方法は、基層、粘弾性層、および拘束層において全く同一の境界条件を仮定しているため、基層は固定されているが拘束層の軸方向変位が自由になっている場合のように、実用上需要が多いと思われる3層それぞれに境界条件が異なる場合については適用できない。また、はりの一部に制振材を貼付した部分貼付はりに対してもこれらの解析方法は適用できない。また、これらの解析方法において、損失係数は振動解の虚部と実部の比から求めているが、より厳密には損失係数の定義にのっとり、損失エネルギーと3層

全体のひずみエネルギーの比から求めるべきであり，その方が得られる値の精度が高いと考えられる．そこで，岡崎，立道らは，基層，粘弾性層および拘束層の3層を独立に考えることにより，この問題の解決を試みている⁽⁵⁶⁾⁻⁽⁵⁸⁾．そして，粘弾性層の損失エネルギーと3層全体のひずみエネルギーの比から損失係数を与えており，拘束型制振材を貼付したはりなど3層あるいはそれ以上の多層構造となるはりの制振性能の高精度予測を可能にしている．

また，粘弾性層のみからなる非拘束型制振材を貼付した平板の損失係数を求める研究も進められている．Ungar および Kerwin は，前述の2層はりの理論を平板に拡張し，非拘束型制振材を貼付した長方形平板について，この2層全体の複素剛性を求め，その虚部と実部の比から損失係数を求める式を導出している⁽⁵⁷⁾．そしてさらに，Ross, Ungar および Kerwin は，無限長3層はりを対象として Kerwin が展開した単純正弦波振動解を用いた損失係数の計算式を，拘束型制振材を貼付した3層平板に拡張している⁽⁵⁸⁾．この理論は，RKU理論と呼ばれ，無限長はりに対する Kerwin の理論と同様に，現在でも広く利用されている．しかしながら，これもはりの場合と同様に，3層構造体の境界条件をより厳密に反映した正確な解法が求められている．その一つとして，Mead らは，一对の端辺が単純支持された長方形状平板を対象として，拘束型制振材を貼付した3層平板の振動解を解析的に求め，振動解の虚部と実部の比から損失係数を求める式を導出している⁽⁶³⁾⁻⁽⁶⁵⁾．ただし，この解析方法は，一对の境界条件が単純支持という極めて限定的な場合に適用が限られる．そこで，He らは4辺が非対称で任意の境界条件の直方形平板を対象とした振動解析手法を提案している⁽⁶⁶⁾．この方法では，振動解を損失係数をパラメータとする複素解の級数和として与え，逐次的に近似解を求めてゆくことにより振動解の高精度化を図っている．この他，様々な方法により，任意の境界条件のもとに振動解を解析的に与える手法が検討されている⁽⁶⁷⁾⁻⁽⁶⁹⁾．そして，はりにおいても課題であったように，3層の境界条件が異なる場合，および部分貼付の場合に対処すべく，拘束型制振材を貼付した3層平板についても，岡崎，立道らにより新たな解析手法が提案されている^{(70),(71)}．この方法では3層を独立に扱うため，3層それぞれに境界条件が異なる場合および部分貼付の場合についても解析を可能にしている．しかし，この解析方法においても，4辺固定長方形平板など，実用上需要が多いと思われる多くの基礎的な境界条件に適用できず，平板について解析的に振動解を与えることには限界があると考えられた．そのため，様々な近似解析手法が検討されるようになった．代表的な近似解法手法としては，よく知られているようにレーリ・リッツ法や有限要素法などがある．前者については Lall や Rajalingham^{(72),(73)}，後者については Ioannides や伊藤⁽⁷⁴⁾⁻⁽⁷⁸⁾による研究が報告されている．レーリ・リッツ法を用いた近似解法では，Lall らが試行関数を単純な正弦曲線で与えているように，試行関数にシンプルな関数を与えている例が多い．一方，有限要素法を用いた近似解法では，拘束層と基層の x 軸方向， y 軸方向，および z 軸方向の変位と，拘束層と基層のひずみ，粘弾性層のせん断ひずみや応力との関係をマトリックスで与え，3層全体のひずみエネルギーや運動エネルギーをマトリックス表示する．そしてこれらをエネル

ギー原理に適用して振動方程式を導出し、各変位の有限要素解を求めている。また、エネルギー法を適用して損失係数を求める方法の一つとして、Shin らによるひずみエネルギー法に関する研究も報告されている⁽⁷⁵⁾。

以上の研究では、いずれも基層と粘弾性層が接着されているなどして完全にずれないことを前提としている。しかしながら、本論文で提案している拘束型磁性制振材は、磁性ゴム層を基層に磁力吸着させるだけである。そのため、曲げ振動時に磁性ゴム層と基層間に相対すべり変位が生じ、この相対すべり変位に伴って3層全体の中立軸が上下方向に移動すること、磁性ゴム層と基層間に摩擦抵抗力が作用すること、したがって磁性ゴム層の内部損失のみでなく摩擦損失も発生することなどが考えられる。したがって、拘束型磁性制振材の制振性能を論ずる場合、この磁性ゴム層の相対すべり変位、中立軸の移動、および摩擦損失を考慮した新たな振動解析が必要である。

1.3 研究の目的

以上の背景の下に、本論文は、鋼鉄道橋などの振動・騒音を低減するために、新しく拘束型磁性制振材を提案するとともにその制振性能を明らかにすることを目的とする。

図 1.9 に、提案する拘束型磁性制振材^{(79),(80)}の概念図を示す。拘束型磁性制振材は、高剛性拘束層にフェライト粉体を配合・着磁した磁性ゴム層を加圧一体成形して積層したものである。磁性ゴム層の磁力吸着により、図 1.10 に示すように鋼製振動体である橋桁ウェブ板に容易に施工できる。また、鋼橋桁ウェブ板のメンテナンスが必要な場合は、この拘束型磁性制振材をとりはずし、メンテナンス作業終了後また元の場所に貼付するだけでよく、鋼鉄道橋のメンテナンスにも容易に対応できる制振材である。

この拘束型磁性制振材は、前述のように磁性ゴム層が基層に磁力吸着しているだけであるので、振動時に基層に対して相対すべり変位を生じる。そして、この相対すべり変位に伴って発生する摩擦抵抗力によって振動エネルギーの一部が熱エネルギーに変換され消散される。

そのためには、まず、拘束型磁性制振材を貼付したはりおよび平板について、磁性ゴム層の相対すべり変位、中立軸の移動、および摩擦損失を考慮した新たな曲げ弾性振動解析手法を提案する。次に、得られる振動解を用いて拘束型磁性制振材を貼付したはりおよび平板について損失係数を求める式を導出する。そして、共振法による損失係数測定装置を用いた実験や実験モード解析によって実験検証を行い、提案した曲げ弾性振動解析手法の妥当性および適用範囲を明らかにする。

また拘束型磁性制振材の制振性能は、磁性ゴム層の磁力吸着力、磁性粉量、拘束層厚、磁性ゴム層厚、基層厚などの材料因子、および貼付位置や貼付面積などの貼付方法により大きく影響を受けるので、提案・実証した解析手法および実験に基づいてこれらの因子の与える影響を評価し、拘束層厚、磁性ゴム層厚、磁性粉量、磁力吸着力などの実用的な最適設計値、

ならびに効果的な貼付面積および貼付位置を明らかにする。

そして最後に、拘束型磁性制振材を実橋に貼付した場合について、提案した解析手法に基づいて求めた損失係数を用いてウェブ板の振動低減量を理論的に予測するとともに実験検証する。

1.4 研究の手順と特徴

研究を進める具体的な手順とその特徴は以下のとおりである。

(1) 拘束型磁性制振材の提案

フェライト粉体を配合し着磁した磁性ゴム層を高剛性の拘束層に積層する拘束型磁性制振材を提案する。拘束層および磁性ゴム層に適した素材について検討し、選定する。また、磁性ゴム層のフェライト粉体の配合や着磁方法、および拘束層への接着を含めた加工方法など、拘束型磁性制振材の効果的な製造方法について検討する。

(2) 拘束型磁性制振材の基礎試験と制振メカニズムの推定

(a) 拘束型磁性制振材の基礎試験

拘束型磁性制振材の基本的な制振性能を実験により検討する。夏季から冬季まで鋼鉄道橋桁板面における大きな温度変化を想定し、制振性能の温度特性を評価する。従来の接着施工する拘束型制振材の制振性能の温度特性も併せて測定し、比較検討する。

(b) 拘束型磁性制振材の制振メカニズムの推定

拘束型磁性制振材の制振メカニズムを推定するため、磁性ゴム層を基層に磁力吸着させた試料と接着させた試料を用いて以下の試験を行う。

1) 水平振動の測定

基層を垂直方向に正弦波状に加振させたとき、試料の拘束層および基層の水平方向の振動加速度を測定する。

2) 拘束層および基層表面のひずみ測定

基層を垂直方向に正弦波状に加振させたとき、試料の拘束層および基層の表面のひずみを測定する。

3) 磁性ゴム層の温度上昇の測定

基層を垂直方向に一定時間連続して正弦波状に加振したときの基層裏面の温度を測定する。

4) 拘束型磁性制振材の損失係数の振幅依存性の測定

基層を垂直方向に正弦波状に加振するときその振幅を変化させて損失係数を測定し、その振幅依存性を求める。

(3) 拘束型磁性制振材を貼付したはりの制振特性の検討

拘束型磁性制振材を貼付したはりについて次の手順で理論的検討および実験を行い、その制振特性について検討する。

(a) 拘束型磁性制振材を貼付したはりの曲げ弾性振動解析

まず、磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーおよび摩擦損失を求め、拘束層と基層のひずみエネルギーと運動エネルギーとともに非保存系のハミルトンの原理に適用して3層はりの曲げ弾性振動方程式を導出する。次に、この曲げ弾性振動方程式中の乾性摩擦項を損失エネルギーが等価な粘性摩擦項に置き換えて解き、得られた曲げ弾性振動解を用いて3層はりの損失係数を求める式を導出する。

(b) 実験による検証

共振法を用いて固有振動数および損失係数を測定し、前述の計算式に基づいて求めたそれらの理論値と比較検討し、提案した解析手法の妥当性および適用範囲を明らかにする。

(c) 制振特性の検討

提案した解析手法および実験により損失係数を求め、磁力吸着力、磁性粉量、拘束層厚、磁性ゴム層厚、基層厚などへの依存性を評価する。そして得られた結果に基づいて、これらの実用上の最適設計値を明らかにするとともに、効率的に拘束型磁性制振材を設計するための設計曲線を提案する。また、磁性ゴム層を基層に接着した試料についても同様の評価を行い、拘束型磁性制振材の制振特性を明確にする。

(4) 拘束型磁性制振材を貼付した平板の制振特性の検討

拘束型磁性制振材を貼付した平板について次の手順で理論的検討および実験を行い、その制振特性について検討する。

(a) 拘束型磁性制振材を貼付した平板の曲げ弾性振動解析

磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーを求め、摩擦損失を省略して、拘束層と基層のひずみエネルギーならびに運動エネルギーを保存系のハミルトンの原理に適用して3層平板の曲げ弾性振動方程式を導出する。そして、摩擦損失を省略して拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動解析を行うことにより得られる試行関数を定義し、曲げ弾性振動解を求める解析方法を提案するとともに、得られた曲げ弾性振動解を用いて損失係数を求める式を導出する。また、拘束型磁性制振材を部分貼付した場合については、制振材を貼付した3層部分と貼付してない単層部分についてそれぞれの試行関数を定義して、境界条件、連続条件により両試行関数を適合させる解析方法を提案して解く。

(b) 実験による検証

全面貼付と部分貼付の片持ち平板について、実験モード解析および共振法により損失係数を測定し、前述の解析法に基づく理論値と比較検討し、提案した解析手法の妥当性を明らかにする。

(c) 制振特性の検討

まず、片持ち平板について、理論解析および実験により損失係数の貼付面積および貼付位置依存性について検討し、理論解析が適用できることをおよび効果的な貼付方法を明らかにする。次に、実橋に多く見られる4辺固定支持平板について、理論解析により同様の検討を行い、効果的な貼付方法を明らかにする。

(5) 実橋における実施例

下路プレートガーダータイプの鋼鉄道橋の主桁ウェブ面に拘束型磁性制振材を貼付したときの、振動低減効果を曲げ弾性振動解析および実験により検討する。制振材貼付前の損失係数として4辺をボルト固定した簡易実験装置による実測値を用い、貼付後の損失係数として拘束型磁性制振材を貼付した実橋と同じ寸法の4辺固定平板について理論計算により求めた計算値を用い、各振動モード毎に振動加速度振幅を計算して、その比から振動加速度の低減量を予測する。そして、実橋において測定した振動加速度のオクターブバンド分析値と比較検討する。また、試みに騒音低減効果についても実験により検討する。

1.5 論文の構成と概要

拘束型磁性制振材の提案、および制振性能の解明を目的として前章に述べた手順に従って研究を進め、得られた成果を章ごとにまとめた。以下に本論文の構成と概要を示す。

第1章「結論」では、鉄道における車両の高速化や沿線住民の静寂な住環境への志向の高まりに伴って騒音・振動の問題が顕在化していること、特に大きな騒音源である鋼鉄道橋の桁制振が中心課題であること、従来の接着施工する拘束型・非拘束型の制振材においてその施工性、メンテナンス性および温度特性の改善が求められていることを指摘し、これらの課題を克服するために新しく拘束型磁性制振材を提案すること、ならびに拘束型磁性制振材を貼付したはりおよび平板について磁性ゴム層のすべり変位および摩擦損失を考慮した曲げ振動解析手法を提案して各層の境界条件が異なる3層はりおよび3層平板の理論解析を可能にするとともに、理論および実験の両面から拘束型磁性制振材の制振性能を明らかにすることが本論文の目的であると述べている。

第2章「拘束型磁性制振材の提案と基礎試験」では、鋼鉄道橋の振動・騒音の低減を目的とした拘束型磁性制振材を提案し、基礎試験に基づいてその制振メカニズムを推定している。拘束型磁性制振材は、内部損失が高く耐久性に優れるブチルゴムを母材としてフェライト粉

体を配合した磁性ゴム層を、ヤング率が高く汎用的な亜鉛めっき鋼板からなる拘束層に、加熱・加圧成形(加硫成形)により一体加工したもので、成形後に直流パルス波を印加して着磁する。フェライト粉体には、磁化率が高いストロンチウム系フェライトを用いている。この拘束型磁性制振材を貼付したはりの損失係数を中央加振式の共振法により測定した結果、 -20°C ~ 60°C の幅広い温度範囲で0.1かあるいはそれ以上の値を保持し、従来の接着施工する拘束型制振材よりはるかに良好な温度特性を有することを明らかにしている。また、磁性ゴム層を基層に磁力吸着させた試料と接着した試料を用いて、振動試験を行い、磁性ゴム層を基層に磁力吸着したときは接着したときより拘束層のひずみが小さいこと、磁性ゴム層の温度上昇が大きいこと、損失係数が大きな振動振幅依存性を有することなどから、磁性ゴム層と基層間の相対すべりおよびそれに伴う摩擦損失が制振性能に大きく影響していることを推定している。

第3章「拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性」では、まず、拘束型磁性制振材を貼付したはりについて、磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーおよび摩擦損失を求め、拘束層と基層のひずみエネルギーならびに運動エネルギーとともに非保存系のハミルトンの原理に適用して3層はりの曲げ弾性振動方程式を導出している。そして、この曲げ弾性振動方程式に含まれる乾性摩擦項を損失エネルギーが等価な粘性減衰項に置き換えて解き、得られた振動解を用いて3層全体のひずみエネルギーならびに摩擦損失と内部損失からなる損失エネルギーを求め、その比から損失係数を求める式を導出している。次に、この理論に基づく損失係数の計算値と共振法による実験値との比較検討の結果、拘束層厚および基層厚と制振材の長さの比が0.03以下の範囲において提案している曲げ振動解析手法が有効であることを示している。さらに、提案した理論解析法および実験により拘束型磁性制振材を貼付したはりの損失係数について検討した結果、基層厚が2~4mmのとき、磁性粉量は45vol%，磁力吸着力はフル着磁の90%以上、拘束層厚は基層厚の1/2、磁性ゴム層厚は3~5mm、が実用的な最適設計値であることを明らかにしている。また、測定データを効率的に材料設計に活用する手法のひとつとして、拘束層厚および磁性ゴム層厚をパラメータとした拘束型磁性制振材の設計曲線も作成している。

第4章「拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性」では、まず拘束型磁性制振材を貼付した平板について、磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーを求め、摩擦損失を省略して拘束層と基層のひずみエネルギーならびに運動エネルギーとともに保存系のハミルトンの原理に適用し3層平板の曲げ弾性振動方程式を導出している。そして前章で得られた拘束型磁性制振材を貼付したはりの固有関数を用いて試行関数を定義して曲げ弾性振動解を求める方法を提案するとともに、得られた振動解を用いて3層平板の損失係数を求める式を導出している。また、拘束型磁性制振材を部分貼付した場合について、制振材を貼付した3層部分と貼付しない単層部分の試行関数をそれぞれ定義し、境界条件、連続条件により両関数を適合させる解析手法を提案している。片持ち平板について、実験振動

モード解析および共振法による固有振動数および損失係数の実験値と前述の理論解析による計算値とを比較検討し、固有振動数の誤差が-7.8~13.6%、損失係数の誤差が-15.4~15.3%であり、実験振動モード解析と理論解析にによるモードシェイプのMAC値も対象とする1kHz以下の振動モードで90%以上の高い値を示し、提案した3層平板の曲げ振動解析手法が有効であることを明らかにしている。そして、実橋のウェブ板の支持条件に近い4辺固定支持の平板について、理論的に検討した結果、被覆率（辺比）で80%以上、貼付位置を中央部分とすることで、十分大きな損失係数が得られ効果的であることを明らかにしている。

第5章「実橋における実施例」では、実橋に拘束型磁性制振材を貼付したときの振動低減効果を曲げ弾性振動解析および実験により検討している。検討の対象とした実橋は、下路プレートガーダータイプの鋼鉄道橋で、施工面は主桁ウェブ面（施工面積20m²）である。実橋ウェブ板と同じ寸法の拘束型磁性制振材を貼付した4辺固定支持平板について理論計算により損失係数を求め、制振材貼付前のウェブ板のみの損失係数として4辺をボルト固定した鋼板の実測値を用いて、各振動モードごとに振動加速度の低減量を求めている。そして、この理論計算によって得られた振動加速度の低減量が6~20dBとなり、実橋におけるオクターブバンド分析による振動加速度の低減量6~17dBとほぼ同じ値であり、提案している3層平板の曲げ弾性振動解析法により振動加速度の低減量が予測可能であることを示している。

第6章「結論」では、本論文で得られた結果および知見についてまとめるとともに、今後の課題について述べている。

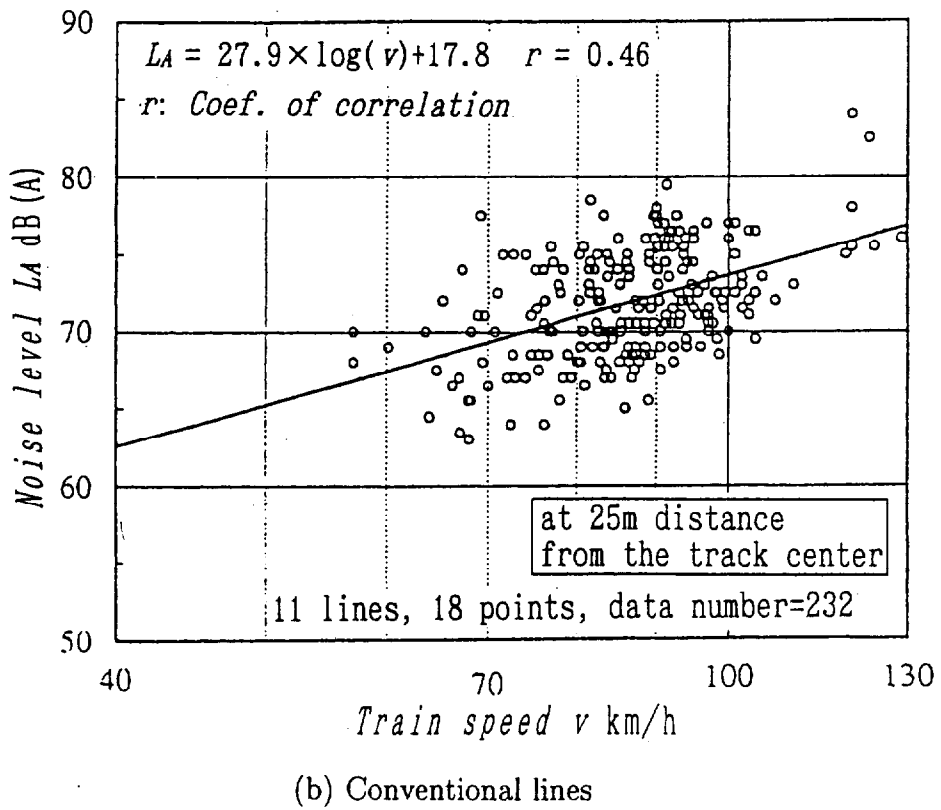
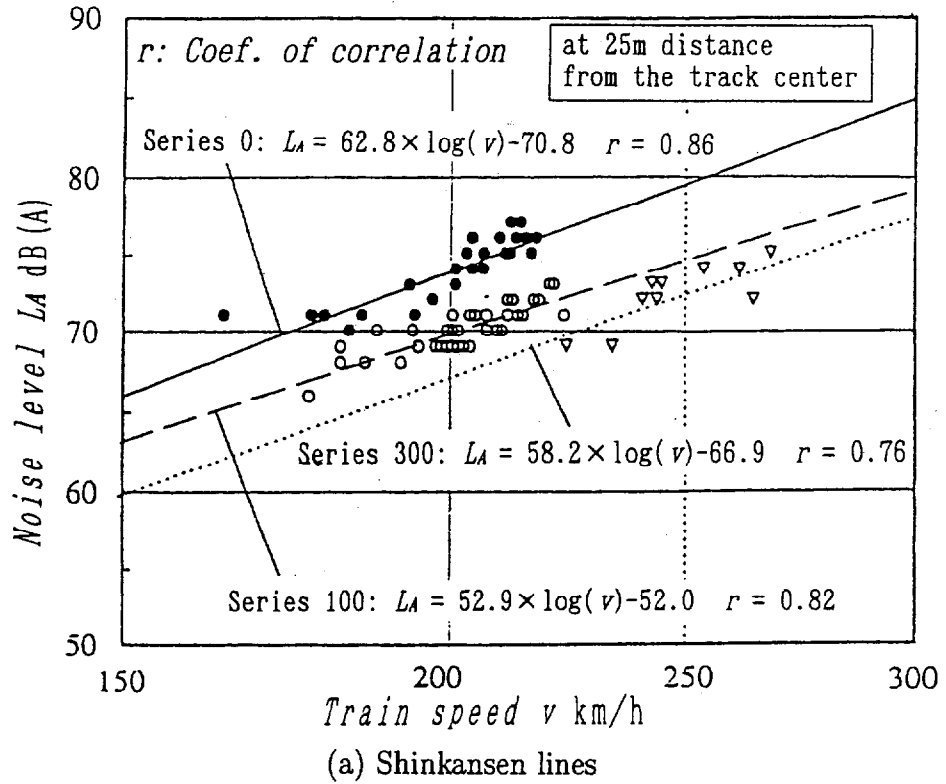


Fig. 1.1 The train speed dependence of sound pressure level ⁽¹⁾

Table 1.1 The standards of noise level for environments

(a) Shinkansen lines

地域の類型	基準値
I	70 dB 以下
II	75 dB 以下

(注) I をあてはめる地域は主として住宅の用に供される地域とし、II を当てはめる地域は商工業の用に供される I 以外の地域であって通常の生活を保全する必要のあるもの。

(b) Conventional lines

在来鉄道の新設または大規模改良に際して、生活環境を保全し、騒音問題が生じることを未然に防止する上で目標となる当面の指針を次表のとおりとする。

新 線	等価騒音レベル (L_{Aeq}) として、 昼間 (7~22 時) については 60dB(A) 以下、 夜間 (22 時~翌日 7 時) については 55dB(A) 以下とする。 なお、住宅専用地域等住居環境を保護すべき地域に あっては一層の軽減に努めること。
大規模 改良線	騒音レベルの状況を改良前より改善すること。

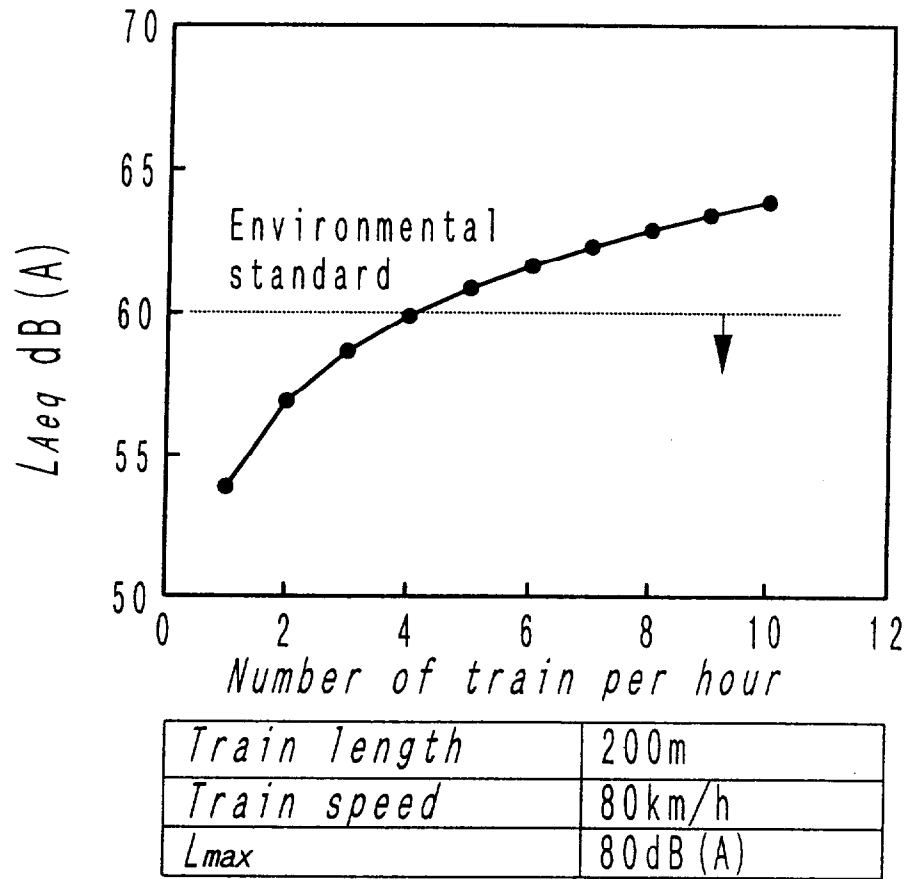


Fig. 1.2 Equivalent continuous A-weighted sound pressure level due to the increase of the number of train per unit hour

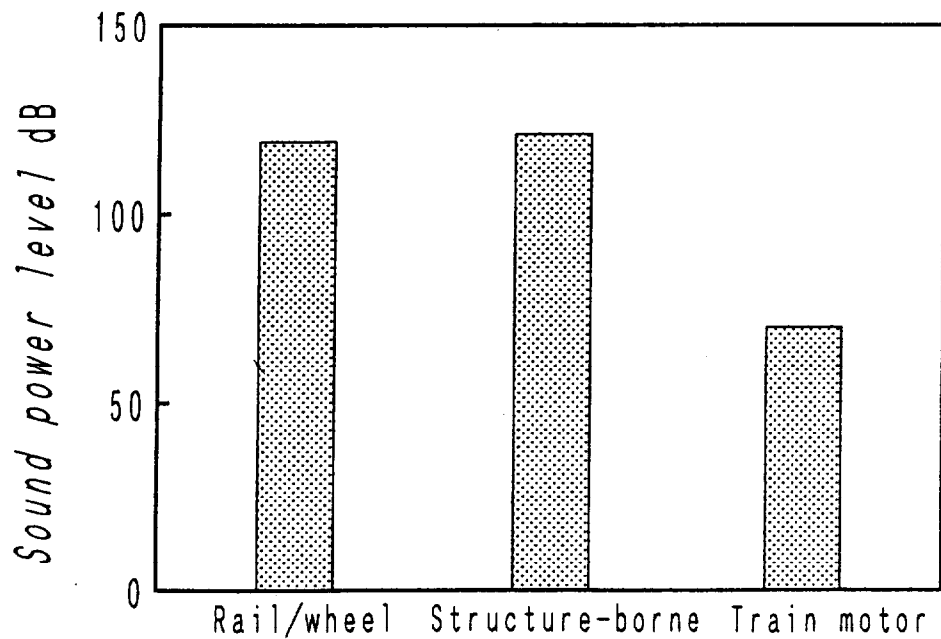


Fig. 1.3 An example of the calculated values of sound power generated on train

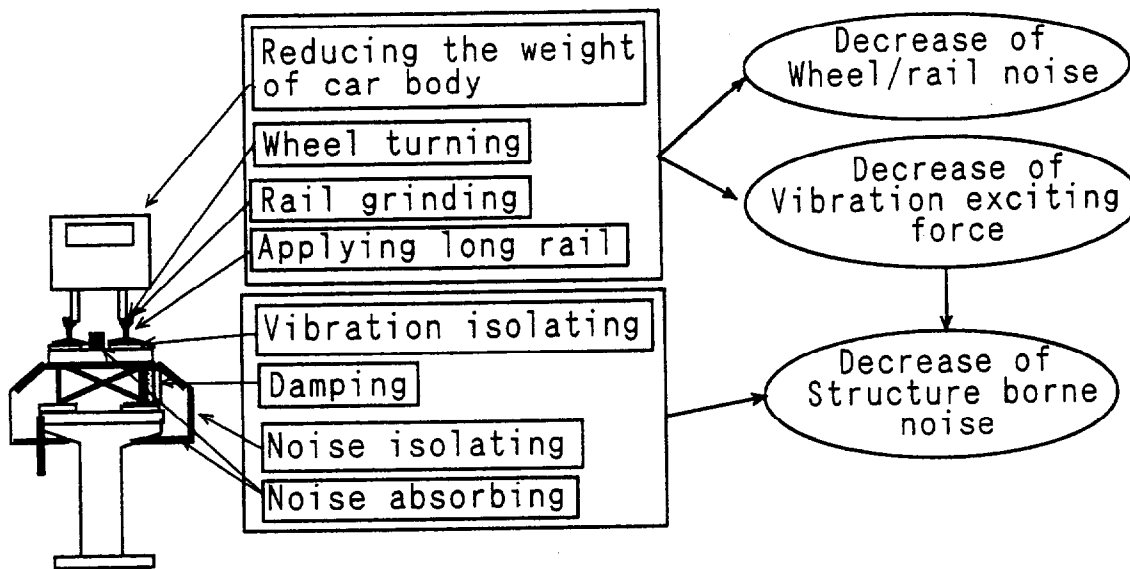


Fig. 1.4 Main methods to reduce train noise

Table 1.2 Main methods to reduce noise from bridge structure

Decrease of vibration exciting force	Reducing the weight of car body, Rail grinding , Wheel turning, Applying long rail, etc
Vibration isolating	Bridge pad, Low elastic rail fastening system, Sleeper covered with resilient material, etc.
Damping	Two-layer type damper(unvulcanized butyl rubber, asphalt, etc.), Three-layer type damper (constrained type damper), Applying damping steel, etc.
Noise isolating	Girder cover, etc.
Noise absorbing	Glasswool, Rockwool, Porous concrete, Ceramics, Small inorganic particles, etc.

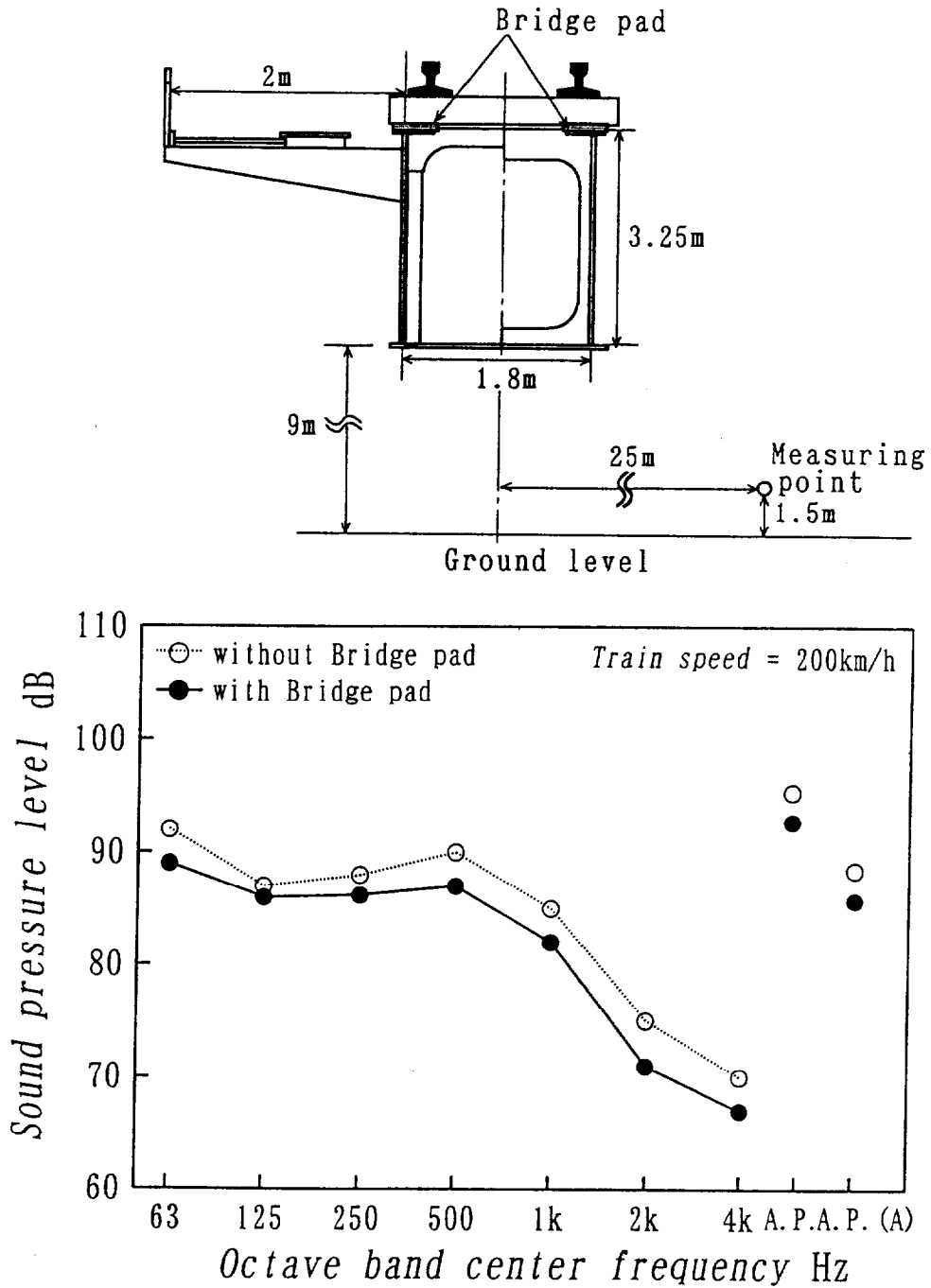
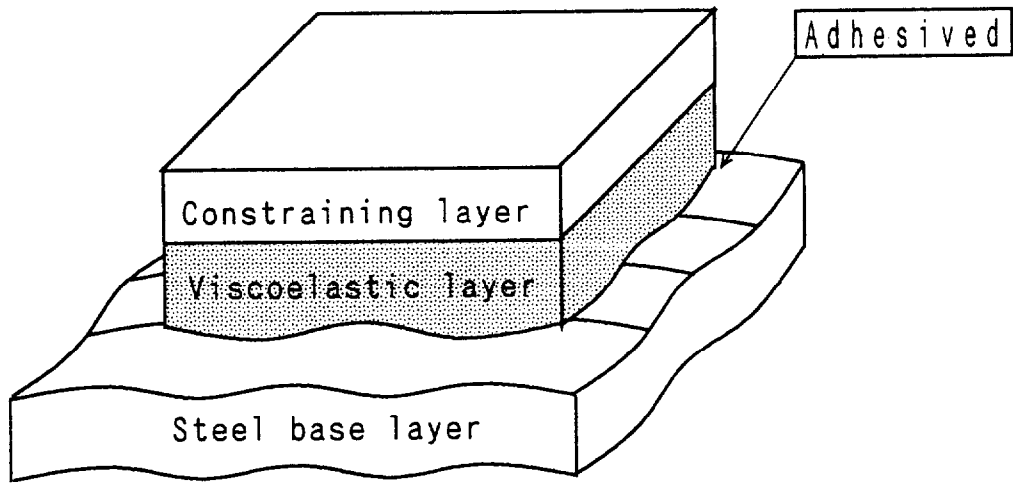
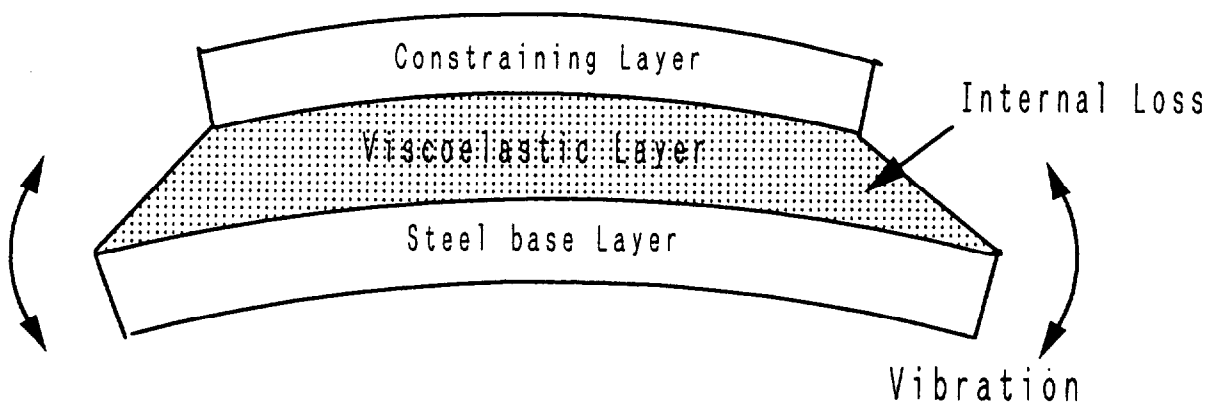


Fig. 1.5 The effect of bridge pad

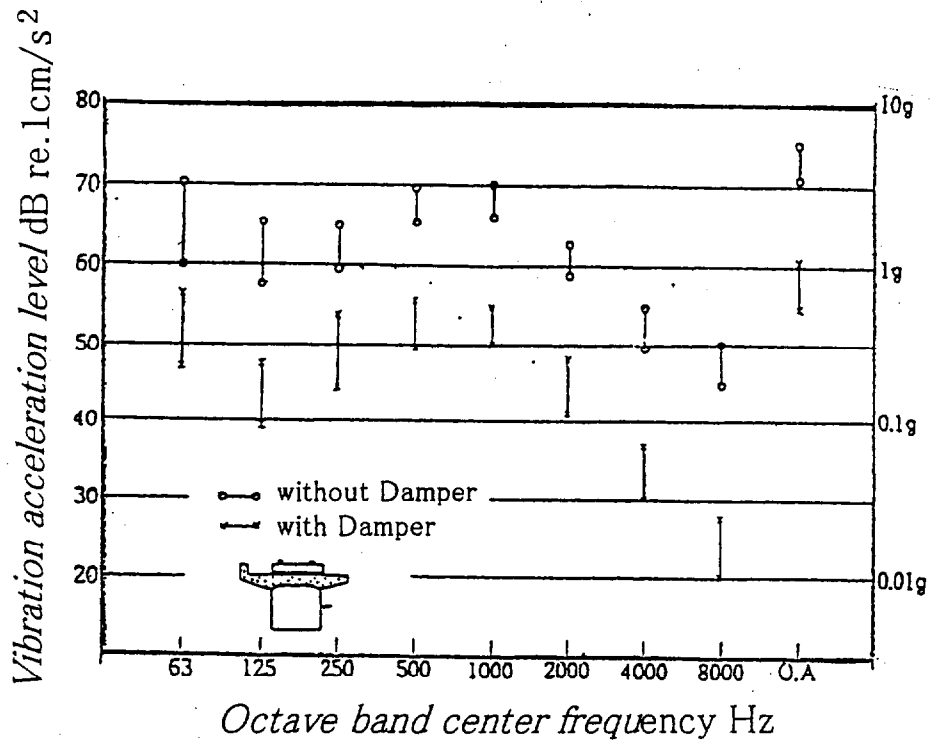


(a) Structure

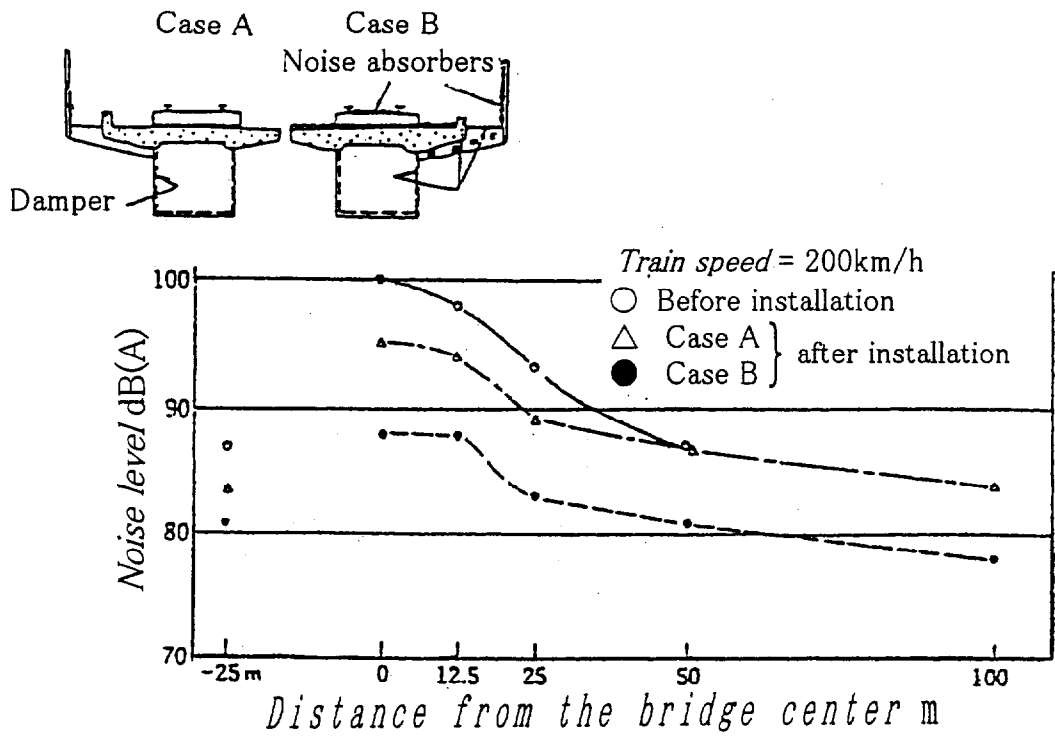


(b) Damping mechanism

Fig. 1.6 The structure and damping mechanism of conventional constraining damper



(a) Vibration acceleration level



(b) Sound pressure level

Fig. 1.7 The effect of application of damping material on the web plate of bridge

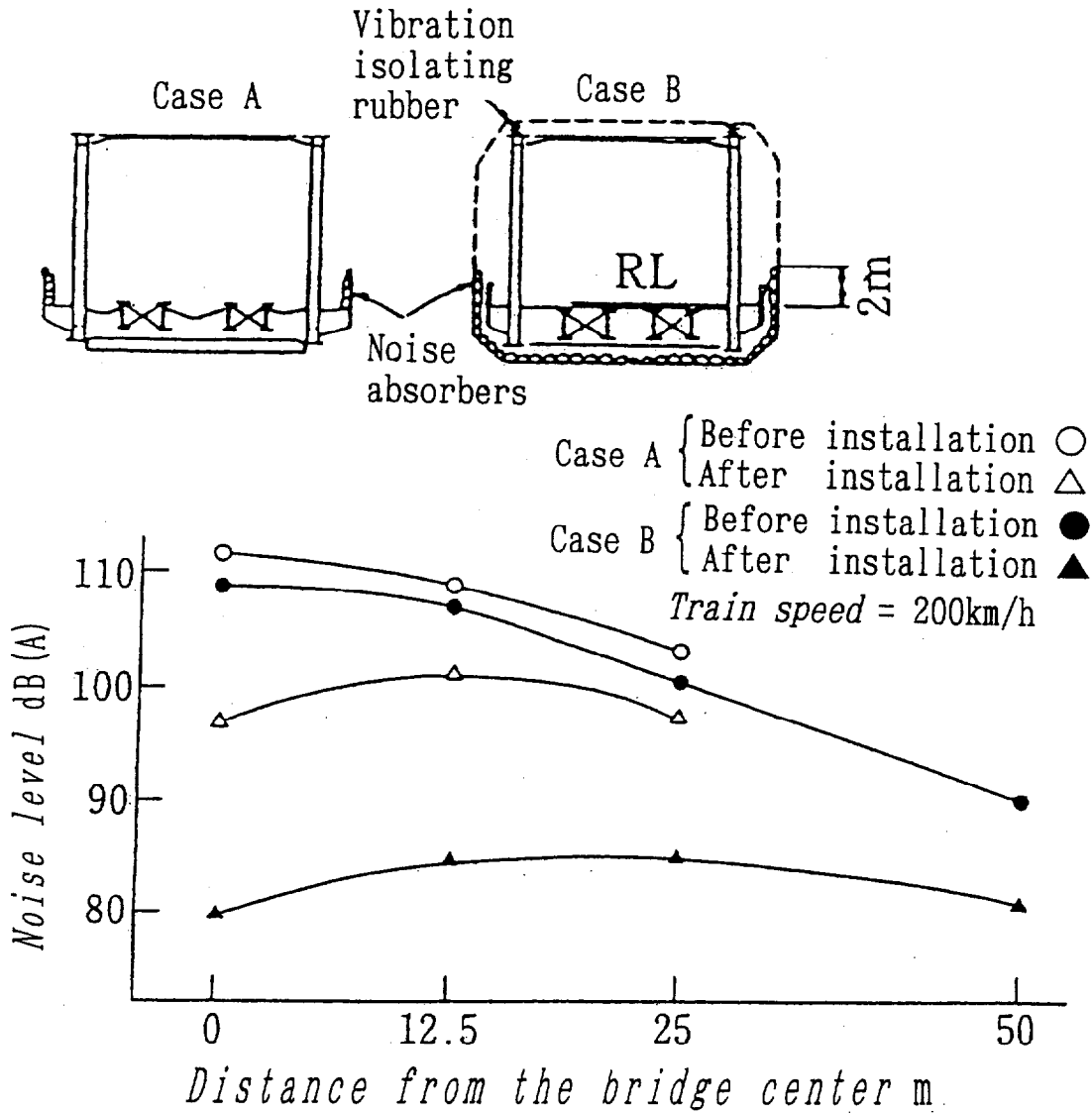


Fig. 1.8 The effect of bridge cover

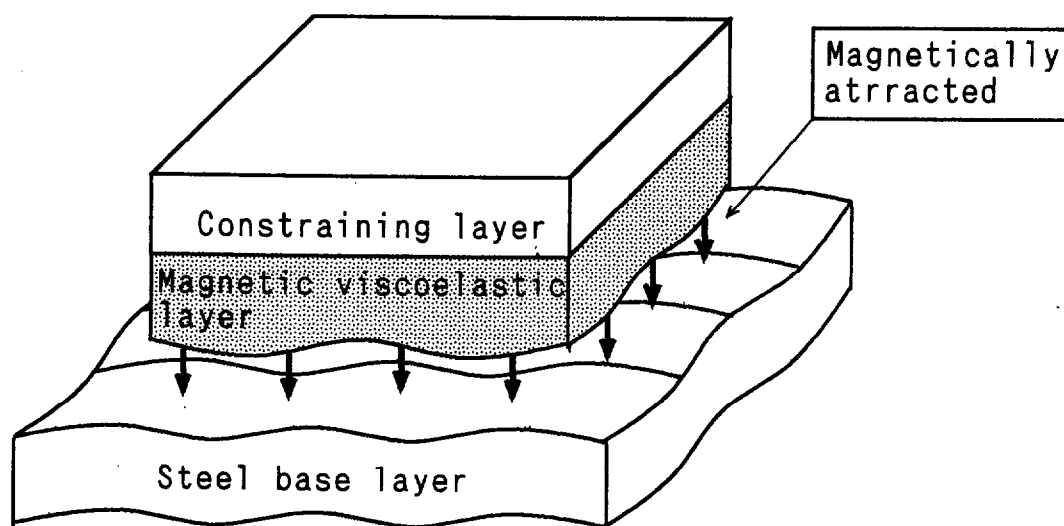


Fig. 1.9 The structure of magnetic rubber damper of constraining type (MRDC)

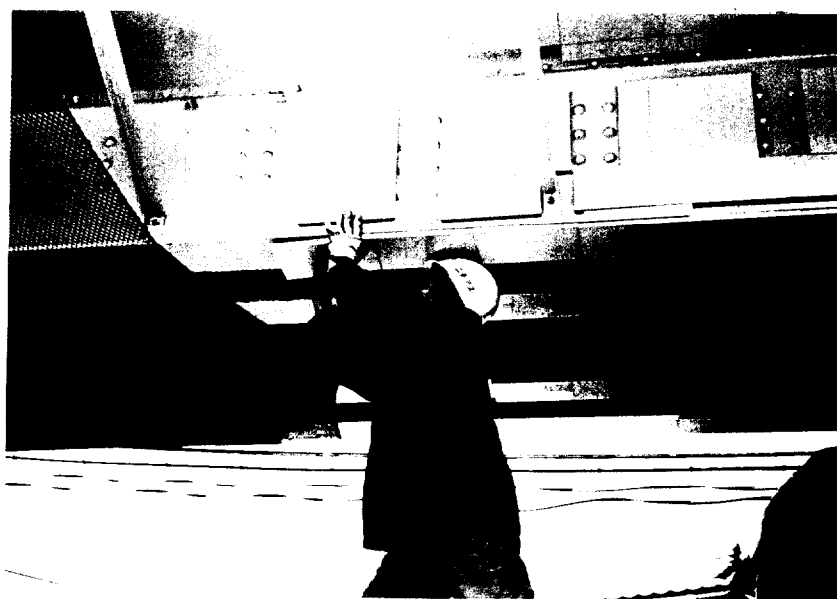


Fig. 1.10 A picture of installation of magnetic rubber damper of constraining type (MRDC)

第2章 拘束型磁性制振材の提案と基礎試験

2.1 緒言

鋼鉄道橋は、鉄道における大きな騒音・振動発生源の一つであり、その低減対策が急務である。しかしながら、従来の接着施工する拘束型制振材は、工程の煩雑さや施工後のメンテナンスが困難になるなどの解決すべき技術的課題を有している。これらの課題の克服を目的として、フェライト粉体を配合・着磁した高分子粘弾性層を高剛性の拘束層に積層した拘束型磁性制振材 (Magnetic Rubber Damper of Constraining Type, MRDC) を提案する。そしていくつかの実験を行ってその基本性能を明らかにするとともに、拘束型磁性制振材を制振対象とする鋼板（基層）に磁力により吸着させた試料と接着した試料について比較実験を行い、拘束型磁性制振材の制振メカニズムの推定を試みる。

2.2 拘束型磁性制振材の提案

フェライト粉体を配合・着磁した高分子粘弾性層を高剛性の拘束層に積層した拘束型磁性制振材を提案する。概念図は前章の図 1.9 に示した。この拘束型磁性制振材は、制振対象とする鋼板（基層）に磁力で吸着させるだけであるので、施工およびメンテナンスが容易である特徴を有する。以下に、各部素材の選定、製造方法について述べる。

2.2.1 各部素材の選定

(1) 拘束層

拘束層の素材には、高いヤング率、長期間屋外使用しても腐食しない耐腐食性、そして比較的廉価であることが求められる。これらの条件を満たす可能性を有する材料として表 2.1 に示す素材があげられる^{(78),(79)}。この中で、石膏材は、耐腐食性に優れるうえに廉価である。しかし、ヤング率が低いため、金属なみの剛性を得るためには非常に厚くする必要があり、軽量、廉価のメリットを打ち消してしまう。アルミニウムは、軽量かつ加工性・施工性に優れるが、ヤング率が鋼に比較してやや小さい。コンクリート材は、加工性が悪いことが難点である。ステンレス鋼は、ヤング率・耐腐食性の面で優れているが、高価であることが難点である。繊維強化プラスチックは、近年製造技術が進歩している素材で、ヤング率の向上にも顕著なものがある。しかし、依然として金

属に比べると低い。また、価格も高くネックとなっている。ただし、軽量であることや加工性に富むなど優れた特徴も有しており、今後、製造技術の進歩によっては可能性を出てくる素材であるといえる。亜鉛めっき鋼板は、高いヤング率を有するとともに亜鉛めっきにより耐腐食性が改善されている。また、加熱・加圧加工により磁性樹脂層と一体化成型が可能であり、製造コストの低減につながる。

以上の検討結果から、拘束層として亜鉛めっき鋼板を採用し、標準的なグレードZ27(1m²当たり270gのめっき溶着)のものを用いることとした。

(2) 粘弾性層素材

磁性粘弾性層の母材には、(1) それ自体が高い内部損失を有すること、(2) 長期間の屋外使用に耐えうる耐候性・耐熱性・耐オゾン性を有すること、(3) フェライト粉体がよく混在できるよう加工性に富むこと、が求められる。これらの要求性能を満たす材料を選定するために、広く使用されている汎用材料の中から、まず内部損失の大きな材料の選定を行った。図2.1に、汎用材料の損失係数を示す⁽⁸⁰⁾。この図からわかるように、ゴム・プラスチックなどの高分子粘弾性材料の損失係数が高い。表2.2に、主なゴム・プラスチック材料の損失係数を示す⁽⁸¹⁾。この表から明かなように、加硫・非加硫ブチルゴムおよびクロロプレンゴムの損失係数が高く、特に加硫したブチルゴムの損失係数が高い。

加硫ブチルゴムの分子構造は、図2.2に示すように、 $(\text{CH}_3)_2\text{C}=\text{CH}_2$ のイソブチレンと $\text{CH}_2-\text{C}(\text{CH}_3)=\text{CH}-\text{CH}_2$ のイソプレンの付加重合体で、側鎖に CH_3 基が多く配列されている。この側鎖がゴム変形時の内部抵抗となってエネルギー損失を高めている。また、イソプレン部の主鎖は、熱や紫外線に弱い二重結合鎖を有しているが、イソプレン部の比率は全体の約2%と極めて小さい。さらに、C-C結合とそれより結合エネルギーが高いC-H結合が約3:7の比率でC-H結合が多いため、耐熱性・耐候性・耐オゾン性が高く、機械強度も適度のレベルを保持している。また、加工性にも優れ、フェライト粉体の配合にも問題はない。なお、損失係数だけに着目すると、近年、ゲル材や熱可塑エラストマーなどの高分子粘弾性系材料の開発が進められている⁽⁸²⁾。しかし、これらの素材は、現時点では耐熱性や機械強度など長期の屋外使用に適用するために必要な耐久性に不足している。

以上の検討結果から、磁性粘弾性層の母材として加硫ブチルゴムを選定した。

(3) 磁性粉体

一般に磁性粉体としては、図2.3に示すように一時的な磁化が可能なソフトフェライト系と永久磁化が可能なハードフェライト系の2種類がある⁽⁸³⁾。このうち、拘束型磁性制振材の磁性粉体として永久磁化できるハードフェライト系を選択し、そのなかでも

磁化率が高く、一般に高い磁力吸着力を得ることができるストロンチウム系フェライトを用いることとした。なお、フェライト粉体は、ブチルゴム層への加工性、および全体の重量・磁力の大きさなどを考慮して、平均粒径 5～10 μm のものを用いることとした。

2.2.2 製造方法

次の手順で、拘束型磁性制振材を製作する。

1. **フェライト粉体とブチルゴムの混練** フェライト粉体をブチルゴムの生材料に配合し、均等に分散されるよう、バンバリーミキサーで混練する。このとき、老化防止材やカーボンブラック補強粒子などの配合材も併せて配合する。
2. **シート成形** 混練されたブチルゴム塊にイオンなどの加硫材および加硫促進材を配合し、ロール機でシート状に成形する。
3. **積層一体成形** 成形したシートから所定のサイズのゴム板を切りだし、拘束層と積層して加熱・加圧し一体成形する。加熱温度は約 180 $^{\circ}\text{C}$ 、圧力は最大 3MPa、成形時間は 15～20 分間である。
4. **着磁** 図 2.4 に示すように、積層成形品のゴム層側を着磁ヨークに搭載し、max.1500V の直流パルス波の着磁電圧を印加し、着磁する。このとき、着磁電圧の大きさを制御することにより磁力吸着力を変化させることができる。

2.3 拘束型磁性制振材の基礎試験

2.3.1 耐久性試験

1. **試験項目** 磁性ゴム層について、硬さ、引張強さ、伸び、残留磁束密度、磁力吸着力を評価項目とし、拘束型磁性制振材については損失係数を評価項目として、耐水性、耐熱性、耐候性の試験を行った。
2. **試験片** 試験片は表 2.3 に示すとおりである。試験片は標準的な磁性粉量 45vol% フル着磁を用いた。
3. **各評価項目の測定方法**

1) 硬さ試験

磁性ゴム層の表面硬さを JIS K6253(加硫ゴム及び熱可塑性ゴムの硬さ試験方法)に準じ、JIS A 型硬度計(島津製作所(株)製)を用いて測定した。

2) 引張試験

磁性ゴム層の引張強さおよび伸びを JIS K6251(加硫ゴムの引張試験方法)に準じて測定した。引張試験片を材料試験機 UTM-10T(A&D(株)製)を用いて速度 500mm/min で引っ張り、切断までの最大荷重および切断時の標線間の長さを測定した。式(2.1)に

より引張強さを、式 (2.2) により伸びを算出した。

$$T_B = \frac{F_B}{A} \quad (2.1)$$

ここに、 T_B は引張強さ (MPa)、 F_B は最大引張荷重 (N)、 A は試験片断面積 (m^2) である。

$$E_B = \frac{L_2 - L_1}{L_1} \times 100 \quad (2.2)$$

ここに、 E_B は試料の切断時における伸び (%)、 L_1 は初期の標線間の距離 (m)、 L_2 は切断時の標線間の距離 (m)、である。

3) 残留磁束密度

ハンディガウスメータ 4048 型 (東陽テクニカ) のプローブを垂直に立てて磁性ゴム層表面に接触させながら走査し、残留磁束密度 (最大値) を記録した。

4) 磁力吸着力

磁性ゴム層の磁力吸着力を材料試験機 UTM-10T を用いて測定した。試験方法の概略を図 2.6 に示す。直径 30mm、厚さ 20mm の円柱状鋼材を試験片に磁力吸着力させ、円柱状鋼材および試験片をそれぞれ UTM-10T の上下ヘッドに固定する。このとき、試験片は拘束層側面を固定する。試験機の上ヘッドを 50mm/min で上方に移動させ、円柱状鋼材が試験片から離れるときの最大荷重を記録した。次式により単位面積当たりの磁力吸着力を算出した。

$$F_M = \frac{F}{A} \quad (2.3)$$

ここに、 F_M は単位面積あたりの磁力吸着力 (kPa)、 F は円柱状鋼材が試料から離脱するときの最大荷重 (N)、 A は試験片面積 (m^2)、である。

5) 損失係数

拘束型磁性制振材を貼付した試験片の室温における損失係数を共振法により測定した。試験方法の概略を図 2.7 に示す。500mm×25mm×10mm の短冊状鋼製基層の両端上面に 225mm×25mm× 試験片厚の 2 試験片を磁力吸着させた。基層の中央を加振器により正弦波で掃引加振し、加振器先端に取り付けたインピーダンスヘッドにより振動加速度を測定した。図 2.8 に示すように、共振曲線から固有振動数および周波数半値幅を読みとり、次式により損失係数 η を測定した。

$$\eta = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \quad (2.4)$$

ここに、 f_0 は固有振動数 (Hz)、 f_1 、 f_2 は最大値から 3dB 低下する振動数 (Hz) である。

また、鋼鉄道橋桁面では季節の変化に伴い大きな温度変化が生じることを考慮し、損失係数の測定は恒温槽内で行い、 $-20\text{ }^\circ\text{C}$ ～ $60\text{ }^\circ\text{C}$ まで変化させて温度依存性を測定した。

4. 耐久性試験方法

1) 耐水性試験

磁性ゴム層の耐水性試験を以下の方法により行った。まず、耐水性試験前の質量を測定しておく。次に、積み重ねせず浸漬できる容器を用い、蒸留水に浮遊することなく室温で96時間浸漬する。浸漬後、試験片表面の付着水をろ紙でふきとり、ただちに以下の評価試験を行う。試験片表面を目視により観察し、ゴム層表面の傷、大きな凹みなどの異常の有無を確認する。ついで試験片質量を測定し、次式により吸水率を算出する。また、上記評価項目の測定法 1)~3) により、耐水性試験後の硬さ、引張強さ、伸び、残留磁束密度を測定する。そして耐水性試験前後の変化率を求める。

$$R_w = \frac{W_2 - W_1}{W_1} \times 100 \quad (2.5)$$

ここに、 R_w は吸水率 (%), W_1 および W_2 は耐水性試験前後の試験片質量 (g) である。

2) 耐熱性試験

磁性ゴム層および拘束型磁性制振材の耐熱性を JIS K6257 (加硫ゴムの老化試験方法) に準じて評価した。まず、試験前の磁性ゴム層試験片の硬さ、引張強さ、および伸び、拘束型磁性制振材試験片の損失係数を測定する。次に、空気循環式恒温槽 DN63(ヤマト科学 (株) 製) を用い、試験片を雰囲気温度 70℃ で最大 1000 時間加熱する。加熱終了後、試験片外観を目視観察し、その後各試験片の評価項目を測定する。そして、試験前後の値の変化によりその耐熱性を評価する。

3) 耐候性試験

磁性ゴム層および拘束型磁性制振材の耐候性を JIS A1415 (プラスチック建築材料の促進暴露試験方法) に準じて評価した。まず、試験前の磁性ゴム層試験片の硬さ、引張強さおよび伸び、拘束型磁性制振材試験片の損失係数を測定する。次に、サンシャインウェザメータ WEL-SUN-DC (キセノンランプ型) (スガ試験機 (株) 製) を用い、ブラックパネル温度を $63 \pm 3^\circ\text{C}$ 、蒸留水スプレー噴霧サイクルを 120 分中 18 分で試験片の磁性ゴム層を紫外線暴露する。暴露時間は最大 2000 時間とする。暴露試験後、試験片の外観を目視検査し、各試験片について評価項目の測定を行い、試験前後の値の変化により、その耐候性を評価する。

5. 試験結果

1) 初期性能

表 2.4 に、磁性ゴム層の硬さ、引張強さ、伸び、残留磁束密度および磁力吸着力を示す。磁性ゴム層の硬さは 63°, 引張強さは 3.0MPa, 伸びは 720% で、一般のゴム材とほぼ同じで標準的な値となっている。図 2.9 に、拘束型磁性制振材の 1 次および 2 次の振動モードにおける損失係数を示す。1 次および 2 次の振動モードとも損失係数は -20°C ~

60℃の幅広い温度範囲で0.1程度あるいはそれ以上の値を示し、十分高い値が得られている。

2) 耐久性

耐水性、耐熱性、および耐候性試験後の磁性ゴム層の外観に傷、大きな凹みなどの異常は認められなかった。また、磁性ゴム層の硬さ、引張強さ、伸び、残留磁束密度の変化率はいずれも20%以内で、一般のゴム部材の劣化傾向と比較して大きな変化ではない。耐水性試験における吸水率も0.13%と非常に小さな値を示した。

表2.5に、拘束型磁性制振材の耐水性・耐熱性、および耐候性試験の結果を示す。また、図2.10、図2.11に、耐熱性および耐候性試験後の1次および2次モードにおける損失係数の変化を示す。これらの図からわかるように-20℃~60℃の温度範囲で初期値なみの値を保持しており、拘束型磁性制振材は良好な耐久性を示している。

2.3.2 従来の拘束型制振材との比較

従来の接着型制振材および拘束型磁性制振材について同じ形状の試験片を用いて損失係数を測定し、その性能比較を行った。試験片の基層は500×25×10mmの短冊状で、その上に225×25×5.5mmの拘束型磁性制振材を接着または磁力吸着させた。試験片の詳細な仕様を表2.6に示す。測定温度は-20℃~60℃とし、試験片中央を加振し、共振法により損失係数を測定した。

図2.12に拘束型磁性制振材および従来の接着施工する拘束型制振材の損失係数の周波数特性を、図2.13に1次および2次の損失係数の温度特性を示す。このように拘束型磁性制振材の損失係数は室温においても従来の拘束型制振材の損失係数と同等あるいはそれ以上の値を示した。また、従来の拘束型制振材の損失係数は20℃周辺の一部の温度範囲を除き0.1を大きく下回る値に低下し、特に1次モードでは-10℃以下の低温域で0.01以下の非常に小さい値まで低下するのに対し、拘束型磁性制振材の損失係数は-20℃から60℃の温度範囲で0.1程度の値を保持し、良好な温度特性を示した。

2.4 拘束型磁性制振材の制振メカニズムの推定

拘束型磁性制振材は、基層に磁力吸着しているために、振動時に基層に対して相対すべり変位を生じると考えられる^{(84),(85)}。つまり、拘束型磁性制振材の磁性ゴム層を基層に磁力吸着させたときと接着したときとは、制振メカニズムが異なってくることが予想される。このため、拘束型磁性制振材を接着した試料および磁力吸着させた試料について、正弦波状に加振し、そのときの拘束層と基層の水平振動加速度と表面ひずみ、および基層裏面の温度をそれぞれ測定し、拘束型磁性制振材の制振メカニズムの推定を試みた。

2.4.1 制振メカニズム推定のための測定実験

(1) 水平方向振動と表面ひずみの測定実験

1) 実験装置

図 2.14 に、実験装置の概略図を示す。図の左側のハッチング部分が鋼製ブロックから削り出した一体となっている基層部分とその支持部分である。この基層部分の上に拘束型磁性制振材を接着または磁力吸着させる。表 2.7 に、実験に用いた拘束型磁性制振材の材質、寸法等をまとめて示す。この試験片の自由端近くを垂直方向に加振器により正弦波状に加振する。加振周波数はこれらの試料における 2 次～5 次の固有振動数 161Hz～1.5kHz (表 2.8, 2.9 参照)、加振加速度は支持端より 50mm の測定点において 10m/s^2 とした。

2) 測定方法

1) 基層と拘束層の水平方向振動

図 2.14 に示すように、振動加速度計 PV-90B を基層および拘束層の自由端に接着し、水平方向の振動加速度を測定した。

2) 基層と拘束層の表面ひずみ

図 2.15 に示すように、試料の固定端から 50mm の位置で、基層の裏表面および拘束層の表表面にひずみゲージ KFG-10-120 を貼付し、基層および拘束層の表面ひずみを測定した。

(2) 基層裏面の温度上昇の測定実験

図 2.16 に実験装置の概略図を示す。試験片は、 $300\text{mm}\times 300\text{mm}\times 1.2\text{mm}$ の大きさの基層（鋼板）の上に、基層と同じ寸法で、磁性ゴム層厚 3mm、拘束層厚 3mm の拘束型磁性制振材を磁力吸着あるいは接着により基層に貼付する（表 2.7 参照）。この基層の中央を上下方向に正弦波状に 100Hz で 80 分以上連続して加振する。そして、このときの基層裏表面の温度を熱電対を用いて測定する。なお、周囲の温度変化の影響を除去するため、図に示したように、試験片は恒温槽内に設置し、室温 ($22\pm 0.5^\circ\text{C}$) で保持した。また、同恒温槽内に鋼製棒をたてて別の熱電対を貼付し、その温度も測定した。そしてこれらの熱電対の温度差をもって磁性ゴム層の温度上昇量とした。なお、加振速度は 50m/s^2 とした。

(3) 拘束磁性制振材の損失係数の測定実験

図 2.17 に実験装置の概略図を示す。拘束型磁性制振材を磁力吸着または接着した試験片を図のように垂直に懸架し、その下端を電磁力により基層の垂直方向に加振する。そして、加振電圧を 1V～4V で変化させて振動振幅を変え、このときの損失係数を共振法に基づいて測定する。振動振幅は、基層支持端付近に取り付けた電磁センサーにより

振動加速度を測定し、次式により換算して算出した。なお、加振周波数はこの試料の300Hz付近の固有振動数とした。

$$A_0 = \frac{\alpha}{\omega_F^2} \quad (2.6)$$

ここに、 A_0 は振動振幅、 α は振動加速度、 ω_F は加振角振動数である。

2.4.2 測定実験の結果および考察

(1) 基層と拘束層の水平方向振動

表 2.8 に、水平方向振動の測定結果を示す。2次～5次の各振動モードにおいて、拘束層と基層の水平方向振動は、磁力吸着させた試料と接着した試料でほぼ同じ振動加速度の値を示した。したがって、磁力で吸着させただけの試料においても拘束型磁性制振材が基層上を滑走するなど特異な水平振動が発生していないことを示していると考えてよい。

(2) 拘束層と基層の表面ひずみ

表 2.9 に、表面ひずみの実験結果を示す。この表から明らかなように、基層のひずみはほぼ同じ大きさであるが、拘束層のひずみは磁力吸着させた試料の方が接着した試料よりはるかに小さく、そのため拘束層と基層のひずみの差も磁力吸着させた試料の方がはるかに小さくなっている。

上述の拘束層の伸びひずみが小さいことは、この伸びひずみが磁性ゴム層のせん断ひずみに追随して発生することから、磁性ゴム層のせん断変形そのものが小さいことを意味する、つまり拘束型磁性制振材を磁力で吸着させたときには磁性ゴム層と基層間に相対すべり変位が生じていることを示唆していると考えられる。

(3) 基層裏面の温度上昇

図 2.18 に、磁力吸着させた試料と接着した試料の磁性ゴム層における基層裏面の温度上昇量を示す⁽⁸⁴⁾。この図からわかるように、接着した試料では、温度上昇は加振後約15～20分で最大約0.7℃まで増加するが、その後低下して約0.3℃に収束した。これに対して磁力吸着させた試料では、1.1℃まで上昇したのちそのままの高い値に安定した。

この磁力吸着させた試料において基層裏面の温度上昇量が高いことは、温度測定点の位置が磁性ゴム層内部より磁性ゴム層と基層の境界面に近く、この境界面の影響をより強く受けることから、磁性ゴム層と基層の境界において相対すべりによる摩擦損失が発生していることを示していると考えられる。

(4) 損失係数の振動振幅依存性

図 2.19 に、磁力吸着させた試料および接着した試料の損失係数の振動振幅依存性を示す⁽⁸⁶⁾。この図からわかるように、接着した試料では損失係数にほとんど振幅依存性が認められない。それに対して、磁力吸着させた試料ではほぼ振動振幅に比例して損失係数が大きくなっている。

一般的に内部損失は明確な振動振幅依存性を示さないのに対して、摩擦損失は（摩擦抵抗力 × 振動振幅）で与えられるから振動振幅の増加にほぼ比例して増加する。この点と上記の測定結果を考えあわせると、拘束型磁性制振材を磁力吸着させたときは、振動振幅の上昇に伴って磁性ゴム層と基層間の相対すべり変位も増加し、それによって摩擦損失が増えて損失係数が増加したものと考えられる。つまり、磁性ゴム層と基層間に相対すべりによる摩擦損失が発生していることを示している。

2.4.3 拘束型磁性制振材の制振メカニズム

以上の実験結果から、拘束型磁性制振材においては磁性ゴム層の基層に対する相対すべり変位にともない、摩擦損失が発生していることが強く示唆された。このことを考慮すると、拘束型磁性制振材の制振メカニズムは図 2.20 のように推定される。即ち、拘束型磁性制振材においては損失エネルギーは磁性ゴム層の内部損失と磁性ゴム層の基層に対する相対すべり変位にとまなう摩擦損失から与えられる。このことは、同時に拘束型磁性制振材の制振特性を明らかにするためには、磁性ゴム層の相対すべり変位と摩擦を考慮した振動解析が必要であることを示している。

2.5 結 言

鋼鉄道橋における振動・騒音低減するために、施工性・メンテナンス性の改善など従来の接着施工する拘束型制振材が有する課題を克服しつつ、効果的に振動・騒音を低減することを目的として、フェライト粉体を配合・着磁した磁性ゴム層と高剛性の拘束層からなる拘束型磁性制振材を新しく提案した。そして、いくつかの実験を行ってその基本性能を明らかにするとともに、制振メカニズムの推定を試みた。得られた結果は以下のとおりである。

1. フェライト粉体を配合・着磁した磁性ゴム層と高剛性の拘束層からなり、施工・メンテナンスが容易な拘束型磁性制振材を提案した。材料構成および製造法は以下のとおりである。
 - (a) 拘束層には、高いヤング率を有し汎用的な垂鉛めつき鋼板を用いる。
 - (b) 磁性ゴム層の母材には、高い内部損失を有し耐久性に優れる加硫ブチルゴムを用いる。
 - (c) 磁性粉体には、磁化特性に優れたストロンチウム系フェライト粉体を用いる。

- (d) 磁性ゴム層は、拘束層と加熱・加圧し一体成形し、直流パルス状電圧により着磁する。
2. 拘束型磁性制振材について次の基本性能があきらかになった。
- (a) 磁性ゴム層は、標準的な機械強度を有する。
- (b) 磁性ゴム層は、良好な耐水性、耐熱性、および耐候性を有する。
- (c) 拘束型磁性制振材は、 -20°C ～ 60°C の幅広い温度範囲で高い損失係数を有し、従来の接着施工する拘束型制振材に勝る。
3. 拘束型磁性制振材では、磁性ゴム層と基層の境界面で相対すべり変位が発生し、これによる摩擦損失が制振性能に大きく寄与している。

Table 2.1 Examined materials for constraining layer

Material	Young modulus GPa	Density 10 ³ kg/m ³
Zinc-plated steel	200	7.8
Stainless steel	200	7.8
Aluminium	70	2.7
Plaster board	0.1~10	0.5~1
Concrete	10~100	2.4
Fiber reinforced plastic	13.7~27.5	1.8~2.0

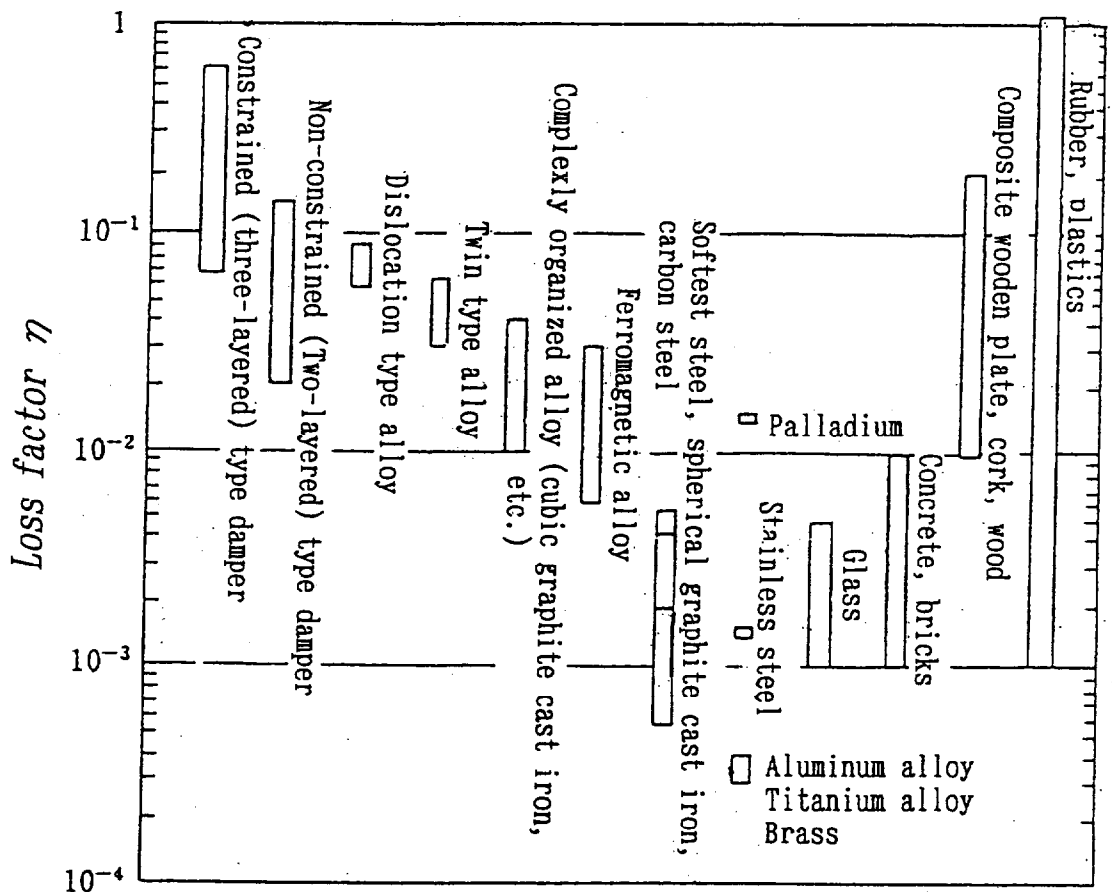


Fig.2.1 The loss factors of various materials

Table 2.2 The loss factors of main polymer materials

	Material	Loss factor
Plastic	Polyethylene	0.10
	Polyester	0.01
	Nylon	0.065
Rubber	Vulcanized butyl	1.20
	Unvulcanized butyl	1.00
	Natural rubber	0.30
	Styrene butadiene rubber	0.39
	Urethane	0.49
	Chloroprene	1.01
	Silicon	0.40

Measuring condition: 10~100Hz(Plastic), 1kHz(Rubber), 20~25°C

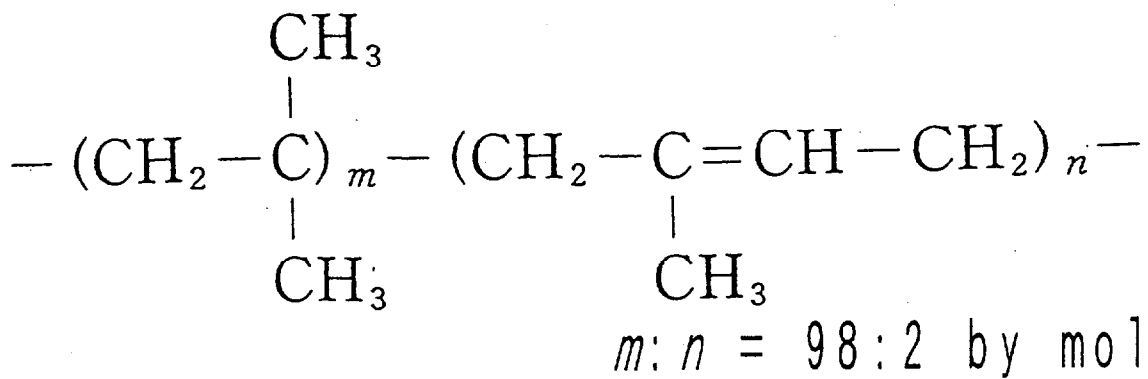


Fig.2.2 The molecular structure of Butyl rubber

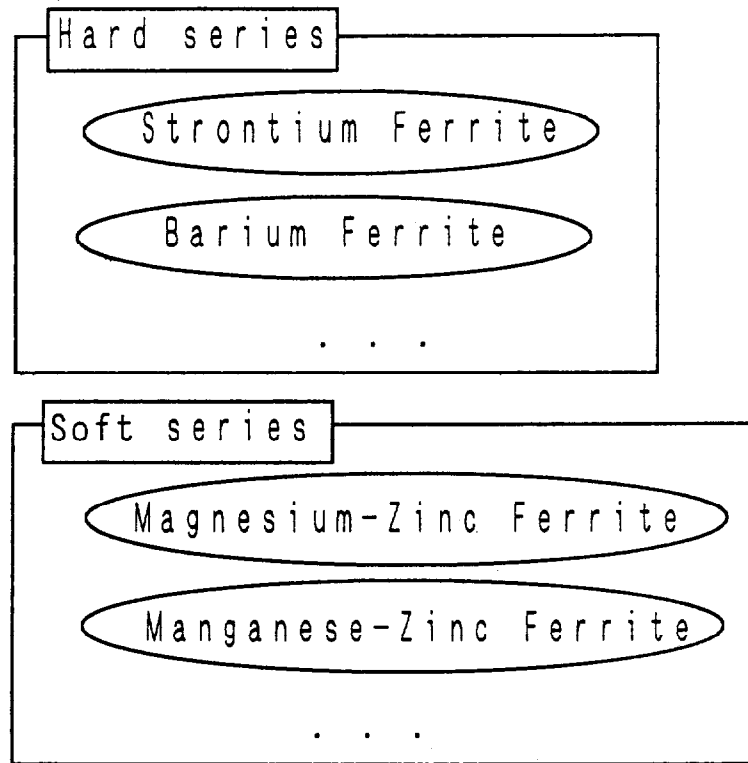


Fig.2.3 The main sorts of magnetic ferrite

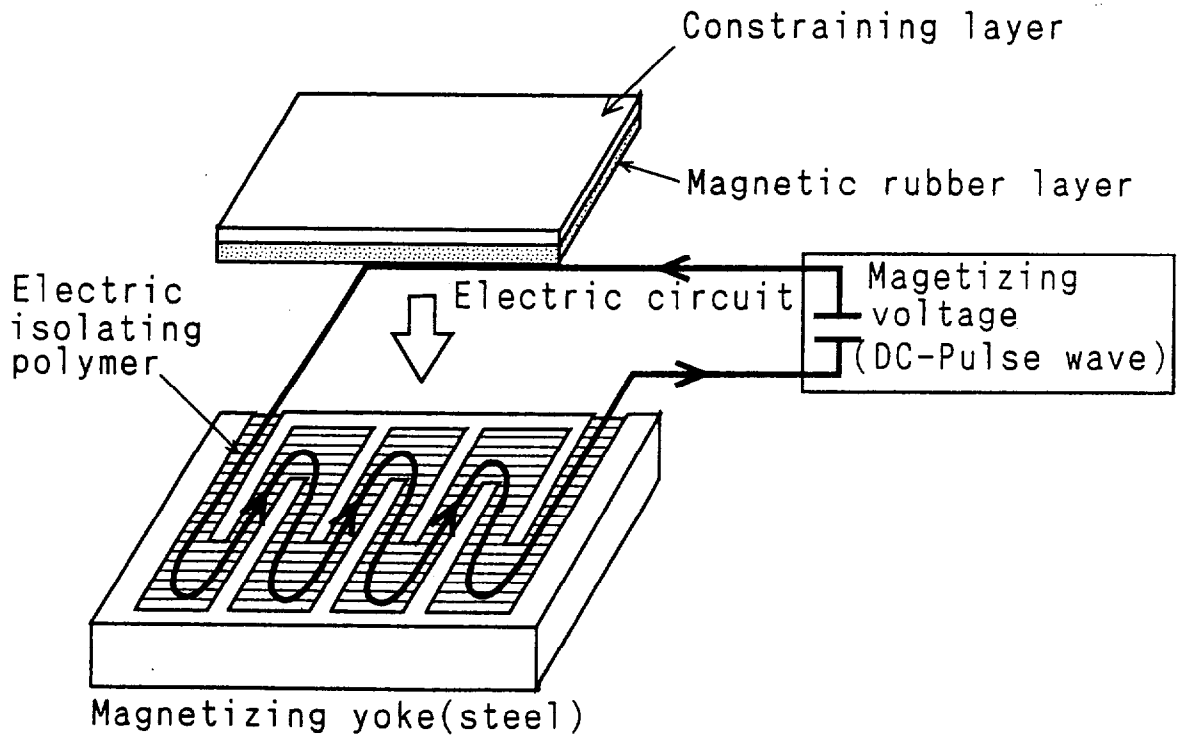


Fig.2.4 Magnetizing apparatus

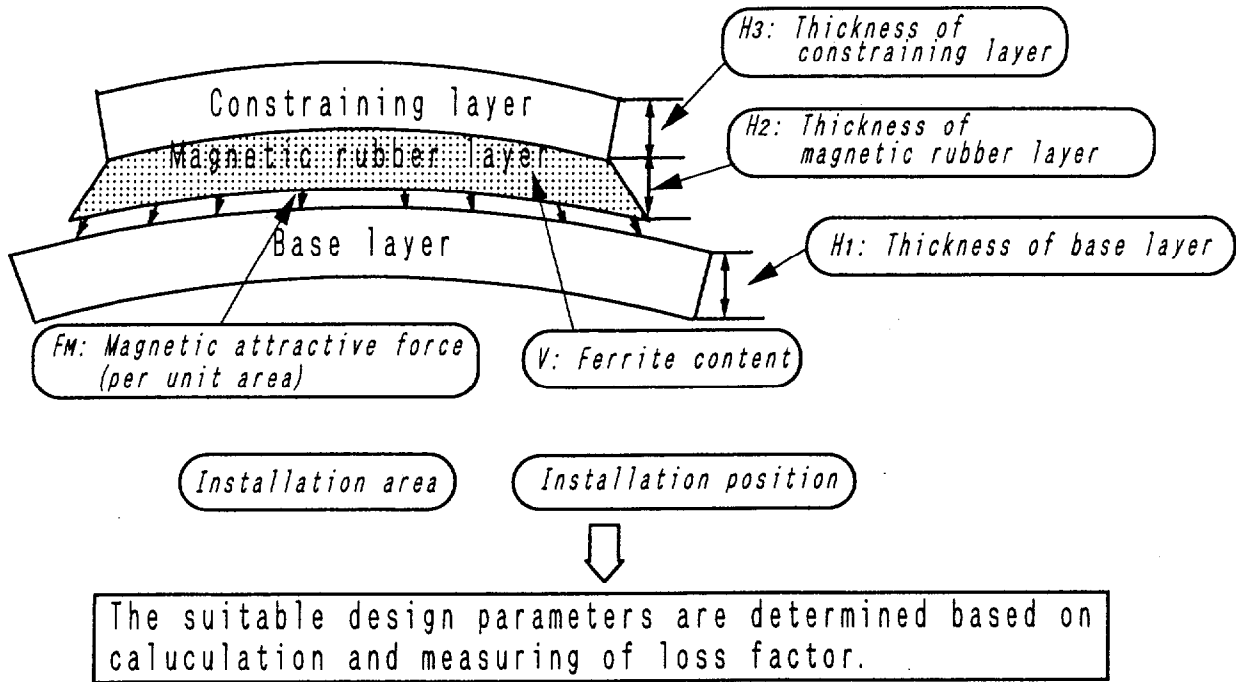


Fig.2.5 Main design parameters of MRDC

Table 2.3 Tested samples of MRDC

Item	Sort	Size
Hardness	Magnetic rubber sheet	100×100×3mm
Tensile strength		JIS K6251 No.3 dumbbell
Elongation at break		
Water content		100×100×3mm
Residual magnetic flux density	MRDC beam	25×225mm
Magnetic attractive force		
Loss factor	MRDC cylinder	φ30×20mm

Magnetic rubber: Ferrite content 45 vol%, Full magnetized

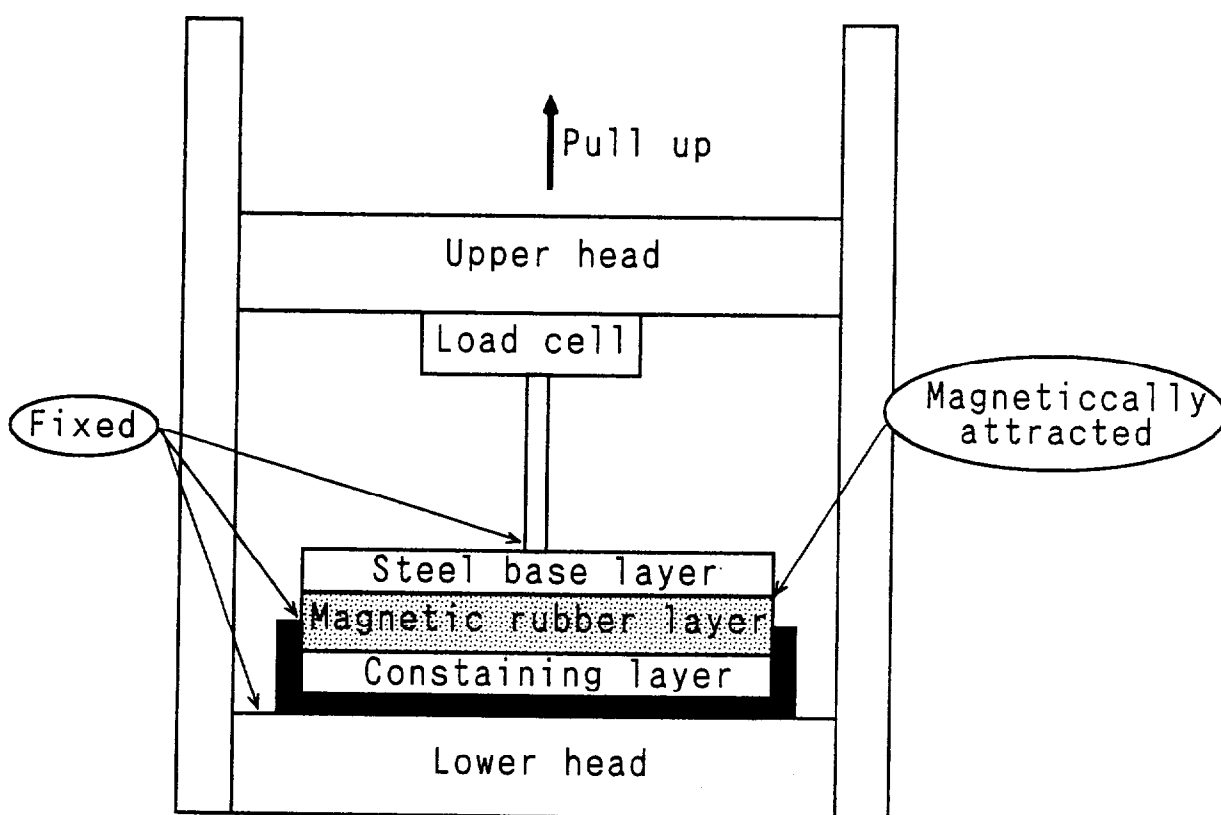


Fig.2.6 The experimental apparatus to measure magneticly attracting force

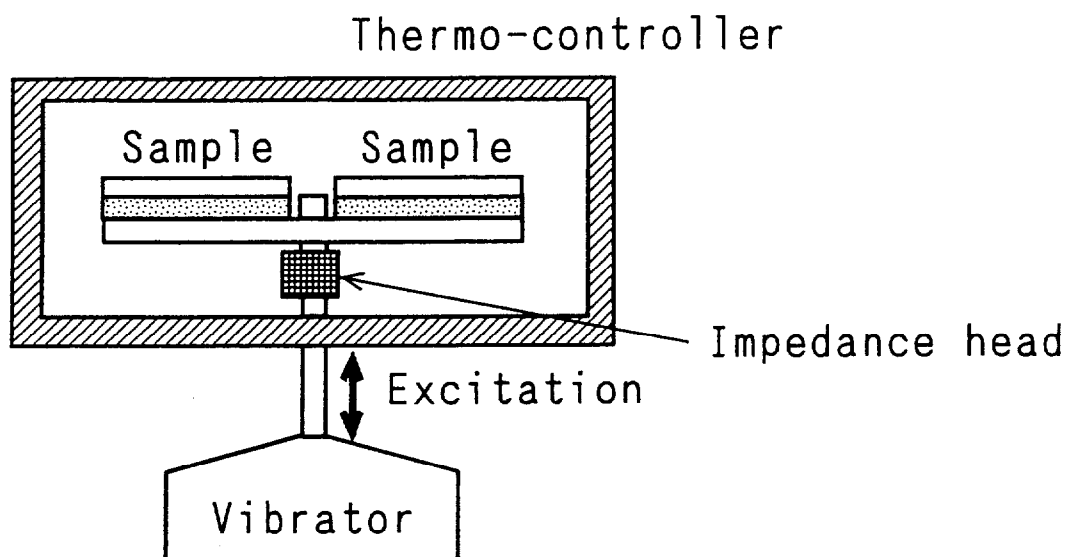
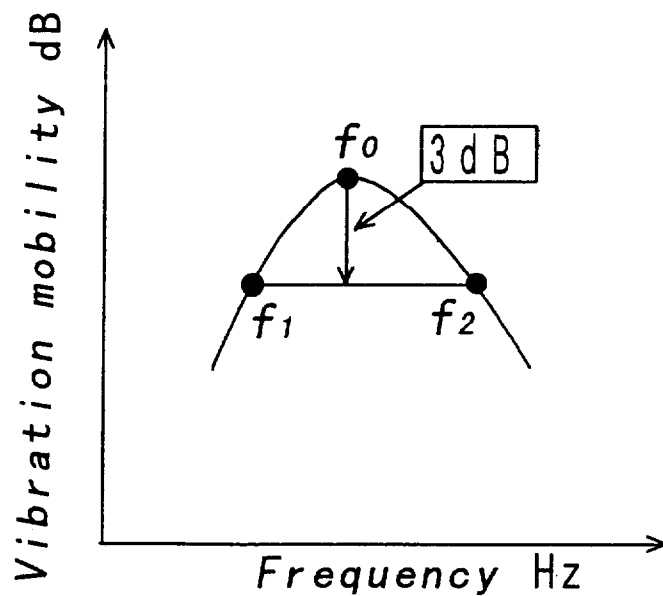


Fig.2.7 The experimental apparatus to measure loss factor



$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f_2 - f_1}{f_0}$$

Fig.2.8 Calculation of damping ratio

Table 2.4 Material properties of magnetic rubber layer

Item	Value
Hardness	63 °
Tensile strength	3.0 MPa
Elongation at break	720 %
Residual magnetic flux density	$7.1 \times 10^{-2}T$
Magnetic attractive force per unit area	8.3 kPa
Water content	0.13 %

Table 2.5 Change in properties due to resisting tests

Item	Change %		
	Water resistance	Thermal resistance	Sunshine resistance
Hardness	-5	2	2
Tensile strength	14	-9	-8
Elongation at break	4	-11	-6
Residual magnetic flux density	-0.8	0.6	-0.8

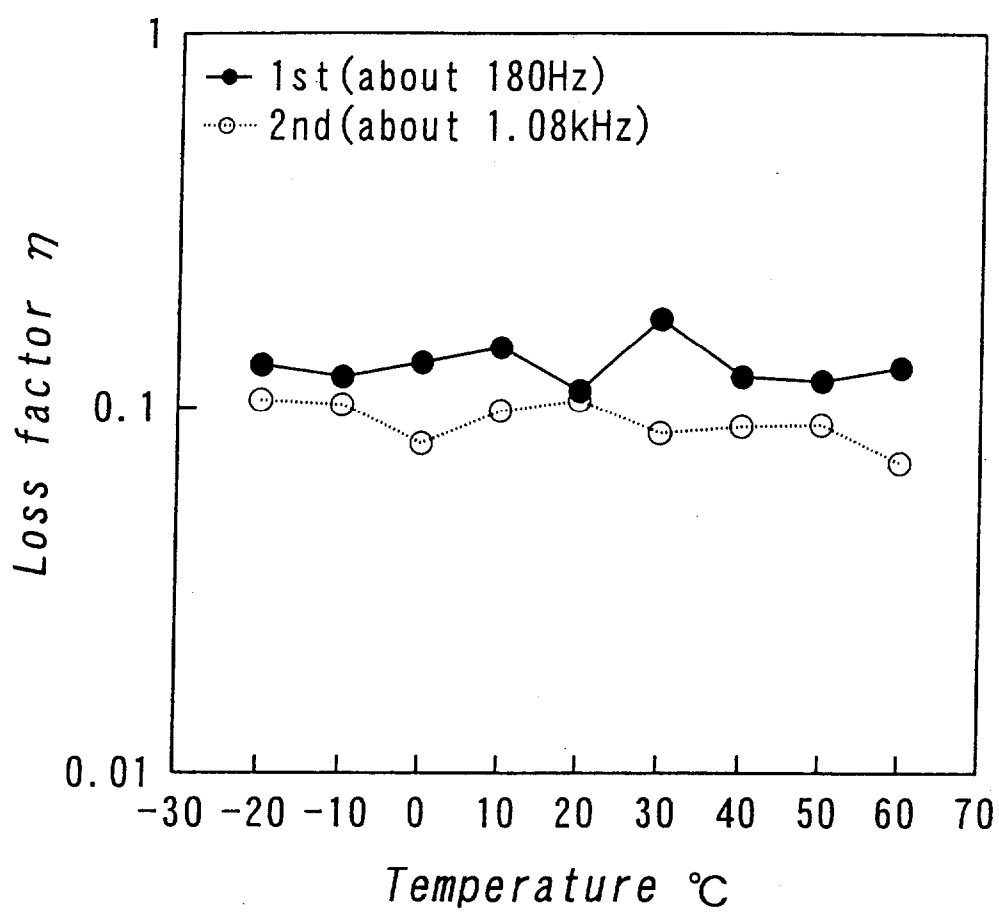
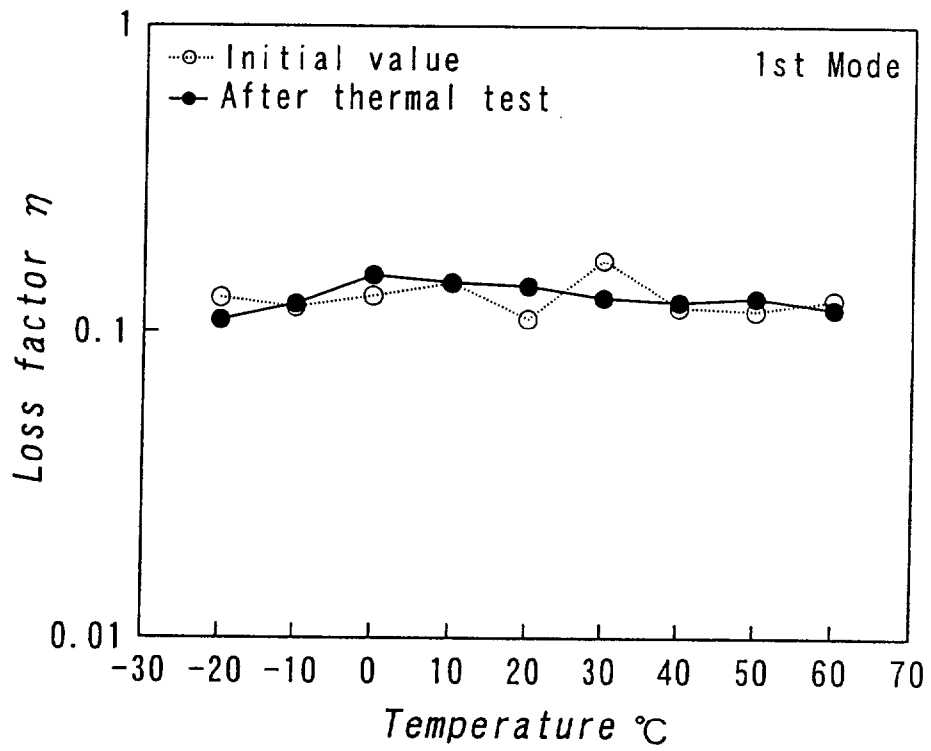
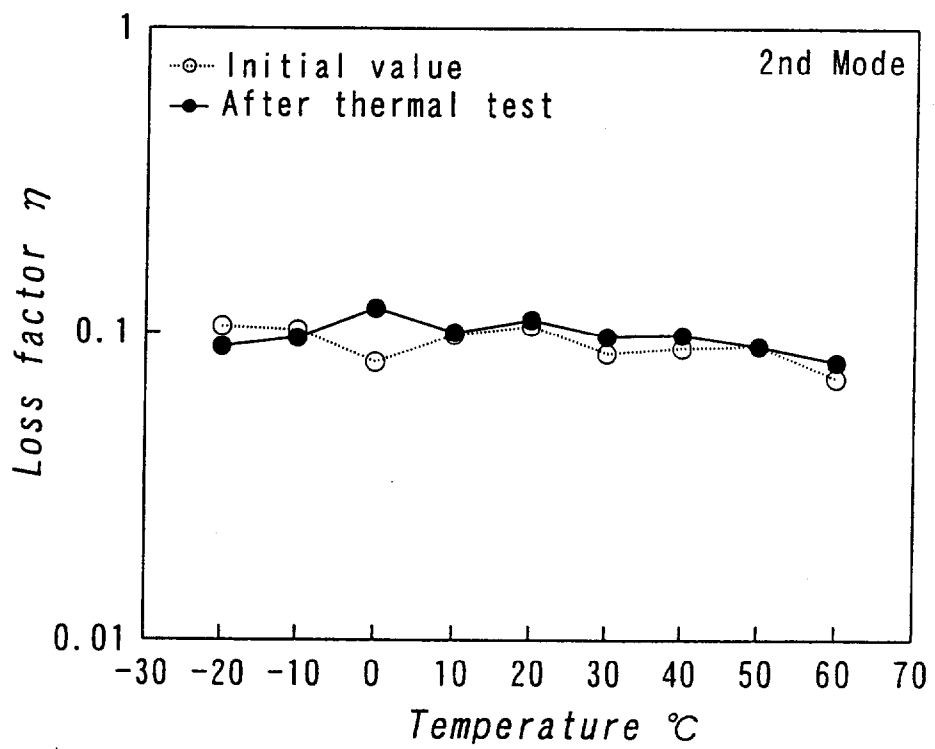


Fig.2.9 Loss factor vs. temperature of MRDC

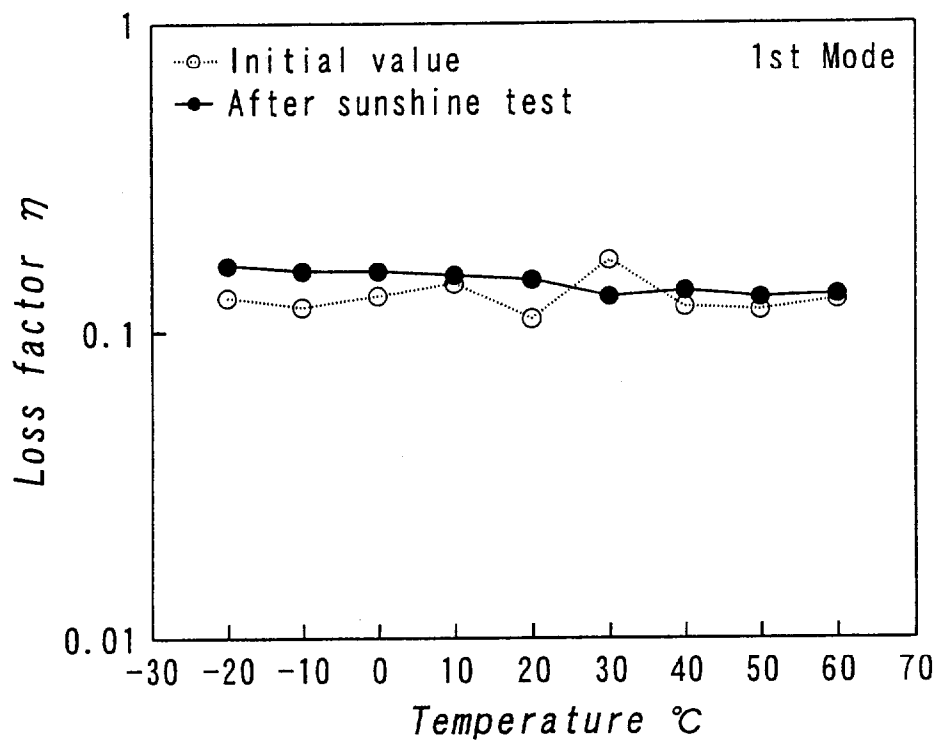


(a) 1st mode

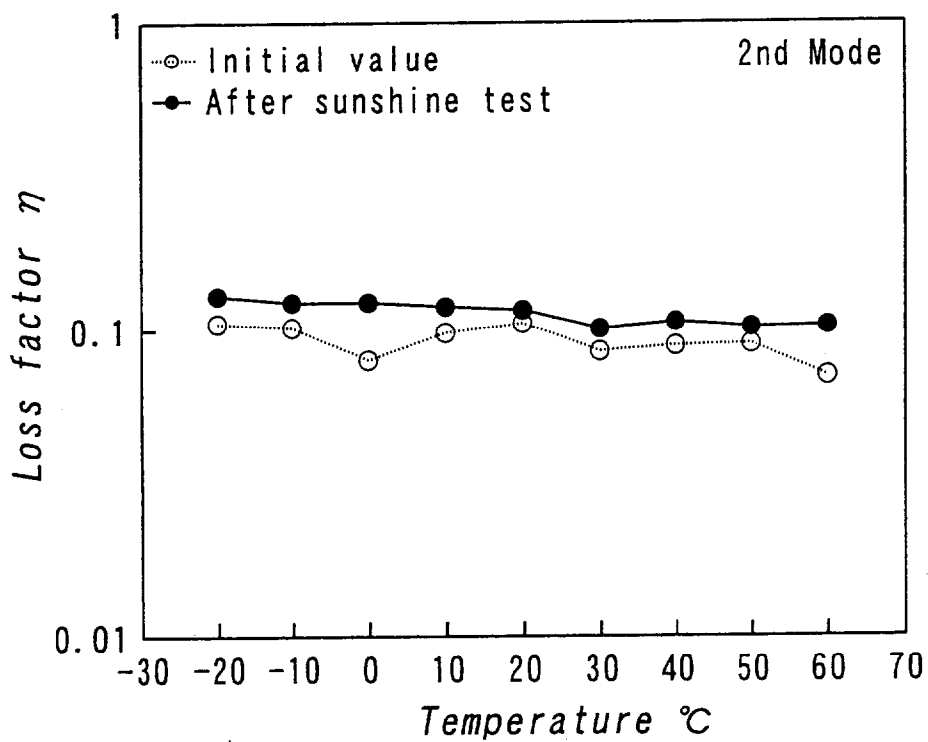


(b) 2nd mode

Fig.2.10 Change of loss factor due to thermal resistance test



(a) 1st mode



(b) 2nd mode

Fig.2.11 Change of loss factor due to sunshine resistance test

Table 2.6 Tested specimens of MRDC and conventional damper

Damper	Damping layer	Constraining layer	Size
MRDC	Magnetic butyl rubber (Ferrite content:45 vol%) (Full magnetized)	Zinc plated steel	225×25mm beam
Conventional damper	Butyl rubber		

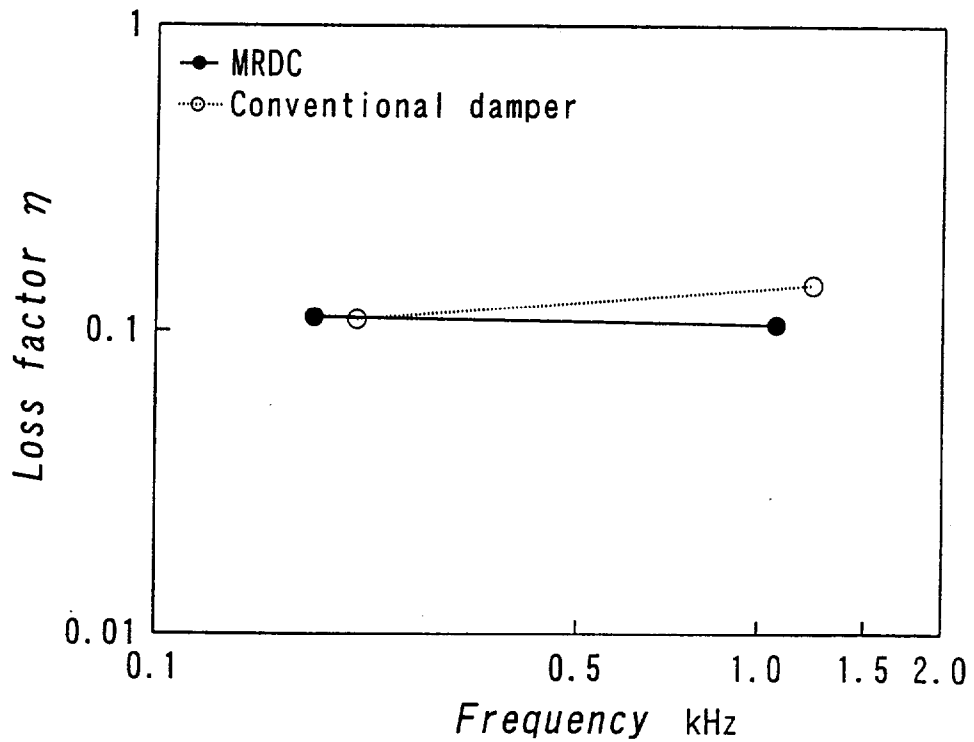
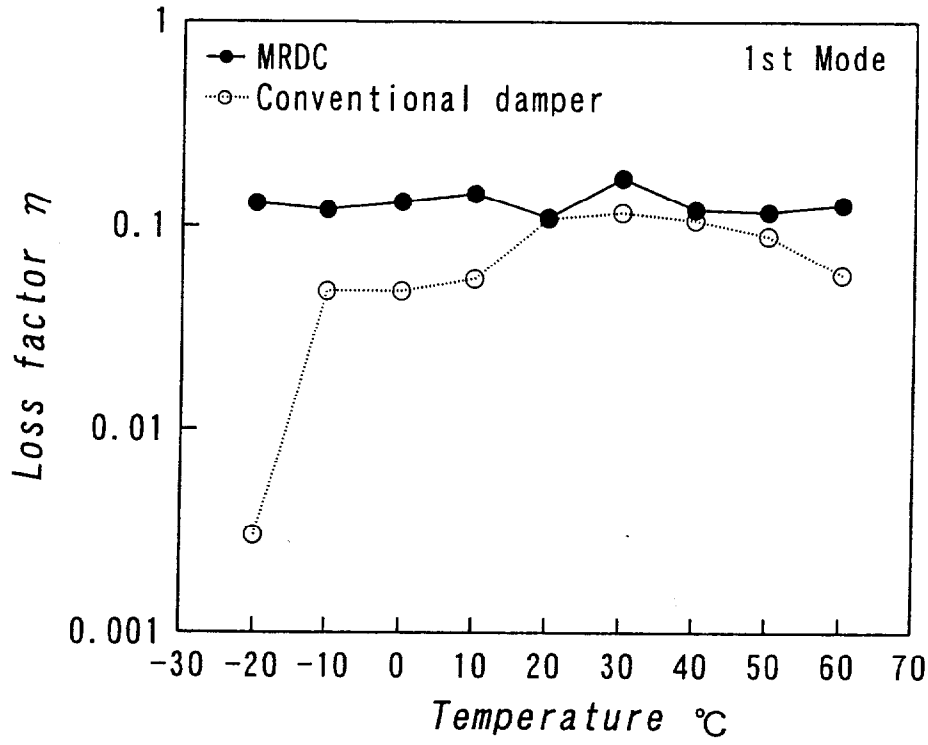
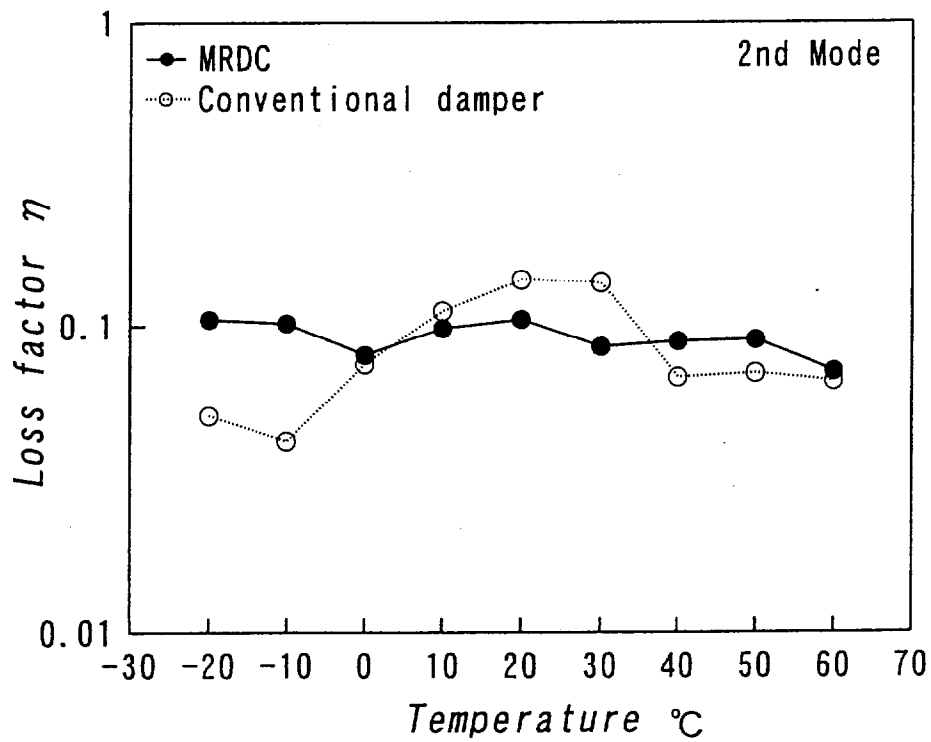


Fig.2.12 Loss factor vs. frequency of MRDC and conventional dampers



(a) 1st mode



(b) 2nd mode

Fig.2.13 Loss factor vs. temperature of MRDC and conventional damper

Table 2.7 Tested specimens to examine the damping mechanism of MRDC

Item	Base layer	MRDC	
		Constraining layer	Magnetic layer
Horizontal vibration	Steel beam 250×10×2mm	Zinc plated steel Thickness: 3mm	Butyl rubber Thickness: 3mm Ferrite cont.: 45vol% Full magnetized
Surface strain of base and constraining layers			
Increase of temp. (magnetic rubber layer)	Steel plate 300×300×1.2mm		
Amplitude dependence of loss factor	Steel beam 220×10×2mm	Plaster board Thickness: 14mm	Butyl rubber Ferrite cont. 55vol%

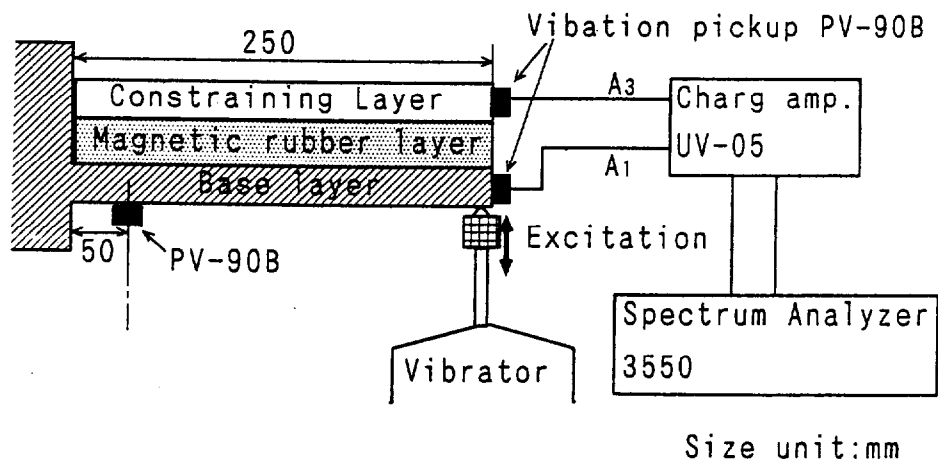


Fig.2.14 The experimetal setup to measure horizontal vibration

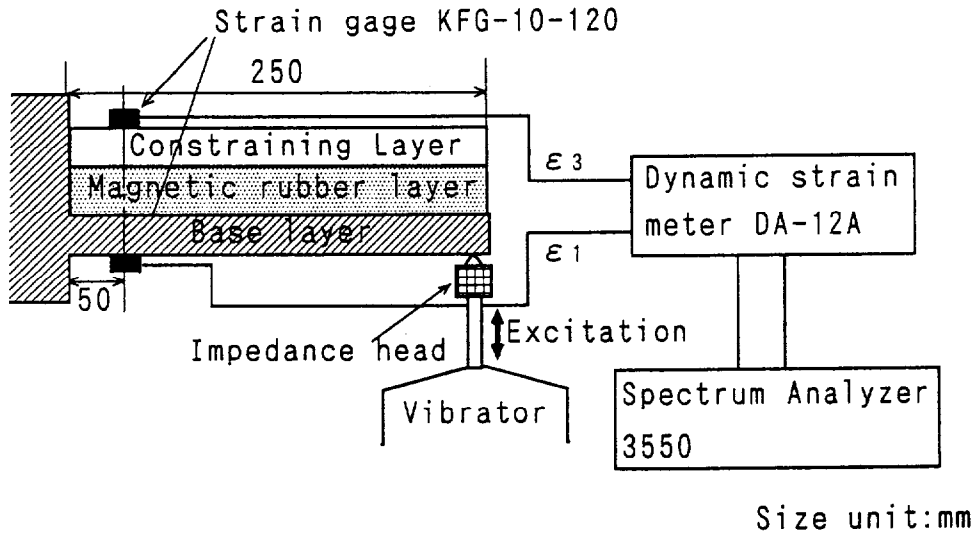


Fig.2.15 The experimental setup to measure surface strains

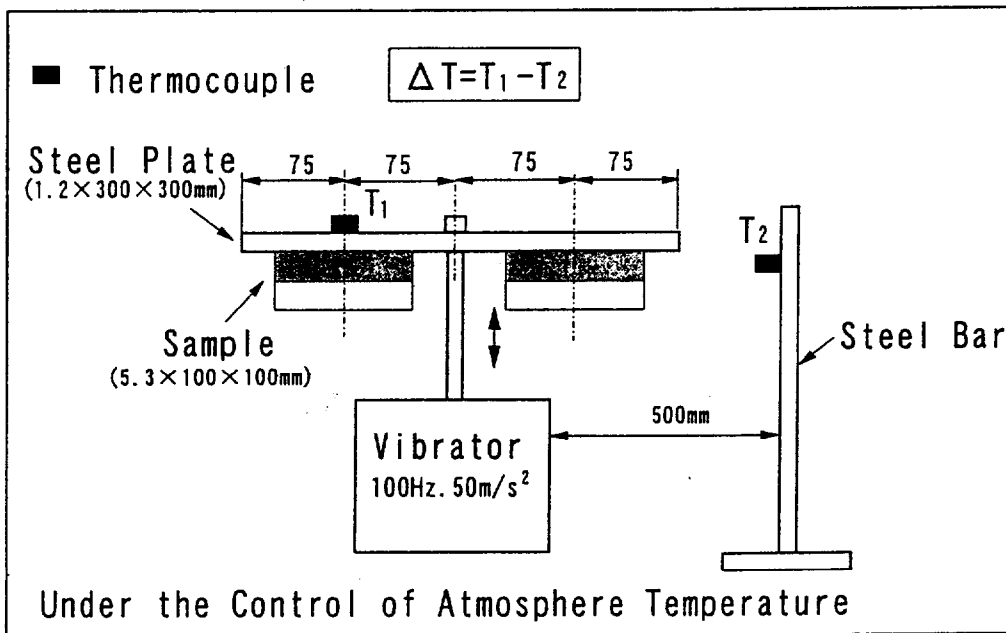


Fig.2.16 The experimental setup to measure temperature increase

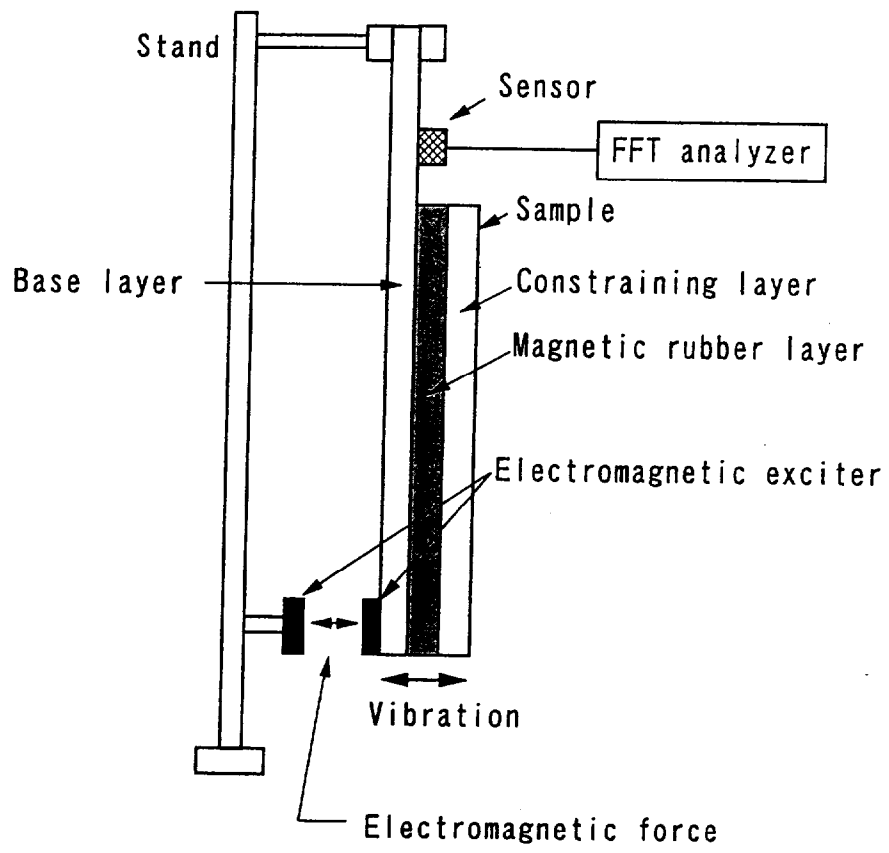


Fig.2.17 The experimental setup to measure loss factor

Table 2.8 Measured results of the horizontal acceleration of vibration

Mode	Magnetically attracted				Bonded			
	Frequency	Acceleration m/s^2			Frequency	Acceleration m/s^2		
		A_1	A_3	A_3-A_1		A_1	A_3	A_3-A_1
2nd	161 Hz	4.2	3.9	0.3	204 Hz	4.4	4.1	0.3
3rd	450 Hz	3.9	3.6	0.3	480 Hz	4.3	3.8	0.5
4th	884 Hz	4.3	3.8	0.5	1.11 kHz	4.4	3.9	0.5
5th	1.54 kHz	4.8	4.2	0.6	1.61 kHz	4.9	4.3	0.6

Table 2.9 Measured results of the strains of base and constraining layers

Mode	Magnetically attracted				Bonded			
	Frequency	Strain $\times 10^{-6}$			Frequency	Strain $\times 10^{-6}$		
		ϵ_1	ϵ_3	$\epsilon_3 - \epsilon_1$		ϵ_1	ϵ_3	$\epsilon_3 - \epsilon_1$
2nd	161 Hz	3.2	-0.10	3.3	204 Hz	3.4	-1.5	4.9
3rd	450 Hz	2.8	-0.11	2.9	480 Hz	2.9	-1.4	4.3
4th	884 Hz	2.6	-0.40	3.0	1.11 kHz	2.3	-1.2	3.6
5th	1.54 kHz	2.3	-0.65	3.0	1.61 kHz	2.2	-1.2	3.4

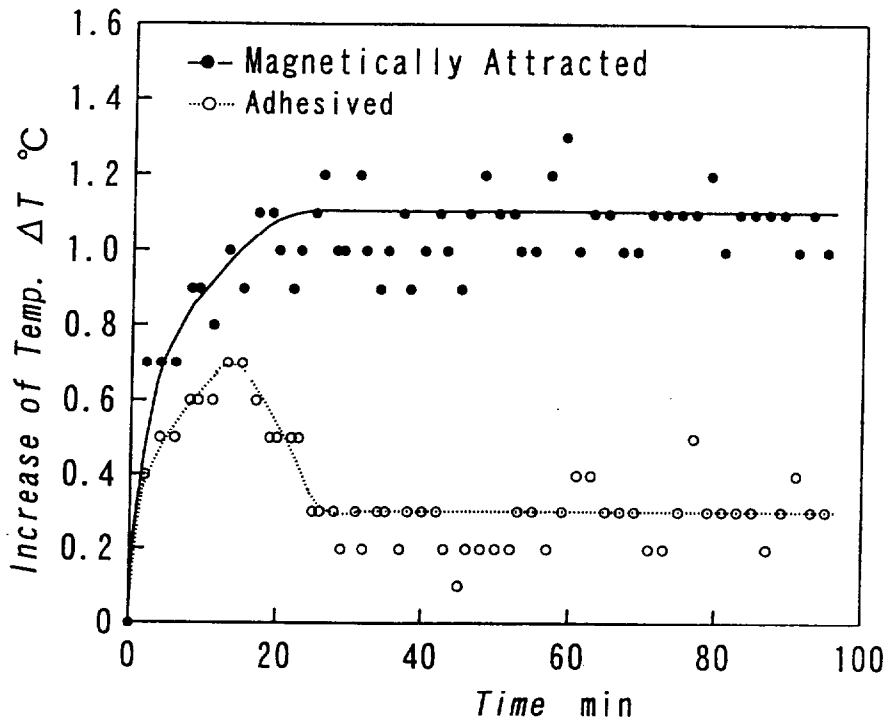


Fig.2.18 Temperature increase on the back surface of base layer

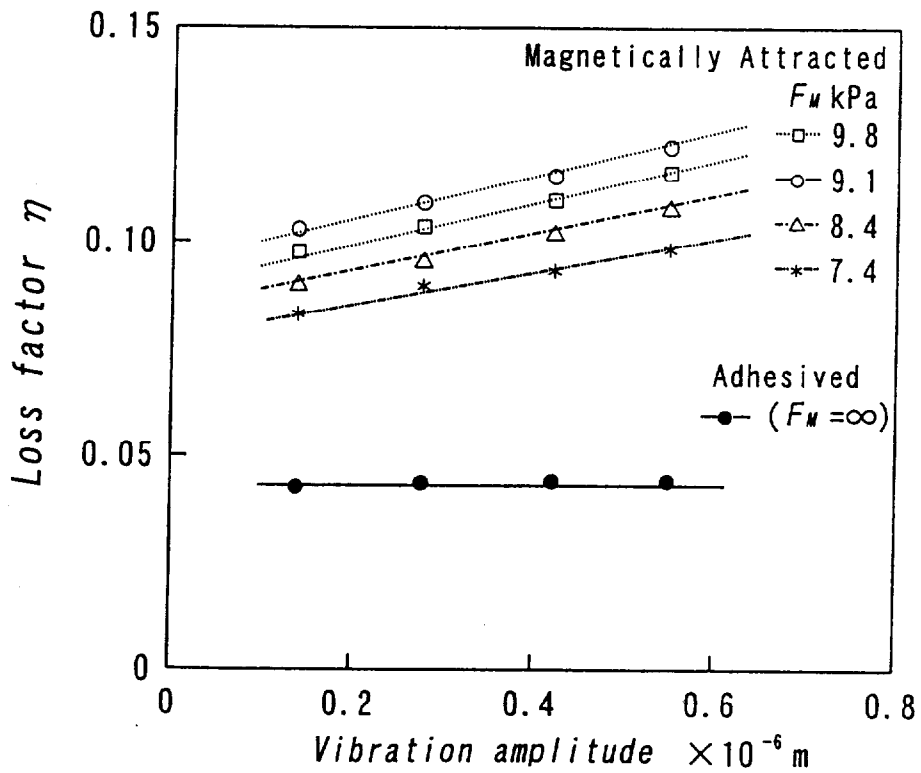


Fig.2.19 The vibration amplitude dependence of loss factor

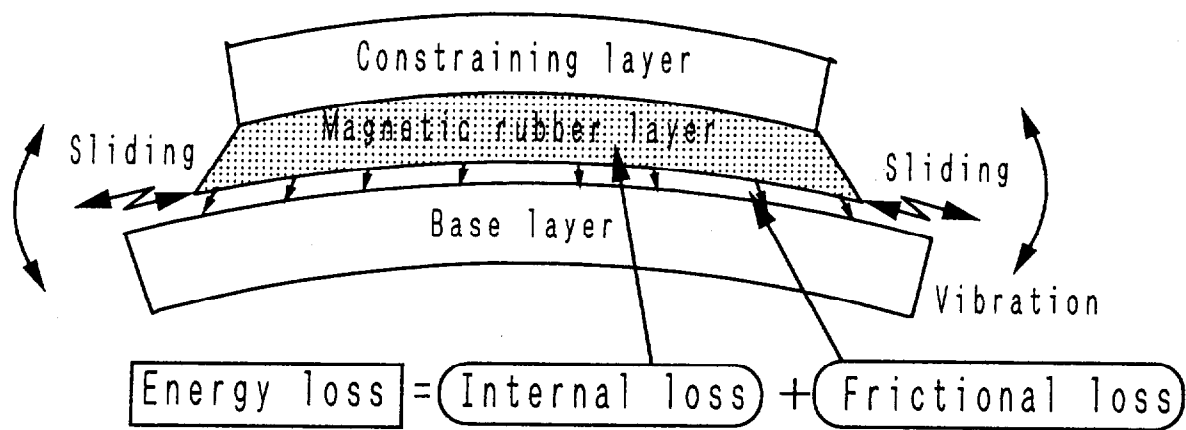


Fig.2.20 The damping mechanism of a magnetic rubber damper of constraining type (MRDC)

第3章 拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性

3.1 緒言

前章で提案した拘束型磁性制振材は、磁性ゴム層が振動体に磁力により吸着しているだけであるため、磁性ゴム層と振動体間に相対すべり変位を生じ、このすべり変位による摩擦損失が振動減衰性能に大きく影響する。したがって、拘束型磁性制振材の振動減衰性能を理論的に扱う場合、この相対すべり変位を考慮しなければならない。しかし、磁性ゴム層のすべり変位にともなって中立軸が移動し、弾性振動解析が困難である。

そこで本章では、拘束型制振材についての岡崎らによる曲げ振動解析理論⁽⁵⁴⁾⁻⁽⁵⁶⁾、つまり振動体、高分子粘弾性層、および拘束層を独立に扱うことにより中立軸の概念を必要でなくした解析方法、を応用して、拘束型磁性制振材を貼付したはり、つまり振動体、磁性ゴム層、および拘束層からなる3層積層はりを対象として曲げ弾性振動解析を行い、得られた解析解を用いて拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの損失係数を求める式を導出する⁽⁸⁷⁾。そして、共振法を用いて測定実験を行い、固有振動数および損失係数の計算値と比較検討し、提案した3層はりの曲げ弾性振動解析法の妥当性、および導出した損失係数の計算式の妥当性の検証を行う⁽⁸⁸⁾。

次に、拘束型磁性制振材の磁力吸着力、磁性粉量、拘束層厚、磁性ゴム層厚、基層厚などと損失係数との関係について、導出した計算式および実験により検討し、これらの因子に関する実用上の最適設計値を明らかにするとともに、得られた結果に基づいて材料設計の効率化に有益な設計曲線を求める。

最後に、磁性ゴム層を基層に接着した試料の制振特性を実験および理論の両面から評価し、それと比較することにより拘束型磁性制振材の制振特性の特徴を明確にする。

3.2 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動解析

3.2.1 振動モデル

図3.1に、対象とする拘束型磁性制振材を貼付したはりの概念図を示す。短冊状の鋼製振動体の表面全体に磁性制振材を貼付したもので、片端固定、他端自由である。以下、基層(振動体)を層1、磁性ゴム層を層2、拘束層を層3と称する。なお、図では誇張して示してあるが、磁性制振材そのものは支持台との間に小さなすきまを設けて固定端側も固定されていない。

3.2.2 弾性振動方程式の導出

(a) 解析の仮定

まず、曲げ弾性振動解析に当たって、次の仮定を置く。

仮定1: 層1(基層振動体), 層2(磁性ゴム層), および層3(拘束層)の z 軸方向の変位は, すべて等しい。

仮定2: 層2の縦弾性係数は, 層1および層3の縦弾性係数に比べて小さい。したがって, 層2における軸力は, 無視する。

仮定3: 拘束型磁性制振材の振動減衰性能は, 層2のせん断変形による内部損失, および層2と振動体間の相対滑りによる摩擦損失に起因する。

層2は, フェライトを配合してあるため, 通常のゴム層より高い弾性率を有するが, それでも高剛性弾性材からなる層3および鋼製の層1の弾性率に比較すれば小さく, 無視できるオーダーである。したがって, 上記の仮定2を置いても良い。

拘束型磁性制振材においては, 上記の仮定3から明らかなように非保存力である摩擦抵抗力が作用するから, 次式で表される非保存系に拡張したハミルトンの原理^{(89),(90)}を用いて弾性振動方程式を導出する。

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta P + \sum_{r=1}^n Q_r \delta q_r) dt = 0 \quad (3.1)$$

ここに, T は運動エネルギー, P はひずみエネルギー, Q_r は非保存系に作用する一般化力, q_r は一般化座標における変位, 添え字 r は一般化力の作用点の番号で, $\sum Q_r q_r$ は損失エネルギーである。なお, δ の付いた量はそれぞれの微小量 (変分) を表す。また, t は時間, t_1, t_2 は系の運動を仮定した任意の時間である。また, 層1の基層振動体は短冊状であるので, 曲げによる z 軸方向の弾性振動のみを対象とし, すべて (紙面に垂直な y 軸方向) の単位幅あたりについて考えることとする。

(b) ひずみと応力の算出

図3.2に, 拘束型磁性制振材を貼付したはりの振動時の変形状況を示す。3層はりでは, 層 i の z 軸方向の曲げ変位 w_i , 層1および層3の中央面の x 軸方向伸び変位 u_1 および u_3 に振動解を与える。層1, 層2および層3のひずみは以下のように求められる。

まず, 層1および層3において, x 軸方向に x の位置にあり, 中央面から z 軸方向に ζ 離れた点の x 軸方向変位 $u_{i\zeta}$, ($i = 1, 3$) は, 図3.2を参考に, 次式で与えられる^{(55),(91)}。

$$u_{i\zeta} = u_i - \zeta \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.2)$$

よって, 層 i , ($i = 1, 3$) の x 軸方向に x の位置にあり, 中央面から z 軸方向に ζ 離れた点の x 軸方向ひずみ $\varepsilon_i(x, t)$, ($i = 1, 3$) は次式で与えられる。

$$\varepsilon_i = \frac{\partial u_{i\zeta}}{\partial x} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - \zeta \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}, \quad (i = 1, 3) \quad (3.3)$$

次に、層2のせん断ひずみ $\gamma(x, t)$ と、層2が層1に接着されたときと仮定したときのせん断ひずみ $\gamma^a(x, t)$ (上付添字 a は層2を層1に接着したときの量を示す。以下同じ。) の比を s とする。この比 s は、磁性ゴム層におけるフェライト粉体の配合密度の均一性や、はりの曲率が一定であることを考慮すれば、 x 軸方向位置によらない一定の値と見なすことができる。この比 s を用いて層2のせん断ひずみ $\gamma(x, t)$ を次式のように与える。

$$\gamma(x, t) = s \gamma^a(x, t) \quad (3.4)$$

ここに、 $\gamma^a(x, t)$ は、次式で与えられる (図3.2参照)。

$$\gamma^a(x, t) = \frac{1}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w_2}{\partial x}) \quad (3.5)$$

ここに、 $h = H_2 + (H_1 + H_3)/2$, $H_1 \sim H_3$: 層1~層3の厚さ, である。また、 $\gamma^a(x, t)$ は微小ひずみと仮定した。式(3.4)および式(3.5)より、磁性ゴム層のせん断ひずみ γ は、次式で与えられる。

$$\gamma = \frac{s}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w_2}{\partial x}) \quad (3.6)$$

(c) ひずみエネルギーと運動エネルギーの導出

こうして得られた各層のひずみを用いると拘束型磁性制振材のひずみエネルギー P は次のように求められる。

まず、層1のひずみエネルギー P_1 を求めると、

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_1/2}^{H_1/2} E_1 \varepsilon_1^2 d\zeta dx = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_1/2}^{H_1/2} E_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \zeta \frac{\partial w_1^2}{\partial x^2} \right)^2 d\zeta dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_1/2}^{H_1/2} E_1 \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 - 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial w_1^2}{\partial x^2} \zeta + \left(\frac{\partial w_1^2}{\partial x^2} \right)^2 \zeta^2 \right] d\zeta dx \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここに、 E_1 は層1の縦弾性係数で実数である。 L は拘束型磁性制振材の長さである。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \int_{-H_1/2}^{H_1/2} d\zeta &= H_1, & \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \zeta d\zeta &= 0 \\ \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \zeta^2 d\zeta &= \left[\frac{\zeta^3}{3} \right]_{-H_1/2}^{H_1/2} = \frac{H_1^3}{12} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

を用いると、(3.7)式は、

$$P_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left[K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + D_1 \left(\frac{\partial w_1^2}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (3.9)$$

ここに、 K_1 は層1の伸び剛性で $K_1 = E_1 H_1$, D_1 は、層1の曲げ剛性で、 $D_1 = E_1 H_1^3/12$, である。

層2のせん断ひずみエネルギー P_2 は次式で与えられる。

$$P_2 = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_2/2}^{H_2/2} G_2 \gamma^2 d\zeta dx$$

式(3.6)を上式に用いると、次式となる。

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_2/2}^{H_2/2} \frac{G_2 s^2}{H_2^2} (u_1 - u_3 - h \frac{\partial w_2}{\partial x})^2 d\zeta dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 - h \frac{\partial w_2}{\partial x})^2 dx \end{aligned} \quad (3.10)$$

G_2 は層2の横弾性係数で、層2(磁性ゴム層)の内部減衰が小さいために実数とする。

層3のひずみエネルギーは

$$P_3 = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-H_3/2}^{H_3/2} E_3 \varepsilon_3^2 d\zeta dx \quad (3.11)$$

ここに、 E_3 は層3の縦弾性係数で実数である。上式は、式(3.9)の層1のひずみエネルギーと同様に、

$$P_3 = \frac{1}{2} \int_0^L [K_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + D_3 \left(\frac{\partial w_3^2}{\partial x^2} \right)^2] dx \quad (3.12)$$

と書きなおせる。ここに、 K_3 は層3の伸び剛性で $K_3 = E_3 H_3$ 、 D_3 は層3の曲げ剛性で、 $D_3 = E_3 H_3^3 / 12$ 、である。

3層のひずみエネルギー P は式(3.9)、式(3.10)、式(3.12)を用いて、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + P_3 \quad (3.13) \\ P_1 &= \frac{1}{2} \int_0^L [K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + D_1 \left(\frac{\partial w_1^2}{\partial x^2} \right)^2] dx \\ P_2 &= \frac{1}{2} \int_0^L \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 - h \frac{\partial w_2}{\partial x})^2 dx \\ P_3 &= \frac{1}{2} \int_0^L [K_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + D_3 \left(\frac{\partial w_3^2}{\partial x^2} \right)^2] dx \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで、 w_1, w_2, w_3 はそれぞれ層1、層2、層3の z 軸方向変位で、 $w_1 = w_2 = w_3 = w$ である。これと $D = D_1 + D_3$ を用いると、式(3.13)は次式となる。

$$P = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + K_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + D \left(\frac{\partial w^2}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 - h \frac{\partial w}{\partial x})^2 \right\} dx \quad (3.15)$$

次に、3層全体の運動エネルギー T は、面内運動は小さく面外運動が卓越しているので次式で与えられる。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2 + \rho_3 H_3) \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \rho H \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここに、 ρ_1, ρ_2, ρ_3 はそれぞれ層1、層2、層3の密度、 ρ は3層全体の平均密度、および $H = H_1 + H_2 + H_3$ である。

次に、式(3.1)の()内第3項の損失エネルギー(の変分)を求める。この損失エネルギーは、層2(磁性ゴム層)の内部減衰による損失エネルギーと層2・層1間のすべりによ

る摩擦損失エネルギーがあるが、ここでは層2の内部減衰による損失エネルギーは小さいとして、層2・層1間のすべりによる摩擦損失エネルギーのみ考えることとする。摩擦損失が[摩擦抵抗力]×[すべり変位]で与えられることを考慮して、一般化力 Q_r として、次式のように位置 x と $x+dx$ 間における微小部分 dx での摩擦抵抗力を与える。

$$Q_r = -\text{sgn}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial t}\right)\mu F_M dx \quad (3.17)$$

ここに、 μ は摩擦係数、 F_M は単位面積当たりの磁力吸着力、 $\text{sgn}(\partial\gamma/\partial t)$ は $(\partial\gamma/\partial t)$ の符号、である。また、一般化座標における変位 q_r には、次式のように上記の位置 x におけるすべり変位 $l(x,t)$ を与える。

$$\begin{aligned} q_r &= l(x,t) \\ &= H_2[\gamma^{ast}(x,t) - \gamma(x,t)] \\ &= (1-s)(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

式(3.17)、(3.18)を式(3.1)の左辺()内の第3項に代入する。そして、 dx を限りなく小さくすると、 $n = L/dx$ であるから $n \rightarrow \infty$ となるので、離散和で表されている第3項は、次の積分の形で表される。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n Q_r \delta q_r = -\int_0^L \mu(1-s)\text{sgn}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial t}\right) F_M \delta(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) dx \quad (3.19)$$

(d) 非保存系に拡張したハミルトンの原理の適用

非保存系に拡張したハミルトンの原理、式(3.1)、に運動エネルギーの式(3.16)、ひずみエネルギーの式(3.15)、および損失エネルギーの式(3.19)を代入して整理すると、次式(3.20)になる。

$$\left. \begin{aligned} &\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \delta \left[\frac{\rho H}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \delta \left[D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + K_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x})^2 \right\} \\ &\quad - \text{sgn}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial t}\right) f_R \cdot \delta(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \Big\} dx dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

ここに、 $f_R = \mu(1-s)F_M$ である。次に、式(3.20)を展開すると次の式(3.21)になる。

$$\left. \begin{aligned} &\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \rho H \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) - D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - K_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) - K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \delta(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \\ &\quad - \text{sgn}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial t}\right) f_R \cdot \delta(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \Big\} dx dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

次に、式(3.21)を、各項ごとに部分積分し整理すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 & \int_0^L [\rho H \frac{\partial w}{\partial t} \delta w] \Big|_{t_1}^{t_2} dx + \int_{t_1}^{t_2} \left[-D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + D \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \cdot \delta w - K_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \cdot \delta u_1 - K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \cdot \delta u_3 \right. \\
 & \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \delta w - \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) f_R h \delta w \right] \Big|_0^L dt \\
 & + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \left[-\rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] \delta w \right. \\
 & + \left[K_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) - \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) f_R \right] \delta u_1 \\
 & \left. + \left[K_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) + \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) f_R \right] \delta u_3 \right\} dx dt = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

初期条件および幾何学的境界条件より⁽⁹²⁾、

$$\begin{aligned}
 \delta w \Big|_{t=t_1} &= \delta w \Big|_{t=t_2} = 0 \\
 \delta w \Big|_{x=L} &= \delta w \Big|_{x=0} = 0, & \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x=L} &= \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = 0 \\
 \delta u_1 \Big|_{x=L} &= \delta u_1 \Big|_{x=0} = 0 \\
 \delta u_3 \Big|_{x=L} &= \delta u_3 \Big|_{x=0} = 0
 \end{aligned}$$

であるから、式(3.22)が任意の δw 、 δu_1 、 δu_3 について成り立つ条件から、次の弾性振動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 & \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \\
 & K_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) - \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) f_R = 0 \\
 & K_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) + \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) f_R = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

ここに、 $D = D_1 + D_3$ 、 $f_R = \mu F_M (1 - s)$ である。

3.2.3 弾性振動方程式の解法

(a) 乾性摩擦から粘性摩擦へのおきかえ

導いた弾性振動方程式 (3.23) は乾性摩擦抵抗があるため非線形となり⁽⁹³⁾, このままでは複雑で解きにくい. そこでこの乾性摩擦を, 損失エネルギー量が等しい粘性減衰に置き換えて解くこととする. また, 層2のせん断ひずみ比 s は実験値を用いることとする.

いま, 単位面積当たりの等価粘性減衰係数を C_{eq} とし, 粘性抵抗力は層1 (鋼製基層) と層2 (磁性ゴム層) 間のすべり変位 $\ell(x, t)$ の時間 t に関する1次導関数に比例するものとする. そうすると, 等価粘性係数 C_{eq} は以下のように求められる.

まず, 粘性減衰による損失エネルギーを求める. 層1・層2間のすべり変位 $\ell(x, t)$ を次のように置き,

$$\ell(x, t) = \ell_0(x)e^{j\omega t} \quad (3.24)$$

単位面積当たりの等価粘性係数を C_{eq} と置く. そうすると位置 x と $x + dx$ の間における微小部分 dx に作用する粘性抵抗力 f_d , および微小時間 dt における変位 x_d は次式で与えられるから,

$$f_d = C_{eq} dx \frac{\partial \ell(x, t)}{\partial t}, \quad x_d = \frac{\partial \ell(x, t)}{\partial t} dt \quad (3.25)$$

粘性抵抗力による1周期 T_s 秒当たりの損失エネルギー dL_{ds} は, f_d および x_d の実効値を用いて, 次式で与えられる.

$$dL_{ds} = \int_0^{T_s} |(f_d)| |(x_d)| = \pi \omega C_{eq} \ell_0^2(x) dx \quad (3.26)$$

はり全体での粘性減衰による損失エネルギー L_{ds} は, 上式をはりの全長で積分して, 次式で与えられる.

$$L_{ds} = \pi \omega C_{eq} \int_0^L \ell_0^2(x) dx \quad (3.27)$$

次に, 乾性摩擦による損失エネルギーを求める. 位置 x と $x + dx$ の間における微小部分 dx に作用する乾性摩擦力 f_c および1/4周期におけるすべり変位 x_c は, それぞれ次式で与えられる.

$$f_c = \mu F_M dx, \quad x_c = \ell_0(x) \quad (3.28)$$

したがって, 1周期における損失エネルギー dL_{fs} は, すべり変位 $\ell_0(x)$ を実効値で与えて,

$$dL_{fs} = 4\mu F_M |\ell_0(x)| dx \quad (3.29)$$

はり全体の乾性摩擦による損失エネルギー L_{fs} は, 上式をはりの全長で積分して次式で与えられる.

$$L_{fs} = 4\mu F_M \int_0^L |\ell_0(x)| dx \quad (3.30)$$

等価粘性減衰係数 C_{eq} は、粘性減衰による損失エネルギー L_{ds} を乾性摩擦による損失エネルギー L_{fs} と等置することにより、次式で求められる。

$$C_{eq} = \left(\frac{4\mu F_M}{\pi\omega} \right) \frac{\int_0^L |\ell_0(x)| dx}{\int_0^L \ell_0^2(x) dx} \quad (3.31)$$

なお、上式中のすべり変位振幅 $\ell_0(x)$ を求めるとき、式 (3.18) のすべり変位 $\ell(x, t)$ の式中の $u_1(x, t)$, $u_3(x, t)$, $w_2(x, t)$ および ω には、既知である層2を層1に接着したときのそれぞれの値を近似値として用いることとする。

そうして乾性摩擦抵抗力 μF_M を等価粘性抵抗力 $C_{eq}[\partial\ell(x, t)/\partial t]$ に置き換えると、弾性振動方程式 (3.23) は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho H \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial w}{\partial x^2} \right) &= 0 \\ K_1 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \right) - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) - C_{eq} (1-s)^2 \frac{\partial}{\partial t} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) &= 0 \\ K_3 \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \right) + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) + C_{eq} (1-s)^2 \frac{\partial}{\partial t} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

(b) 解の形の決定

式 (3.32) を解くために、変位 $u_i(x, t)$, $i = 1, 3$ および $w(x, t)$ を次のようにおく。

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x) e^{j\omega t}, \quad w(x, t) = \bar{w}(x) e^{j\omega t} \quad (3.33)$$

ここに、 $j = \sqrt{-1}$ である。また、次の無次元化量

$$\xi = x/L, \quad W(\xi) = \bar{w}(x)/h, \quad U_i(\xi) = \bar{u}_i(x)/L, \quad (i = 1, 3) \quad (3.34)$$

および、次の新しく定義する諸量

$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{G_2 L^2}{K H_2}, \quad Y = \frac{K L^2}{D}, \quad \Omega^2 = \rho H \omega^2 L^4 / D, \\ p &= \frac{h^2}{L^2}, \quad K = \frac{K_1 K_3}{K_1 + K_3}, \quad k_i = \frac{K_i}{K} \quad (i = 1, 3), \\ c_1 &= \frac{C_{eq} (1-s)^2 L^2}{K} \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

を導入し、整理すると次式が得られる。(詳細な導出過程は付録 A1 に示す。)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - g Y s^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{\partial U_3}{\partial \xi} + p \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) - \Omega^2 W &= 0 \\ k_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} - g s^2 (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) - j c_1 \omega (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) &= 0 \\ k_3 \frac{\partial^2 U_3}{\partial \xi^2} + g s^2 (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) + j c_1 \omega (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

なお、計算に用いた g , Y , p パラメーターの主な値を表 3.1.1 および表 3.1.2 に示す。
次に、変位 $U_i(\xi)$, $W(\xi)$ の解を

$$U_i(\xi) = C_i e^{\lambda \xi}, \quad W(\xi) = C e^{\lambda \xi} \quad (3.37)$$

とおく。ただし、 C_1 , C_3 , および C は未定係数とする。そして式 (3.36) に代入し、整理すると次式が得られる。

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} C \\ C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

ここに、

$$\mathbf{A} = \left. \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} \lambda^4 - g_a \lambda^2 - \Omega^2 & -g_a \lambda / p & g_a \lambda / p \\ -g_b p \lambda & k_1 \lambda^2 - g_b & g_b \\ g_b p \lambda & g_b & k_3 \lambda^2 - g_b \end{array} \right] \\ g_a = p g Y s^2, \\ g_b = g_{b1} + j g_{b2}, \quad g_{b1} = g s^2, \quad g_{b2} = c_1 \omega \end{array} \right\} \quad (3.39)$$

である。式 (3.38) がゼロでない解を持つ条件 $\det \mathbf{A} = 0$ より次の特性方程式が得られる。(詳細な導出過程は付録 A2 に示す。)

$$\lambda^6 - (g_a + g_b) \lambda^4 - \lambda^2 \Omega^2 + g_b \Omega^2 = 0 \quad (3.40)$$

上式の解法は付録 A3 で詳述する。式 (3.40) を解いて得られる6個の特性解を次のようにおく。

$$\pm \lambda_j (j = 1 \sim 3) \quad (3.41)$$

そうすると変位 $U_i(\xi)$ と $W(\xi)$ は $\pm \lambda_j$ を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} U_i(\xi) = \sum_{j=1}^3 [C_{ij} e^{\lambda_j \xi} + C_{I_{ij}} e^{-\lambda_j \xi}] \\ W(\xi) = \sum_{j=1}^3 [C_j e^{\lambda_j \xi} + C_{I_j} e^{-\lambda_j \xi}] \end{array} \right\} \quad (3.42)$$

次に、式 (3.38) のマトリックスの第2行目と第3行目より導ける次の関係式

$$k_1 C_1 = -k_3 C_3 = \frac{p g_b \lambda}{\lambda^2 - g_b} C \quad (3.43)$$

に基づき、 C_j を用いて C_{ij} を表し、 C_{I_j} を用いて $C_{I_{ij}}$ を表すと次式が得られる。

$$(C_{ij}, C_{I_{ij}}) = a_{ij} (C_j, -C_{I_j}) \quad (3.44)$$

ここに、

$$a_{1j} = + \frac{1}{k_1} \frac{p g_b \lambda_j}{\lambda_j^2 - g_b}, \quad a_{3j} = - \frac{1}{k_3} \frac{p g_b \lambda_j}{\lambda_j^2 - g_b} \quad (3.45)$$

である。上式を用いて式(3.42)を書き直しまとめると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} U_i(\xi) &= \sum_{j=1}^3 a_{ij} [C_j e^{\lambda_j \xi} - C I_j e^{-\lambda_j \xi}] \\ W(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [C_j e^{\lambda_j \xi} + C I_j e^{-\lambda_j \xi}] \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

上式が、拘束型磁性制振材における解の形を与える式である。

(c) 境界条件式と未知数の決定

層1の軸力を N_1 、3層全体に働くモーメントを M 、せん断力を Q とすると、境界条件は、次のように与えられる。

1. 固定端 ($x=0$) で

- 1) z 軸方向変位がゼロ : $w = 0$
- 2) z 軸方向変位の勾配がゼロ : $\frac{dw}{dx} = 0$
- 3) 層1の x 軸方向変位がゼロ : $u_1 = 0$

2. 自由端 ($x=L$) で

- 4) 層1の x 軸方向変位の勾配がゼロ (または、 x 軸方向の軸力がゼロ)
: $\frac{du_1}{dx} = 0$ (または、 $N_1 = 0$)
- 5) 曲げモーメントがゼロ : $M = 0$
- 6) せん断力がゼロ : $Q = 0$

これらの境界条件を、式(3.34)の無次元量を用いて表すと次のようになる。

1. 固定端 ($\xi=0$) で

- 1) $W(\xi) = 0,$
- 2) $\frac{dW(\xi)}{d\xi} = 0$
- 3) $U_1(\xi) = 0$

2. 自由端 ($\xi=1$) で

- 4) $\frac{dU_1(\xi)}{d\xi} = 0$
- 5) $\frac{d^2 W(\xi)}{d\xi^2} = 0$
- 6) $\frac{d^3 W(\xi)}{d\xi^3} - gYs \{ U_1(\xi) - U_3(\xi) + p \frac{dW(\xi)}{d\xi} \} = 0$

これらの境界条件式に式(3.46)の振動解を代入し整理すると、次のマトリックス方程式が与

えられる。

$$B \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_1' \\ C_2' \\ C_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ a_{11}\lambda_1 e^{\lambda_1} & a_{12}\lambda_2 e^{\lambda_2} & a_{13}\lambda_3 e^{\lambda_3} & a_{11}\lambda_1 e^{-\lambda_1} & a_{12}\lambda_2 e^{-\lambda_2} & a_{13}\lambda_3 e^{-\lambda_3} \\ \lambda_1^2 e^{\lambda_1} & \lambda_2^2 e^{\lambda_2} & \lambda_3^2 e^{\lambda_3} & \lambda_1^2 e^{-\lambda_1} & \lambda_2^2 e^{-\lambda_2} & \lambda_3^2 e^{-\lambda_3} \\ b_1 e^{\lambda_1} & b_2 e^{\lambda_2} & b_3 e^{\lambda_3} & -b_1 e^{-\lambda_1} & -b_2 e^{-\lambda_2} & -b_3 e^{-\lambda_3} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

なお, b_1, b_2, b_3 はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} b_1 &= \lambda_1^3 - gYs(a_{11} - a_{31} + p\lambda_1) \\ b_2 &= \lambda_2^3 - gYs(a_{12} - a_{32} + p\lambda_2) \\ b_3 &= \lambda_3^3 - gYs(a_{13} - a_{33} + p\lambda_3) \end{aligned}$$

上式の境界条件マトリックス B の実数成分からなるマトリックスを B_R , 虚数成分からなるマトリックスを B_I として, 次式の新たなマトリックス B_C を定義する。

$$B_C = \begin{bmatrix} B_R & -B_I \\ B_I & B_R \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

そうすると, 境界条件式は次式となる。

$$B_C \begin{bmatrix} C_R \\ C_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} C_R &= [\operatorname{Re}(C_1), \operatorname{Re}(C_2), \operatorname{Re}(C_3), \operatorname{Re}(C_1'), \operatorname{Re}(C_2'), \operatorname{Re}(C_3')]^T \\ C_I &= [\operatorname{Im}(C_1), \operatorname{Im}(C_2), \operatorname{Im}(C_3), \operatorname{Im}(C_1'), \operatorname{Im}(C_2'), \operatorname{Im}(C_3')]^T \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

であり, 0 はゼロベクトルである。

そこで, $\det B_C = 0$ を解いて Ω_n , つまり固有振動数 ω_n , $n = 1, 2, \dots$ を求める。次に得られた ω_n を式 (3.50) に代入して解くと, ω_n に対応して $\operatorname{Re}[C_{1n}] \sim \operatorname{Re}[C_{3n}]$ および $\operatorname{Im}[C_{1n}] \sim \operatorname{Im}[C_{3n}]$ の計 12 個の係数間の比が定められる。そこで, 得られた $\operatorname{Re}[C_{1n}]$ を基準として

$$\left. \begin{aligned} r_{Rjn} &= \operatorname{Re}[C_{jn}] / \operatorname{Re}[C_{1n}], \quad r'_{Rjn} = \operatorname{Re}[C'_{jn}] / \operatorname{Re}[C_{1n}], \quad (j = 1 \sim 3) \\ r_{Ijn} &= \operatorname{Im}[C_{jn}] / \operatorname{Re}[C_{1n}], \quad r'_{Ijn} = \operatorname{Im}[C'_{jn}] / \operatorname{Re}[C_{1n}], \quad (j = 1 \sim 3) \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

とし, さらに, $r_{0n} = \operatorname{Re}[C_{1n}]$ とおくと, 無次元変位 $U_i(\xi)$, ($i = 1, 3$) と $W(\xi)$ の各振動モードごとの振動解 $U_{in}(\xi)$, ($i = 1, 3$) と $W_n(\xi)$ は

$$\left. \begin{aligned} U_{in}(\xi) &= r_{0n} \sum_{j=1}^3 a_{ijn} [(r_{Rjn} + jr_{Ijn})e^{\lambda_j n \xi} - (r'_{Rjn} + jr'_{Ijn})e^{-\lambda_j n \xi}] \\ W_n(\xi) &= r_{0n} \sum_{j=1}^3 [(r_{Rjn} + jr_{Ijn})e^{\lambda_j n \xi} + (r'_{Rjn} + jr'_{Ijn})e^{-\lambda_j n \xi}] \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

となる. さらに, $\text{Re}[\lambda_{jn}]$, ($j = 1 \sim 3$) を λ_{Rjn} , $\text{Im}[\lambda_{jn}]$ を λ_{Ijn} , ($j = 1 \sim 3$) を r_{Ijn} として式(3.53)に用い, かつ実部と虚部で整理すると, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} U_{in}(\xi) &= r_{0n}[U_{iRn}(\xi) + j U_{iIn}(\xi)] \\ W_n(\xi) &= r_{0n}[W_{Rn}(\xi) + j W_{In}(\xi)] \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

ここに, U_{iRn} , U_{iIn} ($i = 1, 3$) および W_{Rn} , W_{In} は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} W_{Rn}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) - r_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad + e^{-\lambda_{Rjn}\xi} [r'_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) + r'_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)]] \\ W_{In}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) + r_{Ijn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad + e^{-\lambda_{Rjn}\xi} [-r'_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) + r'_{In} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)]] \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{Rn}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [a_{Rijn} \{ e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) - r_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad - e^{-\lambda_{Rjn}\xi} [r'_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) + r'_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)] \} \\ &\quad - a_{Iijn} \{ e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) + r_{Ijn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad + e^{-\lambda_{Rjn}\xi} [r'_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) - r'_{Ijn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)] \}] \\ U_{In}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [a_{Rijn} \{ e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) + r_{Ijn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad + \{ e^{-\lambda_{Rjn}\xi} [r'_{Rjn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi) - r'_{Ijn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi)] \} \\ &\quad + a_{Iijn} \{ e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) - r_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)] \\ &\quad - e^{\lambda_{Rjn}\xi} [r'_{Rjn} \cos(\lambda_{Ijn}\xi) + r'_{Ijn} \sin(\lambda_{Ijn}\xi)] \}] \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} k_1 a_{R1jn} &= -k_3 a_{R3jn} = p(A_{aRjn} + B_{aRjn}) \\ A_{aRjn} &= \frac{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})(g_{b1} \lambda_{Rjn} - g_{b2} \lambda_{Ijn})}{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})^2 + (2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})^2} \\ B_{aRjn} &= \frac{(2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})(g_{b1} \lambda_{Ijn} + g_{b2} \lambda_{Rjn})}{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})^2 + (2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})^2} \\ k_3 a_{I1jn} &= -k_3 a_{I3jn} = p(A_{aIjn} + B_{aIjn}) \\ A_{aIjn} &= \frac{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})(g_{b1} \lambda_{Ijn} + g_{b2} \lambda_{Rjn})}{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})^2 + (2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})^2} \\ B_{aIjn} &= -\frac{(2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})(g_{b1} \lambda_{Rjn} - g_{b2} \lambda_{Ijn})}{(\lambda_{Rjn}^2 - \lambda_{Ijn}^2 - g_{b1})^2 + (2\lambda_{Rjn} \lambda_{Ijn} - g_{b2})^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.57)$$

なお, 振幅 r_{0nj} は付録 A4 の方法により与える.

3.3 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの損失係数

(a) 損失係数の計算式

損失係数は、「振動エネルギーに対する1ラジアン当たりの消散エネルギーの比」と定義されているから⁽⁹⁴⁾、振動1周期あたりの摩擦損失エネルギーを L_{fs} とすると、拘束型磁性制振材の損失係数 η は、次式で与えられる。

$$\eta = \frac{L_{fs}/2\pi + \eta_g P_2}{P} \quad (3.58)$$

ここに、 P は式(3.15)の3層全体のひずみエネルギー、 P_2 は式(3.10)の層2(磁性ゴム層)のひずみエネルギー、 η_g は磁性ゴム層の損失係数である。

(b) 摩擦損失の導出

L_{fs} は次のように求める。はりの微小部分 dx の微小時間 dt 当たりの摩擦損失は式(3.19)で与えられるから、任意の時間 $t_0 \sim t_1$ における摩擦損失 ΔL_f は次式で与えられる。

$$\Delta L_f = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \mu(1-s) \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right) F_M \delta(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) dx dt \quad (3.59)$$

すべり変位 ℓ が複素数の場合は、その実効値 ℓ_{eff} が

$$\ell_{eff} = |\ell| = (1-s) \left| u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right|$$

で与えられることを考慮して、 ΔL_f は次式となる。

$$\Delta L_f = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \mu(1-s) F_M \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right) \delta \left| u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right| dx dt \quad (3.60)$$

$t=0$ で平衡位置から振動が始まるものとする。つまり $t=0$ で $u_1=0$ 、 $u_3=0$ 、および $w=0$ とする。そうすると $t=0$ から任意の時刻 t (1/4周期以内)までの摩擦損失 L_f は、上式を積分して次式となる。

$$L_f = \int_0^L \mu(1-s) F_M \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right) \left| u_1(x,t) - u_3(x,t) + h \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right| dx \quad (3.61)$$

さて、振動1/4周期における摩擦損失エネルギーは、式(3.61)の各振動変位に、式(3.33)に示した振幅 \bar{u}_1 、 \bar{u}_3 、 \bar{w} を代入すれば求められる。また、振動1周期における摩擦損失エネルギーはこの振動1/4周期における摩擦損失エネルギーの4倍になるから、振動1周期の摩擦損失エネルギー L_{fs} は結局次式となる。

$$L_{fs} = 4\mu F_M (1-s) \int_0^L \left| (\bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x}) \right| dx \quad (3.62)$$

(c) 損失係数の計算手順

式(3.58)に基づき損失係数 η を求める手順を以下に示す。

3層のひずみエネルギー P の式(3.15)に式(3.33)を用いると次式となる。

$$P = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ K_1 \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x)}{\partial x} \right)^* + K_3 \left(\frac{\partial \bar{u}_3(x)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_3(x)}{\partial x} \right)^* \right.$$

$$\begin{aligned}
& +D \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x)}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x)}{\partial x^2} \right)^* \\
& + \frac{G_2 s^2}{H_2} (\bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x}) (\bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x})^* \} dx \quad (3.63)
\end{aligned}$$

ここに、上添字*は共役複素数を表す。

同様に層2のひずみエネルギーの式(3.10)に式(3.33)を用いると、

$$P_2 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{G_2 s^2}{H_2} (\bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x}) (\bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x})^* dx \quad (3.64)$$

同様に層2の摩擦損失の式(3.62)に式(3.33)を用いると

$$L_{fs} = 4\mu F_M (1-s) \int_0^L \left| \bar{u}_1(x) - \bar{u}_3(x) + h \frac{\partial \bar{w}(x)}{\partial x} \right| dx \quad (3.65)$$

式(3.34)より、 $U_i(\xi)$, $W(\xi)$ は

$$\bar{u}_i(x) = LU_i(\xi), \quad \bar{w}(x) = hW(\xi), \quad x = L\xi$$

であるので、式(3.63)は

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ K_1 \left(\frac{\partial(LU_1(\xi))}{\partial(L\xi)} \right) \left(\frac{\partial(LU_1(\xi))}{\partial(L\xi)} \right)^* + K_3 \left(\frac{\partial(LU_3(\xi))}{\partial(L\xi)} \right) \left(\frac{\partial(LU_3(\xi))}{\partial(L\xi)} \right)^* \right. \\
& + D \left(\frac{\partial^2(hW(\xi))}{\partial(L\xi)^2} \right) \left(\frac{\partial^2(hW(\xi))}{\partial(L\xi)^2} \right)^* \\
& + \left. \frac{G_2 s^2}{H_2} (LU_1(x) - LU_3(x) + h \frac{\partial(hW(\xi))}{\partial(L\xi)}) (LU_1(x) - LU_3(x) + h \frac{\partial(hW(\xi))}{\partial(L\xi)})^* \right\} dL\xi \\
&= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ K_1 L \left(\frac{\partial U_1(\xi)}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial U_1(\xi)}{\partial \xi} \right)^* + K_3 L \left(\frac{\partial U_3(\xi)}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial U_3(\xi)}{\partial \xi} \right)^* \right. \\
& + D \frac{h^2}{L^3} \left(\frac{\partial W^2(\xi)}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial W^2(\xi)}{\partial \xi^2} \right)^* \\
& + \left. \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_1(x) - U_3(x) + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi}) (U_1(x) - U_3(x) + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi})^* \right\} d\xi \quad (3.66)
\end{aligned}$$

式(3.35)の記号を用いると、

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ K_1 L \left(\frac{\partial U_1(\xi)}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial U_1(\xi)}{\partial \xi} \right)^* + K_3 L \left(\frac{\partial U_3(\xi)}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial U_3(\xi)}{\partial \xi} \right)^* \right. \\
& + \frac{pD}{L} \left(\frac{\partial W^2(\xi)}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial W^2(\xi)}{\partial \xi^2} \right)^* \\
& + \left. \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_1(x) - U_3(x) + p \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi}) (U_1(x) - U_3(x) + p \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi})^* \right\} d\xi \quad (3.67)
\end{aligned}$$

また、式(3.64)を $U_i(\xi)$, $W(\xi)$ を用いて表すと、

$$\begin{aligned}
P_2 &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2}{H_2} (LU_1(\xi) - LU_3(\xi) + h \frac{\partial(hW(\xi))}{\partial(L\xi)}) (LU_1(\xi) - LU_3(\xi) + h \frac{\partial(hW(\xi))}{\partial(L\xi)})^* dL\xi \\
&= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_1(\xi) - U_3(\xi) + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi}) (U_1(\xi) - U_3(\xi) + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi})^* d\xi \\
&= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_1(\xi) - U_3(\xi) + p \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi}) (U_1(\xi) - U_3(\xi) + p \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi})^* d\xi \quad (3.68)
\end{aligned}$$

また、式(3.65)を $U_i(\xi)$, $W(\xi)$ を用いて表すと、

$$\begin{aligned} L_{fs} &= 4\mu F_M(1-s) \int_0^1 \left| LU_1(\xi) - LU_3(\xi) + h \frac{\partial(hW(\xi))}{\partial(L\xi)} \right| dL\xi \\ &= 4\mu F_M(1-s)L^2 \int_0^1 \left| U_1(\xi) - U_3(\xi) + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right| d\xi \\ &= 4\mu F_M(1-s)L^2 \int_0^1 \left| U_1(\xi) - U_3(\xi) + p \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right| d\xi \end{aligned} \quad (3.69)$$

式(3.67)の変位 $U_i(\xi)$, $i=1,3$, $W(\xi)$ に、式(3.54)の振動モード n における振動解を用いると、振動モード n における3層のひずみエネルギー P_n は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ K_1 L \left(\frac{dU_{1n}(\xi)}{d\xi} \right) \left(\frac{dU_{1n}(\xi)}{d\xi} \right)^* + K_3 L \left(\frac{dU_{3n}(\xi)}{d\xi} \right) \left(\frac{dU_{3n}(\xi)}{d\xi} \right)^* \right. \\ &\quad \left. + \frac{Dp}{L} \left(\frac{d^2 W_n(\xi)}{d\xi^2} \right) \left(\frac{d^2 W_n(\xi)}{d\xi^2} \right)^* \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{dW_n(\xi)}{d\xi}) (U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{dW_n(\xi)}{d\xi})^* \right\} d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ K_1 L r_{0n}^2 \left[\left(\frac{dU_{1Rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{1In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] + K_3 L r_{0n}^2 \left[\left(\frac{dU_{3Rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{3In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{Dp}{L} r_{0n}^2 \left[\left(\frac{d^2 W_{Rn}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 W_{In}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} r_{0n}^2 \left[(U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{dW_{Rn}(\xi)}{d\xi})^2 + (U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{dW_{In}(\xi)}{d\xi})^2 \right] \right\} d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 r_{0n}^2 \left\{ K_1 L \left[\left(\frac{dU_{1Rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{1In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] + K_3 L \left[\left(\frac{dU_{3Rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{3In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{Dp}{L} \left[\left(\frac{d^2 W_{Rn}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 W_{In}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} \left[(U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{dW_{Rn}(\xi)}{d\xi})^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{dW_{In}(\xi)}{d\xi})^2 \right] \right\} d\xi \end{aligned} \quad (3.70)$$

同様に、振動モード n における層2のひずみエネルギー P_{2n} は、

$$\begin{aligned} P_{2n} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{dW_n(\xi)}{d\xi}) (U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{dW_n(\xi)}{d\xi})^* d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} r_{0n}^2 \left[(U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{dW_{Rn}(\xi)}{d\xi})^2 \right. \\ &\quad \left. + (U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{dW_{In}(\xi)}{d\xi})^2 \right] d\xi \end{aligned} \quad (3.71)$$

振動モード n における摩擦損失 L_{fsn} は

$$L_{fsn} = \int_0^1 4\mu F_M(1-s)L^2 \left| (U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{\partial W_n(\xi)}{\partial x}) \right| d\xi$$

$$\begin{aligned}
&= 4\mu F_M(1-s)L^2 \int_0^1 \sqrt{(U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{\partial W_n(\xi)}{\partial x})(U_{1n}(\xi) - U_{3n}(\xi) + p \frac{\partial W_n(\xi)}{\partial x})} d\xi \\
&= 4\mu F_M(1-s)L^2 r_{0n} \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_{1Rn}, U_{1In}, U_{3Rn}, U_{3In}, W_{Rn}, W_{RI})} d\xi \quad (3.72)
\end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
f_{Lfs}(U_{1Rn}, U_{1In}, U_{3Rn}, U_{3In}, W_{Rn}, W_{RI}) = \\
[U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{\partial W_{Rn}(\xi)}{\partial x}]^2 + [U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{\partial W_{In}(\xi)}{\partial x}]^2 \quad (3.73)
\end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
\hat{P}_n &= \frac{1}{2} \int_0^1 r_{0n}^2 \left\{ K_1 L \left[\left(\frac{dU_{1Rn}}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{1In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] + K_3 L \left[\left(\frac{dU_{3Rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{dU_{3In}(\xi)}{d\xi} \right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{Dp}{L} \left[\left(\frac{d^2 W_{Rn}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 W_{In}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} \left[(U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{dW_{Rn}(\xi)}{d\xi})^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{dW_{In}(\xi)}{d\xi})^2 \right] \right\} d\xi \\
\hat{P}_{2n} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} \left[(U_{1Rn}(\xi) - U_{3Rn}(\xi) + p \frac{dW_{Rn}(\xi)}{d\xi})^2 \right. \\
&\quad \left. + (U_{1In}(\xi) - U_{3In}(\xi) + p \frac{dW_{In}(\xi)}{d\xi})^2 \right] dx \\
\hat{L}_{fsn} &= 4\mu F_M(1-s)L^2 \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_{1Rn}, U_{1In}, U_{3Rn}, U_{3In}, W_{Rn}, W_{RI})} d\xi \quad (3.74)
\end{aligned}$$

とおくと, P_n, P_{2n} および L_{fsn} は次式となる.

$$\left. \begin{aligned}
P_n &= r_{0n}^2 \hat{P}_n \\
P_{2n} &= r_{0n}^2 \hat{P}_{2n} \\
L_{fsn} &= r_{0n} \hat{L}_{fsn}
\end{aligned} \right\} \quad (3.75)$$

上式を式(3.58)に用いると, 振動モード n の損失係数 η_n は次式で求められる.

$$\eta_n = \frac{\hat{L}_{fsn}/2\pi + r_{0n}\eta_g \hat{P}_{2n}}{r_{0n} \hat{P}_n} \quad (3.76)$$

3.4 損失係数, せん断ひずみ比, 摩擦係数の測定実験

3.4.1 損失係数の測定

(a) 試験片

拘束型磁性制振材は, ストロンチウム系フェライト粉体を配合着磁したブチルゴムの磁性ゴム層 (長さ 248mm, 幅 10mm) に SS400 鋼の拘束層 (長さ 248mm, 幅 10mm) をシアノアクリレート系接着剤により接着して作成した. なお, 比較のために同じ寸法で拘束層がなく磁性ゴム層のみの試験片も製作した. 基層部分 (長さ 250mm, 幅 10mm) は, 片持ちはりの固定部分から予測し得ない影響を受けることを避けるために, SS400 鋼のブロックから削りだした. なお, この基層と一体となっている支持部は, 長さ 150mm, 幅 50mm, 高さ 50mm である. この基層部分に前述の拘束型磁性制振材を磁力で吸着させて損失係数測定用試験片とした. 各試験片の三層の厚さ $H_1 \sim H_3$, 磁性粉量 V , および単位面積当たりの磁力吸着力 F_M を表 3.2 に, 試験片の素材と基本特性を表 3.3 に示す. なお, 磁性ゴム層の横弾性係数および損失係数の計算式 (文献 (55) に記載されている方法による測定値に基づき導出) を表 3.4 に, 磁性粉量 45vol% の例を図 3.3 に示す.

(b) 損失係数の測定法

図 3.4 に損失係数の測定装置の概略を示す. 基層と一体成形した支持部を $300 \times 450 \times 420$ mm の鋼製定盤にボルトで固定し, 基層の自由端を加振器により 50Hz~3.2kHz の正弦波で掃引加振した. 加振器上端に取り付けたインピーダンスヘッドにより加振力を, 基層の固定端から 50mm の箇所に貼付した加速度計により振動加速度を測定した. 振動加速度はその実効値が 10m^2 となるよう加振力を調整した. そして, 振動モビリティの周波数特性を求め, 半値幅法により各モードにおける損失係数を求めた. また, 付録 A4 に示す方法により, 係数 r_{0n} を算出した. 測定に使用した機器と主な特性を表 3.5 に示す.

(c) 加振方法および測定点の検討

基層の加振方法や位置および測定点位置については様々な組み合わせが考えられ, 適切な条件を選択する必要がある. そこで, これらの測定条件に関して以下に基礎的検討を行った.

基層の加振方法としては, (1) 加振器と基層をねじあるいは接着剤で固定する, (2) 加振器と基層は点接触させるだけで固定しない, の 2 方法が考えられる. 一般に加振器と基層を固定した場合は固定部において損失が発生することが予想される. 本実験で用いた基層を加振器とねじ固定した場合と点接触させるだけで固定しない場合の 2 方法で測定試験を行った. その結果得られた共振振動数および損失係数を表 3.6 に示す. このように, 基層をねじ固定した場合には, 本実験で評価対象とした 2~5 次の各振動モードで損失係数が高くなっている. これは, 加振器をねじで固定したために, 3 層はりの剛性が等価的に高くなったためと

考えられる。このため、本実験では、加振器先端を基層に点接触させるだけで固定しないこととした。

加振点、測定点に関しては振動モードの節に当たらない位置を選択する必要がある。そこで、はりの振動モードの目安として、鋼製のオイラーはりの振動振幅を図3.5に示す。2～5次の振動モードで共通して振幅の大きい位置は、 $x = 0.2L, 0.6L, 1.0L$ 付近と考えられる（ここで、 L ははり長さで、 $0.2L$ などは基層固定端からの距離を示す）。そこで、加振点 $1.0L$ -測定点 $0.2L$ 、加振点 $1.0L$ -測定点 $0.6L$ および加振点 $0.6L$ -測定点 $1.0L$ の各パターンで測定した基層の振動モビリティスペクトルを図3.6.1～図3.6.3に示す。また、インピーダンスヘッドを用いれば加振点と同位置での測定も可能であるので、加振点、測定点ともに $1.0L$ としたスペクトルを図3.6.4に示す。この結果、加振点 $1.0L$ -測定点 $0.2L$ の振動スペクトルにおいて各振動モードともピークが最も明確で、この組み合わせを選択することとした。拘束型磁性制振材を貼付した基層に対し、加振点 $1.0L$ -測定点 $0.2L$ で測定した振動スペクトルを図3.7.2に、コヒーレンスを図3.7.1に示す。このように、測定された振動スペクトルではノイズが少なく、かつコヒーレンスも高く、同加振点、測定点における測定精度は良好であると判断される。

3.4.2 せん断ひずみ比と摩擦係数の測定

(a) 試験片

図3.8および表3.7に、拘束型磁性制振材を基層に磁力吸着させたときと接着させたときのせん断ひずみの比 s 、および磁性ゴム層と基層間の摩擦係数 μ の測定用試験片を示す。これらの試験片は、損失係数測定用試験片と同じ素材で寸法のみ異なる。図3.8(a)が鋼製プレート（基層）の面積が磁性ゴム層の面積の4倍、図3.8(b)は逆に磁性ゴム層の面積が鋼製プレートの面積の4倍で、図3.8(a)、3.8(b)ともに鋼製プレートを磁性ゴム層に磁力により吸着させたものである。図3.8(c)は、図3.8(a)とおなじ寸法で、鋼製プレートを磁性ゴム層に接着したものである。なお、いずれの試験片も、拘束層は磁性ゴム層と同じ大きさである。

(b) せん断ひずみ比と摩擦係数の測定法

図3.9に実験装置を示す。試験台上に固定した大型アルミ製ブロック側面に、図3.8(a)～3.8(c)に示した各試験片の拘束型磁性制振材の拘束層をボルトで固定する。そして、加振器に取り付けた鋼製プレートを磁性ゴム層に磁力吸着させるか、または接着固定して、鋼製プレートを上下方向に加振し、そのときに鋼製プレートに作用する力を測定した。そして以下に説明する方法でせん断ひずみ比および摩擦係数を算出した。なお、測定に使用した機器は、表3.5と同じである。

図3.8(a)での鋼製プレートに作用する力 F_1 は、磁性ゴム層におけるせん断力、磁性ゴム層と鋼製プレート間の摩擦力、および鋼製プレートのみを加振したときの慣性力 F_0 が作用

するので, 次式で表される.

$$\begin{aligned} F_1 &= (G_2\gamma + \mu F_M)A_p + F_0 \\ &= (G_2\gamma^a s + \mu F_M)A_p + F_0 \end{aligned} \quad (3.77)$$

ここに, γ は磁性ゴム層のせん断ひずみ, F_M は単位面積当たりの磁力吸着力, A_p は鋼製プレートと磁性ゴム層の接触面積である. また, γ^a は磁性ゴム層を鋼製プレートに接着したときのせん断ひずみである.

図 3.8(b) での鋼製プレートに作用する力 F_2 は, 磁性ゴム層が鋼製プレートに比べて大きいために近似的にそのせん断ひずみが小さく無視でき, 次式で与えられる.

$$F_2 = \mu F_M A_p + F_0 \quad (3.78)$$

図 3.8(c) での鋼製プレートに作用する力 F_3 は, 磁性ゴム層が鋼製プレートに接着されているために, 磁性ゴム層のせん断力と F_0 であるから, 次式で与えられる.

$$F_3 = G_2\gamma^a A_p + F_0 \quad (3.79)$$

鋼製プレートに作用するこれら F_1, F_2, F_3 を用いて, せん断ひずみ比 s および摩擦係数はそれぞれ次式で求める.

$$s = (F_1 - F_2)/(F_3 - F_0) \quad (3.80)$$

$$\mu = (F_2 - F_0)/(F_M A_p) \quad (3.81)$$

なお, 上記の慣性力 F_0 は, 鋼製プレートをインピーダンスヘッドを介して加振器先端に固定し, 磁性ゴム層に接触させることなくフリーの状態に加振して測定した.

3.4.3 実験結果および考察

(a) せん断ひずみ比

せん断ひずみ比 s に関する主な測定結果を表 3.8 に示す. また, 磁性粉量 45vol% 試料において, 着磁電圧を制御して磁力吸着力 F_M を 2.5kPa~8.3kPa まで変化させたときの s の測定結果を図 3.10 に示す. このようにせん断ひずみ比 s は, 磁力吸着力の増加に伴って増加する. つまり, 磁力吸着力の増加によって磁性ゴム層がより強く基層に吸着され, せん断ひずみが増加することがわかる. このせん断ひずみ比は, 磁性粉量=45vol%, フル着磁, 基層厚=拘束層厚=2mm, 磁性ゴム層厚=3mm の標準的な試料で 0.66 となった.

(b) 摩擦係数

図 3.11 に, 拘束型磁性制振材の基層厚 $H_1 = 2, 4, 8, 16$ mm, 拘束層厚 $H_3 = 2$ mm, 磁性ゴム層厚 $H_2 = 3$ mm とし, 磁性粉量 V を変化させて摩擦係数を測定した結果を示す. なお,

いずれの試料もフル着磁した。図からわかるように、摩擦係数は基層厚によらずにほぼ同じ変化傾向を示すが、磁性粉量の増加とともに低下する傾向を示した。これは、磁性粉量が増加すると表面に現れる鉄粉の量が増え、この鉄（粉）の摩擦係数がゴムに比べて小さいためであると考えられる。

なお、本測定範囲では磁性粉量が低い20%のときに摩擦係数は最大になり、約0.7~0.8の値となった。

(c) 損失係数

表3.9.1および表3.9.2に固有振動数、表3.10.1および表3.10.2に損失係数に関する主な実験結果を計算結果と併せて示す。図3.12.1~3.12.4に、磁性粉量 $V=40, 45\text{vol}\%$, $50, 60\text{vol}\%$ 試料の各試料について磁力吸着力 F_M を変化させたときの2次~5次の振動モードにおける損失係数の計算値（曲線）と実験値（記号）の例を示す。この図からわかるように、計算値と実験値は磁力吸着力に対する傾向がよく一致している。また、計算値の実験値に対する誤差は、-6%~10%であり、損失係数が精度良く求められていると言える。

図3.13.1~3.13.4に、磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, フル着磁（磁力吸着力 $F_M=4.4\text{kPa}\sim 8.8\text{kPa}$ ）とし、拘束層厚 H_3 を0mmから10mmまで変化させたときの2次~5次の振動モードにおける損失係数の計算値と実験値の例を示す。なお、基層厚と磁性ゴム層厚はそれぞれ $H_1=2\text{mm}$, $H_2=3\text{mm}$ である。この図から、計算値と実験値は H_3 の変化に対応する傾向がよく一致していると言える。また、この結果、 $H_1=2\text{mm}$, 4mm で H_3 が4mm以下の場合に誤差が小さく、 $\pm 20\%$ 以内に入り、それ以外の場合には誤差が大きくなっていることがわかる。さらに、表3.9.1に示されるような周波数の精度も検証すると、 H_1 が4mmの場合は $H_3=3\text{mm}$ のときで一部の試料で誤差が大きくなることがわかる。

図3.14に、磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, フル着磁（磁力吸着力 $F_M=4.4\text{kPa}\sim 8.8\text{kPa}$ ）とし、磁性ゴム層厚 H_2 を1mmから6mmまで変化させたときの2次~5次の振動モードにおける損失係数の計算値と実験値の例を示す。なお、基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 拘束層厚 $H_3=2\text{mm}$ である。この図からわかるように、計算値と実験値は磁性ゴム層厚の変化に対応する傾向がよく一致している。さらに、基層厚 H_1 を4mm, 8mm, 16mmとして同様な実験をおこない、図9の結果を含めて損失係数の計算値の実験値に対する誤差をまとめた。その結果を表3.11に示す。この表から、基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 4mm の場合には、誤差はほぼ $\pm 20\%$ 以内であるが、基層厚 $H_1=8\text{mm}$, 16mm の場合には誤差が大きくなることがわかる。

以上の結果をまとめると、磁性粉量40~60vol%, 磁力吸着力2.5kPa~17.2kPa, 基層厚+拘束層厚が7mm未満(0.03L未満), および磁性ゴム層厚1mm~6mmの範囲で、損失係数の計算値は実験値と良く一致し、この範囲において拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動解析手法および損失係数の計算法が妥当であることが明らかとなった。

3.5 拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性

3.5.1 周波数依存性

図 3.13.1～3.13.4 からわかるように、振動モードが高次になり固有振動数が高くなるにつれて損失係数が低下している。そこで、磁性粉量 $V=40, 45, 50, 60\text{vol}\%$ について、それぞれの損失係数の最大値について周波数依存性を調べた。その結果を図 3.15 に示す。なお、基層、磁性ゴム層、拘束層の厚さは、 $H_1=2\text{mm}$ 、 $H_2=3\text{mm}$ 、 $H_3=2\text{mm}$ である。この図から、どの磁性粉量の場合にも固有振動数つまり周波数が高くなるにつれて損失係数が低下していることが明白にわかる。その他の試験片についても同様の結果が得られた。

図 3.16 に、 $x = 50\text{mm}$ におけるすべり変位 $\ell(x)$ および単位面積当たりの摩擦抵抗力 F_R の周波数依存性を示す。周波数の増加に伴い、すべり変位および摩擦抵抗力ともに急激に小さくなっている⁽⁹⁵⁾。したがって、この二つの量の積である摩擦損失も周波数の増加に伴って小さくなるために、拘束型磁性制振材の損失係数も周波数の増加とともに低下したと考えられる。

3.5.2 磁性粉量・磁力吸着力依存性

図 3.17 に、磁性粉量 40,45,50,60vol% の全試験片の 2 次モードにおける損失係数の磁力吸着力に対する変化を示す。この図から、(1) 損失係数にピーク値があること、(2) 磁性粉量の増加に伴って損失係数がピーク値となる磁力吸着力が大きくなること、および (3) 磁性粉量の増加に伴って損失係数のピーク値が低下すること、が見出される。

まず、損失係数がピーク値を有することについて検討する。図 3.18 に、すべり変位 $\ell(x)$ および摩擦抵抗力 F_R の磁力吸着力依存性を示す。磁力吸着力の増加に伴い摩擦抵抗力は単調に増加し、すべり変位は単調に減少する。この二つの量の積である摩擦損失 $F_R \times \ell(x)$ は、●印で示したように、磁力吸着力に対してピーク値を持っている。拘束型磁性制振材の損失係数は、この摩擦損失に大きく依存するために、同じように磁力吸着力に対してピーク値を持つものと考えられる。なお、磁性粉量 40% の試験片ではフル着磁においても磁力吸着力が低く、そのため損失係数はピーク値にまで達しなかったものと思う。

次に、損失係数がピーク値となる磁力吸着力が磁性粉量の増加とともに大きくなることについて検討する。図 3.11 に示した磁性ゴム層の摩擦係数の磁性粉量依存性から、摩擦係数は磁性粉量の増加に伴って単調に低下していることがわかる。次に、図 3.19.1～3.19.4 に磁性粉量 40,45,50,60vol% の各試験片について損失係数の摩擦抵抗力 F_R に対する変化を示す。この図から、損失係数がピーク値となる摩擦抵抗力は、磁性粉量によらずほぼ 2.9kPa で、ほとんど一定であるとみなせる。したがって、摩擦係数と磁力吸着力の積である摩擦抵抗力が一定であることから、磁性粉量の増加に伴って摩擦係数が低下するため、(損失係数がピーク値となる) 磁力吸着力は磁性粉量の増加に伴って大きくなることになる。

最後に、磁性粉量の増加に伴って損失係数のピーク値が低下することについて検討する。まず摩擦損失 L_{fs} について考えると、 L_{fs} は磁性ゴム層の摩擦抵抗力 F_R と滑り $\ell(x)$ の積で与えられるが、図 3.19.1~3.19.4 からわかるように損失係数がピーク値となる F_R は磁性粉量に依存しないでほぼ一定である。また図 3.20 に示すように滑り $\ell(x)$ も磁性粉量に依存しない。したがって、摩擦損失 L_{fs} は磁性粉量に依存せずほぼ一定とみなしてよい。次に磁性ゴム層の内部損失 $\eta_g P_2$ について考える。損失係数 η_g は、表 3.4 に示したように周波数 f の 2 次曲線 (上に凸) で与えられている。そして曲線の式からわかるように最大値は 2kHz 以上の範囲にあるため、その周波数まではいずれも単調に増加する曲線である。したがって、磁性粉量が 40% から 60% に増加するに伴って曲線の切片が 0.755 から 0.617 に低下していることから、磁性ゴム層の損失係数 η_g が磁性粉量の増加に伴って低下することがわかる。したがって、磁性ゴム層の内部損失 $\eta_g P_2$ は磁性粉量の増加に伴って小さくなる。以上の二つの点、つまり (1) 摩擦損失 L_{fs} は磁性粉量に依存せずほぼ一定であること、および (2) 磁性ゴム層の内部損失 $\eta_g P_2$ は磁性粉量の増加に伴って低下することから、拘束型磁性制振材の損失係数は磁性粉量の増加に伴って低下し、そのためピーク値も低下すると考えられる。

さて、損失係数のピーク値とそのときの磁力吸着力、およびフル着磁時の損失係数の値を表 3.12 に示す。この表から、拘束型磁性制振材の損失係数をできるだけ大きくするためには、磁性粉量をほぼ 45%、着磁率をほぼ 93% (実用的には 90% 以上) とすればよいことがわかる。

3.5.3 拘束層厚・基層厚依存性

図 3.21.1~3.21.4 および図 3.22 に、それぞれ基層厚 $H_1=2\text{mm}$ および $H_1=4\text{mm}$ のときについて、磁性ゴム層厚をパラメータとした拘束層厚に対する損失係数の変化を示す。 $H_1=2\text{mm}$ に対しては 2 次~5 次、 $H_1=4\text{mm}$ に対しては 2 次モードの結果を示す。図 3.21.1~3.21.4 から、2 次~5 次の各振動モードにおいてどの磁性ゴム層厚に対しても拘束層厚 H_3 が 1mm 付近、つまり基層厚 $H_1=2\text{mm}$ の 1/2 付近で損失係数がピーク値に達していることがわかる。図 3.22 においても、同様に拘束層厚 H_3 が 2mm 付近、つまり基層厚 $H_1=4\text{mm}$ の 1/2 付近で損失係数がピーク値に達している。 $H_1=4\text{mm}$ の他の振動モードでも同様の結果が得られた。

これらの結果から、拘束型磁性制振材を貼付した 3 層積層はりの損失係数は、拘束層厚が基層厚の 1/2 のときにほぼ最大になると言える。

次に、基層厚 H_1 が 2mm の場合と 4mm の場合について、同じ磁性ゴム層厚同士のピーク値を比較すると $H_1=4\text{mm}$ のときの損失係数は $H_1=2\text{mm}$ のときの損失係数の約 1/2 になっていることがわかる。

3.5.4 磁性ゴム層厚依存性

図 3.23.1～3.23.4 に、拘束層厚 $H_3=2\text{mm}$ の場合について、磁性ゴム層厚 H_2 に対する損失係数の変化を示す。なお、基層厚 H_1 は 2mm と 4mm である。この図から基層厚が 2mm と 4mm いずれの場合においても、損失係数は磁性ゴム層厚 H_2 が増すとともに大きくなり、 $H_2=4\text{mm}$ 付近のときピーク値に達していること、そして磁性ゴム層厚がそれ以上増しても損失係数はほぼ同じ値であるかあるいは低下していることがわかる。

図 3.24 に、摩擦抵抗力 F_R の磁性ゴム層厚 H_2 に対する変化を示す。この図から、基層厚によらず H_2 が増加するとともに F_R が大きくなり、 $H_2=3\text{mm}\sim 4\text{mm}$ のとき F_R がほぼ最大になっていることがわかる。拘束型磁性制振材は摩擦損失が大きく影響するから、この磁性ゴム層厚に対する摩擦抵抗力の特性によって H_2 が 4mm 付近で損失係数 η がピーク値に達したものと考えられる。

以上の点から、磁性ゴム層厚 $H_2=4\text{mm}$ 付近（実用的には $3\text{mm}\sim 5\text{mm}$ ）で損失係数が最大になるといえる。

3.6 拘束型磁性制振材の設計指針

3.6.1 実用的な最適設計値

以上の結果を総合すると、拘束層厚を基層厚の約 $1/2$ 、磁性ゴム層厚を $3\text{mm}\sim 5\text{mm}$ とし、磁性粉量を 45% 、着磁率を 90% 以上（このときの磁力吸着力は 8kPa 前後）とすれば、拘束型磁性制振材を貼付した 3 層はりの損失係数がほぼ最大となる。この結果は 2 次～5 次の振動モードで共通している。ただし、同結果は基層厚は $2\sim 4\text{mm}$ の範囲で適用される。なお、このときの損失係数の値は、基層厚 $H_1=2\text{mm}$ のとき $0.35\sim 0.40$ 、 $H_1=4\text{mm}$ のとき $0.18\sim 0.23$ （いずれも 2 次振動モードの値）である。

3.6.2 設計曲線

本章における検討により、表 3.2 に示す試料の損失係数の計算値および実験値が明らかになった。表 3.2 の試料は、実用上必要な材料設計値のほとんどの範囲を満たしており、本実験データは、実用の材料設計に十分に寄与するものと思う。しかしながら効率的な材料設計のためにはこうしたデータを整理し、設計者が利用しやすい形で提供する必要がある。その試みのひとつとして、図 3.25 に示す設計曲線を作成した。図 3.25 は磁性ゴム層と拘束層厚をパラメータにとった設計曲線の例であり、目標とする損失係数 η を得るために必要な磁性ゴム層厚、基層厚の値の組み合わせを図示したものである。図では $\eta=0.2, 0.3, 0.35$ の例を示している。例えば、磁性ゴム層 3mm で $\eta=0.3$ の材料を設計したい場合は、拘束層厚は約 0.4mm あるいは 2.2mm とすればよいことを示している。そして、磁性ゴム層 5mm 、基層厚 4mm で

損失係数は最高値 0.36 となることを示している。

3.7 従来の拘束型制振材との制振特性の比較

図 3.26 に標準試料 (磁性粉量 45vol%, 基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 拘束層厚 $H_3=2\text{mm}$, 磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$) を基層に磁力吸着させたときと接着したときの内部損失および摩擦損失の計算値を示す。接着した試料では、制振性能は全部内部損失に依存し、損失係数の値は約 0.28 である。一方、拘束型磁性制振材では、制振性能に対する摩擦損失の寄与が大きく、フル着磁の場合、摩擦損失と内部損失の比が約 3:2 となる。そして、損失係数は、フル着磁の場合、接着した試料よりやや高く、約 0.32 の値となった。また、拘束型磁性制振材では、磁力吸着力の低下に伴い内部損失の割合がさらに低下し、摩擦損失の割合が増加する。そして、磁力吸着力が最大値よりやや小さくなり損失係数が最大値 0.33 を示すときの内部損失と摩擦損失の比は約 2:1 となっている。この比率は磁性粉量が 40, 50, 60vol% の各試料においてもほぼ同様の値を示している。

図 3.27 に、磁性ゴム層を基層に接着した試料に関し、基層厚 $H_1=2\text{mm}$ のときについて、磁性ゴム層厚をパラメータとした拘束層厚に対する 2 次モードの損失係数の変化を示す。この図からわかるように、接着した試料では拘束層厚が 2mm のときピーク値が認められた。その他の試料においても同様の傾向が認められた。この図 3.27 と図 3.21.1~3.21.4 とを比較するとわかるように、磁力により吸着させた試料、つまり拘束型磁性制振材は、接着した試料より薄い拘束層厚で損失係数がピーク値に達することがわかる。この理由は、次のように考えられる。表 3.8 からわかるようにせん断ひずみ比は拘束層厚が薄くなるとともに小さくなり、磁性ゴム層のすべり変位が大きくなる。前述のように拘束型磁性制振材の制振性能が大きく依存する摩擦損失はこのすべり変位に起因するため、拘束層厚が薄いところで損失係数がピーク値に達する。また、拘束層が薄い方が損失係数の値が大きいことは、拘束型磁性制振材の軽量化や柔軟な施工に有利に働くものと思われる。

図 3.28 に、磁性ゴム層を基層に接着した試料について、磁性ゴム層厚 H_2 を変化させたときの 2 次モードの損失係数の変化を示す。基層厚 H_1 は 2mm と 4mm, 拘束層厚 H_3 は 2mm である。この図からわかるように、接着した試料の損失係数は、磁性ゴム層厚の増加に対してほぼ単調な増加傾向がある。これは、図 3.23.1~3.23.4 のように、磁性ゴム層厚が増すとともに損失係数が増加するが、約 3mm 以上の厚さになると低下傾向を示す拘束型磁性制振材とは異なる。これは、次のように考えられる。接着した試料では、磁性ゴム層のせん断ひずみエネルギーに依存する内部損失が磁性ゴム層厚の増加に伴って一様に増加する。これに対して、拘束型磁性制振材では、図 3.24 に示すように磁性ゴム層厚が 3mm~4mm 近辺で摩擦抵抗力が最大になり、それ以上の厚さになると低下するため摩擦損失の増加傾向が収束するためであると考えられる。以上のように、従来の接着施工する拘束型制振材では磁性ゴム

層は厚いほど損失係数が高くなるが、拘束型磁性制振材では、わりあい薄い最適な磁性ゴム層厚（この例では、3~4mm）があり、際立った差異を示している。

3.8 結 言

拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性を明らかにするために、3層積層はりを対象として摩擦損失を考慮した曲げ弾性振動解析手法を提案し、理論解析を行うとともに、3層積層はりの損失係数の計算式を導出した。そして、提案した理論解析に基づく損失係数の計算値を共振法による実験値と比較検討し、検証を行った。さらに、その結果に基づいて損失係数の磁性粉量、磁力吸着力、拘束層・磁性ゴム層・基層の厚さに対する依存性について理論計算および実験の両面から検討し、拘束型磁性制振材の損失係数の特徴を明らかにした。得られたおもな結果は次の通りである。

1. 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動方程式を、摩擦損失を考慮して非保存系に拡張したハミルトンの原理を用いて導出した。そして、摩擦損失を損失エネルギーの等しい粘性減衰に置き換えて曲げ弾性振動方程式を解いた。
2. 得られた弾性振動解を用い、磁性ゴム層と基層間に発生する摩擦損失を考慮した損失係数の計算式を導出した。
3. 提案した3層積層はりの曲げ弾性振動解析手法は、基層厚と拘束層厚の和が7mm未満（拘束型磁性制振材の長さ L の0.03倍未満）、磁性ゴム層厚1mm~6mmの範囲で有効であり、拘束型磁性制振材の損失係数の予測計算が可能である。
4. 拘束型磁性制振材の損失係数には次の特徴がある。
 - (a) 損失係数が最大となる磁力吸着力があり、磁性粉量の増加に伴ってこの値は大きくなる。
 - (b) 損失係数が最大となる拘束層厚があり、その値は基層厚の約1/2である。
 - (c) 損失係数は、磁性ゴム層厚が3mmくらいまでは急激に増加するが、4mm以降ではやや漸減傾向を示す。
 - (d) 拘束層厚を基層厚の約1/2、磁性ゴム層厚を3mm~5mmとし、磁性粉量を45%、着磁率を90%以上（このときの磁力吸着力は8kPa前後）とすれば、拘束型磁性制振材を貼付した3層はりの損失係数がほぼ最大となる。なお、このときの損失係数の値は、基層厚 $H_1 = 2\text{mm}$ のとき0.35~0.40、 $H_1 = 4\text{mm}$ のとき0.18~0.23（いずれも2次振動モードの値）である。
5. 最適磁性粉量45vol%の拘束型磁性制振材を用いて、磁性ゴム層を基層に磁力で吸着させた試料と接着した試料の制振性能を比較検討した結果、拘束型磁性制振材について以下の特徴が明らかになった。
 - (a) 拘束型磁性制振材の損失係数は、接着した試料に比較して若干高い。

- (b) 摩擦損失と内部損失の比は、フル着磁の場合約 3:2, 損失係数が最大となるとき約 2:1 である.
- (c) 接着施工する拘束型制振材より拘束層厚および磁性ゴム層厚が薄い範囲で損失係数がピーク値に達する.

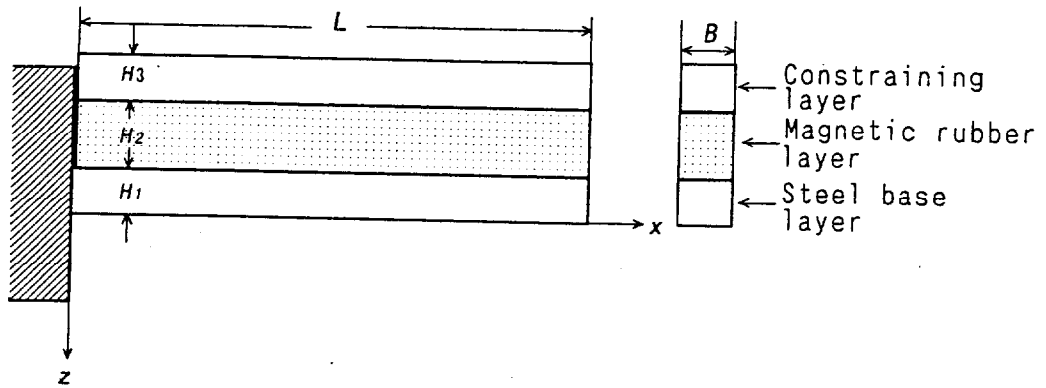


Fig.3.1 A magnetic rubber damper attracted on a strip of steel plate

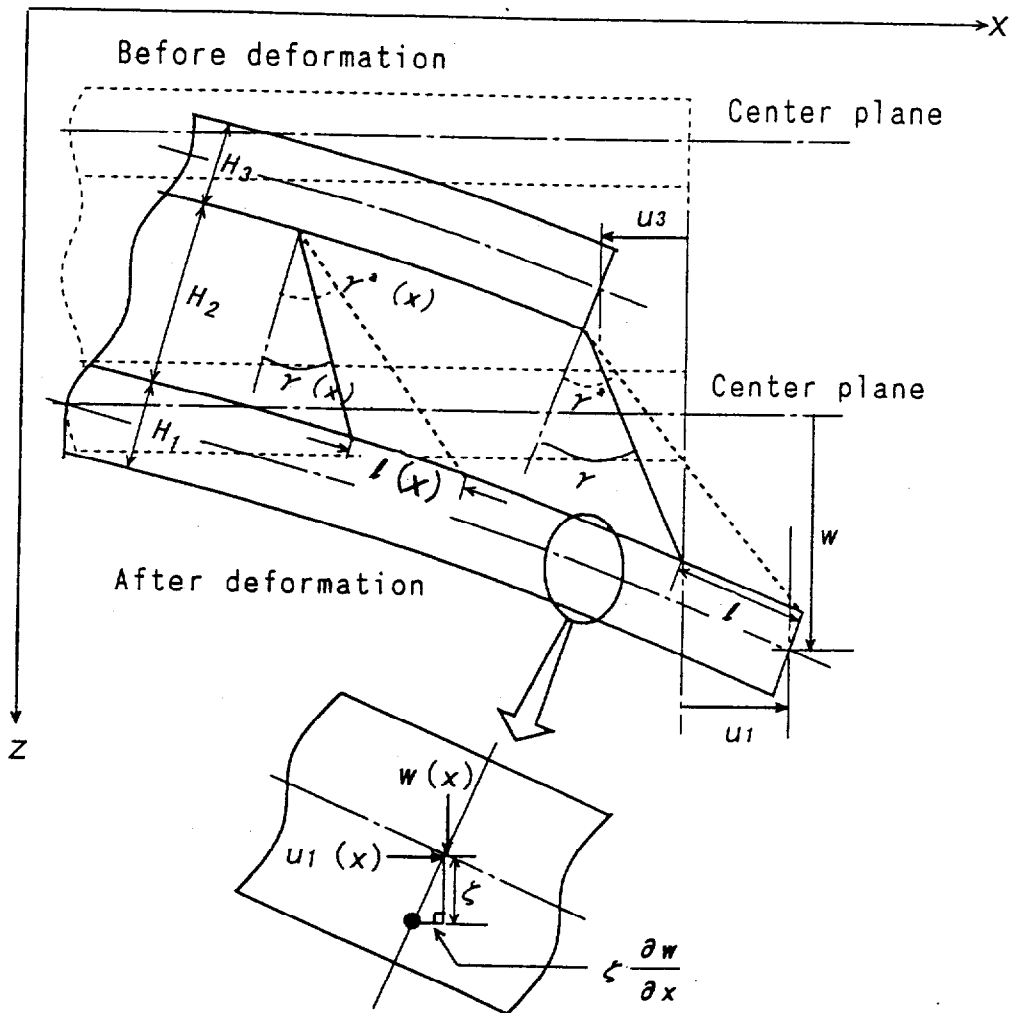


Fig.3.2 The deformation of a magnetic rubber damper with a constraining layer

Table 3.1(a) Values of g and Y used for calculation

H_3 mm	$H_1 = 2\text{mm}$						
	g						Y
	H_2						H_2
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm	1~6 mm
0.3	29.195	14.605	9.745	7.318	5.856	4.881	24.374×10^3
0.5	19.053	9.541	6.361	4.775	3.821	3.183	36.923×10^3
0.8	13.337	6.675	4.456	3.343	2.677	2.226	50.349×10^3
1	11.432	5.719	3.821	2.869	2.295	1.913	55.556×10^3
2	7.637	3.823	2.549	1.916	1.532	1.276	46.875×10^3
3	6.385	3.195	2.130	1.598	1.278	1.067	25.714×10^3
4	5.795	2.894	1.928	1.448	1.158	0.967	13.889×10^3
5	5.432	2.721	1.818	1.360	1.087	0.908	8.056×10^3

H_3 mm	$H_1 = 4\text{mm}$						
	g						Y
	H_2						H_2
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm	1~6 mm
0.3	27.628	13.844	9.236	6.925	5.535	4.608	3.269×10^3
0.5	17.353	8.696	5.801	4.305	3.477	2.894	5.198×10^3
0.8	11.575	5.801	3.870	2.902	2.319	1.931	7.750×10^3
1	9.652	4.837	3.227	2.419	1.934	1.610	9.231×10^3
2	5.799	2.906	1.939	1.454	1.162	0.967	13.889×10^3
3	4.528	2.270	1.514	1.135	0.907	0.755	14.129×10^3
4	3.893	1.952	1.302	0.976	0.780	0.649	11.719×10^3
5	3.520	1.765	1.178	0.883	0.706	0.587	8.818×10^3

H_3 mm	$H_2 = 3\text{mm}$							
	g				$Y \times 10^3$			
	H_1				H_1			
	2 mm	4 mm	8 mm	16 mm	2 mm	4 mm	8 mm	16mm
0.5	6.361	5.799	5.764	5.837	36.923	5.198	0.689	0.089
0.8	4.456	3.878	3.729	3.714	50.439	7.750	1.604	0.139
1	3.823	3.235	3.051	3.007	55.556	6.231	1.300	0.172
2	2.549	1.938	1.695	1.592	46.875	13.889	2.308	0.325
3	2.130	1.513	1.243	1.120	25.714	14.129	3.036	0.460
4	1.928	1.297	1.017	0.884	13.889	11.719	3.472	0.577
5	1.818	1.172	0.881	0.743	8.056	8.818	3.623	0.677
6	1.732	1.085	0.791	0.649	5.022	6.429	3.532	0.759
8	1.624	0.976	0.678	0.531	2.308	3.472	2.930	0.868
10	1.559	0.911	0.610	0.460	1.240	2.014	2.205	0.906

Table 3.1(b) Values of g and Y used for calculation

Mode	g				Y
	Ferrite content V vol%				F.c. V vol%
	40	45	50	60	40~60
1st	1.777	2.549	3.647	7.886	46.875×10^3
2nd	1.843	2.656	3.808	8.163	46.875×10^3
3rd	1.930	2.768	3.977	8.458	46.875×10^3
4th	2.018	2.839	4.108	8.748	46.875×10^3

Table 3.1(c) Values of p used for calculation ($\times 10^{-3}$)

H_3	$H_1 = 2 \text{ mm}$					
	H_2					
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm
0.3	0.074	0.266	0.583	1.029	1.603	2.306
0.5	0.081	0.272	0.588	1.032	1.605	2.307
0.8	0.092	0.282	0.595	1.037	1.608	2.309
1	0.100	0.289	0.600	1.040	1.610	2.310
2	0.144	0.324	0.625	1.056	1.620	2.316
3	0.196	0.361	0.650	1.073	1.630	2.322
4	0.256	0.400	0.676	1.089	1.640	2.328
5	0.324	0.441	0.702	1.106	1.650	2.334
H_3	$H_1 = 4 \text{ mm}$					
	H_2					
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm
0.3	0.159	0.497	0.970	1.566	2.284	3.124
0.5	0.169	0.506	0.977	1.570	2.286	3.126
0.8	0.185	0.520	0.986	1.576	2.290	3.128
1	0.196	0.529	0.992	1.580	2.292	3.129
2	0.256	0.576	1.024	1.600	2.304	3.136
3	0.324	0.625	1.056	1.620	2.316	3.143
4	0.400	0.676	1.089	1.640	2.328	3.150
5	0.484	0.729	1.122	1.661	2.340	3.157

Table 3.1(d) Values of p used for calculation ($\times 10^{-3}$)

H_3 mm	$H_2 = 3\text{mm}$				H_2 mm	$H_3 = 2\text{mm}$			
	H_1					H_1			
	2 mm	4 mm	8 mm	16 mm		2 mm	4 mm	8 mm	16 mm
0.5	0.289	0.812	1.785	4.241	-	-	-	-	-
0.8	0.310	0.829	1.798	4.251	-	-	-	-	-
1	0.324	0.841	1.806	4.258	1	0.144	0.256	0.576	1.600
2	0.400	0.900	1.849	4.290	2	0.256	0.400	0.784	1.936
3	0.484	0.961	1.892	4.323	3	0.400	0.576	1.024	2.304
4	0.576	1.024	1.936	4.356	4	0.576	0.784	1.296	2.704
5	0.676	1.089	1.980	4.389	5	0.784	1.024	1.600	3.136
6	0.784	1.156	2.025	4.422	6	1.024	1.296	1.936	3.600
8	1.024	1.296	2.116	4.489	-	-	-	-	-
10	1.296	1.444	2.209	4.556	-	-	-	-	-

Table 3.2 The sizes of tested specimen

	H_1 mm	H_2 mm	H_3 mm	V vol %	F_M kPa
MRDC	2	3	2	40	3.9~7.8
				45	2.5~8.3
				50	4.3~11.8
				60	4.3~17.2
	2~16 ^(a)	1~6 ^(b)	0~10 ^(c)	45	8.3

(a) H_1 : 2, 4, 8, 16mm(b) H_2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6mm(c) H_3 : 0, 0.3, 0.5, 0.8, 1, 1.2, 1.6, 2, 2.3, 3, 4, 5, 6, 8, 10mm

Table 3.3 The fundamental properties of each layer

Layer	1: Steel base 3: Constraining	2: Magnetic rubber
Material	SS400 steel	Butyl rubber
Young's modulus E	206 GPa	-
Density ρ /	$7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$2.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Table 3.4 The shear modulus and loss factors of magnetic rubber

	V vol%	Experimental equation (f :Hz)
G_2 MPa	40	$16.8 + 2.30 \times 10^{-3} f - 4.22 \times 10^{-7} f^2$
	45	$25.8 + 2.14 \times 10^{-3} f - 4.64 \times 10^{-7} f^2$
	50	$34.6 + 4.73 \times 10^{-3} f - 8.77 \times 10^{-7} f^2$
	60	$73.7 + 7.97 \times 10^{-3} f - 13.3 \times 10^{-7} f^2$
η_g	40	$0.755 + 9.49 \times 10^{-5} f - 2.12 \times 10^{-8} f^2$
	45	$0.724 + 7.17 \times 10^{-5} f - 1.46 \times 10^{-8} f^2$
	50	$0.676 + 5.36 \times 10^{-5} f - 1.47 \times 10^{-8} f^2$
	60	$0.617 + 4.99 \times 10^{-5} f - 0.88 \times 10^{-8} f^2$

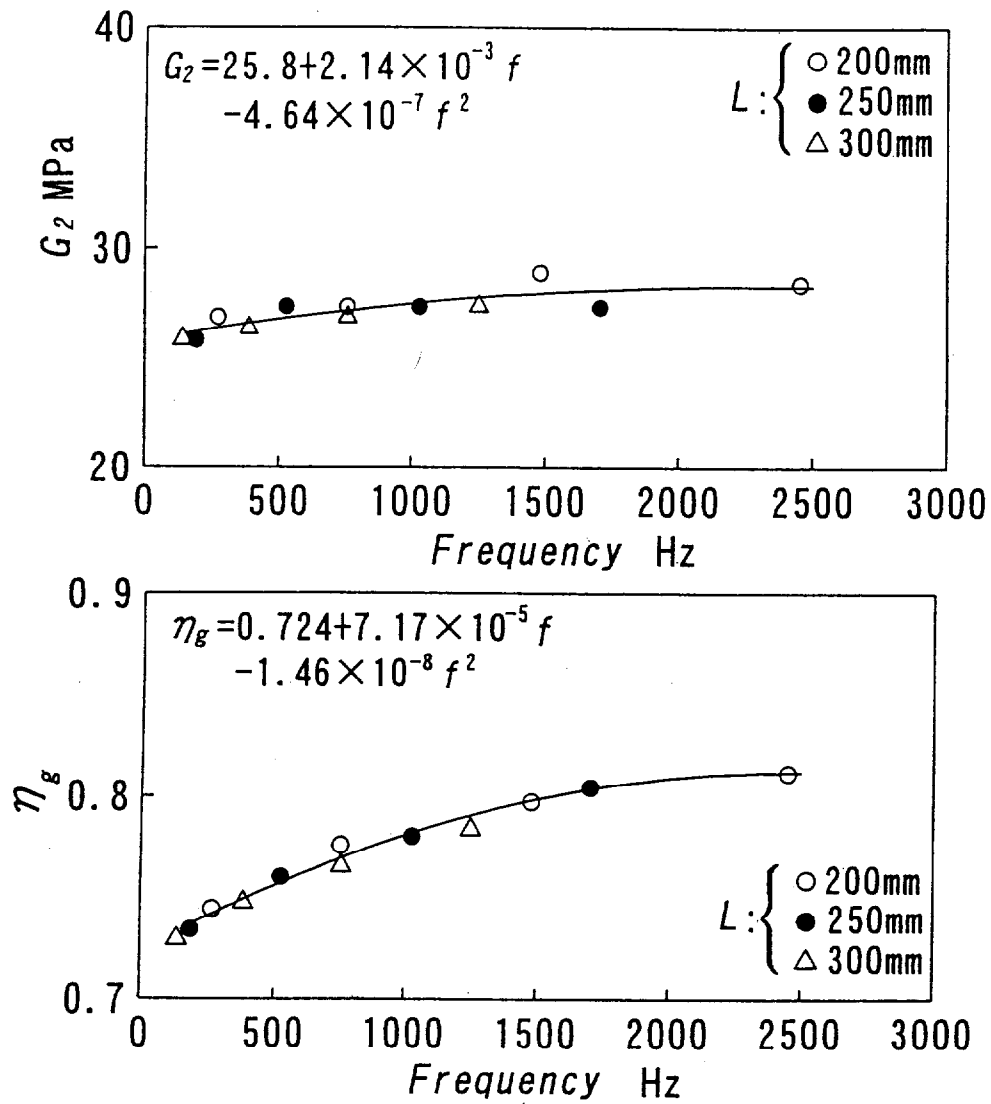


Fig.3.3 The shear modulus and loss factor of magnetic rubber

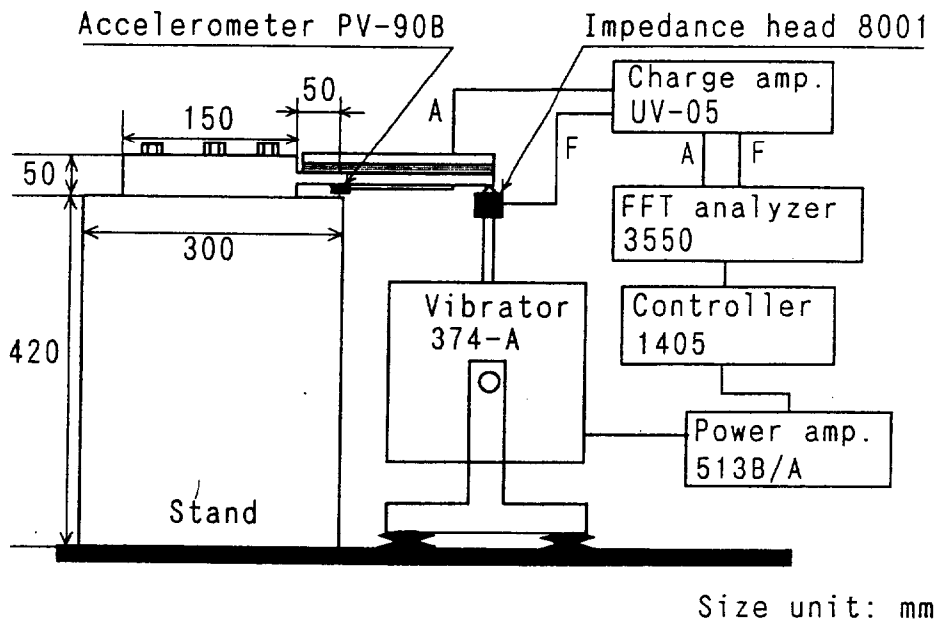


Fig.3.4 The experimental setup to measure loss factor

Table 3.5 Instruments for measurement of loss factor

Vibrator	EMIC 513B/A, 374-A frequency range: 3~13kHz max. force: 196N max. acceleration: 100m/s ² max. displacement: 167mm
Accelerometer	RION PV-90B sensitivity: 0.15pC/(ms ²) frequency range: 1~25kHz size: 10×6mm weight: 1.2g
Impedance head	B&K 8001 sensitivity: 342pC/N frequency range: DC~10kHz weight 31g
Charge amp.	RION UV-05 max. input electric charge: 10 ⁵ pC frequency range: 0.5~30kHz
FFT analyzer	B&K 3550 frequency range: DC~25kHz frequency resolution: 1/800 of range sampling: 2.56 times of frequency

Table 3.6 Loss factor of a steel beam with and without connecting an exciter

Mode	without		with	
	Freq. Hz	Loss factor $\times 10^3$	Freq. Hz	Loss factor $\times 10^3$
2nd	160	4.4	169	7.9
3rd	444	2.7	478	5.1
4th	900	1.5	933	10.2
5th	1480	2.1	1511	5.5

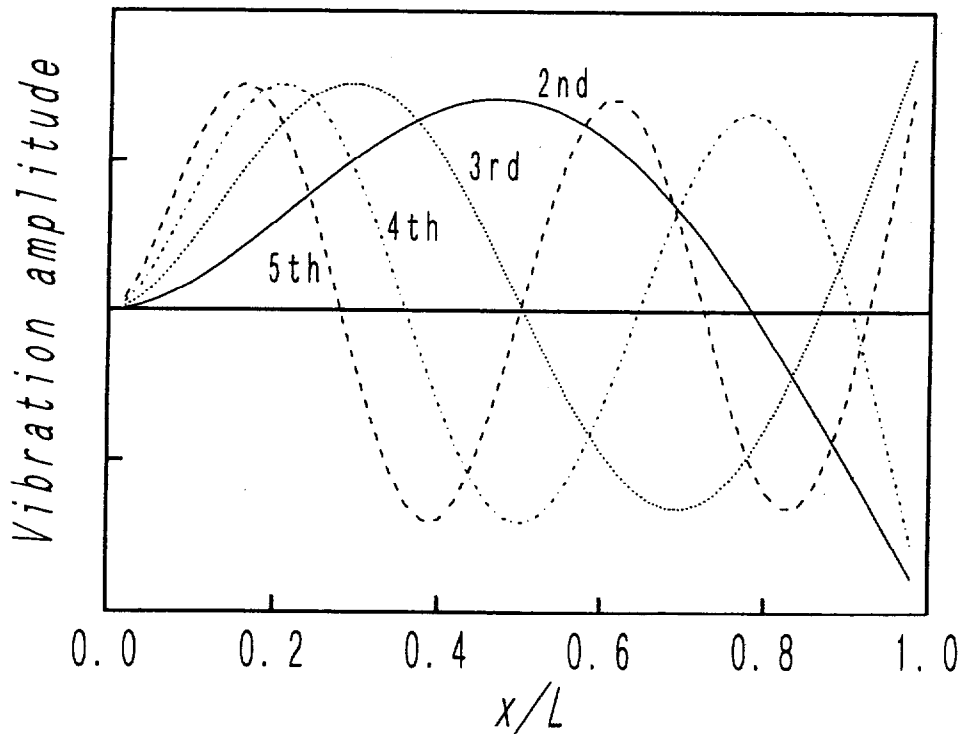


Fig.3.5 The mode shapes of flexural vibration of beam

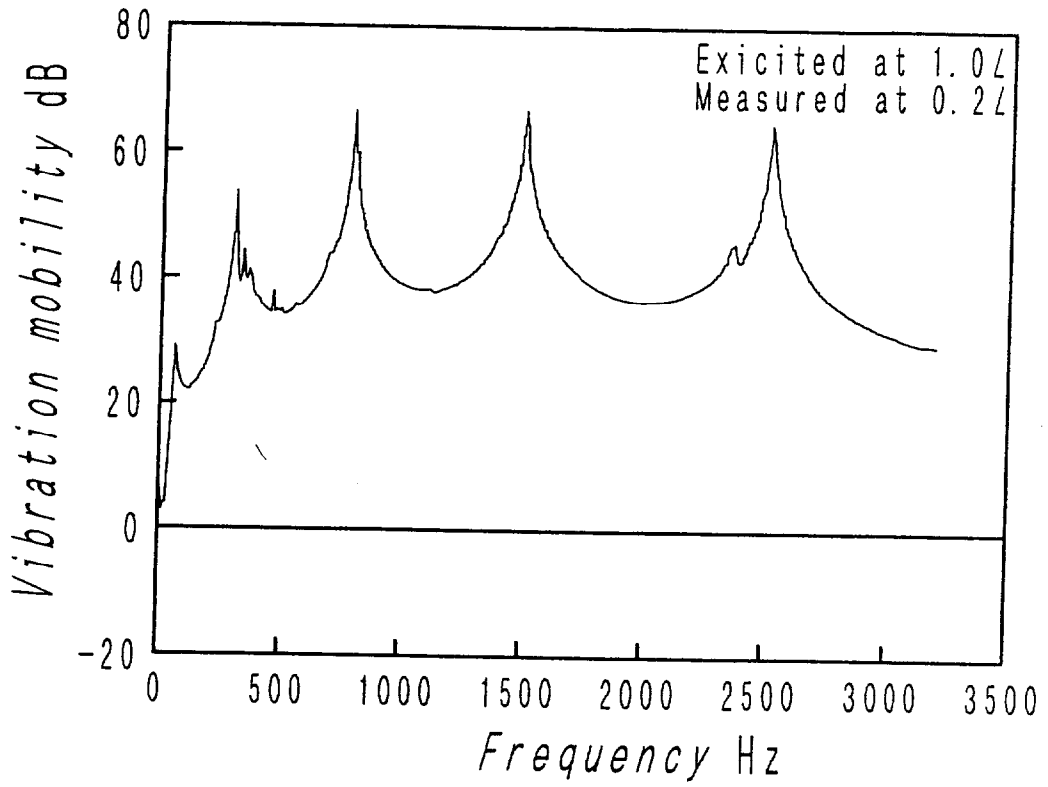


Fig.3.6.1 The vibration mobility of steel beam at 0.2L

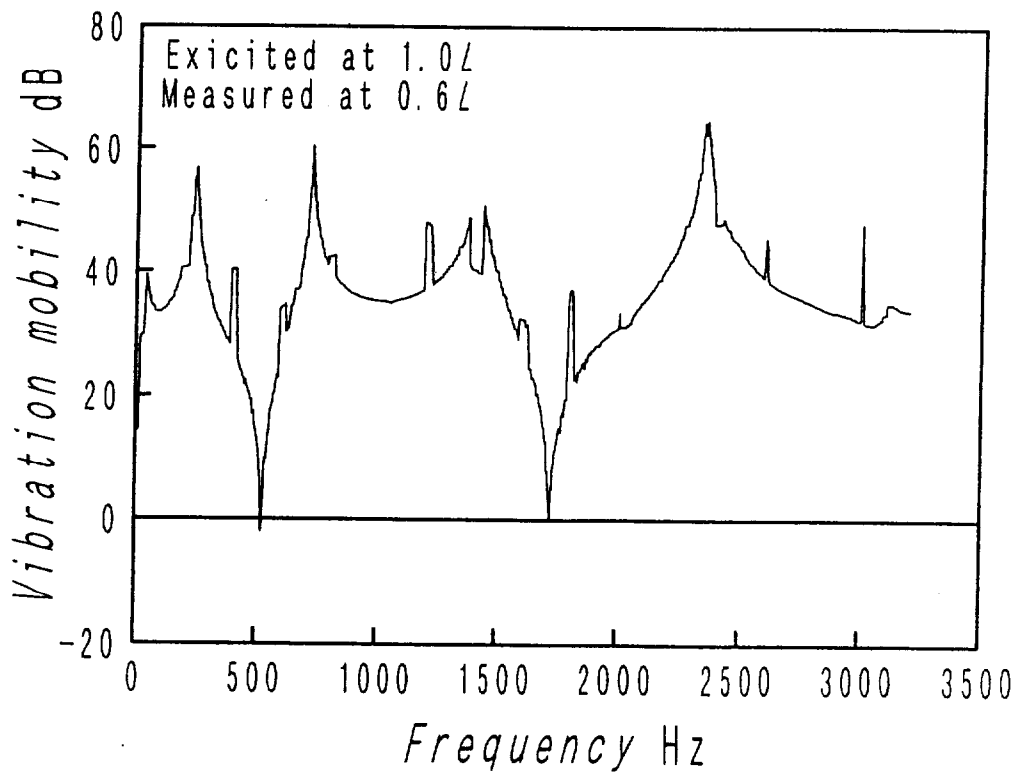


Fig.3.6.2 The vibration mobility of steel beam at 0.6L

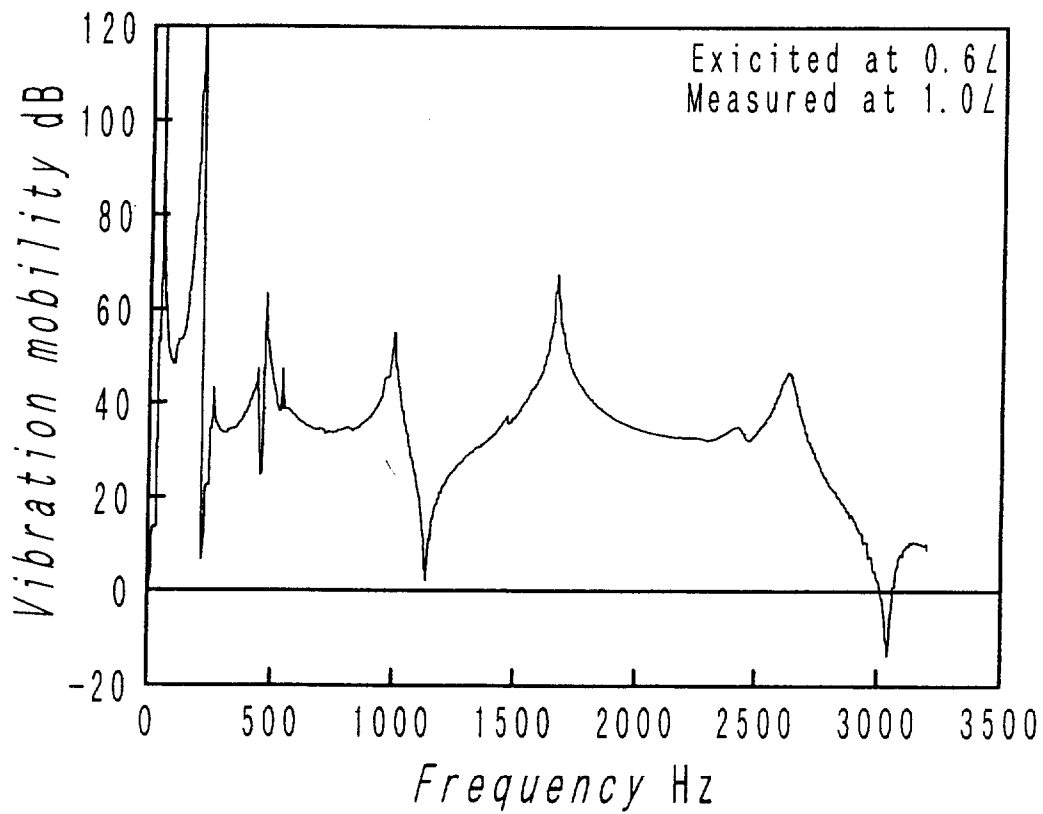


Fig.3.6.3 The vibration mobility of steel beam at 1.0L

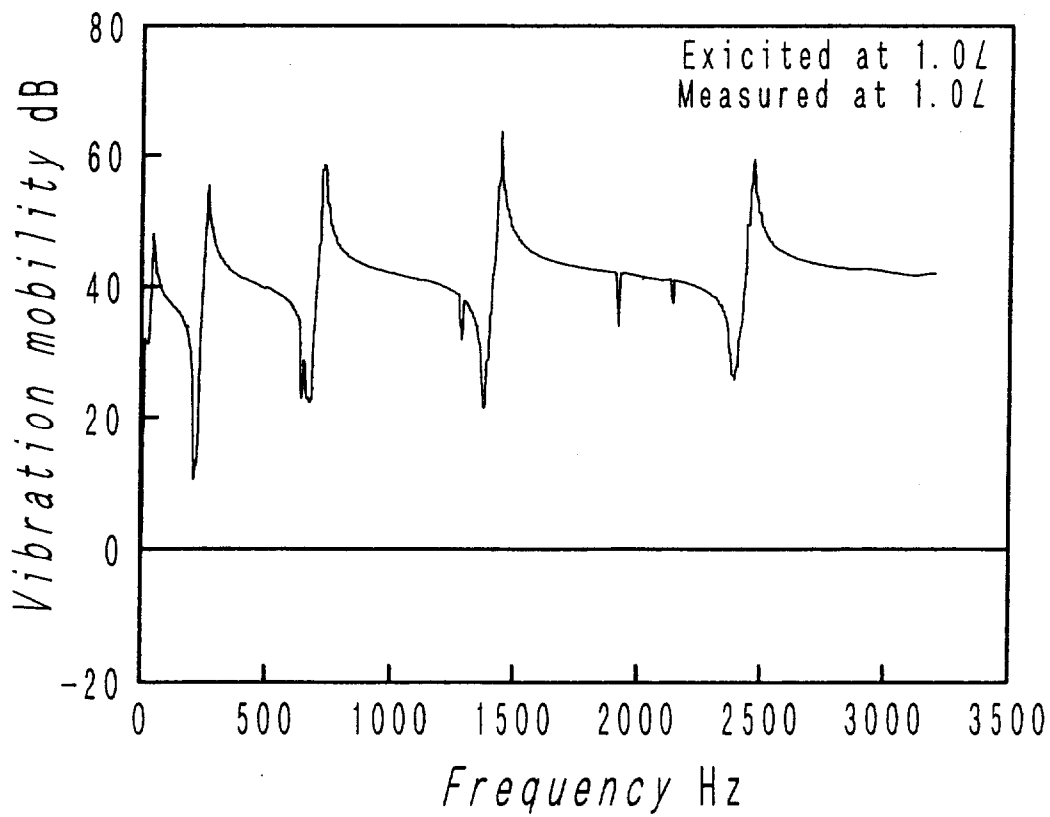


Fig.3.6.4 The vibration mobility of steel beam at 1.0L

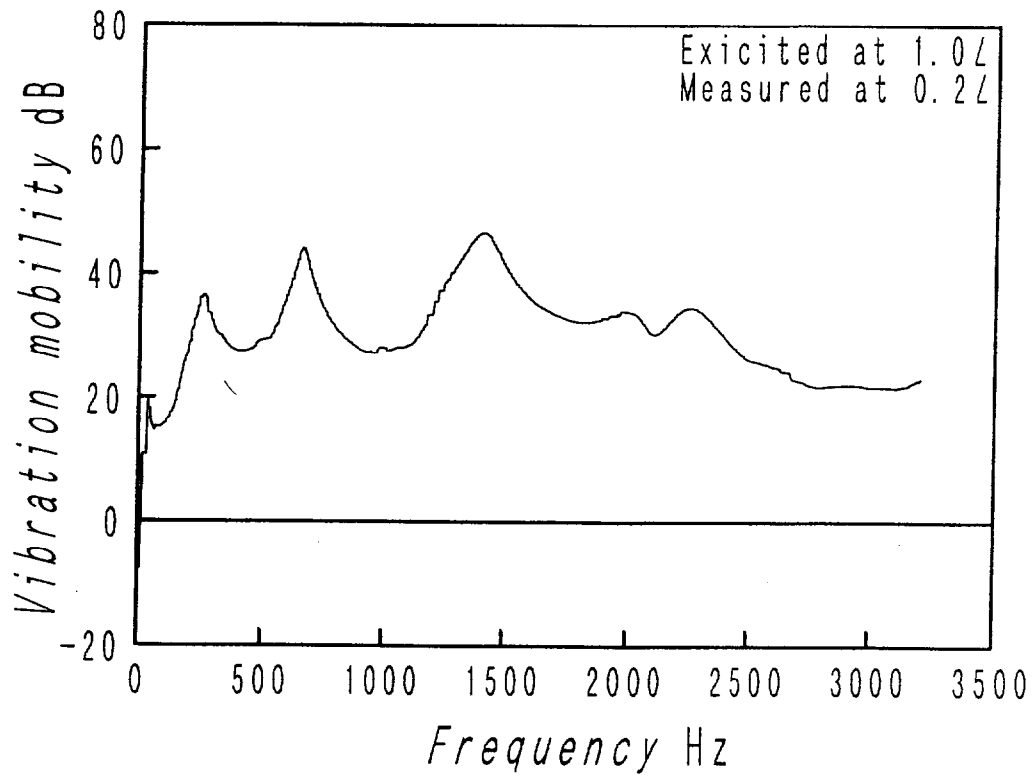


Fig.3.7.1 The vibration mobility of steel beam with MRDC

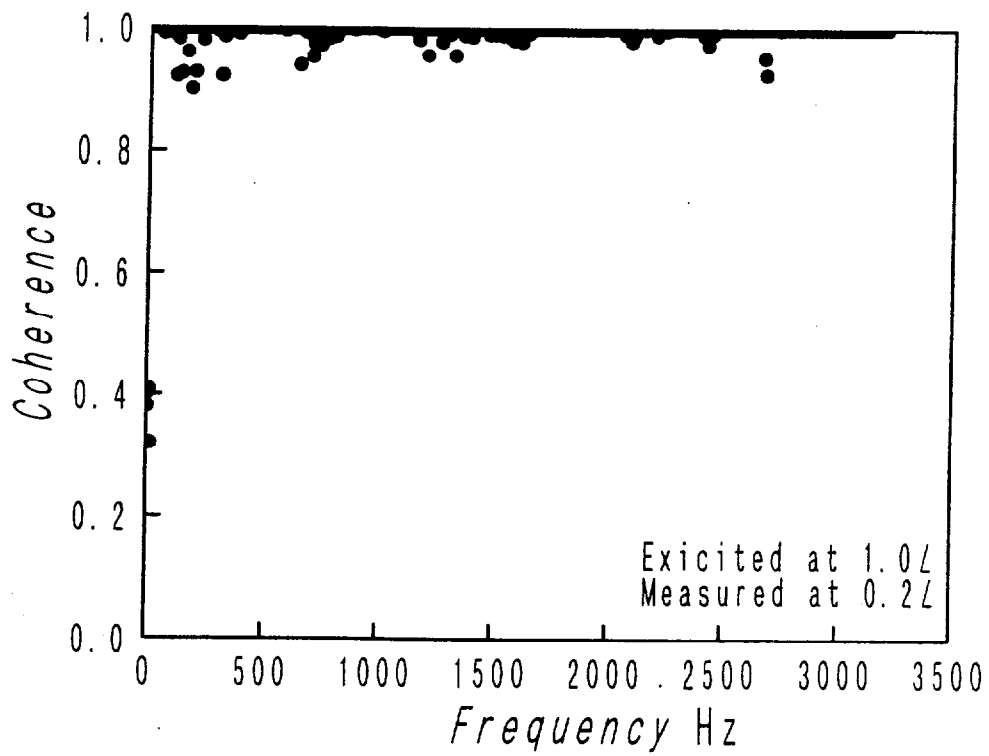


Fig.3.7.2 The coherence of steel beam with MRDC

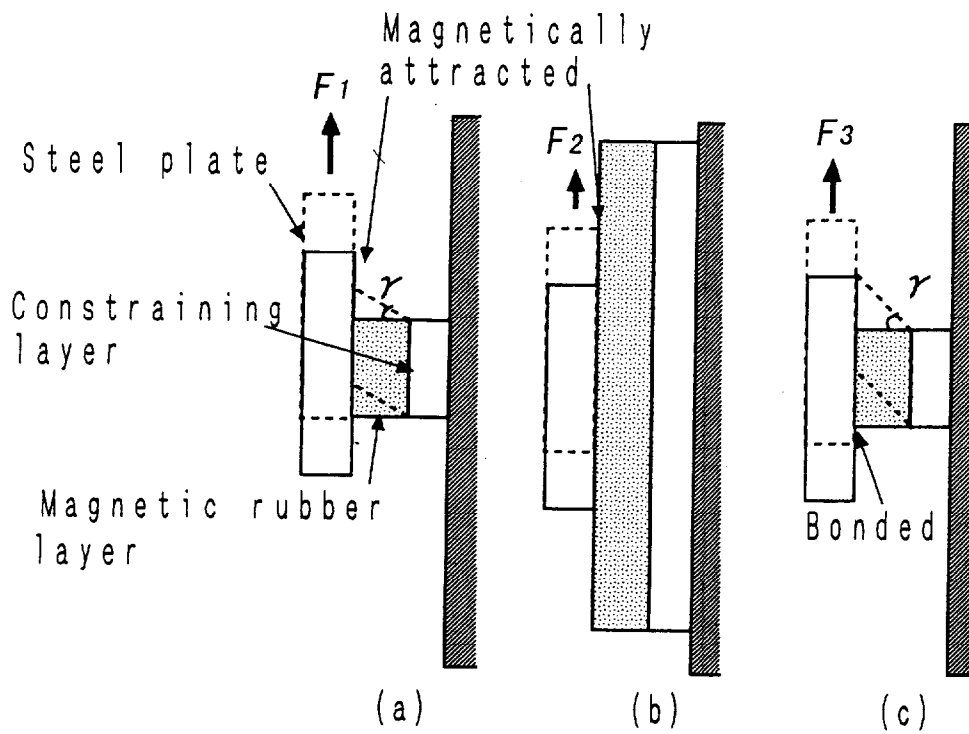


Fig.3.8 The specimens to measure frictional coefficient and shear strain ratio

Table 3.7 The sizes of specimen for friction test

Layer	Steel base	Magnetic rubber	Constraining
-(a)	20mm×20mm	10mm×10mm	
Fig.4-(b)		40mm×40mm	
-(c)		10mm×10mm	

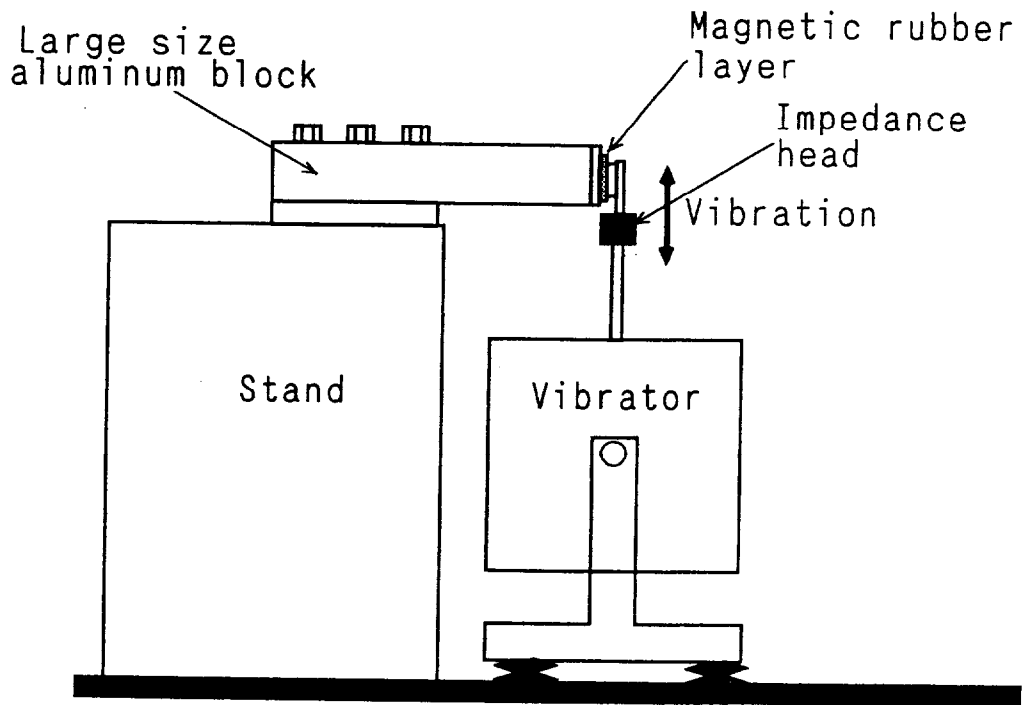


Fig.3.9 The experimental apparatus to measure friction coefficient and shear strain ratio

Table 3.8 Measured shear strain ratio

H_3 mm	$H_1 = 2$ mm					
	H_2					
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm
0.1	0.314	0.367	0.427	0.440	0.451	0.436
0.3	0.416	0.522	0.516	0.535	0.520	0.515
0.5	0.436	0.542	0.576	0.585	0.556	0.541
0.8	0.439	0.549	0.675	0.656	0.621	0.581
1	0.440	0.550	0.670	0.653	0.623	0.588
2	0.427	0.547	0.660	0.658	0.626	0.584
3	0.432	0.542	0.650	0.656	0.623	0.591
4	0.444	0.553	0.656	0.650	0.629	0.593
5	0.437	0.556	0.669	0.649	0.618	0.584
10	0.435	0.547	0.664	0.648	0.623	0.598

H_3 mm	$H_1 = 4$ mm					
	H_2					
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm
0.1	0.325	0.383	0.449	0.464	0.476	0.460
0.3	0.437	0.554	0.548	0.569	0.552	0.546
0.5	0.460	0.576	0.614	0.624	0.591	0.575
0.8	0.463	0.584	0.717	0.702	0.663	0.620
1	0.464	0.585	0.717	0.699	0.666	0.627
2	0.449	0.582	0.708	0.705	0.669	0.623
3	0.455	0.577	0.702	0.702	0.666	0.630
4	0.469	0.588	0.712	0.696	0.672	0.633
5	0.461	0.591	0.717	0.695	0.660	0.623
10	0.458	0.582	0.711	0.693	0.666	0.638

H_1 mm	$H_2 = 3$ mm		H_2 mm	$H_3 = 2$ mm
	H_1			H_1
	8 mm	16 mm		8~16mm
0.1	0.416	0.381	1	0.583
0.3	0.531	0.504	2	0.642
0.5	0.634	0.588	3	0.694
0.8	0.675	0.664	4	0.683
1	0.703	0.684	5	0.686
2	0.671	0.640	6	0.686
3	0.664	0.634	-	-
4	0.652	0.629	-	-
5	0.656	0.642	-	-
10	0.664	0.656	-	-

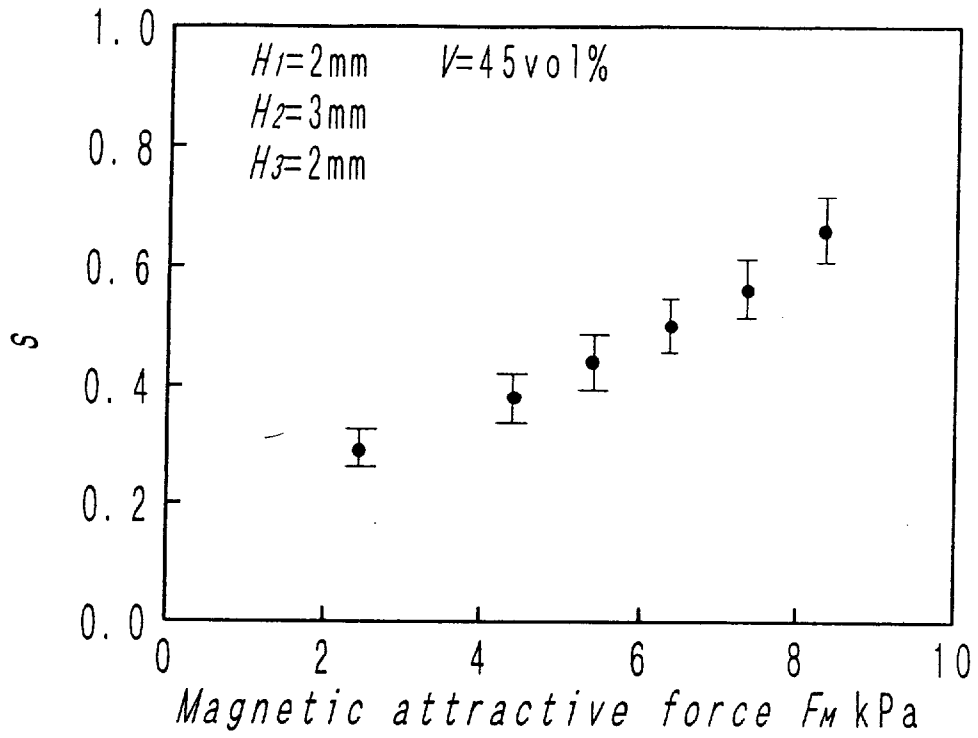


Fig.3.10 Shear strain ratio against magnetic attractive force, F_M

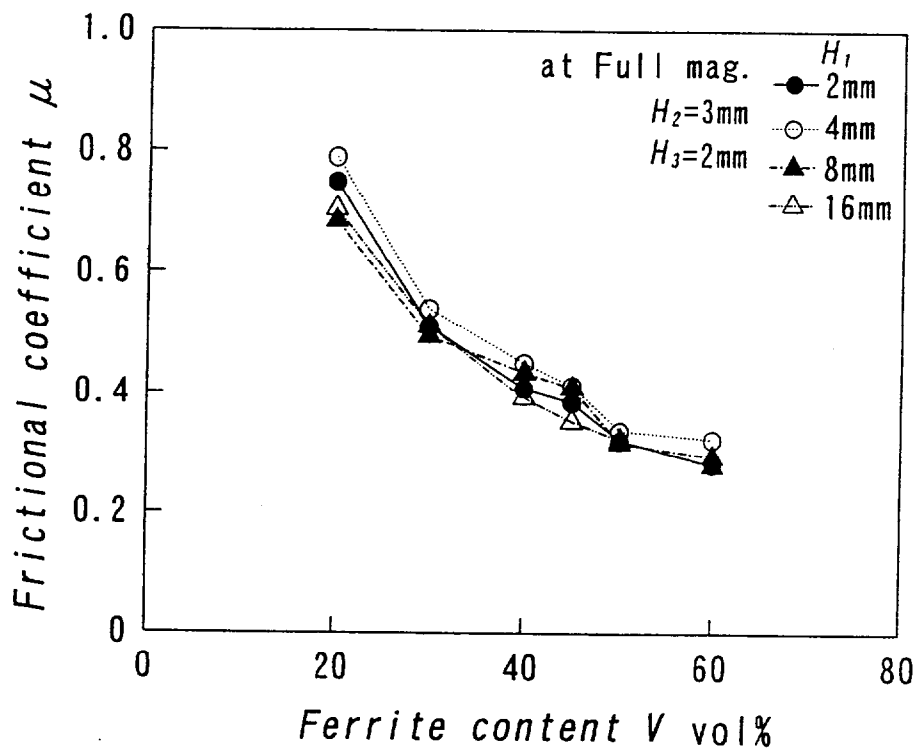


Fig.3.11 Frictional coefficient vs. ferrite content

Table 3.9.1 Natural frequencies (No.1)

Mode	$H_1=2\text{mm}$				$H_1=4\text{mm}$			
	$H_2=3\text{mm}$							
	H_3 mm	Mea. Hz	Cal. Hz	Err. Hz	H_3 mm	Mea. Hz	Cal. Hz	Err. Hz
2nd	0.5	145	146	-0.5	0.5	225	232	-3.0
	0.8	150	154	-2.3	0.8	245	237	3.3
	1	155	154	0.4	1	251	230	8.6
	2	157	167	-6.3	2	240	239	0.6
	3	172	179	-3.9	3	266	266	-0.2
	4	208	213	-2.3	4	272	288	-5.9
	5	276	246	11.0	5	292	324	-11.0
	6	280	287	-2.4	6	311	365	-17.3
	8	250	375	-50.2	8	305	463	-51.9
	10	260	464	-78.4	10	356	572	-60.6
3rd	0.5	390	370	5.2	0.5	672	635	5.5
	0.8	415	395	4.9	0.8	703	656	6.7
	1	411	401	2.5	1	705	643	8.7
	2	482	466	3.3	2	748	693	7.4
	3	525	514	2.0	3	755	799	-5.8
	4	692	637	8.0	4	782	903	-15.5
	5	832	762	8.4	5	848	1035	-22.0
	6	725	924	-27.5	6	811	1205	-48.6
	8	708	1300	-83.7	8	758	1624	-114.2
	10	712	1718	-141.3	10	838	2118	-152.8
4th	0.5	748	760	-1.6	0.5	1356	1305	3.8
	0.8	840	806	4.1	0.8	1400	1341	4.2
	1	784	815	-3.9	1	1484	1316	11.3
	2	845	853	-1.0	2	1528	1397	8.5
	3	1052	1013	3.7	3	1732	1589	8.2
	4	1358	1240	8.7	4	1725	1762	-2.1
	5	1400	1454	-3.8	5	1736	2029	-16.9
	6	1520	1737	-14.3	6	1821	2313	-27.0
	8	1570	2380	-51.6	8	1842	3049	-65.5
	10	1590	3071	-93.1	10	1892	3900	-106.2
5th	0.5	1350	1335	1.1	0.5	2250	2180	3.1
	0.8	1336	1412	-5.7	0.8	2312	2236	3.3
	1	1490	1425	4.4	1	2358	2199	6.8
	2	1652	1521	7.9	2	2415	2321	3.9
	3	1695	1750	-3.3	3	2465	2623	-6.4
	4	2050	2111	-3.0	4	2511	2903	-15.6
	5	2306	2467	-7.0	5	2758	3276	-18.8
	6	2505	2925	-16.8	6	2902	3751	-29.2
	8	2382	3950	-65.8	8	2901	4895	-68.7
	10	3050	5030	-64.9	10	2936	6201	-111.2

Table 3.9.2 Natural frequencies (No.2)

Mode	$H_i=8\text{mm}$				$H_i=16\text{mm}$			
	$H_z=3\text{mm}$							
	H_s mm	Mea. Hz	Cal. Hz	Err %	H_s mm	Mea. Hz	Cal. Hz	Err. %
2nd	0.5	616	413	32.9	0.5	1216	975	19.8
	0.8	616	406	34.2	0.8	1216	985	19.0
	1	616	409	33.7	1	1216	992	18.4
	2	576	437	24.0	2	1184	1042	12.0
	3	544	462	15.1	3	1150	1072	6.7
	4	504	497	1.3	4	1072	1122	-4.7
	5	600	557	7.2	5	1104	1173	-6.2
	6	650	603	7.3	6	1105	1243	-12.4
	8	650	702	-8.0	8	1192	1373	-15.2
	10	708	822	-16.1	10	1104	1542	-39.7
3rd	0.5	1640	1134	30.9	0.5	3216	2684	16.5
	0.8	1616	1129	30.2	0.8	3216	2741	14.8
	1	1600	1145	28.4	1	3280	2780	15.2
	2	1580	1270	19.6	2	3104	3024	2.6
	3	1664	1387	16.6	3	3120	3221	-3.2
	4	1704	1544	9.4	4	3200	3482	-8.8
	5	1712	1783	-4.1	5	3072	3757	-22.3
	6	1722	1991	-15.6	6	3082	4104	-33.2
	8	1758	2460	-39.9	8	3356	4811	-43.3
	10	1875	3043	-62.3	10	3580	5712	-59.6
4th	0.5	3176	2371	25.3	0.5	6112	5628	7.9
	0.8	3152	2357	25.2	0.8	6096	5721	6.2
	1	3080	2384	22.6	1	6112	5785	5.4
	2	3120	2477	20.6	2	6400	5892	7.9
	3	3080	2806	8.9	3	5960	6512	-9.3
	4	3272	3080	5.9	4	6048	6948	-14.9
	5	3376	3512	-4.0	5	6416	7404	-15.4
	6	3258	3877	-19.0	6	6571	7993	-21.6
	8	3372	4686	-39.0	8	6960	9163	-31.7
	10	3485	5681	-63.0	10	7030	10663	-51.7
5th	0.5	5232	3895	25.6	0.5	9720	9253	4.8
	0.8	5096	3867	24.1	0.8	9808	9389	4.3
	1	5040	3908	22.5	1	9840	9483	3.6
	2	4944	4251	14.0	2	9824	10113	-2.9
	3	5248	4547	13.4	3	9480	10552	-11.3
	4	5440	4965	8.7	4	10144	11198	-10.4
	5	5592	5631	-0.7	5	10016	11870	-18.5
	6	5821	6187	-6.3	6	9580	12749	-33.1
	8	6085	7406	-21.7	8	10048	14474	-44.0
	10	6125	8897	-45.2	10	11500	16690	-45.1

Table 3.10.1 Loss factors (No.1)

Mode	$H_f=2\text{mm}$				$H_f=4\text{mm}$			
	$H_f=3\text{mm}$							
	H_s mm	Mea.	Cal.	Err. %	H_s mm	Mea.	Cal.	Err. %
2nd	0.5	0.288	0.303	-11.1	0.5	0.087	0.093	-6.3
	0.8	0.345	0.349	-6.7	0.8	0.117	0.130	-11.4
	1	0.353	0.355	-4.9	1	0.151	0.149	1.5
	1.6	0.328	0.336	-6.1	1.6	0.183	0.182	0.4
	2	0.308	0.314	-5.2	2	0.195	0.188	3.4
	2.3	0.293	0.296	-5.8	2.2	0.189	0.187	0.9
	3	0.233	0.251	-7.1	3	0.182	0.177	3.0
	4	0.198	0.179	10.0	4	0.161	0.148	8.1
	5	0.171	0.129	24.9	5	0.136	0.122	10.5
	6	0.125	0.096	22.5	6	0.138	0.099	28.1
3rd	8	0.091	0.061	33.0	8	0.103	0.069	33.6
	10	0.075	0.043	45.4	10	0.089	0.048	46.2
	0.5	0.248	0.263	-9.7	0.5	0.075	0.078	-3.8
	0.8	0.312	0.300	-1.0	0.8	0.102	0.104	-1.6
	1	0.308	0.305	-3.4	1	0.124	0.116	6.8
	1.6	0.277	0.286	-6.1	1.6	0.139	0.134	3.6
	2	0.247	0.262	-8.5	2	0.134	0.135	-0.5
	2.3	0.235	0.243	-7.2	2.2	0.135	0.132	1.9
	3	0.199	0.197	2.7	3	0.130	0.122	6.2
	4	0.148	0.133	11.3	4	0.113	0.100	11.5
4th	5	0.125	0.093	26.4	5	0.097	0.081	16.9
	6	0.105	0.066	36.2	6	0.071	0.064	9.9
	8	0.076	0.041	45.5	8	0.068	0.043	36.8
	10	0.059	0.031	52.8	10	0.055	0.032	41.8
	0.5	0.228	0.241	-10.5	0.5	0.064	0.071	-10.6
	0.8	0.284	0.278	-3.3	0.8	0.092	0.089	2.6
	1	0.281	0.284	-3.9	1	0.104	0.096	7.2
	1.6	0.238	0.268	-9.7	1.6	0.111	0.106	4.1
	2	0.225	0.243	-4.4	2	0.118	0.107	9.7
	2.3	0.220	0.223	-0.3	2.2	0.115	0.104	9.2
5th	3	0.155	0.170	-6.7	3	0.102	0.096	5.8
	4	0.125	0.110	13.7	4	0.086	0.075	13.2
	5	0.093	0.074	22.2	5	0.079	0.058	26.8
	6	0.099	0.052	47.5	6	0.077	0.046	40.9
	8	0.052	0.033	38.5	8	0.051	0.030	41.2
	10	0.041	0.025	49.2	10	0.041	0.023	45.1
	0.5	0.231	0.242	-7.4	0.5	0.059	0.064	-8.8
	0.8	0.297	0.275	4.6	0.8	0.072	0.082	-13.8
	1	0.291	0.278	3.4	1	0.089	0.089	-0.0
	1.6	0.259	0.257	3.9	1.6	0.108	0.096	10.7
2	0.235	0.233	5.5	2	0.098	0.096	1.8	
2.3	0.227	0.214	8.8	2.3	0.103	0.094	8.3	
3	0.168	0.159	9.5	3	0.092	0.086	6.7	
4	0.110	0.100	11.8	4	0.076	0.065	14.5	
5	0.082	0.065	22.7	5	0.075	0.051	32.2	
6	0.079	0.044	38.9	6	0.070	0.041	41.0	
8	0.052	0.029	41.7	8	0.062	0.026	57.9	
10	0.046	0.022	59.4	10	0.055	0.019	65.5	

Table 3.10.2 Loss factors (No.2)

Mode	$H_1=8\text{mm}$				$H_1=16\text{mm}$			
	$H_2=3\text{mm}$							
	H_2 mm	Mea.	Cal.	Err. %	H_2 mm	Mea.	Cal.	Err. %
2nd	0.5	0.030	0.032	-9.1	0.5	0.011	0.017	-53.6
	0.8	0.052	0.044	16.0	0.8	0.024	0.021	13.9
	1	0.062	0.049	22.4	1	0.026	0.022	12.8
	1.6	0.075	0.060	21.6	1.6	0.037	0.026	30.1
	2	0.079	0.064	19.6	2	0.036	0.028	22.5
	2.3	0.086	0.067	24.1	2.3	0.041	0.029	29.3
	3	0.085	0.073	16.2	3	0.040	0.032	20.6
	4	0.088	0.075	15.9	4	0.042	0.035	17.9
	5	0.082	0.072	14.0	5	0.045	0.036	20.0
	6	0.084	0.066	21.5	6	0.048	0.036	24.6
	8	0.072	0.056	22.6	8	0.037	0.033	10.2
10	0.066	0.047	29.1	10	0.032	0.031	3.5	
3rd	0.5	0.041	0.026	37.8	0.5	0.024	0.009	64.4
	0.8	0.061	0.034	45.9	0.8	0.027	0.011	59.3
	1	0.064	0.037	43.1	1	0.031	0.013	59.7
	1.6	0.078	0.043	45.9	1.6	0.041	0.015	62.8
	2	0.086	0.045	47.9	2	0.048	0.017	65.5
	2.3	0.089	0.047	48.6	2.3	0.051	0.017	66.4
	3	0.092	0.049	47.0	3	0.058	0.019	67.4
	4	0.087	0.050	42.8	4	0.061	0.020	67.2
	5	0.083	0.048	43.0	5	0.062	0.020	67.3
	6	0.079	0.044	44.7	6	0.058	0.020	65.7
	8	0.073	0.037	50.8	8	0.049	0.019	61.6
10	0.064	0.030	53.8	10	0.041	0.017	57.7	
4th	0.5	0.038	0.016	56.0	0.5	0.027	0.009	67.6
	0.8	0.038	0.022	43.5	0.8	0.031	0.010	67.9
	1	0.044	0.024	44.9	1	0.034	0.011	68.3
	1.6	0.055	0.031	43.9	1.6	0.041	0.012	70.2
	2	0.062	0.034	45.8	2	0.044	0.013	70.9
	2.3	0.070	0.036	50.4	2.3	0.046	0.013	71.4
	3	0.074	0.038	49.1	3	0.049	0.014	71.6
	4	0.071	0.039	46.4	4	0.052	0.015	72.1
	5	0.067	0.037	46.2	5	0.050	0.015	70.3
	6	0.062	0.033	46.8	6	0.046	0.015	68.9
	8	0.054	0.027	49.6	8	0.038	0.014	65.0
10	0.049	0.022	53.7	10	0.035	0.013	64.2	
5th	0.5	0.032	0.016	52.8	0.5	0.022	0.009	60.2
	0.8	0.041	0.021	51.0	0.8	0.025	0.010	61.3
	1	0.048	0.023	52.8	1	0.028	0.010	64.0
	1.6	0.060	0.029	50.8	1.6	0.037	0.011	70.1
	2	0.067	0.032	52.4	2	0.041	0.012	71.9
	2.3	0.073	0.034	54.9	2.3	0.043	0.012	72.9
	3	0.078	0.036	54.6	3	0.048	0.012	74.7
	4	0.075	0.036	52.4	4	0.051	0.013	75.4
	5	0.069	0.034	50.9	5	0.048	0.013	73.6
	6	0.063	0.031	50.5	6	0.045	0.012	72.4
	8	0.055	0.025	55.1	8	0.038	0.012	69.5
10	0.048	0.020	61.0	10	0.033	0.011	67.3	

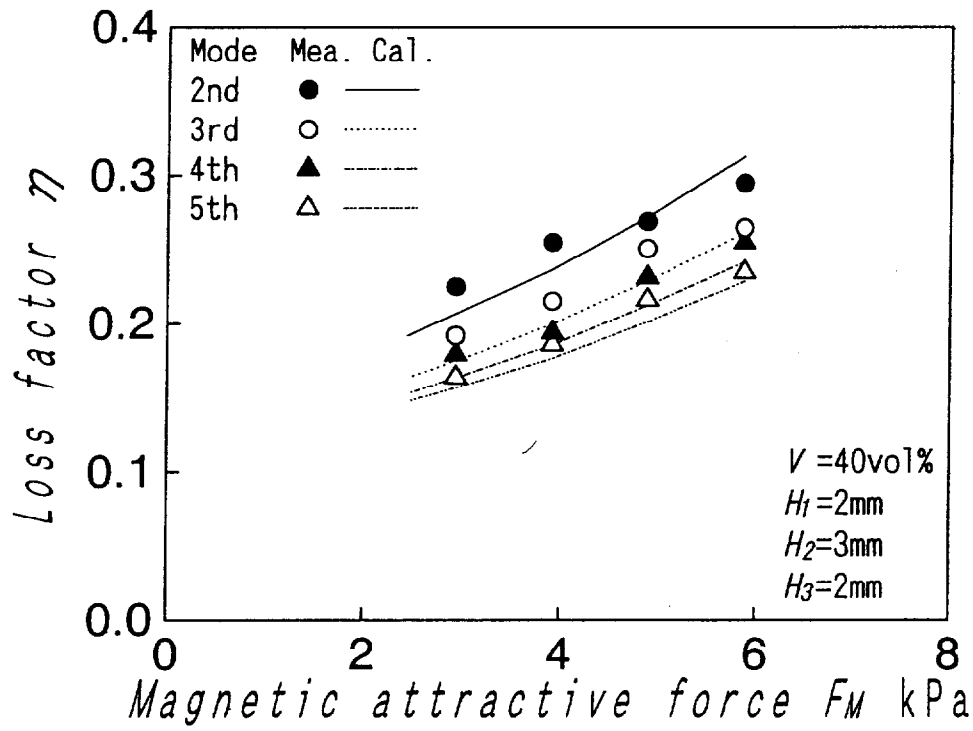


Fig.3.12.1 Loss factor vs. magnetic attractive force, $V = 40\%$

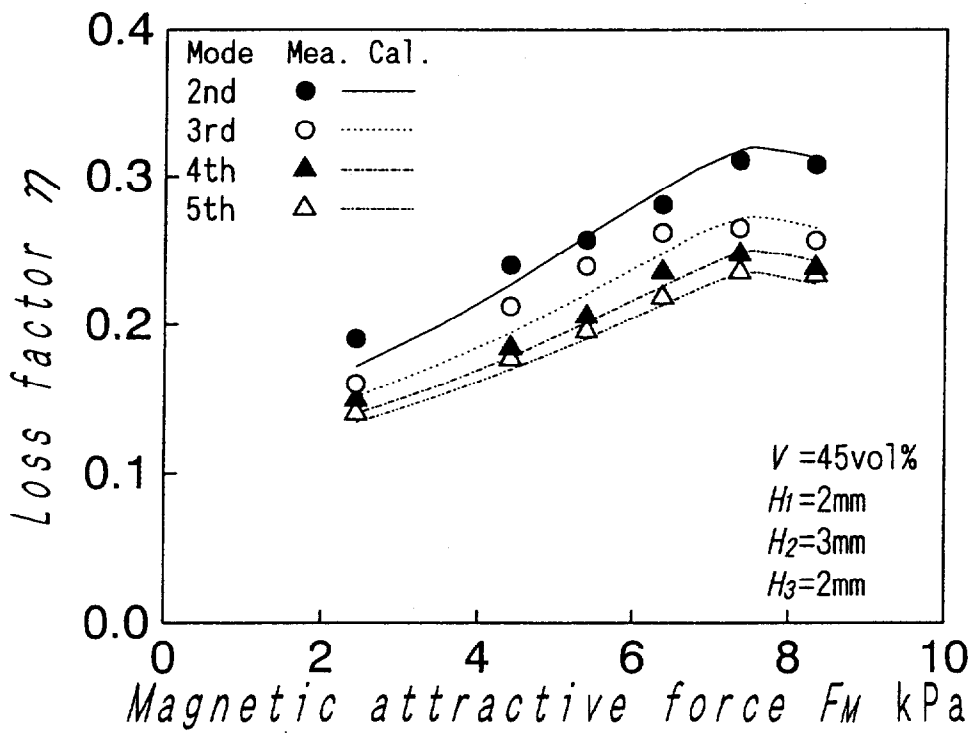


Fig.3.12.2 Loss factor vs. magnetic attractive force, $V = 45\%$

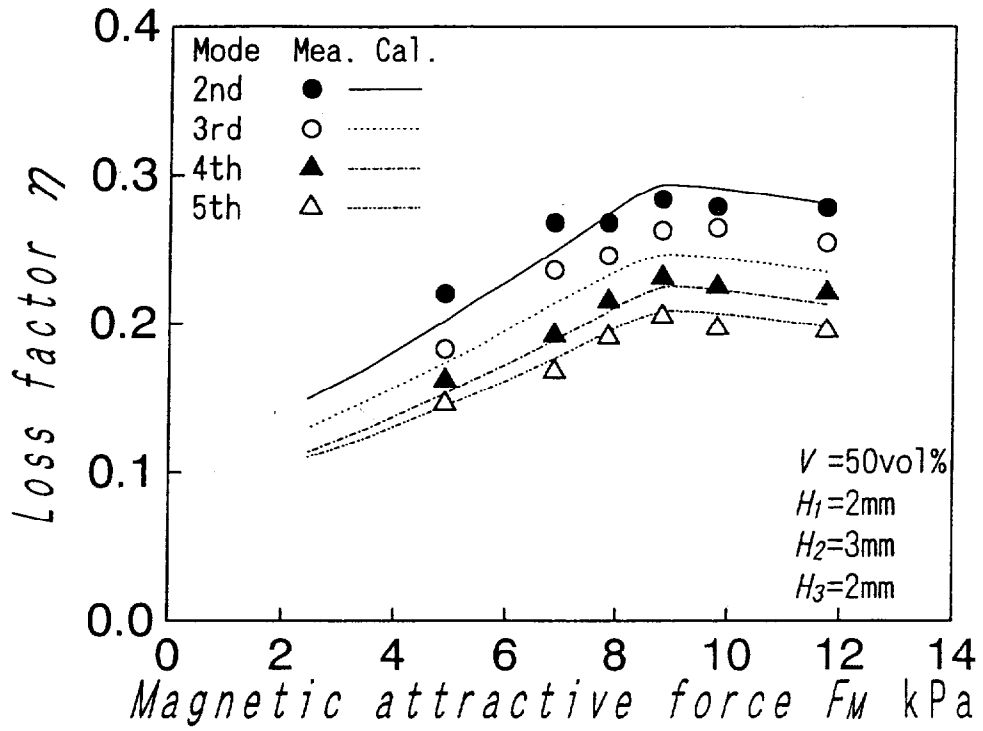


Fig.3.12.3 Loss factor vs. magnetic attractive force, $V = 50\%$

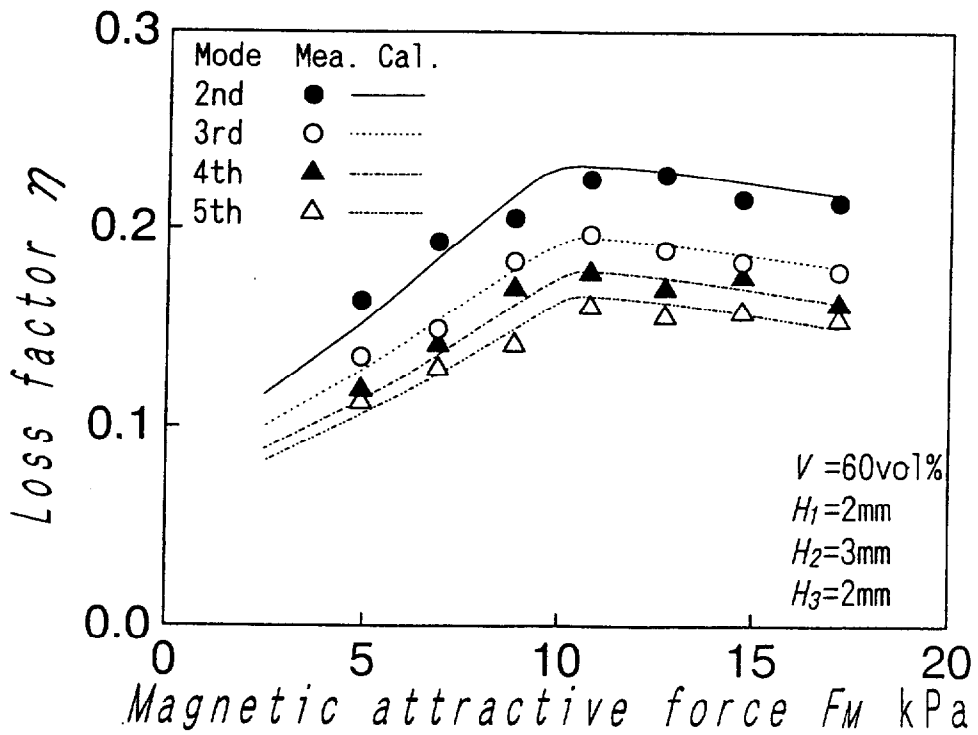


Fig.3.12.4 Loss factor vs. magnetic attractive force, $V = 60\%$

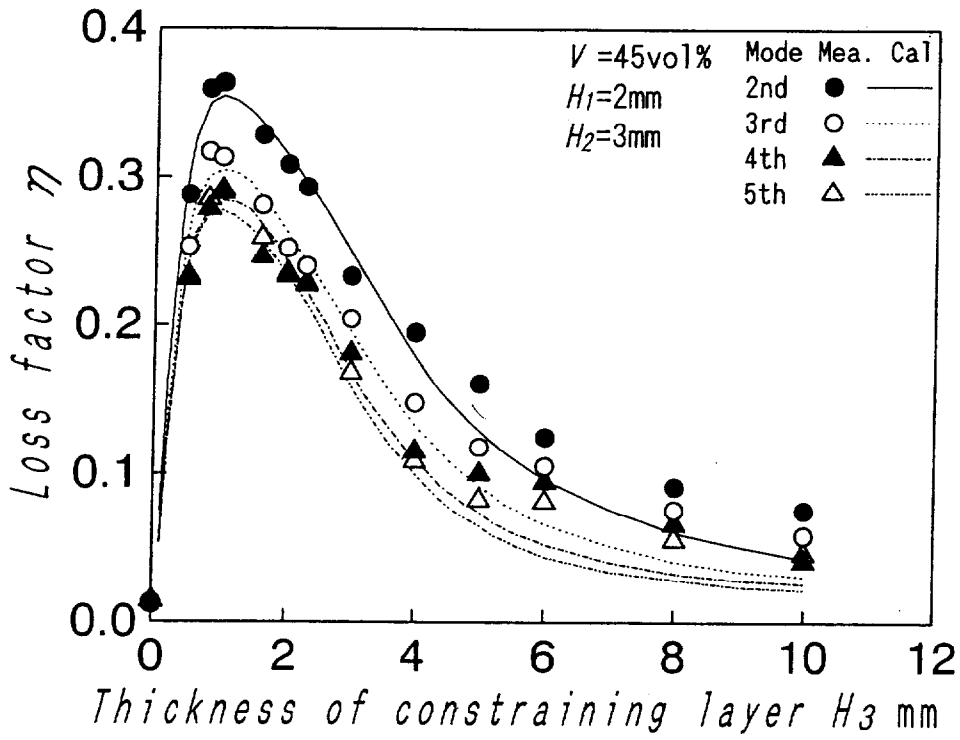


Fig.3.13.1 Loss factor vs. constraining layer thickness, $H_1 = 2\text{mm}$

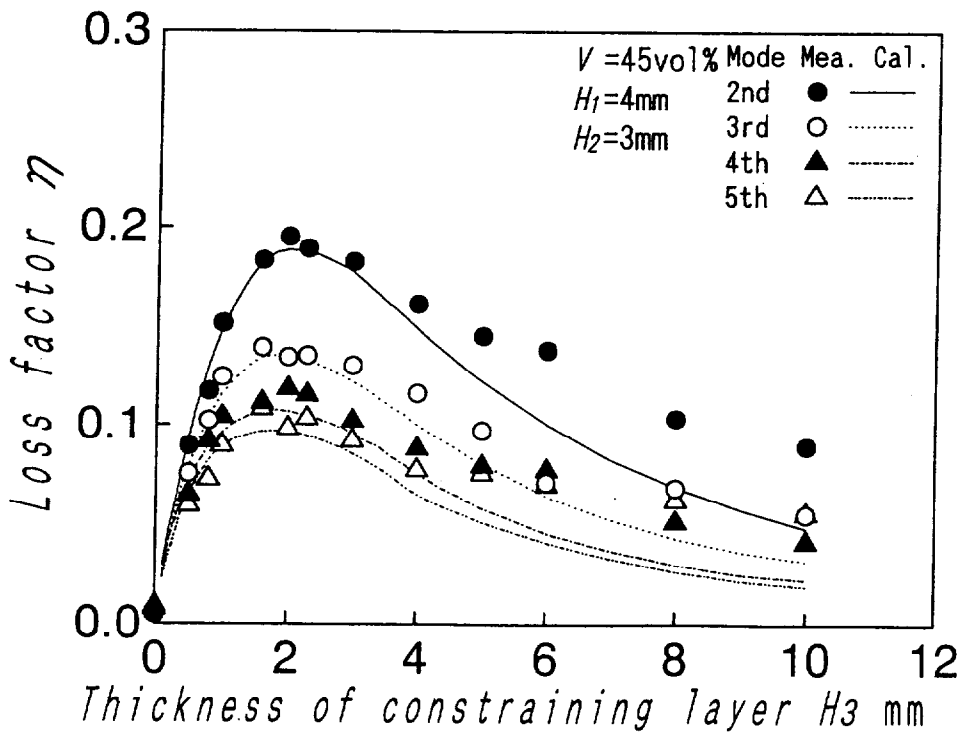


Fig.3.13.2 Loss factor vs. constraining layer thickness, $H_1 = 4\text{mm}$

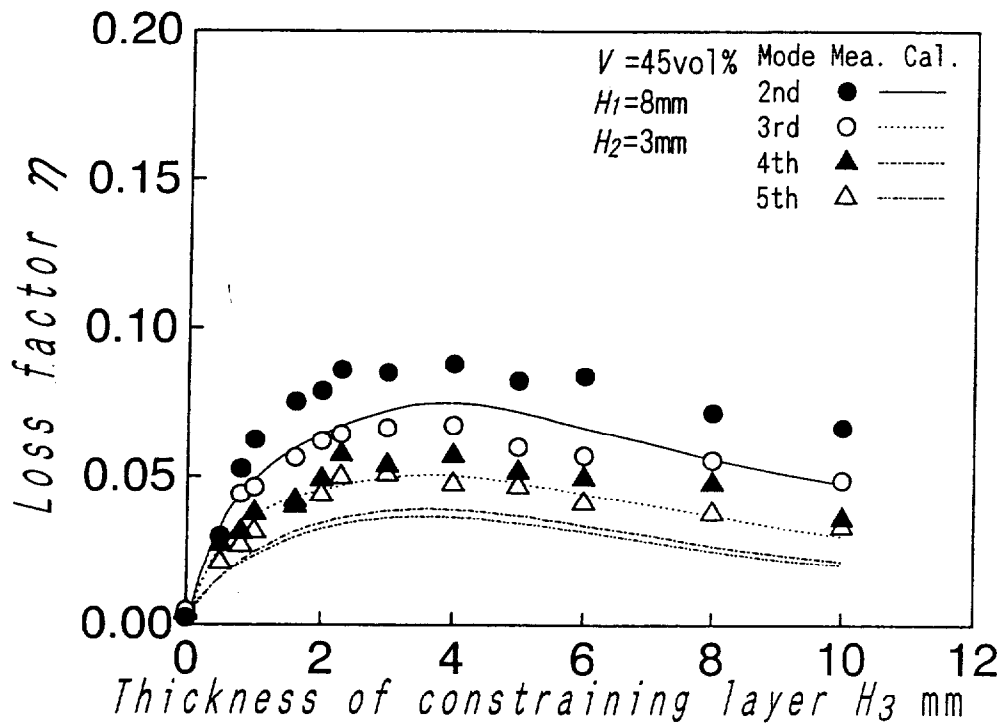


Fig.3.13.3 Loss factor vs. constraining layer thickness, $H_1 = 8\text{mm}$

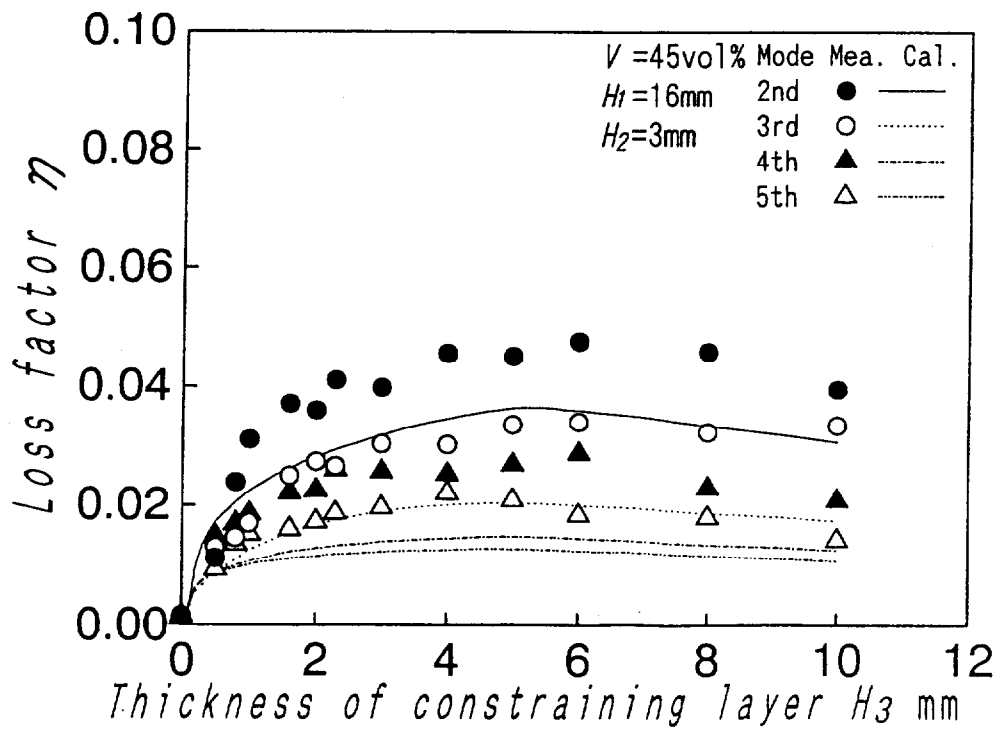


Fig.3.13.4 Loss factor vs. constraining layer thickness, $H_1 = 16\text{mm}$

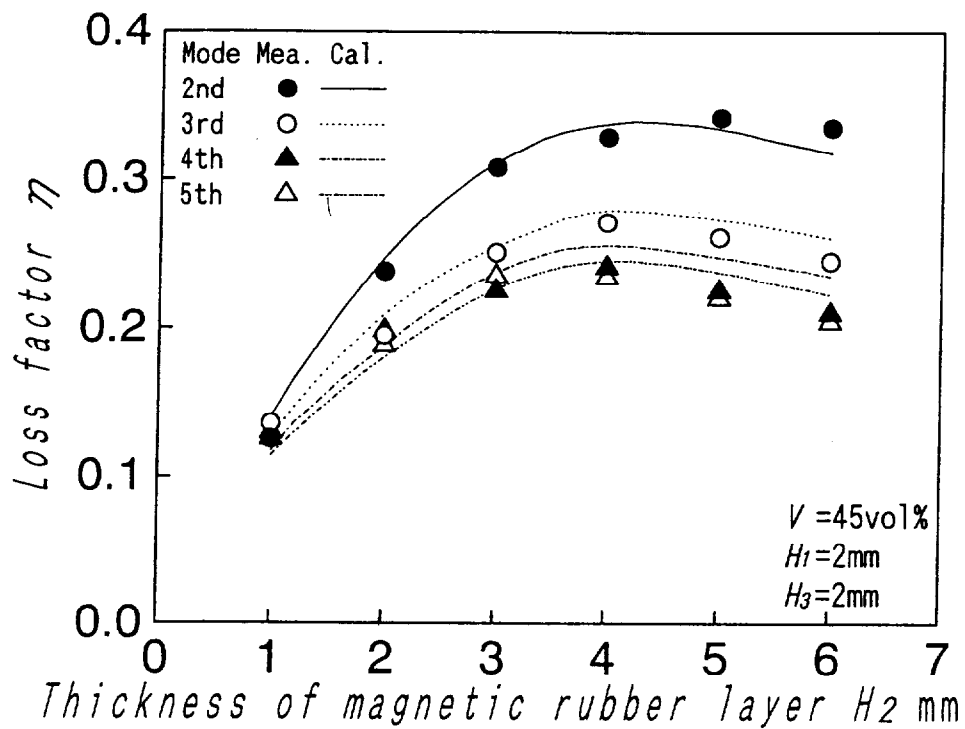


Fig.3.14 Loss factor vs. magnetic rubber layer thickness, $H_1 = 2\text{mm}$

Table 3.11 The error of calculated loss factor

H_1	H_2	Error %	
		$H_3 \leq 4\text{mm}$	$H_3 \geq 5\text{mm}$
2mm	3mm	-11.1~13.7	22.2~59.4
4mm		-13.8~14.5	9.9~65.5
8mm		-9.1~56.0	14.0~61.0
16mm		-53.6~75.4	3.5~73.6

H_1	H_2	H_3	Error %
2mm	1 ~ 6mm	2mm	-11.1~10.2
4mm			-12.8~11.7
8mm			11.0~41.1
16mm			31.5~74.0

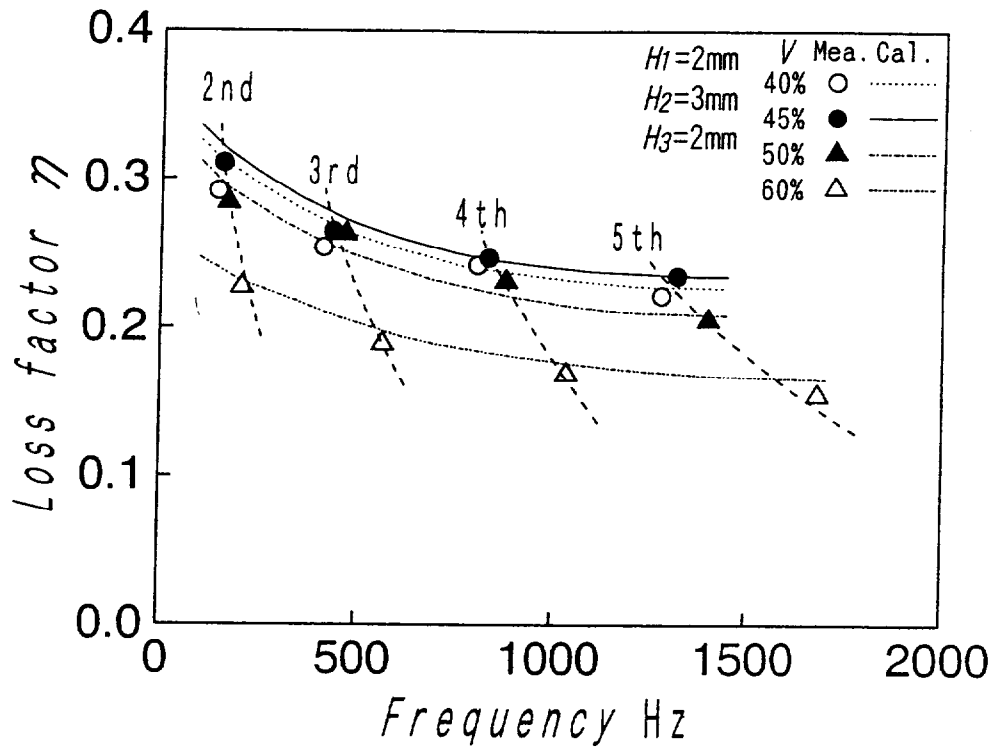


Fig.3.15 Loss factors vs. frequency

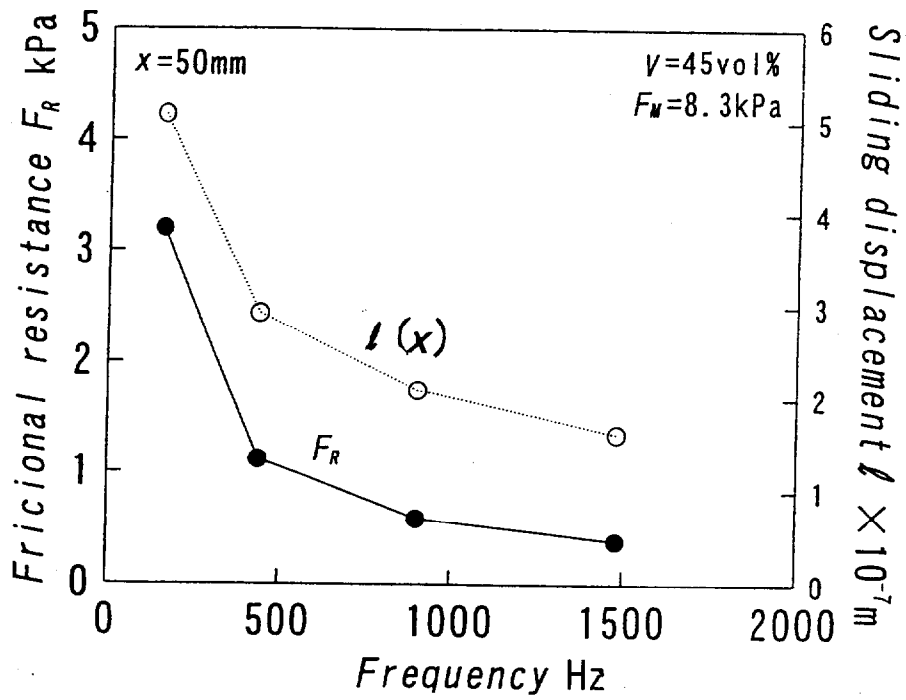


Fig.3.16 Friction resistance and sliding displacement vs. frequency

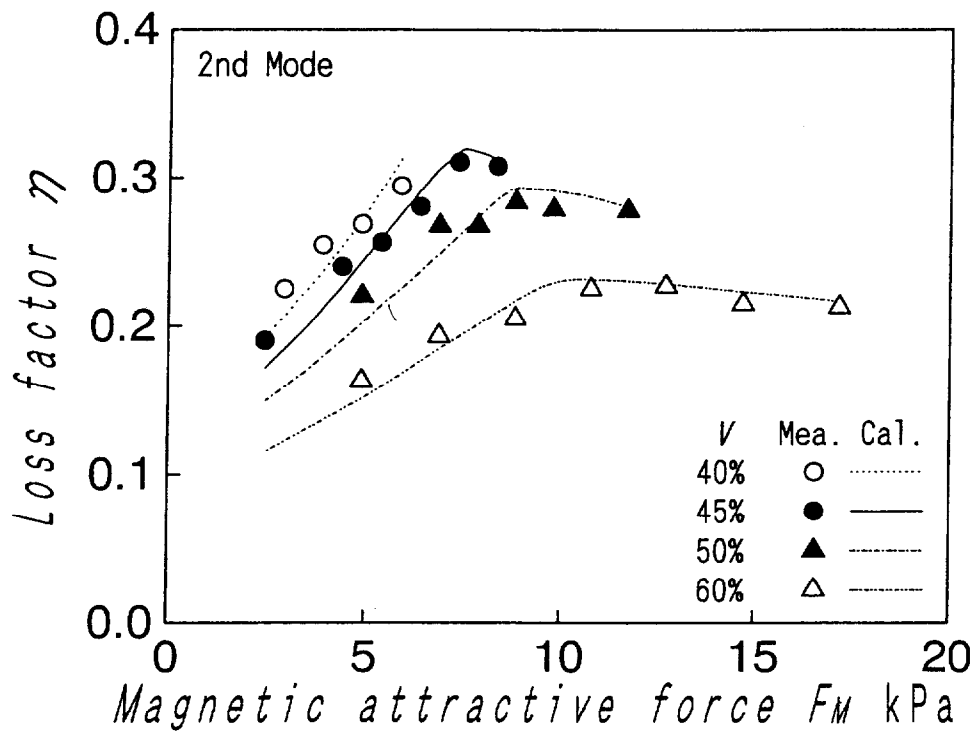


Fig.3.17 Loss factors vs. magnetic attractive force

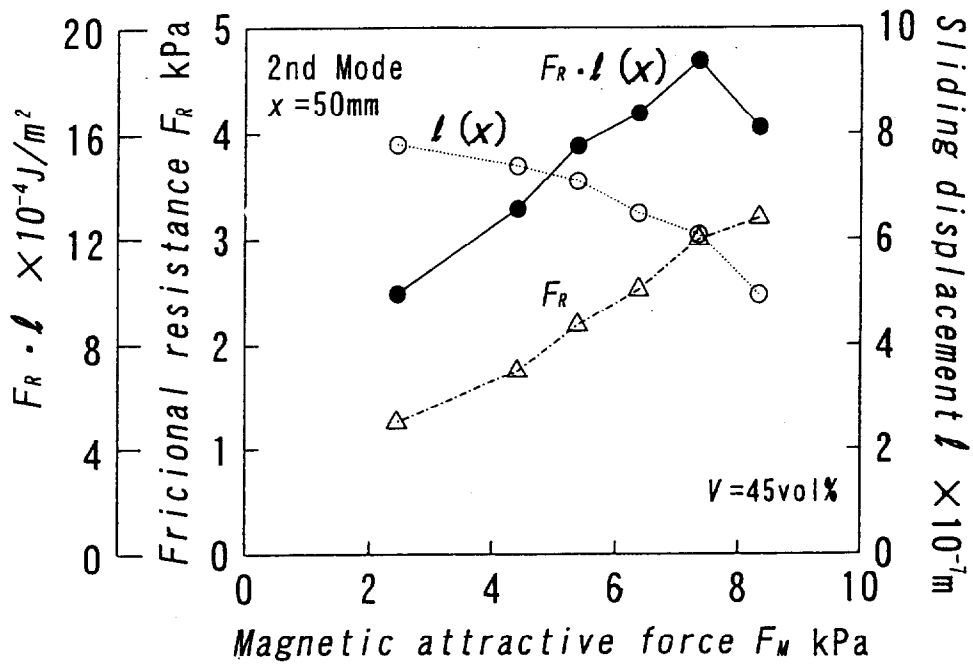


Fig.3.18 Multiplication of frictional force with sliding displacement

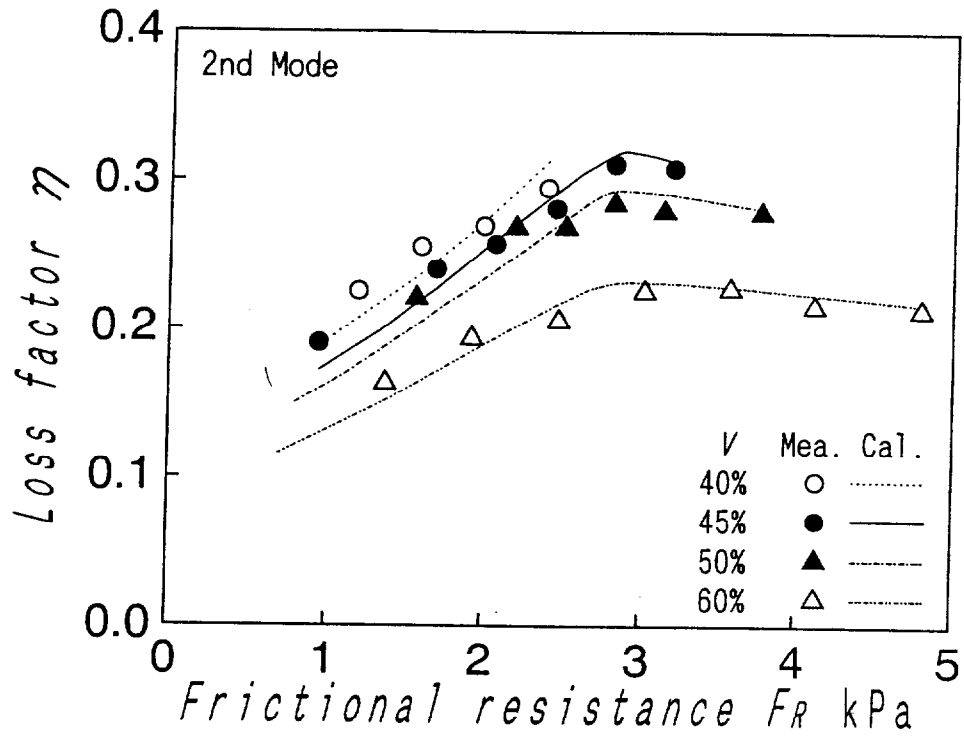


Fig.3.19.1 Loss factor vs. frictional resistance, 2nd mode

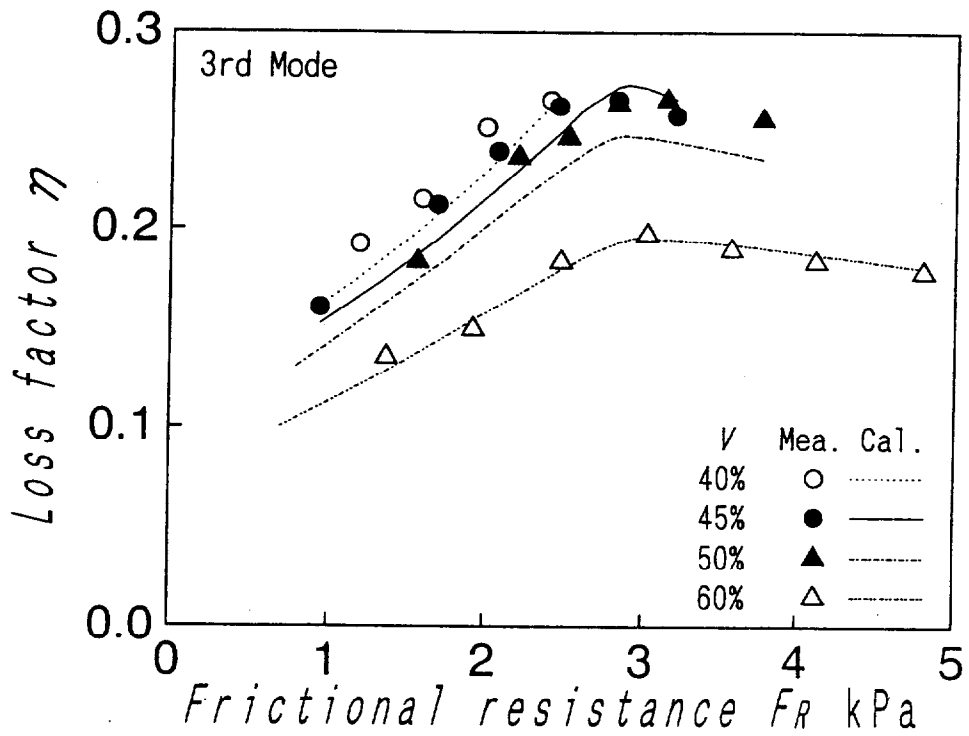


Fig.3.19.2 Loss factor vs. frictional resistance, 3rd mode

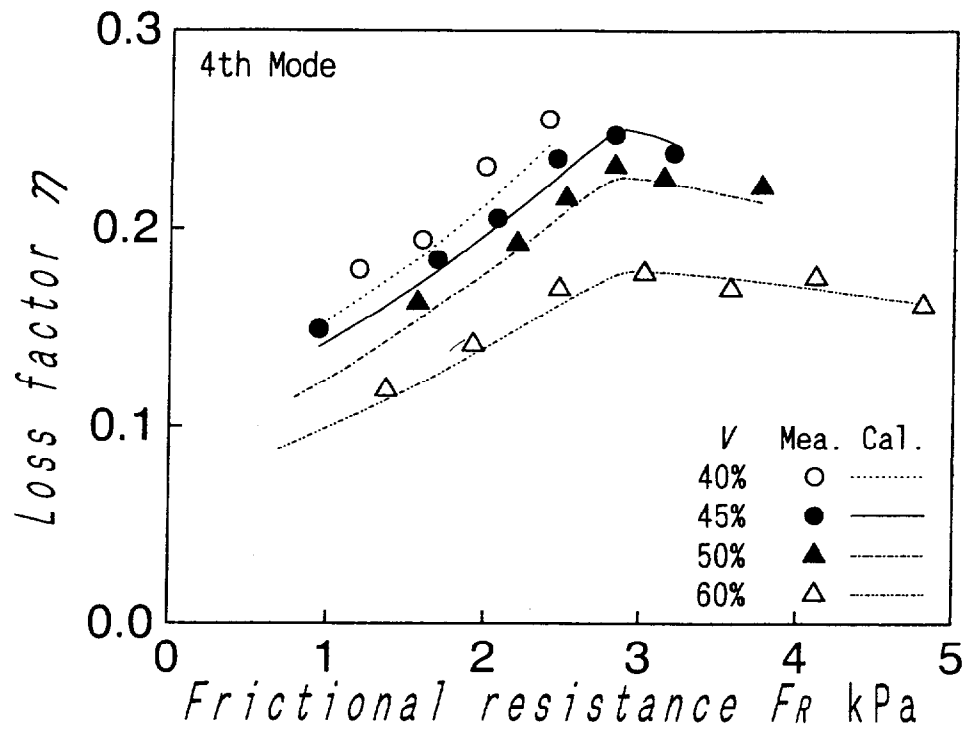


Fig.3.19.3 Loss factor vs. frictional resistance, 4th mode

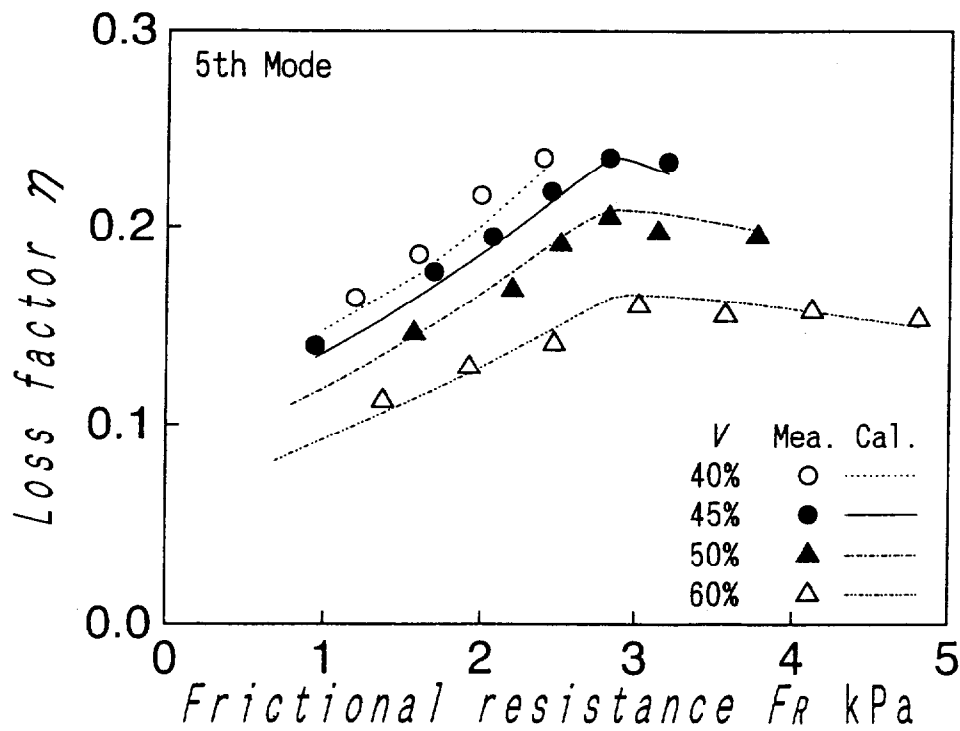


Fig.3.19.4 Loss factor vs. frictional resistance, 5th mode

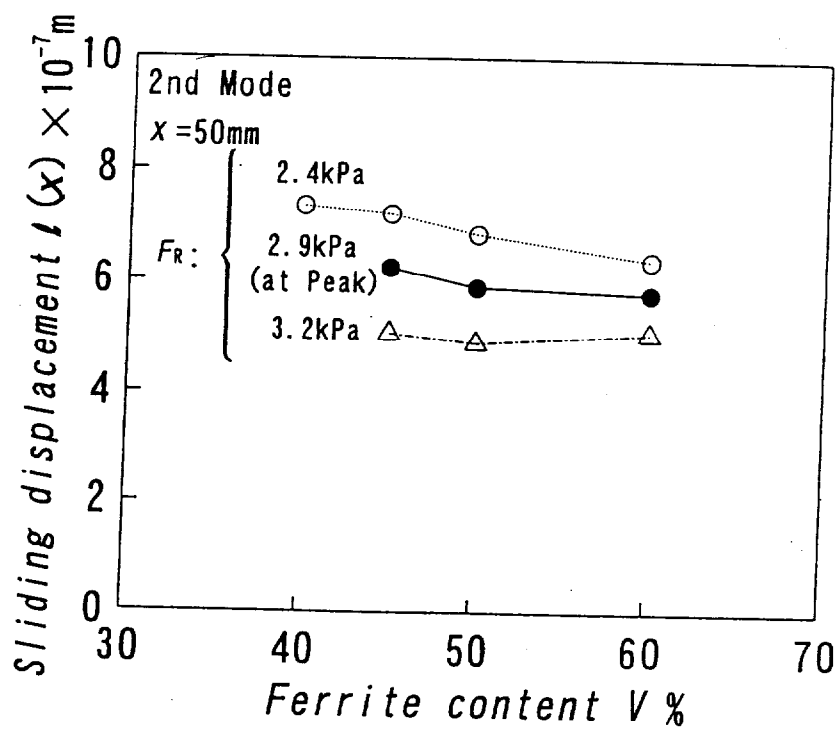
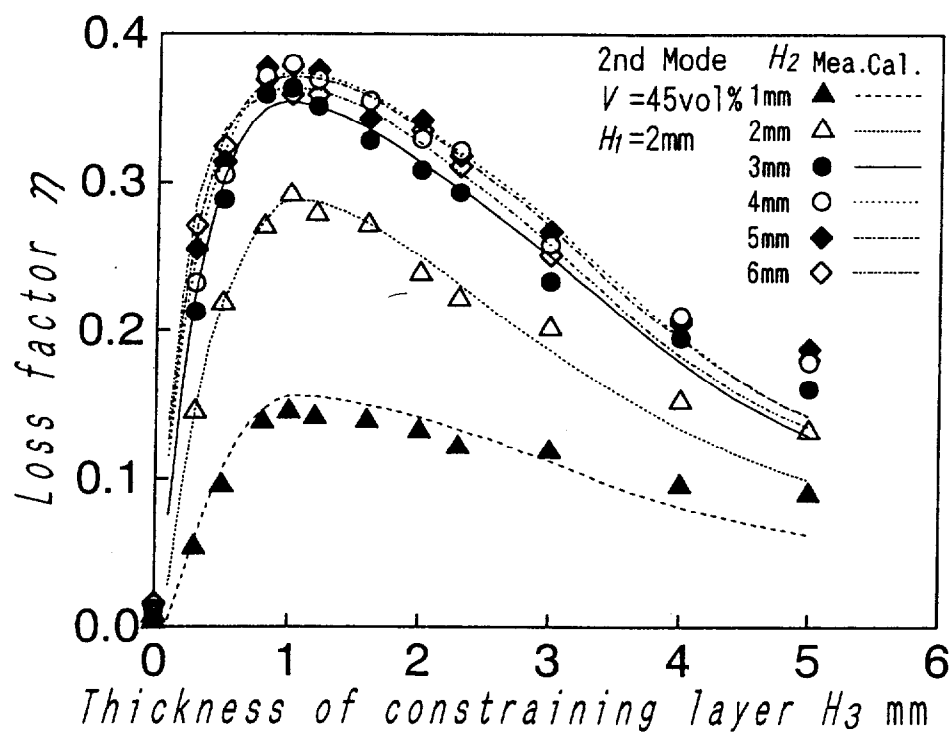
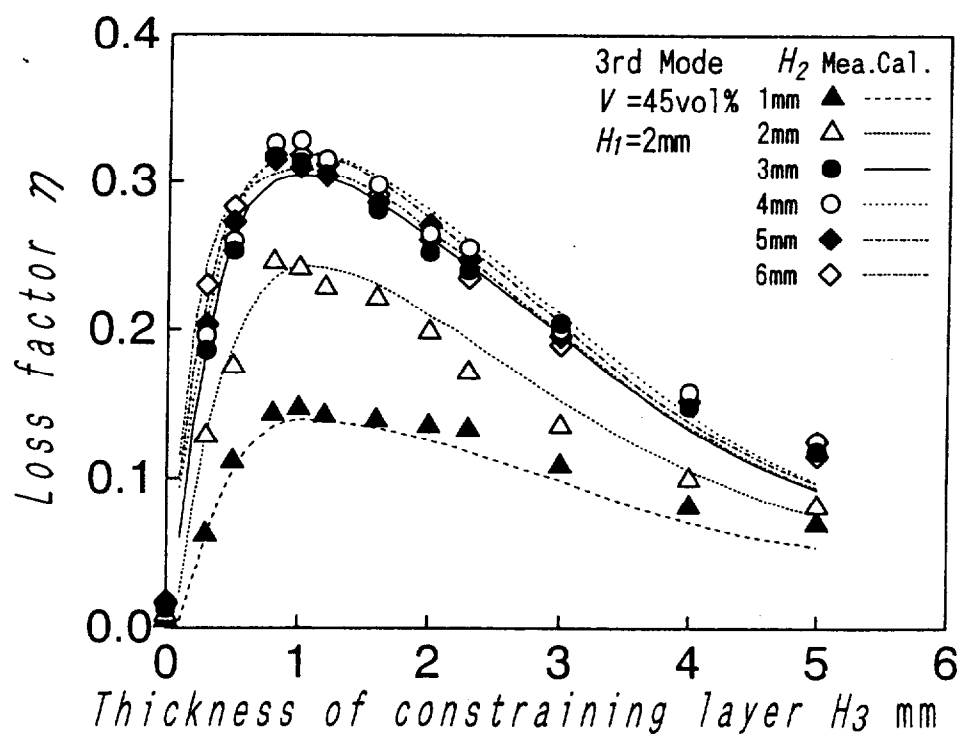


Fig.3.20 Sliding displacement vs. ferrite content

Table 3.12 The influence of magnetic attractive force on loss factor

V vol%	Peak value		At full mag.	
	η	F_M kPa	η	F_M kPa
45	0.32	7.7(93%)	0.31	8.3(100%)
50	0.30	9.2(78%)	0.28	11.8(100%)
60	0.23	10.2(59%)	0.21	17.2(100%)

Fig.3.21.1 Loss factor vs. constraining layer thickness, 2nd mode ($H_1 = 2\text{mm}$)Fig.3.21.2 Loss factor vs. constraining layer thickness, 3rd mode ($H_1 = 2\text{mm}$)

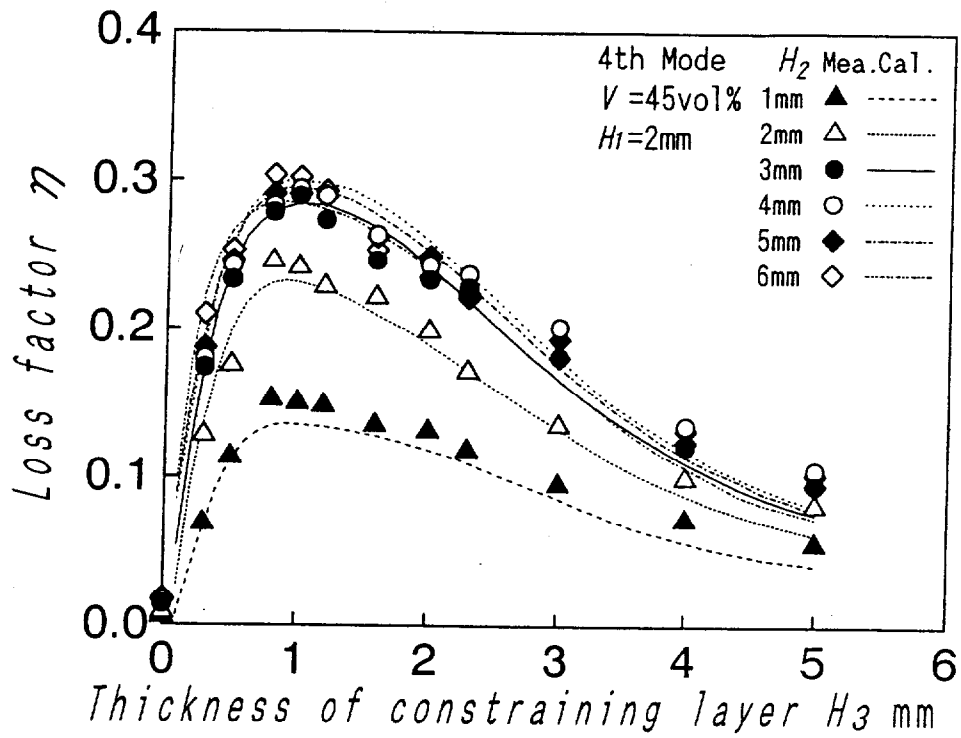


Fig.3.21.3 Loss factor vs. constraining layer thickness, 4th mode ($H_1 = 2\text{mm}$)

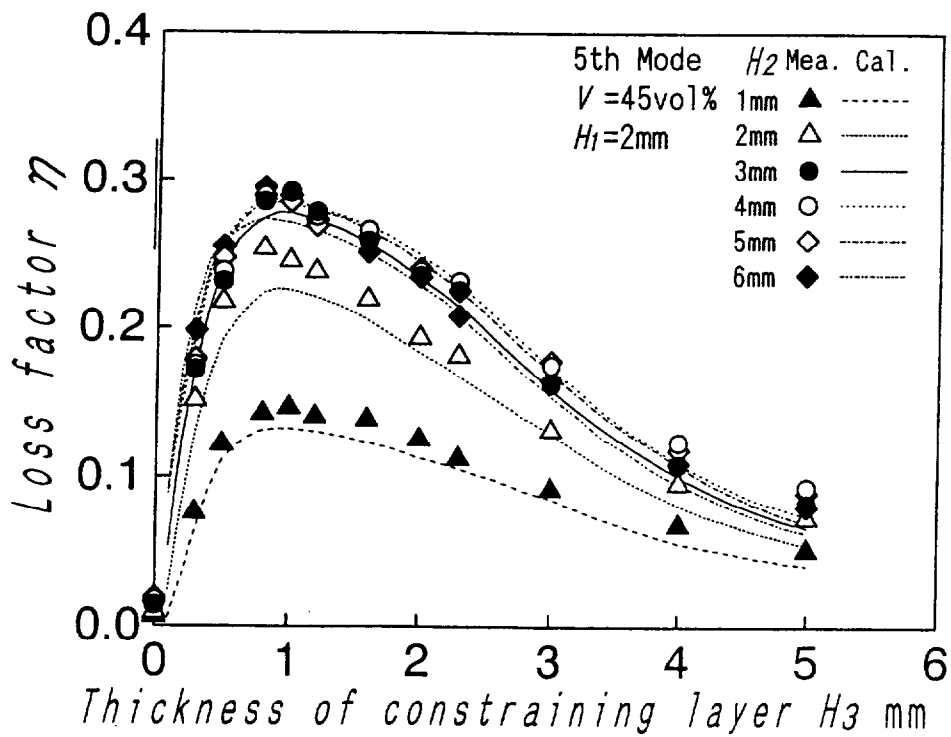


Fig.3.21.4 Loss factor vs. constraining layer thickness, 5th mode ($H_1 = 2\text{mm}$)

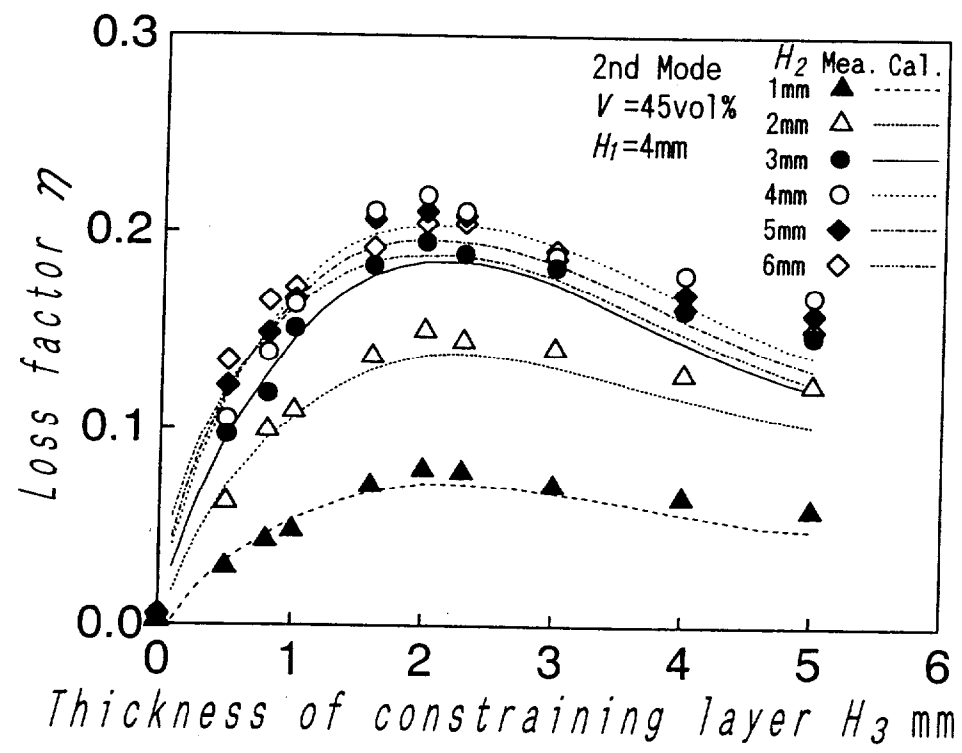


Fig.3.22 Loss factor vs. constraining layer thickness, 2nd mode ($H_1 = 4\text{mm}$)

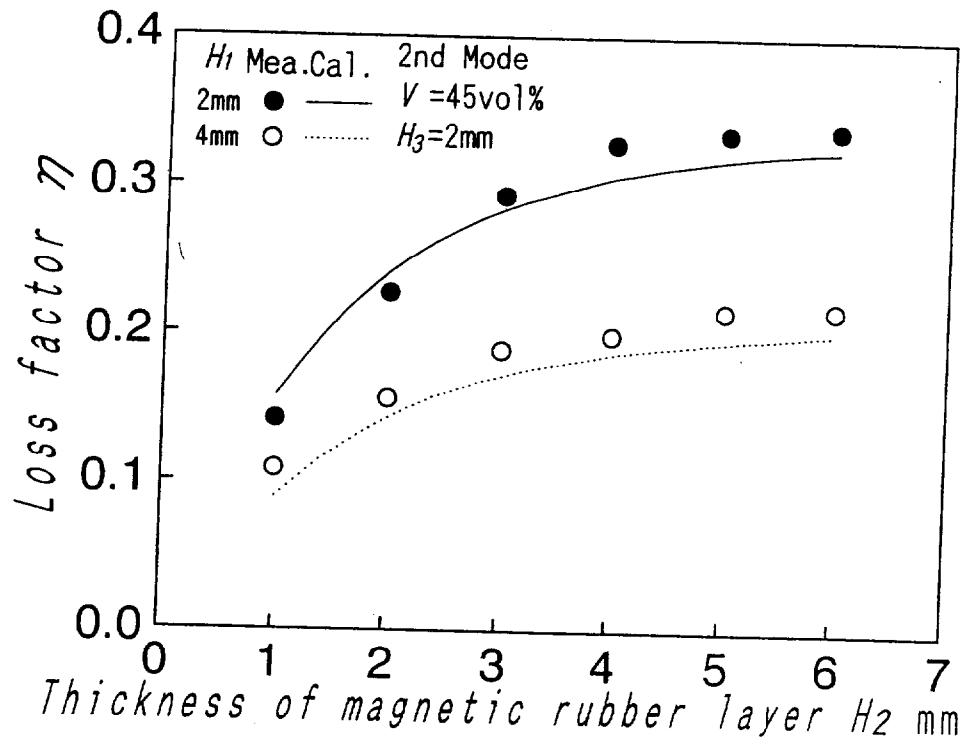


Fig.3.23.1 Loss factor vs. magnetic rubber layer thickness, 2nd mode

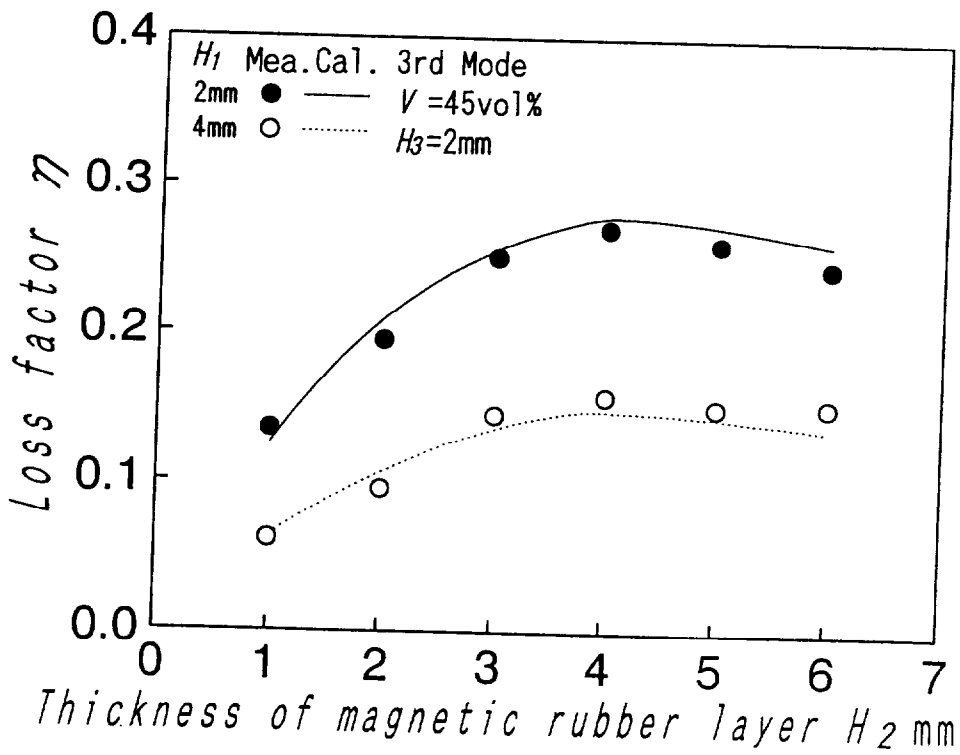


Fig.3.23.2 Loss factor vs. magnetic rubber layer thickness, 3rd mode

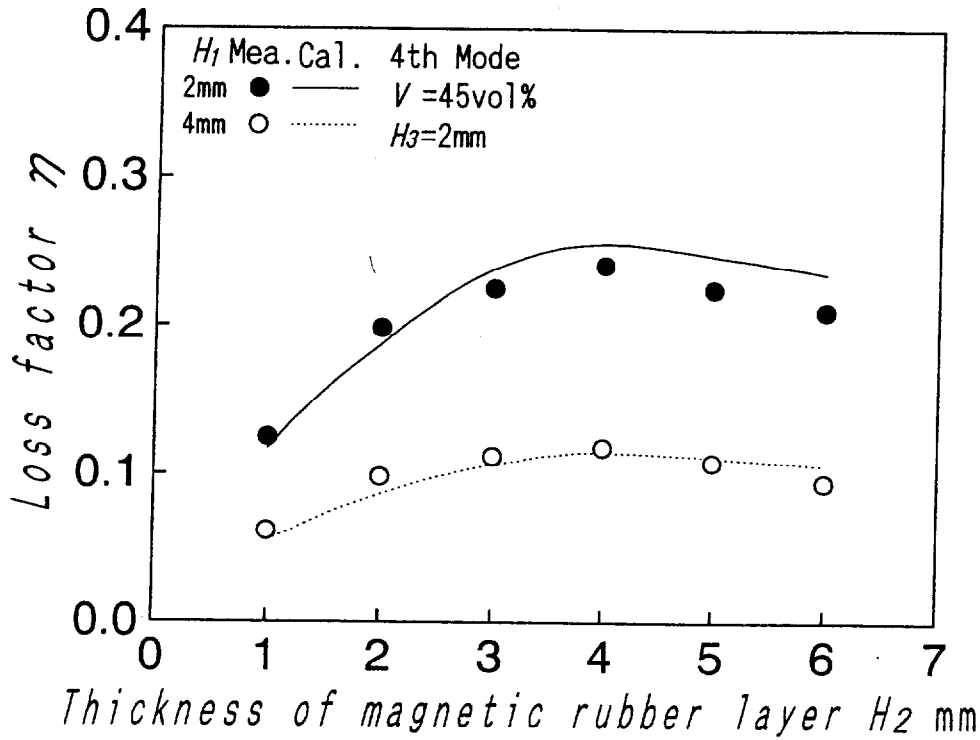


Fig.3.23.3 Loss factor vs. magnetic rubber layer thickness, 4th mode

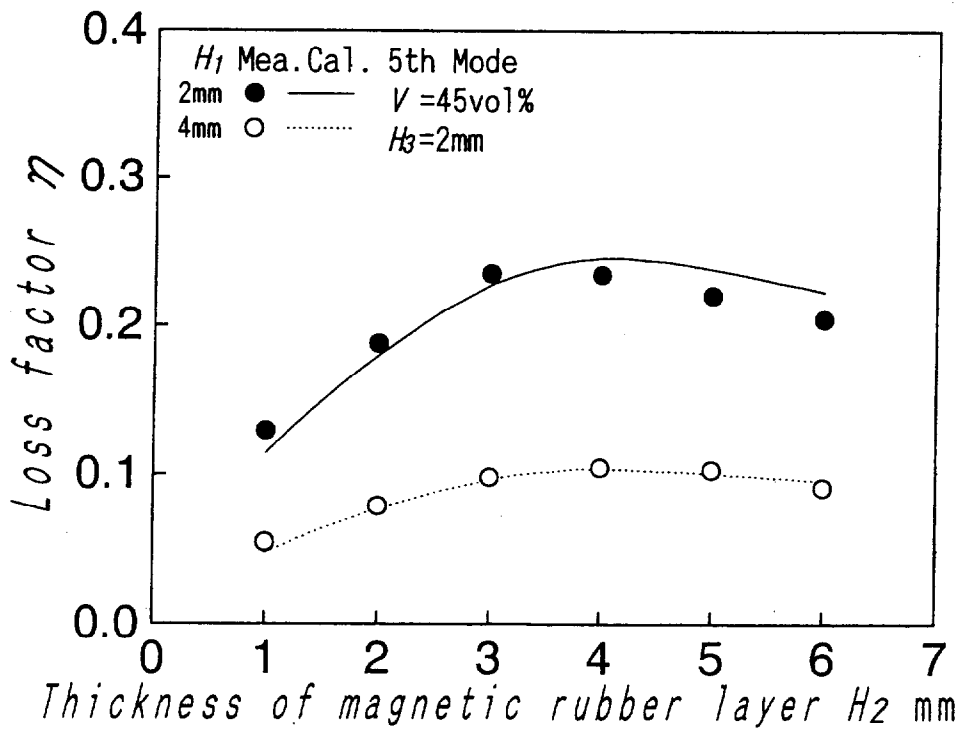


Fig.3.23.4 Loss factor vs. magnetic rubber layer thickness, 5th mode

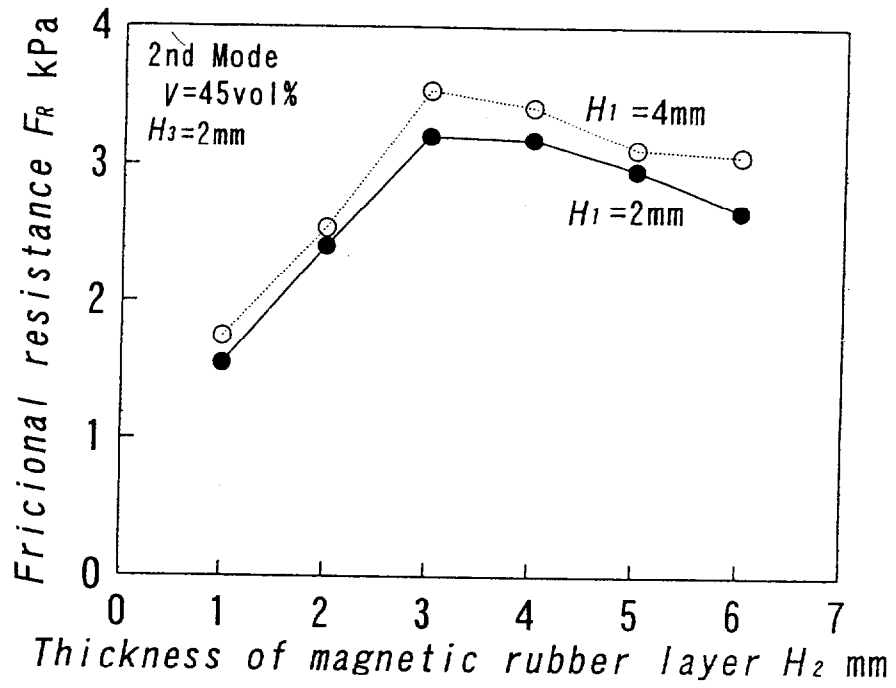


Fig.3.24 Frictional resistance vs. magnetic rubber layer thickness

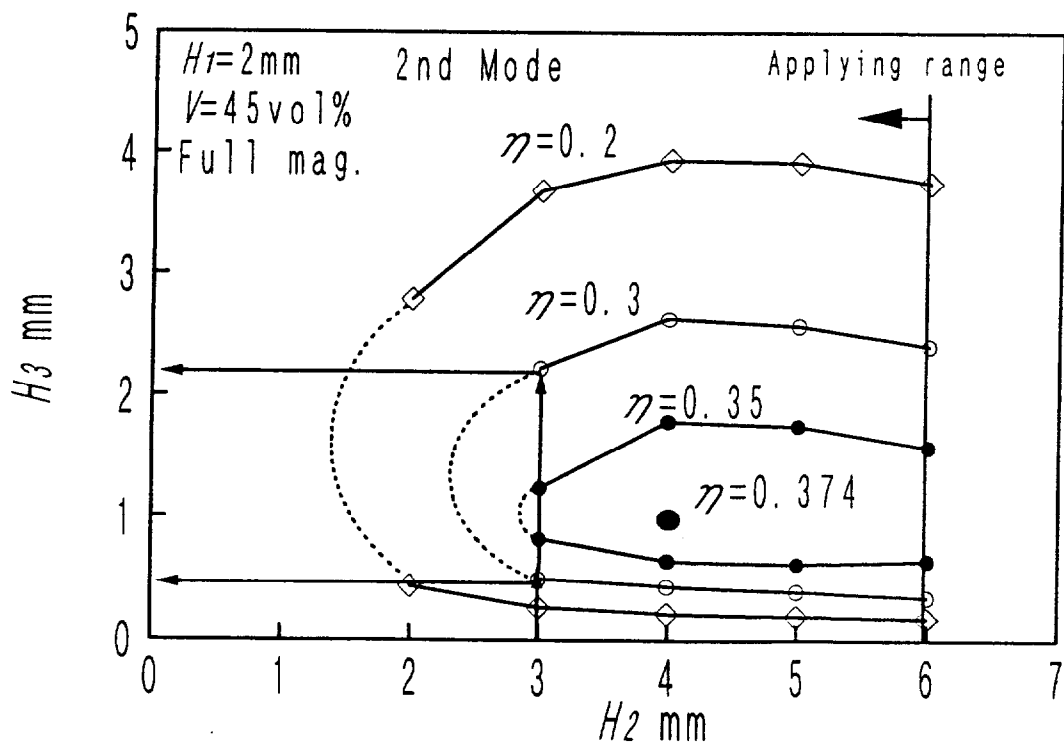


Fig.3.25 Design chart for the magnetics rubber damper of constraining type

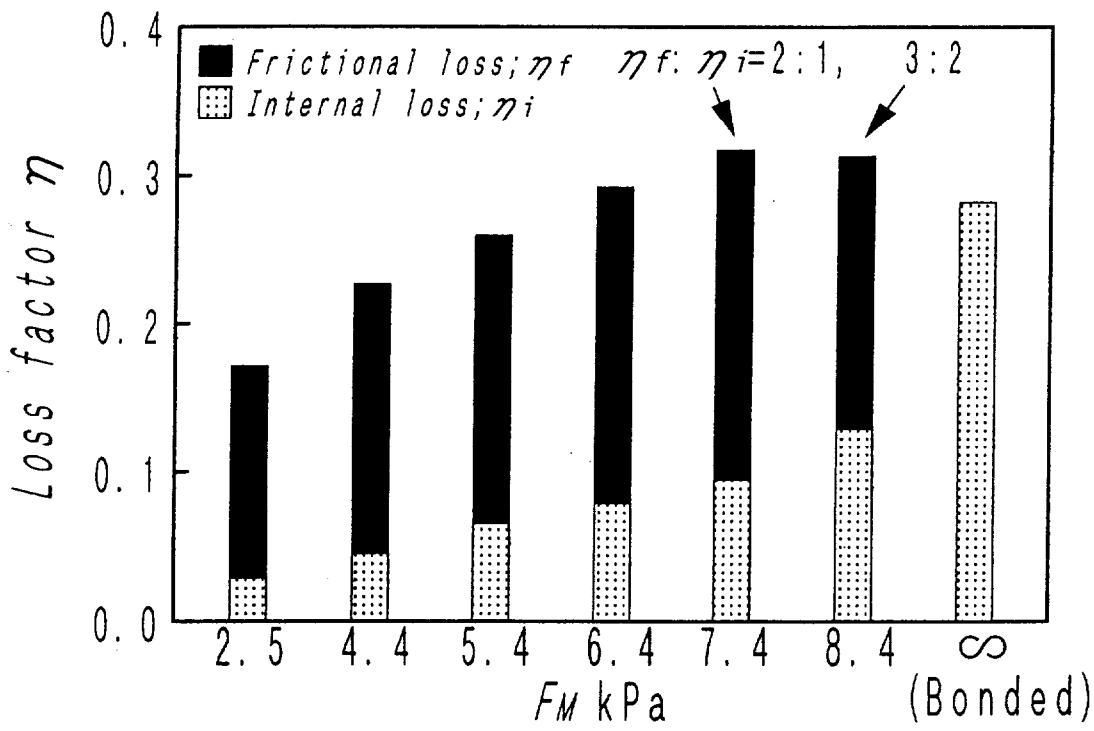


Fig.3.26 Frictional and inner losses vs. magnetic attractive force

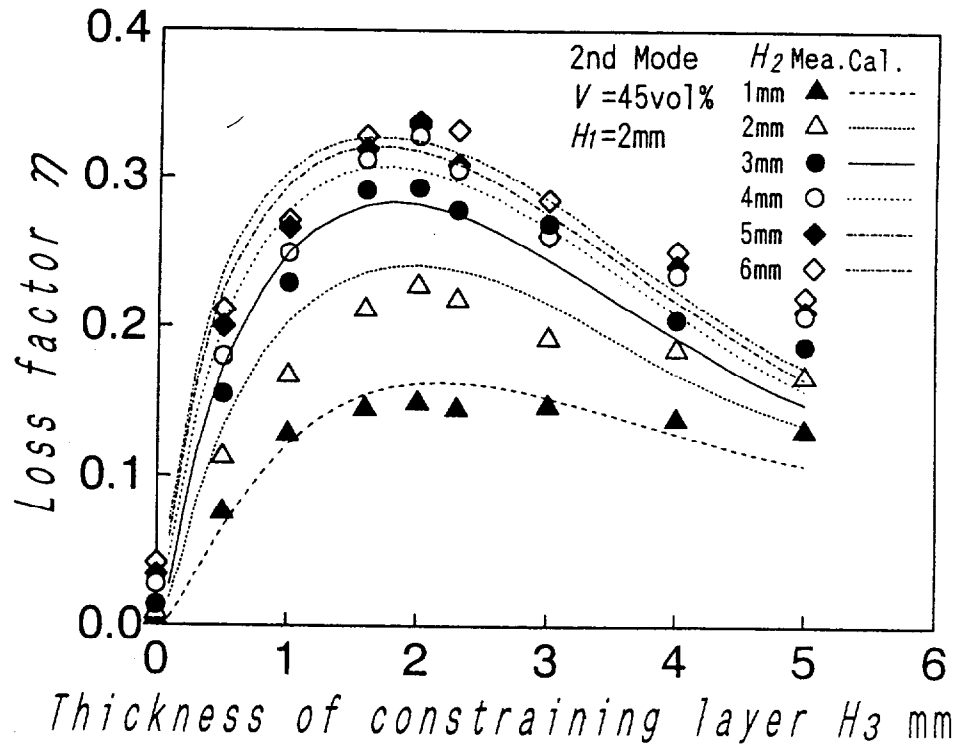


Fig.3.27 Loss factor of bonded specimen vs.constraining layer thickness

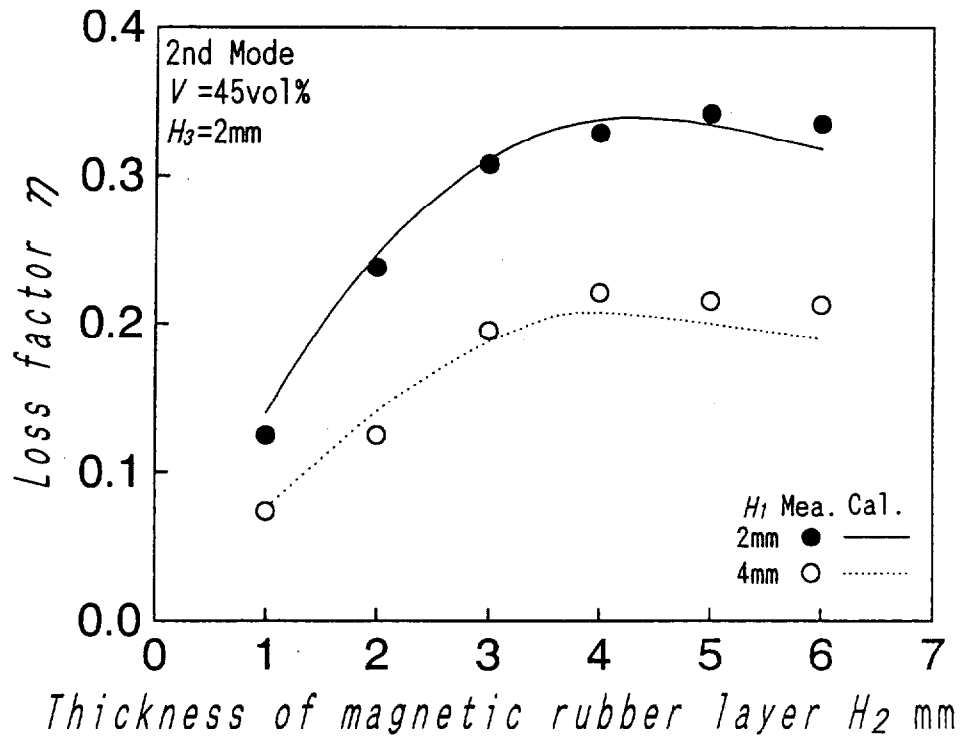


Fig.3.28 Loss factor of bonded specimen vs. magnetic rubber layer thickness

第4章 拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性

4.1 緒言

本章では、拘束型磁性制振材を橋桁などの実構造物に適用するうえで必要な基礎的知見を得るために、拘束型磁性制振材を貼付した平板について、つまり振動体（基層）、磁性ゴム層、拘束層からなる3層積層平板を対象として曲げ弾性振動解析を試みる。

3章と同じく、拘束層、磁性ゴム層、基層の3層を独立に扱い、磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーを求める。平板においては減衰を仮定した曲げ弾性振動解析が困難である一方で、付録A5で示されるように、はりにおいて拘束層厚と基層厚の和が制振材の長さの0.2倍以下の標準的な試料においては摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析によってもおおむね良好な精度が得られることや、平板ではひずみエネルギーが大きいことなどを考慮して、ここでは、摩擦損失を省略して保存系のハミルトンの原理に適用して弾性振動方程式を導く。さらに、3章では摩擦損失を考慮して拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの固有関数を求めたが、ここでは、摩擦損失を省略して拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの曲げ弾性振動解析を行うことにより得られる試行関数を定義し、3層積層平板の弾性振動解析を試みる。

次に、3層積層平板の実験振動モード解析および共振法による固有振動数および損失係数の測定実験を行って理論計算値と比較検討し、提案した3層積層平板の曲げ弾性振動解析法の妥当性を検証する。

最後に、拘束型磁性制振材を効果的に適用するために、提案した曲げ弾性振動解析手法を用いて、貼付面積、貼付位置について検討を行う。

4.2 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の曲げ弾性振動解析

4.2.1 振動モデル

図4.1に、対象とする拘束型磁性制振材を全面貼付した3層積層平板の概略図を示す。また、図4.2に、拘束型磁性制振材を部分貼付した3層積層平板の概略図を示す。前章と同じく、基層（振動体）、磁性ゴム層、および拘束層を、それぞれ層1、層2、および層3と呼ぶ。なお、基層（振動体）の4辺の支持条件は、

(1) 片持ち平板の実験 : $x = 0$ の端面を固定支持, 他の3端面自由支持

(2) 実橋に関する検討 : 4端面固定支持

とする.

4.2.2 弾性振動方程式の導出

(a) 解析の仮定

曲げ弾性振動解析に当たって, 前章の3層積層はりと同じように次の仮定を置く.

仮定1: 層1(基層振動体), 層2(磁性ゴム層), および層3(拘束層)の z 軸方向の変位は, すべて等しい.

仮定2: 層2の縦弾性係数は, 層1および層3の縦弾性係数に比べて小さい. したがって, 層2における軸力は, 無視する.

仮定3: 拘束型磁性制振材の振動減衰性能は, 層2のせん断変形による内部損失, および層2と層1(振動体)間の相対すべりによる摩擦損失に起因する.

拘束型磁性制振材を貼付した平板においても, 上記の仮定3から明らかなように層2と層1の間の相対すべりによる摩擦損失が発生する. しかしながら, この平板の場合には3層のひずみエネルギーが大きいことなどを考慮して, この摩擦損失を省略して次の保存系のハミルトンの原理に適用して弾性振動方程式を導出する. なお, 層2のせん断ひずみエネルギーを求める際には, 層2のすべり変位を考慮するものとする.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta P) dt = 0 \quad (4.1)$$

ここに, T は運動エネルギー, P はひずみエネルギーである. また, t は時間, t_1, t_2 は系の運動を仮定した任意の時間である. また, 曲げによる z 軸方向の弾性振動のみを対象とし, すべて x 軸方向と y 軸方向の単位幅あたりについて考えることとする.

(b) ひずみと応力の算出

図4.3に, 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の xz 平面内の変形の様子を示す. yz 平面内においても同様に考える. 平板の z 軸方向の変位を w , 層 i ($i = 1, 3$)の中央面の x 軸方向の伸び変位を u_i , y 軸方向の伸び変位を v_i とする.

この3層積層平板においても, 3層積層はりと同様に磁性ゴム層は基層に対し相対すべり変位を生ずる. この層2のせん断ひずみ γ_2 は, 磁性ゴム層を基層に接着したときのせん断ひずみ γ_2^0 およびせん断ひずみ比 s を用いて次式で与える.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2xz} &= s \gamma_{2xz}^0 \\ \gamma_{2yz} &= s \gamma_{2yz}^0 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

本章でも前章と同じく，磁性ゴム層におけるフェライト粉体の配合密度の均一性や平板の曲率が一樣であることなどを考慮して，せん断ひずみ比 s は位置によらず一定と仮定する．図4.3に示す幾何学関係より γ_{2xz}^a および γ_{2yz}^a は，

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2xz}^a &= \frac{1}{H_2} \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \gamma_{2yz}^a &= \frac{1}{H_2} \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

となる．ここに， $h = (H_1 + H_3)/2 + H_2$ ， H_i ：層 i の厚さである．式(4.2)および式(4.3)より，磁性ゴム層のせん断ひずみ γ_{2xz} および γ_{2yz} は，それぞれ次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{2xz} &= \frac{s}{H_2} \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \gamma_{2yz} &= \frac{s}{H_2} \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

層 i ($i = 1, 3$) の中央面から z 軸方向に ζ 離れた点の x 軸方向変位 $u_{i\zeta}$ および y 軸方向変位 $v_{i\zeta}$ は，はりと同様に図4.3を参考にして，次式で与えられる．

$$\left. \begin{aligned} u_{i\zeta} &= u_i - \zeta \frac{\partial w}{\partial x} \\ v_{i\zeta} &= v_i - \zeta \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

よって，層 i ($i = 1, 3$) の x 軸方向ひずみ ε_{ix} および y 軸方向ひずみ ε_{iy} は，次式で表される．

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ix} &= \frac{\partial u_{i\zeta}}{\partial x} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{iy} &= \frac{\partial v_{i\zeta}}{\partial y} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

また，平板では層 i ($i = 1, 3$) の xy 平面におけるせん断ひずみ γ_{ixy} が無視できないので，薄肉平板のせん断ひずみの式を用いると γ_{ixy} は次式で与えられる^{(91),(96)}．

$$\gamma_{ixy} = \frac{\partial u_{i\zeta}}{\partial y} + \frac{\partial v_{i\zeta}}{\partial x} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4.7)$$

一方，層 i ($i = 1, 3$) における x 軸方向応力 σ_{ix} および y 軸方向応力 σ_{iy} は，薄肉平板の式より次のように与えられる．

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ix} &= \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} (\varepsilon_{ix} + \nu_i \varepsilon_{iy}) = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x} + \nu_i \frac{\partial v_i}{\partial y} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \\ \sigma_{iy} &= \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} (\varepsilon_{iy} + \nu_i \varepsilon_{ix}) = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \left[\frac{\partial v_i}{\partial y} + \nu_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

ここに， E_i は層 i のヤング率， ν_i はポアソン比である．また， xy 平面のせん断応力 τ_{ixy} は，次式で与えられる．

$$\tau_{ixy} = G_i \gamma_{ixy} = G_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (4.9)$$

ここに、 G_i は層 i の xy 平面のせん断弾性率であり、次式で与えられる。

$$G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \quad (4.10)$$

(c) ひずみエネルギーと運動エネルギーの導出

式(4.6), (4.8), (4.7) および (4.9) を用いると、層1のひずみエネルギー P_1 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_1/2}^{H_1/2} (\sigma_{1x}\varepsilon_{1x} + \sigma_{1y}\varepsilon_{1y} + \tau_{ixy}\gamma_{ixy}) dx dy d\zeta \\ &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \left\{ \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\partial v_1}{\partial y} + \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \zeta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} - \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} - 2\zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy d\zeta \\ &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \left\{ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \zeta \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + 4 \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \right. \\ &\quad \left. + \zeta^2 \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1 - \nu_1) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy d\zeta \quad (4.11) \end{aligned}$$

ここで、

$$\int_{-H_1/2}^{H_1/2} d\zeta = H_1, \quad \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \zeta d\zeta = 0, \quad \int_{-H_1/2}^{H_1/2} \zeta^2 d\zeta = \frac{1}{12} H_1^3$$

であり、また、

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2$$

であることなどを考慮すると、式(4.11)は、

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + D_1 \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dx dy \quad (4.12) \end{aligned}$$

となる。ここに、 K_1 は層1の伸び剛性で、 $K_1 = E_1 H_1$ 、 D_1 は層1の曲げ剛性で、 $D_1 = H_1^3 / [12(1 - \nu_1^2)]$ である。

層2のせん断ひずみエネルギー P_2 は、同様にして次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_2/2}^{H_2/2} (G_{2xz} \tau_{2xz} \gamma_{2xz} + G_{2yz} \tau_{2yz} \gamma_{2yz}) dx dy d\zeta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_2/2}^{H_2/2} (G_{2xz} \gamma_{2xz}^2 + G_{2yz} \gamma_{2yz}^2) dx dy d\zeta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-H_2/2}^{H_2/2} \frac{s^2}{H_2^2} [G_{2xz} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x})^2 + G_{2yz} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y})^2] dx dy d\zeta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} [(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x})^2 + (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y})^2] dx dy \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

ここに、 G_{2xz} 、 G_{2yz} はそれぞれ磁性ゴム層の xz 方向あるいは yz 方向のせん断弾性率であり、材料の等方性を考慮して $G_{2xz} = G_{2yz} = G_2$ とした。

層3のひずみエネルギーは層1のひずみエネルギーの式(4.12)と同様に、次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 P_3 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{H_3/2}^{-H_3/2} (\sigma_{3x} \epsilon_{3x} + \sigma_{3y} \epsilon_{3y} + \tau_{3xy} \gamma_{3xy}) dx dy d\zeta \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1 - \nu_3^2} \left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + D_3 \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dx dy \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

以上の式(4.12)、(4.13)および(4.14)より、3層全体のひずみエネルギー P は、次式のよう求められる。

$$\begin{aligned}
 P &= P_1 + P_2 + P_3 \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{K_3}{1 - \nu_3^2} \left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
 &\quad \left. + D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{G_2 s^2}{H_2} [(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x})^2 + (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y})^2] \right\} dx dy \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

ここに、 $D = D_1 + D_3$ である。

運動エネルギー T は、面外成分が卓越しているものとして、次式で与える。

$$T = \frac{1}{2} \rho H \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (4.16)$$

ここに、 ρ は3層の平均密度であり、 $H = H_1 + H_2 + H_3$ である。

(d) 保存系のハミルトンの原理の適用

式(4.1)に、式(4.15)および式(4.16)を適用すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{1}{2} \delta \left[\rho H \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \right. \\
& - \frac{1}{2} \delta \left\{ \frac{K_1}{1-\nu_1^2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{1-\nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
& + \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{1-\nu_3}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right)^2 \right] \\
& + D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\
& \left. + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dt dx dy = 0 \quad (4.17)
\end{aligned}$$

上式の等号左辺第1項の運動エネルギーに関する項を変分演算すると次式となる。

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \rho H \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) dt dx dy \quad (4.18)$$

この式(4.18)を時間 t に関して部分積分すると、

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \rho H \frac{\partial w}{\partial t} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) dt dx dy \\
& = \int_0^a \int_0^b \left[\rho H \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \delta w \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt dx dy \quad (4.19)
\end{aligned}$$

上式の等号右辺第1項は、初期条件から0となる。

よって、式(4.18)は、次式となる。

$$\text{式(4.18)} = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w dt dx dy \quad (4.20)$$

同様に、式(4.17)の第2項以降の3層のひずみエネルギーに関する項を変分演算すると次式となる。

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \left\{ - \frac{K_1}{1-\nu_1^2} \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \nu_1 \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] \right. \right. \\
& \left. + \frac{1-\nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \right\} \\
& - \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left\{ \frac{\partial u_3}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right) + \frac{\partial v_3}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right) + \nu_3 \left[\frac{\partial u_3}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_3}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1 - \nu_3}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) \Big\} \\
& - D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right\} \\
& - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \delta (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right. \\
& \left. + (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \delta (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right\} dt dx dy \tag{4.21}
\end{aligned}$$

この式(4.21)の第1, 2列の各項を部分積分すると,

$$\begin{aligned}
& - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \nu_1 \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \delta \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \right] \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \right\} dt dx dy \\
& = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left\{ \int_0^a \left[\frac{\partial v_1}{\partial y} \delta v_1 + \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \delta v_1 + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \delta u_1 \right]_0^b dx \right. \\
& \quad \left. + \int_0^b \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \delta u_1 + \nu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \delta u_1 + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) \delta v_1 \right]_0^a dy \right\} dt \\
& \quad + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \delta u_1 + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \delta v_1 + \nu_1 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} \delta u_1 + \nu_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} \delta v_1 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} \right) \delta u_1 + \frac{1 - \nu_1}{2} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} \right) \delta v_1 \right] dt dx dy \tag{4.22}
\end{aligned}$$

上式も, 等号右辺第1項および第2項が x 座標および y 座標に関する境界条件により0となる. そこで, 等号右辺の第3, 4項を整理すると次のようになる.

$$\begin{aligned}
\text{式(4.21): 第1,2列の式} & = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \delta u_1 + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \delta v_1 + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} \delta u_1 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} \delta v_1 + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \delta u_1 + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} \delta v_1 \right] dt dx dy \tag{4.23}
\end{aligned}$$

式(4.21)の第3, 4列の各項は同様に変形することにより次式となる.

$$\begin{aligned}
\text{式(4.21): 第3,4列の式} & = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{K_3}{1 - \nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \delta u_3 + \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} \delta v_3 + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} \delta u_3 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} \delta v_3 + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \delta u_3 + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} \delta v_3 \right] dt dx dy \tag{4.24}
\end{aligned}$$

式(4.21)の第5列の式を部分積分すると, 次式となる.

$$- \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] dt dx dy$$

$$\begin{aligned}
&= -\int_{t_1}^{t_2} D \left\{ \int_0^a \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \delta w \right]_0^b dx \right. \\
&\quad + \int_0^b \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \delta w \right]_0^a dy \left. \right\} dt \\
&\quad - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] \delta w dt dx dy \quad (4.25)
\end{aligned}$$

この式の定数項は0となるので、結局次式のように整理される。

$$\text{式(4.21) : 第5列の式} = -\int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] \delta w dt dx dy \quad (4.26)$$

また、式(4.21)の第6,7列の式を部分積分すると、

$$\begin{aligned}
&-\int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] dt dx dy \\
&= -\int_{t_1}^{t_2} \frac{G_2 s^2 h}{H_2} \left\{ \int_0^a \left[\left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta w \right]_0^b dx + \int_0^b \left[\left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta w \right]_0^a dy \right\} dt \\
&\quad - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta u_1 - \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta u_3 \right. \\
&\quad \left. + \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta v_1 - \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta v_3 \right. \\
&\quad \left. - h \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_3}{\partial y} + h \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \delta w \right\} dt dx dy \quad (4.27)
\end{aligned}$$

上式も同様に、

$$\begin{aligned}
\text{式(4.21) : 第6,7列の式} &= -\int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta u_1 - \left(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta u_3 \right. \\
&\quad \left. + \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta v_1 - \left(v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta v_3 \right. \\
&\quad \left. - h \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_3}{\partial y} + h \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \delta w \right\} dt dx dy \quad (4.28)
\end{aligned}$$

となる。

式(4.20), (4.23), (4.24), (4.26) および(4.28) を合わせ, δw , δu_1 , δu_3 , δv_1 および δv_3 で整理すると, 式(4.1)は, 次式となる.

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^a \int_0^b \left\{ [-\rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - D(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) \right. \\
& \quad + \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + (\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_3}{\partial y} + h \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \right] \delta w \\
& \quad + \left[\frac{K_1}{1 - \nu_1^2} (\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}) - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right] \delta u_1 \\
& \quad + \left[\frac{K_3}{1 - \nu_3^2} (\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2}) + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right] \delta u_3 \\
& \quad + \left[\frac{K_1}{1 - \nu_1^2} (\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}) - \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right] \delta v_1 \\
& \quad \left. + \left[\frac{K_3}{1 - \nu_3^2} (\frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2}) + \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right] \delta v_3 \right\} dt dx dy = 0
\end{aligned} \tag{4.29}$$

上式が任意の時間 t_1 および t_2 で成り立つことにより, 次式が得られる.

$$\begin{aligned}
& \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right] - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right\} \delta u_1 dx dy = 0 \\
& \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1 - \nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right] + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right\} \delta u_3 dx dy = 0 \\
& \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1 - \nu_1^2} \left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{1 + \nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} \right] - \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right\} \delta v_1 dx dy = 0 \\
& \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1 - \nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + \frac{1 + \nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} \right] + \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right\} \delta v_3 dx dy = 0 \\
& \int_0^a \int_0^b \left\{ \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial w}{\partial x}) + (\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_3}{\partial y} + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right] \right\} \delta w dx dy = 0
\end{aligned} \tag{4.30}$$

式(4.30)が拘束型磁性制振材を平板に貼付した3層積層平板の曲げ弾性振動方程式である.

4.2.3 弾性振動方程式の無次元化

層1と層3の間には層2を介して x 軸方向および y 軸方向についてそれぞれ力のつりあい成り立つので, 次式が与えられる.

$$K_1 u_1 + K_3 u_3 = 0, \quad K_1 v_1 + K_3 v_3 = 0 \tag{4.31}$$

ここに, K_1 , K_3 はそれぞれ層1と層3の伸び剛性である. また, 層1, 層3のポアソン比は等しいものとして,

$$\nu_1 = \nu_3 = \nu$$

とする。弾性振動方程式 (4.30) を解くために、変位 $u_i(x, y, t)$, $v_i(x, y, t)$, および $w(x, y, t)$ を次のようにおく。

$$u_i(x, y, t) = \bar{u}_i(x, y)e^{j\omega t}, \quad v_i(x, y, t) = \bar{v}_i(x, y)e^{j\omega t}, \quad w(x, y, t) = \bar{w}(x, y)e^{j\omega t} \quad (4.32)$$

さらに、次の無次元化量

$$\begin{aligned} \xi &= x/a, \quad \psi = y/b, \\ W(\xi, \psi) &= w(x, y)/h, \quad U_i(\xi, \psi) = \bar{u}_i(x, y)/a, \quad V_i(\xi, \psi) = \bar{v}_i(x, y)/b \end{aligned} \quad (4.33)$$

および次の新しく定義する諸量

$$\begin{aligned} K_s &= \frac{K_1 + K_3}{K_3}, \quad N_p = \frac{1 + \nu}{2}, \quad R = b/a, \quad Q_1 = (a/h)^2, \quad Q_2 = (b/h)^2 \\ g_p &= \frac{K_s G_2 a^2}{K_1 H_2} (1 - \nu^2), \quad Y_p = \frac{K_1 a^2}{D(1 - \nu^2)}, \quad \Omega_p^2 = \rho H a^4 \omega^2 / D \end{aligned} \quad (4.34)$$

を導入し、整理すると次式が得られる。(詳しい式の導出は付録 A6 に示す。)

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + N_p \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1 - N_p)/R^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} - g_p s^2 \left(U_1 + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right\} \delta U_1 d\xi d\psi &= 0 \\ \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + N_p \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1 - N_p)R^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} - g_p s^2 R^2 \left(V_1 + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right\} \delta V_1 d\xi d\psi &= 0 \\ \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\Omega_p^2 W + \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2/R^2 \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + 1/R^4 \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right. \\ \left. - g_p s^2 Y_p \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right] \right\} \delta W d\xi d\psi &= 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

4.2.4 全面貼付の場合の無次元化弾性振動方程式の解法

(a) 試行関数の形の決定

変位 $U_1(\xi, \psi)$, $V_1(\xi, \psi)$, $W(\xi, \psi)$ の解として、摩擦損失を省略して求めた拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの固有関数を平板の x 軸方向および y 軸方向の基底関数として用い、次式のように試行関数をおく。

$$\left. \begin{aligned}
 W_\beta(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} W_{k\ell} X_{wk\beta}(\xi) Y_{w\ell\beta}(\psi) \\
 U_{1\beta}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} U_{1k\ell} X_{uv1k\beta}(\xi) Y_{uv1\ell\beta}(\psi) \\
 V_{1\beta}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} V_{1k\ell} X_{uv1k\beta}(\xi) Y_{uv1\ell\beta}(\psi) \\
 X_{wk\beta}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [C_{xj} e^{\lambda_{xj}\xi} + C'_{xj} e^{-\lambda_{xj}\xi}] \\
 Y_{w\ell\beta}(\psi) &= \sum_{j=1}^3 [C_{yj} e^{\lambda_{yj}\psi} + C'_{yj} e^{-\lambda_{yj}\psi}] \\
 X_{uv1k\beta}(\xi) &= \sum_{j=1}^3 a_{x1j} [C_{xj} e^{\lambda_{xj}\xi} - C'_{xj} e^{-\lambda_{xj}\xi}] \\
 Y_{uv1\ell\beta}(\psi) &= \sum_{j=1}^3 a_{y1j} [C_{yj} e^{\lambda_{yj}\psi} - C'_{yj} e^{-\lambda_{yj}\psi}] \\
 a_{x1j} &= \frac{1}{K_s} \frac{gs^2 \lambda_{xj}}{(\lambda_{xj}^2 - gs^2)}, \quad a_{y1j} = \frac{1}{K_s} \frac{gs^2 R^2 \lambda_{yj}}{(\lambda_{yj}^2 - gs^2 R^2)}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

ここに、 N_k , N_ℓ はそれぞれ所要の基底関数の数、 g , Y , K , p は前章で用いた拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの無次元量の式で、 L に a を代入した式で、つぎのとおりである。

$$g = \frac{G_2 a^2}{KH_2}, \quad Y = \frac{Ka^2}{D}, \quad K = \frac{K_1 K_3}{K_1 + K_3}, \quad p = \frac{h^2}{a^2} \quad (4.37)$$

また、拘束型磁性制振材を x 軸方向のはりに貼付したときの固有振動数を ω_{bx} , y 軸方向のはりに貼付したときの固有振動数を ω_{by} として、無次元化量 Ω_{bx} および Ω_{by} を次式で与える。

$$\Omega_{bx}^2 = \rho H \omega_{bx}^2 a^4 / D, \quad \Omega_{by}^2 = \rho H \omega_{by}^2 b^4 / D \quad (4.38)$$

また、 K_s および R は式 (4.34) で定義した無次元化量である。 λ_{xj} および λ_{yj} は拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの x 軸方向および y 軸方向に関する特性方程式の解であり、付録 A5 を参照して、次式から求める。

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_x^3 - (g_a + g_{b1}) \lambda_x^2 - \Omega_{bx}^2 \lambda_x + g_{b1} \Omega_{bx}^2 &= 0 \\
 \lambda_y^3 - (g_a R^4 + g_{b1} R^2) \lambda_y^2 - \Omega_{by}^2 \lambda_y + g_{b1} R^2 \Omega_{by}^2 &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

ここに,

$$g_a = pgYs^2, \quad g_{b1} = gs^2 \quad (4.40)$$

である.

付録 A5 に示すように, 本解析の範囲では (4.39) の解は 1 つの負および 2 つの正の実数になる. よって, その 1 つの負の解を x_{r1} あるいは y_{r1} とし, 残りの 2 つの正の実数解を x_{r2} , x_{r3} あるいは y_{r2} , y_{r3} とする. そして,

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{|x_{r1}|} &= \lambda_{rx1}, & \sqrt{x_{r2}} &= \lambda_{rx2}, & \sqrt{x_{r3}} &= \lambda_{rx3} \\ \sqrt{|y_{r1}|} &= \lambda_{ry1}, & \sqrt{y_{r2}} &= \lambda_{ry2}, & \sqrt{y_{r3}} &= \lambda_{ry3} \end{aligned} \right\}$$

とすると,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{x1} &= j\lambda_{rx1}, & \lambda_{x2} &= \lambda_{rx2}, & \lambda_{x3} &= \lambda_{rx3} \\ \lambda_{y1} &= j\lambda_{ry1}, & \lambda_{y2} &= \lambda_{ry2}, & \lambda_{y3} &= \lambda_{ry3} \end{aligned} \right\} \quad (4.41)$$

となる. さらに,

$$\left. \begin{aligned} C_{x1} + C'_{x1} &= C_{rx1}, & j(C_{x1} - C'_{x1}) &= C'_{rx1}, \\ C_{x2} + C'_{x2} &= C_{rx2}, & C_{x2} - C'_{x2} &= C'_{rx2}, \\ C_{x3} + C'_{x3} &= C_{rx3}, & C_{x3} - C'_{x3} &= C'_{rx3}, \\ C_{y1} + C'_{y1} &= C_{ry1}, & j(C_{y1} - C'_{y1}) &= C'_{ry1}, \\ C_{y2} + C'_{y2} &= C_{ry2}, & C_{y2} - C'_{y2} &= C'_{ry2}, \\ C_{y3} + C'_{y3} &= C_{ry3}, & C_{y3} - C'_{y3} &= C'_{ry3} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

とすると, 付録 A5 に示すように式 (4.36) の基底関数 $X_{wk\beta}$, $Y_{\ell\beta}$, $X_{u1k\beta}$, $Y_{v1\ell\beta}$ は次式となる.

$$\begin{aligned} X_{wk\beta}(\xi) &= C_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi) + C'_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi) + C_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi) + C'_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi) \\ &\quad + C_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi) + C'_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{w\ell\beta}(\psi) &= C_{ry1} \cos(\lambda_{ry1}\psi) + C'_{ry1} \sin(\lambda_{ry1}\psi) + C_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2}\psi) + C'_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2}\psi) \\ &\quad + C_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3}\psi) + C'_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3}\psi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{u1k\beta}(\xi) &= a_{rx11}[-C_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi) + C'_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi)] + a_{rx12}[C_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi) + C'_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi)] \\ &\quad + a_{rx13}[C_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi) + C'_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{u1\ell\beta}(\psi) &= a_{ry11}[-C_{ry1} \sin(\lambda_{ry1}\psi) + C'_{ry1} \cos(\lambda_{ry1}\psi)] + a_{ry12}[C_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2}\psi) + C'_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2}\psi)] \\ &\quad + a_{ry13}[C_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3}\psi) + C'_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3}\psi)] \end{aligned}$$

$$a_{rx11} = -\frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{rx1}}{\lambda_{rx1}^2 + g_{b1}}, \quad a_{ry11} = -\frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}R^2\lambda_{ry1}}{\lambda_{ry1}^2 + g_{b1}R^2},$$

$$a_{rx12} = \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{rx2}}{\lambda_{rx2}^2 - g_{b1}}, \quad a_{ry12} = \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}R^2\lambda_{ry2}}{\lambda_{ry2}^2 - g_{b1}R^2},$$

$$a_{rx13} = \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{rx3}}{\lambda_{rx3}^2 - g_{b1}}, \quad a_{ry13} = \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}R^2\lambda_{ry3}}{\lambda_{ry3}^2 - g_{b1}R^2}$$

(4.43)

基底関数 $X_{wk\beta}(\xi)$, $Y_{wl\beta}(\psi)$, $X_{uvlk\beta}(\xi)$, $Y_{uvle\beta}(\psi)$ は、それぞれ拘束型磁性制振材を貼付した平板振動体、つまり基層の境界条件を満たすように決める。ここでは、片持ち平板を用いて理論解析の実証を行う予定であるので、4.2.1節の振動モデルで述べた片持ちの境界条件を適用して解くこととする。

x 軸方向について記すと、

1. 固定端 ($x = 0$) で

- 1) z 軸方向変位がゼロ : $w = 0$
- 2) z 軸方向変位の勾配がゼロ : $\frac{dw}{dx} = 0$
- 3) 層1の x 軸方向変位がゼロ : $u_1 = 0$

2. 自由端 ($x = a$) で

- 4) 層1の x 軸方向変位の勾配がゼロ (または、 x 軸方向の軸力 N_1 がゼロ) :

$$\frac{du_1}{dx} = 0 \text{ (または, } N_1 = 0)$$
- 5) 曲げモーメントがゼロ : $M = 0$
- 6) せん断力がゼロ : $Q = 0$

である。4)の境界条件は、正確には拘束層の軸力 N_3 がゼロであるが、式(4.31)より $N_1 + N_3 = 0$ であることから導かれる。

y 軸方向は両端が自由支持であるので、

1. 自由端 ($y = 0, b$) で

- 1) 層1の y 軸方向変位の勾配がゼロ (または、 y 軸方向の軸力 N_1 がゼロ) :

$$\frac{du_1}{dy} = 0 \text{ (または, } N_1 = 0)$$
- 2) 曲げモーメントがゼロ : $M = 0$
- 3) せん断力がゼロ : $Q = 0$

となる。

これらの境界条件を、式(4.37)の無次元量を用いて表すと次の境界条件式が得られる(軸力 N_1 , 曲げモーメント M およびせん断力 Q の無次元化は、付録3に示す)。

x 軸方向についての境界条件式 :

1. 固定端 ($\xi = 0$) で

- 1) $X_{wk\beta}(\xi) = 0$
- 2) $\frac{dX_{wk\beta}(\xi)}{d\xi} = 0$
- 3) $X_{uvlk\beta}(\xi) = 0$

2. 自由端 ($\xi = 1$) で

- 4) $\frac{dX_{uvlk\beta}(\xi)}{d\xi} = 0$

$$5) \frac{d^2 X_{wk\beta}(\xi)}{d\xi^2} = 0$$

$$6) \frac{d^3 X_{wk\beta}(\xi)}{d\xi^3} - gYK_s s \left\{ X_{uvlk\beta}(\xi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{dX_{wk\beta}(\xi)}{d\xi} \right\} = 0$$

y 軸方向についての境界条件式：

1. 自由端 ($\psi = 0, 1$) で

$$1) \frac{dY_{uvl\ell\beta}(\xi)}{d\psi} = 0$$

$$2) \frac{d^2 Y_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi^2} = 0$$

$$3) \frac{d^3 Y_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi^3} - gYR^4 K_s s \left\{ Y_{uvl\ell\beta}(\psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{dY_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi} \right\} = 0$$

これらの境界条件式に式(4.43)の試行関数を代入し整理すると、次のマトリックス方程式が与えられる。

$$B_x \begin{bmatrix} C_{rx1} \\ C_{rx2} \\ C_{rx3} \\ C'_{rx1} \\ C'_{rx2} \\ C'_{rx3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$B_y \begin{bmatrix} C_{ry1} \\ C_{ry2} \\ C_{ry3} \\ C'_{ry1} \\ C'_{ry2} \\ C'_{ry3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

境界条件マトリックス B_x , B_y を以下に示す。

$$B_x = \left. \begin{array}{l} B_x = \begin{bmatrix} B_{x11} & B_{x12} \end{bmatrix} \\ B_y = \begin{bmatrix} B_{y11} & B_{y12} \end{bmatrix} \end{array} \right\} \\ B_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -a_{rx11} \lambda_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}) & a_{rx12} \lambda_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}) & a_{rx13} \lambda_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}) \\ -\lambda_{rx1}^2 \cos(\lambda_{rx1}) & \lambda_{rx2}^2 \cosh(\lambda_{rx2}) & \lambda_{rx3}^2 \cosh(\lambda_{rx3}) \\ b_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}) & b_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}) & b_{rx3} \sin(\lambda_{rx3}) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned}
B_{x2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{rx1} & \lambda_{rx2} & \lambda_{rx3} \\ -a_{rx11} & a_{rx12} & a_{rx13} \\ -a_{rx11}\lambda_{rx1}\sin(\lambda_{rx1}) & a_{rx12}\lambda_{rx2}\sinh(\lambda_{rx2}) & a_{rx13}\lambda_{rx3}\sinh(\lambda_{rx3}) \\ -\lambda_{rx1}^2\sin(\lambda_{rx1}) & \lambda_{rx2}^2\sinh(\lambda_{rx2}) & \lambda_{rx3}^2\sinh(\lambda_{rx3}) \\ -b_{rx1}\cos(\lambda_{rx1}) & b_{rx2}\cosh(\lambda_{rx2}) & b_{rx3}\cosh(\lambda_{rx3}) \end{bmatrix} \\
B_{y1} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -a_{ry11}\lambda_{ry1}\cos(\lambda_{ry1}) & a_{ry12}\lambda_{ry2}\cosh(\lambda_{ry2}) & a_{ry13}\lambda_{ry3}\cosh(\lambda_{ry3}) \\ -\lambda_{ry1}^2\cos(\lambda_{ry1}) & \lambda_{ry2}^2\cosh(\lambda_{ry2}) & \lambda_{ry3}^2\cosh(\lambda_{ry3}) \\ b_{ry1}\sin(\lambda_{ry1}) & b_{ry2}\sinh(\lambda_{ry2}) & b_{ry3}\sin(\lambda_{ry3}) \end{bmatrix} \\
B_{y2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{ry1} & \lambda_{ry2} & \lambda_{ry3} \\ -a_{ry11} & a_{ry12} & a_{ry13} \\ -a_{ry11}\lambda_{ry1}\sin(\lambda_{ry1}) & a_{ry12}\lambda_{ry2}\sinh(\lambda_{ry2}) & a_{ry13}\lambda_{ry3}\sinh(\lambda_{ry3}) \\ -\lambda_{ry1}^2\sin(\lambda_{ry1}) & \lambda_{ry2}^2\sinh(\lambda_{ry2}) & \lambda_{ry3}^2\sinh(\lambda_{ry3}) \\ -b_{ry1}\cos(\lambda_{ry1}) & b_{ry2}\cosh(\lambda_{ry2}) & b_{ry3}\cosh(\lambda_{ry3}) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ここに, $b_{rx1} \sim b_{rx3}$, および $b_{ry1} \sim b_{ry3}$ は,

$$\left. \begin{aligned}
b_{rx1} &= \lambda_{rx1}^3 + gYs(a_{rx11} - a_{rx31} + p\lambda_{rx1}), & b_{rx2} &= \lambda_{rx2}^3 - gYs(a_{rx12} - a_{rx32} + p\lambda_{rx2}) \\
b_{rx3} &= \lambda_{rx3}^3 - gYs(a_{rx13} - a_{rx33} + p\lambda_{rx3}), & b_{ry1} &= \lambda_{ry1}^3 + gYs(a_{ry11} - a_{ry31} + p\lambda_{ry1}) \\
b_{ry2} &= \lambda_{ry2}^3 - gYs(a_{ry12} - a_{ry32} + p\lambda_{ry2}), & b_{ry3} &= \lambda_{ry3}^3 - gYs(a_{ry13} - a_{ry33} + p\lambda_{ry3})
\end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

そこで, $\det B_x = 0$ あるいは $\det B_y = 0$ を解いて拘束型磁性制振材貼付はりの固有振動数 ω_{bxk} , $k = 1, 2, \dots, N_k$ および ω_{byl} , $l = 1, 2, \dots, N_l$ を求める. 次に得られた ω_{bxk} あるいは ω_{byl} を式(4.44)あるいは(4.45)にそれぞれ代入して解くと, ω_{bxk} あるいは ω_{byl} に対応して $C_{r1zk} \sim C'_{r3zk}$ あるいは $C_{r1yl} \sim C'_{r3yl}$ の各係数間の比が定められる. そこで, 得られた C_{r1zk} および C_{r1yl} をそれぞれ基準として

$$\left. \begin{aligned}
r_{xjk} &= C_{rxjk}/C_{rx1k}, & r'_{xjk} &= C'_{rxjk}/C_{rx1k}, & (j = 1 \sim 3) \\
r_{yjl} &= C_{ryjl}/C_{ry1l}, & r'_{yjl} &= C'_{ryjl}/C_{ry1l}, & (j = 1 \sim 3)
\end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

とし, さらに, $r_{x0k} = C_{rx1k}$ および $r_{y0l} = C_{ry1l}$ とおくと, 基底関数は

$$\left. \begin{aligned}
X_{wk\beta}(\xi) &= r_{x0k}X_{rwk\beta}(\xi) \\
Y_{w\ell\beta}(\psi) &= r_{y0\ell}Y_{rw\ell\beta}(\psi) \\
X_{uv1k\beta}(\xi) &= r_{x0k}X_{ruv1k\beta}(\xi) \\
Y_{ruv1\ell\beta}(\psi) &= r_{y0\ell}Y_{ruv1\ell\beta}(\psi)
\end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 X_{rwk\beta}(\xi) &= \cos(\lambda_{rx1k}\xi) + r'_{rx1k} \sin(\lambda_{rx1k}\xi) \\
 &\quad + r_{rx2k} \cosh(\lambda_{rx2k}\xi) + r'_{rx2k} \sinh(\lambda_{rx2k}\xi) \\
 &\quad + r_{rx3k} \cosh(\lambda_{rx3k}\xi) + r'_{rx3k} \sinh(\lambda_{rx3k}\xi) \\
 Y_{rwl\beta}(\psi) &= \cos(\lambda_{ry1l}\psi) + r'_{ry1l} \sin(\lambda_{ry1l}\psi) \\
 &\quad + r_{ry2l} \cosh(\lambda_{ry2l}\psi) + r'_{ry2l} \sinh(\lambda_{ry2l}\psi) \\
 &\quad + r_{ry3l} \cosh(\lambda_{ry3l}\psi) + r'_{ry3l} \sinh(\lambda_{ry3l}\psi) \\
 X_{ruv1k\beta}(\xi) &= a_{rx11k}[-\sin(\lambda_{rx1k}\xi) + r'_{rx1k} \cos(\lambda_{rx1k}\xi)] \\
 &\quad + a_{rx12k}[r_{rx2k} \sinh(\lambda_{rx2k}\xi) + r'_{rx2k} \cosh(\lambda_{rx2k}\xi)] \\
 &\quad + a_{rx13k}[r_{rx3k} \sinh(\lambda_{rx3k}\xi) + r'_{rx3k} \cosh(\lambda_{rx3k}\xi)] \\
 Y_{ruv1l\beta}(\psi) &= a_{ry11l}[-\sin(\lambda_{ry1l}\psi) + r'_{ry1l} \cos(\lambda_{ry1l}\psi)] \\
 &\quad + a_{ry12l}[r_{ry2l} \sinh(\lambda_{ry2l}\psi) + r'_{ry2l} \cosh(\lambda_{ry2l}\psi)] \\
 &\quad + a_{ry13l}[r_{ry3l} \sinh(\lambda_{ry3l}\psi) + r'_{ry3l} \cosh(\lambda_{ry3l}\psi)]
 \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

である。そして、

$$W_{rkl} = W_{kl}r_{x0k}r_{y0l}, \quad U_{r1kl} = U_{1kl}r_{x0k}r_{y0l}, \quad V_{r1kl} = V_{1kl}r_{x0k}r_{y0l}$$

とすれば、試行関数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 W_{\beta}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{l=1}^{N_l} W_{rkl} X_{rwk\beta}(\xi) Y_{rwl\beta}(\psi) \\
 U_{1\beta}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{l=1}^{N_l} U_{r1kl} X_{ruv1k\beta}(\xi) Y_{ruv1l\beta}(\psi) \\
 V_{1\beta}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{l=1}^{N_l} V_{r1kl} X_{ruv1k\beta}(\xi) Y_{ruv1l\beta}(\psi)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

(b) 無次元化振動方程式の解法

無次元化振動方程式 (4.35) に試行関数 (4.51) を適用すると、次式となる。

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \int_0^1 \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left[\frac{d^2 X_{ruv1k\beta}^2}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} + N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} V_{r1k\ell} \right. \\
& \quad \left. + (1 - N_p)/R^2 \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} U_{r1k\ell} \right. \\
& \quad \left. - g_p s^2 (X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} Y_{ruv1\ell\beta} W_{rkl}) \right] \delta U_{r1mn} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi = 0 \\
& \int_0^1 \int_0^1 \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left[\frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}^2}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} V_{r1k\ell} + N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} U_{r1k\ell} \right. \\
& \quad \left. + (1 - N_p) R^2 \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} V_{r1k\ell} \right. \\
& \quad \left. - g_p s^2 R^2 (X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} V_{r1k\ell} + \frac{1}{Q_2 K_s} X_{ruv1k\beta} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} W_{rkl}) \right] \delta V_{r1mn} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi = 0 \\
& \int_0^1 \int_0^1 \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left\{ \left[\frac{d^4 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^4} Y_{ruv1\ell\beta} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^4} X_{ruv1k\beta} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \Omega_p^2 X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} \right] W_{rkl} \right. \\
& \quad \left. - g_p s^2 Y_p \left[\frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} + \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1k\beta} V_{r1k\ell} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \left(\frac{1}{Q_1 K_s} \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} \right) W_{rkl} \right] \right\} \delta W_{r1mn} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi = 0
\end{aligned} \tag{4.52}$$

上式の中で、 x および y に関する積分は実行され、 k, ℓ, m, n ごとに定められる定数となる。

このことおよび式 (4.52) が任意の δW_{mn} , δU_{1mn} , δV_{1mn} で成立する条件より、係数 $W_{k\ell}$, $U_{1k\ell}$ および $V_{1k\ell}$ に関する次の連立1次方程式が導かれる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{11}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{12}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{13}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0 \\
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{21}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{22}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{23}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0 \\
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{33}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{32}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{33}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0
\end{aligned} \tag{4.53}$$

$m = 1 \sim k, \quad n = 1 \sim \ell$

マトリクスの形に書くと次式となる。

$$\begin{bmatrix} d_{11}(k, m, \ell, n) & d_{12}(k, m, \ell, n) & d_{13}(k, m, \ell, n) \\ d_{21}(k, m, \ell, n) & d_{22}(k, m, \ell, n) & d_{23}(k, m, \ell, n) \\ d_{31}(k, m, \ell, n) & d_{32}(k, m, \ell, n) & d_{33}(k, m, \ell, n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{rkl} \\ U_{r1kl} \\ V_{r1kl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$m = 1 \sim k, \quad n = 1 \sim \ell$$

ここに、係数マトリクスの各成分は次式であたえられる。

$$\begin{aligned} d_{11}(k, \ell, m, n) &= -\int_0^1 \int_0^1 \frac{g_p s^2}{Q_1 K_s} \frac{dX_{rwk\beta}}{d\xi} Y_{rw\ell\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{12}(k, \ell, m, n) &= \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{dX_{ruv1k\beta}^2}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} + (1 - N_p)/R^2 \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} \right. \\ &\quad \left. - g_p s^2 X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} \right] X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{13}(k, \ell, m, n) &= \int_0^1 \int_0^1 N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{21}(k, \ell, m, n) &= -\int_0^1 \int_0^1 \frac{g_p s^2 R^2}{Q_2 K_s} X_{rwk\beta} \frac{dY_{rw\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{22}(k, \ell, m, n) &= \int_0^1 \int_0^1 N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{23}(k, \ell, m, n) &= \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{dY_{ruv1\ell\beta}^2}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} + (1 - N_p) R^2 \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} \right. \\ &\quad \left. - g_p s^2 R^2 X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} \right] X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{31}(k, \ell, m, n) &= \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{d^4 X_{rwk\beta}}{d\xi^4} Y_{rw\ell\beta} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{rwk\beta}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^4} X_{rwk\beta} \right. \\ &\quad \left. - \Omega_p^2 X_{rwk\beta} Y_{rw\ell\beta} \right\} - g_p s^2 Y_p \left(\frac{1}{Q_1 K_s} \frac{d^2 X_{rwk\beta}}{d\xi^2} Y_{rw\ell\beta} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} X_{rwk\beta} \right) \} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{32}(k, \ell, m, n) &= -\int_0^1 \int_0^1 g_p s^2 Y_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} Y_{ruv1\ell\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{33}(k, \ell, m, n) &= -\int_0^1 \int_0^1 g_p s^2 Y_p \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1k\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \end{aligned}$$

この係数マトリクスを D とすると、 D は実数マトリックスとなる。 D の行列式をゼロと
おいて

$$\det D = 0 \quad (4.55)$$

を解くことにより、 x 軸方向の振動モード次数を N_x , y 軸における次数を N_y として、拘束型磁性
制振材を貼付した平板の固有振動数 $\omega_{N_x N_y}$ が得られ、それを式 (4.54) に代入することにより
それぞれの $\omega_{N_x N_y}$ ごとに式 (4.51) の係数 $W_{r11N_x N_y} \sim W_{rN_k N_\ell N_x N_y}$, $U_{r111N_x N_y} \sim U_{r1N_k N_\ell N_x N_y}$

および $V_{r111N_xN_y} \sim V_{r1N_kN_lN_xN_y}$ の各係数間の比が実数で求められる。ここでも3章などと同様に $W_{r11N_xN_y}$ を基準に

$$\left. \begin{aligned} r_{wklN_xN_y} &= W_{rklN_xN_y}/W_{r11N_xN_y} \\ r_{u1klN_xN_y} &= U_{r1klN_xN_y}/W_{r11N_xN_y} \\ r_{v1klN_xN_y} &= V_{r1klN_xN_y}/W_{r11N_xN_y} \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

とし、さらに、 $r_{0N_xN_y} = W_{r11N_xN_y}$ とおくと、無次元変位 $W(\xi)$, $U_1(\xi, \psi)$, $V_1(\xi, \psi)$ の振動モード (N_x, N_y) における振動解 $W_{\beta N_xN_y}(\xi, \psi)$, $U_{1\beta N_xN_y}(\xi, \psi)$, $V_{1\beta N_xN_y}(\xi, \psi)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} W_{\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= r_{0N_xN_y} W_{r\beta N_xN_y}(\xi, \psi) \\ U_{1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= r_{0N_xN_y} U_{r1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) \\ V_{1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= r_{0N_xN_y} V_{r1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} W_{r\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_l} r_{wklN_xN_y} X_{rwk\beta N_xN_y}(\xi) Y_{rwl\beta N_xN_y}(\psi) \\ U_{r1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_l} r_{u1klN_xN_y} X_{ruv1k\beta N_xN_y}(\xi) Y_{ruv1\ell\beta N_xN_y}(\psi) \\ V_{r1\beta N_xN_y}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_l} r_{v1klN_xN_y} X_{ruv1k\beta N_xN_y}(\xi) Y_{ruv1\ell\beta N_xN_y}(\psi) \end{aligned} \right\} \quad (4.58)$$

4.2.5 部分貼付の場合の無次元化弾性振動方程式の解法

(a) 試行関数の形の決定

図4.2に示すように、 $\xi_1 a \leq x \leq \xi_2 a$ 、 $\psi_1 b \leq y \leq \psi_2 b$ の部分に拘束型磁性制振材が貼付されているものとする。このような部分貼付の場合には、3層部と単層部の試行関数をそれぞれ仮定する。

3層部の試行関数は先に述べた全面貼付の場合と同様に式(4.43)で与える。

単層部の試行関数は、単層オイラーはりの固有関数を基底関数として次式で与える。

$$\left. \begin{aligned}
 W_{w\alpha}(\xi, \psi) &= \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} W_{k\ell} X_{wk\alpha}(\xi) Y_{w\ell\alpha}(\psi) \\
 0 < \xi < \xi_1 \\
 X_{wk\alpha}(\xi) &= F_{x1} \cos(\theta_x \xi) + F_{x2} \sin(\theta_x \xi) + F_{x3} \cosh(\theta_x \xi) + F_{x4} \sinh(\theta_x \xi) \\
 \xi_2 < \xi < 1 \\
 X_{wk\alpha}(\xi) &= F_{x5} \cos(\theta_x \xi) + F_{x6} \sin(\theta_x \xi) + F_{x7} \cosh(\theta_x \xi) + F_{x8} \sinh(\theta_x \xi) \\
 0 < \psi < \psi_1 \\
 Y_{w\ell\alpha}(\psi) &= F_{y1} \cos(\theta_y \psi) + F_{y2} \sin(\theta_y \psi) + F_{y3} \cosh(\theta_y \psi) + F_{y4} \sinh(\theta_y \psi) \\
 \psi_2 < \psi < 1 \\
 Y_{w\ell\alpha}(\psi) &= F_{y5} \cos(\theta_y \psi) + F_{y6} \sin(\theta_y \psi) + F_{y7} \cosh(\theta_y \psi) + F_{y8} \sinh(\theta_y \psi)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.59)$$

θ は単層オイラーはりの特性方程式の解であり、次式で与えられる。

$$\theta_x^4 = \frac{\rho_1 H_1}{D_1} \cdot \frac{D}{\rho H} \Omega_{bx}^2, \quad \theta_y^4 = \frac{\rho_1 H_1}{D_1} \cdot \frac{D}{\rho H} \Omega_{by}^2 \quad (4.60)$$

部分貼付の場合は、基層両端の境界条件に加えて、3層部と単層部の連続条件を考慮する。両端の境界条件および3層部と単層部の連続条件は以下のとおりとなる。

x 軸方向では

1. 3層部と単層部の境界 ($x = \xi_1 a, \xi_2 a$) で

1) z 方向変位が等しい: $w_\alpha = w_\beta$

2) z 方向変位の勾配が等しい: $\frac{dw_\alpha}{dx} = \frac{dw_\beta}{dx}$

3) 曲げモーメントが等しい: $M_\alpha = M_\beta$

4) せん断力が等しい: $Q_\alpha = Q_\beta$

5) 3層部の層1の軸力がゼロ: $N_{1\beta} = 0$

2. 固定端で

6) z 方向変位がゼロ: $w_\alpha = 0$

7) z 方向変位の勾配がゼロ: $\frac{dw_\alpha}{dx} = 0$

3. 自由端で

8) 曲げモーメントがゼロ : $M_\alpha = 0$

9) せん断力がゼロ : $Q_\alpha = 0$

上の単層部と3層部の境界における連続条件の5)は、式(4.31)と、3層部の層3の x 軸方向軸力が貼付部分の端 ($\xi = \xi_1, \xi = \xi_2$) においてゼロになる、という条件から導かれる。

 y 軸方向では1. 3層部と単層部の境界 ($y = \psi_1 b, \psi_2 b$) で

1) z 方向変位が等しい : $w_\alpha = w_\beta$

2) z 方向変位の勾配が等しい : $\frac{dw_\alpha}{dy} = \frac{dw_\beta}{dy}$

3) 曲げモーメントが等しい : $M_\alpha = M_\beta$

4) せん断力が等しい : $Q_\alpha = Q_\beta$

5) 3層部の層1の軸力がゼロ : $N_{1\beta} = 0$

2. 自由端で

6) 曲げモーメントがゼロ : $M_\alpha = 0$

7) せん断力がゼロ : $Q_\alpha = 0$

となる。これらの連続条件および境界条件を、式(4.37)の無次元量を用いて表すと x 軸方向について次の式が得られる。

 x 軸方向の条件式 :1. 3層部と単層部の境界 ($\xi = \xi_1, \xi_2$) で

1) $X_{wk\alpha}(\xi) = X_{wk\beta}(\xi) = 0$

2) $\frac{dX_{wk\alpha}(\xi)}{d\xi} = \frac{dX_{wk\beta}(\xi)}{d\xi}$

3) $R_d \frac{d^2 X_{wk\alpha}(\xi)}{d\xi^2} = \frac{d^2 X_{wk\beta}(\xi)}{d\xi^2}$

4) $R_d \frac{d^3 X_{wk\alpha}}{d\xi^3} = \frac{d^3 X_{wk\beta}}{d\xi^3} - gYK_s s \{ X_{uv1k\beta}(\xi) - \frac{1}{Q_1 K_s} X_{wk\beta}(\xi) \}$

5) $\frac{dX_{uv1k\beta}(\xi)}{d\xi} = 0$

2. 固定端 ($\xi = 0$) で

6) $X_{wk\alpha}(\xi) = 0$

7) $\frac{dX_{wk\alpha}(\xi)}{d\xi} = 0$

3. 自由端 ($\xi = 1$) で

8) $R_d \frac{d^2 X_{wk\alpha}(\xi)}{d\xi^2} = 0$

9) $R_d \frac{d^3 X_{wk\alpha}(\xi)}{d\xi^3} = 0$

ここに, $R_d = D_1/D$ である.

y 軸方向の条件式:

1. 3層部と単層部の境界 ($\psi = \psi_1, \psi_2$) で

$$1) Y_{w\ell\alpha}(\psi) = Y_{w\ell\beta}(\psi) = 0,$$

$$2) \frac{dY_{w\ell\alpha}(\psi)}{d\psi} = \frac{dY_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi}$$

$$3) R_d \frac{d^2 Y_{w\ell\alpha}(\psi)}{d\psi^2} = \frac{d^2 Y_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi^2},$$

$$4) R_d \frac{d^3 Y_{w\ell\alpha}(\psi)}{d\psi^3} = \frac{d^3 Y_{w\ell\beta}(\psi)}{d\psi^3} - gYR^4 K_s s \{ Y_{uv\ell\beta}(\psi) - \frac{1}{Q_2 K_s} Y_{w\ell\beta}(\psi) \}$$

$$5) \frac{dY_{uv\ell\beta}(\psi)}{d\psi} = 0$$

2. 自由端 ($\psi = 0, 1$) で

$$6) R_d \frac{d^2 Y_{w\ell\alpha}(\psi)}{d\psi^2} = 0$$

$$7) R_d \frac{d^3 Y_{w\ell\alpha}(\psi)}{d\psi^3} = 0$$

これらの条件式に式(4.43)および(4.59)の基底関数を代入し整理すると, 次のマトリクス方程式が与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_x [C_{rx1}, C_{rx2}, C_{rx3}, C'_{rx1}, C'_{rx2}, C'_{rx3}, F_{x1}, F_{x2}, F_{x3}, F_{x4}, F_{x5}, F_{x6}, F_{x7}, F_{x8}]^T &= \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_y [C_{ry1}, C_{ry2}, C_{ry3}, C'_{ry1}, C'_{ry2}, C'_{ry3}, F_{y1}, F_{y2}, F_{y3}, F_{y4}, F_{y5}, F_{y6}, F_{y7}, F_{y8}]^T &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

ここに, $\mathbf{0}$ はゼロベクトルである. このマトリクス方程式(4.61)の \mathbf{B}_x および \mathbf{B}_y はつぎのとおりである.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_x &= \begin{bmatrix} B_{x11} & B_{x12} & B_{x13} & B_{x14} \\ B_{x21} & B_{x22} & B_{x23} & B_{x24} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_y &= \begin{bmatrix} B_{y11} & B_{y12} & B_{y13} & B_{y14} \\ B_{y21} & B_{y22} & B_{y23} & B_{y24} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

$$\mathbf{B}_{x11} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_{rx1}\xi_1) & \cosh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \cosh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ \cos(\lambda_{rx1}\xi_2) & \cosh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \cosh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ -\lambda_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi_1) & \lambda_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \lambda_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ -\lambda_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ -\lambda_{rx1}^2 \cos(\lambda_{rx1}\xi_1) & \lambda_{rx2}^2 \cosh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \lambda_{rx3}^2 \cosh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ -\lambda_{rx1}^2 \cos(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2}^2 \cosh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3}^2 \cosh(\lambda_{rx3}\xi_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
B_{x12} &= \begin{bmatrix} \sin(\lambda_{rx1}\xi_1) & \sinh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \sinh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ \sin(\lambda_{rx1}\xi_2) & \sinh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \sinh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ \lambda_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi_1) & \lambda_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \lambda_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ \lambda_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ -\lambda_{rx1}^2 \sin(\lambda_{rx1}\xi_1) & \lambda_{rx2}^2 \sinh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \lambda_{rx3}^2 \sinh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ -\lambda_{rx1}^2 \sin(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2}^2 \sinh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3}^2 \sinh(\lambda_{rx3}\xi_2) \end{bmatrix} \\
B_{x13} &= \begin{bmatrix} -\cos(\theta_x\xi_1) & -\sin(\theta_x\xi_1) & -\cosh(\theta_x\xi_1) & -\sin(\theta_x\xi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_x \sin(\theta_x\xi_1) & -\theta_x \cos(\theta_x\xi_1) & -\theta_x \sinh(\theta_x\xi_1) & -\theta_x \cosh(\theta_x\xi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_d\theta_x^2 \cos(\theta_x\xi_1) & R_d\theta_x^2 \sin(\theta_x\xi_1) & -R_d\theta_x^2 \cosh(\theta_x\xi_1) & -R_d\theta_x^2 \sinh(\theta_x\xi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B_{x14} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_x\xi_2) & -\sin(\theta_x\xi_2) & -\cosh(\theta_x\xi_2) & -\sin(\theta_x\xi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_x \sin(\theta_x\xi_2) & -\theta_x \cos(\theta_x\xi_2) & -\theta_x \sinh(\theta_x\xi_2) & -\theta_x \cosh(\theta_x\xi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_d\theta_x^2 \cos(\theta_x\xi_2) + R_d\theta_x^2 \sin(\theta_x\xi_2) & -R_d\theta_x^2 \cosh(\theta_x\xi_2) & -R_d\theta_x^2 \sinh(\theta_x\xi_2) & 0 \end{bmatrix} \\
B_{x21} &= \begin{bmatrix} b_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi_1) & b_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi_1) & b_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ b_{rx1} \sin(\lambda_{rx1}\xi_2) & b_{rx2} \sinh(\lambda_{rx2}\xi_2) & b_{rx3} \sinh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ -\lambda_{rx1} a_{rx11} \cos(\lambda_{rx1}\xi_1) & \lambda_{rx2} a_{rx12} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_1) & \lambda_{rx3} a_{rx13} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ -\lambda_{rx1} a_{rx11} \cos(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2} a_{rx12} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3} a_{rx13} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B_{x22} &= \begin{bmatrix} -b_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi_1) & b_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_1) & b_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_1) \\ -b_{rx1} \cos(\lambda_{rx1}\xi_2) & b_{rx2} \cosh(\lambda_{rx2}\xi_2) & b_{rx3} \cosh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ -\lambda_{ry1} a_{ry11} \sin(\lambda_{ry1}\xi_1) & \lambda_{ry2} a_{ry12} \sinh(\lambda_{ry2}\xi_1) & \lambda_{ry3} a_{ry13} \sinh(\lambda_{ry3}\xi_1) \\ -\lambda_{rx1} a_{rx11} \sin(\lambda_{rx1}\xi_2) & \lambda_{rx2} a_{rx12} \sinh(\lambda_{rx2}\xi_2) & \lambda_{rx3} a_{rx13} \sinh(\lambda_{rx3}\xi_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$B_{x23} = \begin{bmatrix} -R_d\theta_x^3 \sin(\theta_x \xi_1) & R_d\theta_x^3 \cos(\theta_x \xi_1) & -R_d\theta_x^3 \sinh(\theta_x \xi_1) & -R_d\theta_x^3 \cosh(\theta_x \xi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \theta_x & 0 & \theta_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{x24} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_d\theta_x^3 \sin(\theta_x \xi_2) & R_d\theta_x^3 \cos(\theta_x \xi_2) & -R_d\theta_x^3 \sinh(\theta_x \xi_2) & -R_d\theta_x^3 \cosh(\theta_x \xi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_x^2 \cos(\theta_x) & -\theta_x^2 \sin(\theta_x) & \theta_x^2 \cosh(\theta_x) & \theta_x^2 \sinh(\theta_x) \\ \theta_x^3 \sin(\theta_x) & -\theta_x^3 \cos(\theta_x) & \theta_x^3 \sinh(\theta_x) & \theta_x^3 \cosh(\theta_x) \end{bmatrix}$$

$$B_{y11} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_{ry1}\psi_1) & \cosh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \cosh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ \cos(\lambda_{ry1}\psi_2) & \cosh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \cosh(\lambda_{ry3}\psi_2) \\ -\lambda_{ry1} \sin(\lambda_{ry1}\psi_1) & \lambda_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \lambda_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ -\lambda_{ry1} \sin(\lambda_{ry1}\psi_2) & \lambda_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \lambda_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3}\psi_2) \\ -\lambda_{ry1}^2 \cos(\lambda_{ry1}\psi_1) & \lambda_{ry2}^2 \cosh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \lambda_{ry3}^2 \cosh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ -\lambda_{ry1}^2 \cos(\lambda_{ry1}\psi_2) & \lambda_{ry2}^2 \cosh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \lambda_{ry3}^2 \cosh(\lambda_{ry3}\psi_2) \end{bmatrix}$$

$$B_{y12} = \begin{bmatrix} \sin(\lambda_{ry1}\psi_1) & \sinh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \sinh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ \sin(\lambda_{ry1}\psi_2) & \sinh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \sinh(\lambda_{ry3}\psi_2) \\ \lambda_{ry1} \cos(\lambda_{ry1}\psi_1) & \lambda_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \lambda_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ \lambda_{ry1} \cos(\lambda_{ry1}\psi_2) & \lambda_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \lambda_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3}\psi_2) \\ -\lambda_{ry1}^2 \sin(\lambda_{ry1}\psi_1) & \lambda_{ry2}^2 \sinh(\lambda_{ry2}\psi_1) & \lambda_{ry3}^2 \sinh(\lambda_{ry3}\psi_1) \\ -\lambda_{ry1}^2 \sin(\lambda_{ry1}\psi_2) & \lambda_{ry2}^2 \sinh(\lambda_{ry2}\psi_2) & \lambda_{ry3}^2 \sinh(\lambda_{ry3}\psi_2) \end{bmatrix}$$

$$B_{y13} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_y \psi_1) & -\sin(\theta_y \psi_1) & -\cosh(\theta_y \psi_1) & -\sinh(\theta_y \psi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_y \sin(\theta_y \psi_1) & -\theta_y \cos(\theta_y \psi_1) & -\theta_y \sinh(\theta_y \psi_1) & -\theta_y \cosh(\theta_y \psi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_d\theta_y^2 \cos(\theta_y \psi_1) & R_d\theta_y^2 \sin(\theta_y \psi_1) & -R_d\theta_y^2 \cosh(\theta_y \psi_1) & -R_d\theta_y^2 \sinh(\theta_y \psi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
B_{y14} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_y \psi_2) & -\sin(\theta_y \psi_2) & -\cosh(\theta_y \psi_2) & -\sinh(\theta_y \psi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_y \sin(\theta_y \psi_2) & -\theta_y \cos(\theta_y \psi_2) & -\theta_y \sinh(\theta_y \psi_2) & -\theta_y \cosh(\theta_y \psi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_d \theta_y^2 \cos(\theta_y \psi_2) & R_d \theta_y^2 \sin(\theta_y \psi_2) & -R_d \theta_y^2 \cosh(\theta_y \psi_2) & -R_d \theta_y^2 \sinh(\theta_y \psi_2) \end{bmatrix} \\
B_{y21} &= \begin{bmatrix} b_{ry1} \sin(\lambda_{ry1} \psi_1) & b_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2} \psi_1) & b_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3} \psi_1) \\ b_{ry1} \sin(\lambda_{ry1} \psi_2) & b_{ry2} \sinh(\lambda_{ry2} \psi_2) & b_{ry3} \sinh(\lambda_{ry3} \psi_2) \\ -\lambda_{ry1} a_{ry11} \cos(\lambda_{ry1} \psi_1) & \lambda_{ry2} a_{ry12} \cosh(\lambda_{ry2} \psi_1) & \lambda_{ry3} a_{ry13} \cosh(\lambda_{ry3} \psi_1) \\ -\lambda_{ry1} a_{ry11} \cos(\lambda_{ry1} \psi_2) & \lambda_{ry2} a_{ry12} \cosh(\lambda_{ry2} \psi_2) & \lambda_{ry3} a_{ry13} \cosh(\lambda_{ry3} \psi_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B_{y22} &= \begin{bmatrix} -b_{ry1} \cos(\lambda_{ry1} \psi_1) & b_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2} \psi_1) & b_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3} \psi_1) \\ -b_{ry1} \cos(\lambda_{ry1} \psi_2) & b_{ry2} \cosh(\lambda_{ry2} \psi_2) & b_{ry3} \cosh(\lambda_{ry3} \psi_2) \\ -\lambda_{ry1} a_{ry11} \sin(\lambda_{ry1} \psi_1) & \lambda_{ry2} a_{ry12} \sinh(\lambda_{ry2} \psi_1) & \lambda_{ry3} a_{ry13} \sinh(\lambda_{ry3} \psi_1) \\ -\lambda_{ry1} a_{ry11} \sin(\lambda_{ry1} \psi_2) & \lambda_{ry2} a_{ry12} \sinh(\lambda_{ry2} \psi_2) & \lambda_{ry3} a_{ry13} \sinh(\lambda_{ry3} \psi_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B_{y23} &= \begin{bmatrix} -R_d \theta_y^3 \sin(\theta_y \psi_1) & R_d \theta_y^3 \cos(\theta_y \psi_1) & -R_d \theta_y^3 \sinh(\theta_y \psi_1) & -R_d \theta_y^3 \cosh(\theta_y \psi_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_y^2 & 0 & \theta_y^2 & 0 \\ 0 & -\theta_y^3 & 0 & \theta_y^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B_{y24} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_d \theta_y^3 \sin(\theta_y \psi_2) & R_d \theta_y^3 \cos(\theta_y \psi_2) & -R_d \theta_y^3 \sinh(\theta_y \psi_2) & -R_d \theta_y^3 \cosh(\theta_y \psi_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_y^2 \cos(\theta_y) & -\theta_y^2 \sin(\theta_y) & \theta_y^2 \cosh(\theta_y) & \theta_y^2 \sinh(\theta_y) \\ \theta_y^3 \sin(\theta_y) & -\theta_y^3 \cos(\theta_y) & \theta_y^3 \sinh(\theta_y) & \theta_y^3 \cosh(\theta_y) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

よって、全面貼付の場合と同様に、式(4.61)より、 x 軸方向の振動モード k および y 軸方向の振動モード l ごとに3層部において $C_{rxjk} \sim C'_{rxjk}$ と $C_{ryjl} \sim C'_{ryjl}$ および単層部において $F_{x1k} \sim F_{x8k}$ と $F_{y1l} \sim F_{y8l}$ の各係数間の比が定められる。以下、3層部に関しては4.2.4(a)節で記述した方法により試行関数の形を定める。単層部に関しては、ここでも $r_{0xk} = C_{r1xk}$ および $r_{0yl} = C_{r1yl}$ をそれぞれ基準として、

$$r_{F_xjk} = F_{xjk}/r_{x0k}, \quad r_{F_yjl} = F_{yjl}/r_{y0l}, \quad (j = 1 \sim 8) \quad (4.63)$$

とし、

$$W_{rkl} = W_{kl} r_{x0k} r_{y0l}$$

とすれば、単層部の試行関数は次式で与えられる。

$$W_{w\alpha}(\xi, \psi) = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{l=1}^{N_l} W_{rkl} X_{rwk\alpha}(\xi) Y_{rwl\alpha}(\psi) \quad (4.64)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} (1) 0 < \xi < \xi_1 \\ X_{rwk\alpha}(\xi) &= r_{F_x1k} \cos(\theta_{xk}\xi) + r_{F_x2k} \sin(\theta_{xk}\xi) + r_{F_x3k} \cosh(\theta_{xk}\xi) + r_{x4k} \sinh(\theta_{F_xk}\xi) \\ (1) \xi_2 < \xi < 1 \\ X_{wk\alpha}(\xi) &= r_{F_x5k} \cos(\theta_{xk}\xi) + r_{F_x6k} \sin(\theta_{xk}\xi) + r_{F_x7k} \cosh(\theta_{xk}\xi) + r_{F_x8k} \sinh(\theta_{xk}\xi) \\ (2) 0 < \psi < \psi_1 \\ Y_{rwl\alpha}(\psi) &= r_{F_y1l} \cos(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y2l} \sin(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y3l} \cosh(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y4l} \sinh(\theta_{yl}\psi) \\ (2) \psi_2 < \psi < 1 \\ Y_{rwl\alpha}(\psi) &= r_{F_y5l} \cos(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y6l} \sin(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y7l} \cosh(\theta_{yl}\psi) + r_{F_y8l} \sinh(\theta_{yl}\psi) \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

(b) 無次元化振動方程式の解法

無次元化振動方程式(4.35)に式(4.51)の3層部の試行関数および式(4.64)の単層部の試行関数を適用すると、次式となる。

$$\begin{aligned}
& \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left[\frac{dX_{ruv1k\beta}^2}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} + N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} V_{r1k\ell} \right. \\
& \quad + (1 - N_p)/R^2 \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} U_{r1k\ell} - g_p s^2 (X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} \\
& \quad \left. + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{dX_{rwk\beta}}{d\xi} Y_{rw\ell\beta} W_{rkl} \right] \delta U_{r1mn} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi = 0 \\
& \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left[\frac{dY_{ruv1\ell\beta}^2}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} V_{r1k\ell} + N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} U_{r1k\ell} \right. \\
& \quad + (1 - N_p) R^2 \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} V_{r1k\ell} - g_p s^2 R^2 (X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} V_{r1k\ell} \\
& \quad \left. + \frac{1}{Q_2 K_s} X_{rwk\beta} \frac{dY_{rw\ell\beta}}{d\psi} W_{rkl} \right] \delta V_{r1mn} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi = 0 \\
& \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} \left\{ \left[\frac{d^4 X_{rwk\beta}}{d\xi^4} Y_{rw\ell\beta} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{rwk\beta}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^4} X_{rwk\beta} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \Omega_p^2 X_{rwk\beta} Y_{rw\ell\beta} \right] W_{rkl} - g_p s^2 Y_p \left[\frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} Y_{ruv1\ell\beta} U_{r1k\ell} + \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1k\beta} V_{r1k\ell} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \left(\frac{1}{Q_1 K_s} \frac{d^2 X_{rwk\beta}}{d\xi^2} Y_{rw\ell\beta} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} X_{rwk\beta} \right) W_{rkl} \right] \delta W_{r1mn} X_{rw1m\beta} Y_{rw1n\beta} d\xi d\psi \right. \\
& \quad \left. + \left(\int_0^1 \int_0^1 - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \right) \left[\frac{D_1}{D} \left(\frac{d^4 X_{rwk\alpha}}{d\xi^4} Y_{rw\ell\alpha} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{rwk\alpha}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{rw\ell\alpha}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{rw\ell\alpha}}{d\psi^4} X_{rwk\alpha} \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{\rho_1 H_1}{\rho H} \Omega_p^2 X_{rwk\alpha} Y_{rw\ell\alpha} \right] W_{rkl} \delta W_{r1mn} X_{rw1m\alpha} Y_{rw1n\alpha} d\xi d\psi = 0 \right. \\
& \hspace{20em} (4.66)
\end{aligned}$$

上式の中で、 x および y に関する積分を実行すると k, ℓ, m, n ごとに定まる定数になるので、整理すると次のように、係数 $W_{k\ell}$, $U_{1k\ell}$ および $V_{1k\ell}$ に関する次の連立1次方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned}
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{11}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{12}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{13}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0 \\
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{21}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{22}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{23}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0 \\
& \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} [d_{33}(k, m, \ell, n) W_{rkl} + d_{32}(k, m, \ell, n) U_{r1k\ell} + d_{33}(k, m, \ell, n) V_{r1k\ell}] = 0 \\
& \hspace{15em} m = 1 \sim k, \quad n = 1 \sim \ell
\end{aligned} \right\} (4.67)$$

マトリクスの形に書くと次式となる。

$$\begin{bmatrix} d_{11}(k, m, \ell, n) & d_{12}(k, m, \ell, n) & d_{13}(k, m, \ell, n) \\ d_{21}(k, m, \ell, n) & d_{22}(k, m, \ell, n) & d_{23}(k, m, \ell, n) \\ d_{31}(k, m, \ell, n) & d_{32}(k, m, \ell, n) & d_{33}(k, m, \ell, n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{rkl} \\ U_{r1k\ell} \\ V_{r1k\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

$$m = 1 \sim k, \quad n = 1 \sim \ell$$

ここに、係数マトリクスの各成分は次式であたえられる。

$$\begin{aligned} d_{11}(k, \ell, m, n) &= - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{g_p s^2}{Q_1 K_s} \frac{dX_{rwb\beta}}{d\xi} Y_{rw\ell\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{12}(k, \ell, m, n) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left[\frac{dX_{ruv1k\beta}^2}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} + (1 - N_p)/R^2 \frac{d^2 Y_{ruv1\ell\beta}}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} \right. \\ &\quad \left. - g_p s^2 X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} \right] X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{13}(k, \ell, m, n) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{21}(k, \ell, m, n) &= - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{g_p s^2 R^2}{Q_2 K_s} X_{rwb\beta} \frac{dY_{rw\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{22}(k, \ell, m, n) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} N_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{23}(k, \ell, m, n) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left[\frac{dY_{ruv1\ell\beta}^2}{d\psi^2} X_{ruv1k\beta} + (1 - N_p) R^2 \frac{d^2 X_{ruv1k\beta}}{d\xi^2} Y_{ruv1\ell\beta} \right. \\ &\quad \left. - g_p s^2 R^2 X_{ruv1k\beta} Y_{ruv1\ell\beta} \right] X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{31}(k, \ell, m, n) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left\{ \left[\frac{d^4 X_{rwb\beta}}{d\xi^4} Y_{rw\ell\beta} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{rwb\beta}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^4} X_{rwb\beta} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \Omega_p^2 X_{rwb\beta} Y_{rw\ell\beta} \right] - g_p s^2 Y_p \left(\frac{1}{Q_1 K_s} \frac{d^2 X_{rwb\beta}}{d\xi^2} Y_{rw\ell\beta} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{d^2 Y_{rw\ell\beta}}{d\psi^2} X_{rwb\beta} \right) \right\} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ &\quad + \left(\int_0^1 \int_0^1 - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \right) \left[\frac{D_1}{D} \left(\frac{d^4 X_{rwk\alpha}}{d\xi^4} Y_{\ell\alpha} + 2/R^2 \frac{d^2 X_{rwk\alpha}}{d\xi^2} \frac{d^2 Y_{rwk\alpha}}{d\psi^2} + 1/R^4 \frac{d^4 Y_{rwk\alpha}}{d\psi^4} X_{rwk\alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\rho_1 H_1}{\rho H} \Omega_p^2 X_{rwk\alpha} Y_{rw\ell\alpha} \right] X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{32}(k, \ell, m, n) &= - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} g_p s^2 Y_p \frac{dX_{ruv1k\beta}}{d\xi} Y_{ruv1\ell\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \\ d_{33}(k, \ell, m, n) &= - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} g_p s^2 Y_p \frac{dY_{ruv1\ell\beta}}{d\psi} X_{ruv1k\beta} X_{ruv1m\beta} Y_{ruv1n\beta} d\xi d\psi \end{aligned}$$

全面貼付の場合と同様に式(4.68)より固有振動数 $\omega_{N_x N_y}$ と式(4.51)の3層部および式(4.64)の単層部の振動解における各係数間の比が実数で定められる。よって、3層部に関しては4.2.4(b)節で記した方法により無次元変位 $W_{\beta N_x N_y}(\xi, \psi)$, $U_{1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)$ および $V_{1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)$

の振動解を求める。単層部の振動解に関しても $r_{0NxNy} = W_{r11NxNy}$ を基準にして

$$r_{klNxNy} = W_{rklNxNy} / W_{r11NxNy} \quad (4.69)$$

とすると、次式で与えられる。

$$W_{\alpha NxNy}(\xi, \psi) = r_{0NxNy} W_{r\alpha NxNy}(\xi, \psi) \quad (4.70)$$

ここに、

$$W_{r\alpha NxNy}(\xi, \psi) = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{\ell=1}^{N_\ell} r_{klNxNy} X_{rwk\alpha NxNy}(\xi) Y_{rwl\alpha NxNy}(\psi) \quad (4.71)$$

4.3 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の損失係数

(a) 損失係数の計算式

拘束型磁性制振材を貼付した平板においてもやはりと同様に、損失係数は次式に示すように摩擦損失と内部損失からなる損失エネルギーと3層のひずみエネルギーの比で与えられる。

$$\eta = \frac{L_{fs}/2\pi + \eta_g P_2}{P} \quad (4.72)$$

ここに、 P : 3層全体のひずみエネルギー、 P_2 : 層2のひずみエネルギー、 L_{fs} : 層2のすべり変位による摩擦損失、 η_g : 層2の損失係数、である。

(b) 摩擦損失の導出

摩擦損失 L_{fs} は次のように求める。摩擦損失は、摩擦抵抗力が消費する仕事量に相当し、(摩擦抵抗力) × (すべり変位) で与えられるから、座標 (x, y) 近辺の微少部分 $dxdy$ での摩擦損失 dL_f は次式で与えられる。

$$dL_f = F_R dxdy \times l(x, y) \quad (4.73)$$

なお、平板でも単位面積当たりの摩擦抵抗力 F_R は、摩擦係数 μ および単位面積当たりの磁力吸着力 F_M を用いて次式で与えるものとする。

$$F_R = \mu F_M \quad (4.74)$$

また、すべり変位 $l(x, y)$ は、 $[l_x(x, y), l_y(x, y)]$ を成分とするベクトルの長さに相当するため、次の式(4.75)で与えられる。 $l_x(x, y)$ および $l_y(x, y)$ は、前章のほりにならってそれぞれ次の式(4.76) および(4.77)で与える。

$$l(x, y) = \sqrt{[l_x(x, y)]^2 + [l_y(x, y)]^2} \quad (4.75)$$

$$l_x(x, y) = (1-s)H_2\gamma_{2xz}^* = (1-s)(u_1 - u_3 + h\frac{\partial w}{\partial x}) \quad (4.76)$$

$$l_y(x, y) = (1-s)H_2\gamma_{2yz}^* = (1-s)(v_1 - v_3 + h\frac{\partial w}{\partial y}) \quad (4.77)$$

よって、微少部分 $dxdy$ の変位に伴う摩擦損失 ΔL_{fs} は、次式で与えられる。

$$\Delta L_{fs} = 4\mu F_M(1-s) \sqrt{(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x})^2 + (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y})^2} dxdy \quad (4.78)$$

上式を制振材面積で積分することにより、 L_{fs} として式(4.79)が得られる。

$$L_{fs} = 4 \int_0^a \int_0^b [\mu F_M(1-s) \sqrt{(u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x})^2 + (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y})^2}] dxdy \quad (4.79)$$

(c) 損失係数の計算手順

式(4.15)、式(4.13)および式(4.79)に、振動モード $N_x N_y$ における振動解の式(4.57)および(4.70)を適用して振動モード $N_x N_y$ における3層のひずみエネルギー $P_{N_x N_y}$ 、層2のひずみエネルギー $P_{2N_x N_y}$ および摩擦損失 $L_{fsN_x N_y}$ を求めると、付録A7に示す変形により次式となる。

$$\left. \begin{aligned} P_{N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{N_x N_y} \\ P_{2N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{2N_x N_y} \\ L_{fsN_x N_y} &= r_{0N_x N_y} \hat{L}_{fsN_x N_y} \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$

ここに、 $\hat{P}_{N_x N_y}$ 、 $\hat{P}_{2N_x N_y}$ 、 $\hat{L}_{fsN_x N_y}$ は、拘束型磁性制振材を基層に全面貼付した場合には、

$$\begin{aligned} \hat{P}_{N_x N_y} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s ab}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad + 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \\ &\quad + \frac{1-\nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \Big\} \\ &\quad + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\ &\quad + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left[\left(U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + R^2 \left(V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \Big\} d\xi d\psi \\ \hat{P}_{2N_x N_y} &= \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \\ \hat{L}_{fsN_x N_y} &= 4F_M(1-s)a^2b \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})} d\xi d\psi \end{aligned}$$

部分貼付の場合は

$$\hat{P}_{N_x N_y} = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s ab}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \right.$$

$$\begin{aligned}
& + 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \\
& + \frac{1-\nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \Big] \\
& + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left[\left(U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + R^2 \left(V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] d\xi d\psi \\
& + \left(\int_0^1 \int_0^1 - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \right) \left\{ \frac{DR}{Q_1} \left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{R^2} \left[\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \right\} d\xi d\psi \\
\hat{P}_{2N_x N_y} & = \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} r_{0n}^2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\
& \quad \left. + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \\
\hat{L}_{f_s N_x N_y} & = 4\mu(1-s)a^2 b r_{0N_x N_y} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})} d\xi d\psi
\end{aligned} \tag{4.81}$$

となる。また、いずれの場合も $f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})$ は

$$\left. \begin{aligned}
f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y}) & = \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \\
& + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2
\end{aligned} \right\} \tag{4.82}$$

である。

式(4.80)を式(4.72)に適用すると、拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの損失係数は次式で求められる。

$$\eta_{N_x N_y} = \frac{L_{fSN_x N_y}/2\pi + r_{0N_x N_y} \eta_g P_{2N_x N_y}}{r_{0N_x N_y} P_{N_x N_y}} \tag{4.83}$$

4.4 片持ち平板による実験

4.4.1 試料および貼付位置

前章で述べた拘束型磁性制振材を全面貼付または部分貼付した平板についての弾性振動の理論解析手法を実証するために、片持ち平板により実験を行って理論解析結果と比較検討する。

表 4.1 に、実験に用いた試料の仕様を示す。基層の寸法は $300\text{mm} \times 200\text{mm} \times 2\text{mm}$ とし、前章と同じく鋼製のブロック体より削り出し大型の定盤に固定した。拘束層型磁性制振材の寸法は、全面貼付用に基層とほぼ同じ寸法の $300\text{mm} \times 198\text{mm}$ を準備し、部分貼付用に $60\text{mm} \times 40\text{mm}$ から $270\text{mm} \times 180\text{mm}$ まで 8 種類の試料を準備した。なお、各試料の縦横比はいずれも 3:2 で基層の縦横比と同じとした。また、前章の結果から、拘束層厚は基層厚さ約 $1/2$ が最も適するが、本実験では、実橋用の拘束型磁性制振材の拘束層によく用いられる 2.3mm 厚鋼板を使用し、表に示したように 2.3mm とした。次に、磁性ゴム層は、前章での検討結果に基づいて、磁性粉量を 45Vol%，磁力吸着力を 8.3kPa (フル着磁)，厚さを 3mm とした。

試料の貼付位置を図 4.4(a)、4.4(b) に示す。図 4.4(a) は、自由端側中央の貼付位置 (以下 A サイドと呼ぶ) と固定端側中央貼付位置 (以下 B サイドと呼ぶ) を示す。A サイドと B サイドそれぞれの貼付位置について、表 4.1 に示す寸法の拘束型磁性制振材を用いて試料寸法による制振性能の変化を評価した。図 4.4(b) は、 $225 \times 150\text{mm}$ (被覆率 75%) の拘束型磁性制振材を用いて中央付近の貼付位置による制振性能の変化を評価するための、代表的な 9 つの貼付位置を示す。なお、図中の●印は、試料の中心位置を示す。

4.4.2 実験方法

(a) 実験モード解析

実験モード解析用の実験装置の概略を図 4.5 に示す。試料固定定盤は、前章で用いた損失係数測定装置を利用している。動電型加振器 (813-AH 型) を用いて、 $0 \sim 3.2\text{kHz}$ 、 10m/s^2 のランダム正弦波で基層を加振し、インピーダンスヘッド (8001 型) により加振力を、振動ピックアップ (PV90B, リオン (株) 製) により振動加速度を測定した。測定は応答点移動法とし、 $300\text{mm} \times 200\text{mm}$ の試料のとき $25 \times 25\text{mm}$ メッシュの 117 点を応答点 (振動加速度の測定点) とした。そして、実験モード解析ソフト (CADA-X, LMS ジャパン (株) 製) を用いて解析した。

(b) 共振法による損失係数の測定

平板においては加振点・測定点の組み合わせは数多くあり、その選択は難しいので、加振点および測定点を変えて予備実験を行った。代表的な測定結果を図 4.6.1~4.6.3 に示す。この図からわかるように、多くの振動モードで良好なスペクトルが得られた加振点 (0.7a, 0.6b)

と測定点(0.3a,0.4b)を、共振法による損失係数の測定実験の加振点と測定点とした。また、測定周波数範囲は50~3.2kHz、加振加速度は測定点において 10m/s^2 とした。損失係数は周波数特性曲線を用いて半値幅法により求めた。

4.4.3 実験結果および考察

(a) 実験モード解析

表4.2に、 $225 \times 150\text{mm}$ の拘束型磁性制振材(被覆率75%)を自由端側(Aサイド)に貼付したときの実験モード解析によって得られた固有振動数および理論解析による計算値を併せて示す。この表からわかるように、実験モード解析では一部の振動モードが測定できなかったが、固有振動数の実験値と計算値の誤差は-6.3~7.9%でいずれも10%以内の小さな値であり、提案した弾性振動の理論解析により精度よく求められていると言える。

図4.7に、基層のみの振動モードシェイプの例を示す。図4.8に、実験モード解析および理論計算によって得られた(2,4)モード(約1.2kHz)のモードシェイプの例を示す。この図からわかるように、理論解析によって得られたモードシェイプは実験モード解析によって得られたモードシェイプと良好な一致を示した。

理論解析および実験モード解析によって得られたモードシェイプの一致度を定量的に評価するために、両者によるMAC値を計算した。その結果を図4.9に示す。この図からわかるように、MAC値は1kHz以下で特に高い値を示しており、提案した理論解析手法によりモードシェイプも精度よく求められていると言える。

以上、実験モード解析による検証の結果、1kHz以下の振動モードで固有振動数、モードシェイプともに計算結果と実験結果は良好な一致を示し、提案した理論解析手法が妥当であることが明らかとなった。

(b) 損失係数

図4.10に、拘束型磁性制振材を全面貼付したときの100~2kHzの範囲における主な振動ピークにおける損失係数を示す。図から損失係数の理論計算値は実験値とよく一致していると言えるが、その誤差は-4~7.9%であった。また、固有振動数の計算値と実験値の誤差は-7.1~5.4%であった。この結果から全面貼付した場合にも損失係数と固有振動数はよく一致し、良好な精度で計算されていると言える。

図4.11に拘束型磁性制振材を基層の自由端側(Aサイド)に部分貼付したとき、図4.12に固定端側(Bサイド)に部分貼付したときの固有振動数と損失係数の被覆率依存性を示す。図4.13に被覆率75%試料を代表的な9位置に貼付したときの固有振動数および損失係数を示す。これらの図から、いずれの場合にも固有振動数および損失係数とも理論計算値は実験値とよく一致していると言える。

また、表 4.3 に損失係数の計算結果および実験結果を示す。この表からわかるように損失係数の誤差率-15.4~15.3%であった。また、これらの試料の固有振動数の計算値と実験値の誤差は-7.8~13.6%であった。

以上の結果から、拘束型磁性制振材を部分貼付した場合にも損失係数と固有振動数は良い精度で計算されていると言える。

4.5 拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性

4.5.1 片持ち平板に貼付したとき

先に示した図 4.11~図 4.13 により、拘束型磁性制振材を片持ち平板に貼付したときの制振特性について考察する。なお、振動モード表記については、 x 軸および y 軸にそれぞれ垂直な節線の本数を N_x , N_y とし、それらを用いて (N_x, N_y) モードなどと称することにした。

自由端側に貼付したときの損失係数を示す図 4.11 および固定端側に貼付したときの損失係数を示す図 4.12 とともに、貼付面積の増加に伴い著しい増加傾向を示している。低次の振動モードでは被覆率が 90% 付近にピーク値が認められるが、全体的には貼付面積の増加に伴って損失係数が顕著に増加すると言える。また自由端側に貼付した場合と固定端側に貼付した場合の損失係数を比較すると、被覆率がほぼ 40% ~ 80% の範囲では、低次モード (1,2) では固定端側貼付の方がやや大きく、高次モード (2,3)、(3,1)、(2,5) では自由端貼付の方がやや大きいことが見出せる。

図 4.13 に示した、被覆率 75% の拘束型磁性制振材を貼付した試料による貼付位置依存性に関しては、1kHz 以下の範囲の振動モードでは中央の位置 5 で損失係数が大きく、1kHz 以上の範囲では自由端側の位置 2 における損失係数がやや大きい傾向が認められる。一般に従来の接着型制振材ではひずみエネルギーの大きな支持部で損失係数が大きくなるケースが多いことが知られている。これに対して、拘束型磁性制振材では低次モードで中央位置貼付が、高次モードで自由端側貼付が損失係数が大きくなっている。これは、拘束型磁性制振材の制振性能には磁性ゴム層のすべり変位が大きく影響し、このすべり変位振幅が振動自由度の高い位置で大きくなることによるものと考えられる。

4.5.2 4 辺固定平板に貼付したとき

拘束型磁性制振材を 4 辺固定平板に貼付したときの制振特性については提案した理論解析法による検討結果を示す。

図 4.14 に、基層と同じアスペクト比でサイズを変化させた制振材試験片を中央に貼付したときの固有振動数および損失係数を示す。この図からわかるように、損失係数は貼付面積の増加に伴い増加する。しかし、片持ち平板に貼付したときの図 4.11 および図 4.12 と比較するとわかるように、4 辺固定平板に貼付したときはほとんどの振動モードで被覆率（辺比）

80%~95%の範囲にピークを有し、また低い被覆率において変曲点を有するなど、やや複雑な傾向を示している。

各振動モードの損失係数のピーク値が被覆率80%~95%の範囲にあること、被覆率80%において各振動モードとも損失係数はピーク値の70%以上の値に達していることから、4辺固定平板においては被覆率80%程度の貼付が実用上の目安となる。

図4.15に、被覆率75%の試料を図4.5に示す代表的な9位置に貼付したときの固有振動数および損失係数を示す。この図からわかるように、各振動モードともに中央の貼付位置5に貼付したときが損失係数が一番大きくなっている。この理由は、前述のように拘束型磁性制振材の制振性能には磁性ゴム層のすべり変位が大きく影響し、中央位置5でこのすべり変位がどの振動モードに関しても大きくなったものと考えられる。

4.6 結 言

拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性を明らかにする目的で平板を対象とした曲げ弾性振動解析を行い、損失係数の計算式を導出した。そして、提案した理論解析に基づく固有振動数、振動モードシェイプおよび損失係数の計算結果を実験モード解析および共振法による実験結果と比較検討し、検証を行った。さらに、その結果に基づいて損失係数の貼付面積、貼付位置に対する依存性について主として理論計算に基づき検討し、拘束型磁性制振材の損失係数の特徴を明らかにした。得られた結果は以下のとおりである。

1. 拘束型磁性制振材を貼付した平板について、磁性ゴム層の相対すべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーを計算し、他のひずみエネルギーおよび運動エネルギーを摩擦を省略した保存系のエネルギー原理に適用し曲げ弾性振動方程式を導出した。
2. 摩擦損失を省略して3層積層はりの曲げ弾性振動解析を行って得た試行関数を定義して曲げ弾性振動方程式を解く方法を導いた。
3. 得られた弾性振動解を用いて拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの損失係数を求める計算式を導いた。
4. 片持ち平板を用いた実験により検証した結果、提案した曲げ弾性解析手法が、拘束型磁性制振材を全面貼付した場合にも、部分貼付した場合にも良好な精度で損失係数を計算できることを明らかにした。
5. 4辺固定平板に拘束型磁性制振材を貼付する場合、被覆率(辺比)は80%以上、貼付位置は中央付近がもっともよいことを明らかにした。

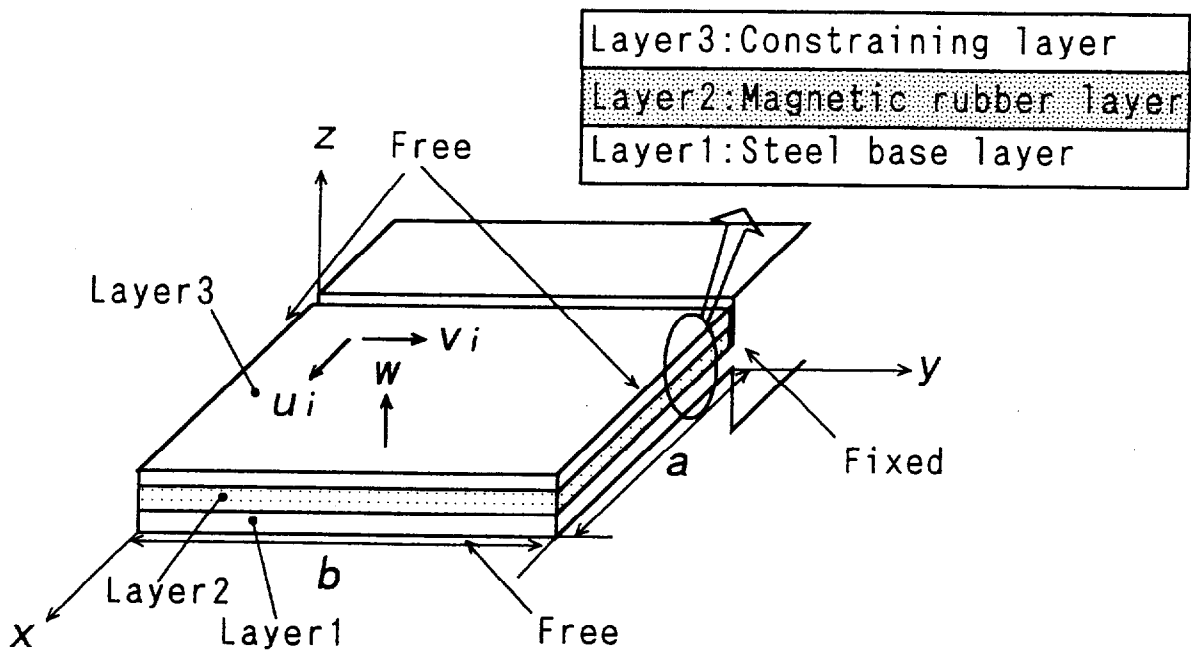


Fig.4.1 A steel plate fully covered with MRDC

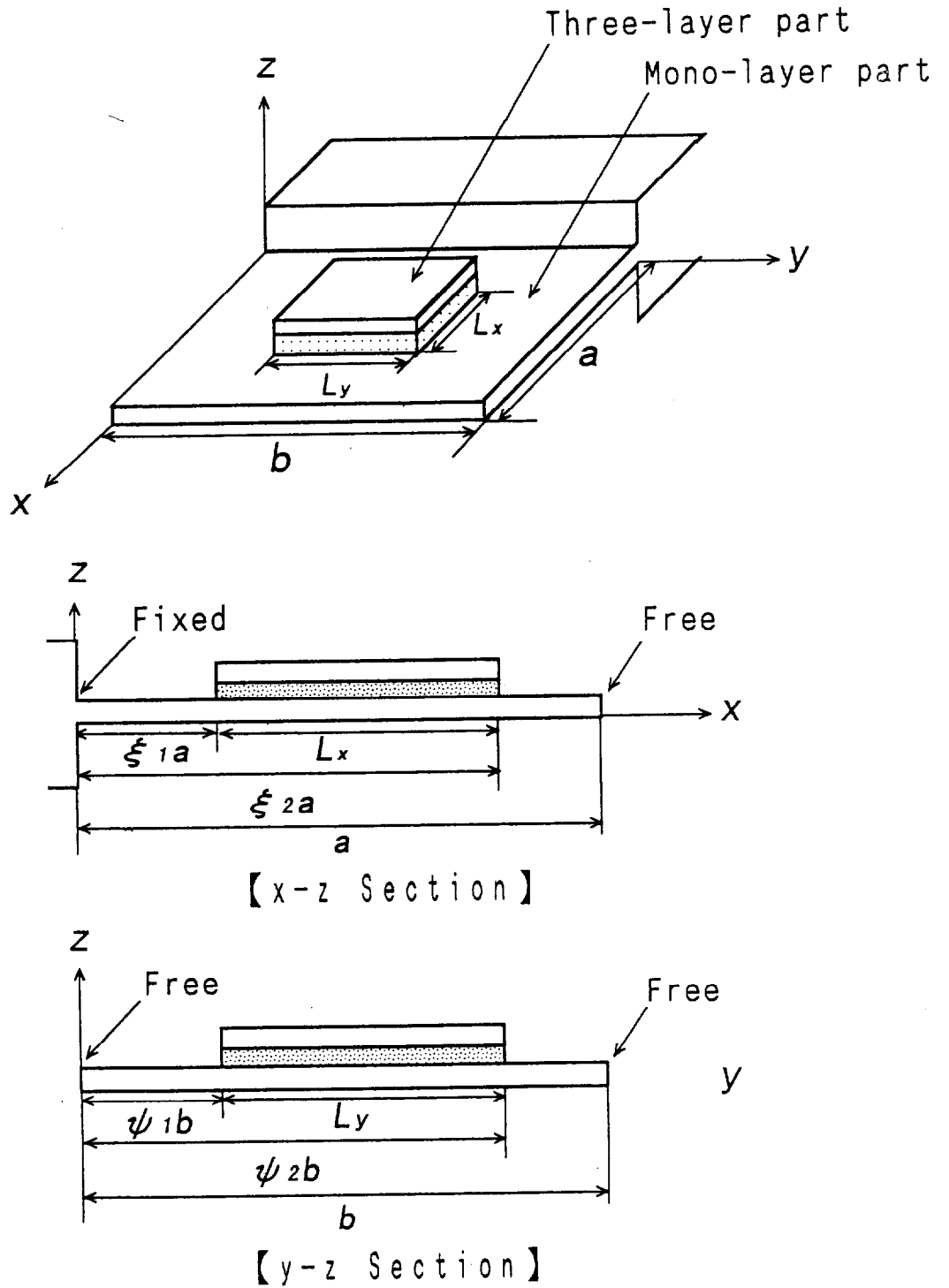


Fig.4.2 A steel plate partially covered with MRDC

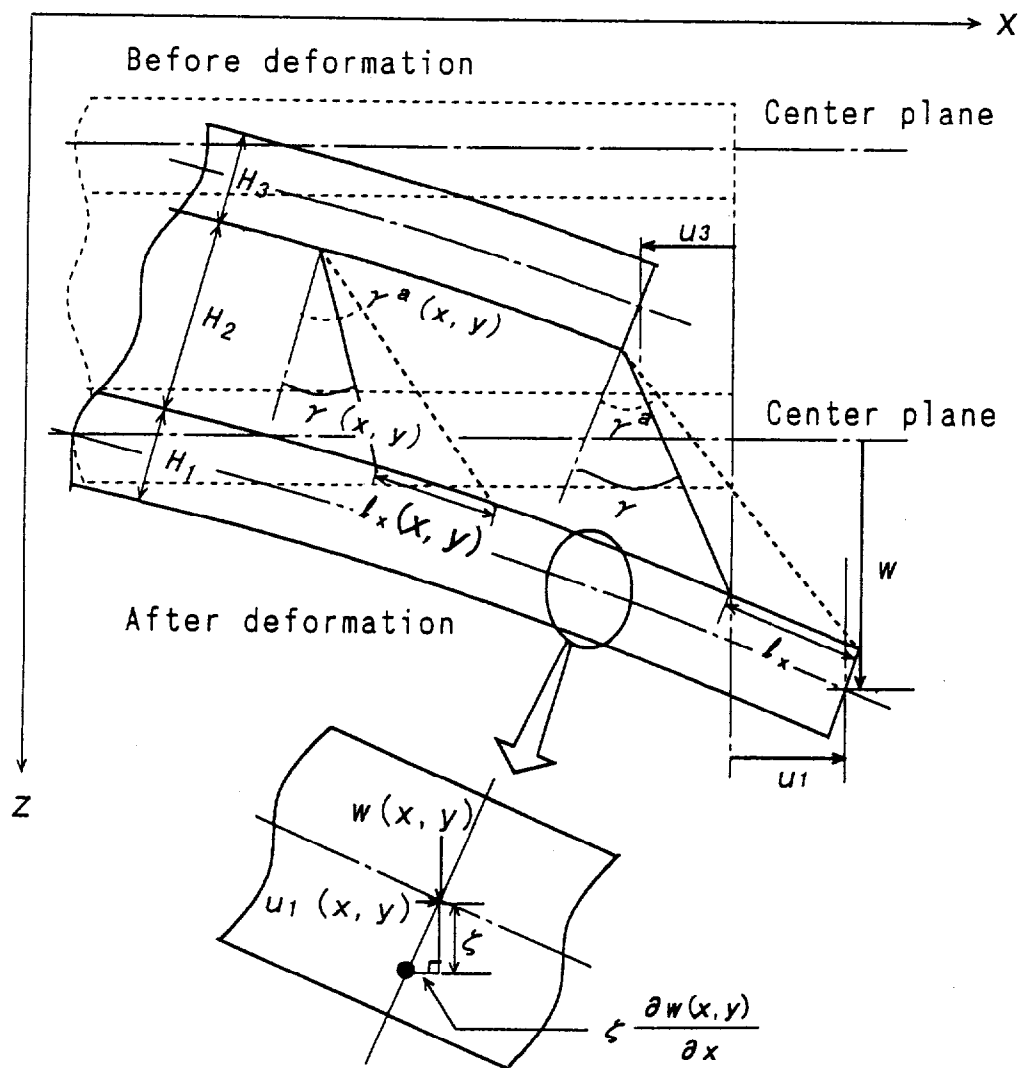
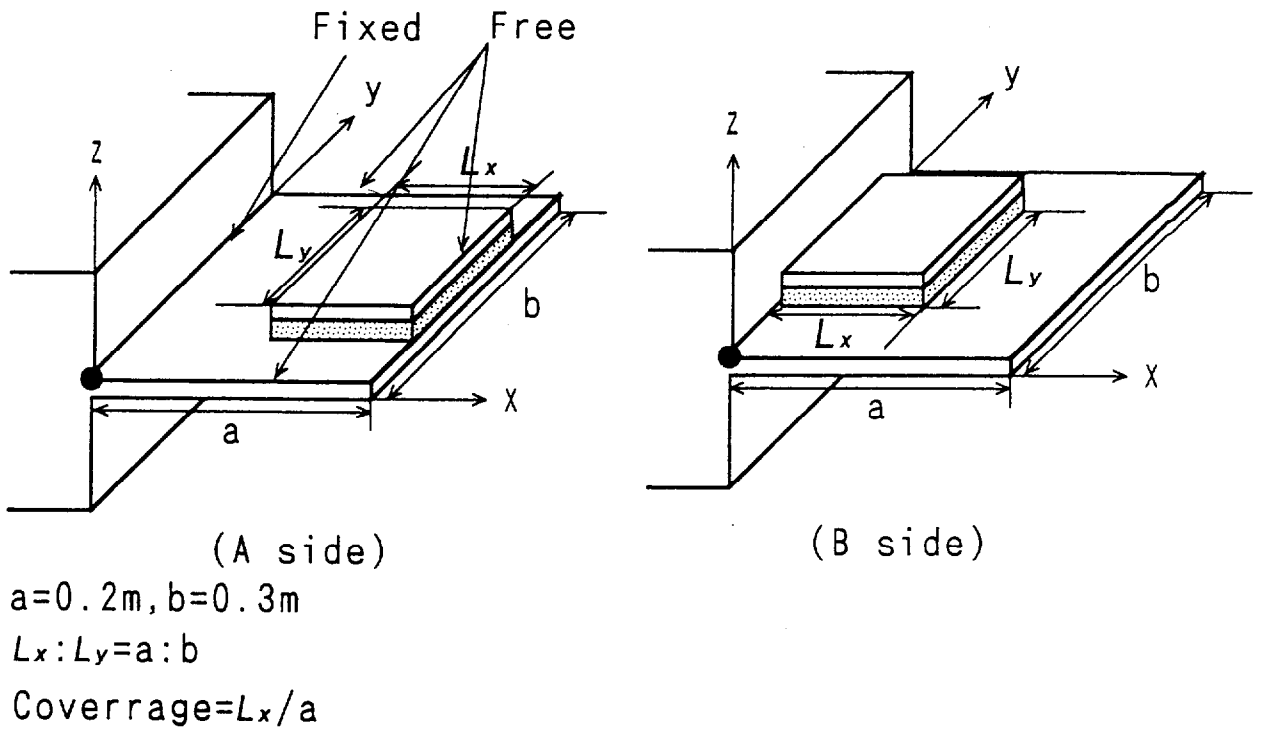
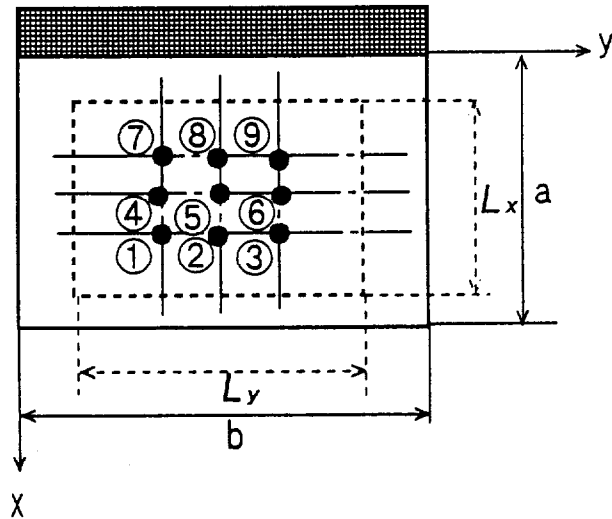


Fig.4.3 The deformation of plate covered with MRDC



(a) MRDC attracted on the free and fixed ends of steel plate



(b) Attracting positions near the center of steel plate

Fig.4.4 Attracting position of MRDC

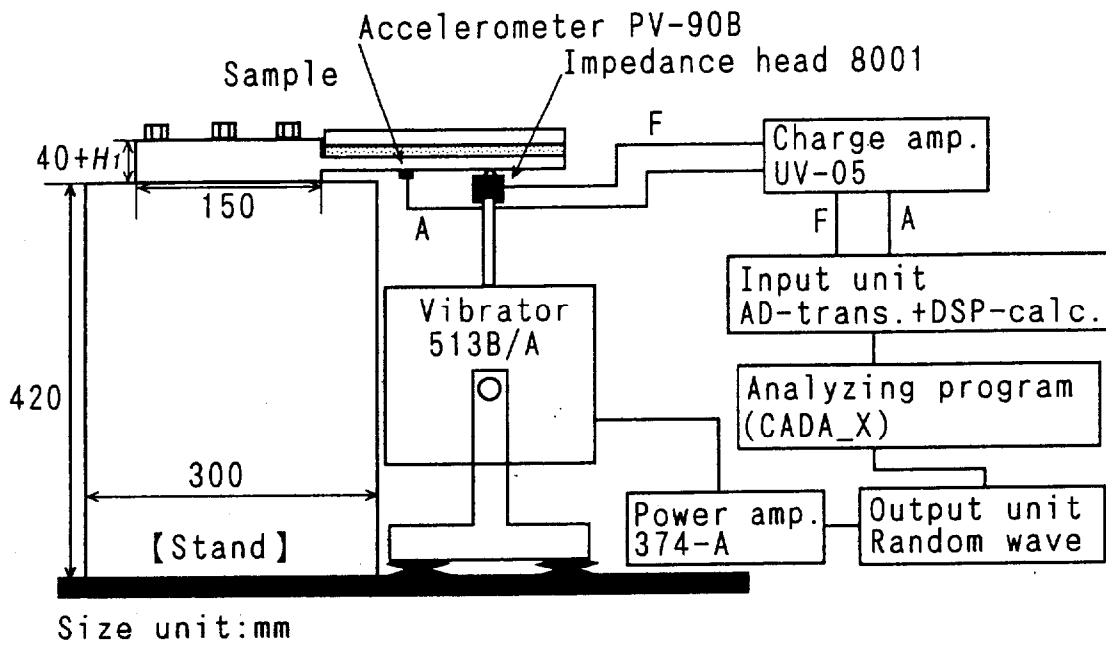


Fig.4.5 The experimental apparatus of damping property

Table 4.1 Specimens of steel plate and MRDC

	Base layer	Constraining layer	Magnetic rubber layer
Size mm	200 × 300	40 × 60, 80 × 120, 100 × 150, 120 × 180, 140 × 210, 150 × 225, 160 × 240, 180 × 270, 198 × 300	
Thickness mm	2	2.3	3
Material	Steel	Zinc plated steel	Butyl rubber, 45vol%, Full mag.

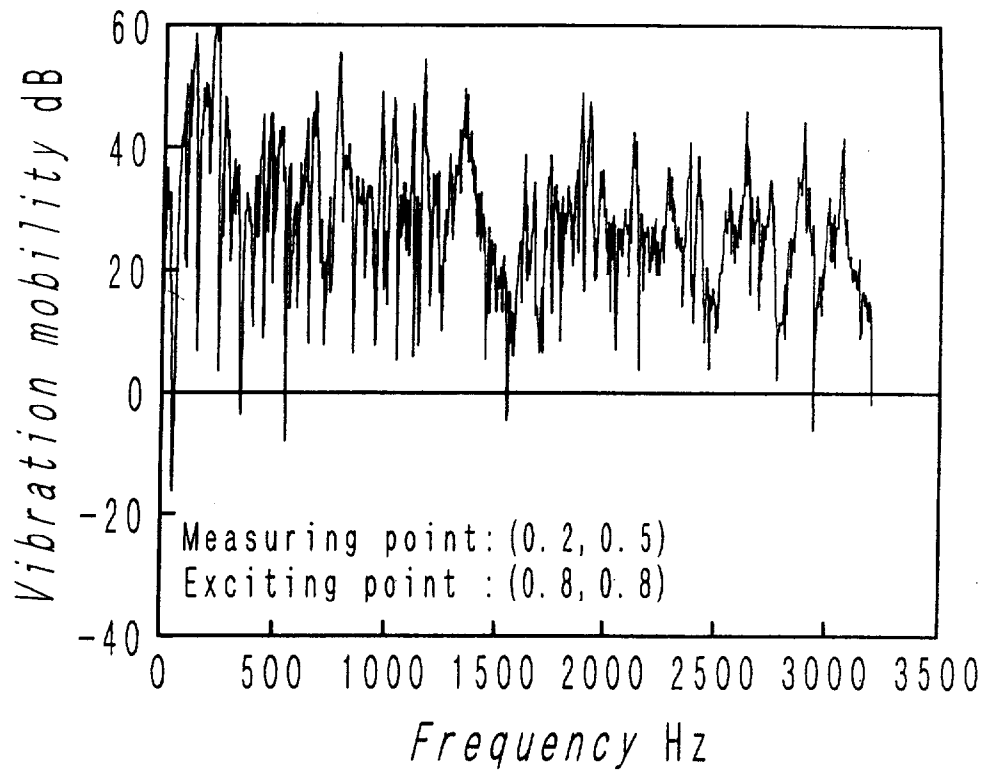


Fig.4.6.1 The vibration mobility of steel plate with MRDC (1)

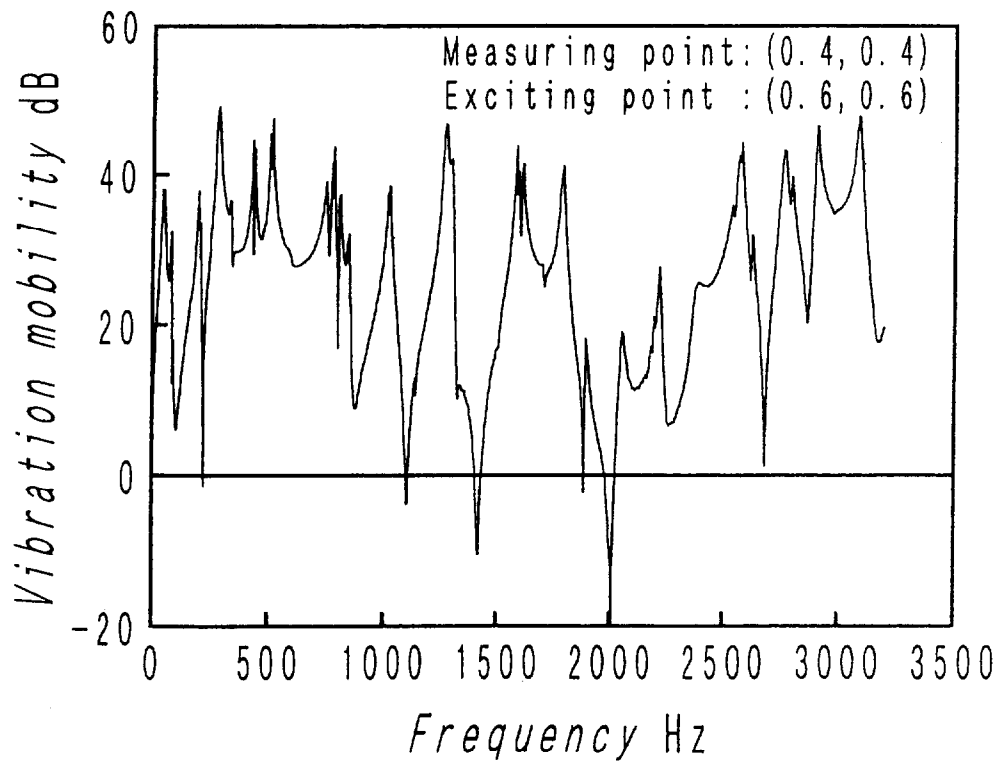


Fig.4.6.2 The vibration mobility of steel plate with MRDC (2)

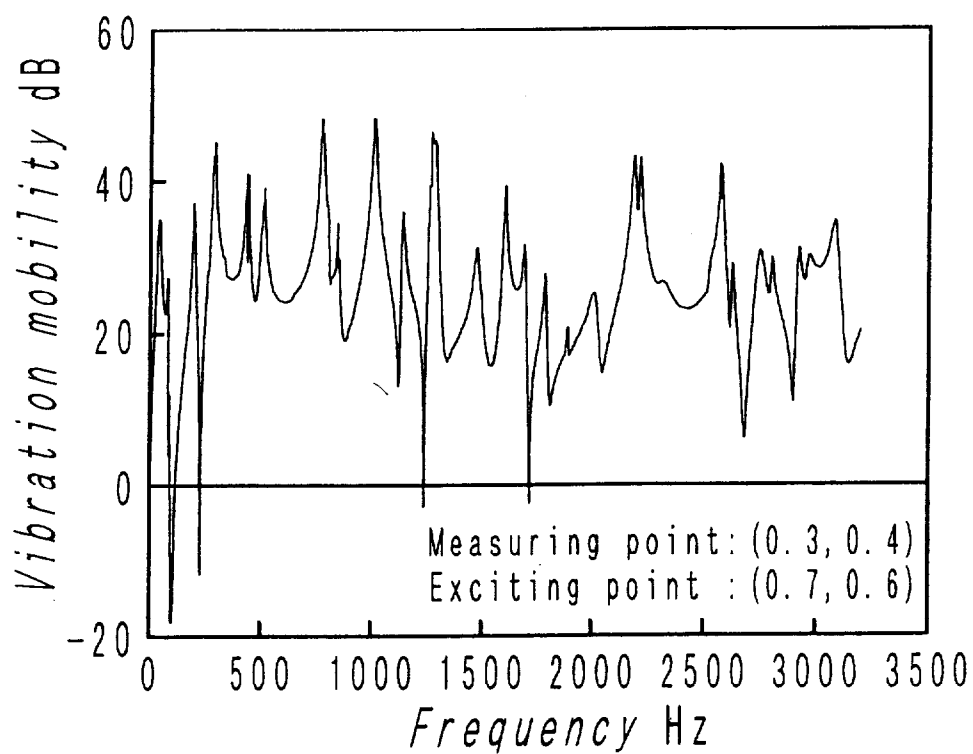


Fig.4.6.3 The vibration mobility of steel plate with MRDC (3)

Table 4.2 Measured and calculated natural frequencies

No.	Mode	Mea. Hz	Cal. Hz	Err. %
1	(1,2)	227	247	-8.8
2	(2,0)	256	272	-6.3
3	(2,1)	328	335	-2.1
4	(1,3)	438	411	6.2
5	(2,2)	485	501	-3.3
6	(1,4)	657	605	7.9
7	(3,0)	713	698	2.1
8	(2,3)	768	780	-1.6
9	(1,5)	960	990	-3.1
10	(3,1)	—	1132	—
11	(2,4)	1206	1228	-1.8
12	(3,2)	—	1352	—
13	(4,0)	1432	1495	-4.4
14	(1,6)	1725	1675	2.9
15	(4,1)	—	2060	—
16	(2,5)	2165	2120	2.1

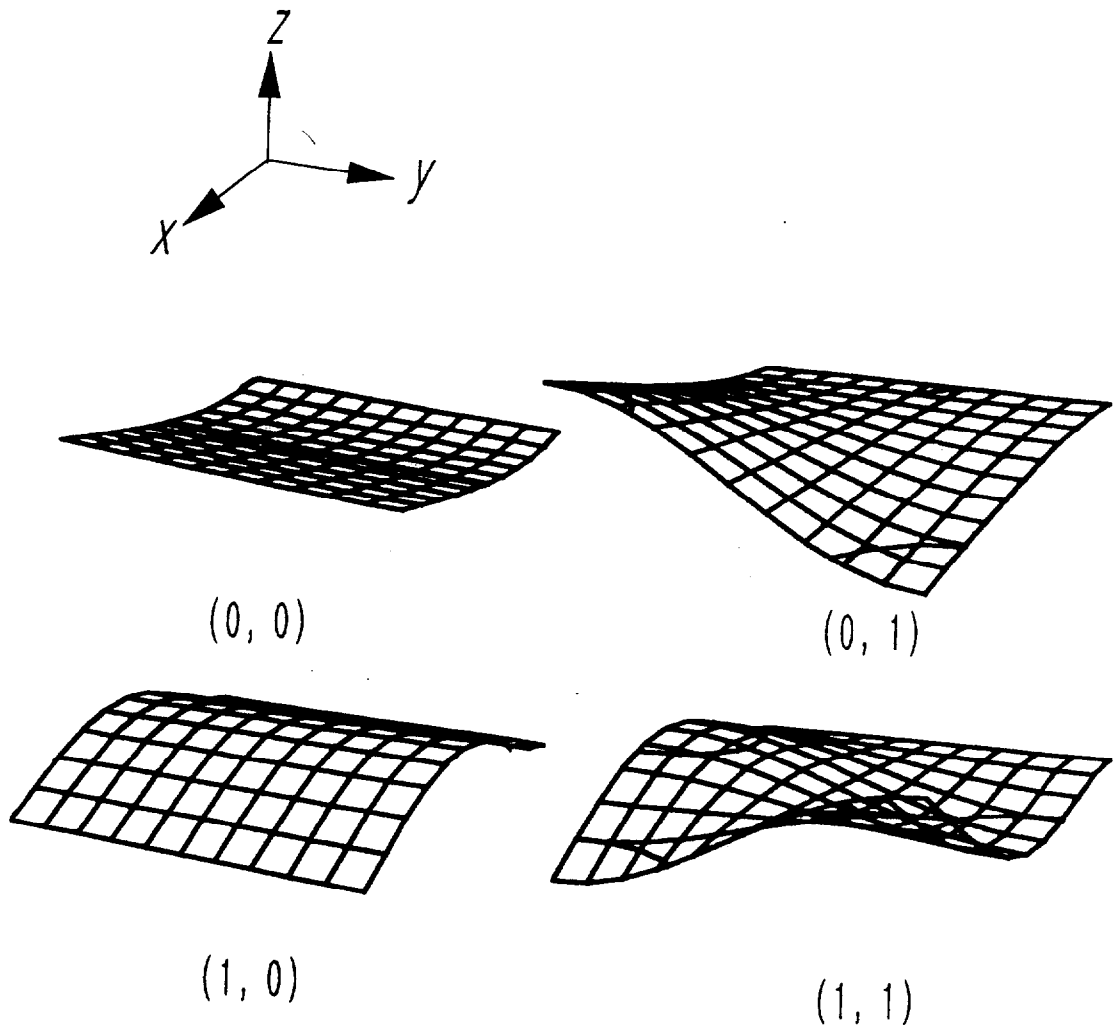
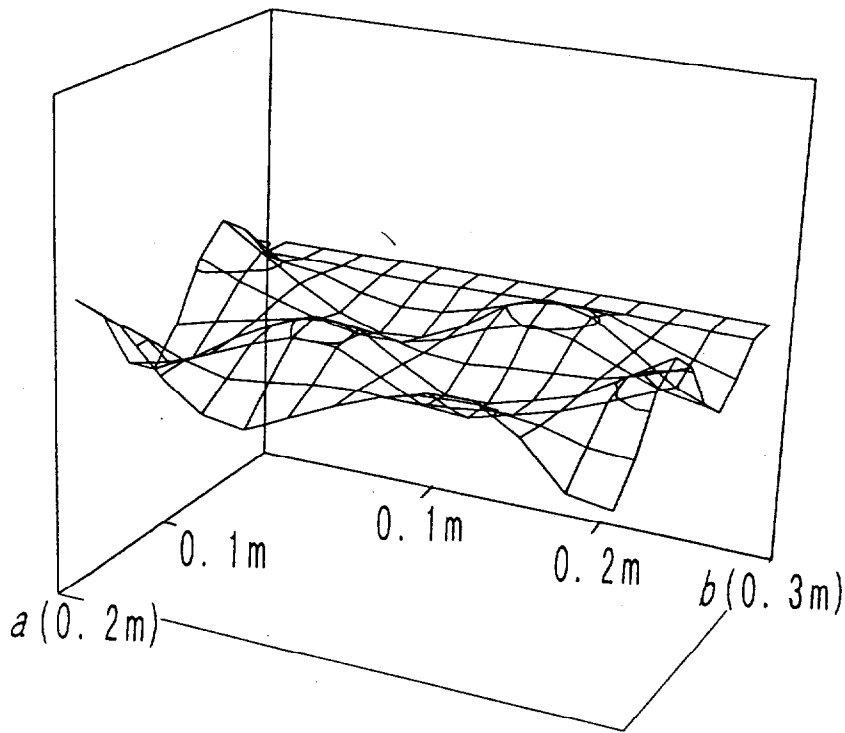
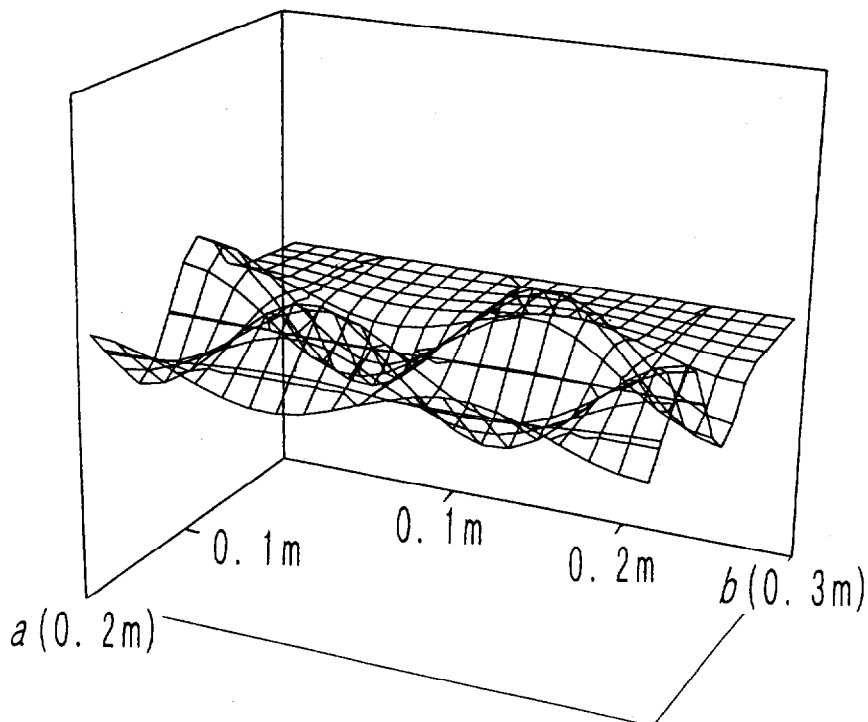


Fig.4.7 Exmaples of vibration mode of steel plate



(a) Experimental result



(b) Calculated result

Fig.4.8 An example of vibration mode of steel plate with MRDC

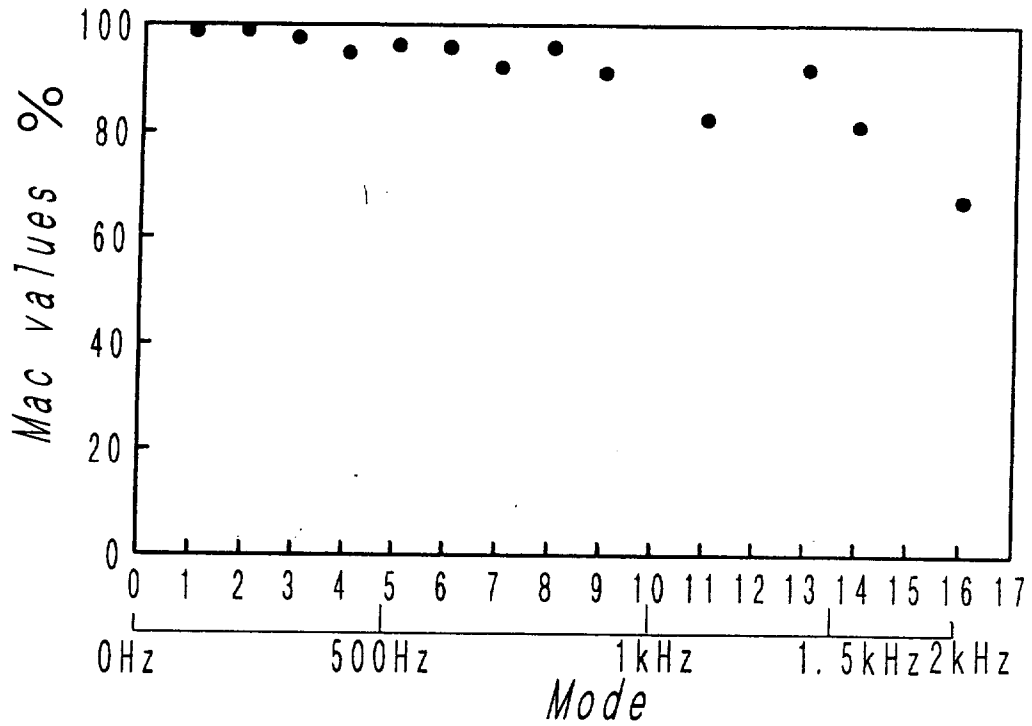


Fig.4.9 MAC value of steel plate with MRDC

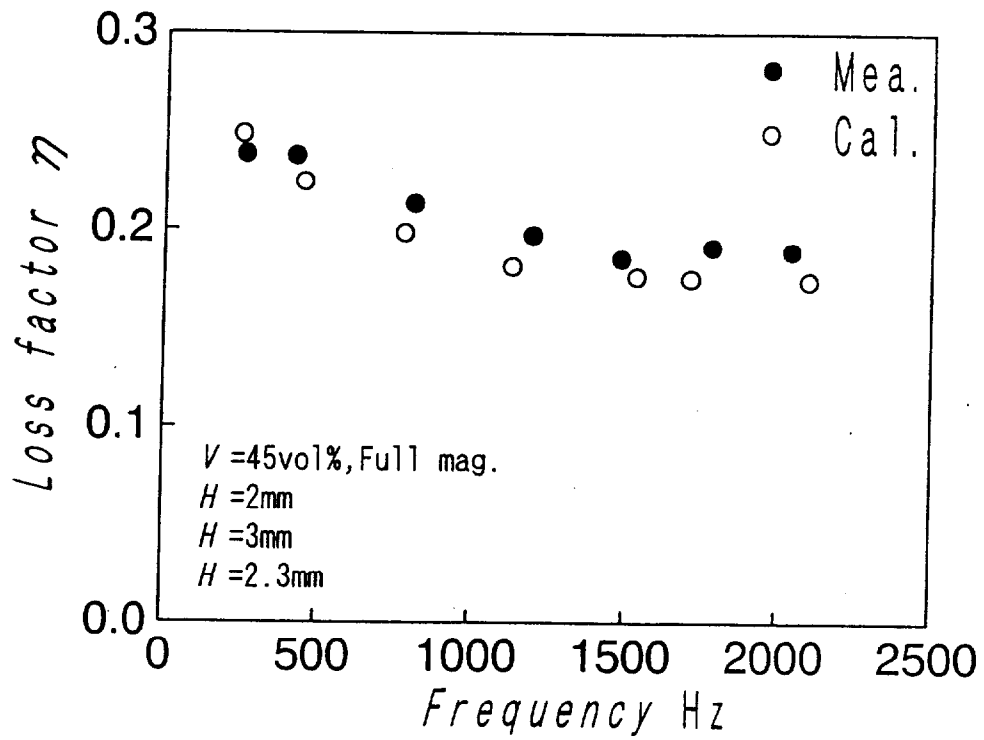
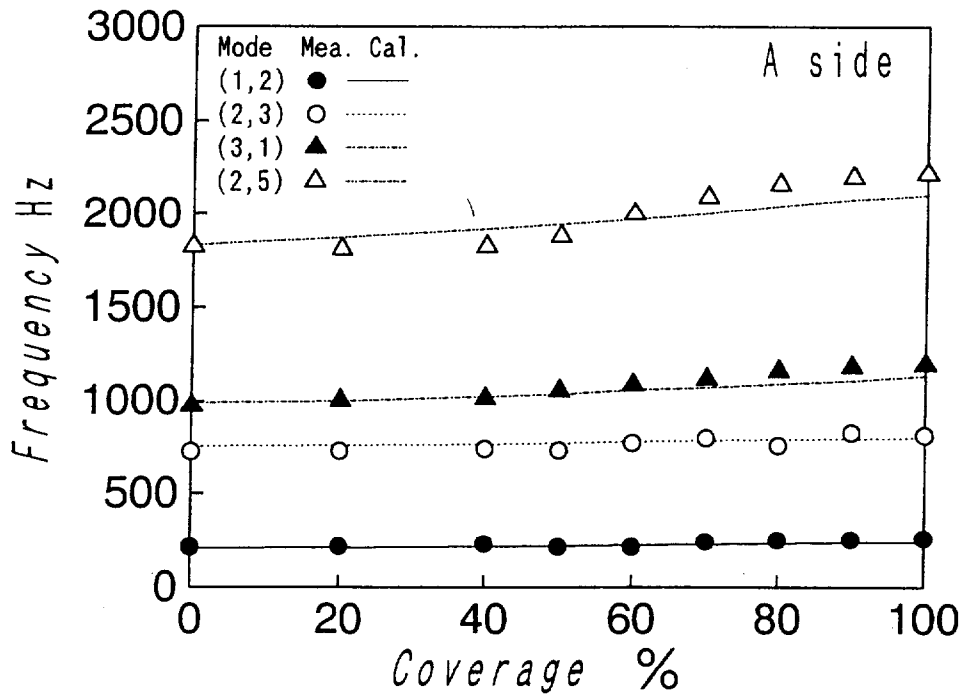
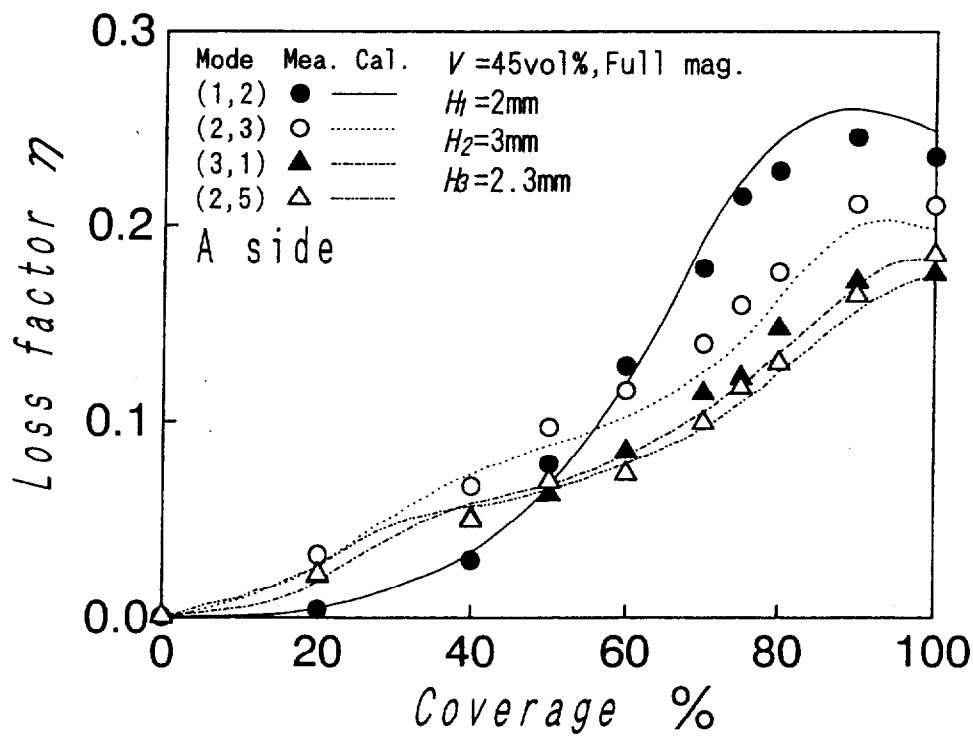


Fig.4.10 Loss factor vs. frequency of steel plate fully covered with MRDC

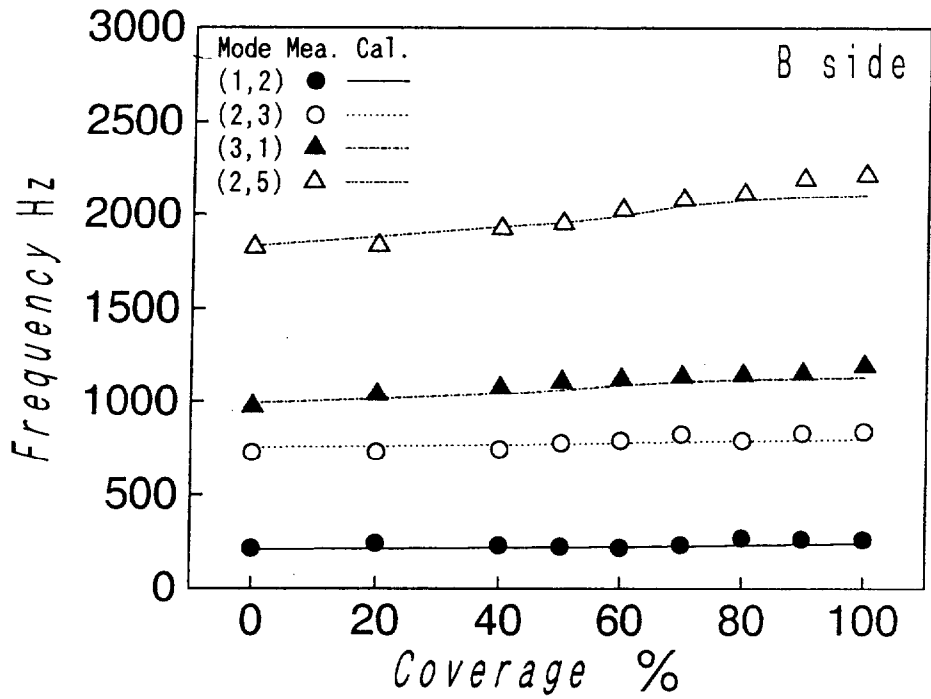


(a) Frequency

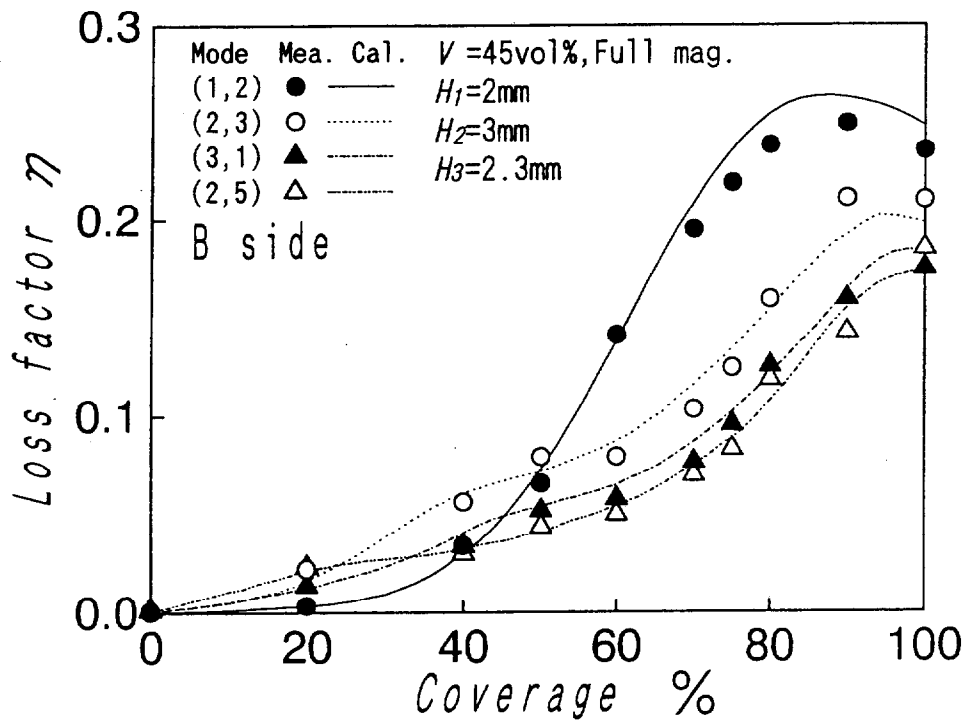


(b) Loss factor

Fig.4.11 Frequency and loss factor of steel plate partially covered with MRDC

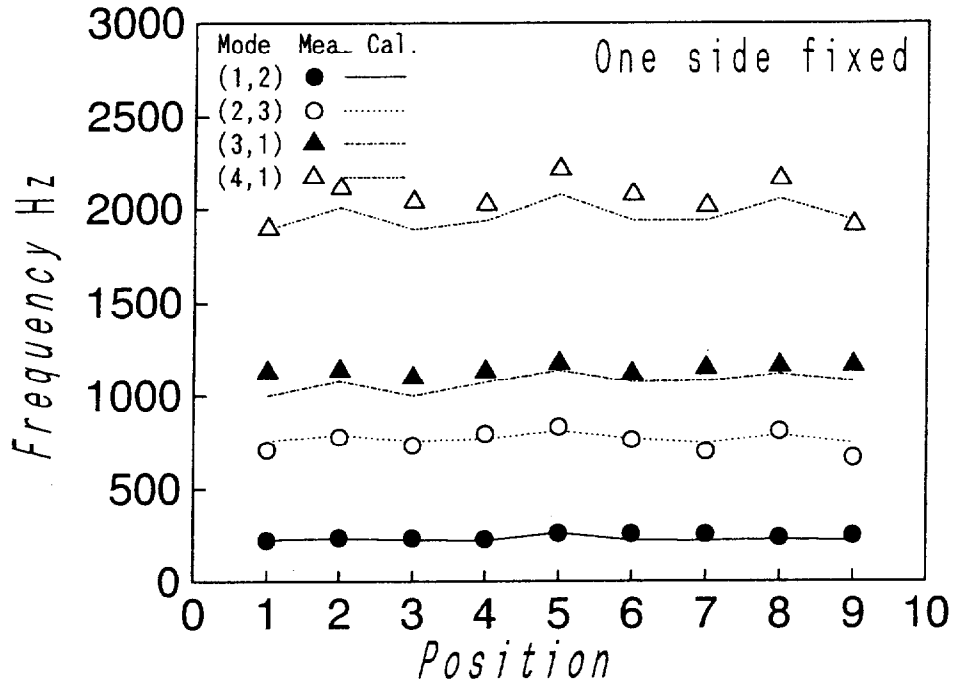


(a) Frequency

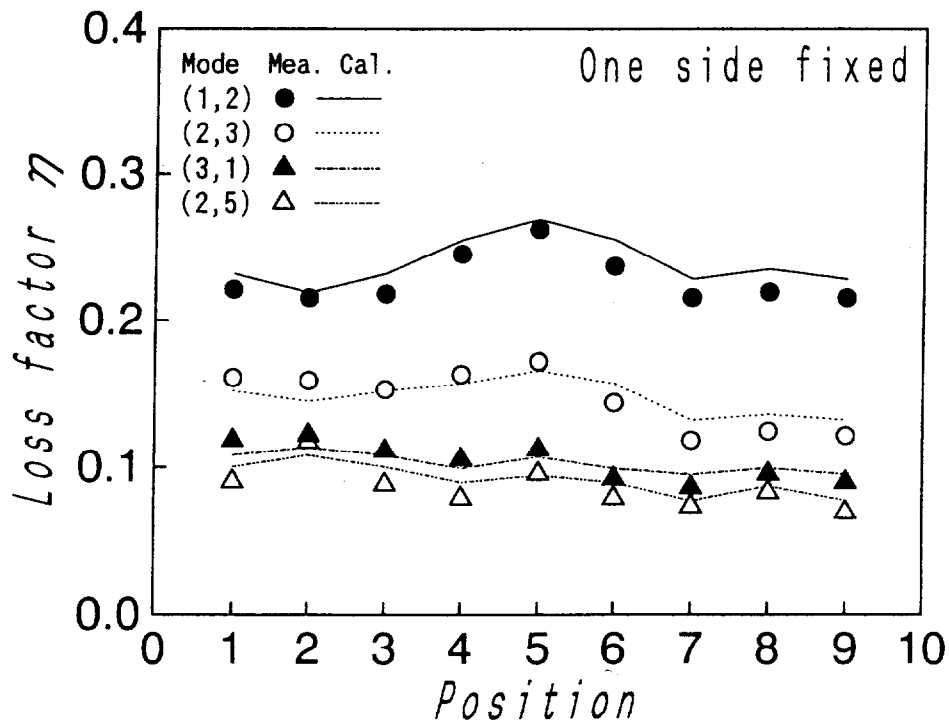


(b) Loss factor

Fig.4.12 Frequency and loss factor of steel plate partially covered with MRDC



(a) Frequency

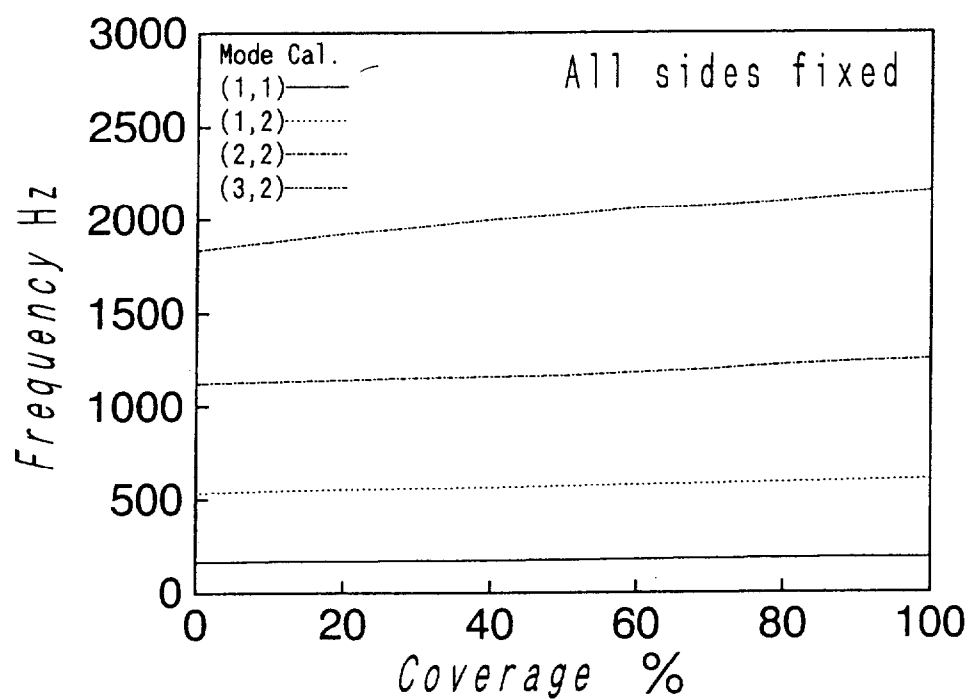


(b) Loss factor

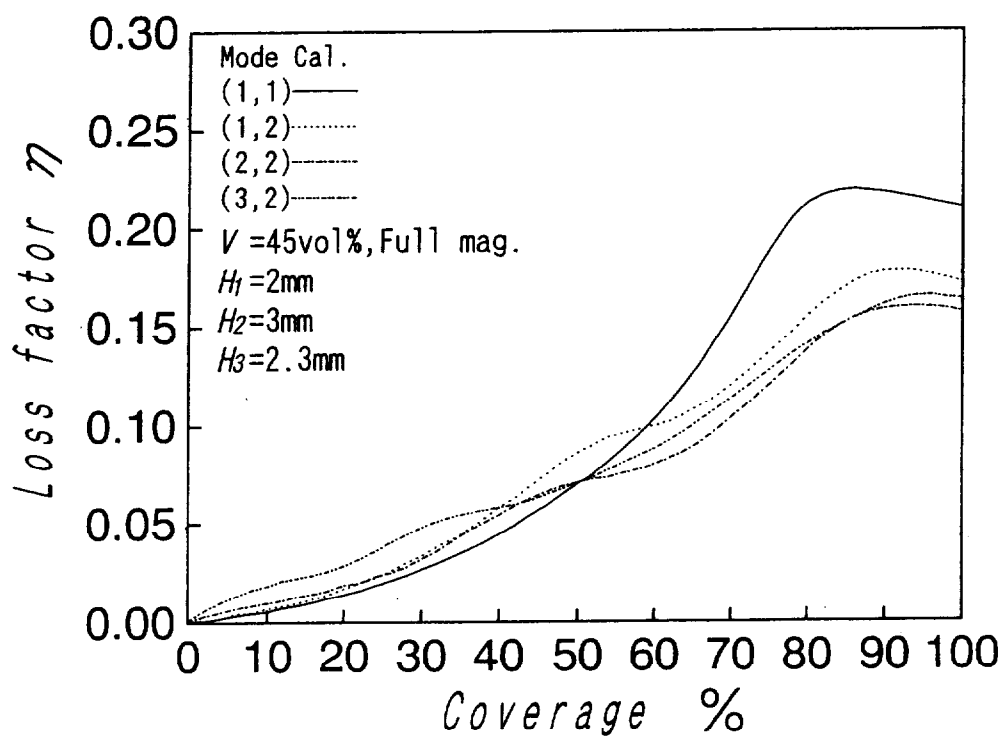
Fig.4.13 Frequency and loss factor of steel plate partially covered with MRDC

Table 4.3 Measured and calculated loss factors

Mode	A side				B side			
	Coverage %	Mea.Hz	Cal. Hz	Err. %	Coverage %	Mea.Hz	Cal. Hz	Err. %
(1,2)	100	0.235	0.248	-5.5	100	0.235	0.248	-5.5
	90	0.245	0.260	-6.0	90	0.249	0.263	-5.4
	80	0.228	0.244	-7.1	80	0.238	0.255	-6.9
	70	0.178	0.194	-8.8	70	0.195	0.209	-7.2
	60	0.128	0.119	6.9	60	0.141	0.138	2.1
	50	0.078	0.067	14.3	50	0.065	0.073	-12.0
	40	0.029	0.033	-13.8	40	0.034	0.030	10.4
	20	0.004	0.005	-12.5	20	0.004	0.003	2.9
(2,3)	100	0.210	0.198	5.7	100	0.210	0.198	5.7
	90	0.216	0.200	7.4	90	0.211	0.192	9.0
	80	0.176	0.163	7.3	80	0.159	0.154	3.1
	70	0.139	0.126	9.7	70	0.103	0.116	-12.1
	60	0.115	0.102	11.4	60	0.079	0.087	-10.3
	50	0.097	0.088	9.4	50	0.079	0.072	9.3
	40	0.067	0.073	-9.4	40	0.056	0.061	-8.4
	20	0.032	0.027	15.1	20	0.019	0.016	15.3
(3,1)	100	0.175	0.184	-5.1	100	0.175	0.184	-5.1
	90	0.159	0.169	-6.3	90	0.159	0.164	-3.1
	80	0.143	0.134	5.8	80	0.125	0.121	3.2
	70	0.114	0.105	8.4	70	0.076	0.087	-14.0
	60	0.084	0.082	2.1	60	0.057	0.065	-12.8
	50	0.062	0.068	-8.9	50	0.051	0.054	-4.6
	40	0.050	0.058	-15.4	40	0.035	0.040	-14.3
	20	0.021	0.018	14.1	20	0.014	0.012	8.2
(4,1)	100	0.185	0.174	5.9	100	0.185	0.174	5.9
	90	0.164	0.156	4.7	90	0.142	0.155	-8.8
	80	0.130	0.125	3.2	80	0.118	0.107	8.9
	70	0.099	0.097	2.2	70	0.069	0.075	-8.1
	60	0.073	0.078	-7.6	60	0.049	0.054	-9.2
	50	0.069	0.065	5.5	50	0.043	0.041	4.8
	40	0.050	0.057	-13.3	40	0.029	0.032	-8.7
	20	0.023	0.026	-11.9	20	0.023	0.021	9.2

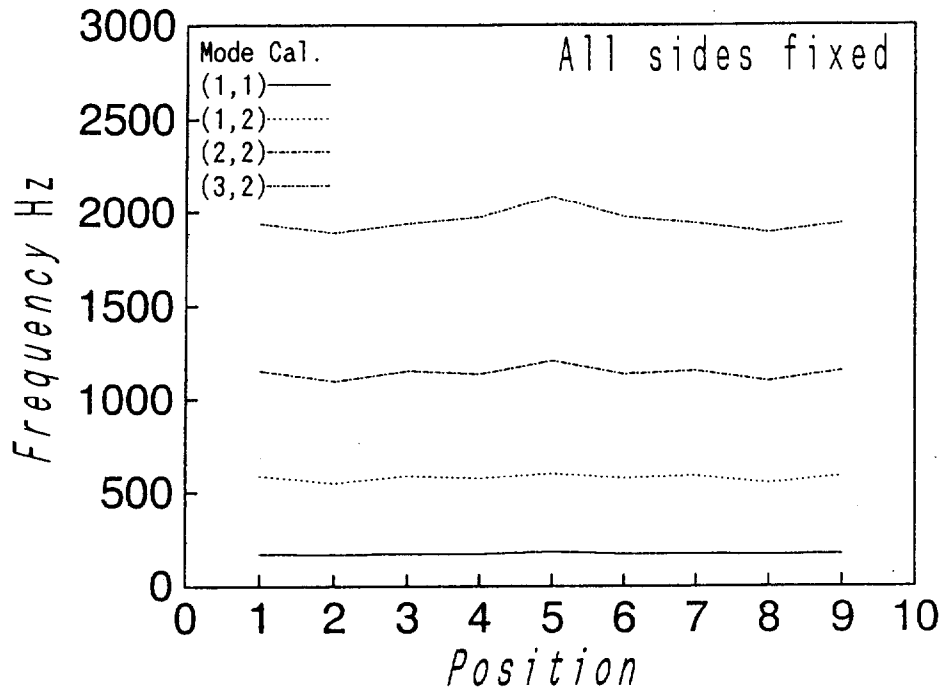


(a) Frequency

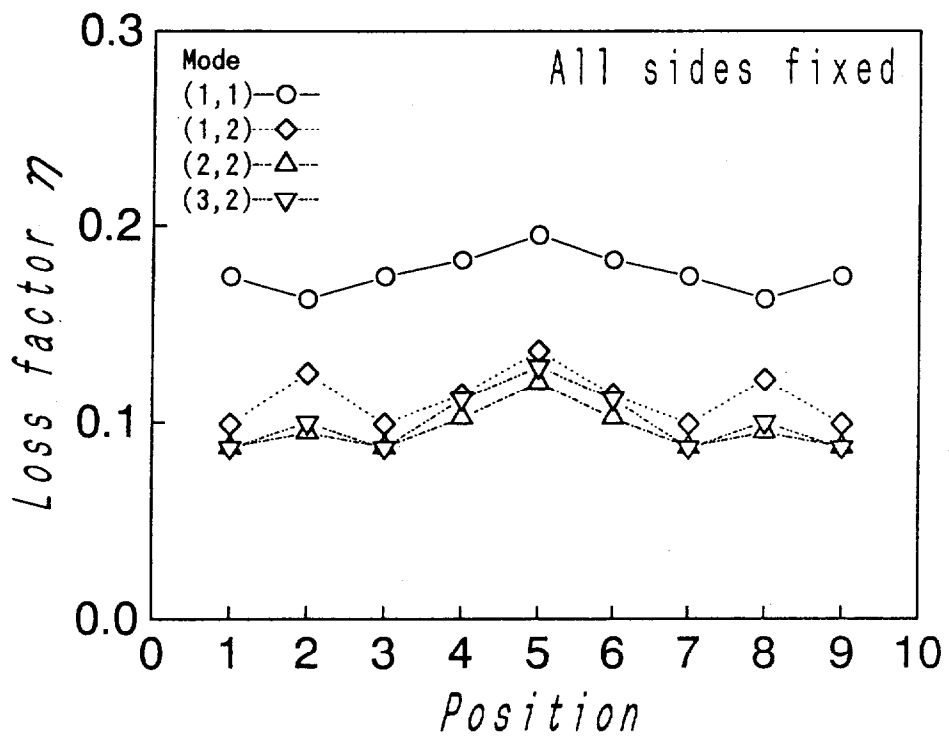


(b) Loss factor

Fig.4.14 Frequency and loss factor of steel plate partially covered with MRDC



(a) Frequency



(b) Loss factor

Fig.4.15 Frequency and loss factor of steel plate partially covered with MRDC

第5章 実橋における実施例

5.1 緒言

前章までに、拘束型磁性制振材をはりおよび平板に貼付したときの制振性能を予測するために、拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はり、拘束型磁性制振材を全面貼付または部分貼付した3層積層平板について曲げ弾性振動の理論解析手法を提案するとともに、それぞれの損失係数を求める式を導出した。そして実験により良好な精度で拘束型磁性制振材の制振性能が予測できることを示した。

拘束型磁性制振材の実用化に向けて、実橋の桁板に貼付したときの制振性能を予測できるようにするためには、提案した曲げ弾性振動解析手法を適用できるようにするための拡張・修正、実橋における実験振動モード解析などの振動解析を行うなど、いろいろな課題が残っており、将来的な目標と言える。しかし現時点においても、実橋の施工対象の桁ウェブ板を4辺固定支持平板とみなし、前章で提案した平板の曲げ弾性振動解析手法を適用することにより、振動の低減量をおおまかに予測することができる。そこで、実験の機会を得た下路プレートガーダ橋を対象に、前章で提案した手法を適用して拘束型磁性制振材を桁ウェブ板に貼付したときの振動低減量の予測を試みた。そして、オクターブバンド分析による実測値と比較し、予測結果の精度を検証した。

5.2 対象とした実橋

鋼鉄道橋には図5.1に示す下路プレートガーダー、上路プレートガーダー、下路トラスなどの種類がある。本研究で対象としたのは下路プレートガーダー橋である。図5.2に下路プレートガーダー橋の構造を、図5.3に対象鋼橋の外観の例を示す。下路プレートガーダー橋の主要構造部分は、主桁(main girder)、横桁(floor beam)、および縦桁(Stringer)の3種類である。最大の桁である主桁を横桁が連結し、その間に2本の縦桁が横桁と交差して組まれている。この横桁上に鋼板が設置され、その上にまくらぎを置いてレールを敷設する構造となっている。下路プレートガーダタイプの鋼鉄道橋では、制振材は桁板面積の大きい主桁ウェブ板への施工が中心となる。本研究においても、主桁のウェブ板外側の4面に拘束型磁性制振材を貼付施工した。表5.1に、対象とした下路プレートガーダタイプの鋼鉄道橋の主な仕様を示す。桁のスパン長は19.2m、施工面積は1桁当たり約20m²で、拘束型磁性制振材の貼付面積比は約0.66である。

5.3 実橋の振動低減の予測

5.3.1 振動加速度低減の予測計算式

拘束型磁性制振材を実橋の主桁のウェブ板に貼付したときの振動低減量の予測方法を示す。

実橋の主桁のウェブ板の振動モードが理想的に分離されたものと仮定する。そうすると、各振動モードにおける振動加速度(振幅) α は次式で与えられる^{(97),(98),(99)}。

$$\alpha = \frac{x_{st}\omega^2}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(\eta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (4.1)$$

ここに、 x_{st} は静的振幅(モード荷重をモード剛性で割った値)である。固有角振動数 ω_n における振動加速度(振幅) α は、次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{x_{st}\omega_n^2}{\eta} \quad (4.2)$$

加振力が拘束型磁性制振材貼付前後で変わらないものとし、貼付前の損失係数を η_s 、貼付後の損失係数を η_d とすると、制振材貼付前後の振動加速度振幅レベルの低減量 ΔL_d は次式となる。

$$\Delta L_\alpha = 20 \log \left(\frac{\eta_d}{\eta_s} \right) \quad (4.3)$$

5.3.2 振動加速度低減の予測

η_d には、下路プレートガーダータイプの鋼鉄道橋の主桁ウェブ板を4辺固定支持とみなし、4辺固定支持した実橋と同じ寸法の鋼板に拘束型磁性制振材を面積比で67%貼付したときの値を計算して用いた。また、 η_s には、実橋での実験は困難なため、前章で用いた300mm×200mm×2mmの鋼板のみの損失係数の実測値を用いた。表5.2に、拘束型磁性制振材を貼付した実橋の主な仕様および実験に用いた鋼板の主な仕様を示す。

各振動モードについて求めた測定値 η_s と計算値 η_d 、およびそれらの値を用いて予測した振動加速度の低減量 ΔL_α (dB)を表5.3.1および5.3.2に示す。この表から、大まかに見ると、鋼板のみの損失係数は大体0.003~0.012であるが、拘束型磁性制振材貼付後は約0.025~0.03になり、振動モードによって約2倍~10倍損失係数が増加することがわかる。さらに、もう少し詳しく見ると、固有振動数が1500Hzの高次の振動モード(11,0)、(4,4)および(0,13)モードの η_s が一番小さくていずれの振動モードとも0.0029であるが、拘束型磁性制振材を貼付した後の η_d は0.0261、0.0263および0.0264となって約10倍近く損失係数が増加し、それに伴う振動加速度低減の予測値は(11,0)および(4,4)モードで19.1dB、(0,13)モードで19.2dBとなった。また、固有振動数が一番低く240Hzの振動モード(4,0)、(0,5)および(2,3)の η_s が一番大きくて3つの振動モードとも0.0122であるが、拘束型磁性制振材貼付後の η_d はそれぞれ0.0307、0.0306、および0.0305となってそれぞれ2倍以上損失係数が増加し、それに伴

う振動加速度低減の予測値は(4,0)モードで8.2dB, (0,5)および(2,3)モードで8.1dBとなった。このことから、拘束型磁性制振材は、固有振動数が高く損失係数が低い高次モードで効果が高く、固有振動数が低く鋼板のみでも損失係数が割合高い低次モードでは効果が低いことがわかる。ただし、どの振動モードでも損失係数の初期値(鋼板のみの損失係数)によらず、拘束型磁性制振材貼付により0.025~0.03程度に増加すると言える。

5.4 実橋における測定実験

図5.4に、実橋における振動加速度の測定点と、試験的に試みた騒音の測定点の位置を示す。図5.4の上を示した橋桁ウェブ板の側面図からわかるように、振動加速度の測定点はウェブ板中心に近い拘束型磁性制振材の間の点である。また、図5.4の下に示した鋼鉄道橋の平面図からわかるように、騒音の測定点は複線の片側の鋼鉄道橋の軌道中心から外側へ12.5m離れ、さらに鋼鉄道橋の下を通っている一般側道から川の中に5m入った地点である。

図5.5に振動加速度および騒音の測定系を、表5.4に振動加速度の測定機器の仕様を、表5.5に騒音の測定機器の使用を示す。振動加速度は、振動ピックアップPV-85(リオン(株)製)により測定し、チャージアンプUV-05(リオン(株)製)により電荷増幅して、データレコーダPC204A(ソニー(株)製)によりデータを記録した。そして、リアルタイムアナライザSA-27(リオン(株)製)により動特性fastで1/3オクターブバンド分析し、各バンドのピーク値を求めた。騒音は、普通騒音計NL-04(リオン(株)製)を用いて動特性slowでA特性騒音レベルを測定し、データレコーダPC204Aにより記録した。そしてオクターブバンド分析器SA-60でオクターブバンド分析し、各バンドの L_{max} を記録した。

5.5 予測値と実験値の比較検討および考察

図5.6に振動加速度レベルの測定結果を示す。dBの基準値は $0\text{dB}=1\text{m/s}^2$ とした。この図からわかるように、1/3オクターブバンド分析による振動加速度レベルは、拘束型磁性制振材貼付により6~17dBの低下が認められた。先に述べた振動モードに関する振動加速度の低減量の予測値は6dB~20dBであるから、実験値にほぼ近似していると言える。ただし、実験値は1/3オクターブバンド分析値であり、予測値は各固有振動数における値であることに注意する必要がある。

図5.7に騒音レベルの測定結果を示す。拘束型磁性制振材貼付により、250~2kHzの各オクターブバンドで3~5dBの低下が認められた。この値は、1章で示した従来の接着施工する拘束型制振材による低減量より小さいが、これは従来型制振材の施工事例が構造がシンプルで効果が得やすい上路プレートガーダー橋を対象としていたためと考えられる⁽¹⁰⁰⁾。

5.6 結 言

拘束型磁性制振材を実橋の桁ウェブ板に貼付したときの振動低減効果を予測することを目的に、下路プレートガーダ橋を対象に、前章で提案した理論解析手法を適用して拘束型磁性制振材を桁ウェブ板に貼付したときの振動低減量の予測を試みた。そして、オクターブバンド分析による実測値と比較し、予測結果の精度を検証した。得られた結果は以下のとおりである。

1. 拘束型磁性制振材を曲げ平板に貼付したときの制振性能の予測手法を用いて拘束型磁性制振材を鋼鉄道橋に貼付したときの振動加速度レベル低減量を予測する式を導出した。
2. 拘束型磁性制振材を下路プレートガーダタイプの鋼橋の主桁ウェブ板に貼付したときの振動モードに関する振動加速度の低減量の予測値は、6～20dBとなった。
3. 拘束型磁性制振材を同じ鋼橋の主桁ウェブ板に貼付したときの1/3オクターブバンド分析による振動加速度の低減量を実測値は、7～16dBであった。
4. 提案した理論解析手法により、拘束型磁性制振材を実橋に貼付したときの振動低減効果の予測がほぼ可能である。

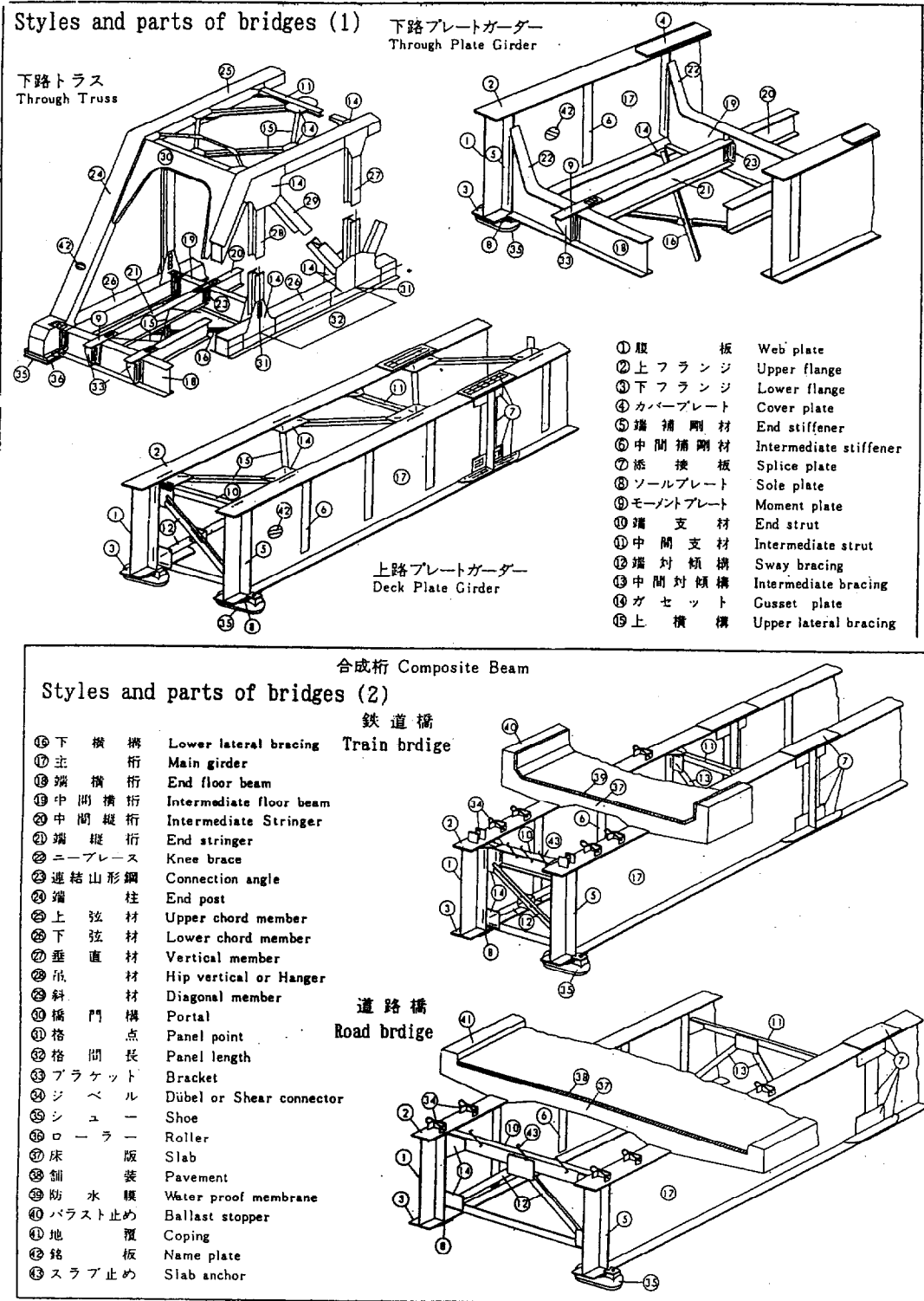


Fig. 5.1 The main styles of steel train bridge

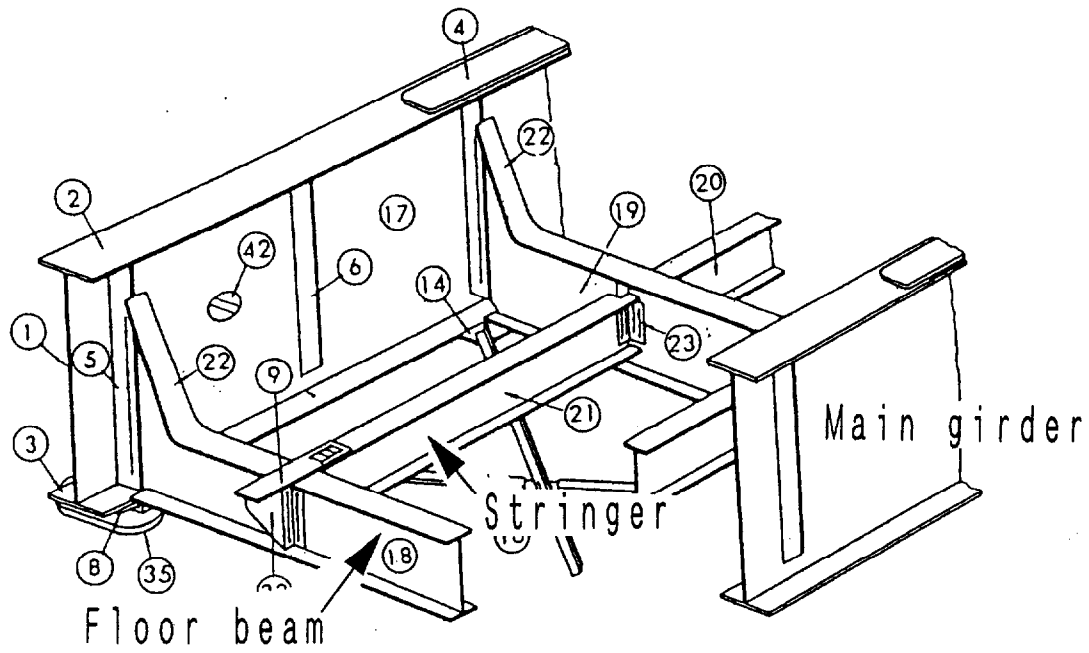


Fig. 5.2 The through girder type of train steel bridge

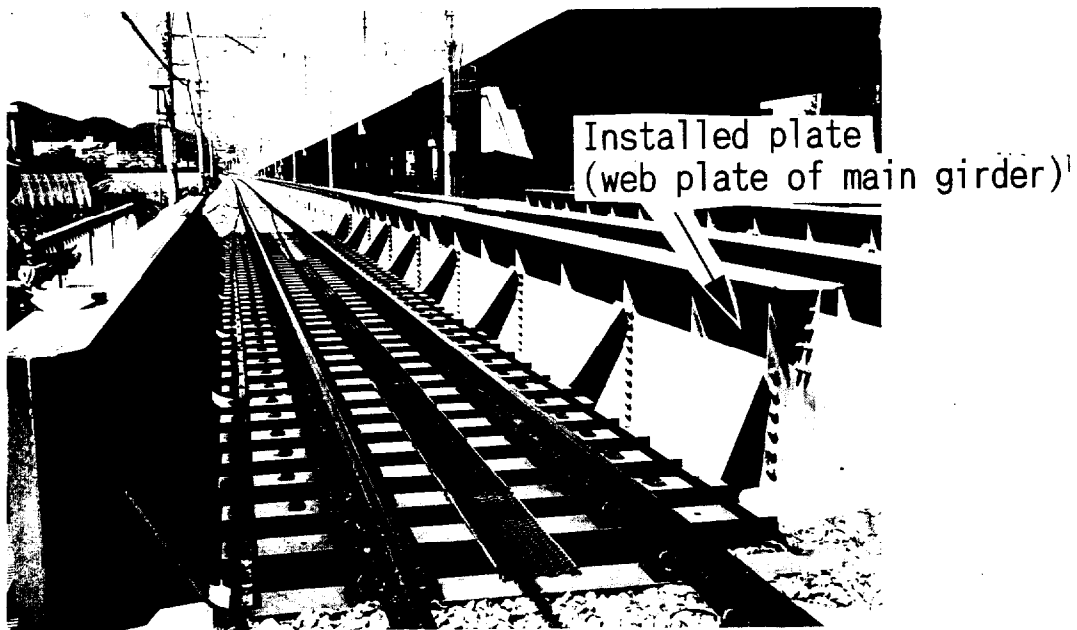


Fig. 5.3 A picture of train steel bridge

Table 5.1 Specifications of train steel bridge

Train line type	JR conventional line (electrified double track)	
Style of bridge	Through plate girder (non ballast)	
Span length of bridge	19.2m	
Installing plate	Web plates of main girder	Section area of web plate : about 30m ² /one girder
		Section area of web plate : about 20m ² /one girder (area rate=0.66)
Thickness of plate	10mm	

Table 5.2 Values for calculation of the decrease of vibration acceleration

Parameter	Method to seek values	Size of base plate	Method to support plate	Rate of area of CMD to base plate
η_d : After installation	Calculation	1.4 × 1.6 × 0.1m	Four squares fully fixed	0.67
η_s : Before installation	Measurement	0.3 × 0.2 × 0.02m	Four square fixed by bolt	0

Table 5.3.1 Calculated decrease of acceleration (1)

No.	Without damper		With damper			
	f Hz	η_s	Mode	f Hz	η_s	ΔL_a dB
1	240	0.0122	(4,0)	226	0.0307	8.2
2	240	0.0122	(0,5)	257	0.0306	8.1
3	240	0.0122	(2,3)	292	0.0305	8.1
4	352	0.0091	(3,2)	297	0.0304	10.5
5	352	0.0091	(1,4)	304	0.0304	10.5
6	352	0.0091	(4,1)	316	0.0303	10.4
7	352	0.0091	(5,0)	336	0.0302	10.4
8	352	0.0091	(0,6)	361	0.0301	10.4
9	536	0.0085	(1,5)	450	0.0296	10.9
10	536	0.0085	(5,1)	470	0.0295	10.8
11	536	0.0085	(6,0)	472	0.0295	10.8
12	536	0.0085	(2,4)	480	0.0294	10.8
13	536	0.0085	(0,7)	482	0.0294	10.8
14	536	0.0085	(4,2)	483	0.0294	10.8
15	536	0.0085	(3,3)	576	0.0287	10.6
16	624	0.0079	(0,8)	619	0.0284	11.2
17	624	0.0079	(7,0)	629	0.0283	11.1
18	624	0.0079	(1,6)	632	0.0283	11.1
19	694	0.0073	(6,1)	661	0.0280	11.7
20	694	0.0073	(2,5)	714	0.0275	11.5
21	694	0.0073	(5,2)	743	0.0273	11.5
22	848	0.0083	(0,9)	773	0.0270	10.3
23	848	0.0083	(8,1)	808	0.0268	10.2
24	848	0.0083	(1,7)	843	0.0265	10.1
25	848	0.0083	(7,1)	881	0.0263	10.0
26	940	0.0065	(0,10)	944	0.0259	12.0
27	940	0.0065	(3,4)	947	0.0259	12.0

Table 5.3.2 Calculated decrease of acceleration (2)

No.	Without damper		With damper			
	f Hz	η_s	Mode	f Hz	η_s	ΔL_a dB
28	1004	0.0072	(4,3)	985	0.0257	11.1
29	1004	0.0072	(2,6)	1005	0.0256	11.0
30	1004	0.0072	(9,0)	1009	0.0256	11.0
31	1004	0.0072	(6,2)	1045	0.0254	11.0
32	1108	0.0053	(1,8)	1082	0.0253	13.6
33	1123	0.0041	(8,2)	1131	0.0253	15.9
34	1123	0.0041	(0,11)	1132	0.0253	15.9
35	1123	0.0041	(10,0)	1233	0.0253	15.9
36	1349	0.0029	(0,12)	1338	0.0255	18.9
37	1349	0.0029	(2,7)	1339	0.0255	18.9
38	1349	0.0029	(1,9)	1352	0.0256	18.9
39	1428	0.0035	(7,2)	1392	0.0257	17.3
40	1428	0.0035	(3,5)	1409	0.0258	17.3
41	1428	0.0035	(9,1)	1413	0.0258	17.3
42	1428	0.0035	(5,3)	1421	0.0259	17.4
43	1500	0.0029	(11,0)	1479	0.0261	19.1
44	1500	0.0029	(4,4)	1557	0.0263	19.2
45	1500	0.0029	(0,13)	1560	0.0264	19.2
46	1712	0.0032	(1,10)	1652	0.0267	18.4
47	1712	0.0032	(2,8)	1720	0.0271	18.7
48	1712	0.0032	(10,1)	1726	0.0272	18.7
49	1712	0.0032	(8,3)	1731	0.0272	18.7
50	1712	0.0032	(12,0)	1747	0.0272	18.7
51	1842	0.0050	(0,14)	1800	0.0275	14.8
52	1842	0.0050	(1,11)	1981	0.0281	15.0
53	1842	0.0050	(3,6)	1982	0.0281	15.0

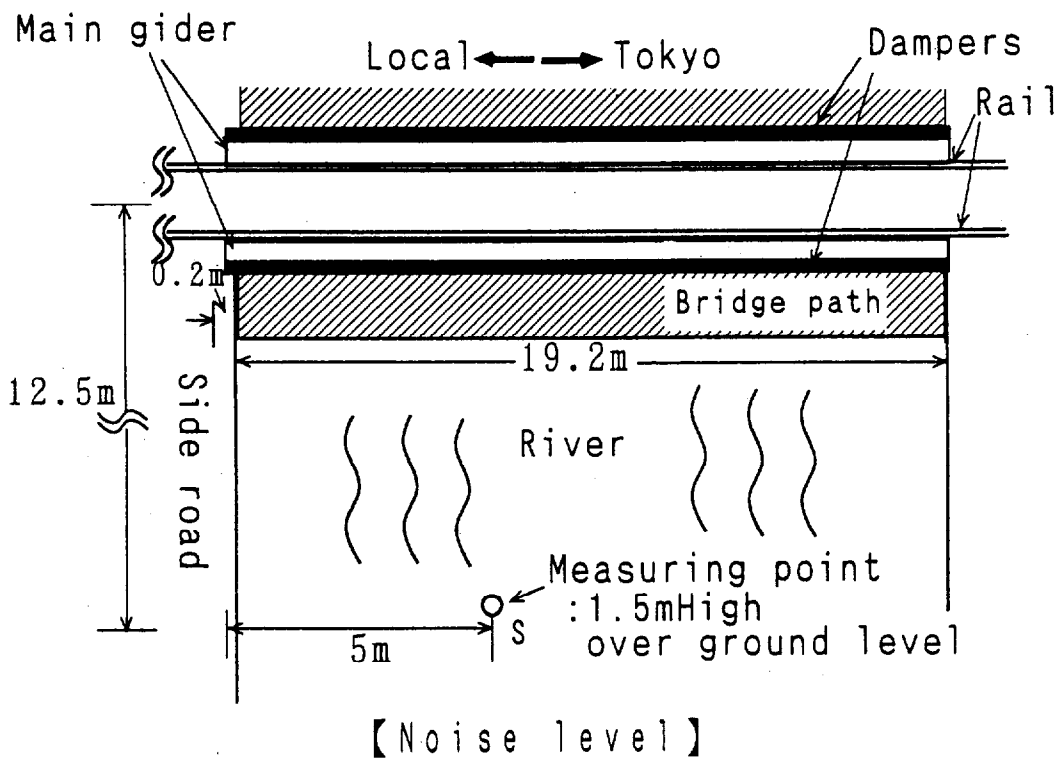
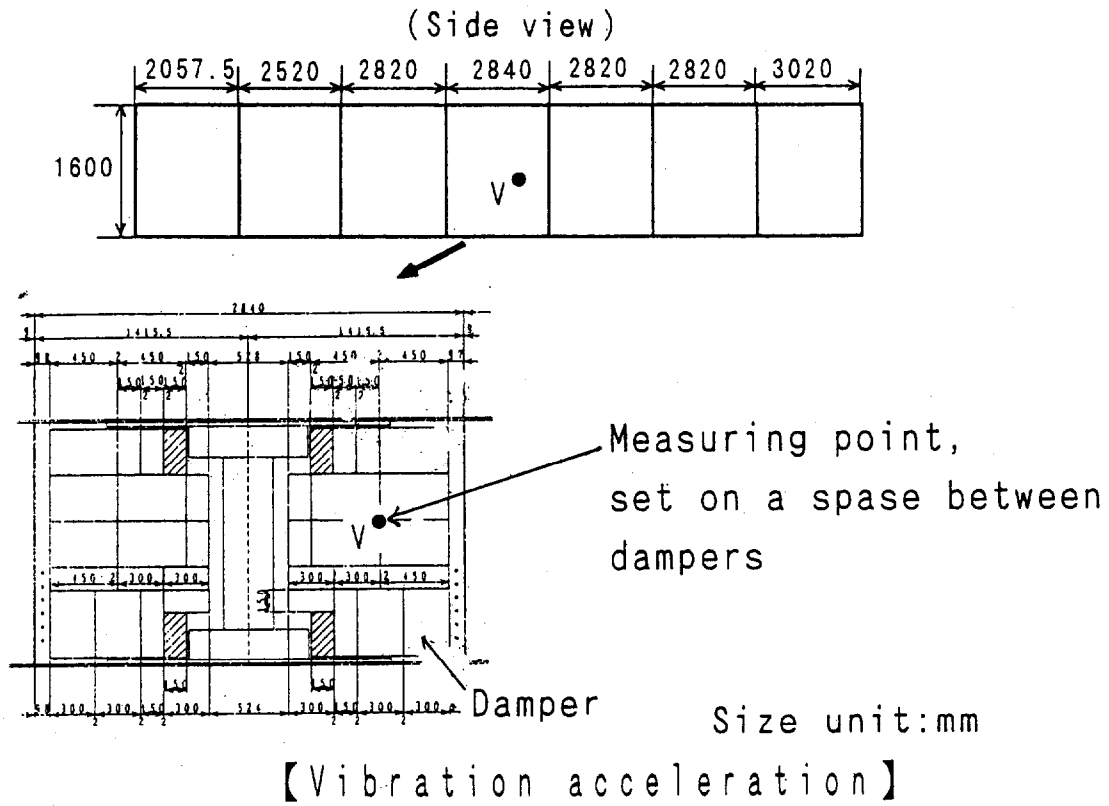
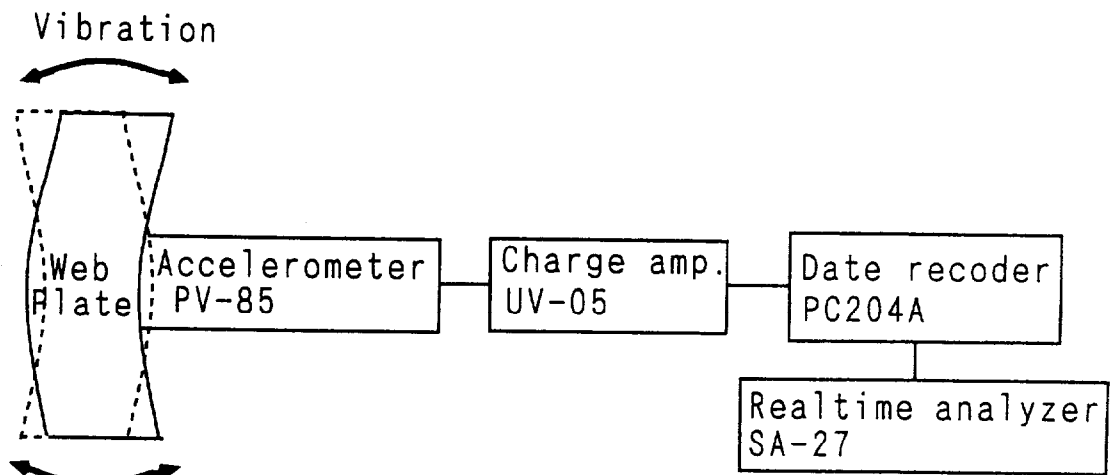
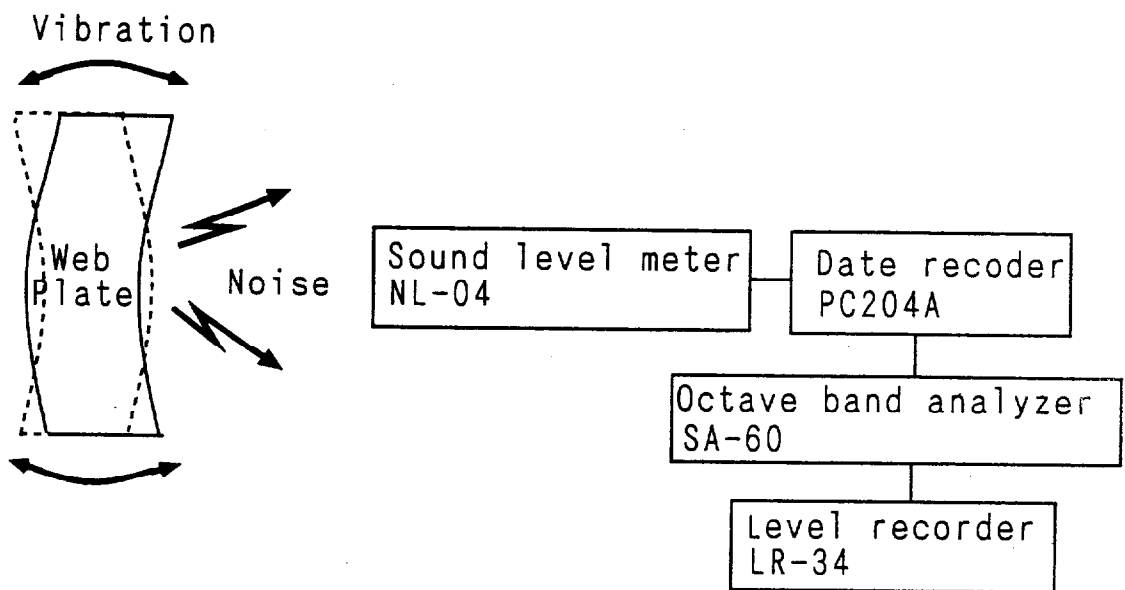


Fig. 5.4 Measuring points for acceleration and noise levels



【Vibration acceleration】



【Noise level】

Fig. 5.5 The experimental setup to measure acceleration and noise level

Table 5.4 Instruments for measurement of vibration acceleration

Accelerometer	RION PV-85 sensitivity: 6pC/(ms ²) frequency range: 1Hz~7kHz size: 18.5×17mm weight: 23g
Charge amp.	RION UV-05 max.input electric charge: 106pC frequency range: 0.5~30kHz
Date recorder	SONY PC204A dynamic range: 80dB frequency range: DC~10kHz strain rate: less than 0.02 % record time: 120min (standard) tape speed : 8.15mm/min (standard)
Real time analyzer	RION SA-27 dynamic range: 66dB frequency range: 25Hz~20kHz dynamic characteristic: 10.35ms,0.125,0.63,1,10s

Table 5.5 Instruments for measurement of noise level

Sound level meter	RION NL-04 measuring range: 28~130dB(A) frequency range: 20Hz~12.5kHz instrumental error: less than 1dB (at 500Hz,630Hz,800Hz,1kHz,1.25kHz,1.6kHz)
Octave band analyzer	RION SA-60 frequency response of filter: 0±0.5dB (within passing band) -21dB(at the center frequency of adjacent band) all pass frequency characteristic:±0.5dB center frequency:1~ 16kHz (octave band) dynamic characteristic: 0.1,0.63,1,10s
Level recorder	RION LR-34 level range: 10,25,50dB frequency range: 1Hz~100kHz dynamic characteristic: fast, slow, v1,10s paper speed: 0.01,0.03,0.1,0.3,1,3,10,30mm/s

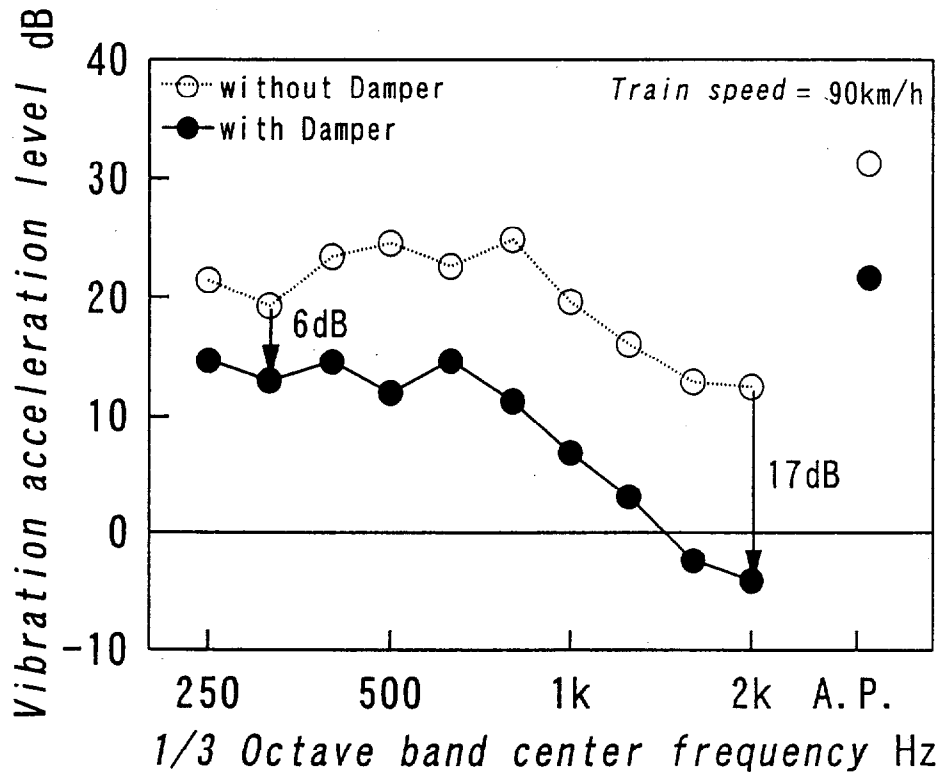


Fig. 5.6 Measured decrease of acceleration due to installing of MRDC

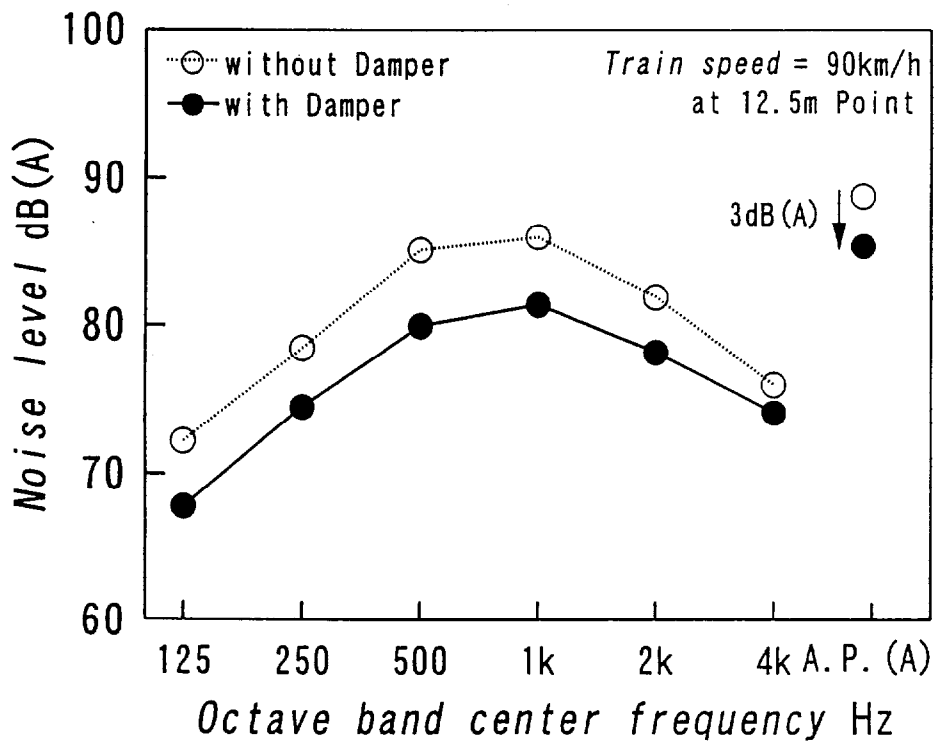


Fig. 5.7 Measured decrease of noise level due to installing of MRDC

第6章 結 論

6.1 本研究で得られた成果

鋼鉄道橋などにおいて騒音・振動対策のキーとなっている橋桁のウェブ板などの鋼製振動体の振動・騒音の低減のために、新たに拘束型磁性制振材を提案した。この提案する拘束型磁性制振材は、フェライト粉体を配合して着磁した磁性ゴム層を高剛性の拘束層に積層したもので、磁性ゴム層の磁力吸着力により鋼製振動体に磁力により吸着させる。これにより、従来の制振材の実用上の大きな課題となっていた接着施工であるための施工の煩雑さ、施工後の鋼製振動体のメンテナンスの困難さ、および制振性能の温度特性の改善等を企図したものである。

この拘束型磁性制振材の制振性能を予測できるようにするために、拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりおよび全面貼付または部分貼付した3層積層平板について曲げ弾性振動解析手法を提案するとともに、得られる振動解を用いて損失係数を求める計算式を導出した。そして、実験を行って理論解析手法の実証を行うとともに、理論と実験により拘束型磁性制振材の最適な設計値、被覆率、貼付位置等を明らかにした。最後に、下路プレートガーダー型の実橋に拘束型磁性制振材を貼付した例について検討し、提案した理論解析手法によりその振動加速度の低減量の予測が可能であることを示した。

以下に、2章～5章で得られた主な成果を記す。

第2章「拘束型磁性制振材の提案と基礎試験」では、鋼鉄道橋の振動・騒音の低減を目的とした拘束型磁性制振材を提案し、基礎試験に基づいてその制振メカニズムを推定した。

1. 提案する拘束型磁性制振材は、内部損失が高く耐久性に優れる硫化ブチルゴムを母材として磁化率の高いストロンチウム系フェライト粉体を配合した磁性ゴム層を、高剛性で汎用的な亜鉛めっき鋼板からなる拘束層に加熱・加圧成形(加硫成形)により一体加工して作成し、その後直流パルス波を印加して着磁する。
2. 拘束型磁性制振材を貼付したはりの損失係数は -20°C ～ 60°C の幅広い温度範囲で0.1程度かあるいはそれ以上の値を保持し、拘束型磁性制振材は従来の接着施工する拘束型制振材よりはるかに良好な温度特性を有する。
3. 拘束型磁性制振材は、磁性ゴム層と基層間で相対すべりを生じ、それに伴う摩擦損失が制振性能に大きく影響している。

第3章「拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの制振特性」では、拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりについて、曲げ弾性振動解析を試み、得られた弾性振動解を用いて損失係数を求める式を導出した。そして、損失係数の計算値と実験値とを比較検討し、拘束型磁性制振材の最適設計値を明らかにするとともに、設計曲線を示した。

1. 磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーおよび摩擦損失を求め、非保存系のハミルトンの原理に適用して3層積層はりの曲げ弾性振動方程式を導出した。そしてその振動解を用いて3層全体のひずみエネルギーならびに磁性ゴム層の摩擦損失と内部損失からなる損失エネルギーを求め、その比から損失係数を求める式を導出した。
2. 提案した理論解析手法は、拘束層と基層の厚さの和と制振材の長さの比が0.03未満の範囲において有効である。
3. 拘束型磁性制振材を貼付する基層厚が2~4mmのとき、磁性粉量は45vol%，磁力吸着力はフル着磁の90%以上、拘束層厚は基層厚の1/2、磁性ゴム層厚は3~5mmが実用的な最適値である。

第4章「拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの制振特性」では、拘束型磁性制振材を全面貼付または部分貼付した3層積層平板について曲げ弾性振動解析を試み、得られた弾性振動解を用いて損失係数を求める式を導出した。そして、損失係数の計算値と実験値とを比較検討して理論解析手法の有効性を明らかにするとともに、拘束型磁性制振材の最適な被覆率および貼付位置を明らかにした。

1. 磁性ゴム層のすべり変位を考慮してせん断ひずみエネルギーを求め、摩擦損失を省略して保存系のハミルトンの原理に適用し拘束型磁性制振材を貼付した3層積層平板の曲げ弾性振動方程式を導出した。
2. 拘束型磁性制振材を貼付した3層積層はりの固有関数を用いて試行関数を定義して、拘束型磁性制振材を全面貼付または部分貼付した3層積層平板の曲げ弾性振動方程式を解く方法を提案し、得られる振動解を用いて損失係数を求める式を導出した。
3. 片持ち平板についての固有振動数の計算値の誤差は-7.8~13.6%，損失係数の計算値の誤差は-15.4~15.3%であり、提案した曲げ弾性振動解析手法は有効である。
4. 実橋のウェブ板の支持条件に近い4辺固定平板について、拘束型磁性制振材の貼付面積（被覆率：辺比）を80%以上、貼付位置を中央部分とすれば効果的な制振性能が得られる。

第5章「実橋における実施例」では、実橋に拘束型磁性制振材を貼付したときの振動低減効果を曲げ振動解析および実験により検討した。施工対象の実橋は、下路プレートガーダータイプの鋼鉄道橋、施工面は主桁ウェブ面（施工面積20m²）である。

1. 実橋ウェブ板と同じ寸法の拘束型磁性制振材を貼付した4辺固定支持平板について理論計算により損失係数を求め、基層のみの損失係数として4辺をボルト固定した鋼板の実

測値を用いて求めた各振動モードごとの振動加速度の低減量は、6～20dBである。

2. 上記予測値は実橋におけるオクターブバンド分析による振動加速度の低減量は6～17dBとほぼ同じ値であり、本研究で提案した理論解析手法により拘束型磁性制振材による振動加速度の低減量が予測可能である。

6.2 今後の課題

6.2.1 磁性ゴム層－基層間の摩擦・摩耗現象の解明

磁性ゴム層－基層間の摩擦・摩耗現象には解明すべき技術的課題が多いと思われる。例えば本研究における振動解析は周波数特性を重視し、主として室温において100-2kHz程度の範囲の各振動モードにおける摩擦係数を用いて振動解析を行っているが、磁性ゴム層の界面状況は温度や湿度等の環境あるいは基層表面の状態によって大きな影響を受ける。このため、特に温度の影響は精査し、温度－周波数依存性のデータベース化を図ることが必要と思われる。

また、本研究は代表的制振材料であるブチルゴムの評価を行ったが、材質の違いによる影響も重要と考えられる。摩擦係数や内部損失の測定精度を検証し、それらの測定を行うことでいかなる材質を適用した場合も制振性能の予測を可能にする解析手法の確立が望まれる。

また、磁性ゴム層のすべり率 s は本研究では実験値を適用したが、最終的には理論的に予測する方法の確立が必要であると思われる。その方法のひとつとしてこれまでに実測したデータを整理し、実測値に基づく近似式を導くことも考えられるが、磁性ゴム層－基層間の力学関係から理論的に s を予測する手法を提案することができた場合には、拘束型磁性制振材に関する工学的価値をさらに高めることになるものと思われる。

さらに、磁性ゴム層の摩耗耐久性の把握も非常に重要なことと考える。本研究で述べたように拘束型磁性制振材の制振性能は磁性ゴム層の摩擦に大きく依存するため、長期の使用に伴い、磁性ゴム層が摩耗し劣化することも想定される。現在まで拘束型磁性制振材は最長で5年間程度の使用実績を有し、そこでは顕著な劣化は確認されていないが、鋼製施設物では少なくとも10年間程度の使用が期待されていることが多く、今後も拘束型磁性制振材の耐久性を確認し続ける必要がある。

6.2.2 実橋における制振性能

拘束型磁性制振材の実橋における制振性能の予測手法についても検討課題が多い。拘束型磁性制振材の実橋における制振性能の予測精度の向上のために現状で次のような検討項目が考えられる。

① 実橋の構造減衰の測定・予測方法

実橋ではボルトや溶接固定部など、構造体として損失を有するため、鋼板自体より相当高

い損失係数を有することが推定される。本研究5章で記述したように、振動低減量は制振材貼付前後の損失係数に依存するので、制振材貼付前の減衰を正しく見積もらないと計算精度は大きく低下することになる。

② 実橋の実験モード解析

実橋では車両走行時の振動・騒音データは豊富に測定されているが、実験モード解析などが行われた事例は非常に少なく、固有振動数や振動モードはあまり正確には把握されていない現状がある。実橋の実験モード解析を行い、固有振動数や振動モードの理論値と比較することは重要であると考ええる。

③ 加振力の推定

車両走行に伴う加振力も現状ではあまり正確に把握されていない。これを正しく推定することは振動のみならず騒音の予測にも有意義と考える。加振力の推定方法としては現車試験などのほかにモデル橋を用いた打撃加振試験なども有効と考える。

この他にも様々な検討を通じて拘束型磁性制振材を実橋に適用したときの振動低減効果予測手法の精度向上を行うことは高い社会的ニーズを有しているものと考ええる。

6.2.3 他分野への適用

拘束型磁性制振材は鋼鉄道橋以外にも様々な産業分野への応用が期待される。交通機関でいえば道路における鋼橋には鉄道橋とほとんど同じ適用条件が考えられ、既に検討が始まっている。その他、鋼製階段などの住宅・建築分野、産業機械、プラントなど、鋼製構造体は幅広い産業分野で大きな位置を占め、これらに対する適用が期待される⁽¹⁰¹⁾。これらの振動体に適用したときの制振性能についても本研究で提案した振動解析手法をベースに部分的な修正で予測が可能と考えられ、幅広い分野への適用技術を高めることも課題のひとつと考える。

文 献

- (1) 加来治郎, 広江正明, 鉄道騒音の特性, 騒音制御, 19-3 (1995), 41~44.
- (2) 大山忠夫, 新幹線における低騒音・低振動化技術開発の動向, 総研報告, 8-6 (1994), 1-6.
- (3) 森藤良夫, 善田康雄, 清水康弘, 長倉清, 新幹線車両の空力騒音, 総研報告, 8-6 (1994), 7-12.
- (4) 善田康雄, 鉄道騒音の発生源と低減対策, 騒音制御, (1995), 19-3, 41~44.
- (5) 「鉄道騒音振動対策の総合解析」第2分科会, 鉄道騒音, 鉄道技術研究所速報, No.B-86-5 (1986), 202.
- (6) (社)産業公害防止協会, 公害防止の技術と法規, (1987), 43, 丸善.
- (7) 運輸経済研究センター, 新幹線鉄道騒音に関する意識等環境対策調査研究報告書, (1990), 281, 運輸経済研究センター
- (8) 斉藤久祐, 鉄道の新設または大規模改良に際しての騒音対策について, JREA, 39-8(1996), 7-10.
- (9) 谷口紀久, 羽根良雄, 埜光雄, 菅原則之, 無道床鋼橋の騒音対策, 構造物設計資料, No.42 (1975), 8-13.
- (10) 楠田和男, 橋向勝, 騒音の低減を考慮したトラス橋の施工, 鉄道土木, 17-7 (1975), 29-33.
- (11) 北川敏樹, 長倉清, 緒方正剛, 在来鉄道における騒音予測手法, 総研報告, 12-12 (1998), 41-46.
- (12) 善田康雄, 現場実務者と設計者のための実用振動ハンドブック, (2000), 64-65, NTS.
- (13) 中野昭朗, 低騒音鋼橋, 鉄道土木, 18-3 (1976), 21-26.
- (14) 阿部英彦, 鉄橋の騒音対策, 土木学会誌, 3月号 (1978), 36-42.
- (15) 阿部英彦, 後藤克彦, 鋼鉄道橋の騒音防止対策, 土木技術, 32-12 (1980)
- (16) 半坂征則, 御船直人, 鉄道用制振材料の開発・運用事例, 騒音制御, 23-6 (1999), 400-404.
- (17) 御船直人, 半坂征則: 鉄道と騒音・振動材料—鉄道における騒音・振動材料の開発事例と課題—, 新素材, 7-6 (1996), 10-16.
- (18) 伊藤順一, 700系量産車両の特徴と新幹線の進歩について, 鉄道車両と技術, 2月号 (1999), 2-12.

- (19) 須永陽一, 金尾稔, 転動音に対するレール削正効果およびレール振動に関する実験的検討, 総研報告, 8-6 (1996), 31-36.
- (20) 磯村修二郎, 車輪のきしり音対策, 車両と機械, 4-11 (1990), 6~10.
- (21) 安藤勝敏, 熊崎弘, 堀池高広:新しい防振軌道の性能試験, 総研報告, 8-6 (1996), 43-48.
- (22) 長藤敬春, 熊崎弘, 阿部則次, 若月修, 御船直人, 石田誠, レール締結装置の機能向上, 総研報告, 6-11 (1992), 19-28.
- (23) 市川篤司, 小芝明弘, 安藤勝敏, 堀池高広, 横田敦, 大石不二夫, 鉄桁騒音に対する新たな防音工の適用, 総研報告, 4-11 (1990), 26-34.
- (24) 小林進, 保坂鉄矢, 制振工を施した合成桁の施工, 鉄道土木, 21-12 (1979)21-26.
- (25) C.D.Jhonson, Design of Passive Damping System, *Transactions of the ASME*117 (1995), 171-176.
- (26) P.M.Morse, *Vibration and Sound*, (1948), 151, McGraw-Hill.
- (27) A.D.Nashif, *Mateials for Vibration Control in Engeering, Daiton Ohio*, (1985), 145-151, University of Dayton
- (28) 長松昭男, 制振材料はなぜ機能するか, 騒音制御, 23-6 (1999), 370-375.
- (29) 市川篤司, 池田学, 川原田亮:制振鋼板を用いた鋼橋の騒音低減効果および設計工法, 総研報告, 12-9 (1989), 33-38.
- (30) 明圓圭一, 半坂征則, 安藤勝敏, 御船直人, 森藤良夫:軌道用吸音材の開発, 総研報告, 8-6 (1996), 49-54.
- (31) 井川敬之助, 荒井昌昭, 塚本京市, 智野偵弥, 鉄道車両の走行による車外騒音の軽減の研究(第2報) -防音堀-, 鉄道技術研究所報告, 738 (1971), 70.
- (32) Von HERMANN OBERST, *Uber die Dämpfung der Biegeschwingungen Dunner Bleche Durch Fest Haftende Belage*, *ACOUSTICA*, 4 (1952), AB181-194.
- (33) E. E. UNGAR, *Damping Tapes for Vibration Control*, *PRODUCT ENGINEERING*, 25 (1960), 57-62.
- (34) EDWARD M.KERWIN JR., *Damping of Flexural Wave by a Constrained Viscoelastic Layer*, *J.Acous. Soc. A.*, 31-7 (1959), 952-962.
- (35) E.E.UNGAR, *Loss Factor of Viscoelastically Damped Beam Structures*, *J.Acous. Soc.* 34-8 (1962), 1082-1089.
- (36) 大門静史郎, 大井克様, 井上茂, 制振性能の測定・評価法, 環境管理, 30-7 (1994), 5-13.

- (37) 宇津野秀夫, 多田誠二, 伊藤広, 杉本明男, 粘弾性三層形制振材料の動特性予測に関する研究, 機論, 57-542 (1991), 27-32.
- (38) 杉本明男, 宇津野秀夫, 田中俊光, 井上嘉雄, 制振鋼板成形品の動特性予測に関する研究, 機械学会定期講演会, 920-17 (1992), 249-251.
- (39) 時田保夫, 森村正直, 精密防振ハンドブック, (1987), 61-65, フジテクノシステム.
- (40) 時田保夫, 森村正直, 防振制御ハンドブック, (1992), 286-383, フジテクノシステム.
- (41) R. A. DiTARANTO, Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams, *Trans. ASME*, Series E. 32-4 (1965), 881-886.
- (42) D. J. MEAD, S. MARKS, The Forced Vibration of a three-Layer Damped Sandwiched Beam with Arbitrary Boundary Conditions, *J. Sound Vib.* 10-2 (1969), 163-175.
- (43) R. A. DiTARANTO, W. BLANSIGAME, Composite Damping of Vibrating Sandwich Beams, *ASME*, 67-6 (1967), 1-6.
- (44) D. J. MEAD, S. MARKS, Loss Factor and Resonant Frequency of Encastre Damped Sandwich Beam, *J. Sound Vib.*, 12-1 (1970), 99-112.
- (45) D. J. MEAD, A Comparison of Some Equations for the Flexural Vibration of Damped Sandwich Beam, *J. Sound Vib.*, 12-1 (1970), 99-112.
- (46) D. J. MEAD, D. C. Ae, The Double Skin Damping Configuration, *A.A.S. UReport*, No. 160 (1962), 1-46.
- (47) D. J. MEAD, R. A. DiTARANTO, Resonance response Criteria of a Damped Three-Layered Beam, *Trans. of ASME*, (1972), 174-184.
- (48) D. S. Nokes and F. C. Nelson, Constrained Layer Damping with Partial Coverage, *Tufts University Meford* (1968), 5-11.
- (49) R. PLUNKETT, C. T. LEE, Length Optimization for Constrained Viscoelastic Layer Damping, *J. ASME*, 48-1 (1970), 150-161.
- (50) B. E. Douglas, J. C. S. Yang, Transverse Compressional Damping in the Vibratory Response of Elastic-Viscoelastic-Elastic Beams Beams, *AIAA JOURNAL*, 16-9 (1978), 925-930.
- (51) D. K. Rao, Frequency and Loss factor of Sandwich Beams under Various Boundary Conditions, *J. Mech. Eng. Sci.* 20-5 (1978), 271-282.
- (52) A. D. Nashif, New Method for Determining Damping Properties of Viscoelastic Materials, *Daiton Ohio* (1985), 37-47, University of Dayton.

- (53) D. I. JONES, Temperature-Frequency Dependence of Dynamic Properties of Damping Materials, *J.Sound.Vib.*, **33-4** (1974), 451-470.
- (54) 岡崎明彦, 浦田喜彦, 大河内禎一, 立道有年, 粘弾性コアをもつ部分3層ばりの振動解析, *機論*, **53-486** (1987), 300-306.
- (55) 立道有年, 浦田喜彦, 安田弘, 粘弾性層をもつ部分多層ばりの振動解析, *機論*, **40-335** (1974), 1899-1907.
- (56) 出羽宏視, 岡田養二, 永井文秀, 粘弾材を減衰層とする部分被覆ばりの曲げ振動減衰特性, *機論*, **55-515** (1989), 1575-1581.
- (57) E. E. UNGAR, E. M. KERWIN, JR., Plate Damping due to Thickness Deformations in attached Viscoelastic Layers, *J.Acous. Soc. A.*, **36-2** (1963), 386-392.
- (58) D. D. Ross, E. E. UNGAR, E. M. KERWIN, JR., Damping Plate of Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminae, 50-87, (1959), Bolt Beranec and Newman Inc.
- (59) VACLAV KOVARIK, PAVEL SLAPAK, Natural Transverse Vibrations of Sandwich Plates, *ACTA TECHNICA CSAV*, **1967-2** (1967), 187-219.
- (60) V.V.BOLOTIN, Vibration of layered Elastic Plates, *ROCEEDINGS OF VIBRATION PROBLEMS WARSAW*, **4-4** (1963), 331-346.
- (61) D.J.MEAD, The Damping Properties of Elastically Supported Sandwich Plates, *J. Sound. Vib.*, **24-3** (1972), 275-295.
- (62) J. -F. He, B. -A. Ma, Analysis of Flexural Vibration of Viscoelastically Damped Sandwich Plates, *J. Sound. Vib.*, **126-1** (1988), 37-47.
- (63) R.A.DiTARANTO, J.R.McGRAW, Vibratory Bending of Damped Laminated Plate, *J.Eng.Ind.* **9-1969** (1969), 1081-1090.
- (64) D. A. Kienholz, C. D. Johnson, Design Method for Viscoelastically Damped Plates, *released to AIAA to publish in all forms* (1983), 334-343.
- (65) Y.V.K.S.RAO, B.C.NAKRA, Theory of Bending of Unsymmetrical Sandwich Plates, *Archives of Mechanics*, **25-2** (1973), 213-225.
- (66) Y.V.K.S.RAO, B.C.NAKRA, Vibrations of Unsymmetrical Sandwich Beams and Plates, with Viscoelastic Core, *J.Sound. Vib.*, **34-3** (1974), 309-326.
- (67) A.C.NILSSON, Wave Propagation and Sound Transmission through Sandwich Plate, *J.Sound Vib.*, **138-1** (1990), 73-94.

- (68) 岡崎明彦, 浦田喜彦, 大河内禎一, 立道有年, 粘弾性コアをもつ部分3層円板の振動解析, *機論*, **53**-487 (1988), 567-575.
- (69) 岡崎明彦, 浦田喜彦, 立道有年, 粘弾性コアをもつ3層円板の非軸対称振動, *機論*, **52**-479 (1987), 1901-1907.
- (70) A. K. Lall, N. T. Asnani and B. C. Nakra, Vibration and Damping Analysis of Rectangular Plate with Partially Covered Constrained Viscoelastic Layer, *Trans. of ASME*, **109** (1987), 241-247.
- (71) v C. RAJALINGHAM, R. B. BHATAND, G. D. XISTRIS, Vibration of Rectangular Plates Using Plate Characteristic Functions as Shape Functions in the Rayleigh-Ritz Method, *J. Sound. Vib.*, **193**-2 (1996), 497-509.
- (72) E. IOANNIDES, P. GROOTENHUS, A Finite Element Analysis of the Harmonic Response of Damped Three-Layer Plates, *J. Sound. Vib.*, **67**-2 (1979), 203-218.
- (73) Conor D. Jouson, David A Kienholtz, Finite Element Prediction of Damping in Structure with Constrained Viscoelastic Layers, *AAA JOURNAL*, **20**-9 (1982), 1284-1290.
- (74) 伊藤秀一, 中島隆, 高津宣夫, 柴田勝久, 有限要素法による樹脂複合制振鋼板の振動解析, *機論*, **57**-535 (1991), 48-53.
- (75) Y. S. Shin, G. J. Maurer, Vibration Respose of Constrained Viscoelastically Damped Plates: Analysys and Experiment, *Finite Elements in Analysys and Design*, **7** (1991), 291-297.
- (76) 半坂征則, 御船直人, 磁性複合型制振材の制振特性, *騒音制御*, **17**-4 (1993), 206- 211.
- (77) 半坂征則, 御船直人, 磁性複合型制振材の制振特性, *総研報告*, **7**-6 (1993), 41-48.
- (78) 国立天文台, *理科年表*, (1998), 443-453, 丸善.
- (79) 旭化成アミダス「プラスチック編集部」, *プラスチックデータブック*, 289-322, (1999), 工業調査会.
- (80) 松久寛, *機械様制振材料*, *騒音制御*, **23**-6 (1999), 391-394.
- (81) 東京都立工業技術センター, *制振材料*, (1992), 46, 東京都立工業技術センター.
- (82) 山下晋三, 小松公栄他6名, *高分子新素材 One Point-19 エラストマー*, (1994), 61-92, 共栄出版.
- (83) 牧野昇ほか, *永久磁石ーその設計と応用ー*, (1966), 261, アグネ.
- (84) 半坂征則, 佐藤仁, 御船直人, *磁性複合型制振材の制振機構(その1)*, *騒音制御*, **21**-6 (1997), 419-427.

- (85) 半坂征則, 三浦篤, 佐藤仁, 御船直人, 磁性複合型制振材の制振特性 2, 騒音制御, 21-4 (1997), 273-281.
- (86) Masanori Hansaka, Naoto Mifune, Study on the vibration damping properties of the material applying rubber compounding magnetic powder (DRM), *J. Acoust. Soc. Jpn(E)*, 19-1 (1998), 13-21
- (87) 半坂征則, 林巖, 岩附信行, 御船直人, 森川広一, 香川美仁, 拘束型磁性制振材の制振特性 (第 1 報), 機論, 投稿中.
- (88) 半坂征則, 林巖, 岩附信行, 御船直人, 森川広一, 香川美仁, 拘束型磁性制振材の制振特性 (第 2 報), 機論, 投稿中.
- (89) 玉虫文一他多数, 理化学辞典, (1999), 1043, 実教出版.
- (90) 鷲津久一郎, エネルギー原理入門, (1996), 142-152, 倍風館.
- (91) 三好俊郎, 白鳥正樹, 尾田十八, 材料力学, (1977), 60-96, 岩波書店.
- (92) 西岡隆, 土木基礎シリーズ 4 「構造振動解析」, (1988), 99-104, 培風館.
- (93) J. P. DEN HARTOG, EAST OITTSBURGH, PA, Forced Vibrations With Combined Coulomb and Viscous Friction, *Trans. ASME.*, 53-9 (1931), 107-115.
- (94) E.E.Ungar and E.M.Kerwin Jr., Loss Factors of Viscoelastic Systems in Terms of Energy Concept, *J.Acou.Soc.A.*, 34 (1962), 954.
- (95) 内山吉隆, プラスチックの摩擦・摩耗 [2], バルカーレビュー, 33-8 (1986), 5-13
- (96) 戸川隼人, 有限要素法概説, (1995), 110-120, 倍風館.
- (97) S.P.Timoshenko, D.H. Young, W. Weaver, Jr. 著, 谷口修, 田村章義訳, 工業振動学, (1996), コロナ社, 325-451.
- (98) 林 巖, 岩附信行, 牧泰希, 歯車騒音の放射パワーの推定に関する研究, 機論, 56-531 (1990), 208-213.
- (99) 長松昭男, モード解析入門, (1993), 498, コロナ社.
- (100) L.Cremer, M.Heckl, Structure-Borne Sound, (1972), 492-564, Springer-Verlag.
- (101) D. E. Newland 著, 清水信行訳, 機械振動の解析と計算, (1992), 632, オーム社.

付録 A1 拘束型磁性制振材を貼付したはりの振動解析における無次元化

A1.1 弾性振動方程式の無次元化

拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの無次元化された弾性振動方程式 (3.36) の導出過程を示す。

p.58 の弾性振動方程式 (3.32) に式 (3.33) の関係を用いると、弾性振動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} -\rho H\omega^2 \bar{w} + D \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^4} \right) - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x} + h \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial x^2} \right) &= 0 \\ K_1 \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} \right) - \frac{G_2 s^2}{H_2} (\bar{u}_1 - \bar{u}_3 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}) - C_{eq} (1-s)^2 j\omega (\bar{u}_1 - \bar{u}_3 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}) &= 0 \\ K_3 \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial x^2} \right) + \frac{G_2 s^2}{H_2} (\bar{u}_1 - \bar{u}_3 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}) + C_{eq} (1-s)^2 j\omega (\bar{u}_1 - \bar{u}_3 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.1})$$

となる。これを、式 (3.34) の無次元化量および、式 (3.35) で定義された諸量を用いて無次元化する。式 (3.34) より

$$x = L\xi, \bar{u}_i = LU_i, \bar{w} = hW \quad (i = 1, 3) \quad (\text{A1.2})$$

これを、式 (A1.1) の第 1 列の式に適用すると、

$$\begin{aligned} -\rho H\omega^2 hW + D \frac{\partial^4 (hW)}{\partial (L\xi)^4} - \frac{G_2 h s^2}{H^2} \left[\frac{\partial (LU_1)}{\partial (L\xi)} - \frac{\partial (LU_3)}{\partial (L\xi)} + h \frac{\partial^2 (hW)}{\partial (L\xi)^2} \right] \\ = -\rho H\omega^2 hW + \frac{Dh}{L^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{G_2 h s^2}{H^2} \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{\partial U_3}{\partial \xi} + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

上式の両辺を Dh/L^4 で除すと、

$$-\frac{\rho H\omega^2 L^4}{D} W + \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{G_2 s^2 L^4}{DH^2} \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{\partial U_3}{\partial \xi} + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) = 0$$

これを式 (3.35) を用いて整理すると、

$$-\Omega^2 W + \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - gYs^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{\partial U_3}{\partial \xi} + p \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) = 0 \quad (\text{A1.3})$$

次に、式 (A1.1) の第 2 列の式に式 (A1.2) を用いると、

$$\begin{aligned} K_1 \left(\frac{\partial^2 (LU_1)}{\partial (L\xi)^2} \right) - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[LU_1 - LU_3 + h \frac{\partial (hW)}{\partial (L\xi)} \right] - C_{eq} (1-s)^2 j\omega \left[LU_1 - LU_3 + h \frac{\partial (hW)}{\partial (L\xi)} \right] &= 0 \\ \frac{K_1}{L} \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} \right) - \frac{G_2 s^2 L}{H_2} (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) - C_{eq} (1-s)^2 L j\omega (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) &= 0 \end{aligned}$$

上式の両辺を K/L で除すると,

$$\frac{K_1}{K} \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi} \right) - \frac{G_2 L^2 s^2}{K H_2} (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) - \frac{C_{eq}(1-s)^2 L^2}{K} j\omega (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) = 0 \quad (\text{A1.4})$$

式(3.35)を用いて上式を整理すると,

$$k_1 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi} \right) - g s^2 (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) - c_1 j\omega (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) = 0 \quad (\text{A1.5})$$

式(A1.1)の第3列も同様の式変形により,

$$k_3 \left(\frac{\partial^2 U_3}{\partial \xi} \right) + g s^2 (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) + c_1 j\omega (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) = 0 \quad (\text{A1.6})$$

式(A1.3), 式(A1.5)および式(A1.6)をまとめると式(3.36)になる.

A1.2 軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元化

以下に, 拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元形を求める.

まず, 軸力について求める.

層 i ($i = 1, 3$) の軸力 N_i は次式で定義される.

$$N_i = K_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad (\text{A1.7})$$

式(A1.2)および式(3.35)により得られる $K_i = K k_i$ の関係を式(A1.7)に用いると,

$$N_i = K k_i \frac{\partial (L U_i)}{\partial (L \xi)}$$

軸力の無次元形を \tilde{N}_i で表すと, 次式で与えられる.

$$\tilde{N}_i = N_i / K = k_i \frac{\partial U_i}{\partial \xi} \quad (\text{A1.8})$$

次に, 曲げモーメントの無次元形を求める. 拘束型磁性制振材の曲げモーメント M は文献(41)を参考にして, 次式で与える

$$M = M_1 + M_3 = D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

ここに, M_i は層 i の曲げモーメントである. なお, 層2の曲げモーメントは層2の縦弾性係数が層1および層3に比べて小さいため, 無視できる.

式(A1.2)を用いると,

$$M = D \frac{\partial^2 (hW)}{\partial (L\xi)^2} = \frac{Dh}{L^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}$$

曲げモーメントの無次元形 \tilde{M} は次式で定義される.

$$\tilde{M} = \frac{L^2}{Dh} M = \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \quad (\text{A1.9})$$

最後に, せん断力の無次元化量を求める. 拘束型磁性制振材のせん断力 Q は文献 (42) を参考にして, 次式で与える.

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= D_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) + D_3 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \\ &= D \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \end{aligned}$$

上式に式 (A1.2) を用いると,

$$\begin{aligned} Q &= D \frac{\partial^3 (hW)}{\partial (L\xi)^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} [LU_1 - LU_3 + h \frac{\partial (hW)}{\partial (L\xi)}] \\ &= \frac{Dh}{L^3} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - \frac{G_2 s h L}{H_2} (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) \\ &= \frac{Dh}{L^3} \left\{ \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - \frac{G_2 s L^4}{H_2} (U_1 - U_3 + \frac{h^2}{L^2} \frac{\partial W}{\partial \xi}) \right\} \end{aligned}$$

上式に式 (3.35) を用いると,

$$Q = \frac{Dh}{L^3} \left\{ \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - gY_s (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) \right\}$$

よって, せん断力の無次元形 \tilde{Q} は

$$\tilde{Q} = \frac{L^3}{Dh} = \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - gY_s (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) \quad (\text{A1.10})$$

付録 A2 拘束型磁性制振材を貼付したはりの特性方程式の導出

p.59 の特性方程式 (3.40) の導出過程を示す.

特性方程式 (3.40) は p.59 式 (3.39) で与えられる係数行列 A に関する次の式

$$\det A = 0$$

から導出される. よって, 上式を解く. 式 (3.39) を以下に再び示す.

$$A = \left. \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} \lambda^4 - g_a \lambda^2 - \Omega^2 & -g_a \lambda / p & g_a \lambda / p \\ -g_b p \lambda & k_1 \lambda^2 - g_b & g_b \\ g_b p \lambda & g_b & k_3 \lambda^2 - g_b \end{array} \right] \\ g_a = p g Y s^2, \\ g_b = g_{b1} + j g_{b2}, \quad g_{b1} = g s^2, \quad g_{b2} = c_1 \omega \end{array} \right\}$$

$\det A$ はクラメールの公式により, 行列 A の成分を a_{ij} , ($i, j = 1, 2, 3$) として,

$$\det A = a_{11}|a_{11}| - a_{12}|a_{12}| + a_{13}|a_{13}| \quad (\text{A2.1})$$

ここに, $|a_{ij}|$ は余因子行列である. $|a_{11}|$ は次式のように計算される.

$$\begin{aligned} |a_{11}| &= (k_1 \lambda^2 - g_b)(k_3 \lambda^2 - g_b) - g_b^2 = k_1 k_3 \lambda^4 - (k_1 + k_3) g_b \lambda^2 + g_b^2 - g_b^2 \\ &= K_U \lambda^2 (\lambda^2 - g_b) \end{aligned} \quad (\text{A2.2})$$

ここに, $K_U = \frac{(K_1 + K_3)^2}{K_1 K_3}$ で, 次式の関係を用いる.

$$\begin{aligned} k_1 k_3 &= \frac{K_1 K_3}{K^2} = K_1 K_3 \left(\frac{K_1 + K_3}{K_1 K_3} \right)^2 = \frac{(K_1 + K_3)^2}{K_1 K_3} \\ &= K_U \\ k_1 + k_3 &= \frac{K_1}{K} + \frac{K_3}{K} = (K_1 + K_3) \frac{(K_1 + K_3)}{K_1 K_3} = \frac{(K_1 + K_3)^2}{K_1 K_3} \\ &= K_U \end{aligned}$$

次に, $|a_{12}|$ は次式のように計算される.

$$\begin{aligned} |a_{12}| &= -g_b p \lambda (k_3 \lambda^2 - g_b) - g_b^2 p \lambda = -k_3 g_b p \lambda^3 + g_b^2 p \lambda - g_b^2 p \lambda \\ &= -k_3 g_b p \lambda^3 \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

同様に, $|a_{13}|$ は,

$$|a_{13}| = -k_1 g_b p \lambda^3 \quad (\text{A2.4})$$

式 (A2.2), (A2.3) および (A2.4) を式 (A2.1) に適用すると,

$$\begin{aligned} & (\lambda^4 - g_a \lambda^2 - \Omega^2) K_U \lambda^2 (\lambda^2 - g_b) - g_a \lambda / p k_3 g_b p \lambda^3 - g_a \lambda / p k_1 g_b p \lambda^3 \\ & = \lambda^2 \{ K_U (\lambda^4 - g_a \lambda^2 - \Omega^2) (\lambda^2 - g_b) - (k_1 + k_3) g_a g_b \lambda^2 \} \\ & = K_U \lambda^2 [\lambda^6 - (g_a + g_b) \lambda^4 + g_a g_b \lambda^2 - g_a g_b \lambda^2 - \Omega^2 \lambda^2 + g_b \Omega^2] \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

$\det A = 0$ より,

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 &= 0 \\ \lambda^6 - (g_a + g_b) \lambda^4 + g_a g_b \lambda^2 - \Omega^2 \lambda^2 + g_b \Omega^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.6})$$

弾性振動方程式であるので, $\lambda \neq 0$ の解だけを考えればよく, 特性方程式が確かに式 (3.40) で与えられることが導出された.

付録 A3 拘束型磁性制振材を貼付したはりの特性方程式の解法

以下に、特性方程式 (3.40) の解法を示す。式 (3.40) は $\lambda^2 = x$ とおくと、次の 3 次方程式となる。

$$x^3 - (g_a + g_b)x^2 - \Omega^2 x + g_b \Omega^2 = 0 \quad (\text{A3.1})$$

上式の 3 つの解を、1 つの実数解および 2 つの複素数解と仮定する。実数解を x_0 とし、式 (A3.1) に代入し整理すると次式となる。

$$\Omega^2 = \frac{x_0^2 [x_0 - (g_a + g_b)]}{x_0 - g_b} = \frac{x_0^2 [(x_0 - g_a - g_{b1}) - jg_{b2}]}{(x_0 - g_{b1}) - jg_{b2}} \quad (\text{A3.2})$$

上式の分母を有理化する。そして、次のように、

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 (1 + j\eta_\Omega) \quad (\text{A3.3})$$

とおくと、両辺の実数部および虚数部がそれぞれ等しいことから、次式が得られる。

$$\Omega_0^2 = x_0^2 \frac{(x_0 - g_a - g_{b1})(x_0 - g_{b1}) + g_{b2}^2}{(x_0 - g_{b1})^2 + g_{b2}^2} \quad (\text{A3.4})$$

$$\eta_\Omega = x_0^2 \frac{(x_0 - g_a - g_{b1})g_{b2} - g_{b2}(x_0 - g_{b1})}{\Omega_0^2 [(x_0 - g_{b1})^2 + g_{b2}^2]} \quad (\text{A3.5})$$

式 (A3.4) を展開し、 x_0 について整理すると次式となる。

$$x_0^4 - (g_a + 2g_{b1})x_0^3 + [g_{b1}(g_a + g_{b1}) + g_{b2}^2 - \Omega_0^2]x_0^2 + 2g_{b1}\Omega_0^2 x_0 - (g_{b1}^2 + g_{b2}^2)\Omega_0^2 = 0 \quad (\text{A3.6})$$

この式からわかるように、実数解 x_0 は、次の 4 次方程式の解のうちの一つであることがわかる。

$$t^4 - (g_a + 2g_{b1})t^3 + [g_{b1}(g_a + g_{b1}) + g_{b2}^2 - \Omega_0^2]t^2 + 2g_{b1}\Omega_0^2 t - (g_{b1}^2 + g_{b2}^2)\Omega_0^2 = 0 \quad (\text{A3.7})$$

そこで、 ω を与えて式 (3.35) で定義されている Ω を求め、それを Ω_0 として式 (A3.7) に代入し、数値計算等により実数解を求めれば、それが x_0 となる。

次に、式 (A3.1) の他の二つの解を x_1 、 x_2 とすると式 (A3.1) の根と係数の関係より、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= g_a + g_b - x_0 \\ x_1 x_2 &= -x_0(g_a + g_b - x_0) - \Omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3.8})$$

上式の関係より, x_1, x_2 は次の 2 次方程式の解となる.

$$t^2 - (g_a + g_b - x_0)t - x_0(g_a + g_b - x_0) - \Omega^2 = 0 \quad (\text{A3.9})$$

上式を解いて x_1, x_2 を求める. g_b に式 (3.39) を, Ω に式 (A3.3) をそれぞれ代入すると次の式となる.

$$t^2 - [(g_a + g_{b1} - x_0) + jg_{b2}]t - \{x_0(g_a + g_{b1} - x_0) + \Omega_0^2 + j[\eta_\Omega \Omega_0^2 + g_{b2}x_0]\} = 0 \quad (\text{A3.10})$$

上の 2 次方程式の解は, 解の公式を用いて計算し整理すると次の式となる.

$$t = \frac{(g_a + g_{b1} - x_0) + jg_{b2}}{2} \pm \sqrt[4]{q_1^2 + q_2^2} [\cos(\frac{\theta}{2}) + j \sin(\frac{\theta}{2})] \quad (\text{A3.11})$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \Omega_0^2 - x_0^2 + \frac{(g_a + g_{b1} + x_0)^2 - g_{b2}^2}{4} \\ q_2 &= \eta_\Omega \Omega_0^2 + \frac{g_{b2}(g_a + g_{b1} + x_0)}{2} \\ \tan \theta &= q_2/q_1 \end{aligned} \right\}$$

である. この 2 つの解が x_1, x_2 であるから, 式 (A3.11) を整理して求めると次式となる.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{1r} + j x_{1i} \\ x_2 &= x_{2r} + j x_{2i} \\ x_{1r} &= \frac{g_a + g_{b1} - x_0}{2} + \sqrt[4]{q_1^2 + q_2^2} \cos(\frac{\theta}{2}) \\ x_{2r} &= \frac{g_a + g_{b1} - x_0}{2} - \sqrt[4]{q_1^2 + q_2^2} \cos(\frac{\theta}{2}) \\ x_{1i} &= \frac{g_{b2}}{2} + \sqrt[4]{q_1^2 + q_2^2} \sin(\frac{\theta}{2}) \\ x_{2i} &= \frac{g_{b2}}{2} - \sqrt[4]{q_1^2 + q_2^2} \sin(\frac{\theta}{2}) \end{aligned} \quad (\text{A3.12})$$

ここで,

$$\lambda_1^2 = x_0, \quad \lambda_2^2 = x_1, \quad \lambda_3^2 = x_2 \quad (\text{A3.13})$$

であるから, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ はそれぞれ次のように与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \sqrt{x_0} \\ \lambda_2 &= \sqrt[4]{x_{1r}^2 + x_{1i}^2} \cos \frac{\phi_1}{2} + j \sqrt[4]{x_{1r}^2 + x_{1i}^2} \sin \frac{\phi_1}{2} \\ \lambda_3 &= \sqrt[4]{x_{2r}^2 + x_{2i}^2} \cos \frac{\phi_2}{2} + j \sqrt[4]{x_{2r}^2 + x_{2i}^2} \sin \frac{\phi_2}{2} \\ \tan \phi_1 &= \frac{x_{1i}}{x_{1r}}, \quad \tan \phi_2 = \frac{x_{2i}}{x_{2r}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3.14})$$

以上で特性方程式の解が得られた.

付録A4 係数 r_{0n} の導出方法

係数 r_{0n} は以下の方法で与える。 x における振動モード n の z 軸方向変位振幅 $\bar{w}_n(x)$ はp.62の式(3.54)により次式で与えられる。

$$\bar{w}_n(x) = hW_n(\xi) = hr_{0n}[W_{Rn}(\xi) + jW_{In}(\xi)] \quad (\text{A4.1})$$

よって、 $x = x_p$ における z 軸方向変位振幅の実効値 $w_{effn}(x_p)$ は、次式となる。

$$\begin{aligned} w_{effn}(x_p) &= h |W(\xi_p)| = hr_{0n} |W_{Rn}(\xi_p) + jW_{In}(\xi_p)| \\ &= hr_{0n} \sqrt{W_{Rn}^2(\xi_p) + W_{In}^2(\xi_p)} \end{aligned} \quad (\text{A4.2})$$

よって、係数 r_{0n} は次式で与えられる。

$$r_{0n} = \frac{w_{effn}(x_p)}{h\sqrt{W_{Rn}(\xi_p)^2 + W_{In}(\xi_p)^2}} \quad (\text{A4.3})$$

$w_{effn}(x_p)$ は図3.4の損失係数測定装置を利用し、実測して求める。

対象とする試料の自由端を2次～5次までの固有振動数の計算値(例えば、磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$ 、基層厚 $H_1=2\text{mm}$ 、磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$ 、拘束層厚 $H_3=2\text{mm}$ 試料では $167\text{Hz} \sim 1.52\text{kHz}$ である)で正弦加振し、 x_p における振動加速度の実効値 $\alpha_{effn}(x_p)$ を加速度計PV-90Bを用いて測定する。そうすると、振動振幅の実効値 $w_{effn}(x_p)$ は次式で与えられる。

$$w_{effn}(x_p) = \alpha_{effn}(x_p) / \omega_n^2 \quad (\text{A4.4})$$

本測定では、 $x_p = 50\text{mm}$ とし、加振力を調整して $\alpha_{effn}(x_p) = 10\text{m/s}^2$ の一定条件とした。

r_{0n} の計算結果の一例を表A4.1に示す。

Table A4.1 An example of the calculation results of coefficient $r_{0n} (\times 10^{-3})$

V=45%, $H_l=2\text{mm}$, $H_z=3\text{mm}$, Full magnetization				
Mode	H_b			
	0.5mm		1mm	
	f Hz	r_{0n}	f Hz	r_{0n}
2nd	146	100.3	154	85.2
3rd	370	12.4	401	10.0
4th	760	2.45	815	2.01
5th	1335	0.92	1425	0.77
Mode	H_b			
	2mm		5mm	
	f Hz	r_{0n}	f Hz	r_{0n}
2nd	167	65.2	246	23.1
3rd	466	6.66	762	1.92
4th	853	1.65	1454	0.44
5th	1521	0.60	2467	0.18

付録 A5 摩擦損失を省略した 3 層はりの曲げ弾性振動解析

A5.1 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析

以下に、拘束型磁性制振材を貼付したはりについて、摩擦損失を省略し、保存系のハミルトンの原理を適用して、曲げ弾性振動解析を行う。

保存系のハミルトンの原理に 3 層のひずみエネルギー P および運動エネルギー T を適用し、振動方程式を導く。保存系のハミルトンの原理は次式により与えられる。

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta P) dt = 0 \quad (\text{A5.1})$$

3 層のひずみエネルギー P および運動エネルギー T に関しては、摩擦損失を考慮した場合と同じものであり、 P は p.54 の式 (3.15)、 T は式 (3.16) で与えられる。これらを式 (A5.1) に適用すると、次の弾性振動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= 0 \\ K_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) &= 0 \\ K_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.2})$$

上式は摩擦損失を考慮した解析により得られる弾性振動方程式 (3.23) の第 2 行および第 3 行の摩擦抵抗力の項 $\text{sgn}(\frac{\partial \gamma}{\partial t}) f_R$ を省略した形となっている。

摩擦損失を考慮した場合と同様に、式 (A5.2) を解くために変位 $u_i(x, t)$, $i = 1, 3$ および $w(x, t)$ を次のようにおく。

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x) e^{j\omega t}, \quad w(x, t) = \bar{w}(x) e^{j\omega t} \quad (\text{A5.3})$$

また、式 (3.35) および式 (3.36) の諸量を用いて無次元化し整理すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - g Y s^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{\partial U_3}{\partial \xi} + p \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) - \Omega^2 W &= 0 \\ k_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} - g s^2 (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) &= 0 \\ k_3 \frac{\partial^2 U_3}{\partial \xi^2} + g s^2 (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.4})$$

上式は (3.23) 式の乾性摩擦を粘性摩擦におきかえたあと無次元化した弾性振動方程式 (3.36) の第 2 行および第 3 行の粘性抵抗の項 $j c_1 \omega (U_1 - U_3 + p \frac{\partial W}{\partial \xi})$ を省略した形となっている。次に、変位 $U_i(\xi)$, $W(\xi)$ の解を

$$U_i(\xi) = C_i e^{\lambda \xi}, \quad W(\xi) = C e^{\lambda \xi} \quad (\text{A5.5})$$

とおく。ただし、 C_1 , C_3 , および C は未定係数とする。そして式 (A5.4) に代入し、整理すると次式が得られる。

$$A \begin{bmatrix} C \\ C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A5.6})$$

ここに、

$$A = \left. \begin{bmatrix} \lambda^4 - g_a \lambda^2 - \Omega^2 & -g_a \lambda / p & g_a \lambda / p \\ -g_{b1} p \lambda & k_1 \lambda^2 - g_{b1} & g_{b1} \\ g_{b1} p \lambda & g_{b1} & k_3 \lambda^2 - g_{b1} \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{A5.7})$$

$$g_a = p g Y s^2, \quad g_{b1} = g s^2$$

である。式 (A5.6) がゼロでない解を持つ条件 $\det A = 0$ より次の特性方程式が得られる。

$$\lambda^6 - (g_a + g_{b1}) \lambda^4 - \lambda^2 \Omega^2 + g_{b1} \Omega^2 = 0 \quad (\text{A5.8})$$

上式は、摩擦損失を考慮した解析により得られる特性方程式 (3.40) において、複素数の係数 g_b の複素成分 g_{b2} を省略したものとなっている。そのため、式 (A5.8) の係数はすべて実数となる。式 (A5.8) を解いて得られる 6 個の解を

$$\pm \lambda_j, \quad j = 1 \sim 3 \quad (\text{A5.9})$$

とすると、変位 $U_i(\xi)$ と $W(\xi)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} U_i(\xi) &= \sum_{j=1}^3 a_{ij} [C_j e^{\lambda_j \xi} - C_l_j e^{-\lambda_j \xi}] \\ W(\xi) &= \sum_{j=1}^3 [C_j e^{\lambda_j \xi} + C_l_j e^{-\lambda_j \xi}] \\ a_{1j} &= + \frac{1}{k_1} \frac{p g_{b1} \lambda_j}{\lambda_j^2 - g_{b1}}, \quad a_{3j} = - \frac{1}{k_3} \frac{p g_{b1} \lambda_j}{\lambda_j^2 - g_{b1}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.10})$$

一方、式 (A5.8) の解は

$$x^3 - (g_a + g_{b1}) x^2 - x \Omega^2 + g_{b1} \Omega^2 = 0 \quad (\text{A5.11})$$

の解を x_{rj} , ($j = 1 \sim 3$) とすると、

$$\pm \sqrt{x_{rj}}, \quad j = 1 \sim 3$$

で与えられるが、式(A5.11)の解は、方程式の係数がすべて実数で、かつ、対象とする試料の基層厚、磁性ゴム層厚および拘束層厚などの仕様が実用的な範囲の場合、1つの負および2つの正の実数になることが文献(54)などにより報告されている。式(A5.11)の1つの負の解を x_{r1} とし、残りの2つの正の実数解を x_{r2} および x_{r3} とし、かつ、

$$\sqrt{|x_{r1}|} = \lambda_{r1}, \quad \sqrt{x_{r2}} = \lambda_{r2}, \quad \sqrt{x_{r3}} = \lambda_{r3}$$

とすると、

$$\lambda_1 = j\lambda_{r1}, \quad \lambda_2 = \lambda_{r2}, \quad \lambda_3 = \lambda_{r3} \quad (\text{A5.12})$$

となる。上式を式(A5.10)に適用し、

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C'_1 &= C_{r1}, & j(C_1 - C'_1) &= C'_{r1}, \\ C_2 + C'_2 &= C_{r2}, & C_2 - C'_2 &= C'_{r2}, \\ C_3 + C'_3 &= C_{r3}, & C_3 - C'_3 &= C'_{r3}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.13})$$

かつ、

$$\left. \begin{aligned} a_{r11} &= -\frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{r1}}{\lambda_{r1}^2 + g_{b1}}, & a_{r31} &= \frac{1}{k_3} \frac{pg_{b1}\lambda_{r1}}{\lambda_{r1}^2 + g_{b1}}, \\ a_{r12} &= \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{r2}}{\lambda_{r2}^2 - g_{b1}}, & a_{r32} &= -\frac{1}{k_3} \frac{pg_{b1}\lambda_{r2}}{\lambda_{r2}^2 - g_{b1}}, \\ a_{r13} &= \frac{1}{k_1} \frac{pg_{b1}\lambda_{r3}}{\lambda_{r3}^2 - g_{b1}}, & a_{r33} &= -\frac{1}{k_3} \frac{pg_{b1}\lambda_{r3}}{\lambda_{r3}^2 - g_{b1}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.14})$$

とすると、(A5.10)は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} U_i(\xi) &= a_{ri1}[-C_{r1} \sin(\lambda_{r1}\xi) + C'_{r1} \cos(\lambda_{r1}\xi)] + a_{ri2}[C_{r2} \sinh(\lambda_{r2}\xi) + C'_{r2} \cosh(\lambda_{r2}\xi)] \\ &\quad + a_{ri3}[C_{r3} \sinh(\lambda_{r3}\xi) + C'_{r3} \cosh(\lambda_{r3}\xi)] \\ W(\xi) &= C_{r1} \cos(\lambda_{r1}\xi) + C'_{r1} \sin(\lambda_{r1}\xi) + C_{r2} \cosh(\lambda_{r2}\xi) + C'_{r2} \sinh(\lambda_{r2}\xi) \\ &\quad + C_{r3} \cosh(\lambda_{r3}\xi) + C'_{r3} \sinh(\lambda_{r3}\xi) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.15})$$

そして、 λ_{rj} , C_{rj} , C'_{rj} , a_{rij} , ($j = 1 \sim 3$) の諸量は実数となり、変位 $U_i(\xi)$ および $W(\xi)$ も実数となる。

これらの振動解を境界条件に適用する。境界条件そのものは摩擦損失を考慮した場合と同じく片持ちはりの条件を適用する。そうすると、次式のマトリックス方程式が得られる。

$$\mathbf{B}_r \begin{bmatrix} C_{r1} \\ C_{r2} \\ C_{r3} \\ C'_{r1} \\ C'_{r2} \\ C'_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A5.16})$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{r1} & \lambda_{r2} & \lambda_{r3} \\ 0 & 0 & 0 & -a_{r11} & a_{r12} & a_{r13} \\ -a_{r11}\lambda_{r1}\cos(\lambda_{r1}) & a_{r12}\lambda_{r2}\cosh(\lambda_{r2}) & a_{r13}\lambda_{r3}\cosh(\lambda_{r3}) & -a_{r11}\lambda_{r1}\sin(\lambda_{r1}) & a_{r12}\lambda_{r2}\sinh(\lambda_{r2}) & a_{r13}\lambda_{r3}\sinh(\lambda_{r3}) \\ -\lambda_{r1}^2\cos(\lambda_{r1}) & \lambda_{r2}^2\cosh(\lambda_{r2}) & \lambda_{r3}^2\cosh(\lambda_{r3}) & -\lambda_{r1}^2\sin(\lambda_{r1}) & \lambda_{r2}^2\sinh(\lambda_{r2}) & \lambda_{r3}^2\sinh(\lambda_{r3}) \\ b_{r1}\sin(\lambda_{r1}) & b_{r2}\sinh(\lambda_{r2}) & b_{r3}\sin(\lambda_{r3}) & -b_{r1}\cos(\lambda_{r1}) & b_{r2}\cosh(\lambda_{r2}) & b_{r3}\cosh(\lambda_{r3}) \end{bmatrix} \quad (\text{A5.17})$$

ここに, b_{r1} , b_{r2} , b_{r3} は,

$$\begin{aligned} b_{r1} &= \lambda_{r1}^3 + gYs(a_{r11} - a_{r31} + p\lambda_{r1}) \\ b_{r2} &= \lambda_{r2}^3 - gYs(a_{r12} - a_{r32} + p\lambda_{r2}) \\ b_{r3} &= \lambda_{r3}^3 - gYs(a_{r13} - a_{r33} + p\lambda_{r3}) \end{aligned}$$

B_r のすべての要素は実数となる. よって, $\det B_r = 0$ を解いて Ω_n , つまり固有振動数 ω_n , $n = 1, 2, \dots$ を求め, 次に得られた ω_n を (A5.16) に代入して解くと, ω_n に対応して $[C_{r1n}] \sim [C'_{r3n}]$ の計 6 個の係数間の比が定められる. ここでも, $[C_{r1n}] = r_{0n}$ を基準として

$$r_{jn} = C_{rjn}/C_{r1n}, \quad r'_{jn} = C'_{rjn}/C_{r1n} \quad (\text{A5.18})$$

とすると, 無次元変位振動モード n の振動解 $U_{in}(\xi)$, ($i = 1, 3$) と $W_n(\xi)$ は

$$\left. \begin{aligned} U_{in}(\xi) &= r_{0n}U_{rin}(\xi) \\ W_n(\xi) &= r_{0n}W_{rn}(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.19})$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} U_{rin}(\xi) &= a_{ri1n}[\sin(\lambda_{r1n}\xi) - r'_{1n}\cos(\lambda_{r1n}\xi)] \\ &\quad + a_{ri2n}[r_{2n}\sinh(\lambda_{r2n}\xi) + r'_{2n}\cosh(\lambda_{r2n}\xi)] \\ &\quad + a_{ri3n}[r_{3n}\sinh(\lambda_{r3n}\xi) + r'_{3n}\cosh(\lambda_{r3n}\xi)] \\ W_{rn}(\xi) &= \cos(\lambda_{r1n}\xi) + r'_{1n}\sin(\lambda_{r1n}\xi) + r_{2n}\cosh(\lambda_{r2n}\xi) + r'_{2n}\sinh(\lambda_{r2n}\xi) \\ &\quad + r_{3n}\cosh(\lambda_{r3n}\xi) + r'_{3n}\sinh(\lambda_{r3n}\xi) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.20})$$

$U_{rin}(\xi)$ および $W_{rn}(\xi)$ も実数である.

A5.2 損失係数の計算式

拘束型磁性制振材における損失エネルギーは摩擦損失と内部損失から与えられるので, 損失係数は式 (3.72) と同形の次式となる.

$$\eta_n = \frac{L_{fsn}/2\pi + \eta_g P_{2n}}{P_n} \quad (\text{A5.21})$$

振動モード n における 3 層のひずみエネルギー P_n , 層 2 のひずみエネルギー P_{2n} および摩擦損失 L_{fsn} は式 (3.67), 式 (3.68) および式 (3.69) に式 (A5.19) の振動解をそれぞれ適用して,

次式となる.

$$P_n = \frac{1}{2} \int_0^1 r_{0n}^2 \left\{ K_1 L \left(\frac{dU_{1rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + K_3 L \left(\frac{dU_{3rn}(\xi)}{d\xi} \right)^2 + \frac{Dp}{L} \left(\frac{d^2 W_{rn}(\xi)}{d\xi^2} \right)^2 + \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} (U_{1rn}(\xi) - U_{3rn}(\xi) + p \frac{dW_{rn}(\xi)}{d\xi})^2 \right\} d\xi \quad (A5.22)$$

$$P_{2n} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{G_2 s^2 L^3}{H_2} r_{0n}^2 (U_{1rn}(\xi) - U_{3rn}(\xi) + p \frac{dW_{rn}(\xi)}{d\xi})^2 d\xi \quad (A5.23)$$

$$L_{fsn} = \int_0^1 4\mu F_M (1-s) L^2 r_{0n} | (U_{1rn}(\xi) - U_{3rn}(\xi) + p \frac{dW_{rn}(\xi)}{d\xi}) | d\xi \quad (A5.24)$$

摩擦損失を考慮した解析においては式 (3.67), (3.68) および (3.69) で示したように, エネルギーの計算には振動解の複素ベクトルの大きさをを用いて計算したが, 摩擦損失を省略した解析では上式のように実数解 $U_{rin}(\xi)$, ($i = 1, 3$) および $W_{rn}(\xi)$ を用いたものとなる.

A5.3 曲げ弾性振動解析結果および摩擦損失を考慮した解析結果との比較

(a) 固有振動数

摩擦損失を省略した曲げ弾性解析に基づく固有振動数の計算結果の一例として, 磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, 磁力吸着力をフル着磁, 基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$ とし, 拘束層厚 H_3 を 0.5, 1, 2, 3, 4mm としたときの固有振動数 f_{NL} を表 A5.1 に示す. 表 A5.1 には摩擦損失を考慮した計算結果 f_L および実験値も併せて示す. 表 A5.1 より以下のことがわかる. 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数の計算値は 2 次振動モードでは 151~215Hz, 3 次振動モードでは 379Hz~641Hz, 4 次振動モードでは 775Hz~1.24kHz, 5 次振動モードでは 1.36kHz~2.12kHz を示した. この計算値も, 拘束層厚の増加に対して, 摩擦損失を考慮した計算値や実験値と同じような増加傾向を示している. 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数を摩擦損失を考慮した計算値と比較すると, 摩擦損失を省略したときの固有振動数は, 摩擦損失を考慮したときの固有振動数より, すべての試料および振動モードにおいて若干高い値を示している. 摩擦損失を省略した場合と考慮した場合の 2 つの計算値の差異率 R_{fcal} を次式で計算する.

$$R_{fcal} = \frac{f_{NL} - f_L}{f_{NL}} \times 100 \quad (A5.25)$$

そうすると, 差異率 R_{fcal} は, 拘束層厚 4mm・5 次振動モードのとき最小値 0.3%~拘束層厚 1mm・2 次振動モードのとき最大値 4.3% の範囲の値を示した. このように, すべての試料および振動モードにおいて, 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数は摩擦損失を考慮した計算値に対して 5% 以内の値を示した.

また, 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数と実験値との差異率 R_{fmes}

を次式で計算すると,

$$R_{fmes} = \frac{f_{NL} - f_{mes}}{f_{NL}} \times 100 \quad (\text{A5.26})$$

差異率 R_{fmes} は拘束層厚 2mm のとき 2 次振動モードで最大値 8.2%, 拘束層厚 4mm のとき 4 次振動モードで最小値 -9.7% を示した. このように, 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数はすべての試料および振動モードにおいて実験値に対して差異率 $\pm 10\%$ 以内の値を示し, 比較的良好な精度を示した.

(b) 固有関数

摩擦損失を省略した曲げ弾性解析に基づく固有関数の計算結果の一例として, 磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, 磁力吸着力をフル着磁, 基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$, 拘束層厚 $H_3=2\text{mm}$ とし, 式 (A5.20) で計算した 2 次の振動モードにおける固有関数 $W_{r2}(\xi)$ を図 A5.1 に示す. 図 A5.1 には式 (3.55) の摩擦損失を考慮した固有関数の実数部 $W_{R2}(\xi)$ も併せて示す. 摩擦損失を省略したときの固有関数を実線で, 考慮したときの固有関数を点線で示す. 図 A5.1 より, 摩擦損失を考慮した計算値と同様, 図 3.5 に示したオイラーはりの振動モード波形に類似した波形を示すことが認められる. また, 摩擦損失を省略した場合と摩擦損失を考慮した場合の 2 つの固有関数は良く近似した波形を示している. 摩擦損失を省略した場合と考慮した場合の固有関数の差異率 R_{func} を次式で計算する.

$$R_{func} = \frac{v_{NL} - v_L}{v_{NL}} \times 100 \quad (\text{A5.27})$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} v_{NL} &= \int_0^1 |W_{Rn}(\xi)| d\xi \\ v_L &= \int_0^1 \sqrt{W_{Rn}^2(\xi) + W_{In}^2(\xi)} d\xi \end{aligned} \right\} \quad (\text{A5.28})$$

磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, 磁力吸着力をフル着磁, 基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$ とし, 拘束層厚 H_3 を 0.5, 1, 2, 3, 4mm としたときの, 2 次~5 次振動モードまでの固有関数の差異率 R_{func} を表 A5.2 に示す. その結果, 差異率 R_{func} は最大でも拘束層厚 1mm・2 次振動モードのときの 3.4% と, いずれも 5% 以下の値を示した. このように, 摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有関数は摩擦損失を考慮した固有関数との差異は小さいことが明らかになった.

(c) 損失係数

摩擦損失を省略した曲げ弾性解析に基づく計算結果の一例として, 磁性粉量 $V=45\text{vol}\%$, 磁力吸着力をフル着磁, 基層厚 $H_1=2\text{mm}$, 磁性ゴム層厚 $H_2=3\text{mm}$ とし, 拘束層厚 H_3 を 0.5, 1, 2, 3, 4mm としたときの損失係数 η_{NL} を表 A5.3 に示す. また, 2 次振動モードにおける損失係数の拘束層依存性を図 A5.2 に, $H_1=2\text{mm}$, $H_2=3\text{mm}$, $H_3=2\text{mm}$ 試料の損失係数の

周波数依存性を図 A5.3 に示す。これらの図表にはいずれも摩擦損失を考慮した計算値および実験値も併せて示す。図 A5.2 および図 A5.3 において摩擦損失を省略したときの計算値を○で、実験値を●で示す。また、摩擦損失を考慮したときの計算値を図 A5.2 では実線で、図 A5.3 では◇で示す。この結果、以下のことが認められた。摩擦損失を省略して求めた損失係数の計算値は、拘束層厚に対しては1mm 付近にピーク値を示し、また、周波数に対してはその増加に伴いほぼ一様な低下傾向を示すという、摩擦損失を考慮した計算値および実験値と同様の特性を示した。そして、摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による損失係数の計算値は $H_1=2\text{mm}$, $H_2=3\text{mm}$, $H_3=2\text{mm}$ 試料においては2次振動モードでは0.296, 3次振動モードでは0.253, 4次振動モードでは0.224, 5次振動モードでは0.22であった。

摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による損失係数を摩擦損失を考慮した計算値と比較すると、摩擦損失を省略したときの損失係数は、摩擦損失を考慮したときの損失係数より、すべての試料および振動モードにおいて若干小さな値を示している。摩擦損失を省略した場合と考慮した場合の損失係数の計算値の差異率 $R_{\eta_{cal}}$ を次式で計算する。

$$R_{\eta_{cal}} = \frac{\eta_{NL} - \eta_L}{\eta_{NL}} \times 100 \quad (\text{A5.29})$$

そうすると、差異率 $R_{\eta_{cal}}$ は、拘束層厚1mm・2次振動モードのときの最小値-7.9%~拘束層厚4mm・4次振動モードのときの最大値-1.1%までの範囲の値を示した。このように、すべての試料および振動モードにおいて摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による損失係数と摩擦損失を考慮した計算値との差異率は-10%以内の値を示した。

また、摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析による固有振動数の実験値に対する差異率 $R_{\eta_{mes}}$ を次式で計算する。

$$R_{\eta_{mes}} = \frac{\eta_{NL} - \eta_{mes}}{\eta_{NL}} \times 100 \quad (\text{A5.30})$$

ここに、 η_{mes} は損失係数の実験値である。

そうすると、差異率 $R_{\eta_{mes}}$ は、拘束層厚1mmのとき-11.6~-7.2%, および拘束層厚4mmのとき-16.1~-11.4%と、拘束層厚1mmおよび4mmのとき一部の振動モードで-10%以下の値を示し、損失係数の計算値と実験値の差異はやや大きくなっている。この理由には、拘束層厚1mmのときは拘束型磁性制振材の基層に貼付したときの損失が大きいためであり、拘束層4mmのときは、解析の適用範囲の限界に近いと認められる。これ以外のときは差異率 $R_{\eta_{mes}}$ はいずれも-10%以内の値を示し、摩擦損失を省略した曲げ弾性振動解析によっても損失係数は精度よく計算されているといえる。摩擦損失を省略した計算値の精度と制振材の減衰性能との関係については、例えば、拘束層厚1mm試料においては損失係数の実験値は2次振動モードで0.363であり、図 A5.3 などの結果を総合すると、制振材を基層に貼付したときの損失係数が0.3以上のとき摩擦損失を省略した計算値と実験値との差異が大きくなると判断される。一方、拘束層厚および基層厚の増加に対しては、3章で得られた基準も参考にすると、拘束層厚と基層厚の和が制振材の長さ L の0.2倍以下であれば摩擦損失を省

略した曲げ弾性振動解析は良好な精度を保持するものと判断される。

Table A5.1 Calculation results of natural frequency

V=45vol%, $H_1=2\text{mm}$, $H_2=3\text{mm}$, Full magnetization						
H_2	Mode	Mea.	Cal.		Difference ratio %	
			$f_{NL}^{*1)}$ Hz	$f_L^{*2)}$ Hz	R_{fcal}	R_{fmes}
0.5mm	2nd	145	151	146	3.2	3.8
	3rd	390	379	370	2.4	-2.9
	4th	748	775	760	2.0	3.5
	5th	1350	1362	1335	2.0	0.9
1mm	2nd	155	161	154	4.3	3.7
	3rd	411	414	401	3.2	0.8
	4th	784	838	815	2.7	6.4
	5th	1490	1462	1425	2.5	-1.9
2mm	2nd	157	171	167	2.3	8.2
	3rd	482	477	466	2.3	-1.0
	4th	845	869	853	1.8	2.7
	5th	1652	1520	1495	1.6	-8.7
3mm	2nd	172	183	179	1.9	5.8
	3rd	525	520	514	1.2	-0.9
	4th	1052	1022	1013	0.8	-3.0
	5th	1695	1763	1750	0.7	3.9
4mm	2nd	208	215	213	1.0	3.3
	3rd	692	641	637	0.6	-8.0
	4th	1358	1237	1233	0.4	-9.7
	5th	2050	2117	2111	0.3	3.2

*1) f_{NL} : Natural frequency calculated based on theory without considering frictional loss.

*2) f_L : Natural frequency calculated based on theory considering frictional loss.

$$R_{fcal} = \frac{f_{NL} - f_L}{f_{NL}} \times 100, \quad R_{fmes} = \frac{f_{NL} - f_{mes}}{f_{NL}} \times 100$$

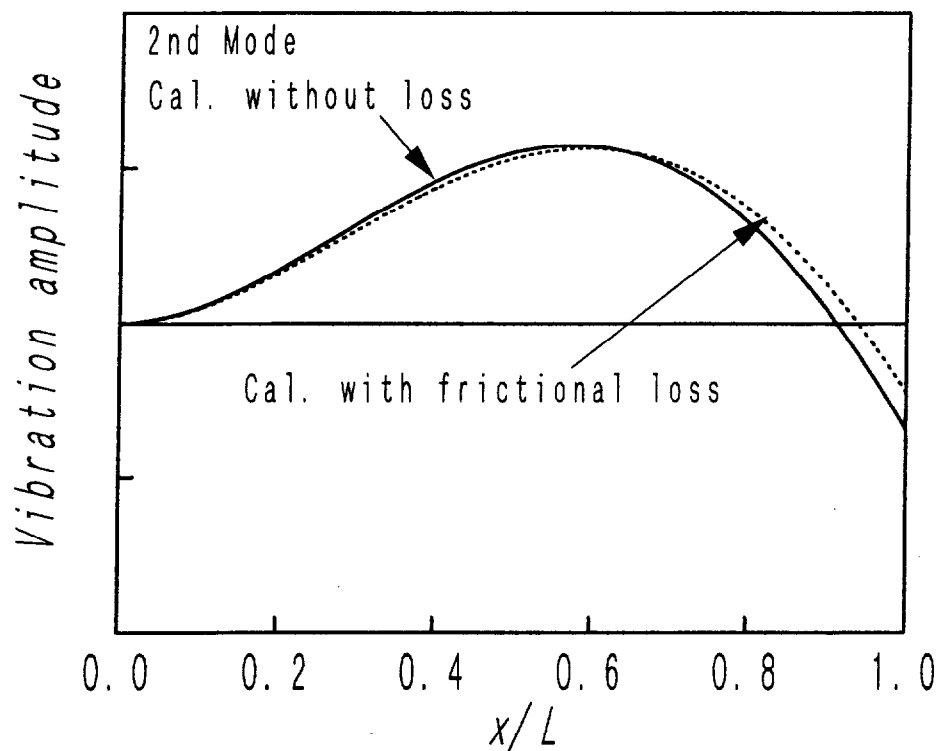


Fig.A5.1 Calculation results of vibration amplitude

Table A5.2 Difference ratio R_{func} of vibration amplitude

$V=45\text{vol}\%, H_1=2\text{mm}, H_2=3\text{mm}, \text{Full magnetization}$					
Mode	H_3				
	0.5mm	1mm	2mm	3mm	4mm
2nd	2.9	3.4	2.6	1.3	0.57
3rd	2.2	2.7	2.1	1.1	0.42
4th	1.9	2.3	1.7	0.83	0.37
5th	2.0	2.4	1.8	0.85	0.38

$$R_{func} = \frac{v_{NL} - v_L}{v_{NL}} \times 100$$

$$v_{NL} = \int_0^1 |W_{Rn}| d\xi, \quad v_L = \int_0^1 \sqrt{W_{Rn}^2 + W_{In}^2} d\xi$$

Table A5.3 Calculation results of loss factor

V=45vol%, H ₁ =2mm, H ₂ =3mm, Full magnetization						
H ₂	Mode	Mea.	Cal.		Difference ratio %	
			$\eta_{NL}^{*1)}$	$\eta_{NL}^{*2)}$	R _{η_{cal}}	R _{η_{mes}}
0.5mm	2nd	0.288	0.281	0.303	-7.9	-2.6
	3rd	0.253	0.250	0.263	-5.5	-1.4
	4th	0.233	0.229	0.240	-5.0	-1.8
	5th	0.231	0.233	0.243	-4.5	0.7
1mm	2nd	0.363	0.330	0.355	-7.5	-10.0
	3rd	0.313	0.289	0.305	-5.6	-8.5
	4th	0.289	0.269	0.284	-5.2	-7.2
	5th	0.291	0.261	0.272	-4.4	-11.6
2mm	2nd	0.308	0.296	0.312	-5.2	-4.1
	3rd	0.252	0.253	0.261	-3.0	0.4
	4th	0.233	0.224	0.231	-3.1	-4.0
	5th	0.235	0.220	0.227	-3.1	-6.8
3mm	2nd	0.233	0.244	0.250	-2.4	4.5
	3rd	0.204	0.194	0.197	-1.4	-5.2
	4th	0.181	0.169	0.171	-1.2	-7.1
	5th	0.162	0.151	0.154	-2.0	-7.3
4mm	2nd	0.195	0.175	0.180	-2.6	-11.4
	3rd	0.148	0.130	0.133	-2.3	-13.8
	4th	0.121	0.105	0.106	-1.1	-15.2
	5th	0.108	0.093	0.094	-1.4	-16.1

*1) η_{NL} : Loss factor calculated based on theory without considering frictional loss.

*2) η_{NL} : Loss factor calculated based on theory considering frictional loss.

$$R_{\eta_{cal}} = \frac{\eta_{NL} - \eta_L}{\eta_{NL}} \times 100, \quad R_{\eta_{mes}} = \frac{\eta_{NL} - \eta_{mes}}{\eta_{NL}} \times 100$$

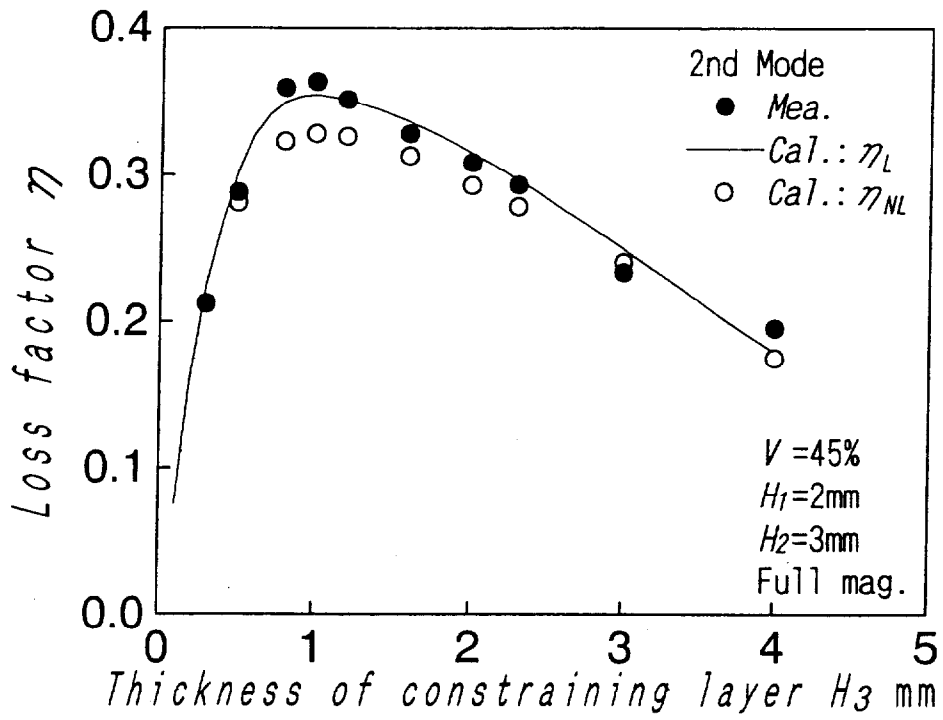


Fig.A5.2 Loss factor against thickness of constraining layer

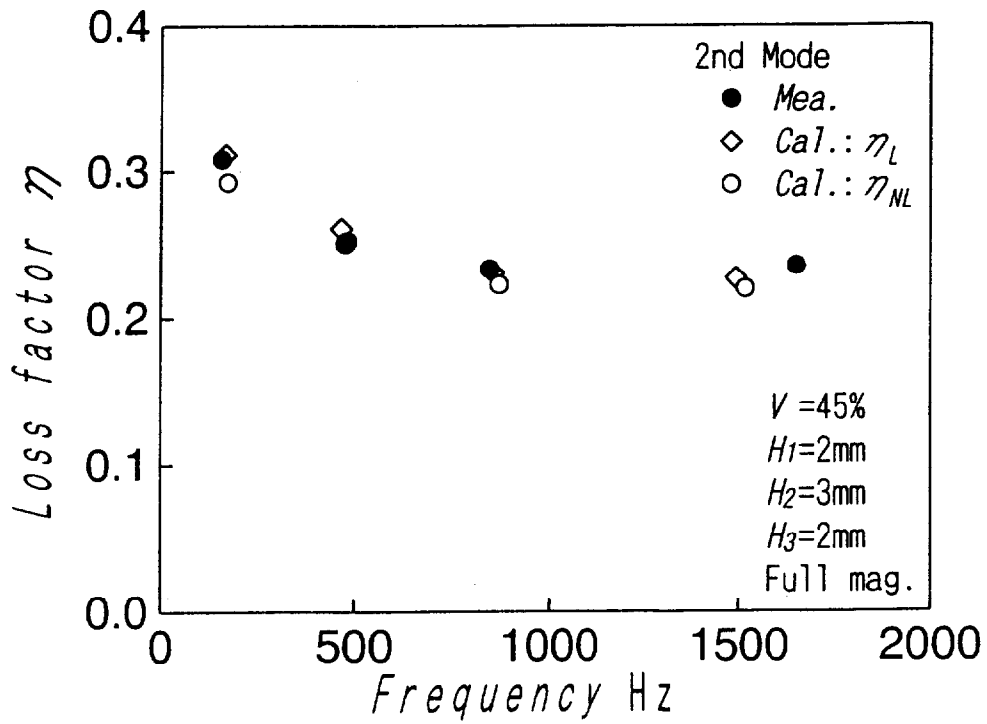


Fig.A5.3 Loss factor against frequency

付録 A6 拘束型磁性制振材を貼付した平板の振動解析における無次元化

A6.1 弾性振動方程式の無次元化

p.124 の無次元化弾性振動方程式 (4.35) を導く.

拘束型磁性制振材を貼付した平板の弾性振動方程式 (4.30) を以下に再び示す.

$$\begin{aligned}
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1-\nu_1^2} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{1+\nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right] - \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right\} \delta u_1 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{1+\nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right] + \frac{G_2 s^2}{H_2} (u_1 - u_3 + h \frac{\partial w}{\partial x}) \right\} \delta u_3 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{1+\nu_1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_1}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} \right] - \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right\} \delta v_1 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left[\frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + \frac{1+\nu_3}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_3}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} \right] + \frac{G_2 s^2}{H_2} (v_1 - v_3 + h \frac{\partial w}{\partial y}) \right\} \delta v_3 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_3}{\partial x} + h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_3}{\partial y} + h \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \right\} \delta w dx dy = 0
 \end{aligned} \tag{A6.1}$$

層 2 を介して層 1 および層 3 の軸力がつりあうことより

$$K_1 u_1 + K_3 u_3 = 0, \quad K_1 v_1 + K_3 v_3 = 0 \tag{A6.2}$$

これより,

$$u_3 = -\frac{K_1}{K_3} u_1, \quad v_3 = -\frac{K_1}{K_3} v_1$$

よって, 次式が成り立つ.

$$\begin{aligned}
 u_1 - u_3 &= u_1 + \frac{K_1}{K_3} u_1 = \frac{K_1 + K_3}{K_3} u_1 = K_s u_1 \\
 v_1 - v_3 &= K_s v_1
 \end{aligned} \tag{A6.3}$$

上式および

$$w = \bar{w} e^{i\omega t}, \quad u_i = \bar{u}_i e^{i\omega t}, \quad v_i = \bar{v}_i e^{i\omega t} \tag{A6.4}$$

を式 (A6.1) に用い, かつ, p.123 に示したように,

$$\nu_1 = \nu_3 = \nu$$

を考慮すると,

$$\left. \begin{aligned}
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \bar{v}_1}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial y^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left(K_s \bar{u}_1 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right\} \delta \bar{u}_1 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_3}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 \bar{v}_1}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \bar{v}_1}{\partial x^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left(K_s \bar{v}_1 + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right\} \delta \bar{v}_1 dx dy = 0 \\
 & \int_0^a \int_0^b \left\{ -\rho H \omega^2 \bar{w} + D \left(\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial y^4} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[\left(K_s \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + h \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} \right) + \left(K_s \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial y} + h \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right) \right] \right\} \delta \bar{w} dx dy = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (A6.5)$$

式(4.33)に基づく次式の無次元化量

$$x = a\xi, \quad y = b\psi, \quad (A6.6)$$

$$\bar{w}(x, y) = hW(\xi, \psi), \quad \bar{u}(x, y) = aU_i(\xi, \psi), \quad \bar{v}(x, y) = bV_i(\xi, \psi)$$

を用いると, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned}
 & \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 (aU_1)}{\partial (a\xi)^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 (bV_1)}{\partial (a\xi) \partial (b\psi)} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 (aU_1)}{\partial (b\psi)^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left(K_s aU_1 + h \frac{\partial (hW)}{\partial (a\xi)} \right) \right\} \delta (aU_1) d(a\xi) d(b\psi) = 0 \\
 & \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_3}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 (bV_1)}{\partial (b\psi)^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 (aU_1)}{\partial (a\xi) \partial (b\psi)} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 (bV_1)}{\partial (a\xi)^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left(K_s bV_1 + h \frac{\partial (hW)}{\partial (b\psi)} \right) \right\} \delta (bV_1) d(a\xi) d(b\psi) = 0 \\
 & \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\rho H \omega^2 hW + D \left[\frac{\partial^4 (hW)}{\partial (a\xi)^4} + 2 \frac{\partial^4 (hW)}{\partial (a\xi)^2 \partial (b\psi)^2} + \frac{\partial^4 (hW)}{\partial (b\psi)^4} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[\left(K_s \frac{\partial (aU_1)}{\partial (a\xi)} + h \frac{\partial^2 (hW)}{\partial (a\xi)^2} \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left(K_s \frac{\partial (bV_1)}{\partial (b\psi)} + h \frac{\partial^2 (hW)}{\partial (b\psi)^2} \right) \right] \right\} \delta (hW) d(a\xi) d(b\psi) = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (A6.7)$$

上式の第1式の右辺は

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{a} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{b^2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2}{H_2} \left(K_s aU_1 + \frac{h^2}{a} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right\} a^2 b \delta U_1 d\xi d\psi \\
 & = \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1}{a(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{a^2}{b^2} \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s a}{H_2} \left(U_1 + \frac{h^2}{K_s a^2} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right\} a^2 b \delta U_1 d\xi d\psi
 \end{aligned} \quad (A6.8)$$

上項を $[K_1/a(1-\nu^2)] \times [a^2b]$ でくくり、式(4.34)を用いて整理すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{K_1ab}{(1-\nu^2)} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + N_p \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1-N_p)/R^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s a^2 (1-\nu^2)}{K_1 H_2} \left(U_1 + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right\} \delta U_1 d\xi d\psi \\
&= \frac{K_1ab}{(1-\nu^2)} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + N_p \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1-N_p)/R^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} \right. \\
& \quad \left. - g_p s^2 \left(U_1 + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right\} \delta U_1 d\xi d\psi \tag{A6.9}
\end{aligned}$$

式(A6.7)の第2式についても整理すると、

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_3}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{b} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{b} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{b}{a^2} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s}{H_2} \left(b K_s V_1 + \frac{h^2}{b} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right\} ab^2 \delta V_1 d\xi db d\psi \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_3}{b(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{b^2}{a^2} \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s b}{H_2} \left(V_1 + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right\} ab^2 \delta V_1 d\xi db d\psi \\
&= \frac{K_1ab}{(1-\nu^2)} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{b^2}{a^2} \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s b^2 (1-\nu^2)}{K_1 H_2} \left(V_1 + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right\} \delta V_1 d\xi db d\psi \\
&= \frac{K_1ab}{(1-\nu^2)} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + N_p \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1-N_p) R^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \right. \\
& \quad \left. - g_p s^2 R^2 \left(V_1 + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right\} \delta V_1 d\xi db d\psi \tag{A6.10}
\end{aligned}$$

そして、式(A6.7)の第3式についても整理すると、次式となる。

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\rho H \omega^2 h W + Dh \left(\frac{1}{a^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + \frac{2}{a^2 b^2} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + \frac{1}{b^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 h s^2}{H_2} \left[\left(K_s \frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{h^2}{a^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) + \left(K_s \frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{h^2}{b^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \right) \right] \right\} hab \delta W d\xi d\psi \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\rho H \omega^2 h W + \frac{Dh}{a^4} \left(\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2 \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + \frac{a^4}{b^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 h s^2 K_s}{H_2} \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{h^2}{a^2 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{h^2}{b^2 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \right) \right] \right\} hab \delta W d\xi d\psi \tag{A6.11}
\end{aligned}$$

上式を $(Dh/a^4) \times (hab)$ の項でくくり、式(4.34)を用いて整理すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{Dh^2 b}{a^3} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\frac{\rho H \omega^2 a^4}{D} W + \left(\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2 \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + \frac{a^4}{b^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{G_2 s^2 K_s a^4}{DH_2} \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \right) \right] \right\} \delta W d\xi d\psi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{Dh^2b}{a^3} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\Omega_p^2 W + \left(\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2/R^2 \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + 1/R^4 \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right) \right. \\
&\quad \left. - g_p s^2 Y_p \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \right) \right] \right\} \delta W d\xi d\psi \quad (A6.12)
\end{aligned}$$

式 (A6.9), (A6.10) および (A6.12) がゼロになることより,

$$\left. \begin{aligned}
&\int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} + N_p \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1 - N_p)/R^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \psi^2} \right. \\
&\quad \left. - g_p s^2 \left(U_1 + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \right] \delta U_1 d\xi d\psi = 0 \\
&\int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial^2 V_1}{\partial \psi^2} + N_p \frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi \partial \psi} + (1 - N_p) R^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial \xi^2} \right. \\
&\quad \left. - g_p s^2 R^2 \left(V_1 + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial W}{\partial \psi} \right) \right] \delta V_1 d\xi d\psi = 0 \\
&\int_0^1 \int_0^1 \left\{ -\Omega_p^2 W + \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + 2/R^2 \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^2 \partial \psi^2} + 1/R^4 \frac{\partial^4 W}{\partial \psi^4} \right. \\
&\quad \left. - g_p s^2 Y_p \left[\left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \frac{1}{Q_1 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial \psi} + \frac{1}{Q_2 K_s} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \right) \right] \right\} \delta W d\xi d\psi = 0
\end{aligned} \right\} \quad (A6.13)$$

A6.2 軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元化

拘束型磁性制振材を平板に貼付したときの振動解を求めるために導入する試行関数には拘束型磁性制振材をはりに貼付したときの固有関数を用いるが, これを求めるために必要な軸力, 曲げモーメントおよびせん断力の無次元形を以下に求める。

基本的な求め方は付録 A1. 第 2 項で求めた方法と同様であるが, 平板に適用するためには x, y の両方向で求める必要がある。また, 単層部の曲げモーメントおよびせん断力も以下に求める。

まず, 3 層部について求める。3 層部の x 軸方向の軸力の無次元形は, 付録付録 A1. 第 2 項と同様に,

$$\tilde{N}_{ix\beta} = N_{ix\beta}/K = k_i \frac{\partial U_{i\beta}}{\partial \xi} \quad (A6.14)$$

同様に y 軸方向の軸力は,

$$\tilde{N}_{iy\beta} = N_{iy\beta}/K = k_i \frac{\partial V_{i\beta}}{\partial \psi} \quad (A6.15)$$

次に, 曲げモーメントの無次元形は, x 軸方向で

$$\tilde{M}_{x\beta} = \frac{a^2}{Dh} M_{x\beta} = \frac{\partial^2 W_\beta}{\partial \xi^2} \quad (A6.16)$$

同様に y 軸方向で

$$\tilde{M}_{y\beta} = \frac{b^2}{Dh} M_{y\beta} = \frac{\partial^2 W_\beta}{\partial \psi^2} \quad (A6.17)$$

せん断力に関しては以下のように求める。

まず x 方向では

$$Q_{x\beta} = Q_{1x\beta} + Q_{2x\beta} + Q_{3x\beta} = D \frac{\partial^3 w_\beta}{\partial x^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} (u_{1\beta} - u_{3\beta} + h \frac{\partial w_\beta}{\partial x})$$

上式に層1と層3の力のつりあい式

$$K_1 u_1 + K_3 u_3 = 0$$

を用いると,

$$\begin{aligned} Q_{x\beta} &= D \frac{\partial^3 w_\beta}{\partial x^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} \left(\frac{K_1 + K_3}{K_3} u_{1\beta} + h \frac{\partial w_\beta}{\partial x} \right) \\ &= D \frac{\partial^3 w_\beta}{\partial x^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} \left(K_s u_{1\beta} + h \frac{\partial w_\beta}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

上式に無次元化量

$$x = a\xi, \quad u_i = aU_i, \quad w = hW$$

および

$$g = \frac{G_2 a^2}{KH_2}, \quad Y = \frac{Ka^2}{D}, \quad K = \frac{K_1 K_3}{K_1 + K_3}, \quad Q_1 = \frac{a^2}{h^2}$$

を用いる。そうすると, x 方向のせん断力 Q_x は,

$$\begin{aligned} Q_{x\beta} &= \frac{Dh}{a^3} \frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \xi^3} - \frac{G_2 h s}{H_2} \left(K_s a U_{1\beta} + \frac{h^2}{a} \frac{\partial W_\beta}{\partial \xi} \right) \\ &= \frac{Dh}{a^3} \frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \xi^3} - \frac{G_2 h s K_s a}{H_2} \left(U_{1\beta} + \frac{h^2}{K_s a^2} \frac{\partial W_\beta}{\partial \xi} \right) \\ &= \frac{Dh}{a^3} \left[\frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \xi^3} - \frac{G_2 K_s a^4 s}{DH_2} \left(U_{1\beta} + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_\beta}{\partial \xi} \right) \right] \\ &= \frac{Dh}{a^3} \left[\frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \xi^3} - g Y K_s \left(U_{1\beta} + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_\beta}{\partial \xi} \right) \right] \end{aligned}$$

せん断力の無次元化量 $\tilde{Q}_{x\beta}$ は,

$$\tilde{Q}_{x\beta} = \frac{a^3}{Dh} Q_{x\beta} = \frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \xi^3} - g Y K_s \left(U_{1\beta} + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_\beta}{\partial \xi} \right) \quad (\text{A6.18})$$

同様に y 方向では,

$$\tilde{Q}_{y\beta} = \frac{b^3}{Dh} Q_{y\beta} = \frac{\partial^3 W_\beta}{\partial \psi^3} - g Y K_s R^4 \left(V_{1\beta} + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_\beta}{\partial \psi} \right) \quad (\text{A6.19})$$

次に, 単層部の曲げモーメントを求める.

単層部の x 方向の曲げモーメント $M_{x\alpha}$ は次式で与えられる.

$$M_{x\alpha} = D_1 \frac{\partial^2 w_\alpha}{\partial x^2}$$

上式に式 (A6.2) の無次元化量を用いると,

$$M_{x\alpha} = \frac{D_1 h}{a^2} \frac{\partial^2 W_\alpha}{\partial \xi^2}$$

上式を D を用いて変形すると,

$$M_{x\alpha} = \frac{D_1}{D} \frac{Dh}{a^2} \frac{\partial^2 w_\alpha}{\partial x^2} = R_d \frac{Dh}{a^2} \frac{\partial^2 w_\alpha}{\partial x^2}$$

ここに, $R_d = D_1/D$ である. よって, 単層部の x 方向の曲げモーメントの無次元形は,

$$\bar{M}_{x\alpha} = \frac{a^2}{Dh} M_{x\alpha} = R_d \frac{\partial^2 w_\alpha}{\partial \xi^2} \quad (\text{A6.20})$$

同様に y 方向では,

$$\bar{M}_{y\alpha} = \frac{b^2}{Dh} M_{y\alpha} = R_d \frac{\partial^2 w_\alpha}{\partial \psi^2} \quad (\text{A6.21})$$

最後に, 単層部のせん断力の無次元形を求める.

単層部の x 方向のせん断力 $Q_{x\alpha}$ は次式で与えられる.

$$Q_{x\alpha} = D_1 \frac{\partial^3 w_\alpha}{\partial x^3}$$

上式に, 式 (A6.6) の無次元化量を用いると,

$$Q_{x\alpha} = \frac{D_1 h}{a^3} \frac{\partial^3 W_\alpha}{\partial \xi^3}$$

曲げモーメントと同様に D を用いると,

$$Q_{x\alpha} = \frac{D_1}{D} \frac{Dh}{a^3} \frac{\partial^3 W_\alpha}{\partial^3 \xi} = \frac{Dh}{a^3} R_d \frac{\partial^3 W_\alpha}{\partial^3 \xi}$$

よって, せん断力の x 方向の無次元形は

$$\bar{Q}_{x\alpha} = \frac{a^3}{Dh} Q_{x\alpha} = R_d \frac{\partial^3 W_\alpha}{\partial^3 \xi} \quad (\text{A6.22})$$

同様に y 方向では,

$$\bar{Q}_{y\alpha} = \frac{b^3}{Dh} Q_{y\alpha} = R_d \frac{\partial^3 W_\alpha}{\partial^3 \psi} \quad (\text{A6.23})$$

付録 A7 無次元振動解を適用した拘束型磁性制振材貼付平板のひずみエネルギーおよび摩擦損失

拘束型磁性制振材を貼付した平板について、層1の x 軸方向の無次元伸び変位 U_1 、 y 軸方向の無次元伸び変位 V_1 および3層の z 軸方向の無次元曲げ変位 W の振動解を適用して3層ひずみエネルギーおよび摩擦損失を求める。

A7.1 無次元変位 U_1, V_1, W を用いたひずみエネルギーおよび摩擦損失

p.119の式(4.15)に式(4.32)を代入すると次式となる。

$$\begin{aligned}
 P = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1-\nu_1^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1-\nu_1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
 & + \frac{K_3}{1-\nu_3^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_3(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_3(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_3 \frac{\partial \bar{u}_3(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_3(x,y)}{\partial y} \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1-\nu_3}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_3(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_3(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
 & + D \left[\left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right] \\
 & + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(\bar{u}_1(x,y) - \bar{u}_3(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right. \\
 & \left. + \left(\bar{v}_1(x,y) - \bar{v}_3(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right] \} dx dy \tag{A7.1}
 \end{aligned}$$

式(4.31)より、 \bar{u}_1 、 \bar{v}_3 および \bar{v}_1 、 \bar{u}_3 間にも

$$K_1 \bar{u}_1 + K_3 \bar{u}_3 = 0, \quad K_1 \bar{v}_1 + K_3 \bar{v}_3 = 0 \tag{A7.2}$$

なる関係が成り立つので、この式を式(A7.1)に適用し、かつ、ここでも $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ とすると、

$$\begin{aligned}
 P = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{K_3}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{K_1}{K_3} \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{K_1}{K_3} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{K_1}{K_3} \right)^2 \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right. \\
& \quad \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{K_1}{K_3} \right)^2 \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \\
& + D \left[\left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(\bar{u}_1(x,y) + \frac{K_1}{K_3} \bar{u}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + \left(\bar{v}_1(x,y) + \frac{K_1}{K_3} \bar{v}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right] \} dx dy \\
= & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{1}{1-\nu^2} \frac{K_1 K_3 + K_1^2}{K_3} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
& + D \left[\left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(\frac{K_3 + K_1}{K_3} \bar{u}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{K_3 + K_1}{K_3} \bar{v}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right] \} dx dy \\
= & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{K_1 K_s}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial y} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_1(x,y)}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
& + D \left[\left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \bar{w}(x,y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(K_s \bar{u}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left(K_s \bar{v}_1(x,y) + h \frac{\partial \bar{w}(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right] \} dx dy \quad (A7.3)
\end{aligned}$$

上式に式(4.33)を用いると,

$$\begin{aligned}
P = & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial(aU_1(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)} \right)^2 + \left(\frac{\partial(bV_1(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial(aU_1(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)} \frac{\partial(bV_1(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial(aU_1(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)} + \frac{\partial(bV_1(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)} \right)^2 \right] \right. \\
& + D \left[\left(\frac{\partial^2(hW(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2(hW(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2(hW(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)^2} \frac{\partial^2(hW(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2}{H_2} \left[\left(aK_s U_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial(hW(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)} \right)^2 + \left(bK_s V_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial(hW(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)} \right)^2 \right] \} ab d\xi d\psi \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s ab}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \frac{b^2}{a^2} \left(\frac{a^2}{b^2} \frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + Dab \left[\frac{h^2}{a^4} \left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{h^2}{b^4} \left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 + 2 \frac{h^2}{a^2 b^2} \frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2 K_s^2 ab}{H_2} \left[a^2 \left(U_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s a^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + b^2 \left(V_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] d\xi d\psi \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s ab}{1 - \nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1 - \nu b^2}{2} \frac{a^2}{a^2} \left(\frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right. \\
& + \frac{Dh^2 b}{a^3} \left[\left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{a^4}{b^4} \left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 + 2 \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \psi^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left[\left(U_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s a^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{b^2}{a^2} \left(V_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \} d\xi d\psi \tag{A7.4}
\end{aligned}$$

上式を式(4.34)の記号を用いて整理すると,

$$\begin{aligned}
P = & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s ab}{1 - \nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1 - \nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_1(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_1(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right. \\
& + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\
& + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left[\left(U_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + R^2 \left(V_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \} d\xi d\psi \tag{A7.5}
\end{aligned}$$

同様に, p.119の式(4.13)の層2のひずみエネルギーに式(4.32)および式(4.33)を代入し, 式(A7.2)を適用して整理すると, 次式となる.

$$\begin{aligned}
P_2 = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ \left[\bar{u}_1(x, y) - \bar{u}_3(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\bar{v}_1(x, y) - \bar{v}_3(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy \\
= & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ \left[\frac{K_1 + K_3}{K_3} \bar{u}_1(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{K_1 + K_3}{K_3} \bar{v}_1(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{G_2 s^2}{H_2} \left\{ \left[K_s a U_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial (hW(\xi, \psi))}{\partial (a\xi)} \right]^2 + \left[K_s b V_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial (hW(\xi, \psi))}{\partial (b\psi)} \right]^2 \right\} abd\xi d\psi \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left\{ \left[U_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{a^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 + \frac{b^2}{K_s a^2} \left[V_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left\{ \left[U_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right.
\end{aligned}$$

$$+R^2[V_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi}]^2 \} d\xi d\psi \quad (A7.6)$$

同様に, p.140 の式 (4.77) の層 2 の摩擦損失に式 (4.32) などを代入すると,

$$L_{fs} = 4 \int_0^a \int_0^b \mu F_M (1-s) \sqrt{f_{Lfs}(\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{w})} dx dy \quad (A7.7)$$

ここに

$$f_{Lfs}(\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{w}) = [\bar{u}_1(x, y) - \bar{u}_3(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial x}]^2 + [\bar{v}_1(x, y) - \bar{v}_3(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial y}]^2 \quad (A7.8)$$

であり, 式 (A7.2) を適用して式 (4.34) の記号などを用いて整理すると, 次式となる.

$$\begin{aligned} f_{Lfs}(\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{w}) &= [K_s \bar{u}_1(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial x}]^2 + [K_s \bar{v}_1(x, y) + h \frac{\partial \bar{w}(x, y)}{\partial y}]^2 \\ &= [K_s a U_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial(hW(\xi, \psi))}{\partial(a\xi)}]^2 + [K_s b V_1(\xi, \psi) + h \frac{\partial(hW(\xi, \psi))}{\partial(b\psi)}]^2 \\ &= K_s^2 a^2 \{ [U_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s a^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi}]^2 + \frac{b^2}{a^2} [V_1(\xi, \psi) + \frac{h^2}{K_s b^2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi}]^2 \} \\ &= K_s^2 a^2 \{ [U_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi}]^2 + R^2 [V_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi}]^2 \} \end{aligned} \quad (A7.9)$$

ここに,

$$f_{Lfs}(U_1, V_1, W) = [U_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \xi}]^2 + R^2 [V_1(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W(\xi, \psi)}{\partial \psi}]^2$$

とすると, 摩擦損失 L_{fs} は

$$L_{fs} = 4\mu F_M (1-s) K_s a^2 b \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_1, V_1, W)} d\xi d\psi \quad (A7.10)$$

A7.2 全面貼付した場合のひずみエネルギーおよび摩擦損失

式 (A7.5) に, 拘束型磁性制振材を全面貼付したときの振動モード $N_x N_y$ における振動解 $U_{1\beta N_x N_y}$, $V_{\beta N_x N_y}$ および $W_{\beta N_x N_y}(\xi, \psi)$ 式 (4.55)(p.131) を適用すると, 次式となる.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \{ \frac{K_1 K_s a b}{1-\nu^2} [r_{0N_x N_y}^2 \left(\frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + r_{0N_x N_y}^2 \left(\frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \\ &\quad + 2\nu r_{0N_x N_y}^2 \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \\ &\quad + \frac{1-\nu}{2} R^2 r_{0N_x N_y}^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \} \\ &\quad + \frac{DR}{Q_1} [r_{0N_x N_y}^2 \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} r_{0N_x N_y}^2 \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \\ &\quad + \frac{2}{R^2} r_{0N_x N_y}^2 \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b r_{0NzNy}^2}{H_2} \left[\left(U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + R^2 \left(V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] d\xi d\psi \\
= & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 r_{0NzNy}^2 \left\{ \frac{K_1 K_s a b}{1 - \nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1 - \nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left[\left(U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R^2 \left(V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \right\} d\xi d\psi \tag{A7.11}
\end{aligned}$$

同様に、層2のひずみエネルギー P_2 の式 (A7.6) に、式 (4.55) を適用すると、

$$\begin{aligned}
P_{2NzNy} = & \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} r_{0n}^2 \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \left[U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\
& \quad \left. + R^2 \left[V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \tag{A7.12}
\end{aligned}$$

同様に、摩擦損失 L_{fs} の式 (A7.10) に、式 (4.55) を適用すると、

$$\begin{aligned}
L_{fsNzNy} = & 4F_M(1-s)a^2b \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{r_{0NzNy}^2 f_{Lfs}(U_{r1\beta NzNy}, V_{r1\beta NzNy}, W_{r\beta NzNy})} d\xi d\psi \\
= & 4F_M(1-s)a^2b r_{0NzNy} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta NzNy}, V_{r1\beta NzNy}, W_{r\beta NzNy})} d\xi d\psi \tag{A7.13}
\end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
f_{Lfs}(U_{r1\beta NzNy}, V_{r1\beta NzNy}, W_{r\beta NzNy}) = & \left[U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \\
& + R^2 \left[V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2
\end{aligned} \right\} \tag{A7.14}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{NzNy} = & \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s a b}{1 - \nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1 - \nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta NzNy}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\
 & + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left\{ \left(U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + R^2 \left(V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right\} d\xi d\psi \\
 \hat{P}_{2N_x N_y} &= \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\
 & \quad \left. + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \\
 \hat{L}_{fsN_x N_y} &= 4F_M(1-s)a^2b \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})} d\xi d\psi
 \end{aligned}$$

とすると、振動モード $N_x N_y$ における 3 層のひずみエネルギー $P_{N_x N_y}$ 、層 2 のひずみエネルギー $P_{2N_x N_y}$ および摩擦損失 $L_{fsN_x N_y}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 P_{N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{N_x N_y} \\
 P_{2N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{2N_x N_y} \\
 P_{fsN_x N_y} &= r_{0N_x N_y} \hat{L}_{fsN_x N_y}
 \end{aligned} \right\} \quad (A7.15)$$

A7.3 部分貼付した場合のひずみエネルギーおよび摩擦損失

拘束型磁性制振材を部分貼付したときに 3 層部および単層部にそれぞれの振動解を適用し、エネルギーの積分計算を行う。3 層のひずみエネルギー P の式 (A7.5) に、3 層部の振動解として式 (4.57) を、単層部の振動解として式 (4.64) を適用すると、次式となる。

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{ab}{2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 r_{0N_x N_y}^2 \left\{ \frac{K_1 K_s}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \right. \\
 & \quad + 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \\
 & \quad \left. + \frac{1-\nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \\
 & + \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\
 & + \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left\{ \left(U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + R^2 \left(V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right\} d\xi d\psi \\
 & + \left(\int_0^1 \int_0^1 - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \right) r_{0N_x N_y}^2 \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$+2\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2}\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2}]d\xi d\psi \quad (\text{A7.16})$$

層2のひずみエネルギーは3層部のみの積分計算を行うので次式となる。

$$P_{2N_x N_y} = \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} r_{0n}^2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\ \left. + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \quad (\text{A7.17})$$

摩擦損失に関しても同様に、

$$L_{fsN_x N_y} = 4\mu(1-s)a^2 b r_{0N_x N_y} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})} d\xi d\psi \quad (\text{A7.18})$$

ここに、

$$f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y}) = \left. \begin{aligned} & \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \\ & + R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A7.19})$$

ここに、

$$\begin{aligned} \hat{P}_{N_x N_y} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{K_1 K_s a b}{1-\nu^2} \left[\left(\frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right] \right. \\ &+ 2\nu \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \\ &+ \frac{1-\nu}{2} R^2 \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right)^2 \Big] \\ &+ \frac{DR}{Q_1} \left[\left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \\ &+ \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\ &+ \left. R^2 \left(V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right\} d\xi d\psi \\ &+ \left(\int_0^1 \int_0^1 - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \right) \left\{ \frac{DR}{Q_1} \left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R^4} \left(\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \frac{2}{R^2} \left[\frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{r\alpha N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi^2} \right] \right\} d\xi d\psi \\ \hat{P}_{2N_x N_y} &= \frac{G_2 s^2 K_s^2 a^3 b}{H_2} r_{0n}^2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left\{ \left[U_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_1} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \xi} \right]^2 \right. \\ &+ \left. R^2 \left[V_{r1\beta N_x N_y}(\xi, \psi) + \frac{1}{K_s Q_2} \frac{\partial W_{r\beta N_x N_y}(\xi, \psi)}{\partial \psi} \right]^2 \right\} d\xi d\psi \\ \hat{L}_{fsN_x N_y} &= 4\mu(1-s)a^2 b r_{0N_x N_y} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sqrt{f_{Lfs}(U_{r1\beta N_x N_y}, V_{r1\beta N_x N_y}, W_{r\beta N_x N_y})} d\xi d\psi \end{aligned} \quad (\text{A7.20})$$

とすると, $P_{N_x N_y}$, $P_{2N_x N_y}$ および $L_{fsN_x N_y}$ は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} P_{N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{N_x N_y} \\ P_{2N_x N_y} &= r_{0N_x N_y}^2 \hat{P}_{2N_x N_y} \\ P_{N_x N_y} &= r_{0N_x N_y} \hat{L}_{fsN_x N_y} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A7.21})$$

謝 辞

本研究の遂行およびまとめにあたり日々ご指導頂きました東京工業大学大学院理工学研究科林 巖教授ならびに岩附信行助教授に深く感謝申し上げます。林 巖教授には、機械振動の分野から材料科学にいたる幅広い研究分野に関する深く正確な知識に基づき、随時研究への適格な指摘を頂き、本研究を正しい方向に導いて頂きました。また、昼夜および日曜祝日を問わずご指導頂き、研究に対する姿勢・遂行方法などの研究・学問に関わることから、社会人としてあるべき姿勢、態度にいたるまで幅広い分野の教育・指導を親切丁寧に、ときには厳しくご教授頂きました。研究・学問に始まり全人教育に関わる多くのことをご教授頂きました林 巖教授に心から感謝申し上げます。また、岩附信行助教授には、その深く幅広い知識・識見に基づき、本研究の推進および遂行のために数々の有益な示唆を賜りました。そして、岩附信行助教授にも、研究・学問のみならず、社会人としてあるべき姿、進むべき方向をご教授頂きました。ここに、心から感謝申し上げます。

また、本研究を遂行するにあたり、有意義なご教示およびご助言を頂いた東京工業大学大学院理工学研究科中原網光教授、同遠藤満教授、同萩原一郎教授、同岸本喜久雄教授、同伊東誼教授、鈴村暁男教授および同高原弘樹助教授に厚く御礼申し上げます。

さらに、本研究を進める上で研究方針や解析方法へのご助言ならびに豊富な知識に基づく的確なご指摘を頂くとともに雑多なお願いを快く引き受けていただいた東京工業大学大学院理工学研究科森川広一助手、本研究の研究方針にご助言頂くとともにかずかすの有益な示唆を賜ったカルフォルニア大学デービス校の香川美仁助手、お忙しい中、研究方針ならびに試験片の加工方法などに多くの御討論と有益なご助言をいただいた東京工業大学大学院理工学研究科神保勝久技官に深く感謝申し上げます。

また、(財)鉄道総合技術研究所の御船直人氏には、本研究の立ち上げから遂行、そして博士課程における研究活動の実施に際し、終始強力な指導力を発揮して頂き、かつ、随時的確かな指導を頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

また、滝ノ沢洋臣氏、横田胤宏氏ならびに佐藤仁氏の各氏をはじめとするシーアイ化成(株)の皆さん、および西本一夫氏、服部幸夫氏ならびに久保田忠夫氏をはじめとするニチアス(株)の皆さんには拘束型磁性制振材の材料ならびに製造方法の開発、基礎試験ならびに実橋における応用の検討に多大なるご協力・ご支援を賜りました。また、膨大な数にのぼる試験片の作成にも快く応じて頂き、感謝してやみません。

また、北里大学の三浦篤史氏、シバタ工業(株)の生駒信康氏、西川信次郎氏、西本安志氏、西村佳樹氏、崎畑康典氏および荒岩哲嗣志の各氏、東洋ゴム工業(株)の畦地利夫氏ならびにグッドワン(株)の福知幹男氏の各氏には、本研究の遂行・実施に多大なご支援・ご協力を賜りました。ここに、厚く御礼申し上げます。

また、元(財)鉄道総合技術研究所で現在日本ペイント(株)の桐村勝也氏には、鉄道総研在職中に本研究をはじめとする研究活動・業務全般に関する指導・教育を賜り、その後も終始暖かいご支援・ご助言を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

また、神奈川大学の永井靖隆氏には拘束型磁性制振材の着想・材料開発に多くの有意義な示唆を賜りました。ここに深く感謝申し上げます。

また、(財)鉄道総合技術研究所の材料技術研究部長上山且芳氏および有機材料研究室長鈴木政治氏をはじめとする材料技術研究部および有機材料研究部の皆さんには本研究の遂行ならびに博士課程における研究活動に多大なるご支援・ご協力を賜りました。また、博士課程の研究活動期間中、当研究室の業務負担の問題などさまざまな方面で皆様にご迷惑をおかけしたことを、ここに深くお詫び申し上げます。

また、元(財)鉄道総合技術研究所で現在興和化成(株)の森藤良夫氏ならびに(財)鉄道総合技術研究所の善田康雄氏、長倉清氏および北川敏樹氏をはじめとする騒音解析研究室・空力音響研究室の皆さんには鉄道騒音・振動に関する様々な有益なご教唆を賜りました。また、(財)鉄道総合技術研究所の村田清満氏、杉館政雄氏、杉本一朗氏および高山智宏氏をはじめとする鋼・複合構造研究室の皆さんには鋼鉄道橋の技術ならびに騒音・振動対策の現状等についての様々な有益なご教唆を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

また、(株)ブリジストンの山口道征氏には拘束型磁性制振材の振動解析・特性解析に多くの有益な示唆を賜りました。また、(株)松下インターテクノの大門静史郎氏には拘束型磁性制振材の特性計測、評価に多大なるご支援を賜りました。そして、両氏には博士課程における研究活動に終始暖かいご理解とご支援を賜りました。ここに深く感謝申し上げます。

また、東日本旅客鉄道(株)の小野重亮氏、田中宏和氏ならびに工藤伸司氏、および、西日本旅客鉄道(株)の内田一男氏、関谷幹人氏ならびに柳楽祐二氏、およびJR西日本コンサル(株)の矢島秀司氏および頼富敏之氏をはじめとする多くの鉄道関係者に拘束型磁性制振材の鉄道への応用に関しご支援ご協力を賜るとともに数々の有意義なご教唆を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

また、田中清氏、山内知美子氏および藤原隆弘氏をはじめとする(株)テスの皆さんならびに(財)研友社および(株)ジェイアール総研サービスの皆さんには本研究の遂行ならびに活動に対して様々なサポートを頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

さらに、東京工業大学林・岩附研究室のOBならびに在籍中の学生の皆さんにも多大なご支援・ご協力を頂きました。ここに厚く御礼申し上げますとともに今後の研究の大いなる発展をお祈り致します。

最後に、お忙しい中、研究室の研究成果報告会に足を運んで頂き、熱心な御討論と有益なご助言を頂いた多くの企業の方々および諸先輩の方々に深甚の謝意を表します。