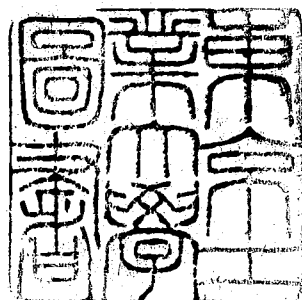


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	サーボ機構におけるパワマッチングの研究
Title(English)	
著者(和文)	中野道雄
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第258号, 授与年月日:1968年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:高井 宏幸
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第258号, Conferred date:1968/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

サーボ機構におけるパワマッチングの研究

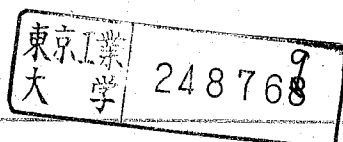
昭和42年 12月



指導教官 高井 辰幸 教授

提出者 大学院博士課程電気工学専攻

中野 道雄



目 次

第1章 緒論 ----- 1

第2章 パワ要素の選定に関する従来の研究 ----- 3

〈2.1〉 電動機が負荷に供給しているトルクの実効値に注目した
車比の選定 ----- 3

〈2.2〉 電動機の瞬時定格に注目して使用する電動機および
車比の選定を行う方法 ----- 5

第3章 電動機の基本特性とその基準化 ----- 12

〈3.1〉 電動機の連続定格と基準化電動機の導入 ----- 12

〈3.2〉 電動機の瞬時定格とその基準化 ----- 17

〈3.3〉 電動機の損失 ----- 19

第4章 パワマッチングの基礎的考察 ----- 25

〈4.1〉 パワマッチングの種類 ----- 25

〈4.2〉 負荷が要求する電動機の連続定格電力と動作点との
関係 ----- 26

〈4.3〉 初期設備費を最小にするパワマッチング ----- 28

〈4.3.i〉 電動機の選定方法 ----- 28

〈4.3.ii〉 電力増幅巻の選定方法 ----- 30

〈4.4〉 運転費を最小にするパワマッチング ----- 33

〈4.4.i〉 電動機における損失 ----- 33

〈4.4.ii〉 電力増幅巻における損失 ----- 35

〈4.4.iii〉 電動機および電力増幅巻の損失を最小にする
パワマッチング ----- 37

<4.5> 初期設備費および運転費を同時に考慮する場合の	
パワマッチング	38
第5章 サーボ機構の設計におけるパワマッチング (I)	
<5.1> パワマッチングにあたっての準備	43
<5.1.i> 仕様の整理	43
<5.1.ii> 基本応答の決定	43
<5.2> 電動機の大きさを最小にするパワマッチング	45
<5.2.i> 負荷が要求する電動機の瞬時定格出力と結合	
係数との関係	46
<5.2.ii> 負荷が要求する電動機の連続定格出力と結合	
係数との関係	49
<5.2.iii> 電動機の大きさを最小にするパワマッチング	51
<5.3> サーボ系の損失を最小にするパワマッチング	55
<5.4> 初期設備費および運転費を同時に考慮する場合の	
パワマッチング	57
<5.5> パワマッチングの計算にあたって用いられる精度	57
<5.5.i> 電動機の大きさを最小にするパワマッチングの	
場合	57
<5.5.ii> 損失を最小にするパワマッチングの場合	61
<5.6> パワマッチングを考慮した設計例	61
<5.6.i> 仕様の整理	62
<5.6.ii> 基本応答の決定	62
<5.6.iii> リーダ用アンテナ駆動部構成上の問題	63
<5.6.iv> 負荷が要求する電動機の瞬時定格出力と結合	
係数との関係	65
<5.6.v> 負荷が要求する電動機の連続定格出力と結合	

係数との関係	66
〈5.6.vi〉 電動機の大きさを最小にするパワマッチング	67
〈5.6.vii〉 サーボ系の損失を最小にするパワマッチング	67
第6章 サーボ機構におけるパワマッチング(2)	71
〈6.1〉 基準化電動機の入力電圧および電機子電流に関する 考察	71
〈6.2〉 等価ゲイン法による非線形要素の線形化	74
〈6.3〉 電動機の大きさを最小にするためのパワマッチング	78
〈6.4〉 サーボ系の損失を最小にするためのパワマッチング	80
第7章 サーボ機構におけるパワマッチング(3)	82
〈7.1〉 二次サーボ系と高次サーボ系におけるパワ	82
〈7.2〉 電動機の大きさを最小にするパワマッチング	87
〈7.2.i〉 基準化電動機の入力電圧と電機子電流の計算	87
〈7.2.ii〉 負荷が要する電動機連続定格出力と結合係数 との関係	89
〈7.2.iii〉 負荷が要する電動機の瞬時定格出力と結合係 数との関係	91
〈7.2.iv〉 電動機の大きさを最小にするパワマッチング	93
〈7.3〉 損失を最小にするためのパワマッチング	93
第8章 サーボ系の性能に関する基礎的考察	95
〈8.1〉 高次サーボ系の“二次系+むだ時間”系による近似	96
〈8.2〉 高次サーボ系の閉ループ状態での過渡応答推定法	103
〈8.2.i〉 高次サーボ系の代表根決定法(1)	103
〈8.2.ii〉 高次サーボ系と二次系のステップ応答の比較	108

<8.2.iii> 高次サーボ系の代表根決定方法(2)	109
<8.3> 高次サーボ系の簡単な安定判別法	111
<8.4> 近似サーボ系を応用した過渡特性設計	113
<8.4.i> 近似サーボ系の過渡特性設計	114
<8.4.ii> 近似サーボ系をもちいる補償方法についての 考察	117
<8.5> 例題	117
第9章 飽和サーボ系の設計に関する基礎的考察	123
<9.1> 飽和サーボ系が線形閉ループ区間で動作している ときの応答	123
<9.2> イナ-シャ加減速電流の連続性について	125
<9.3> 飽和サーボにおける行き過ぎ量	135
<9.4> 飽和サーボにおける電流制限	136
<9.5> 飽和サーボ系における"パワマッチング" (1)	139
<9.5.i> 仕様の整理	139
<9.5.ii> 電動機の瞬時定格出力と結合係数との関係	140
<9.5.iii> 電動機の連続定格出力と結合係数との関係	141
<9.6> 飽和サーボ系における"パワマッチング" (2)	142
第10章 総論	146

第1章 緒論

従来から行われてきたサーボ機構の設計に関する多くの研究は特性設計に関するものである。ここでは使用する電動機および電力増幅器が線形であると仮定し、負荷が要求するパワを無制限に供給できるものとみなした上で、サーボ系が与えられた制御性能を持つための補償回路の種類と、その定数値を求める方法とが考察されている。しかしながら実際に使用する電動機および電力増幅器のパワの面での寸法は経済的な観点から決められるべきであって^{（このとき）}必ずしも線形性が成り立つとは限らない。本論文では、このような立場にもとづいた電動機、電力増幅器および歯車列からなるパワ要素の選定段階を製作設計ということにし、これに重点をおいて述べる。すなわちパワ要素の合理的な選定方法を中心にまず考察し、次に選定したパワ要素を組み込んだサーボ系の性能に関する検討方法について取扱っていく。

仕様が与えられた要求を満足するサーボ機構を設計する場合にまず向題にあることは、使用するパワ要素の合理的な選定に関することである。この際特に電動機、電力増幅器の定格出力および歯車比の値が重要になってくるが、これらの決定にあたってはサーボ系の動作状態が問題になること、および選定を進める段階で未知のパラメータの数が極めて多いこと、などの理由によって従来は cut and try 法によって考えられることが多かった。

これに対して本研究においては、通信工学の分野で使われているマッチングの考え方を拡張して導入し、これを使ってパワ要素の合理的な選定方法を確立することとを目的としている。従来のマッチングにおいては、信号の伝達効率を最大にするために電源側のインピーダンスと負荷側のインピーダンスとの間に共役関係が成り立つことが理想的な状態であるとされてきた。しかしながら取り扱うサーボ機構の容量が大きくなってくると、こ

の考え方をそのまま適用した場合、次のような問題を生じる。すなわち、サーボ機構の設計にあたって基本となるべき方針は与えられた仕様によって、初期設備費 (initial cost) を最小にしたい場合、運転費 (running cost) を最小にしたい場合、サーボ機構の性能 (主として過渡特性) を最良なものにしたい場合、に分類して考えなければならぬ。したがって、従来からのマッチングの考え方をそのまま適用して、サーボ系の信号伝達量を最大にするという目的だけに限定して設計を迫ることはできない。

そこで本論文においては、これまでの考え方にはとらわれずに、マッチングの概念を次のように拡張してもちいることにする。すなわちサーボ機構の設計において仕様で与えられる要求に対して最適な電動機、電力増幅器および歯車列の組合せを新たにパワーマッチングと定義し、この考え方によってパワ要素の選定を統一的に系統だてて考察していく。ここでは一般の動力用直流電動機をサーボモータとして使用するような大容量の系を対象に考えるが、得られた結果の一部は二相サーボモータを使用するような小容量のサーボ系に対してもそのまま適用することができる。

次に問題にすることは、上で述べた考え方にしたがって選定したパワ要素をもちいてサーボ系を構成した場合、系がどのような性能をもつかということについて検討することである。このとき過渡特性について考える場合には、系の応答を二次系の応答によって近似しておくことが必要になる。ここではサーボ系が三次以上の高次系になる場合、まず内ループ系での伝達関数を“二次系+むだ時間”系によって近似する方法を提案し、これを拡張して内ループ系での応答を近似的に求める方法を考察する。この結果、過渡特性の検討が容易になり、系が与えられた性能を満足していない場合には特性設計の必要性が明らかにされる。その場合にも補償前の系について性能を直格に把握しておくこと、特性設計にあたって明確な見通しを得られる点が有利である。

第2章 パワ要素の選定に関する従来の研究

サーボ機構の設計におけるパワ要素の選定に関する従来の研究は大別すると次のように分類することができる。

- (1) 電動機が負荷に供給する実効トルクについて注目して歯車比の選定を行なうもの。⁽¹⁾⁽²⁾
- (2) 電動機の瞬時定格出力について考慮して使用する電動機および歯車比の選定を行なうもの。⁽³⁾⁽⁴⁾

この章では、以上の各研究に対して簡単な説明を加え、実用上の立場から問題となる点について考察する。

<2.1> 電動機が負荷に供給しているトルクの実効値に注目した歯車比の選定。⁽¹⁾⁽²⁾

サーボ機構の設計にあたり、頻繁な起動停止を繰り返す系においては、主として電動機の温度上昇が問題になるので、これに関して十分な考慮を払わなければならない。このような場合、文献(1)(2)では、duty cycle test^{*}を行なったとき、与えられた電動機が与えられた負荷に供給するトルクの実効値に注目し、この実効トルクが最小になるような歯車比を最適なものと考えている。

そこで最適な歯車比を求める場合、まず実効トルクを計算しなければならない。いま負荷軸での最大角加速度を α_p 、電動機のイナーシャを J_m 、負荷のイナーシャを J_L で表わし、これらの値は全てあらかじめ与えられるものとする。また電動機と負荷を結ぶ付する歯車比において減速比を $\eta_{x:1}$ とし、この値は未知数とする。以上で定義した数値をもちいて、電動機および負荷のイナーシャを加速するために、電動機が供給しなければならない最大トルク T_{jp} を求めると、次のように表わすことができる。

* 実際の動作状態に対し、主として温度上昇の面で等価な状態を正弦波によって作り出し、この信号をもちいて行なうテスト

$$\tau_{JP} = n_x a_{ep} \left(J_m + \frac{J_e}{n_x^2} \right) \quad \text{-----} \quad (2.1)$$

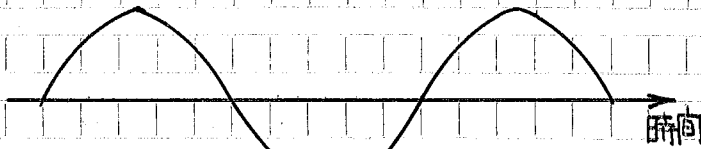
さらに負荷のもつクーロン摩擦を τ_f とすると、これを駆動するために電動機が供給しなければならないトルク τ_{fm} は

$$\tau_{fm} = \frac{\tau_f}{n_x} \quad \text{-----} \quad (2.2)$$

となる。

一方、duty cycle test 時にあいて、(2.1) 式 (2.2) 式で表わされるトルクの位相関係は第2.1図 (b) (c) によって示すようなものとなる。

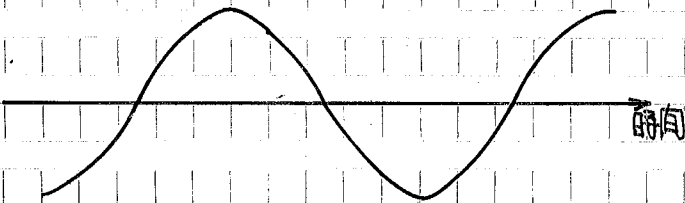
したがって、トルクの実効値は次のように表わすことができる。



(a) 電動機の角速度

$$\tau = \left\{ \frac{a_{ep}^2}{2} \left(n_x J_m + \frac{J_e}{n_x} \right)^2 + \frac{\tau_f^2}{n_x^2} \right\}^{1/2} \quad \text{-----} \quad (2.3)$$

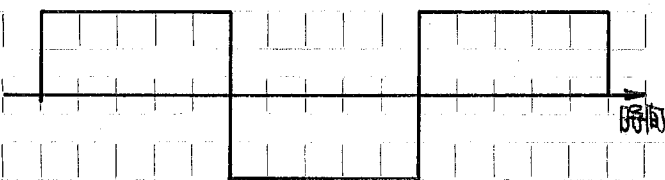
これより実効トルク τ を最小にする歯車比 n_x の値を求めることができる。



(b) イナーシャを加速するトルク

$$n_x = \left(\frac{J_e^2 + 2\tau_f^2 a_{ep}^2}{J_m^2} \right)^{1/4} \quad \text{-----} \quad (2.4)$$

特別の場合として、負荷のクーロン摩擦が零の場合には



(c) クーロン摩擦に打勝つトルク

$$n_x = \sqrt{\frac{J_e}{J_m}} \quad \text{-----} \quad (2.5)$$

となり、しばしば用いられる値に一致する。

第2.1図 電動機の角速度およびトルクの位相関係

次に以上のような考え方をサーボ系の設計に適用する場合について検討を加える。

a) 主として速度上昇の面から決る電動機の連続定格を問題にする場合、一般には実効入力電流および実効入力電圧に注目しなければならない。この節で述べる実効トルクを最小にするということは、アナロジイ^{*}の考え方によると電動機を流れる実効電流を最小にすることと等価である。このことより明らかなるように、(2.4)式および(2.5)式は実効電流に注目して導びいた関係式であって、このとき電動機の実効入力電圧に関しては考慮が払われていないことが分る。このため電動機の連続定格出力を最小にしたい場合の歯車比の決定にあたってここで求めた結果を使用できない場合がある。

b) サーボ系における損失^{**}について考える場合、電動機を流れる実効電流を最小にすることは、電流によって決る損失を最小にすることには結びつくが、電動機の速度によって決る損失(鉄損、機械損)には無関係である。したがって系の損失を最小にしなければならない場合には(2.4)式(2.5)式の結果をもちいることはできない。

c) ここでの考え方はあくまで歯車比の選定方法に限定したものであって、電力増幅巻、電動機の合理的な選定方法については考えられていない。

以上のような理由によって、文献(1)(2)の考え方は必ずしも使用的であるとはいえない。

<2.2> 電動機の瞬時定格に注目して使用する電動機および歯車比の選定を行なう方法⁽³⁾⁽⁴⁾

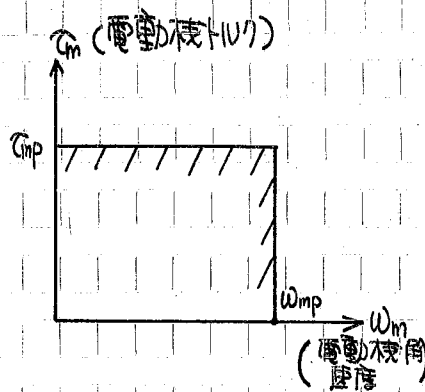
<2.2.1> 文献(3)について

サーボ系の過渡状態を特に問題にする場合、使用する電動機については瞬時定格に注目しなければならない。

電動機の瞬時定格(最大)速度を ω_{mp} 瞬時定格(最大)トルクを T_{mp} とすると、瞬時定格出力 P_A' は次のように表わされる。

* 第3章 参照

** サーボ系の損失は、後の第4章および第5章で述べるように、系の運転状態を左右することになる。



$$P_A = \omega_{mp} T_{mp} \quad (2.6)$$

またこの電動機の使用可能な範囲は第2.2図の斜線の範囲内とする。

一方、負荷については前節<2.1>と同様に T_f α_{ep} ω_{ep} J_e が与えられているとすると、電動機が負荷に供給しなければならない最大トルクは電動機側に換算すると

第2.2図 電動機の使用可能範囲

$$J_m \alpha_{ep} n_x + \frac{J_e \alpha_{ep} + T_f}{n_x}$$

となり、したがって次のような関係式が成立しなければならない。

$$T_{mp} \geq J_m \alpha_{ep} n_x + \frac{J_e \alpha_{ep} + T_f}{n_x} \quad (2.7)$$

同様にして、速度に関する条件として

$$\omega_{mp} \geq n_x \omega_{ep} \quad (2.8)$$

が得られる。

次に以上で求めた (2.7) 式 (2.8) 式より使用する電動機の瞬時定格出力 P_A に関する条件式を導く。そのために、まず (2.7) 式を乗用上便利な形に整理することを目的として両辺を $\omega_{ep}^2 n_x / J_m \alpha_{ep} \omega_{mp}^2$ 倍すると次の結果が得られる。

$$\left(\frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) \left(\frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}} \right) \left(\frac{T_{mp}}{\omega_{mp} J_m} \right) \geq \left(\frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}} \right)^2 + \left(\frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) \left(\frac{1}{\omega_{mp}} \right) \left\{ \frac{\omega_{ep} (J_e \alpha_{ep} + T_f)}{J_m \omega_{mp}} \right\} \quad (2.9)$$

ここで最短加速時間を次のように定義する。

$$\frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} = T_{emin} \quad (\text{負荷の最短加速時間})^* \quad (2.10)$$

$$\frac{\omega_{mp}}{\alpha_{mp}} = T_{mmin} \quad (\text{電動機の最短加速時間})^* \quad (2.11)$$

ただし α_{mp} は電動機の最大角加速度とする。

* 文献(3)においては、これらの値を各々負荷および電動機の時定数と呼んでいるが、従来から用いられている時定数の値とは異なっている。

また

$$\omega_{ep}(a_{ep}J_e + T_f) = P_{ep} \quad (\text{負荷の最大パワー}) \quad (2.12)$$

$$J_m a_{mp} \omega_{mp} = P_{A'} \quad (\text{電動機の最大パワー}) \quad (2.13)$$

$$J_m a_{mp} = \tau_{mp} \quad (\text{電動機の最大トルク}) \quad (2.14)$$

(以上いずれも瞬時最大値である)

であることに注意すると, (2.10)式 ~ (2.14)式をもとに (2.9)式は次のように整理することができる。

$$\left(\frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}}\right)^2 - T_{min} T_{min} \left(\frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}}\right) + T_{min} T_{min} \frac{P_{ep}}{P_{A'}} \leq 0 \quad (2.15)$$

したがって $n_x \omega_{ep} / \omega_{mp}$ に関する条件式として次の (2.16)式が得られる。

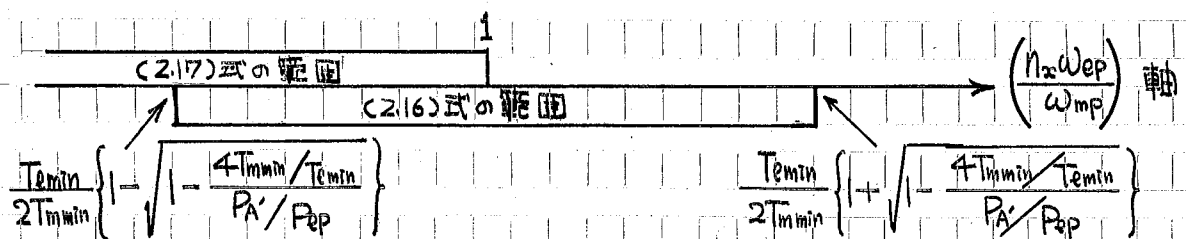
$$\frac{T_{min}}{2T_{min}} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4T_{min}/T_{min}}{P_{A'}/P_{ep}}} \right\} \leq \frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}} \leq \frac{T_{min}}{2T_{min}} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4T_{min}/T_{min}}{P_{A'}/P_{ep}}} \right\} \quad (2.16)$$

これに対して (2.8)式より

$$\frac{n_x \omega_{ep}}{\omega_{mp}} \leq 1 \quad (2.17)$$

が得られる。

以上のことより, サーボモータが (2.7)式 (2.8)式の条件を満足するためには, (2.16)式 (2.17)式の条件を満足する正の n_x が存在しなければならぬことが分る。このための条件を求めるにあたって (2.16)式



第2.3図 $n_x \omega_{ep} / \omega_{mp}$ のとり得る範囲

(2.17)式の関係を図示した第2.3図をもとにすると次のような関係式を導びくことができる。

$$\frac{T_{\min}}{2T_{\min}} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4T_{\min}/T_{\min}}{P_A'/P_{ep}}} \right\} \leq 1 \quad \text{-----} \quad (2.18)$$

したがって

$$\frac{T_{\min}}{2T_{\min}} - 1 \leq \sqrt{1 - \frac{4T_{\min}/T_{\min}}{P_A'/P_{ep}}} \quad \text{-----} \quad (2.19)$$

が得られる。

(2.19)式を整理することによって電動機の瞬時定格出力 P_A' に関する条件式を導くことができる。すなわち次のような結果が得られる。

$$a) \quad \frac{T_{\min}}{T_{\min}} \geq \frac{1}{2} \quad \text{のとき}$$

$$P_A' \geq \frac{T_{\min}}{4T_{\min}} \times P_{ep} \quad \text{-----} \quad (2.20)$$

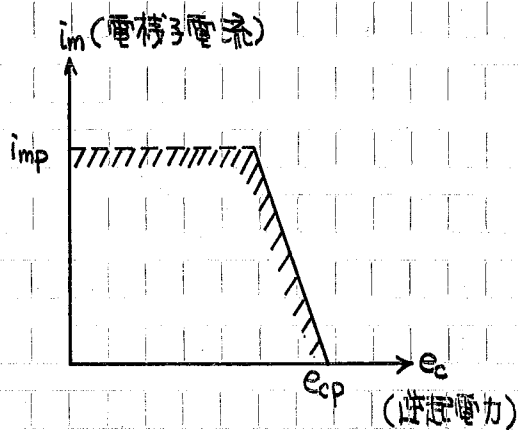
$$b) \quad \frac{T_{\min}}{T_{\min}} < \frac{1}{2} \quad \text{のとき}$$

$$P_A' \geq \left(\frac{1}{1 - T_{\min}/T_{\min}} \right) \times P_{ep} \quad \text{-----} \quad (2.21)$$

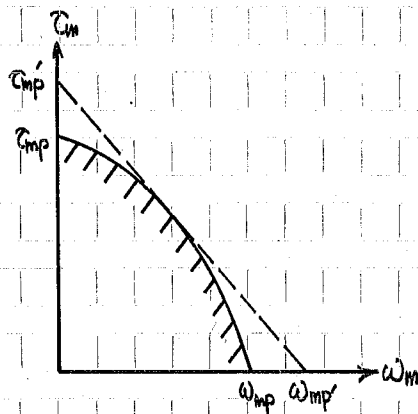
(2.20)式 (2.21)式をもちいてサーボ機構における電動機、歯車比を選
定しようとする場合について考察する。いま電動機の最短加速時間 $T_{\min}$
の値が、使用する電動機の種類によって決まる定数であると仮定すると、仕
機において原荷の最短加速時間 $T_{\min}$ および最大パワ P_{ep} の値が与えられ
たとき、(2.20)式 (2.21)式をもちいてそれぞれに、電動機の瞬時定格出力
 P_A' の最小値を決定することができる。ここに求めた電動機の最小瞬時定
格出力 $[P_A']_{\min}$ の値をもちいてパワの面から具体的に使用する電動機を決
定することができる。さらに(2.16)式 (2.17)式の関係をもちいて、歯
車比の値を決定することができる。

ここでの考え方については次のような問題点がある。電動機の瞬時定格
(最大)速度を ω_{mp} 、瞬時定格(最大)トルクを T_{mp} としたとき、第

2.2図の斜線内が使用可能な範囲であるという前提条件がもうけられている。しかしながらこの条件はサーボモータにおいて必ずしも一般的に成り立つとは限らない。直流電動機の場合 ω_{mp} は電機子逆起電力の最大値 e_{cp} に、 i_{mp} は電機子電流の最大値に対応させることができるので、これをもとにして、一定入力電圧印加時の逆起電力と電機子電流との間の静特性



第2.4図 直流電動機の電機子電流と逆起電力との特性



第2.5図 2相サーボモータのトルク速度特性

を描くと第2.4図が得られる。ここで e_{cp} は無負荷時の逆起電力であり、これは瞬時定格入力電圧に相当することから、一般にこの値は主として電動機の界磁回路における磁気飽和によって決まる値であるため、入力電圧を e_{cp} 以上にあげることは一般的でない。

したがって直流電動機の場合、第2.4図の斜線内で使用するのが適当である。

また2相サーボモータのトルク速度特性は、一般に第2.5図によって表わされる斜線内が使用可能な範囲として考えられる。いずれの場合にも第2.2図の斜線内を使用可能な範囲とし電動機の瞬時定格出力 P_A' を(2.6)式で考えるのは必ずしも実用的ではない。

<2.2.ii> 文献(4)について

2相サーボモータの瞬時定格入力電圧印加時のトルク速度特性は一般に第2.5図の実線によって表わすことがで

ける。ここでは、この特性に注目して歯車比の選定を進める。

第2.5図のトルク速度特性を定格点附近において直線で近似すると

$$T_m = -\left(\frac{T_{mp'}}{\omega_{mp'}}\right)\omega_m + T_{mp'} \quad (2.22)$$

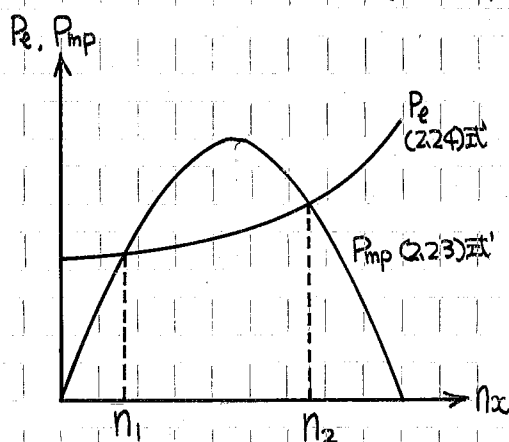
が得られる。

一方最大負荷速度が ω_{ep} であるとするとき、このとき電動機の角速度は $n_x \omega_{ep}$ として表わすことができる。したがって、このとき電動機が負荷に供給することのできる最大トルクは(2.22)式より

$$-\left(\frac{T_{mp'}}{\omega_{mp'}}\right) \cdot n_x \omega_{ep} + T_{mp'}$$

となるから、電動機が負荷に供給することのできる最大パワー P_{mp} は次のように表わすことができる。

$$P_{mp} = n_x \omega_{ep} \left\{ -\left(\frac{T_{mp'}}{\omega_{mp'}}\right) \cdot n_x \omega_{ep} + T_{mp'} \right\} \quad (2.23)$$



第2.6図 電動機および負荷の最大パワー

また負荷が電動機に要求する最大パワーは、最も苛酷な状態で動作しているときであって、この状態は負荷軸が最大角速度 ω_{ep} 、最大負荷角加速度 a_{ep} で回転している場合に相当する。したがって電動機に要求される最大パワーは、電動機の慣性モーメントを J_m とすると次のように表わすことができる。

$$P_e = a_{ep} \omega_{ep} (J_e + n_x^2 J_m) + T_f \omega_{ep} \quad (2.24)$$

(2.23)式(2.24)式の関係を図示すると第2.6図が得られる。この図から明らかにように使用可能な歯車比の値は

$$n_1 < n_x < n_2 \quad (2.25)$$

の範囲内にあることが分る。

ここでの歯車比選定にあたっての考え方は電動機および負荷が与えられたときに使用可能な歯車比の範囲を求めようとするものである。したがって仕様の要求に対して最適な電動機を選定しようとする場合、必然的に cut and try をもちいなければならぬ。

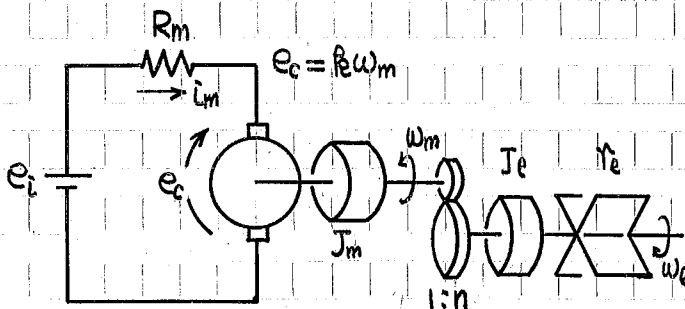
第3章 電動機の基本特性とその基準化

パワマッチングについて考える前に、この章では次章以後の考え方の基本となる電動機をとりあげて考察を加える。

〈3.1〉 電動機の連続定格と基準化電動機の導入

ここでは、まず直流電動機の連続定格について一般的に考察し、その結果をもちいて、基準化した特性をもつ基準化電動機を定義する。

第3.1図は回転レスポンス γ_e および慣性モーメント J_e をもつ負荷が歯車とあして接続された直流電動機に一定入力電圧 e_c を印加



した状態を示す。第3.1図における角速度を電圧に、トルク

を電流に対応させて等価回路を求めると、定常状態にお

いては第3.2図(次頁)が得

られる。ここで前述の負荷は

純抵抗 r_e となり、電源側に変

圧比 $n:1$ および $R:1$ の

理想変圧器で接続されている*

この回路で入力電圧 e_c を連

続定格値 e_{cA} とし、歯車比

n を変化させたときの電機子

電流 i_m と電機子起電力

e_c との間の静特性は、第

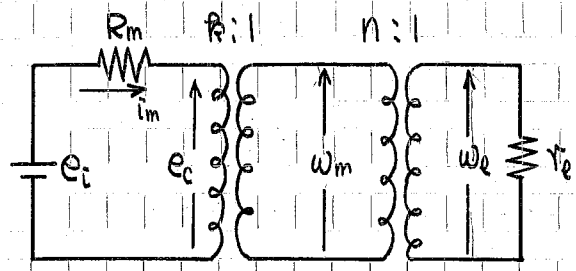
3.3図(次頁)直線 AN

によって表わすことができる。これは直流電動機(分巻)に連続定格入力

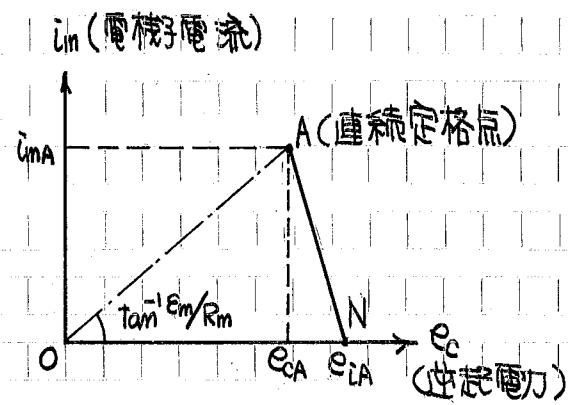
電圧を印加したときの負荷特性にほかならない。

第3.1図 電動機および負荷

* ただし第3.2図の等価回路では第3.1図でもちいられる文字をそのまま使用するが第3.1図の機械系の単位が M.K.S 単位系であるとき ω_e ω_m r_e の単位はそれぞれ ω_e [V] ω_m [V] r_e [Ω] となり、また R , n は dimensionless となる。また後述の第3.7図における J_e J_m の単位はそれぞれ [F] となる。



第3.2図 等価回路



第3.3図 直流電動機の静特性

第3.3図で i_m が連続定格値 i_{mA} であるときの負荷特性上の点Aを連続定格点とみづことにする。このとき点Aでの電圧電流の積は、第3.2図に示した電動機の連続定格出力を示すことになる。

第3.2図の等価回路で負荷 r_e が電動機の連続定格負荷時の等価抵抗^{*}となるように調整した歯車比 n の値を n_A ^(**) とすると、このときの i_{mA} と e_{cA} は第3.4図(a)をもちいて考えることができる。同図において電機子電流 i_{mA} は

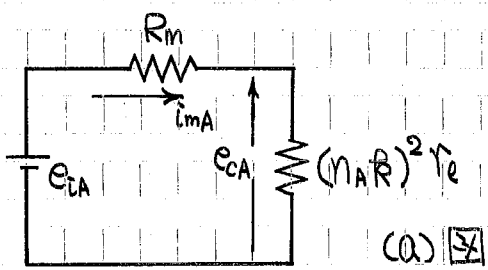
$$i_{mA} = \frac{e_{cA} - e_{cA}}{R_m} \quad \text{--- (3.1)}$$

あるいは

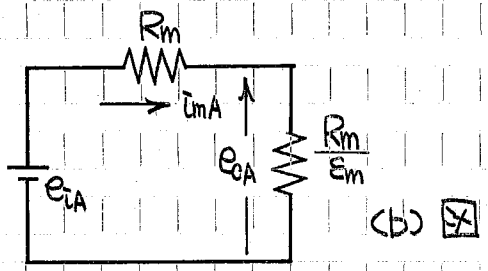
$$i_{mA} = \frac{e_{cA}}{n_A^2 R^2 r_e} \quad \text{--- (3.2)}$$

と表わすことができる。したがって (3.1) 式と (3.2) 式を等しいとおくことによって、次の関係式を導くことができる。

$$(n_A R)^2 r_e = \frac{e_{cA} R_m}{e_{cA} - e_{cA}} = \frac{R_m}{E_m} \quad \text{--- (3.3)}$$



(a) 図



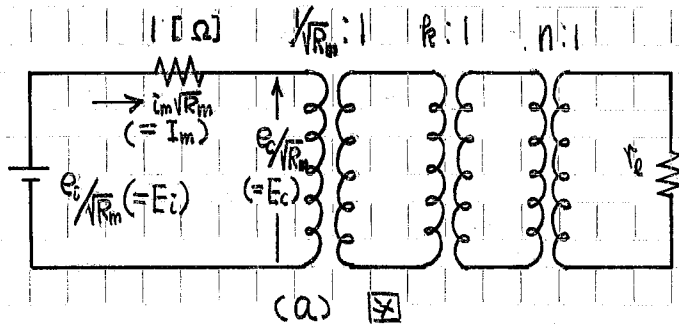
(b) 図

第3.4図 電動機が連続定格点で動作しているときの等価回路

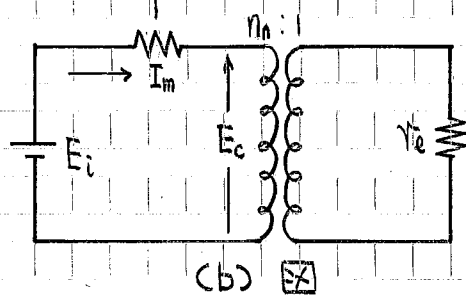
ただし (3.3) 式において E_m は電動機の速度変動率を表わして

* 以後単に連続定格負荷と略す。
** 添字Aは連続定格負荷時の値を意味する。

いう。この式から明らかのように電動機の電源側に換算した連続定格負荷は常に R_m/E_m とするため第3.4図 (a) は第3.4図 (b) によって表わされることになる。また第3.3図の $\angle NOA$ は $\tan^{-1} E_m/R_m$ とすることから、次にパワを不変量として



上で第3.2図の等価回路を変換し、上で述べた連続定格点および第3.3図の静特性を基準化することを考える。そのためにまず第3.2図の等価回路を変換し、第3.5図 (a) を作る。この図において



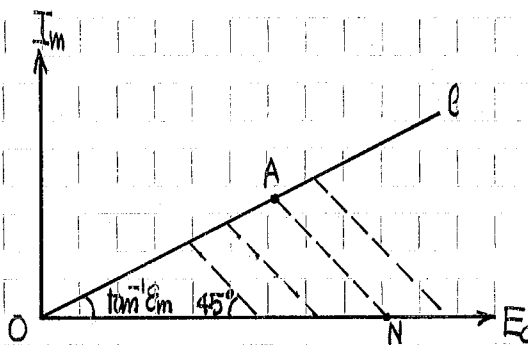
$$\frac{E_i}{\sqrt{R_m}} = E_i \quad \text{--- (3.4)}$$

第3.5図 基準化した電動機

$$\frac{E_c}{\sqrt{R_m}} = E_c \quad \text{--- (3.5)}$$

$$I_m \sqrt{R_m} = I_m \quad \text{--- (3.6)}$$

$$\frac{n R_l}{\sqrt{R_m}} = n_l \quad \text{--- (3.7)}$$



第3.6図 基準化した静特性

とみると第3.5図 (b) が得られる。同時において E_i を一定として n_l を変化させるときの I_m と E_c との静特性は第3.6図に示すように分配の破線によって基準化される。この静特性は電動機の種類、容量が変わっても、定格点Aの位置

* 以後この平面を基準化(連続)負荷特性面とよぶ。

が容量に応じて半直線 o 上を上下に移動するだけであって静特性の形自体は不変である。

以後定常状態での等価回路が第3.5図 (b) によって表わされ、かつ第3.6図のような静特性をもつ電動機を総称して基準化電動機とよぶことにする。この基準化電動機は次のような特徴をもつ。

i) 基準化電動機の各部のパワは、実際の電動機において対応する部分でのパワと等しい。たとえば入力パワを P_i 、出力パワを P_o とすると次のような関係が成り立つ。

$$P_i = e_i i_m = E_i I_m \quad \text{--- (3.8)}$$

$$P_o = e_o i_m = E_o I_m \quad \text{--- (3.9)}$$

ii) 電機子抵抗は常に $1 [\Omega]$ である。したがってこの電動機の電源側からみた定格負荷は $1/\varepsilon_m [\Omega]$ とはり ((3.3) 式参照), 定格点 A は第3.6図の半直線 o 上にある。ただし ε_m の値は通常電動機の種類大小によってそれ程の差異はない。たとえば動力用直流電動機で、0.04 (大型) から 0.1 (小型) である。したがって ε_m の値は電動機の大雑把な定格出力が決ると、その附近の定格出力をもつ電動機においては一定の値とみなすことができる。

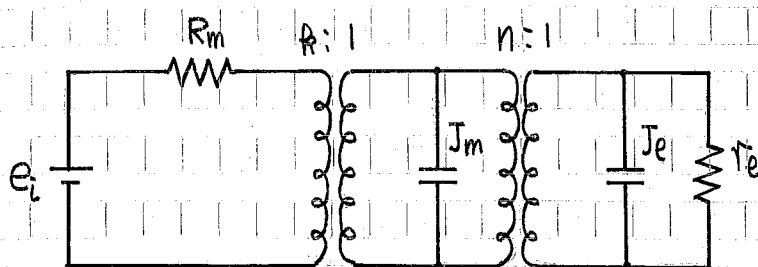
iii) 基準化電動機の連続定格出力 P_A の値は、連続定格入力電圧 E_{iA} の値だけで決定される。すなわち

$$P_A = \left(\frac{E_{iA}}{1 + 1/\varepsilon_m} \right)^2 \times \frac{1}{\varepsilon_m} = \left(\frac{E_{iA}}{1 + \varepsilon_m} \right)^2 \times \varepsilon_m \quad \text{--- (3.10)}$$

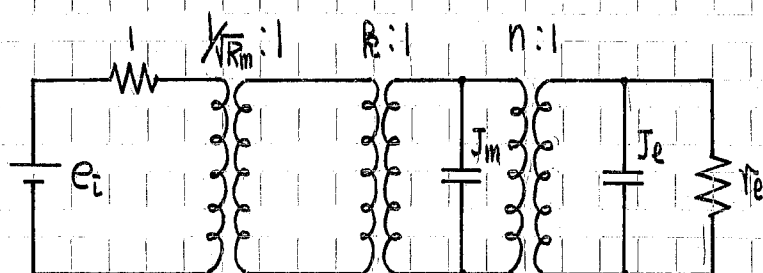
とほる。

また、前頁 (3.7) 式で定義された η_h は第3.5図 (b) から明らかのように、基準化電動機と実際の負荷とを結びつけるものであり以後 η_h を結合係数とよぶことにする。これは ε_m と同様に後のパワマッチングにおいて、電動機の選定に際して特に重要な意味をもつことになる。

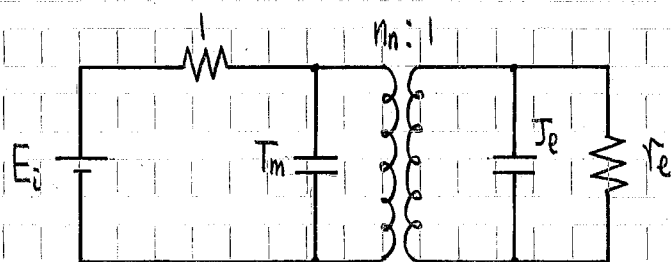
以上で定義した基準化電動機と結合係数とをもちいて、第3.1図の機械



(a) 図



(b) 図



(c) 図

系において過渡状態について考察する。第3.7図(a)は第3.1図の系について過渡状態を考慮に入れたときの等価回路である。第3.5図の場合と同様に1/7関係を変化させて、まず(b)図のような変換を行なう。

同図において電動機が持つ慣性モーメント J_m を電源側に変換すると $J_m R_m / R^2$ となり、これは(c)図の等価回路で示される電動機の時定数にほかならない*。

第3.7図 過渡状態における基準化電動機の等価回路

これを T_m とおくと

$$T_m = \frac{J_m R_m}{R^2} \quad (3.11)$$

とする。

(3.4)式 (3.5)式 (3.6)式 (3.7)式 および (3.11)式 をもちいると過渡状態における基準化電動機と負荷は第3.7図(c)によって表わすことができる。

この節で定義した基準化電動機は、すでに前章で述べたような(i)~(ii)までの特徴を持つ上に、結合係数を導入することによって、実際の負荷を基準化することなしに、この電動機に結びつけることができた。したがって

* 時定数の値は電動機の種類によって決まる定数である。たとえば動力用直流電動機の場合で 250 msec 前後の値である。

て、ここでの考え方は後のパワマッチングにおいてパワの面で電動機の定格も統一的に論じる場合に極めて便利なものとなる。

〈3.2〉 電動機の瞬時定格とその基準化

この節では電動機の瞬時定格について一般的に考察し、この結果を基準化して、前節で定義した基準化電動機の瞬時定格について考察する。

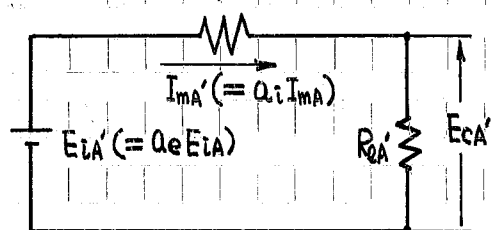
パワマッチングにおいて、系の過渡特性が問題になる場合には電動機の選定にあたって瞬時定格についても考慮しなければならない。前節、第3.2図の等価回路で示した電動機の連続定格電流 I_{mA} および連続定格入力電圧 E_{iA} は主として温度上昇の面から制限をうけるのに対して、瞬時定格電流 $I_{mA}^{(*)}$ および瞬時定格入力電圧 E_{iA}' は、電動機の構造、整流条件、鉄心の磁気飽和の面から決まることになり、瞬時定格と連続定格の間には一般に次のような関係が成立する。

$$I_{mA}' = \alpha_i I_{mA} \quad (3.12)$$

$$E_{iA}' = \alpha_e E_{iA} \quad (3.13)$$

ここで α_i α_e は瞬時定格と連続定格との比率を表わす値であり、電動機の種類によって決まる定数とみなすことができる。

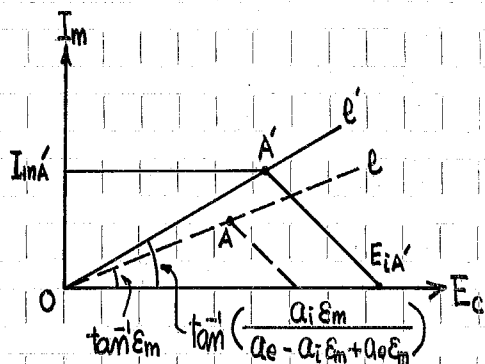
つぎに、この結果を基準化電動機に拡張する。(3.12)(3.13)式の関係は(3.4)(3.6)式の関係を使って基準化することにより、基準化電動機における瞬時定格と連続定格との関係に置き換えることができる。こ



第3.8図 瞬時定格負荷接続時の基準化電動機等価回路

(*) 以後添字 A' は瞬時定格点での値を表わす。

こで基準化電動機の瞬時定格負荷接続時の等価抵抗 (以後単に瞬時定格と略す) を R_{eA}' とすると第3.8図の等価回路が得られる。この図より次の関係式を導くことができる。



第3.9図 基準化電動機の瞬時定格特性(1)

$$a_i I_{mA} = \frac{E_{cA'}}{R_{eA'}} \quad (3.14)$$

$$a_i I_{mA} = \frac{a_e E_{cA'} - E_{cA'}}{1} \quad (3.15)$$

(3.14)(3.15)式より瞬時定格負荷 $R_{eA'}$ は次のように表わすことができる。

$$R_{eA'} = \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 \quad (3.16)$$

従って瞬時定格点 A' は第3.9図の(瞬時)負荷特性面上において公配が

$$\tan^{-1} \left(\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 \right)$$

である半直線 Ol' 上にあることが分る。

同図において、公配が $\tan^{-1} \epsilon_m$ である半直線 Ol は、前節で求めた連続

定格点 A の軌跡を表わしている。

ただし特別な場合として(3.16)

式で表わされる $R_{eA'}$ が1以下である

ときには、最大パワを吸収できる瞬時定格負荷の値は $1[\Omega]$ となる*。すなわち(3.16)式において

$$\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 < 1 \quad (3.17)$$

であるときには

$$\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 = 1 \quad (3.18)$$

として計算していかねばならぬ。このとき瞬時定格点 A' は第3.10

* 従来の通信工学におけるマッチングの結果と一致する。すなわちここでは電動機の内部抵抗と、定格負荷時の電圧降下とが等しいことになる。

図半直線 Om' 上にあること分かる。またここに半直線 Od' 上の点 C' は、基準化電動機における最大電流を示す点である。

なお、瞬時定格入力電圧が $E_{iA'}$ 、瞬時定格電流 $I_{mA'}$ によって表わされる基準化電動機の瞬時定格出力 $P_{A'}$ (第3.9図 点 A' における出力) は次のように表わすことができる。

$$P_{A'} = (I_{mA'})^2 \times \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m} \right) - 1 \right\} \quad (3.19)$$

$$= \left\{ \frac{E_{iA'}}{\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m} \right)} \right\}^2 \times \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m} \right) - 1 \right\} \quad (3.20)$$

また、第3.10図における $P_{A'}$ の値は (3.18) 式の関係をもとにして

$$P_{A'} = \frac{(E_{iA'})^2}{4} = (I_{mA'})^2 \quad (3.21)$$

として表わすことができる。

以上で述べた第<3.1>節 <3.2>節においては、一応動力用直流電動機を想定して基準化を考えたが、二相サーボモータについて考えなければならぬ場合にはトルク速度特性を定格点附近で線形化して等価回路を描くと、同様に考えることができる。

<3.3> 電動機の損失

サーボ機構の設計にあたって、効率を問題にしなければならぬ場合は比較的大容量の系であると考えられる。したがってこのようなサーボ系を対象にする場合、使用する電動機は一応直流サーボモータ (一般の動力用直流電動機を含む) に限定して考えても差支えない。

直流電動機における損失は多種類にわたるが、これらの損失の全てを厳密に取り扱っていくと計算式は極めて複雑になる恐れがある。したがって解

析よりもむしろ製作設計としてのパワマッチングの立場から損失を考えていこうとする場合には適切な近似によって損失計算を簡単にすることが必要になる。ただしこの際近似の妥当性ということにも充分考慮を払わなければならないことはいうまでもない。

まず直流電動機の損失を分類すると、次のように考えることができる。

- | | |
|-----------|--|
| (1) 界磁回路損 | { (a) 分巻界磁抵抗損
(b) 分巻界磁抵抗巻損 |
| (2) 固定損 | { (c) 無負荷時の鉄損
(d) 軸受摩擦損
(e) 全風損
(f) ブラシ摩擦損 |
| (3) 直接負荷損 | { (g) 負荷により増減する鉄損
(h) 電機子巻線中の抵抗損
(i) 直巻界磁、補極、補償巻線中の抵抗損
(j) ブラシ電氣損 |
| (4) 漂遊負荷損 | { (k) 鉄中の漂遊負荷損
(l) 導体中の漂遊負荷損 |

以上の損失のうちで (d) (e) (f) (g) は電動機の速度によって決まる損失である。一般に直流電動機が定格入力電圧のもとで駆動されている場合にこの電動機の使用可能な範囲は第3.3図 (P13) の静特性において、直線 $\overline{AN}$ によって表わされているが、この区間では電動機の速度変動率が0.05 ~ 0.1といえることにより、近似的に速度を一定とみなして、従来損失 (d) (e) (f) は一定と考えられている。また損失 (g) は同様の理由で無視されるのが普通である。これに対して、直流電動機をサーボモータとして使用する場合には、一定の定格入力電圧のもとで駆動されるとは限らないため、損失 (d) (e) (f) (g) はあくまで電機子速度の関数として考えていかなければならない。

つきに電気ブラシ損^(b)について考える。この損失は、ブラシにおける電圧降下が約2[V]と一定の値であるため従来負荷電流に比例する損失と考えられていた。これに対してここでは近似的に次のように考えていく。ブラシにおける接触抵抗を、抵抗値が電流に無関係な線形抵抗と近似し、直流電動機の電機子抵抗 R_m に含めて考えるものとする。これによって電機子銅損およびブラシ損を一括して抵抗 R_m における損失とみなすことにする。この近似によって生じる誤差について実験もあがて検討すると、第3.12図(24頁)が得られる。この図からも明らかのように、この近似で生じる誤差は問題にならない。

以上の考察の結果、直流電動機をサーボ系において使用するときの主な損失は次のように分類することができ、

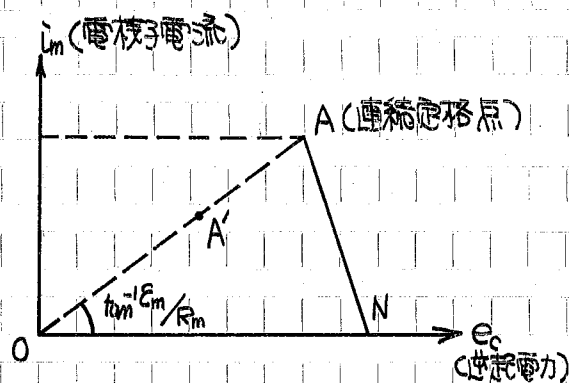
- i) 電機子電流の2乗に比例する損失^(*) (a) (i) (j)
 - ii) 電動機の回転速度によって決まる損失 (d) (e) (f)
 - iii) 電動機の固有損失(常に一定の損失とみなすことができる) (a) (b)
- 次に損失(i) (ii) (iii)がしめる割合を検討してみる。通常直流電動機においては、大よその連続定格出力が決まると、定格点で動作しているときの各損失の割合はほぼ一定の値をとるものと考えることができ、これらの損失がしめる割合を次のようにおくことにする。

$$\begin{aligned} \text{損失(i)} & \text{---} \beta_1 \\ \text{損失(ii)} & \text{---} \beta_2 \\ \text{損失(iii)} & \text{---} \beta_3 (= 1 - \beta_1 - \beta_2) \end{aligned}$$

このうちで主なものは損失(i) (ii)であって、その割合は第3.2表(P.23)によっても示すように、大型の電動機で β_1 は0.65 β_2 は0.3前後の値である。

さらにこの損失についての性質は次のように拡張することができ、すなわち第3.11図(24頁)において示すような点Aが連続定格点である直流電動機が、同図の点A'において動作している場合を考える。このとき

(*) 以後 損失(i) と略す。 ii) iii) についても同様とする。



第3.1.1 図 直流電動機の
負荷特性

点A'における起電力および電機子電流は点Aにおける値と比較すると同一の割合で減少している。したがって、電動機が点A'で動作している場合の損失(i)(ii)の比率はほぼ一定とみなすことができる。これより電動機の動作点が直線OA上にある限り損失(i)(ii)の比率は定格点での値 β_1/β_2 に等しいものと考えることができる。以後この β_1/β_2

を損失比率と定義する。(動作点についてはP27参照)

(Example)

連続定格 40[HP]、連続定格入力電圧 200[V]、連続定格入力電流 170[A] の直流電動機の例について、具体的に損失を計算すると第3.1表の結果が得られる。

第3.1 表

負荷の重さ 損失の種類	100%負荷		75%負荷		50%負荷		25%負荷	
	損失の 絶対値	全損失中の 割合	損失の 絶対値	割合	損失の 絶対値	割合	損失の 絶対値	割合
	[W]	[%]	[W]	[%]	[W]	[%]	[W]	[%]
銅損(電機子)	2,190	55.63	1,230	42.53	547	25.75	137	8.42
ブラシ接触抵抗損	340	8.64	255	8.82	170	8.00	85	5.21
鉄損および機械損	1,162	29.51	1,162	40.18	1,162	54.72	1,162	71.33
界磁損	245	6.22	245	8.47	245	11.53	245	15.04

ここで考えている直流電動機の電機子抵抗は 0.058 [Ω] 補導巻線の抵抗は 0.018 [Ω] である。これに対して定格負荷時のブラシ接触抵抗は 0.012 [Ω] である。したがって見掛け上の電機子抵抗を求めると 0.088 [Ω]

(*) 高橋 幸人「電気機巻設計」I 井上全書 pp 92 ~ 105

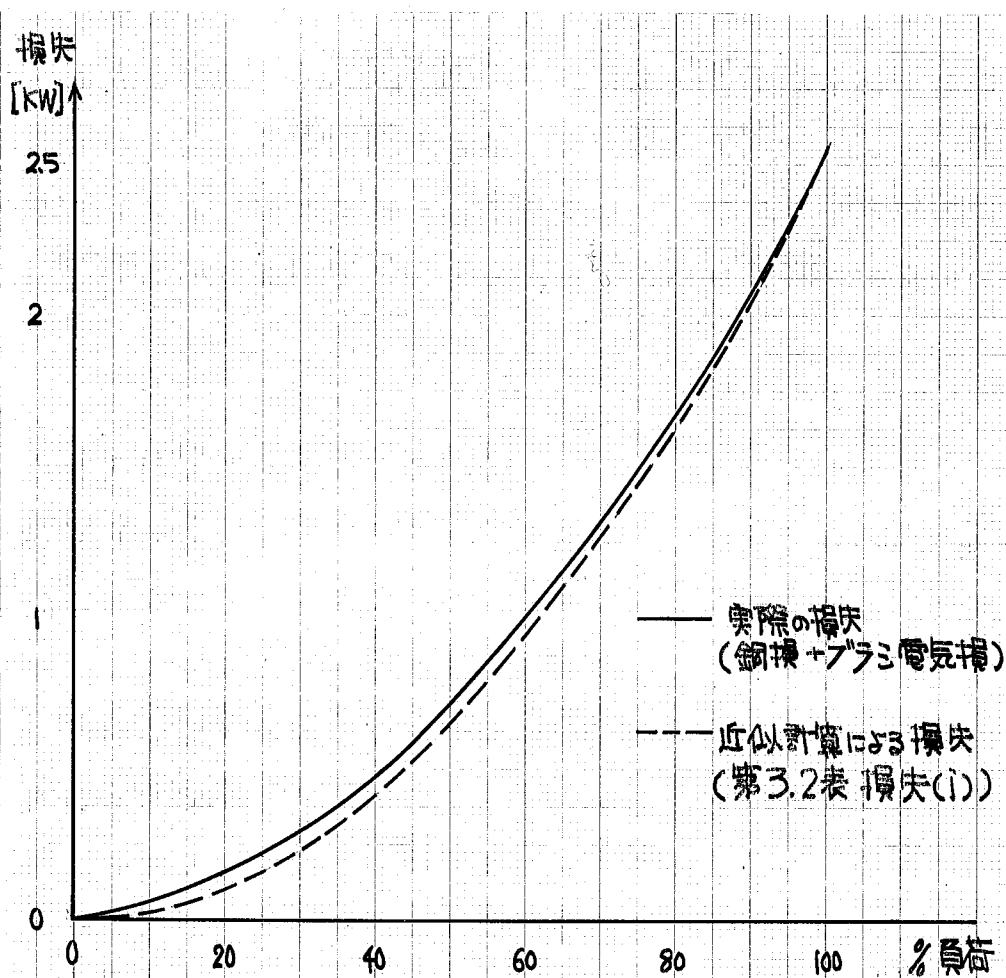
とあり、これをもちいて P23 で定義した損失(i) (ii) (iii) の割合をもとめると第3.2表のような結果が得られる。

第3.2表

負荷の重さ 損失の種類	100%負荷		75%負荷		50%負荷		25%負荷	
	損失の 総体値	全損失 中の割合	総体値	割合	総体値	割合	総体値	割合
損失(i)	[W] 2,530	% 64.26	[W] 1,422	[%] 50.27	[W] 632	[%] 31.00	[W] 158	[%] 10.10
損失(ii)	1,162	29.52	1,162	41.07	1,162	56.99	1,162	74.25
損失(iii)	245	6.22	245	8.66	245	12.01	245	15.65

上表の結果、連続定格系における損失は、損失(i) 64% 損失(ii) 30% 損失(iii)が 6% 程度であることが分る。

なお、第3.1表における銅損とブラシ接触抵抗損との和、および第3.2表における損失(i)とを図示すると第3.12図(次頁)が得られる。



第3.12図 負荷電流によって決まる損失のうち近似計算で求めた損失と実際の損失との比較

第4章 パワマッチングの基礎的考察

この章では実際のサーボ系をとりあげて、パワマッチングを考える前にサーボ系の負荷が定速回転回転している場合をとりあげて考察する。すなわち次の〈4.1〉節で述べるような仕様の要求に対して、最適なパワ要素の組合せを定めることを目的としている。これは次章以後で問題にするサーボ機構におけるパワマッチングの考え方の基礎となるものである。

〈4.1〉パワマッチングの種類

パワマッチングについて考える場合、次に述べるような要求が考えられるのでこれに対して最適なパワ要素の組合せを求めておかなければならない。

i) 初期設備費を最小にしたい場合

これは初期設備費を最小にしたいという要求のもとで、仕様で与えられた性能をもつサーボ系を設計する際に問題になる。この場合のパワマッチングにおいては、使用する電力増幅器および電動機について、パワの面で大きさを最小にすることを考えなければならぬ。この大きさの決定にあたっては、瞬時定格出力と連続定格出力のいずれに対しても考慮を払わなければならないことはすでに述べたとおりである。

ii) 運転費を最小にしたい場合

これは(i)の要求と同様に与えられた性能を満足するサーボ機構のうちで運転費が最小のものを設計したい場合に必要になる。このときのパワマッチングにおいては、系が使用する電力量を最小にすることを考えなければならぬ。

iii) 系の性能を最良なものとした場合

ここでは使用する電動機および電力増幅器について、連続定格出力または

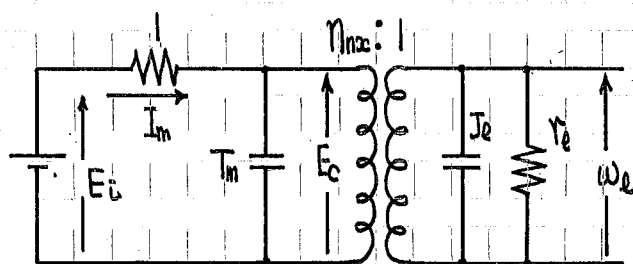
瞬時定格出力の上限の値が指定された場合について、系の性能を最良なものとするためのパワ要素の組み合わせを考えればよい。

以上の要求のうちでこの章では、サーボ系に与えられる性能はあらかじめ与えられる場合を考えて、(i)(ii)の要求の面からパワマッチングを考えていく。ただし場合によっては(i)(ii)の要求を同時に考慮した上での最適なパワ要素の選定も必要になるので、これについても考察を加えておく。なお、(iii)の要求を考慮した上でのパワマッチングについては、後の第9章において触れることにする。

<4.2> 負荷が要求する電動機の連続定格出力と動作点との関係

この節では、前節で述べた初期設備費および運転費の面からのパワマッチングを具体的に検討するに際して必要になる基準化電動機の連続定格出力と負荷の要求から決る動作点（負荷点）との間の関係を、あらかじめ抜き出して考察する。この節での結果を応用してはじめて次節以後で述べるパワマッチングを系統的に考えていくことができる。

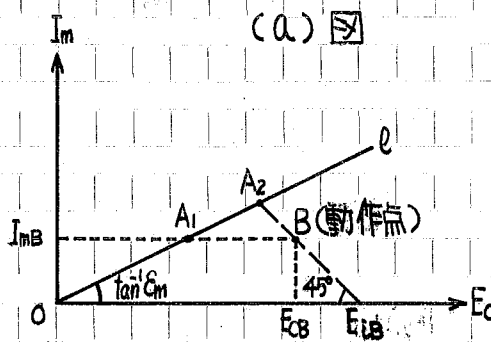
ここでは負荷が回転レスポンス性な、慣性モーメント J_L をもつものとし、第4.1図に示すように基準化電動機に接続した状態を考える。ただしこのときの結合係数は、前節で述べた(i)(ii)の要求に対して最適な値をもちいるものとする。



第4.1図 基準化電動機および負荷

現段階では未知数であるため、これを η_{mx} とする。

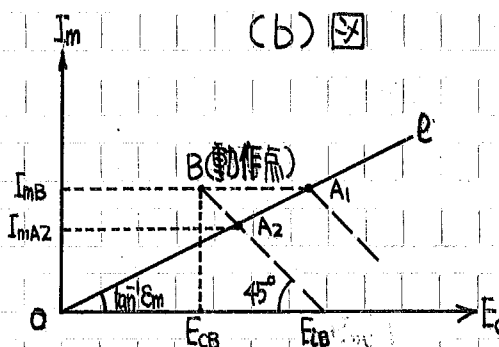
いま第4.1図の負荷速度 ω_L が一定であるとする、定常状態における電機子電流 I_m および入力電圧 E_c は次のように表わすことができる。



$$I_m = \frac{\omega_e}{r_e \eta_{mx}} \quad (4.1)$$

$$E_c = \omega_e \eta_{mx} + \frac{\omega_e}{r_e \eta_{mx}} \quad (4.2)$$

(4.1) 式 (4.2) 式の値を I_{mB} E_{cB} で表ゆし, η_{mx} を任意に選んで基準化連続負荷特性面 (P14 参照) 上に, 動作点 B としてプロットすると



このときの η_{mx} の値に応じて 第 4.2 図 (a) (b) の場合が考えられる。この図はパワーマッチングを考察する際に, 使用する電動機の容量を決める段階で特に重要になってくるので, 次に第 4.2 図 (a) (b) の各々について説明する。

第 4.2 図 基準化電動機の連

続定格点と動作点との関係

(a) 動作点 B が半直線 Ol の下側の領域にある場合。(第 4.2 図 (a)

参照) このような場合には上記の負荷を運転するのに, 点 A_2 が連続定格出力である基準化電動機が必要になる。この点での連続定格出力を P_{A2} とすると次のように表ゆすことができる。

$$P_{A2} = \left(\frac{E_{cB}}{1 + 1/\varepsilon_m} \right)^2 \times \frac{1}{\varepsilon_m} = \frac{\varepsilon_m \omega_e^2}{(1 + \varepsilon_m)^2} \left(\eta_{mx}^2 + \frac{1}{\eta_{mx}^2 r_e^2} + \frac{2}{r_e} \right) \quad (4.3)$$

(b) 動作点 B が半直線 Ol の上側の領域にある場合。(第 4.2 図 (b)

参照) このとき与えられた負荷を駆動するのに必要な電流は I_{mB} である。これに対して, 点 A_2 が連続定格点であるような基準化電動機では連続定格電流 I_{mA2} が I_{mB} 以下であるため電動機を選ばず思われる。したがって負荷点 B が (b) 図のような位置にくる場合には, 同図における点 A_1

が連続定格となる基準化電動機が必要になる。点A₁での連続定格出力を P_{A1} とすると次のように表わすことができる。

$$P_{A1} = (I_{mB})^2 \times \frac{1}{\varepsilon_m} = \frac{1}{\varepsilon_m} \times \left(\frac{\omega_e}{r_e} \right)^2 \times \frac{1}{n_{\alpha}^2} \quad \text{-----} \quad (4.4)$$

意

〈4.3〉 初期設備を最小にするパワマッチング

ここでは使用する電動機および電力増幅器についてパワの面での大きさを最小にすることを考えなければならぬ。次の〈4.3. i〉で電動機の選定方法を考察し〈4.3. ii〉では電力増幅器について考察する。

〈4.3. i〉 電動機の選定方法

これまでの段階においては、仕機において負荷の r_e ω_e が与えられたとしても、 n_{α} が未知数であるために動作点Bと連続定格点との関係が、第4.2図 (a) に相当するののか (b) に相当するのかが未定である。したがって負荷の要求から決る基準化電動機の連続定格出力を P_{Ae} とすると、 P_{Ae} は第4.2図 (a) (b) を参照して、点A₁における出力 P_{A1} と点A₂における出力 P_{A2} のうちで大きい方の値によって決定されることとなる。以後これを次のように表わす。

$$P_{Ae} = \text{Max} (P_{A1}, P_{A2}) \quad \text{+++++} \quad (4.5)$$

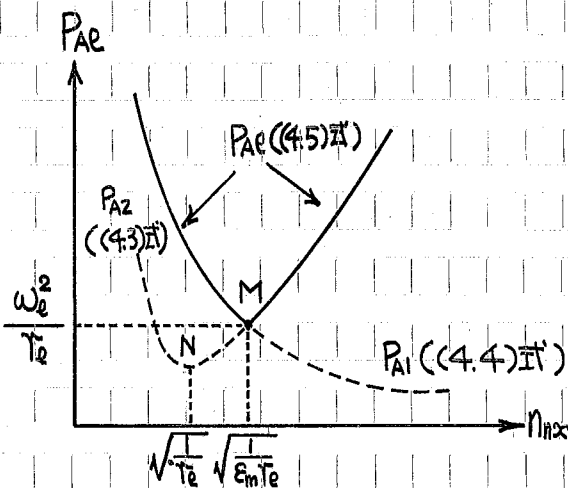
さらにこの節では電動機の大きさ (連続定格出力) を最小にすることが目的であるから $\text{Max} (P_{A1}, P_{A2})$ が最小^(*)になるような n_{α} を選ばなければならぬ。 n_{α} の最適値を求めるために、負荷の要求から決る連続定格出力 P_{Ae} が、未知変数 n_{α} によってどのように変わるかを図示したのが第4.3図 (次頁) である。この図から次のようなことが分る。

(4.3) 式 (4.4) 式から決る2本の曲線 P_{A1} 、 P_{A2} は交点Mをもっており、この点での n_{α} および P_{Ae} はそれぞれ $\sqrt{1/\varepsilon_m r_e}$ 、 ω_e^2/r_e と

(*) 以後これを

$$[P_{Ae}]_{\min} = \text{Min} \{ \text{Max} (P_{A1}, P_{A2}) \}$$

と表わす。



第4.3図 負荷が要求する基準化電動機の連続定格出力 P_{Ae} と結合係数 n_{max} との関係

なる。一方(4.3)式によって表わされる P_{A2} は極小点 N をもっている。その時の n_{max} の値は $\sqrt{1/\gamma_e}$ である。ここで考えている電動機は比較的大容量のものであるので、前章で述べたように $\epsilon_m < 1$ であるため、第4.3図に示すように点 M は常に点 N の右側に存在する。このことから次のような結果が得られる。

$$[P_{Ae}]_{\min} = \min \{ \max (P_{A1}, P_{A2}) \}$$

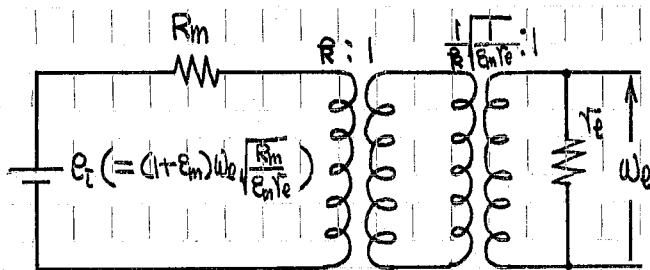
$$= \frac{\omega_e^2}{T_e} \quad (4.6)$$

またこのときの結合係数の値は

$$n_{max} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_m \gamma_e}} \quad (4.7)$$

となり、これがここでの最適結合係数となる。

(4.6)式で求めた、負荷の要求から決まる基準化電動機の最小定格出力 $[P_{Ae}]_{\min}$ の値は、そのまま実際の電動機の連続定格出力に対応させることができるので、この値をもちいて使用する電動機の選定が可能になる。こ



のようにして電動機が決ると換率比の値 η は(3.7)式より

$$\eta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R_m}{\epsilon_m \gamma_e}} \quad (4.8)$$

第4.4図 電動機および負荷の定常状態での等価回路

と導くことが分る。

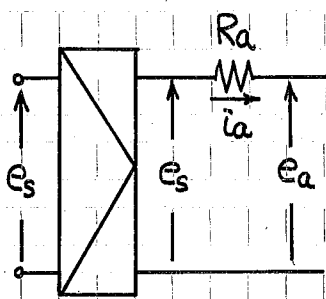
なお、(4.8)式の換率比

(*) P15 基準化電動機の特徴 (i) 参照

をもつ歯車引をもちいて、仕様で与えられた負荷とここで選定した電動機に接続すると、定常状態において第4.4図(前頁)の等価回路が得られる。同図において、負荷の回転レスポンス γ を電源側に換算すると、 R_m/ε_m となりこの電動機の連続定格負荷に相当することになる。またこのとき、電動機の入力電圧 e_i は次のように表す。

$$e_i = (1 + \varepsilon_m) \omega_e \sqrt{\frac{R_m}{\varepsilon_m \gamma}} \quad (4.9)$$

(4.3.ii) 電力増幅率の選定方法



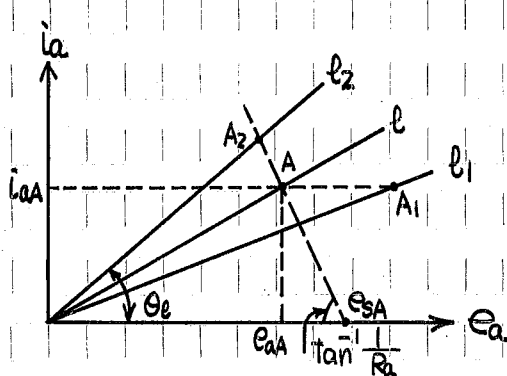
第4.5図 電力増幅率

電動機の選定に引き続いてここでは電力増幅率の選定について考察する。

第4.5図は電力増幅率を示す。同図において、出力電圧を e_a 、入力電圧を e_s 、出力電流を i_a 、内部抵抗を R_a とし、また無負荷時の電圧ゲインを1とする。いま、この電力増幅率に、連続定格点で動作している電動機を接続すると e_s 、 i_a は次のように表すことができる。

$$e_s = e_{iA} + i_{mA} R_a \quad (4.10)$$

$$i_a = i_{mA} \quad (4.11)$$



第4.6図 電力増幅率の動作点と連続定格点との関係

ただし e_{iA} は電動機の連続定格入力電圧、 i_{mA} は連続定格電機子電流を表す。

(4.10) 式 (4.11) 式の e_s 、 i_a を e_{sA} 、 i_{aA} として表し、点Aとして (e_a, i_a) 平面上に描くと、第4.6図 点Aのような、電力増幅率における動作点ができる。

ここに連続定格点が半直線 OE_2 上にある電力増幅器を選定する場合を仮定すると、電力増幅器の連続定格出力は点 A_2 での出力 P_{A_2} によって決定されることになる。(ただし第4.6図において $OE_2 \leq \tan^{-1} 1/R_a$ とする。) 同様にして連続定格点が半直線 OE_1 上にくる場合には、連続定格出力は P_{A_1} (点 A_1 での出力) になる。 P_{A_1} , P_{A_2} の値はいずれも P_A (第4.6図点 A での出力) より大きいことは明らかである。したがって電力増幅器の選定にあたっては、連続定格点が半直線 OE 上の点 A に一致する場合が増幅器の大きさを最小にするために理想的な状態であるといえる。このとき、電力増幅器の連続定格点における電圧 e_{sA} , 電流 i_{aA} は

$$e_{aA} = e_{cA} + i_{aA} R_a \quad (4.12)$$

$$i_{aA} = i_{mA} \quad (4.13)$$

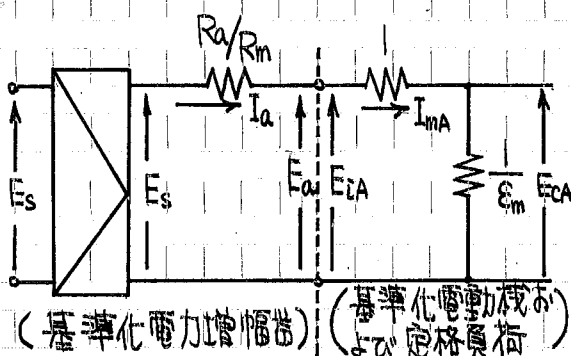
となることはいうまでもない。

つぎに、電力増幅器の出力を基準化電動機の入力に接続するために、第4.5図における e_a , e_s , i_a を $\sqrt{R_m}$ を次のように基準化する。

$$\frac{e_a}{\sqrt{R_m}} = E_a \quad (4.14)$$

$$\frac{e_s}{\sqrt{R_m}} = E_s \quad (4.15)$$

$$i_a \sqrt{R_m} = I_a \quad (4.16)$$

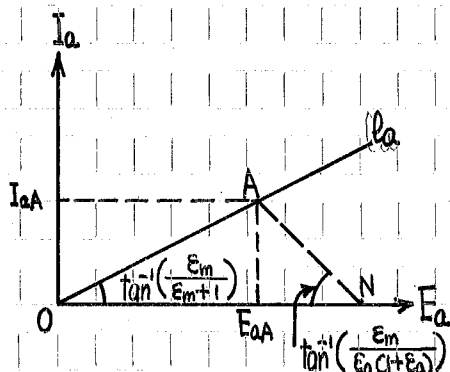


第4.7図 基準化電力増幅器および連続定格負荷が接続された基準化電動機

このように基準化した出力電圧、出力電流をもつ増幅器を以後基準化電力増幅器とよぶことにする。なおこの増幅器の内部抵抗は $R_a/R_m [\Omega]$ である。以上で定義した基準化電力増幅器が、連続定格負荷と接続した基準化電動機を駆動する場合を考えると第4.7図の等価回路が得られ

る。同図における基準化電圧、基準化電流の間に (4.12) 式 (4.13) 式に相当する関係式が成り立つとき、基準化電力増幅の連続定格出力電流 I_{aA} と連続定格出力電圧 E_{aA} との間には次のような関係式が成立する。

$$\frac{I_{aA}}{E_{aA}} = \frac{I_{mA}}{E_{CA} + I_{mA} X_1} = \frac{1}{1 + 1/\varepsilon_m} \quad (4.17)$$



第4.8図 基準化電力増幅

の静特性

したがって基準化電力増幅の連続定格点 A は第4.8図半直線 Ol_a 上にあることが分る。また (4.17) 式から明らかに連続定格負荷は $1 + 1/\varepsilon_m$ で表わされること分る。

一方、基準化増幅の内部抵抗は

R_a/R_m で表わされるから、電力増幅の電圧変動率を ε_a とすると、^{連続}定格負

荷は $(R_a/R_m) \cdot (1/\varepsilon_a)$ と表わすことができる。(P13 (3.3) 式参照)

したがって次のような関係式が導かれる。

$$\frac{R_a}{R_m} = \varepsilon_a \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) \quad (4.18)$$

これより第4.8図の破線で示した静特性 AN の傾きが $-\tan^{-1}\left\{\frac{\varepsilon_m}{E_{aA} + \varepsilon_m}\right\}$

で表わされること分る。また (4.18) 式の関係が成り立つ R_a/ε_a を

もつ電力増幅を選定したとき、経済上の理由で増幅の大きさを最小に

したいという場合に理想的な状態になる。本研究においては、以後原則と

して、このような関係を満足する電力増幅を選定するものとする。

さらに理想的な基準化電力増幅の連続定格出力 P_{aA} と基準化電動機の連

続定格出力 P_A との関係について考察する。基準化電動機が連続定格点で

動作しているときの出力と損失は次のように表わすことができる。

$$\text{電動機の連続定格出力} \quad \text{-----} \quad (I_{mA})^2 \times \frac{1}{\varepsilon_m} \quad (= P_A)$$

$$\text{電動機の損失}^{(*)} \left\{ \begin{array}{l} \text{損失 (i)} \text{ --- } (I_{MA})^2 (= \varepsilon_m P_A) \\ \text{損失 (ii)} \text{ --- } (I_{MA})^2 \times \frac{\beta_2}{\beta_1} (= \varepsilon_m P_A \times \frac{\beta_2}{\beta_1}) \end{array} \right.$$

この結果、連続定格点における基準化電動機の入力パワーは $P_A (1 + \varepsilon_m + \varepsilon_m \beta_2 / \beta_1)$ と表わせることが分かった。したがって基準化電力増幅器の連続定格出力 P_{AA} は次のようになる。

$$P_{AA} = E_{AA} I_{AA} = P_A \times (1 + \varepsilon_m + \frac{\varepsilon_m \beta_2}{\beta_1}) \text{ --- (4.19)}$$

この式において、 $\varepsilon_m \beta_2 / \beta_1$ はすでに前章で述べたように定数と考えることができるので、基準化電動機の連続定格出力 P_A を最小にすると、基準化電力増幅器の連続定格出力 P_{AA} も最小になることが分る。このことは実際の電動機、電力増幅器にそのままあてはめることができるので、初期設備費を最小にしようとする場合、電動機の大きさだけをとりあげて、これを最小にすることを考えればよいことになる。

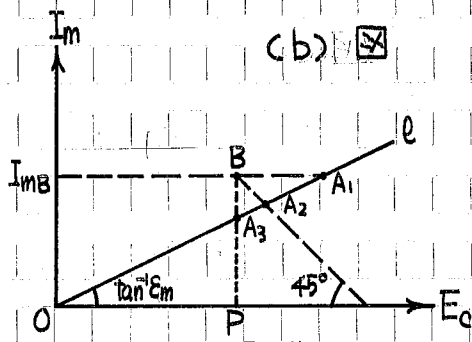
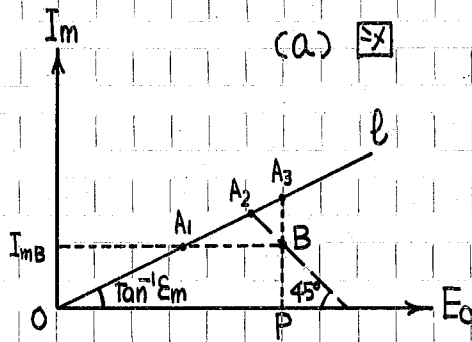
<4.4> 運転費を最小にするパワーマッチング

ここでは与えられた仕様によって、負荷軸の角速度 ω_L 、回転レスポンス Γ が入力が定まっているため、負荷が要求するパワーは ω_L^2 / Γ で一定である。したがって系が使用する電力量は、電力増幅器および電動機における損失によって決定されることになる。この節ではまずこれらの損失をとりあげて考察し、この結果をもちいて運転費を最小にするパワーマッチングを考える。

<4.4.1> 電動機における損失

すでに前章で述べたように損失が問題になるのは比較的大容量のサーボ系の場合であるので、ここでは直交電動機に限定して考察を進める。

(*) P19 <3.3>節参照



第4.9図 動作点と基準
化電動機負荷特性との関
係

基準化電動機の連綿定格点の軌跡である半直線 Ol と動作点 B との関係は、任意に選んだ結合係数 n_{mx} の値に応じて、第4.9図 (a) (b) の場合が考えられるが、このとき電動機における損失のうちで主なもの、損失 (i) (電機子電流の2乗に比例する損失) と損失 (ii) (電動機の速度によって決まる損失) とに分類することができ^(*)。具体的にこれらの損失を求めると次のようになる。

(i) 損失 (i) ———— 銅損、ブラシ損
基準化電動機の動作点における電流を I_{aB} とすると、電機子抵抗が常に $[\Omega]$ であることから損失 (i) は次のように表わすことができる。

$$P_{loss i} = (I_{aB})^2 \text{ ———— (4.20)}$$

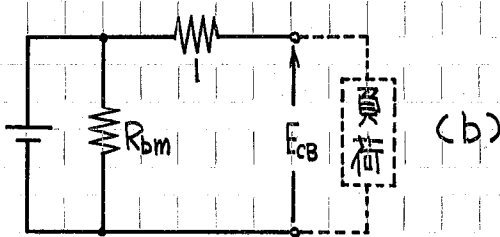
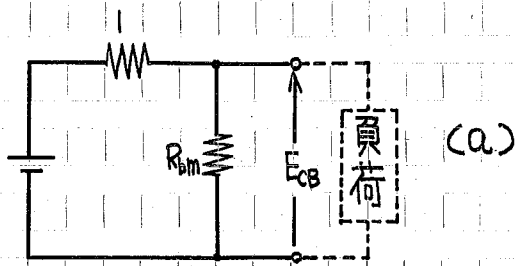
(ii) 損失 (ii) ———— 鉄損、機械損

この損失は電動機の回転速度によって決まるので、第4.9図における A_3BP 直線においては、この損失は一定であると考えられる。したがって動作点 B における損失 (ii) はこの電動機が点 A_3 で動作しているときの値に等しいことになる。〈3.3〉節で述べたことによって半直線 Ol 上では損失比率 β_1/β_2 が一定であるので点 A_3 における損失 (ii) は次のように表わすことができる。ただし点 A_3 における電流を I_{aA3} とする。

$$P_{loss ii} = (I_{aA3})^2 \times \frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{E_{cB}}{1/\epsilon_m} \right)^2 \times \frac{\beta_2}{\beta_1} \text{ ———— (4.21)}$$

次に、 $P_{loss ii}$ を等価回路上で考えると、第4.10図 (a) における抵抗 R_{bm} での損失によって考えることができる。この抵抗での損失を $P'_{loss ii}$

(*) P19 〈3.3〉節参照



とすると次のように表わすことができる。

$$P_{\text{loss}ii} = \frac{(E_{cb})^2}{R_{bm}} \quad (4.22)$$

(4.21)式 (4.22)式 において、 $P_{\text{loss}ii} = P_{\text{loss}ii}'$ とおくと R_{bm} の値は次のように決めることができる。

$$R_{bm} = \left(\frac{1}{\varepsilon_m}\right)^2 \times \frac{\beta_1}{\beta_2} \quad (4.23)$$

(4.23)式において電動機の損失比率 β_1/β_2 の値は 1~2 前後の値であるのに対し、 ε_m は 0.05~0.1 程度の値であることを考慮すると、

$R_b \gg 1$ とする。したがって第4.10図 (a) の等価回路は近似的に (b) の等価回路に変換することが可能となる。

<4.4.ii> 電力増幅器における損失

ここでは前節<4.3>で述べた (4.18)式の関係を満足する電力増幅器を取りあげて、損失を考察する。このとき電動機の場合と同様に次のように分類して考えていく。

(i) 損失(i) (電流の2乗によって決まる損失)

基準化電力増幅器の出力電流を I_{ab} とすると、内部抵抗が (4.18)式より $\varepsilon_a(1 + 1/\varepsilon_m)$ で表わせることを考慮して、損失は次のようになる。

$$P_{\text{loss}i} = (I_{ab})^2 \times \varepsilon_a \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) \quad (4.24)$$

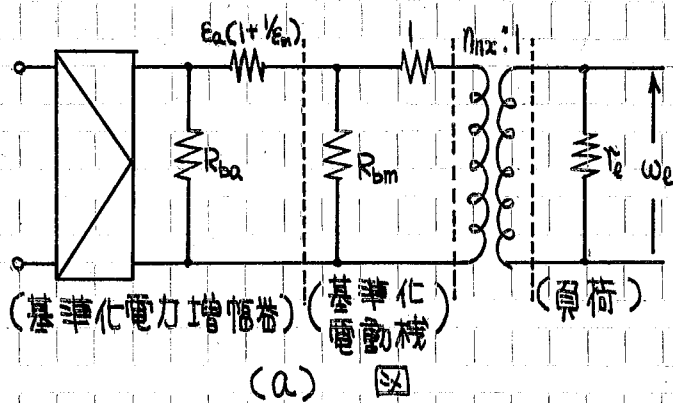
(ii) 損失(ii) (増幅器の誘起電圧によって決まる損失)

使用する電力増幅器が回転増幅器である場合、誘起電圧によって決まる損失

(4.26)式 から $P_{\text{loss II}}$ は第4.13図に示す抵抗 R_{ba} での損失によって置換できることが分る。ただし R_{ba} の値を具体的に求めると次のようになる。

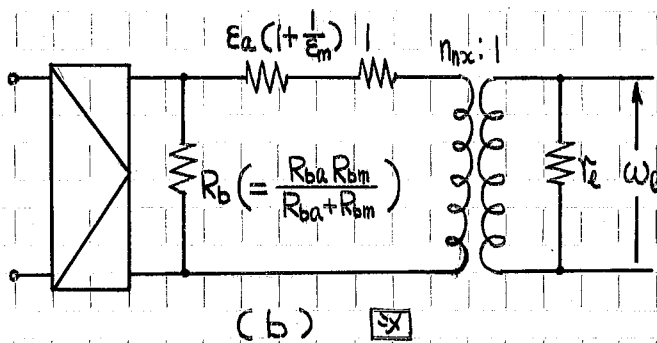
$$R_{ba} = \frac{(1+\varepsilon_a)^2}{\varepsilon_a} \cdot \frac{1+\varepsilon_m}{\varepsilon_m} \cdot \frac{\beta_{1a}}{\beta_{2a}} \quad (4.27)$$

<4.4.iii> 電動機および電力増幅器の損失を最小にするパワマッチング系の損失を最小にしたい場合、使用する電力増幅器の選定にあたっては(4.18)式の関係を満足する ε_a R_a をもち、かつ損失の少ないタイプの増幅器を選定するものとする。このときすでに述べたことにより電動機



および電力増幅器における損失は第4.14図(a)の等価回路について考えればよいことが分る。ここで

$$R_{bm} (= \frac{1}{\varepsilon_m^2} \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2}) \gg \varepsilon_a(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}) \quad (4.28)$$



であるので、第4.14図(b)が得られる*。この図において仕様で与えられた ω_e r_e をもちいて損失を計算すると次のようになる。

第4.14図 系の損失を計算するためのパワマッチング

$$P_{\text{loss}} = \left\{ 1 + \varepsilon_a(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}) \right\} \cdot \left(\frac{\omega_e}{r_e n_{mx}} \right)^2 + \frac{1}{R_b} \left\{ \omega_e n_{mx} + \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) \cdot \frac{\omega_e}{r_e n_{mx}} \right\}^2$$

これは次のように整理するこ

* 本章以後、この等価回路をもちいてサーボ系の損失を考えていく。

とができる。

$$P_{loss} = \omega_e^2 \left\{ \left(\frac{1}{n_{mx} \gamma_e} \right)^2 \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) \left\{ \frac{1}{R_b} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) + 1 \right\} + \frac{n_{mx}^2}{R_b} + \frac{2}{R_b \gamma_e} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) \right\}$$

$$\doteq \omega_e^2 \left\{ \left(\frac{1}{n_{mx} \gamma_e} \right)^2 \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) + \frac{n_{mx}^2}{R_b} + \frac{2}{R_b \gamma_e} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) \right\} \quad (4.29)$$

(4.29)式より損失を最小にするための結合係数は次のように求めることができる。

$$n_{mx} = \sqrt[4]{\frac{R_b \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right)}{\gamma_e^2}} \quad (4.30)$$

このようにして、(4.29)式の最適結合係数が求まると、このとき電動機に要求される連続定格出力は、結合係数と連続定格出力との関係を示す第4.3図(P29)をもちいて求めることができる。したがって、電動機、歯車比の選定は前節<4.3>の場合と同様に考えることができる。また電力増幅率については(4.18)式(P32)、(4.19)式(P33)をもちいておけばよい。

<4.5> 初期設備費および運転費を同時に考慮する場合のパワーマatching。

使用上の問題としては、すでに述べたように初期設備費および運転費の問題を同時に考慮した上で最も経済的なパワーマatchingを考えなければならない場合も多い。ここではこの問題をとりあげるにあたって、初期設備費と運転費に対してα倍のウエイトを付与せなければならない場合を想定する。

すでに述べたことによつて、初期設備費は使用する電動機の連続定格出力によって決り、運転費は系の損失によって決ることを考慮すると、次の(4.31)式のようなコストに関する評価関数Fを作ることができる。F

ただし、ここで α は全初期設備費を単位時間当りに換算するための係数である。(P28(4.5)式 P38(4.29)式 参照)

$$H = \alpha \gamma \text{Max}(P_{A1}, P_{A2}) + P_{\text{loss}} \quad (4.31)$$

したがって、これより H を最小にするための最適結合係数を求めることによって、ここでのパワーマッチングを求めることができる。この章で与えられた仕様をもちいて、具体的に最適結合係数を求めると次のようになる。

(i) $P_{A1} \geq P_{A2}$ のとき。

P29 第4.3図 より明らかのように

$$\eta_{\text{mx}} \leq \sqrt{\frac{1}{\epsilon_m \gamma_e}} \quad (4.32)$$

のとき、 $P_{A1} \geq P_{A2}$ の条件を満足する。したがってこのとき(4.31)式の評価関数 H は次のように書くことができる。

$$H = \alpha \gamma P_{A1} + P_{\text{loss}}$$

$$= \omega_e^2 \left[\frac{1}{\eta_{\text{mx}}^2 \gamma_e^2} \left(\frac{\alpha \gamma}{\epsilon_m} + 1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) + \frac{\eta_{\text{mx}}^2}{R_b} + \frac{2}{\gamma_e R_b} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) \right] \quad (4.33)$$

(4.33)式単独を最小にする η_{mx} を求めると次のようになる。

$$\eta_{\text{mx}} = \sqrt[4]{\frac{R_b \left(\alpha \gamma / \epsilon_m + 1 + \epsilon_a + \epsilon_a / \epsilon_m \right)}{\gamma_e^2}} \quad (\triangleq \eta_{m1}) \quad (4.34)$$

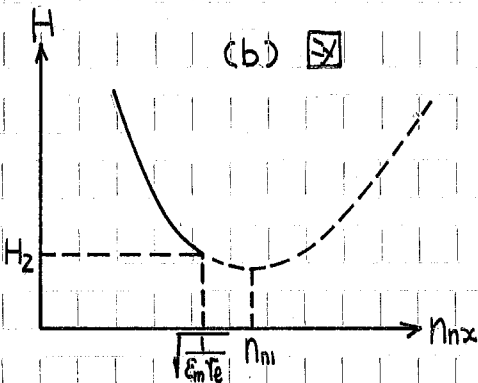
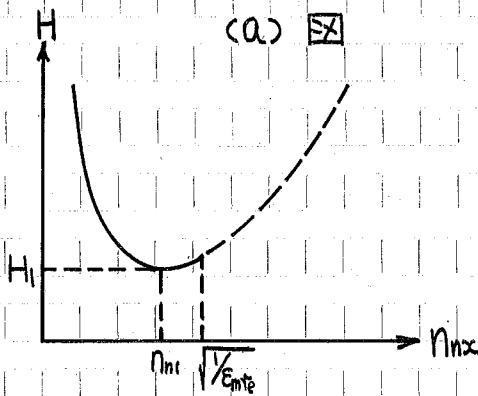
(4.34)式の η_{mx} を η_{m1} とおくと、 η_{m1} と $\sqrt{1/\epsilon_m \gamma_e}$ との大小関係によって、 $P_{A1} \geq P_{A2}$ の範囲内での H と η_{mx} との向の関係は第4.15(a)(b)(次頁)によって示される。同図においておのおのの場合の H の最小値を H_1 、 H_2 とおく。

(ii) $P_{A2} \geq P_{A1}$ のとき

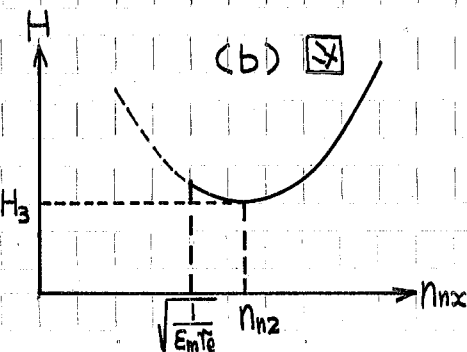
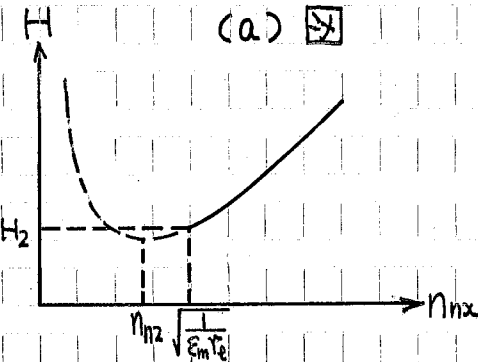
ここでは η_{mx} は

$$\eta_{\text{mx}} \geq \sqrt{\frac{1}{\epsilon_m \gamma_e}} \quad (4.35)$$

の条件を満足していなければならぬ。



第4.15図 評価関数 H と結合係数 n_{nx} との関係 (i)



第4.16図 評価関数 H と結合係数との関係

このとき評価関数 H は次のようになる。

$$H = \alpha \delta P_{A2} + P_{\text{loss}}$$

$$= \omega_e^2 \left\{ \frac{1}{n_{nx}^2 \tau_e^2} \left\{ \frac{\alpha \delta \epsilon_m}{(1 + \epsilon_m)^2} + 1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right\} + n_{nx}^2 \left\{ \frac{1}{R_b} + \frac{\alpha \delta \epsilon_m}{(1 + \epsilon_m)^2} \right\} + \frac{2}{\tau_e R_b} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m} \right) \right\} \quad (4.36)$$

(4.36)式 単独を最小にする n_{nx} をとめると

$$n_{nx} = \sqrt{\frac{1}{\tau_e} \left\{ \frac{\frac{\alpha \delta \epsilon_m}{(1 + \epsilon_m)^2} + 1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}}{\frac{\alpha \delta \epsilon_m}{(1 + \epsilon_m)^2} + \frac{1}{R_b}} \right\}^{1/4}} \quad (4.37)$$

と表す。上式の n_{nx} を n_{n2} とおくと、 n_{n2} と $\sqrt{1/\epsilon_m \tau_e}$ との大小関係によって、 H と n_{nx} との関係は第4.16図

(a) (b) のように書くことができる。ここで $n_{nx} = \sqrt{1/\epsilon_m \tau_e}$ のとき $P_{A1} = P_{A2}$ であることに注意すると、第4.16図(a)における H の最小値 H_2 は第4.15図(b)における H の最小値に等しいこととなる。また第4.16図(b)における H の最小値を H_3 とおく。

以上で求めた(i) (ii)の場合を総合すると、 n_{nx} の全区間について、 H と n_{nx} との間の関係を求めることが

できる。具体的には η_{n1} ((4.34)式), η_{n2} ((4.37)式), $\sqrt{V_{emf0}}$ の値の大小関係を求めて, 第4.15図と第4.16図とを結びつけなければならない。これを整理すると次のようになる。

(イ) $\text{Max}(\eta_{n1}, \eta_{n2}) \leq \sqrt{V_{emf0}}$ のとき。(第4.15図(a)と第4.16図(a)とが結びつくとき)

ここでは, H の最小値が H_1 であって, 最適結合係数は η_{n1} となる。

(ロ) $\eta_{n1} < \sqrt{V_{emf0}} < \eta_{n2}$ のとき (第4.15図(a)と第4.16図(b))

$$H_{\min} = \text{Min}(H_1, H_3)$$

であって, 最適結合係数は η_{n1}, η_{n2} のうちのいずれかである。

(ハ) $\eta_{n2} < \sqrt{V_{emf0}} < \eta_{n1}$ のとき (第4.15図(b)と第4.16図(a))

$$H_{\min} = H_2$$

であり最適結合係数は $\sqrt{V_{emf0}}$ となる。

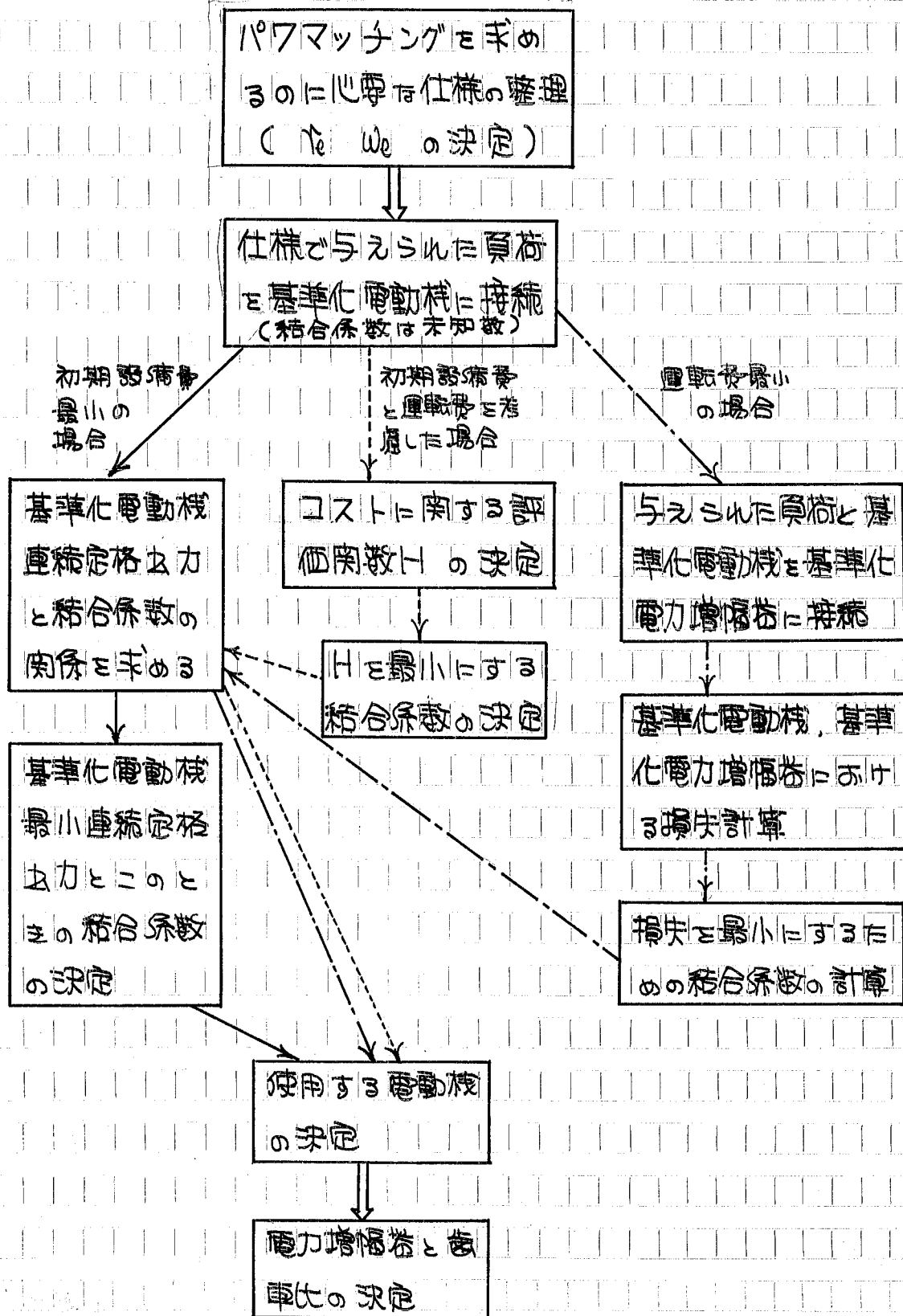
(ニ) $\text{Min}(\eta_{n1}, \eta_{n2}) \geq \sqrt{V_{emf0}}$ のとき。(第4.15図(b)と第4.16図(b))

$$H_{\min} = H_3$$

最適結合係数は η_{n2} である。

以上の結果をもちいると評価関数 H を最小にする最適結合係数 η_{nx} をとめることができる。 η_{nx} が求まると, 使用する電動機, 電力増幅器および変圧器の最適を組合せを前節と同様に考えることができる。

なお, この章での考え方をまとめると, 第4.17図のパワーマッチングのフローチャートが得られる。



第4.17図 パワーマッチングのフローチャート

第5章 サーボ機構の設計における「パワマッチング」(1)

この章では前章で述べた「パワマッチング」の基本的な考え方を実際のサーボ機構の設計に適用していくことを考える。

〈5.1〉 パワマッチングにあたっての準備

〈5.1.1〉 仕様の整理

サーボ機構の設計にあたって、与えられる数多くの仕様のうちから、「パワマッチング」を考察する際に必要となるものは次のようなものである。

最大負荷角速度 ω_{ep} [rad/sec]

最大負荷角加速度 α_{ep} [rad/sec²]

負荷のクーロン摩擦に打ち勝つためのトルク T_f [N・m]

負荷軸に加えられる外乱トルク T_d [N・m]

負荷のイナーシャ J_L [Kg・m²]

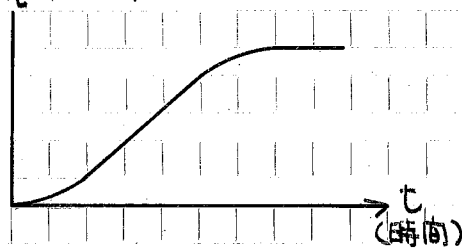
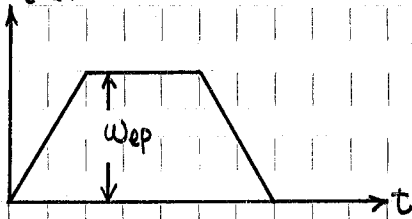
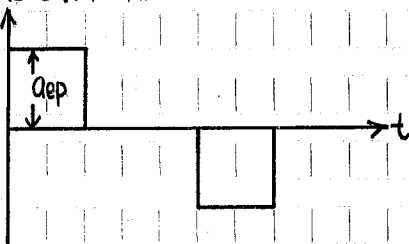
このほか負荷軸に粘性摩擦がある場合には、回転レスポンスの値が必要になるが、ここでは一応無視できるものと仮定する。

〈5.1.1〉 基本応答の決定

与えられた仕様にたいして、〈4.1〉節(P25)で述べた種々の目的の「パワマッチング」を考える場合、基準となるサーボ系の応答を想定しておく必要がある。ここではこの問題を中心に考察を進める。

サーボ系の動作状態は大雑把に分類すると、(i)長い休止区間をもって間欠動作を行なうものと、(ii)常時動作を行なうものとに分けることができる。したがって「パワマッチング」を考察する場合には、この(i) (ii)の動作状態において使用上起り得る最も厳しい場合を想定して、これについて考察するのが实际的であろう。

そこでここでは、分類(i)の間欠動作を行なうサーボ系については、第

θ_e (負荷軸の回転角) ω_e (負荷軸の角速度) a_e (負荷軸の角加速度)

第5.1図 向反動作をする
サーボ系において基準と
なる応答

5.1図のような ω_e a_e をもつ応答を考える。すなわち、ここでは最大角加速度 a_{ep} で一気に最大角速度 ω_{ep} まで加速した後に、同様に最短時間で減速する場合の応答を基準にする。このとき、動作時間が電動機、電力増幅器の熱的時間定数に較べて十分に短い場合には、電動機、電力増幅器の大きさの決定にあたっては連続定格出力と瞬時定格出力のうち瞬時定格の方に重点を置いて考えなければならぬ。

つぎに常時動作を行なうサーボ系について考える。ここでは負荷軸が第5.2図(次頁)のような動作を繰り返す場合を想定する。ただし、同図における繰り返しの頻度が、電動機電力増幅器の温度上昇を考慮する場合には重要な考慮になってくる。いま被駆動体の基準振巾^(*) θ_{eo} として与えられているものとする、これから繰り返しの頻度を次のようにして決めるのが普通である。まず第5.2図において振巾と角速度との間の関係を求めると

$$2\theta_{eo} = (t_a + t_b) \omega_{ep} \quad (5.1)$$

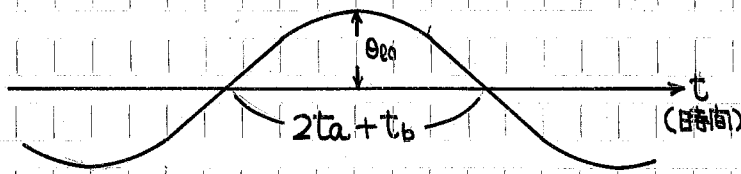
となり、また角速度と角加速度との間の関係は次のようになる。

$$\omega_{ep} = a_{ep} t_a \quad (5.2)$$

これより次のような関係式が得られる。

(*) 温度上昇を考慮にあたって熱的に最も苛酷な振巾を基準にとる。

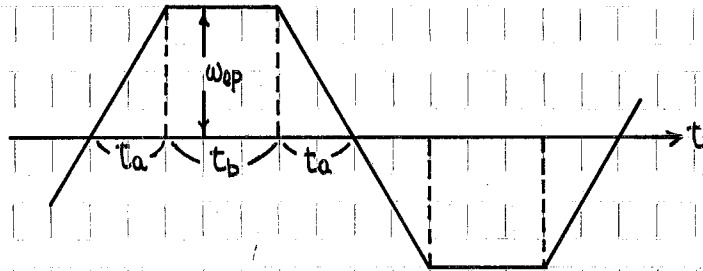
(a) 負荷軸の回転角



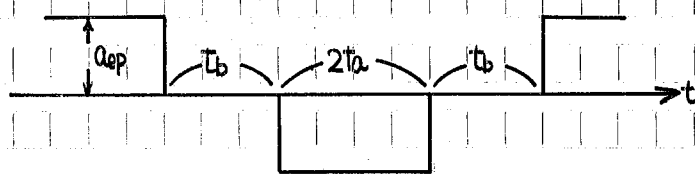
$$t_a = \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}} \quad (5.3)$$

$$t_b = \frac{2\theta_{00}}{\omega_{ep}} - \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}} \quad (5.4)$$

(b) 負荷軸の角速度



(c) 負荷軸の角加速度



以上のようにして求めた第5.2図に示す負荷軸での応答をもちいて、分類(ii)の動作状態における電動機電力増幅器の選定を行なおうとする場合には、瞬時定格と連続定格について考察しなくてはならない。

しかしながら、分類(i) (ii)の動作状態について、これを個別に取扱いパワーマッチングを考えると、取扱いが複雑になるので本論文においては、(i) (ii)の場合を統一的に

第5.2図 常時動作を行なうサーボ系において基準となる応答

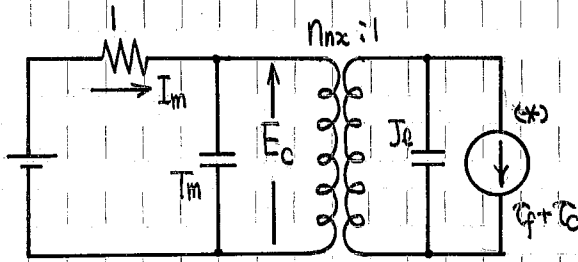
取扱っていく。

<5.2> 電動機の大さを最小にするパワーマッチング

この節では初期設備費を最小にしたい場合に必要となる電動機の大さを最小にすることを目的にして考察を進める。ここでの内容は、まず負荷の要求から決まる電動機の瞬時定格出力と結合係数との間の関係を前節<5.1>で述べた 것처럼、第5.1図第5.2図の基準応答とを使って求

め(〈5.2.i〉の内容),次に同様にして負荷の要求から決る電動機の
 定格出力と結合係数との関係について考察する(〈5.2.ii〉)。最後
 に以上の結果を総合して電動機の大きさを最小にするパワマッチングにつ
 いて検討する(〈5.2.iii〉)。

〈5.2.i〉 負荷が要求する電動機の瞬時定格出力と結合係数との関係

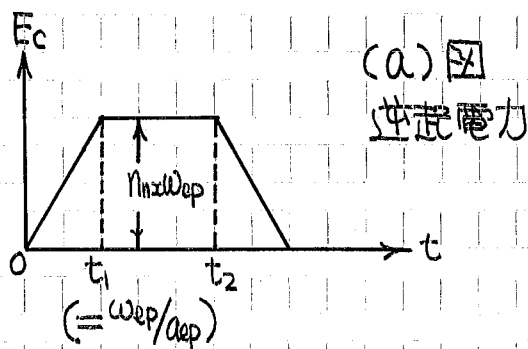


電動機の瞬時定格出力を問題に
 する場合,サーボモータとして基
 準化電動機を使用する場合をまず
 想定して考察を加える。

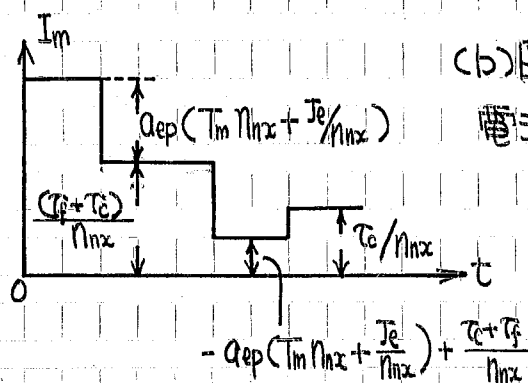
第5.3図 基準化電動機とサー
ボ系の負荷

仕様で与えられた負荷を,結合
 係数 n_{mx} (未知変数)で基準化電
 動機に接続すると第5.3図が得

られる。ここで負荷軸での応答が
 第5.1図または第5.2図によ
 って示されているとき,第5.3
 図の基準化電動機を流れる電流
 I_m および逆起電力 E_c は,第
 5.4図の波形,またはこれの繰
 り返しによって表わすことができ
 る。第5.4図の波形は,整理す
 ると次のように表わすことができ
 る。



(a)図
逆起電力



(b)図
電流

〈i〉 $0 \leq t < t_1$ のとき

$$I_m = a_{ep} \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) + \frac{q_c + q}{n_{mx}} \quad (5.5)$$

第5.4図 基準化電動機の逆起
電力と電流の波形

(*) クーロン摩擦および外乱のトルクを等価回路で表わしたときの電流源。

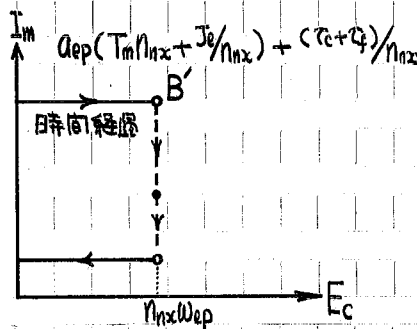
$$E_c = n_{nx} a_{ep} t \quad (5.6)$$

(ii) $t_2 < t < t_3$ のとき

$$I_m = \frac{\tau_f}{n_{nx}} \quad (5.7)$$

$$E_c = n_{nx} \omega_{ep} \quad (5.8)$$

(iii) $t_2 < t < t_3$ のとき



$$I_m = \frac{\tau_f}{n_{nx}} - a_{ep} \left(T_m n_{nx} + \frac{J_e}{n_{nx}} \right) \quad (5.9)$$

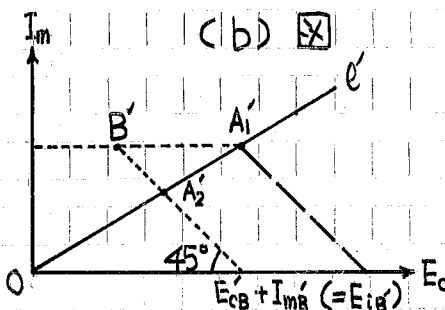
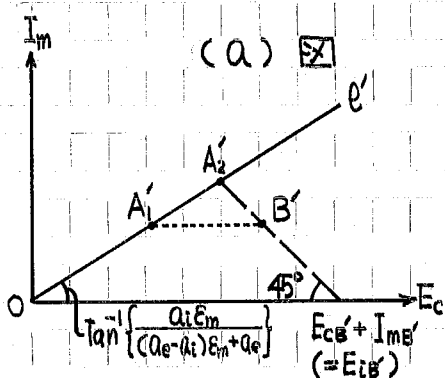
$$E_c = n_{nx} \omega_{ep} + n_{nx} a_{ep} (t - t_2) \quad (5.10)$$

第5.5図 基準化電動機の
逆起電力、電機子電
流の軌跡

以上で求めた(5.5)式～(5.10)式の
関係を (E_c, I_m) 平面上に描くと第5.
5図が得られる。この図から明らかによ
うに、基準化電動機が点B'の近傍で動
作しているとき、基準化電動機は負荷に
最大のパワーを供給していることになる。

したがって、この点B'に注目して負荷の
要求から求める基準化電動機の瞬時定格出
力を考察する。そのために点B'を基準
化(瞬時)負荷特性面(P18第3.9
図)上に、 n_{nx} を任意に選んでプロッ
トすると、このときの値に応じて第5.
6図(a)(b)の場合が考えられる。

この図から、与えられた負荷を駆動する
のに必要な基準化電動機の瞬時定格出力
 $P_{Ae'}$ は次の(5.11)式によって表わ
されることが分る。ただしここで、点A'
点A₂'における出力を $P_{A1'}$, $P_{A2'}$ と



第5.6図 瞬時定格点と点
B'(第5.5図)との関係

する。

$$P_{Ae'} = \text{Max} (P_{Ai'}, P_{A2'}) \quad (5.11)$$

上式における $P_{Ai'}$ $P_{A2'}$ の値を具体的に計算すると次のようになる。

(i) $P_{A2'}$ の計算 (P19 (3.20)式参照)

$$\begin{aligned} P_{A2'} &= \left\{ \frac{E_{CB'} + I_{MB'} \times l}{1 + \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1} \right\}^2 \cdot \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 \right\} \\ &= \frac{a_i^2 \epsilon_m^2}{a_e^2 (1 + \epsilon_m)^2} \left\{ n_{nx} \omega_{ep} + a_{ep} \left(T_m n_{nx} + \frac{J_e}{n_{nx}} \right) + \frac{T_c + T_f}{n_{nx}} \right\}^2 \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (5.12)$$

(ii) $P_{Ai'}$ の計算 (P19 (3.19)式参照)

$$\begin{aligned} P_{Ai'} &= (I_{MB'})^2 \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 \right\} \\ &= \left\{ a_{ep} \left(T_m n_{nx} + \frac{J_e}{n_{nx}} \right) + \frac{T_c + T_f}{n_{nx}} \right\}^2 \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (5.13)$$

ただし (5.12) 式 (5.13) 式において

$$\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 \leq 1 \quad (5.14)$$

であるとき、瞬時定格負荷は $1 [\Omega]$ であるので、P18 で述べたことにより、次の関係式をもちいて $P_{Ai'}$ $P_{A2'}$ を計算すればよい。

$$\frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m}\right) - 1 = 1 \quad (5.15)$$

したがって

$$P_{Ai'} = \frac{1}{4} \left\{ n_{nx} \omega_{ep} + a_{ep} \left(T_m n_{nx} + \frac{J_e}{n_{nx}} \right) + \frac{T_c + T_f}{n_{nx}} \right\}^2 \quad (5.16)$$

$$P_{A2'} = \left\{ a_{ep} \left(T_m n_{nx} + \frac{J_e}{n_{nx}} \right) + \frac{T_c + T_f}{n_{nx}} \right\}^2 \quad (5.17)$$

となる。

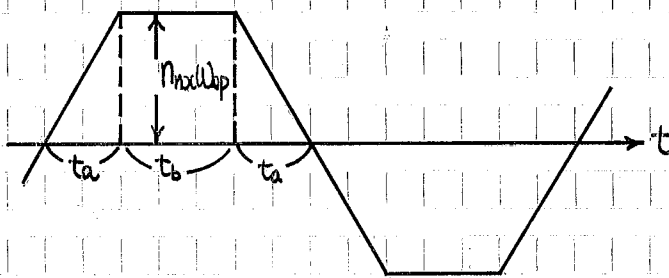
以上で求めた $P_{Ai'}$ $P_{A2'}$ をもちいて、(5.11) 式より与えられた負荷

を駆動するのに必要な電動機の瞬時定格出力 P_{Ae} と結合係数 n_{mx} との関係を求めることのできる。この結果は第5.8図 (P51) のように表わすことのできる。

〈5.2.ii〉 負荷が要求する電動機の連続定格出力と結合係数との関係
連続定格出力を向題にする際にはサーボ系の負荷軸が第5.2図 (P45) の動作をしている場合について、主として電動機の温度上昇を考慮することになる。したがってここでは基準化電動機の電機子電流、逆起電力について実効値を計算し、これをもとにして負荷によって電動機の連続定格出力 P_{Ae} と結合係数 n_{mx} との関係を求める必要がある。

負荷軸の応答が第5.2

(a) 逆起電力



(b) 電機子電流

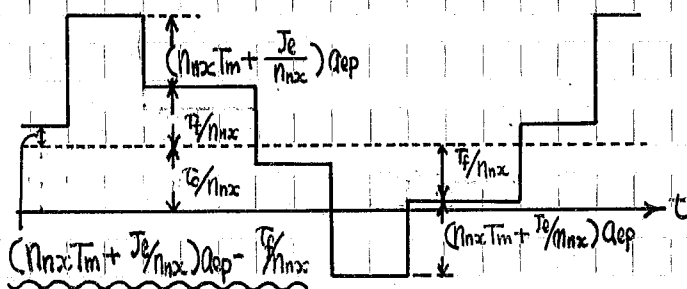


図 (P45) のように与えられているとき、基準化電動機の逆起電力および電機子電流の波形は第5.7図によって表わすことができる。この図にもとずいて、逆起電力および電機子電流の実効値を計算すると次のような結果が得られる。ただし第5.7図における t_a t_b は (5.3) 式 (5.4) 式 (P45) の結果をもとにするものとする。

$$E_{cr} = \left(\frac{2\theta_{eo}/\omega_{ap} + \omega_{ap}/3\omega_{ap}}{2\theta_{eo}/\omega_{ap} + \omega_{ap}/\omega_{ap}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot n_{mx} \omega_{ap} \quad (5.18)^*$$

第5.7図 基準化電動機の逆起電力
と電機子電流の波形

* (5.18) 式において添字 r は実効値を表わす。以下同様

ここに (5.14) 式 (P45) から $2\theta_{eo}/\omega_{ep} \geq \omega_{ep}/a_{ep}$ の関係が成り立つので、(5.18) 式の平方根内節は常に正になることはいうまでもない。また電機子電流の実効値は

$$I_{mr} = \left[\frac{2a_{ep}\omega_{ep}T_m^2 n_{hx}^2 + \{(\tau_c^2 + \tau_f^2)(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}) + 2a_{ep}\omega_{ep}T_e^2\}(\frac{1}{n_{hx}^2}) + 4a_{ep}\omega_{ep}T_mT_e}{\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}} \right]^{1/2} \quad (5.19)$$

となる。したがって基準化電動機入力電圧の実効値 E_{cr} は

$$E_{cr} = \{(E_{cr})^2 + (I_{mr})^2\}^{1/2} \\ = \left[\frac{n_{hx}^2 \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} - \frac{\omega_{ep}}{3a_{ep}} \right) \omega_{ep}^2 + 2a_{ep}\omega_{ep}T_m^2 + \{(\tau_c^2 + \tau_f^2)(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}) + 2a_{ep}\omega_{ep}T_e^2\}(\frac{1}{n_{hx}^2}) + 4a_{ep}\omega_{ep}T_mT_e}{\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}} \right]^{1/2} \quad (5.20)$$

となる。

(5.19)式 (5.20)式の結果を、第3.6図基準化(連続)負荷特性面(P14)上に描くと、第4.2図(P27)における点Bに相当する動作点が求まる。このとき点A₁ 点A₂ は第4.2図の場合と同様にとるとし、求めた負荷が要求する基準化電動機の連続定格出力 P_{Ae} は、前章の場合と同様に、次の(5.20)式によって求めることができる。

$$P_{Ae} = \text{Max}(P_{A1}, P_{A2}) \quad (5.21)$$

次に P_{A1} P_{A2} を具体的に計算すると次のように表わすことができる。

(i) P_{A1} の計算 基準化電動機の実効電機子電流が (5.19) 式によって表わされているので、これをもちいると P_{A1} の値は次のように表わすことができる。(P28 (4.4) 式参照)

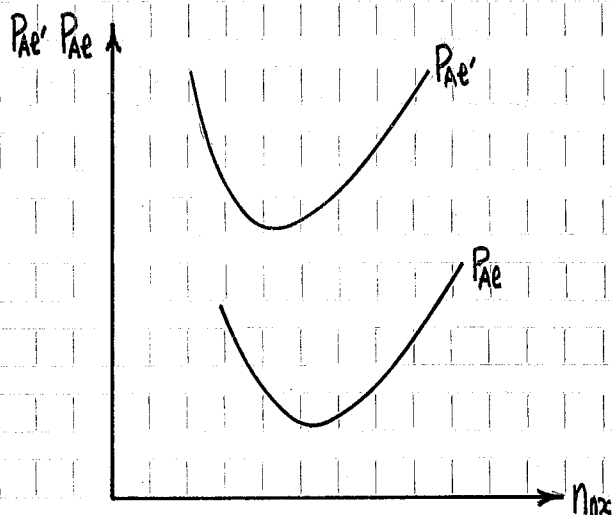
$$P_{A1} = \frac{1}{\varepsilon_m} \left[\frac{2a_{ep}\omega_{ep}T_m^2 n_{hx}^2 + \{(\tau_c^2 + \tau_f^2)(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}) + 2a_{ep}\omega_{ep}T_e^2\}(\frac{1}{n_{hx}^2}) + 4a_{ep}\omega_{ep}T_mT_e}{\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}}} \right] \quad (5.22)$$

(ii) P_{A2} の計算 基準化電動機の実効入力電圧は (5.20) 式で表わされているので、

したがって P_{A2} の値は次のように得る。(P27 (4.3)式参照)

$$P_{A2} = \left(\frac{E_{ir}}{1 + \sqrt{\epsilon_m}} \right)^2 \times \frac{1}{\epsilon_m}$$

$$= \frac{\epsilon_m}{(1 + \epsilon_m)^2} \left[\frac{n_{mx}^2 \left\{ \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} - \frac{\omega_{ep}}{3\alpha_{ep}} \right) \omega_{ep}^2 + 2\alpha_{ep}\omega_{ep}T_m^2 \right\} + \left\{ (T_e^2 + T_c^2) \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) + 2\alpha_{ep}\omega_{ep}T_e^2 \right\} \left(\frac{1}{n_{mx}} \right)^2 + 4\alpha_{ep}\omega_{ep}T_mT_e}{2\theta_{eo}/\omega_{ep} + \omega_{ep}/\alpha_{ep}} \right] \quad (5.23)$$



以上で求めた (5.20) 式

(5.21) 式 (5.23) 式より負

荷が要求する基準化電動機の連

続定格出力 P_{Ae} と結合係数

n_{mx} との間の関係が求まったこ

とにより, これを図示すると,

第5.8図の P_{Ae} が得られる。

第5.8図 負荷が要求する基準

化電動機の大きさ と 結合係数と

の関係 (1)

< 5.2. iii > 電動機の大きさを最小にする パワマッチング

ここでは, これまでに求めた負荷の要求から決まる基準化電動機の瞬時定

格出力 $P_{Ae'}$ および連続定格出力 P_{Ae} を使ってサーボ系において使用する

ことのできる基準化電動機の瞬時定格出力 $P_{A'}$ と連続定格出力 P_A の値を

求める。この結果から電動機の大きさを最小にするためのパワマッチングを

考察する。

そこでまず $P_{A'}$ と P_A との間の関係をあらかじめ求めておく。すでに

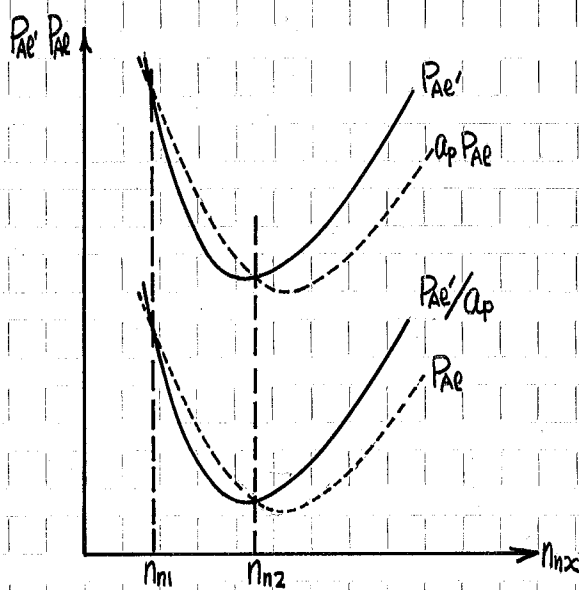
< 3.2 > 節 (P17) で述べたことから次のような関係式を導くことが

できる。

$$P_A' = \{(a_e - a_i)\varepsilon_m + a_e\} a_i P_A \quad (\triangleq \alpha_p P_A) \quad (5.24)$$

上式において α_p は瞬時定格出力と連続定格出力との比率を表す定数である。また (5.24) 式から連続定格出力 P_A の基準化電動機からは $\alpha_p P_A$ の瞬時定格出力をとりだせることが分る。

一方、負荷が要求する基準化電動機の定格出力 P_{Ae} は第5.8図によって与えられるが、ここで改めて P_{Ae} P_{Ae}' $\alpha_p P_{Ae}$ P_{Ae}'/α_p と n_{mx} との関係を図示すると第5.9図が得られる。この図をもちいてサーボ系



において使用可能な基準化電動機の定格出力 P_A' P_A の決定にあたっては次のように分類して考えていなければならない。

(1) P_{Ae}' と P_{Ae} との間に

$$P_{Ae}' > \alpha_p P_{Ae} \quad (5.25)$$

の関係が成立する場合。

このとき連続定格出力 P_A が P_{Ae} に等しい基準化電動機を選定すると、この電動機の瞬時定格出力 P_A' は (5.24) 式より $\alpha_p P_{Ae}$ となる。したがって、この基準化電動機では、(5.25) 式の関係で与えられる負荷の要求から決る

瞬時定格出力 P_{Ae}' を満足させることはできない。このことから明らかのように、ここでは瞬時定格出力 P_{Ae}' に着目して

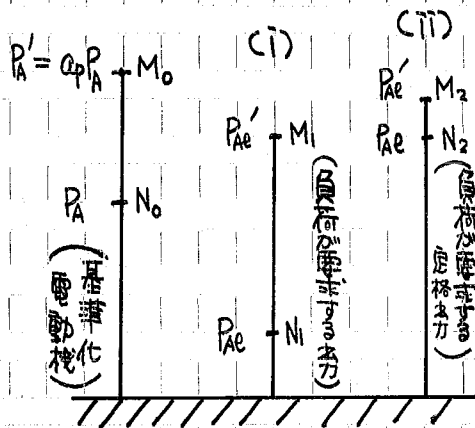
$$P_A' = P_{Ae}'$$

$$P_A = P_{Ae}'/\alpha_p$$

となる基準化電動機を選定しなければならないことになる。

(ii) $P_{Ae'} \leq \alpha_p P_{Ae}$ のとき。

この場合には基準化電動機の連続定格出力 P_A に注目して考えなければならぬ。すなわち、 P_A が P_{Ae} の基準化電動機を選定すると、瞬間定格出力が $\alpha_p P_{Ae}$ となるため負荷の要求を満足させることができる。



第5.10図 基準化電動機の大きさと、負荷が要求する定格出力との関係

以上(i)(ii)の結果を要約すると第5.10図が得られる。すなわち(i)の場合には同図で点 M_0 と点 M_1 とが一致するような基準化電動機を選定しなければならぬことになり、また(ii)の場合には点 N_0 と点 N_2 とが一致する電動機が必要になる。また数式をもちいて整理すると、サーボ系において使用することのできる基準化電動機の連続定格出力 P_A は次のようになる。

$$P_{Ae} < \frac{P_{Ae'}}{\alpha_p} \text{ のとき } P_A = \frac{P_{Ae'}}{\alpha_p}$$

$$P_{Ae} \geq \frac{P_{Ae'}}{\alpha_p} \text{ のとき } P_A = P_{Ae}$$

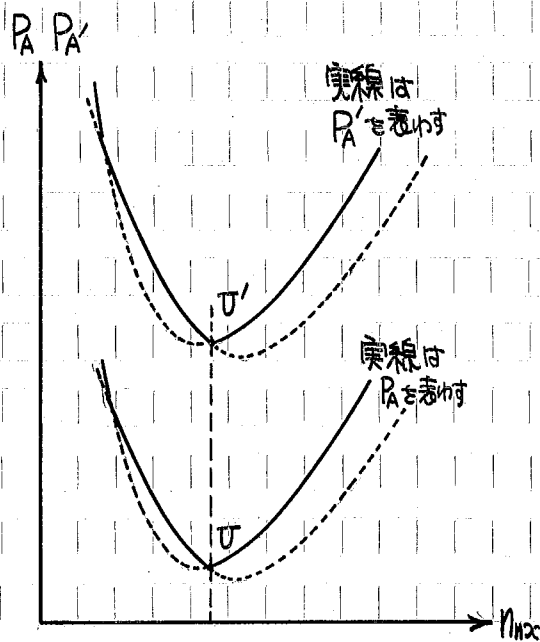
したがって P_A は

$$P_A = \text{Max} \left\{ \frac{P_{Ae'}}{\alpha_p}, P_{Ae} \right\} \quad \text{-----} \quad (5.26)$$

となる。(5.11)式 (P48), (5.20)式 (P50) をもちいると(5.26)式は次の(5.27)式のようになる。

$$P_A = \text{Max} \left(\frac{P_{A1'}}{\alpha_p}, \frac{P_{A2'}}{\alpha_p}, P_{A1}, P_{A2} \right) \quad \text{-----} \quad (5.27)$$

これより、 P_A と η_{max} との関係を図示すると、第5.11図(次頁)が得られる。(前頁第5.9図参照)



第5.11図 基準化電動機の定
格出力 P_A , P_A' と結合係数
との関係

第5.11図に示すように、こ
こでは点 U' , U における P_A' , P_A の
値によって基準化電動機の大きさ
が決まることになる。

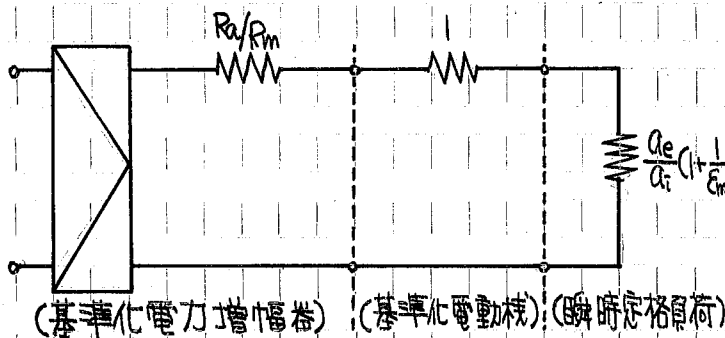
このようにして基準化電動機の
最小定格出力 $[P_A']_{\min}$, $[P_A]_{\min}$
およびこのときの $n_{\max}$ の値が求
まると、前章の場合と同様にして
使用する電動機、電力増幅器、換
車比の選定を行なえばよい。ただ

しここで選定した電力増幅器は連
続定格出力に注目した場合である
が、このとき瞬時定格出力が電動
機が要求するパワーより少ない場
合には、^(*) 瞬時定格出力に着目して

電力増幅器の選定が必要

される。この場合、さき
にもちいた第4.7図

(P31)の代りに第5.
10図の回路をもちいて
考察を進めなければなら
ない。



第5.12図 瞬時定格負荷を接続した基準
化電動機 および基準化電力増幅器

第5.10図において
基準化電動機が瞬時定格
出力を負荷に供給してい
る状態での電動機の入力

パワーが基準化電力増幅器の瞬時定格出力に一致した状態が理想状態になる。

* 分類(1) (P43 <5.1.11> 参照) で述べたように同欠動作を行なう
サーボ系においては主として瞬時定格出力が問題になる。

したがって第5.12図より基準化電力増幅率の瞬時定格負荷は

$$1 + \frac{Q_e}{Q_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) - 1$$

となる。

一方、電力増幅率の瞬時定格入力電圧と連続定格入力電圧との比を Q_{ea} 、瞬時定格出力電流と連続定格出力電流との比を Q_{ia} とすると基準化電力増幅率の瞬時定格負荷は一般に

$$\frac{R_a}{R_m} \left\{ \frac{Q_{ea}}{Q_{ia}} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_a}\right) - 1 \right\}$$

と書くことができる。(P18 電動機の場合を参照)

これより次のような関係式を導びくことができる。

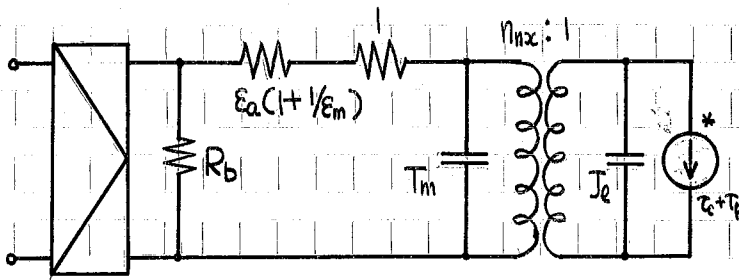
$$\frac{R_a}{R_m} \left\{ \frac{Q_{ea}}{Q_{ia}} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_a}\right) - 1 \right\} = \frac{Q_e}{Q_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) \text{ --- (5.29)}$$

すなわち瞬時定格出力を問題にする場合の理想的な状態は、上式の関係式を満足する R_a , ε_a , Q_{ea} , Q_{ia} をもつ電力増幅率を選定することによって実現することになる。

<5.3> サーボ系の損失を最小にするパワーマッチング

この節では系の運転費を最小にしたい場合に必要になるサーボ系の損失をとりあげて考察する。

損失を問題にしなければならない場合は、主として系が頻繁に起動停止を繰り返すときであるので、使用する電力増幅率は前章<4.4>(P33)で述べたように連続定格出力に注目して選定するものとする。またここでは負荷軸が第5.2図の動作をしている場合をとりあげて考察する。このときすでに述べたことから次の第5.13図で示す等価回路について損失を考えればよい。



第5.13図 損失計算のための等価回路

いま基準化電動機の電機子電流および起電力の実効値が(5.18)式(P49)(5.19)式(P50)によつて与えられているとすると、サーボ系の損失は次の(5.30)式でもちいて計算すればよい。

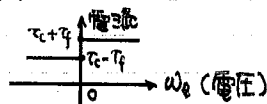
$$\begin{aligned}
 P_{\text{loss}} &= (I_{mr})^2 \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right) + \frac{(E_{cr})^2 + (1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m)^2 (I_{mr})^2}{R_b} \\
 &\div \left\{ n_{mx}^2 \left\{ \frac{1}{R_b} \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} - \frac{\omega_{ep}}{3\alpha_{ep}} \right) + 2\alpha_{ep}\omega_{ep} T_m^2 \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right) \right\} \right. \\
 &\quad + \left\{ (T_c^2 + T_f^2) \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) + 2\alpha_{ep}\omega_{ep} J_e^2 \right\} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right) \cdot \frac{1}{n_{mx}^2} \\
 &\quad \left. + 4\alpha_{ep}\omega_{ep} T_m J_e \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right) \right\} \times \left\{ \frac{1}{2\theta_{eo}/\omega_{ep} + \omega_{ep}/\alpha_{ep}} \right\} \text{----- (5.30)}
 \end{aligned}$$

この結果、損失を最小にするための結合係数を求めると次のようになる。

$$n_{mx} = \left[\frac{\left\{ (T_c^2 + T_f^2) \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) + 2\alpha_{ep}\omega_{ep} J_e^2 \right\} \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right)}{\frac{1}{R_b} \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} - \frac{\omega_{ep}}{\alpha_{ep}} \right) + 2\alpha_{ep}\omega_{ep} T_m^2 \left(1 + \epsilon_a + \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}\right)} \right]^{1/4} \text{---- (5.31)}$$

(5.31)式によつて最適結合係数が求まると、このとき使用する電動機の連続定格出力 P_A は第5.11図(P54)でもちいて決定することになる。以後「パワーマッチング」を求めるにあつてこの手順はこれまでと同様に考えていくことができる。

* クロコ機構によるトルクおよび外乱トルクを表す電流源であつて、その特性は次のようなものになる。



〔5.4〕 初期設備費および運転費を同時に考慮する場合のパワマッチング。

前章〔4.5〕節(P38)で述べたように、初期設備費は電動機の大きさによって決まり、運転費は損失によって決まる。この考え方によって求めたサーボ系のコストに関する評価関数 H は、(5.27)式(P53)で表わされる P_A および(5.30)式(前頁)で求めた P_{loss} をもつて次のように書くことができる。

$$H = \alpha \gamma \text{Max} \left(\frac{P_{A1}'}{a_p}, \frac{P_{A2}'}{a_p}, P_{A1}, P_{A2} \right) + P_{loss} \quad \text{----- (5.32)}$$

したがって(5.32)式の H を最小にする結合係数 n_{mx} を求めると、こゝでの最適はパワ要素の組み合わせを定めることができる。

〔5.5〕 パワマッチングの計算にあたって要求される精度。

この節では、結合係数が各々の場合の最適値に対して α 倍だけずれたとき、これがパワマッチングの結果にどのような影響を与えるかという問題をとりあげて考察する。

〔5.5.1〕 電動機の大きさ(連続定格出力)^{*}を最小にするパワマッチングの場合。

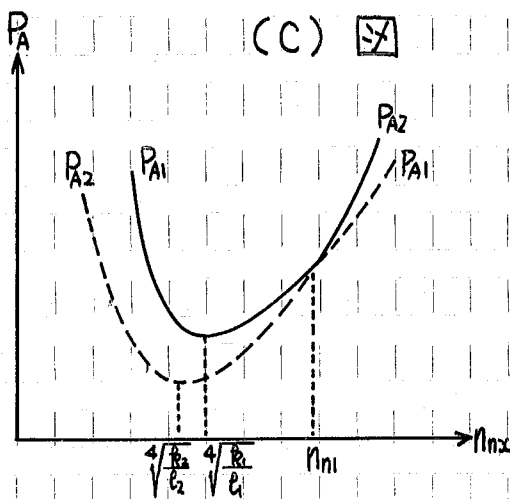
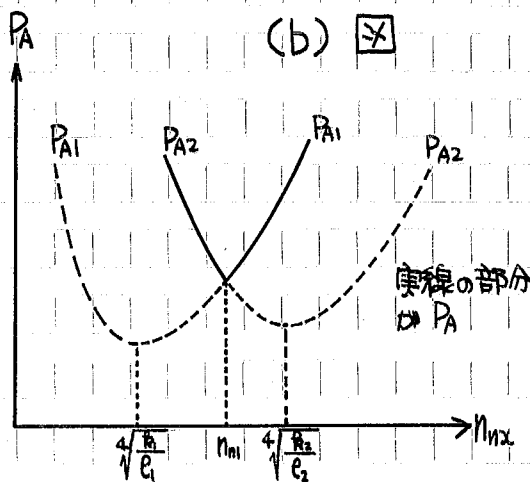
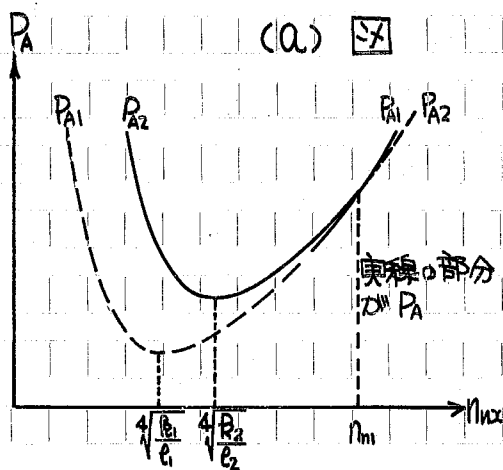
基準化電動機の連続定格出力 P_A は一般的に表わすと、次の(5.33)式(5.34)式によって与えられる P_{A1} P_{A2} をもつて、(5.35)式のようになる。^(**)

$$P_{A1} = \frac{R_1}{n_{mx}^2} + l_1 n_{mx}^2 + m_1 \quad \text{----- (5.33)}$$

$$P_{A2} = \frac{R_2}{n_{mx}^2} + l_2 n_{mx}^2 + m_2 \quad \text{----- (5.34)}$$

(*) 瞬間定格出力と連続定格出力との間には(5.24)式(P51)のような一定の関係があるので、ここでは連続定格出力に注目して考察を進めていく。

(**) (4.3)式(P28), (4.4)式(P27), (5.21)式(P50), (5.23)式(P51)参照



第5.14図 結合係数 n_{mx} と電動機連続定格出力 P_A との一般的关系

$$P_A = \text{Max}(P_{A1}, P_{A2}) \quad \text{--- (5.35)}$$

ただし (5.33) 式 (5.34) 式における $R_1, L_1, m_1, R_2, L_2, m_2$ は全て n_{mx} には無関係な定数である。

(5.33) 式 (5.34) 式の関係をもちいて、 $[P_A]_{\min}$ 付近における P_A と P_{A1}, P_{A2} との関係は第5.14図 (a) (b) (c) のように分類することができる。

同図をもちいて、結合係数の変動と連続定格出力 P_A との変動を考察するにあたり (a) (c) は本質的に同一のものとみなすことができるので、ここでは (b) の場合と (b) の場合をとりあげて考えていく。

(a) 電動機の連続定格出力の最小値附近が第5.14図 (a) に相当する場合。

同図に示すように、結合係数 n_{mx} の最小値は $1/\sqrt{R_2/L_2}$ であるが、ここでは、この最小値に対して n_{mx} が α 倍だけずれた場合を想定し、これによって使用する電動機の連続定格出力がどの程度増加するかについて考察する。いま結合係数が

$\alpha/\sqrt{R_2/L_2}$ ($\alpha/\sqrt{R_2/L_2} < n_{m1}$ とする) のときの電動機連続定格出力 P_A は

$n_{mx} = 4\sqrt{R_2/e_2}$ のときの最小値 $[P_A]_{\min}$ に対する倍率を表わし、これを $\delta (= P_A/[P_A]_{\min})$ とすると、 δ は次のように表わすことができる。

$$\delta = \frac{\sqrt{e_2 R_2} (\alpha^2 + 1/\alpha^2) + m_2}{2\sqrt{e_2 R_2} + m_2} = \frac{\alpha^2 + 1/\alpha^2 + m_2/\sqrt{e_2 R_2}}{2 + m_2/\sqrt{e_2 R_2}} \quad (5.36)$$

上式において最悪の場合をとりあげると $m_2/\sqrt{e_2 R_2} \rightarrow 0$ の場合について考察すればよいことになる。このことから結合係数が最直道より α 倍だけずれると最悪の場合で連続定格出力は $(1/2)(\alpha^2 + 1/\alpha^2)$ 倍に増加することが分る。最悪の場合について δ と α との関係を図示したのが第5.15図(a)である。この図から明らかのように、たとえば電動機の連続定格出力の増加を1割以下に押えたい場合には α の値は次の範囲内になければならないことが分る。

$$0.84 < \alpha < 1.25 \quad (5.37)$$

(b) 電動機の連続定格出力の最小値附近が第5.14図(b)に相当する場合。

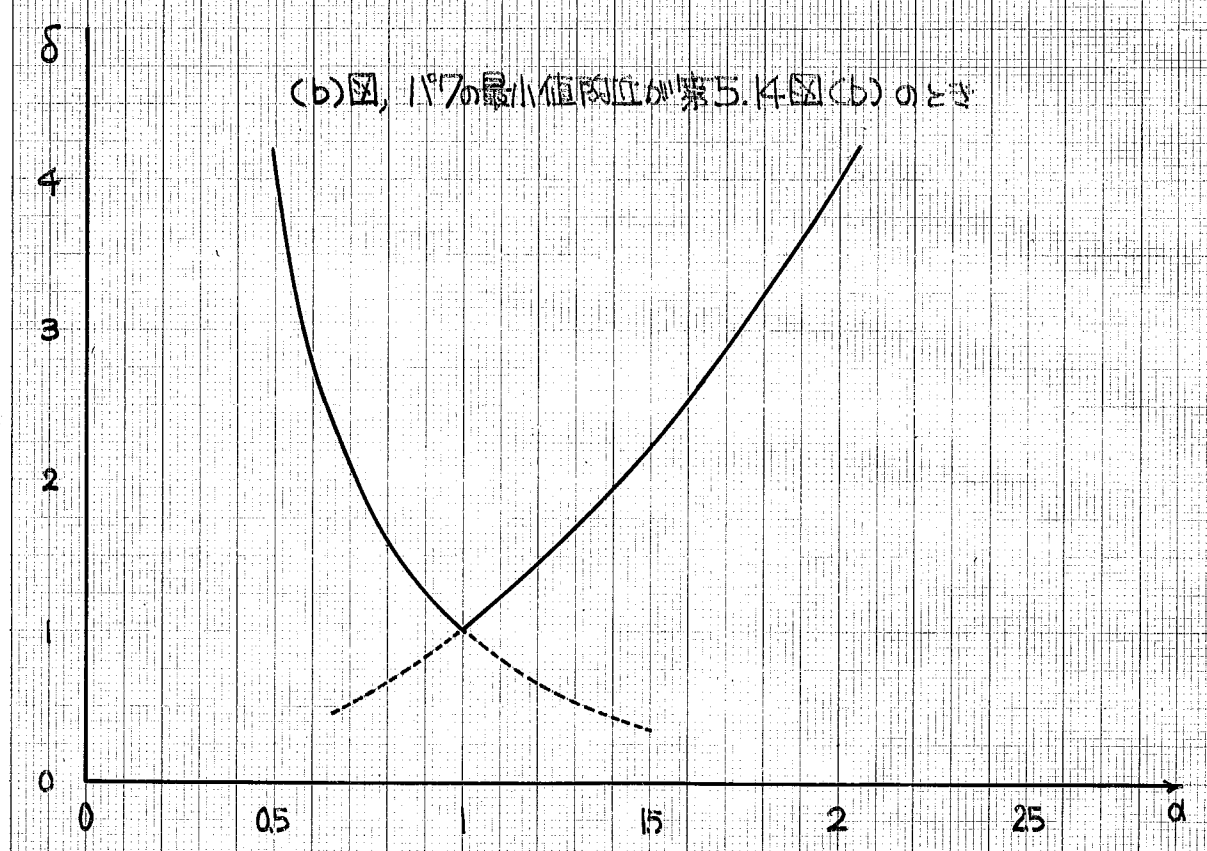
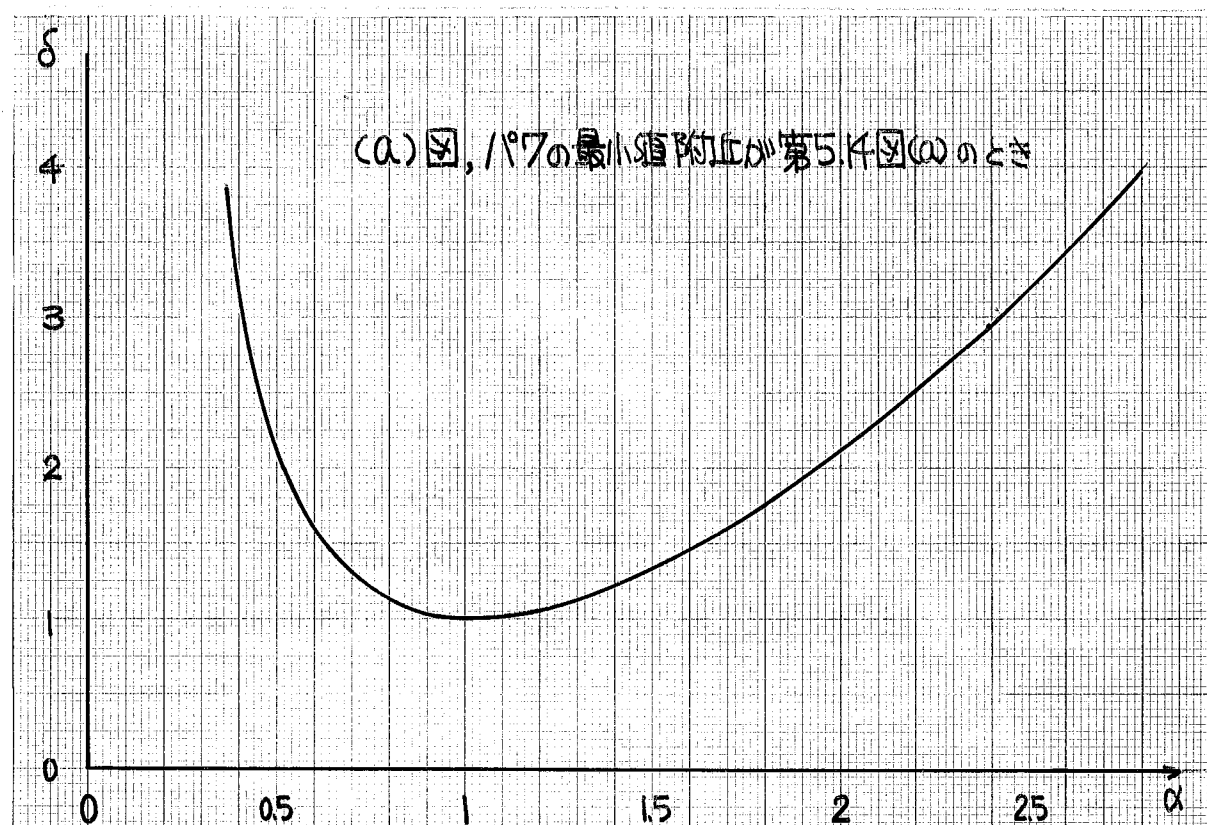
このとき最直結合係数は第5.14図(b)(前頁)より n_{m1} であることが分る。したがって、すでに定義した δ は次のように表わすことができる。

$$\delta = \frac{R_1/\alpha^2 n_{m1}^2 + e_1 \alpha^2 n_{m1}^2 + m_1}{R_1/n_{m1}^2 + e_1 n_{m1}^2 + m_1} \quad (\alpha > 1 \text{ のとき}) \quad (5.38)$$

$$\delta = \frac{R_2/\alpha^2 n_{m1}^2 + e_2 \alpha^2 n_{m1}^2 + m_2}{R_2/n_{m1}^2 + e_2 n_{m1}^2 + m_2} \quad (\alpha < 1 \text{ のとき}) \quad (5.39)$$

ここでも最悪の場合を想定すると、第5.14図(b)において示す最直結合係数の値 n_{m1} が、 P_A の微係数の大きき所での値すなわち $n_{m1} \gg \sqrt{R_2/e_2}$ のときであってかつ $m_1 \rightarrow 0$ の場合に相当する。同様にして(5.39)式においては $n_{m1} \ll 4\sqrt{R_2/e_2}$ であつ $m_2 \rightarrow 0$ の場合を考察すればよい。

この結果から、最悪の場合について δ の値を求めると次のようになる。



第5.15図 最適値に対する結合係数の倍率と、このときのパワの増加比率との関係

$$\left. \begin{array}{ll} \alpha \geq 1 \text{ のとき} & \delta = \alpha^2 \\ \alpha \leq 1 \text{ のとき} & \delta = \frac{1}{\alpha^2} \end{array} \right\} \text{----- (5.40)}$$

(5.40)式の関係を図示すると、第5.15図(c)の結果が得られる。この場合たとえば $\delta \leq 1.1$ とすると α についての許容範囲は次のように表わすことができる。

$$0.95 < \alpha < 1.05 \text{ ----- (5.41)}$$

以上で考察した第5.14図(a)(b)(P58)を比較すると、電動機の連続定格電力 P_A の最小値附近が第5.14図(b)の場合は、(a)の場合に較べてかなりの厳密性が要求されることが分る。

<5.5.ii> 損失を最小にするパワーマッチングの場合

サーボ系の損失は次の(5.42)式によって一般的に表わすことができる。(P38(4.29)式, P56(5.30)式参照)

$$P_{\text{loss}} = R_3 n_{mx}^2 + \frac{l_3}{n_{mx}^2} + m_3 \text{ ----- (5.42)}$$

したがって損失 P_{loss} が最小となる点附近における P_{loss} と n_{mx} との関係は第5.14図(a)(P58)によって表わすことができる。したがって

<5.5.i> における(a)の場合(P58)と同様に考えることができる。

<5.6> パワーマッチングを考慮した設計例

ここでは文献(2)において取扱われている直径60ftの追跡用大型レーダアンテナの駆動部について、これまで述べてきたパワーマッチングの考え方を中心に考察していく。

〈5.6.i〉 仕様の整理

与えられた仕様のうちから駆動部の設計に必要なものを抜きだすと次のようになる。

最大負荷角速度 ω_{ep} : 0.105 [rad/sec]

最大負荷角加速度 α_{ep} : 0.139 [rad/sec²]

クローン摩耗に打勝つためのトルク τ_f : $22,000$ [ft·lb]

($= 2.98 \times 10^4$ [N·m])

負荷軸に加えられる外乱トルク : $180,000$ [ft·lb]

($= 2.44 \times 10^5$ [N·m])

(外乱によるトルクとしては、最悪の場合を想定し風速35mphのとき風圧によってアンテナが受けるトルクが指定されている。)

負荷のイナーシャ J_e : $750,000$ [ft·lb·sec²]

($= 1.02 \times 10^6$ [N·m·sec²])

またパワマッチングにおいて必要となる基準振巾(P44参照)の代わり

に、ここでは負荷のイナーシャを加速するための最大トルクと実効トルク

との比率が与えられていて、この値は 1.27 である。

さらに歯車の効率を 80 % とみなして電動機、電力増倍巻を選定することが要求されている。

〈5.6.ii〉 基本応答の決定

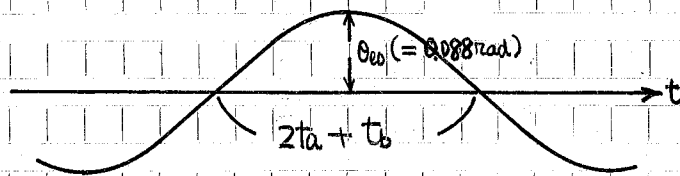
与えられた仕様から、パワマッチングの計算のために必要となる負荷軸の基本応答をもとめると第5.15図(次頁)のような結果が得られる。こ

の図において t_a は (5.3) 式 (P45) より

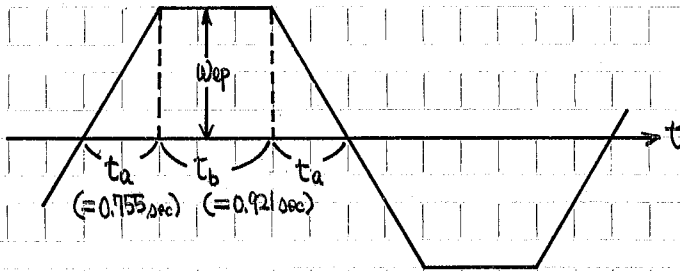
$$t_a = \frac{0.105}{0.139} = 0.755 \text{ ----- (5.43)}$$

となる。

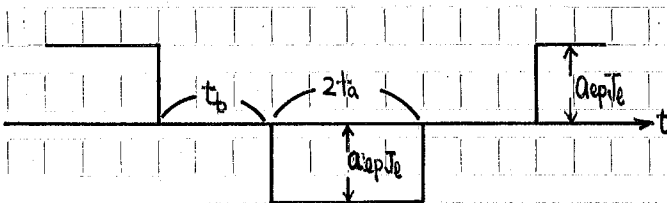
(a) 負荷軸の回転角



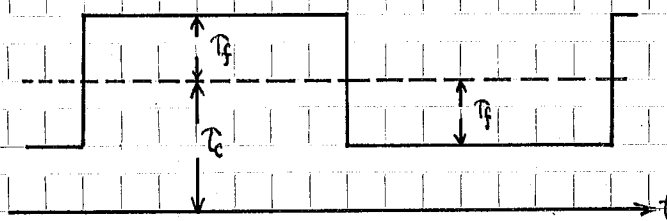
(b) 負荷軸の角速度



(c) 負荷のイナーシャを加速するトルク



(d) クーロン摩擦と外乱によるトルク



また仕機で与えられた負荷のイナーシャを加速する

ために必要となる最大トルク $[T_J]_{\max}$ と実効トルク

$[T_J]_{\text{r.m.s}}$ との比率から次の

計算式が成り立つ。(第

5.15 図 (c) 参照)

$$\frac{[T_J]_{\max}}{[T_J]_{\text{r.m.s}}} = \frac{J_0 a_{0p}}{J_0 \sqrt{\frac{(a_{0p})^2 \times 2t_a}{2t_a + t_b}}} = 1.27 \quad (5.44)$$

したがって

$$t_b = 0.921 \text{ (sec)} \quad (5.45)$$

となる。

(5.43) 式 (5.45) 式を

使って基準振巾 θ_{00} を求め

ると次のようになる。

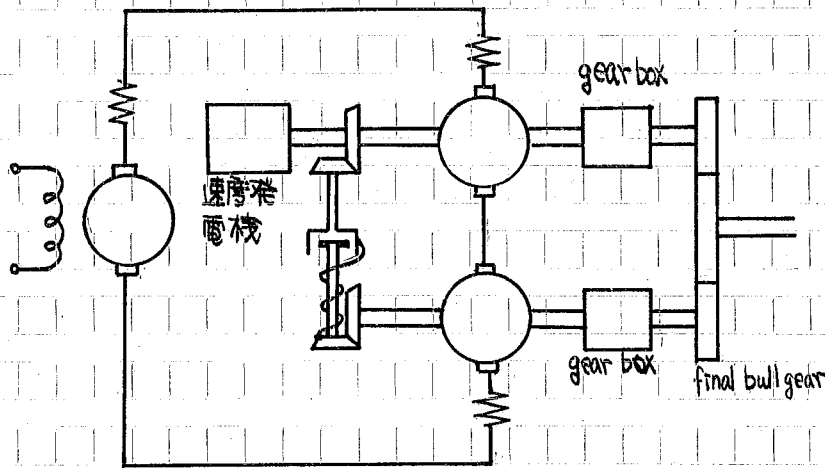
$$2\theta_{00} = \left(\frac{1}{2} \omega_{0p} t_a\right) \times 2 + \omega_{0p} t_b = 0.176 \text{ [rad]} \quad (5.46)$$

第5.15 図 負荷軸での基準応答

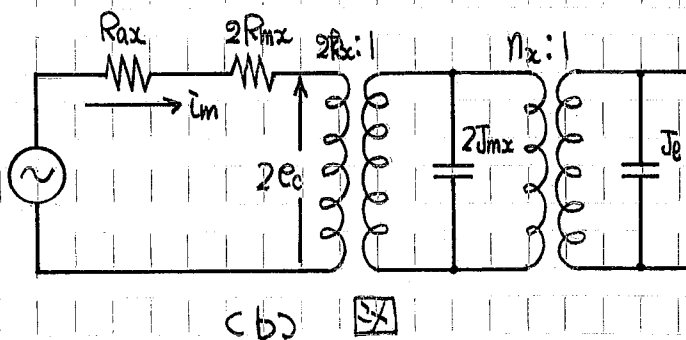
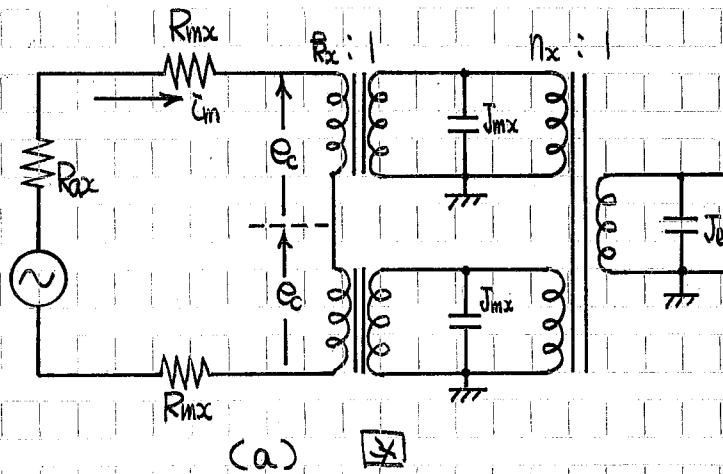
<5.6.iii> レーダ用アンテナ駆動部構造上の問題

一般に追跡用レーダアンテナにおいては、速度誤差を小さくするために

ループゲインの高い系になることが予想される。このため歯車列にあるバ



第5.16図 駆動部の構成



第5.17図 第5.16図の等価回路

バックラッシュは系の安定性の上で極めて悪い影響を与えることになる。そこで大型のレーダ用サーボ機構においてバックラッシュを排除する方法は色々考えられて

いるが、そのうちで多く使われる方法として、

第5.16図のような機械的方法があげられる。

ただし使用する2台の電動機は特性の等しいものとする。第5.16図の機械系を等価回路をもとに

て表わすと第5.17図(a)の等価回路が得ら

れる。これはさらに、同図(b)のように等価変換することができる。し

たかつて等価的に、次の(5.47)式(5.48)式

のような特性をもつ1台の電動機を使用する場合と同様にしてパワマッチングを考察していくこと

ができる。まず第5.17図(b)における電動機の瞬定数 T_m をもとめると次のようになる。

$$T_m = \frac{2R_{mx} \cdot 2J_{mx}}{(2R_x)^2} = \frac{R_{mx} J_{mx}}{R_x} \quad (5.47)^*$$

また速度変動率を ε_m とすると次のようになる。

$$\varepsilon_m = \frac{(2e_{CA} + 2R_{mx} i_{mA}) - 2e_{CA}}{2e_{CA}} = \frac{(e_{CA} + R_{mx} i_{mA}) - e_{CA}}{e_{CA}} \quad (5.48)$$

ただし第5.17図(b)において電動機の連続定格起電力を $2e_{CA}$ 、連続定格電機子電流を i_{mA} で表わすものとする。

(5.47)式(5.48)式の結果、第5.17(b)の電動機は、同図(a)の1台の電動機に等しい T_m ε_m をもつことが分る。以後図(b)の電動機を基準化し、これをもちいて「パワーマッチング」を考えよう。

<5.6.17> 負荷が要求する電動機の瞬時定格電力と結合係数との関係
P46 <5.2.ii>より負荷が要求する電動機の瞬時定格電力 P_A' は第5.5図(P47)の点B'によって決定される。点B'における基準化電動機の電流および起電力は、毎車312の効率を η とすると次のようになる。

$$I_{mB'} = \frac{T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e}{n_{mx} \eta} + \alpha_{ep} T_m n_{mx} \quad (5.49)^{**}$$

$$E_{CB'} = n_{mx} \omega_{ep} \quad (5.50)$$

上式に仕様で与えられた数値を代入する。ただしここには直流サーボモータを使用するものとして、 $T_m = 0.03$ [sec] $\varepsilon_m = 0.04$ とする。また後で必要になる α_i α_e β_1/β_2 の値は次のようなものとする。

$$\alpha_i = \alpha_e = 1.7$$

$$\beta_1/\beta_2 = 2$$

したがって

(*) 添字 x は現段階において未知数であることを示しているものとする。

(**) 負荷軸が要求するトルクは $T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e$ によって表わされるが、 $T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e > 0$ のときこれによる基準化電動機の電流は $(T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e)/n_{mx} \eta$ となる。また $T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e < 0$ のとき電流は $(T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e) \eta / n_{mx}$ となる。与えられた数値から $T_f + T_c + \alpha_{ep} J_e > 0$ である(5.49)式が導かれる。

$$I_{mB'} = 4.17 \times 10^{-3} n_{mx} + 5.19 \times 10^5 \times \frac{1}{n_{mx}} \quad (5.51)$$

$$E_{cB'} = 1.05 \times 10^{-1} n_{mx} \quad (5.52)$$

が得られる。この結果を (5.12) 式 (5.13) 式* に代入すると次のようになる。

$$P_{A2'} = 0.037 \left(0.109 n_{mx} + 5.19 \times 10^5 \times \frac{1}{n_{mx}} \right)^2 \quad (5.53)$$

$$P_{A1'} = 25.0 \left(4.17 \times 10^{-3} n_{mx} + 5.19 \times 10^5 \times \frac{1}{n_{mx}} \right)^2 \quad (5.54)$$

しに於て負荷が零とする基準化電動機の瞬時定格出力 $P_{Ae'}$ と結合係数との関係は

$$P_{Ae'} = \text{Max} (P_{A1'}, P_{A2'})$$

より第 5.19 図 (P69) のように表わすことができる。

< 5.6.7 > 負荷が零とする電動機の連続定格出力と結合係数との関係

基準化電動機を流れる電機子電流の実効値 I_{mr} は換車比における効率 η として次のように表わすことができる。

$$I_{mr} = \left[2a_{ep} \omega_{ep} T_m^2 n_{mx}^2 + \left\{ (T_f^2 + T_c^2) \left(\frac{2\theta_{eo}}{\omega_{ep}} + \frac{\omega_{ep}}{a_{ep}} \right) + 2a_{ep} \omega_{ep} T_e^2 \right\} \times \frac{1}{n_{mx}^2 \eta^2} + \frac{4a_{ep} \omega_{ep} T_m T_e}{\eta} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{2\theta_{eo}/\omega_{ep} + \omega_{ep}/a_{ep}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5.55)$$

また逆起電力の実効値 E_{cr} 、入力電圧の実効値 E_{ir} は (5.18) 式 (P49)、(5.22) 式 (P50) をもちいて計算することができる。

$$I_{mr} = \left(1.07 \times 10^{-5} n_{mx}^2 + 1.14 \times 10^{11} \frac{1}{n_{mx}^2} + 9.00 \times 10^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.56)$$

$$E_{cr} = 8.03 \times 10^{-2} n_{mx} \quad (5.57)$$

* P48 参照

$$E_{ir} = (6.40 \times 10^{-3} n_{mx}^2 + 1.14 \times 10^{11} \frac{1}{n_{mx}^2} + 9.00 \times 10^2)^{1/2} \quad (5.58)$$

したがって (5.21) 式 (P50), (5.23) 式 (P51) をもてると,

$$P_{A1} = 2.68 \times 10^{-4} n_{mx}^2 + 2.85 \times 10^{12} \frac{1}{n_{mx}^2} + 2.25 \times 10^4 \quad (5.59)$$

$$P_{A2} = 2.76 \times 10^{-4} n_{mx}^2 + 4.92 \times 10^9 \frac{1}{n_{mx}^2} + 3.99 \times 10^4 \quad (5.60)$$

が得られる。

電動機の連続定格出力 P_{Ae} は $\text{Max}(P_{A1}, P_{A2})$ によって与えられるので、この関係を図示すると第5.19図 (P69) が得られる。

<5.6.VI> 電動機の大さを最小にするパワーマッチング

第5.19図 (P69) より用さかばように P_{Ae} の最小値附近においては

$$P_{Ae} > P_{Ae}' / a_p \quad (5.61)$$

となること分かる。したがって使用する電動機の大さは連続定格出力 P_{Ae} によって決定されることになる。これより最適結合係数と最小連続定格出力を求めると次の結果が得られる。

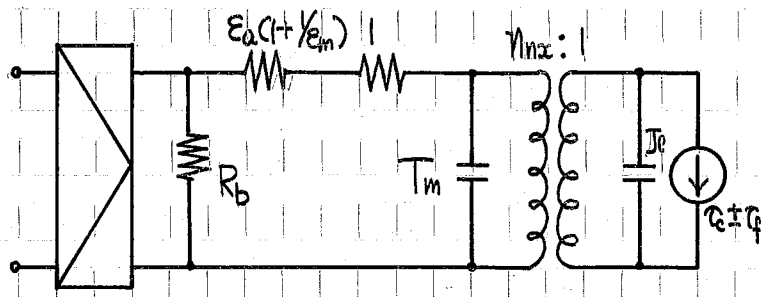
$$n_{mx} = 1.01 \times 10^4 \quad (5.62)$$

$$P_A = 77.8 \text{ (KW)} \quad (5.63)$$

以上の結果、ここに選定する電動機は 78 (KW) 程度の連続定格出力をもつことが必要になる。

<5.6.VII> サーボ系の損失を最小にするためのパワーマッチング

基準化電力増幅器および基準化電動機における損失は、次の第5.18図 (次頁) における損失として考えることができる。同図において抵抗 R_b の値は次のようになる。



$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_{bm}} + \frac{1}{R_{ba}}$$

$$= \frac{\varepsilon_m^2 \beta_2}{\beta_1} + \frac{\varepsilon_a \varepsilon_m \beta_{2a}}{(1+\varepsilon_a)(1+\varepsilon_m)\beta_a}$$

(5.64)

第5.18図 損失計算のための等価回路

使用する電力増幅器としては第5.16図(P64)を用いるものとする。

増幅器の損失比率 β_{1a}/β_{2a} は 2.0, 電力増幅器の電圧変動率 ε_a は 0.04 程度と考えられる。この数値を(5.64)式に代入すると

$$R_b = 6.62 \times 10^2 \text{ } [\Omega]$$

となる。

したがって第5.18図における損失を計算すると次のような結果が得られる。(P56(5.30)式)

$$P_{\text{loss}} = 3.15 \times 10^{-5} n_{12}^2 + 2.32 \times 10^{-11} \frac{1}{n_{12}^2} + 1.83 \times 10^3 \text{ } \text{-----} (5.65)$$

(5.65)式で表わされる損失を最小にするための最適結合係数は

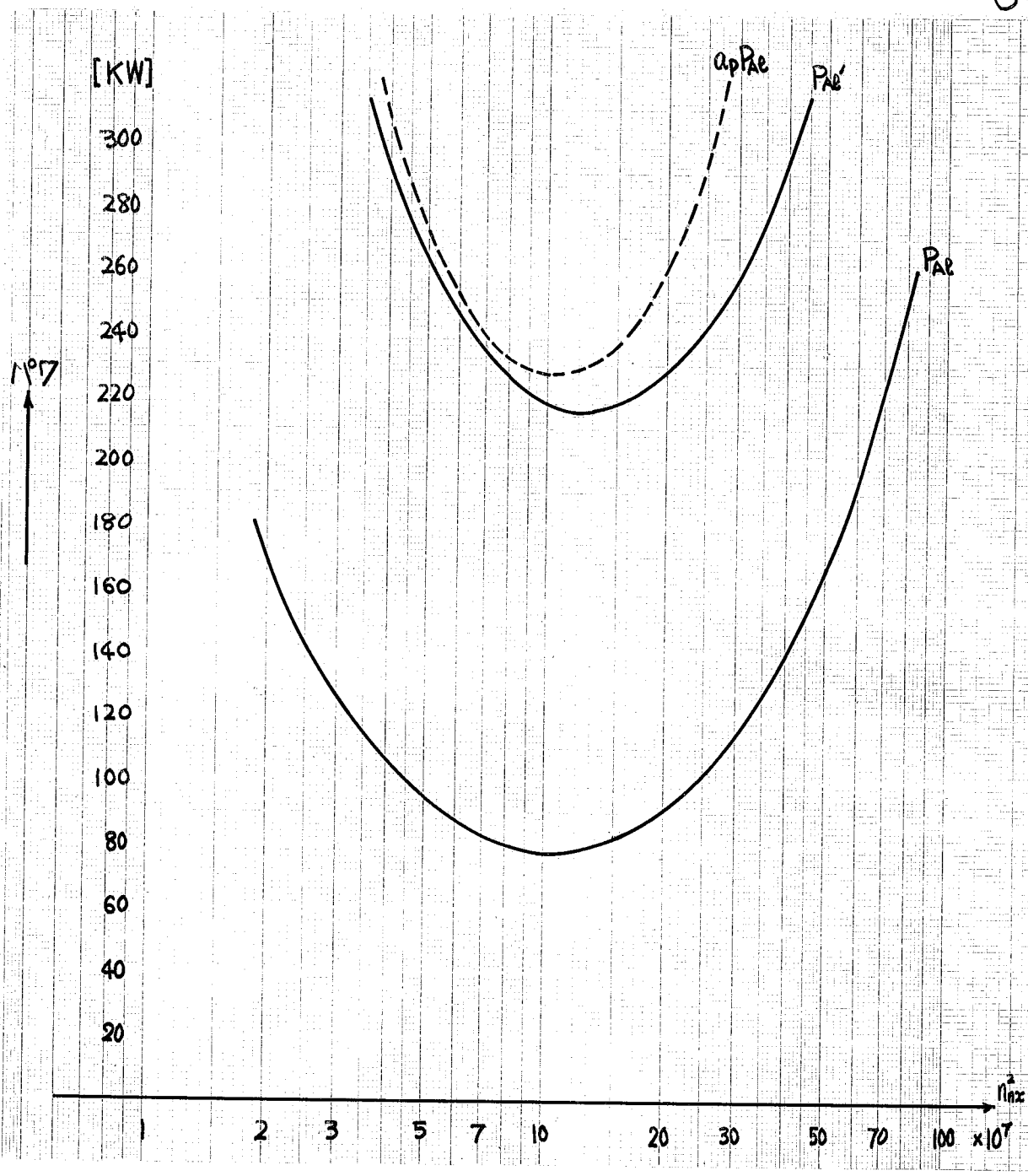
$$n_{12} = 9.25 \times 10^3 \text{ } \text{-----} (5.66)$$

となる。

以上で求めた結果から明らかのように、電動機の連続定格出力最小の付近および損失最小の付近は、いずれも第5.14図(a)(P58)の場合に相当することから、このことを考慮すると、(5.66)式および(5.62)式(前頁)で求めた、各々の場合の最適結合係数の代わりに

$$n_{12} = 1.0 \times 10^4 \text{ } \text{-----} (5.67)$$

を使用したとしても α の値は、たかだか 1.08 程度でありこれによって生じる誤差は無視できることから、すなわち、(5.67)式の結合



第5.19図 結合係数とパワの関係

係数は、初期設備費および運転費の両面から実用上最適な結合係数であるといえる。

第6章 サーボ機構におけるパワマッチング (2)

前章では、仕様で与えられた負荷軸の最大角速度および最大角加速度を使ってパワマッチングを考察した。これに対して、この章では次のような問題をとりあげて考察を進める。

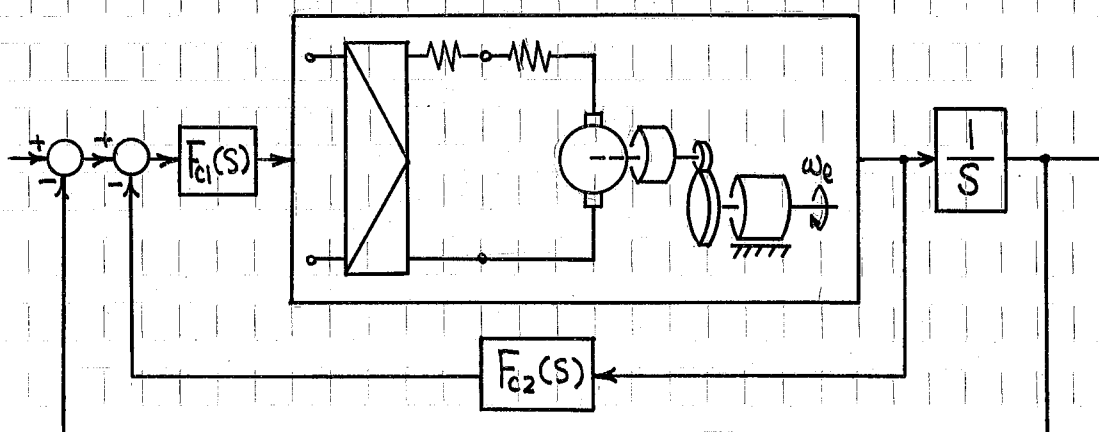
サーボ系の入力信号について、その統計的性質があらかじめ分かっている場合には、電動機の連続定格出力およびサーボ系の損失に関する問題は、統計的に考えていかなければならない。このとき与えられた負荷を接続した基準化電動機を想定し、ここでの入力電圧および電機子電流を求め、それらの二乗平均を計算しなければならぬ。この章では高次サーボ系の応答は、一般に二次サーボ系の応答で近似することのできるものと考えて二次サーボ系において基準化電動機を使用した場合の入力電圧、電機子電流を求めて(〈6.1〉節 〈6.2〉節内容) これらの二乗平均を計算する。つぎに、この結果を応用してパワマッチングに関する考察を進める。(〈6.3〉節 〈6.4〉節内容)

〈6.1〉 基準化電動機の入力電圧および電機子電流に関する考察

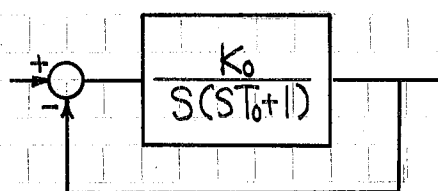
この節では第6.1図によって示されるサーボ系のパワ部^{*}を基準化電動機、基準化電力増幅器を使って整理しブロック線図で表現することを目的としている。ここで求めたブロック線図をもちいると、入力電圧および電機子電流に関する考察が容易になる。

第6.1図によって示されるサーボ系において入力に加えられる信号分に対する応答は、一般に補償回路 $F_{c1}(s)$ $F_{c2}(s)$ を適切に調整することによって、この高次系が持つ代表根に等しい特性根をもつ二次サーボ系の応答によって充分良く近似することができる。ここでは、このような近次二次サーボ系を第6.2図のブロック線図によって表わすものとする。

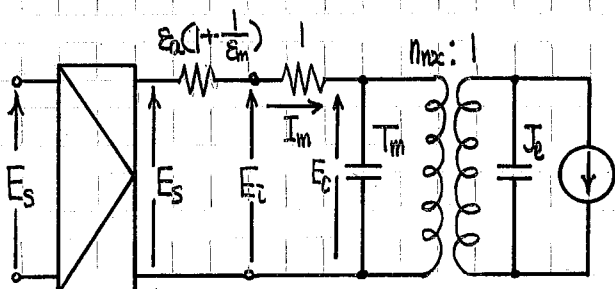
* 電動機、電力増幅器、歯車列、負荷を総称してパワ部とよぶことにする。



第6.1図 サーボ系のブロック線図



第6.2図 近似二次サーボ系

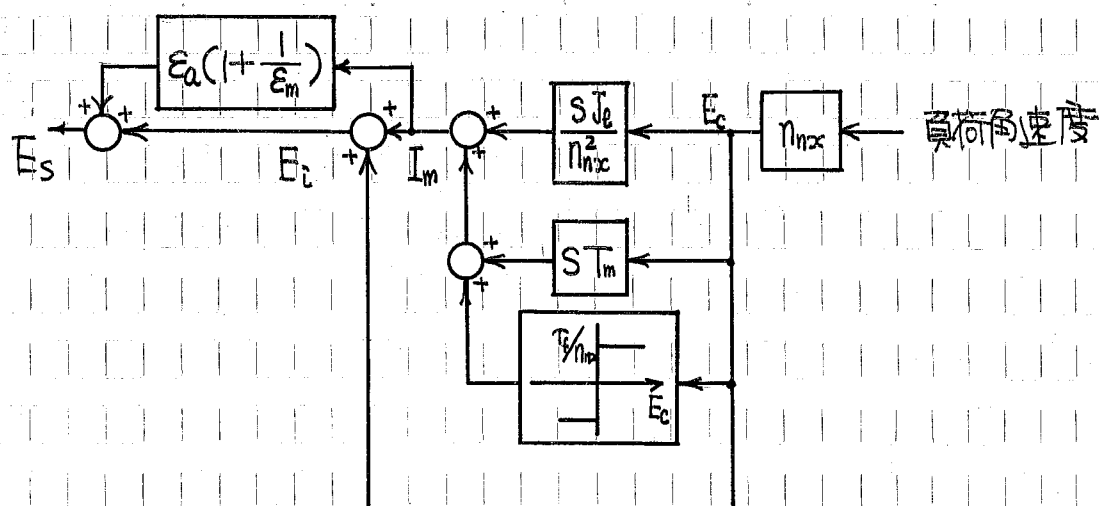


第6.3図 第6.1図の負荷を基準化電動機および基準化電力増幅巻に接続したときの等価回路

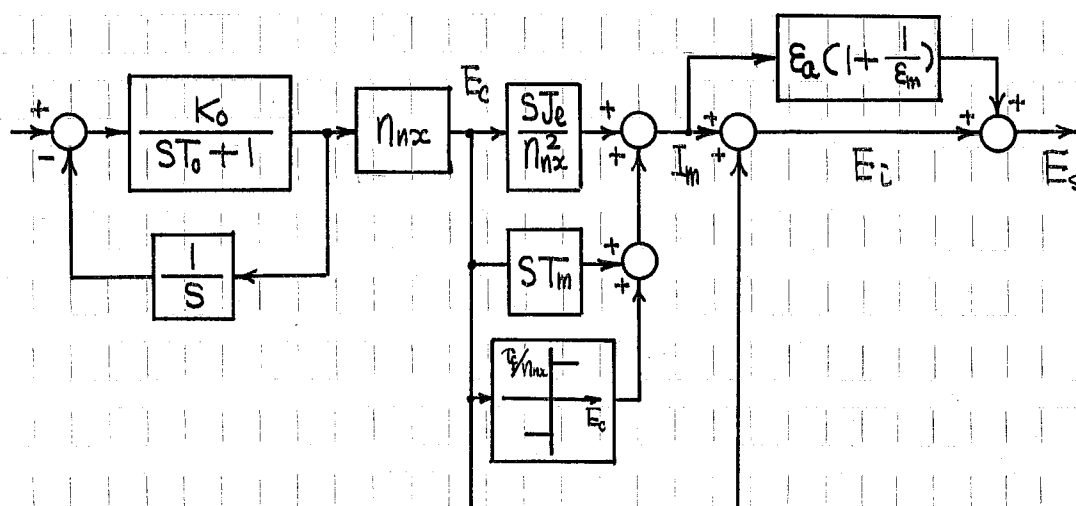
すでに前章で述べたように、パワマッチングを考慮する場合、与えられた負荷を基準化電動機、基準化電力増幅巻に接続したとき指定された性能をもたせるために必要となるパワを問題にすればよい。すなわちここでは第6.3図の等価回路をもちいて、パワを考察してゆけばよいことになる。

第6.3図においては基準化電力増幅巻入力電圧 E_s が入力、負荷角速度が出力であるが、仮想的に入出力の向きを反転し負荷角速度を入力、基準化電力増幅巻入力電圧を出力とみほしたときのブロック線図は第6.4図(次頁)によって表わすことができる。

さらに第6.1図の高次サーボ系において負荷軸での応答が、第6.2図の二次系によって近似することが可能である場合、この近似系を使って



第6.4図 第6.3図のブロック線図

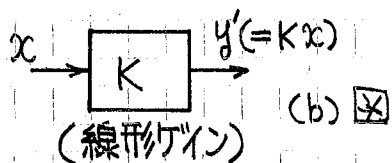
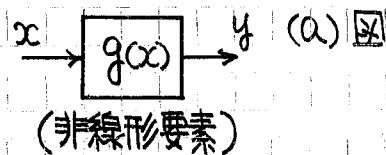


第6.5図 パワマッチングを考察する際にもちうるブロック線図

負荷軸での角速度を求め、これを第6.4図の入力に接続するものと考え
る。以後〈6.3〉節において基準化電動機入力電圧、電機子電流の二乗
平均を求める際に、第6.5図のブロック線図をもちうる。

〈6.2〉 等価ゲイン法^{*}による非線形要素の線形化

第6.3図 および第6.4図のクーロン摩擦による非線形要素はこのま
 まで取扱いは複雑になるので線形近似をもちいることが便利である。こ
 の節では線形近似法について基礎的な考察を加えることを目的としている。
 非線形要素をもつ制御系にステップ状入力が入力される場合の安定性の
 問題は、記述関数をもちいることによって簡単に考察することができた。
 この考え方はサーボ系に定常不規則信号が加えられる場合にも、次のよう
 に定義する等価ゲインをもちいることによって拡張することができる。



第6.6図 (a) (b) に示すように、非線
 形要素と線形分圧器(増幅器)の入力を x
 出力を y, y' としたとき、出力信号の差
 $y - y'$ の二乗平均は次のように表わすこと
 ができる。

$$E[(y - y')^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \{g(x) - Kx\}^2 f(x) dx \quad (6.1)^{**}$$

第6.6図 非線形要素
 と線形分圧器(増幅器)

上式において $f(x)$ は入力信号 x の確率密
 度関数であるとする。ここで(6.1)式の
 $E[(y - y')^2]$ を最小にする K を等価ゲイン

と定義し、これによって第6.6図の非線形要素を近似するものとする。
 このよう近似によっても、通常のサーボ系においては非線形要素の出力
 に low pass filter が接続されることになるため実用上は充分な精度が得
 られる。

(6.1)式を K で微分して $E[(y - y')^2]$ を最小にする等価ゲイン K の値
 を求めると次のようになる。

$$K = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x g(x) f(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx} = \frac{E[xy]}{E[x^2]} \quad (6.2)$$

* 正しくは 植木他「統計的自動制御理論」PP 246-270
 1965 (コロナ社)

** $E[(y - y')^2]$ は $y - y'$ の二乗平均を表わす。以下同様。

非線形要素の入力 x は、その確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (6.3)$$

で表わされるような正規分布であるとする。(6.3)式を(6.2)式に代入して等価ゲインを計算すると次の結果が得られる。

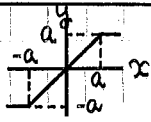
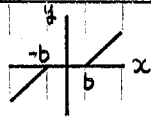
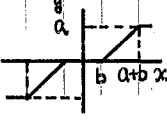
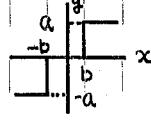
$$K = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^{\infty} x g(x) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \frac{d}{dx} \left\{ \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \right\} dx$$

部分積分を行なうと

$$K = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{d}{dx} g(x) \right\} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) dx \quad (6.4)$$

となる。したがって(6.4)式をもちいると非線形要素 $g(x)$ の微分値が分かると、等価ゲイン K の値を知ることができるようになる。

しばしばもちいられる代表的な非線形要素について、(6.4)式より等価ゲイン K を計算すると第6.1表のように整理することができる。

	非線形要素	等価ゲイン K
(a)		$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_x} \int_0^a \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) dx = \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)$
(b)		$1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sigma_x}\right)$
(c)		$\operatorname{erf}\left(\frac{a+b}{\sigma_x}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sigma_x}\right)$
(d)		$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)$

第 6.1 表 非線形要素と等価ゲイン

第6.1表の結果をもちいると、非線形要素の入力 x に関してその分散 σ_x^2 が求まると同時に等価ゲイン K の値を知ることが出来る。

さらに第6.1表(d)において $b=0$ とすると、サーボ系で問題になるクーロン摩擦による非線形要素の等価ゲインを計算することが出来るが、そのためには、まず第6.5図(P73)をもちいて基準化電動機並起電力をもとめて、その分散(二乗平均) σ_{Ec}^2 を計算しなくてはならない。いま第6.1図(P72)のサーボ系について、入力信号のパワースペクトル密度が $\Phi_{RR}(\omega)$ として表わされているものとする、分散 σ_{Ec}^2 は次の(6.5)式をもちいて計算することが出来る。

$$\sigma_{Ec}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{hx}}{S(ST_0+1) + K_0} \right|_{s=j\omega}^2 \Phi_{RR}(\omega) d\omega \quad \text{----- (6.5)*}$$

したがって、クーロン摩擦の等価ゲイン K は次のように表わすことが出来る。

$$K = \frac{1}{n_{hx}^2} \times \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \tau_f}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0}{S(ST_0+1) + K_0} \right|_{s=j\omega}^2 \times \Phi_{RR}(\omega) d\omega}} \quad \text{----- (6.6)}$$

(6.6)式で求めた等価ゲインの逆数は等価的に電動機側に換算した負荷抵抗を表わすことになるので、見掛け上の負荷における抵抗(回転レスポンス)を γ_e とすると、 γ_e は次のようになる。

$$\gamma_e = \frac{\left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0}{S(ST_0+1) + K_0} \right|_{s=j\omega}^2 \Phi_{RR}(\omega) d\omega \right\}^{1/2}}{\tau_f \sqrt{\frac{2}{\pi}}} \quad \text{----- (6.7)}$$

サーボ系の入力信号の微分値 $\dot{x}$ (速度入力)のパワースペクトル密度 $\Phi_{RR}(\omega)$ が次のように与えられている場合を例にとると**

$$\Phi_{RR}(\omega) = \frac{4T_1 \sigma^2}{1 + \omega^2 T_1^2} \quad \text{----- (6.8)}$$

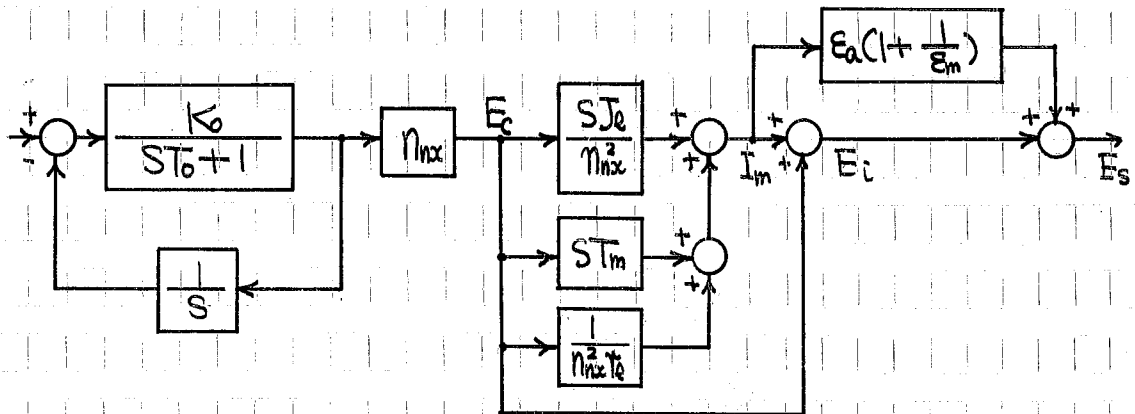
このとき見掛け上の抵抗 γ_e は次のように表わすことが出来る

* サーボ系の入力から基準化電動機並起電力 E_c までの伝達関数は第6.5図より $\frac{SK_0 n_{hx}}{S(ST_0+1) + K_0}$ となることを考慮して導いた式である。

** 次節においてもこの例を使って説明する。

$$r_e = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2} \pi} \left\{ \frac{2k_0 T_0^2 (T_1 + T_0)}{T_0 + T_1 + k_0 T_1^2} \right\}^{1/2} \quad (6.9)$$

以後統計的にパワマッチングを考察するにあたっては、第6.5図 (P73) のブロック線図における非線形要素を、(6.7) 式で与えられる等価線形抵抗で置換した第6.7図について考える。



第6.7図 パワマッチングを考察する際にも与えるブロック線図 (2)

第6.7図を使って、次節で述べるパワマッチングの計算において必要とする、入力から基準化電動機電流 I_m 、入力から基準化電動機入力電圧 E_i 、入力から基準化電力増幅率までの伝達関数を求めると次のようになる。

(i) 入力から基準化電動機電流 I_m までの伝達関数 $F_1(s)$

$$F_1(s) = \frac{S K_0 n_{nx}}{S^2 T_0 + S + K_0} \left\{ \frac{1}{r_e n_{nx}^2} + S \left(T_m + \frac{J_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \quad (6.10)$$

(ii) 入力から基準化電動機入力電圧 E_i までの伝達関数 $F_2(s)$

$$F_2(s) = \frac{S K_0 n_{nx}}{S^2 T_0 + S + K_0} \left\{ 1 + \frac{1}{r_e n_{nx}^2} + S \left(T_m + \frac{J_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \quad (6.11)$$

(iii) 入力から基準化電力増幅器入力電圧までの伝達関数 $F_3(s)$

$$F_3(s) = \frac{SK_0 n_{nx}}{s^2 T_0 + s + K_0} \left\{ 1 + \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) \frac{1}{n_{nx}^2 \gamma_e} + s \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) \left(T_m + \frac{T_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \quad (6.12)$$

〈6.3〉 電動機大きさを最小にするためのパワマッチング

与えられた負荷を基準化電動機および基準化電力増幅器に接続した状態をとりあげてパワマッチングを考察するにあたり、サーボ系の性能に関してはあらかじめ第6.2図(P72)の二次系の応答に近似的に等しい過渡応答をもつことが指定されているものとする。

このとき与えられた性能に関する条件を完全に満足している場合の基準化電動機入力電圧 および電機子電流の二乗平均(分散)は(6.10)式(6.11)式(前頁)をもちいて計算すると次のようなものでなければならぬことが分かる。

$$E[E_i^2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{nx}}{s^2 T_0 + s + K_0} \left\{ 1 + \frac{1}{n_{nx}^2 \gamma_e} + s \left(T_m + \frac{T_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \right|^2_{s=j\omega} \Phi_{RR}(\omega) d\omega \quad (6.13)$$

$$E[I_m^2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{nx}}{s^2 T_0 + s + K_0} \left\{ \frac{1}{n_{nx}^2 \gamma_e} + s \left(T_m + \frac{T_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \right|^2_{s=j\omega} \Phi_{RR}(\omega) d\omega \quad (6.14)$$

(6.13)式(6.14)式をもちいて、第4.2図(P27)における点 A_1 点 A_2 における基準化電動機連続定格電力 P_{A1} P_{A2} を計算すると次のような結果が得られる*。

$$\begin{aligned} P_{A1} &= \frac{1}{\varepsilon_m} E[I_m^2] \\ &= \frac{1}{2\pi \varepsilon_m} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{nx}}{s^2 T_0 + s + K_0} \left\{ \frac{1}{n_{nx}^2 \gamma_e} + s \left(T_m + \frac{T_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \right|^2_{s=j\omega} \Phi_{RR}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (6.15)$$

* (6.13)式(6.14)式から実効値 $\sqrt{E[E_i^2]}$, $\sqrt{E[I_m^2]}$ を計算し、この値を第4.2図(P27)上に描く。

$$\begin{aligned}
 P_{A2} &= \frac{E[E^2]}{(1 + 1/\varepsilon_m)^2} \times \frac{1}{\varepsilon_m} \\
 &= \frac{\varepsilon_m}{2(\varepsilon_m + 1)^2 \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{S K_0 n_{nx}}{S^2 T_0 + S + K_0} \left\{ 1 + \frac{1}{n_{nx}^2 \gamma_e} + S \left(T_m + \frac{J_e}{n_{nx}^2} \right) \right\} \right|_{S=j\omega}^2 \Phi_{RR}(\omega) d\omega
 \end{aligned} \quad (6.16)$$

具体的にサーボ系の入力信号の微分値が (6.8) 式 (P76) のように与えられているとき (6.15) 式の P_{A1} は次のように表わす。

$$\begin{aligned}
 P_{A1} &= \frac{1}{2\varepsilon_m \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\{ 1/n_{nx}^2 \gamma_e + S(T_m + J_e/n_{nx}^2) \} 2\sqrt{T_1} \omega_i K_0 n_{nx}}{S^3 T_0 T_1 + S^2(T_0 + T_1) + S(1 + K_0 T_1) + K_0} \right|_{S=j\omega}^2 d\omega \\
 &= \frac{2T_1 \omega_i^2 K_0}{\varepsilon_m (T_0 + T_1 + K_0 T_1^2)} \left\{ n_{nx}^2 K_0 T_m^2 + \frac{1}{n_{nx}^2} (J_e^2 K_0 + \frac{T_0 + T_1}{\gamma_e^2}) + 2K_0 J_e T_m \right\} \quad (6.17)
 \end{aligned}$$

同様にして (6.16) 式の P_{A2} は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}
 P_{A2} &= \frac{\varepsilon_m}{2(\varepsilon_m + 1)^2 \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\{ 1 + 1/n_{nx}^2 \gamma_e + S(T_m + J_e/n_{nx}^2) \} 2\sqrt{T_1} \omega_i K_0 n_{nx}}{S^3 T_0 T_1 + S^2(T_0 + T_1) + S(1 + K_0 T_1) + K_0} \right|_{S=j\omega}^2 d\omega \\
 &= \frac{2T_1 \omega_i^2 K_0 \varepsilon_m}{(\varepsilon_m + 1)^2 (T_0 + T_1 + K_0 T_1^2)} \left\{ n_{nx}^2 (K_0 T_m^2 + T_0 + T_1) + \frac{1}{n_{nx}^2} (J_e^2 K_0 + \frac{T_0 + T_1}{\gamma_e^2}) + 2(K_0 J_e T_m + \frac{T_0 + T_1}{\gamma_e}) \right\}
 \end{aligned} \quad (6.18)$$

以上の (6.15) 式 (6.16) 式の結果をもちいて、負荷が要求する電動機の連続定格出力 P_{Ae} は次のように表わすことができる。

$$P_{Ae} = \text{Max} (P_{A1}, P_{A2}) \quad (6.19)$$

また負荷が要求する電動機の瞬時定格出力 $P_{Ae'}$ については、前章で述べたように入力信号のうちで最も苛酷な場合をとりあげて、(5.11) 式 (P48) をもちいて考察してあげよう。このようにして P_{Ae} と $P_{Ae'}$ とが決まると電動機の大さを最小にするためのパワーマッチングを求めることができる。

次にこのようにして求めたパワーマッチングの結果について、実用上の立場から検討を加える。(6.15) 式 (6.16) 式の結果は、厳密にはサーボ

系の負荷軸の応答が、第6.2図(P72)で示した二次系の応答に正確に一致する場合について求めたものであるといえる。これに対して実用上からの要求としては、第6.2図と第6.1図において負荷軸の応答が近似的に等しいとみなせる場合についても、ここでの考え方を適用できるように拡張しておかなければならない。このとき問題になることは、高次サーボ系と二次サーボ系において負荷軸の応答が近似的に等しい場合であっても、電動機速度および電機子電流は必ずしも等しいとはみさせない場合が存在することである。しかしながら一般に二次サーボ系は高次系に較べて高周波領域での減衰が少ないことにより^{*}、二次サーボ系のパワ部の方が高次サーボ系の場合よりも熱的な条件はより苛酷であるといえる。以上のよう理由で二次サーボ系で使用可能な電動機および電力増幅器は高次サーボ系においても使用可能であるといえる。したがって二次サーボ系をとりあげてパワマッチングを考察しても実用性は失われぬ。

〈6.4〉サーボ系の損失を最小にするためのパワマッチング

サーボ系の損失は、すでに前章で述べたことにより次のように計算することができる。

$$\begin{aligned}
 P_{\text{loss}} &= \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) E[I_m^2] + \frac{1}{R_b} E[E_s^2] \\
 &= \frac{1 + \varepsilon_a + \varepsilon_a/\varepsilon_m}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{mx}}{S^2 T_0 + S + K_0} \left\{ \frac{1}{n_{mx}^2 \tau_e} + S \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \right\} \right|^2_{S=j\omega} \Phi_{RR}(\omega) d\omega \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi R_b} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{SK_0 n_{mx}}{S^2 T_0 + S + K_0} \left\{ 1 + \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \frac{1}{n_{mx}^2 \tau_e} + S \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \right\} \right|^2_{S=j\omega} \Phi_{RR}(\omega) d\omega
 \end{aligned}$$

(6.20)

上式において $E[E_s^2]$ は (6.12) 式 (P78) の伝達関数を用いて計算してある。

* 次章参照

サーボ系の入力信号の微分値が (6.8) 式 (P176) によって与えられるとき P_{loss} の値は次のように表わすことができる。

$$P_{\text{loss}} = \frac{2T_0^2 K_0}{T_1 + T_0 + K_0 T_1^2} \left\{ n_{\text{mx}}^2 \left\{ T_m^2 K_0 \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) + \frac{T_1 + T_0}{R_b} \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{n_{\text{mx}}^2} \left\{ \frac{T_0 + T_1}{\gamma_e^2} \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) + K_0 J_e^2 \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) \right\} \right. \\ \left. + 2 \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m} \right) \left(\frac{1}{\gamma_e} + K_0 T_m J_e \right) \right\} \quad \text{----- (6.21)}$$

したがって、上式で表わされる損失を最小にする結合係数は

$$n_{\text{mx}} = \left[\frac{\left\{ K_0 J_e^2 + (T_0 + T_1) / \gamma_e^2 \right\} \left(1 + \varepsilon_a + \varepsilon_a / \varepsilon_m \right)}{T_m^2 K_0 \left(1 + \varepsilon_a + \varepsilon_a / \varepsilon_m \right) + (T_1 + T_0) / R_b} \right]^{1/4} \quad \text{----- (6.22)}$$

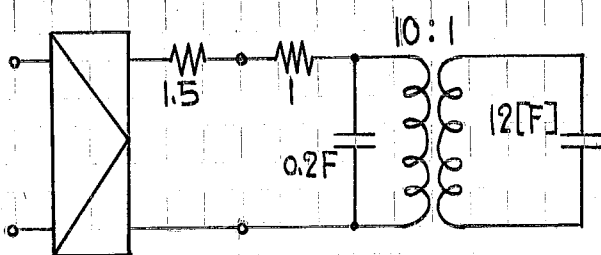
となる。

第7章 サーボ機構におけるパワマッチング (3)

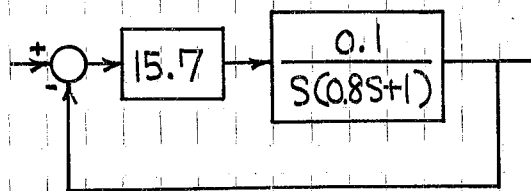
(ステップ状入力が増加されるサーボ系について)

この章では、ステップ状入力が増加される場合を扱うが、一般の高次サーボ系についてパワマッチングを考察する代わりに、高次サーボ系の代表根と特性根をもつ二次近似系をもちいてパワマッチングを考察していく。(〈7.2〉節 〈7.3〉節 内容)。そのために、まず〈7.1〉節でこの章の基礎的な考え方である、“パワマッチングに際し二次サーボ系に限定して考察しても一般性は失われない”ということを具体的に例をもちいて説明する。

〈7.1〉 二次サーボ系と高次サーボ系におけるパワ



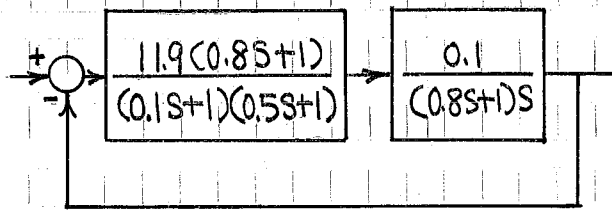
第7.1図 サーボのパワ部



第7.2図 二次サーボ系

第7.1図は基準化したサーボ系のパワ部を表わしている。ここで第7.2図は第7.1図のパワ部をもつ二次サーボ系であり、第7.3図(次頁)は同一のパワ部をもつ高次サーボ系のブロック線図である。ただしここで高次サーボ系の代表根と二次サーボ系の特性根とは互に等しく、その値は $\gamma_0 = (-0.5 \pm j) 0.5$ である。したがって両者の負荷軸での過渡応答は近似的に等しいものと考えることが出来る。

以上の二つのサーボ系に対して



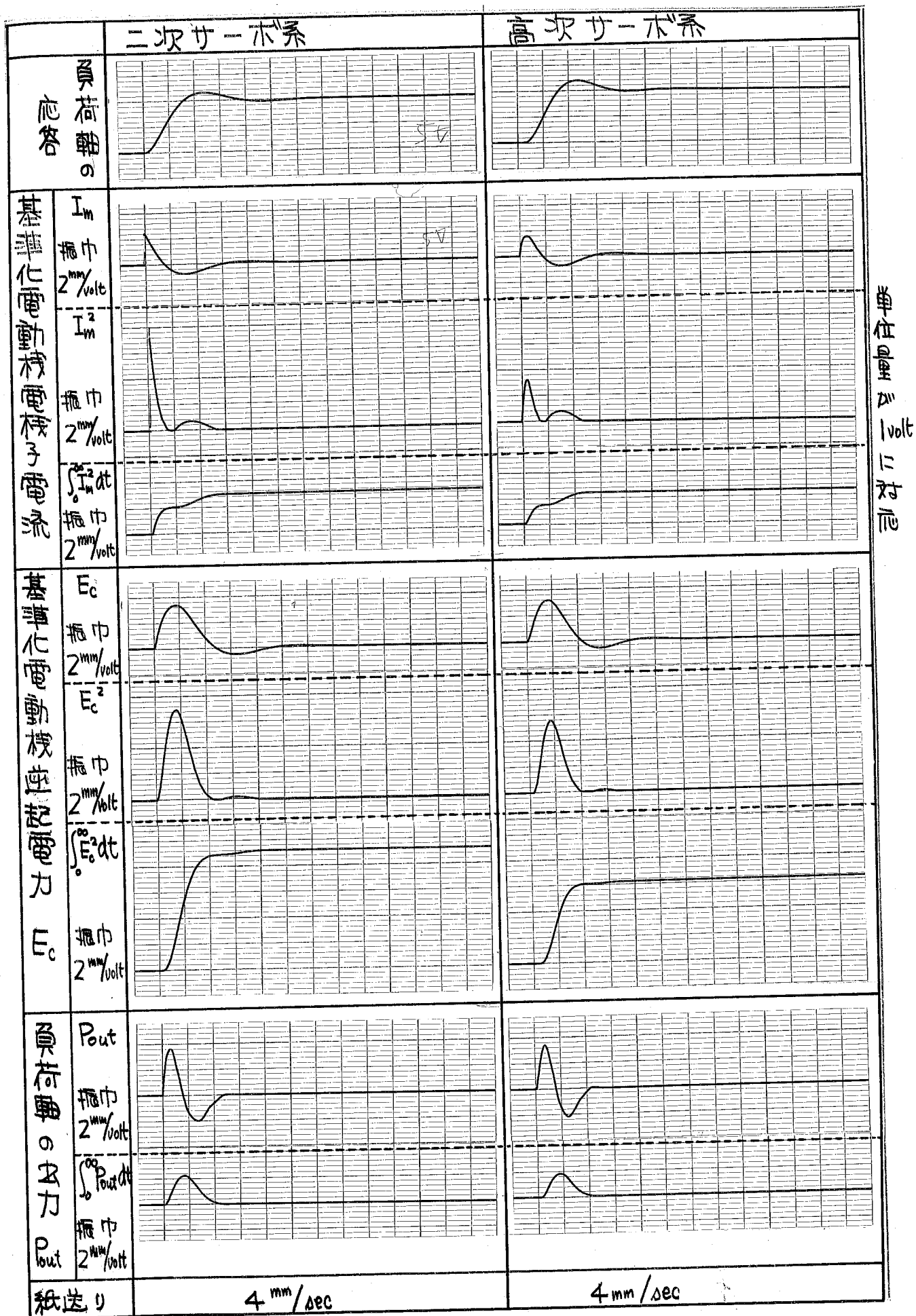
第7.3図 高次サーボ系

ステップ入力^{*}が印加されたときの負荷軸の応答、電機子電流 I_m 、電機子逆起電力 E_c について、応答波形と二乗面積とを示したものが第7.4図(次頁)である。

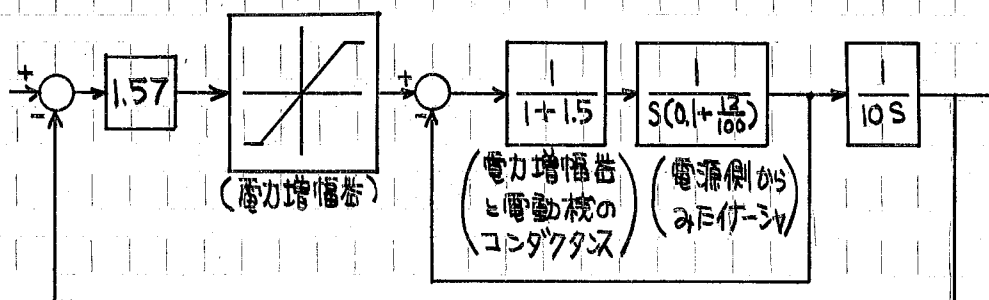
ここで I_m と E_c の二乗面積 $\int_0^\infty I_m^2 dt$ と $\int_0^\infty E_c^2 dt$ とをとりあげて、高次系の場合と二次系の場合を比較すると、二次系の方が高次系に較べてパワの点でより苛酷であることが確かめられる^(*)。これは一般に負荷軸での応答波形は近似的に一致していても二次系の方が高次系に較べて高周波部での減衰が少なることによるものである。したがって前章においても述べたように二次サーボ系において使用可能な電動機および電力増幅器は、高次サーボ系においても使用可能であることが分る。

(*) 電動機入力電圧の二乗面積 $\int_0^\infty E_i^2 dt$ は $E_i(t) = E_c(t) + I_m(t) \times l$ であることより

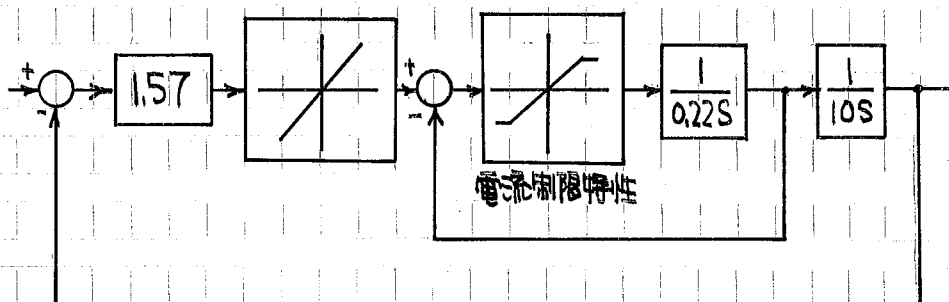
$$\int_0^\infty E_i^2 dt = \int_0^\infty E_c^2 dt + \int_0^\infty I_m^2 dt + 2 \int_0^\infty E_c I_m dt$$
 となる。ここで $\int_0^\infty E_c I_m dt = 0$ であることを考慮すると $\int_0^\infty E_i^2 dt$ についても同様のことがいえる。



第7.4図 二次サーボ系と高次サーボ系の応答の比較



(a) 図 電力増幅巻が飽和特性をもつサーボ機構

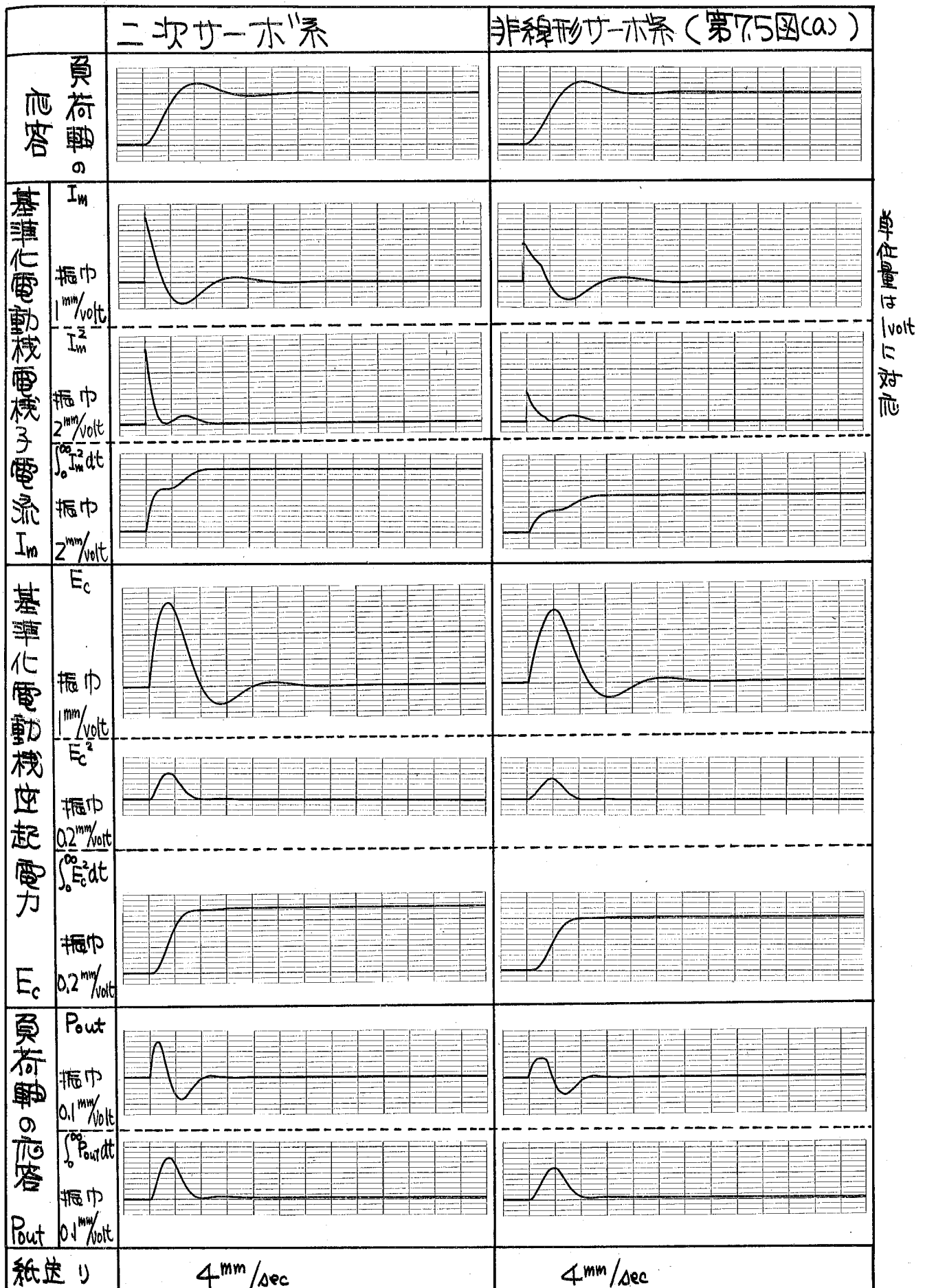


(b) 図 電流制限特性をもつサーボ機構

第7.5図 非線形特性をもつサーボ機構

以上の考え方は、さらに非線形特性をもつサーボ系にも拡張することができる。第7.2図(P82)に示した二次系において、電力増幅巻が飽和特性をもつ場合のブロック線図は第7.5図(a)によって表わされ、また電動機に電流制限があって、これが応答に影響を与える場合のブロック線図は第7.5図(b)によって表わすことができる。

第7.5図(a)(b)に示したような非線形要素をもつサーボ系のステップ応答について考えると、非線形要素による影響が一定の値以下である場合の応答は、線形系(第7.2図)のステップ応答によって充分良く近似することができる。具体的に述べると経験上から第7.5図(a)の電力増幅巻の飽和値は、線形二次系における電力増幅巻の最大出力電圧(同一のステップ入力を印加するものとする)の $1/2$ 、第7.5図(b)の場合に電流制限の値は、制限のない線形二次系の場合の最大電流の $1/3$

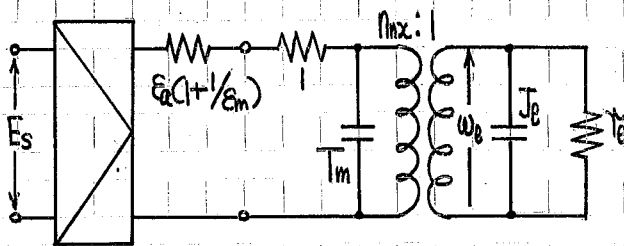


第7.6図 二次サーボ系と非線形サーボ系(第7.5図(a))の応答の比較

に制限しても、負荷軸での応答（回転角）は殆んど影響を受けない。
 このようなサーボ系について、ステップ入力印加時の負荷軸の応答、電動機並起電力、電機子電流をもとめて二次サーボ系の場合と比較したのが第7.6図である。ここでも先に述べた高次系と二次系の場合と全く同様のことがいえることになる。

〈7.2〉 電動機の大きさを最小にするパワマッチング

この節では、負荷が粘性モーメント J_L 、回転レスポンス γ_L をもつ場合^(*)について、電動機の大きさを最小にするためのパワマッチングを考察する。ただし、ここでは前節で述べた理由によって、負荷軸の応答が、



$(-j_0 \pm j)\omega_0$ を特性根にもつ二次サーボ系の応答によって正確に表わすことができる場合を想定して、これについて考察を進める。

第7.7図 基準化電力増幅器および

基準化電動機をもちいたサーボ系のパワ部

〈7.2.1〉 基準化電動の入力電圧と電機子電流の計算。

上記の負荷を基準化電動機

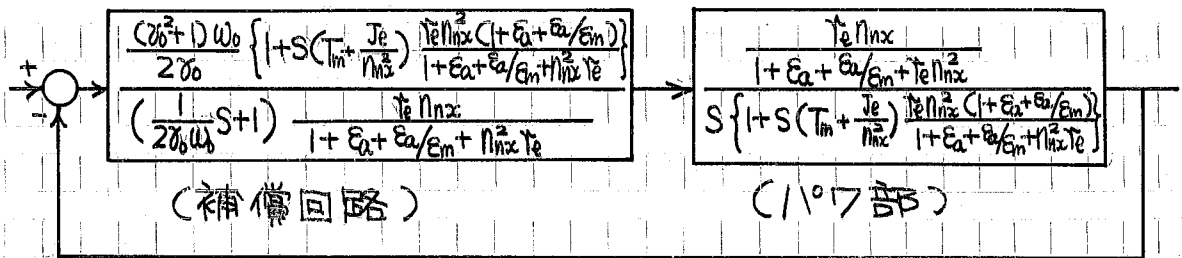
および基準化電力増幅器に、結合係数 n_{mx} （未知数）で接続すると第7.7図が得られる。同図について、入力電圧 E_s 、出力電圧 ω_L としたときの入出力間の伝達関数を求めると次のようになる。

$$\frac{\gamma_L n_{mx}}{1 + E_a + E_a/\epsilon_m + \gamma_L n_{mx}^2} \times \frac{\gamma_L n_{mx} (1 + E_a + E_a/\epsilon_m)}{1 + E_a + E_a/\epsilon_m + \gamma_L n_{mx}^2}$$

このようなパワ部をもち、しかも負荷軸の応答が $(-j_0 \pm j)\omega_0$ を根つ二

(*) 負荷がクーロン摩擦をもつ場合、パワの点で等価な粘性摩擦で置換して考えることにする。第9章においても同様とする。

図系の応答で正確に表わすことができるサーボ系のブロック線図の一例としては、次の第7.8図が考えられる。



第7.8図 サーボ系のブロック線図

つぎに、第7.8図の系に高さ h のステップ状入力 $\theta_e(t)$ が印加される場合ととりあげて、基準化電動機の逆起電力および電機子電流を求める。これは後にパワマッチングを考察する段階で必要になるためである。

第7.8図の系において負荷軸での応答 $\theta_e(t)$ は

$$\theta_e(t) = h \left\{ 1 - \sqrt{1 + \zeta_0^2} \exp(-\zeta_0 \omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \zeta_0) \right\} \quad (7.1)$$

となるので基準化電動機の逆起電力 $E_c(t)$ は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} E_c(t) &= n_{mx} \frac{d}{dt} \theta_e(t) \\ &= h \omega_0 n_{mx} (1 + \zeta_0^2) e^{-\zeta_0 \omega_0 t} \sin \omega_0 t \quad (7.2) \end{aligned}$$

したがって基準化電動機の流電流 $I_m(t)$ および入力電圧 $E_i(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} I_m(t) &= \frac{E_c(t)}{n_{mx} \tau_e} + \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \frac{d}{dt} E_c(t) \\ &= h \omega_0 (1 + \zeta_0^2) \exp(-\zeta_0 \omega_0 t) \times \left\{ \frac{\sin \omega_0 t}{n_{mx} \tau_e} + \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) (\omega_0 \cos \omega_0 t - \zeta_0 \omega_0 \sin \omega_0 t) \right\} \quad (7.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_i(t) &= E_c(t) + I_m(t) \\ &= \left[\left\{ n_{mx} + \frac{1}{n_{mx} \tau_e} - \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) \zeta_0 \omega_0 \right\} \sin \omega_0 t + \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) \omega_0 \cos \omega_0 t \right] \\ &\quad \times h \omega_0 (1 + \zeta_0^2) \exp(-\zeta_0 \omega_0 t) \quad (7.4) \end{aligned}$$

〈7.2.ii〉 負荷が要求する電動機連続定格出力と結合係数との関係

ここでは時間 t の間に、高さ $f_1, f_2 \sim f_n$ の n 個のステップ状入力
が、系が目標に到達した後静止するための十分な時間間隔を置いて印加さ
れるものとして、このときの $E_c(t), I_m(t)$ について実効値を計算する。
この値を基準化電動機(連続)負荷特性面上にプロットすると、第7.9

図が得られる。したがってこの場合にも

負荷の要求から決まる基準化電動機の連続
定格出力 P_{Ae} は

$$P_{Ae} = \text{Max}(P_{A1}, P_{A2}) \quad \text{--- (7.5)}$$

となる。ただし、ここで点 A_1 における
出力を P_{A1} 、点 A_2 での出力を P_{A2} で表
わすものとする。 P_{A1}, P_{A2} の値は次の
ように計算することが出来る。

(1) 点 A_1 における基準化電動機の出力
 P_{A1} の計算。

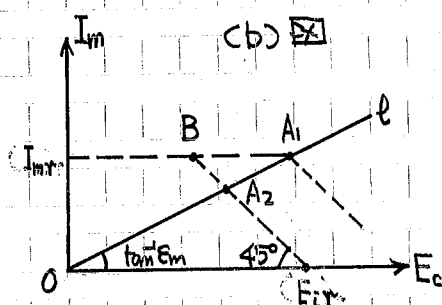
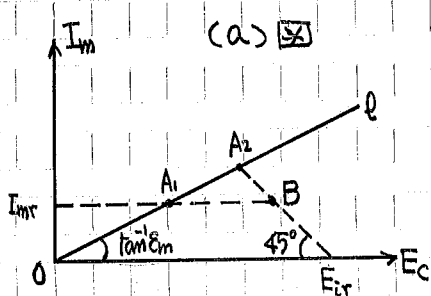
第7.8図(前頁)にステップ入力印加
されたとき $\int_0^\infty I_m^2 dt$ は(7.3)式をも
ちいて計算することが出来る。

$$\begin{aligned} \int_0^\infty I_m^2 dt = & \left\{ n_{mx}^2 T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right. \\ & + \frac{1}{n_{mx}^2 r_e^2} (1 + J_e^2 r_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \omega_0^2) \\ & \left. + 2 T_m J_e \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right\} \times \frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0^2 f_1^2}{4 \alpha_0} \end{aligned} \quad \text{--- (7.6)}$$

したがって時間 t の間に $f_1, f_2 \sim f_n$ の n 個のステップ入力印加され
たとき I_m の実効値 I_{mr} は次のようになる。^{*}

$$I_{mr} = \left[\frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0^2}{4 \alpha_0} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{f_i^2}{t} \right\} \left\{ n_{mx}^2 T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) + \frac{1}{n_{mx}^2 r_e^2} (1 + J_e^2 r_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \omega_0^2) + 2 T_m J_e \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right\} \right]^{1/2} \quad \text{--- (7.7)}$$

^{*} $\alpha_0 \geq 0.4$ では $\int_0^\infty I_m^2 dt \approx \int_0^{2\pi/\omega_0} I_m^2 dt$ であるため、個々のステップ入力の時間
間隔が $2\pi/\omega_0$ 以上とすると(7.7)式の関係を導くことができる。



第7.9図 基準化(連続)
負荷特性面上にプロット
した動作点と連続定
格点との関係

これより P_{A1} の値は次のように書き表わすことができる。

$$P_{A1} = \frac{1}{\varepsilon_m} I_{mr}^2$$

$$= \frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0}{4 \alpha_0 \varepsilon_m} \left\{ \frac{\sum_{n=1}^n \hat{h}_n^2}{t} \right\} \left\{ n_{mx}^2 T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) + \frac{1}{n_{mx}^2 \gamma_e^2} (1 + J_e^2 \gamma_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)) + 2 T_m J_e \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right\} \quad (7.8)$$

(ロ) 点 A_2 における基準化電動機の出力 P_{A2} の計算

同様にして、入力電圧 E_i の二乗面積 $\int_0^\infty E_i^2 dt$ は次のようになる。

$$\int_0^\infty E_i^2 dt = \frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0 \hat{h}^2}{4 \alpha_0} \left\{ n_{mx}^2 (1 + T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)) + \frac{1}{n_{mx}^2 \gamma_e^2} (1 + J_e^2 \gamma_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)) + 2 \left(\frac{1}{\gamma_e} + 2 J_e T_m \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right) \right\} \quad (7.9)$$

したがって時間 t の間に $\hat{h}_1, \hat{h}_2 \sim \hat{h}_n$ の n 個のステップ入力が増加したときの入力電圧の実効値 E_{cr} は

$$E_{cr} = \left[\frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0}{4 \alpha_0} \left\{ \frac{\sum_{n=1}^n \hat{h}_n^2}{t} \right\} \left\{ n_{mx}^2 (1 + T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)) + \frac{1}{n_{mx}^2 \gamma_e^2} (1 + J_e^2 \gamma_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)) + 2 \left(\frac{1}{\gamma_e} + J_e T_m \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right) \right\} \right]^{1/2} \quad (7.10)$$

となる。これより P_{A2} は次のようになる。

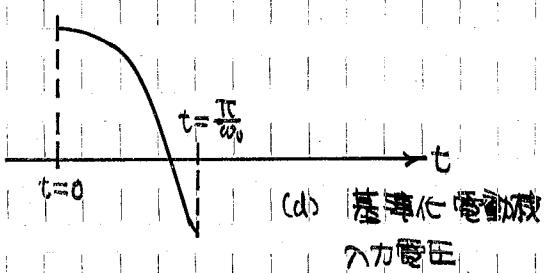
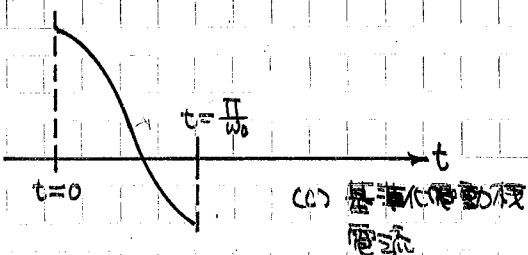
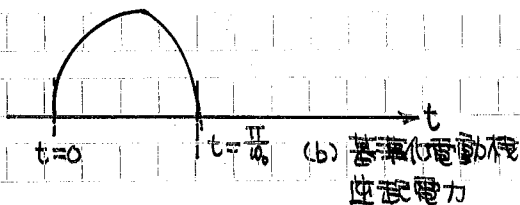
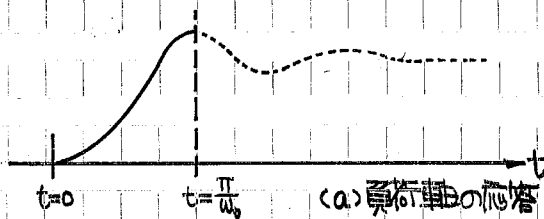
$$P_{A2} = \frac{\varepsilon_m}{(\varepsilon_m + 1)^2} E_{cr}^2$$

$$= \frac{(\alpha_0^2 + 1) \omega_0 \varepsilon_m}{4 \alpha_0 (\varepsilon_m + 1)^2} \left\{ \frac{\sum_{n=1}^n \hat{h}_n^2}{t} \right\} \left[n_{mx}^2 \{ 1 + T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \} + \frac{1}{n_{mx}^2 \gamma_e^2} \{ 1 + J_e^2 \gamma_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \} + 2 \left\{ \frac{1}{\gamma_e} + J_e T_m \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) \right\} \right] \quad (7.11)$$

以上で求めた (7.8) 式 (7.11) 式の結果を (7.5) 式 (前頁) に代入して、負荷が必要とする基準化電動機の連続定格出力 P_{Ae} と結合係数 n_{mx} との間の関係を求めることができる。

〈7.2.iii〉 負荷が要求する電動機の瞬時定格出力と結合係数との関係

電動機の瞬時定格出力について考える場合、まずサーボ系に最大ステップ入力かEP加された状態に着目し、このときの基準化電動機の最大電機子電流、および最大入力電圧をもちいて、負荷が要求する瞬時定格出力 P_{ac} と結合係数 η_{max} との関係をもとめなければならぬことはすでに述べた (P46 〈5.2.i〉参照)。ところが基準化電動機の最大電流、最大入力電圧は、サーボ系の次数、非線形要素の有無によって大きく影響されるため一般的な取扱いを行なうことはできない。そこでここでは第7.8図 (P88) の系に対して、位相で与えられる最大のステップ入力かEP加されたとき、基準化電動機の電流、入力電圧について第7.10図に示すような 0 から π/ω_0 秒までの波形について実効値をもとめ、これをもちいて瞬時定格出力の決定を行なうことにする。



第7.10図 二次サーボ系の応答波形 ($0 \sim \pi/\omega_0$ 秒まで)

電圧は、サーボ系の次数、非線形要素の有無によって大きく影響されるため一般的な取扱いを行なうことはできない。そこでここでは第7.8図 (P88) の系に対して、位相で与えられる最大のステップ入力かEP加されたとき、基準化電動機の電流、入力電圧について第7.10図に示すような 0 から π/ω_0 秒までの波形について実効値をもとめ、これをもちいて瞬時定格出力の決定を行なうことにする。

(7.3)式 (7.4)式 (P88) で求めた I_m E_i をもちいると実効値は次のように表わされることになる。

$$I_{mr}' = \left\{ \frac{\omega_0}{\pi} \int_0^{\pi/\omega_0} I_m^2(t) dt \right\}^{1/2}$$

$$= \left\{ \frac{\omega_0}{\pi} (1 - \exp(-2\pi\eta_0)) \int_0^{\infty} I_m^2(t) dt \right\}^{1/2}$$

-----(7.12)

$$E_{ir}' = \left\{ \frac{\omega_0}{\pi} \int_0^{\pi} E_i^2 dt \right\}^{1/2}$$

$$= \left[\frac{\omega_0}{\pi} \{1 - \exp(-2\pi\sigma_0)\} \int_0^{\infty} E_i^2 dt \right]^{1/2} \quad (7.13)$$

ただし I_m と E_i の二乗面積は (7.6) 式 (P89), (7.9) 式 (P90) の結果をもちいれらる。

(7.12) 式 (7.13) 式で求めた実効値を基準化(瞬時)負荷特性面上に動作点 B としてプロットし瞬時定格点 A_1' A_2' における出力と、動作点との関係を考察するとこれまでと同様の結果が得られる。

すなわち負荷が要求する基準化電動機の瞬時定格出力 P_{Ae}' は次のように表わすことができる。

$$P_{Ae}' = \text{Max} (P_{A1}' P_{A2}') \quad (7.14)$$

ただし P_{A1}' P_{A2}' は次のような計算式で求めなければならぬ。

$$P_{A1}' = \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) - 1 \right\} I_{mr}^2$$

$$= \frac{\pi^2 \omega_0^2 (1 + \sigma_0^2)}{4\sigma_0 \pi} \{1 - \exp(-2\pi\sigma_0)\} \left\{ n_{mx}^2 T_m^2 \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1) + \frac{1}{n_{mx}^2 r_e^2} \left(1 + J_e^2 r_e^2 \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1)\right) \right.$$

$$\left. + 2 T_m T_e \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1) \right\} \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) - 1 \right\} \quad (7.15)$$

$$P_{A2}' = \frac{a_i^2 \varepsilon_m^2}{a_e^2 (1 + \varepsilon_m)^2} \left\{ \frac{a_i}{a_e} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) - 1 \right\} E_{ir}^2$$

$$= \frac{a_i^2 \varepsilon_m^2}{a_e^2 (1 + \varepsilon_m)^2} \left\{ \frac{a_i}{a_e} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) - 1 \right\} \frac{\pi^2 \omega_0^2 (1 + \sigma_0^2)}{4\sigma_0 \pi} \{1 - \exp(-2\pi\sigma_0)\}$$

$$\times \left[n_{mx}^2 \left\{1 + T_m^2 \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1)\right\} + \frac{1}{n_{mx}^2 r_e^2} \left\{1 + J_e^2 r_e^2 \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1)\right\} + 2 T_m T_e \omega_0^2 (\sigma_0^2 + 1) + \frac{1}{r_e^2} \right] \quad (7.16)$$

(7.15) 式 (7.16) 式はステップ入力の最大値を π とし導出した結果である。

〈7.2.IV〉 電動機の大きさを最小にするパワマッチング

使用する電動機の連続定格電力 P_A の値は, (7.5)式 (P89) で求めた P_{Ae} と (7.14)式 で求めた $P_{Ae'}$ とをもちいて次のように表わすことができる。(P51 <5.2.III> 参照)

$$P_A = \text{Max} \left(P_{Ae}, \frac{P_{Ae'}}{\alpha_p} \right) \quad \text{----- (7.17)}$$

したがって上式の P_A を最小にする η_{mx} が電動機の大きさを最小にするための最適結合係数であり, このときの P_A の値 $[P_A]_{\min}$ が使用する電動機の最小連続定格電力になる。

〈7.3〉 損失を最小にするためのパワマッチング

サーボ系に高々 n のステップ状入力がか加えられたときの損失エネルギー E_{loss} は 第5.13 図 (P56) を参照して次のように表わすことができる。

$$E_{\text{loss}} = \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \int_0^\infty I_m^2(\omega) d\omega + \frac{1}{R_b} \int_0^\infty \left\{ E_i(t) + \varepsilon_a \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) I_m(t) \right\}^2 dt \quad \text{----- (7.18)}$$

したがって, サーボ系に対して $\eta_1, \eta_2 \sim \eta_n$ の n 個のステップ状入力がかEP加された場合, 個々の入力に対する損失エネルギーが (7.18)式によって表わされることになるから, 全体として損失エネルギーはこれらの和として与えられることになる。これより次のような結果が得られる。

$$E_{\text{loss}} = \frac{\omega_b(1+\alpha_b^2)}{4\alpha_b} \sum_{n=1}^n \eta_n \times \left[\eta_{n2}^2 \left\{ \frac{1}{R_b} + T_m^2 \omega_b^2 (\alpha_b^2 + 1) \right\} \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\eta_{n2}^2} \left\{ \frac{1}{r_e^2} + J_e^2 \omega_b^2 (\alpha_b^2 + 1) \right\} \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \right. \\ \left. + 2 \left(1 + \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_m}\right) \left(\frac{1}{R_b} + T_m J_e \omega_b^2 (\alpha_b^2 + 1) \right) \right] \quad \text{--- (7.19)}$$

(7.19)式の値を最小にする結合係数は次のように表わされる。

$$M_{\text{opt}} = \left[\frac{\{1/\gamma_e^2 + J_e^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1)\} (1 + \varepsilon_a + \varepsilon_a/\varepsilon_m)}{1/R_0 + T_m^2 \omega_0^2 (\alpha_0^2 + 1) (1 + \varepsilon_a + \varepsilon_a/\varepsilon_m)} \right]^{1/4} \quad (7.20)$$

ここにの最適結合係数が(7.20)式によって決定されると、これを使って最適な電動機、電力増幅器、伝導管の組合せは、これまでに述べてきた方法を用いて求めることができる。

第8章 サーボ系の性能に関する基礎的考察

これまで述べてきた、サーボ系のパワーマッチングにおいては、系が与えられた性能をもつものと仮定した上で、経済的な面から電力増幅器、電動機、歯車比の選定方法を考察してきた。この方法によってパワ部の構成が決ると、次にこのパワ部をもつサーボ系の性能が、与えられた要求を実際に満足するかどうかについて充分検討しなくてはならない。

このとき、系の性能のうちで特に問題になる過渡特性に注目する場合、サーボ系が持つ代表根に着目する必要がある。そこでサーボ系の代表根を求めることが必要になるが、系が3次以上の高次系である場合には代表根を正確に求めようとすると、高次の代数方程式を解かなければならず、必ずしも簡単ではない。このため本章では、次のような方法を提案し、この方法について考察を加えていく。すなわち与えられたサーボ系が3次以上の高次系である場合には、まず閉ループ状態で動作する場合を想定しこのときの応答を“二次系+恒時向”系によって近似する。次にこの近似系を一定条件のもとで閉ループ系にも拡張し、これをもとめて高次サーボ系の代表根を簡単にもとめることを考える。

このような考え方を適切に應用していくことによって、次のような結果を新たに導びくことができる。

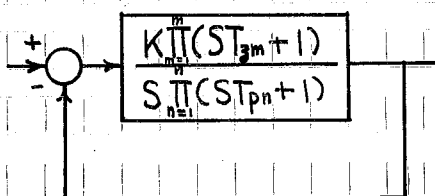
i) 高次サーボ系の簡単な安定判別法

ii) 代表根指定法をもとめた過渡特性設計において必要となる補償ベクトル計算の簡単化。

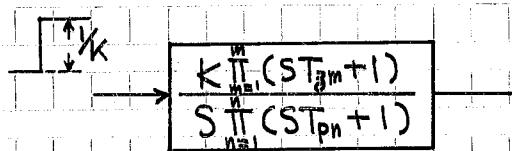
なお、ここでは増幅器が飽和特性をもつ場合であっても、線形区間で動作している状態をとりあげて、サーボ系の過渡応答がどのような代表根によって支配されるのかを考える。これは次の第9章で述べるように、飽和サーボ系が線形区間で持つ代表根の値が、電流制限や引き過ぎ量の向題に対して大きな影響をもつためである。

〈8.1〉 高次サーボの“二次系+むだ時間”系による近似

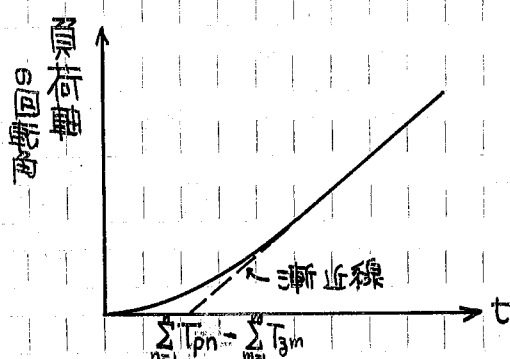
この節では、まず第8.1図のサーボ系が開ループ状態で動作している場合をとりあげて、この状態を“二次系+むだ時間”系によって近似することを考える。次にこの近似系を閉ループ系に拡張することを考える。



第8.1図 高次サーボ系のブロック線図



第8.2図、第8.1図の系が開ループ状態で動作しているときのブロック線図



第8.3図 第8.2図の系のステップ応答

第8.1図の高次サーボ系が開ループ状態で動作しているときの伝達関数は第8.2図で与えられるが、この系のステップ応答は第8.3図によって表わされる。ただし入力ステップの高さを $1/K$ とする。

一方、第8.4図(次頁)によって示す“二次系+むだ時間”系についても、高さ $1/K$ のステップ入力に対する応答を求めると第8.5図が得られる。

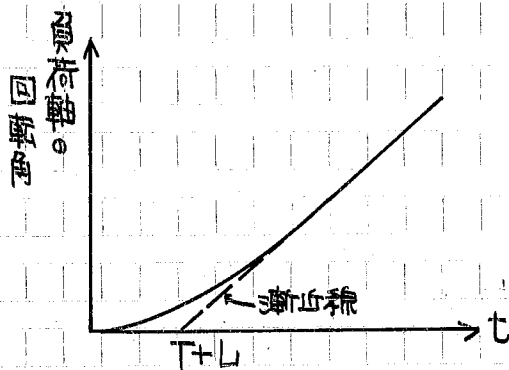
ここで第8.2図の高次系を第8.4図の“二次系+むだ時間”系によって近似することもある。そこで両者の応答が実用上一致したものとみなせるための必要条件として次の二つの条件を考慮する。

条件(i): 定常状態での近似条件。

第8.3図に示したステップ応答が、第8.5図の応答によって近似される場合には、少なくとも定常状態に到達した後の応答波形が完全に一致していなければならない。このための条件は、両者のステップ応答において漸近線を



第8.4図 “2次系
+ 伝達時間”系の
ブロック線図



第8.5 第8.4図の系の
ステップ応答

一致させることによって導びくことができる。したがって第8.3図および第8.5図より次の関係式を導びくことができる。

$$\sum_{n=1}^n T_{pn} - \sum_{m=1}^m T_{3m} = T+L \quad (8.1)$$

条件(ii): 過渡状態における近似条件。

過渡状態を考慮に入れた近似のため必要条件としては、第8.3図および第8.5図に示したステップ応答において、漸近線、時間軸、応答曲線の三直線によって囲まれる部分の面積が等しいための条件を考える。この面積を具体的に計算すると次のようになる。

第8.3図 における面積 S_1 は

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^n T_{pn}^2 - \sum_{m=1}^m T_{3m}^2 \right) \quad (8.2)$$

であり、また第8.5図 における面積 S_2 は

$$S_2 = \frac{1}{2} T^2 \quad (8.3)$$

となる。したがって、過渡状態での必要条件として次の関係式が得られる。

$$\sum_{n=1}^n T_{pn}^2 - \sum_{m=1}^m T_{3m}^2 = T^2 \quad (8.4)$$

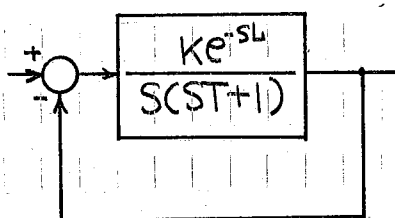
以上の結果を整理すると、第8.2図の高次系の伝達関数が与えられたとき、(8.1)式、(8.4)式をもちいて、 T, L の値を計算することによって、ただちに第8.4図の形の近似系を導びくことができる。(*)

しかしながら、ここで求めた(8.1)式および(8.4)式は近似が成

(*) 近似サーボ系におけるゲイン K は高次系におけるゲインをそのまま用いればよい。

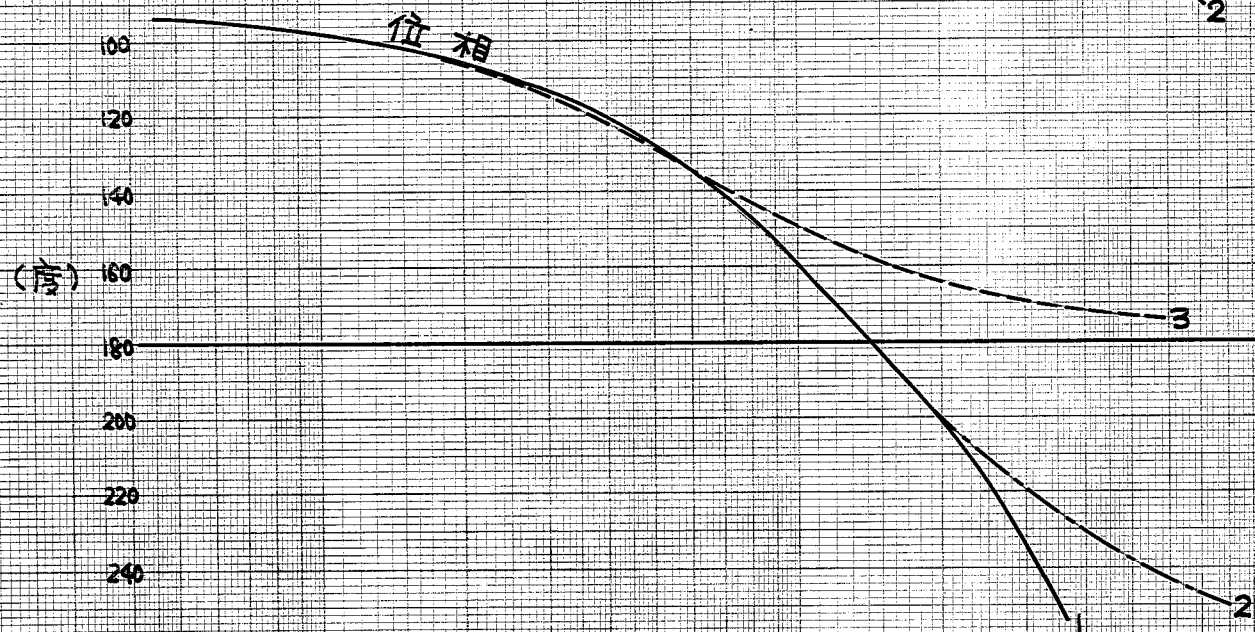
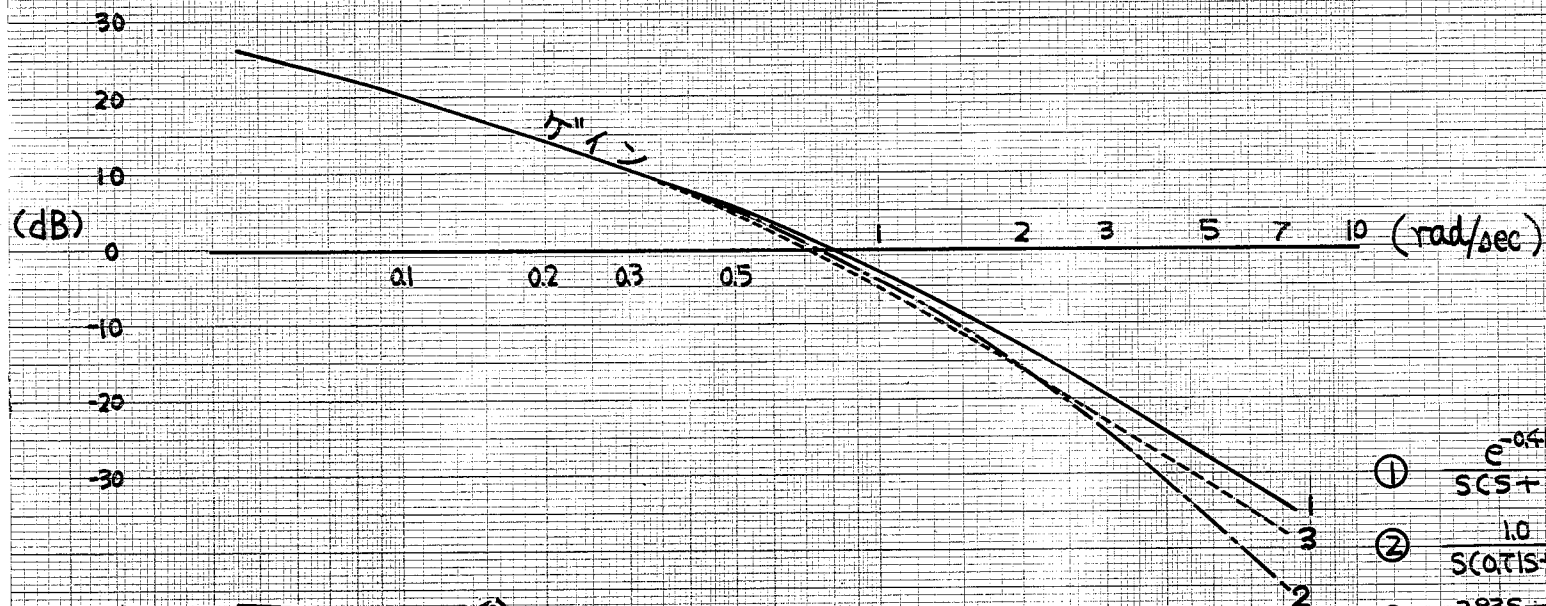
立するための必要条件であって充分条件ではない。したがって、ここで求めた近似方法は、その適用範囲を充分考慮しておかなければならない。ここでは高次サーボ系の具体的な例について、ゲイン $K=1$ としたときの前向伝達関数のボード線図を描き、さらにこれと同一平面上に描いた近似系のボード線図とを比較することによって近似の精度を考察する。(高次系と近似系のボード線図については pp99-102 第8.6図 (a) (b) (c) (d) 参照)

第8.6図から、高次系の前向伝達関数において分母分子の次数差が三次以上あれば、位相遅れ 180° 附近までは位相誤差 3° 、ゲイン誤差 3 [dB] 以内で一致しており、また位相遅れ 200° 附近までは、位相誤差 5° 、ゲイン誤差 4 [dB] 以内で高次系と近似系のボード線図は充分一致したものとみなすことができる。このような場合、第8.2図の高次系と第8.4図の“二次系+むだ時間”系が閉ループ系として安定領域で動作している場合にも、両者のステップ応答は実用上一致したものとみなすことができる。すなわち第8.1図 (P96) の高次サーボ系は、第8.7図のサーボ系によって近似できることが分かった。



第8.7図 近似サーボ系のブロック線図

なお高次サーボ系によつては、(8.1)式(8.4)式をもちいて計算したむだ時間 L の値が負になる場合がある。このような高次サーボ系に対しても、ここで求めた近似方法は適用することかできない。



① $\frac{e^{-0.41S}}{S(S+1)}$ (近似系)

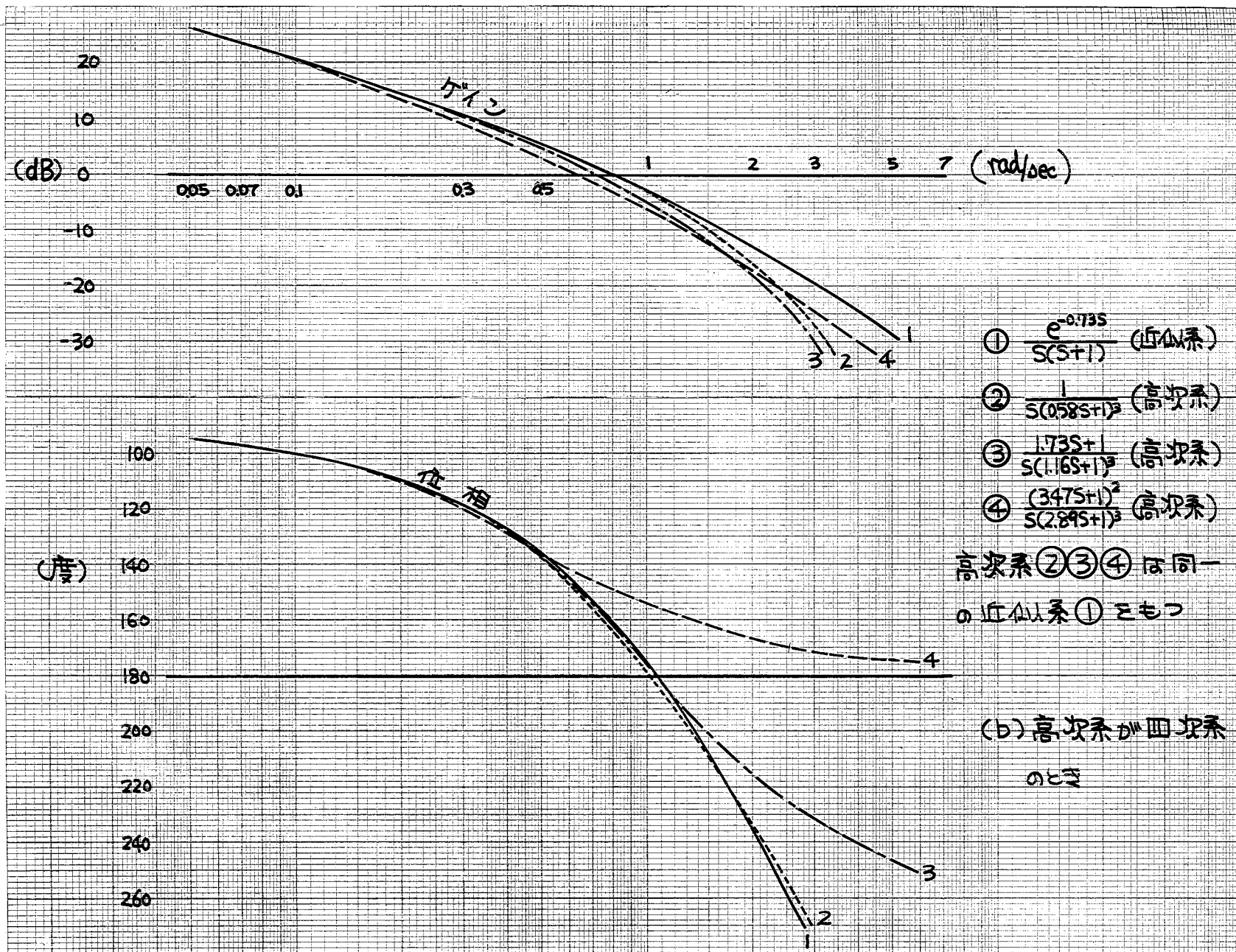
② $\frac{1.0}{S(0.71S+1)^2}$ (高次系)

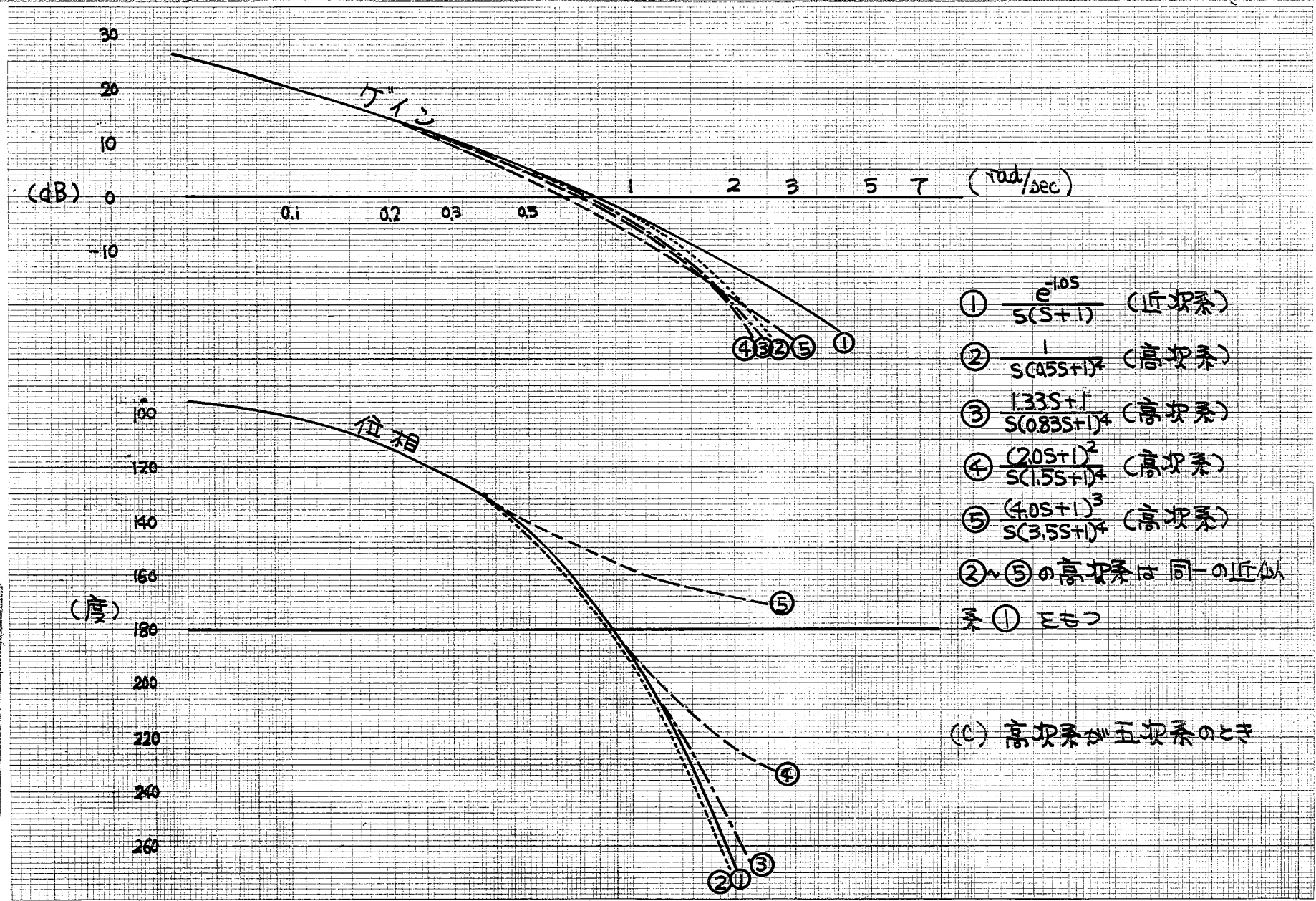
③ $\frac{2.83S+1}{S(2.12S+1)^2}$ (高次系)

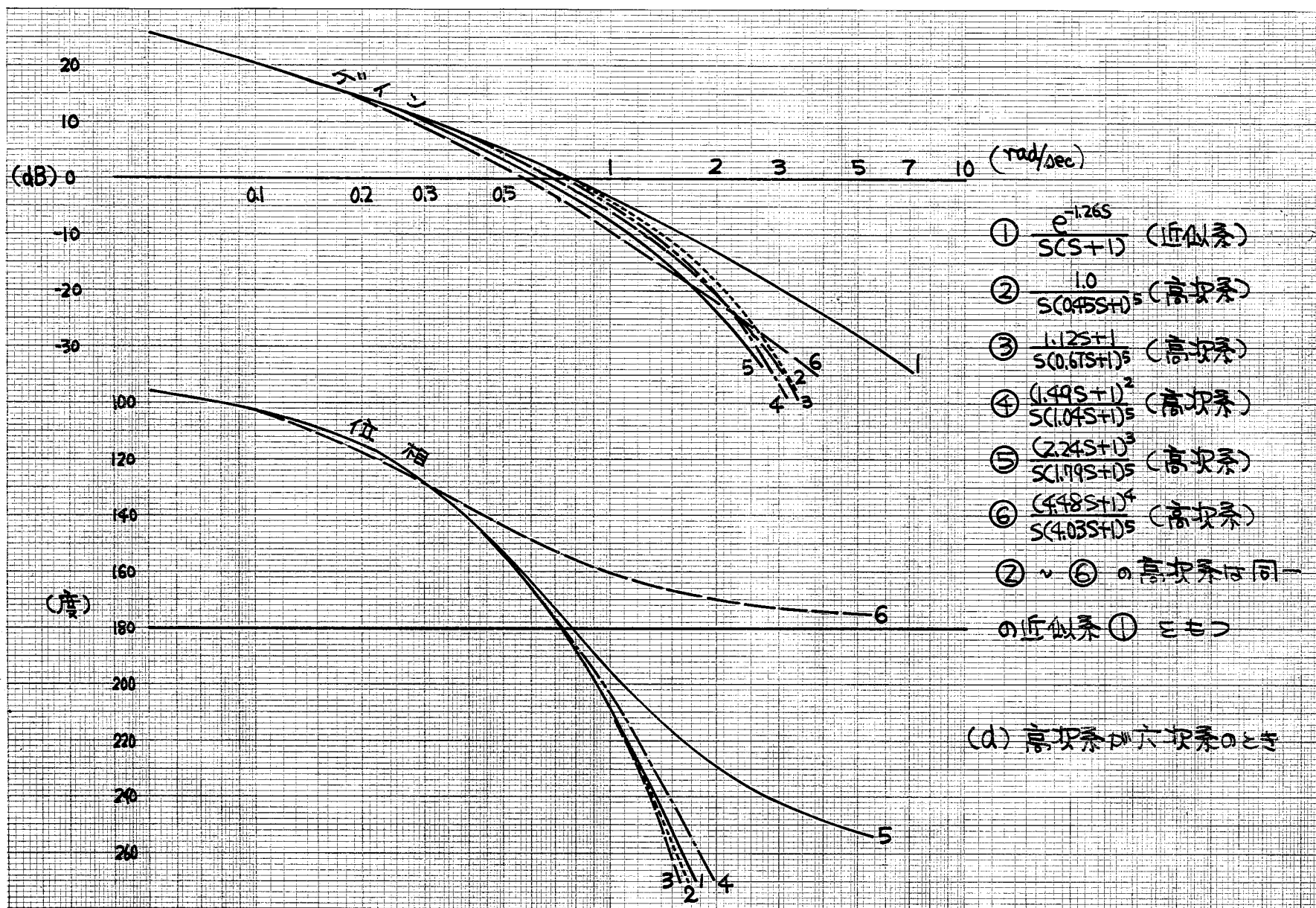
②③の高次系は同一の近似系①をもつ

(A) 高次系が三次系の場合

第8.6図 高次系と近似系のボード線図





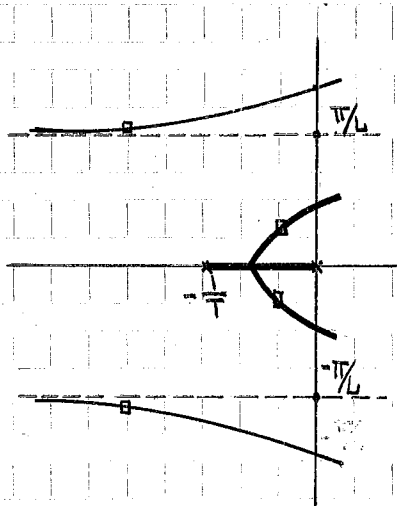


^(*) 〈8.2〉 高次サーボ系の閉ループ状態での過渡応答推定法

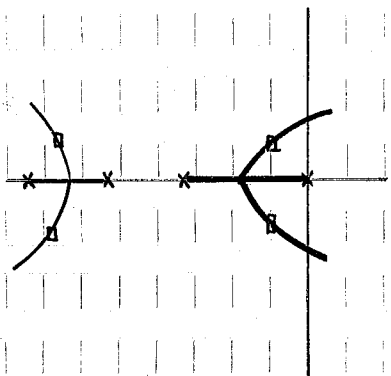
この節では高次サーボ系の代表根を決定する方法を中心に過渡応答の推定方法を説明する。

〈8.2.1〉 高次サーボ系の代表根決定法 (1)

高次線形サーボ系において、その代表根を正確に求めるようとすると、一般には高次の特性方程式を解かなければならないため、かなり面倒なことになる。そこで、ここでは前節で求めた近似系を使って高次系の代表根を求める方法について説明する。



第8.8図 近似サーボ系の根軌跡



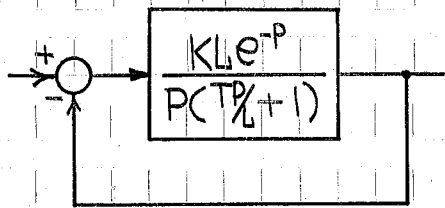
第8.9図 高次サーボ系の根軌跡

第8.7図の近似サーボ系について根軌跡を描くと第8.8図が得られる。この図から明らかのように位相条件が π 以上の根は、位相条件 π の根に対して充分離れた位置にありしかも虚軸に接近していない。したがって近似サーボ系は代表根として、位相条件 π の根軌跡上の根をもつことは明らかである。

一方、前節で述べたように一定の条件を満足する場合には、第8.1図の系の過渡応答と第8.7図の近似系の過渡応答は、サーボ系が安定領域で動作している限りゲインの値のいかんにかかわらず、実用上一致したものとみなすことができる。このことは、第8.9図のような pole 配置をもつ高次サーボ系も位相条件 π の根軌跡上に代表根をもち、しかも第8.9図の左半面にある位相条件 π の根軌跡は、第8.8図においてこれと対応する部分の根軌跡と等しいものとみなすことができる。

* 以下この章では、過渡特性設計を行なう前の高次サーボ系について考える。ここでは虚軸上に零点がくことはないので第8.7図(P98)の近似系が成立するものと考えて差支えない。

きる。^(*)したがって高次サーボ系が持つ代表根を求めようとする場合、第8.17図の近似サーボ系が持つ代表根をもとめればよいことが分る。



第8.10図 時間軸を基準化した近似サーボ系

そのために、まず第8.17図の系について、まだ時間 L で時間軸を基準化すると第8.10図の系が得られる。この系について特性方程式を求めると

$$\frac{T}{L} p^2 + p + KL e^{-P} = 0 \quad (8.5)$$

となる。ここで第8.10図の系が代表根として

$$\gamma_0' = (-\alpha_0 \pm j) \omega_0' \quad (8.6)$$

をもつものとするとき、(8.5)式の p に γ_0' を代入することによって、次のような関係式を導びくことができる。

$$KL = \frac{(\alpha_0'^2 + 1) \omega_0'}{\exp(\alpha_0' \omega_0') \{2\alpha_0' \cos \omega_0' - (\alpha_0'^2 - 1) \sin \omega_0'\}} \quad (8.7)$$

$$\frac{T}{L} = \frac{\cos \omega_0' - \alpha_0' \sin \omega_0'}{\omega_0' \{2\alpha_0' \cos \omega_0' - (\alpha_0'^2 - 1) \sin \omega_0'\}} \quad (8.8)$$

さらに(8.6)式が位相条件 π の代表根であるためには

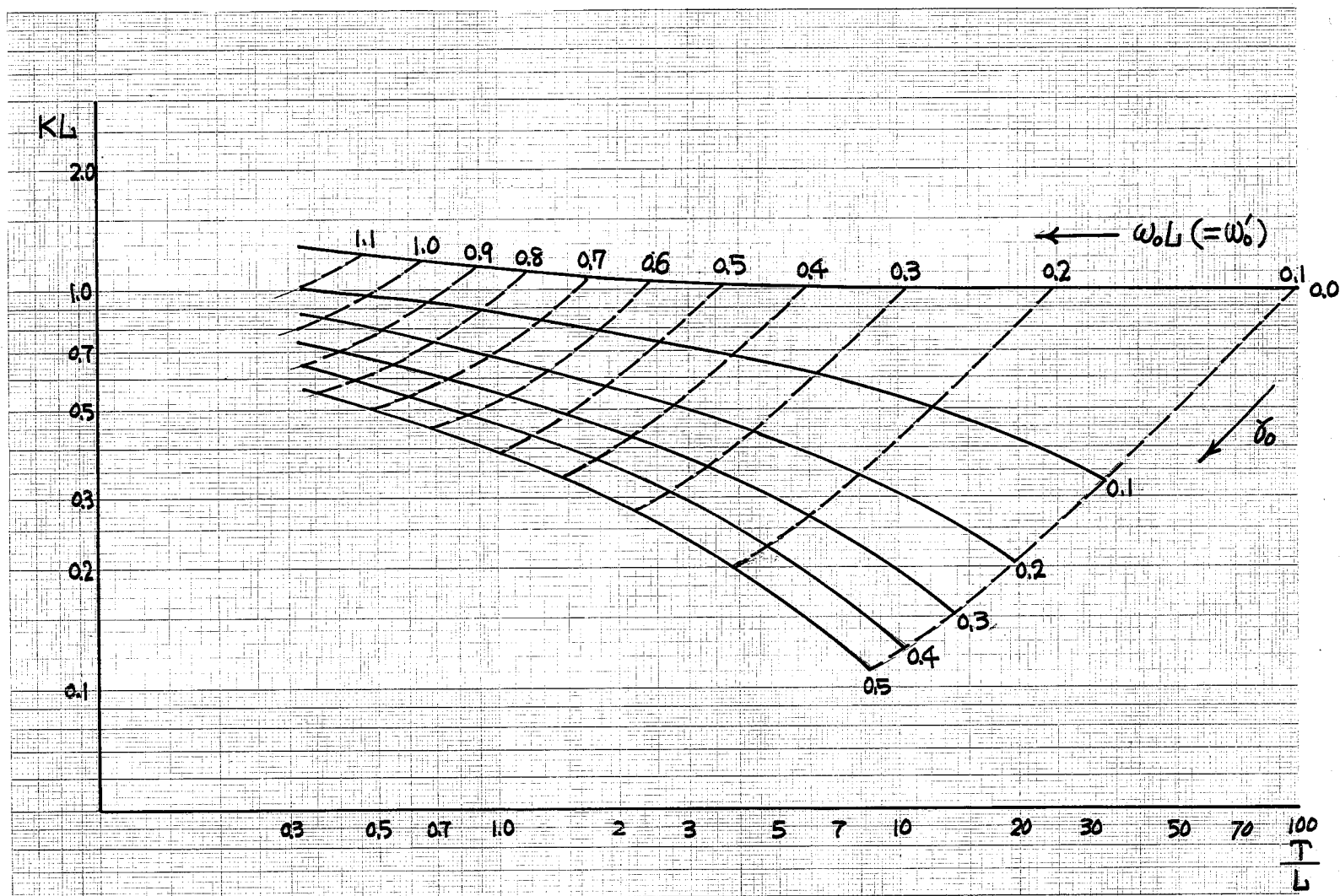
$$0 < \omega_0' < \pi \quad (8.9)$$

の条件を満足していなければならぬ。(第8.8図(前頁)参照)

以上の(8.7)式(8.8)式(8.9)式の関係を図に示したのが第8.11図(次頁)代表根決定線図である。この図はたて軸に KL 、横軸に T/L をとって、 α_0 ω_0' を変化させていったときの KL T/L を(8.7)式(8.8)式より計算してプロットしたものである。この図をもとにすることによって、第8.10図の形のサーボ系が与えられたとき、代表根 $(-\alpha_0 \pm j) \omega_0'$ の値をただちに求めることができる。

つぎに第8.11図をもちいて、第8.1図(P96)の高次サーボ系に

(*) 過渡特性設計を行なう以前のサーボ系においては虚軸近くに零点があることはないうため、位相条件 π の根軌跡は第8.9図のような形で巻かれることが多い。



第8.11图 代表根決定線图 (1)

おける代表根を求める場合を考えると次の手順に従えばよいことが分る。

(1) 高次サーボ系の時定数の値を (8.1) 式 (8.4) 式 (P97) に代入し、 T , L を計算することによって “2次系+むだ時間” 近似系 (第8.7図 (P98)) を求める。

(2) KL , T/L を計算し、第8.11図上にプロットすると、 γ_0 と $\omega_0 L (= \omega_0')$ との値を読み取ることが出来る。ここで求めた γ_0 , ω_0' は、時間軸をむだ時間 L で基準化した第8.10図の系の代表根を求める値である。

(3) したがって、第8.10図の系の時間軸を実時間に変換することによって、第8.1図の高次サーボ系の代表根 γ_0 は次のようになることが分る。

$$\gamma_0 = (-\gamma_0' \pm j) \frac{\omega_0'}{L} \quad \left(\triangleq (-\gamma_0' \pm j) \omega_0 \right) \quad \text{----- (8.10)}$$

さらに特別な場合としてサーボ系が実重根をもつ場合をとりあげて同様に考察し実重根決定線図を作成する。

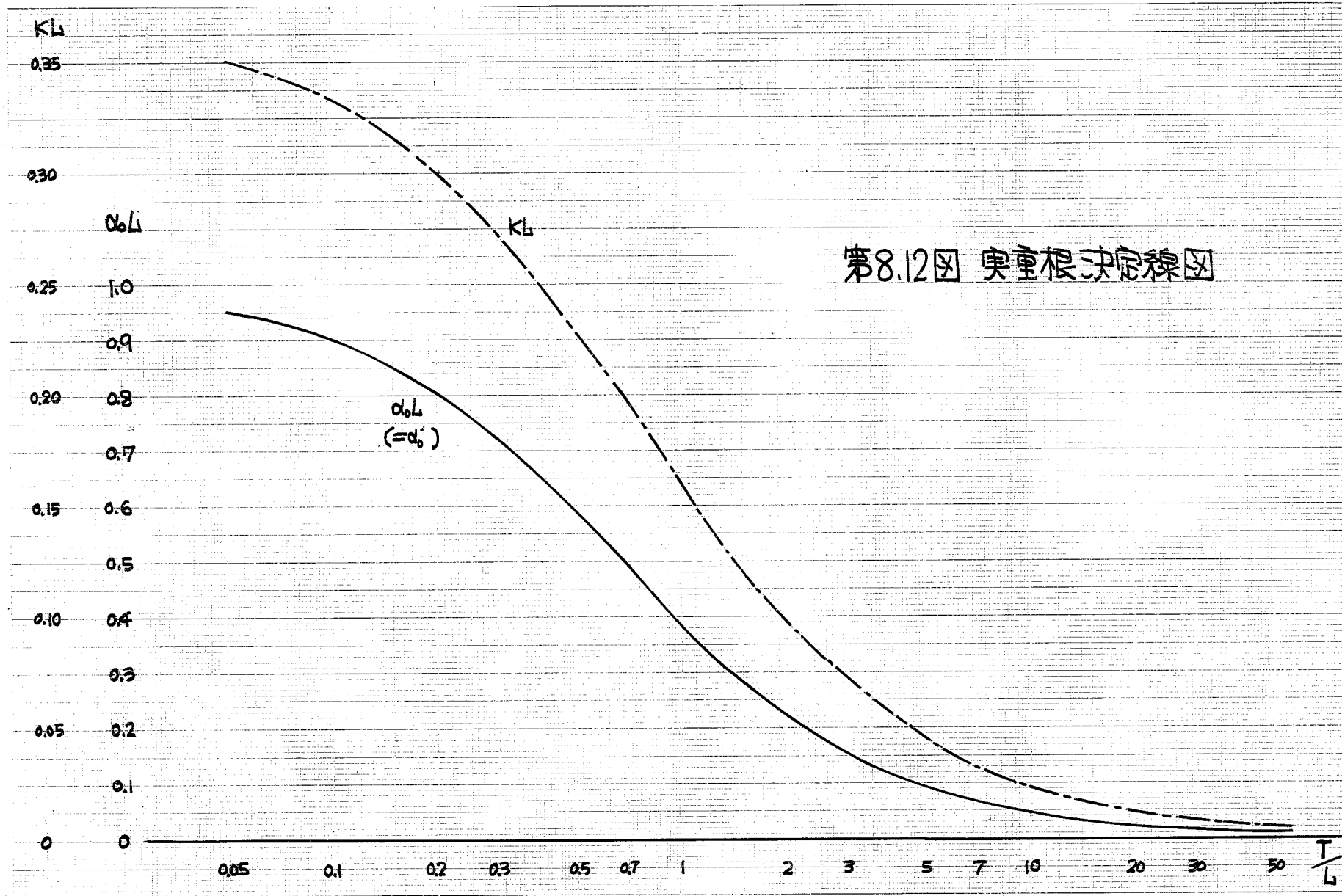
ここでは第8.10図 (P104) の系が α_0' の実重根をもつものとして α_0' と各パラメータとの間の関係をもとめる。この系がもつ代表根は、一般に $d(kL)/dp = 0$ とする P の値によって表わされる。(8.5)式より $d(kL)/dp$ を計算すると次のように表わすことが出来る。

$$\frac{d(kL)}{dp} = e^{-P} \left(\frac{T}{L} P^2 + \frac{2T}{L} P + 1 \right) \quad \text{----- (8.11)}$$

上式で求めた $d(kL)/dp$ を零と置くことによって、実重根 α_0' の値を求めることが出来る。この値を具体的に計算すると

$$\alpha_0' = \frac{L}{2T} \left\{ -\frac{2T}{L} - 1 + \sqrt{\frac{4T^2}{L^2} + 1} \right\} \quad \text{----- (8.12)}$$

となる。また (8.12) 式で求めた α_0' をもちいて、ゲイン KL を表わすと次のようになる。



$$KL = \left(\frac{\pi}{L} \alpha_0'^2 + \alpha_0' \right) \times (-\exp(\alpha_0)) \quad \text{----- (8.13)}$$

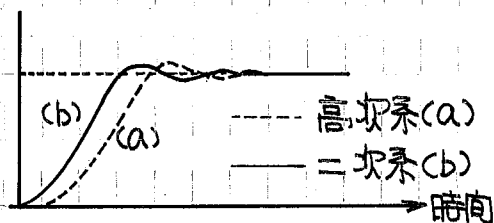
(8.12)式 (8.13)式 の関係を図示すると第8.12図(前頁)の
実重根決定線図が得られる。ただし、ここで α_0' は時間軸を L で基準化
した第8.10図の近似サーボ系における代表実重根であって、この根を
実時間系に換算すると α_0'/L となる。

第8.12図の実重根決定線図をもちいると、高次サーボ系においてゲ
イン補償だけで実重根をもたせたい場合のループゲインの値と、このとき
の実重根の値を決定することができる。

<8.2.ii> 高次サーボ系と二次サーボ系のステップ応答の比較

この節では、近似サーボ系がもつむだ時間が応答にどのような影響を与
えるかを考える。これによって高次系と二次系の応答の違いを知ることが
できる。

ステップ入力に対する応答が代表根による応答で近似される高次サーボ

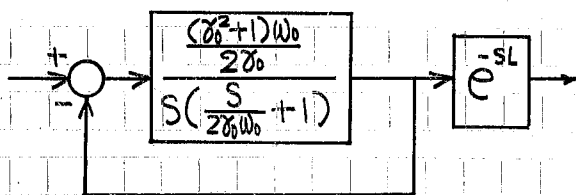


第8.13図 高次サーボ系と二次
サーボ系のステップ応答

と、この代表根に等しい特性根を
もつ二次サーボとについて、ステ
ップ応答を比較すると第8.13
図が得られる。すなわち第
8.13図(a)の高次サーボ系の応
答は(b)の二次系の応答に比較
して時間的に遅れを認めることが分

る。この節ではこのよう高次系における時間遅れに着目して考察を進める。
高次サーボ系の応答は、すでに述べたことによって第8.17図(P98)
の系の過渡応答によって充分良く近似することができ。したがって、第
8.13図(a)の応答は第8.17図の系のステップ応答によって近似す
ることができるとはする。いま第8.17図の系にステップ入力が入力さ

れた場合を考えると、最初の L 秒間は入力側に応答は表われず、 L 秒経過して応答が表われると同時にフィードバックループが閉じて閉ループ系として動作するようになる。ループが閉じてからの応答は近似系の特性根によって決定されることにはなるが、このとき位相条件 3π 以上の根は、第8.8図 (P103) の根軌跡によっても示すように、位相条件 π の根に対して充分離れた位置にあり、しかも虚軸に対しても離れた位置にあることはすでに述べたとおりである。したがって位相条件 3π 以上の根が応答に与える影響は無視することができよう。



第8.14図 高次サーボ系の過渡応答を求める場合のブロック線図

以上の考察の結果、高次サーボ系の応答が代表根によって近似され、しかも (8.17) 式 (8.14) 式 (P917) を使って求めた L の値が正である場合には、高次サーボ系の応答は第8.14図の系によって近似可能であることが分かった。この図における L は以後等価な時間とよぶことにする。

<8.2.iii> 高次サーボ系の代表根決定方法 (2)

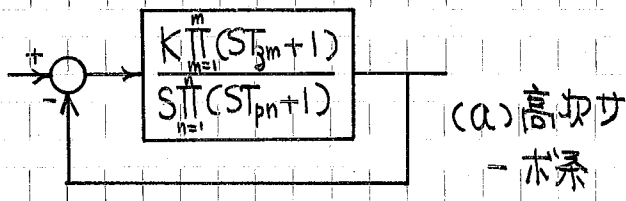
ここでは高次サーボ系の応答を推定するにあたり、<8.2.i> に比較してより実用的な方法を考察する。

<8.2.ii> で述べたように、高次サーボ系が閉ループ系として動作している場合の応答は、一般に第8.14図によって示すように二次サーボ系の応答と L 秒時間によって近似することができよう。そこで、ここでは改めて近似系の伝達関数を第8.15図 (c) (次頁) で表わすものとする。ただし同図 (c) において L , u_x , v_x は、ここではひとまず未知数と置き、これらの値を、<8.1> 節で求めた近似系 (第8.15図 (b) に再掲)

から直接決定していくことを考える。

第8.15図 (b) において、入出力間の伝達関数 $F_1(s)$ を求めると

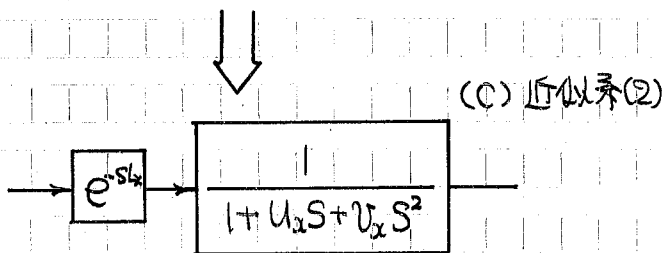
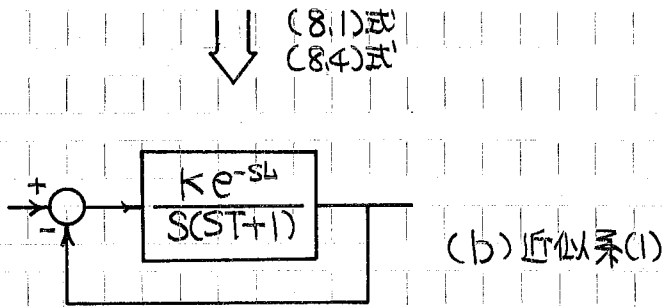
次のようになる。



$$F_1(s) = \frac{\frac{K e^{-sL}}{s(sT+1)}}{1 + \frac{K e^{-sL}}{s(sT+1)}}$$

$$= \frac{e^{-sL}}{\frac{s}{K}(sT+1) + e^{-sL}}$$

$$= \frac{e^{-sL}}{1 + s(K-L) + s^2(KL/2) + \dots} \quad \text{--- (8.14)}$$



一方、第8.15図 (c) における近似系 (2) の、入出力間の伝達関数 $F_2(s)$ は次のように表わすことができる。

$$F_2(s) = \frac{e^{-sL_x}}{1 + u_x s + v_x s^2} \quad \text{--- (8.15)}$$

第8.15図 高次系の代表根を決定するための考え方

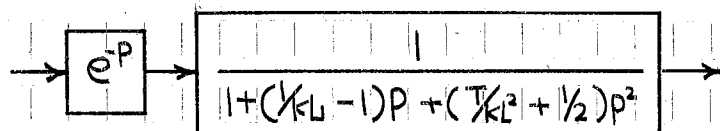
(8.14) 式と (8.15) 式とを比較することによって L_x u_x v_x の値を次のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} L_x &= L \\ u_x &= \frac{1}{K} - L \\ v_x &= \frac{T}{K} + \frac{L^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (8.16)}$$

(8.16) 式の結果を第8.15図 (c) に代入することによって、近似系 (2) の伝達関数が求まったことになる。ただし、この関係は (8.14) 式において、 s^3 以上の項は無視できるものと仮定して導いた結果である。

ため、ここでの誤差については十分に考察しておかなければならない。そこで次に、この誤差について考えていく。

第8.15図(c)の形で表わされる近似系(2)において、時間軸を t は時間 L で基準化すると、(8.16)式の関係を考慮して次の第8.16図の



ブロック線図が得られる。

同図における、二次系の特性根を

第8.16図 時間軸を基準化した近似系(2) $\gamma_0' = (-\gamma_0 \pm j) \omega_0' \quad (8.17)$

とおくと、 K_L T/L と

γ_0 ω_0' との関係は第8.17図(前頁)のようになるとする。

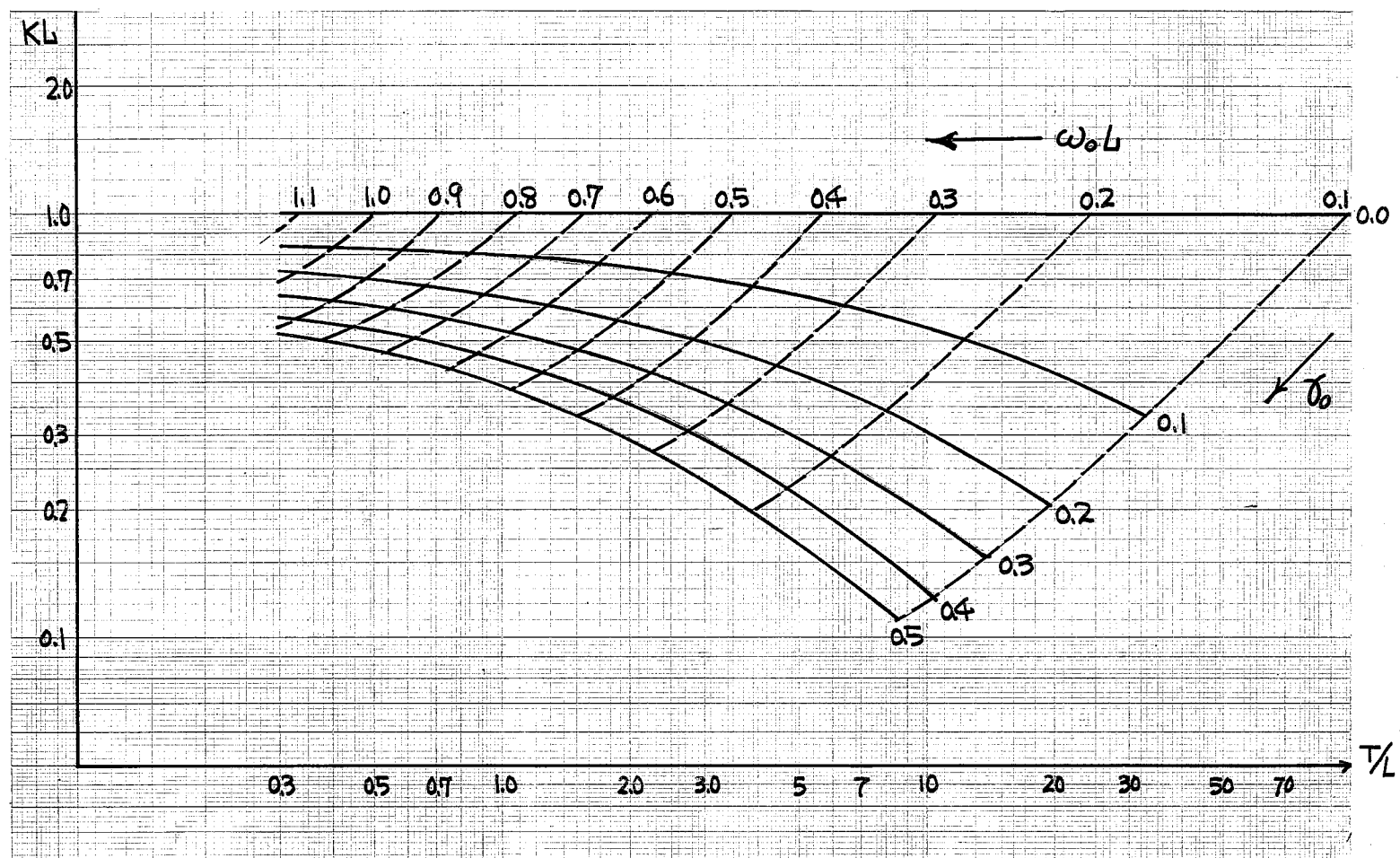
一方先に求めた、第8.11図(P105)は第8.15図(b)について時間軸を基準化した系の代表根を正確に求めた上で描いた線図であるので、第8.17図と第8.11図とを比較することによって、(8.16)式(前頁)を導びく段階で s^3 以上の項を省略したために生じる誤差を知ることができる。この結果 $\omega_0' \leq 0.7$, すなわち第8.15図のサーボ系が代表根の減衰角周波数として $0.7/L$ 以下の値を持つ場合には、ここで考えた方法を用いて、実用上充分な精度で(誤差10%以内)、代表根を知ることができる。

<8.3> 高次サーボ系の簡単な安定判別法

与えられた高次サーボ系について安定判別を行なおうとする場合、フルビッツの方法あるいはナイキストの方法などが用いられることが多い。これに対して、この節ではこれまで述べてきた“二次系+変位時間”系による近似の考え方を応用して簡単な安定判別法を求める。

(a) 代表根決定線図(第8.11図 P105)を利用する場合。





第8.17图 代表根決定線図(2)

代表根決定線図において、 $\gamma_0 = 0$ はサーボ系のダンピングが零の状態に対応している。したがって同図において、 $\gamma_0 = 0$ の軌跡よりも上側の部分は不安定領域になる。そこで与えられた高次サーボ系に対し、 KL T/L を計算し第8.11図上にプロットしたとき、この値が $\gamma_0 = 0$ の軌跡の上側の領域にくる場合には、このサーボ系は不安定になることが分る。

(b) 第8.15図 (P110) に示した考え方をもちいる場合

高次サーボ系を第8.15図 (c) で近似した場合、この近似系 (2) が安定であるための必要充分条件は $u_x > 0$ $v_x > 0$ となることである。ここで (8.16) 式 (P110) から $v_x > 0$ の条件は常に成立することは明らかであるので、安定のための条件は $u_x > 0$ すなわち

$$\frac{1}{K} - L > 0$$

となる。したがって、これを整理して安定条件としては

$$KL < 1 \quad \text{--- (8.18)}$$

が導かれる。

ただし (8.18) 式を使って、高次サーボ系の安定判別を行なう場合、<8.2. iii> で述べたような理由で誤差が含まれる場合がある。しかしながら (8.18) 式を満足する KL は常に第8.11図において $\gamma_0 > 0$ の安定領域に含まれることが分る。このことから (8.18) 式は高次サーボ系^{*}が安定であるための充分条件であることが分る。すなわち、安定なサーボ系であっても (8.18) 式の条件を満足しない系は存在するが、同式を満足する系は全て安定であることが分る。

<8.4> 近似サーボ系を応用した過渡特性設計

第8.15図 (a) の高次サーボ系が、代表根として $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ を持つように過渡特性設計を行ないたい場合、ここではまず高次サーボ系を

* 第8.15図 (a)

第8.15図(b) (PIIO) の形で近似し, この近似系が指定根 $(-\alpha_0 \pm j)\omega_0$ を代表根として持ったために必要になる補償回路を求める。次にここに求めた近似サーボ系に対する補償回路を高次サーボ系にそのまま挿入すると, 一定の条件を満足する場合にはこの高次系も近似系と同一の代表根 $(-\alpha_0 \pm j)\omega_0$ をもつことになる。

したがって, この節ではまず近似系に対して代表根指定法^(*)を適用して, 過渡特性を行なう場合を考察し, 次にこのような考え方を適用できる限界について考える。

<8.4.1> 近似サーボ系の過渡特性設計

第8.15図(b)の近似サーボ系が代表根 $(-\alpha_0 \pm j)\omega_0$ を持つように, 過渡特性設計を行なう場合, まず補償ベクトル $g_c \angle \phi_c$ を次のようにして計算しなければならない。

$$g_c \angle \phi_c = \left[\frac{s(sT+1)}{K e^{-sL}} \right]_{s=(-\alpha_0 \pm j)\omega_0} \quad (8.19)$$

(8.19)式から $g_c \angle \phi_c$ を具体的に計算して次の結果が得られる。

$$g_c = \frac{\omega_0 L}{KL} \left[(1+\alpha_0^2) \left\{ (1-\alpha_0 \omega_0 L \cdot \frac{T}{L})^2 + (\omega_0 L \cdot \frac{T}{L})^2 \right\} \right]^{1/2} \exp(-\alpha_0 \omega_0 L) \quad (8.20)$$

$$\phi_c = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\alpha_0} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega_0 L \cdot \frac{T}{L}}{1-\alpha_0 \omega_0 L \cdot \frac{T}{L}} \right) + \frac{\omega_0 L}{\pi} \times 180 - 180 \quad (8.21)$$

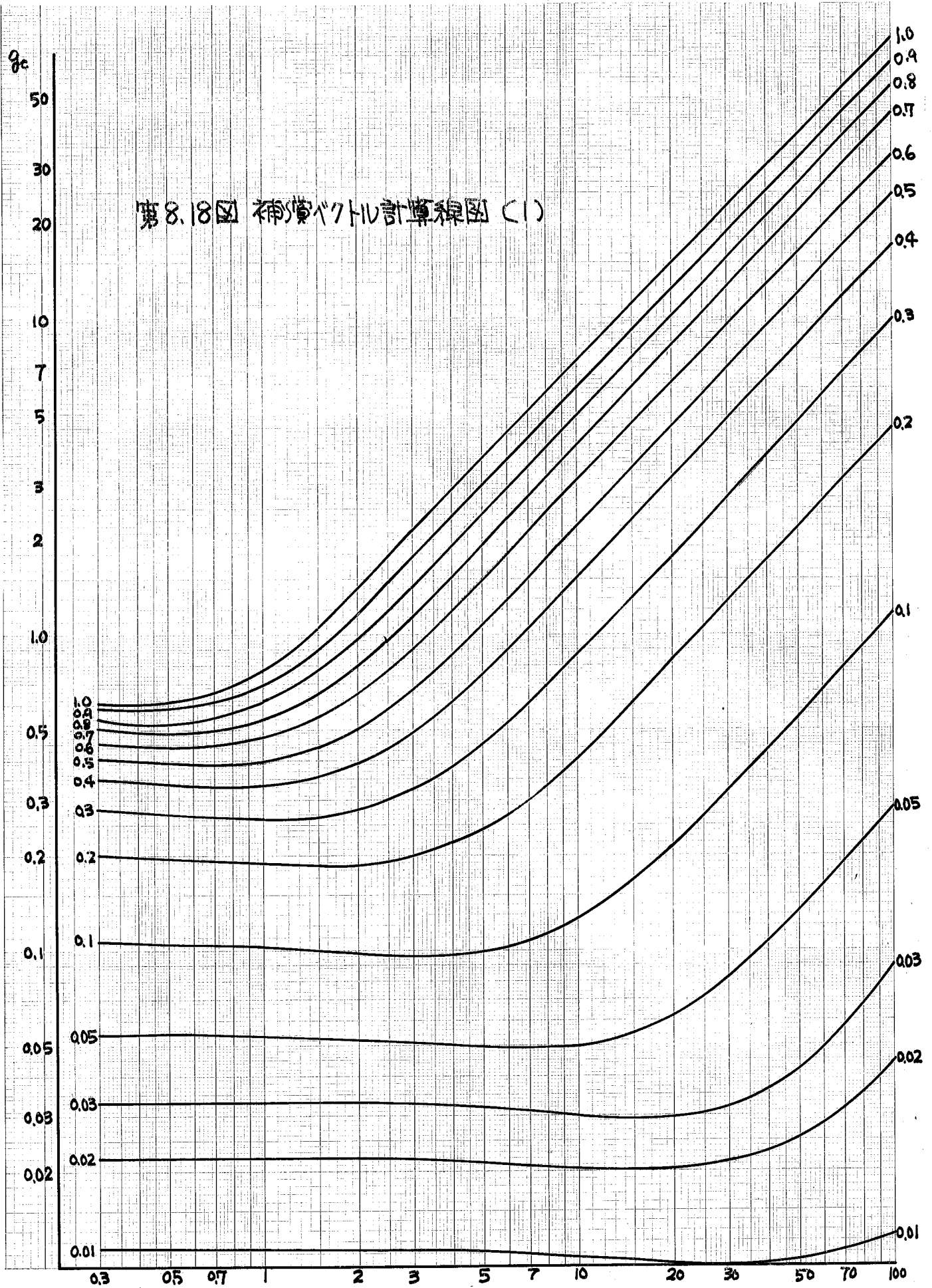
(8.20)式 (8.21) 式を図示すると, 第8.18図 (PP 115~116) の補償ベクトル計算線図を作ることができる。この図をもちいることによって, 近似サーボ系の伝達関数が決ると, 同時に補償ベクトルを求めることができる。

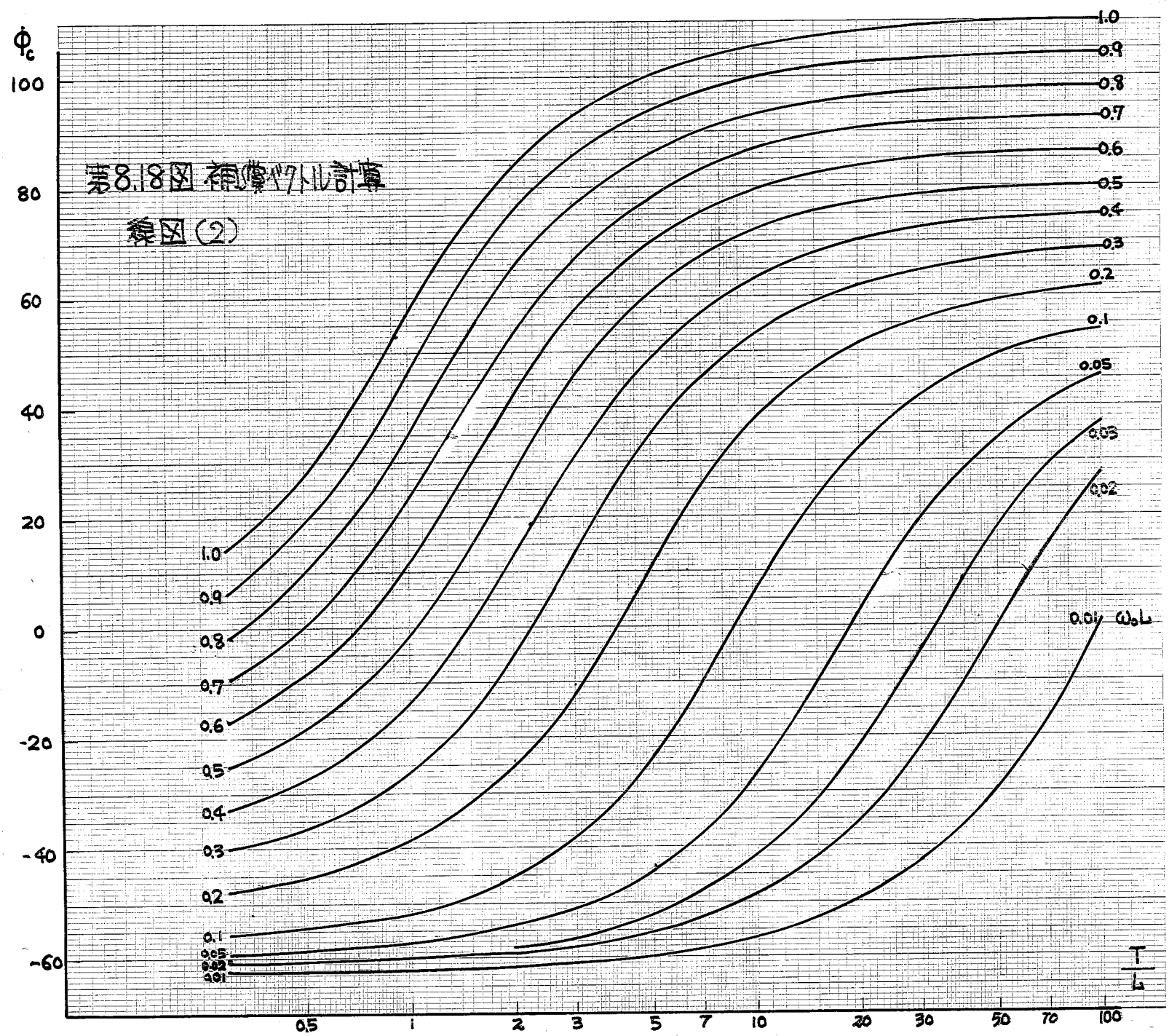
このようにして補償ベクトルの値が求まると, これを補償計算線図^{**}上にプロットすると補償回路の定数を決めることができる。

* 高井 「自動制御理論」 PP 217-264 1961 (オーム社)

** 同上 付録

第8.18図 補償ベクトル計算線図(1)





第8.18図 補償特性計算
線図(2)

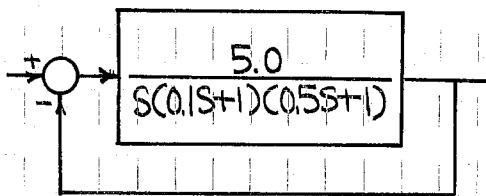
＜8.4.ii＞ 近似サーボ系をもちいる補償方法についての考察

＜8.1＞節で述べたように、高次サーボ系と近似サーボについて、前向伝達関数のボード線図を比較すると伝達関数の分母分子の次数差が三次以上ある場合には、位相遅れ200度附近までは充分な一致がみられる。このことから近似サーボ系を高次サーボ系の設計に適用するにあたって次のようなことがいえる。

(a) 同一の遅れ補償回路を、近似サーボ系、高次サーボ系に挿入した場合、位相遅れ180度附近において補償前よりもよい一致がみられる。

(b) 速み補償回路をもちいた場合には、位相補償回路挿入以前よりも、180度附近における周波数特性の近似度は低下する。したがって特に速み性の強い補償回路をもちいる場合には、近似サーボ系の応答と高次サーボ系の応答とに違いがみられる。しかしながら速み性の強い補償回路は、これをもちいると増幅率の飽和の問題が生じるために必ずしも実用的とはいえない^{*}。このような理由で近似サーボ系をもちいた補償方法は、充分有効なものと考えられる。

＜8.5＞ 例題



第8.19図 高次サーボ系のブロック線図

これまでこの章で述べてきたことを、第8.19図のサーボ系を例題として数値に検討する。

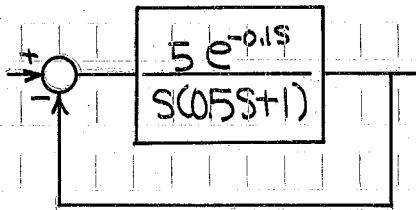
(i) 近似サーボ系をもとめるための計算。

(8.1)式(8.4)式の関係をもちいると次の式が得られる。

$$T+L = 0.1+0.5$$

$$T^2 = (0.1)^2 + (0.5)^2$$

* 次章参照



したがって

$$T = 0.5 \quad L = 0.1$$

となり第8.20図 近似サーボ系(1)が得られる。

(ii) 代表根決定線図(第8.11図 P 105) を利用した代表根の決定。

KL , T/L の値をもとめるとおののおの

$$KL = 0.5$$

$$T/L = 5.0$$

となる。この値を第8.11図上にプロットすると

$$\gamma_0 = 0.17$$

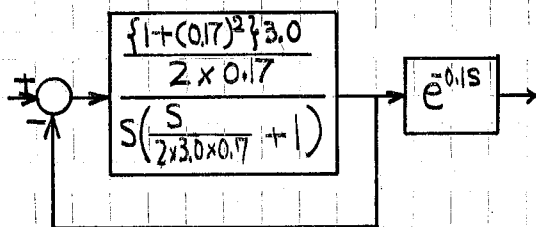
$$\omega_0 L = 0.3$$

であることが分る。したがって第8.19図の高次系における代表根は

$$\gamma_0 = (-0.17 \pm j) 3.0 \quad \text{--- (8.22)}$$

となる。この結果、第8.19図の系の過渡応答は、次の第8.21図によ

て考えればよいことが分る。



(iii) 第8.15図 (P110) の考え方をもちいた代表根の決定

第8.21図 近似サーボ系
(過渡応答の近似)

第8.15図(c) において示される近似サーボ系(2)のパラメータ

L_x , u_x , v_x の値は (8.16)式を

もちいて計算することが出来る。すなわち

$$L_x = 0.1, \quad u_x = 0.1, \quad v_x = 0.1$$

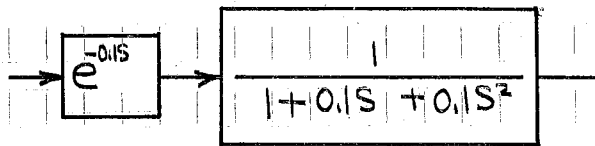
となる。したがって第8.22図(次頁)のような近似系が得られる。こ

こでもとの近似系(2)を使って代表根を計算すると

$$\gamma_0 = (-0.16 \pm j) 3.1 \quad \text{--- (8.23)}$$

となる。

先に求めた (8.22) 式の結果と (8.23) 式とを比較すると充分な一致がみられることが分かる。



第8.22図 近似サーボ系 (2)

(iv) 近似サーボ系を応用した 過渡特性設計

第8.20図 (前頁) の近似系について、第8.18図をもちいて補償バクトル軌跡を求めると、第8.23図 (次頁) が得られる。

なお、第8.23図においては参考までに、第8.19図の高次サーボ系について正確に計算した補償バクトル軌跡も描いてある。同図と補償計算線図とをもちいて、近似サーボ系において次のような指定根をもたせるための補償回路の定数を決定することが出来る。結果を式を書く次のようになる。

(a) $\gamma_0 = 0.5$ $\omega_0 = 5.0$ のとき、補償回路の伝達関数 $F_c(s)$ は

$$F_c(s) = \frac{1 + s/2.4}{1 + s/10.8}$$

となる。

(b) $\gamma_0 = 0.5$ $\omega_0 = 7.0$ のとき、 $F_c(s)$ は

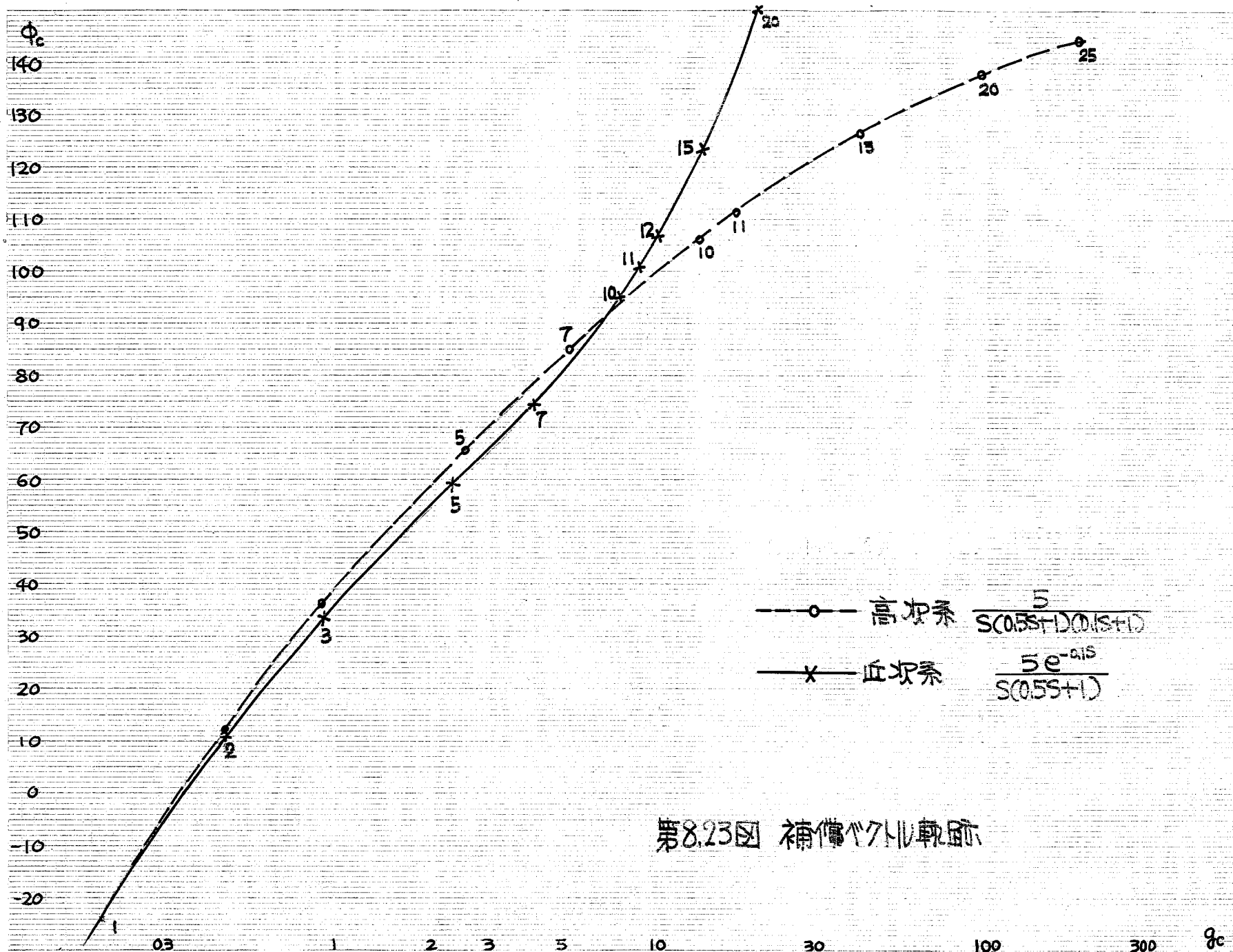
$$F_c(s) = \frac{1 + s/1.9}{1 + s/16.0}$$

となる。

(c) $\gamma_0 = 0.5$ $\omega_0 = 10.0$ のとき

$$F_c(s) = \frac{1 + s/1.5}{1 + s/45.0}$$

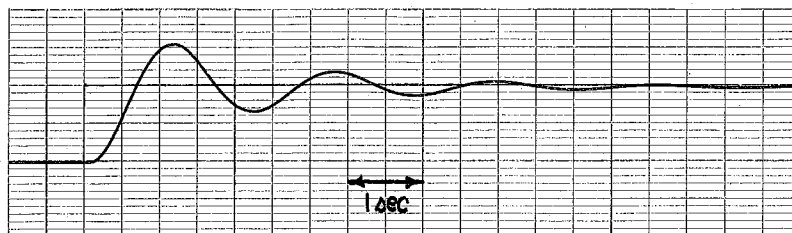
(d) $\gamma_0 = 0.5$ $\omega_0 = 12.0$ のとき



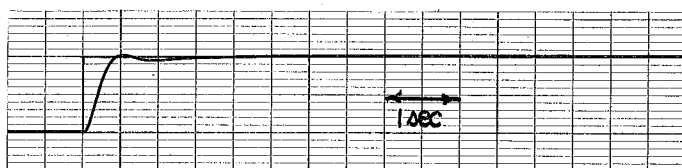
$$F_c(s) = \frac{1 + s/1.44}{1 + s/173.0}$$

近似サーボ系に以上の補償回路を挿入すると、いずれの場合も留数条件を満足しており、指定された根を代表根として持つことが確かめられた。

次にここで求めた補償回路を第8.19図(P1117)の高次サーボ系に適用すると、その時の応答は第8.24図(次頁)のようなステップ応答が得られる。この図から明らかに、指定根の ω_0 が10以上である場合には、近似系を応用した過渡特性設計法も適用できることが分かる。



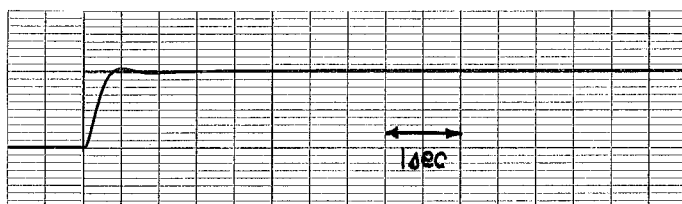
補償前の
サーボ系の
応答



$\zeta_0 = 0.5, \omega_0 = 12$ のとき

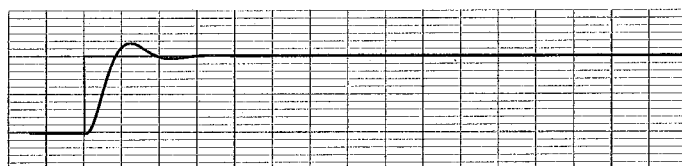
補償回路 $F_c(s)$

$$F_c(s) = \frac{s/14 + 1}{s/113.0 + 1}$$



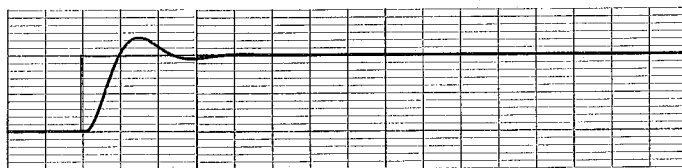
$\zeta_0 = 0.5, \omega_0 = 10$ のとき

$$F_c(s) = \frac{s/1.5 + 1}{s/45.0 + 1}$$



$\zeta_0 = 0.5, \omega_0 = 7$ のとき

$$F_c(s) = \frac{s/1.9 + 1}{s/16.0 + 1}$$



$\zeta_0 = 0.5, \omega_0 = 5$ のとき

$$F_c(s) = \frac{s/2.4 + 1}{s/10.8 + 1}$$

第8.24図 高次サーボ系の補償結果

第9章 飽和サーボ系の設計に関する基礎的考察

目標値がステップ状に変化するサーボ機構においては、あらゆる大きさの入力に対して、増幅率が線形区間で動作することが必要になる場合はむしろ少ない。すなわちサーボ機構において増幅率の線形性が問題になるのは、系が平衡を保ち増幅率が零に饱和したりであって、それ以外の所では増幅率が飽和特性をもっているとしても、定常特性においては何等の影響も与えないためである。このように増幅率が飽和特性をもち、しかも過渡状態において、この飽和区間で動作することが考えられるサーボ系を以後飽和サーボ系と呼ぶことにする。

このような飽和サーボ系を設計していくこうとする場合、次のように分類して考察を進めなければならない。

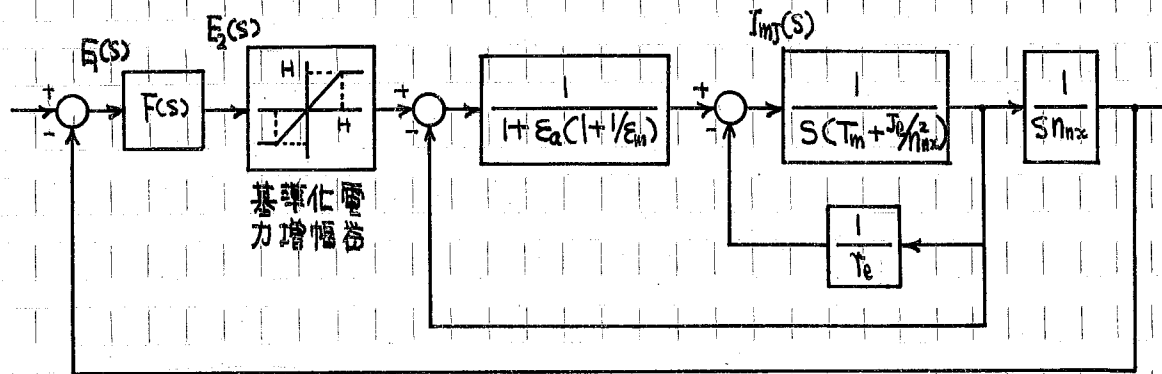
(i) 飽和区間での動作が線形区間での動作に較べて大きなウェイトを占める場合

(ii) 飽和区間での応答がしめる割合が、線形区間での応答に比較して、ほぼ同じか、またはそれ以下である場合。

以上のうちで (ii) の場合はすでに第7章で述べたように、線形サーボ系の場合に準じて考えていくことができるので、この章では特に、位置決め用のサーボ機構にみられるような (i) の場合をとりあげて、それを設計する際に必要となる基礎的な問題を考察していく。まず <9.1> 節から <9.4> 節までは、飽和サーボを設計するにあたって必要になる行き過ぎ量の向題、および電流制限の問題を考察する。この結果を応用して <9.5> 節、<9.6> 節でパワーマッチングを考える。

<9.1> 飽和サーボ系が線形閉ループ区間で動作しているときの応答

基準化電動機および基準化電力増幅器を使用した飽和サーボ系は、次の第9.1図のブロック線図によって考えることができる。



第9.1図 飽和サーボ系のブロック線図

この章ではすでに述べたように、比較的大振幅のステップ入力か加えられるために、飽和区間で動作していると主に関荷軸の角速度が充分定常状態に到達し、その後線形区間に突入するようなサーボ機構について考察するが、この節では特に線形区間突入後の応答^{**}をとりあげて考察する。ただしこのとき次のような前提条件をもうける。

(i) 飽和区間から線形区間への切換にあたって、偏差 $e(t)$ (第9.1図参照) の境界値として次のような一定の値をとるものとする。

$$\left. \begin{aligned} [e(t)]_{t=0} &= e_0 \\ \left[\frac{de(t)}{dt} \right]_{t=0} &= \dot{e}_0 \end{aligned} \right\} \text{----- (9.1)}$$

上式においては切換時を時間軸上の原点にとるものとして表わしてある。^{**}

(ii) 第9.1図のサーボ系において、基準化電力増幅器が終始線形区間で動作するような小振幅のステップ状入力か印加されたとき、この系の過渡応答が $(-\alpha_0 \pm j\omega_0)$ を特性根として持つ純2次系の過渡応答によって充分近似されるものとする。

以上の前提条件(i) (ii) から第9.1図の系が飽和区間から線形区間に突入した後の偏差 $e(t)$ は次のように表わすことができる。

* 基準化電力増幅器の入力電圧 $e_2(t)$ が H 以下になる場合の応答

** 以下時にことわらないうかぎり 切換無を時間軸上の原点にとるものとする。

$$e_1(t) = e_0 \left\{ 1 + \gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right\}^{1/2} \cos \left\{ \omega_0 t - \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\} \quad (9.2)$$

したがって、このときの負荷軸での角速度 $\omega_e(t)$ は、上式の $e(t)$ を微分することによって次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \omega_e(t) &= -\frac{de(t)}{dt} \\ &= \omega_0 e_0 \left\{ 1 + \gamma_0^2 \right\} \left\{ 1 + \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\}^{1/2} \sin \left\{ \omega_0 t + \tan^{-1} \gamma_0 - \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\} \exp(-\gamma_0 \omega_0 t) \end{aligned} \quad (9.3)$$

また第9.1図の系において、基準化電動機および負荷のイナーシャを加減速するための基準化電動機の電流を $I_{mj}(t)$ とすると次の(9.4)式が得られる。

$$\begin{aligned} I_{mj}(t) &= \left(T_m + \frac{J_0}{n_{mx}^2} \right) \frac{d}{dt} (n_{mx} \omega_e(t)) \\ &= n_{mx} \omega_0^2 (1 + \gamma_0^2) e_0 \left(T_m + \frac{J_0}{n_{mx}^2} \right) \left\{ 1 + \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\}^{1/2} \cos \left\{ \omega_0 t + 2 \tan^{-1} \gamma_0 - \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\} \exp(-\gamma_0 \omega_0 t) \end{aligned} \quad (9.4)$$

ここで与えた(9.2)(9.3)(9.4)式の関係が次節以後において述べる飽和サーボに特有な問題を考察するにあたって基本となる式である。

<9.2> イナーシャ加減速電流の連続性について

第9.1図の飽和サーボ系のブロック線図において線形区間突入後、基準化電動機および負荷がもつイナーシャを加減速するために基準化電動機を流れる電流は、すでに述べたように(9.4)式によって表わすことができる。ここでは次に述べるような観点から電流の連続性に注目し、これより飽和サーボ系が線形区間において持つ $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ に関する条件を導く。

まず飽和区間において、サーボ系が充分定常状態に到達した後に、線形区間に切り換えるものとする、イナーシャ加減速電流の飽和区間での最終値 $I_{mj}(0_-)$ は

$$I_{mj}(0_-) = 0 \quad \text{-----} \quad (9.5)$$

とすることはいうまでもない。これに対して線形区間突入時の I_{mj} を $I_{mj}(0_+)$ とすると、この値は (9.4) 式において $t=0$ とおくことによって求められる。すなわち

$$I_{mj}(0_+) = n_{mx} \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \omega_0^2 e_0 \left(1 + \gamma_0^2 - \frac{2\gamma_0 \dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \quad \text{-----} \quad (9.6)$$

となる。

一方飽和サーボ系における基準化電動機の入力電圧 $E_i(t)$ は次のように表わすことができる。

$$E_i(t) = I_{mj}(t) + I_{mr}(t) + E_c(t) \quad \text{-----} \quad (9.7)$$

ただし $I_{mr}(t)$ は、負荷の回転レスポンスを駆動するために基準化電動機を流れる電流とし、また $E_c(t)$ は基準化電動機の逆起電力を表わす。(9.7) 式における $E_c(t)$ 、 $I_{mj}(t)$ に関しては、 $t=0$ において基準化電動機の角速度が重荷であるため

$$E_c(0_-) = E_c(0_+) \quad \text{-----} \quad (9.8)$$

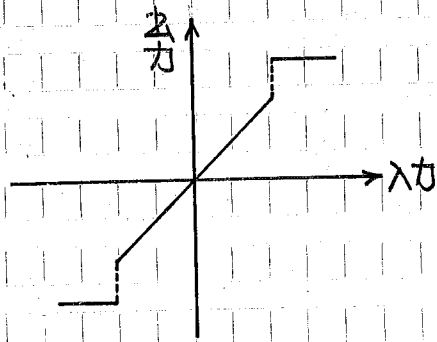
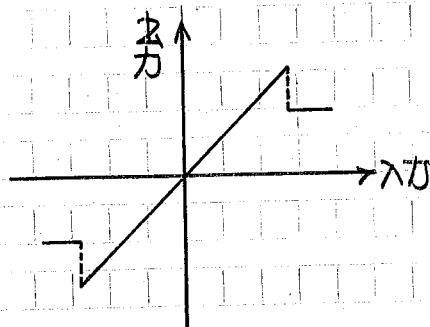
$$I_{mr}(0_-) = I_{mr}(0_+) \quad \text{-----} \quad (9.9)$$

となることは明らかである。

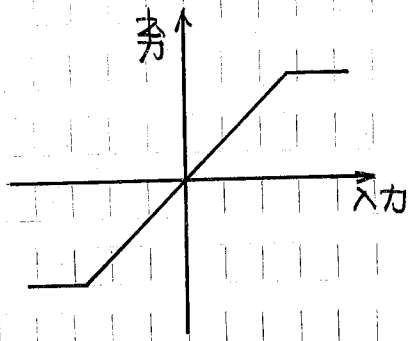
したがって (9.5) 式 ~ (9.9) 式までの関係を考慮すると基準化電力増幅器の特性に関して次のような結果を導びくことができる。

(i) $I_{mj}(0_+) \neq 0$ のとき。この場合 (9.7) 式における $E_i(t)$ に関して $t=0$ 附近で次のような関係が成立する。((9.5) (9.8) (9.9) 式参照)

$$E_i(0_-) \neq E_i(0_+) \quad \text{-----} \quad (9.10)$$

(a) $I_{mj}(0+) < 0$ のとき(b) $I_{mj}(0+) > 0$ のとき

第9.2図 基準化電力増幅器の入出力特性 (i)



第9.3図 基準化電力増幅器の入出力特性 (ii)

(9.10) 式の関係は飽和区間から線形区間への切換にあたって E_i は不連続であることを意味している。したがって基準化電力増幅器の入出力特性は第9.2図のようほものでなければならぬことが分かる。

(ii) $I_{mj}(0+) = 0$ のとき

このとき基準化電動機の入力電圧 E_i は $E_i(0-) = E_i(0+) \dots\dots\dots (9.11)$

となる。したがって増幅器の入出力特性は第9.3図によつて示すことができる。

以上(i)(ii)の結果から、基準化電力増幅器が第9.1図(P124)に示すような飽和特性をもつ場合には $I_{mj}(0+) = 0$ であり得ればならぬことが分かる。すなわち(9.6)式から

$$\frac{\dot{e}_0}{e_0} = \frac{(1+\gamma_0^2)\omega_0}{2\gamma_0} \dots\dots\dots (9.12)$$

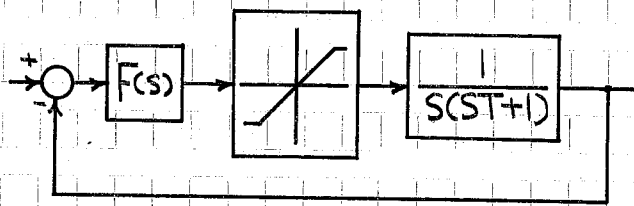
が導びかれる。ただし、ここで求めた(9.12)式は飽和サーボ系において線形区間での応答が $(-\gamma_0 I_j)\omega_0$ を根にもつ純二次系の応答に完全に一致するための条件式である。したがって近似的に二次系の応答で表わされる場合も含めると(9.12)式の条件は次のように巾をもたせることができる。

$$\frac{\dot{e}_0}{e_0} = k \frac{(1+\gamma_0^2)\omega_0}{2\gamma_0} \dots\dots\dots (9.13)$$

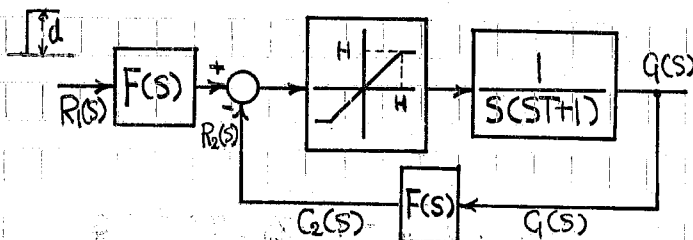
ここに τ は定数であって、経験上の条件を満足する値となる。(例題 P130 参照)

$$0.9 \leq \tau \leq 1.5 \quad (9.14)^*$$

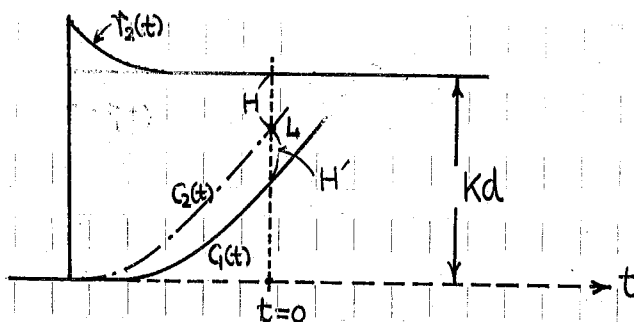
(9.13)式(前頁)の条件に関して更に考察をせよ。同式における τ の値は補償回路によって影響を受けるのでこれに関して考える。第9.4図の飽和サーボ系をあらかじめ第9.4図のように整理しておき、これを等



第9.4図 飽和サーボ系(1)



第9.5図 飽和サーボ系(2)



第9.6図 飽和サーボ系の応答(a)

のちに飽和区間から線形区間に切換わるものとし、また $F(s)$ の定常ゲインを K とする。

以上の結果、切換点における負荷軸の応答 C_1 は次のように表わすこと

* (9.14)式の条件を導くにあたって飽和区間で定常状態に達した後線形区間へ突入する場合を考え、さらに、この条件を満足する系は飽和区間で定常状態に達しないうちに線形区間へ突入するより比較的小さな荷重のステップ入力がかゝった場合でも、線形区間の応答を純二次系の応答で近似することが可能になる。このことはアナログ計算機を用いて実験的に確かめられる。

価変換すると第9.5図が得られる。同図において $F(s)$ は補償回路を含むものとする^{ここで}と $F(s)$ によって次のように分類して考えなければならぬ。

(a) $F(s)$ が追従特性をもつ場合

第9.5図のサーボ系に対して高さ d のステップ入力^{飽和区間の}が印加されるとき各部の応答波形は第9.6図のようになる。このとき同図において飽和区間から線形区間への切換は C_2 の値が $(Kd-H)$ となる点 L であることはいうまでもない。ただし第9.6図に示すように $F(s)$ による $T_2(t)$ の過渡現象が充分減衰し

かできる。(H'は第9.6図参照)

$$[G(t)]_{t=0} = Kd - H - H' \quad (9.15)$$

また負荷軸での角速度は

$$[\dot{G}(t)]_{t=0} = H \quad (9.16)$$

となる。これより(9.1)式で定義した e_0 および $\dot{e}_0$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= H + H' \\ \dot{e}_0 &= -H \end{aligned} \right\} \quad (9.17)$$

(9.17)式、(9.13)式(9.127)、(9.14)式(9.128)より過渡補償を行なう系に対しては、線形区間における代表根 $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ は次の条件を満足しなければならないことが分る。

$$0.9 \leq \frac{\frac{H}{H+H'}}{\frac{(\gamma_0^2+1)\omega_0}{2\gamma_0}} \leq 1.5 \quad (9.18)$$

上式においてHは増幅倍の特性によって決定されるのに対しH'は第9.5図における $F(s)$ によって次のように決定することかできる。いま伝

達関数 $F(s)$ が次のように表わされてい

$$F(s) = \frac{K \prod_{m=1}^n (sT_{3m} + 1)}{\prod_{p=1}^r (sT_{pn} + 1)} \quad (9.19)$$

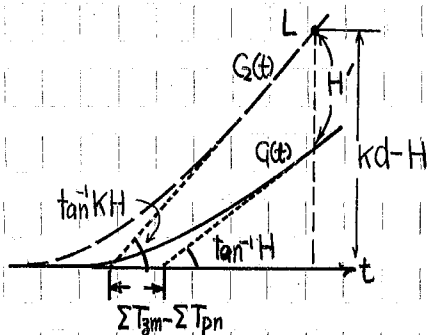
このとき飽和区間での $G(t)$ 、 $G_2(t)$ の波形は第9.7図によって表わすことができる。したがってH'の値は

$$H' = Kd - H - d + \frac{H}{K} + H(\sum T_{pn} - \sum T_{3m}) \quad (9.20)$$

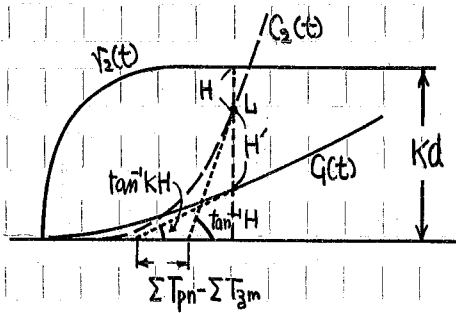
となる。

(b) $F(s)$ が遅れ特性をもつ場合

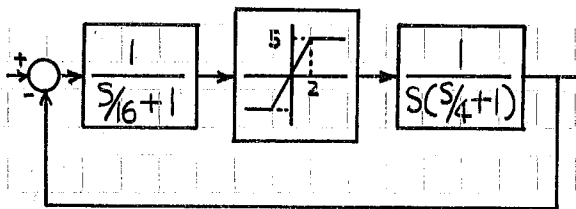
このとき、系にステップ状入力が入力されたときの飽和区間での応答は



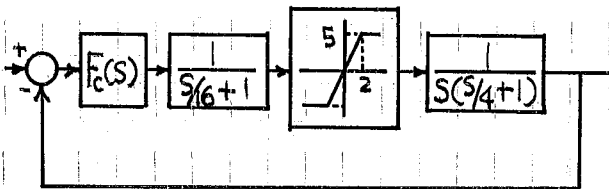
第9.7図 $G(t)$ と $G_2(t)$
との応答の比較



第9.8図 飽和サーボ系の
応答 (b)



第9.9図 飽和サーボ系のフ
ロックス線図



第9.10図 補償後の飽和サ
ーボ系のブロック線図

制約を受けることが分る。

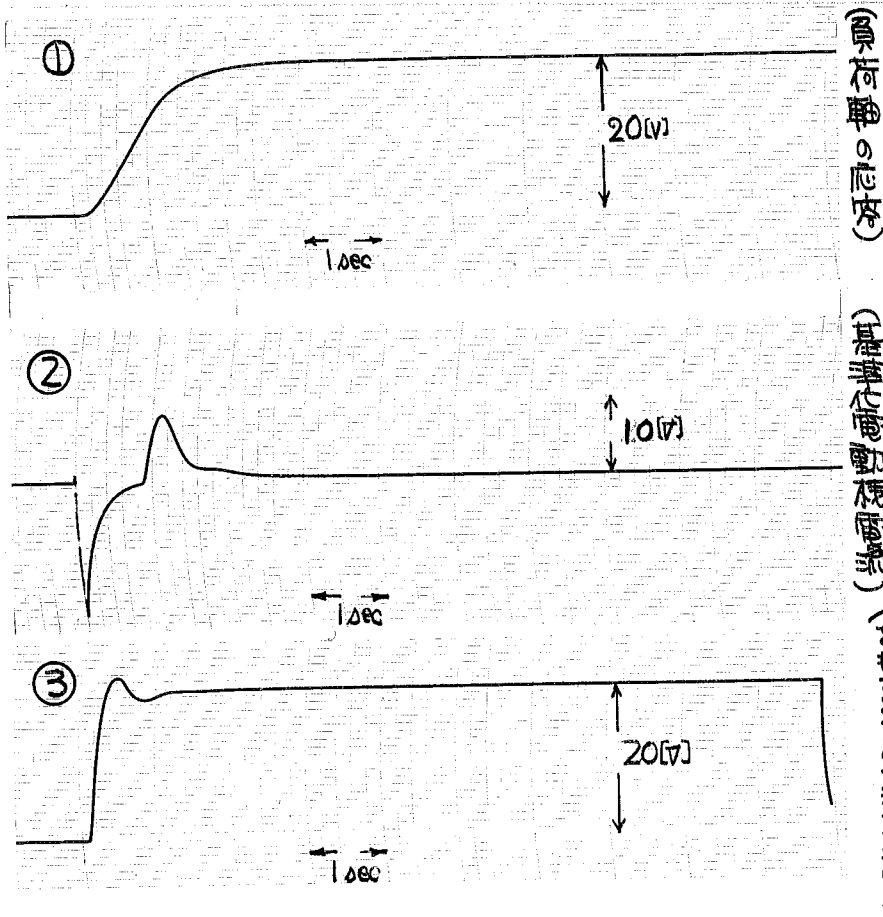
第9.8図によって表わすことができる。したがって、この場合にも(9.18)式で進み特性の場合と同様に(9.18)式をもちいることができる。

創題

第9.9図に示すサーボ系において、線形区間における応答が $(-0.5 \pm j)\omega_c$ を根にもつ二次系の応答によって近似されるように補償を行なえ。

代表根指定法をもちいて、種々の ω_c に対して指定根が代表根となるように過渡特性設計を行なうと、第9.11図の結果が得られる。ここで補償回路 $F_c(s)$ は第9.10図に示すような位置にくるものとする。

なお次頁以後で示すアナログ計算機の結果からも明らかのように、飽和サーボ系においては、進み補償、遅れ補償のいずれに対しても、線形サーボ機構の場合に比較して大きな



(負荷軸の応答)

(基準電動機電流)

(電力増幅器の出力電圧)

$\gamma_0 = 0.5, \omega_0 = 8.0$
のとき

補償回路 $F_c(s)$
は

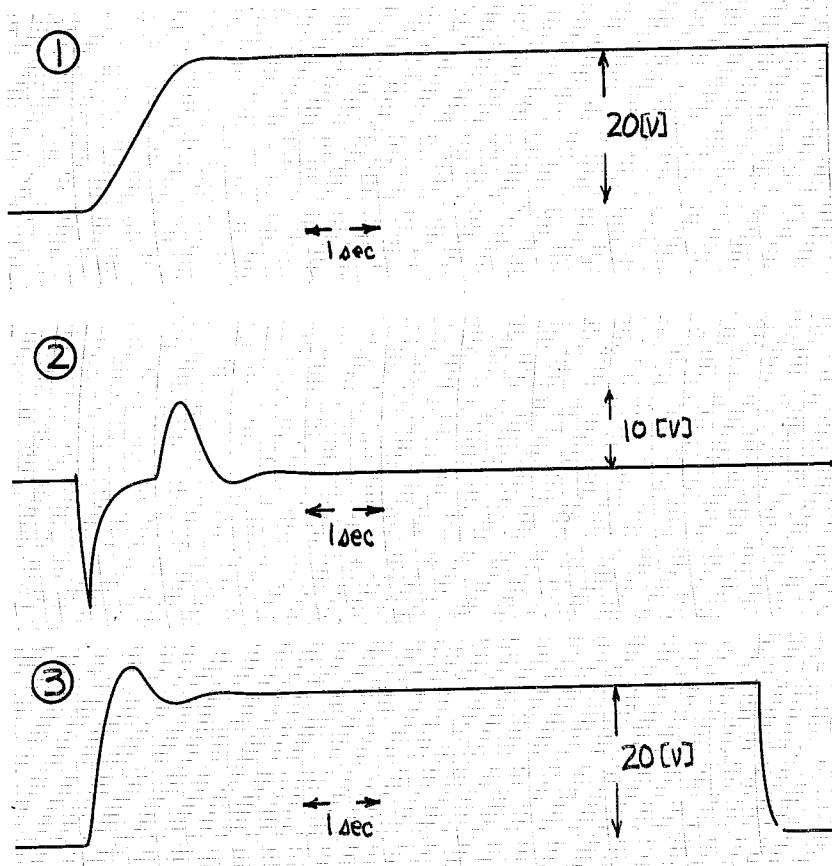
$$F_c(s) = \frac{0.38s + 1}{0.07s + 1}$$

となる。

また

$$\frac{H}{H+H'} \cdot \frac{(\gamma_0^2 + 1)\omega_0}{2\gamma_0} = 440$$

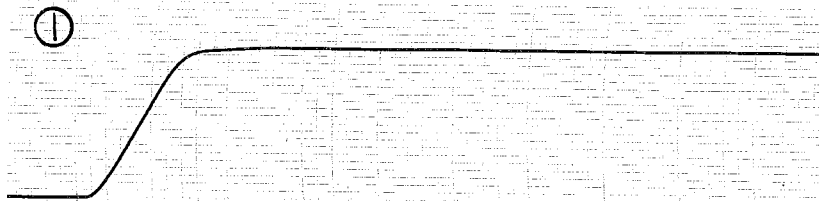
となる。



$\gamma_0 = 0.5, \omega_0 = 6.0$ のとき

$$F_c(s) = \frac{0.28s + 1}{0.15s + 1}$$

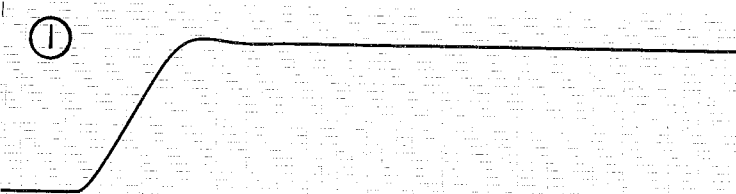
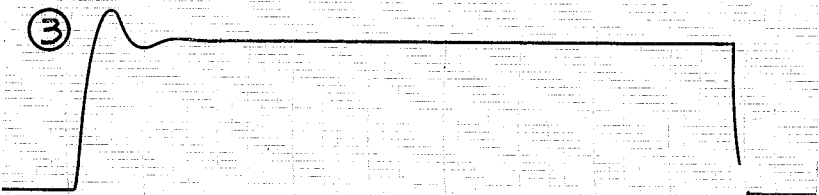
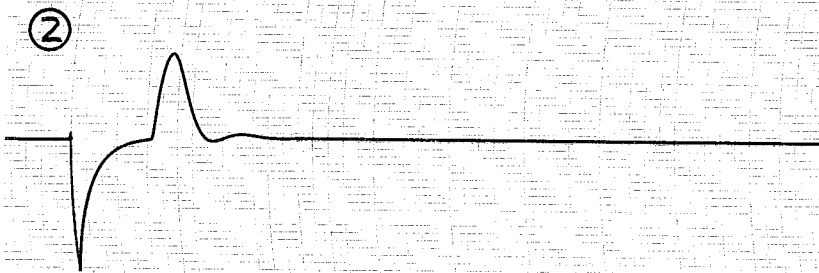
$$\frac{H}{H+H'} \cdot \frac{(\gamma_0^2 + 1)\omega_0}{2\gamma_0} = 1.96$$



$$\zeta_0 = 0.5 \quad \omega_0 = 7.0$$

$$F_c(s) = \frac{0.34s + 1}{0.08s + 1}$$

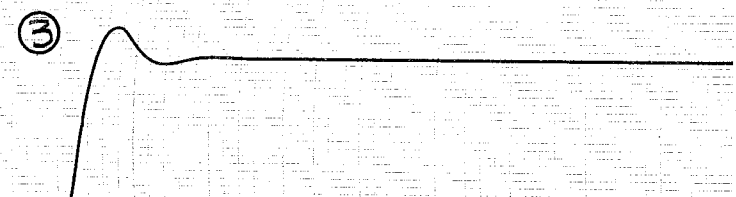
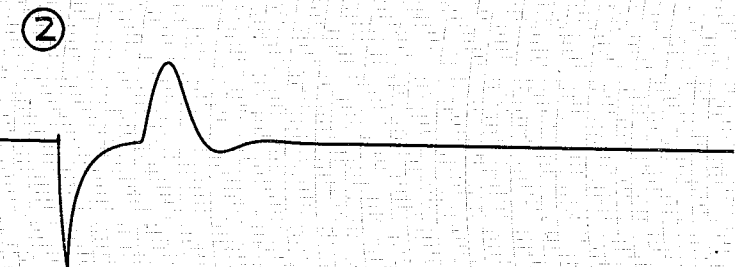
$$\frac{H}{\frac{H+H'}{\omega_0^2 + 1} \omega_0} = 3.43$$

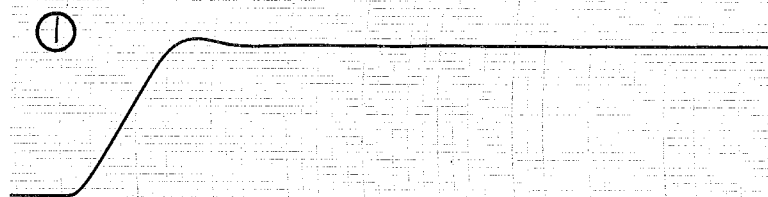


$$\zeta_0 = 0.5 \quad \omega_0 = 5.0$$

$$F_c(s) = \frac{0.22s + 1}{0.11s + 1}$$

$$\frac{H}{\frac{H+H'}{\omega_0^2 + 1} \omega_0} = 1.55$$

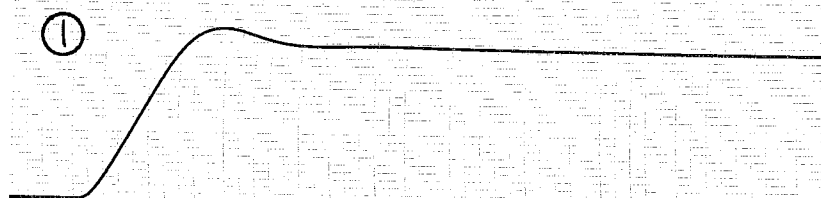
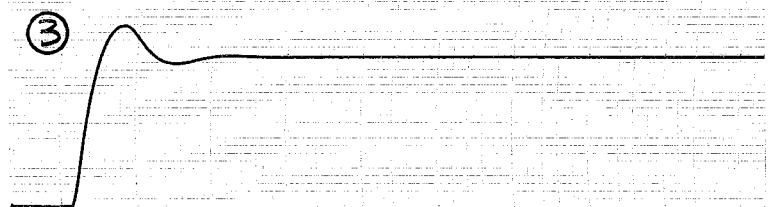
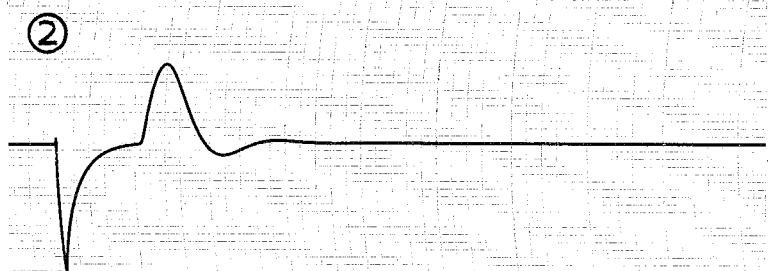




$$\gamma_0 = 0.5 \quad \omega_0 = 4.5$$

$$F_c(s) = \frac{0.19s + 1}{0.10s + 1}$$

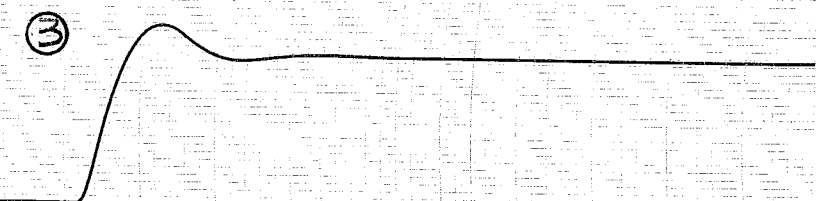
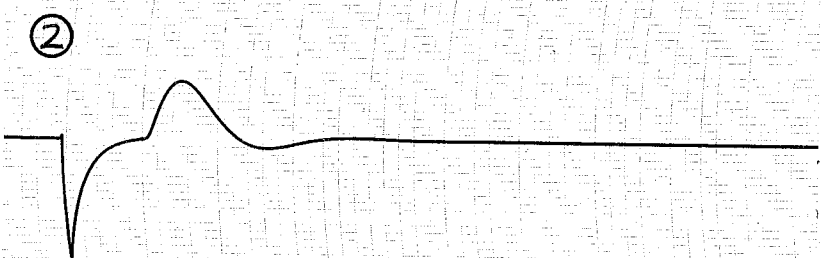
$$\frac{\frac{H}{H+H'}}{\frac{(\gamma_0^2+1)\omega_0}{2\gamma_0}} = 1.23$$

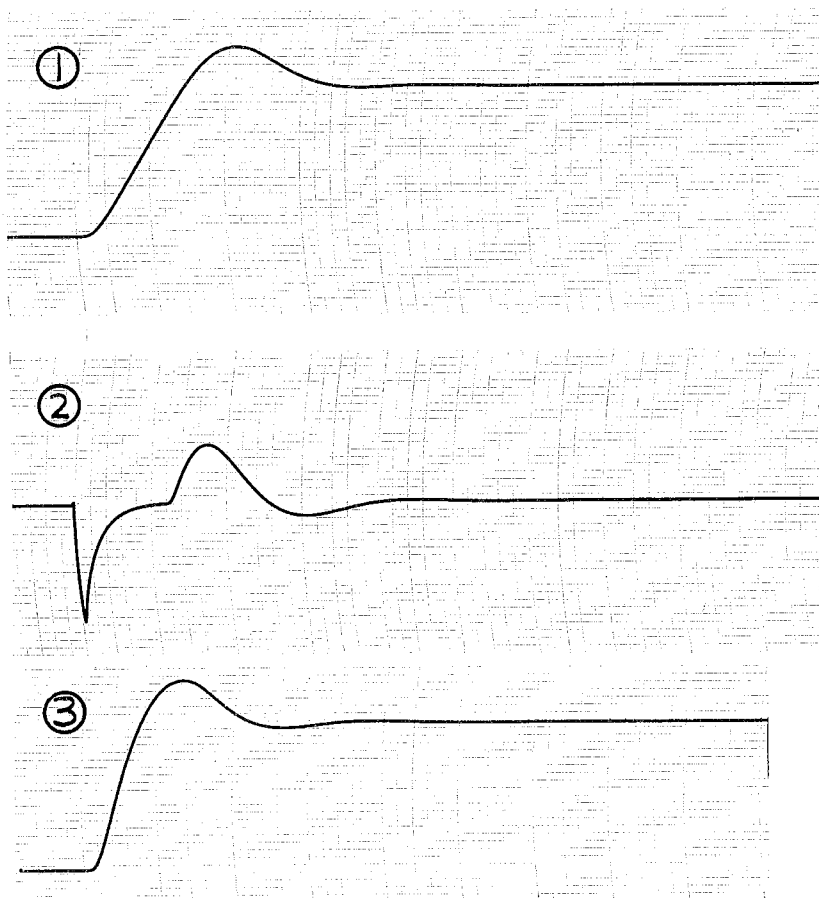


$$\gamma_0 = 0.5 \quad \omega_0 = 3.0$$

$$F_c(s) = \frac{3.23s + 1}{5.48s + 1}$$

$$\frac{\frac{H}{H+H'}}{\frac{(\gamma_0^2+1)\omega_0}{2\gamma_0}} = 1.29$$





$$\omega_0 = 2.5 \quad \sigma_0 = 0.5$$

$$F_c(s) = \frac{0.1s + 1}{0.2s + 1}$$

$$\frac{\frac{H}{H+H'}}{\frac{(\sigma_0^2 + 1)\omega_0}{2\sigma_0}} = 0.63$$

以上いずれの場合にも

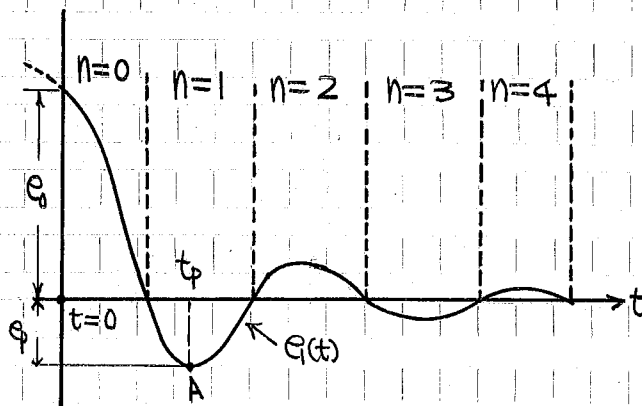
- ① 負荷軸の応答
- ② 基準化電動機電流
- ③ 電力増幅器が線形特性をもつ場合の負荷軸の応答 (①と比較のため)

} 飽和サ-ボ系

〈9.3〉飽和サーボにおける行き過ぎ量

この節では飽和サーボ系における行き過ぎ量と γ_0 との関係を考察する。

飽和サーボにおいて、飽和区間から線形区間への切換にあたって(9.18)式(P129)の条件を満足している場合には、すでに述べたように線形区間突入後の応答を $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ を根にもつ二次系の応答によって近似することかできる。したがってこのとき線形区間における応答は(9.2)式(P125)によって表わすことかできるので、この式をもちいて飽和サーボにおける行き過ぎ量を考えていく。



第9.12図 線形区間における $q(t)$ の波形

(9.2)式の関係を図示すると第9.12図が得られる。同図から明らかのように、行き過ぎ量の極値は $dq(t)/dt = 0$ のときに生じるので、これから次のような関係式が導びかれる。

$$\omega_0 t = -\tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{\dot{q}_0}{\omega_0 q_0} \right) + n\pi \quad (9.21)$$

第9.12図において $n=1$

のときの極小値を q_p 、このときの時間を t_p を表わし、これらの値を具体的に計算していく。

t_p の値は(9.21)式において $n=1$ と置くことによって求めることかできる。すなわち

$$t_p = \frac{1}{\omega_0} \left[-\tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left\{ \gamma_0 - \frac{\dot{q}_0(1+\gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right\} + \pi \right] \quad (9.22)$$

となる。(9.22)式を(9.2)式(P125)に代入すると q_p の値は次のように表わすことかできる。

$$\left| \frac{e_p}{e_0} \right| = \left[\frac{1 + \left\{ \alpha_0 - \left(\frac{1 + \alpha_0^2}{2\alpha_0} \right) R \right\}^2}{1 + \alpha_0^2} \right]^{1/2} \exp \left[\alpha_0 \tan \alpha_0 - \tan \left(\alpha_0 - \frac{(\alpha_0^2 + 1)R}{2\alpha_0} \right) - \pi \right] \quad (9.23)$$

上式の関係を図示すると第9.13図(加算)が得られる。

線形サーボ系の場合、一般に α_0 の値としては0.5~1.0程度の値であるのが普通であるが、飽和サーボにおいてもこの値を一応の設計基準と考える。ただし特別な場合として、行き過ぎ量が許されないようなサーボ系を設計しなければならないときは、 $\alpha_0 = 1.5$ をもつものとする。第9.13図からも明らかのように $\alpha_0 = 1.5$ のとき、厳密には e_0 に対して1~3%程度の行き過ぎ量を生じるが、実用上の問題としては、ここで見逃した荷重変動などによって生じる損失の影響で行き過ぎ量は生じないものと考えることが出来る。

(9.4) 飽和サーボにおける電流制限

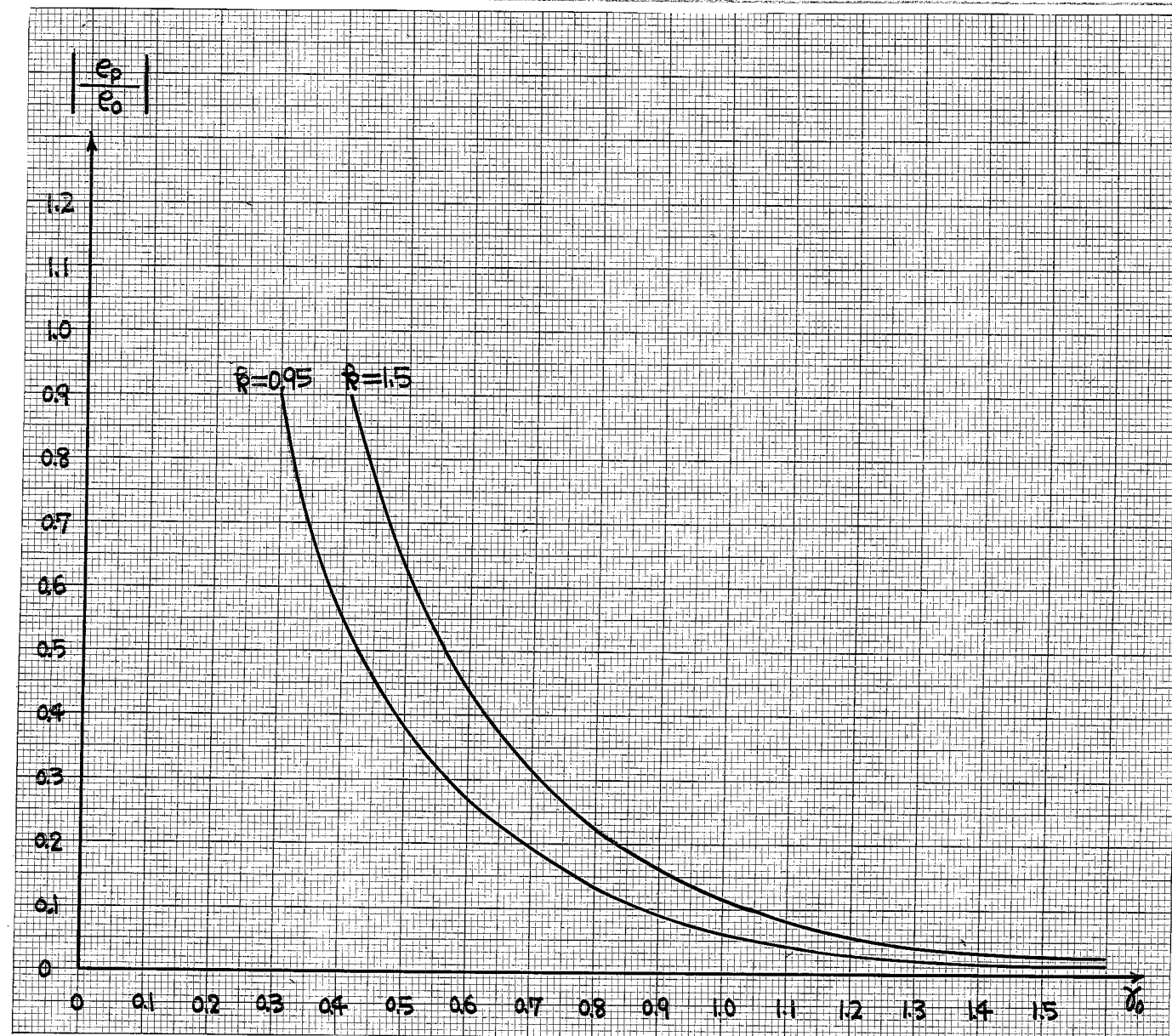
この節では飽和サーボ系において電流制限のある電動機を使用する場合について、設計上の立場から考察を進める。

代表根と特性根の等しい高次サーボ系と二次サーボ系のように伝達関数の形は違っているとしても、実用上同一の過渡応答をもつものとみなすことのできるサーボ系において、パワー部を基準化電動機および基準化電力増幅器と置き換える場合をとりあげる。このとき、二次系および高次系において基準化電動機を流れる電流を比較すると一般に次のようなことがいえる。(第7章 P84参照)

(a), ステップ入力が入力されて、負荷を加速する場合について両者の基準化電動機電流を比較すると、高次サーボ系における加速電流の最大値は二次系の場合に較べて一般にかなり少ない。

(b), (a) に対して、目標値に充分接近してから電流に関しては充分な一致がみられる。

第9.13図 γ_0 と行き過ぎ量
 (e_0 で基準化した S 値) との関係



このことから明らかのように、高次サーボ系の応答も二次系の応答に近似する場合、上で述べた(a)から加速電流が少なくなるために高次系の応答は二次系の応答に対して時間的な遅れを持つ場合もあるが*、(b)の条件が成立している場合には、応答の形自体は実用上充分な一致がみられる。

以上の考え方は、線形区間での応答が二次系の応答に近似される飽和サーボ系に対しても拡張することができる。すなわち飽和サーボ系が線形区間で動作している場合は、一般に目標値に充分近づいた後であるから、上で述べた(b)によってこの区間の電流は同一条件のもとで動作している二次サーボ系の電流に充分一致しなければならない。このため条件として電流制限のない電動機を使用する場合には(9.13)式P127, (9.14)式P128の条件式が導びかれた。このときの基準化電動機電流の最大値を $I_{m\max}$ とすると、電流制限のある電動機^{を使用する場合}における基準化した制限電流 I_{ms} との間には次のような関係が成立しなければならない。

$$I_{ms} \geq I_{m\max} \quad \text{-----} \quad (9.24)$$

そこで $I_{m\max}$ について考察する。まず負荷の回転レスポンスを駆動するための電流を求めると次のようになる。

$$I_{mr} = \frac{\omega_0 e_0}{n_m l_e} \left[(1 + \gamma_0^2) \left\{ 1 + \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right)^2 \right\} \right]^{1/2} \sin \left\{ \omega_0 t + \tan^{-1} \gamma_0 - \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{\dot{e}_0}{\omega_0 e_0} \right) \right\} \exp(-\gamma_0 \omega_0 t) \quad \text{-----} \quad (9.25)$$

また線形区間におけるイナーシャを加速するための基準化電動機電流はすでに求めたように(9.4)式(P125)によって与えられた。したがって基準化電動機電流 I_m は(9.4)式および(9.25)式の和として与えられる。

$$I_m = I_{mr} + I_{mj} \quad \text{-----} \quad (9.26)$$

上式の I_m の最大値 $I_{m\max}$ は必ずしも簡単な形で与えられる。そこで、ここでは実用上便利なように、電流制限の値 I_{ms} を次式によって与えるものとする。

* この遅れが大きくなってくると、前章で述べたように必ずしも時間が導入されることになる。

$$I_{ms} \geq [I_{mj}]_{\max} + [I_{mr}]_{\max} \quad (9.27)$$

(9.27)式を具体的に計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} I_{ms} &\geq n_{mx} \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \omega_0 e_0 (1 + \gamma_0^2) \sqrt{1 + \left\{ \gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right\}^2} \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\pi - 3 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \\ &\quad + \frac{\omega_0 e_0}{n_{mx} \gamma_e} \sqrt{1 + \left\{ \gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right\}^2} \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\pi/2 - 2 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \\ &= \omega_0 e_0 \sqrt{1 + \left\{ \gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right\}^2} \left[\left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) (1 + \gamma_0^2) \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\pi - 3 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n_{mx} \gamma_e} \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \right] \quad (9.28) \end{aligned}$$

<9.5> 飽和サーボ系におけるパワマッチング (1)

この節では初期誤差角、運動量を考慮した上でのパワマッチングを考察する。そのためにまず与えられる仕様について簡単に考察を加え、次にパワマッチングについて考えていく。

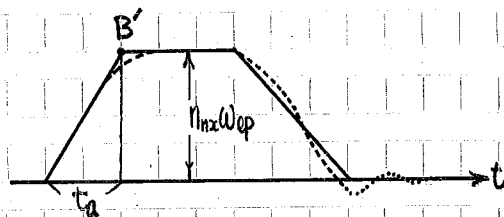
<9.5.1> 仕様の整理

パワマッチングを考えると必要になる仕様として、飽和区間での負荷軸の定常速度(最大角速度) ω_{ep} 、および飽和サーボ系が線形区間で動作しているときの代表根 $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ とがあげられる。これらについて簡単に考察を加える。

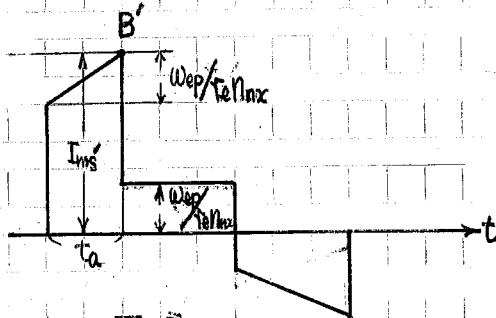
飽和区間が線形区間に較べて充分長い飽和サーボ系においては、飽和区間での定常角速度 ω_{ep} が系の速応性に最も大きな影響を与えることになる。したがって、 ω_{ep} は飽和サーボ系の性能を決める上で最も重要な値の一つである。また線形区間突入後に問題になる代表根 $(-\gamma_0 \pm j)\omega_0$ も仕

様で与えられる値であるが、ここで ω_0 は第9.13図(P137)をもちいて行き過ぎ量との関係から決定されることになる。一方 ω_0 については(9.18)式(P129)の条件を満足する値のうちから、補償が簡単であるかどうかを考慮した上で最大のものを指定するのが普通である。

<9.5.ii> 電動機の瞬時定格電力と結合係数との関係



(a) 逆起電力



(b) 電流

第9.13図 基準化電動機の逆起電力および電流波形

電流制限のある電動機を使用する飽和サーボ系において、ステップ状入力がか印加されたときの、基準化電動機の逆起電力および電流波形は第9.13図に示すようなものとなる。ただし第9.13図(a)における点線の応答波形は、実際の応答であるが、これを同図の直線によって近似する。また第9.13図(b)はこのときの電流波形(近似波形)であるが、最大値 $I_{ms'}$ の値は(9.28)式(前頁)における I_{ms} のうちで最小値すなわち等号が成立するときの値をもちいる

ものとするとき次のようになる。

$$I_{ms'} = \omega_0 e_0 \sqrt{1 + \left\{ \gamma_0 - \frac{R(1+\gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right\} \left\{ \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) (1+\gamma_0^2) \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\pi - 3 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1+\gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} + \frac{1}{n_{mx} t_a} \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1+\gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \right\}} \quad (9.29)$$

ここで第9.13図をもちいて電動機の瞬時定格電力を計算するにあたり<5.2>節で述べた結果をもちいばよい。すなわち第5.6図点B'(P47)における逆起電力および電流は第9.13図点B'での位

起電力および電流に相当する。したがって、点 A_1 と点 A_2 とを第 5.6 図と同様にとると、使用する電動機の瞬時定格出力と結合係数との関係は

$$P_{A1'} = \text{Max} (P_{A1}, P_{A2}) \quad (9.30)$$

によって表わされる。ただし上式における P_{A1} 、 P_{A2} の値は (5.13) 式 (5.12) 式 (P48) から次のように決定される。

$$\begin{aligned} P_{A1'} &= (I_{ms}')^2 \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 \right\} \\ &= \left\{ \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) (1 + \gamma_0^2) \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\pi - 3 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n_{mx} \tau_e} \exp \left\{ -\gamma_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right\} \right\}^2 \\ &\quad \times \omega_0^2 \epsilon_0^2 \left\{ 1 + \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 \right\} \quad (9.31) \end{aligned}$$

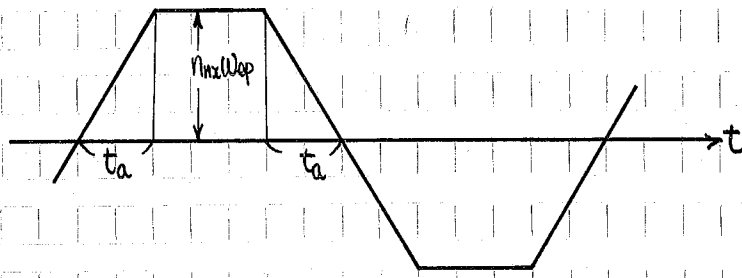
$$\begin{aligned} P_{A2'} &= \left[n_{mx} \omega_p + \omega_0 \epsilon_0 \left\{ 1 + \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right)^2 \right\}^{1/2} \left\{ \left(T_m n_{mx} + \frac{J_e}{n_{mx}} \right) (1 + \gamma_0^2) \exp \left(-\gamma_0 \left(\pi - 3 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{n_{mx} \tau_e} \exp \left(-\gamma_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \gamma_0 + \tan^{-1} \left(\gamma_0 - \frac{R(1 + \gamma_0^2)}{2\gamma_0} \right) \right) \right) \right\} \right]^2 \frac{a_i^2 \epsilon_m^2}{a_e^2 (1 + \epsilon_m)^2} \left\{ \frac{a_e}{a_i} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_m} \right) - 1 \right\} \\ &\quad (9.32) \end{aligned}$$

< 9.5. iii > 電動機の連続定格出力と結合係数との関係

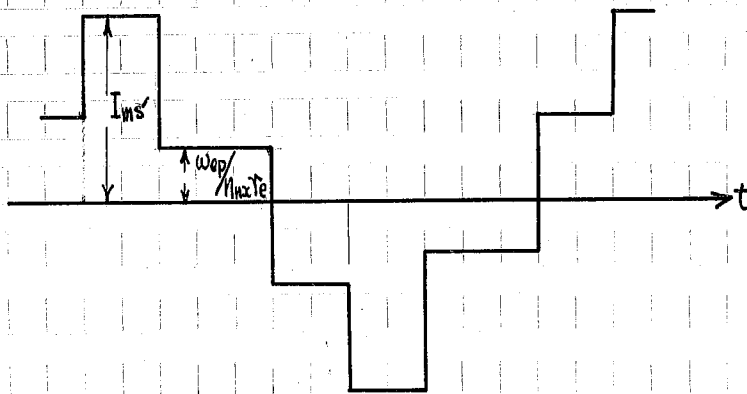
連続定格出力について考察する場合、第 9.13 図の波形が規則的に繰り返される場合をとりあげて、このときの基準化電動機における入力電圧および電流について実効値を計算しなければならない。しかしながらこれを計算して得られる結果は極めて複雑なものとなり必ずしも実用的であるとはいえない。そこで、ここでは第 9.13 図の波形を考える代わりに、熱的により苛酷な場合である第 9.14 図の波形について、基準化電動機の連続定格出力と結合係数との関係を考察してゆく。第 9.14 図について考える場合、すでに < 5.2. ii > (P49) の結果をそのまま利用して E_c

I_m ほどの実効値を求めればよい。これより基準化電動機の連続定格電力 P_{AE} が求まり以後第5章と同様にして使用する電力増幅器、電動機、伝車比の値を決定することができる。

またサーボ系の損失を最小にしたい場合も同様にして E_i 、 I_m の実効値をもちいて、第5章の場合と同様に考えることができる。



(a) 基準化電動機の平均電力



(b) 基準化電動機の電流

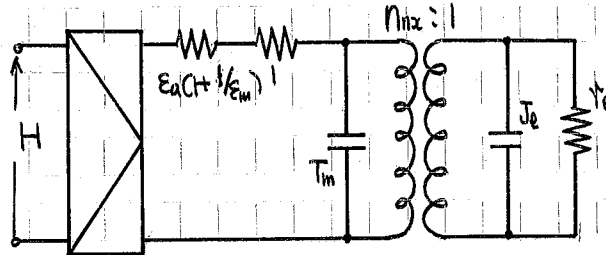
第9.14図 基準化電動機連続定格電力および損失計算時に基準となる波形

〈9.6〉 飽和サーボ系におけるパワマッチング (2)

この節では飽和サーボ系の性能を考慮した上でのパワマッチングについて考察する。

飽和サーボ系が飽和区間において動作しているとき、過渡応答を改善するために補償回路をもちいることはできない。この理由は通常補償回路はパワレベルの低い所、すなわち電力増幅器の前あるいは帰還ループに挿入

されることになるが、電力増幅巻が飽和区間で動作している場合には補償回路は負荷軸の応答に対して影響を及ぼさないためである。このような理由によって、飽和サーボ系においては、使用する電動機、電力増幅巻の定格を一定に保った上で飽和区間で最も性能の良いサーボ機構を設計したい場合が生じる。そこで飽和区間における応答の座立に注目したパワマッチ



第9.15図 基準化電力増幅、基準化電動機および負荷

ングを考えるにあたり、取扱いを簡単にするために電流制限による影響をひとまず無視して考察を進める。

第9.15図に示す基準化したサーボ系のパワ部に高エド(既知数)*のステップ状入力か加えられ

たとき負荷軸での角速度 ω_e は次のように表わすことができる。

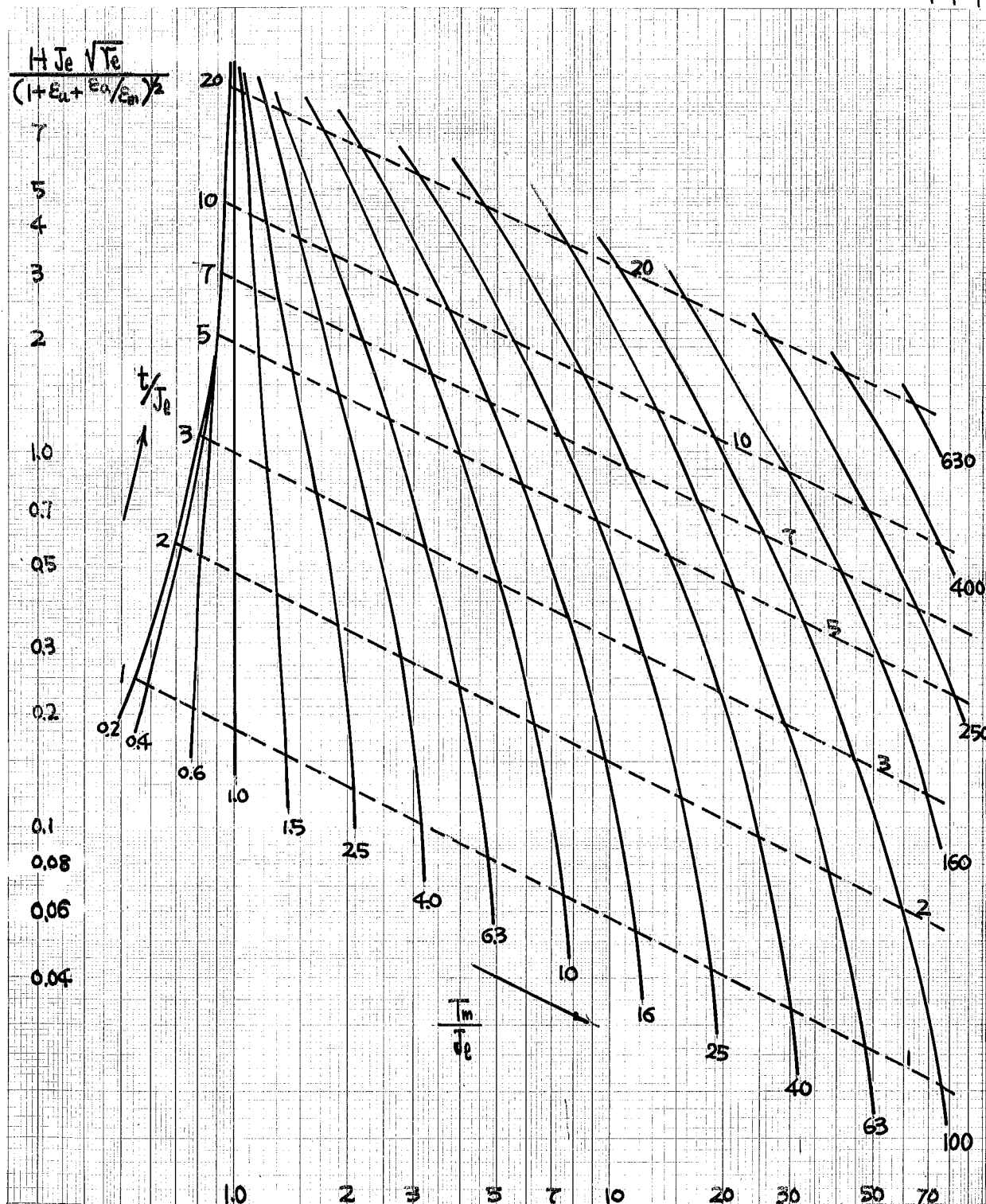
$$\omega_e = \frac{\frac{H\gamma_e n_{mx}}{1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m}}{\left\{ 1 + \frac{\gamma_e n_{mx}^2}{1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m} + S\gamma_e(T_m n_{mx}^2 + J_e) \right\}} \quad (9.33)$$

これより負荷軸の回転角 Θ_e は次のように表わすことができる。

$$\Theta_e = \frac{H\gamma_e n_{mx}}{1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m + n_{mx}^2 \gamma_e} \left\{ t - \frac{\gamma_e n_{mx}^2 (1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m)}{\gamma_e n_{mx}^2 + 1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m} \left(T_m + \frac{J_e}{n_{mx}^2} \right) \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m + \gamma_e n_{mx}^2}{\gamma_e n_{mx}^2 (1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m) (T_m + J_e/n_{mx}^2)} t \right) \right\} \quad (9.34)$$

にこのパワマッチングにおいては、まず目標値 Θ_e に対して、これに到達する時間 t を最小にするような n_{mx} を (9.34) 式から求めなければならぬ。しかしながら (9.34) 式は超越方程式であってこれを一般的に解くことは必ずしも簡単ではない。したがってあらかじめデジタル計算機をもちいて (9.34) 式を計算しておき、 Θ_e と n_{mx} との関係を次の第9.16図に示す計算線図に整理しておく。この図をもちいることによ

* 基準化電動機の定格出力が与えられているので H は既知数となる。



$$\rightarrow \frac{n_{ax}^2 T_e}{1 + \epsilon_a + \epsilon_a/\epsilon_m} \quad \left(= \frac{\text{電源側に換算した負荷の回転レスポンス}}{\text{基準電力増幅器基準電動機の内部抵抗}} \right)$$

って η_e が与えられたとき、速応性の点から最適な結合係数 η_{nx} を求めることができる。

つぎに η_{nx} が決ると、基準化電動機の動作点が決るためこの点と使用する電動機の定格点との関係が明らかになる。したがって最終的には第9.

16 図 から求めた η_{nx} を使用して負荷を基準電動機に接続した場合、過負荷にならないことを確認しなければならない。過負荷になる場合には使用可能な η_{nx} のうちで最も最適値に近いものを選定しなければならない。

第10章 結論

サーボ機構の設計において基本となるパワ要素の選定に際しては、選定と同時に決る未知のパラメータの数が極めて多いために、従来とかく複雑なものとなり系統だった考え方がもちいられていなかった。これに対して本研究においては、まず基準化した特性をもち、かつ実際の電動機に対してパワが不変量であるような基準化電動機、および同様にして基準化電力増幅器を提案した。つぎにこれらをサーボモータおよびサーボ用電力増幅器として、与えられた負荷を仕様の要求に従って駆動する場合を想定し、これによって仕様の要求に対し最適な基準化電動機および基準化電力増幅器の定格出力と結合係数（基準化した歯車比に相当する）の値とを定めることができた。したがって、実際に使用する電動機と電力増幅器の選定にあたってはパワが不変量であることをもちいて、ここで求めた定格出力を基準に考えればよいことになる。また電動機と電力増幅器が具体的に決まると、これまで未知数であったパワ要素のパラメータの値が決まり、これと先に求めた結合係数の値とから、歯車比の値を決定することができた。ここでの考え方の大きな特色はパワ要素の個々のパラメータの値が未知数のままであっても、パワの面から各要素の合理的な選定方法を確立することができる点にある。

サーボ系の設計にあたってその根幹をなすべき考え方は、経済性の問題である。本論文においては経済性の要求を(i)初期設備費に関するもの、(ii)運転費に関するもの、(iii)サーボ系の性能に関するもの（飽和サーボ系の場合）、に分類し各々の要求に対し最適なパワ要素の選定方法を考察した。これによってパワマッチングの考え方が実用上の立場から充分応用可能であることを示した。

次に本研究において取扱った内容は、パワマッチングによって求めたパワ要素を組み込んだサーボ機構の性能に関しての検討方法である。初期設備

費または運転費を最小にするためのパワマッチングを考える場合、系が与えられた性能を持つものと仮定した上で考察を述べていった。したがってここで得られたパワ要素をもちいて実際にサーボ系を構成した場合、系分にその性能を検討しなければならない。この際、本論文では新たに考える方にもとづく“二次系+むだ時間”系による近似方法を提案した。この近似方法は簡単な代数計算によって近似系が得られること、および近似度が良いことなどの理由で有効な方法と思われる。このような近似系を導入すると、サーボ系のパラメータ ε 、ゲイン 増定数 むだ時間の三個に限定することができた。そこで近似系の三つのパラメータが各々系の応答に対して、どのような影響を及ぼすかについてあらかじめ充分な考察を加えておくと、与えられたサーボ系の近似系を定めることによりにだうにその過渡特性を知ることができるようになった。

謝 辞

本研究を終るにあたり、終始御指導御鞭撻をいただいた東京工業大学数
 授高井宏幸先生、ならびに同助教授長谷川健介先生に衷心より感謝いたし
 ます。

また安居院猛氏をはじめ高井長谷川研究室の皆様には種々の問題につ
 いて御検討をお願いした。合わせて感謝いたします。

文献

- (1) H. Chestnut and R. W. Mayer : Servomechanism and Regulating System Design Vol II , pp 89-118 (1955)
- (2) D. V. Stallard : Servo Problems and Techniques in Large Antennas, IEEE on Appl. and Ind., Vol 83, No 77 pp 105-114 (1964)
- (3) G. C. Newton : What size motor for proper operation of Servomechanism, Machine Design, Vol 83, No 11 pp 125-130 (1950)
- (4) W. R. Ahrendt and C. J. Savant : Servomechanism Practice, pp 30-36 (1960)
- (5) G. C. Newton : Can Electric Actuators Meet Missile Requirements, AIEE, Vol 80, Pt II pp 306-312 (1961)
- (6) 高井, 中野 : 飽和サーボの解析, 昭和40年計測自動制御学会学術講演会 414
- (7) 高井, 中野 : サーボ機構におけるパワーマッチング, 昭和41年電気学会連合大会 1811
- (8) 高井, 中野 : サーボ機構におけるパワ要素の選定, 昭和42年電気学会連合大会 2668
- (9) 高井, 中野 : サーボ機構の設計 [I] エレクトロニクス 第10巻7号 pp 845-849 (昭和41年)
- (10) 高井, 中野 : サーボ機構の設計 [II] エレクトロニクス 第11巻7号 pp 961-968 (昭和41年)
- (11) 高井, 中野 : サーボ機構におけるパワーマッチング, 電気学会誌投稿中