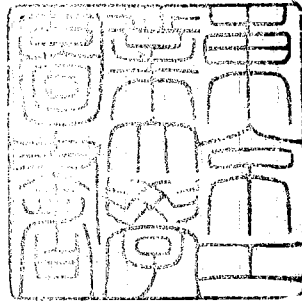


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	奇-奇核のエネルギー準位
Title(English)	
著者(和文)	小田健司
Author(English)	
出典(和文)	学位:理学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第116号, 授与年月日:1965年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:堀江 久
Citation(English)	Degree:Doctor of Philosophy, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第116号, Conferred date:1965/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



奇一奇 極のIエネルギー準位.

2002

小田 健司

目次

§1	序論	1
§2	奇-奇核の基底状態のスピンと対称規則性	6
§3	計算法	13
§4	計算結果	16
§5	議論及び結論	32
	文献	36
	附録	37

§1. 序論.

原子核の性質を特徴づけるものに魔法数がある。即ち陽子、中性子の数 $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (126は中性子数についてのみ)をいう。これらの魔法数は次のような実験事実から存在していることがわかる。¹⁾

a) 結合エネルギー

ある核種 ${}_Z^AX_N$ から陽子1個引き離すのに必要なエネルギー、即ち分離エネルギー $S_p(Z, N)$ は

$$S_p(Z, N) = B(Z, N) - B(Z-1, N) \quad (1-1)$$

によって、同様に中性子の分離エネルギーは

$$S_n(Z, N) = B(Z, N) - B(Z, N-1) \quad (1-2)$$

によって与えられる。但し、 $B(Z, N)$ は ${}_Z^AX_N$ の全結合エネルギー。

$Z=N=2$ の ${}^4\text{He}$ では $S_p = 19.11 \text{ MeV}$, $S_n = 20.55 \text{ MeV}$ という

大きな値を持ち、しかも質量数 $A=5$ の核種の ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ は、

それぞれ中性子、陽子を放出して、 ${}^4\text{He}$ になり不安定である。又、

$Z=N=8$ の ${}^{16}\text{O}$ では $S_p = 15.60 \text{ MeV}$, $S_n = 12.11 \text{ MeV}$ であって、

これに対して、 $S_p({}^{17}\text{F}) = 0.594 \text{ MeV}$, $S_n({}^{17}\text{O}) = 4.143 \text{ MeV}$ と小さい。

もっと重い核についても同様のことがいえる、陽子数が魔法数になったとき S_p が、又中性子数が魔法数になったとき S_n が大きくなり、それぞれ魔法数をすぎたところで分離エネルギーが小さくなる。

その他に、ベータ崩壊に於いても例えば ${}_{19}\text{K}_{20} \rightarrow {}_{18}\text{Ar}_{20}$ のような陽電子放射又は電子捕獲は中性子数が20になっているため β^+ が特に安定で、電子放射だけが起るような場合がある。

b) 元素の頻度と核種の存在比.

例えば、陽子数が20、又は50の安定もしくは寿命の長い同位体の数は近くの偶数の陽子数をそのものに比べて多い。 Ca では6個、 Sn では10個である。その他中性子数20, 28, 50, 82をも安定もしくは長い寿命の同位体についても同様のことがいえる。

c) 偶-偶核の第一励起準位のエネルギー。

中性子数を横軸にとって、偶-偶核の第一励起状態のエネルギー E_1 をプロットしてみると、中性子数が 20, 28, 50, 82, 126 のところでは異常に大きい値になる。又陽子数が 28, 50 の所でも E_1 の値は大きくなる。その他 ${}_{20}^{40}\text{Ca}$, ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ の所でも大きくなる。

d) 励起準位の密度。

低エネルギーの中性子を原子核に衝突させて吸収させる (n, γ) 反応の断面積は、その原子核の励起準位の準位密度によって定まることが知られている。(n, γ) 反応の断面積を中性子数に対してプロットしてみると、50, 82, 126 で普通のそのより $1/100$, $1/1000$ 小さくなっていて、魔法数の所で準位密度が異常に減ることがわかる。

このように、魔法数が存在することから考えられることは、原子核に対しても原子の場合と同様に殻模型が適用できるということである。Mayer²⁾, Jensen³⁾ は強いスピン・軌道相互作用を含んだ 1 体ポテンシャルを考えたことによって魔法数の全てが再現され、単一粒子殻模型の仮定のもとで奇数核の基底状態のスピンがほとんど例外なく正確に予測されること、 β 崩壊の状態が起ること、磁気能率の値などがよくとも定性的に説明されることを示した。即ち 1 個の核子に対するハミルトニアン H を

$$H = H_0 + \xi(r)(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}) \quad (1-3)$$

但し

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + V(r)$$

とする。 $V(r)$ は 1 個の核子に対して他の核子からの相互作用を平均した平均ポテンシャルであって、本来ならば、ある有限の距離の所で相互作用がなくような Wood-Saxon 型のものであるが計算の簡単さのために、調和振動子型のポテンシャルを考える。普通スピン・軌道相互作用は H_0 に対する摂動と考えると、 $\xi_{nl} = \int_0^\infty \xi(r) R_{nl}^2(r) r^2 dr$ は実験から定める。

このように陽子、中性子の軌道が定められるとして実際の原子核に適用する場合、種々の仮定が必要である。閉殻は非常に安定であるから無視して、閉殻の外の粒子だけを考える。しかしその粒子の個数が多いときには、これらの全部を考慮することは大変なので単一粒子殻模型を考える。即ち次の三つのことを仮定する。¹⁾

- i) 同じ種類の粒子が偶数個、同じ軌道にあるときには、総運動量は0に結合する。
- ii) 同じ種類の粒子が奇数個、同じ軌道にあるときには合成角運動量は j である。
- iii) 同じ原子核ではエネルギーは j が大きいほど大きく、もしも二つの準位 j_1 と j_2 が $j_1 < j_2$ でエネルギーがほとんど同じならば、粒子は j_2 準位に入って対を作り、奇数個の粒子が j_1 に入る。

i) は偶-偶核の基底状態は必ず0にある、というから実験と予算し合い。
 ii) の仮定は (iii) を補助に使えば、奇数核のスピンを予測する。(iii) は準位が接近している場合必要になる。例えば $0h_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$ の準位は非常に接近しているが、このときには $1/2$ は現れないで、 $1/2$ 又は $3/2$ のスピンのみ現れることにある。実際にもそういう傾向を持つ。奇数核の基底状態のスピンの測定値が j の結合の単一粒子殻模型とどれ位一致しているかを、表1-1に示す。(次頁)

実験と良い一致を示していることがわかる。その他にも、磁気モーメント、四極モーメント、ガンマ崩壊、ベータ崩壊などに對しても、この殻模型は定性的に、ものによっては定量的に実験と良い一致を与えることができる。

今まで核内の核子に於ては (1-3) のようなハミルトニアンから与えられるものと考えてきたが、実際には核子の運動は (1-3) のようなハミルトニアンだけでは記述できず、核子同士の相互作用の効果をあらわす残留相互作用を考えなければならぬことが多い。殻模型が十分良く成り立っていることがわかっていふ所で、純粋の殻模型からのずれを測定する

表1-1

Z または N	軌道	Z 奇数のとき		例	外	N 奇数のとき		例	外
		測定の値	一致する数			測定の値	一致する数		
1	$s_{1/2}$	2	2			2	2		
3—5	$p_{3/2}$	2	2			1	1		
7	$p_{1/2}$	1	1			1	1		
9—15	$d_{5/2}, s_{1/2}$	5	4	$^{23}\text{Na}(3/2^+)$		4	3	$^{21}\text{Ne}(3/2^+)$	
17—19	$d_{3/2}$	4	4			2	2		
21—27	$f_{7/2}$	7	6	$^{55}\text{Mn}(5/2^-)$		3	2	$^{47}\text{Ti}(5/2^-)$	
29—37	$p_{3/2}, f_{5/2}$	12	12			3	3		
39—49	$p_{1/2}, g_{9/2}$	9	9			7	5	$^{75}\text{Se}(5/2^+),$ $^{79}\text{Se}(7/2^+)$	
51—63	$d_{5/2}, g_{7/2}$	16	14	$^{121}, ^{129}\text{Cs}(1/2^+)$		7	6	$^{111}\text{Cd}(1/2^+)$	
65—81	$h_{11/2}, d_{3/2}, s_{1/2}$	13	7	$\begin{cases} ^{163}\text{Ho}(7/2^-), & ^{175}\text{Lu} \\ & (7/2^-), & ^{181}\text{Ta}(7/2^-) \\ ^{183}\text{Ta}(5/2^-), & \\ ^{185}, ^{187}\text{Re}(5/2^-) \end{cases}$		10	10		
83—99	$h_{9/2}, f_{7/2}$	5	1	$\begin{cases} ^{227}\text{Ac}(3/2^-), \\ ^{237}\text{Np}(5/2^-), \\ ^{241}, ^{243}\text{Am}(5/2^-) \end{cases}$		10	6	$\begin{cases} ^{155}, ^{157}\text{Gd}(3/2^-) \\ ^{161}, ^{163}\text{Dy}(5/2^-) \end{cases}$	
101—125	$p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2},$ $i_{13/2}$					12	10	$^{177}\text{Hf}(7/2^+),$ $^{179}\text{Hf}(9/2^+)$	
127—147	$i_{13/2}, g_{7/2}$					4	0	$\begin{cases} ^{233}\text{U}(5/2^+), & ^{235}\text{U} \\ (7/2^+), & ^{239}\text{Pu}(1/2^+), \\ ^{241}\text{Pu}(5/2^+) \end{cases}$	
総数		76	62	14		66	51	15	

で、その残留相互作用についての知識を得ることかできる。同種の核子の間の残留相互作用については偶-偶核、奇数核の結合エネルギーから得られる二つの量

$$P(i) = B(Z, N) + B(Z, N-2) - 2B(Z, N-1) \quad (1-4)$$

$$\Pi(i) = 2B(Z, N) - B(Z, N+1) - B(Z, N-1) \quad (1-5)$$

から知ることかできる⁴⁾。但し、(1-4)、(1-5)は中性子同志についてであり、陽子に対しては陽子数、中性子数を互いに逆にすればよい。P(i)は対エネルギーをあらわす。これについては55において我々の計算結果と比較しあから証へることとする。陽子、中性子間の残留相互作用については奇-奇核の基底状態及び低励起状態から求めることかできる。奇-奇核の陽子、中性子の集りそれぞれにジャッド結合の単一粒子殻模型を適用して、それぞれ、 i の角運動量をもつものとすれば、この模型の範囲内では、

$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2$ を満たす角運動量 J の状態は全て縮重している。ここで陽子、中性子間の残留相互作用を摂動として入れれば、その縮重がとけて実験と比較することができ陽子-中性子間の残留相互作用（以後 $N-P$ 相互作用と略す。）についての知識を得ることができる。

§2 で奇-奇核の基底状態及び励起状態のスピンについて実験から得られる規則性と、それに対する、上の方法を考えのもとずいた、これまでに為されてきた計算について述べる。§3 では我々の計算の処法について、§4 でその結果を、§5 では議論及び結論を述べることにする。

§2 奇-奇核の基底状態のスピンに対する規則性

実験から得られる奇-奇核の基底状態のスピン・パリティに対する規則性は次のようである。

(I) Nordheim の規則⁵⁾

(i) もしも $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \mp \frac{1}{2}$ なら (複号同順) $J = |j_1 - j_2|$

(ii) もしも $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \pm \frac{1}{2}$ なら (複号同順) $|j_1 - j_2| < J \leq j_1 + j_2$

但し, ここで下に書いた数字 1 は陽子, 又は中性子を示す。

(i) を "強い規則", (ii) を "弱い規則" とする。Nordheim は約 60 例について調べたが, K^{40} のように $h_{1/2}$ 殻に陽子の孔が一つ, $f_{7/2}$ 殻に一つ中性子があるような, いわゆる孔子-粒子配位については, 上の規則では説明できない。又 "弱い規則" (ii) も当てはまらない例が多い。そこで Brennan-Bernstein は $20 < A < 120$ の領域の奇-奇核約 70 例について詳しく解析して上の Nordheim の規則を改めた。

(II) Brennan-Bernstein の規則⁶⁾

陽子, 中性子共に, 最後に入る殻 j_1, j_2 の粒子 (あるいは孔子) があるとき

$j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \mp \frac{1}{2}$ なら (複号同順) $J = |j_1 - j_2|$ (R1)

$j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \pm \frac{1}{2}$ なら (複号同順) $J = |j_1 \pm j_2|$ (R2)

但し J_1, J_2 はそれぞれ陽子, 中性子群の全角運動量である。(単一粒子模型ではなく, それを含む一般的多粒子模型を考えて。) 特に J_1 あるいは J_2 が $1/2$ に等しい時には, (R2) は $J = J_1 + J_2$ であると予想できる。即ち Nordheim の "弱い規則" をより "強い規則" で置き換え, "強い規則" はその予す残すことになる。

粒子と孔子とが結合しているような配位に対しては, 予想はより不確かである。

$$J = J_1 + J_2 - 1 \quad (R3)$$

とある傾向を持つ。すでに述べた K^{40} にはこの規則が当てはまる。

これらの規則を得た約70の核についての観測結果は表2-1
のようになっている。

表2-1

Nucleus	Protons	Configuration Neutrons	Type	Coupling rule	Observed spin and parity	Magnetic moment			Remarks
						$\mu_{\text{(exp)}}$	$\mu_{\text{(emp)}}$	$\mu_{\text{(sp)}}$	
^{22}Na	$(d_{5/2}^3)_{3/2}$	$(d_{5/2}^3)_{3/2}$		(R2)	3+	1.746	1.55	1.73	
^{24}Na	$(d_{5/2}^3)_{3/2}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	4+	1.688	1.36	0.96	
^{24m}Na	$(d_{5/2}^3)_{3/2}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	(1+)				
^{21}Al	$d_{5/2}^{-1}$	$(d_{5/2}^3)_{3/2}$		(R2)	(4+)				
^{26}Al	$d_{5/2}^{-1}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	(5+)				
^{26m}Al	$d_{5/2}^{-1}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	(0+)				
^{28}Al	$d_{5/2}^{-1}$	$s_{1/2}$		(R2)	(3+)				
^{30}P	$s_{1/2}$	$s_{1/2}$		(R2)	(1+)				
^{32}P	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$		(R1)	1+	-0.252	-0.03	-0.39	
^{34}P	$s_{1/2}$	$d_{3/2}^{-1}$		(R1)	(1+)				
^{31}Cl	$d_{3/2}$	$d_{3/2}$		(R2)	(0+)				
^{31m}Cl	$d_{3/2}$	$d_{3/2}$		(R2)	(3+)				
^{36}Cl	$d_{3/2}$	$d_{3/2}^{-1}$		(R3)	2+	1.284	1.17	0.85	
^{38}Cl	$d_{3/2}$	$f_{7/2}$		(R1)	2-				
^{40}Cl	$d_{3/2}$	$f_{7/2}^3$		(R1)	(2-)				
^{38}K	$d_{3/2}^{-1}$	$d_{3/2}^{-1}$		(R2)	(0+)				
^{38m}K	$d_{3/2}^{-1}$	$d_{3/2}^{-1}$		(R2)	(3+)				
^{40}K	$d_{3/2}^{-1}$	$f_{7/2}$		(R3)	4-	-1.296	≈ -1.1	-1.68	a
^{42}K	$d_{3/2}^{-1}$	$f_{7/2}^3$		(R3)-	2-	-1.137	≈ -1.4	-1.72	a
^{32}Sc	$f_{7/2}$	$f_{7/2}$		(R2)	(0+)				
^{44}Sc	$f_{7/2}$	$f_{7/2}^3$		(R2)-	(2+, 3+)				
^{46}Sc	$f_{7/2}$	$(f_{7/2}^{-3})_{5/2}$		(R3)-	(4+)				
^{46m}Sc	$f_{7/2}$	$(f_{7/2}^{-3})_{5/2}$		(R3)-	(1+, 7+)				
^{48}Sc	$f_{7/2}$	$f_{7/2}^{-1}$		(R3)	(6+, 7+)				
^{50}Sc	$f_{7/2}$	$p_{3/2}$		(R2)	(2+)				
^{46}V	$f_{7/2}^3$	$f_{7/2}^3$		(R2)	(0+)				
^{48}V	$f_{7/2}^3$	$(f_{7/2}^{-3})_{5/2}$		(R3)-	(4+)				
^{50}V	$f_{7/2}^3$	$f_{7/2}^{-1}$		(R3)-	6+	3.341	3.51	3.32	
^{52}V	$f_{7/2}^3$	$p_{3/2}$		(R2)	(2+)				
^{52}Mn	$(f_{7/2}^{-3})_{5/2}$	$f_{7/2}^{-1}$	b	(R2)	(6+)	± 3.08	2.71	2.22	b
^{52m}Mn	$(f_{7/2}^{-3})_{5/2}$	$f_{7/2}^{-1}$		(R2)-	(2+)				c
^{54}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$f_{7/2}^{-1}$		(R2)	(0+)				
^{54m}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$f_{7/2}^{-1}$		(R2)	(7+)				d
^{56}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$p_{3/2}$		(R3)	4+	± 3.85	≈ 4.1	4.28	a
^{58}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	2+	3.5	≈ 4.3	6.23	a
^{58m}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	(5+)				
^{60}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	5+	± 3.8	≈ 4.5	3.88	a
^{60m}Co	$f_{7/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	(2+)				
^{60}Cu	$p_{3/2}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R3)	2+				
^{62}Cu	$p_{3/2}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R3)-	1+				
^{66}Cu	$p_{3/2}$	$f_{5/2}^{-1}$		(R3)-	(1+)				
^{64}Ga	$p_{3/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	(0+)				
^{66}Ga	$p_{3/2}^{-1}$	$p_{3/2}^{-1}$		(R2)	0+	< 0.001	0	0	
^{68}Ga	$p_{3/2}^{-1}$	$f_{5/2}^{-1}$		(R1)	1+	± 0.05	-0.35	-0.94	
^{70}Ga	$p_{3/2}^{-1}$	$p_{1/2}$		(R1)	(1+)				
^{72}Ga	$p_{3/2}^{-1}$	$(g_{9/2}^2)_{7/2}$	ab (0,1)	(R3)-	3-	± 0.126	-0.47	-1.28	c
^{72}As	$f_{5/2}$	$g_{9/2}$	a	(R1)	(2-)				
^{74}As	$f_{5/2}$	$g_{9/2}$	a	(R1)	(2-)				
^{76}Br	$p_{3/2}^{-1}$	$f_{5/2}^{-1}$	ab	(R1)	1+	± 0.55	-0.4	-0.94	f
^{80}Br	$p_{3/2}^{-1}$	$p_{1/2}$	a (0,1)	(R1)	(1+)				
^{80m}Br	$p_{3/2}^{-1}$	$(g_{9/2}^2)_{7/2}$	a	(R2)	(2-)				
^{80m}Br	$p_{3/2}^{-1}$	$(g_{9/2}^2)_{7/2}$	a	(R2)	(5-)				
^{82}Br	$p_{3/2}^{-1}$	$(g_{9/2}^2)_{7/2}$	b (0,1)	(R2)	5-	± 1.626	1.25	2.21	g
^{82}Rb	$p_{3/2}^{-1}$	$p_{1/2}$	a (0,1)	(R1)	(1+)				
^{82m}Rb	$p_{3/2}^{-1}$	$(g_{9/2}^2)_{7/2}$	ab	(R2)	5-	1.50	1.25	2.21	h
^{86}Rb	$f_{5/2}^{-1}$	$g_{9/2}^{-1}$		(R1)	2-	-1.69	-1.78	-2.13	
^{88}Y	$p_{1/2}$	$g_{9/2}^{-1}$		(R1)	(4-)				
^{90}Y	$p_{1/2}$	$d_{5/2}$		(R1)	(2-)				
^{92}Y	$p_{1/2}$	$d_{5/2}^3$		(R1)	(2-)				

表 2-1 (続き)

Nucleus	Configuration		Type	Coupling rule	Observed spin and parity	Magnetic moment			Remarks
	Protons	Neutrons				$\mu(\text{exp})$	$\mu(\text{emp})$	$\mu(\text{sp})$	
^{100}Rh	$p_{1/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R1)	(2-)				i
^{102}Rh	$p_{1/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R1)	(2-)				
^{104}Rh	$(g_{9/2}^6)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a (1,0)	(R2)	(1+)				
$^{104m1}\text{Rh}$	$p_{1/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R1)	(2-)				h
$^{104m2}\text{Rh}$	$(g_{9/2}^6)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a (1,0)	(R2)-	(5+)				
^{106}Rh	$(g_{9/2}^6)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a (1,0)	(R2)	1+				j
^{108}Ag	$(g_{9/2}^3)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R2)	(1+)				j
^{110}Ag	$(g_{9/2}^3)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R2)	(1+)				
^{110m}Ag	$(g_{9/2}^3)_{7/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R2)	0+				
^{114}Ag	$p_{1/2}$	$d_{5/2}^n$	a	(R1)	(2-)				
^{110}In	$g_{9/2}^{-1}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	(2+)				
^{110m}In	$g_{9/2}^{-1}$	$d_{5/2}^{-1}$		(R2)	7(+)				
^{112}In	$g_{9/2}^{-1}$	$g_{7/2}^{-1}$	c (0,3)	(R1)	(1+)				
^{114}In	$g_{9/2}^{-1}$	$g_{7/2}^{-1}$	c (0,3)	(R1)	(1+)				
^{114m}In	$g_{9/2}^{-1}$	$s_{1/2}$	b	(R2)	5+	4.7	4.70	4.88	
^{116}In	$g_{9/2}^{-1}$	$g_{7/2}^{-1}$	c (0,3)	(R1)	(1+)				
^{116m}In	$g_{9/2}^{-1}$	$s_{1/2}$	b	(R2)	5+	4.21	4.50	4.88	

* The uncertainty in $\mu(\text{emp})$ arises from an uncertainty in the empirical g factor for the neutron group.

^b $\mu(\text{emp}) = 3.51$ for the $(f_{7/2}^{-2})$ configuration.

* There is some evidence^c for a $(1+)$ level close to the $(2+)$ level.

^d The spin of this level is high, and is probably 7. D. C. Sutton (private communication).

^e $\mu(\text{emp}) = -3.9$ for the $(p_{3/2}^{-1})$ configuration.

^f $\mu(\text{exp})$ from H. L. Garvin, T. M. Green, E. Lipworth, and W. A. Nierenberg, Phys. Rev. Letters 1, 293 (1958).

^g $\mu(\text{exp})$ from H. L. Garvin, T. M. Green, E. Lipworth, and W. A. Nierenberg, Phys. Rev. 116, 393 (1959).

^h Spin assignment from Nuclear Data Sheets, edited by C. L. McGinnis (National Academy of Sciences—National Research Council, 1958–1959), Vol. 5.

* The number of neutrons in the $d_{5/2}$ subshell is uncertain. This does not affect the predictions of the coupling rules since the proton number is always

ⁱ the number required to fill the proton subshell. (See discussion in Sec. II.)

^j The isomeric state has been found,¹³ but its spin is not known.

表 2, 表 3 列に示されてある陽子, 中性子のそれぞれの配位は標準的殻模型による指定の仕方を使って, 近接している奇数核から得られたものである。そして表 4 列に何も書いていない場合は, それらの配位が対応する奇数核の基底状態として少なくとも一つは見つかっていることを示す。(0, 1) という記号は 中性子の配位が対応する奇数核において第一励起状態としてのみ, 一方陽子は基底状態として見つかっていることを示す。又 (a), (b), (c) は二つ又はそれ以上の配位間に競争があることを示す。それぞれ次のようにして決められたことを表わす。

(a) "アイソマリズムの島" にあたるところでは, 同位置にしている準位の観測されたパリティを基にして正しい配位を選ぶことが出来る。

(b) 奇-奇核の, 基底状態の磁気能率を

$$\mu = \frac{J}{2} (g_1 + g_2) + (g_1 - g_2) \left[\frac{J_1(J_1 + 1) - J_2(J_2 + 1)}{2(J_1 + 1)} \right] \quad (2-1)$$

(但し, g_1, g_2 はそれぞれ, 陽子, 中性子群の gyromagnetic ratio) と与えられるが, 経験的 g 因子 (近接する奇数核から得られる)

実験値) を使って計算された能率 $\mu_{exp.}$ と 実験値 $\mu_{exp.}$ とが、一致することから選ぶことができる。

(C) In 同位核の場合。全角運動量 J は $|J_1 - J_2| \leq J \leq J_1 + J_2$ に限られていることから決めることができる。

表5列は、どの結合則が当てはまるかを示し、括弧の右側のものはその規則が破れていることを示す。どの値の割合でこの結合則が成立しているかみてみると次のようになる。

(R1) 22 例中、例外なし。

(R2) 41 例中、19 例が Nordheim の "弱" 規則に従わない。そしてこの規則(R2)が当てはまらないのは3例のみで、そのうち2例 (Mn^{52} , Ra^{108m}) は高い seniority の配位であり、三番目 (Sc^{44}) の場合は、配位混合がある可能性がある。

(R3) 13 例中 6 例だけが、この規則に従う。ただしこの規則に従わない7例中3例は配位が seniority の高いものの一つであり、観測された スピンは $J = J_1 + J_2 - 2$ で与えられる。

表2-1中の76の準位のうち66の準位は、近接している奇数核の基底状態から得られる。残りの10例が励起状態を含む。そのうち7例が β -励起状態である。

又表7列以降の磁気能率についてみると19例中15例だけが $\mu_{exp.}$ の方が Schmidt 値を使った $\mu_{sp.}$ よりも観測値に近い。

次に γ 転移について考える。奇数核ではアイソマリズムは一つの粒子が基底状態と異なった配位へ励起して生じる。奇-奇核ではさらに加えて粒子の配位は変らずに陽子と中性子のスピンの種々な合成スピンの結合することが可能なので、それが原因となってアイソマリズムが生じる。

(R1) がおく実験と一致することから、この結合の仕方では基底状態と β -励起状態との間にエネルギーの差がかなりあるとしてよい。従って上のような仕方でのアイソマリズムは起りにくい。(只一つの例として Ce^{139m}

674 keV) しか $Br^{p0}, R_0^{p2}, R_2^{p0}, I_0^{p4}, I_2^{p4}$ では粒子の励起によるアイソマリズムが生じている。ところが規則(R2)では $|J_1 - J_2|, J_1 + J_2$ の二重項が接近してゐることを意味してゐるから、アイソマリズムの起る主原因は上に述べたようなものである。25例中 12例が角運動量の再合成からアイソマリズムが生じ、そのうち 10例が、その二つの状態のスピンは実際に $|J_1 \pm J_2|$ である。

このようにして得られた規則を、 $\mu\mu$ 結合の殻模型に $N-P$ 間の相互作用を入れる計算によって与える試みがおこなわれてきた。それらについて以下に述べる。

(III) de-Shalit の計算⁷⁾

$N-P$ 相互作用として

$$V(r_{12}) = -V_0[(1-\alpha) + \alpha \sigma_1 \cdot \sigma_2] \delta(r_1 - r_2) \quad (2-2)$$

を仮定して、単一粒子模型で陽子、中性子共に粒子(又は孔)の場合について計算を行っている。デルタ型の相互作用なので Wigner カに対しては、結果は μ のみによって決まらばよい。従って Nordheim の規則を転写するためには、少なくとも (2-2) の形であることを要される。グラフを描いてみると $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \mp \frac{1}{2}$ の時には、 $0 \leq \alpha \leq 1$ で $J = |j_1 - j_2|$ が最低にかつ他の準位はそれよりかなり上にかたまってゐる。 $j_1 = l_1 \pm \frac{1}{2}$, $j_2 = l_2 \pm \frac{1}{2}$ の時には、 $\alpha = 0$ で $J = |j_1 - j_2|$ が最低であるが、 α の増すと従つて急激に上り、 α が小さくても $J = j_1 + j_2$ が最低になる。しかし他の準位と分離せず $j_1 + j_2 - 2, j_1 + j_2 - 4$ etc. と接近してゐる。この簡単な模型でも Nordheim の規則をかなりよく説明してゐることがわかる。

(IV) Schwartz の計算⁸⁾

de-Shalit の計算は、単一粒子模型であつたが、ここでは両殻の外にある $n_1\pi$ の陽子が、角運動量 J_1 に、 $n_2\pi$ の中性子が角運動量 J_2 に結合してゐるものとする。 $N-P$ 相互作用は de-Shalit と同様 (2-2) の

形を仮定する。観測されたスピンの値を再現するよう α の値を表 2-2 に示す。粒子数がふえるほど複雑になり α の値は一定であるということはいえそうではない。

表 2-2

Nucleus	Configurations		Spin	α
Li ⁶	$(p_{3/2})^1_{3/2}$	$(p_{3/2})^1_{3/2}$	1	≥ 0.10
Li ⁷	$(p_{3/2})^2_{3/2}$	$(p_{3/2})^2_{3/2}$	2	≤ 0.25
B ⁸	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	2	≤ 0.25
B ¹⁰	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	3	≥ 0.10
Na ²⁴	$(d_{5/2})^1_{5/2}$	$(d_{5/2})^1_{5/2}$	4	≤ 0.42
Cl ³⁶	$(d_{3/2})^1_{3/2}$	$(d_{3/2})^1_{3/2}$	2	≤ 0.25
K ⁴⁰	$(d_{3/2})^2_{3/2}$	$(f_{7/2})^1_{7/2}$	4	≤ 0.50
K ⁴²	$(d_{3/2})^3_{3/2}$	$(f_{7/2})^3_{7/2}$	2	≥ 0.17
Sc ⁴⁶	$(f_{7/2})^1_{7/2}$	$(f_{7/2})^1_{7/2}$	4	≤ 0.30
Co ⁵⁸	$(f_{7/2})^1_{7/2}$	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	2	≤ 0.10
Co ⁶⁰	$(f_{7/2})^1_{7/2}$	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	5	≥ 0.10
or				
Rb ⁸⁸	$(p_{3/2})^3_{3/2}$	$(f_{5/2})^1_{5/2}$	2	≤ 0.50
Sb ¹²²	$(g_{7/2})^1_{7/2}$	$(d_{5/2})^1_{5/2}$	2	$\geq 0.17; \leq 0.50$
		$(h_{11/2})^1_{11/2}$	2	≥ 0.10

(V) de-Shalit-Walecka の計算⁹⁾ 注)

N-P 相互作用に

$$V_{12} = V_0(r_1, r_2, \cos(r_1 r_2)) + \sigma_1 \cdot \sigma_2 V_1(r_1, r_2, \cos(r_1 r_2)) \quad (2-3)$$

なる形を仮定して計算を行う。Wigner の行列要素は

$$\langle j_1 j_2 | V_0 | j_1 j_2 \rangle_J = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 a_{j_1 j_2}^J(\cos \omega_{12}) \Omega_0(\cos \omega_{12}) d(\cos \omega_{12}) \quad (2-4)$$

但し、 ω_{12} は r_1, r_2 の作る角で、 a, Ω_0 はそれぞれ次のように与えられる。

$$a_{j_1 j_2}^J(x) = (-)^{J+1} \sum_K (2j_1+1)(2j_2+1) \langle j_1 \frac{1}{2} j_1 - \frac{1}{2} | k_0 \rangle \langle j_2 \frac{1}{2} j_2 - \frac{1}{2} | k_0 \rangle W(j_1 j_2 j_1 j_2; JK) P_K(x) \quad (2-5)$$

$$\Omega_0(\cos \omega_{12}) = \int_0^\infty R_{n_1 l_1}^2(r_1) R_{n_2 l_2}^2(r_2) V_0(r_1, r_2, \cos \omega_{12}) dr_1 dr_2 \quad (2-6)$$

又スピンによる部分の行列要素は、

$$\langle j_1 j_2 | \sigma_1 \cdot \sigma_2 V_1 | j_1 j_2 \rangle_J = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 a_{j_1 j_2}^J(\cos \omega_{12}) \Omega_1(\cos \omega_{12}) d(\cos \omega_{12}) \quad (2-7)$$

ここに

$$a_{j_1 j_2}^J(x) = (-)^{J+j_1+j_2+l_1+l_2+J} \frac{6(2j_1+1)(2j_2+1)(2l_1+1)(2l_2+1)}{\sum_{K, K'} (-)^{K+K'} W(j_1 j_2 j_1 j_2; JK') \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ l_1 & l_1 & K \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ l_2 & l_2 & K' \end{matrix} \right\}} (l_1 0 l_1 0 | k_0) (l_2 0 l_2 0 | k_0) P_K(x) \quad (2-8)$$

(2-3) の形として具体的に $V_{12} = -V_0 [(1-\alpha) + \alpha \sigma_1 \cdot \sigma_2] f(r_{12})$ なる形を仮定すると、Racah 係数の性質から、 j_1 あるいは j_2 が $1/2$ に等しい時には、配位のホリテが負あるいは正に従って基底状態の全スピン J はそれぞれ偶数あるいは奇数の値を持つことがわかる。そして $S_{1/2}$ の時 $J=l_2$ 、 $p_{1/2}$ の時 $J=l_2+1$ である (J は基底

注) (2-5), (2-6) 式は文献 (9) の内容と factor がちがう違う。(9) 中の式は misprint あるいは計算の誤りと思われる。

状態のスピン値)。相互作用の到達距離の遠近を ω_2 の大小で置き換え、(2-6)に

$$\Omega_0(x) = \begin{cases} -x^{2n} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2-9)$$

の形を仮定する。従って n が 0 なら互いに離れていても作用(合い)、 n が増加するに従って互いに接近しなければ作用し合わない。 x^{2n} は P_k で展開できるから、多重度が大きいほど近距離の、小さいほど遠距離の相互作用からの寄与を示す。この品を使って議論を行っている。近距離の相互作用の極限では de-Shalit の結論とも一致する。

以上の計算からわかることは、陽子、中性子それぞれが軌殻の外に粒子又は孔子を3ヶ以上持つような場合には、はっきりした議論ができていないようである。又 $N-P$ 相互作用の *mixture* としては全て (2-2) のようなものであろうが、陽子、中性子が別の同じ軌道に入る場合には、波動函数をアイソトスピフスピンを入れて反対称化し、*mixture* を全て含むようにしなければ完全な議論はできていないようである。更に配位混合の影響については調べられていない。

そこで以下では Brennan-Bernstein の表の中から、陽子、中性子群が単一粒子模型で良く表わされ、それが異なる軌道にある場合について、いくつか選んで計算した。(表 2-1 の一番左に 0 印を付けたもの。) そのときの波動函数は、それぞれの群の中で反対称化し、それを角運動量の合成則に従って結合したものである。又配位混合の影響を調べるため Sc^{50} , Co^{56} , Ca^{66} について計算した。結果を次節に示す。そのとき Sadaké⁽¹⁰⁾ の結果と比較する。

§3 計算法

こゝでは §1 に述べた通りに陽子, 中性子として閉殻ありの準閉殻に一粒子又は二粒子である場合のみを考える。中性子-陽子間の残留相互作用として Yukawa 型のポテンシャルを使う。

$$V_{12} = V \{ (1-\alpha) + \alpha \sigma_1 \sigma_2 \} f(r_{12}) \quad (3-1)$$

$$f(r_{12}) = e^{-r_{12}/r_0} / (r/r_0)$$

その時, 粒子-粒子間及び二粒子-二粒子間の相互作用 (3-1) の行列要素は次式で与えられる。⁽¹⁾

$$\langle j_1 j_2 | V_{12} | j_1' j_2' \rangle_{JM} = V \langle j_1 j_2 | f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_{JM} - V \alpha \langle j_1 j_2 | (1 - \sigma_1 \sigma_2) f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_{JM} \quad (3-2)$$

$$\langle j_1 j_2 | f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_{JM} = \sum_k (-1)^{j_1+j_1'-J} \sqrt{(2j_1+1)(2j_1'+1)(2j_2+1)(2j_2'+1)} \times$$

$$(j_1 \frac{1}{2} j_1' - \frac{1}{2} | k_0) (j_2 \frac{1}{2} j_2' - \frac{1}{2} | k_0) W(j_1 j_2 j_1' j_2'; Jk) R^{(k)}(l_1 l_2; l_1' l_2') \quad (3-2')$$

$$\langle j_1 j_2 | (1 - \sigma_1 \sigma_2) f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_{JM} = (-1)^{j_1+j_1'-J} \sqrt{(2j_1+1)(2j_1'+1)(2j_2+1)(2j_2'+1)} \times$$

$$W(j_1 l_1 j_2 l_2; \frac{1}{2} J) W(j_1' l_1' j_2' l_2'; \frac{1}{2} J) (l_1 l_2 | f(r_{12}) | l_1' l_2')_{JM} \quad (3-2'')$$

$$(l_1 l_2 | f(r_{12}) | l_1' l_2')_{JM} = \sum_k (-1)^{l_1+l_1'-J} \sqrt{(2l_1+1)(2l_1'+1)(2l_2+1)(2l_2'+1)} \times$$

$$(l_1 0 l_1' 0 | k_0) (l_2 0 l_2' 0 | k_0) W(l_1 l_2 l_1' l_2'; Jk) R^{(k)}(l_1 l_2; l_1' l_2') \quad (3-2''')$$

こゝに $R^{(k)}(l_1 l_2; l_1' l_2')$ は動径部分 r_{12} についての積分を表わす。

一方, 二粒子-二粒子間の相互作用 (3-2) の行列要素は次の様にあらわされる。⁽²⁾

$$\langle j_1 j_2 | \sum V_{12} | j_1' j_2' \rangle_{JM} = -V \langle j_1 j_2 | f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_{JM}$$

$$+ (-1)^{j_1+j_1'-J} V \alpha \sum_J (2J+1) W(j_1 j_2 j_1' j_2'; J) \langle j_1 j_2 | (1 - \sigma_1 \sigma_2) f(r_{12}) | j_1' j_2' \rangle_J$$

$$+ \frac{\delta(j_1 j_2)}{2j_2+1} \sum_J (2J+1) \langle j_1 j_2 | V_{12} | j_1' j_2' \rangle_J \quad (3-3)$$

(3-2), (3-3) 式に於いて下について j 数字 1, 2 は 各々中性子, 陽子を表わす (逆の場合もある)。又 (3-3) 式中の第三項は, 閉殻の外にある一粒

子の平均エネルギーを与えうから、実験的に得られた単一粒子準位の値を使うことにする。(3-2)に於いて、陽子又は中性子のスピンの値が $1/2$ の場合は、 $\alpha=0$ で対角要素の値は J によらう。この場合 k として、 $0, 1$ の値が与えられるが、 $2l+k$ の値が偶数でなければならうので、 $k=0$ しか許されう。従って J の値によらう。

殻模型に於ける一粒子に対するポテンシャルとして調和振動子型をとれば、動径部分の積分 $R^{(k)}(l_1 l_2; l_1' l_2')$ は $E_1 E_2$ ちに与えられて次のようになる。¹¹⁾

$$R^{(k)}(l_1 l_2; l_1' l_2') = (M_1 M_2)^{-1/2} \sum_{m_1, m_2} a_{m_1}(n_1 l_1, n_1' l_1') a_{m_2}(n_2 l_2, n_2' l_2') f^{(k)}(m_1, m_2) \quad (3-4)$$

ここで

$$M_1 = M(n_1 l_1, n_1' l_1') = 2^{n_1+n_1'} n_1! n_1'! (2l_1+2n_1+1)!! (2l_1'+2n_1'+1)!!$$

M_2 についてと同様。

$$a_{m_1}(n_1 l_1, n_1' l_1') = (-)^S \sum_{\mu_1+\mu_1'=S} \binom{n_1}{\mu_1} \binom{n_1'}{\mu_1'} \frac{(2l_1+2n_1+1)!! (2l_1'+2n_1'+1)!!}{(2l_1+2\mu_1+1)!! (2l_1'+2\mu_1'+1)!!} \quad (3-5)$$

但し、 $M_1 = l_1 + l_1' + 2S$

a_{m_2} についても同様

$$\text{更に} \quad f^{(k)}(m_1, m_2) = \sum_m a_{2m} \left(\frac{m_1-k}{2}, k, \frac{m_2-k}{2}, k \right) J_m^{(0)} \quad (3-6)$$

つまり、 $J_m^{(0)}$ は $f(r)$ が Gauss 型、Yukawa 型の場合それぞれ次のように求まる。

$$f(r) = e^{-r/r_0} \text{ の場合} \quad J_m^{(0)} = \frac{(2m+1)!!}{2^m} \frac{\lambda^3}{(1+\lambda^2)^{(m+\frac{3}{2})}} \quad (3-7)$$

$f(r) = e^{-r/r_0} / (r/r_0)$ の場合

$$J_m^{(0)} = \frac{1}{\mu \sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^m \frac{(2m-2n-1)!!}{2^{m-n}} (-\mu^2)^n - (-\mu^2)^m \{1 - \text{Ei}(\mu^2)\} e^{\mu^2} \quad (3-8)$$

ここに $\lambda = r_0 \sqrt{\frac{\nu}{2}}$ で次元を保持する、力の到達距離を示すパラメーターである。

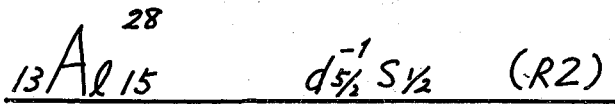
* $\nu = m\omega/\hbar$, $\hbar\omega$ は調和振動子ポテンシャルのエネルギー量子。

又 $\mu = 1/2\lambda$, 至は $\operatorname{erf}(\mu) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\mu e^{-t^2} dt$ 是誤差函数である。

(3-2) 及 (3-8) までを使えば計算できるわけであるが手で行うのは、
 複雑なので4つの量子数 l, m, n, k の組を与えた時、自動的に計算できるように、IBM
 7070 の Fortran にこれらをのせた。又種々の配位の混りを考慮するさい
 には、それらによって得られる残留相互作用 (3-1) の行列要素から対称
 行列を対角化して固有値と固有函数を求める必要がある。これらの7070
 プログラムについては、付録で少し詳しく述べることにする。行列要素の
 計算は I.B.M. 7070 で、それを使って固有値を求める計算は FACOM-222 で
 それぞれ行った。

§4 計算結果。

§3の方法に従って得られた計算結果を、陽子数の順序に従って
 各核種についてグラフにまとめてある。核種の元素記号の右には、陽
 子、中性子それぞれの配位数 $(R1), (R2), (R3)$ のどの規則が適用される
 かを示す。グラフのたて軸は縮重している準位の、その位置からのずれの大
 きさを示す。又横軸にパラメーター α をとる。同一の配位のみで計算す
 れば、 λ, V にある値を与えれば計算値は α について1次であるからグラフ
 は直線になる。グラフと共に簡単な注釈を付け加えたが、一般的にいえる
 こと、配位混合の影響を調べた核種については、§5で述べることにする。
 実験データは特に記さなければ、分献(15)によるものである。



Exp.

$$\begin{array}{c} 2^+ \\ 3^+ \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} 0.031 \\ 0 \end{array}$$

(a)

Cal.

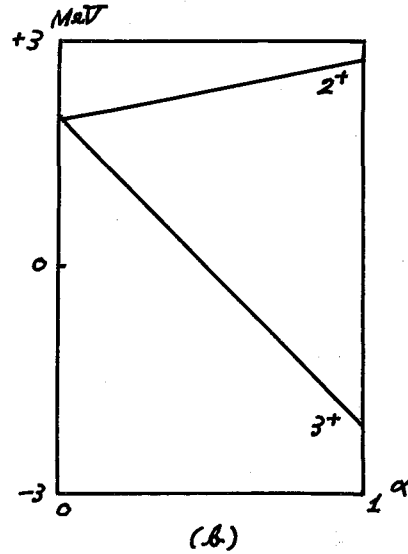
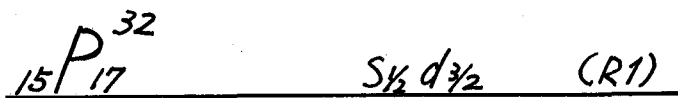


図 4-1

$\lambda=0.6, V=-30 \text{ MeV}$ (図 4-1(b)) で $\alpha=0.0065$ 。但し準位が 2 本だけであつた V を変えれば α はどうにでも変る。



Exp.

$$\begin{array}{c} (2)^+ \\ 1^+ \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} 0.077 \\ 0 \end{array}$$

(a)

Cal.

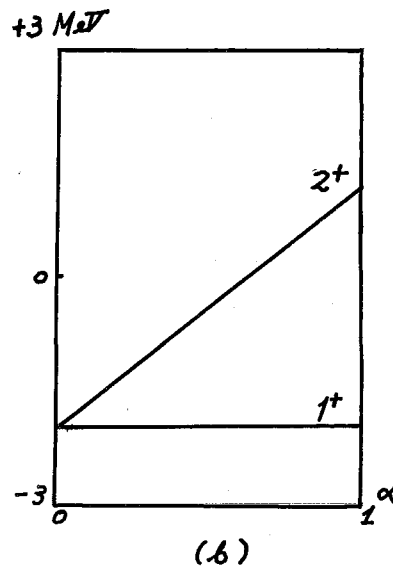


図 4-2

$\lambda=0.6 \quad V=-30 \text{ MeV}$ (図 4-2(b)) で $\alpha=0.024$ 。 Al^{28} の場合と同様に V の値によつて どうにでも変る。 1^+ は α に依らず一定。

$$\underline{{}^{34}_{15}\text{P}_{19} \quad s_{1/2} d_{3/2}^{-1} \quad (R1)}$$

Exp.

ground state ($J^\pi = 1^+$)
のみ。

Cal.

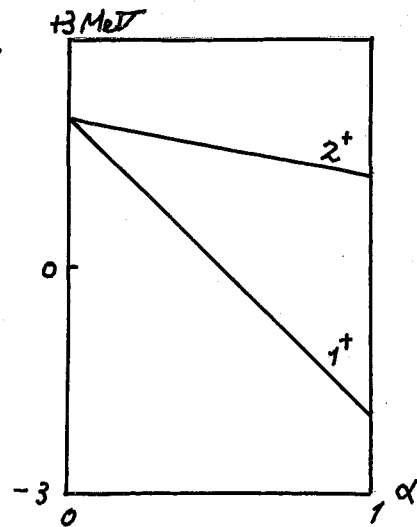


図 4-3

図4-3は $\lambda = 0.6$ $V = -30$ MeV に於ける計算値を示す。 $\alpha > 0$ に於いて、 1^+ が低くなる。

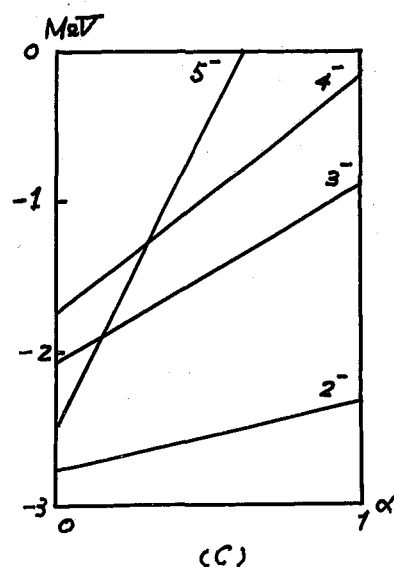
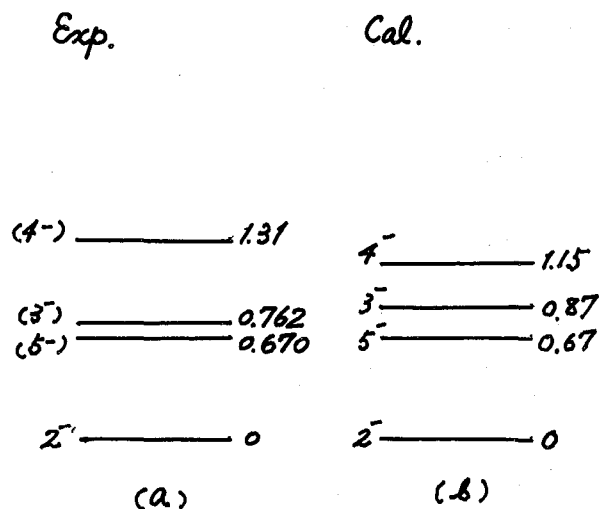
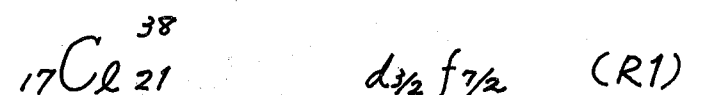


図 4-4

実験からエネルギーの値と基底状態及び第一励起状態のスピン・パリティの値がわかっている。基底状態は A^{38} の基底状態への $4.8 \text{ MeV } \beta^-$ の崩壊, First forbidden unique shape であることから 2^- , 第一励起状態は, 0.633 MeV がその転移確率から M3 らしいことと (α, p) 反応の相対強度から 5^- と指定される。 $3^-, 4^-$ は $j-j$ 結合殻模型⁽¹⁴⁾ による予測である。即ち Goldstein と Talmi⁽¹⁴⁾ au Pandya⁽¹⁵⁾ は K^{40} , Ce^{38} の中性子, 陽子それぞれの配位を, それぞれ $d_{3/2} f_{7/2}$, $d_{3/2} f_{7/2}$ と指定して K^{40} の実験値から Ce^{38} のエネルギー準位を求めた。その値は実験値とよくあうので上の二本は下から $3^-, 4^-$ と予測される。

図 4-4(c) は $\lambda=1.0$ $V=-12 \text{ MeV}$ としたときの各準位の α と共に変化の様子を図示したもので, 図 4-4(b) はその時 $\alpha=0.1$ に於ける各準位の相対的位置を示す。 λ, V を変化させてみたが, 上の組近辺の値が一番よく実験とあうようである。Sasaki⁽¹⁰⁾ の Gauss 型の相互作用による計算では $\lambda=1.05$ $V=-20.65$ $\alpha=0.1$ の時 我々の計算結果とほとんど一致する。

$${}^{40}_{21}\text{K} \quad d_{3/2}^{-1}f_{7/2} \quad (R3)$$

Exp.

$$\begin{array}{l} 5^- \\ 2^- \end{array} \begin{array}{l} 0.885 \\ 0.797 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3^- \\ 4^- \end{array} \begin{array}{l} 0.029 \\ 0 \end{array}$$

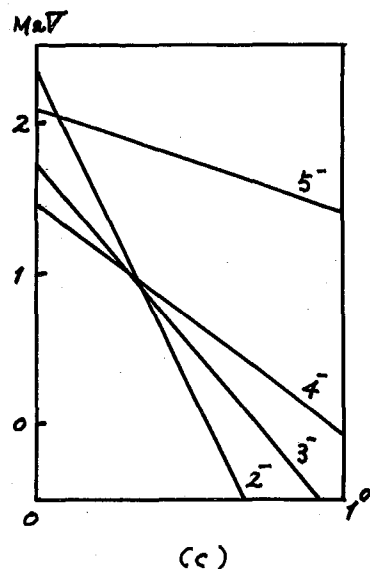
(a)

Cal.

$$\begin{array}{l} 5^- \\ 2^- \end{array} \begin{array}{l} 0.70 \\ 0.60 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3^- \\ 4^- \end{array} \begin{array}{l} 0.16 \\ 0 \end{array}$$

(b)



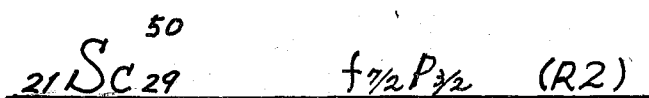
(c)

図 4-5

$d_{3/2}^{-1}f_{7/2}$ なる配位で記述できることは, Ce^{38} で述べたような計算の他にも, 基底状態の磁気能率の値からわかる。 $d_{3/2}^{-1}f_{7/2}$ なる状態での値は -1.79 , 実験値は -1.29 である。

$\lambda = 1.0$ $V = -10 \text{ MeV}$ での計算値を図 4-5(c) に示す。図 4-5(b) はその時の $\alpha = 0.1$ に於ける値を示したものである。計算では, $3^-, 4^-$ とが崩きすぎだが, 他の λ の値に対しても同じ傾向を示す。Sasaki⁽¹⁰⁾ の gauss 型での計算によくと $\lambda = 0.9$, $V = -21.4 \text{ MeV}$, $\alpha = 0.1$ で実験とよく一致する。

質量数 40 の核に対する中間結合殻模型による計算⁽¹⁶⁾では, $T=1$ の一番低い状態 (K^π に相当する) の中 $5^-, 2^-$ の順序が実験と逆にでるが $3^-, 4^-$ の崩きは実験と一致する。又磁気能率は $d_{3/2}^{-1}f_{7/2}$ 以外の配位が混ざることによって, かなり実験値に近づく。
(Yukawa 型, Rosenfeld mixture, $V = -40 \text{ MeV}$, $\lambda = 0.6$)

Exp. ¹⁷⁾

Cal.

1^+	0.330
2^+	0.258
5^+	0

(a)

4^+	~ 0.5
3^+	~ 0.35
2^+	0.258
5^+	0

(b)

$$^{49}_{20}\text{Ca}_{29} \quad (18)$$

$5/2^-$	3.6
---------	-----

$1/2^-$	2.03
---------	------

$3/2^-$	0
---------	---

(c)

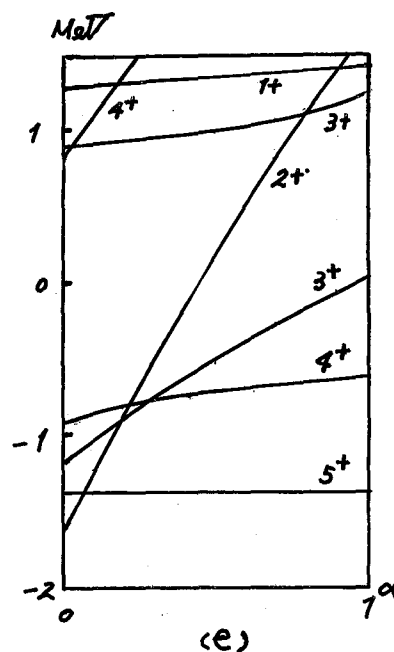
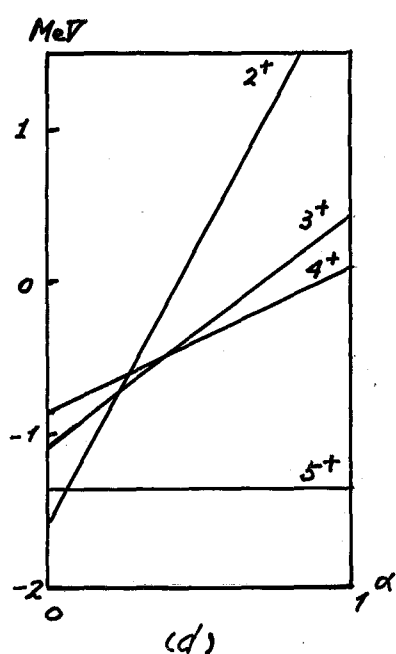


図 4-6

上記の λ - α の配位で計算を行ったものを (d) に示す。中性子の配位に $p_{7/2}$ の他に $p_{5/2}, f_{5/2}$ を混じった場合の計算値を (e) に示す。其に $\lambda = 0.6$, $V = -25 \text{ MeV}$ に於ける値である。配位混合を

入れる計算に使う $p_{5/2}$, $p_{3/2}$, $f_{5/2}$ のエネルギーの値としては Ca^{49} の実験値 (c) を採用する。その時の $\alpha = 0.12$ に於けるエネルギー準位を (b) に示す。観測された 1^+ のところには丁度 3^+ が現れる。計算からは $f_{5/2} f_{3/2}$ なる配位の4から 1^+ が出るから低い所には現れない。図 (c) から、わかるように $f_{5/2}$, $p_{3/2}$ が高い所にあるので配位の混りはあまりない。図 (c) では、上の方の準位は省略してある。

$^{56}_{27}\text{Co}_{29}$ $f_{7/2}^{-1} p_{3/2}^{-1} (R3)$

Exp. (19)

$1^+ \text{ ————— } 1.72$
 $1^-(2^-) \text{ ————— } 1.45$

$2^+ \text{ ————— } 0.957$

$3^+ \text{ ————— } 0.163$
 $4^+ \text{ ————— } 0$

(a)

Cal.

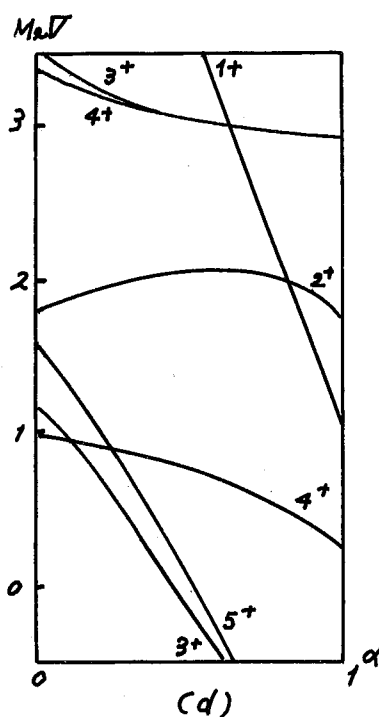
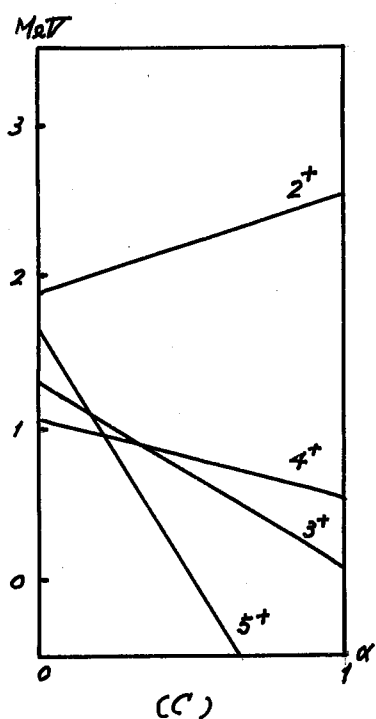
$2^+ \text{ ————— } 0.90$

$5^+ \text{ ————— } 0.55$

$3^+ \text{ ————— } 0.16$

$4^+ \text{ ————— } 0$

(b)

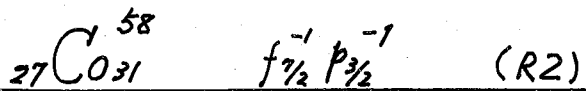


4-7

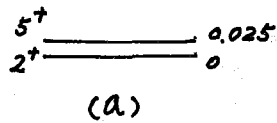
上記の R - T の配位 $f_{7/2}^{-1} p_{3/2}^{-1}$ のみで計算した結果を (c) に示す。

^{56}Sc の場合と同様、中性子の配位として $p_{3/2}$ の他に、 $p_{1/2}$, $f_{5/2}$ を入れて計算した結果が (d) である。共に $\lambda = 0.6$ $V = -30 \text{ MeV}$ である。その中で $\alpha = 0.025$ に於ける値が (b) である。 2^+ , 3^+ は

実験値と同じ所に出てくるが、 5^+ がその向に現れる。 Sc^{50} と
同様 1^+ は非常に上にいてほう。



Exp.



Cal.

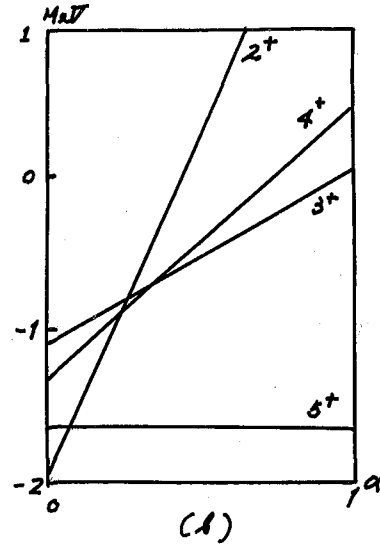
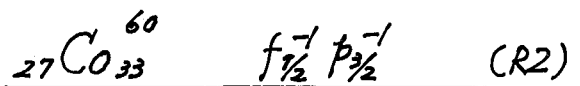


図 4-8

図(1)は $\lambda = 0.6$ $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算値である。

実験と一致させるには $\alpha = 0.048$ とすればよい。 V を -25 MeV にしたときほとんど変化しない。



Exp.

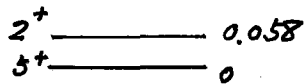
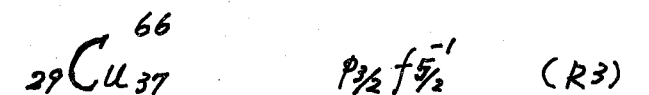
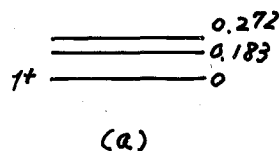


図 4-9

計算は Co^{58} に同じ。 λ, V を同じ値にしたとき $\alpha = 0.067$ で実験値と一致する。



Exp.



Cal.

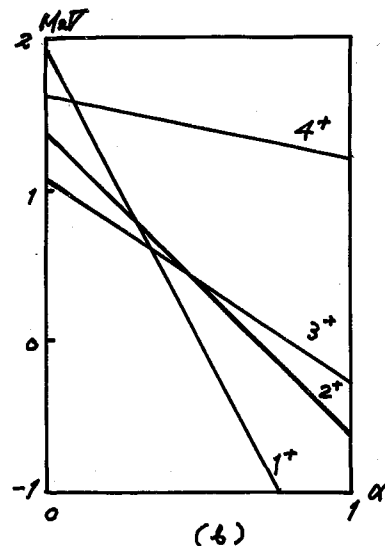
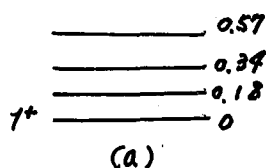


図 4-10

図 (b) は $\lambda = 0.6$, $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算値をあらわす。実験が示すように $1+$ が基底状態になるためには $\alpha \approx 0.35$ なければならぬ。陽子の入り得る軌道として $p_{3/2}$ の他に Sc , Co の場合と同様に $p_{1/2}$, $f_{5/2}$ を考慮して計算も行ってみた。 $J=1, 2, 4$ の状態はほとんど変化せず, $J=3$ の状態が α が大きくなるに従って下に押し下げられる。

$^{68}_{31}\text{Ga}_{37}$ $p_{3/2}^{-1} f_{5/2}^{-1}$ (R1)

Exp.



Cal.

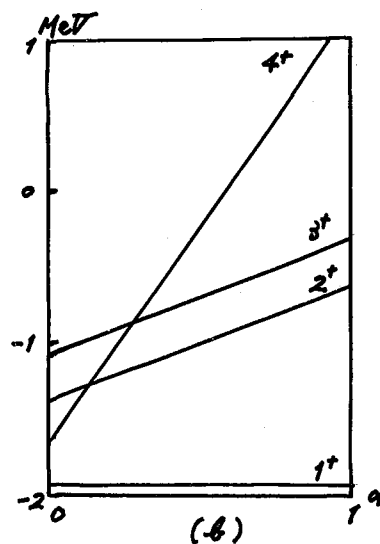


図 4-11

$\lambda = 0.6$, $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算を (b) に示す。

実験で確定しているスピンの値は 4, 2, 3 の可能性が強い。

$^{76}_{35}\text{Rb}_{41}$ $p_{3/2}^{-1} f_{5/2}^{-1}$ (R1)

実験的には、基底状態の $J^\pi = 1^+$ 以外には、何もわかっていない。計算は上の G_a^{68} に同じである。

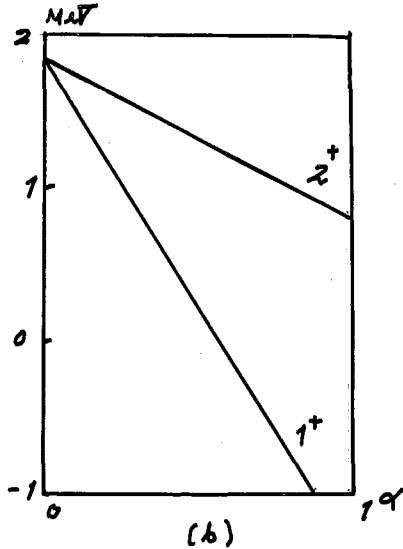
$^{70}_{31}\text{Ga}_{39}$
 $p_{3/2}^{-1} p_{1/2} \quad (R1)$

Exp.

 $1+ \text{-----} 0$

(a)

Cal.


図 4-12

(b) は $\lambda = 0.6$, $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算値である。

 $^{80}_{35}\text{Br}_{45}$
 $p_{3/2}^{-1} p_{1/2} \quad (R1)$

Exp.

 $5- \text{-----} 0.085$
 $2- \text{-----} 0.037$
 $1+ \text{-----} 0$
図 4-13

計算は 図 4-12(b) に同じである。

負パリティは 9 殻に中性子が入ることに
よって生じると思われる。例えば $p_{3/2}^{-1}(g_{7/2}^5)_{1/2}$ 。

 $^{82}_{37}\text{Rb}_{45}$
 $p_{3/2}^{-1} p_{1/2} \quad (R1)$

Exp.

 $5- \text{-----} 0.30$
 $1+ \text{-----}$
図 4-14

計算は 図 4-12(b) と同じである。

負パリティについては Br^{80} と同様に
考えられる。

$^{72}_{33}\text{As}_{39}$ $f_{\frac{1}{2}}g_{\frac{1}{2}}$ (R1)

Exp.

1^+ ————— 0.046
 2^- ————— 0
 (a)

Cal.

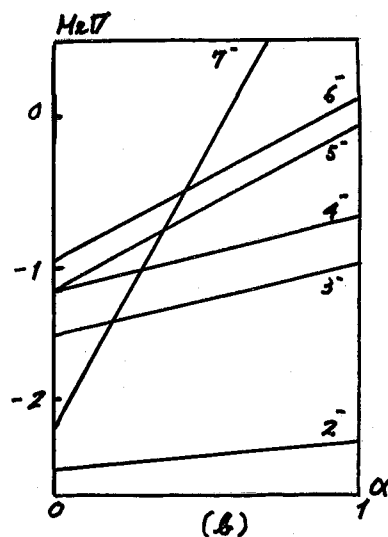


図 4-15

$\lambda = 0.6$, $V = -30 \text{ MeV}$ に 於ける 計算値 を (b) に 図示 して ある。

$^{74}_{33}\text{As}_{41}$ $f_{\frac{1}{2}}g_{\frac{1}{2}}$ (R1)

Exp.

2^- ————— 0

図 4-16

計算は 上の 図 4-15 (b) に 同 じ である。

$^{86}_{37}\text{Rb}_{49}$ $f_{\frac{1}{2}}^{-1}g_{\frac{1}{2}}^{-1}$ (R1)

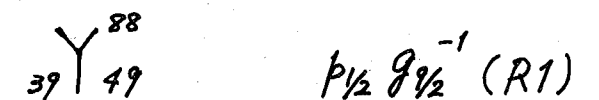
Exp.

(6^-) ————— 0.56

2^- ————— 0

図 4-17

計算は、これも 上の 図 4-15 (b) に 同 じ である。この計算では 6^- は かなり 上に 出て しまう。

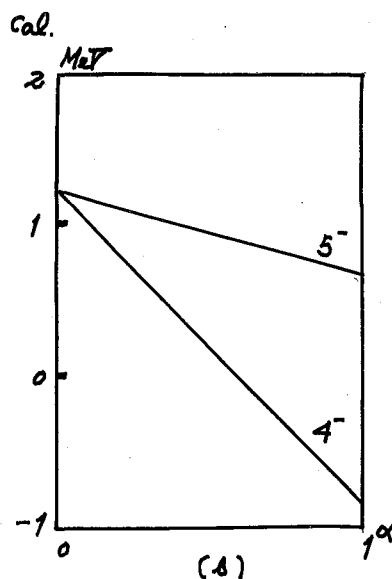


Exp.

1+ ————— 0.394

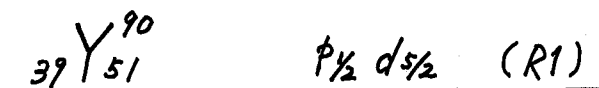
4- ————— 0

(a)



4-18

(b)は $\lambda=0.6$, $V=-30 \text{ MeV}$ に於ける計算値である。



(0, 1+) ————— 1.215

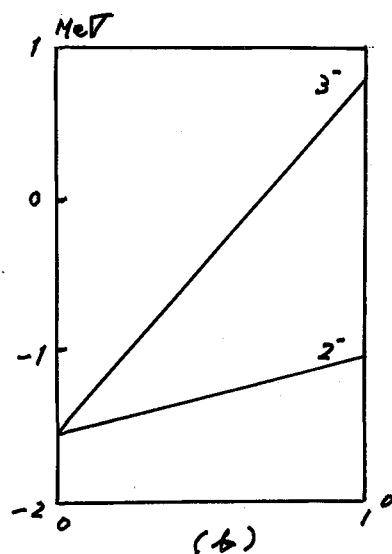
2(+) ————— 0.7767

3- = 0.247

2- = 0.2024

0 ————— 0

(a)



4-19

(b)は $\lambda=0.6$, $V=-30 \text{ MeV}$ に於ける計算値である。

3-, 2- の doublet の間隔の実験値を与える α の値は 0.11。

$^{110}_{49}\text{In}61$ $g_{7/2}^{-1} d_{5/2}^{-1}$ (R2)

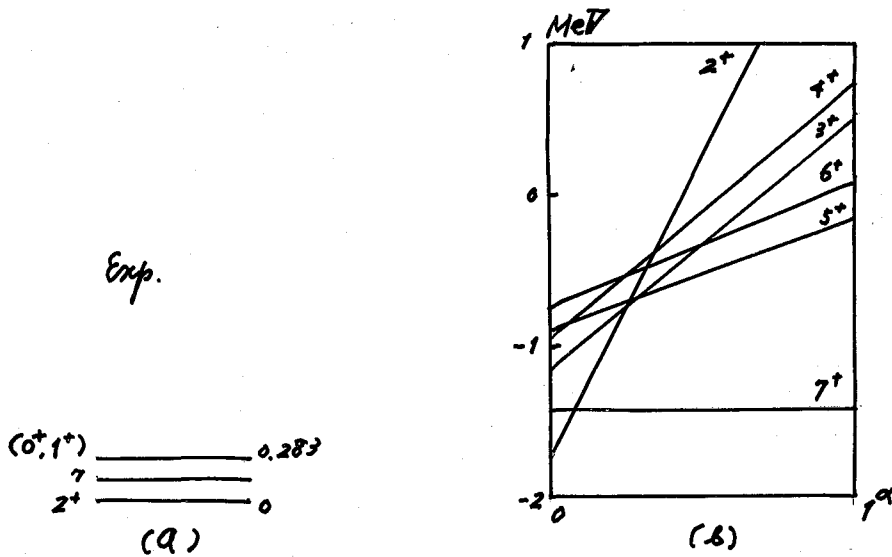


図 4-20

(b)は $\lambda = 0.6$, $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算値である。

実験の $J=7$ の準位が + パリティで、エネルギーの値が 0.1 MeV とおけば $\alpha = 0.05$

$^{112}_{49}\text{In}63$ $g_{7/2}^{-1} g_{7/2}^{-1}$ (R1)

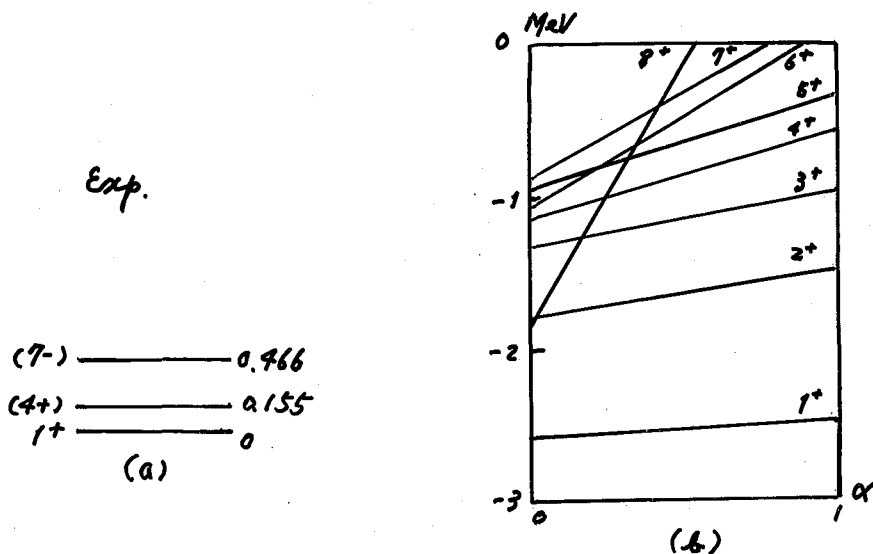


図 4-21

$\lambda = 0.6$ $V = -30 \text{ MeV}$ に於ける計算値を (b) に示してある。

4^+ はかなり上にでてしまう。実験の 4^+ は $g_{7/2}^{-1} s_{5/2}^{-1}$ とおくと思われる。

5 議論 及び 結論。

我々は陽子、中性子の問題にしてゐる一番外側の軌道の角運動量が互いに異なる様子を核について (In^{112} を除いて。) 計算を行ったわけであるが、少なくともそのような範囲内でいくつかの結論を引きだすことができようと思われる。

22種の核について計算を行ったが、その全ての核について、その基底状態のスピン値に、正しく観測値を与えることができた。励起状態に関しては、陽子、中性子の配位が十分に単一粒子模型で記述できる核については、観測結果を再現できるが、そうではないと思われる核 (As^{72} , In 同位体等) に対しては、満足すべき結果は得られなかった。

規則 (R1) は $J = |J_1 - J_2|$ が最も低くでて、他の準位がそれとはかなり離れて存在すると予想されるが、 Ce^{30} , Ga^{68} , As^{72} , In^{112} に対する計算結果は、そのよう傾向を示している。それに反して (R2) は $J = |J_1 - J_2|$, $J_1 + J_2$ の二重項が接近して一番下に出ると予想されるが、 Sc^{50} , Co^{58} , In^{110} に対する計算結果は明らかにその傾向を示している。又5.2で述べた性質、即ちあるいは α が $1/2$ に等しいときには、配位のパリティが正あるいは負に従つて基底状態の全スピン J は奇数あるいは偶数の値を持ち、 $5/2$ の場合 $J = 1/2$, $1/2$ の場合 $J = 1/2$ であるという性質を確認することができる。 Al^{28} , P^{32} , P^{34} , Ga^{70} , Y^{88} , Y^{90} に対するグラフはその性質を示している。

新しく実験が行われた核 (Sc^{50} , Co^{58}) と Cu^{66} については配位混合の影響を調べてみたので各々について述べる。

Sc^{50} ; 図4-6 (d), (e) からわかるように α が大きくあるほど配位混合の影響が出てくるが $J = 3, 4$ の準位に対しては α が小さくてもかなりの程度、その影響が現れる。5.4で述べたように 1^+ はかなり高い所にでてしまう。この核の陽子数は21, 中性子数は29で共に魔法数より1個多いだけであるから単一粒子模型は十分良い近似であると考えられるので、観測されたように 1^+ が非常に低く現れるのは、中性子の単一粒子準位として Ca^{49} の実

驗値を使うかぎり理解しにくい。すなわち $J=3$ あるいは 4 の可能性もあるので更に詳しい実験が行われることが望まれる。

Co^{56} ; $f_{7/2}p_{3/2}$ の配位のみからは $J=2, 3, 4, 5$ の準位が現れるが、図 4-7(a) から基底状態 (4^+) と第一励起状態 (3^+) との間隔を観測されたものに一致させるには $\alpha = 0.11$ である。そのとき 2^+ は 0.65 MeV , 5^+ は 0.3 MeV である。配位混合を考慮した計算では $\alpha = 0.025$ の時 $2^+, 3^+$ 共に観測値に一致させることができることは図 4-7(b) に示されている通りである。
 $\text{Fe}^{56} (p, n)$ 反応²⁰⁾から、更に $0.560, 0.825, 1.105 \text{ MeV}$ の三つの状態が見つかった。このうち 0.560 MeV の状態は、この計算から 5^+ である可能性が強いように思われる。このように少くとも $\sim 1 \text{ MeV}$ までの準位に対しては、配位混合を考慮した計算は実験と非常に良い一致を示すことができる。
 Sc^{50} の場合と同様に 1^+ は高い所にでてしまう。Well 及びその他の人々²¹⁾ の実験によると、 $1.72 \text{ MeV}, 1.45 \text{ MeV}$ 間の 0.27 MeV は、 $M1$ 転移が主であり、 $1.45 \text{ MeV}, 0.96 \text{ MeV}$ 間の 0.49 MeV は $E2$ 転移が主であることから、 $1.72 \text{ MeV}, 1.45 \text{ MeV}$ の準位をそれぞれ $1^+, 2^+$ と指定している。従ってその配位を $(f_{7/2}, f_{5/2})_{1^+}, (f_{7/2}, f_{5/2})_{2^+}$ と考えれば、これらの間の転移は $M1$ が主であり、 1.45 MeV の準位 $(f_{7/2}, f_{5/2})_{2^+}$ と 0.96 MeV の準位 $(f_{7/2}, p_{3/2})_{2^+}$ との間は、 $M1$ に対して ℓ -禁止となり $E2$ 転移が主となって実験の傾向を与えることになる。しかし $p_{3/2}, p_{1/2}, f_{5/2}$ の単一粒子準位に Ca^{49} の実験値を使うかぎりこの考えは妥当ではないと思われる。一方 Ohnuma et al.¹⁹⁾ は彼等の実験から 1.45 MeV は 1^+ または 2^- としている。 $\text{Sc}^{50}, \text{Co}^{56}$ 共に低い所に 1^+ がでて来ているが、陽子の配位を一つに定めずに両殻から上の準位に励起したような配位を考えなければいけないことを示しているのかもしれない。又 Co^{56} に関しては、計算で Ca^{49} の実験値を使っているが Co の陽子数は 27 なので Ca^{49} を採用するのは良くないのかもしれない。

Cu^{66} ; 図 4-10 (b) は、 $p_{3/2}f_{5/2}$ の配位だけを考慮して計算したものである。基底状態のスピンを観測値 1^+ を与えるためには、 $\alpha \approx 0.35$ となけ

ればならない。このように大きな α を必要とするのは、この核だけである。^{*} 陽子の入り得る軌道として $p_{3/2}, p_{1/2}, f_{7/2}$ を考えて行った計算でも $J=3$ の状態が押し下げられる他は $p_{3/2}, f_{7/2}$ だけで行った計算とほとんど同じである。この核については中性子を核で表わされるとしたのは十分良い近似と思われるので、中性子の配位をいろいろいじくれば α が小さい場合には、 $J=1$ が基底状態にあると思われる。

次に $N-P$ 間の残留相互作用の性質について考える。 Cu^{66} を除いて 21 種の核に対する計算から、次の様な特徴を有しているように思われる。即ち相互作用の強さは $\lambda \sim 0.6$ であり $V \sim -25 \sim -35 \text{ MeV}$, $\lambda \sim 1.0$ であり $V \sim -10 \sim -12 \text{ MeV}$ であり、 α の値は小さくて $\alpha \sim 0.1$ である。 α または V の値は、本来 λ 中と持たないようになっていると考えられるが、今主に単一粒子模型によっているのであるから、同じ配位例えば $f_{7/2} p_{3/2}$ に Co^{58}, Co^{60} が属している。ところが前者の中性子数 N は 31 であり後者は 33 であるから、どちらを $p_{3/2}$ として片付けてしまう所に無理があり、それが α の違いなどに影響を及ぼしているものと考えられる。相互作用の動径部分の形が Gauss 型であるか Yukawa 型であるかによる相異は、 K^{π} の場合のようにわかかる 0.2 MeV の差を問題にする時以外には、問題にならなそうであるが、このことは相互作用がその動径部分のこまかい形によるもので、力の到達距離のみによることを示しているように思われる。31 で述べた、偶-偶核の対エネルギー等から得られる同種の核子の間の残留相互作用は我々と同じ $(3-1)$ の形を仮定する。 $(od_{3/2})^2, (od_{5/2})^2, (of_{3/2})^2, (of_{5/2})^2, (of_{7/2})^2$ なる配位から得られる相互作用のパラメーターの値は、 $\lambda=0.6$ のとき表 5-1 のようにある。(Yukawa 型)

著しい特徴は V の値が、

正であり α が大きいことである。対エネルギーは、スピン 0 の状態が

表 5-1

	$d_{3/2}$	$d_{5/2}$	$f_{3/2}$	$f_{5/2}$	$f_{7/2}$
V	+69.90	+50.78	+33.33	+44.13	+30.02
α	0.48	0.57	0.61	0.67	0.70

^{*} α が小さければ図 4-10 (A) からわかるように $(R3)$ が規定する $J=3$ が基底状態になる。他の核については、 α が小で実験と良い一致を示すから、逆に $J=3$ の可能性があるのである。

効く、そのとき核力の *mixture* は $+V(1-\alpha) - 3V\alpha$ となり (デルタ型 $\alpha=1$) 全体としては大きな引力を与えることになる。 $N-N$, $P-P$ 向の残留相互作用と、 $N-P$ 向のそれとの違いが、上の様な大きな違いとなって現れてくると考えられる。しかし結論を与えるにはなお詳しく調べられなければならないと思われる。

崩壊の外に 1 粒子又は 1 孔子があるような簡単な配位を持つと思われる奇-奇核についても実験はわづかしかないので、更に詳しく多くの核について実験が行われ、実験データが増えることが望まれる。

最後に、向題を示され、御指導下さいました堀江先生に厚くお礼申し上げますと共に、いろいろお世話になりました東大の佐々木講師に感謝の気持ちを表わしたいと思います。東京大学原子核研究所からは計算に際し経済的援助を与えられましたので、附記し感謝いたします。

文献.

- 1) 有馬 朗人・堀江 久 振構造 (1960) 英立出版.
- 2) M. G. Mayer, *Phys. Rev.* 75 (1949) 1969; 78 (1950) 16
- 3) Haxel, Jensen and Suess, *Phys. Rev.* 75 (1949) 1766
- 4) K. Sasaki, *Prog. Theor. Phys.* 29 (1963) 383.
- 5) L. W. Nordheim, *Phys. Rev.* 78 (1950) 294.
- 6) M. H. Brennan and A. M. Bernstein, *Phys. Rev.* 120 (1960) 927
- 7) A. de-Schalit, *Phys. Rev.* 91 (1953) 1479
- 8) C. Schwaltz, *Phys. Rev.* 94 (1954) 95
- 9) A. de-Schalit and G. D. Walecka, *Nucl. Phys.* 22 (1961) 189
- 10) K. Sasaki, Preprint
- 11) H. Horie and K. Sasaki, *Prog. Theor. Phys.* 25 (1960) 475
- 12) H. Horie, Lecture Notes
- 13) Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. Vol. 1 (1961) Springer-Verlag.
- 14) S. Goldstein and I. Talmi, *Phys. Rev.* 102 (1956) 589
- 15) S. P. Pandya, *Phys. Rev.* 103 (1956) 956
- 16) H. Horie, T. Oda and Y. Yokozawa, to be published.
- 17) Y. Shida, M. Ishihara, K. Miyano, H. Morinaga and R. Chiba, to be published.
- 18) B. L. Cohen, R. H. Fulmer, A. L. McCarthy and P. Mukherjee, *Rev. Mod. Phys.* 35 (1963) 332
- 19) H. Ohnuma, Y. Hashimoto and I. Tomita, Preprint
- 20) G. D. Anderson, C. Wong and J. McClure, *Nucl. Phys.* 36 (1960) 161
- 21) R. C. Jenkins and W. E. Meyerhof, *Nucl. Phys.* 58 (1968) 417

附 録 中に力の核行列要素のプログラム

Wigner力の核行列要素をj結合とL-S結合それぞれにおいて求める。種々の交換力については、L-S結合によってWigner力の値を利用して簡単に求める。但し、波動関数は(3-2')に於けるように反対称化をほどこしてある。

Main routineの中で、変数RAD, FINTの次元のdimensionを適当に取っておく。普通20でまにあう。それと共にRAD, FINTをこの順にCOMMON領域に指定しておく。あるroutineの中で核行列要素が必要になるときにも上の操作が必要である。

まず(3-6)式の $\frac{2^m}{(2m+1)!!} J_m^{(0)}$ を読込ませるか、計算させてからFINTにmの順序に従って入れておく。($FINT(I) = \frac{2^{I-1}}{(2I-1)!!} J_{I-1}^{(0)}$, Yukawa型に対しては、CARDが用意されている。)

$$X = \text{CENTJJ}(N1, L1, AJ1, N2, L2, AJ2, N11, L11, AJ11, N22, L22, AJ22, AJ) \quad (A-1)$$

でj-j結合による値

$$X = \text{SMELT}(N1, L1, N2, L2, N11, L11, N22, L22, L) \quad (A-2)$$

でL-S結合による値を求める。

$$\begin{aligned} \text{ここに } N1 &= n_1, L1 = l_1, AJ1 = j_1, N2 = n_2, L2 = l_2, AJ2 = j_2 \\ N11 &= n_1', L11 = l_1', AJ11 = j_1', N22 = n_2', L22 = l_2', AJ22 = j_2', \\ AJ &= J, L = L \end{aligned}$$

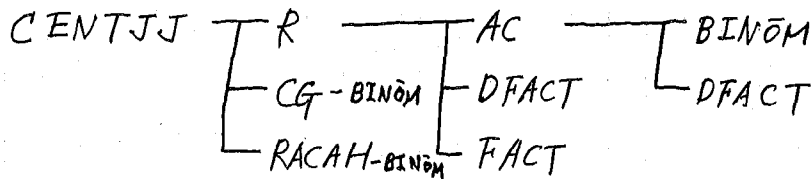
である。勿論(A-1), (A-2)の前に定義しなくてはならない。直接定数を与えてもいい。

その際、Subroutine type の subprogram R, AC

Function type の subprogram FACT, DFACT, BINOM, RACAH, CG.

を一語に入れなければならない。ここにRは(3-4)式を、ACは(3-5)式を求めるsubprogramである。FACTはfactorial, DFACTはdouble factorial, BINOMは二項係数を、RACAHはRacah係数,

CG は Clebsch-Gordan 係数を司る subprogram である。各々の subprogram の関係を図に示すと次のようになる。



SMELT についても同様。

RACAH 係数は

$$X = \text{RACAH}(A, B, C, D, E, F)$$

で求まる。A, B, C, D, E, F は それぞれ $N(abcd, ef)$ の小文字に対応する変数である。

Clebsch-Gordan 係数は

$$X = \text{CG}(A, A1, B, B1, C, C1)$$

で求まる。A, A1, B, B1, C, C1 は $(j_1 m_1, j_2 m_2 | j_3 m_3)$ の各変数も順番に従って並べられている。($A = j_1, A1 = m_1$ 等)

但し、Racah, CG 共に BINOM を入れた方がよい。

各々の subprogram を以下にのせておく。

```

* J-J COUPLING MATRIX ELEMENT FOR CENTRAL INTERACTION
* LABEL
C CENTJJ
* LIST
* SYMBOL TABLE
  FUNCTION CENTJJ(N1,L1,AJ1,N2,L2,AJ2,N11,L11,AJ11,N22,L22,AJ22,AJ)
  DIMENSION RAD(20)
  COMMON RAD,FINT
  KMIN=XMAXOF(XABSF(L1-L11),XABSF(L2-L22))
  KMAX=XMINOF(L1+L11,L2+L22)
  IF((-1.0)**(L1+L11+KMIN)) 10,15,15
10 KMIN=KMIN+1
15 IF((-1.0)**(L2+L22+KMIN)) 5,20,20
  5 CENTJJ=0.0
  RETURN
20 K=KMIN
25 K=K+2
  IF(K-KMAX) 30,60,50
30 GO TO 25
50 KMAX=K-2
60 KMIN=KMIN+1
  KMAX=KMAX+1
  CALL R(N1,L1,N2,L2,N11,L11,N22,L22,KMIN,KMAX)
1000 SUM=0.0
  DO 100 KX=KMIN,KMAX,2
  FK=KX-1
  SUM1=CG(AJ1,0.5,AJ11,-0.5,FK,0.0)*CG(AJ2,0.5,AJ22,-0.5,FK,0.0)
  SUM1=SUM1*RACAH(AJ1,AJ2,AJ11,AJ22,AJ,FK)*RAD(KX)
100 SUM=SUM+SUM1
  LEX=AJ1+AJ11-AJ
  Z=(2.0*AJ1+1.0)*(2.0*AJ11+1.0)*(2.0*AJ2+1.0)*(2.0*AJ22+1.0)
2000 CENTJJ=(-1.0)**LEX*SQRTF(Z)*SUM
  RETURN
  END

```

```

* LS COUPLING MATRIX ELEMENT FOR CENTRAL INTERACTION
* LABEL
C SMELT
* LIST
* SYMBOL TABLE
FUNCTION SMELT(N1,L1,N2,L2,N11,L11,N22,L22,L)
DIMENSION RAD(20)
COMMON RAD ,FINT
KMIN=XMAXOF(XABSF(L1-L11),XABSF(L2-L22))
KMAX=XMINOF(L1+L11,L2+L22)
IF((-1.0)**(L1+L11+KMIN)) 10,15,15
10 KMIN=KMIN+1
15 IF((-1.0)**(L2+L22+KMIN)) 5,20,20
5 SMELT=0.0
RETURN
20 K=KMIN
25 K=K+2
IF(K-KMAX) 30,40,50
30 GO TO 25
40 KMAX=K
GO TO 60
50 KMAX=K-2
60 KMIN=KMIN+1
KMAX=KMAX+1
CALL R(N1,L1,N2,L2,N11,L11,N22,L22,KMIN,KMAX)
FL=L
SUM=0.0
ZL1=L1
ZL2=L2
ZL11=L11
ZL22=L22
ZZ=0.0
DO 200 KX=KMIN,KMAX,2
FK=KX-1
SUM1=(FK+FK+1.0)*CG(ZL11,ZZ,FK,ZZ,ZL1,ZZ)*CG(ZL22,ZZ,FK,ZZ,ZL2,ZZ)
SUM1=SUM1*RACAH(ZL1,ZL2,ZL11,ZL22,FL,FK)*RAD(KX)
200 SUM=SUM+SUM1
FL12=(ZL11+ZL11+1.0)*(ZL22+ZL22+1.0)
1000 SMELT=(-1.0)**(L1+L22-L)*SQRTF(FL12)*SUM
RETURN
END

```

```

* SUBROUTINE R FOR CENTRAL INT. CODED BY T.ODA IN AUGUST,1964.      01000
* LABEL                                                                01050
C R                                                                    01100
* LIST                                                                01150
* SYMBOL TABLE                                                       01200
SUBROUTINE R(N1,L1,N2,L2,N11,L11,N22,L22,KMIN,KMAX)                 02000
C CALCULATE R FOR CENTRAL INTERACTION                                02050
  DIMENSION RAD(20),ACOF0(20),ACOF1(20),ACOF2(20),FINT(20)          02100
  COMMON RAD, FINT                                                    02150
  FN1=N1                                                                02250
  FN2=N11                                                              02300
  FL1=L1+N1                                                            02350
  FL2=L11+N11                                                         02400
  N9=N1+N11                                                            02450
  RAD1=2.0**N9*FACT(FN1)*FACT(FN2)* DFACT(FL1)*DFACT(FL2)          02500
  FN1=N2                                                                02600
  FN2=N22                                                              02650
  FL1=L2+N2                                                            02700
  FL2=L22+N22                                                         02750
  N9=N2+N22                                                            02800
  RAD1=RAD1*2.0**N9*FACT(FN1)*FACT(FN2)*DFACT(FL1)*DFACT(FL2)      02850
  RAD1=1.0/SQRT1(RAD1)                                                02900
  MS1=N1+N11+1                                                         03000
  MS2=N2+N22+1                                                         03050
  CALL AC (N1,L1,N11,L11, ACOF0)                                       003150
  DO 100 I=1,MS1                                                        03250
100 ACOF1(I)=ACOF0(I)                                                  03300
  CALL AC(N2,L2,N22,L22,ACOF0)                                         003400
  DO 200 I=1,MS2                                                        03500
200 ACOF2(I)=ACOF0(I)                                                  03550
  DO 1000 KX=KMIN,KMAX,2                                               03650
  K=KX-1                                                                03700
  FSUM=0.0                                                             03750
  DO 500 MS1X=1,MS1                                                    03800
  DO 500 MS2X=1,MS2                                                    03850
  M1=L1+L11+MS1X+MS1X-2                                                03900
  M2=L2+L22+MS2X+MS2X-2                                                03950
  N1X=(M1-K)/2                                                         04000
  N2X=(M2-K)/2                                                         04050
  L1X=K                                                                04100
  L2X=K                                                                04150
  CALL AC(N1X,L1X,N2X,L2X,ACOF0)                                       04250
  NMAX=N1X+N2X+1                                                       04350
  SUM=0.0                                                              04400
  DO 50 MX=1,NMAX                                                       04450
  M=K+MX-1                                                             04500
  M1=K+MX                                                             04550
  FM=M                                                                04600
  F2=2.0**M                                                            04650
  50 SUM=SUM+ACOF0(MX)*FINT(M1)*DFACT(FM)/F2                          04700
  500 FSUM=FSUM+ACOF1(MS1X)*ACOF2(MS2X)*SUM                           04750
1000 RAD(KX)=RAD1*FSUM                                                 04800
  RETURN                                                                04850
  END                                                                    04900

```

```

* SUBROUTINE  A CODED BY T.ODA IN AUGUST,1964.      01000
* LIST                                              01050
* LABEL                                              01100
C A                                                  01150
* SYMBOL TABLE                                     01200
  SUBROUTINE AC(N1,L1,N2,L2,ACOF0)                   02000
    DIMENSION ACOF0(20)                             02100
    MAXS=N1+N2+1                                     02200
    FNL1=L1+N1                                       02250
    FNL2=L2+N2                                       02300
    DFAC1=DFACT(FNL1)                               02350
    DFAC2=DFACT(FNL2)                               02400
    DO 300 NS1=1,MAXS                               02500
      NS=NS1-1                                       02550
      J1=NS1-N2                                     02600
      MUMIN=XMAXOF(1,J1)                           02650
      J1=N1+1                                       02700
      MUMAX=XMINOF(NS1,J1)                         02750
      SUM=0.0                                       02800
      DO 100 MU1=MUMIN, MUMAX                      02850
        MU=MU1-1                                   02900
        MUS=NS-MU                                  02950
        FNL3=L1+MU                                 02960
        FNL4=L2+MUS                                02990
        SUM1=BINOM(N1,MU)*BINOM(N2,MUS)            03000
        SUM1=SUM1/DFACT(FNL3)/DFACT(FNL4)          03250
      100 SUM=SUM+SUM1                              03300
    300 ACOF0(NS1)=SUM*(-1.0)**NS*DFAC1*DFAC2      03400
C WHERE ACOF ARE ORDERED ACCORDING TO THE VALUE OF S.( S=0,1,...,N1+N2) 03450
  RETURN                                           03550
END                                              03600

```

```

* FUNCTION BINOMIAL COEFFICIENT CODED BY T.ODA IN AUGUST,1964. 01000
* LIST 01050
* LABEL 01100
C BINOM 01150
* SYMBOL TABLE 01200
  FUNCTION BINOM(I,J) 02050
    J9=J 02075
    IF(I)1,1,2 02100
  1 BINOM=1.0 02105
    RETURN 02110
  2 IF(J-I/2)110,110,100 02120
100 J9=I-J 02130
110 IF(J9)10,10,12 02140
  10 BINOM=1.0 02150
    RETURN 02200
  12 IF(J9-1)14,14,15 02250
  14 BINOM=I 02300
    RETURN 02350
  15 J2=J9-1 02400
    I1=I-J2 02450
    FI1=I1 02500
    FI2=FI1 02525
    DO 20 J1=1,J2 02550
      FJ1=J1 02600
  20 FI1=FI1*(FI2+FJ1) 02650
      FID1=1 02675
    DO 25 J1=2,J9 02700
      FJ1=J1 02750
  25 FID1=FID1*FJ1 02800
      BINOM=FI1/FID1 02900
    RETURN 02950
  END 03000

```

```
* FUNCTION FACTORIAL CODED BY T.ODA IN AUGUST, 1964.      01000
* LIST                                                    01050
* LABEL                                                    01100
C FACT                                                    01150
* SYMBOL TABLE                                           01200
  FUNCTION FACT(FN)                                       01250
    IF(FN) 10,10,20                                       01300
  10 FACT=1.0                                             01350
    RETURN                                               01400
  20 FACT1=1.0                                           01450
    N=FN                                                 01500
    DO 30 I=1,N                                          01550
      FI=I                                               01600
  30 FACT1=FACT1*FI                                       01650
    FACT=FACT1                                           01700
    RETURN                                              01750
    END                                                  01800
```

* FUNCTION DOUBLE FACTORIAL CODED BY T.ODA IN AUGUST,1964.	01000
* LIST	01050
* LABEL	01100
C DFACT	01150
* SYMBOL TABLE	01200
FUNCTION DFACT(FN)	01300
IF(FN) 10,10,20	01350
10 DFACT=1.0	01400
RETURN	01450
20 FACT1=1.0	01500
N=FN	01550
DO 30 I=1,N	01600
FI=1	01650
30 FACT1=FACT1*(FI+FI+1.0)	01700
DFACT=FACT1	01750
RETURN	01800
END	01850

* FUNCTION C-G COEFFICIENT CODED AT T.I.T. IN SEPT., 1964.	01000
* LABEL	01050
C CG	01100
* SYMBOL TABLE	01150
FUNCTION CG (A,A1,B,B1,C,C1)	02000
IF(C1-A1-B1) 20,10,20	02100
20 CG=0.0	02150
RETURN	02200
10 IF(C-ABSF(A-B)) 30,40,40	02250
30 CG=0.0	02300
RETURN	02350
40 IF(A+B-C) 50,60,60	02400
50 CG=0.0	02450
RETURN	02500
60 DELTA=(A+B+C+1.0)/(C+C+1.0)	02550
I=A+B+C	02600
J=C+C	02650
DELTA=DELTA*BINOM(I,J)	02700
I=J	02750
J=B+C-A	02800
DELTA=DELTA*BINOM(I,J)	02850
CG1=1.0/SQRTF(DELTA)	02900
IF(A1) 90,100,100	03000
100 I1=A+A1	03050
I2=A1+A1	03100
AZ1=BINOM(I1,I2)	03150
GO TO 150	03200
90 I1=A-A1	03250
I2=-A1-A1	03300
AZ1=1.0/BINOM(I1,I2)	03350
150 IF(B1) 160,170,170	03400
160 I1=B-B1	03450
I2=-B1-B1	03500
AZ2=1.0/BINOM(I1,I2)	03550
GO TO 200	03600
170 I1=B+B1	03650
I2=B1+B1	03700
AZ2=BINOM(I1,I2)	03750
200 IF(C1) 210,220,220	03800
210 I1=C-C1	03850
I2=-C1-C1	03900
AZ3=BINOM(I1,I2)	03950
GO TO 250	04000
220 I1=C+C1	04050
I2=C1+C1	04100
AZ3=1.0/BINOM(I1,I2)	04150
250 IF(C1) 300,310,310	04200
310 IF(A1*B1) 320,330,330	04250
330 I1=C1+C1	04300
I2=A1+A1	04350
AZ4=1.0/BINOM(I1,I2)	04400
GO TO 500	04450
320 IF(A1) 325,335,335	04500
325 I1=B1+B1	04550
AZ4=BINOM(I1,I2)	04650
GO TO 500	04700
335 I1=A1+A1	04750
AZ4=BINOM(I1,I2)	04800

GO TO 500	04850
300 IF(A1*B1) 350,360,360	04900
360 I1=-C1-C1	04950
I2=-A1-A1	05000
AZ4=BINOM(I1,I2)	05050
GO TO 500	05100
350 IF(A1) 370,380,380	05150
370 I1=-A1-A1	05200
AZ4=1.0/BINOM(I1,I2)	05300
GO TO 500	05350
380 I1=-B1-B1	05400
AZ4=1.0/BINOM(I1,I2)	05450
500 AZ=AZ1*AZ2*AZ3*AZ4	05500
1000 AZ=SQRIF(AZ)	06250
I1=1	06350
I2=B-A+C1+1.0	06400
NMIN=XMAXOF(I1,I2)	06450
I1=C+C1+1.0	06500
I2=C+B-A+1.0	06550
NMAX=XMINOF(I1,I2)	06600
SUM=0.0	06650
DO 2000 N1=NMIN,NMAX	06700
N=N1-1	06800
FN=N	06850
I1=C+C1	06900
J1=FN	06950
I2=C+B+A1-FN	07000
J2=A+A1	07050
I3=A-A1+FN	07100
J3=B+B1	07150
2000 SUM=SUM+(-1.0)**N*BINOM(I1,J1)*BINOM(I2,J2)*BINOM(I3,J3)	07200
NB=B+B1	07250
3000 CG=CG1*AZ*SUM*(-1.0)**NB	07300
RETURN	07400
END	07450

* FUNCTION	RACAH CODED BY T.ODA IN AUGUST,1964.	01000
* LIST		01050
* LABEL		01100
C RACAH		01150
* SYMBOL TABLE		01200
FUNCTION RACAH(A,B,C,D,E,F)		02000
I9=1		02100
A1=A		02150
B1=B		02200
C1=E		02250
5 IF(C1-ABS(F(A1-B1))) 10,15,15		02300
10 RACAH=0.0		02350
RETURN		02400
15 IF(A1+B1-C1) 20,25,25		02450
20 RACAH=0.0		02500
RETURN		02550
25 GO TO (30,40,50,60),I9		02600
30 A1=C		02650
B1=D		02700
C1=F		02750
I9=I9+1		02800
GO TO 5		02850
40 A1= D		02900
B1= B		02950
C1=F		03000
I9=I9+1		03050
GO TO 5		03100
50 A1=A		03150
B1=C		03200
C1=F		03250
I9=I9+1		03300
GO TO 5		03350
60 RACAH1=1.0		03400
I9=1		03450
A1=A		03500
B1=B		03550
C1=E		03600
65 DELTA=(A1+B1+C1+1.0)/ (C1+C1+1.0)		03650
I=A1+B1+C1		03700
J= C1+C1		03750
DELTA=DELTA*BINOM(I,J)		03800
I=J		03850
J=B1+C1-A1		03900
DELTA=DELTA*BINOM(I,J)		03950
RACAH1=RACAH1/SQRTF(DELTA)		04000
GO TO (70,80,90,100),I9		04050
70 A1=C		04100
B1=D		04150
C1=E		04200
I9=I9+1		04250
GO TO 65		04300
80 A1=D		04350
B1=B		04400
C1=F		04450
I9=I9+1		04500
GO TO 65		04550
90 A1=A		04600
B1=C		04650

	C1=F	04700
	I9=I9+1	04750
	GO TO 65	04800
100	RACAH1=RACAH1/(E +E+1.0)/(F+ F+1.0)	04850
	N1=A+D-E-F	05000
	N2=B+C-E-F	05050
	N11=A+B-E	05100
	N12=C+D-E	05150
	N13=A+C-F	05200
	N14=B+D-F	05250
	N15=A+B+C+D+1.0- F-F	05300
	SENSE LIGHT 0	05350
	NMIN=XMAXOF(-1,N1,N2)	05450
	NMAX=XMINOF(N11,N12,N13,N14,N15)	05500
	IF(NMIN-NMAX) 150,150,160	05600
150	NMIN1=NMIN+2	05650
	NMAX1=NMAX+2	05700
	FSUM=0.0	05750
	DO 200 L=NMIN1,NMAX1	05800
	N=L-2	05850
	FN= N	05900
	FEACH=(-1.0)**N*(EN+1.0)	05950
	I=A+B+C+D+1.0-FN	06000
	J=C+D+F+1.0	06050
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06100
	I=J	06150
	J= E+E+1.0+FN	06200
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06250
	I=J	06300
	J=A+D+E-F+1.0	06350
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06400
	I=J	06450
	J=A+B+C+D- F -F+1.0-FN	06500
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06550
	I=J	06600
	J=B+D-F+1.0	06650
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06700
	I=J	06750
	J=FN+1.0	06800
	FEACH=FEACH*BINOM(I,J)	06850
200	FSUM= FSUM+FEACH	06900
1000	RACAH=RACAH1*FSUM	06950
	RETURN	07000
160	SENSE LIGHT 1	07050
	RETURN	07100
	END	07150