

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	BMPC法の処理アルゴリズムの高度化と検査能力評価への応用
Title(English)	Advanced algorithms of BMPC method and their applications to inspection ability evaluation
著者(和文)	鳥海不二夫
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第5715号, 授与年月日:2004年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第5715号, Conferred date:2004/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

BMPC法の処理アルゴリズムの高度化と 検査能力評価への応用

Advanced algorithms of BMPC method and their applications
to inspection ability evaluation

東京工業大学
大学院理工学研究科
機械制御システム専攻
鳥海 不二夫

目次

第1章	緒言	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	3
1.3	本論文の構成	5
1.3.1	第I部:BMPC法における処理アルゴリズムの高度化	5
1.3.2	第II部:帯関数モデルによるパネルの検査能力評価への応用	5
第I部	BMPC法における処理アルゴリズムの高度化	7
第2章	帯幅の変化を考慮した帯関数モデル型一対比較法のアルゴリズム	9
2.1	緒言	9
2.2	帯関数モデル	9
2.3	不等式の導出	10
2.3.1	帯幅がない場合	10
2.3.2	帯幅が存在する場合	12
2.4	解領域の表現と連立不等式の解法	14
2.4.1	解領域の表現	14
2.4.2	解法のアルゴリズム	15
2.4.3	解領域から間隔尺度への変換	18
2.5	帯幅の変化を考慮した不等式の生成	20
2.5.1	帯幅の変化を考慮しない方法	20
2.5.2	帯幅の変化を考慮した手法	21
2.6	帯幅を考慮した不等式導出法の効果確認のためのシミュレーション	22
2.6.1	シミュレーションデータ	23
2.6.2	解領域の情報量の指標と尺度値の精度の指標	23
2.6.3	シミュレーション結果	23
2.7	まとめ	25
第3章	探索ベクトルを用いた連立不等式解法の高速化	27
3.1	緒言	27
3.2	従来手法の問題点	28
3.2.1	従来手法のアルゴリズム	28

3.2.2	必要稜ベクトルと総稜ベクトル数の比較	30
3.3	探索ベクトル法の提案	30
3.3.1	探索点による解領域の表現	31
3.3.2	探索ベクトル法の基本アルゴリズム	31
3.4	探索ベクトルを用いた近似解領域の導出	35
3.5	計算量低減効果の確認	38
3.6	提案手法と従来手法の計算速度比較のためのシミュレーション	41
3.6.1	シミュレーション条件	41
3.6.2	シミュレーション結果:処理速度の変化	41
3.6.3	シミュレーション結果:解領域の差異	42
3.7	まとめ	43
第4章	実験時におけるパネルへの負担軽減のための逐次的比較法	45
4.1	緒言	45
4.2	解領域と不等式の位置関係に着目した比較回数軽減の基本概念	45
4.3	比較回数軽減を目指した逐次的比較法の提案	47
4.3.1	逐次的比較法の概要	47
4.3.2	初期比較の決定	48
4.3.3	仮不等式の生成	48
4.3.4	比較対の決定	48
4.3.5	矛盾不等式の対応	49
4.3.6	逐次的比較法アルゴリズム	50
4.4	逐次的比較法の効果確認のためのシミュレーション	50
4.4.1	シミュレーション条件	50
4.4.2	シミュレーション手順	50
4.4.3	シミュレーション結果	52
4.5	解領域を更新する不等式の決定	53
4.6	具体的な問題への適用:音の高さの比較実験	55
4.6.1	実験条件	55
4.6.2	実験結果	55
4.7	まとめ	57
第II部	帯関数モデルによるパネルの検査能力評価への応用	59
第5章	帯関数を用いたパネルの検査能力評価	61
5.1	緒言	61
5.2	判断特性関数としての帯関数	62
5.3	帯関数の近似導出	62
5.4	評価指数の導入	63
5.4.1	判断のばらつき	63

5.4.2	判断の分解能	66
5.5	評価指数の有用性確認のためのシミュレーション	67
5.5.1	シミュレーションで用いたデータ	68
5.5.2	判断のばらつきに関するシミュレーション結果	68
5.5.3	分解能に関するシミュレーション結果	69
5.6	検査能力評価の尺度値の信頼性評価への応用	70
5.7	検査能力評価の具体的な利用例	72
5.7.1	真値が既知の場合:パネルの検査能力評価	72
5.7.2	真値が未知の場合:尺度値の評価	73
5.7.3	真値が未知の場合:実験の評価	74
5.8	まとめ	75
第6章	具体的な問題への適用	77
6.1	緒言	77
6.2	彩度比較実験	78
6.2.1	実験内容	78
6.2.2	実験方法	79
6.2.3	実験結果と分析	79
6.3	真珠らしさの判定実験	84
6.3.1	真珠らしさの判定実験と結果	84
6.3.2	検査能力の分析と考察	86
6.3.3	実験に適したパネルの選別	86
6.4	生きる力の測定	88
6.4.1	生きる力の計測における適切な実験条件を明らかにするための予備 実験	89
6.4.2	集団における生きる力の尺度因子変化の調査	93
6.5	まとめ	98
第7章	結言	101
7.1	本論文のまとめ	101
7.2	今後の課題と展望	103
付録A	モンテカルロ法による解領域の広さ評価	115
A.1	モンテカルロ法	115
A.2	解領域の広さ	115
A.3	モンテカルロ法による解領域の広さ評価	116
付録B	人工データの作成方法	117

付録C 実験に使用したデータ	119
C.1 彩度判定実験	119
C.1.1 実験試料	119
C.1.2 説明に用いた資料	120
C.1.3 一対比較表	121
C.2 真珠らしさ判定実験	123
C.2.1 実験試料	123
C.2.2 一対比較表	124
C.3 生きる力判定実験	126
C.3.1 一対比較表	126

目 次

2.1	Band function model	11
2.2	Band function model without band width	12
2.3	Band function model with band width	13
2.4	Solution Domain	16
2.5	Flow chart of the BMPC algorithm	17
2.6	Scale value	20
2.7	Scale relation of μ and φ	21
2.8	Difference of number of inequalities which divided solution domain by proposed method and old method	24
2.9	Size of solution domain	25
3.1	Algorithm of edge vector method	29
3.2	Solution domain renewal	31
3.3	Algorithm of search vector method	32
3.4	Change direction of search vector	33
3.5	Make new search vector which parallel to hyper planes	35
3.6	Change direction of search vector by hyper planes	36
3.7	Contradicted inequality	36
3.8	Search vector shows inverse direction of hyper plane	37
3.9	Can not move search point to search vector direction	37
3.10	Find g'_{t+} in two dimensional space	38
3.11	quasi-domain and real solution domain	39
3.12	Angle of Solution domains	42
4.1	Solution domain renewal by opposite inequalities	47
4.2	Algorithm of sequential renew method	51
4.3	Divide solution domain	55
4.4	Given scale value to frequency	56
5.1	Band function model with continuous functions	64
5.2	Band function model with discrete functions	64
5.3	Contradiction case on μ and φ	65
5.4	Band width : $\omega(\mu)$	66
5.5	Evaluation index of resolution : I_r	67

5.6	Simulation result : Dispersion I_d	69
5.7	Error of simulation result : Dispersion I_d	70
5.8	Simulation result : Resolution I_r	70
5.9	Error of simulation result : Resolution I_r	71
5.10	Example of band function(1): Comparison of weight	72
5.11	Example of band function(2): Comparison of vegetables' favorance	73
5.12	Example of band function(3): Comparison of Sake's sweetness	74
6.1	Band function of group 1	80
6.2	Band function of group 2	80
6.3	Band function of group 3	81
6.4	Band function of group 4	81
6.5	Determined scale value : Group 1	82
6.6	Determined scale value : Group 4	82
6.7	Band function of all panel	85
6.8	Scaled value of likeness of pearl by all panels	85
6.9	Band function of selected panel	87
6.10	Scaled value of likeness of pearl by selected panel	88
6.11	Life-abilities of lab members	90
6.12	Judgment characteristic function of lab members	91
6.13	Relation between leadership factor score and life-ability(Tennis circle)	97
6.14	Relation between leadership factor score and life-ability(Boat circle)	97
6.15	Correlation between scale value of life-ability and factors score (Tennis circle)	98
6.16	Correlation between scale value of life-ability and factors score (Boat circle)	98
A.1	Solution domain image on hypersphere	115
B.1	Sample of $f_n(x)$	118
C.1	Samples for color saturation experiment	119
C.2	Graphic explanation of saturation	120
C.3	Picture of pearl	123
C.4	Samples for likeness of pearl experiment	123

表 目 次

2.1	Avarage number of renew inequalities	24
3.1	Number of edgevectors	30
3.2	Computational effort of search vector method and previous method	41
3.3	Spec of computer which used for simulation	41
3.4	Average time to solve simultaneous inequalities	42
3.5	Average angle of solution domains	43
4.1	Pairs to compare for first comparison	48
4.2	First paired comparison table	52
4.3	Final paired comparison table	52
4.4	Simulation Result:Decreation of comparison	53
4.5	Simulation Result:Angle between solution domains	53
4.6	Simulation result:Rate of decreation	54
4.7	Imcomplete paired comparison table	56
4.8	Complete paired comparison table	56
5.1	Target of evaluation	72
6.1	Used colors' chroma saturation	79
6.2	Evaluation index value : each groups	79
6.3	Evaluation index value : all groups	84
6.4	Evaluation index value : Effect of sex	86
6.5	Evaluation index value : Effect of indication	86
6.6	Explanation of the life-ability	90
6.7	Inspection abilities of panel	91
6.8	Difference of panel's inspection abilities	92
6.9	Grade and Life-ability	93
6.11	Inspection abilities of panels	94
6.10	Factors of life-ability	95
6.12	Correlation between scale value of life-ability and factors score	96
B.1	Paired comparison table for simulation	118
C.1	Verbal explanation of saturation	120

C.2	Paired comparison table by panel without any explanation	121
C.3	Paired comparison table by panel with verbal explanation	121
C.4	Paired comparison table by graphic explanation	122
C.5	Paired comparison table by panel with both explanation	122
C.6	All panels	124
C.7	Male	124
C.8	Female	124
C.9	Male with pearl indication	125
C.10	Male without pearl indication	125
C.11	Selected panels	125
C.12	Lab members	126
C.13	Tennis club	126
C.14	Boat club	127

第1章 緒言

1.1 研究背景

近年の工業技術の発展により、高精度で多機能なセンサが開発され、様々な物理量の計測が容易になってきている。一方で、機械的に計測可能な物理量だけではなく、人間が何らかの刺激を受けたときに、それをどのように感じるかを明らかにしたいという要望が多くなっている。すなわち、人間の感性の計測である [1]。このような感性計測は対象が人の心というあいまいものであるために、機械的に計測することは難しい [2][3][4]。したがって、感性計測においては官能検査などの心理実験による測定が中心となる。

たとえば、ある酒造メーカーが新しい商品を作ること考えたとして。この場合、どのような酒が消費者に望まれるかの確に把握することが求められる。アルコール度数、糖分といった日本酒の成分分析は機械的なセンサを用いることによって可能である。このため、一般に日本酒の味はこれらの成分分析によって得られた物理量から与えられる「日本酒度」「酸度」「アミノ酸度」などによって説明されることが多い [5]。しかしながら、これらの成分分析を行ってもそれは直接消費者に好まれる日本酒には結び付かない。これは、日本酒の味の感じ方は、甘さ、コク、香りといったものを総合的に判断した結果であることに起因する。そこで、どのような日本酒が好まれるかを明らかにするためには実際に消費者に飲んでもらい判断してもらう必要がある。このように、実際に人間が直接何かを測る計測器となる検査を官能検査と呼ぶ。

官能検査は先の日本酒の例のように、機械的なセンサによっては測ることのできない量（尺度）について人間の感覚を利用して計測を行う手法である。官能検査は大きく二つに大別することができる。一つはたばこの香りや、楽器の音質、魚の焼き色などの品物の特性を測定や品物の差を検出する場合である。このような官能検査を分析型官能検査と呼ぶ。これに対して、もう一つはどの日本酒の好みや、好みのネクタイの色などの人間の嗜好特性を知る場合である。このような官能検査は嗜好型官能検査と呼ばれる。分析型官能検査は、品質検査や工程管理などに用いられ、嗜好型の官能検査は消費者調査や商品イメージ調査などに用いられる。

さて、なんらかの計測を行う場合、計測器には高い精度が求められる。これは官能検査における、パネルの検査能力の有無となる。たとえば、日本酒の好まれ具合を求めたいときに、その検査を行う人物が日本酒に関する知識を全く持っていなかった場合、その人物が行った検査結果は信頼に足りうるものになるとは考えにくい。したがって、日本酒の例のような嗜好調査を行う際には、パネルが行った検査に対して十分な検査能力を持っていたかどうかを判断する必要がある。このような判断を行う場合にもやはり官能検査が用いら

れる。このようなケースでは、あらかじめ与えられるべき尺度が既知である試料を用いて官能検査を行い、それに対するパネルの反応を見ることによってそのパネルが十分な検査能力を有しているかどうかを評価することによってパネル自身の評価を行うことになる。このように官能検査においては、検査に使われる試料、すなわち品物を測ることが目的である場合と、検査を行うパネル、すなわち人間を測ることが目的の場合が存在する。

さて、官能検査実験に用いられる手法の一つに、一対比較法 [8] [9] が存在する。一対比較法は試料への順序付けや間隔尺度を与える手法であり、順位法とともに官能検査の代表的な手法である。一対比較法では、尺度を与えたい試料の中から二個ずつを組み合わせて比較を行う。単純にどちらか片方を選択する場合と選択に重みをつける場合があるが、どちらも同じ一対比較法として扱われる。一对の片方を選択するという作業は相対的な判断であるために、求める刺激に絶対的な判断を付けづらい場合においても良好な結果が得られる。したがって、パネルが求められる刺激に対して専門家でもない場合においても比較的よい検査結果を得ることが可能である。一対比較の代表的な手法として Thurstone 法 [10]、Scheffé 法 [11] などがあり、官能検査実験ではよく用いられている。これらの手法は、いずれもパネルの判断特性モデルとして特定の関数を用いている。そのため、統計的にそれぞれの手法が仮定する判断特性モデルにパネルの比較判断結果が当てはまるように、一対比較実験の手法に制限が加わる。

これに対し、帯関数モデル型一対比較法 [6][7] (BMPC 法: Band-function model for paired comparison method) はパネルの判断特性関数モデルの仮定を必要最小限に押さえることによって、他の一対比較法の判断特性モデルを包括するようなモデルの提案を行っている。BMPC 法で用いられている帯関数モデルは柔軟性に優れたモデルであり、一般的な一対比較実験であれば本モデルに適用でき、実験手法を問わない手法となっている。

ところで、BMPC 法の処理アルゴリズムは人間の判断特性関数が幅を持った単調増加関数であるという仮定のみで処理を行うため、その数値処理はある種の連立不等式を解くことに帰着される。したがって、BMPC 法によって得られる解は、連立不等式を満たす領域として表われることになる。しかしながら、パネルの判断特性には矛盾が生じることから、得られた連立不等式をそのまま解こうとすると解は空集合となる、そこで、従来の BMPC 法では帯関数の最大帯幅を用いてしきい値を決定し、しきい値以下の信頼性しかもたない不等式は、信頼性に欠ける不等式であると判断し排除することによって解領域を導出していた。しかし、この手法によって排除された不等式の中には実際には十分信頼できる不等式も含まれていた。このような不等式を排除するという事は、実験において得られた情報を無駄に捨ててしまっていることに他ならない。そこで、これまで排除されてしまっていた不等式も解を求めるときに利用し、より精度の高い解を得る手法が望まれている。

また、BMPC 法では連立不等式の解法として逐次更新法を用いているが、逐次更新法は処理に非常に多くの計算を必要とするため、計算速度という点で他の一対比較法に対して大きく劣っている。しかしながら、BMPC 法のモデルを考えると、他の一対比較法と同程度まで計算速度を向上させることは原理的に不可能である。そこで、他の一対比較法ほどではないにせよ、現実の利用に耐えうるだけの計算速度によって一対比較表を処理するアルゴリズムが望まれる。

さて、一対比較法は試料数 N の実験において最大で N^2 回もの比較を行う必要がある。したがって、処理を行おうとする試料数が多ければ多いほどパネルが受ける負担も大きくなってしまふ。特に、味覚、嗅覚といった低レベルな器官を使用する実験においてはパネルの疲労やモチベーションなどの影響を無視できない。この比較回数の多さは一対比較法の短所として認識されており、一対比較法の利用が避けられる原因ともっている。Scheffé 法においては一人のパネルはただ一つの比較のみを行うとしている。しかしながら、この手法では N^2 人ものパネルを集めなければいけなくなり、実験者に多大な負担がかかるとともに、研究室単位での実験などではそれだけのパネルを集めること自体が困難であり、現実的ではない。そこで、現在までに不完全な一対比較表でも処理が可能となる手法の提案が行われている [12][13]。

一方、BMPC 法の解法に着目すると、BMPC 法の数値処理は連立不等式を解くことに帰着されるが、この連立不等式を解く際にはすべての不等式が使われるわけではないことが知られている。これは、先に述べた精度の問題とは無関係であり、すべての情報を使いきってもなお、必要のない不等式というものは存在している。これは、一対比較法自体が冗長な情報までも収集し、処理を行う手法であることに起因する。そこで、この冗長性に着目し、冗長な比較を行うことなく解を得る手法について考える。これによって、より少ない比較回数で連立不等式を立てることができ、精度のよい解領域を得ることができると期待される。

さらに、BMPC 法の特徴である「判断特性モデルが限定されていない」という点を積極的に利用する手法についての検討もなされている。すなわち、実際に解を得てから、パネルがどのような判断特性に基づいて一対比較を行ったのかを明らかにすることである。もし、このような判断特性関数が得られ、分析することができれば、一対比較実験が適切に行われたのか、パネルは適切だったのか、あるいは一対比較実験の結果得られた尺度値の意味に対する考察も可能であると期待される。

本論文ではこれまでにあげたような背景をふまえ、BMPC 法の欠点の改善、および、BMPC 法の長所を生かした新しい実験方法の提案をまとめたものである。

1.2 研究目的

本研究の目的は大きく二つに分けることができる。

第一の目的は、BMPC アルゴリズムの高度化である。アルゴリズムの高度化では3つの手法を提案している。精度の向上、処理の高速化、そして一対比較実験方法の改善である。

BMPC 法は連立不等式を解くことによって解を領域的に得るが、全ての連立不等式を用いると解は空集合となってしまうことが多い。そのため、いくつかの不等式は意図的に排除しなければならない。しかし、不等式を排除しすぎてしまえば解の精度は悪化する。そのため、「本当に信頼できない不等式」だけを選んで排除する必要がある。本論文では、不等式の信頼性を判断する重要な材料となる帯関数に着目し、これまでの手法では信頼できないと考えられていた不等式にも信頼できる不等式があることを明らかにする。これに

よって、より多くの不等式を利用して解領域を求めることによって、解領域の精度をあげることを目指す。

次に、連立不等式を解く上での計算量の問題について考える。BMPC法では、矛盾する不等式が連立不等式に含まれる可能性があることから、逐次更新法によって矛盾する不等式を排除しながら連立不等式を解くことになる。逐次更新法では領域更新時にあらたな端点を作成するために、凸多面体の隣接端点、BMPC法における隣接稜ベクトル探索を行う必要がある。この隣接稜ベクトル探索には非常に多くの計算が必要であることが知られている。その一方で、作られた稜ベクトルのほとんどは最終的な解領域を構成しない、計算上表われる副産物にすぎないこともまた知られている。そこで、このような無駄な隣接稜ベクトル探索を行うことなく解領域を更新していく手法が望まれている。そこで、本研究では「領域内の一点が求まれば、領域全体は容易に求めることができる」という特徴に着目し、最終的な解領域内の空間を探す、探索ベクトルを用いた「探索ベクトル法」を提案する。この探索ベクトル法によって高速に連立不等式を解くことを目指す。

また、一対比較法全体の問題である比較回数の多さを軽減することも目的とする。先にのべたように利用する不等式数が多くなれば情報量が増え精度が向上することから、比較回数を減らせば情報量が減り、精度が落ちるように思われがちである。しかし、BMPC法に表われる連立不等式には冗長なものが多い。冗長不等式に関しては、たとえ連立したとしてもまったく情報量は増えない。したがって、このような不等式を作る比較を避けながら一対比較実験を行うことによって情報量を落とすことなく比較回数だけを減らすことが可能である。そこで、一対比較実験時に比較を行う対を効率よく選んでいくことによって比較回数を減らすことのできる、逐次的比較法の提案を行う。

以上3つが、BMPCアルゴリズムの高度化に当たる。

第2の目的は、パネルの検査能力評価とその応用である。

BMPC法においては、パネルの判断特性関数として必要最小限のモデルしか使っていない。そのため、実験によって各試料に与えるべき間隔尺度が明らかになれば、そこから逆に、パネルがどのような判断特性を持って比較判断を行ったのかを明らかにすることができる。

パネルの判断特性は帯関数として表れるため、帯関数を分析することによってその判断特性関数を求めることが可能である。そこで、本研究では一般に官能検査を行ううえでパネルに求められる3つ能力、判断の安定性、判断の妥当性、識別能力のうち、判断の安定性に対応する「判断のばらつき」の評価指数、および識別能力に対応する「分解能」の二つの指標を提案する。また、それによってパネルの検査能力を評価することを目的とする。

さらに、これらの評価指数を一対比較実験に応用することによって、より精度が高く、信頼性の高い実験を行うことを明らかにする。

以上二つの大きな目的と、4つの細分化された目的が存在するが、細分化された目的を「一対比較実験」および実験終了後の「BMPC法の処理」という観点から見ると、

- 解領域の高精度化
- 解領域導出の高速化
- 逐次的比較法

が、BMPC法による一対比較実験法とその処理の研究にあたり、

- 検査能力評価

は一対比較実験そのものに対する研究にあたる。

1.3 本論文の構成

本論文は大きく二つの内容からなる。本論文では便宜上、BMPC法のアルゴリズムの高度化に関する内容について述べている第2章から第4章を第一部、パネルの検査能力の評価方法とその応用例について述べている第5章から第6章を第二部とする。

1.3.1 第I部:BMPC法における処理アルゴリズムの高度化

第I部においてはBMPC法の処理アルゴリズムおよびその高度化について述べる。

第2章ではBMPC法の基礎的な考え方について述べる。帯関数モデルの定義、不等式の導出方法、および解領域について述べ、帯幅の変化を考慮した帯関数モデル型一対比較法のアルゴリズムを提案する。パネルの判断特性関数である帯関数の帯幅が変化することを考慮して不等式を生成することによって、従来では利用されなかった情報を含めた解領域を導出する方法について述べ、さらにシミュレーションによって精度の向上の確認を行う。

第3章ではBMPC法における連立不等式解法の基本となる解領域更新法の問題点を指摘し、より高速に解領域を取得するための新しいアルゴリズム、探索ベクトル法の提案を行う。さらにシミュレーションによって、解領域更新法では解くことが困難であった試料数が多い一対比較実験においても、探索ベクトル法を採用することで解領域を得ることが可能になることを示す。

第4章では、実験時におけるパネルへの負担軽減のための逐次比較法を提案する。本手法はBMPC法が不等式によって解かれるという特徴を利用し、不必要な一対比較を排除し、少ない比較回数で解領域を得ることを目的としている。本章では逐次比較法の概念および、シミュレーションによる妥当性の確認を行う。さらに、一対比較実験時の具体的な利用方法についても言及する。

1.3.2 第II部:帯関数モデルによるパネルの検査能力評価への応用

第II部では、帯関数モデルによるパネルの検査能力評価法の提案と、検査能力評価を用いた応用実験について述べる。

第5章では、帯関数を用いたパネルの検査能力評価について述べる。帯関数モデルという考え方をを用いることによって、実験に参加したパネルが持つ検査能力を評価可能であることを明らかにし、検査能力を評価指数として数値化する手法を提案する。これによって得られた数値の物理的な意味を述べるとともに、シミュレーションによって得られた数値の妥当性についても述べる。

第6章では第5章において提案したパネルの検査能力評価方法を具体的な問題へと適用する。

まず、色の鮮やかさの実験において、検査能力評価を利用することによって一対比較実験を行う際のパネルへの適切な説明方法を明らかにできることを確認する。官能検査実験を行う際には綿密な実験計画を立てるとともに、予備実験が行われることが多い。このような予備実験においてパネルの検査能力評価を行うことによって、本実験において適切な実験環境を明らかにすることができるようになる。色の鮮やかさの実験については、この予備実験に対応するととらえ、後日何かの色の鮮やかさを官能検査によって測りたいときに、どのような説明をパネルに行えばよいか、を明らかにできることを確認する。

次に、真珠らしさの比較実験においては、実験に参加したパネルの中で実験に適したパネルを明らかにすることを目的としている。この実験では、性別、および予備知識によってパネルを4つのグループに分けている。それぞれのパネルについて検査能力評価を行うことによって、「真珠らしさ」を正しく理解していない、あるいは判断することができないパネルを明らかにし、そのようなパネルを排除することによってよりよい実験結果を得ることを目的とする。

最後に、生きる力の計測実験では、適切な実験条件を明らかにする手法を実際の問題へと適用を行う。この実験では、大学のサークルにおける「生きる力」の違いを明らかにすることを目的に行われ、その過程でBMPC法と検査能力評価法がどのように使われていくかを示す、具体例である。本実験を通して、実際の官能検査における実験の流れを確認することができる。

第I部

BMPC法における処理アルゴリズムの高度化

第2章 帯幅の変化を考慮した帯関数モデル型一対比較法のアルゴリズム

2.1 緒言

本章では、帯関数モデル型一対比較法 (BMPC 法) の基本となる、不等式導出手法および解領域の表現について述べている。

一対比較法の処理法としては、Scheffè 法や Thurstone 法がよく用いられているが、これらの手法は被験者 (群)、すなわちパネルの判断特性には特定の判断モデルを仮定している。それに対して、BMPC 法ではパネルの判断特性は刺激差に対する単調増加性のみを仮定している。そのため、BMPC 法の数値処理は連立不等式を解くことに帰着される。連立不等式を解くことによって間隔尺度は領域として与えられる。

さて、連立不等式を導出する際に、パネルの判断の曖昧さによって矛盾する不等式が生じることがよくある。この場合、矛盾不等式も連立してしまうと解は空集合となってしまうので、矛盾不等式を含まないように不等式を導出する必要がある。

これまでの手法では、帯関数の帯幅をしきい値として不等式の持つ信頼度から信頼できる不等式かどうかを分けていた。しかしながら、この手法では本来信頼できうる不等式も排除してしまっていることが明らかとなった。そこで、本章では、帯関数の帯幅の変化を考慮することによってこれまで排除されてしまっていた不等式を利用してより精度の高い解を求める手法について述べる。

本章の中心となる「帯幅の変化を考慮した不等式の生成」については、2.5 節で詳しく述べ、その効果の確認は 2.6 節で行っている。すでに BMPC 法の基本的な考え方が分かっている場合は、2.5, 2.6 節を読むことで本章の新しく主張する、解領域の高精度化について理解できるであろう。

2.2 帯関数モデル

本論文では、 N 個の試料 X_0, \dots, X_{N-1} に対して、ある特定の属性を判断基準とした一対比較実験を行うものとする。以下「刺激」と呼ばれるものは、すべて判断基準とした属性に関する刺激を示すこととする。一対比較実験の目的は各試料に与えられるべき刺激の数値、すなわち間隔尺度 m_0, \dots, m_{N-1} を推定することにある。

一対比較実験を行った結果、実験者がパネルから得られる情報は、パネルが試料 X_i, X_j の順に比較した際の判断 φ_{ij} のみである。ここで得られる φ_{ij} は、 X_i を選択したパネルの

人数や、パネル全体に占める割合、あるいはパネルが一名であった場合は重みをつけた数値である。通常の一対比較の場合はデータの取り方に一定の規則が設けられていることが多いが、本手法では一般的な一対比較データの取得方法であればどのような方法で取得した場合でも処理可能である。したがって、ここでいう φ_{ij} は任意の手法によって取得された一対比較データであり、集計などの前処理はすでに完了しているものとして扱う。

ここで各試料が持つ間隔尺度 $m_i (i = 0, \dots, N-1)$ とパネルの判断 $\varphi_{ij} (i, j = 0, \dots, N-1)$ の関係について考えてみよう。一対比較実験において、パネルは二つの試料を比較し判断を行う。つまり、実際にパネルが受けている刺激は試料が単体で持つ刺激ではなく、二つの試料の刺激差 $\mu_{ij} = m_i - m_j$ である。

さて、ここでパネルの判断 φ_{ij} と二つの試料の刺激差 μ_{ij} の間には以下のような関係が成り立つものと仮定する。「パネルの判断は、試料間の刺激差が大きくなればなるほどはっきりしたものとなり、その判断のばらつきは一定範囲内に収まる」非常に刺激差の大きい二つの試料 (非常に好ましい試料とまったく好ましくない試料など) を組み合わせて比較した場合は、パネルの判断は非常にはっきりしたものになり、逆にほとんど刺激差がない二つの試料 (似たような刺激を持つ二つの試料) を組み合わせて比較した場合は、パネルの判断はあいまいなものとなるであろう。すなわち、パネルの判断は刺激差に対して単調増加となる。また、パネルの判断は人間の判断の曖昧さ故に、同一の刺激に対して必ずしも同一の判断を行うとは限らない。しかしながら、ある刺激に対する判断は一定の範囲内に収まると考えられる。

以上の仮定は次式によって表わされる。

$$f_d(\mu_{ij}) \leq \varphi_{ij} \leq f_u(\mu_{ij}) \quad (2.1)$$

ここで、 $f_d(x), f_u(x)$ はそれぞれ x に関する単調増加関数である (Fig.2.1 参照)。

この二つの単調増加関数によって表わされる判断特性関数を帯関数と呼ぶ。

この帯関数を用いたモデルでは、基本的に $\mu_{ij} = m_i - m_j$ と φ_{ij} が単調増加の関係にあると考える。しかしながら、人間の判断特性には誤差や曖昧さが含まれている。そこで、幅を持った関数によってそれらを包括した判断特性関数として表現する。

これによって BMPC 法の目的は「 N 個の試料の一対比較判断結果 φ_{ij} が与えられたとき、式 (2.1) の仮定の元に各試料に与えるべき心理尺度値 (以下尺度値と呼ぶ) m_i を求めること」となる。

2.3 不等式の導出

2.3.1 帯幅がない場合

まず簡単のため帯幅 $f_u(x) - f_d(x) \rightarrow 0$ となった極限、つまり $f_d(x) = f_u(x) = f_c(x)$ として、

$$\varphi_{ij} = f_c(\mu_{ij}) \quad (2.2)$$

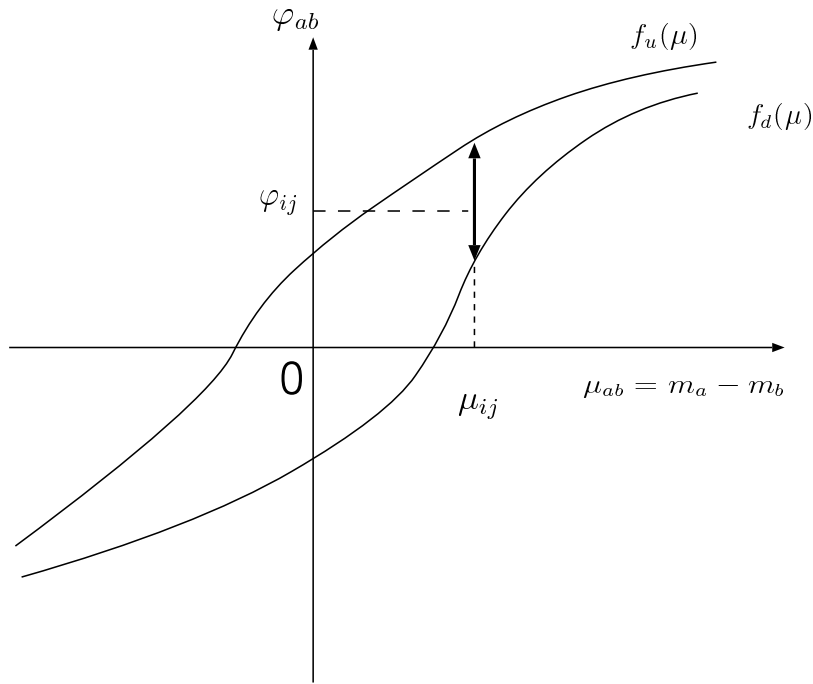


Fig. 2.1: Band function model

の場合について考える。(Fig.2.2 参照)

さて、試料間の刺激差 μ_{ij} が大きければ大きいほど被験者の判断ははっきりとしたものになり φ_{ij} も大きくなる、すなわち関数 $f_c(x)$ は単調増加関数であるという仮定から、一対の φ_{ij} 、 φ_{kl} の間の大小関係によって、

$$\begin{aligned}
 \varphi_{ij} > \varphi_{kl} &\iff f_c(\mu_{ij}) > f_c(\mu_{kl}) \\
 &\iff \mu_{ij} > \mu_{kl} \\
 &\iff m_i - m_j > m_k - m_l \\
 &\iff m_i - m_j - m_k + m_l > 0
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

という m_i 、 m_j 、 m_k 、 m_l に関する不等式を導出することができる。

このとき、パネルが行ったすべての判断結果 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl} (i, j, k, l = 0, 1, \dots, N-1)$ から不等式を導出可能である。したがって、すべての i, j, k, l の組み合わせから以下のような連立不等式が導出される。

$$\begin{cases} m_{i_1} - m_{j_1} - m_{k_1} + m_{l_1} > 0 \\ m_{i_2} - m_{j_2} - m_{k_2} + m_{l_2} > 0 \\ \vdots \\ m_{i_K} - m_{j_K} - m_{k_K} + m_{l_K} > 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

K : 大小関係の存在する $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の対の数

尺度値 $m_i (i = 0, 1, \dots, N - 1)$ は、このようにして得られた連立不等式を全て満たすものとなる。ただし、このとき間隔尺度においては原点と単位の取り方に任意性があることを考慮し、一般性を失うことなく以下のような条件を付け加えることができる。

$$\sum_{i=0}^{N-1} m_i = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} m_i^2 = 1 \quad (2.6)$$

以上によって、BMPC法によって与えられた試料に尺度付けを行う問題は、式(2.4)～(2.6)を解く問題へと帰着される。

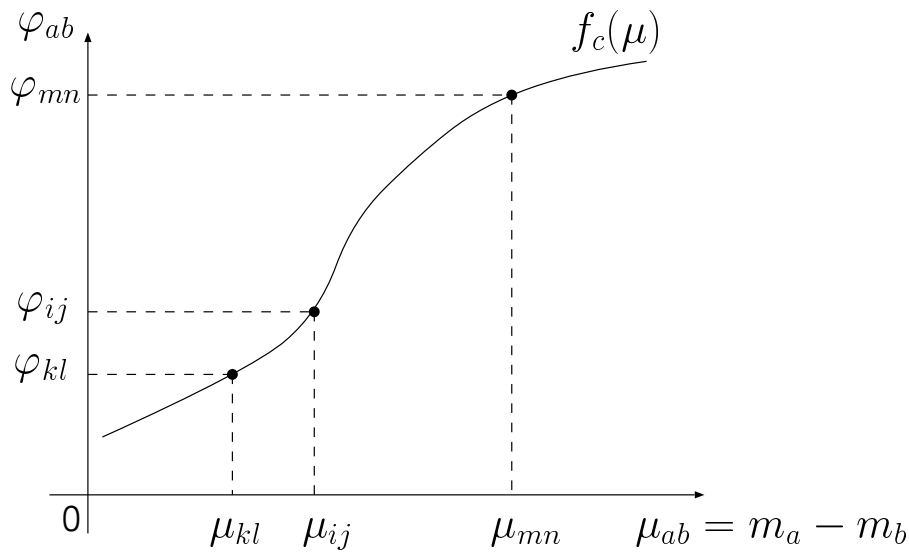


Fig. 2.2: Band function model without band width

2.3.2 帯幅が存在する場合

次に $f_u(x) - f_d(x) \neq 0$ の場合、つまり判断にばらつきや曖昧さがある場合について考える。このとき、一定の刺激 μ_{ij} を受けたときのパネルの判断は、 $f_d(\mu_{ij})$ から $f_u(\mu_{ij})$ までの範囲内にある。

このとき、 $f_u(\mu_{ij}) > f_d(\mu_{kl})$ なる関係を持つ二組の比較を行った場合、 $\mu_{ij} < \mu_{kl}$ であるにもかかわらず、 $\varphi_{ij} > \varphi_{kl}$ となる可能性がある。このような関係から作られた不等式を連立すると、他の関係から作られた不等式と矛盾する結果となり、連立不等式の解は空集合となる。したがって、そのような不等式を排除することが可能であれば帯幅がない場合と同様に不等式を連立し解くことによって尺度値 $m_i (i = 0, 1, \dots, N - 1)$ を与えることが可能となる。

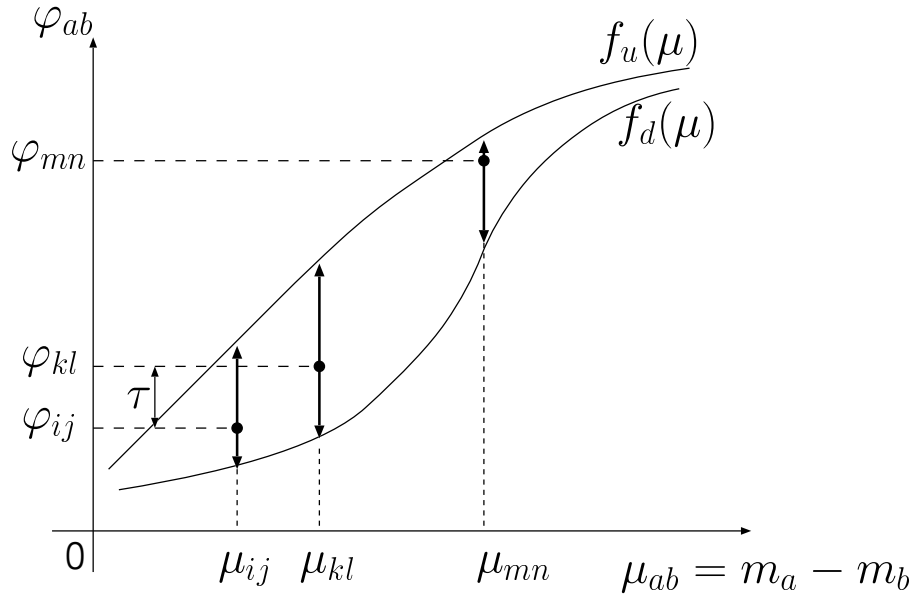


Fig. 2.3: Band function model with band width

さて、ここで Fig.2.3 における二つの比較結果 $\varphi_{ij}, \varphi_{mn}$ の関係に着目してみよう。この場合、 $f_u(\mu_{ij}) < f_d(\mu_{mn})$ であり $\varphi_{ij}, \varphi_{mn}$ の大小関係は μ_{ij}, μ_{mn} の大小関係と等しくなる。すなわち、二組の試料の比較判断結果があるしきい値以上であればその比較判断結果の大小関係は、各試料の持つ尺度値の大小関係と等しくなるといえる。そこで、二組の試料による比較判断結果の大小関係と各試料の持つ大小関係とが一致するために必要な比較判断結果の差のしきい値を ε と表わすと、以下の式 (2.7) を満たす場合、二組の比較判断結果から尺度値に関する不等式を生成することが可能となる。

$$\varphi_{ij} - \varphi_{kl} > \varepsilon \tag{2.7}$$

このような関係にある二組の比較結果から不等式を連立することによって、矛盾なく尺度値 $m_i (i = 1, 2, \dots, N - 1)$ の範囲を決定することが可能である。

ここで、ある s 番目の不等式 $m_{i_s} - m_{j_s} - m_{k_s} + m_{l_s} > 0$ を作る二組の試料による比較判断結果 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の差を

$$\tau_s = \varphi_{ij} - \varphi_{kl} \tag{2.8}$$

と表すことにすると

$$\tau_s > \varepsilon \tag{2.9}$$

を満たす不等式であれば、この不等式を信頼し連立することができることから、各不等式に与えられる τ_s を信頼度と呼ぶ。

これによって、帯幅が存在する場合も帯幅が存在しない場合同様に、

$$\begin{cases} m_{i_1} - m_{j_1} - m_{k_1} + m_{l_1} > 0 \\ m_{i_2} - m_{j_2} - m_{k_2} + m_{l_2} > 0 \\ \vdots \\ m_{i_K} - m_{j_K} - m_{k_K} + m_{l_K} > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

K : 大小関係の存在する $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の対の数

$$\sum_{i=0}^{N-1} m_i = 0 \quad (2.11)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} m_i^2 = 1 \quad (2.12)$$

を解く問題へと帰着される。ただし、このとき式 (2.10) における不等式は

$$\varphi_{i_s j_s} - \varphi_{k_s l_s} = \tau_s > \varepsilon \quad (2.13)$$

を満たす関係にある試料 $X_{i_s}, X_{j_s}, X_{k_s}, X_{l_s}$ についてたてられた連立不等式である。

さて、問題となるのはこの場合のしきい値 ε の決定の仕方であるが、これについては2.5節で詳しく述べる。

2.4 解領域の表現と連立不等式の解法

前節で述べた通り、BMPC法による尺度付け問題は連立不等式の解法に帰着される。そこで本節では連立不等式の解法と、そのために必要な「解領域」の考え方とその表現について述べる。

2.4.1 解領域の表現

連立不等式 (2.10) を行列表現すると

$$\mathbf{A}\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_k \\ \vdots \\ \mathbf{a}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_N \end{bmatrix} > 0 \quad (2.14)$$

となる。 \mathbf{A} は、これを係数行列と呼ぶが、 $K \times N$ 行列であり、その成分である N 次元行ベクトル \mathbf{a}_k を係数ベクトルと呼ぶ。 \mathbf{m} は N 次元列ベクトルであり、各係数ベクトルは1

つの不等式を代表している。以上の表記にしたがって、式 (2.11) と式 (2.12) を行列で表現すると、それぞれ、

$$\mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{m} = [1, 1, \dots, 1] \cdot \mathbf{m} = 0 \quad (2.15)$$

$$|\mathbf{m}| = 1 \quad (2.16)$$

となる。

ところで、連立不等式 (2.10) の中の不等式の一つ、

$$\mathbf{a}_k \cdot \mathbf{m} = [a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_N}] \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_N \end{bmatrix} > 0 \quad (2.17)$$

は N 次元空間内で原点を通り \mathbf{a}_k を法線ベクトルとする超平面によって定まる一つの開半空間を表わす。したがって連立不等式 (2.14) と (2.15)(2.16) の解は、それら開半空間の共通領域であり Fig.2.4 のように N 次元ユークリッド空間内の式 (2.14) を満たす超平面を境界面とし原点に頂点を有する凸多面錐の内点で、原点からの距離 1 の点の集合となる。(Fig.2.4 参照)

この凸多面錐の各稜について原点から長さ 1 のベクトルを稜ベクトルと呼び $g_i, i \in \{0, \dots, r\}$ で表す。また、 \mathbf{a}_k の中からほかの係数ベクトルの非負線形結合で表せないものを抜き出し、 $h_j, j \in \{1, \dots, s\}$ と表す。これは、式 (2.14) から解領域の決定に必要な不等式を抜き出すことに相当し、この h_j を必要十分係数ベクトルと呼ぶ。これによって解領域は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} & \{\mathbf{m} | \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{m} = 0, \mathbf{A}\mathbf{m} > 0, |\mathbf{m}| = 1\} \\ & = \{\mathbf{m} | \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{m} = 0, \mathbf{H}\mathbf{m} > 0, |\mathbf{m}| = 1\} \\ & = \{\mathbf{m} | \mathbf{m} = \sum_{i=1}^r \lambda_i \mathbf{g}_i, \lambda_i > 0, |\mathbf{m}| = 1\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_s \end{pmatrix}$$

これによって、連立不等式の解法は式 (2.18) によって示されるような凸多面錐の稜ベクトルを求める問題へと帰着される。これは、すなわち多次元空間内の凸多面体の端点探索と同等の問題である。次節で凸多面錐の稜ベクトル導出法について述べる。

2.4.2 解法のアプローチ

一般的な連立不等式の解法としては逆探索法 [14] および逐次更新法が存在する。一般的には逆探索法がよりすばやく凸多面体の端点探索問題を解く手法として優れている。しかしながら、BMPC 法においてはどの不等式を連立するかは、実際に解領域を求める過程

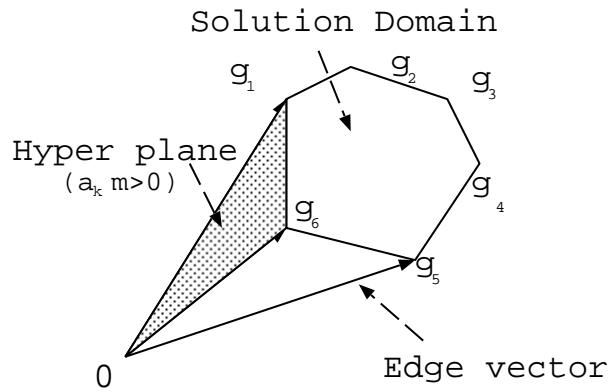


Fig. 2.4: Solution Domain

において初めてわかる。逆探索法は全ての不等式が既知である場合にのみ利用可能であるため、本手法で用いることはできない。そこでBMPC法では連立不等式を解く方法として逐次更新法を用いる。

さて、逐次更新法の基本的なアイデアは以下の通りである。

1. 適当な初期解領域を求める。
2. 解領域に対して新たな不等式を考慮する。
3. 新たな不等式によって与えられる超平面が解領域を分断するようであれば解領域を更新する。
解領域に対して冗長であれば解領域は変化しない。
4. まだ考慮していない不等式があれば2に戻る。
全ての不等式が考慮してあれば終了。

以上をフローチャートにまとめたものを Fig.2.5 に示す。ここで、3の解領域の更新については第3章で詳しく説明するため、ここでは割愛し、それ以外の部分について詳しく見ていこう。

初期解領域の作成

まず一対比較実験の結果、得られた一対比較表から連立不等式を生成する。

このとき、信頼度 τ_s が十分大きい不等式であれば信頼できると考えられることから、初期解領域は τ_s の大きい不等式を用いて作成すればよい。

したがって、初期解領域の作成する場合は τ_s の大きい方から互いに独立となるように $N-1$ 本の不等式を取りだし、これに \mathbf{a}_0 を加えてできる正方行列の逆行列を求め、そのうち \mathbf{a}_0 と直交する $N-1$ 本を稜ベクトル $g_i, i \in \{0, \dots, r\}$ とすればよい。

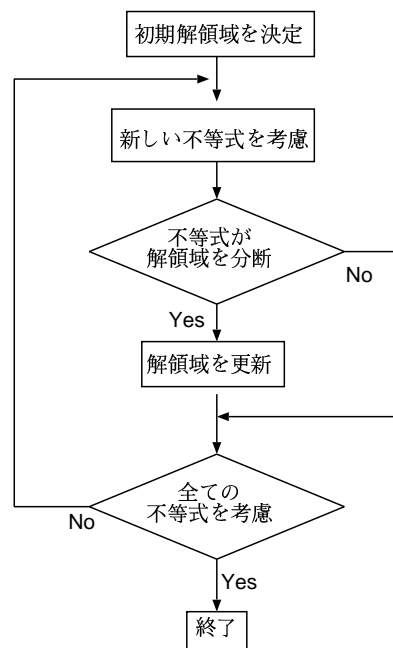


Fig. 2.5: Flow chart of the BMPC algorithm

不等式の追加

得られた解領域に対して新たな不等式 $a_k \cdot m > 0$ を加えることによって、解領域を更新する。ただし、 $a_k \cdot m > 0$ はまだ解領域に加えられていない不等式の中で最も信頼度の高い不等式、すなわち τ_s が最大の不等式とする。

このとき $a_k \cdot m > 0$ が解領域に対してとりうる相対位置は以下の三つである。

1. 解領域に対して冗長
2. 解領域を更新
3. 解領域に対して矛盾

このうち、1の解領域に対して冗長であるということは、 $a_k \cdot m > 0$ によって定められた開半空間の内部に解領域が存在することを意味する。

次に、2の解領域を更新する場合は、 $a_k \cdot m > 0$ によって定められた開半空間によって解領域が分断される場合であり、その開半空間にしたがって解領域は更新される。

最後に、3の解領域に対して矛盾の場合は、 $a_k \cdot m > 0$ によって定められた開半空間の内部に解領域が存在しないことを意味する。このような不等式は、これまでの判断結果と矛盾している判断から導出された不等式であることを意味し、「帯幅の中に吸収されている関係から作られる不等式」と呼ぶ。このような不等式は信頼性に欠ける不等式であるため連立不等式から削除する。また、これにともなって帯幅の内部に吸収されてしまうような不等式については同様に信頼性に欠ける不等式と判断され、連立不等式から排除され

る。このとき、帯幅内に吸収されてしまうような不等式の判定方法に関しては、2.5節で詳しく述べる。

このようにして、すべての不等式が解領域に加えられる、あるいは解領域から排除された後得られた解領域が、帯幅内に吸収されてしまうような関係から作られた不等式以外の、信頼できる不等式のみから作られた解領域となる。

2.4.3 解領域から間隔尺度への変換

さて、前項までの手法によって解領域を得た後、解領域から間隔尺度を求める手法について述べる。

まず、解領域内に存在する平均0、長さを1に規格化した原点からのベクトル \mathbf{g}_d を考える。さて、このとき解領域内に存在するということから、ベクトル \mathbf{g}_d は以下の不等式を満たすことがわかる。

$$\mathbf{A}\mathbf{g}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_k \\ \vdots \\ \mathbf{a}_K \end{bmatrix} \mathbf{g}_d > 0 \quad (2.19)$$

すなわち、式(2.14)における $[m_0, m_1, \dots, m_{N-1}]^T$ はベクトル \mathbf{g}_d に対応する。したがって、解領域内に存在するベクトル

$$\mathbf{g}_d = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

の各要素 g_0, g_1, \dots, g_{N-1} が各試料に与えられるべき間隔尺度 m_0, m_1, \dots, m_{N-1} となる。

解領域の内部に存在するベクトルであれば、式(2.19)を満たすため、解領域の端点に対応する内部ベクトル \mathbf{g} を求めることによって各試料に与えられる間隔尺度の最大と最小の範囲を決定することができる。

たとえば、

$$\mathbf{g}_0 = [0.150, -0.452, -0.452, 0.753]^T \quad (2.21)$$

$$\mathbf{g}_1 = [0.223, -0.223, -0.670, 0.670]^T \quad (2.22)$$

$$\mathbf{g}_2 = [0.500, -0.500, -0.500, 0.500]^T \quad (2.23)$$

のように解領域の端点に対応する内部ベクトルが得られたとすると、各試料に与えられる間隔尺度は、

$$0.150 < m_0 < 0.500 \quad (2.24)$$

$$-0.452 < m_1 < -0.223 \quad (2.25)$$

$$-0.670 < m_2 < -0.452 \quad (2.26)$$

$$0.500 < m_3 < 0.753 \quad (2.27)$$

となる。このように、解領域の端点に対応する稜ベクトルの成分を見ることによって、各試料に与えるべき間隔尺度の最大値と最小値を求めることが可能である。

与えられる尺度値がある範囲を持った領域で与えられる一方、数値処理を行う場合などには解を代表する尺度値を求めたい場合が多い。そこで、得られた全ての稜ベクトルを正規化したベクトル \bar{g}_c によって代表解を与える。

$$\bar{g}_c = \frac{1}{r} \sum_{i=0}^{r-1} g_i \quad (2.28)$$

$$g_c = \frac{\bar{g}_c}{\|\bar{g}_c\|} \quad (2.29)$$

このとき、 g_c の第 i 要素が m_i の代表値となる。

さて、このようにして得られた尺度値を可視化するために、Fig.2.6 のようなグラフを用いる。このグラフは、横軸が各試料番号を示し、縦軸が与えられた尺度値を示す。各バーが試料に与えられる尺度値の最大と最小を示し、点が正規化平均によって与えられた代表値となる。

ただし、このときある二つの試料 X_i, X_j に与えられた尺度値が重なっていた場合、試料 X_i, X_j の順序関係がはっきりしないわけではないことに注意する必要がある。例えば、Fig.2.6 における試料 X_4, X_5 に与えられた尺度値は $-0.43 < m < -0.22$ の範囲で重なっている。しかしながら、この場合でも $m_4 > m_5$ の大小関係が逆転するかどうかは、このグラフからはわからない。

このような試料間の大小関係は、解領域に対して $m_i - m_j > 0$ が矛盾するかどうかによって確認することができる。もし、解領域に対して $m_i - m_j > 0$ が解領域を満たせば $m_i > m_j$ であり、 $m_i - m_j > 0$ が矛盾すれば $m_i < m_j$ であることが明らかになる。また、 $m_i - m_j > 0$ が解領域を更新するようであれば、 m_i, m_j の大小関係を定めることはできない、ということになる。

この例の場合、不等式 $m_4 - m_5 > 0$ を解領域に考慮すると、この不等式は解領域を満たす不等式であることがわかるので、 $m_4 > m_5$ ということが明らかになる。すなわち、尺度値 m_4, m_5 が取りうる範囲が重なっているが、 $m_4 > m_5$ は常に保証される。

このように、Fig.2.6 のグラフによって各試料が取りうる尺度値の範囲は表わされる。また、試料間の正確な大小関係を確認するには解領域に対して任意の試料間の大小関係を示した不等式を加えてみて、解領域を満たすかどうかをチェックすればよい。

以上が、BMPC 法における試料への尺度付けの手法である。

次節からは、新しい不等式導出法を提案し、これまでの解領域には含まれなかった情報、すなわち従来手法では破棄されてきた不等式を含んだ解領域を導出する手法について述べる。

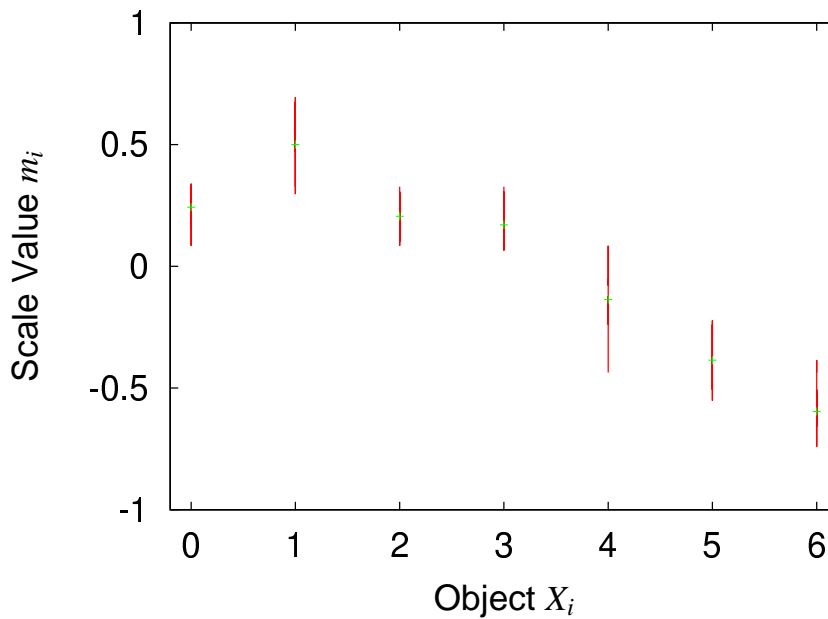


Fig. 2.6: Scale value

2.5 帯幅の変化を考慮した不等式の生成

本節では帯幅の変化を考慮した新しい不等式の生成方法について述べる。これまでに提案されている不等式の生成手法は、帯関数の帯幅の最大値をしきい値として生成する不等式を決定している。一方で、帯関数の帯幅は一定ではなく変化する。そこで、帯幅の変化を考慮して不等式を生成することによって従来の手法では無視されていた不等式の情報を用いてより精度良く解を得ることができるようになると考えられる。

まず、2.5.1節で、従来手法による不等式生成手法について述べ、その後2.5.2節で、帯幅の変化を考慮した新しい不等式生成方法について述べる。

2.5.1 帯幅の変化を考慮しない方法

まず、便宜上帯関数の φ_{ij} 軸方向の幅 $w(x)$ を

$$w(x) = f_u(x) - f_d(x) \quad (2.30)$$

によって表わすこととする。

このとき、ある刺激差 μ に対して、試料 X_i, X_j, X_k, X_l の比較によって得られたパネルの判断 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ が

$$\begin{aligned} f_d(\mu) &< \varphi_{kl} < f_u(\mu) \\ f_d(\mu) &< \varphi_{ij} < f_u(\mu) \end{aligned} \quad (2.31)$$

を満たしていたとする。

このような場合 Fig.2.7 のように、 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の大小関係と μ_{ij}, μ_{kl} の大小関係は一致しない。このような関係から生成される不等式を連立すると、本来 $\mu_{ij} < \mu_{kl}$ であるにもかかわらず $\mu_{ij} > \mu_{kl}$ という情報が解に与えられ、正しい尺度値を推定することができなくなる恐れがある。

一方で、帯幅 $w(x)$ よりも $\tau_t = \varphi_{ij} - \varphi_{kl}$ が大きければ、 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の大小関係と μ_{ij}, μ_{kl} の大小関係は一致することが保証される。したがって、 $w(x)$ をしきい値とすることによって、 μ_{ij}, μ_{kl} の大小関係と μ_{ij}, μ_{kl} の大小関係が一致した正しい不等式を得ることができる。

以上が、帯幅が一定であるとした場合の考え方である。今回は、さらに一歩進めて、帯関数の帯幅を考慮した場合について考えてみる。

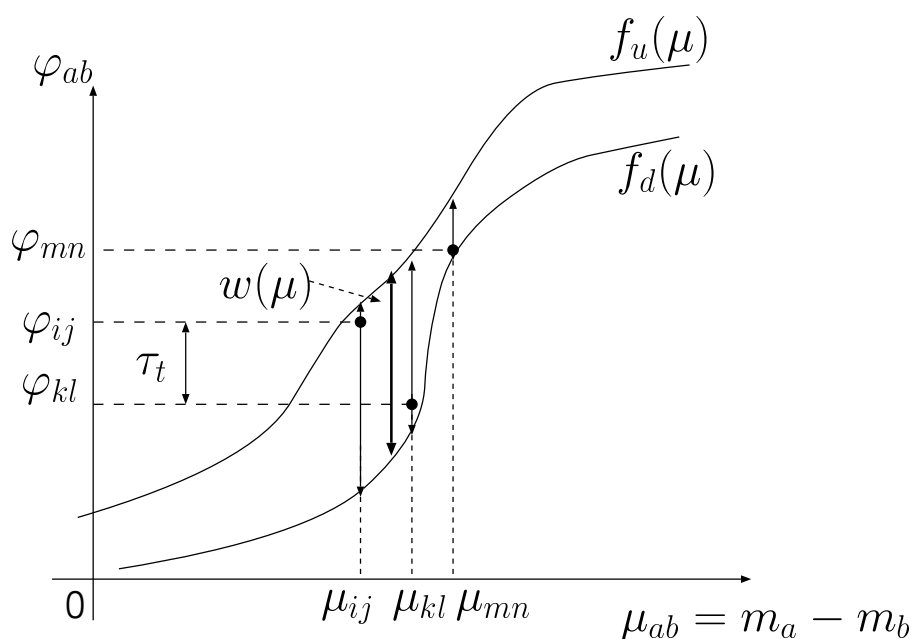


Fig. 2.7: Scale relation of μ and φ

2.5.2 帯幅の変化を考慮した手法

前述の帯幅の変化を考慮しない手法では、最大帯幅 w_{max} 以下の信頼度 τ_s を持つ不等式はすべて信頼できない不等式であるとして排除していた。しかしながら、信頼度 τ_s が w_{max} 以下でも信頼できる不等式も存在する。

Fig.2.7 における $\varphi_{ij}, \varphi_{mn}$ の関係を見てみよう。このような関係にある二つの比較の場合、たとえ $\varphi_{mn} - \varphi_{ij} < \varepsilon = \tau_t$ であっても、 $\varphi_{ij} < \varphi_{mn}$ から $\mu_{ij} < \mu_{mn}$ は成り立つ。すなわち、先の矛盾不等式の関係から明らかになった帯幅はあくまでも $\mu_{ij} < \mu_{mn} < \mu_{kl}$ の範囲の帯幅であり、他の個所にこの帯幅を適用されない。つまり、 $\mu_{mn} < \mu_{ij}, \mu_{kl} < \mu_{mn}$ の

範囲にある比較 μ_{mn} から作られる不等式の情報排除する必要はなく、その情報を利用して、より精度の高い解を得ることが可能となる。これは、 μ_{ij}, μ_{kl} 間の帯幅よりも μ_{ij}, μ_{mn} 間の帯幅が狭いことを利用して不等式を作っているために、利用できる不等式が増えたことを意味する。

以上のように帯幅が変化することを考慮すると、排除すべき不等式はパネルの判断 $\varphi_{mn}, \varphi_{st}$ の範囲がある刺激差 μ に対して、

$$\begin{aligned} f_d(\mu) < \varphi_{mn} < f_u(\mu) \\ f_d(\mu) < \varphi_{st} < f_u(\mu) \end{aligned} \quad (2.32)$$

にあるときであることがわかる。このような二つの比較の大小関係から作られる不等式は信頼に値しないものとして排除すればよい。

ここで、 $f_d(x), f_u(x)$ が未知の関数であるため、式 (2.32) のような関係は明らかではない。そこで、まず十分信頼できる連立不等式から推定された解が存在するとする。このとき、ある二つのパネルの判断 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ によって生成された不等式をさらに連立することによって解が空集合となってしまった場合を考えてみる。この場合、 $\mu_{ij} < \mu < \mu_{kl}$ なる刺激差 μ における $f_u(\mu), f_d(\mu)$ は以下のような関係にあることが明らかである (Fig.2.7 参照)。

$$f_u(\mu) \geq \varphi_{ij} \quad (2.33)$$

$$f_d(\mu) \leq \varphi_{kl} \quad (2.34)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \varphi_{kl} < \varphi_{mn} < \varphi_{ij} \\ \varphi_{kl} < \varphi_{st} < \varphi_{ij} \end{aligned} \quad (2.35)$$

であれば、式 (2.32) が成り立ち、 $\varphi_{mn}, \varphi_{st}$ の大小関係から生成された不等式は信頼できないものであることがわかる。そこで、式 (2.35) のような不等式を排除しつつ不等式を連立していくことになる。このように従来手法では $\varphi_{ij} - \varphi_{kl} = \tau_s < w_{max}$ となる不等式はすべて信頼できない不等式として排除していたが、式 (2.32) が成り立つときのみ、その不等式は信頼できない不等式として排除することによって、これまで排除されていた本来信頼できうる不等式を解領域に追加することが可能となった。これによって、より多くの情報を解領域に含めることが可能となり、解領域の精度は向上する。

2.6 帯幅を考慮した不等式導出法の効果確認のためのシミュレーション

今回提案した帯幅を考慮した不等式の生成法と、従来用いられていた帯幅を考慮しない不等式生成法の比較を行うために、解領域のもつ情報量を示す指標と、尺度値の精度を示す指標を提案し、シミュレーション実験を行った。このシミュレーションで、今回提案した手法が従来手法に比べ、より多くの情報を含み、かつ尺度値の精度をあげていることを確認する。

2.6.1 シミュレーションデータ

シミュレーションに用いるため、人工的に一対比較データを作成した。人工データの作成方法は付録の B の通りである。

2.6.2 解領域の情報量の指標と尺度値の精度の指標

シミュレーションによって帯幅の変化を考慮した不等式導出の効果を確認するためには、解領域が持つ情報量及び、尺度値の精度、すなわち解領域の狭さがどの程度向上したかを示す指標が必要となる。そこで、本手法の有効性を示す指標として、以下に述べる二つの指標を用いる。

まず、解領域の情報量を示す指標として、解領域に考慮された不等式数を用いる。帯幅の変化を考慮した手法は、従来の、帯幅の最大値をしきい値にする手法に対してこれまでに考慮されなかった不等式を解領域に追加することになる。もし、追加された不等式が解領域を更新すれば、その結果得られた解領域は従来の手法によって得られる解領域よりも多くの情報を含んでいることになる。より多くの情報を解領域に含むことによって、尺度値の精度が向上する。

尺度値の精度を示す指標として、解領域の狭さを用いる。解領域が狭くなればそれだけ求める間隔尺度が取りうる範囲は狭くなる、すなわち尺度値の精度が向上することになる。解領域の狭さを示す指標としては、代表ベクトルの大きさを利用する手法と、モンテカルロ法による手法などが存在する [6]。この二つのうち、代表ベクトルの狭さを利用する手法は簡単に求めることができるが、あくまでも狭さの指標となるものしか求められない。一方モンテカルロ法を用いた手法では、代表ベクトルを利用する手法よりは精度よく解領域の狭さを求めることができ、かつ、その狭さには物理的意味を持たせることができる。しかしながら、モンテカルロ法で解領域の狭さを求めるには多くの時間が必要なため、次元が増えると解領域の狭さを求めることは困難になってしまう。

今回解領域の狭さを求める目的が、従来手法との狭さの比較であることから、ある程度の精度をもって解領域の狭さを評価したい。そのため、モンテカルロ法によって解領域の狭さを評価する方が好ましい。ただし、モンテカルロ法では、試料数の多いデータに対してシミュレーションを行うのは困難である [6]。そこで、シミュレーションに用いる試料数は 5 とした。

2.6.3 シミュレーション結果

まず、使われた不等式数、すなわち情報量の観点から効果の確認を行う。100 個の一対比較表を処理したときの、従来手法、提案手法でそれぞれ解領域を更新したとき、排除されずに利用された不等式数の差を Fig.2.8 に示す。横軸は一対比較表番号を示し、縦軸は従来手法で解領域を作るのに用いられた不等式数と、提案手法で解領域を作るのに用いられた不等式数を示している。ここから、すべての一対比較表において提案手法によってよ

り多くの不等式が解領域に考慮されるようになったことがわかる。すなわち、解領域にはそれだけ多くの情報が含まれていることになる。

次に、解領域の狭さ、すなわち尺度値の精度の観点から効果の確認を行う。モンテカルロ法による解領域の狭さの指標を求めたものを Fig.2.9 に示す。解領域が狭いほど、尺度値の精度は向上することを意味するため、すべての一対比較表において提案手法によって得られた尺度値が従来手法によって得られた尺度値よりも良い精度をもっていることがわかる。

提案手法、従来手法それぞれにおける更新不等式の平均と解領域の大きさの平均を Table 2.1 に示す。ここから、平均で 20 程度の不等式が解領域に新たに考慮され、解領域の大きさはおよそ $1/2$ になり、尺度値の精度が大幅に向上していることが明らかになった。

以上、情報量、尺度値の精度二つの観点から提案した「帯幅の変化を考慮した手法」によって、従来手法よりも優れた結果が得られることを確認した。

Table 2.1: Average number of renew inequalities

	Average num of inequalities	Average size of solution domains
Proposed method	147.67	0.000864
Previous method	127.85	0.001881

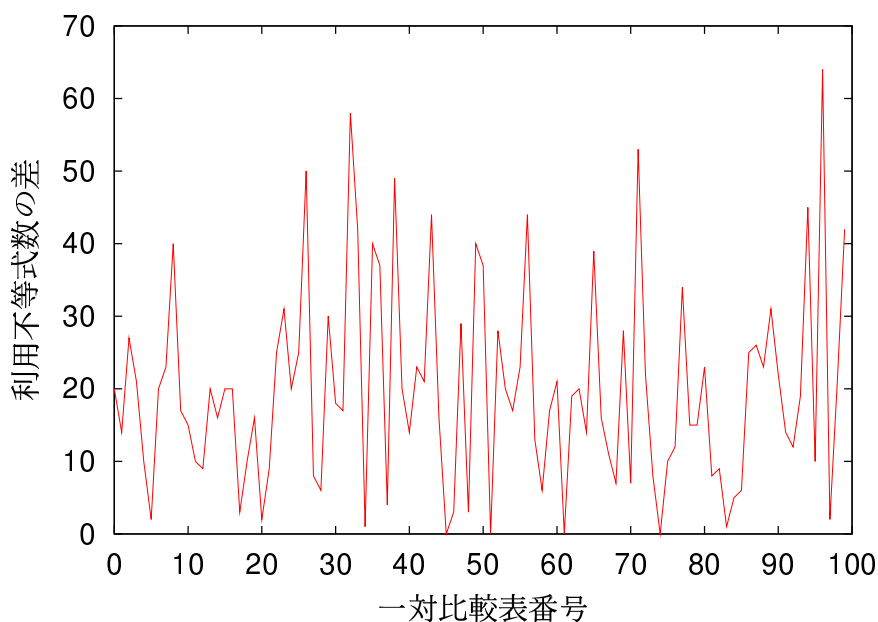


Fig. 2.8: Difference of number of inequalities which divided solution domain by proposed method and old method

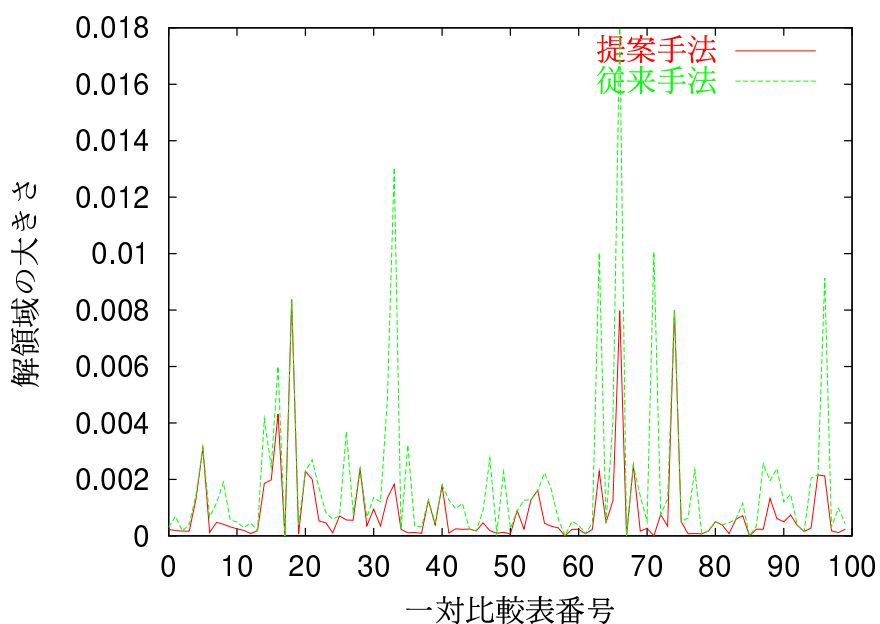


Fig. 2.9: Size of solution domain

2.7 まとめ

以上、BMPC法の基本概念と、不等式の生成、そして解領域の表現について述べた。不等式の生成においては、従来手法では信頼できない不等式として排除していた不等式の中にも、信頼できる不等式が存在することを明らかにした。これによって、解領域に使われる不等式が多くなり、解領域を構成するために用いられる情報量が増え、結果尺度値を高精度に求められることを示した。

第3章 探索ベクトルを用いた連立不等式 解法的高速化

3.1 緒言

現在のBMPC法処理における最大の問題点はその処理時間にある。一般の対比較法が対比較表を解くのにかける計算量が $O(N^2)$ 程度であるのに対し、BMPC法の場合一回の解領域の更新毎に稜ベクトル数 N_g に対して $O(N_g^2)$ もの計算量が必要となる。すなわち、BMPC法における処理時間のほとんどが解領域の更新にかかるものである。したがって、解領域の更新の高速化、および無駄な解領域更新を行わなければ、処理時間は大幅に短縮されることになる。

ところで、解領域更新の中でも最も多くの計算を必要とする処理は、隣接稜ベクトル探索を含めた新しい稜ベクトルの生成である。しかしながら、作成された稜ベクトルのほとんどは、最終的な解領域の構成には必要ない稜ベクトルである。したがって、無駄な稜ベクトルの生成を減らすことによって、より高速に解領域を求めることができるようになる。

これまでに、不等式を考慮する順序を入れ替えることによって、高速化を目指す手法[16][17]が提案されている。この手法は、不等式を効率よく解領域に加えていくことによって、解領域の更新回数を減らし稜ベクトルの生成を抑え、その結果すくない計算時間で解領域を求める手法である。しかしながら、2章で述べた帯幅の変化を考慮した不等式の生成を行う場合、不等式を考慮する順序は信頼度によって決められるため、高速化の為に解領域を入れ替えることによって本来得られるべき解領域とは異なる解領域が得られてしまう危険性が高い。

そこで、今回は稜ベクトルを生成することなく解領域を更新する「探索ベクトル法」を提案する[15]。この手法では、探索ベクトルを用いて領域内に存在する一点を求めていくことによって、解領域を擬似的に更新していき、最終的な解領域内の一点が求まってから改めて領域生成する手法である。

このアルゴリズムは大きく

- 領域内点探索
- 領域の生成

の二つによって成り立っている。

まず、領域内点探索において解領域内に位置する内部点を取得する。次に、内部点を広げていくことによって、解領域を求める。この二つの作業を行うことによって効率的に解領域を求めることが可能となる。

3.2 従来手法の問題点

3.2.1 従来手法のアルゴリズム

まず、従来手法を用いた BMPC 法の解領域更新法 [7]、すなわち稜ベクトル法のアルゴリズムを示す。

1. 式 (2.18) 内の係数ベクトル $\mathbf{a}_k \in \{1, \dots, K\}$ の中から互いに独立な $n-1$ 個の係数ベクトルを抜き出し ${}^0h_j, j \in \{1, \dots, n-1\}$ とする。
 ${}^0h_j, j \in \{1, \dots, N-1\}$ と \mathbf{a}_0 によってできる正方行列の逆行列を求め、その列ベクトルの符号を変えたもののうち \mathbf{a}_0 と直交する $n-1$ 個を $g_i, i \in \{1, \dots, n-1\}$ とし、その集合を $\{g\}$ で表す。これにより初期解領域が決まり、 $\{g\}$ は初期解領域を表現する稜ベクトルの集合となる。

2. 次に、未考慮の係数ベクトル \mathbf{a}_{new} を追加し、まず、

$$p_i = \mathbf{a}_{new} \cdot g_i, i \in \{1, \dots, n-1\} \quad (3.1)$$

を計算し、 p_i が正、零、負に対応して g_i をそれぞれ g_i^+, g_i^0, g_i^- に分類する。

3. (a) $\{g_i^+\}$ が空集合の場合
 解は空集合となるため、考慮した不等式は採用しない。これは、係数ベクトル \mathbf{a}_{new} に対応する不等式がこの段階までに考慮された不等式と矛盾した不等式であることを意味する。
- (b) $\{g_i^+\}$ が空集合でなく、 $\{g_i^-\}$ が空集合の場合
 新しい係数ベクトルは解領域を変化させないため、解領域の更新の必要はない。これは、係数ベクトル \mathbf{a}_{new} に対応する不等式がこの段階までに考慮された不等式について冗長な不等式になっていることを意味する。
- (c) $\{g_i^+, \{g_i^-\}$ がともに空集合でない場合
 $\{h_i\}$ の中の独立な $n-3$ 本の係数ベクトルと同時に直交する g^-, g^+ のすべての対に関して以下の式 (3.2)(3.3) を用いて新たな稜ベクトル g^{new} を作る。

$$g^{new} = (\mathbf{a}_{new} \cdot g^-) \cdot g^+ - (\mathbf{a}_{new} \cdot g^+) \cdot g^- \quad (3.2)$$

$$g^{new} = \frac{g^{new}}{|g^{new}|} \quad (3.3)$$

これにより、更新後の新しい解領域を記述する稜ベクトルの集合 $\{g\}$ は

$$\{g\} = \{g^+\} \cup \{g^0\} \cup \{g^{new}\} \quad (3.4)$$

となる。

4. 未考慮の係数ベクトルがまだ残っていれば2に戻る。
以下係数ベクトルをすべて考慮し尽くすまで逐次的に以上を実行する。

以上をまとめたフローチャートを Fig.3.1 に示す。

さて、この中で3cにおいて、独立な $n-3$ 本の係数ベクトルと同時に直交するすべての g^-, g^+ の対、すなわち隣接稜ベクトルを取り出す必要がある。ここで、稜ベクトルの数を $Num(g)$ で表わすと、すべての隣接稜ベクトルを見つけるためには、 $Num(g^+) \cdot Num(g^-)$ 回の比較が必要となり、稜ベクトルが増えれば増えるほどその処理には時間がかかるようになる。

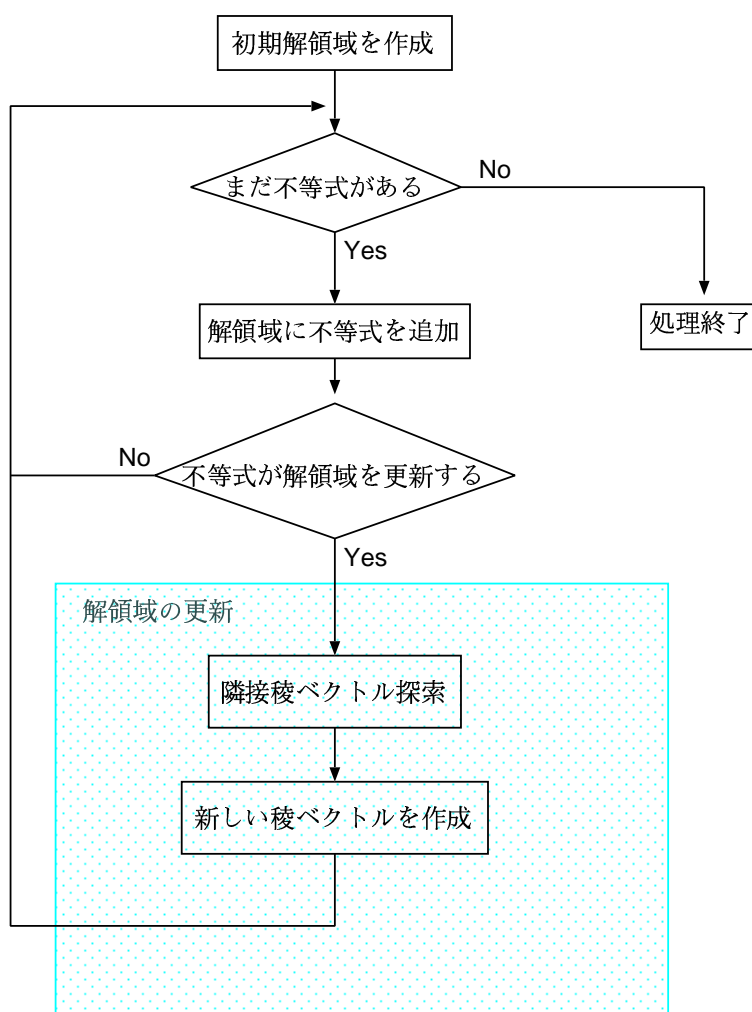


Fig. 3.1: Algorithm of edge vector method

3.2.2 必要稜ベクトルと総稜ベクトル数の比較

Table 3.1 に最終的な解領域を構成する稜ベクトル数、すなわち必要稜ベクトル数と、最終的な解領域を求めるまでに表われた全稜ベクトル数を示す。試料数 4-9 の一対比較表を各試料数ごとに 100 個ずつ人工的に作り、そのデータを処理した結果の平均である。これを見るとわかる通り、実際に解領域を構成する必要稜ベクトルに比べ、総稜ベクトル数は指数関数的に増加していることがわかる。一方で、最終的な解領域を構成する必要稜ベクトルの数はそれほど多くない。

ここで、解領域を求めるうえで新しい稜ベクトルを作る処理で最も処理時間がかかることを考えると、無駄な稜ベクトルを求めることなく最終的な解領域を求めることができれば処理時間は飛躍的に短くなることが期待される。すなわち、計算の途中で表れるが最終的な解領域とは無関係な稜ベクトルを作成せずに、最終的な解領域を構成する稜ベクトルのみを作成すればよいということになる。

そこで、次節から解領域を稜ベクトルを使わずに表現しながら更新していき、最終的な解領域にたどり着いたときに稜ベクトルを作成する「探索ベクトル法」について説明する。

Table 3.1: Number of edgevectors

試料数	必要稜ベクトル数	総稜ベクトル数
4	3.03	32.2
5	4.54	183
6	8.63	1034
7	15.0	7003
8	34.6	36200
9	105	244000

3.3 探索ベクトル法の提案

逐次更新法の問題点は、稜ベクトルによって解領域を表現し、解領域更新も稜ベクトルの更新によって表現していた点にある。最終的な解領域にたどりつくまでに行われた解領域の更新によって表われた稜ベクトルのほとんどが、最終的な解領域を構成していない。すなわち、稜ベクトルによる解領域の表現は、解領域を更新する上で無駄が多い表現方法といえる。そこで、稜ベクトルによらない解領域の表現方法について考え、稜ベクトルを作ることなく解領域を更新していく探索ベクトル法の提案を行う。

3.3.1 探索点による解領域の表現

まず、内部の一点が既知である領域 S_n を考える。このとき解領域 S_n 内に存在する点 p_n は、解領域を構成する超平面 a_{n+1} を越えて移動しない限り、解領域内にあることが保証される。したがって、解領域内の一点 p_n を超平面を越えないように移動させることによって解領域全体を走査することが可能となる。したがって、解領域内の一点を求めることによって解領域を表現することが可能である。

したがって、連立不等式を解いた解を表わす最終的に得られる解領域を求めるためには、解領域内の一点を探せばよいということになる。このような一点を解領域の探索点と呼ぶ。

3.3.2 探索ベクトル法の基本アルゴリズム

解領域の更新とは、ある領域 S_n に不等式 $a_{n+1}m > 0$ によって与えられる開半空間を新たに考慮したときに得られる領域 S_{n+1} を求めることである。ところで、このとき不等式 $a_i m > 0$ によって与えられる開半空間を決定する超平面を超平面 a_i と呼ぶこととする。

このとき、探索点 p^n を、 S_n を構成する超平面 $a_k (k = 1, 2, \dots, n)$ と矛盾せずに、かつ、新しく加えた超平面 a_{n+1} とも矛盾しない位置に移動させることができれば、その探索点は領域 S_{n+1} の内部点となる。(Fig.3.2)。このようにして、逐次的に超平面を加え、それを満たすような位置に探索点を移動させていく。これによって、すべての超平面が加えられた後、探索点が存在する空間は最終的な解領域の内部点となる。

以上探索ベクトルの基本アルゴリズムを Fig.3.3 に示す。

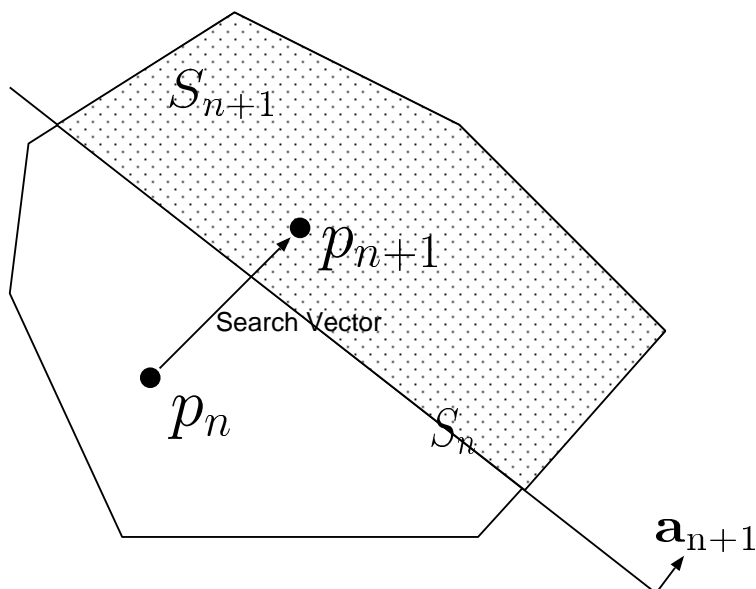


Fig. 3.2: Solution domain renewal

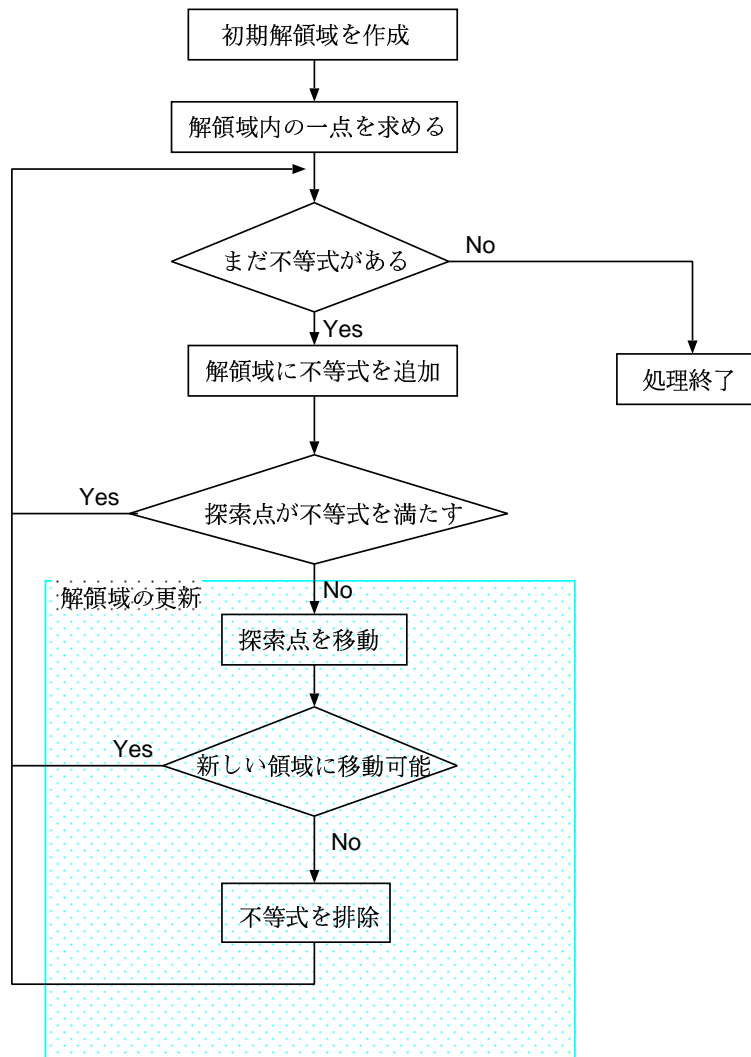


Fig. 3.3: Algorithm of search vector method

探索ベクトルによる探索点移動

今回提案する探索ベクトル法では、探索点を移動させることによって解領域の更新を行う。(Fig.3.3における網掛部参照)このとき、探索点は「これまでの解領域 S_n を構成する超平面群を越えることなく」「新しい開半空間 a_{n+1} を満たす空間に向かって」移動すればよい。そこで、探索点移動させるベクトルを探索ベクトルと呼び、この探索ベクトルを以下のように変更しながら探索点を移動させ、新たな解領域内の点を探索する。

1. 新しく加えた超平面の法線ベクトルに平行なベクトルを探索ベクトル v^0 とする。
2. v^i 方向に探索点 p^i を移動し、 a_{n+1} 以外の超平面 a_k にぶつかった場合は、探索点 p^i を a_k の直前の点 $p^{i+1} = p^i + d \cdot v^i$ に移動する。探索ベクトル v^i を a_k に平行になるように変更し新たな探索ベクトル v^{i+1} を求め、 $i \leftarrow i + 1$ として、探索点の移動を行う。
3. 探索点が超平面 a_{n+1} とぶつかった場合は、超平面 a_{n+1} を越えて p^i を移動させて処理を終了させる。

以上のアルゴリズムによって、有限回の探索点移動によって新たな解領域内の点を求めることが可能となる (Fig.3.4)。

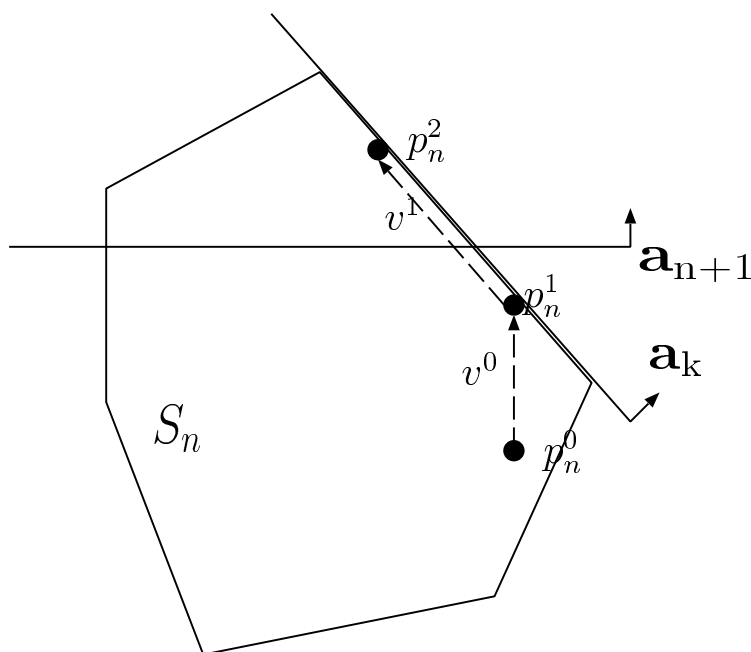


Fig. 3.4: Change direction of search vector

探索ベクトルの変更

前節のアルゴリズムの2における探索ベクトルの超平面 \mathbf{a}_k への平行化は以下の式によって与えられる。

$$v^{i+1} = v^i + d \cdot \frac{\mathbf{a}_k}{\|\mathbf{a}_k\|} \quad (3.5)$$

$$\text{ただし、} d = \frac{v^i \cdot \mathbf{a}_k}{\|\mathbf{a}_k\|} \quad (3.6)$$

式 (3.5) によって、 v^{i+1} は超平面 \mathbf{a}_k と平行なベクトルとなる。これは、Fig.3.5 より明らかになる。探索ベクトル v^i から超平面の法線ベクトル成分 \mathbf{a}_k を排除すればそれによって作られる探索ベクトル v^{i+1} は超平面と平行となる。そのためには、 v^i の \mathbf{a}_k 成分の長さ d を求め、 $d \cdot \frac{\mathbf{a}_k}{\|\mathbf{a}_k\|}$ を v^i 成分から引く。このとき、 v^i の \mathbf{a}_k 成分の長さ d は v^i, \mathbf{a}_k 間の角度 θ を用いて、

$$d = \|v^i\| \cos \theta = \|v^i\| \frac{v^i \cdot \mathbf{a}_k}{\|v^i\| \|\mathbf{a}_k\|} \quad (3.7)$$

$$= \frac{v^i \cdot \mathbf{a}_k}{\|\mathbf{a}_k\|} \quad (3.8)$$

によって与えられる。

ただし、このとき複数の超平面と同時に平行に移動しなければいけない場合について考える必要がある。(Fig.3.6) このような場合、最終的な探索ベクトルの方向は $\mathbf{a}_{k_1}, \mathbf{a}_{k_2}$ の両方に対して平行なベクトルとならなければいけない。しかしながら、 \mathbf{a}_{k_1} に平行となるように探索ベクトル v^i が変換されていた場合、 \mathbf{a}_{k_2} と平行にすると \mathbf{a}_{k_1} との平行性が保たれない。このように、すでにある超平面と平行化された探索ベクトルを変換する場合、新しく変換する超平面の法線ベクトルからすでに平行化された超平面の法線ベクトル成分を除いたベクトルを式 (3.5) に用いて、探索ベクトルの平行化を行えばよい。

そこで、他の超平面の法線ベクトルに対して平行化された超平面の法線ベクトルを $\hat{\mathbf{a}}$ と表わすと、

$$\hat{\mathbf{a}}_{k_1} = \mathbf{a}_{k_1} \quad (3.9)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_{k_2} = \mathbf{a}_{k_2} \perp \hat{\mathbf{a}}_{k_1} \quad (3.10)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_{k_3} = \mathbf{a}_{k_2} \perp (\hat{\mathbf{a}}_{k_1}, \hat{\mathbf{a}}_{k_2}) \quad (3.11)$$

⋮

によって得られる変換法線ベクトル $\hat{\mathbf{a}}_{k_i}$ を用いることによって、探索ベクトルをすべての超平面 $\mathbf{a}_{k_i} (i = 1, 2, \dots)$ に対して平行な探索ベクトルに変換することが可能となる。

矛盾不等式の判断と排除

次に、超平面を表わす不等式が解領域と矛盾していた場合について考える。このとき、解領域と超平面の位置関係は Fig.3.7 のようになる。

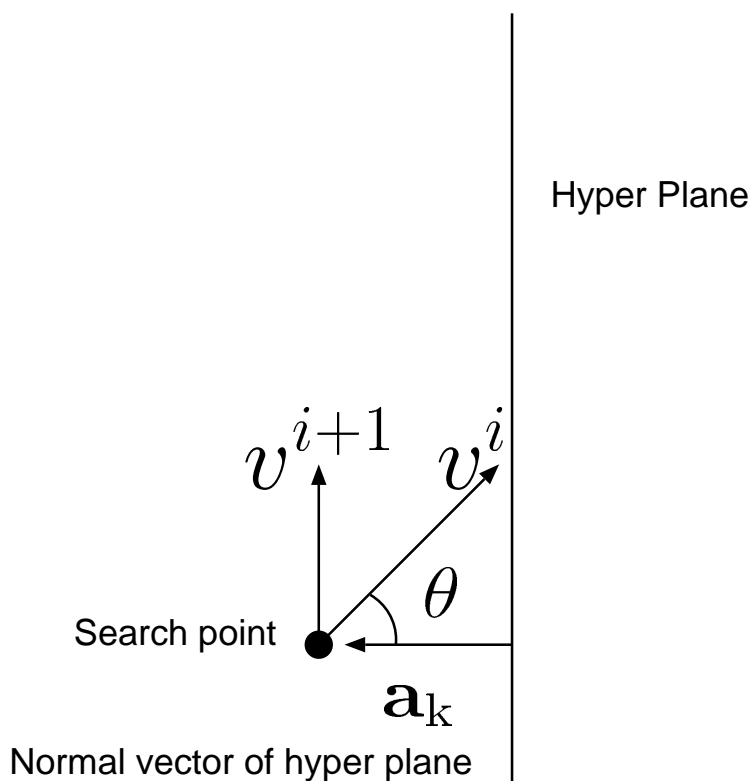


Fig. 3.5: Make new search vector which parallel to hyper planes

このような場合、新しい領域が存在しないため、探索点は無限に移動を続けることとなる。そこで、以下のような終了条件を前節のアルゴリズムに加える。

1. 探索ベクトルが超平面 a_{n+1} の法線ベクトルと逆方向を示した場合 (Fig.3.8 参照)
2. 探索ベクトル方向に探索点を移動できない場合 (Fig.3.9 参照)

終了条件の1は、探索ベクトルと超平面 a_{n+1} の法線ベクトルとの内積が負となるかどうかで簡単に判断可能である。また、終了条件2は最も近い超平面 a_k との距離 d がある十分小さい値 ε よりも小さい場合、または、平行にするべき全ての超平面に平行な探索ベクトルが存在しない場合などがこの条件に当てはまる場合となる。

以上の終了条件を満たした場合は、新たに加えた超平面が解領域と矛盾した超平面であると判断し、加えた超平面を破棄し、あらたに超平面を加えて探索点移動を行う。

3.4 探索ベクトルを用いた近似解領域の導出

解領域を求めるうえで最も重要となるのは、各試料に与えられる尺度値の最大と最小を与える頂点である。そこで、探索ベクトル法によって最終的な解領域を得た後、擬似的に各試料に与える尺度値の最大と最小を求める方法を考える。

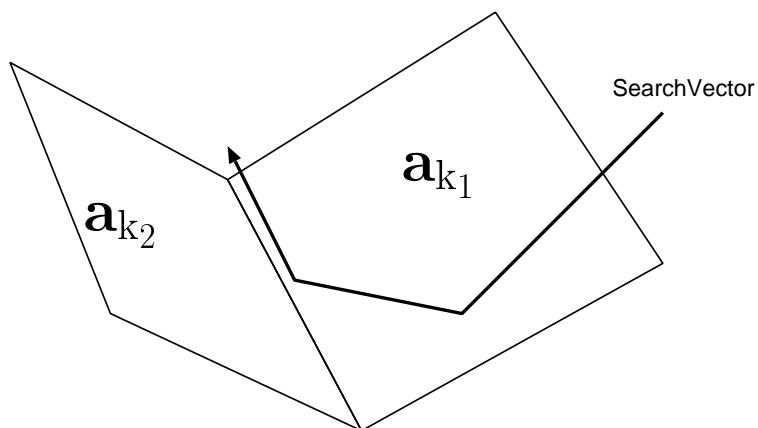


Fig. 3.6: Change direction of search vector by hyper planes

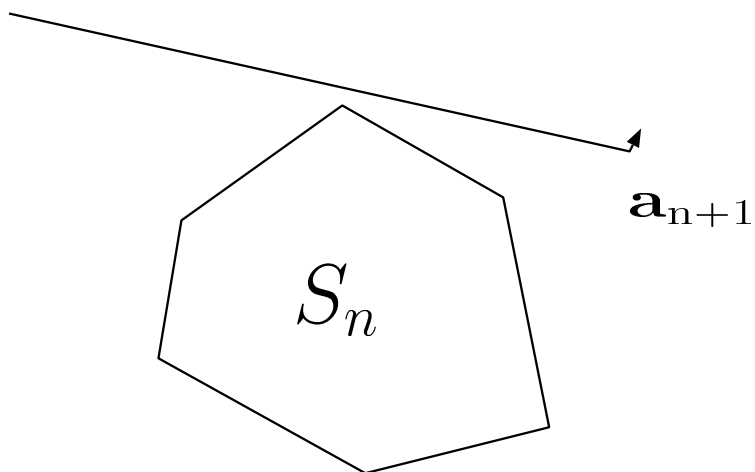


Fig. 3.7: Contradicted inequality

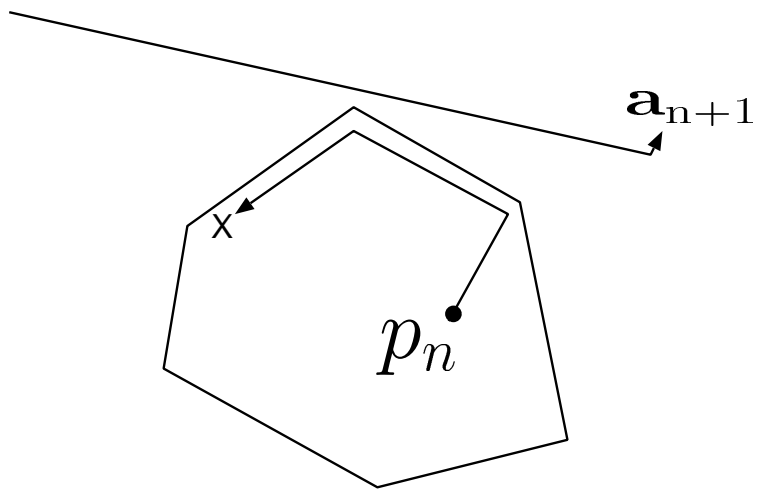


Fig. 3.8: Search vector shows inverse direction of hyper plane

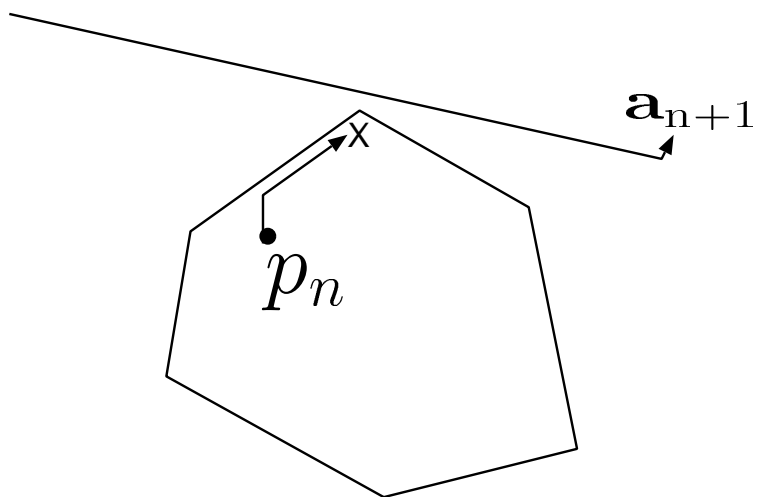


Fig. 3.9: Can not move search point to search vector direction

ここで、試料 X_t に与えられる尺度値の最大を与える頂点は、超平面 $\mathbf{a}_i = [a_0, a_1, \dots, a_{N-1}]^T$ において、 $a_t = 1, a_s = 0 (s = 0, \dots, N-1, t \neq s)$ なる超平面に最も近い頂点である。同様に、 $a_t = -1, a_s = 0 (s = 0, \dots, N-1, t \neq s)$ に最も近い頂点が試料 X_t に最小の尺度値を与える頂点となる。

ただし、それぞれの超平面は、 $\sum a_k = 0$ を満たさない超平面である。そこで、各超平面に $\sum a_k = 0, \sum a_k^2 = 1$ に規格化したものを $\mathbf{a}_{t+}, \mathbf{a}_{t-}$ とする。

以上を考慮し、以下のようにして、各試料に最大、最小の尺度値を与える頂点を擬似的に求める。

1. \mathbf{a}_{t+} を新しく追加した超平面として、前節のアルゴリズムにしたがって探索点移動を行う。
2. 探索点の移動限界点を擬似的な稜ベクトル g'_{t+} とする。
3. 同様に \mathbf{a}_{j-} から g'_{t-} を求める。
4. 同様にすべての $t = 0, 1, \dots, N-1$ について疑似稜ベクトルを求める。

以上のアルゴリズムにおける探索点の移動を Fig.3.10 に示す。アルゴリズム 2 において得られた稜ベクトル g'_{t+} の t 番目の要素は試料 X_t が取りうる最大値の尺度値を示している。

このようにして得られた稜ベクトル $\{g'_{t+}, g'_{t-}\} (t = 0, 1, \dots, N-1)$ によって作られた解領域は最終的な解領域を擬似的に表わしたものとなる (Fig.3.11 参照)。

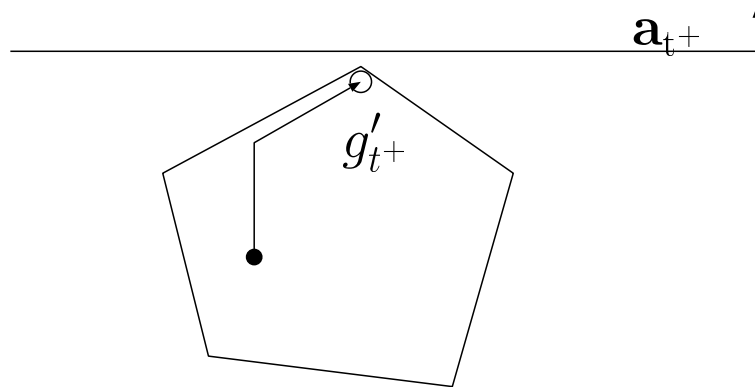


Fig. 3.10: Find g'_{t+} in two dimensional space

3.5 計算量低減効果の確認

今回提案した探索ベクトル法と従来の稜ベクトルによる解領域更新法とでの計算量の比較を行う。

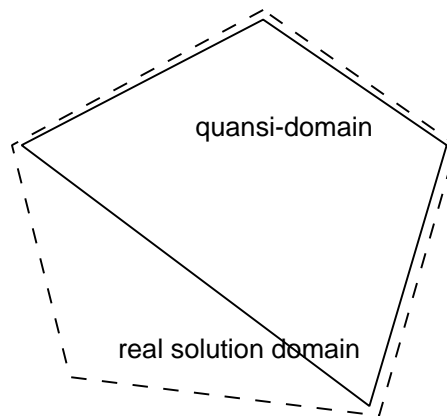


Fig. 3.11: quasi-domain and real solution domain

ここで、稜ベクトルによる解領域更新法においては、稜ベクトルの数が不等式によって大きく異なるため平均計算量を出すことは困難である。そこで、双方の最悪計算量を求めることとする。また、探索ベクトル法的高速化は解領域の更新に表われるため、解領域更新に必要な計算量を求めることにする。

ただし、試料数を N 、不等式数を K として、提案手法、および従来手法における最悪計算量の計算を行う。

探索ベクトル法の計算量

探索ベクトルの計算は

- 最近傍超平面探索
- 探索ベクトルの変換
- 探索点の移動

によって成り立っている。最近傍超平面探索において、超平面と探索点との距離を求めるためには $O(N)$ の計算が必要である。さらに、それを存在する超平面全てに対して行う必要があるため、その計算量は、

$$O(N \cdot K) \tag{3.12}$$

となる。

次に、探索ベクトルの変換における計算量であるが、探索ベクトルの変換には $O(N)$ の計算量が必要である。

最後に探索点の移動にも $O(N)$ の計算量があればよい。

以上を考慮すると、探索ベクトル法における一回の探索点移動における計算量は、 $O(NK)$ によって表わされる。

ところで、 N 次元空間内で $N + 1$ 個の互いに独立なベクトルの全てと直交するベクトルは存在しないことは明らかである。したがって、探索ベクトルの変換は高々 N 回しか行われぬ。よって、最終的に探索ベクトル法による解領域更新に必要な計算量は

$$O(N \cdot NK) = O(N^2 \cdot K) \quad (3.13)$$

となる。

従来手法の計算量

次に、稜ベクトル法による解領域更新時の最悪計算量を考えてみる。

まず、表われる稜ベクトル数を計算しよう。稜ベクトルは、 $N - 2$ 個の超平面と $[1, 1, \dots, 1]$ に同時に直交するベクトルとして表わされる。すなわち、稜ベクトルは全不等式中の $N - 2$ 個の組み合わせによって生成される。したがって、稜ベクトル数 $num(g)$ は

$$num(g) = {}_K C_{N-2} \quad (3.14)$$

によって表わされる。

さて、稜ベクトルによる解領域更新法は以下の手続きによって表わされる。

- 隣接稜ベクトル探索
- 新しい稜ベクトルの作成

隣接稜ベクトル探索においては、新しく加えた不等式によって各稜ベクトルを $\{g^+\}, \{g^-\}$ に分け、そのうち隣接する g^+, g^- の組を見つけることが目的である。したがって、その最悪計算量は $num(g^+) = num(g^-)$ となるときに表われ、

$$O(num(g^+) \cdot num(g^-)) = O\left(\left(\frac{num(g)}{2}\right)^2\right) \quad (3.15)$$

となる。さて、ここで稜ベクトル数 $num(g)$ は、式 (3.14) によって表わされる。また、隣接性の判定には $O(3N)$ の計算量が必要なため、最終的な隣接稜ベクトル探索の計算量は、

$$O(N(K!)^2) \quad (3.16)$$

となる。

一方、新しい稜ベクトルの作成は計算量 $O(N)$ となる。

したがって、稜ベクトルによる解領域更新法の計算量は $O(N^2(K!)^2)$ と表わされる。

以上のように求めた、それぞれの手法の計算量を Table 3.2 にまとめる。 $K \gg N$ であることも考慮すると、探索ベクトル法は、稜ベクトル法に比べ遥かに少ない計算量で解領域を求めることが可能であることが明らかになった。

Table 3.2: Computational effort of search vector method and previous method

	計算量
探索ベクトル法の計算量	$O(N^2 \cdot K)$
稜ベクトルによる解領域更新法の計算量	$O(N \cdot (K!)^2)$

3.6 提案手法と従来手法の計算速度比較のためのシミュレーション

今回提案した探索ベクトル法と、従来用いられていた稜ベクトル法の比較を行うために、シミュレーション実験を行った。このシミュレーションで、探索ベクトル法が稜ベクトル法に比べ短い処理時間で最終的な解領域を得られることを確認する。

3.6.1 シミュレーション条件

シミュレーションに用いるため、人工的に一対比較データを作成した。人工データの生成方法はBに示したものを利用する。

今回シミュレーションに用いたデータでは試料数を4-18とし、一対比較表はそれぞれの試料数で100個ずつ作成した。

また、処理に用いたコンピュータのスペックをTable 3.3に示す。

Table 3.3: Spec of computer which used for simulation

	SPEC
CPU	2.4GHz
Memories	2.0G
OS	Linux

3.6.2 シミュレーション結果:処理速度の変化

Table 3.4に探索ベクトル法、稜ベクトル法それぞれの場合において、処理にかかった時間の平均を示している。

ここから、稜ベクトル法では試料数8を越えた付近より指数関数的に処理時間が長くなっているのに対して、探索ベクトル法では試料数13程度ならば一分程度で処理可能であり、試料数18であっても20分程度あれば十分処理可能であることが明らかとなった。

これによって、稜ベクトル法では困難だった試料数の多い一対比較表も、探索ベクトル法を用いることによって処理可能となることが明らかとなった。

Table 3.4: Average time to solve simultaneous inequalities

Num of samples	Proposed method[s]	Recent Method[s]
4	0.011	0.018
5	0.036	0.034
6	0.139	0.092
7	0.528	0.511
8	2.41	3.80
9	3.23	55.9
10	6.13	9900
11	12.9	-
12	36.1	-
13	55.3	-
14	97.8	-
15	230	-
16	420	-
17	702	-
18	1170	-

3.6.3 シミュレーション結果:解領域の差異

次に、提案した探索ベクトル法と従来手法である稜ベクトル法とで得られた解領域にどの程度差があるかを調べた。

今回、解領域の違いを調べるために、解領域間の角度を用いた。解領域間の角度は、二つの解領域 S_i, S_j が存在したときに、それぞれの解領域の中で最も接近している稜ベクトル g_i, g_j の角度によって表わされる。(Fig.3.12 参照)

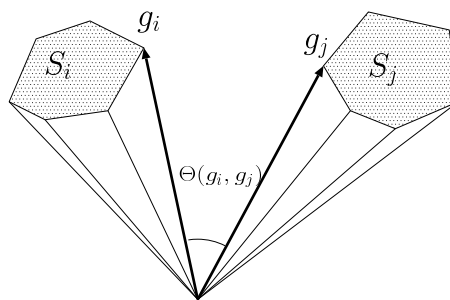


Fig. 3.12: Angle of Solution domains

その結果を Table 3.5 に示す。Average angle は探索ベクトル法による解領域と稜ベクトル法による解領域の角度を、Average size は探索ベクトル法によって得られた解領域を構

成する稜ベクトル同士の角度のうち最大のものの平均を示している。

ここから、探索ベクトル法によって得られた解領域は稜ベクトル法によって得られた解領域とほぼ同じものが得られていることが確認された。一方、試料数が多くなるとごくわずかであるが、解領域がずれることがある。これは、アルゴリズムを実装したプログラム上で計算誤差が生じてしまっていることが原因である。しかしながら、その差はごく小さいものであり、解領域の大きさと比べると無視しても問題ない程度である。また、計算誤差を生じないようなプログラムを実装することによってこのような解領域のずれを生じず解領域を求めることが可能である。

以上の結果から、探索ベクトル法を用いることによって高速に、かつ従来手法である稜ベクトル法と同程度の精度を持った解領域を得ることができていることが確認された。

Table 3.5: Average angle of solution domains

Num of samples	Average angle[deg]($\Theta(g_i, g_j)$)	Average size[deg]
4	0	34.0
5	0	36.9
6	0	41.1
7	0	37.7
8	0.52	42.1
9	0.55	43.6
10	0.064	37.6

3.7 まとめ

以上、解領域更新法の問題点である隣接稜ベクトル探索を行うことなく解領域を更新する、探索ベクトル法の提案を行った。探索ベクトル法を用いることによって、解領域更新時の計算量は大幅に軽減され、連立不等式を解き、解領域を導出する前に必要な時間が大幅に短縮されたことを確認した。

探索ベクトル法を用いることによって、これまでは困難であった試料数の多い一対比較実験に対しても BMPC 法が利用できるようになる。

第4章 実験時におけるパネルへの負担軽減のための逐次的比較法

4.1 緒言

BMPC法を含め、一対比較法の問題点としてあげられるものの一つに比較回数の多さがある。一対比較法では、一組ずつ試料を提示しそれらを比較判断してもらうため、順序効果がない場合で $\frac{1}{2}N(N-1)$ 回、順序効果がある場合で N^2 回の比較が必要となる。

このような一対比較実験は比較回数が多いため、実験を行うパネルにとって多大な負担となる。特に、味覚や嗅覚といった低レベルの感覚器官を用いる官能検査実験においては、疲労などによる検査精度の劣化が無視できなくなる。そのため、多くの試料に対して間隔尺度を求めたい場合には一対比較法は用いられず、格付け法や採点法などを用いることが多い。

一方で、BMPC法においては、必ずしもすべての対について比較判断を行わなくても解領域を得ることができるという特徴がある。この特徴を積極的に利用することにより、少ない比較回数で解領域を得ることが可能となる。

通常、比較回数が少なければそれだけ試料間に関する情報が減るため、好ましくないと考えられがちである。しかしながら、BMPC法によって作られる不等式には、冗長な不等式が非常に多いことが知られている。そのため、このような冗長不等式を排除するだけでも情報を欠落させることなく比較回数を減らすことが可能である。

本章では解領域を更新する不等式、すなわち必要不等式がどのようなものなのかを明らかにするとともに、具体的な比較順序を含む逐次的比較法 [18][19] のアルゴリズムを提案する。

4.2 解領域と不等式的位置関係に着目した比較回数軽減の基本概念

BMPC法によって生成される不等式は $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の組み合わせの数だけ存在するが、最終的な解領域を構成するために使われる不等式はそのごく一部である。したがって、あらかじめ最終的な解領域を構成する不等式があらかじめ明らかであれば、それらの不等式を導出するために必要な比較のみを行えば解領域を導出することが可能である。しかしながら、最終的な解領域を構成する不等式は実験前には不明であるため、どの比較判断が必要なのかは分からない。

最終的な解領域を生成する不等式は、どの段階であっても必ずその時点での解領域を更新するような不等式である。逆に、ある時点での解領域を更新しない不等式は、最終的な解領域を構成する必要不等式ではない。

そこで、いくつかの比較を行った結果得られた不等式によって作られた解領域が存在したときに、その解領域を更新するような不等式を作ることのできる比較を逐次行っていくことによって、無駄な不等式の生成を減らす、すなわち無駄な比較判断を減らすことが可能である。

通常の一対比較法がまずすべての比較を行った後に尺度付けを行う数値計算を行うのに対し、数値計算を行いながら計算の過程で必要となる比較を逐次を行っていくことから本手法を「逐次的比較法」と呼ぶ。

さて、不等式は、二つの比較結果 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ から導出される。このとき、 X_i, X_j, X_k, X_l の組み合わせにより、生成される不等式は以下の3パターンのみ*である。

$$m_i - m_j \leq 0 \quad (4.1)$$

$$2m_i - m_j - m_k \leq 0 \quad (4.2)$$

$$m_i - m_j - m_k + m_l \leq 0 \quad (4.3)$$

これらの不等式は、すべて二つの比較 $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ の組み合わせによって作られる。順序効果がない場合比較は ${}_N C_2$ 回行われることから、不等式は ${}_N C_2 C_2$ 種類しか存在しない。

以上のように、一対比較表から作られる不等式の数、実験に用いる試料数によって一意に決定される。また、その形は式(4.1)~(4.3)のいずれかを取り、不等式の不等号の向きのみが分からない状態である。したがって、BMPC法によって与えられる不等式は不等号の向き以外はあらかじめ予測可能である。

さて、ここで不等号の向きが解領域に対してどのような意味を持つのかを考える。まず、ある不等式、

$$m_i - m_j - m_k + m_l > 0 \quad (4.4)$$

と解領域との関係は以下の三つの関係のいずれかとなる。

1. 解領域を更新する関係
2. 解領域に対して冗長である関係
3. 解領域に矛盾する関係

ここで、不等号の向きが式(4.4)と逆、すなわち、

$$m_i - m_j - m_k + m_l < 0 \quad (4.5)$$

となった場合について考えてみる。この場合、不等式の解領域に対する関係は以下のように変更される。

* $2m_i - 2m_j \leq 0$ という不等式も作られるが、これは式(4.1)と同じものとして扱う

1. 解領域を更新する関係 解領域を更新する関係
2. 解領域に対して冗長である関係 解領域に矛盾する関係
3. 解領域に矛盾する関係 解領域に対して冗長である関係

すなわち、解領域を更新する関係にある不等式は、その不等号の向きによらず解領域を更新する。これは、不等式が示す開半空間を規定する超平面は不等号の向きによらず同一であり、解領域を更新する不等式の場合、その不等式によって定められる開半空間を決める超平面が解領域の分断するように存在しているためである。したがって、不等式の不等号

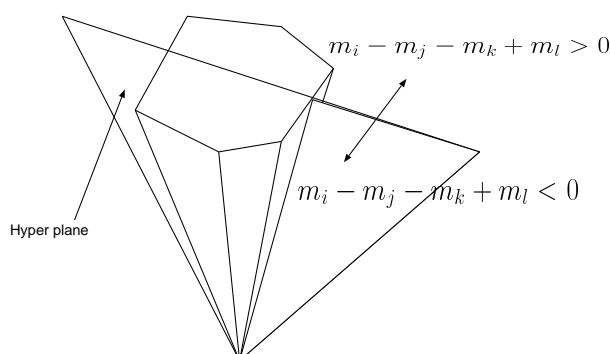


Fig. 4.1: Solution domain renewal by opposite inequalities

の向き以外をあらかじめ予測しておくことによって解領域を更新する不等式が明らかとなる。

以上の関係を利用し、予測された不等式から解領域を更新する不等式を抽出し、それらの不等式を導出するような比較を行うことによって、無駄な比較を行わずに最終的な解領域を得ることが可能となる。これによって、不必要な比較を減らしパネルへの負担を軽減することが可能である。

4.3 比較回数軽減を目指した逐次的比較法の提案

4.3.1 逐次的比較法の概要

先に述べた通り、ある解領域が分かっている場合、その解領域を更新する不等式は容易に求めることが可能である。そこで、当初は最小限の比較のみを行い、そこから生成される不等式によって解領域を作成する。その後、得られた解領域を更新する不等式を逐次生成して解領域に追加していくことによって最終的な解領域を得ることも可能である。このとき、効率よく不等式を生成できるように比較順序を考えることによって、より少ない比較回数で十分な情報を持った解領域を求めることが可能である。本章では、このように逐次的に比較を行って最終的な解領域を得る、逐次的比較法について述べる。

逐次的比較法でポイントとなることは、初期比較の取り方、および、解領域更新の候補となる不等式の生成法、そして、矛盾不等式の処理である。本節では、これらの作業について、一つずつ見ていく。なお、効率的な比較対の決定方法については4.5節で述べる。

4.3.2 初期比較の決定

逐次的比較法を行う場合、まず初期解領域を作成する必要がある。そこで、初期解領域を作成するのに必要なだけの比較はあらかじめ行っておく必要がある。

初期解領域を作るために必要な不等式は、互いに独立な $N - 1$ の不等式である。したがって、このような不等式を作るような比較を初期比較として行えばよい。このときの、比較対は実験者の任意で決めることができるが、一つの方法としては、試料 X_i, X_{i+1} ($i = 0, 1, \dots, N - 2$) の比較を行う方法がある。これは、一対比較表の対角線の隣に位置する比較を行うことに対応し、Table 4.1 における * を埋めるような比較をあらかじめ行うことになる。これによって互いに独立な $N - 1$ の不等式を作ることが可能である。

Table 4.1: Pairs to compare for first comparison

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
X_0	-	*			
X_1		-	*		
X_2			-	*	
X_3				-	*
X_4					-

4.3.3 仮不等式の生成

すでに述べた通り BMPC 法に表われる不等式は、二つの比較対を組み合わせることによって作られる。そこで、それぞれの形の不等式で表われうるものを全て求め、適当に不等号の向きを決定すれば仮の連立不等式を求めることができる。

ただし、これらの不等式の不等号の向きは、一対比較実験を行わないかぎり全く信頼できない、仮のものであることは注意する必要がある。

4.3.4 比較対の決定

これまでに行っている比較から作られた不等式によってある解領域 S_n が得られたとき、次に行うべき比較は、解領域 S_n を更新するような不等式を作る比較対である。

そこで、前節で述べたようにして作成した仮不等式群を考える。その中で、現在得られ

ている解領域 S_n を更新する不等式群を

$$\mathbf{A}_n \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{n_0} \\ \mathbf{a}_{n_1} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{n_K} \end{bmatrix} \mathbf{m} > 0 \quad (4.6)$$

とする。このような不等式の中の一つを選び、その不等式が作られるような比較を行えばよい。ここで、選んだ不等式 \mathbf{a}_{n_p} が、

$$\mathbf{a}_{n_k} \mathbf{m} \leq 0 \quad (4.7)$$

$$\rightarrow m_i - m_j - m_k + m_l \leq 0 \quad (4.8)$$

であり、 φ_{ij} がすでに比較済であったとする。このとき、 φ_{kl} を比較を行う。これによって、

$$\begin{aligned} \varphi_{ij} > \varphi_{kl} \quad \text{ならば} \\ m_i - m_j - m_k + m_l > 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ij} < \varphi_{kl} \quad \text{ならば} \\ m_i - m_j - m_k + m_l < 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

となり、不等号の向きを決定し、不等式を導出することができる。

ただし、このとき目的となる不等式以外にもいくつかの不等式ができることが多い。そのため、効率という点から考えると、できる限り式 (4.6) を満たす不等式が数多くできるような比較対を選ぶ方がよい。

次に行うべき比較対を決定する具体的な指標については、4.5 節で述べる。

4.3.5 矛盾不等式の対応

BMPC 法で得られる不等式の中には、人間の判断の曖昧さが原因となって互いに矛盾する不等式が存在する。このような不等式を連立すると解領域は空集合となってしまふ。そのため、2 章で述べたような帯関数の帯幅の性質を利用した手法によって矛盾不等式を排除する。そのためには不等式の信頼度が大きい順に不等式を連立していく必要がある。しかしながら、逐次的比較法ではあらかじめ全ての不等式を求めることはできない。そのため、信頼性が低い不等式についてはあらかじめ排除しておかなければならない。

そこで、2 章で述べた手法に従って帯幅内に吸収されるような不等式を排除するとともに、極端に信頼性の低い不等式については、あらかじめ考慮しないこととする。すなわち、ある比較を行い新たな不等式が作られたときに、あるしきい値 ε に対して、

$$\tau = \varphi_{ij} - \varphi_{kl} < \varepsilon \quad (4.11)$$

ならば、たとえ解領域を更新する不等式でも解領域には加えないことにする。これによって、信頼性がない可能性の高い不等式をあらかじめ排除し、信頼性の高い解領域を求めるようにする。

4.3.6 逐次的比較法アルゴリズム

逐次的比較アルゴリズムを以下に示す。

1. $N - 1$ 回の比較を行う
2. 初期比較を元に作られる不等式のうち互いに独立な $N - 1$ の不等式から初期解領域を作成する。
3. 解領域に加えられていない不等式を用いて解領域を更新する。
4. これまでに得られている解領域を更新する不等式を作るような比較を行う。解領域がこれ以上更新できないようならば終了。
5. 4における比較を行ったことで新たに作られる不等式を生成する。このとき、信頼度が非常に小さい不等式は排除し、3に戻る。

以上のアルゴリズムのフローチャートを Fig.4.2 に示す。このアルゴリズムにしたがって比較を逐次的に行いながら検査を行うことによって効率的に尺度付けが行える。

4.4 逐次的比較法の効果確認のためのシミュレーション

4.4.1 シミュレーション条件

逐次的比較法のアルゴリズムの効果を確認するためにシミュレーションを行った。シミュレーションでは、付録の B に従って作成した試料数 4~8 の一対比較表をランダムに 100 個作成しそれぞれについて処理を行った。

このシミュレーションで、実際にどの程度比較回数を減らすことができたか、また、逐次的比較法を用いない方法との解領域の違いを明らかにする。

このとき、次に行う比較を行う際にいくつか候補があったとき、どの比較を優先的に行うかを決定する必要がある。今回のシミュレーションでは、できるだけ多くの解領域を更新する不等式を生成するために必要な比較対を優先的に比較するようにした。すなわち、比較対の候補として $\varphi_{ij}, \varphi_{kl}$ が存在したとき、 φ_{ij} を比較することによって作られる不等式数と φ_{kl} によって作られる不等式数を比較し、その数の多い方を優先することとした。

4.4.2 シミュレーション手順

まず、付録の B に従って人工的に作られた一対比較表を用意する。ここで得られた一対比較表の対角線から一つずれた位置にある比較対以外をすべて隠す。これによって、初期比較のみが終了した一対比較表を仮想的に作成する (4.3.6-1)。(Table 4.2 参照) ただし、順序効果はないものと考え、片側比較だけで処理を行っている。

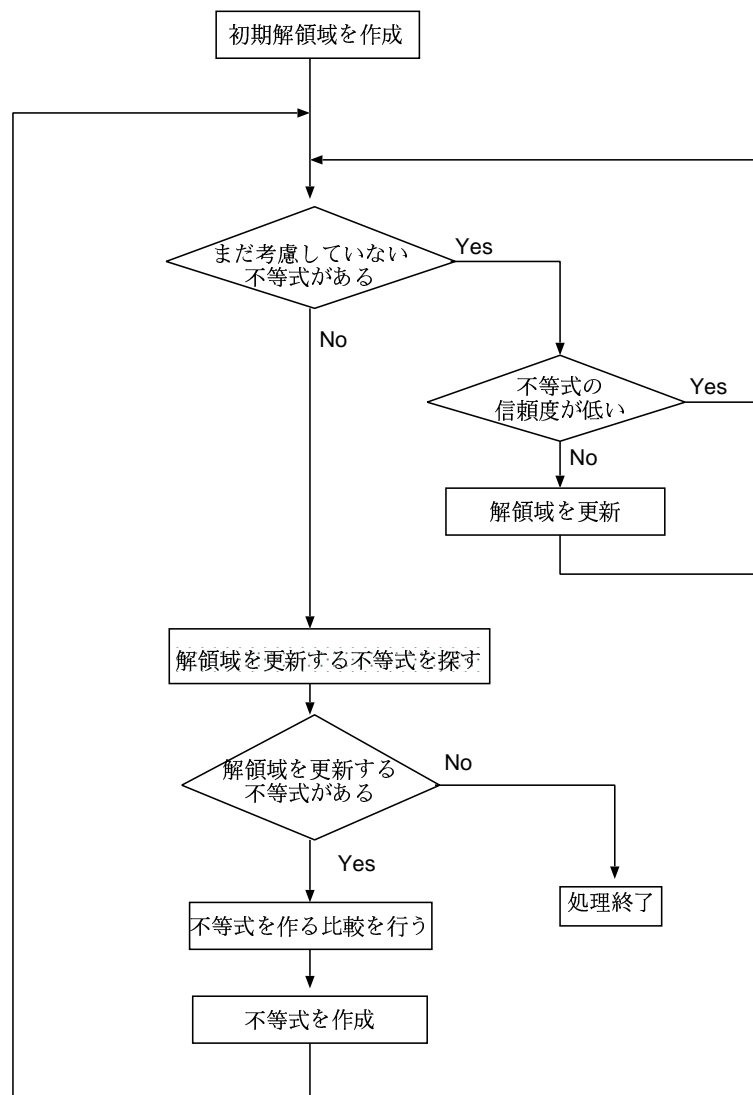


Fig. 4.2: Algorithm of sequential renewal method

次に、この一対比較表から不等式を生成し、初期解領域を作成する。さらに、得られた他の不等式を用いて解領域を更新しておく (4.3.6-2) (4.3.6-3)。

次に、まだ作られていない不等式の中で解領域を更新するものを探す。そして、その不等式を作るために必要な比較を行う。Table 4.2 の例では、

$$\varphi_{12} \lesseqgtr \varphi_{03} \quad (4.12)$$

$$\Rightarrow m_0 + m_1 - m_2 - m_3 \lesseqgtr 0 \quad (4.13)$$

が解領域を更新することから、 φ_{03} の比較を行う (4.3.6-4)。この比較によって φ_{03} に値が与えられるため、不完全一対比較表に $\varphi_{03} = 0.421$ を表示する。これによって、式 (4.13) は、

$$m_0 + m_1 - m_2 - m_3 > 0 \quad (4.14)$$

と確定する (4.3.6-5)。これによって、新たに得られた不等式 (4.14) によって解領域の更新を行う。また、 $\varphi_{03} = 0.421$ が明らかになったことで、他の不等式が生成されるため、それらの不等式による解領域の更新も同時に行う。

全ての不等式を解領域に加えた後、新たな解領域を更新する不等式を作る比較対を調べ、不等式の生成を行い解領域の更新を行う。

以上の操作を繰り返し、これ以上解領域が更新されなくなったときの一对比較表が Table 4.3 となる。この場合、 φ_{02} を行わなくても、最終的な解領域を得ることに成功した。必要な比較は全部で6回あり、そのうち5回の比較で最終的な解領域が得られた。したがって、16.7%の比較を行わずに、解領域が得られたといえる。

このようにして、全ての一对比較表に対して処理を行った。

Table 4.2: First paired comparison table

	X_0	X_1	X_2	X_3
X_0	-	0.358	?	?
X_1	0.642	-	0.872	?
X_2	?	0.128	-	0.134
X_3	?	?	0.866	-

Table 4.3: Final paired comparison table

	X_0	X_1	X_2	X_3
X_0	-	0.358	?	0.421
X_1	0.642	-	0.872	0.134
X_2	?	0.128	-	0.134
X_3	0.579	0.866	0.866	-

4.4.3 シミュレーション結果

それぞれの試料数ごとに、完全一对比較表を作るために必要な比較回数と逐次的比較法を用いることによって行われた比較回数の差及び、割合とを Table 4.4 に示す。実際に行った比較の割合から、今回提案したアルゴリズムを用いることによって比較回数を20~50%減らすことができたことが明らかになった。

次に、完全一对比較表を処理したときに得られた解領域と、逐次的比較法によって得られた解領域とに、どの程度差があるのかを調べるため、二つの解領域間の角度を求めた。その結果を Table 4.5 にまとめる。average angle は二つの解領域間の最小角度の平均を、average size of solution domain は逐次的比較法によって求められた解領域の稜ベクトル間の角度の最大の平均をそれぞれ示している。ここから、二つの解領域間の角度は解領域

全体の大きさに比べ十分小さいと考えられ、完全一対比較表を処理した場合と逐次的比較法によって処理した場合で、ほぼ同様の結果が得られているといえる。

以上から、逐次的比較法を用いることによって、少ない比較回数で完全一対比較表から求められる解領域に極めて近い解領域を求めることが可能であることが明らかになった。

Table 4.4: Simulation Result:Decreation of comparison

Num of samples	average num	rate
4	1.46	0.244
5	3.04	0.304
6	5.64	0.376
7	8.86	0.420
8	14.56	0.520

Table 4.5: Simulation Result:Angle between solution domains

Num of samples	average angle	avarage size of solution domain
4	0.0	44.1
5	1.85	39.8
6	3.35	37.3
7	4.46	33.2
8	8.88	34.0

4.5 解領域を更新する不等式の決定

これまでに行っている比較から作られた不等式によってある解領域 S_n が得られたとき、次に行うべき比較を決定する不等式について考える。

次に比較すべき比較対を決定する際に指標となるのは、行われた比較によって作られる不等式が解領域を更新する割合である。

このとき、できるだけ大きく解領域を更新する不等式を選ぶことができれば、より効率的に解領域を更新していくことができる。しかしながら、不等式の向きは実際に比較を行ってみるまでわからないため、どのような不等式を取れば解領域を大きく削ることができるのかは分からない。

たとえば、Fig.4.3のように、解領域を偏りを持って分断するような不等式を考えてみよう。このとき、

$$m_i - m_j - m_k + m_l > 0 \quad (4.15)$$

ならば、解領域は大きく更新され、その後解領域を更新するような不等式の数を減らすことができ、結果的に必要比較対を減らすことができるようになることが期待される。一方で、もし不等式の向きが、

$$m_i - m_j - m_k + m_l < 0 \quad (4.16)$$

ならば解領域はほとんど更新されず、結果として必要比較対の数を減らすことが難しくなってしまう。一方で、不等式の向きは比較を行わなければどちらになるのか分からない。そのため、できるだけ大きく解領域を更新する不等式を選ぶことはできない。

そこで、更新する不等式の中から次に生成する不等式を選択する方針としては、以下の二つが存在する。

- できるだけ解領域を半分に更新するような不等式を選ぶ
- 解領域を大きく更新する可能性がある不等式を選ぶ

前者は、リスクをできるだけ減らす手法である。常に、半分程度に解領域を更新していくことによって、最悪の状態を回避する手法である。一方、後者は大きく解領域を更新できる可能性があるため、少ない比較回数で最終的な解領域を得ることができることもあるが、場合によっては解領域を細かく更新していくことになり、効率的ではなくなる場合がある。

そこで、二つの手法それぞれについてシミュレーションによってどの程度まで比較回数が減らせるのかの確認を行った。前項で用いた一対比較表を利用し、双方の方針で一対比較法の選択を行い、逐次的比較法を行った。Table 4.6 に、それぞれの手法によって最終的な解領域を得たときに、減らすことができた比較対の割合を示す。

Table 4.6 を見ると、試料数が7の場合以外は2の選択方法、すなわちできるだけ大きく解領域を切る可能性がある不等式を優先する手法が、平均すると少ない比較回数で最終的な解領域を得ることができた。Table 4.4 と比較しても、わずかではあるが減少率は上昇している。

したがって、解領域を更新する不等式が複数存在するときは、大きく解領域を更新する可能性のある不等式を作るような比較対を優先して比較を行う方がわずかながら効率的に逐次的比較を行うことができるといえる。

Table 4.6: Simulation result:Rate of decreation

Num of samples	selection 1	selection 2
4	0.123	0.130
5	0.149	0.154
6	0.183	0.200
7	0.220	0.217
8	0.240	0.260

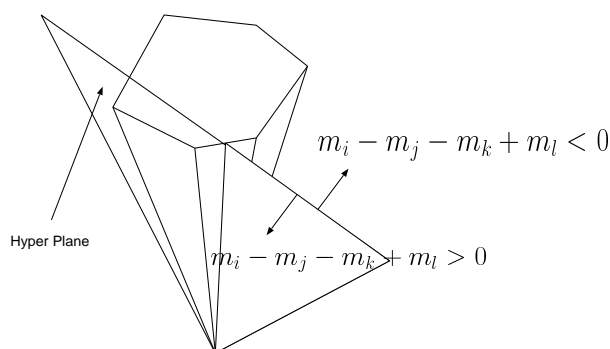


Fig. 4.3: Divide solution domain

4.6 具体的な問題への適用:音の高さの比較実験

4.6.1 実験条件

提案した逐次的比較法を音の高低の比較実験に適用した。これは、周波数の異なる二つの音をパネルに聞かせ、どちらが音が高く聞こえるかを判断してもらう実験である。

人間が聞き分けられる音の周波数は、環境にもよるが、一般的に 500Hz の周波数に対して、1Hz 弱であるということ を考慮し、440Hz ~ 442Hz のサイン波を 6 種類作成し、それぞれの音から一対のペアをパネルに提示し、どちらが高いかを判断してもらった。

実験は 4 人のパネルによりそれぞれの対について 5 回ずつ比較を行った。

4.6.2 実験結果

逐次的な比較の結果得られた一対比較表を Table4.7 に示す。これは、それぞれの周波数同士を比較した場合に X_i よりも X_j の方が高い音であると判断された回数の割合を示す。また、このとき得られた解領域から各試料に尺度付けを行った結果が Fig.4.4 である。ここから、尺度付け結果と実際の周波数がほぼ比例関係にあることが分かり、少ない比較回数からでも正しく尺度付けが行えたといえる。このとき、9 回の比較が行われたが、完全な一対比較表を作るために必要な比較回数は 15 回なので、比較回数を 40.0% 減少させることができたことを意味する。

尺度付けの後、すべての比較を続けて行った。その結果得られた一対比較表を Table4.8 に示す。この一対比較表を改めて処理し解を求めた結果、逐次的比較法によって得られた結果と全く同一の解が得られた。すなわち、逐次的比較法を用いることによって、解領域を構成する不等式を生成する必要な比較はすべて行われ、完全一対比較を行った場合と同等の解領域が得ることができたといえる。

Table 4.7: Incomplete paired comparison table

$i \setminus j$	440[Hz]	440.2	440.6	441.2	441.8	442
440	-	0.70	0.60	0.75	-	-
440.2	0.30	-	0.70	0.85	-	-
440.6	0.40	0.30	-	0.75	-	-
441.2	0.25	0.15	0.25	-	0.90	0.70
441.8	-	-	-	0.10	-	0.50
442	-	-	-	0.30	0.50	-

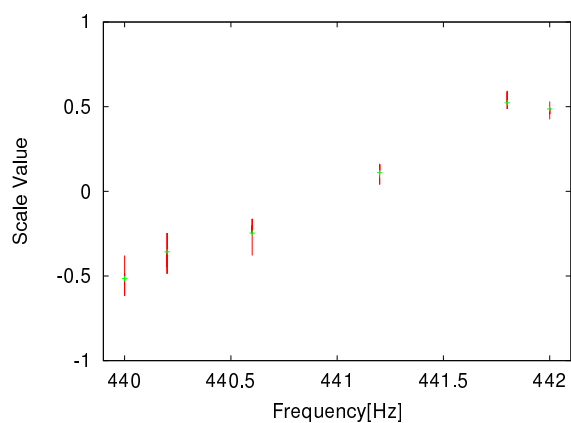


Fig. 4.4: Given scale value to frequency

Table 4.8: Complete paired comparison table

$i \setminus j$	440[Hz]	440.2	440.6	441.2	441.8	442
440	-	0.700	0.600	0.750	1.000	1.000
440.2	0.300	-	0.700	0.850	0.950	0.950
440.6	0.400	0.300	-	0.750	0.950	1.000
441.2	0.250	0.150	0.250	-	0.900	0.700
441.8	0.000	0.050	0.050	0.100	-	0.500
442	0.000	0.050	0.000	0.300	0.500	-

4.7 まとめ

一対比較における問題点である比較回数の多さを改善するために、実験時に次に行うべき比較を逐次的に決定していく手法を提案した。その結果、解を得るための比較回数を減少させることができることをシミュレーションによって確認した。この結果、平均で20～50%の比較回数を減らすことが可能なことが明らかとなった。また、逐次的比較法によって得られた解と完全一対比較表から求めた解と比較を行い、完全に比較を行って得られた解領域と十分に近い精度で解領域が得られることを確認した。

また、実問題への適用として、音の高さの比較実験を行った。これによって、逐次的比較法を適用することによってより少ない回数で比較を終了し、解を得ることができることを確認した。また、それによって得られた解がすべての比較を行うことによって得られた解と比べて、同等の良い結果が得られていることを確認した。

第II部

帯関数モデルによるパネルの検査能力評価 への応用

第5章 帯関数を用いたパネルの検査能力評価

5.1 緒言

一般に、一対比較法は比較的曖昧な量の尺度付けを行う場合に利用されるが、一対比較を行うパネルは、尺度付けすべき対象(量)としての刺激に関する十分な知識を持たない場合が多く、さらに、対象とする刺激に関する説明が不十分なために、検査者の意図とは異なるイメージの刺激についてパネルが比較判断することもある。このような場合、パネルの判断結果に含まれる曖昧さはより増大し、得られたデータをそのまま用いると、求めたい刺激についての尺度付けから離れた結果が得られてしまう可能性がある。この意味で、パネルが適切な検査能力を持っているかどうかを確認することは重要である。

一方、パネルの検査への適性は、様々な外的要因やパネルの持つ属性(性別や年齢など)によって変化する。したがって、パネルの持つ属性や環境などが与える検査への影響を分析する必要もある。このとき、パネルを属性や実験環境によっていくつかのグループに分け、それぞれのグループごとの検査能力を調べることができれば、検査に適した環境およびパネルの属性を明らかにすることが可能となる。つまり、より精密な尺度付けを行うためには官能検査を行う各パネルの持つ検査能力を適確に把握することが求められる。

さて、一対比較法においては一意性と一致性の観点からパネルの検査への適性が評価されることが多い[1]。このうち一意性は、主にパネル個人の検査能力を調べるのに用いられる。また、一致性はパネル相互間の判断に関する一致の度合いを調べるのに用いられる。しかし、これら二つの手法は、多く一対比較データの直接的分析に基づいてパネルの検査能力を測定するという手法をとっているため、検査への適性の有無のみを判断する方法であり、パネルの検査能力の程度を数量的に評価することはできない。

これに対し、本研究ではパネルがどの程度の刺激差に対してどのような比較判断を示すか、すなわち、どのような判断特性を持っているかを、帯関数モデル型一対比較法(BMPC法)に基づいて明らかにしつつパネルの検査能力の測定を行う[20][22][21]。BMPC法では、パネルの判断特性関数のモデルとして、帯関数モデルが提案されており、この帯関数に基づいてパネルの検査能力を分析する手法について考察する。一般に、官能検査を行ううえでパネルに求められる検査能力は、判断基準の安定性、識別能力などである[1]。本章では、パネルの検査能力を示す二つの評価指数、すなわち、判断基準のばらつきの評価指数および分解能の評価指数を帯関数から求める手法を提案し、これらの評価指数を用いることで、簡便かつ数量的にパネルの検査能力が分析できることを明らかにする。

5.2 判断特性関数としての帯関数

BMPC法における帯関数は、すなわちパネルがある刺激差を受けたときにどのような判断をしたか、ということを示している。つまり、帯関数はパネルの判断特性を示した関数である。

さて、帯関数を決定する二つの関数 $f_u(x), f_d(x)$ は定義により単調増加性のみが保証されている。したがって、単調増加以外の性質は未知であり、人間の判断特性によって決定づけられるものである。したがって、逆に帯関数 $f_d(x), n f_u(x)$ の関数型を明らかにすることができれば、ある試料を比較したときのパネルの判断特性が明らかになることを意味する。

ところで、帯関数の縦軸はパネルの判断を、横軸は真値を示している。このとき、縦軸のパネルの判断は一対比較実験を行うことによって求めることが可能である。一方、横軸の真値は、比較した対象の試料間の刺激差が既知であればその真値を、刺激差が未知であれば、BMPC法によって得られた間隔尺度の差を用いることによって求めることが可能である。したがって、一対比較実験を行い、その結果を数値処理し間隔尺度を求めることによって判断特性関数である帯関数を求めることが可能である。このようにして求めた判断特性関数の特徴を調べることによって、実験に用いた試料の刺激差に対するパネルの判断特性を明らかにすることができる。

5.3 帯関数の近似導出

帯関数を求めるということは、二つの単調増加関数 $f_u(\mu), f_d(\mu)$ を決定することである。しかし、実際の検査では刺激差 μ_{ij} とパネルの判断 φ_{ij} は離散的なものとして得られるため、 $f_u(\mu), f_d(\mu)$ を全域的に求めることはできない。そこで、 μ_{ij} と φ_{ij} の関係から $f_u(\mu), f_d(\mu)$ を推定することになる。

BMPC法によって一対比較データを処理して $m_i (i = 0, 1, \dots, N-1)$ を得れば、ある刺激差 $\mu_{ij} = m_i - m_j$ を持つ比較対を比較したときのパネルの判断 φ_{ij} は、一対比較実験によって与えられるので、この結果に対応して図5.1の $\mu - \varphi$ 平面上の一点を定めることができる。同様に全てのデータが定まると、それら全ての点 (μ_{ij}, φ_{ij}) は式(2.1)の関係と定義より、帯関数の内部点集合となる。ここで、もし比較対数が無限に多くなった極限においてはFig.5.1のような連続した φ_{ij} の上限と下限 $f_u(\mu), f_d(\mu)$ を求めることができる。しかしながら、現実の一対比較実験ではデータは有限個しかないのでFig.5.2のような離散的な点集合しか得られない。そこで、何らかの形で帯関数 $f_u(\mu), f_d(\mu)$ を推定する必要がある。

離散的な点集合から帯関数を推定する手法としては、膨張操作による手法[23]などがある。しかしながら、膨張操作による手法は膨張半径の決定を人の手によって行わなければならない、また、実験者の任意性が入ってしまうため、パネルの検査能力を比較する上では好ましくない。

そこで、ここでは全ての点 (μ_{ij}, φ_{ij}) を挟み込み、かつ帯幅 $w(x) = f_u(x) - f_d(x)$ が最

小となるように点と点を直線によって結んで得られる領域によって、二つの単調増加関数 $f_u(\mu)$, $f_d(\mu)$ を求めることにする。

以下に具体的な $f_u(\mu)$ の求め方を示す。

1. Fig.5.2 のように $\mu_{ab} - \varphi_{ab}$ 平面上に一対比較結果をプロットする。
2. $f_u(\mu)$ を構成する点の中で最も μ_{ab} が小さい点を $p_{u_0} = (\mu_{u_0}, \varphi_{u_0})$ とし、 $i = 0$ とする。
3. $p_{u_{i+1}}$ を以下の条件を満たす点 p_j の集合の中で μ_j が最も小さいものとする。

$$\mu_j \geq \mu_{u_i} \quad (5.1)$$

$$\varphi_j > \varphi_{u_i} \quad (5.2)$$

4. $i = i + 1$ として、3に戻る。条件式 (5.1) (5.2) を満たす点がなければ終了
5. 点列 $p_{u_i} (i = 0, 1, \dots)$ を結んだ線を $f_u(\mu)$ とする。

同様に $f_d(\mu)$ を求め、パネルの判断特性関数 $f_d(\mu)$, $f_u(\mu)$ とする。

5.4 評価指数の導入

5.4.1 判断のばらつき

一対比較実験において、パネルは同一の刺激差 (比較対) に対しては同一の判断を示すことが望ましい。このような場合には、そのパネルの持つ判断特性は幅を持たない一本の単調増加関数で表される。しかしながら、一般にパネルは同一の刺激差に対して安定な判断を示すわけではなく、判断にばらつきが生じることが多い。パネルの判断にばらつきが生じる場合、パネルの判断特性は、同一の刺激差に対して幅を有する帯関数で表される。判断特性関数が幅を持つとき、与えるべき尺度値の差の大小関係とパネルの判断結果の大小関係との間に矛盾が生じる場合が現れる。ここで Fig.5.3 に示す刺激差が μ, μ' である二つの一対比較判断の関係について考える。このとき、 $\mu' < \mu$ であるとし、 μ' に対するパネルの判断は φ' である。 $f_u(\mu)$, $f_d(\mu)$ は刺激差が μ となる二つの試料を比較対としたとき、パネルが行う判断の最大値、最小値を意味することを考慮すると、 $\varphi' < f_d(\mu)$ ならば、

$$\begin{aligned} \varphi &> \varphi' \\ \Leftrightarrow \mu &> \mu' \end{aligned} \quad (5.3)$$

が成り立つ。しかし、Fig.5.3 に示すように、 $\varphi' > f_d(\mu)$ ならば、必ずしも $\varphi > \varphi'$ とはならず、本来与えるべき刺激差の関係 $\mu > \mu'$ とパネルの判断の大小関係が矛盾した、 $\varphi < \varphi'$ となることがある。この傾向は帯幅が広がるほど大きくなるため、帯幅が極端に広い判断特性関数を持つパネル、すなわち判断にばらつきが多いパネルの回答には矛盾が多く含まれることになる。したがって、ばらつきの程度はパネルの検査能力を示す重要な指標である。

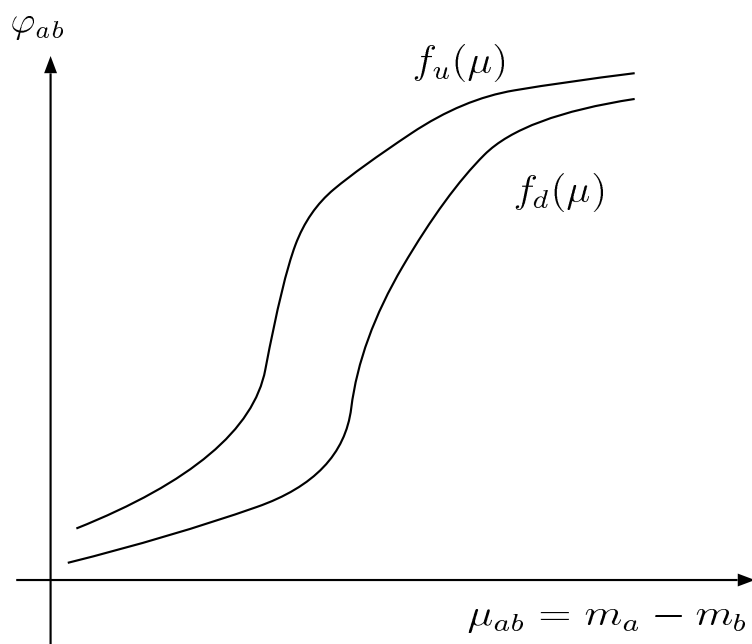


Fig. 5.1: Band function model with continuous functions

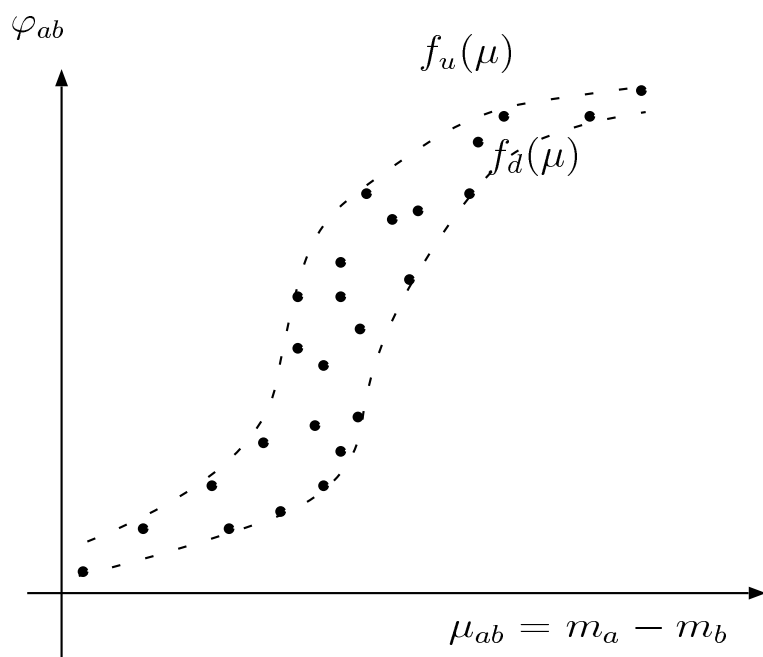
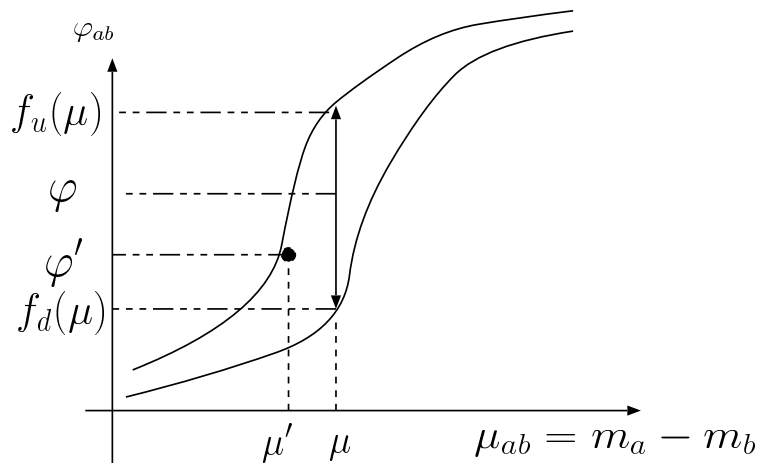


Fig. 5.2: Band function model with discrete functions

Fig. 5.3: Contradiction case on μ and φ

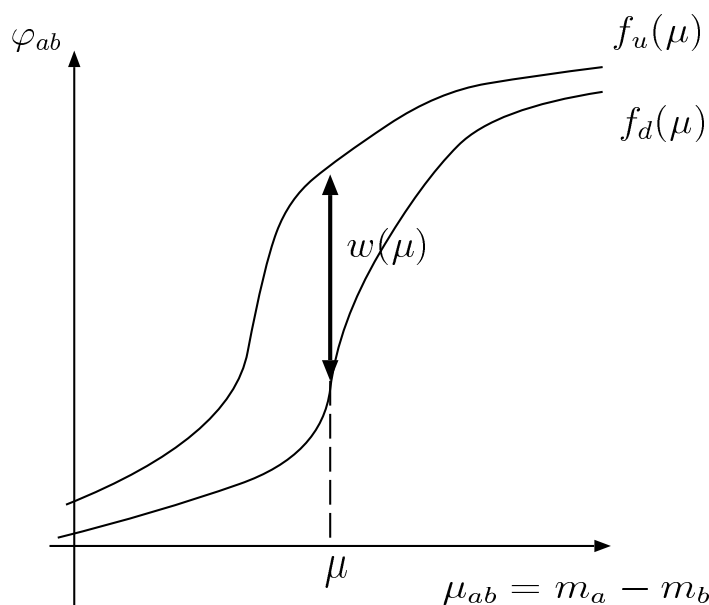
そこで、帯関数の帯幅からパネルの判断のばらつきについて評価する。帯関数は Fig.5.4 のように二つの単調増加関数 $f_u(x)$, $f_d(x)$ に囲まれた領域として表されるため、ある刺激差 $\mu = m_i - m_j$ に対する帯幅 $\omega(\mu)$ は

$$\omega(\mu) = f_u(\mu) - f_d(\mu) \quad (5.4)$$

で与えられる。一般に、帯幅は刺激差によって異なるため、帯関数全体についての平均帯幅を、パネルの「判断のばらつき」の評価指数として考える。刺激差の最大値を μ_{max} 、最小値を μ_{min} とすると「判断のばらつき」の評価指数 I_d は、

$$I_d = \frac{1}{\mu_{max} - \mu_{min}} \int_{\mu_{min}}^{\mu_{max}} \omega(x) dx \quad (5.5)$$

によって表される。評価指数 I_d はパネルの判断のばらつきの程度を示しているため、 I_d が小さいパネルほど検査能力は高いといえる。

Fig. 5.4: Band width : $w(\mu)$

5.4.2 判断の分解能

一対比較法では、二つの試料を比べたときの違いを判断しているが、2つの刺激を区別する上で必要な最小の刺激差が分解能であるといえるので、これを弁別閾の大きさを表わすことができる。分解能の小さいパネルからは、分解能が大きいパネルでは区別できないような微妙な試料間の刺激差に対しても十分に信頼できる回答を得ることができ、小さい分解能を持つパネルは優れた比較判断能力を持つといえる。

パネルが違いを正しく区別できる最小の刺激差をそのパネルの持つ分解能と考え、試料間の刺激差とパネルの判断の関係について以下考察する。まず、試料 X_i と X_j を比較したときの判断を考える。一般的に、パネルの判断は、試料間の刺激差が十分に大きいとき、すなわち、

$$|m_i - m_j| \gg 0 \quad (5.6)$$

ならば、パネルは二つの試料の違いを間違いなく区別できる。一方、試料間の刺激差が小さくなるほどパネルの判断は小さく曖昧なものとなる。最終的に二つの試料間の刺激差が、

$$\mu_t > |m_i - m_j| \quad (5.7)$$

となったときパネルは二つの試料を正しく区別することができなくなり、二つの試料からの刺激を同程度と判断することになる。このような知覚可能な最小の刺激差は弁別閾と呼ばれるが、この弁別閾の大きさをパネルの持つ分解能の指数とする。

つまり、一対比較においては、どちらの試料の刺激が大きいかを正確に判断できるということは、二つの試料の違いが正しく弁別されていると考えることができる。すなわち、ある刺激差 $\mu_{ij} = m_i - m_j$ に対するパネルの判断

$$f_d(\mu_{ij}) < \varphi(\mu_{ij}) < f_u(\mu_{ij}) \quad (5.8)$$

において、パネルが二つの試料の刺激が全く同じであると感じたときの判断を、 φ_{mid} とすると、

$$f_d(\mu_{ij}) > \varphi_{mid} \quad (5.9)$$

または、

$$f_u(\mu_{ij}) < \varphi_{mid} \quad (5.10)$$

ならば、パネルは m_i, m_j のどちらの刺激が大きいかを明確に区別しているといえる。

そこで、Fig.5.5 に示されるような、 $f_d(\mu_d) = \varphi_{mid}, f_u(\mu_u) = \varphi_{mid}$ なる μ_d, μ_u を用いて、

$$I_r = \frac{1}{2}(\mu_d - \mu_u) \quad (5.11)$$

$$\text{ただし、} \quad f_d(\mu_d) = \varphi_{mid}$$

$$f_u(\mu_u) = \varphi_{mid}$$

とし、 I_r をパネルの「分解能」に関する評価指数と定義する。評価指数 I_r は、パネルが区別できる最小の刺激差を示しているため、 I_r が小さいパネルほど検査能力は高い。

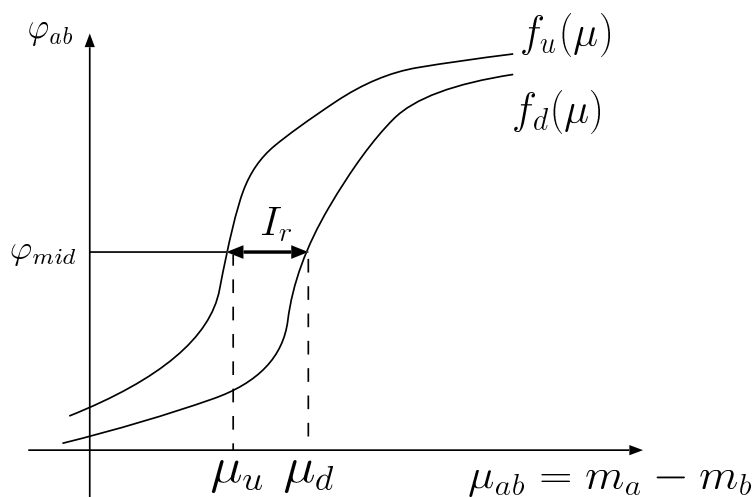


Fig. 5.5: Evaluation index of resolution : I_r

5.5 評価指数の有用性確認のためのシミュレーション

本章では、評価指数の有用性を確認するために行ったシミュレーションについて述べる。

5.5.1 シミュレーションで用いたデータ

シミュレーションを行うためには、任意の検査能力を持つパネルに相当するデータを人工的に作成する必要がある。すなわち、各パネルが比較判断を行ったことに対応する一対比較表を人工的に作成し、この表につき各パネルの検査能力を提案した評価指数を用いて評価する。さらに得られた評価指数値とパネルに想定した検査能力とを比較し、正確にパネルの能力が評価できているかどうかを検証する。

具体的には、まず、ある刺激差 $\mu_{ij} = m_i - m_j$ に対するパネル P_n の判断 φ_{ij} を以下の手順によって決定する。

パネル P_n のもつ判断のばらつきを d_n 、分解能を r_n と想定したとき、まず、パネルの中心的判断特性関数 $f_n(x)$ を、単調増加性を考慮して、

$$f_n(x) = s|x|^t \cdot \text{sgn}(x) \quad (5.12)$$

$$s, t > 0, \quad (5.13)$$

とする。ただし、分解能の定義より $|x| > r_n$ ならば、

$$\text{sgn}(\mu_{ij}) = \text{sgn}(\varphi_{ij} - \varphi_{mid}) \quad (5.14)$$

を満たさなくてはならないので、 $\mu_{ij} > r_n$ のとき、

$$f_n(\mu_{ij}) + \frac{d_n}{2} > \varphi_{mid} \quad (5.15)$$

となるように (s, t) の値を決定する。

このような $f_n(\mu_{ij})$ を利用し、刺激差 μ_{ij} を受けたときのパネル P_n の判断 φ_{ij} を、

$$\varphi_{ij} = R(f_n(\mu_{ij}), (d_n/2)^2) \quad (5.16)$$

によって決定する。ただし、 $R(a, \sigma^2)$ は、平均が a 、分散 σ^2 を持つ正規分布に従う正規乱数である。

以上の操作をすべての i, j の組み合わせについて行い、一対比較表を作成する。

次に、このようにして作成した一対比較表から帯関数を導出し評価指数を求めることによって、パネル P_n の検査能力を評価する。

なお、以下のシミュレーションでは、試料数を6とし、一対比較表の作成を行った。

5.5.2 判断のばらつきに関するシミュレーション結果

前節の方法に従い、判断のばらつき d_n を0.1–0.7まで0.01きざみで変化させ、それぞれの場合についてパネル1000名分のデータを作成し、それぞれのデータから帯関数を再構成し、判断のばらつきの評価指数値 I_d を求めた。なお、このとき分解能 r_n はランダムに定めた。その結果を Fig.5.6 に示す。横軸が設定した判断のばらつき d_n 、縦軸がシミュレーションによって得られた評価指数値 I_d の平均値である。このグラフから、設定した

判断のばらつき d_n とシミュレーションによって得られた評価指数値 I_d はほぼ一致していることがわかる。

また、Fig.5.7 にシミュレーション結果と実際に設定した値との誤差を示す。このグラフから判断のばらつきが $0.3 - 0.4$ のとき、誤差が多少大きくなっているが、それでもその誤差は 0.05 以下である。一方、判断のばらつきが 0.6 を越えると誤差は大きくなっていくが、通常判断のばらつきが 0.5 を越えるような場合、そのような実験結果は信用に値しないと考えられるため、そのような実験を行ったパネルに対して精密な検査能力を評価する必要はないと考えられる。したがって、判断のばらつきが 0.5 以下であれば誤差は 0.05 以下であり、検査能力をほぼ正しく評価できていることがわかる。

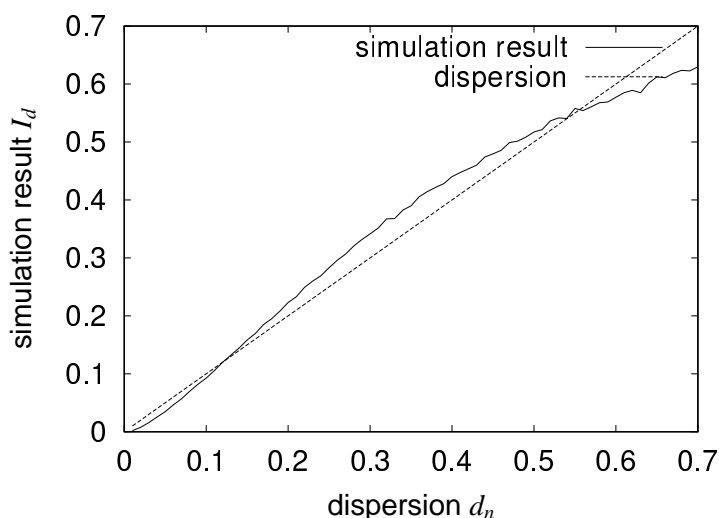


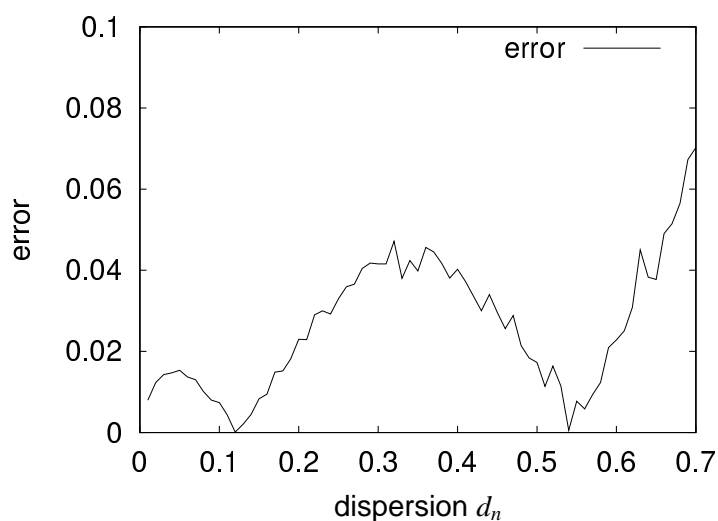
Fig. 5.6: Simulation result : Dispersion I_d

5.5.3 分解能に関するシミュレーション結果

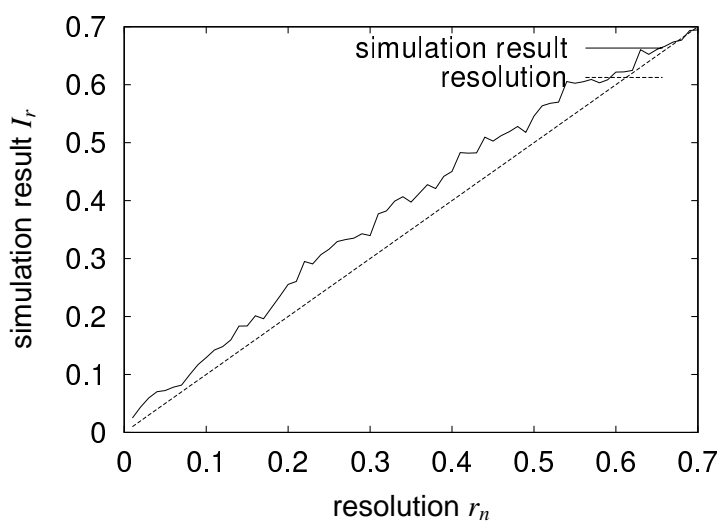
他方、分解能 r_n を $0.1 - 0.7$ まで 0.01 きざみで変化させ、パネル 1000 名分のデータを作成し、それぞれのデータから帯関数を再構成し、分解能の評価指数値 I_r の平均を求めた。なお、判断のばらつき d_n はランダムに定めた。その結果を、Fig.5.8 に示す。横軸は、固定された分解能 r_n を示し、縦軸はシミュレーションによって得られた分解能の評価指数 I_r の平均値を示している。

また、実際の分解能 r_n とシミュレーションによって得られた評価指数値 I_r との誤差を示したものが Fig.5.9 である。

Fig.5.8 より、実際の分解能に比べ評価指数値は大きくなる傾向があるが、Fig.5.9 よりその誤差は 0.08 以下に抑えられ、以上より、評価可能といえる範囲に収まっていることが明らかとなった。

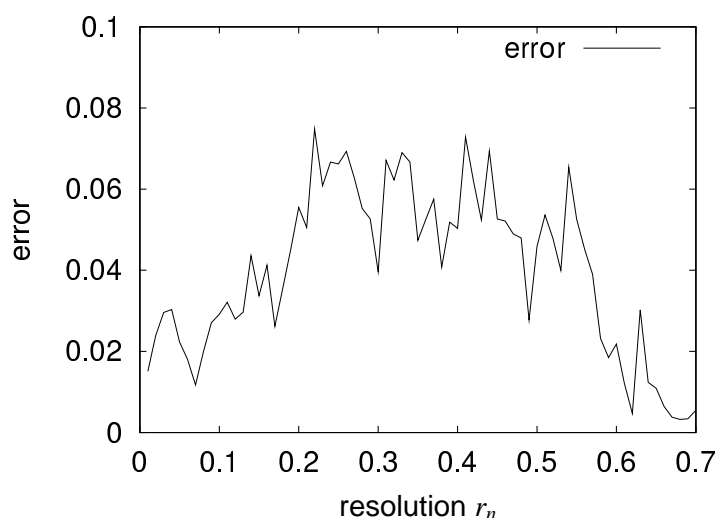
Fig. 5.7: Error of simulation result : Dispersion I_d

以上により、評価指数によってパネルの検査能力が小さい誤差で評価可能であり、十分実用に耐えうるものであることが明らかとなった。

Fig. 5.8: Simulation result : Resolution I_r

5.6 検査能力評価の尺度値の信頼性評価への応用

さて、検査能力評価を行うための帯関数は、横軸に真値、縦軸にパネルの判断をとったものである。しかしながら、一対比較を行うとき、各試料に与える尺度を求めることが目

Fig. 5.9: Error of simulation result : Resolution I_r

的であることが多いため、その真値はわからない。そのため、BMPC法によって処理し得られた尺度値をもとに帯関数を再構成することになる。このとき、パネルの検査能力は「パネルの判断をもとに作られた尺度値」に対する検査能力となる。

ある観測データ x から測定対象 y を $y = f(x)$ によって求めようとしたとき、観測データ x のばらつきは測定結果 y の信頼性に大きく関係する。通常の計測であれば繰り返し測定することによって x のばらつきによらない結果を得ることが可能であるが、測定回数に限られている場合、 x のばらつきが直接測定結果 y の信頼性となる。

BMPC法では、パネルの判断結果 $\{\varphi\}$ から間隔尺度 m を求める手法である。つまり、 $\{\varphi\}$ と m は、

$$m = f(\{\varphi\}) \quad (5.17)$$

なる関係にあるといえる。したがって、与えられた間隔尺度の差 $\{\mu\}$ を横軸に、パネルの判断 $\{\varphi\}$ を縦軸にプロットした帯関数によって求められるばらつきの評価指数は、間隔尺度の差 $\{\mu\}$ がパネルの判断 $\{\varphi\}$ に対してどの程度ばらついているかを示す指標となる。すなわち、与えられた間隔尺度 m の信頼性を評価することに対応することになる。

つまり、真値が既知のときは、真値 $\{\mu\}$ を横軸に、パネルの判断 $\{\varphi\}$ を縦軸において帯関数を再構成することによってパネルの検査能力が評価できる。

一方、真値が未知の場合には、BMPC法によって数値処理された結果得られた尺度値 $\{\mu\}$ を横軸に、パネルの判断 $\{\varphi\}$ を縦軸におくことによって、与えられた尺度値の信頼性を評価できる。

以上をまとめたものを Table 5.1 に示す。

Table 5.1: Target of evaluation

	評価対象
真値が既知の場合	パネルの検査能力評価
真値が未知の場合	尺度値の信頼性評価

5.7 検査能力評価の具体的な利用例

本章では判断のばらつき、および分解能の二つの評価指数の提案を行った。これら二つの評価指数を求めるだけでなく、帯関数を分析することによって、より細かいパネルの判断特性の分析を行うことも可能である。

そこで、本節では具体的なデータを示し検査能力の評価指数と帯関数の意味の捉え方を説明する。

5.7.1 真値が既知の場合:パネルの検査能力評価

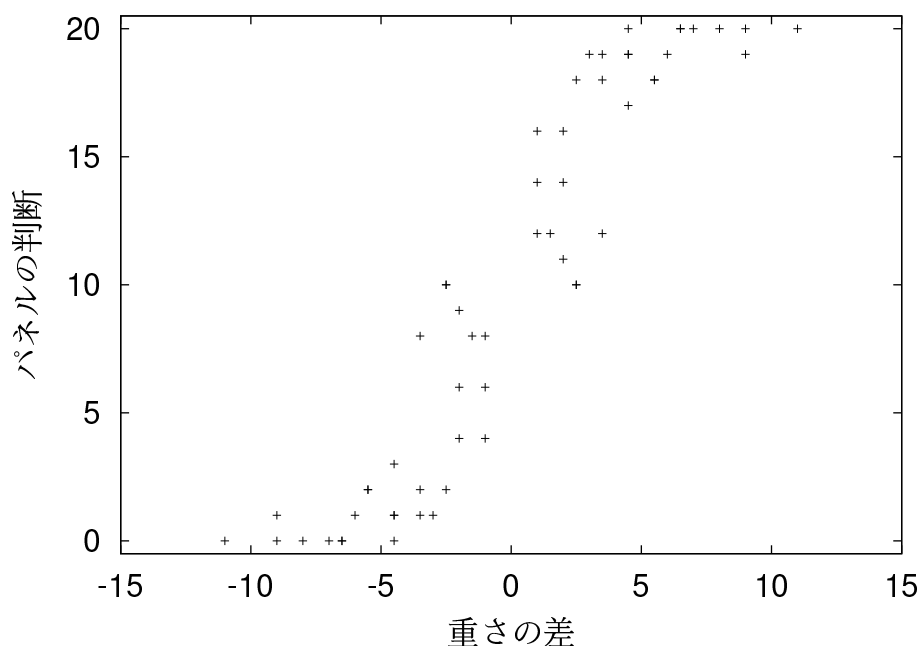


Fig. 5.10: Example of band function(1): Comparison of weight

Fig.5.10 は、6種類の重さの違う重り (82g ~ 93g) を用意し、その重さを一対比較によって20名のパネルが比較した結果である。

縦軸はパネルの判断、すなわち X_i, X_j を比較したとき X_i を選んだパネルの数を示し、横軸は実際の重りの重さの差 (g) を示している。このデータでは、それぞれの重りの真の

重さが分かっているため、横軸に真値をもってきて帯関数を再構成している。

それぞれの点がある重さの差がある一組の重りを比較したときの、パネルの判断を示している。そのため、実際にどの程度差がある重さの重りを比較したときにパネルの判断がどのようであったかがこのグラフから明らかになる。

さて、このときパネルの検査能力を評価した結果、判断のばらつきが $I_d = 3.88, I_r = 2.5$ だった。これは、ある二つの試料 X_i, X_j を比較したときに、 X_i の方が X_j より重いと判断したパネルの数 φ_{ij} が平均で ± 2 人程度変化することを意味している。次に、分解能 $I_r = 2.5$ から少なくとも過半数のパネルがどちらが重いかを正しく判断できる重さの差は 2.5g であることがわかる。これによって、 2.5g 以上重さに差があれば今回実験に参加したパネルによってその重さの違いを見つけることができることを意味する。

このように、真値が分かっているデータに関して一対比較実験を行った場合、真値を元にパネルの検査能力を評価することが可能となる。これによって、より正確なパネルの検査能力を評価可能となる。

5.7.2 真値が未知の場合:尺度値の評価

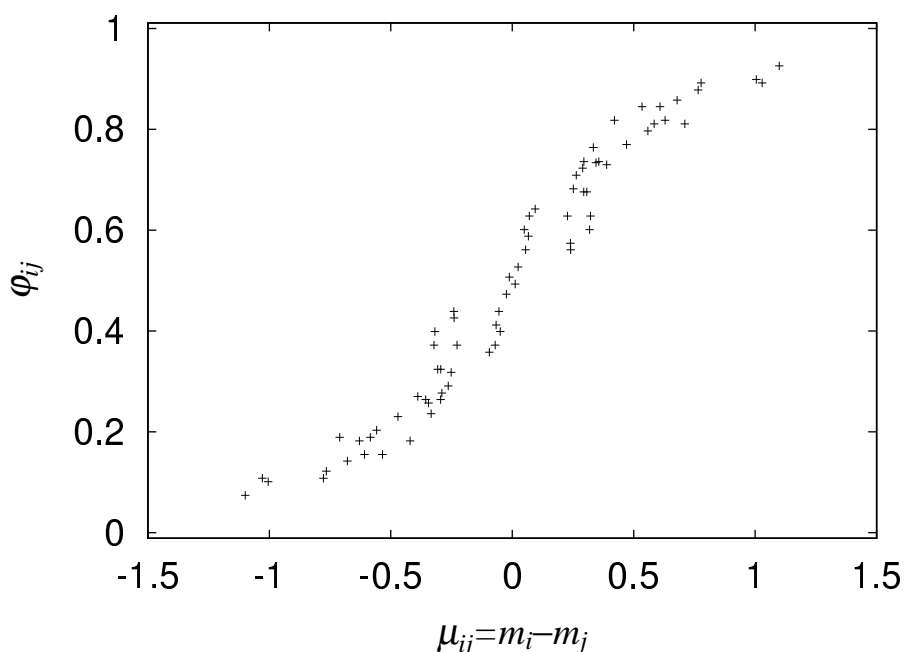


Fig. 5.11: Example of band function(2): Comparison of vegetables' favorance

Fig.5.11 は、148 名の学生に 9 種類の野菜について、野菜の好みを一対比較させた結果 [24] を BMPC 法によって処理し、その結果から帯関数を再構成したものである。

この場合、「野菜の好まれ具合」に対して真値は存在しないため、BMPC 法によって処理した結果、各野菜に与えられた間隔尺度の差を横軸にとって帯関数を再構成している。

それでは、このときの評価指数を見てみよう。判断のばらつきの評価指数 $I_d = 0.080$ であった。これは、間隔尺度の差が同じ二組の野菜を比較した場合は、パネルの判断は平均で8%しかずれが存在しないということを意味する。つまり、差が一定の二つの試料を比べたときのパネルの判断は常にほぼ一定であるといえる。これは、BMPC法によって与えられた尺度の「間隔尺度性」が保証されたことを意味する。

このように、BMPC法によって与えられた尺度とパネルの判断からパネルの検査能力評価を行うことによって、与えられた尺度の信頼性の評価を行うことも可能である。

ただし、この場合でも「尺度値の信頼性」はあくまでも実験によって得られた一対比較結果から求めた尺度値の信頼性を評価しているだけで、その「尺度値」が「真値」に近いことを保証するものではないことに注意が必要である。

5.7.3 真値が未知の場合:実験の評価

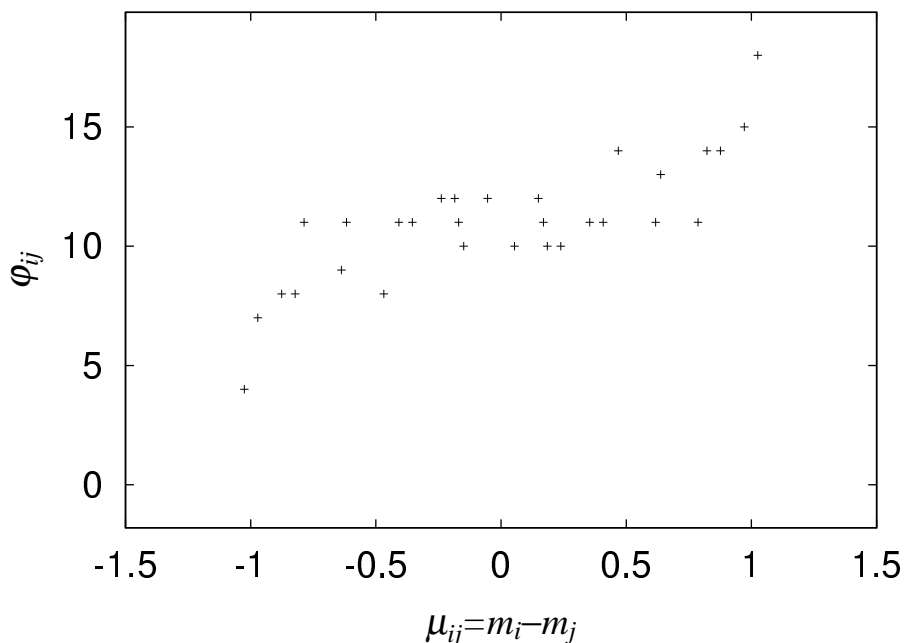


Fig. 5.12: Example of band function(3): Comparison of Sake's sweetness

Fig.5.12 は、6種類の日本酒の甘さを22名の学生に一対比較評価してもらった結果をBMPC法によって処理し、その結果をもとに再構成した帯関数である[25]。横軸は、与えられた「日本酒の甘さ」の差を示し、縦軸は「日本酒の甘さの差」を比較したときのパネルの判断を示している。

この帯関数から、各試料に与えられた尺度値に差が大きい場合、すなわち甘さに大きな差がある試料を比較した場合でもパネルの判断は50%前後に存在していることが多い。つまり、与えられた甘さの尺度の差が大きくても、パネルはその違いをはっきりと把握し

ていないことがわかる。ここで、BMPC法によって与えられる尺度が間隔尺度であることを考慮すると、与えられた尺度は大きくても、実際の日本酒の甘さにはほとんど差がなかった(あるいは感じられなかった)ためであると考えられる。したがって、この実験においてはパネルには日本酒の甘さの差を感じるだけの十分な能力が備わっていなかった、あるいは、日本酒の甘さに差が小さかったために、その差が理解できなかったと考えることができる。すなわち、分解能 $I_r = 0.787$ という結果から、日本酒の甘さの差がかなり大きく開いている場合以外はどちらが甘いかわからず正確には判断できていないということがわかる。

このように、パネルに検査能力を評価することによって、実験の精度を確認し、得られた結果が信頼に値するものかどうかを判断することも可能である。

5.8 まとめ

本章では、パネルの判断特性関数である帯関数から、判断のばらつき評価指数 I_d 、分解能の評価指数 I_r 二つの評価指数を提案し、それらによってパネルの検査能力を評価することが可能であることを示した。

帯関数の形からパネルの検査能力の評価する手法および実験の評価を行う手法について、実際に行われた実験から得られた帯関数を示し、具体的に述べた。帯関数の形から様々な情報を取得することが可能であり、これら、検査能力評価を併用することによって実験方法の評価 [27]、パネルの検査への適性 [26]、パネルの個人差分析 [28][29]などを議論することが可能である。

次章では検査能力を利用した実験の例を示す。

第6章 具体的な問題への適用

6.1 緒言

前章でパネルの検査能力評価の方法について述べた。本章では検査能力評価を実際の実験に応用した例について述べる。

まず、「彩度比較実験」では、実験時にパネルに提示する情報の変化がパネルの検査能力の変化に与える影響を、検査能力評価を用いることによって明らかにできることを確認することを目的としている。官能検査を行ううえで、パネルに正しく「求めたい刺激」について説明することは非常に重要である。もし、パネルが刺激について正しく理解せず、異なる刺激について判断を行っていたとすれば、得られた尺度は求めたいものではないことになる。そこで、十分既知であると考えられる刺激以外については、パネルにはあらかじめ刺激に関する説明を行うことになる。このとき、どのように説明を行えば最もパネルに正しく「求めたい刺激」について伝えられるかが明らかになれば、実験の精度の向上が期待できる。そこで、パネルに対して異なる説明を行う予備実験を複数回行うことによって、どのような説明をすればより正しく「求めたい刺激」に関して理解してもらえるかが明らかになるであろう。この彩度比較実験では、「図」による説明と「言葉」による説明の二種類の説明方法を準備し、説明のやり方によって求めたい刺激である彩度についての程度理解が深まったかを検査能力評価を用いることによって明らかにすることを目的としている。

次に、「真珠らしさの比較実験」に対して検査能力評価を利用した。この実験では、実験に適したパネルを選別し、より精度の高い尺度を得ることを目的としている。官能検査を行ううえで、パネルによって求めたい刺激に対する概念に明確さに相違があり、検査に大きな影響を与える可能性がある。「真珠らしさ」の例でいえば、「真珠らしい」ということが、どういうことなのかははっきりした概念をもつパネルによる判断にはあまり曖昧さが入らない。一方で、「真珠らしさ」がどういうものなのかははっきりとした概念を持たないパネルは、判断基準が実験途中で変化してしまい、パネルの判断には曖昧さが混入する可能性がある。したがって、概念が明確なパネルは検査能力が高く、概念が不明瞭なパネルは検査能力が低くなる。そこで、パネルの検査能力の評価指数を用いてパネルの概念の明確さを評価することによって、概念が曖昧なパネルを排除し、より正しい「真珠らしさ」を求めることを目的とする。

最後に、「生きる力の測定実験」を行った。この実験では、文部科学省によって推奨されている「生きる力」を育む教育実現のための「生きる力」の要因分析を目指している。この実験では「生きる力」を評価するために一対比較を用いるが、このとき正しく「生き

る力」を評価するための実験環境を明らかにする予備実験を行っている。「生きる力」を評価するためにはお互いに良く知っている者同士が評価しあうことが最も望ましい。しかし、そこには社会的な地位や人間関係などが存在するため、非常にナーバスな問題である。人間関係や地位などは実験時には考慮しないように指示しても、無意識のうちに考慮されてしまう可能性が高い。この場合、「生きる力」に対する評価基準が変化してしまうため検査結果は曖昧なものとなってしまいうだろう。そこで、パネルと評価対象がどのような人間関係にあればこのような評価基準が変化してしまうことを避けながら実験を行うことが可能か、つまり、社会的地位や人間関係の実験への影響を軽減することができるかを明らかにすることを目的とした予備実験を行っている。また、その予備実験を行った結果から、「生きる力」比較実験に適した人間関係を明らかにし、本実験にその実験条件を適用し「生きる力」の要因因子を明らかにするところまでを行う。

6.2 彩度比較実験

評価指数を、彩度判定の実験結果に適用した。本節では実験時にパネルに提示する情報が、比較判断のばらつきに及ぼす影響について考察する。

官能検査を行う上で、パネルに何が問題にしたい刺激なのかを正確に伝えることは重要な作業である。問題にしたい刺激に関する説明が不十分であると、パネルは実験者の意図と異なった観点から回答を行う可能性がある。一方、問題にしたいことを正確に伝えることができれば、パネルが比較判断する際の曖昧さは減少し、より正確な判断が行えるようになる。しかし、どのように説明すれば問題にしたいことをパネルに正確に伝えることができるかの判断は難しい。

そこで、本実験では、パネルに与える情報の内容を変えることに伴う検査能力の変化を、提案した評価指数によって評価する。この場合、検査能力が向上した場合には、実験者の与えた情報によってパネルは問題とする刺激内容をより正しく理解したと考えることができる。

6.2.1 実験内容

本実験では、パネルを1グループ10人前後のグループ四つに分け、それぞれのグループに彩度に関する説明を異なる方法で行い、検査能力の違いを評価指数によって評価した。それぞれのグループに行った説明は以下の通りである。

- グループ1: 説明は行わない
- グループ2: 言葉のみによる説明
- グループ3: 色彩表のみによる説明
- グループ4: 色彩表と言葉による説明

それぞれのグループでどのように検査能力が変化したかを確認し、どのような説明を行うことによって彩度比較に関する検査能力が向上したかを確認する。

6.2.2 実験方法

実験に用いた試料の色見本は全9種類で、それぞれ異なる彩度値の色見本を用意した。色の鮮やかさは、PC上で任意の数値を持つ色を作成することが可能で、用いた色の彩度値を Table 6.1 に示す。表中の数値はPC上で作成できる最も大きい彩度の色 No.0 の彩度を 1.0 として、規格化したものである。なお、実際に用いた色見本は C.1 に示す。

実験は、液晶プロジェクタによってスクリーンに比較対を同時に表示し、二色の色についてどちらが鮮やかに見えるかをパネルに判定してもらった。

Table 6.1: Used colors' chroma saturation

No.	Chroma saturation
0	1.00
1	0.90
2	0.80
3	0.70
4	0.60
5	0.50
6	0.40
7	0.30
8	0.10

6.2.3 実験結果と分析

Table 6.2: Evaluation index value : each groups

Group No.	I_d	I_r
1	0.469	0.600
2	0.315	0.267
3	0.384	0.300
4	0.218	0.179

それぞれのグループごとに実験を行い、再構成された帯関数を Fig.6.1 ~ Fig.6.4 に示す。縦軸にパネルの判断を、横軸に Table 6.1 に示した彩度の値の差をとっている。また、Table

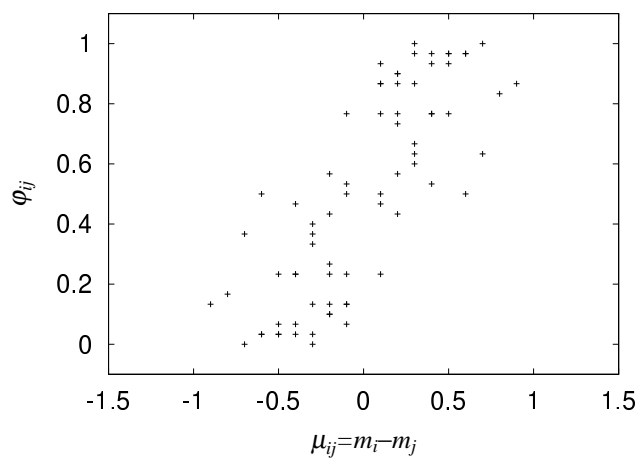


Fig. 6.1: Band function of group 1

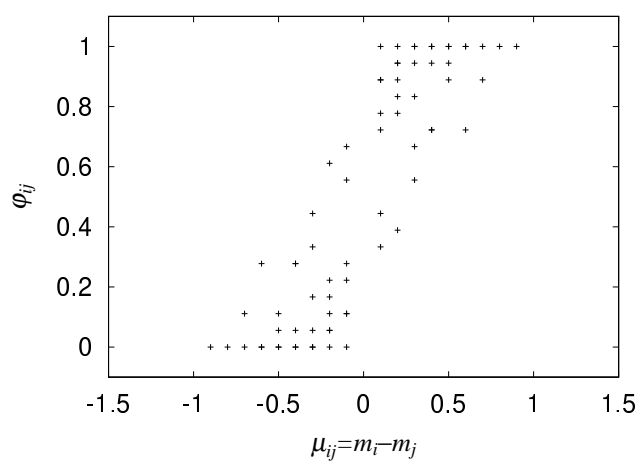


Fig. 6.2: Band function of group 2

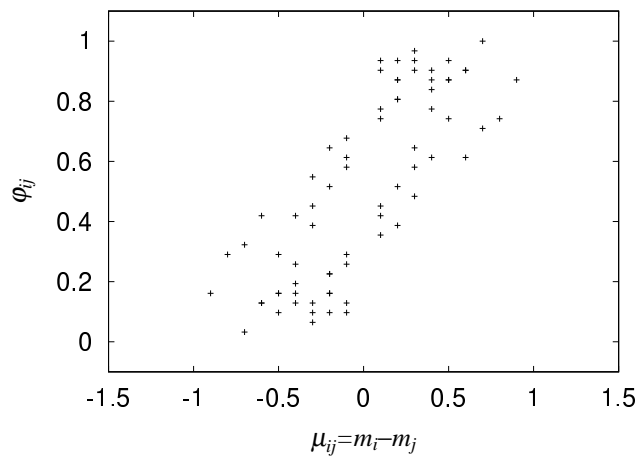


Fig. 6.3: Band function of group 3

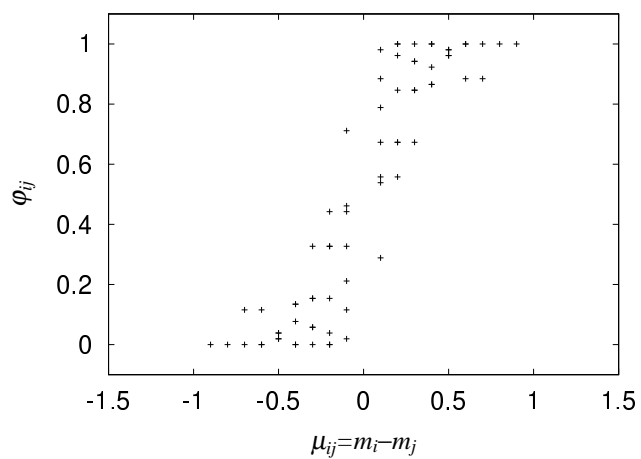


Fig. 6.4: Band function of group 4

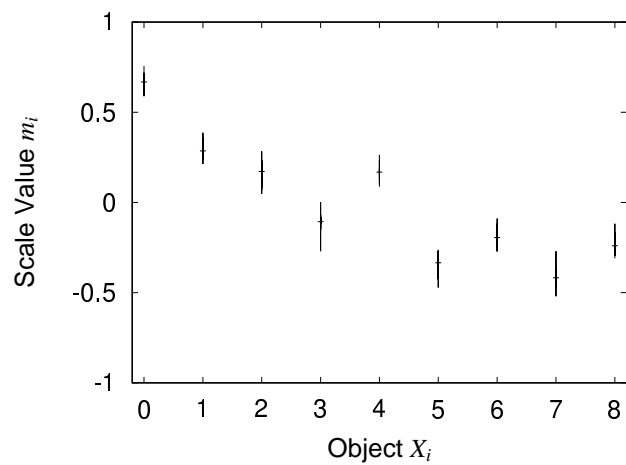


Fig. 6.5: Determined scale value : Group 1

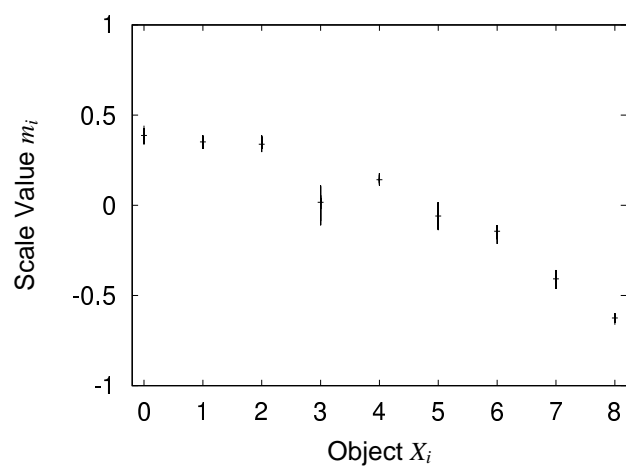


Fig. 6.6: Determined scale value : Group 4

6.2には各グループの評価指数値を示す。

Table 6.2より、鮮やかさについて説明を受けなかったグループ1の評価指数値 I_d 、 I_r はともに最も大きく、すなわち検査能力が最も低いということがわかる。つまり、パネルは実験前には鮮やかさについての正しい知識を正確には持っていなかったことが推察される。したがって、全く説明を行わずに実験を行った場合、得られた結果の信頼性は非常に低いものとなる。

次に、言葉によって鮮やかさの説明を行ったグループ2と色彩表を用いて鮮やかさの説明を行ったグループ3を比較する。Table 6.2より、色彩表を見るよりも、言葉によって説明を受けた方が検査能力は高いことがわかる。また、言葉によって鮮やかさを説明した場合の帯関数 Fig.6.2は、早い段階でパネルの判断が飽和しているのに対し、色彩表のみによって説明した場合についての帯関数 Fig.6.3では、彩度が大きく異なる試料同士、すなわち μ_{ij} の絶対値が大きい領域においても帯関数は飽和していない。以上のことから、鮮やかさの理解してもらうには、具体例を示すよりも、概念的な説明の方が効果は高いといえる。

一方、色彩表と言葉の両方によって鮮やかさの説明を行ったグループ4は、グループ2よりもさらに高い検査能力を示している。これは、言葉によって鮮やかさの概念を理解し、さらに色彩表により具体的な彩度の違いを確認することによって、より理解が深まったためであると解釈できる。

ここで、鮮やかさについて全く説明を行わなかったグループ1と、色彩表と言葉によって説明を行ったグループ4について比較してみる。まず、ばらつきの評価指数値 I_d はグループ4についてはグループ1の半分以下になっていることがわかる。これは、すなわち説明を受けることによって判断に生じるばらつきが半分以下になったことを示している。一方、分解能の評価指数値 I_r を比較すると、説明を行わない場合が0.600であるのに対し、説明を行った場合は0.179と大幅に減少している。すなわち、グループ1は彩度の差が0.600なければ、つまり、Table 6.1の試料0と試料6を比較してはじめて正確にどちらの彩度が高いかを判断できるようになるのに対し、グループ4は彩度の差が0.18程度、つまり試料0と試料2を比較しても正確に判断できている。

また、Fig.6.5、Fig.6.6に、それぞれグループ1、グループ4についてのデータをBMPC法 [7][?]によって処理し、得られた尺度値の結果を示す。説明を受けていないグループ1では実際の彩度の大きさの順と尺度付けされた結果が逆転している場合が多く見られるが、色彩表と言葉によって説明したグループ4では、逆転はほとんどなく、正確に鮮やかさを評価できているといえる。

以上の結果から、鮮やかさを比較する実験を行う際には、言葉によって鮮やかさの概念を説明するとともに、色彩表により彩度の違いの具体例を提示することによって、検査能力の飛躍的な向上が望めると解釈でき、このような事情が提案した評価指数 I_d 、 I_r で分析可能となった。

6.3 真珠らしさの判定実験

長田ら [30] により公表されている真珠らしさの判定実験のデータについてパネルの検査能力分析を行った。この実験においては、未知の心理的尺度である「真珠らしさ」について尺度付けするため一対比較実験が行われている。この場合、パネルは「真珠らしさ」に対する明確な概念を持っていることが前提となるが、この点、本章では、この実験に参加したパネルの検査能力の分析を行い、優れた検査能力を持つパネル、すなわち「真珠らしさ」について明確な概念を持ったパネルの選別を行うことを試みる。

6.3.1 真珠らしさの判定実験と結果

文献 [30] によれば、真珠の拡大写真から、それぞれ異なった部分の7つの写真が切り出されたものが用意され、そこから二つを採り出しては「どちらがより真珠らしいか」を比較判断させている。なお、実験に用いた写真は付録 C.2 に示す。この場合、比較のため実物の真珠を見せながら評価してもらう場合と見せずに評価してもらう場合の二通りの実験を行っている。また、真珠を見せた場合、見せなかった場合のそれぞれについて男女別パネルのデータもある。そこで、これら一連の一対比較データについて BMPC 法を適用し、それぞれの真珠の部分写真に「真珠らしさ」の尺度値を与え、さらに得られた尺度値を真の尺度値と見なして帯関数を構成した。

それら帯関数に基づいて求められたパネル全体に対して検査能力を評価した評価指数値が Table 6.3 に示されている。また、Fig.6.7 にパネル全体につき集計した一対比較データに関する帯関数を示す。さらに、Fig.6.8 に、それぞれの写真に与えられた間隔尺度を示したグラフを示す。このグラフでは、横軸に写真番号、縦軸に「真珠らしさ」を示している。すなわち、写真番号1が最も真珠らしく、写真番号6が最も真珠らしくない写真であるということになる。

Table 6.3: Evaluation index value : all groups

Pearl indication	I_d	I_r
All	0.188	0.036

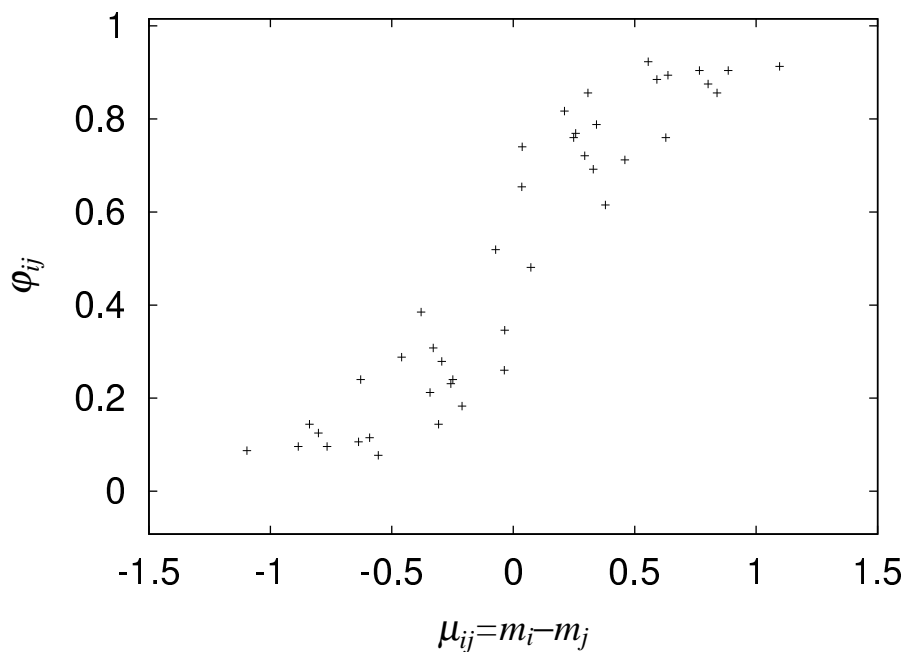


Fig. 6.7: Band function of all panel

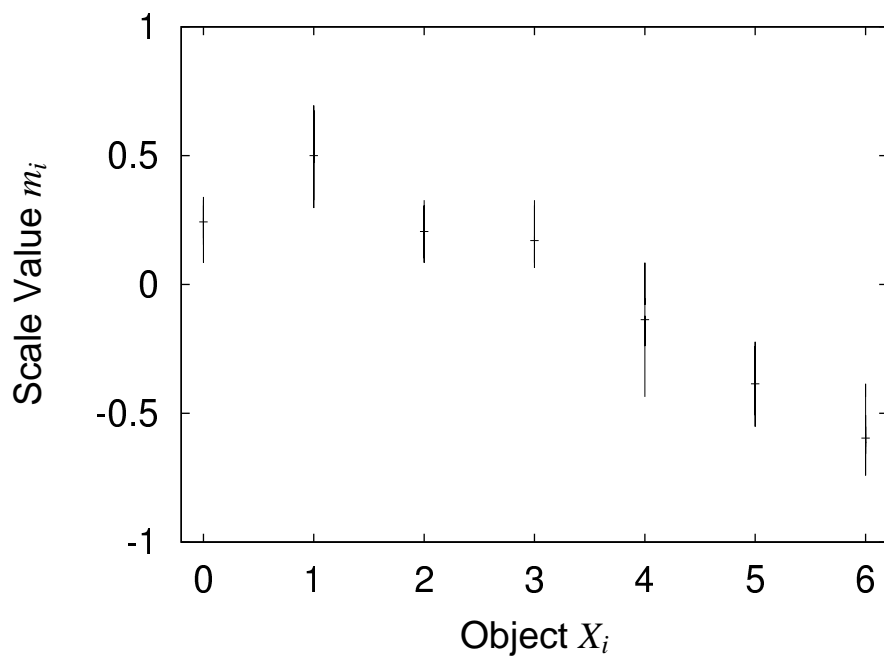


Fig. 6.8: Scaled value of likeness of pearl by all panels

6.3.2 検査能力の分析と考察

まず、パネルの性別による検査能力の違いを見てみよう。Table 6.4 は、男性、女性それぞれのパネルが「真珠らしさ」を一対比較によって評価したときの検査能力の評価指数を示したものである。これをみると、明らかに男性よりも女性の方が与えられた尺度値に対して、ばらつきが小さいことがわかる。すなわち、女性が与えた「真珠らしさ」の尺度は間隔尺度として優れていることになる。逆に、男性が与えた尺度値は間隔尺度としてはばらつきの大きいものであるということがわかる。

これは、男性は真珠に接する機会が女性よりも少ないためではないかと推測される。そのために、「真珠らしさ」とは何かが明確に定まっておらず、その結果ばらつきの大きい結果となってしまったと考えられる。

Table 6.4: Evaluation index value : Effect of sex

sex	I_d	I_r
female	0.175	0.126
male	0.283	0.141

そこで、男性にも「真珠らしさ」に対して理解を深め、刺激に対して明確な概念を持たせるために効果的であると思われる。実験中に本物の真珠を見せて検査を行った場合と、実験中に本物の真珠を見せないで検査を行った場合を比較してみよう。Table 6.5 は、真珠を見せた男性パネルと見せなかった男性パネルの検査能力を示したものである。これをみると、真珠を見たパネルの検査能力は真珠を見せなかったパネルの検査能力に比べ、はるかに優れた値を示している。Table 6.4 と比較すると、女性の検査能力に匹敵する能力を示していることがわかる。

Table 6.5: Evaluation index value : Effect of indication

indication	I_d	I_r
with	0.194	0.112
without	0.316	0.341

以上のことは、男性は女性に比べて「真珠らしさ」を判断する能力は少ない。しかしながら、実物の真珠を男性に見せることによって「真珠らしさ」を判断する能力は女性と同程度まで向上させることができる、ということが分かった。

6.3.3 実験に適したパネルの選別

前項の結果から、「真珠らしさ」の尺度付けを行うについて、

1. 女性のパネルは真珠らしさを評価することができる。
2. 男性のパネルには実物の真珠を見せながら比較してもらった方がよい判断を行うことができる。

といえよう。この二点を考慮し、実物の真珠を見ながら比較を行った男性パネルの回答、および、すべての女性パネルの回答を集計した一対比較表を作り、このデータにつき同様な分析を行った。Fig.6.9が、選別されたパネルによる結果から得られた帯関数である。Fig.6.7の帯関数と比べ、帯幅が小さく、パネルの回答についてのばらつきが減っていることがわかる。これは、「真珠らしさ」に対し明確な概念を持たないパネルを排除したことによって、全体の回答についての曖昧さの程度が減少したためであると考えられる。

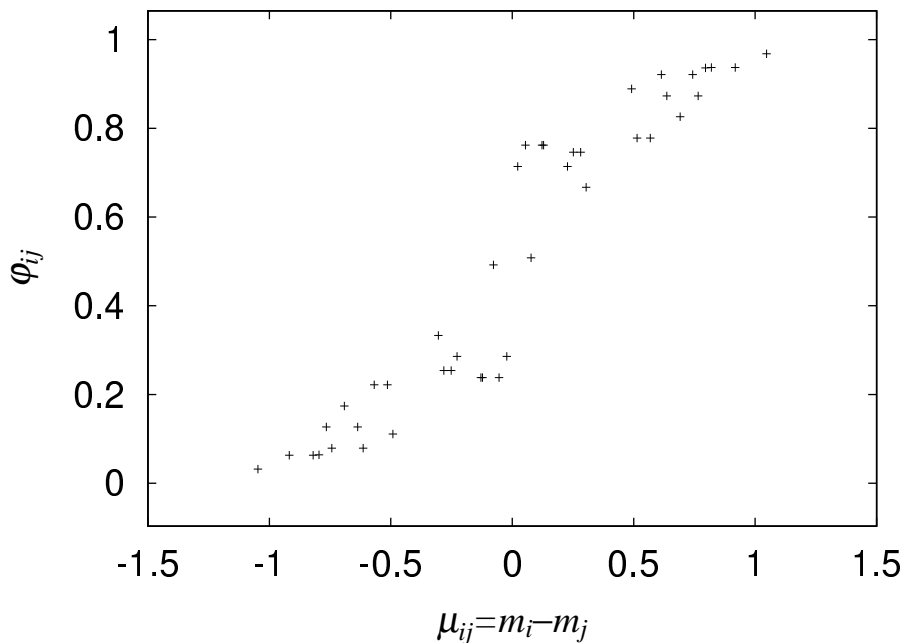


Fig. 6.9: Band function of selected panel

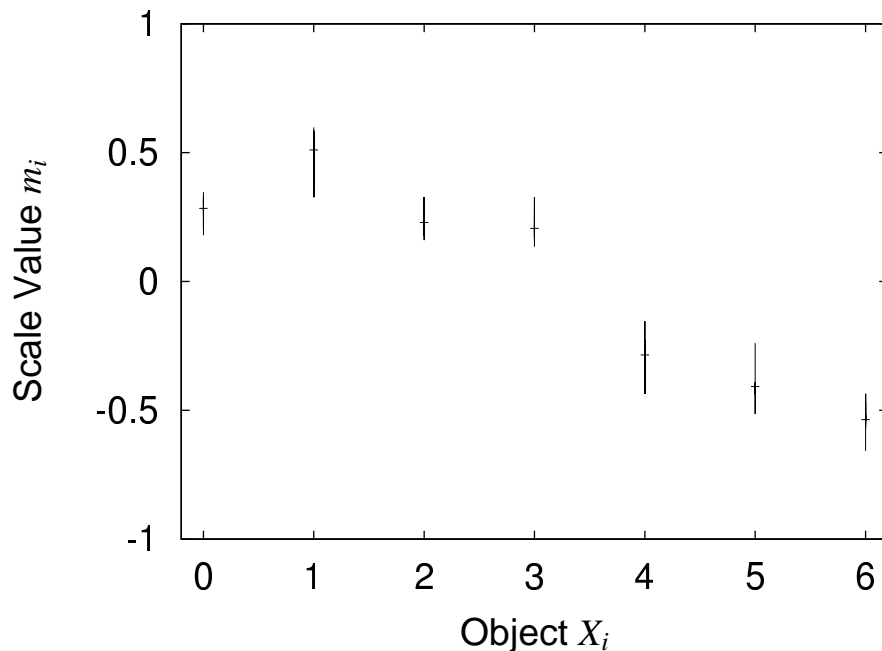


Fig. 6.10: Scaled value of likeness of pearl by selected panel

6.4 生きる力の測定

現在の学業成績や偏差値を重視した教育システムには、憂慮されるべき多くの問題が顕著になっている。そこで、文部科学省は、自ら学び自ら考える力などの「生きる力」を育む教育改革を行うことを求めている [31]。それを受けて現在「生きる力」をはぐくむ教育方法について盛んに論じられ、「生きる力」の尺度を明らかにすることを目的として研究がなされている [32][33]。

しかし「生きる力」を構成すると考えられる因子は被験者となる人物が置かれている状況によって大きく左右される。すなわち、小、中、高、大学生と学年が進むにつれ、「生きる力」の概念は変化し、構成する因子が変化する。同様に、一般社会における「生きる力」とスポーツ集団における「生きる力」も異なり、被験者の置かれている条件によって重要と考えられる因子は大きく異なる。以上を考慮し、本研究では特定の条件下での「生きる力」との関係性を明らかにし、各条件下でどのような因子を持てば「生きる力」があるといえるかを明らかにすることを目的とする。

そこで、BMPC法を用いて「生きる力」の尺度付けを行う手法について検討した [34][35]。まず、パネル検査能力評価法を用いることによって、「生きる力」を測るうえで適切な実験条件を明らかにすることを目的とする予備実験を行った。異なる二つの集団において「生きる力」の一对比較実験を行い、「生きる力」を構成する因子と、一对比較実験によって与えられた「生きる力」の尺度値との比較を行う。これによって、二つの集団において

それぞれ「生きる力」の因子のうち、どのようなものが重要視されているかを明らかにする。

6.4.1 生きる力の計測における適切な実験条件を明らかにするための予備実験

「生きる力」を評価しようと考えたときに、被験者に「生きる力」があるかないかは評価するパネルによって異なる可能性があるため、絶対的な評価を行うことは難しい。たとえば、「生きる力」の概念が同一のパネル同士でも「どこから生きる力があるのか」というしきい値は異なることが多い。したがって、選択法などの絶対的な判断を求める手法は適さない。一方で、二人の評価対象のうちどちらに生きる力があるかについては、「生きる力」の概念に大きな差異がなければ評価するパネルに依存することなく決定することができる。そこで、「生きる力」の評価方法として一対比較を用いることが望ましいと考えられる。

さて、このとき、検査手法としては一対比較法が望ましいが、その結果得られる間隔尺度が確かに「生きる力」なのかを判断しなければならない。一般に、実験者の意図が正しくパネルに伝わらなかった場合、パネルの判断にはばらつきが大きくなる。そこで、まず予備実験を行うことによってパネルの検査能力を調査し、一対比較による「生きる力」評価が可能であるかどうかの確認を行う。また、判断に社会的地位や人間関係などが悪影響をおよぼさないか確認を行い、パネルと評価対象がどのような人間関係にあればよりよい結果が得られるかを明らかにする。

実験目的

本実験では、「生きる力」を評価する一対比較実験において、「生きる力」の概念の統一性と、評価対象となる被験者と評価を行うパネルとの人間関係の影響を調査することを目的とする。これによって、一対比較による「生きる力」評価の妥当性と、実験に適したパネルと評価対象の人間関係を明らかにする。

実験条件

本実験は、大学における研究室のメンバを評価対象として行った。「生きる力」を評価するにはお互い同士をよく知っている必要があることを考慮に入れ、評価対象には同時にパネルとして一対比較によってお互い同士の評価を行ってもらった。なお、このとき「生きる力」について Table 6.6 を用いて説明を行った。

Table 6.6: Explanation of the life-ability

<p>生きる力とは</p> <ul style="list-style-type: none"> ・人間性 ・考える力 ・行動力 <p>の三つの要素からなると考えてください。 したがって、身体的能力（体力、筋力）や 社会的地位（学年）などは 評価基準として一切考慮しないで下さい</p>
--

実験結果

一対比較によって得られた結果を BMPC 法によって処理を行い、各評価対象の「生きる力」の尺度付けを行った。その結果、全パネルの回答を元に各評価対象に与えられた尺度値が Fig.6.11 である。このグラフでは横軸が評価対象の被験者ナンバを示し、縦軸が与えられた「生きる力」の尺度値を示していて、縦軸の上に行くほど「生きる力」があると判断されたことを示している。

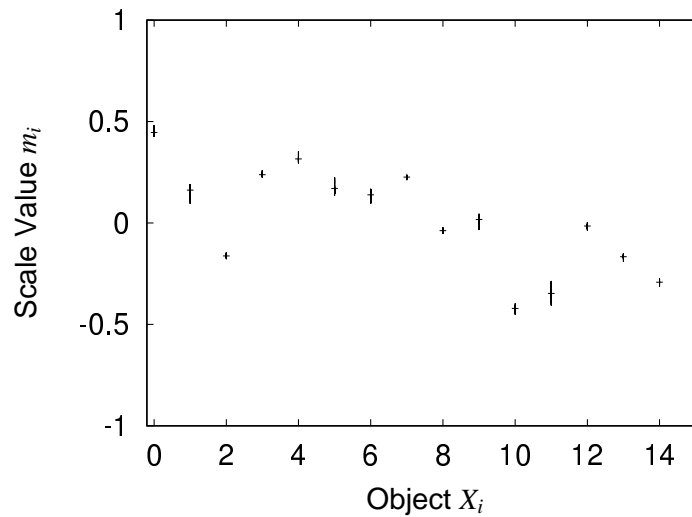


Fig. 6.11: Life-abilities of lab members

パネルの検査能力

パネル全体の判断特性関数を Fig.6.12 に示す。また、パネル全体の判断のばらつき、分解能の評価値を Table 6.7 に示す。これの評価値から、ばらつき、分解能ともに十分に小さく、信頼できる結果であることが分かった。

すなわち、「生きる力の評価」と言われた場合、信頼できる検査能力をもって、評価対象を評価することが可能であるといえる。

Table 6.7: Inspection abilities of panel

I_d	I_r
0.212	0.093

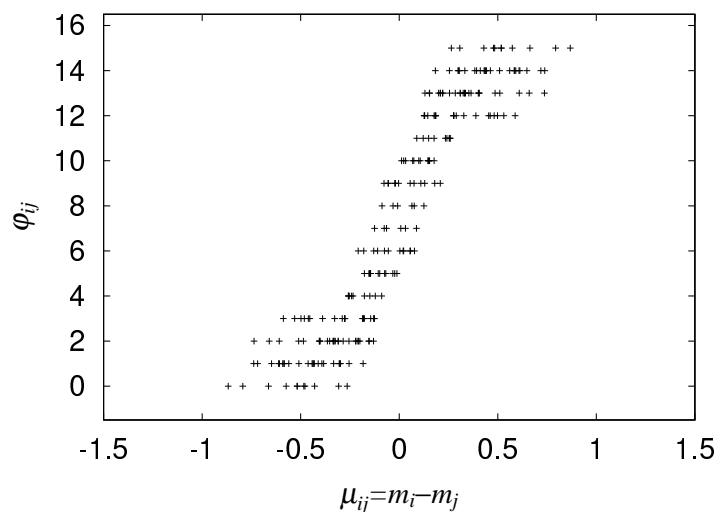


Fig. 6.12: Judgment charactoristic function of lab members

評価対象とパネルとの人間関係が実験に与える影響

次に、評価対象とパネルとの人間関係が検査能力に与える影響についてみる。

まず、評価対象、パネルをそれぞれ学年別に2つの集団に分ける。集団Aを最高学年(修士2年)の院生7名、集団Bをそれ以外の院生と学生の7名とした。このとき、それぞれの集団が、お互い同士を評価した場合の検査能力、判断のばらつき I_d と分解能 I_r を Table 6.8 に示す。

それぞれの集団がそれぞれの集団同士を比較した場合を見ると、どちらの場合も同程度の高い検査能力を持っていることがわかる。すなわち、自分が所属する集団については正

確に評価可能であるといえる。一方、集団 B が集団 A を比較した場合の検査能力は集団 A が集団 A を比較した場合に比べて著しく悪化している。集団 B が集団 A に対して下の学年であることを考えると、やはり上に立つ立場の人を評価は難しく、検査能力は低下してしまったと考えることができる。逆に、集団 A が集団 B を評価した場合と集団 B が集団 B を評価した場合にはほぼ同じ検査能力を示している。すなわち、上の立場のものは下の立場のものを正確に評価することができるといえる。

以上のことから、パネルと評価対象の社会的関係がパネルの検査能力に影響を与えることが明らかになった。特に、地位が下の者が上の者を評価するよりも、上の者が下の者を評価した方が良い結果が得られたということから、評価対象内に地位の上下が存在する場合は地位が上の者をパネルとする方がよい。

Table 6.8: Difference of panel's inspection abilities

	Panel Group A		Panel Group B	
	I_d	I_r	I_d	I_r
Sample Group A	0.216	0.193	0.427	0.533
Sample Group B	0.249	0.135	0.182	0.129

評価対象の学年の違いによる生きる力の評価結果の違い

同じ集団に所属しているもの同士が比較を行っている場合、集団内での地位が高い評価対象を高く評価してしまう傾向があることが危惧される。そこで、評価対象の学年の違いが生きる力にどの様に影響するかを調べるため、生きる力に与えられた尺度値と学年との間の相関を見る。Table 6.9 は各評価対象の学年と与えられた「生きる力」の尺度値を示したものである。ただし、学年は大学入学からの経過年数を示している。すなわち、5年は修士1年生を、6年は修士2年生を表わしている。

「生きる力」と学年との相関係数は、0.688 とかなりの相関が表われている。すなわち、高い学年の人物ほど「生きる力がある」と判断されてしまったといえる。これが、地位が上のものに対しての遠慮が原因か、実際に学年があがったことによって「生きる力」が増加したと判断されたのか、判断が難しい。したがって、実験を行う際は集団内での地位が同じようなメンバを選びだして評価対象とすることが望ましいと考えられる。

Table 6.9: Grade and Life-ability

grade	Life-ability	grade	Life-ability
6	0.421	5	-0.029
6	0.168	5	0.020
6	-0.136	5	-0.499
6	0.260	4	-0.353
6	0.284	4	-0.009
6	0.207	4	-0.163
6	0.127	4	-0.276
5	0.202	4	-0.224

結論

本実験によって「生きる力」の対比較実験に関して、以下のように考えることができる。

- 「生きる力」の概念に大きな差異はない
パネル全体が評価対象全体を評価した際、ばらつき、分解能双方の評価指数がそれほど大きくないことから、今回の集団の中では「生きる力」に対する概念はかなり一致していたと考えられる。
ただし、ばらつきの値が多少高めであるため、よりよい「生きる力」に対する説明を行う必要がある。
- パネルと評価対象の人間関係による影響
パネルと評価対象の間で集団内での地位に差がある場合、上の地位の人間を下の地位の人間が評価するのは難しい。一方で、上の地位の人間が下の地位の人間を評価する場合は特に問題が生じない。
- 評価対象同士の地位の影響
評価対象間に集団内での地位に差がある場合、その差が大きく影響する可能性がある。したがって、実際に実験を行う場合はできるだけ評価対象間に集団内での地位に差がないメンバを選ぶことが望ましい。

6.4.2 集団における生きる力の尺度因子変化の調査

「生きる力」を測る最終的な目的は、教育現場においていかにして「生きる力」を育む教育を行うかを明確にすることにある。これは、「生きる力」の因分析を行い、どのような能力を育てることによって「生きる力」を養うことができるかを明らかにすることに

よって実現される。一方で、「生きる力」の要因となる因子は社会生活を送る場面によって異なる。つまり、すべての社会的場面において共通する「生きる力」が存在するわけではなく、様々な状況下ごとに「生きる力」の要因が決定される。

そこで、「生きる力」の規定要因と考えられる因子と一対比較によって与えられた「生きる力」との関係を見ることによって、集団内での「生きる力」の規定要因を明らかにする。

実験内容

本実験では、二つの異なる集団に対して、「生きる力」を評価する一対比較実験を行った。なお、実験に際しては前章での実験を考慮し、一対比較における評価対象となる被験者は評価を行うパネルに対して集団内での地位が同じか低い者のみとした。

そのとき、Table 6.10 に示す「生きる力」の要因に関する調査票に回答してもらった。調査票の結果から、「生きる力」の規定要因の因子得点を求め、一対比較によって与えられた「生きる力」の尺度値との比較を行う。

実験対象は東京工業大学ソフトテニス部、および東京工業大学ボート部の二つの部であり、一対比較は、それぞれの部の部員がパネルとなり、同じ部の部員を評価対象として行った。

ソフトテニス部における実験では、パネルは1、2、3年生の部員14名、評価対象は1年生8名であり、ボート部においては、パネルは2、3年生の部員17名、評価対象は2年生12名である。

実験結果

二つの集団において行われた一対比較実験におけるパネルの検査能力を Table 6.11 に示す。ここから、両方の集団ともに十分な検査能力を持って一対比較を行ったことがわかる。すなわち、それぞれの集団内での「生きる力」の概念は一致したものであったといえ、今回の実験の信頼性は十分高いといえる。

Table 6.11: Inspection abilities of panels

	I_d	I_r
Tennis circle	0.124	0.112
Boat circle	0.166	0.124

それぞれの集団において、一対比較によって各評価対象に与えられた「生きる力」の尺度値と調査票から得られた各因子得点との関係を調べる。

テニス部におけるリーダーシップ能力得点尺度値との関係を Fig 6.13, ボート部におけるリーダーシップ能力と尺度値との関係を Fig 6.14 に示す。このとき、それぞれの相関

Table 6.10: Factors of life-ability

親和性	<ul style="list-style-type: none"> ・どんな内容のことでも本音で話し合える人がいる ・困ったときに気軽に相談できる人がいる ・親身になって相談に乗ってくれる人がいる 	肯定的思考	<ul style="list-style-type: none"> ・何かに失敗したときにすぐ自分はダメな人間だと思ってしまう ・困ったときでも「なんとかなるだろう」と楽観的に考えるほうだ ・嫌なことがあっても、いつまでもくよくよと考えない
柔軟性	<ul style="list-style-type: none"> ・手に入れた情報を使って、より価値の高いもの(資料など)を生み出せる ・多くの情報をもとに自分の考えをまとめることができる ・問題が起こったとき、幅広く解決の糸口を見出すことができる ・世間での一般常識や既成概念に捕らわれないで柔軟な発想ができる 	礼儀作法	<ul style="list-style-type: none"> ・年上の人に対しては敬語を使っている ・目上の人の前では礼儀正しく振る舞っている ・初対面の人に対しては言葉遣いなどに気を配る
計画性	<ul style="list-style-type: none"> ・課題が出ると、提出期限を自ら決めるなどの工夫をしてやる気を引き出す ・先を見通して計画を立てることができる ・やらなければならないことを先延ばしにしてしまう ・大きい目標を達成するためには毎日こつこつと努力するほうだ 	自己有能感	<ul style="list-style-type: none"> ・自分のことが好きである ・自分の今までの人生に満足している ・自分の言動に対して自信を持っている
共感性	<ul style="list-style-type: none"> ・悲しくて泣いている人を見ると、自分も悲しい気持ちになる ・困っている人をみると援助をしてあげたくなる ・他人の幸せを自分のことのように感じることができる 	思いやり	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の行為が他人の迷惑にならないように気を配っている ・何事も相手の立場に立って考える ・相手が不快に思うようなことはいわない
リーダー性	<ul style="list-style-type: none"> ・集団で行動するとき先頭に立ってみんなを引っ張っていくことができる ・自分が行動を起こすことによって、周りの人を動かすことができる ・話し合いのときにみんなの意見を一つにまとめることができる 	向上心	<ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな勉強や経験をして多くの知識を吸収したいと思う ・困難に思われることでも、逃げずに向かっていけば必ず道は開けると思う ・どんな経験でも自分にとって無駄になることはないと思う
		社交性	<ul style="list-style-type: none"> ・「ごめんなさい」や「ありがとう」の気持ちを自然に表現できる ・「こんにちは」などの日常的な挨拶が自然にできる ・嬉しいことや悲しいことがあっても、喜怒哀楽の感情を表さないほうだ

係数は0.928, 0.789である。ここから、どちらの集団でも「リーダーシップ能力」が「生きる力」と高い相関関係をもっているといえる。これは、どちらの集団も運動部であるということから、リーダーシップを発揮できる人物が望まれているためであると考えられる。

同様にすべての因子に対して「生きる力」の尺度値との相関係数を求めたものを Table 6.12 に示す。また、それぞれの集団における因子得点との相関係数を Fig.6.15, Fig.6.16 に示す。

テニス部においては「計画性」「共感性」「思いやり」「社交性」といった因子が「生きる力」と相関があることを示しているのに対し、ボート部においてはほとんど相関が見られない。逆に、「肯定的思考」に関しては、ボート部では「生きる力」と相関があるのに対して、テニス部では相関は見られない。すなわち、テニス部においては「リーダーシップ能力」「計画性」「共感性」「思いやり」「社交性」といった因子が「生きる力」を規定しているのに対して、ボート部では「リーダーシップ能力」や「肯定的思考」が「生きる力」を規定する因子と捉えられていることがわかる。

以上のように、「生きる力」の規定要因は集団によって異なることが確認された。このような違いは、集団の違いによるものであると考えられる。このような集団ごとの「生きる力」の規定要因を明らかにすることによって、効率よく「生きる力」を養う教育を行うことができるようになると期待される。

Table 6.12: Correlation between scale value of life-ability and factors score

因子	相関係数	
	テニス部	ボート部
親和性得点	0.267	-0.385
柔軟性得点	0.303	0.128
計画性得点	0.417	0.176
共感性得点	0.589	-0.017
リーダーシップ能力得点	0.928	0.789
肯定的思考得点	0.112	0.512
礼儀作法得点	-0.122	0.269
自己有能感得点	0.276	0.288
思いやり得点	0.442	0.252
向上心得点	0.249	-0.125
社交性得点	0.589	0.155

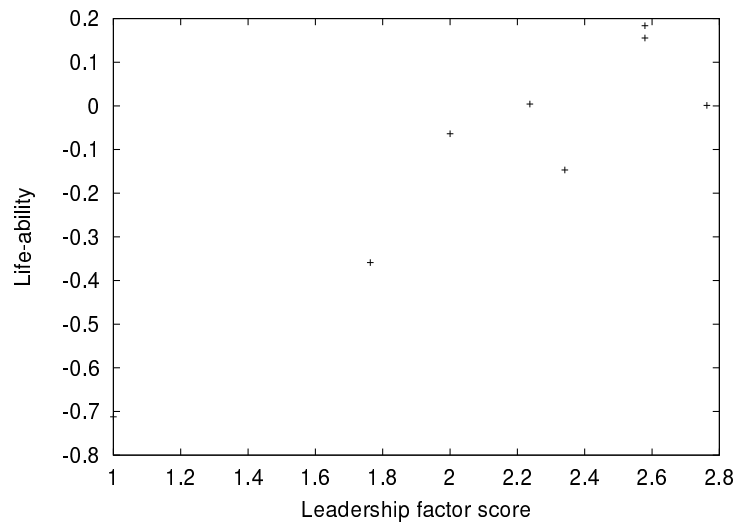


Fig. 6.13: Relation between leadership factor score and life-ability(Tennis circle)

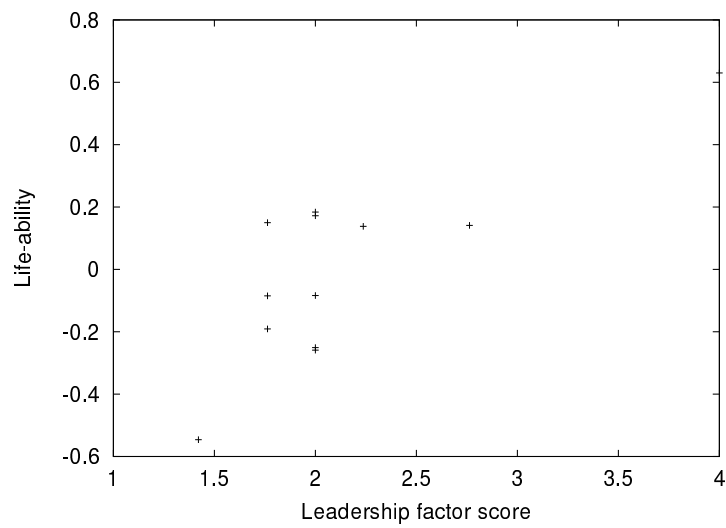


Fig. 6.14: Relation between leadership factor score and life-ability(Boat circle)

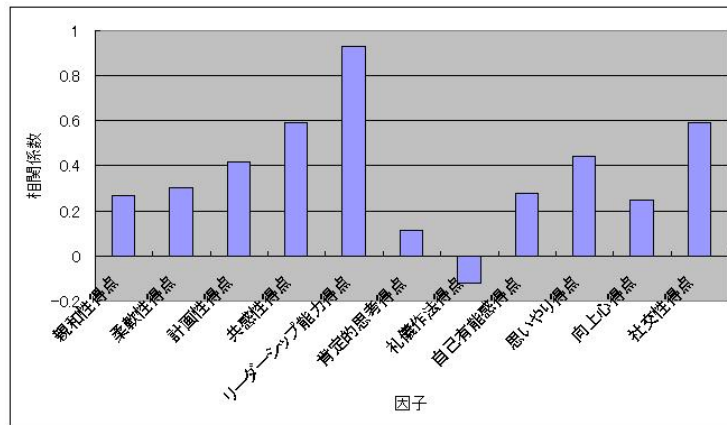


Fig. 6.15: Correlation between scale value of life-ability and factors score (Tennis circle)

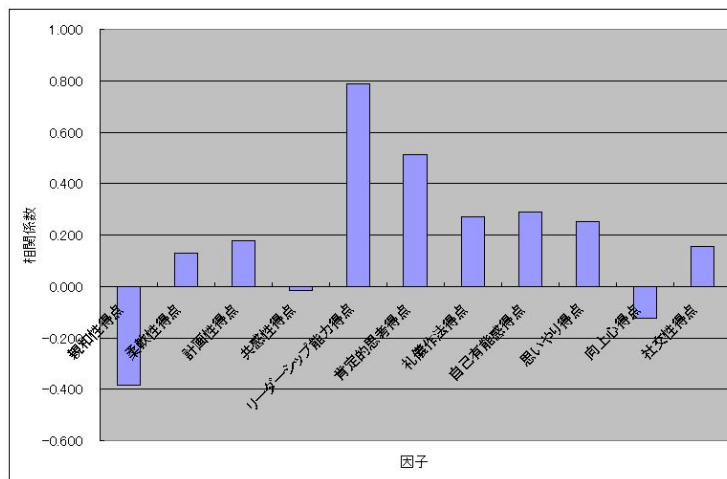


Fig. 6.16: Correlation between scale value of life-ability and factors score (Boat circle)

6.5 まとめ

以上、「色の彩度比較実験」「真珠らしさの比較実験」および「生きる力測定」の三つの実験に対し、BMPC法および、検査能力評価方法を用いて実験を行った。

彩度判定実験では、パネルへの適切な説明方法を明らかにするための予備実験に検査能力評価を取り入れる方法について述べた。これによって、適切な実験条件を容易に明らかにできることを確認した。その結果、彩度の概念を正しく持つためには、図と文章によって説明することが望ましいことが明らかとなった。今後彩度判定実験を行う際には、図と文章の双方を用いてパネルに説明を行うことによって、彩度に対する正しい理解が得られ、実験の信頼性が向上すると期待される。

次に、真珠らしさの判定実験においては、実験に不適切なパネルの排除方法について述

べた。官能検査においては、実験者が求めたい刺激に対して十分な知識を持たないパネルは、パネルとして相応しくない。真珠らしさの判定実験では、真珠らしさの概念がはっきりしていない男性で真珠を見ずに判断を行ったパネルを排除することによって、「真珠らしさ」についてはっきりとした概念を持ったパネルによる「真珠らしさの」の尺度を得ることに成功した。

最後に、「生きる力」の測定実験を行い、実験を行ううえで適切なパネルと評価対象との人間関係を明らかにした。「生きる力」を一对比較する上で、パネルと評価対象との社会的地位や人間関係が大きく影響すると考えられる。どのような人間関係間で実験を行えば、より精度の高い実験を行えるかを検査能力評価を用いることによって明らかにした。その結果、パネルは評価対象よりも社会的地位が高い方が望ましく、評価対象間では地位に差がない方がよいということが明らかになった。

このように、検査能力評価の利用方法は多種にわたる。実際に実験を行った場合、パネルの検査能力は常に把握し、分析することによって官能検査実験の精度、信頼度を向上させることが可能である。

第7章 結言

7.1 本論文のまとめ

本研究では、BMPC法における処理アルゴリズムの高精度化と一対比較実験におけるパネルの検査能力評価について研究を行った。

第1部 BMPC法における処理アルゴリズムの高度化

帯幅の変化を考慮した帯関数モデル型一対比較法のアルゴリズム

第2章では、連立不等式を生成する際に帯関数の帯幅の変化を考慮することによって、これまでは信頼に値しないと考え排除していた不等式の中にも信頼できる不等式が存在することを確認した。このような不等式を連立不等式に追加することによって、より精度の高い解領域を得る手法について述べ、シミュレーションによって確認を行った。その結果、これまで信頼性がないと判断され排除されていた不等式の中から信頼できる不等式を取り出し、解領域に加えることによってより精度の高い尺度値が得られていることを確認した。

探索ベクトルを用いた連立不等式解法の高速度化

第3章で、連立不等式を解く上での計算量の問題についての考察を行った。BMPC法では、矛盾する不等式が連立不等式に含まれる可能性があることから、逐次更新法によって連立不等式を解くことになる。このとき、逐次更新法では領域更新時にあらたな端点を作成するために、凸多面体の隣接端点、BMPC法における隣接稜ベクトル探索を行う必要がある。この隣接稜ベクトル探索には非常に多くの計算が必要であることが知られている。さらに、作られた稜ベクトルのほとんどは最終的な解領域を構成しない、計算上あらわれる副産物にすぎないこともまた知られている。そこで、このような無駄な隣接稜ベクトル探索を行うことなく解領域を更新していく「探索ベクトル法」の提案を行った。「探索ベクトル法」では、「領域内の一点が求めれば、領域全体は容易に求めることができる」という特徴に着目し探索ベクトルを利用して、最終的な解領域内の空間を探す手法である。この探索ベクトル法によって高速に連立不等式を解くことが可能であることを最悪計算量の観点から明らかにし、またシミュレーションによってその効果の確認を行った。その結果、これまでは処理に時間がかかりすぎるため、解くことが困難であった試料数11以上の一対比較表でも1分以内に処理可能であることを確認した。

実験時におけるパネル負担軽減のための逐次的比較法

第4章において、一対比較実験時に比較を行う対を効率よく選んでいくことによって比較回数を減らすことのできる、逐次的比較法を提案した。この手法は、一対比較法全体の問題である比較回数の多さを軽減することも目的とする。本手法では、解領域を更新しない、すなわち解領域を作る上で冗長な情報しか持たないような不等式を作る比較を避けながら一対比較実験を行うことによって情報量を落とすことなく比較回数だけを減らすことを可能とする。また、シミュレーションによって効果の確認を行い、逐次的比較法を用いることによって比較回数を20~50%減少させ解領域を得ることが可能であることを確認した。これによって、大規模な一対比較実験を行う場合でも、被験者へ与える負担を軽減することが可能となる。

第2部 帯関数モデルによるパネルの検査能力評価への応用

第2部では被験者の検査能力評価とその応用実験を行った。

帯関数を用いたパネルの検査能力評価

BMPC法においては、被験者の判断特性関数として、必要最小限のモデルしか使っていない。そのため、実験によって各試料に与えるべき間隔尺度が明らかになれば、そこから逆に、被験者がどのような判断特性を持って比較判断を行ったのかをあきらかにすることができる。この被験者の判断特性は帯関数として表れるため、帯関数を分析することによってその判断特性関数を求めることが可能である。

そこで、第5章では、一般に官能検査を行ううえで被験者に求められる3つ能力、判断の安定性、判断の妥当性、識別能力のうち、判断の安定性に対応する「判断のばらつき」の評価指数、および識別能力に対応する「分解能」の二つの指標を提案した。さらに、シミュレーションによりこれら二つの評価指数が十分パネルの検査能力を評価しうるものであることを確認した。

具体的な問題への適用

第6章では、第5章で提案された評価指数を一対比較実験の応用例を示し、より精度が高く信頼性の高い実験を行うことを明らかにした。

彩度比較実験においては、検査能力評価法を予備実験に適用することによって、本実験を行う際にパネルにどのような説明を行えば、彩度について十分な知識を与えることができるかを明らかにできることを確認した。このような予備実験は他の実験においても積極的に利用すべきであり、本実験においてパネルが求めたい刺激に対して理解がない、という失敗を避けることができる。

真珠らしさの比較実験においては、未知の尺度である「真珠らしさ」に間隔尺度を与え

ることを目的とした実験である。この実験で検査能力評価を行うことによって、「真珠らしさ」に対して十分な理解のないパネルを明らかにして、そのパネルを排除することによって精度の高い解を得ることが可能なことを明らかにした。本来であれば、予備実験によってあらかじめこのようなパネルは排除しておきたい。しかしながら、未知の尺度である「真珠らしさ」の比較に対しては、彩度判定実験のときのような予備実験を行うことはできない。そこで、検査能力評価を本実験を行ったパネルに対して行うことによってそのパネルに十分な検査能力があるかどうかを確認した。これによって、検査能力がないパネルを排除することに成功した。あらかじめパネルに十分な検査能力を与えることが困難な場合には、このような処理によって実験参加者の中から、不適切な者を排除することも官能検査実験においては重要な作業である。この作業を検査能力評価を用いればより簡単に行うことができるようになることを今回の実験は示唆している。

最後に、「生きる力の測定」実験にBMPC法を用いた。この実験では、予備実験によって適切なパネルを選ぶとともに、本実験において十分な検査能力があるかどうかを確認し、実験の信頼性を考慮した。このように、検査能力評価は実験自体の信頼性を示すパラメータとして利用することも可能である。もし、信頼性がない実験であれば、その結果を用いて分析を行っても、正しい分析結果を得ることはできない。今回は、予備実験に検査能力評価によって生きる力の比較判断実験を一对比較によっておこなえることを確認し、同時に実験に適した実験条件を明らかにした。これによって、本実験の信頼性が向上し、「生きる力」の尺度因子分析の結果は信頼できるものであることが保証された。

以上、BMPC法における処理アルゴリズムの高精度化、およびパネルの検査能力評価、二つの観点から研究を行った。その結果、提案された手法を取り入れることによって、高精度な解を高速に求めることができるようになり、またパネルの負担を軽減させるとともに、パネルの評価や実験の評価などを容易に行えるようになった。

7.2 今後の課題と展望

今後の課題

計算誤差のない探索ベクトル法のプログラム作成

現在探索ベクトル法を用いるときに利用されているプログラムでは、計算誤差が生じてしまうため、得られる解領域が稜ベクトル法によって得られるものと異なるものになることがある。現状でも、十分稜ベクトル法に近い解領域を得ることは可能であるが、本来探索ベクトル法と稜ベクトル法との解は一致するはずであることから、より精度を高めるためにも、計算誤差の影響がないようアルゴリズムの改良が求められる。

帯関数の導出法の検討

帯関数は $f_u(\mu)$, $f_d(\mu)$ によって表わされる連続関数であるのに対して、実験によって得られる値は離散的なものとなる。このように離散的に得られた値からどのように連続的な関数 $f_u(\mu)$, $f_d(\mu)$ を求めるかが問題となる。今回は、離散点を直線によって結ぶ手法によって $f_u(\mu)$, $f_d(\mu)$ を推定しているが、特に試料数が少ない実験に関しては離散化誤差の影響が無視できない可能性がある。

現在までに、離散的な点集合から帯関数を推定する手法としては、膨張操作による手法 [23] や、今回用いた直線による補間 [20] などがある。

しかしながら、いずれの手法にも問題点が存在し、帯関数を精密に導出する手法は確立していない。そのため検査能力の評価指数には実際の検査能力に対して誤差が生じる可能性がある。

そこで、より正確な帯関数を導出する方法を提案することが今後の課題である。

帯関数の解析

本論文では、パネルの検査能力の評価指数としては「判断のばらつき」と「分解能」の二つの指標を提案したが、帯関数にはさらに多くの情報が含まれている。

今回は順序効果がある場合については特に言及しなかったが、順序効果がある場合、順序効果は帯関数の φ 軸方向のずれとして表われる。この φ 軸方向のずれを評価指数とすることによって「順序効果」の大小を示すことが可能となると考えられる。

また、そのほか、「飽和閾」「鋭敏さ」といった能力を帯関数から求めることができると考えられる。

このように、帯関数に含まれる情報を明確に数値化し、より多くの評価指数を提案することが今後の課題の一つである。

今後の展望

官能検査実験への BMPC 法の利用

近年、産業界では機械中心の設計から人間中心の設計を、という動きが盛んになっている。特に、高齢化社会に備え、ユーザビリティを考慮した製品の開発が望まれている。このような状況で、人間の感性によって商品の使いやすさを評価する必要性が高まっている。

ユーザビリティを評価するに当たって、専門家による評価方法も存在するが、実際に一般ユーザによる評価の方がよりユーザの要求に即した製品開発に役立つと考えられる。このとき、一般ユーザは専門家ではないために高度な技術や知識が要求される評価手法を用いることは出来ない。そのため、一般ユーザであっても比較的容易に可能な一対比較法が検査手法として適していると考えられる。

このとき、検査を行ったパネルに十分な検査能力があったのか、あるいは、実際にユー

ザが行った検査が信頼に足りうるのか、などを検査することが重要になる。ここで、今回提案した検査能力評価法を利用することによって、よりよい結果を得ることができ、結果としてよりよい商品開発に役立てることが可能であると考えられる。

矛盾を含む連立不等式解法の応用

BMPC法における解領域の導出は、多次元空間内の凸多面体の端点列挙問題に対応する。凸多面体の端点列挙問題にはいくつか優れた手法が提案されているが、それらの手法は凸多面体が一意に定まる場合において利用可能な手法である。

それに対して、BMPC法では矛盾する不等式を逐次的に排除しながら解領域を求めていく必要があるため、一般的な凸多面体の端点列挙のためのアルゴリズムではなく、矛盾する不等式が含まれる連立不等式によって作られる凸多面体の端点列挙問題を解くアルゴリズム、すなわち探索ベクトル法(第3章)が提案された。

探索ベクトル法は、汎用性に優れた手法であり、一般的な矛盾を含んだ連立不等式解法への応用も可能である。そこで、BMPC法以外の手法における矛盾を含む連立一次不等式解法へ探索ベクトル法を適用することによって、より簡便かつ高速に連立一次不等式を解くことができるようになると期待される。

謝辞

本研究を行うに際し、6年間にわたりご指導いただきました東京工業大学機械制御システム専攻小林彬教授に深く感謝の意を表します。先生には、研究内容についてはもちろんのこと、研究の進め方や研究者としての考え方など様々な面でご指導いただきました。

東京工業大学 人間行動システム専攻 石井源信教授、島本好平君には「生きる力測定実験」における様々な面でアドバイス、およびご協力いただきました。ありがとうございます。また、同実験にご協力いただいた、東京工業大学ボート部およびソフトテニス部のメンバの方々にも感謝致します。

関西学院大学 長田典子先生、広島国際大学 井口征士先生には、「真珠らしさの判定実験」における一対比較データをいただき、感謝致します。

大山真司助教授、高山潤也助手をはじめとする、小林大山研究室のみなさんには6年間にわたる研究生活を公私双方の面からお世話になりました。特に、研究の性質上実験を行う際に多くの負担を皆様にお掛けしましたが、お忙しい中ご協力いただき本当にありがとうございました。

研究活動を行ううえで何かとお世話になりました遠藤 由紀 元事務官、山崎 明子 元事務官、石川 寛子 事務官に感謝致します。

最後に、学生生活を送るに当りお世話になりましたことを、制御システム工学科はもとより東京工業大学の諸先生方に感謝致します。

参考文献

- [1] 日科技連官能検査委員会:官能検査ハンドブック. 日科技連出版社 (1973)
- [2] 小林:計測におけるあいまいさの問題: 計測と制御 22-1, 17/23, (1983)
- [3] 森村 他:先端センシング技術: 計測自動制御学会 (1988)
- [4] 電気学会編.あいまいとファジィ-その計測と制御-:オーム社 (1991)
- [5] 佐藤,川島,丸山:清酒の味覚に関する研究 (第3報) 甘辛さと濃さに関する重回帰式. 醸協,69-11,774/777(1974)
- [6] 坂本:帯関数モデル形一対比較法に関する研究. 東京工業大学 理工学研究科 制御工学専攻 博士論文 (1984)
- [7] 小林,坂本:帯関数モデル形一対比較法のための数値処理法とその解領域. 計測自動制御学会論文集, 18-4,377/384(1982)
- [8] 田中:講座心理学 2 計量心理学:東京大学出版会 (1969)
- [9] 増山,小林:センソリーエバリュエーション:垣内出版株式会社 (1989)
- [10] Thurstone, L.L.: A law of comparative judgment, Psychol, rev., Vol.35(1927), pp.273-286
- [11] Scheffè:An analysis of variance for paired comparisons, Jour.Am.Stat.Ass., Vol.47(1952), pp.381-400
- [12] H.Gulliksen: A least Squares solution for Paired Comparison with Imcomplete Data, Psychometrika, 21 125/134(1956)
- [13] NAGASAWA: PROPOSAL OF “THE CYCLIC PAIRED COMPARISON”. Kansei Engineering International Vol.3 No.4 pp.37-42(2002)
- [14] D.Avis and K.Fukuda:A Reverse searchfor enumeration. Discrete Applied Mathematics, 65,21/46(1996)
- [15] Toriumi,Takayama,Ohyama,Kobayashi: Search Vector Algorithm for BMPC method: Proceedings of 2003 International Conference on Control, Automation and Systems(ICCAS2003), (2003-10)

- [16] 鳥海, 大山, 小林: BMPC 法における矛盾不等式排除方法と高速化処理アルゴリズム. 第 38 回 SICE 学術講演会, 639/640 (1999-08)
- [17] 鳥海, 曹, 大山, 小林: BMPC 法における解領域と解領域更新新アルゴリズム. 計測自動制御学会論文集, 2001 年 37 巻 9 号 886-892
- [18] Toriumi, Takayama, Ohyama, Kobayashi: New Sequential Paired Comparison Method to Decrease Number of Comparison Using BMPC Method: 2002 International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2002), 1517-1520 (2002-10)
- [19] 鳥海, 高山, 大山, 小林: 逐次比較による一対比較法処理, 第 19 回センシングフォーラム, 169/173 (2002-10)
- [20] 鳥海, 高山, 大山, 小林: 帯関数を用いたパネルの比較判別能力の分析. 計測自動制御学会論文集, 39-8 709/716 (2003)
- [21] 鳥海, 高山, 大山, 小林: 帯関数を用いたパネルの検査能力評価, 第四回日本感性工学大会, 202 (2002-09)
- [22] 鳥海, 高山, 大山, 小林: 帯関数を用いたパネルの識別能力分析, 第 18 回センシングフォーラム, 19/23 (2001-10)
- [23] 小林, 坂本: 順序効果がある一対比較結果の処理. 計測自動制御学会論文集, 21-8, 771/777 (1985)
- [24] ギルホード, J.P. 秋重義治監訳 (1959) 精神測定法, 倍風館
- [25] Toriumi, Ohyama, Kobayashi: Taste Gradation of Sake Using Band Function Model Paired Comparison Method, The 17th Sensor Symposium 2000, 279/282 (2000-05)
- [26] 鳥海, 大山, 小林: BMPC 法における評価関数を用いた被験者の選別. 第 39 回 SICE 学術講演会, 202A-3 (2000-07)
- [27] 鳥海, 大山, 小林: 帯関数モデルの帯幅の変化を考慮した BMPC 法の解析, 第 17 回センシングフォーラム, 19/23, (2000-10)
- [28] 鳥海, 高山, 大山, 小林: BMPC 法を用いた被験者の個人差分析, 第 39 回 SICE 学術講演会, CD-ROM: 302 C-5 (2001-07)
- [29] Toriumi, Takayama, Ohyama, Kobayashi: Analysis of Individual Differences of Examinee Using BMPC Method: 2001 International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2001), I-SP05-6 (2001-10)
- [30] 長田, 宇佐見, 眞鍋, 井口: 品質評価のためのビジュアルシミュレーションによる真珠の表現. 電子情報通信学会論文誌, D-11 Vol. J80-D-11 No.1 pp206-214 (1997)

- [31] 21世紀を展望したわが国の教育の在り方について・第15期中央教育審議会第一次答申：文部時報 8月臨時増刊号(平成8年)第1437号
- [32] 橘, 平野:生きる力を構成する指標. 野外教育研究 4-2:11-16.
- [33] 島本:“生きる力”の規定要因に関する研究(第1報) “生きる力”の測定尺度構成へ向けての予備的調査 . 日本スポーツ心理学会第29回大会研究発表抄録集, 183/184 (2002)
- [34] 鳥海, 高山, 大山, 小林:生きる力の計測, 第20回センシングフォーラム, 377/382 (2003-09)
- [35] 鳥海, 高山, 大山, 小林:生きる力の尺度付け, 第5回日本感性工学会大会, C-03 (2003-10)
- [36] 伏見正則:乱数 東京大学出版

主な業績

学術論文

1. 鳥海, 高山, 大山, 小林:帯関数を用いたパネルの比較判別能力の分析. 計測自動制御学会論文集, 2003年 39巻 8号 709-716
2. 鳥海, 曹, 大山, 小林:BMPC法における解領域と解領域更新新アルゴリズム. 計測自動制御学会論文集, 2001年 37巻 9号 886-892

海外発表

1. Toriumi, Takayama, Ohyama, Kobayashi: Search Vector Algorithm for BMPC method: Proceedings of 2003 International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2003), (2003-10)
2. Toriumi, Takayama, Ohyama, Kobayashi: New Sequential Paired Comparison Method to Decrease Number of Comparison Using BMPC Method: 2002 International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2002), 1517-1520 (2002-10)
3. Toriumi, Takayama, Ohyama, Kobayashi: Analysis of Individual Differences of Examinee Using BMPC Method: 2001 International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2001), I-SP05-6 (2001-10)

国内学会発表

1. 鳥海, 高山, 大山, 小林:生きる力の尺度付け, 第5回日本感性工学会大会, C-03 (2003-10)
2. 鳥海, 高山, 大山, 小林:生きる力の計測, 第20回センシングフォーラム, 377/382 (2003-09)
3. 鳥海, 高山, 大山, 小林:逐次比較による一対比較法処理, 第19回センシングフォーラム, 169/173 (2002-10)
4. 鳥海, 高山, 大山, 小林:帯関数を用いたパネルの検査能力評価, 第四回日本感性工学会大会, 202 (2002-09)
5. F. Toriumi, J. Takayama, S. Ohyama and A. Kobayashi: New method for incomplete paired comparison using the BMPC method, SICE Annual Conference 2002, 2141/2143 (2002-08)

6. 鳥海, 高山, 大山, 小林: 帯関数を用いたパネルの識別能力分析, 第18回センシングフォーラム, 19/23 (2001-10)
7. 鳥海, 高山, 大山, 小林: BMPC法を用いた被験者の個人差分析, 第39回SICE学術講演会, CD-ROM: 302 C-5 (2001-07)
8. 鳥海, 大山, 小林: 帯関数モデルの帯幅の変化を考慮したBMPC法の解析, 第17回センシングフォーラム, 19/23, (2000-10)
9. 鳥海, 大山, 小林: BMPC法における評価関数を用いた被験者の選別. 第39回SICE学術講演会, 202A-3 (2000-07)
10. Toriumi, Ohyama, Kobayashi: Taste Gradation of Sake Using Band Function Model Paired Comparison Method, The 17th Sensor Symposium 2000, 279/282 (2000-05)
11. 鳥海, 大山, 小林: 帯関数モデル型一対比較法における矛盾不等式の処理法, 第16回センシングフォーラム, 39/43 (1999-10)
12. 鳥海, 大山, 小林: BMPC法における矛盾不等式排除方法と高速化処理アルゴリズム. 第38回SICE学術講演会, 639/640 (1999-08)

学会賞

2003年9月 第19回センシングフォーラム研究: 技術奨励賞 (計測部門研究・技術奨励賞)

付録A モンテカルロ法による解領域の 広さ評価

A.1 モンテカルロ法

モンテカルロ法とは、乱数を用いたシミュレーションを何度も行なうことにより近似解を求める計算手法である。主に、解析的に解を求めることが困難な問題に対して、近似的に解を求めるために用いられる。

A.2 解領域の広さ

BMPC法の解領域は、 N 次元空間内の凸多面錐内の原点からの距離が1である点の集合として表われる。(Fig.A.1 参照)

したがって、原点からの距離が1の超球上で解領域が占める割合を求めることによって、解領域の大きさを把握することが可能である。

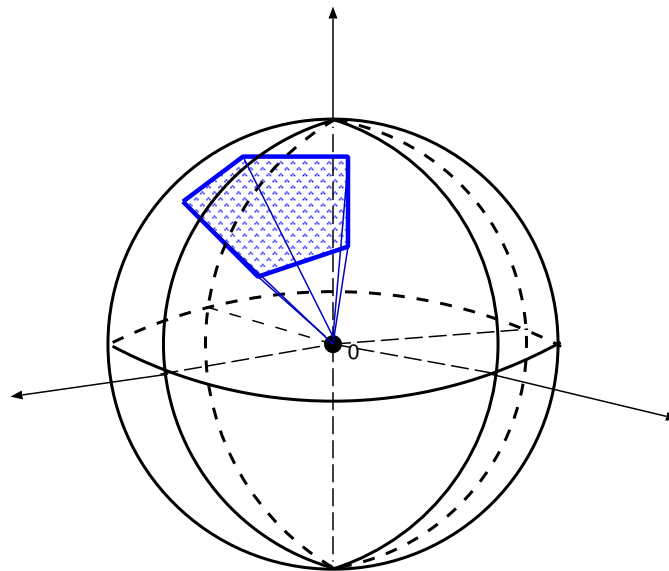


Fig. A.1: Solution domain image on hypersphere

A.3 モンテカルロ法による解領域の広さ評価

モンテカルロ法によって解領域の広さを評価するためには、まず、 N 次元空間内の超球上にランダムに点を配置していく。そのうち解領域を満たす領域に存在した点の割合を求めることによって、解領域の広さを評価可能である。

そこで、まず超球上にランダムに配置された点を求める。 Z_0, Z_1, \dots, Z_{N-1} を正規乱数とすると、

$$\zeta = \left(\frac{Z_0}{R}, \frac{Z_1}{R}, \dots, \frac{Z_{N-1}}{R} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$R = \sqrt{Z_0^2 + Z_1^2 + \dots + Z_{N-1}^2} \quad (\text{A.2})$$

によって与えられる点 ζ は超球上にランダムに配置されることが知られている [36]。

そこで、 $N-1$ の正規乱数を発生させ、式 (A.1) に従って超球上にランダムな点を発生させ、その点が解領域の内部点に当てはまるかどうかを判定する。発生させたランダムな点数を T 、解領域内に存在したランダムな点数を t とすれば、解領域の広さ S_p は、

$$S_p = \frac{t}{T} \quad (\text{A.3})$$

によって与えられる。

付録B 人工データの作成方法

まず尺度値 $m_i (i = 0, 1, \dots, N - 1)$ を

$$0 < m_i < 1 \quad (\text{B.1})$$

の範囲でランダムに決定する。次に、パネルの判断特性関数を

$$f_n(x) = |x|^t \cdot \text{sgn}(x) \quad (\text{B.2})$$

$$t > 0 \quad (\text{B.3})$$

とする。Fig.B.1 に $t = 2.3$ のときの f_n を示す。

このようにして決定した $f_n(x)$ を利用して、二つの試料を比較したときのパネルの判断 φ_{ij} を以下の式にしたがって決定した。

$$\varphi_{ij} = w * \sqrt{-2 \log r_1} * \cos(2\pi r_2) + f_n(m_i - m_j) \quad (\text{B.4})$$

r_1, r_2 : 一様乱数

w : 適当に定めた帯幅

すなわち、Box-Muller 法によって平均 $f_n(m_i - m_j)$ 、分散が w の正規乱数を作成し、それをパネルの判断としている。

すべての比較対に対してこの作業を行い、一対比較表を作成する。ただし、これでは φ_{ij} の大きさが一対比較表によって変化してしまうため、最大値 1、最小値 0 となるように規格化する。

Table B.1 に試料数が 5 の場合の一対比較表の例を示す。

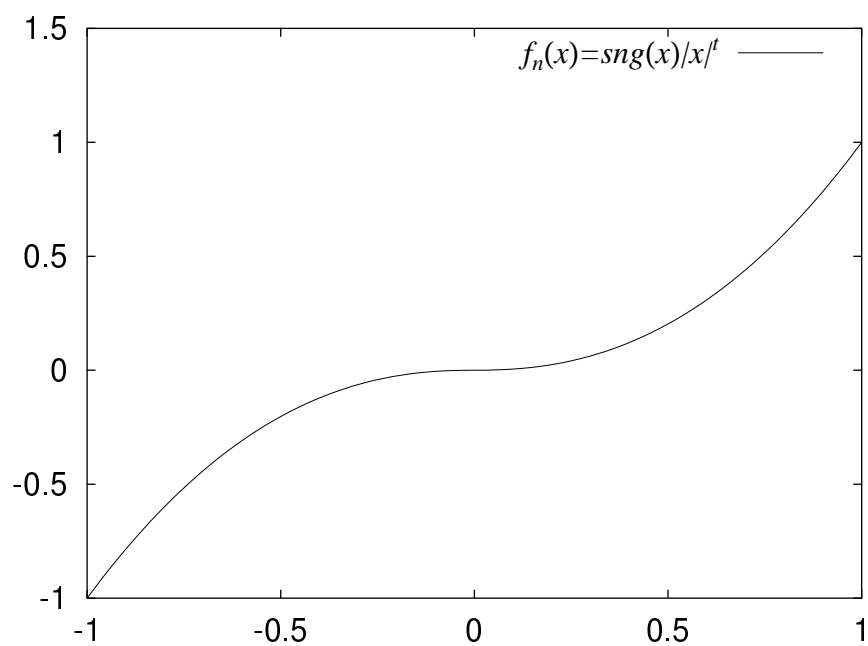
Fig. B.1: Sample of $f_n(x)$

Table B.1: Paired comparison table for simulation

$i \setminus j$	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
X_0	0.500	0.465	0.350	0.000	0.348
X_1	0.535	0.500	0.227	0.032	0.280
X_2	0.650	0.773	0.500	0.382	0.300
X_3	1.000	0.968	0.618	0.500	0.389
X_4	0.652	0.720	0.700	0.611	0.500

付 録 C 実験に使用したデータ

ここでは、6章における実験に関するデータに関して述べる。

C.1 彩度判定実験

C.1.1 実験試料

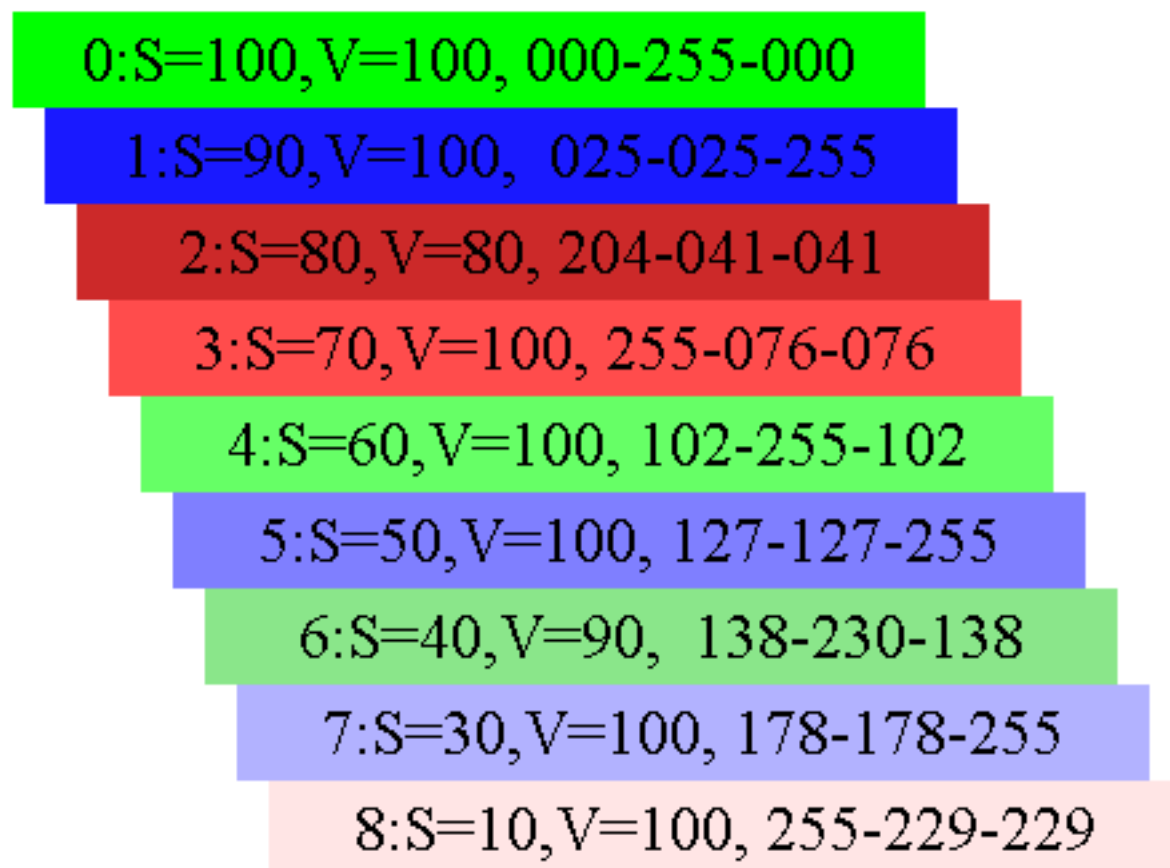


Fig. C.1: Samples for color saturation experiment

C.1.2 説明に用いた資料

Table C.1: Verbal explanation of saturation

色相（赤や緑や）だけで世の中の色を表現しつくすことはできそうにない。たとえば戸外に立てられた広告用の看板を考えてみる。最初のうちはとても色が鮮やかで美しいと思っていたが、月日が経つにつれてその鮮やかさは失せ、何となく色あせてくる。色相は同じだが、色はだんだんと褪色して白っぽくなっていくのである。

つまり色には「鮮やかさ」というものがある。これを彩度 (saturation) と呼ぶが、同じ緑でも鮮やかな緑もあれば灰色に近い緑もある。全くの灰色にはいわゆる色はないので無彩色と呼んでいるが、この無彩色から有彩色に至るまでの順序を考えると、これにも値を定めることができる。

鮮やかさ

明るさ

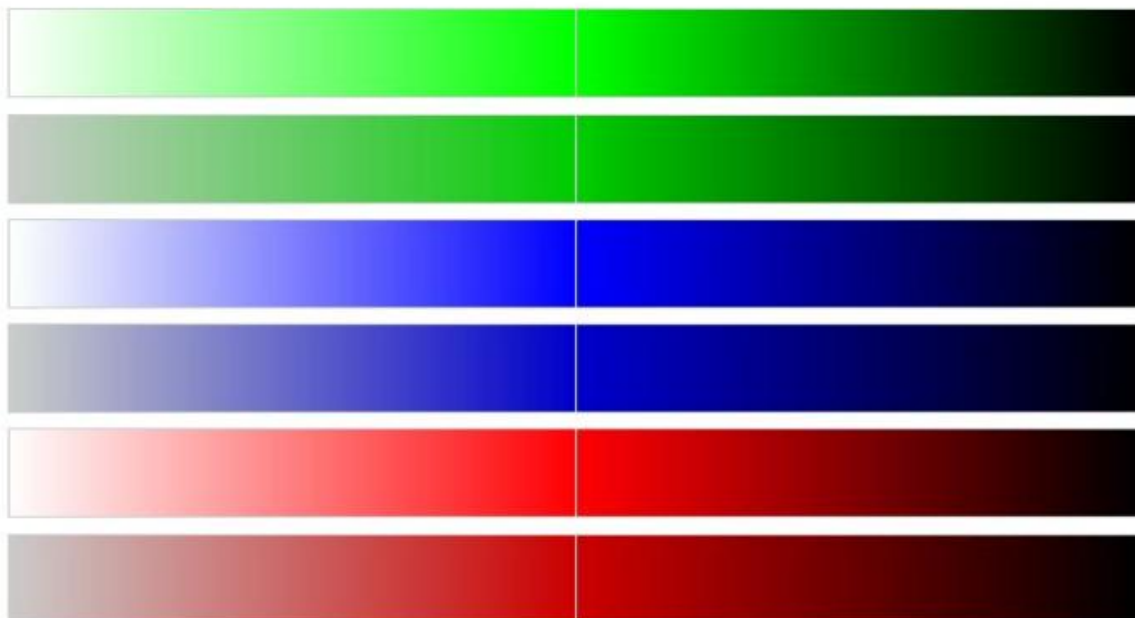


Fig. C.2: Graphic explanation of saturation

C.1.3 一対比較表

Table C.2: Paired comparison table by panel without any explanation

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_0	-	23	27	29	29	28	29	30	26
X_1	7	-	14	22	19	28	29	29	25
X_2	3	16	-	26	13	26	23	29	19
X_3	1	8	4	-	7	26	20	23	15
X_4	1	11	17	23	-	26	27	30	23
X_5	2	2	4	4	4	-	15	23	16
X_6	1	1	7	10	3	15	-	28	18
X_7	0	1	1	7	0	7	2	-	17
X_8	4	5	11	15	7	14	12	13	-

Table C.3: Paired comparison table by panel with verbal explanation

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_0	-	14	15	17	18	18	18	18	18
X_1	4	-	13	17	12	18	17	18	18
X_2	3	5	-	16	7	18	13	18	16
X_3	1	1	2	-	6	17	10	17	13
X_4	0	6	11	12	-	16	18	18	16
X_5	0	0	0	1	2	-	8	16	13
X_6	0	1	5	8	0	10	-	18	15
X_7	0	0	0	1	0	2	0	-	14
X_8	0	0	2	5	2	5	3	4	-

Table C.4: Paired comparison table by graphic explanation

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_0	-	23	25	29	28	29	28	31	27
X_1	9	-	14	25	20	27	27	28	23
X_2	7	18	-	24	12	28	26	27	22
X_3	3	7	8	-	11	27	15	24	19
X_4	4	12	20	21	-	28	29	30	23
X_5	3	5	4	5	4	-	13	27	19
X_6	4	5	6	17	3	19	-	29	18
X_7	1	4	5	8	2	5	3	-	16
X_8	5	9	10	13	9	13	14	16	-

Table C.5: Paired comparison table by panel with both explanation

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_0	-	29	29	49	52	51	52	52	52
X_1	23	-	28	50	44	52	51	52	52
X_2	23	24	-	51	35	49	48	50	46
X_3	3	2	1	-	15	35	35	45	46
X_4	0	8	17	37	-	41	52	52	50
X_5	1	0	3	17	11	-	35	52	45
X_6	0	1	4	17	-	17	0	46	44
X_7	0	0	2	7	0	0	6	-	44
X_8	0	0	6	6	2	7	8	8	-

C.2 真珠らしさ判定実験

C.2.1 実験試料



Fig. C.3: Picture of pearl

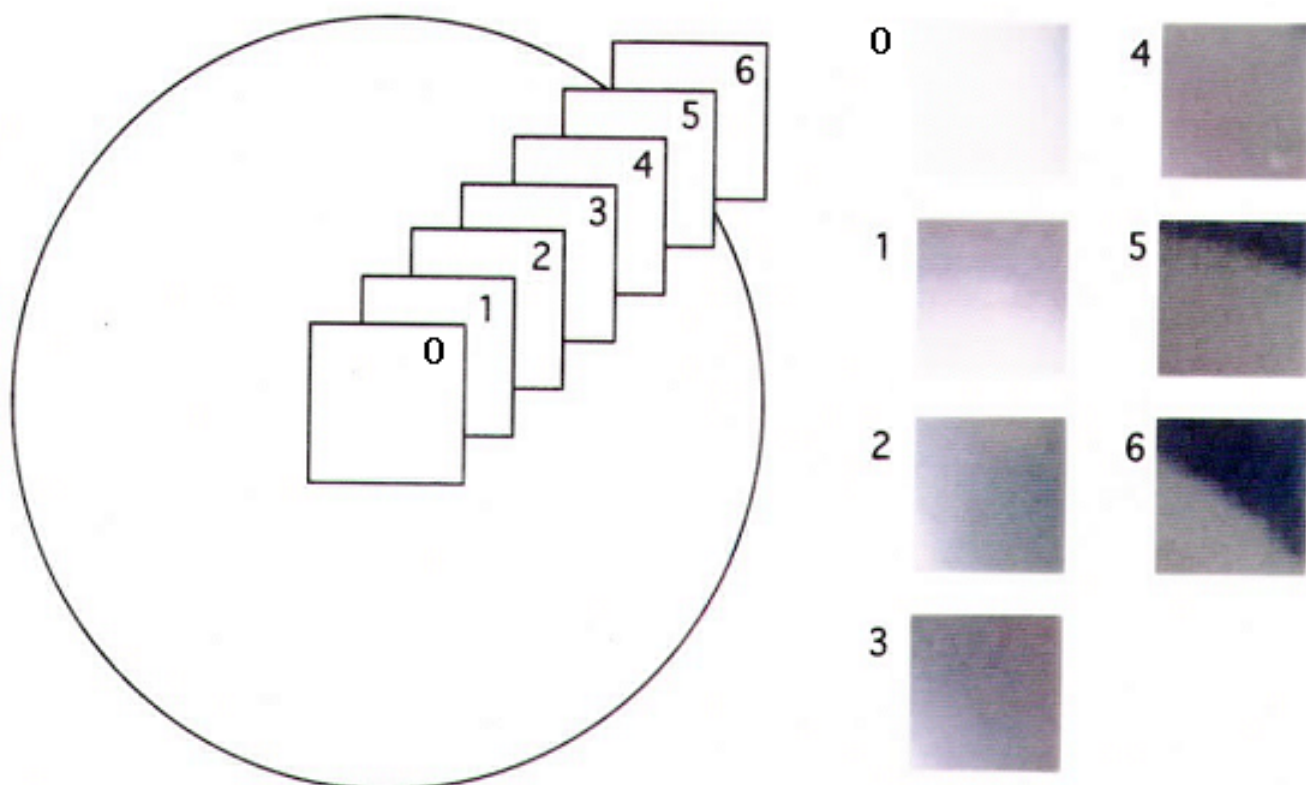


Fig. C.4: Samples for likeness of pearl experiment

C.2.2 一対比較表

Table C.6: All panels

i \ j	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.231	0.74	0.481	0.615	0.76	0.856
1	0.769	-	0.721	0.692	0.894	0.904	0.913
2	0.26	0.279	-	0.654	0.788	0.885	0.875
3	0.519	0.308	0.346	-	0.856	0.923	0.904
4	0.385	0.106	0.212	0.144	-	0.76	0.712
5	0.24	0.096	0.115	0.077	0.24	-	0.817
6	0.144	0.087	0.125	0.096	0.288	0.183	-

Table C.7: Male

i \ j	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.262	0.754	0.492	0.492	0.672	0.803
1	0.738	-	0.738	0.721	0.869	0.869	0.885
2	0.246	0.262	-	0.59	0.738	0.902	0.852
3	0.508	0.279	0.41	-	0.77	0.902	0.902
4	0.508	0.131	0.262	0.23	-	0.803	0.672
5	0.328	0.131	0.098	0.098	0.197	-	0.869
6	0.197	0.115	0.148	0.098	0.328	0.131	-

Table C.8: Female

i \ j	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.186	0.721	0.465	0.791	0.884	0.93
1	0.814	-	0.698	0.651	0.93	0.953	0.953
2	0.279	0.302	-	0.744	0.86	0.86	0.907
3	0.535	0.349	0.256	-	0.977	0.953	0.907
4	0.209	0.07	0.14	0.023	-	0.698	0.767
5	0.116	0.047	0.14	0.047	0.302	-	0.744
6	0.07	0.047	0.093	0.093	0.233	0.256	-

Table C.9: Male with pearl indication

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.500	0.850	0.600	0.750	0.700	0.950
1	0.500	-	0.850	0.700	0.950	0.900	1.000
2	0.150	0.150	-	0.650	0.600	0.900	0.800
3	0.400	0.300	0.350	-	0.700	0.850	0.950
4	0.250	0.050	0.400	0.300	-	0.900	0.700
5	0.300	0.100	0.100	0.150	0.100	-	0.800
6	0.050	0.000	0.200	0.050	0.300	0.200	-

Table C.10: Male without pearl indication

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.146	0.707	0.439	0.366	0.659	0.732
1	0.854	-	0.683	0.732	0.829	0.854	0.829
2	0.293	0.317	-	0.561	0.805	0.902	0.878
3	0.561	0.268	0.439	-	0.805	0.927	0.878
4	0.634	0.171	0.195	0.195	-	0.756	0.659
5	0.341	0.146	0.098	0.073	0.244	-	0.902
6	0.268	0.171	0.122	0.122	0.341	0.098	-

Table C.11: Selected panels

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6
0	-	0.286	0.762	0.508	0.778	0.826	0.937
1	0.714	-	0.746	0.667	0.936	0.937	0.968
2	0.238	0.254	-	0.714	0.778	0.873	0.873
3	0.492	0.333	0.286	-	0.889	0.921	0.921
4	0.222	0.064	0.222	0.111	-	0.762	0.746
5	0.174	0.063	0.127	0.079	0.238	-	0.762
6	0.063	0.032	0.127	0.079	0.254	0.238	-

C.3 生きる力判定実験

C.3.1 一対比較表

Table C.12: Lab members

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	13	13	9	13	12	15	13	15	15	15	15	12	14	14	14
1	2	0	13	7	2	8	10	7	13	12	14	14	10	12	12	14
2	2	2	0	2	0	1	1	3	7	6	11	12	5	6	9	9
3	6	8	13	0	9	10	10	10	12	13	13	14	11	13	12	13
4	2	13	15	6	0	10	12	11	13	14	13	15	13	12	14	12
5	3	7	14	5	5	0	7	9	13	13	14	15	12	13	14	14
6	0	5	14	5	3	8	0	8	11	11	14	13	10	14	14	14
7	2	8	12	5	4	6	7	0	15	13	14	15	11	14	15	12
8	0	2	8	3	2	2	4	0	0	9	14	13	9	12	14	11
9	0	3	9	2	1	2	4	2	6	0	14	13	10	14	13	12
10	0	1	4	2	2	1	1	1	1	1	0	5	2	2	3	4
11	0	1	3	1	0	0	2	0	2	2	10	0	2	3	6	6
12	3	5	10	4	2	3	5	4	6	5	13	13	0	10	12	11
13	1	3	9	2	3	2	1	1	3	1	13	12	5	0	12	10
14	1	3	6	3	1	1	1	0	1	2	12	9	3	3	0	9
15	1	1	6	2	3	1	1	3	4	3	11	9	4	5	6	0

Table C.13: Tennis club

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	3	12	10	14	4	14	6
1	11	0	13	13	14	5	14	9
2	2	1	0	3	10	2	14	3
3	4	1	11	0	13	2	14	7
4	0	0	4	1	0	1	13	2
5	10	9	12	12	13	0	14	13
6	0	0	0	0	1	0	0	1
7	8	5	11	7	12	1	13	0

Table C.14: Boat club

$i \setminus j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	3	13	9	12	8	14	11	14	7	8	6
1	14	0	17	17	17	16	17	15	16	14	14	13
2	4	0	0	6	10	3	12	5	11	1	3	3
3	8	0	11	0	10	6	13	8	12	7	8	7
4	5	0	7	7	0	3	14	5	7	3	3	5
5	9	1	14	11	14	0	16	14	15	13	10	11
6	3	0	5	4	3	1	0	2	5	2	2	1
7	6	2	12	9	12	3	15	0	12	4	5	6
8	3	1	6	5	10	2	12	5	0	3	6	4
9	10	3	16	10	14	4	15	13	14	0	8	9
10	9	3	14	9	14	7	15	12	11	9	0	5
11	11	4	14	10	12	6	16	11	13	8	12	0