

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	スクリュ圧縮機ロータ系の衝突振動解析および異常振動防止方法に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	吉村省二
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3602号, 授与年月日:2002年4月30日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3602号, Conferred date:2002/4/30, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

スクリュ圧縮機ロータ系の衝突振動解析 および異常振動防止方法に関する研究

吉村 省二

目 次

記号表

1	緒論	1
1.1	緒言	1
1.2	スクリュ圧縮機の機能および構造	2
1.2.1	スクリュロータ形状	2
1.2.2	ロータに作用するトルク	2
1.2.3	雌ロータの駆動方法	3
1.2.4	ガス圧縮メカニズム	3
1.2.5	ロータに作用する変動圧力	4
1.2.6	スクリュ圧縮機の構造	5
1.3	動機	6
1.4	従来の研究	7
1.4.1	圧縮機、歯車の振動、騒音に関する研究	7
1.4.2	スクリュ歯形形状に関する研究	9
1.4.3	スクリュ圧縮機性能解析、実験に関する研究	10
1.4.4	衝突振動に関する研究	11
1.5	本研究の目的と概要	11
1.5.1	本研究の目的	12
1.5.2	本研究の概要	12
2	ロータに作用するトルクの導出	18
2.1	緒言	18
2.2	ロータに作用するトルクの計算手順	18
2.3	歯溝圧力の計算	19
2.3.1	体積曲線	19
2.3.2	吐出直前歯溝体積	20

2.3.3	歯溝圧力	20
2.4	微小厚さの歯溝片によりロータに作用するトルク	21
2.4.1	歯溝形状と歯溝断面形状の関係	22
2.4.2	ロータに作用するトルク	23
2.5	1 歯溝によりロータに作用するトルク	25
2.5.1	$\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線	25
2.5.2	歯溝の存在範囲	25
2.5.3	ロータ回転による $\ell_F k_F$ 曲線の変化	26
2.5.4	$\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線の積分値	27
2.5.5	トルク係数	27
2.5.6	トルク計算結果	28
2.6	全歯溝によりロータに作用するトルク	28
2.6.1	圧縮、吐出過程の歯溝によりトルクを計算する方法	28
2.6.2	圧縮、吐出過程の歯溝位置	29
2.6.3	トルク計算結果	30
2.6.4	トルクの変動周期	30
2.7	衝突振動解析のためのトルク波形モデル化	30
2.7.1	ロータに作用するトルク波形	31
2.7.2	トルク波形の近似式	31
2.8	まとめ	33
3	ハーメチック構造圧縮機ロータ系の衝突振動解析	43
3.1	緒言	43
3.2	スクリュロータ振動系の運動方程式	43
3.2.1	圧縮機構造の特徴	44
3.2.2	スクリュロータ振動系の仮定	44
3.2.3	運動方程式の導出	44
3.3	周期振動	48
3.3.1	周期振動波形	48
3.3.2	周期振動波形の表現方法	48

目次

3.4	駆動側歯面のみが衝突する周期振動	49
3.4.1	周期振動解の導出	49
3.4.2	周期振動解の安定性	51
3.4.3	計算結果	53
3.5	両歯面が衝突する周期振動	53
3.5.1	(1,1,1,1)振動の周期振動解および解の安定条件	53
3.5.2	(1,K,1,1)振動($K \geq 2$) mode A の周期振動解および解の安定条件	55
3.5.3	計算結果	58
3.6	衝突減衰振動	58
3.6.1	質点の動き	58
3.6.2	各状態変数の関係	59
3.6.3	接触時間	59
3.6.4	計算結果	60
3.7	シミュレーション結果と考察	60
3.7.1	周期振動の倍周期分岐	61
3.7.2	周期振動の安定領域および衝突減衰振動領域	62
3.7.3	ロータ同士の衝突速度	63
3.7.4	周期振動への捕捉領域	64
3.7.5	ロータの異常振動防止方法	66
3.8	まとめ	66
4	カップリング構造圧縮機ロータ系の衝突振動解析	81
4.1	緒言	81
4.2	スクリュロータ振動系の運動方程式	81
4.2.1	ハーメチック構造圧縮機との構造の違い	81
4.2.2	スクリュロータ振動系の仮定	82
4.2.3	運動方程式の導出	82
4.3	周期振動	86
4.3.1	周期振動波形の表現方法	87
4.3.2	周期振動波形	87

4.4	駆動側歯面のみが衝突する周期振動	88
4.4.1	周期振動解の導出	88
4.4.2	周期振動解の安定性	90
4.4.3	周期振動が防止できる条件	91
4.4.4	ハーメチック構造圧縮機との関係	92
4.4.5	計算結果	92
4.5	両歯面が衝突する周期振動	93
4.5.1	(1,1,1,1)振動 mode A 周期振動解および解の安定条件	93
4.5.2	(1,K,1,1)振動 ($K \geq 2$) mode A 周期振動解および解の安定条件	96
4.5.3	計算結果	100
4.6	歯面分離限界	101
4.7	考察	101
4.7.1	周期振動の安定領域および歯面分離限界	102
4.7.2	ロータの異常振動の防止方法	102
4.8	まとめ	103
5	歯形形状変更による異常振動の防止	112
5.1	緒言	112
5.2	圧縮機構造を考慮した異常振動防止方法	112
5.2.1	異常振動防止のための振動パラメータの条件	112
5.2.2	振動パラメータと圧縮機パラメータの関係	113
5.2.3	歯形形状による異常振動防止条件	113
5.3	異常振動を防止する歯形形状の条件	114
5.3.1	f_1 / f_2 を小さくする歯形形状	114
5.3.2	f_3 / f_2 を小さくする歯形形状	119
5.3.3	μ を大きくする歯形形状	119
5.4	改良歯形形状	120
5.4.1	従来歯形形状およびロータ緒元	120
5.4.2	改良歯形形状およびロータ緒元	121
5.5	改良歯形と従来歯形の比較	122

目次

5.5.1	f_1 / f_2	122
5.5.2	f_3 / f_2	124
5.5.3	μ	124
5.6	従来歯形と改良歯形の運転結果の比較	125
5.6.1	反発係数の推定	125
5.6.2	周期振動の安定領域	126
5.6.3	運転結果	127
5.7	まとめ	127
6	結論	141

付録

A	吸込ポートと歯溝を隔離するケーシング切欠位置の決定方法	144
B	歯溝圧力によりロータに作用する力の大きさ、および作用方向	146
C	ハーメチック構造圧縮機における各状態変数間の写像のヤコビアン	148
D	カップリング構造圧縮機における各状態変数間の写像のヤコビアン	152
E	ロータ間シール点位置の作図方法	160
F	f_1 / f_2 を小さくすると f_3 / f_2 が小さくなる理由	169

記号表

本論文で用いる主要な記号は以下の通りである。

C_D	: ロータ中心間距離
f_1	: $t_0^2 T_{F1} / I_F / (N_M / N_F) / \xi$
f_2	: $t_0^2 T_{F2} / I_F / (N_M / N_F) / \xi$
f_3	: $t_0^2 T_{M2} / I_F / (N_M / N_F)^2 / \xi$
I_F	: 雌ロータ慣性モーメント
I_M	: 雄ロータ慣性モーメント
k_F	: 歯溝を仕切る雌ロータ断面形状上の 2 つのシール点を結んだ直線の垂直 2 等分線と雌ロータ中心の距離
k_M	: 歯溝を仕切る雄ロータ断面形状上の 2 つのシール点を結んだ直線の垂直 2 等分線と雄ロータ中心の距離
L	: ロータ長さ
ℓ_F	: 歯溝を仕切る雌ロータ断面形状上の 2 つのシール点の距離
ℓ_M	: 歯溝を仕切る雄ロータ断面形状上の 2 つのシール点の距離
N_F	: 雌ロータの歯数
N_M	: 雄ロータの歯数
$P(\phi)$	: ϕ に対する歯溝圧力
P_S	: 吸込圧力
P_D	: 吐出圧力
P_{DI}	: 吐出直前の歯溝における圧力
R	: ロータ同士の反発係数
r_F	: 雌ロータピッチ円半径
r_M	: 雄ロータピッチ円半径

$\bar{T}_F(\phi)$	: 雌ロータのトルク係数
$\bar{T}_M(\phi)$	: 雄ロータのトルク係数
$\bar{T}_{FC}$	: 歯溝断面 における $\ell_F k_F$ の積分値
$\bar{T}_{MC}$	: 歯溝断面 における $\ell_M k_M$ の積分値
T_F	: 雌ロータに作用するトルク
T_{F1}	: 雌ロータに作用するトルクの平均値
T_{F2}	: 雌ロータに作用するトルクの片振幅
T_M	: 雄ロータに作用するトルク
T_{M1}	: 雄ロータに作用するトルクの平均値
T_{M2}	: 雄ロータに作用するトルクの片振幅
t_0	: トルクの変動周期
$V(\phi)$	: ϕ に対する歯溝体積
V_S	: 吸込過程終了位置における歯溝体積
V_D	: 吐出直前位置における歯溝体積
α	: 反回転方向への回転角度
κ	: ガスの比熱比
δ	: ロータ間隙間
Φ_M	: 雄ロータのねじれ角
ϕ	: 歯溝体積が最大となるロータ位置からの雄ロータ回転角
ϕ_D	: 歯溝体積が V_D となる雄ロータ回転角
ϕ_E	: 歯溝体積が 0 となる雄ロータ回転角
ξ	: δ / r_M
μ	: $I_M / I_F / (N_m / N_f)^2$
ω	: 雄ロータの回転角速度 (rad/s)

第 1 章

緒論

1 . 1 緒言

スクリュ圧縮機の基本原理は 1905 年に Alf Lysholm により発明され、1934 年にスウェーデンのメーカーにより本格的な研究開発が開始された。現在、スクリュ圧縮機は、ターボ圧縮機より少流量の、小、中型機種として一般用空気圧縮機、冷凍機や工業用ガス圧縮機に利用されている。

スクリュ圧縮機における最も重要な開発要素の一つはスクリュ歯形の形状である。歯形形状は、圧縮機の性能、振動、ロータの加工性等に大きな影響を及ぼす。現在最も多く使われているスクリュ歯形の特許は前記メーカーが保有している。このメーカーは自らは圧縮機を製造せず、幾つかの製造メーカーにその歯形を使用した圧縮機の製造や販売のライセンスを与えている。従って、各製造メーカーの間では基本歯形の研究や改良は行わず、製造技術の改良や周辺機器のデザインに多くの努力を費やしてきた。

しかし、スクリュ圧縮機の用途が拡大するに従い、前記メーカーの基本歯形では適用できなくなるケースが増えてきた。そこで、スクリュ圧縮機の製造メーカーや研究者は、スクリュ歯形や圧縮機のデザインに関して本格的な研究を始めた。これらの研究の多くはスクリュ圧縮機の性能に関するもので、スクリュロータに関するパラメータの体積、断熱効率に対する影響が、解析モデル、コンピュータシミュレーション、実験により評価された。最近では環境問題から圧縮機の振動、騒音の研究も増加している。

1 . 2 スクリュ圧縮機の機能および構造

本研究の内容はスクリュ圧縮機特有の基本構造と密接な関係があるため、最初にスクリュ圧縮機の機能、構造について述べる。

スクリュ圧縮機には、大きくシングルスクリュ圧縮機と2軸スクリュ圧縮機の2種類のタイプがある。本研究では2軸スクリュ圧縮機を対象とする。以降、スクリュ圧縮機という言葉は2軸スクリュ圧縮機を意味する。

1 . 2 . 1 スクリュロータ形状

スクリュ圧縮機はねじれた圧縮室を持つ容積型回転式圧縮機である。雄ロータ、雌ロータ、及びそれらを囲むケーシングが圧縮室を形成する部品である。それぞれのロータは歯数の少ないはずば歯車に似ており、ガス圧縮と動力伝達の両方の機能を持っている。

雄ロータと雌ロータが噛み合った状態を図1 . 1に示す。このようにスクリュロータは互いに反対方向にねじれて噛み合っている。歯数の少ないロータが雄ロータ、歯数の多いロータが雌ロータである。破線はケーシングを表しており、2つのロータを囲むように設けられている。

ガスは雄ロータ、雌ロータ、及びケーシングの間のねじれた空間に閉じこめられる。そして、ロータが回転することによりねじれた空間の体積が減少し、歯溝内のガスが圧縮される。

スクリュロータ、及びケーシングの軸直角断面の形状を図1 . 2に示す。このロータ断面形状を歯形形状と呼ぶ。一点鎖線はロータの中心線、及びピッチ円である。歯数の組み合わせは圧力条件や圧縮機構造により異なるが、雄ロータ歯数が4枚、雌ロータ歯数が6枚の組み合わせが多い。ロータ径は50 ~ 500 mm、ロータ長さはロータ径の1 . 1 ~ 1 . 65倍である。

1 . 2 . 2 ロータに作用するトルク

図1 . 2において、実線で示すように雄ロータは時計方向に、雌ロータは反時計方向に回転する。通常、雄ロータと雌ロータには圧縮ガスの圧力により破線で示すように回転方向と反対

方向にトルクが作用する。駆動機で雄ロータを駆動するため、雄ロータが雌ロータを駆動するときに接触する側の歯面を雄ロータの駆動側歯面、雌ロータの駆動側歯面と呼ぶ。また、駆動側と反対側の歯面を雄ロータの反駆動側歯面、雌ロータの反駆動側歯面と呼ぶ。なお、本論文において、ロータが回転する方向を回転方向（図1.2における実線の矢印方向）、この回転方向に対して反対に回転する方向を反回転方向（図1.2における破線の矢印方向）と呼ぶことにする。

1.2.3 雌ロータの駆動方法

スクリュ圧縮機は大きく油冷式圧縮機とオイルフリー圧縮機の2種類がある。これは雌ロータの駆動方法の違いである。

油冷式圧縮機の場合、圧縮中の歯溝に油を注入し、油の潤滑性により雄ロータが雌ロータを直接駆動する構造を採用している。前に述べたようにロータには反回転方向にトルクが作用するため、通常は駆動側歯面が接触しながら回転する。その接触点は、図1.3で示すロータ断面位置においてピッチ円上の点Aである。矢印はロータの回転方向である。

オイルフリー圧縮機は歯溝に油を注入しないため、ロータ同士が接触すると損傷を起こす。そのため、別途タイミングギヤを設けてロータ同士が接触しないようにしている。いずれのタイプも雄ロータから雌ロータへの伝達動力は小さく、圧縮機入力動力の5%～10%程度である。本研究は、雄ロータと雌ロータが接触しながら回転する油冷式圧縮機に関するものである。

1.2.4 ガス圧縮メカニズム

スクリュ圧縮機におけるガス圧縮メカニズムについて、図1.4をもとに説明する。図1.4は斜線の歯溝に注目して(a)→(b)→(c)→(d)とロータが矢印方向に回転する場合の歯溝位置の変化を示してある。

これらの図において、手前のロータ端面を吸込端面、反対側を吐出端面と呼ぶ。基本的にはケーシングは雄ロータと雌ロータ外周全周を囲んでいるが、図中における歯筋Aに対応するケーシング位置から吸込端面側の部分ではケーシング壁がなく、その空間は吸込ポートと連通し

ている。また、歯筋 B に対応するケーシング位置から吐出端面側の部分ではケーシング壁がなく、その空間は吐出ポートと連通している。以下の記述は斜線の歯溝に関するものである。

(a) は吸込過程の歯溝を表している。この歯溝は吸込端面とロータの間の空間で形成されており、吸込ポートと連通している。ロータが回転して (a) → (b) になると、体積が増大すると同時に歯溝が吐出端面方向に移動する。この過程において歯溝は常に吸込ポートと連通しており、吸込圧力のガスが歯溝に吸い込まれる。

(b) は吸込過程の終了を示す。この歯溝位置は体積が最大となる位置で、吸込ポートと歯溝が隔離される。そして、(b) → (c) に従い、体積が減少しガスが圧縮される。

(c) は吐出直前の状態を示している。この状態からロータがさらに回転すると、歯溝は吐出端面方向に移動し、吐出ポートと連通する。

(d) は吐出過程を示している。ロータが回転すると歯溝体積は減少し、吐出ポートからガスが吐出される。

1 . 2 . 5 ロータに作用する変動圧力

歯溝体積と歯溝位置の関係は幾何学的に決まっており、ケーシングの吐出ポートの位置によりガスの圧縮比が決定される。歯溝の最大体積、つまり図 1 . 4 (b) で示す吸込過程終了位置における歯溝体積を V_S 、(c) で示す吐出直前位置における歯溝体積を V_D とする。また、圧縮機吸込圧力 (吸込ポート圧力) を P_S 、吐出圧力 (吐出ポート圧力) を P_D 、ガスの比熱比を κ とする。吐出直前の歯溝における圧力 P_{DI} はガスが断熱圧縮をすると仮定すると、次式で表される。

$$P_{DI} = P_S (V_S / V_D)^\kappa \quad (1.1)$$

この式に P_D が含まれていないため、 P_{DI} は P_D に無関係であることがわかる。通常 $P_{DI} = P_D$ となるように圧縮機をデザインするが、実際は仕様と異なる圧力条件で運転することがある。その場合、吐出直前の歯溝圧力 P_{DI} と吐出圧力 P_D は異なる。

$P_{DI} < P_D$ の場合、吐出直前の歯溝圧力は吐出ポート部の圧力よりも低いため、吐出ポートに歯溝が通じた瞬間にガスが吐出ポートから歯溝に逆流する。また、 $P_{DI} > P_D$ の場合は、歯溝圧力が吐出ポート部の圧力よりも高いため、吐出ポートに歯溝が通じた瞬間にガスが歯溝から吐

出ポート部に急速に流出する。いずれの場合も歯溝圧力が急変する。この急激な圧力変動がスクリュロータに作用するトルク変動の原因となる。

この変動周期 t_0 (s) は、雄ロータの回転角速度を ω (rad/s)、雄ロータの歯数を N_M とすると、次式で表される。

$$t_0 = \frac{2\pi}{N_M \omega} \quad (1.2)$$

この特性はスクリュ圧縮機特有のものである。

1.2.6 スクリュ圧縮機の構造

スクリュ圧縮機の主な構成部品は、以下の通りである。

1. 雄、雌ロータ
2. ケーシング
3. 軸受
4. カップリング
5. 駆動機

スクリュ圧縮機の構造は駆動機と雄ロータの結合方法により大きく 2 種類に分かれる。

1 つはハーメチック構造である。この構造を図 1.5 に示す。駆動機として電動機を使用しており、雄ロータの軸を延ばして電動機の回転子が軸に直接取り付けられている。この構造は回転部分がケーシング（斜線部）に囲まれ外部に全くでないため、回転部からの油洩れによるトラブルがない。しかし、回転子が片持ち構造となるため大型圧縮機には適用できない。雄ロータ、及び雌ロータはそれぞれ軸受で支持されている。

もう 1 つはカップリング構造である。この構造を図 1.6 に示す。雄ロータの軸と駆動機の軸はカップリングを介して接続されている。従って、雄ロータ軸はケーシング（斜線部）を貫通して外部に出ている。そのため、雄ロータの軸には圧縮機中の油が外部に流出しないようにメカニカルシールを設けている。その他の構造はハーメチック構造と同じである。

この 2 種類の構造の力学的な違いは雄ロータの慣性モーメントの大きさと拘束条件である。ハーメチック構造は雄ロータの軸に電動機の回転子が直接取り付けられている。雄ロータの慣性モーメントは回転子の慣性モーメントを加えたものとなるが、回転子の慣性モーメントは雄

ロータの慣性モーメントに比べて大きいため、雄ロータ単独の慣性モーメントに比べてかなり大きな値となる。また、電動機の固定子巻線によって作り出される回転磁界により回転子は一定回転数で回転するよう拘束されているため、雄ロータも一定回転数で回転すると考えられる。

一方、カップリング構造は雄ロータと駆動機がカップリングにより接続されている。カップリングは軸を拘束しないことを目的とするため、剛性は小さい。従って、雄ロータ慣性モーメントは雄ロータそのものの慣性モーメントと考えられ、ハーメチック構造に比べて小さい。また、ハーメチック構造のように駆動機による拘束がない。この違いにより2種類の構造の振動特性は大きく異なるものと考えられる。

1 . 3 動機

ロータは通常図1.7(a)の模式図で示すように駆動側歯面のピッチ円上の点が接触しながら回転する。矢印は回転方向である。Mは雄ロータ、Fは雌ロータである。しかし、あるロータサイズ、ある運転条件において、駆動側歯面が離れて反駆動側歯面が接触することがある。この場合、図1.7(b)の模式図で示すように反駆動側歯面で接触を起こす。この接触は圧縮機デザイン時は考慮されていない現象であり異常接触と呼ぶ。また、駆動側歯面が離れることを歯面分離と呼ぶ。

反駆動側が接触した場合、スクリュ圧縮機の振動騒音、ロータに以下の現象が現れる。

- 1) ロータの反駆動側歯面のピッチ点付近にスコアリングが見られる。そのときの雄ロータ反駆動側歯面の写真を図1.8に示す。この写真からわかるように、反駆動側接触歯面には軸方向に一直線上にロータ同士が接触したスポット状の接触跡が見られる。この接触跡は反駆動側歯面が式(1.2)で示した時間間隔 t_0 で接触したとき生じる接触跡に一致する。このような接触跡を残すロータ挙動の一例として図1.9のような挙動が考えられる。横軸は時間 t_m 、縦軸は x で駆動側歯面隙間を表している。ロータ間隙間を δ としたとき、 $x=0$ は駆動側歯面、 $x=\delta$ は反駆動側歯面の接触を意味する。図のように時間間隔 t_0 で反駆動側歯面が接触する衝突振動である。
- 2) 圧縮機の音色が急変し、音が大きくなる。この音を異常音と呼ぶ。この運転を維持した状態、つまりトルク波形が変化しない状態でも、正常音と異常音が交互に繰り返される場合がある。この場合も音色が急変する。異常音や正常音の持続時間は不規則である。

3) 従来、歯面分離を起こす原因として、回転方向に雌ロータのトルクが作用することが考えられている。しかし、雌ロータにトルクが常に反回転方向に作用していても異常接触、つまり歯面分離を起こすことがある。また、1)の現象も、この考え方では説明がつかない。

ここで、歯面分離現象、異常接触、異常音の原因となる振動を異常振動と呼ぶことにする。

先ほど述べたように、スクリュ歯形のデザインにおいて反駆動側歯面が接触することは考慮されていない。そのため、反駆動側歯面が接触を繰り返すとロータが摩耗し、圧縮機性能、騒音、振動に悪影響を及ぼす。

従って、信頼性のある機械を製作するため異常振動を防止する必要がある。そこで、ロータ同士の衝突振動解析を行い、その振動に影響するパラメータの効果を理解することにより、異常振動を防止する方法を確立することができる。これが本研究に対する動機である。

1.4 従来の研究

文献調査は大きく4つの部分に分けられる。最初はスクリュ圧縮機の振動、騒音に関する研究で、歯溝の圧力変動が圧縮機の振動、騒音に与える影響について解析、実験を行っている。スクリュロータの振動はギヤの振動と類似しているため、ギヤの振動に関する研究も含める。

2番目はスクリュロータの歯形形状に関する研究である。これらは歯形形状の計算方法に関するものである。

3番目は、圧縮機の性能に与えるスクリュ歯形の影響を調査した文献である。圧縮機の性能やガスの流れの特性を解析するため、圧縮過程の熱力学モデルを研究した文献も含まれる。

4番目は、スクリュロータの振動はロータ同士の衝突振動と考えられるため、衝突振動に関する研究について述べる。

1.4.1 圧縮機、歯車の振動、騒音に関する研究

このセクションでは、スクリュ圧縮機の振動、騒音に関する研究の調査結果を示す。圧縮機

の振動、騒音は大きく2つの分野からなる。1つは吐出流量の変動による吐出ポート部での騒音である。もう一つはロータに作用する変動トルクによるロータ振動である。また、スクリュロータの振動は歯車の振動と類似しているため、歯車の振動に関する研究も取り上げる。

（スクリュ圧縮機のガス脈動による騒音、振動に関する研究）

スクリュ圧縮機におけるガス脈動の問題は Kwang-lu Koai と Werner Soedel [1][2]により提案された。吐出ポート室形状をモデル化し、実験結果と解析結果が比較された。

長尾ら [3][4]、および丸田ら [5]は圧力条件と吐出脈動の関係について実験的に求めた。その結果、吐出圧力を P_D 、吐出直前の歯溝における圧力 P_{DI} としたとき、脈動の根本原因は $P_{DI} \neq P_D$ であるが確認された。

スクリュロータ振動に関する研究も騒音の研究と同様に、 P_{DI} 、 P_D と振動の関係について詳しく調べられている。藤原ら [6]、G.P. Adams ら [7]、田中ら [8]は、圧力条件とロータに作用する変動荷重、振動についての関係を実験的に求めた。その結果、 $P_{DI} = P_D$ の場合は振動が最も小さく、 $P_{DI} \neq P_D$ の場合、雌ロータに回転方向のトルクが作用しロータの噛み合いが不安定になる可能性があり、実験的に歯面分離の現象が観測された。特に、藤原ら [9]は、部分負荷運転時の異常音と歯面分離現象の相関を調べるための実験を行った。その結果、 $P_{DI} \neq P_D$ の場合でも必ずしも歯面分離を行うとは限らず、歯面分離が起きたり起きなかったりすることが確認された。また、異常音と歯面分離は一致することがわかった。

歯面分離防止に関する研究としては、静的荷重を作用させることによる防止方法、変動力を減少させる方法の研究がある。本家ら [10]は、ロータに作用するトルクだけでなくスラスト力に注目し、ロータの軸方向、及び回転方向の連成振動について理論的に解析した。解析の結果、歯面分離を防止するためには雌ロータの反回転方向に作用する平均トルクを大きくすることにより防止できることが明らかになった。また、H. Kameya ら [11]は、永久磁石をロータに取り付け磁石の吸引力によりロータ振動を防止する実験を行った。

（歯車の振動に関する研究）

雄ロータから雌ロータへの動力伝達機構は動力伝達用歯車の構造に類似している。そこで歯車において、特に歯面分離を扱った研究について述べる。

Wang [12][13]は軽荷重における平歯車の数学モデル、シミュレーション、実験を行った。駆

動、従動歯車の歯を両方とも剛体と見なし、歯車の偏芯による伝達誤差がある場合の歯面分離に関するシミュレーションと実験が行われた。佐藤ら[14]～[16]は歯車系を周期係数を有する非線形微分方程式で表し、パラメータ変化に伴う分岐現象、カオス現象についてポアンカレ写像を用いて考察を行った。林ら[17]は歯車のかみあい伝達誤差を測定するため、平均応答法を用いた試験装置を開発した。静的かみあい誤差をもつ歯車の回転数を上げた場合、歯面分離を起こすことが実験的、理論的に確認された。蔡ら[18][19]はほぼ歯車において、歯面分離を考慮した非線形振動方程式を立てた。そして歯面誤差がある場合の歯車対の回転方向のシミュレーションを行い実験と比較した。八幡ら[20]はトランスミッションアイドル騒音を予測するシミュレーションプログラムを作成した。騒音はトルク変動による歯車歯面分離が原因であり、クラッチのねじり特性の最適化を行った。

スクリュ圧縮機の振動、騒音の原因は、1.2.5 で述べたようなスクリュ圧縮機特有のガス脈動、トルク変動によるものとして解析、実験が行われている。従来の研究ではロータの歯面分離現象は、雌ロータに作用するトルクが回転方向に作用するためであると考えられていた。

ところが、この考え方では以下の現象が説明できない。

- ・雌ロータトルクが常に反回転方向に作用しても歯面分離を起こす場合がある。
- ・1.3、および文献[9]で述べているように、ロータに作用するトルクが変化しない状態でもロータの歯面分離が起きたり起きなかったりする場合がある。

一方、歯車振動に関しては歯面分離現象に注目して実験、解析を行った研究は数多くあるが、機械自体が発生するトルク変動を原因として歯面分離の解析を行った研究は少ない。

これらの現象はスクリュ圧縮機特有の変動トルクによるロータ同士の衝突による非線形振動特有の現象と考えられる。そこで、変動トルクが作用する場合のロータ同士の衝突振動に注目した研究を行う必要がある。

1.4.2 スクリュ歯形形状に関する研究

このセクションは歯形形状に関する研究である。歯形形状は機械の性能と信頼性を決定するキーファクターであり、スクリュ圧縮機のデザインの中で最も重要でかつ難しい。高効率のスクリュ圧縮機を開発する上で、効率的に歯形形状を計算し性能を評価する方法の研究が重要である。

Neil Sundt[21]、は歯形開発と解析に対するコンピュータ支援システムを示した。スクリュ歯形の表面形状をスプラインにより補間し、最小隙間、圧力角等をコンピュータにより計算した。Faydor L.Litvin ら[22]は、ある特定の形状をもった歯形において製作誤差がロータ隙間に与える影響を調べた。そして、最小ロータ隙間の計算を行いロータ同士が干渉するか検討を行った。Pawan J. Singh ら[23]はロータ表面を三次元で定義する方法を示した。田村ら[24]は、機構学的立場から歯形に関して検討を加えた。その結果、歯形形状によっては、雌ロータに作用するトルクがロータの回転方向に作用し反駆動側歯面が接触する可能性があることが明らかになった。

スクリュ歯形形状は任意の関数を使用でき、自由度が大きいことが特徴である。しかし、従来の歯形の研究は、歯形関数として主に楕円、サイクロイドといった基本関数を使用している。また歯形形状と性能、振動に関するパラメータの関係が把握できていないため、コンピュータの計算結果を見て、試行錯誤しながら歯形形状を決定するのが現状である。任意の歯形関数に適用でき、定性的に歯形形状と性能、振動に関するパラメータの関係が把握できる方法の開発により、適用関数の拡大、歯形開発期間の大幅な短縮が可能となる。

1 . 4 . 3 スクリュ圧縮機性能解析、実験に関する研究

このセクションは、圧縮機の性能に対するロータ形状の影響を計算する方法に関する文献である。

藤原ら[25]～[27]はスクリュ圧縮機の性能予測のためコンピュータプログラムを開発した。歯溝間の洩れが性能低下の支配的ファクターであると仮定してシミュレーションが行われた。Jack Sauls[27]はスクリュ圧縮機の圧縮過程全体の数学モデルとコンピュータシミュレーションを開発した。三吉ら[29]は、油冷式圧縮機の歯溝圧力を測定しシミュレーション結果と比較した。雌ロータに圧電型小型圧力センサーを埋め込みスリップリングにより信号を取り出して歯溝圧力を測定した。松井[30]は、油冷式圧縮機において油による油シール効果を向上させるため、シール部における歯形の曲率半径を大きくした歯形を開発した。B. Sangfors[31][32]は吸入、吐出過程での動的効果を含んだ性能シミュレーションを行った。

スクリュ圧縮機は圧縮性能が重要であるため、歯形形状と圧縮機性能の関係を扱ったシミュレーション、実験は数多くある。しかし、歯形形状とロータ挙動の関係を定量的に扱った研究

はほとんどない。異常振動防止方法を考える場合、スクリュ歯形の変更は、製造コスト、他の構成部品形状に影響を及ぼさないため、歯形の改良が最善の方法である。従って、歯形形状の特性を考慮してロータの挙動解析をすることが防止方法を考える上で重要である。

1 . 4 . 4 衝突振動に関する研究

スクリュロータの異常接触はロータ同士の衝突振動と考えられる。このセクションでは、衝突振動に関する研究について述べる。

衝突振動を利用した機械として振動フィードに関する研究が古くから行われている。Inoue ら [33] は上下、および水平方向に振動する振動板上に質点がある場合の、質点の周期衝突振動解、および解の安定領域を計算した。Holmes [34]、Bapat ら [35] は振動板の速度が衝突速度に比べて小さく無視できるとして質点の運動方程式を導出し、周期振動解、安定領域を求めた。

振動フィードは重力による質点と板との衝突振動であったが、スクリュロータの異常接触は駆動側歯面と反駆動側歯面が交互に衝突する振動により生じたものと考えられる。このような振動をモデル化した研究として以下のようなものがある。Dubowsky ら [36] [37] は隙間のある機械における動的解析として、ピンの接続部において隙間がある構造を選んだ。物体が正弦波形で振動する場合の定常振動の解析を行った。Show ら [38] [39] [40] は、振り子、および倒立振り子の両側に壁があり、振り子を正弦加振した場合の衝突振動に関する理論解析、および実験を行った。小寺 [41] は配管サポートにがたがある系をはりとばねの衝突振動でモデル化し、過渡現象の計算方法、および周期解の求め方を示した。

衝突振動に関する振動モデルとして比較的単純な系、加振力を仮定しており、実際の機械に適用した例は少ない。実際の機械では、外力波形は機械の特性により異なる。またその防止方法を考える場合でも、機械の構造を把握する必要がある。従って、衝突振動を解析し防止方法を考える場合、衝突振動を起こす要素（部品）だけでなく機械全体の機能、構造を考慮しながら研究を進める必要がある。

1 . 5 本研究の目的と概要

ここでは、以上に述べた従来の研究をふまえて本研究の目的と概要について述べる。

1.5.1 本研究の目的

スクリュロータの異常振動は、ロータに変動トルクが作用するために生じるロータ同士の衝突振動が原因と考えられる。そこで、ロータ同士の衝突振動解析を行い、その防止方法について考察する。

本研究の目的は、大きく以下の4項目である。

- 1) 歯形形状変更により異常振動を防止するため、ロータに作用するトルクに対する歯形形状の影響が把握できるトルクの計算方法を考案する。そして、衝突振動解析に適用するため、トルク波形をモデル化する。
- 2) スクリュロータをモデル化し、衝突振動解析を行う。周期的にロータ同士が衝突する周期振動が異常振動であると考えられ、周期振動の安定領域の解析から異常振動を防止する振動パラメータの条件を見い出す。
- 3) 周期振動の安定領域計算結果をもとに、異常振動が発生しない歯形関数の条件を見い出し、歯形形状をデザインする。
- 4) スクリュロータを製作、運転し、異常振動が生じないことを確認する。

1.5.2 本研究の概要

本論文は6章からなる。ここで各章の概要を述べる。

第2章では、ロータに作用するトルクの導出方法について述べる。トルクは歯溝圧力と歯形形状により決定される。トルクを計算する方法は幾つかあるが、ここでは、トルクに与える歯形形状の影響が把握できるように、ロータに作用するトルクを歯形形状に依存する係数と歯溝圧力の積として表す。そして、衝突振動解析に適用するため、トルク波形をモデル化する。

第3章では、ハーメチック構造スクリュ圧縮機を対象にして、「雄ロータは雌ロータとの衝

突の影響を受けず一定の回転数で回転する。」の仮定のもとに雌ロータの衝突振動解析を行う。異常振動の原因は周期振動であると考えられ、周期振動解の安定領域とロータに作用するトルクとの関係をしらべる。そして、周期振動の安定領域を避けるための振動パラメータの条件を導き出す。また、従来の考え方では説明のできなかつた現象について、解析結果をもとに説明する。

第4章では、カップリング構造スクリュ圧縮機を対象にして、雄ロータと雌ロータの両方の運動を考慮した衝突振動解析を行う。解析方法は第3章と同じ方法を用いる。周期振動の安定領域を避けるための振動パラメータの条件を導き出す。また、ハーメチック構造スクリュ圧縮機との振動特性の違いについて述べる。

第5章では、カップリング構造スクリュ圧縮機の異常振動を防止するための歯形関数の条件を第4章の結果をもとに見出し、歯形形状をデザインする。この歯形を採用した圧縮機を製作、運転し、異常振動の有無について確認する。

第6章では、結論と今後の課題を述べる。

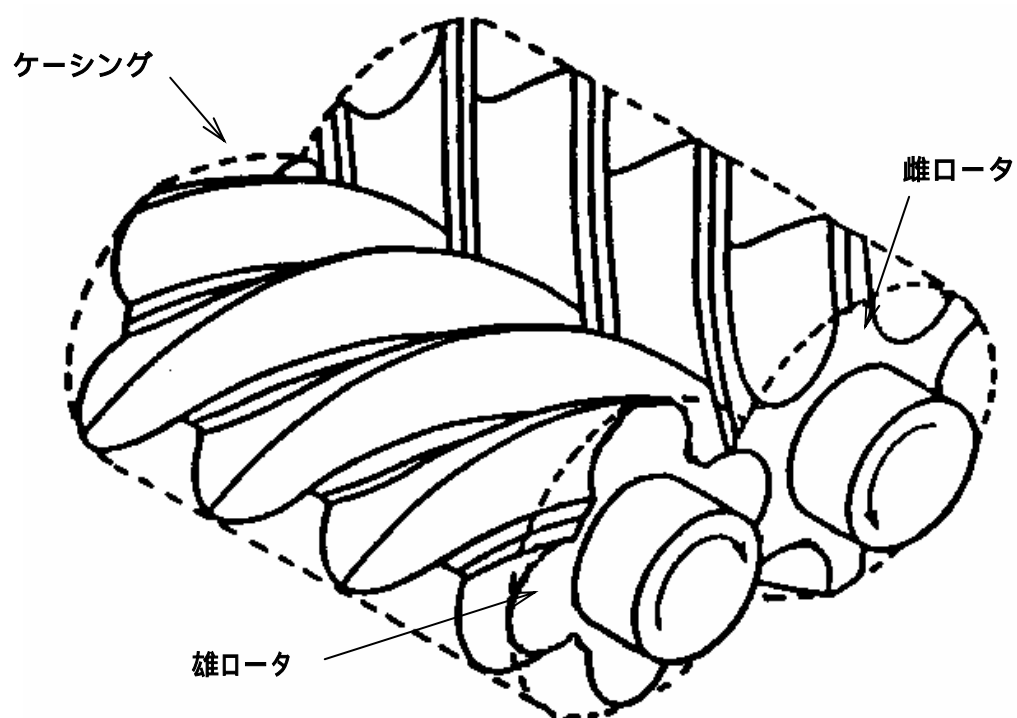


図 1 . 1 スクリューロータ形状

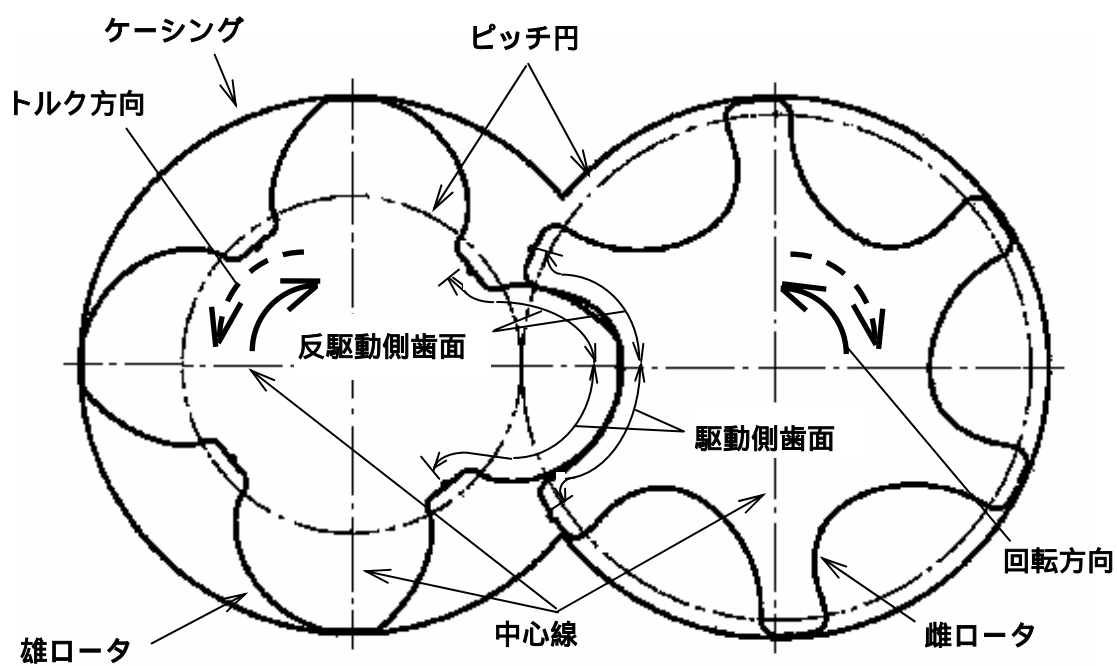


図 1 . 2 スクリューロータ軸直角断面形状

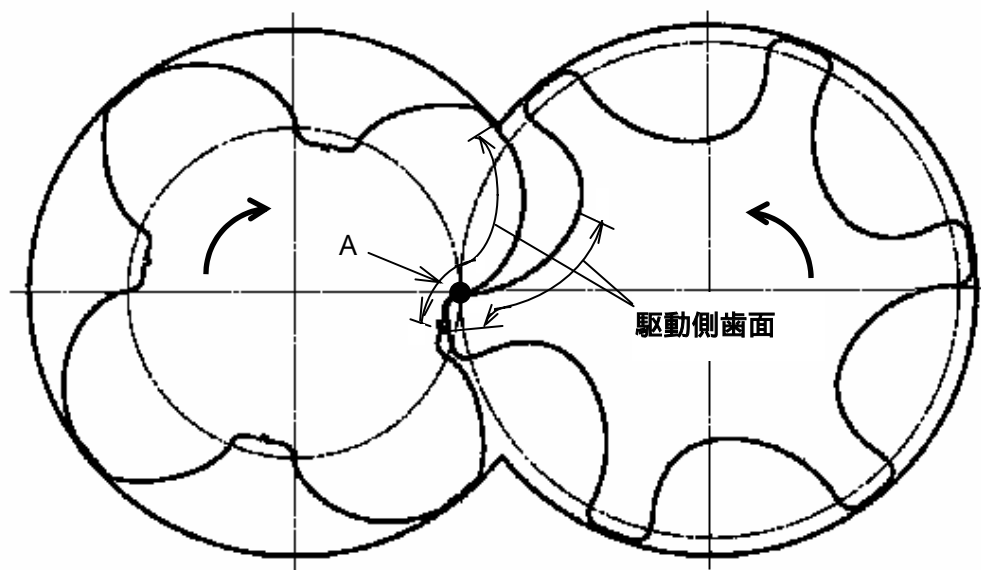


図1.3 駆動側歯面接触点

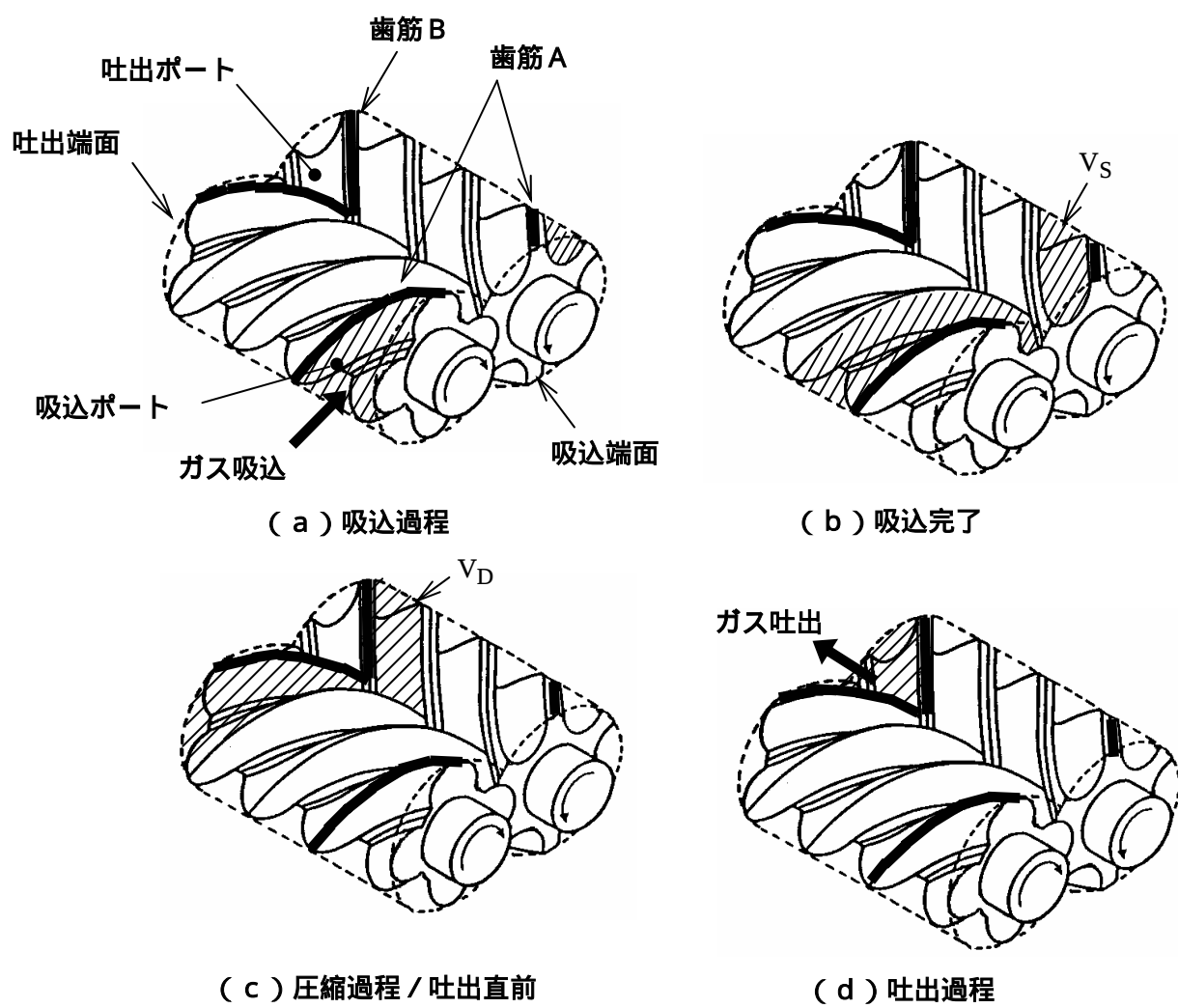


図1.4 ガス圧縮メカニズム

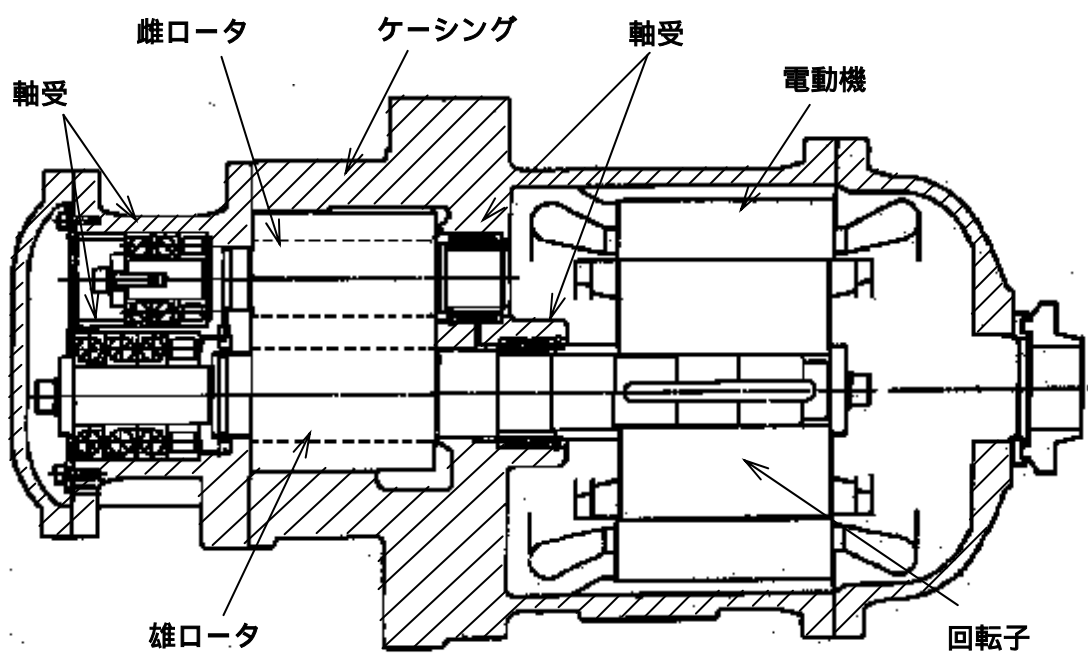


図1.5 ハーメチック構造スクリュ圧縮機

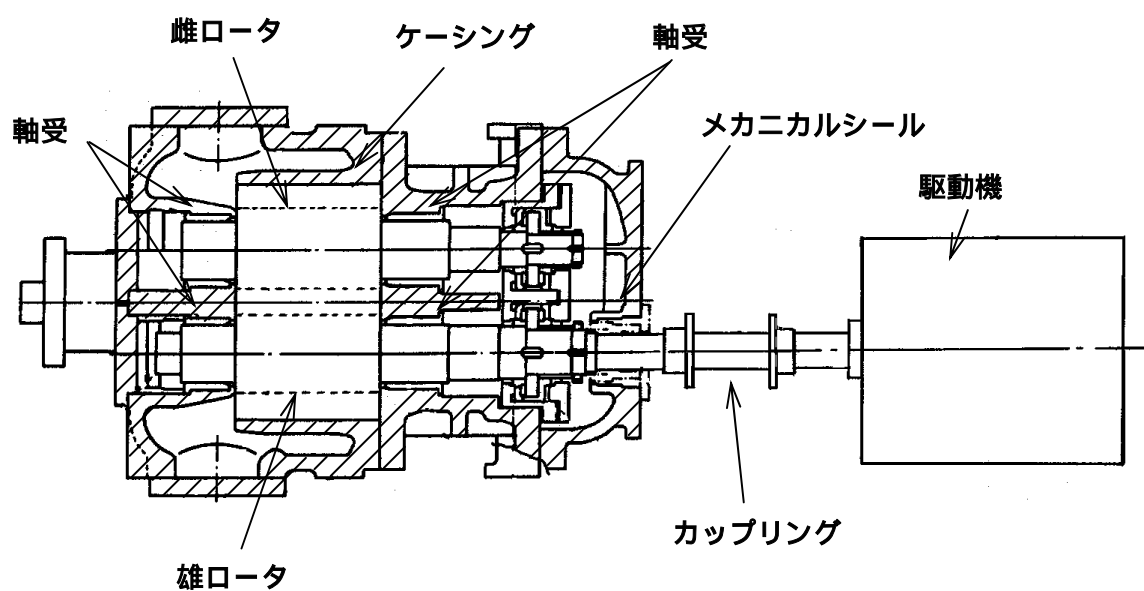


図1.6 カップリング構造スクリュ圧縮機

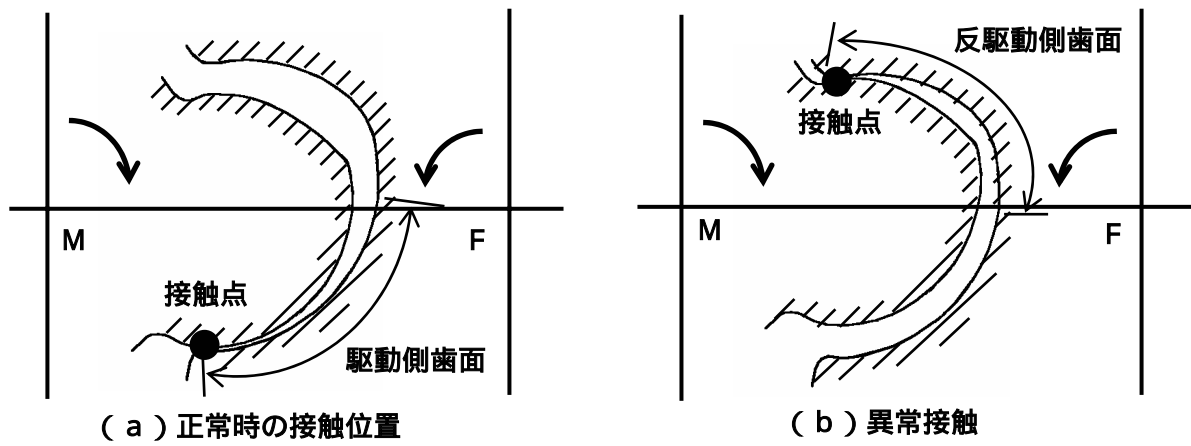


図1.7 ロータ接触位置

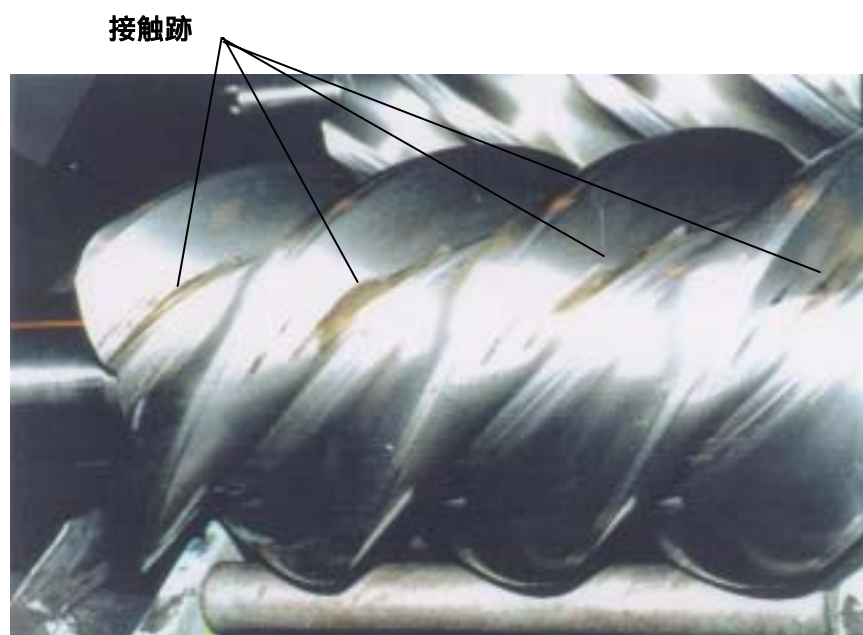


図1.8 異常接触歯面写真

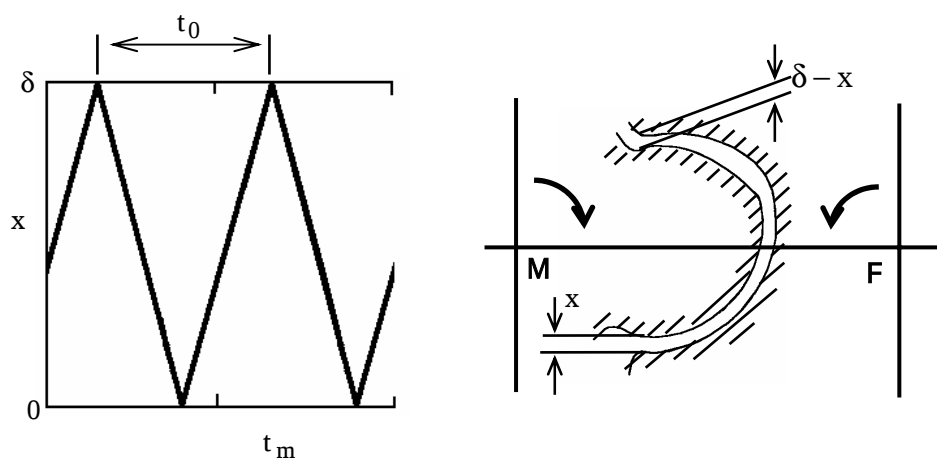


図1.9 異常接触を起こすロータ挙動の一例

第 2 章

ロータに作用するトルクの導出

2 . 1 緒言

異常振動は、ロータに作用する変動トルクが原因と考えられる。本章ではロータに作用するトルクの計算方法とその特性について述べる。

本章の目的は大きく以下の 2 つある。

- 1) 異常振動の原因と考えられる変動トルクと歯形形状には密接な関係がある。第 5 章で歯形形状変更による異常振動防止方法について検討する。そのため、トルク導出過程において、トルクと歯形形状の関係を明らかにする。
- 2) 第 3 章、第 4 章で行うロータの衝突振動解析に適用するため、トルク波形をモデル化する。

2.2 においてトルクを計算する全体の流れを示す。トルクを計算する上で必要な歯溝圧力については一般的な手法があり、2.3 で簡単に述べる。

2.4~2.6 では歯溝圧力から歯形形状を考慮してトルクを計算する手順を示す。その中で歯形形状とトルクを結びつけるトルク係数という歯形パラメータを導出する。第 5 章において、このパラメータを利用して歯形形状によるトルク特性の改善方法を検討する。

2.7 ではロータの衝突振動解析に適用するため、2.6 で導出された計算式により計算されるトルク波形をモデル化する。

2 . 2 ロータに作用するトルクの計算手順

スクリュロータの歯溝は吸込過程、圧縮過程、吐出過程の歯溝からなる。ロータに作用するトルクは、1歯溝により発生したトルクを各歯溝について計算し、それらの値を合計することにより得られる。また、1歯溝により発生するトルクは歯溝圧力、および歯溝形状により計算される。

図2.1に従い、トルクの計算手順を以下に示す。図2.1は図1.4で示したロータと同じ図で、スクリュロータの外観図である。

- 1) 歯溝体積が最大となる歯溝位置(吸込完了)から雄ロータが角度 ϕ (deg)回転した歯溝Aの圧力を計算する。
- 2) 歯溝Aを軸直角平面で微小厚さに切断し、その歯溝片により発生するトルクを計算する。
- 3) そのトルクを軸方向に積分し、歯溝Aにより発生するトルクを計算する。ここで、歯溝内の圧力は一様と考える。
- 4) 各歯溝で発生したトルクを合計してロータに作用するトルクを計算する。

2.3 歯溝圧力の計算

歯溝体積が最大になった歯溝位置から雄ロータが角度 ϕ (deg)回転した場合の歯溝圧力を計算する。歯溝圧力の計算は一般的手法[25]があり、簡単に述べる。

2.3.1 体積曲線

1.2.4で述べたように、ロータが回転することにより歯溝体積が変化する。雄ロータの回転角に対する歯溝の体積の変化曲線を体積曲線と呼び、図2.2のような曲線で表される。横軸は雄ロータ回転角 ϕ 、縦軸は歯溝体積 $V(\phi)$ である。雄ロータ回転角に対して歯溝体積は単調増加し、ある回転角で最大となる。その後単調減少し0となる。ここで、歯溝体積が最大となる雄ロータの回転角 ϕ を0とする。また、歯溝体積が減少し0となる雄ロータの回転角 ϕ を ϕ_E とする。

最大の歯溝体積を V_S とすると

$$V_S = V(0) \quad (2.1)$$

で表される。

歯溝体積は単調増加しているときは吸込過程であり、歯溝と吸込ポートが連通している。歯溝体積が最大のとき吸込ポートと歯溝が隔離され、吸込過程が終了する。

吸込ポートと歯溝が隔離される位置はケーシング切欠位置により決まる（付録A）。

2.3.2 吐出直前歯溝体積

圧縮過程において、歯溝体積がある体積 V_D となったとき、歯溝と吐出ポートが連通して吐出過程に入る。 V_D を吐出直前歯溝体積と呼ぶ。

図2.2において、歯溝体積が V_D となる雄ロータ回転角を ϕ_D とする。 V_D は吸込ポートと同様にケーシング切欠位置により決定される。従って、この体積はケーシング固有の値である。

2.3.3 歯溝圧力

吸込圧力を P_S 、吐出圧力を P_D とする。図2.2において、 $\phi < 0$ では歯溝は常に吸込ポートと連通している。従って、歯溝圧力は P_S となる。 $0 \leq \phi < \phi_D$ では歯溝は、吸込ポートにも吐出ポートにも連通していない。この範囲ではガスが圧縮される。圧縮過程において、ガスは断熱圧縮すると仮定する。 $\phi_D \leq \phi$ では歯溝は常に吐出ポートと連通しており、歯溝圧力は P_D となる。ガスの比熱比を κ とすると、歯溝圧力 P は以下の式で表される。

$$P = P_S \quad (\phi < 0) \quad (2.2)$$

$$P = P_S \left\{ \frac{V_S}{V(\phi)} \right\}^{\kappa} \quad (0 \leq \phi < \phi_D) \quad (2.3)$$

$$P = P_D \quad (\phi_D \leq \phi) \quad (2.4)$$

（歯溝圧力の不連続について）

ここで、トルク変動の原因となる歯溝圧力の急変について述べる。

吐出直前の歯溝圧力 P_{DI} は式 (2 . 3) から次式で表される。

$$P_{DI} = P_S \left\{ \frac{V_S}{V_D} \right\}^k \quad (2 . 5)$$

この式の右辺には P_D の項は入っていないため、 P_{DI} は P_D と無関係な値となる。吐出過程における歯溝圧力は P_D であるため、 V_D が次式を満足する場合、 $P_{DI} = P_D$ となり、吐出ポート開口時歯溝圧力の急変はない。

$$P_D = P_S \left(\frac{V_S}{V_D} \right)^k \quad (2 . 6)$$

V_D は前述したように機械的構造により決定される。しかし、 P_S 、 P_D は任意に設定できるため、実際の運転では $P_{DI} \neq P_D$ となることが多い。この場合、以下の2つのことが考えられる。

(1) $P_{DI} < P_D$ の場合

歯溝が吐出ポートとつながった瞬間に、ガスが吐出ポートから歯溝に逆流する。

(2) $P_{DI} > P_D$ の場合

歯溝が吐出ポートとつながった瞬間に、歯溝から吐出ポートにガスが急激に流出する。

いずれの場合も歯溝圧力が急変する。

P_{DI} と P_D の大小関係により歯溝圧力がどのように変化するか図 2 . 3 により説明する。(a) は $P_{DI} > P_D$ 、(b) は $P_{DI} = P_D$ 、(c) は $P_{DI} < P_D$ の場合である。横軸は雄ロータ回転角 ϕ で $0 \leq \phi$ の範囲を示してある。縦軸は歯溝圧力 P である。この図からわかるように $P_{DI} \neq P_D$ の場合、吐出ポート開口時 ($\phi = \phi_D$) 歯溝圧力が急変する。

このような歯溝圧力の不連続性がトルク変動の原因となる。この現象はスクリュウ圧縮機特有のものである。

2 . 4 微小厚さの歯溝片によりロータに作用するトルク

1 歯溝によりロータに作用するトルクを計算するに際して、まず図 2 . 1 のように歯溝を軸直角平面で微小厚さに切断する。そして、微小厚さの歯溝片によりロータに作用するトルクを計算する。この値を軸方向に積分することにより、1 歯溝によりロータに作用するトルクが計

算できる。

2 . 4 . 1 歯溝形状と歯溝断面形状の関係

トルクの計算において、歯溝形状と歯溝を軸直角平面で切断した歯溝断面形状の関係を把握することが重要である。そこで歯溝形状と歯溝断面形状の関係について調べる。

(1) 歯溝形状

図 2 . 4 (a) はロータ、および歯溝形状を示している。矢印はロータの回転方向である。この図は図 1 . 4 で示したロータと同じ図でロータの噛み合った状態を示している。歯数はいろいろな組み合わせがあるが、ここでは、雄ロータ歯数 4 枚、雌ロータ歯数 6 枚の歯数の組み合わせで説明する。

ロータの手前の端面は吸込端面、反対側は吐出端面である。軸方向の座標を z とする。 $z = 0$ が吸込端面で、ロータ長さを L とすると $z = L$ が吐出端面である。図 1 . 4 では 1 つの歯溝に注目してロータを回転させた状態について説明したが、ここではロータ位置を固定した状態で、① ~ ⑥の歯溝について考える。

(2) 一定間隔で切断したロータ、および歯溝断面形状

図 2 . 4 (b) はロータ、および歯溝を一定間隔の軸直角平面で切断した形状を示している。における矢印は回転方向である。断面 ~ は (a) で示した切断平面 ~ で切断した断面に対応しており、吸込端面から順に ~ としている。また歯溝断面① ~ ⑥は (a) で示した歯溝の記号① ~ ⑥に対応する。

切断平面の間隔を雄ロータのねじれが 30 deg に相当する間隔とする。雄ロータのねじれ角 (吸込端面から吐出端面に至る間に雄ロータがねじれる角度) を $\Phi_M (\text{deg})$ とすると、平面の間隔は $30L / \Phi_M$ となる。 Φ_M は普通 300 deg 程度である。

吸込端面 から吐出端面 に順に見ていくと、雄ロータ断面が反回転方向に 30 deg ずつ回転しているように見える。また、同時に 1 つの歯溝断面に注目した場合、その歯溝断面も 30 deg ずつ回転しているように見える。このように、歯溝を固定して吸込端面から吐出端面に歯溝断面を見ていくと、歯溝断面は反回転方向に回転するよう見える。

なお、断面 ④ では雄ロータ歯溝⑧と雌ロータ歯溝④が融合する。ここでは便宜的に雄ロータのケーシングを延ばして{(b)}の一点鎖線}、この歯溝断面を歯溝④と歯溝⑧に分ける。

(3) 歯溝断面形状

ここで図2.5に示すような歯溝断面形状を考える。雄ロータ中心をO、雌ロータ中心をO'とする。また矢印は回転方向である。雄ロータ先端QとOを結んだ線とロータ中心を結んだ線のなす角度を α とする。ここで、 α をロータ断面角度と呼ぶ。また、斜線を施した歯溝断面を角度 α の歯溝断面と呼ぶ。

ある歯溝断面に対して $d\alpha$ 回転した歯溝断面は、次式で示す距離 dz だけ吐出端面方向に移動した切断平面により切断された歯溝断面となる。

$$dz = \frac{L}{\Phi_M} d\alpha \quad (2.7)$$

(4) シール点

ロータ断面形状が回転した場合の歯溝断面形状の変化を図2.6に示す。雄ロータ中心をO、雌ロータ中心をO'とする。また矢印は回転方向である。 α が(a)から(d)に従い、順に大きくなっている。この図において、斜線を施した歯溝断面に注目する。これらの歯溝断面はロータ同士の接触点、またはロータとケーシングの接触点により他の歯溝断面と仕切られている。これらの接触点をシール点(図では ① で示している)と呼ぶ。特にロータ同士のシール点をロータ間シール点、ロータとケーシングのシール点をチップシール点と呼ぶ。

図において、ロータ間シール点を C_{R1} 、 C_{R2} で表す。また、雌ロータとケーシングのチップシール点を C_{FT1} 、 C_{FT2} 、雄ロータとケーシングのチップシール点を C_{MT1} 、 C_{MT2} で表す。

このシール点位置はトルク計算に使用される。ロータ間シール点は歯形形状の影響を強く受けるため、トルクも同様に歯形形状の影響を強く受ける。この影響については第5章で詳しく述べる。

2.4.2 ロータに作用するトルク

図2.6における斜線を施した歯溝断面形状で微小厚さ dz である歯溝片によりロータに作用するトルクを計算する。

(1) 歯溝圧力により発生する力の大きさ、および作用方向

斜線を施した歯溝の圧力を P とする。図2.6からわかるように、雌ロータ、および雄ロータのロータ表面において、斜線を施した歯溝と他の歯溝を仕切るシール点は2つある。例えば (b) において、雌ロータ表面には C_{FT1} と C_{R2} 、雄ロータ表面には C_{MT1} と C_{R2} の2つのシール点がある。

歯溝圧力により雌ロータに作用する力の大きさ、作用方向は次のようになる(付録B)。歯溝を仕切る雌ロータ表面の2つのシール点を結んだ線分の長さを ℓ_F とすると、力の大きさは $P\ell_F dz$ である。また力の作用方向は2つのシール点を結んだ線分の垂直二等分線方向 $\vec{P}_F$ である。

雄ロータも同様にロータ表面の2つのシール点を結んだ線分の長さを ℓ_M とすると、力の大きさは $P\ell_M dz$ 、作用方向は $\vec{P}_M$ である。

(2) トルクの大きさ

雌ロータの中心 O' と $\vec{P}_F$ の距離を k_F とすると、雌ロータに作用するトルクは $P\ell_F k_F dz$ で表される。

同様に雄ロータ中心 O と $\vec{P}_M$ との距離を k_M とすると、雄ロータに作用するトルクは $P\ell_M k_M dz$ で表される。

図2.6(a)~(d)は各ロータ断面角度における ℓ_F 、 ℓ_M 、 k_F 、 k_M および $\vec{P}_F$ 、 $\vec{P}_M$ を示している。なお、(c)以降の図では力の作用方向 $\vec{P}_F$ 、 $\vec{P}_M$ のみを示している。

(3) トルクの作用方向

ところで、図2.6(a)において、ロータの回転方向に対して雄ロータに作用するトルクの方角と雌ロータに作用するトルクの方角は異なる。雌ロータには回転方向に、雄ロータには反回転方向にトルクが作用する。そこで、回転方向にトルクが作用する場合を正、反回転方向にトルクが作用する場合を負とする。それは力の作用力方向とロータ中心の距離 k の符号により区別する。従って、図2.6(a)において、 k_{F1} の符号は正、 k_{M1} の符号は負となる。

なお、一般には反回転方向に働くトルクを正としている。しかし、ロータ同士の衝突振動を

扱う場合、回転方向にトルクが作用する場合を正とするほうが理解しやすいため、本論文ではこの符号を採用する。

2.5 1 歯溝によりロータに作用するトルク

2.4 により微小厚さの歯溝によりロータに作用するトルクが導かれた。このトルクを1歯溝について軸方向に積分することにより、1つの歯溝により作用するトルクが計算できる。ここでは、歯溝体積が最大となる位置から雄ロータが角度 ϕ 回転したときの歯溝により発生するトルクを計算する。

まず、1歯溝に注目した場合、軸方向にトルクの値がどのように変化するか調べる。

2.5.1 $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線

雌ロータに作用するトルクは2.4.2 (2)で述べたように、 $P \ell_F k_F dz$ で表される。この式において P は1歯溝内では一定であるが、 $\ell_F k_F$ は歯溝断面位置により変化し、 $\alpha(z)$ の関数となる。この値は歯形形状のみによって決定される値である。そこで、 P と $\ell_F k_F$ を分離して考える。

α に対する $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ の値の変化を図2.7に示す。(a)は $\ell_F k_F$ 、(b)は $\ell_M k_M$ である。横軸は α 、縦軸はそれぞれ $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ である。

なお、図2.6(c)のように雌、雄ロータ歯溝断面を仕切るシール点が2つのチップシール点となる最小ロータ断面角度をそれぞれ α_{FT} 、 α_{MT} とする。このような歯溝断面では2つのチップシール点の垂直2等分線はロータ中心を通るため、 k_M 、 k_F の大きさは0となる。

ここで $0 \leq \alpha < \alpha_{FT}$ である雌ロータ歯溝断面、 $0 \leq \alpha < \alpha_{MT}$ である雄ロータ歯溝断面を歯溝断面と呼ぶ。

2.5.2 歯溝の存在範囲

歯溝内では圧力 P は一定であるため、1 歯溝の $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 値を積分し、 P をかけた値が発生するトルクとなる。そこで、歯溝が図 2.7 のどの範囲のロータ断面角度 α (積分範囲) で存在するか調べる必要がある。

歯溝は吸込端面から吐出端面まで全ての位置で存在するのでなく、歯溝の位置により存在する範囲が異なる。例えば、図 2.4 (b) において、 から までの全ての断面で存在する歯溝は④～⑥である。その他の歯溝については、歯溝⑦は断面 から吐出側、歯溝⑧は断面 から吐出側、歯溝⑨は断面 から吐出側で存在する。

歯溝④は吸込端面 ($z = 0$) でロータ断面角度 $\alpha = 0$ の歯溝断面となる歯溝である。そして吐出端面 ($z = L$) 方向に行くに従い α が大きくなり、吐出端面では $\alpha = \Phi_M$ となる。従って、 α に対する歯溝④の $\ell_F k_F$ 曲線は、図 2.7 において、 $\alpha = 0$ と $\alpha = \Phi_M$ の間の範囲である。歯溝④のロータの軸方向に対する $\ell_F k_F$ 曲線は図 2.8 (c) で表される。縦軸は $\ell_F k_F$ 、横軸は z で、 $z = 0$ は吸込端面、 $z = L$ は吐出端面を表している。

同様にして各歯溝の $\ell_F k_F$ 曲線は図 2.8 (a)～(f) のようになる。歯溝④～⑨は図 2.4 に対応している。この $\ell_F k_F$ 曲線を吸込端面と吐出端面の間で積分すれば、各歯溝における $\ell_F k_F$ の積分値となる。 $\ell_M k_M$ 曲線も同様である。

2.5.3 ロータ回転による $\ell_F k_F$ 曲線の変化

2.5.2 で述べた $\ell_F k_F$ 曲線はロータを固定して各歯溝に対するものであったが、今度は 1 つの歯溝に注目して、ロータが回転した場合を考える。

図 2.4 (a) の歯溝④に注目する。雄ロータが矢印方向に 90 deg 回転すると、この歯溝は歯溝⑧の位置に移動する。歯溝の吐出端面方向への移動距離は雄ロータねじれ角において 90 deg 分の距離で $90L / \Phi_M$ である。従って、図 2.8 (a)～(f) は 1 つの歯溝に注目してロータが 90 deg づつ回転した場合の $\ell_F k_F$ 曲線と見ることができる。また、これらの図から $\ell_F k_F$ 曲線が吐出端面方向に $90L / \Phi_M$ づつ移動していることがわかる。

このように雄ロータが角度 ϕ 回転すると $\ell_F k_F$ 曲線は吐出端面方向に $\phi L / \Phi_M$ 移動する。 $\ell_M k_M$ 曲線も同様である。

2.5.4 $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線の積分値

$\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ の積分値を求める。計算を簡単にするため、 $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線を固定して吸込端面、吐出端面位置を移動させる。図2.9は吸込端面において $\alpha=0$ の歯溝断面である歯溝の $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線である。縦軸は $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 、横軸は $L\alpha/\Phi_M$ でこの座標を $\bar{z}$ とする。

体積が最大となる歯溝 ($\phi=0$) の吸込端面におけるロータ断面角度を α_S とする。すると $\phi=0$ における歯溝の吸込端面、吐出端面位置はそれぞれ $\bar{z}=L\alpha_S/\Phi_M$ 、 $\bar{z}=L\alpha_S/\Phi_M+L$ である。

雄ロータが回転方向に ϕ 回転すると吸込端面の位置は $\bar{z}=L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M$ 、吐出端面の位置は $\bar{z}=L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M+L$ となる。

1 歯溝の $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ の積分値は次式で表される。

$$\bar{T}_F(\phi) = \frac{1}{C_D^2 L} \int_{L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M}^{L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M+L} \ell_F\left(\frac{\Phi_M}{L}\bar{z}\right) k_F\left(\frac{\Phi_M}{L}\bar{z}\right) d\bar{z} \quad (2.8)$$

$$\bar{T}_M(\phi) = \frac{1}{C_D^2 L} \int_{L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M}^{L(\alpha_S-\phi)/\Phi_M+L} \ell_M\left(\frac{\Phi_M}{L}\bar{z}\right) k_M\left(\frac{\Phi_M}{L}\bar{z}\right) d\bar{z} \quad (2.9)$$

$\bar{T}_F(\phi)$ 、 $\bar{T}_M(\phi)$ をトルク係数と呼ぶ。ここで、 C_D はロータ中心間距離である。 $C_D^2 L$ で無次元化することにより、ロータサイズ、ロータ長さに依存しない値となる。

2.5.5 トルク係数

トルク係数は Φ_M を一定とした場合、歯形形状固有の値であるため、歯形形状によりトルク特性を比較する上で重要なパラメータである。なお Φ_M は性能上の問題でほぼ一定の値である。

$\bar{T}_F(\phi)$ 、 $\bar{T}_M(\phi)$ のグラフを図2.10に示す。横軸は ϕ 、縦軸は $\bar{T}_F(\phi)$ 、 $\bar{T}_M(\phi)$ である。これらのトルク係数は、圧縮、吐出過程 ($\phi \geq 0$) 範囲のみを示してある。

このグラフにおいて、 ϕ に対してトルク係数に変化しない部分がある。これは図2.8(c) ~ (e) の歯溝のように歯溝断面の $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ だけが存在する歯溝である。雌、雄ロー

タにおけるこの部分のトルク係数の値をそれぞれ $\bar{T}_{FC}$ 、 $\bar{T}_{MC}$ とすると、これらの値はそれぞれ次式で表される。

$$\bar{T}_{FC} = \frac{1}{C_D^2 L} \int_0^{L\alpha_{FT}/\Phi_M} \ell_F \left(\frac{\Phi_M}{L} \bar{z} \right) k_F \left(\frac{\Phi_M}{L} \bar{z} \right) d\bar{z} \quad (2.10)$$

$$\bar{T}_{MC} = \frac{1}{C_D^2 L} \int_0^{L\alpha_{MT}/\Phi_M} \ell_M \left(\frac{\Phi_M}{L} \bar{z} \right) k_M \left(\frac{\Phi_M}{L} \bar{z} \right) d\bar{z} \quad (2.11)$$

なお、 α_{FT} 、 α_{MT} は図 2.7 で示した角度である。

2.5.6 トルク計算結果

歯溝 i により発生する雌ロータトルク T_{Fi} 、雄ロータトルク T_{Mi} はそれぞれ次式で表される。

$$T_{Fi} = P(\phi_i) C_D^2 L \bar{T}_F(\phi_i) \quad (2.12)$$

$$T_{Mi} = P(\phi_i) C_D^2 L \bar{T}_M(\phi_i) \quad (2.13)$$

ここで、 ϕ_i は歯溝 i の位置となる雄ロータ回転角 ϕ である。

2.6 全歯溝によりロータに作用するトルク

2.5.6 により計算される各歯溝により発生したトルクを足し合わせるにより、ロータに作用したトルクを計算する。

2.6.1 圧縮、吐出過程の歯溝によりトルクを計算する方法

吸込、圧縮、吐出過程の歯溝が存在するが、トルク計算を簡単にするため、圧縮、吐出過程の歯溝のみによりトルクを計算する方法を導く。

吸込過程の歯溝を S 、圧縮、吐出過程の歯溝を C とする。すると、雌ロータに作用するトルク T_F は次式で表される。

$$T_F = C_D^2 L \left\{ P_S \sum_S \bar{T}_F(\phi_S) + \sum_C P(\phi_C) \bar{T}_F(\phi_C) \right\} \quad (2.14)$$

なお、 ϕ_S 、 ϕ_C は歯溝 S、歯溝 C の各歯溝位置に相当する雄ロータ回転角である。

ここで、ガスを圧縮していない状態を考える。この場合、各歯溝圧力は全て P_S で、ロータに作用するトルクは 0 である。従って

$$P_S \sum_S \bar{T}_F(\phi_S) + P_S \sum_C \bar{T}_F(\phi_C) = 0 \quad (2.15)$$

式 (2.14)、(2.15) から、 $\sum_S \bar{T}_F(\phi_S)$ の項を消去すると、雌ロータに作用するト

ルクは次式で表される。

$$T_F = C_D^2 L \sum_C \{P(\phi_C) - P_S\} \bar{T}_F(\phi_C) \quad (2.16)$$

同様に雄ロータに作用するトルクは次式で表される。

$$T_M = C_D^2 L \sum_C \{P(\phi_C) - P_S\} \bar{T}_M(\phi_C) \quad (2.17)$$

以上から圧縮、吐出過程 ($\phi \geq 0$) 範囲のみのトルク係数でトルクが計算できる。

2.6.2 圧縮、吐出過程の歯溝位置

ロータの回転角に対する雌ロータに作用するトルクの計算方法について図 2.11 を用いて説明する。(a) は雄ロータ回転角 ϕ に対する歯溝圧力 P を示す。 $\phi \geq 0$ の範囲のみを示している。横軸は ϕ 、縦軸は P である。 ϕ_D は吐出ポート開口時の雄ロータ回転角、 ϕ_E は吐出完了時の雄ロータ回転角である。(b) は雌ロータのトルク係数 $\bar{T}_F$ である。縦軸は $\bar{T}_F$ で横軸は (a) に対応している。

図中の縦の一点鎖線は、ロータをある回転角に固定した場合に存在する圧縮、吐出過程の歯溝位置を示している。圧縮過程において一番歯溝圧力の低い歯溝の雄ロータ回転角を $\phi = \tau$ とする。その他の歯溝位置は $360 / N_M$ (deg) 間隔で存在する。ここで、 N_M は雄ロータ歯数である。

2.6.3 トルク計算結果

図 2.11 において、各圧縮、吐出過程の歯溝の雄ロータ回転角はそれぞれ $\phi = \tau, \tau + 360/N_M, \tau + 2 \times 360/N_M \cdots \tau + 360m/N_M$ である。ここで、 m は整数で $\tau + 360m/N_M \leq \phi_E$ を満足する最大値である。

雌ロータに作用するトルク $T_F(\tau)$ は、各歯溝のトルクを足しあわせたもので、次式で表される。

$$T_F(\tau) = C_D^2 L \sum_{i=0}^m \{P(\tau + 360i/N_M) - P_S\} \bar{T}_F(\tau + 360i/N_M) \quad (2.18)$$

なお、 $0 \leq \tau < 360/N_M$ である。

同様に雄ロータに作用するトルク $T_M(\tau)$ は次式で表される。

$$T_M(\tau) = C_D^2 L \sum_{i=0}^m \{P(\tau + 360i/N_M) - P_S\} \bar{T}_M(\tau + 360i/N_M) \quad (2.19)$$

2.6.4 トルクの変動周期

図 2.11 の歯溝位置から雄ロータが $360/N_M$ (deg) 回転すると、 $\phi = \tau$ の歯溝は雄ロータ回転角 $\phi = \tau + 360/N_M$ の位置に来る。そして、この歯溝の 1 つ前の吸込側の歯溝は、圧縮過程の歯溝となり、雄ロータ回転角 $\phi = \tau$ の位置に来る。この状態における圧縮、吐出過程の歯溝位置は $360/N_M$ (deg) 回転する前の圧縮、吐出過程の歯溝位置と全く同じであり、ロータに作用するトルクも同じである。従って、トルクの変動周期は $360/N_M$ (deg) となる。

トルク変動周期 t_0 (s) は、雄ロータの回転角速度を ω (rad/s) とすると、次式で表される。

$$t_0 = \frac{2\pi}{N_M \omega} \quad (2.20)$$

2.7 衝突振動解析のためのトルク波形モデル化

3章, 4章で行うスクリュロータの衝突振動解析に式(2.18)、(2.19)で表されたトルクを使用する。衝突振動解析に適用するため、 $P_{DI} \neq P_D$ の場合のトルク波形をモデル化する。

2.7.1 ロータに作用するトルク波形

式(2.18)、(2.19)で計算したロータに作用するトルクの一例を図2.12に示す。横軸は時間 t_m 、縦軸はトルク T_M 、 T_F である。(a)は $P_{DI} > P_D$ 、(b)は $P_{DI} = P_D$ 、(c)は $P_{DI} < P_D$ の場合のトルク波形である。これらのグラフからわかるように、(b)は比較的トルク変動が小さいが、(a)(c)はトルク変動が大きく、概略のこぎり波状のトルク波形となる。この波形が衝突振動の原因となると考えられる。

2.7.2 トルク波形の近似式

衝突振動の原因となる $P_{DI} \neq P_D$ の場合のトルク波形の近似式を作成する。

(1) 近似波形

図2.12(a)、(c)のような $P_{DI} \neq P_D$ の場合のトルク波形を図2.13のようにのこぎり波状の波形で近似する。横軸は時間 $\bar{t}$ である。 $\bar{t}$ は変動トルク1周期の間の時間を表し、 $0 \leq \bar{t} < t_0$ とする。トルクの不連続変化点での時間を $\bar{t} = 0$ とする。 $\bar{t} = t_0$ は次のトルクの変動周期の起点 $\bar{t} = 0$ を意味する。縦軸はトルクである。

雌ロータに作用するトルクの平均値を T_{F1} 、片振幅を T_{F2} 、雄ロータに作用するトルクの平均値を T_{M1} 、片振幅を T_{M2} とする。ここで、片振幅として図2.12(a)のようにトルクの不連続変化点において、トルクが増加する場合を正で定義する。従って、(c)のようにトルクが減少する場合は負である。

(2) 吐出ポート開口時におけるトルク変動量

図2.13で示したトルクの不連続な立ち上がり(立ち下り)は、吐出ポート開口時において P_{DI} と P_D が異なるためである。つまり、図2.11において歯溝が $\phi = \phi_D$ の位置にきた場合、その歯溝圧力が不連続的に変化する。

ここで、圧力が不連続となる部分のトルクについて考える。

$$\phi_D = \tau + 360i / N_M \quad (2.21)$$

となる τ を τ_D 、 i を i_D とする。 $\phi = \phi_D$ の歯溝以外の歯溝により雌ロータに作用するトルクを T_{FA} とすると、 T_{FA} は次式で表される。

$$T_{FA} = C_D^2 L \left[\sum_{i=0}^{i_D-1} \{P(\tau_D + 360i / N_M) - P_S\} \bar{T}_F(\tau_D + 360i / N_M) + (P_D - P_S) \sum_{i=i_D+1}^m \bar{T}_F(\tau_D + 360i / N_M) \right] \quad (2.22)$$

この値は $\phi = \phi_D$ の歯溝圧力が P_{DI} 、 P_D どちらになってもほとんど変化しない。

通常、吐出時の歯溝 ($\phi = \phi_D$) におけるトルク係数は、トルク係数が一定となる部分、つまり $\bar{T}_{FC}$ となることが多い。そこで、 $\phi = \phi_D$ の歯溝圧力が吐出直前の圧力 P_{DI} である場合、雌ロータに作用するトルク T_{FDI} は次式で表される。

$$T_{FDI} = T_{FA} + C_D^2 L (P_{DI} - P_S) \bar{T}_{FC} \quad (2.23)$$

同様に $\phi = \phi_D$ の歯溝が吐出ポートと連通した直後の圧力 P_D である場合、雌ロータに作用するトルク T_{FD} は次式で表される。

$$T_{FD} = T_{FA} + C_D^2 L (P_D - P_S) \bar{T}_{FC} \quad (2.24)$$

$\phi = \phi_D$ の歯溝圧力が P_{DI} 、および P_D の雄ロータに作用するトルク T_{MDI} 、 T_{MD} も同様にそれぞれ次式で表される。

$$T_{MDI} = T_{MA} + C_D^2 L (P_{DI} - P_S) \bar{T}_{MC} \quad (2.25)$$

$$T_{MD} = T_{MA} + C_D^2 L (P_D - P_S) \bar{T}_{MC} \quad (2.26)$$

なお、図2.12(a)、(c)に T_{FDI} 、 T_{FD} 、 T_{MDI} 、 T_{MD} の位置を示してある。

(3) 近似式

図2.13のグラフは、平均トルク、片振幅を用いて、次式で表すことができる。

$$T_F = T_{F1} + T_{F2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0) \quad (2.27)$$

$$T_M = T_{M1} + T_{M2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0) \quad (2.28)$$

ここで、 T_{F1} 、 T_{F2} は、式(2.23)、(2.24)により求めたトルクの最大、最小値を用いて次式で近似する。

$$T_{F1} = \frac{T_{FD} + T_{FDI}}{2} = T_{FA} + C_D^2 L \bar{T}_{FC} \frac{P_D + P_{DI} - 2P_S}{2} \quad (2.29)$$

$$T_{F2} = \frac{T_{FD} - T_{FDI}}{2} = C_D^2 L \bar{T}_{FC} \frac{P_D - P_{DI}}{2} \quad (2.30)$$

同様に T_{M1} 、 T_{M2} は以下の式で近似できる。

$$T_{M1} = T_{MA} + C_D^2 L \bar{T}_{MC} \frac{P_D + P_{DI} - 2P_S}{2} \quad (2.31)$$

$$T_{M2} = C_D^2 L \bar{T}_{MC} \frac{P_D - P_{DI}}{2} \quad (2.32)$$

ロータに作用する平均トルクは反回転方向に作用する。従って、 $T_{F1} < 0$ 、 $T_{M1} < 0$ である。また、本論文では $P_{DI} > P_D$ 、つまり図2.12(a)に示すトルクがロータに作用する場合の振動解析を行う。従って、 $T_{F2} > 0$ 、 $T_{M2} > 0$ とする。

2.8 まとめ

スクリュロータの衝突振動は、ロータに作用するトルク変動によるものと考えられる。衝突振動解析に必要なスクリュロータに作用するトルクの計算方法を導出した。トルクを計算する方法は幾つかあるが、歯形形状の影響が把握できるように歯形形状そのものに依存するトルク係数を考案した。本係数を用いて、第5章にて異常振動防止のための歯形形状を検討する。

吐出ポート開口直前の圧力を P_{DI} 、吐出圧力を P_D とすると、 $P_{DI} = P_D$ の場合は、トルク変動はほとんどないが、 $P_{DI} \neq P_D$ の場合は時間に対して概略のこぎり波状のトルク波形となることがわかった。そこで、この場合のトルク波形をのこぎり波状の波形で近似し、平均トルク値と片振幅値の2つのパラメータで表した。この近似波形を衝突振動解析に用いる。

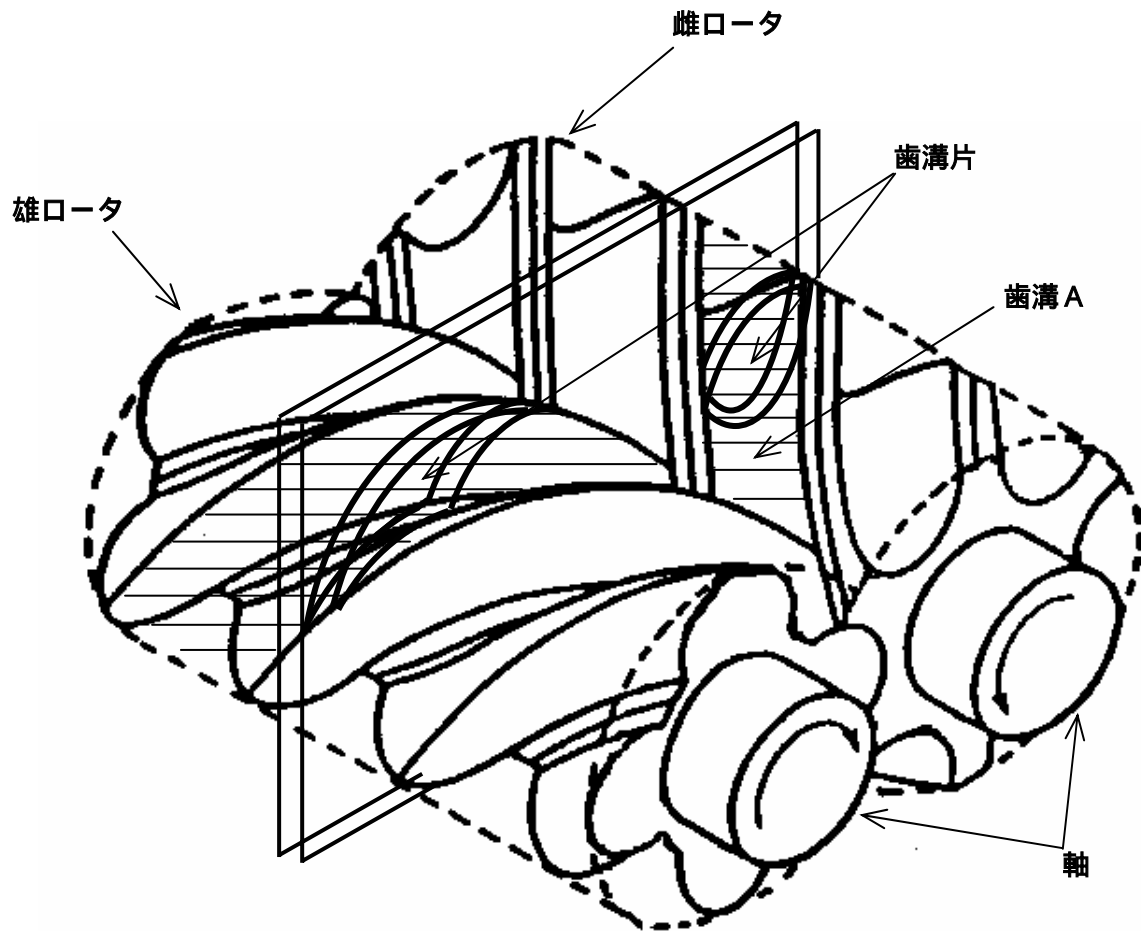


図 2 . 1 軸直角断面で切った歯溝片

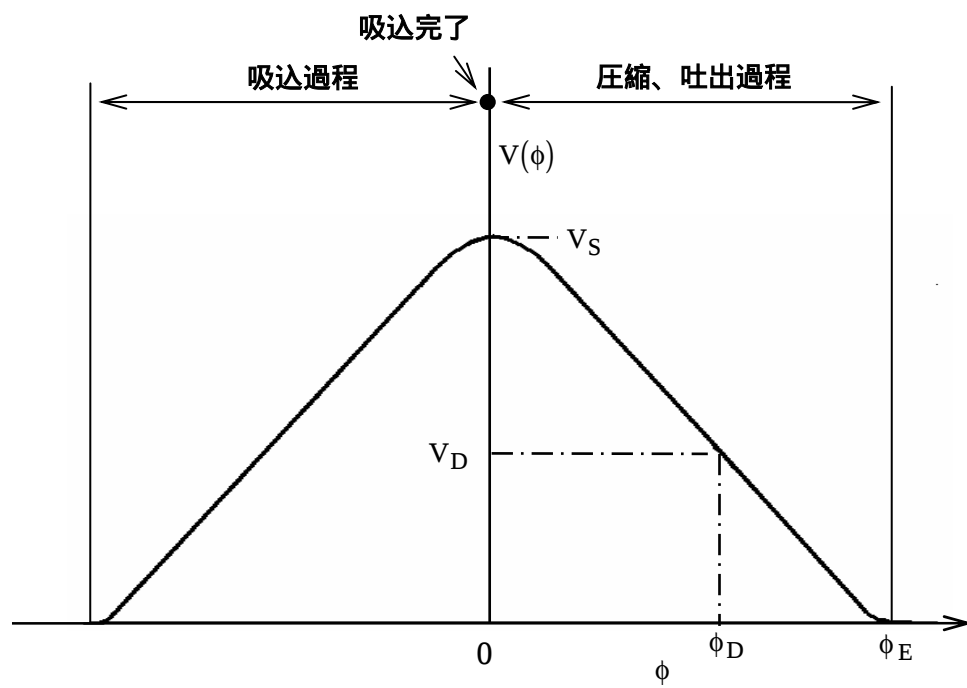


図 2 . 2 体積曲線

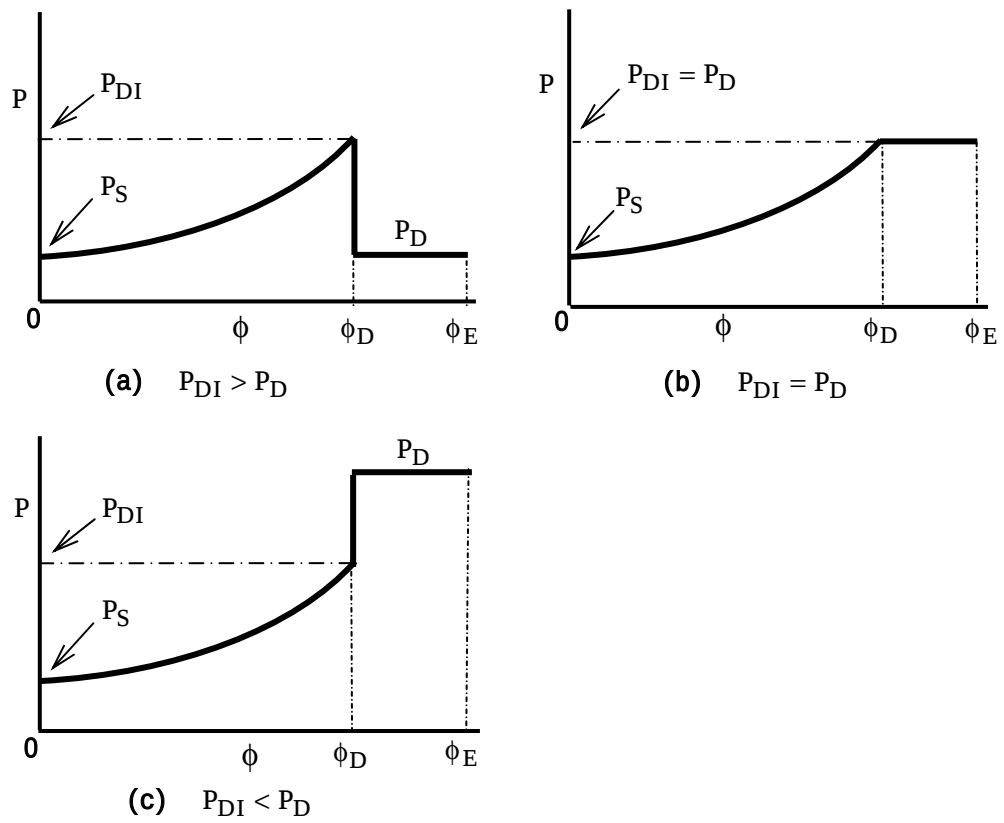


図2.3 P_D と P_{DI} の大小関係と歯溝圧力変化曲線

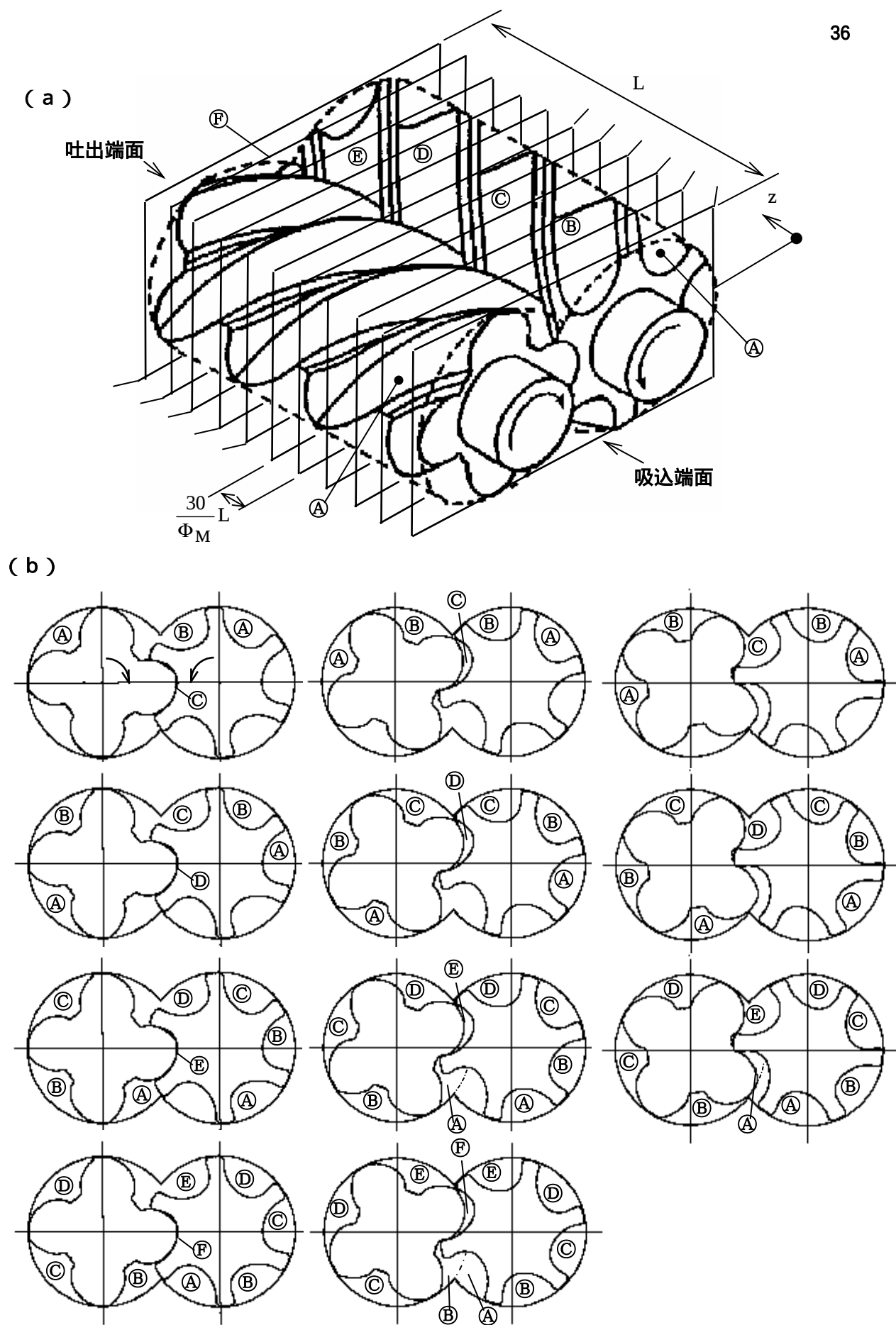


図 2 . 4 歯溝形状と歯溝断面形状の関係

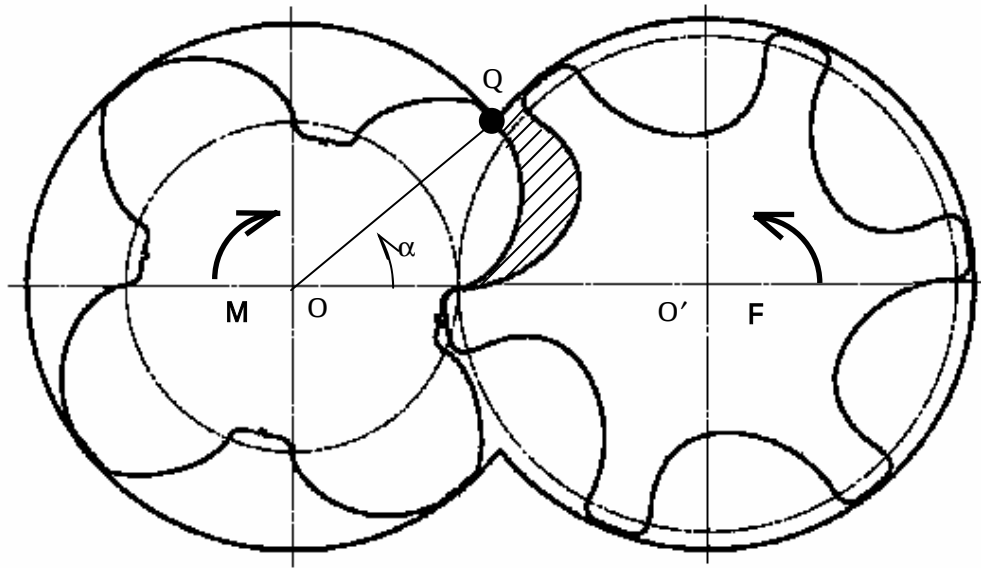


図2.5 歯溝断面形状

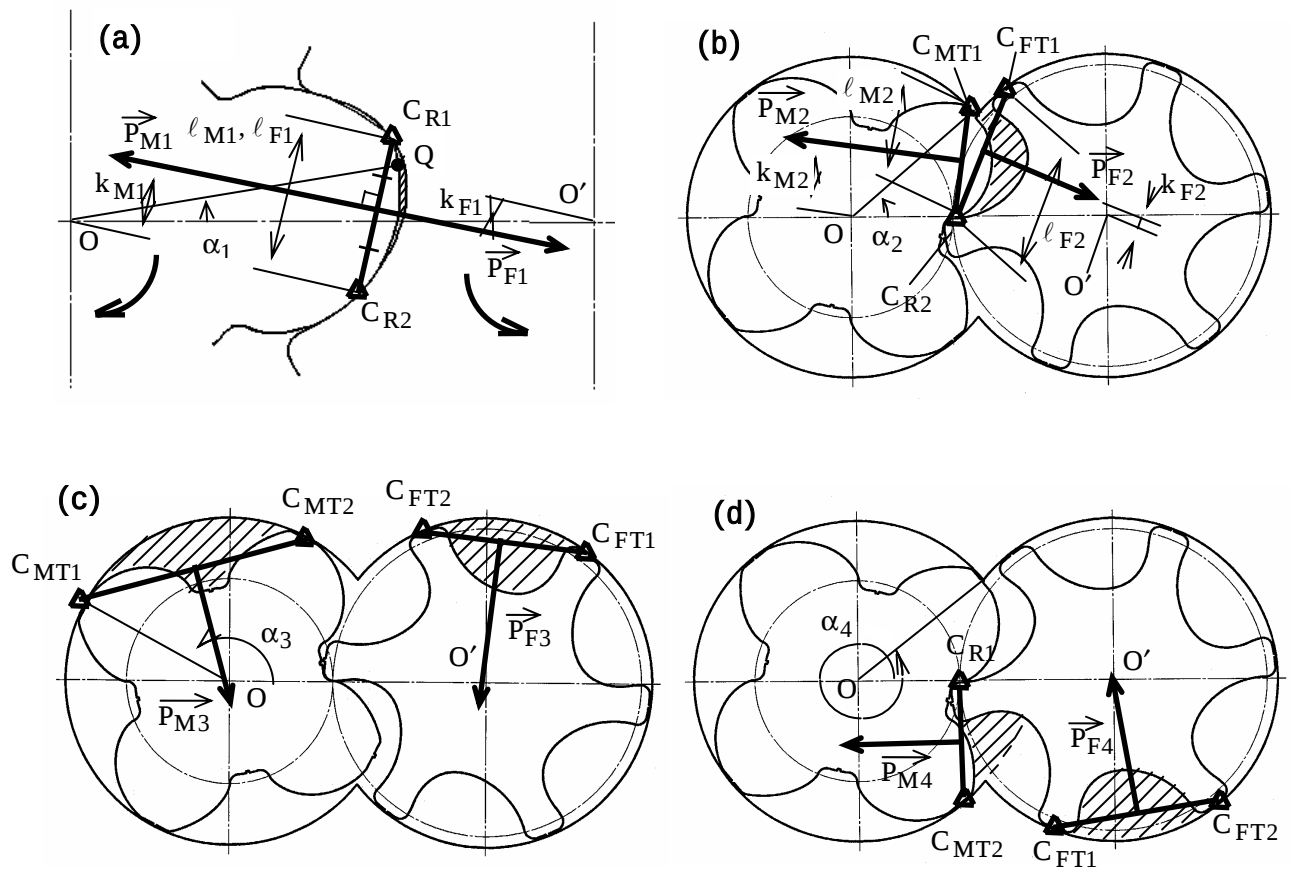


図2.6 歯溝形状とロータに作用するトルク

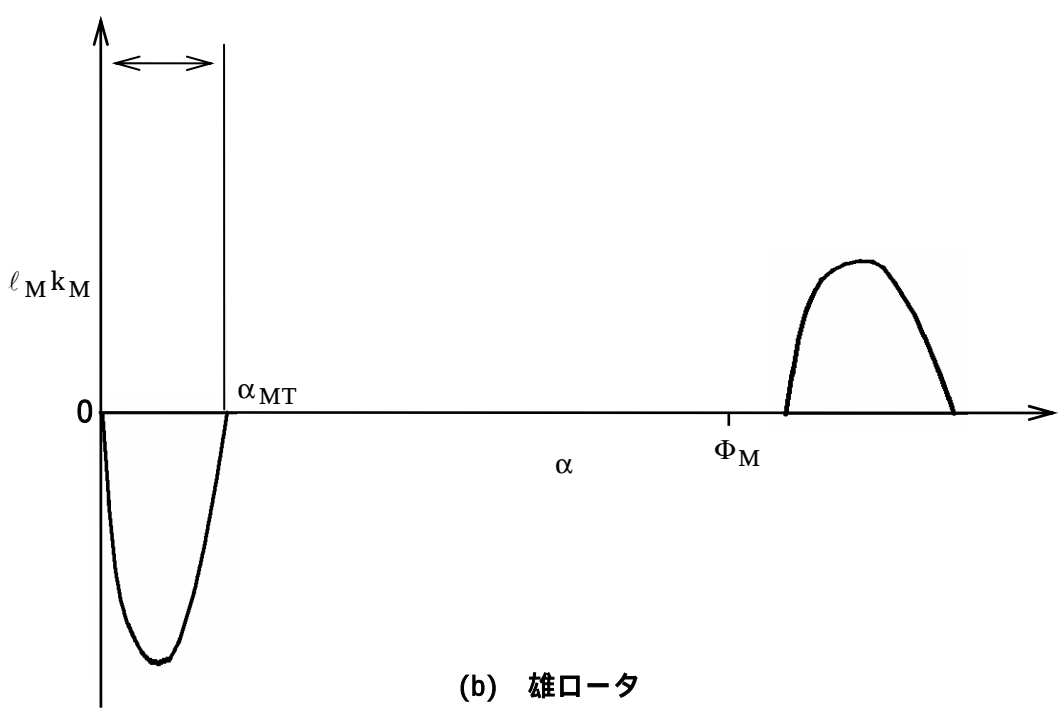
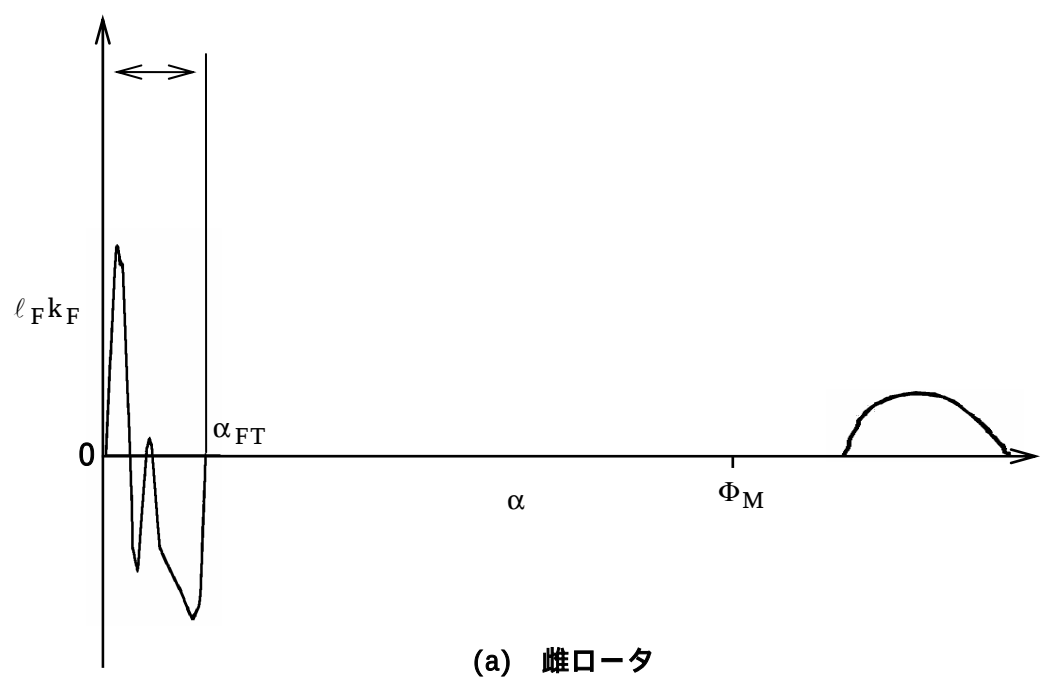


図 2 . 7 $\ell_F k_F$ 、 $\ell_M k_M$ 曲線

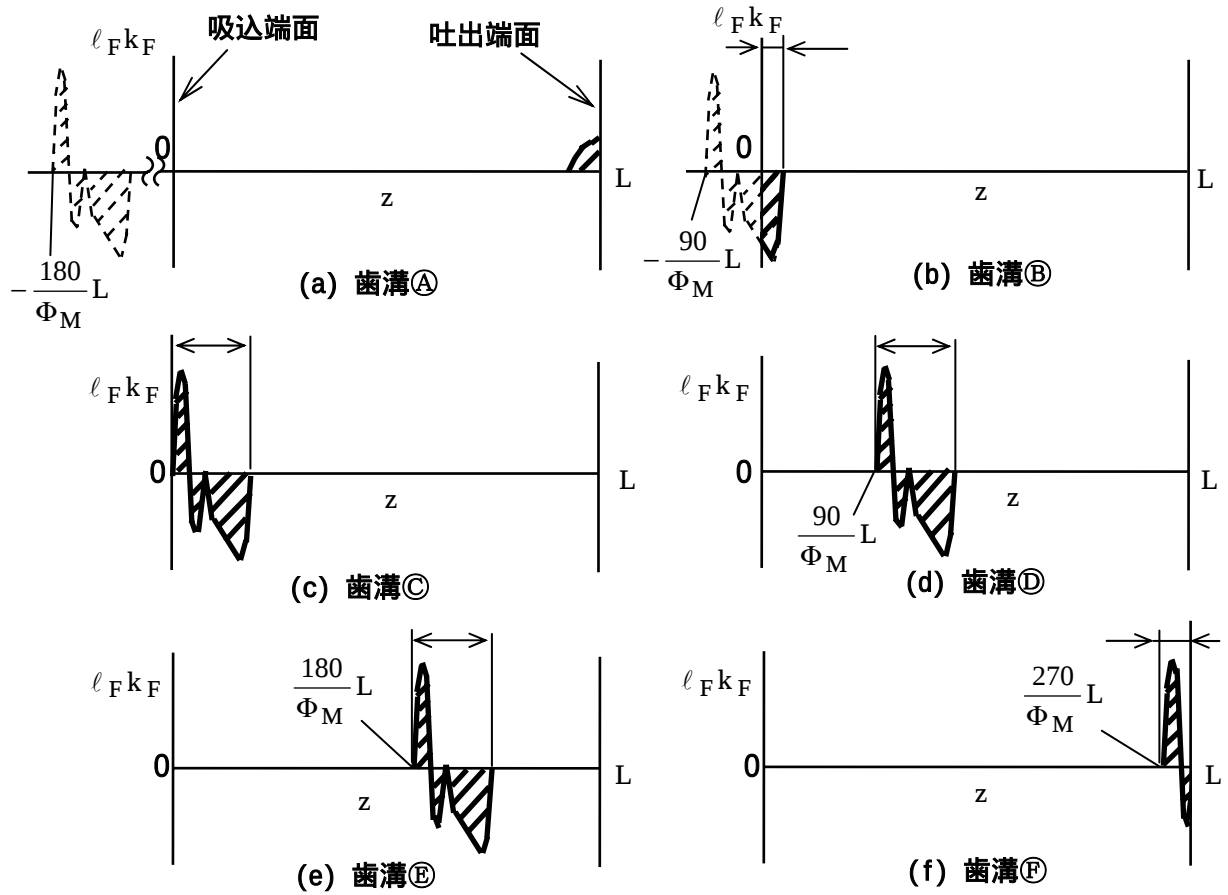
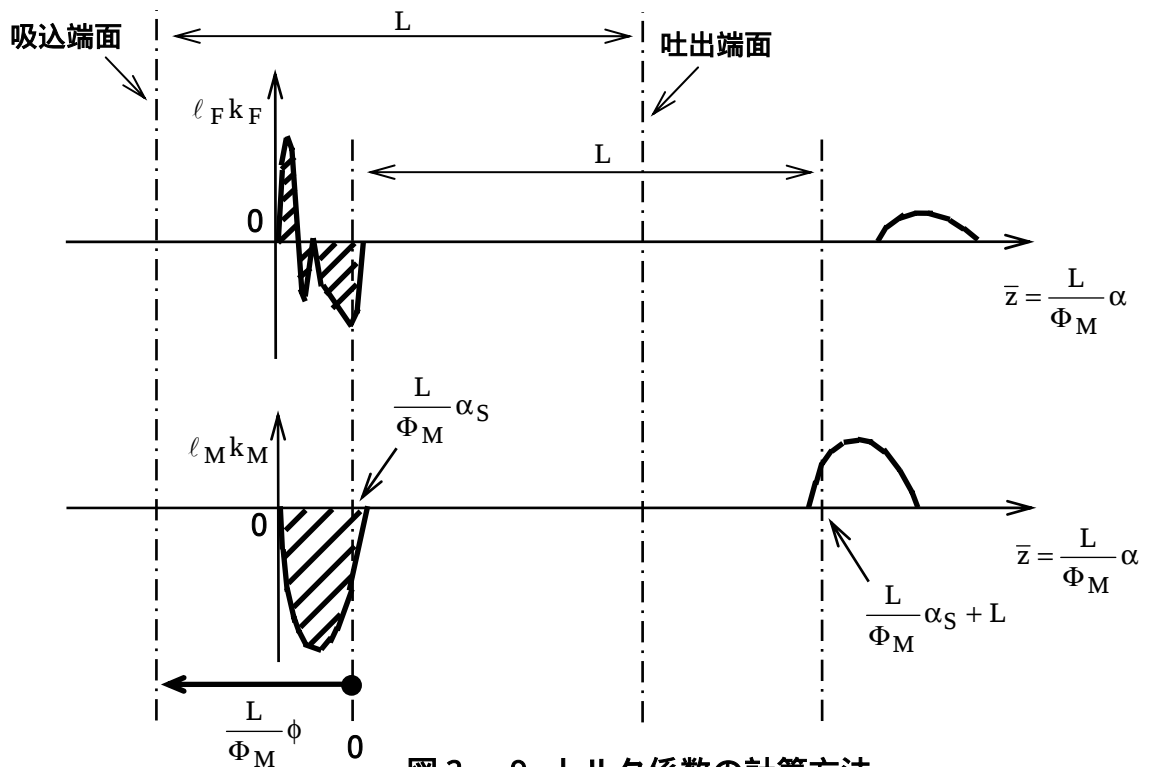
図2.8 各齒溝の $\ell_F k_F$ 変化

図2.9 トルク係数の計算方法

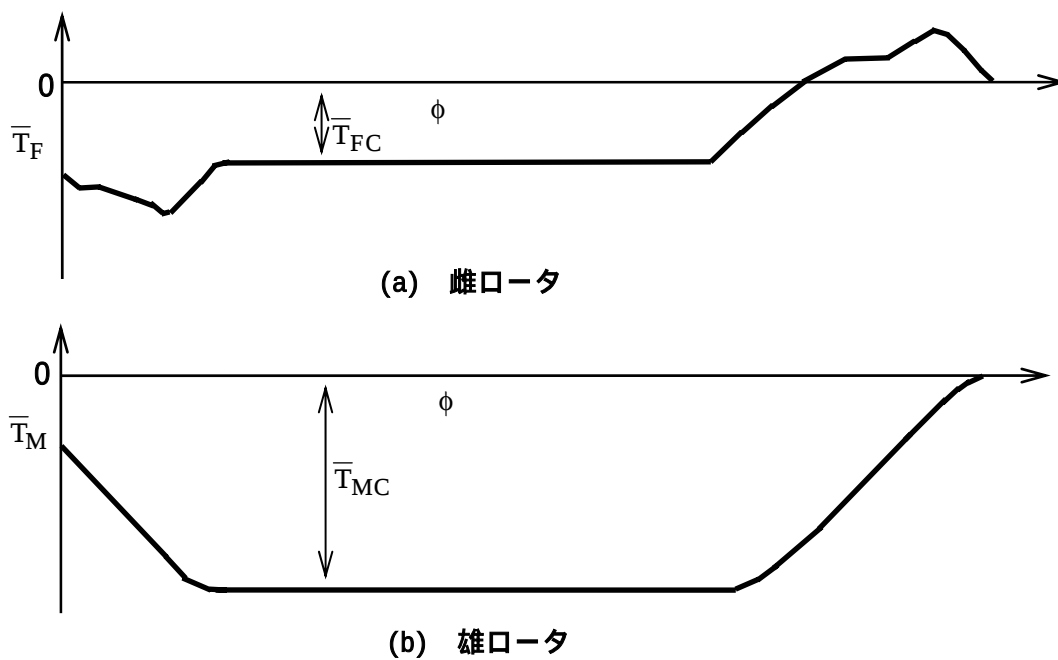


図 2 . 1 0 トルク係数

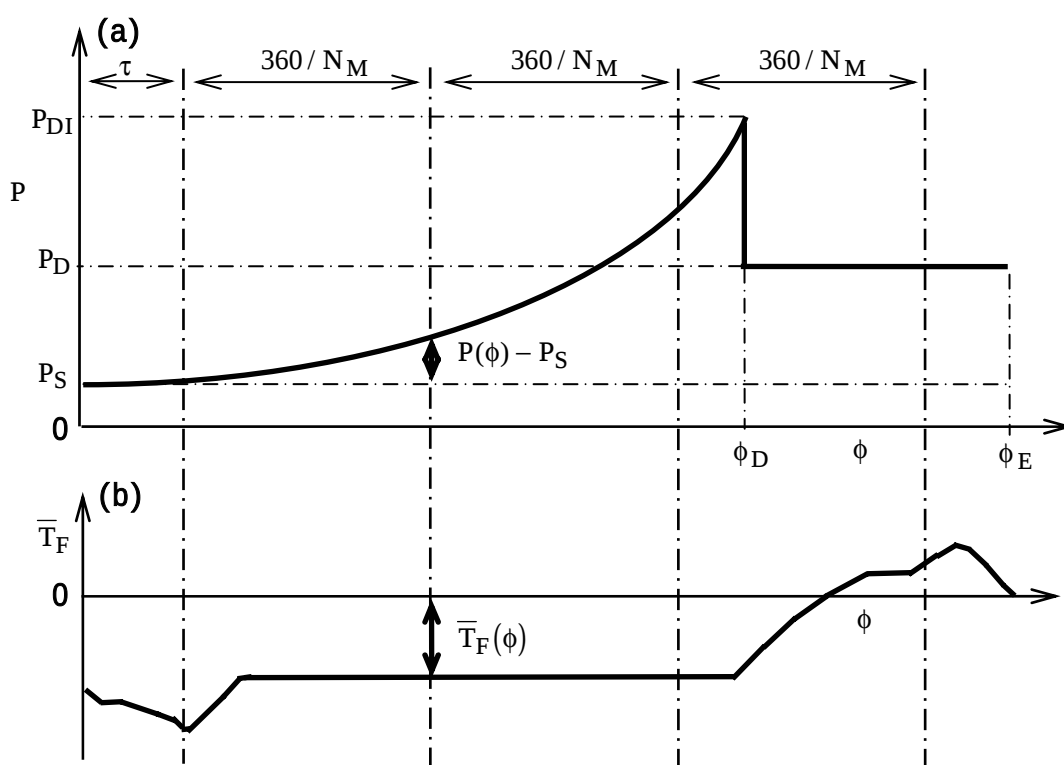


図 2 . 1 1 ロータに作用するトルクの計算方法

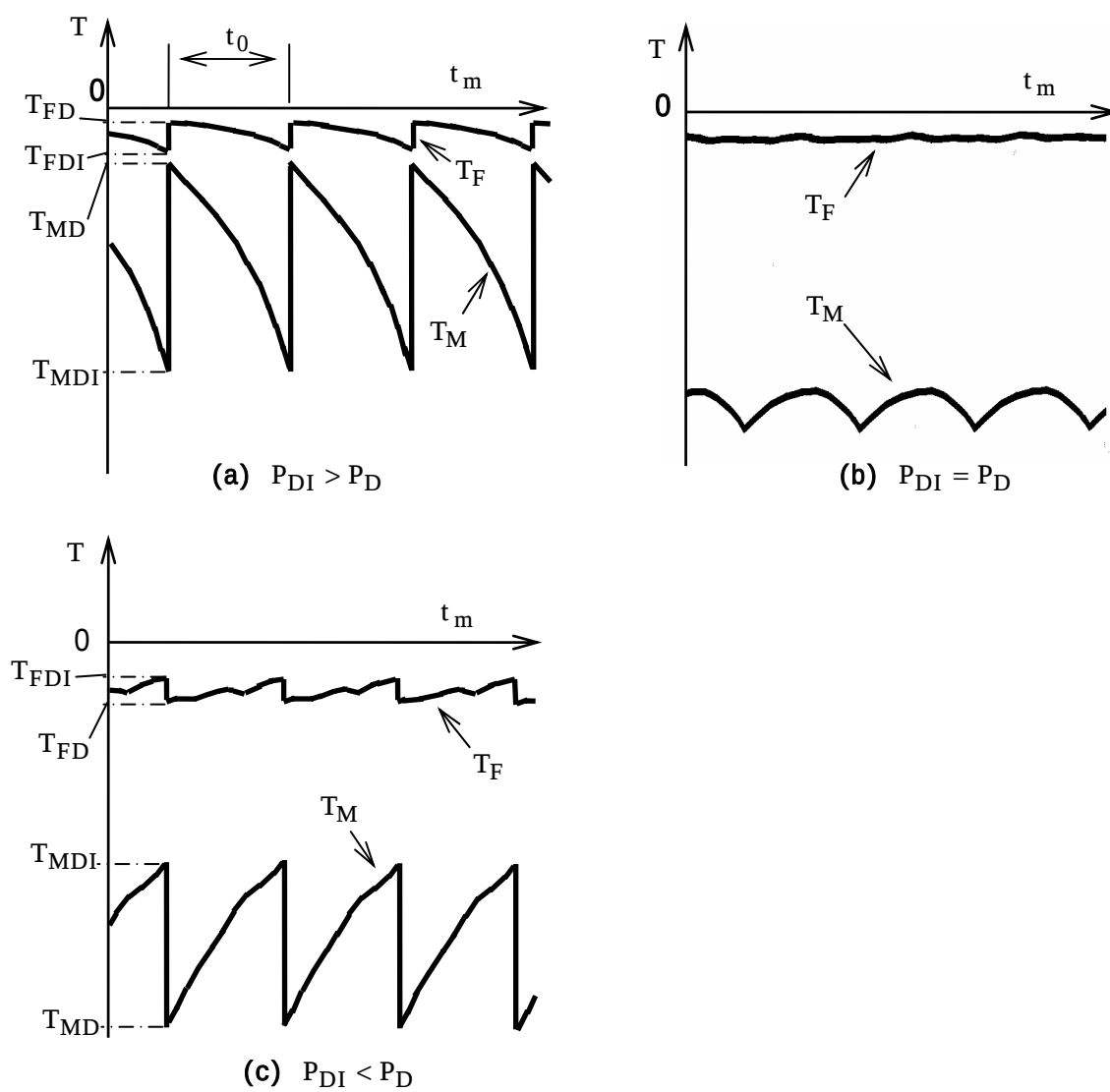


図2.12 ロータに作用するトルク

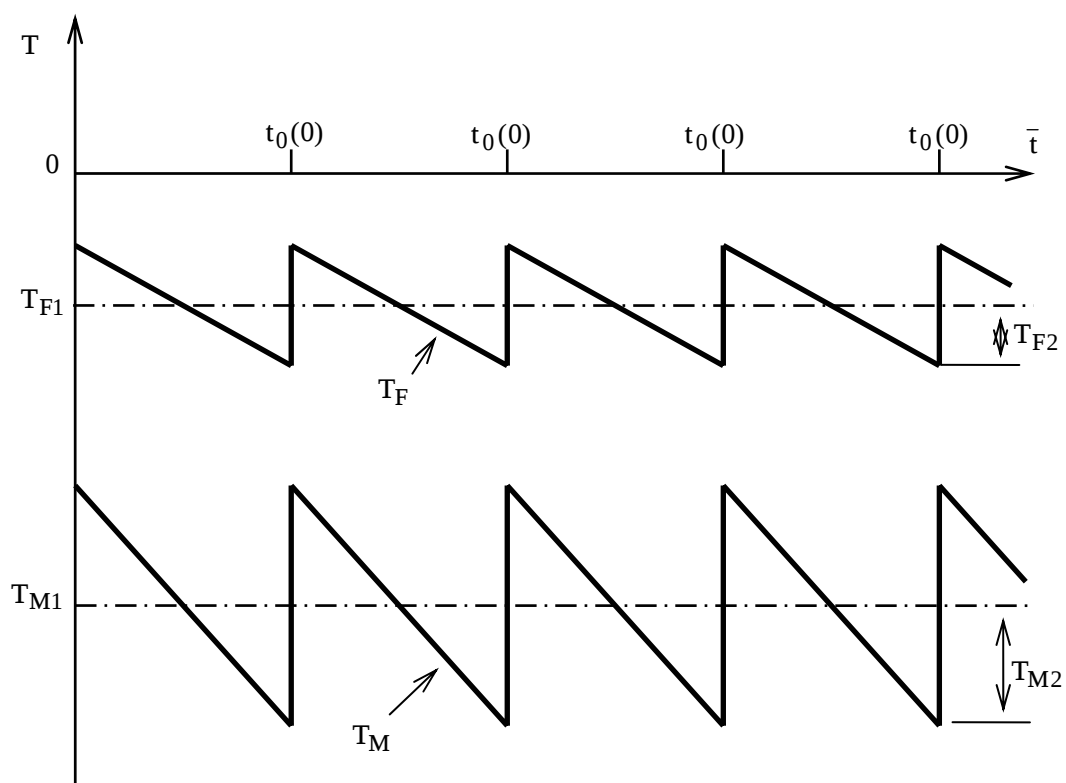


図 2 . 1 3 ロータに作用するトルクのモデル化

第3章

ハーメチック構造圧縮機ロータ系の 衝突振動解析

3.1 緒言

スクリュロータ同士の衝突振動はロータに作用する変動トルクが原因と考えられる。第2章で導出したトルクがスクリュロータに作用する場合の、ロータ同士の衝突振動解析を行う。

スクリュ圧縮機の構造は1.2.6で述べたように、大きくハーメチック構造とカップリング構造の2つに分けることができる。この違いは雄ロータとモータの結合方法の違いである。このため、雄ロータの振動特性が大きく異なると考えられる。

本章ではハーメチック構造圧縮機のロータ同士の衝突振動解析を行い、周期的にロータ同士が衝突する周期振動の安定条件を求める。その結果をもとに、1.3で述べたロータの異常振動の現象を解明するとともに、その防止について考察する。

3.2 スクリュロータ振動系の運動方程式

スクリュロータ振動系の運動方程式を導き、衝突振動現象が理解しやすいようにその等価モデルを作成する。

3.2.1 圧縮機構造の特徴

図1.5で示したハーメチック構造を再び図3.1に示す。この構造は雄ロータと電動機の回転子が一体構造となっている。回転部を全て圧縮機ケーシング内に納めることにより回転部が外部に全く現れない構造としたものである。

ハーメチック構造では電動機の回転子が雄ロータ軸に直接取り付けられている。電動機の回転子は慣性モーメントが大きく、また電動機の固定子巻線によって作り出される回転磁界により回転子は一定回転数で回転するよう拘束されている。そのため、雄ロータは雌ロータとの衝突にもかかわらず一定回転数で回転すると近似できる。

3.2.2 スクリューロータ振動系の仮定

ここで、ハーメチック構造圧縮機のロータ系を以下の仮定によりモデル化する。

- 1) 雄ロータは雌ロータとの衝突によらず、一定回転数で回転する。
- 2) ロータは剛体である。
- 3) ロータの運動は回転方向のみを考え、軸方向の運動は無視する。
- 4) ロータ同士の衝突時の速度変化は反発係数を用いて表現される。反発係数は一定とする。
- 5) 雌ロータに作用するトルクは式(2.27)で表される。

以上の仮定により、雄ロータは雌ロータとの衝突によらず一定回転数として、雌ロータの運動を調べる。

3.2.3 運動方程式の導出

雌ロータと雄ロータが歯面分離した場合、およびロータ同士が衝突した場合の雌ロータに関する運動方程式を導く。

(1) 雌ロータに作用するトルク

雌ロータに図3.2で示したトルクが作用する場合の運動方程式を導出する。ここで、図3.2は図2.13の雌ロータに作用するトルク T_F を取り出したものである。横軸は時間 $\bar{t}$ である。

雌ロータに作用するトルクは次式で表される。この式は式(2.27)を再掲している。

$$T_F = T_{F1} + T_{F2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0) \quad (3.1)$$

(2) 雌ロータの変動回転角

雌ロータと雄ロータの歯数が異なるため、以下の解析では雌ロータの回転角として雄ロータの歯数における回転角に換算した値を使用する。

雄ロータが雌ロータとの衝突によらず一定回転角速度 ω で回転しているとする。雄ロータと雌ロータの駆動側歯面が常に接触している場合、雌ロータの回転角を $\theta_{F0} + \omega\bar{t}$ で表す。 $\bar{t}$ は $0 \leq \bar{t} < t_0$ の範囲であり、 θ_{F0} は $\bar{t}=0$ のときの雌ロータ回転角である。

一方、ロータ同士が衝突振動を起こして雄ロータと雌ロータが歯面分離を起こした場合、雌ロータの回転角は $\theta_{F0} + \omega\bar{t} + \theta_F$ となる。ここで θ_F は歯面分離のために雌ロータが回転した角度で、変動回転角と呼ぶ。この角度は雄ロータの歯数における回転角に換算した値で、実際の回転角は $N_M / N_F \times (\theta_{F0} + \omega\bar{t} + \theta_F)$ である。ここで、 N_M は雄ロータ歯数、 N_F は雌ロータ歯数である。

以下の解析はこの θ_F に関して行う。

(3) 変動回転角の範囲

雌ロータが歯面分離して回転できる角度はロータ間隙間 δ の範囲である。このロータ間隙間を雄ロータの回転角度に変換した値を ξ とする。ロータ同士はピッチ円上で接触するため、雄ロータのピッチ円半径を r_M とすると、 ξ は次式で表される。

$$\xi = \delta / r_M \quad (3.2)$$

すると変動回転角 θ_F は $0 \leq \theta_F \leq \xi$ の範囲の値となる。 $\theta_F = 0$ は雄ロータと雌ロータの駆動側歯面が接触することを意味する。また、 $\theta_F = \xi$ は反駆動側歯面が接触することを意味する。

(4) 歯面分離時の運動方程式

歯面分離時の雌ロータの運動方程式は次式で表される。

$$\frac{N_M}{N_F} I_F \frac{d^2}{dt^2} (\theta_{F0} + \omega \bar{t} + \theta_F) = T_{F1} + T_{F2} (1 - 2\bar{t} / t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0, 0 \leq \theta_F \leq \xi) \quad (3.3)$$

従って、

$$\frac{N_M}{N_F} I_F \frac{d^2 \theta_F}{dt^2} = T_{F1} + T_{F2} (1 - 2\bar{t} / t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0, 0 \leq \theta_F \leq \xi) \quad (3.4)$$

ここで、

- θ_F : 雌ロータ変動回転角 (雄ロータの歯数における回転角に換算)
- I_F : 雌ロータ慣性モーメント
- T_{F1} : 雌ロータに作用する平均トルク
- T_{F2} : 雌ロータに作用するトルク片振幅
- t_0 : トルクの変動周期
- δ : ロータ間隙間
- r_M : 雄ロータピッチ円半径
- ξ : δ / r_M

(5) ロータ衝突時の回転角速度変化

ロータ衝突時の雌ロータ回転角速度変化について述べる。雌ロータと雄ロータが衝突する直前の雄ロータに対する雌ロータの接触点での相対速度を $\bar{u}_F$ 、衝突直後の雄ロータに対する雌ロータの接触点での相対速度を $\bar{v}_F$ とする。雄ロータは雌ロータとの衝突によらず、一定回転数で回転すると仮定しているため、ロータ同士の反発係数を R とすると、次式の関係がある。

$$\bar{v}_F = -R \bar{u}_F \quad (3.5)$$

衝突直前の変動回転角を θ_{FB} とすると $\bar{u}_F$ は

$$\bar{u}_F = r_M \left(\omega + \frac{d\theta_{FB}}{dt} \right) - r_M \omega = r_M \frac{d\theta_{FB}}{dt} \quad (3.6)$$

同様に、衝突直後の変動回転角を θ_{FA} とすると $\bar{v}_F$ は、

$$\bar{v}_F = r_M \frac{d\theta_{FA}}{dt} \quad (3.7)$$

式(3.5)に式(3.6)、(3.7)を代入すると、

$$\frac{d\theta_{FA}}{dt} = -R \frac{d\theta_{FB}}{dt} \quad (3.8)$$

(6) 運動方程式の無次元化

ここで、各変数、パラメータを以下のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} x_F &= \theta_F / \xi \\ t &= \bar{t} / t_0 \\ f_1 &= t_0^2 T_{F1} / I_F / (N_M / N_F) / \xi \\ f_2 &= t_0^2 T_{F2} / I_F / (N_M / N_F) / \xi \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

すると、雌ロータの運動方程式(3.4)は、次式で表される。

$$\frac{d^2 x_F}{dt^2} = f_1 + f_2(1-2t) \quad (0 \leq t < 1, 0 \leq x_F \leq 1)$$

(3.10)

この式において、 $x_F = 0$ は雄ロータと雌ロータの駆動側歯面が接触することを意味する。また、 $x_F = 1$ は反駆動側歯面が接触することを意味する。

ロータ衝突時の雌ロータ角速度変化式(3.8)は、 $x_{FB} = \theta_{FB} / \xi$ 、 $x_{FA} = \theta_{FA} / \xi$ とすると、次式で表される。

$$\frac{dx_{FA}}{dt} = -R \frac{dx_{FB}}{dt} \quad (3.11)$$

なお、2.7.2(3)で述べたように $T_{F1} < 0$ であり、また本論文では $T_{F2} > 0$ の場合を扱うため、 $f_1 < 0$ 、 $f_2 > 0$ である。

(7) ロータ衝突振動系の等価モデル

式(3.10)、(3.11)で表される系の挙動は図3.3のように1質点の1方向への挙動とみなすことができる。上下に間隔1の壁があり、その間に質量1の質点がある。その質点に x_F 方向(上方向)の外力 $f = f_1 + f_2(1-2t)$ が作用する場合の質点の挙動である。

下壁は $x_F = 0$ の位置にあり、上壁は $x_F = 1$ の位置にある。質点と下壁の衝突は駆動側歯面の衝突、質点と上壁の衝突は反駆動側歯面の衝突に相当する。

以下の記述は、理解しやすいように図3.3の振動系で表現する。従って、「雌ロータの変動回転角」は「質点の位置」、「雌ロータの変動回転角速度」は「質点の速度」、「駆動側歯面の衝突」は「質点と下壁の衝突」、「反駆動側の衝突」は「質点と上壁の衝突」で表現する。

3 . 3 周期振動

図 1 . 8 の写真で見られるような異常接触は、トルクの変動周期に同期したロータ同士の衝突振動により生じたものと考えられる。このように変動周期に同期した衝突振動を周期振動と呼ぶ。

異常振動を防止するため、周期振動が発生する条件を調べる。

3 . 3 . 1 周期振動波形

式 (3 . 1 0)、(3 . 1 1) の数値計算の結果、周期振動には図 3 . 4 で示すような振動波形があることがわかった。図 3 . 4 は時間に対する質点の位置を示している。横軸は外力周期 t_0 で無次元化された時間 t 、縦軸は x_F である。 $t=0$ は外力の不連続変化点を表している。 $t=1$ は次の外力不連続変化点の起点 $t=0$ を意味する。

図 1 . 8 の写真で見られるような反駆動側歯面のスポット状接触跡は (a) (b) のように反駆動側歯面が周期的に衝突する振動により生じたものと考えられる。なお、駆動側歯面にスポット状接触跡が生じない理由は、駆動側と反駆動側の接触形態の違いによるものと考えられる。(c) (d) では反駆動側歯面の接触跡は生じないが、圧縮機の異常音の原因となるものと考えられる。

3 . 3 . 2 周期振動波形の表現方法

図 3 . 4 で示した周期振動波形を (J,K,L,M) 振動で表現する。J、K、L、M は 0 または正の整数でそれぞれ次のことを意味する。

J : 外力周期数

K : 質点と下壁の衝突回数

L : 質点と上壁の衝突回数

M : 周期振動の分岐数

(J,K,L,M) 振動は、外力 J 周期の間に下壁に K 回、上壁に L 回質点が衝突する振動で分岐数

がMの振動である。ここで、分岐数とは、異なった振動波形が交互に現れる場合の振動波形の種類の数である。

図3.4(a)、(b)は下壁、上壁両方に質点が衝突する振動である。(a)は外力1周期の間に下壁に1回、上壁に1回衝突し、振動波形が1種類であるので(1,1,1,1)振動、(b)は外力1周期の間に下壁にK回($K \geq 2$)、上壁に1回衝突し、振動波形が1種類であるので(1,K,1,1)振動である。(c)、(d)は下壁のみに質点が衝突する振動である。(c)は外力2周期の間に下壁に1回、上壁に0回衝突し、振動波形が1種類であるので(2,1,0,1)振動である。(d)は外力2周期の間に下壁に1回、上壁に0回衝突し、形の異なった振動波形が2種類交互に現れるため(2,1,0,2)振動である。

(分岐数)

分岐数については3.7.1で述べるが、 $M = 2, 4, 8, \dots, 2^n$ (n : 整数) の分岐数が存在する。また、(a)、(b)のように下壁、上壁両方に質点が衝突する周期振動においても同様の振動が存在する。

(振動モード)

(1,K,1,M)振動($K \geq 2$)については図3.5のように2つの振動モードが存在する。これらの振動は衝突時間と外力不連続変化点の関係が異なる。

横軸、縦軸は図3.4と同じである。上壁に衝突する時間を t_q 、その直前に下壁に衝突する時間を t_p 、 t_p の前に下壁に衝突する時間を t_{rK-1} とする。mode Aは t_p と t_q の間に外力不連続変化点がある周期振動、mode Bは t_{rK-1} と t_p の間に外力不連続変化点がある周期振動である。

3.4 駆動側歯面のみが衝突する周期振動

図3.4(c)のように、質点と下壁のみが衝突する(J,1,0,1)振動の周期振動解、ならびに解の安定条件を求める。この振動は、異常接触は起こさないが、歯面分離を起こし異常音の原因となる振動である。

3.4.1 周期振動解の導出

(1) 質点の動き

図 3 . 6 は質点の動きを表している。横軸は時間 t で、縦線は外力不連続変化点を表している。外力不連続変化点と次の外力不連続変化点の間を区間と呼ぶ。各区間において外力周期 t_0 で無次元化された始めの時間は 0、終わりの時間は 1 となる。縦軸は x_F である。 $x_F = 0$ は下壁の位置である。質点が i 番目に下壁に衝突する時間を t_{pi} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fpi-1} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fpi} とする。

外力 J 周期毎に下壁に衝突するため、 $J-1$ 周期下壁に衝突しない区間がある。その区間を b_j ($j=1 \sim J-1$) とする。 i 番目の衝突から区間 b_1 までの部分を a_i 、区間 b_{J-1} から $i+1$ 番目の衝突までの部分を c_i とする。区間 b_j と b_{j+1} の境界における質点の位置を x_{Foj+1} 、速度を w_{Foj+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi}, t_{pi}) と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) の関係を求める。

i 番目から $i+1$ 番目の衝突の間は a_i 、 b_1 、 b_{J-1} 、 c_i の各部分、区間からなる。質点が下壁に衝突する前後の速度、および各部分、区間の両境界における質点の位置、速度は次式で表される。

〔部分 a_i 〕

$$w_{Foi} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (3.12)$$

$$x_{Foi} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) \quad (3.13)$$

〔区間 b_j 〕 ($j=1 \sim J-1$)

$$w_{Foj+1} = f_1 + w_{Foj} \quad (3.14)$$

$$x_{Foj+1} = f_1 / 2 + f_2 / 6 + w_{Foj} + x_{Foj} \quad (3.15)$$

〔部分 c_i 〕

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)t_{pi+1} - f_2t_{pi+1}^2 + w_{FoJ} \quad (3.16)$$

$$0 = (f_1 + f_2)t_{pi+1}^2 / 2 - f_2t_{pi+1}^3 / 3 + w_{FoJ}t_{pi+1} + x_{FoJ} \quad (3.17)$$

また、 $i+1$ 番目の衝突直後の速度 v_{Fpi+1} は衝突直前の速度 u_{Fpi} を用いて次式で表される。

$$v_{Fpi+1} = -R u_{Fpi} \quad (3.18)$$

(3) 周期振動解

(J,1,0,1)振動は i 番目と $i+1$ 番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (3.19)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (3.20)$$

として、式(3.12)～(3.18)から t_p 、 v_{Fp} を求める。

すると、周期振動解は次式で表される。

$$t_p = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3} - 2J \left(1 - \frac{2R}{R+1} \right) \frac{f_1}{f_2}} \right\} \quad (0 \leq t_p < 1) \quad (3.21)$$

$$v_{Fp} = -\frac{R}{R+1} J f_1 \quad (3.22)$$

(周期振動解とならない場合)

基本的には式(3.21)、(3.22)を満足する場合、(J,1,0,1)振動となる。しかし、図3.6において、質点が上壁に衝突した場合は(J,1,0,1)振動にはならない。従って、初期値 $x_F = 0$ 、 $t = t_p$ 、 $dx_F/dt = v_{Fp}$ として式(3.10)により質点の軌跡を計算したとき、 x_F が1以上となる場合は (J,1,0,1)振動とはならない。

3.4.2 周期振動解の安定性

(1) 解が安定である条件

式(3.12)～(3.18)は (v_{Fpi}, t_{pi}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への二次元写像である。この写像のヤコビアンを $[J_i]$ とすると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_{Fpi+1}}{\partial v_{Fpi}} & \frac{\partial v_{Fpi+1}}{\partial t_{pi}} \\ \frac{\partial t_{pi+1}}{\partial v_{Fpi}} & \frac{\partial t_{pi+1}}{\partial t_{pi}} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$[J_i]$ が Schur の定理[33]により次式を満たすとき解は安定となる。

$$|\det[J_i]| < 1 \quad (3.24)$$

$$|\operatorname{tr}[J_i]| < 1 + \det[J_i] \quad (3.25)$$

(2) ヤコビアン

(v_{Fpi}, t_{pi}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像は (v_{Fpi}, t_{pi}) から (w_{F01}, x_{F01}) への写像、
 (w_{F01}, x_{F01}) から (w_{F0J}, x_{F0J}) への写像、 (w_{F0J}, x_{F0J}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像、の3つの写像の組み合わせである。これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ とする
(付録C)。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (3.26)$$

(3) 周期振動解の安定条件

式(3.26)を式(3.24)に代入すると、左辺は次式で表される。

$$\det[J_i] = \det[J_{ci}] \cdot \det[J_{bi}] \cdot \det[J_{ai}] = R^2 \quad (3.27)$$

$R < 1$ であるから式(3.24)の条件を満たす。また $\operatorname{tr}[J_i]$ は次式で表される。

$$\operatorname{tr}[J_i] = - \left[(R+1)^2 \left\{ 2 \frac{f_2}{f_1} t_{pi} - \left(\frac{f_2}{f_1} + 1 \right) \right\} + 2R \right] \quad (3.28)$$

式(3.25)から次式を満足するとき解は安定となる。

$$-(1+R^2) < \operatorname{tr}[J_i] < 1+R^2 \quad (3.29)$$

この式を整理すると、周期振動解の安定条件は次式で表される。

$$\frac{2(1+R^2)}{(1+R)^2} \frac{f_1}{f_2} < \pm \sqrt{\frac{1}{3} - 2J \left(1 - \frac{2R}{1+R} \right) \frac{f_1}{f_2}} < 0 \quad (3.30)$$

3.4.3 計算結果

式(3.30)で示した安定領域の計算結果を図3.7に示す。横軸は R 、縦軸は f_1/f_2 である。ここでは $J=1\sim 3$ の安定領域を示してある。斜線部分が安定領域である。この図から $J\geq 2$ の安定領域は $J=1$ の安定領域に含まれることがわかる。従って $J=1$ の周期振動が防止できれば、 $J\geq 2$ の周期振動も防止できる。

3.5 両歯面が衝突する周期振動

図3.4(a)、(b)のように、質点と両壁が衝突する周期振動の周期振動解、ならびに解の安定条件を求める。この振動は、異常接触の原因となる振動である。

3.5.1 (1,1,1,1)振動の周期振動解および解の安定条件

(1) 質点の動き

図3.8は(1,1,1,1)振動の質点の動きを表している。横軸は t 、縦軸は x_F である。 $x_F=0$ は下壁の位置、 $x_F=1$ は上壁の位置である。縦実線は外力不連続変化点を表している。

質点が i 番目に下壁に衝突する時間を t_{pi} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fpi-1} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fpi} とする。下壁に衝突した後の外力不連続変化点 $t=1(0)$ における質点の位置を x_{F0} 、速度を w_{F0} とする。

その後、上壁に衝突する時間を t_q 、衝突直前の質点の速度を u_{Fq} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fq} とする。

つぎに下壁に衝突する時間を t_{pi+1} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fpi} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fpi+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi}, t_{pi}) と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) の関係を求める。 i 番目と $i+1$ 番目の衝突の間に、質点と壁の衝突時、および外力不連続点における質点の状態変数は、 $(v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$ と変化する。これらの状態変数の関係は次式で表される。

$$\bullet (v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo})$$

$$w_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (3.31)$$

$$x_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) \quad (3.32)$$

$$\bullet (w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q)$$

$$u_{Fq} = (f_1 + f_2)t_q - f_2t_q^2 + w_{Fo} \quad (3.33)$$

$$1 = (f_1 + f_2)t_q^2 / 2 - f_2t_q^3 / 3 + w_{Fo}t_q + x_{Fo} \quad (3.34)$$

$$\bullet (u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$$

$$v_{Fq} = -Ru_{Fq} \quad (3.35)$$

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_q) - f_2(t_{pi+1}^2 - t_q^2) + v_{Fq} \quad (3.36)$$

$$v_{Fpi+1} = -Ru_{Fpi} \quad (3.37)$$

$$0 = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_q)^2 / 2 - f_2(t_{pi+1} - t_q)^2(t_{pi+1} + 2t_q) / 3 + v_{Fq}(t_{pi+1} - t_q) + 1 \quad (3.38)$$

(3) 周期振動解

(1,1,1,1)振動では i 番目と $i+1$ 番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (3.39)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (3.40)$$

として、式(3.31)～(3.38)から t_p 、 v_{Fp} を求める。しかし、解析的に求めることは困難であるため、数値計算により求める。

(4) 周期振動解の安定条件

(1,1,1,1)振動の安定性について調べる。式(3.31)～(3.38)は (v_{Fpi}, t_{pi}) から

(v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への二次元写像である。この写像のヤコビアンを $[J_i]$ とする。 (v_{Fpi}, t_{pi}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像は、 (v_{Fpi}, t_{pi}) から (w_{Fo}, x_{Fo}) への写像、 (w_{Fo}, x_{Fo}) から (u_{Fq}, t_q) への写像、 (u_{Fq}, t_q) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像の、3つの写像の組み合わせである。これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ とする（付録C）。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (3.41)$$

$(J, 1, 0, 1)$ 振動と同様に、 $[J_i]$ が式 (3.24)、(3.25) を満たすとき解は安定となる。

3.5.2 (1, K, 1, 1) 振動 ($K \geq 2$) mode A の周期振動解および解の安定条件

(1, K, 1, 1) 振動は mode A、mode B があり、両者とも同じ考え方をする。ここでは、mode A の周期振動解、ならびに解の安定条件を求める。

(1) 質点の動き

図3.9は(1, K, 1, 1)振動 mode A の質点の動きを表している。横軸は t 、縦軸は x_F である。 $x_F = 0$ は下壁の位置、 $x_F = 1$ は上壁の位置である。縦実線は外力不連続変化点を表している。

この振動では質点は1周期にK回下壁に衝突するため、各周期の代表の状態変数として、質点が上壁に衝突する直前に下壁との衝突する時間、および衝突後の速度を採用する。以下で記述する i 番目の下壁への衝突とはこの衝突を指す。

質点が i 番目に下壁に衝突する時間を t_{pi} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fpi-1} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fpi} とする。下壁に衝突した後の外力不連続変化点 $t = 1(0)$ における質点の位置を x_{Fo} 、速度を w_{Fo} とする。その後、上壁に衝突する時間を t_q 、衝突直前の質点の速度を u_{Fq} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fq} とする。

つぎに下壁に衝突する時間を t_{r1} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fr1} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fr1} とする。その後、上記衝突も含めて K 回下壁への衝突を繰り返す。 j ($1 \leq j \leq K-1$) 回目の

衝突時間を t_{rj} 、衝突直前の質点の速度を u_{Frj} 、衝突直後の質点の速度を v_{Frj} とする。K 回目の下壁への衝突は $i+1$ 番目の衝突を意味し、衝突時間を t_{pi+1} 、衝突直前の質点の速度を u_{Fpi} 、衝突直後の質点の速度を v_{Fpi+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi}, t_{pi}) と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数 (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) の関係を求める。 i 番目と $i+1$ 番目の衝突の間、質点と壁の衝突時、および外力不連続点における質点の状態変数は、

$(v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fr1}, t_{r1}) \rightarrow \cdots \rightarrow (v_{FrK-1}, t_{rK-1}) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$ と変化する。これらの状態変数の関係は次式で表される。

$$\bullet (v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo})$$

$$w_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (3.42)$$

$$x_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) \quad (3.43)$$

$$\bullet (w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q)$$

$$u_{Fq} = (f_1 + f_2)t_q - f_2t_q^2 + w_{Fo} \quad (3.44)$$

$$1 = (f_1 + f_2)t_q^2 / 2 - f_2t_q^3 / 3 + w_{Fo}t_q + x_{Fo} \quad (3.45)$$

$$\bullet (u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fr1}, t_{r1})$$

$$u_{Fr1} = (f_1 + f_2)(t_{r1} - t_q) - f_2(t_{r1}^2 - t_q^2) - Ru_{Fq} \quad (3.46)$$

$$v_{Fr1} = -Ru_{Fr1} \quad (3.47)$$

$$0 = (f_1 + f_2)(t_{r1} - t_q)^2 / 2 - f_2(t_{r1} - t_q)^2(t_{r1} + 2t_q) / 3 + v_{Fr1}(t_{r1} - t_q) + 1 \quad (3.48)$$

⋮

$$\bullet (v_{Frj-1}, t_{rj-1}) \rightarrow (v_{Frj}, t_{rj}) \quad (j = 2 \sim K-1)$$

$$u_{Frj} = (f_1 + f_2)(t_{rj} - t_{rj-1}) - f_2(t_{rj}^2 - t_{rj-1}^2) + v_{Frj-1} \quad (3.49)$$

$$v_{Frj} = -Ru_{Frj} \quad (3.50)$$

$$0 = (f_1 + f_2)(t_{rj} - t_{rj-1})^2 / 2 - f_2(t_{rj} - t_{rj-1})^2(t_{rj} + 2t_{rj-1}) / 3 + v_{Frj-1}(t_{rj} - t_{rj-1}) \quad (3.51)$$

∴

$$\bullet (v_{FrK-1}, t_{rK-1}) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+j})$$

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_{rK-1}) - f_2(t_{pi+1}^2 - t_{rK-1}^2) + v_{FrK-1} \quad (3.52)$$

$$v_{Fpi+1} = -Ru_{Fpi} \quad (3.53)$$

$$0 = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2 / 2 - f_2(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2(t_{pi+1} + 2t_{rK-1}) / 3 + v_{FrK-1}(t_{pi+1} - t_{rK-1}) \quad (3.54)$$

(3) 周期振動解

(1,K,1,1)振動では i 番目と $i+1$ 番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (3.55)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (3.56)$$

として、式(3.42)～(3.54)から t_p 、 v_{Fp} を求める。

(4) 周期振動解の安定条件

(1,K,1,1)振動の安定性について調べる。式(3.42)～(3.54)は (v_{Fpi}, t_{pi}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への二次元写像である。この写像のヤコビアンを $[J_i]$ とする。

(v_{Fpi}, t_{pi}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像は (v_{Fpi}, t_{pi}) から (w_{Fo}, x_{Fo}) への写像、 (w_{Fo}, x_{Fo}) から (u_{Fq}, t_q) への写像、 (u_{Fq}, t_q) から (v_{Fr1}, t_{r1}) への写像、 (v_{Frj-1}, t_{rj-1}) から (v_{Frj}, t_{rj}) ($j=2 \sim K-1$) への写像、 (v_{FrK-1}, t_{rK-1}) から (v_{Fpi+1}, t_{pi+1}) への写像の組み合わせである。これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ 、 $[J_{dij}]$ ($j=2 \sim K-1$)、 $[J_{ei}]$ とする(付録C)。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{ei}][J_{diK-1}] \cdots [J_{di2}][J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (3.57)$$

(J,1,0,1)振動と同様に、 $[J_i]$ が式(3.24)、(3.25)を満たすとき解は安定となる。

mode B も mode A と同様な方法で求めることができる。

3.5.3 計算結果

(1,K,1,1)振動 ($1 \leq K \leq 4$) の周期振動安定領域の計算結果の一例を図 3.10 に示す。この図は $R = 0.8$ の場合である。横軸は f_2 、縦軸は f_1 / f_2 で実線、および破線により囲まれた部分が安定領域である。(1,K,1,1)振動 ($2 \leq K \leq 4$) において、実線は mode A、破線は mode B を示している。

(雌ロータにトルクが常に反回転方向に作用していても歯面分離を起こす理由)

1.3 の 3) で述べたが、雌ロータのトルクが常に反回転方向に作用していても歯面分離を起こすことがある。従来、歯面分離の原因として「雌ロータに回転方向のトルクが作用する」と考えられてきた。

$f_1 / f_2 < -1$ の場合、式 (3.1)、(3.9) から $T_F < 0$ であるため、雌ロータのトルクが常に反回転方向に作用していることを示している。しかし、図 3.7 および図 3.10 から $f_1 / f_2 < -1$ の範囲に周期振動の安定領域がある。つまり雌ロータに作用するトルクが常に反回転方向に作用していても歯面分離を起こす可能性があることがわかった。

3.6 衝突減衰振動

歯面分離を起こす振動として周期振動の解析を行ったが、その他に周期的に衝突振動を起こす振動として衝突減衰振動がある。歯面分離は起こすが、周期振動に比べて衝突速度が小さく正常な振動と考えられ、異常振動を防止する上で重要な振動である。本節ではこの衝突減衰振動の解析を行う。

3.6.1 質点の動き

衝突減衰振動における質点の動きを図 3.11 に示す。横軸は時間 t 、縦軸は x_F である。外

力1周期の間に衝突振動を繰り返し、外力周期の終わり付近では質点が下壁に完全に接触して歯面分離を起こさない。この振動は各外力周期で繰り返される。3.3 で述べた周期振動と違って、質点が下壁と完全に接触する時間があるため、周期振動と区別して衝突減衰振動と呼ぶ。

3.6.2 各状態変数の関係

図3.12は衝突減衰振動における外力と質点の動きを示している。横軸は t で外力1周期を表している。(a)は時間に対する外力 $f\{=f_1+f_2(1-2t)\}$ 、(b)は x_F を表している。この図は $t=0$ における f が正、つまり $f_1/f_2 > -1$ の場合を示している。 $t=0$ において f は正であるため、質点は上方向の力を受け質点は下壁から離れて上方向に運動する。力 f は $t > (f_1/f_2 + 1)/2$ で下方向の力になるため質点は下方向に運動し下壁と衝突する。そして衝突振動を繰り返しながら振幅が小さくなり、 $t \geq t_E$ において下壁と完全に接触し動かなくなる。そして、次の外力周期の $t=0$ で再び下壁から離れる。

i 番目の下壁との衝突時間を t_{pi} 、衝突後の質点の速度を v_{Fpi} とする。すると (v_{Fpi-1}, t_{pi-1}) と (v_{Fpi}, t_{pi}) の関係は次式で表される。

$$-v_{Fpi}/R = (f_1 + f_2)(t_{pi} - t_{pi-1}) - f_2(t_{pi}^2 - t_{pi-1}^2) + v_{Fpi-1} \quad (3.58)$$

$$0 = (f_1 + f_2)(t_{pi} - t_{pi-1})^2/2 - f_2(t_{pi} - t_{pi-1})^2(t_{pi} + 2t_{pi-1})/3 + v_{Fpi-1}(t_{pi} - t_{pi-1}) \quad (3.59)$$

$t=0$ における質点の速度は0であるため、初期値を

$$v_{Fp1} = 0, \quad t_{p1} = 0 \quad (3.60)$$

として t_{pi} を計算する。

3.6.3 接触時間

t_{pi} が次式を満足する場合、 $t_E \leq t < 1$ の範囲で質点と下壁が完全に接触した状態になる。

$$\lim_{i \rightarrow \infty} t_{pi} = t_E \quad (t_E < 1) \quad (3.61)$$

t_E を接触時間と呼ぶ。この接触時間が小さいほど質点と下壁が完全に接触した時間が長くなる。

(衝突減衰振動とならない条件)

式(3.61)において、 $t_E < 1$ で収束しない場合、次の外力周期における質点の初期値が式(3.60)を満足しないため、衝突減衰振動とはならない。

また、衝突減衰振動は上壁に衝突しない振動であるため、質点の位置が1以上になる場合は上壁に衝突し、次の外力区間で異なった振動となる。

3.6.4 計算結果

接触時間の計算結果を図3.13に示す。横軸は f_1/f_2 、縦軸は t_E である。R を一定とした場合の f_1/f_2 に対する t_E を示している。計算は $t_{pi} - t_{pi-1} < 10^{-6}$ となった時点で計算を打ち切り、このときの t_{pi} の値を t_E とした。この図において、 $t_E = 1$ となる f_1/f_2 より大きい f_1/f_2 では、衝突減衰振動とはならない。例えば、 $R = 0.8$ の場合、 $f_1/f_2 > -0.76$ では衝突減衰振動とはならない。

(歯面分離を起こさない条件)

$t_E = 0$ の場合、 $0 \leq t < 1$ の範囲で質点と下壁が完全に接触した状態になるため、歯面分離を起こさない。 $t_E = 0$ となるのは $t = 0$ において f は0または負の場合、つまり、 $f_1/f_2 \leq -1$ の場合である。本論文では、このように歯面分離を起こさない状態も衝突減衰振動の一部として表現する。

3.7 シミュレーション結果と考察

本節では衝突振動シミュレーションを行うことにより、周期振動と衝突減衰振動の振動特性の違いを把握する。そして、圧縮機の異常振動の原因となっている周期振動の防止方法について考察する。

3.7.1 周期振動の倍周期分岐

周期振動において、振動パラメータによっては図3.4(d)のように形の異なった振動波形が交互に現れる振動が存在する。この波形の種類数が分岐数 M である。振動パラメータが変化したとき分岐数が $M = 2, 4, 8, \dots, 2^n$ (n : 整数) と変化する場合がある。この現象は倍周期分岐と呼ばれる。これらの振動も圧縮機の異常振動の原因となる可能性があるため、安定領域をシミュレーションにより求める。

(1) シミュレーション結果

・(1,1,0,M)振動

図3.14は $R=0.8$ の場合の(1,1,0,M)振動の倍周期分岐の様子を示している。横軸は f_1/f_2 で $-1 \leq f_1/f_2 \leq -0.5$ の範囲を示している。縦軸は衝突時間 t_{pi} である。 $f_1/f_2 > -0.69$ では式(3.30)を満足しないため(1,1,0,1)振動は不安定となる。

(1,1,0,1)振動が安定である場合は、下壁への衝突時間 t_{pi} は常に同じであるため f_1/f_2 に対する t_{pi} は1つの線で表される。 f_1/f_2 が徐々に大きくなって $f_1/f_2 > -0.69$ となったとき、まず f_1/f_2 に対する t_{pi} の線が2つに分かれる。これは異なる2つの衝突時間で質点と下壁が衝突することを意味し、振動波形が2種類になり(1,1,0,2)振動である。 f_1/f_2 がさらに大きくなると4、8と波形の種類が増加する。図は $M=8$ まで示しているが、 $M=8$ の範囲は小さくて、図ではほとんどわからない。

なお、(1,1,0,M)振動が安定である下限 f_1/f_2 より小さい f_1/f_2 では、周期振動解が存在しないため、(1,1,0,M)振動が存在しなくなる。

・(1,1,1,M)振動、(1,2,1,M)振動

図3.15は $R=0.8$ 、 $f_1/f_2 = -0.1, -0.5, -1.0$ の場合の(1,1,1,M)振動の倍周期分岐の様子を示している。横軸は f_2 、縦軸は下壁への衝突時間 t_{pi} である。

図3.16は $R=0.8$ 、 $f_1/f_2 = -0.1, -0.5, -1.0$ の場合の(1,2,1,M)振動の倍周期分岐の様子を示している。横軸は f_2 、縦軸は下壁への衝突時間 t_{pi} である。この振動は図3.5で示したようにmode Aとmode Bがある。衝突時間 t_{pi} は質点が上壁に衝突する直前に下壁に衝突する時間を表している。縦軸において、1(0)より下は、 $t_{pi} = 0.85 \sim 1$ の範囲を示しており、mode Aの衝突

時間である。図 3 . 5 (a) の t_p からわかるようにこの範囲で衝突している。また、1(0)より上は、 $t_{pi} = 0 \sim 0.15$ の範囲を示しており、mode B の衝突時間である。図 3 . 5 (b) の t_p からわかるようにこの範囲で衝突している。図は $M = 8$ まで示している。

(2) 考察

シミュレーションの結果、 $M \geq 4$ の振動の安定領域は $M \leq 2$ に比べて小さいため、スクリュロータ衝突振動を防止する上で $M \leq 2$ の安定領域だけを考えれば十分である。

3 . 7 . 2 周期振動の安定領域および衝突減衰振動領域

周期振動の安定領域と衝突減衰振動の領域の関係を調べる。

(1) 計算結果

図 3 . 1 7 に振動パラメータに対する周期振動の安定領域、及び衝突減衰振動の領域を示す。横軸は f_2 、縦軸は f_1 / f_2 で $R = 0.8$ の場合である。(1,1,1,M)振動と(1,K,1,M)振動($2 \leq K \leq 4, M=1,2$) mode A の安定領域は実線、(1,K,1,M)振動($2 \leq K \leq 4, M=1,2$) mode B の安定領域は破線で示している。M = 2 の振動の安定領域はシミュレーションにより求めたものである。

(1,1,0,1)振動の安定領域は一点鎖線で囲まれた部分で、式 (3 . 3 0) から求めたものである。この式からわかるように安定領域は f_1 / f_2 に依存し f_2 には依存しない。しかし、 f_2 が大きくなると振幅が大きくなり質点が上壁に衝突するため、(1,1,0,1)振動が存在しなくなる。(1,1,0,2)振動の安定領域はシミュレーションにより求めたものである。

衝突減衰振動の起こる条件は図 3 . 1 3 において $t_E < 1$ である。 $R = 0.8$ の場合は $f_1 / f_2 < -0.76$ の範囲である。従って、図 3 . 1 7 において二点鎖線より小さい f_1 / f_2 (斜線) で衝突減衰振動が存在する。

なお、(J,1,0,1)振動 ($2 \leq J$) は 3.4.3 で述べたように(1,1,0,1)振動の安定領域の中に含まれるため省略している。衝突振動防止方法を考える上では(1,1,0,1)振動の安定領域を考慮すれば十分である。

(2) 振動領域の分類

図3.18は、図3.17における $(1,K,1,M)$ 振動の安定領域を実線、 $(1,1,0,M)$ 振動の安定領域を一点鎖線、衝突減衰振動の限界線を二点鎖線で表している。この図を以下の4つの領域に分類する。

領域 : 衝突減衰振動のみが存在する領域 (縦線)

この領域は $f_1 / f_2 < -0.76$ であつ周期振動が安定でない領域である。この領域では衝突減衰振動しか起こさない。特に $f_1 / f_2 \leq -1$ の領域では、歯面分離を起こさない。

領域 : 周期振動と衝突減衰振動が同時に存在する領域 (左下斜線)

この領域は $f_1 / f_2 < -0.76$ であつ周期振動の安定領域がある領域である。この領域は周期振動と衝突減衰振動の両方の振動を起こす可能性がある。

領域 : 周期振動が安定であり、衝突減衰振動以外の領域 (右下斜線)

この領域は $f_1 / f_2 \geq -0.76$ であつ周期振動が安定である領域である。この領域は周期振動とカオス振動等の不規則な振動を起こす可能性がある。

領域 : 周期振動が安定でなく、衝突減衰振動以外の領域 (横線)

この領域は $f_1 / f_2 \geq -0.76$ であつ周期振動が安定でない領域である。この領域はカオス振動等の不規則な振動を起こす。

(3) 考察

スクリュ圧縮機の場合、 $f_1 / f_2 < -0.8$ の場合がほとんどである。従って、実際の運転状態は領域 と領域 にある。異常振動は振動パラメータが領域 にある場合、異常接触は振動パラメータが領域 の $(1,K,1,M)$ 振動の安定領域内にある場合に発生すると考えられる。

3.7.3 ロータ同士の衝突速度

圧縮機の異常音はロータの衝突速度に依存すると考えられる。そこで各振動における衝突速度を求める。

(1) シミュレーション結果

各振動における衝突速度のシミュレーション結果を図3.19に示す。 $R = 0.8$ 、 $f_2 = 1.93$ として f_1 / f_2 を変化させた場合の質点の下壁への衝突速度 u_{pi} を表している。図3.18における破線A上の振動における衝突速度である。横軸は f_1 / f_2 、縦軸は衝突速度の絶対値 $|u_{pi}|$ である。

図3.18から領域Ⅰは $f_1 / f_2 < -3$ の範囲、領域Ⅱは $-3 \leq f_1 / f_2 < -0.76$ の範囲、領域Ⅲは $-0.76 \leq f_1 / f_2$ の範囲である。

(2) 各領域の衝突速度

領域Ⅰでは衝突減衰振動しか存在しない。3.6.4で述べたように衝突減衰振動において $f_1 / f_2 \leq -1$ の範囲では歯面分離をおこさないため、衝突速度は0である。

領域Ⅱでは衝突減衰振動と周期振動が存在する。周期振動は衝突減衰振動に比べて衝突速度が大きく、異常音の原因となる。

領域Ⅲでは周期振動とカオス振動等の不規則な振動が存在し、その振動は衝突速度も不規則である。

3.7.4 周期振動への捕捉領域

図3.18の領域Ⅱでは、周期振動と衝突減衰振動の両方が実際に起こる可能性がある。衝突減衰振動が起これば、異常振動が発生しないが、周期振動が起これば異常振動となる。そこで、どちらの振動が実際に起こるかシミュレーションを行なう。

(1) シミュレーション方法

領域Ⅱにおける振動パラメータ f_1 / f_2 、 f_2 においてどの振動が起きるかは初期値により決定される。そこで、初期値 $x_{F1} = 0$ 、 $t_1 = t_{p1}$ 、 $dx_{F1} / dt = v_{Fp1}$ として、 t_{p1} 、 v_{Fp1} を変化させて振動が定常になるまで計算する。そしてこの定常振動がどの定常振動（周期振動、あるいは衝突減衰振動）に属するか調べる。

(2) シミュレーション結果

図3.20は初期値 t_{p1} 、 v_{Fp1} を変化させた場合の周期振動への捕捉領域を表している。(a) は $R=0.8$ 、 $f_1/f_2=-0.8$ 、 $f_2=1.93$ (図3.18における点B) における周期振動への捕捉領域を表している。このパラメータでは(1,1,0,1)、(2,1,0,1)、(1,1,1,1)振動、および衝突減衰振動が存在する。(1,1,0,1)と(2,1,0,1)振動への捕捉領域は合わせて(J,1,0,1)振動としている。横軸は t_{p1} 、縦軸は(1,1,1,1)振動の下壁への衝突後の速度 v_{Fp} を $\bar{v}_{Fp}$ としたとき、 v_{Fp1} を $\bar{v}_{Fp}$ で除した値である。 t_{p1} は0.01きざみで0から1まで、 v_{Fp1} は $4\bar{v}_{Fp}$ を100等分して、0から $4\bar{v}_{Fp}$ まで変化させて計算している。

各初期値において周期振動に捕捉されたとき図では黒で表している。(J,1,0,1)振動、および(1,1,1,1)振動への捕捉領域を示した図において、共通して白い部分は衝突減衰振動への捕捉領域である。

(b) は $R=0.8$ 、 $f_1/f_2=-1.5$ 、 $f_2=1.93$ の場合(図3.18における点C)で、このパラメータでは(1,1,0,1)、(1,1,1,1)振動、および衝突減衰振動が存在する。(a)同様に周期振動への捕捉領域を表している。

(3) 考察

図3.20から初期値のわずかな違いによりにより捕捉される定常振動の種類が異なることがわかる。例えば、図3.20(a)の振動パラメータの場合、図3.21のような4種類の定常振動が存在する。(c)は1.3の1)で述べたように反駆動側歯面が接触する異常接触である。また(a)、(b)は反駆動側は接触しないが、異常音の原因となる。(d)は衝突減衰振動で異常音や異常接触は発生しない。

(圧縮機音色急変の原因)

図3.20から1.3の2)で述べた以下の現象が説明できる。

「圧縮機の音色が急変し、音が大きくなる。この音を異常音と呼ぶ。この運転を維持した状態、つまりトルク波形が変化しない状態でも、正常音と異常音が交互に繰り返される場合がある。この場合も音色が急変する。異常音や正常音の持続時間は不規則である。」

この現象は、運転条件が変化しない状態、つまり f_1/f_2 、 f_2 が変わらなくても歯面分離が起きる状態と起きない状態が繰り返される現象と考えられる。

音色の急変は次のように説明できる。ロータがある定常振動で振動していたとする。この状

態においてロータへの注油等の外乱によりロータの運動状態がわずかに変化する。すると、初期値が変化し異なった定常振動に捕捉される。そのため、ロータ同士の衝突速度が変化し、圧縮機の音色が急変する。

3.7.5 ロータの異常振動防止方法

図3.18において、領域Ⅰでは衝突減衰振動のみが起こる。この振動は周期振動に比べて衝突速度が小さい。従って、この領域に振動パラメータを設定することにより、周期振動による異常振動を防止することができる。

特に周期振動の安定領域は f_1/f_2 は0に近い部分しか存在せず、 f_1/f_2 を周期振動の安定領域が存在する f_1/f_2 ($R=0.8$ の場合は、図3.18より $f_1/f_2 \leq -3$ の範囲)より小さくすることにより、 f_2 に無関係に歯面分離を起こさず、ロータの異常振動を防止することができる。

3.8 まとめ

ハーメチック構造スクリュ圧縮機のロータ同士の衝突振動解析を行った。この章における結論は、以下の4点である。

- ・変動トルクに同期して衝突振動を起こす周期振動が異常振動の原因であることがわかった。
- ・従来、歯面分離の原因として雌ロータに作用するトルクが回転方向と同じ方向に作用することを挙げていた。しかし、周期振動安定領域の計算の結果、常に雌ロータに反回転方向のトルクが作用する場合でも歯面分離を起こす可能性があることがわかった。
- ・定常振動には周期振動と衝突減衰振動があることがわかった。衝突減衰振動は周期振動に比べて衝突速度が小さいため異常音がなくなるものと考えられる。周期振動と衝突減衰振動が同時に存在する運転条件において、どちらに捕捉されるか初期値により決定される。運転条件が変化しなくても、圧縮機の音色が急変する理由は、運転中に外乱により初期値が変化し、

異なる定常振動に捕捉されたものと考えられる。

- ・ 衝突減衰振動が存在し、周期振動が安定でない領域に振動パラメータを設定することにより圧縮機の異常振動を防止することができることがわかった。

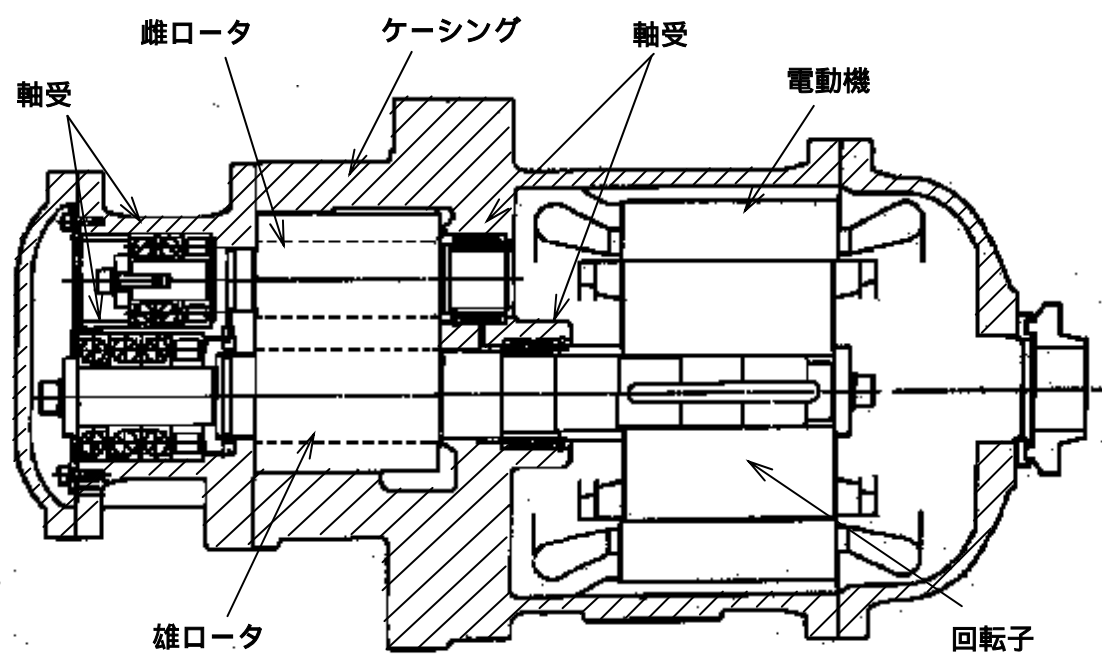


図 3 . 1 ハーメチック構造スクリュ圧縮機

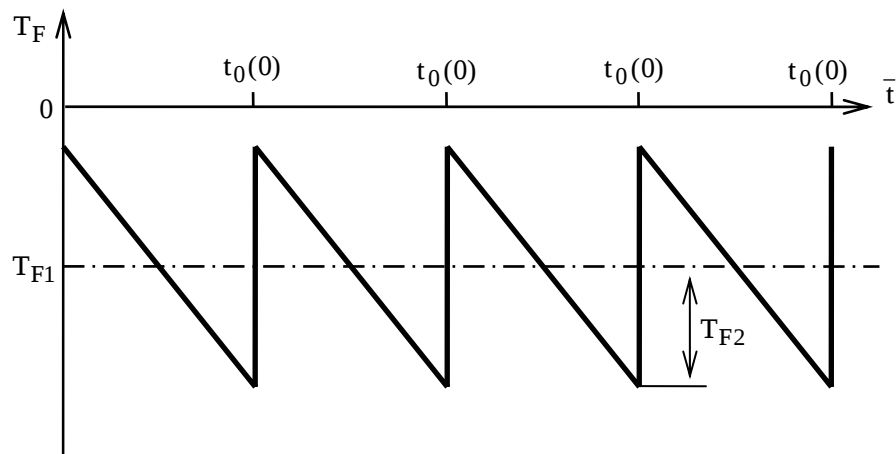


図3.2 雌ロータに作用するトルク

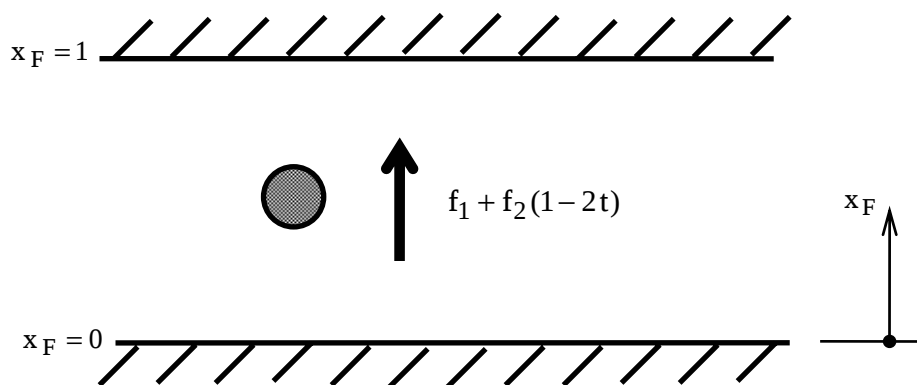


図3.3 スクリューロータの衝突振動モデル

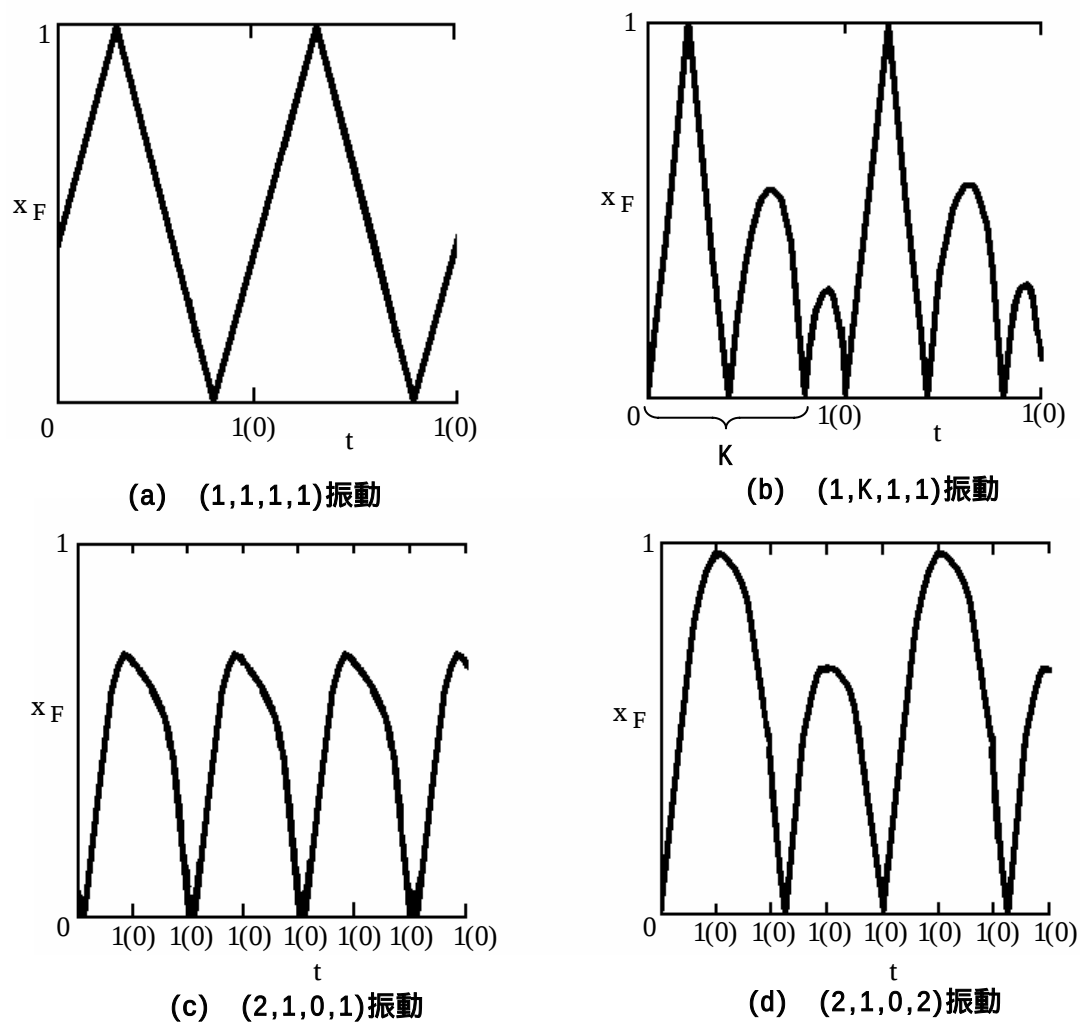
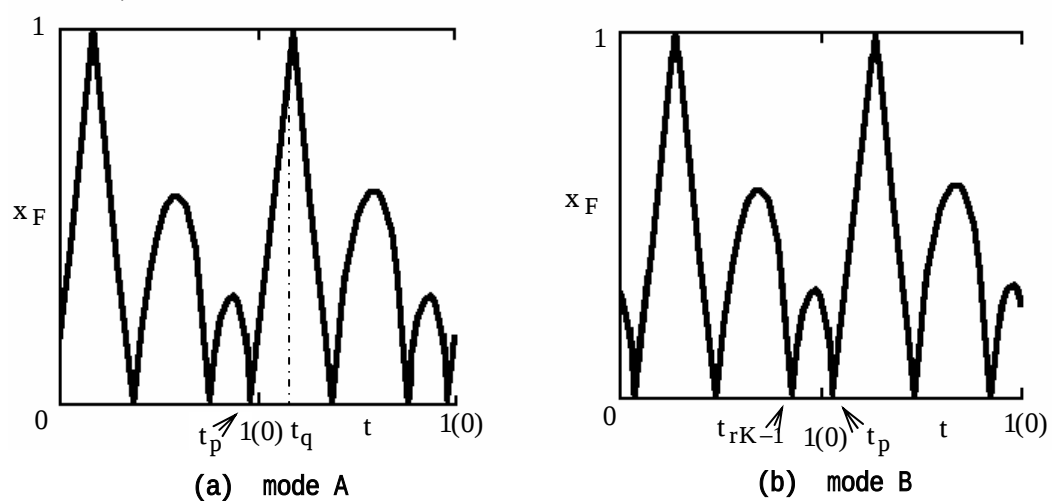


図 3 . 4 周期振動波形

図 3 . 5 $(1,K,1,M)$ 振動の振動モード

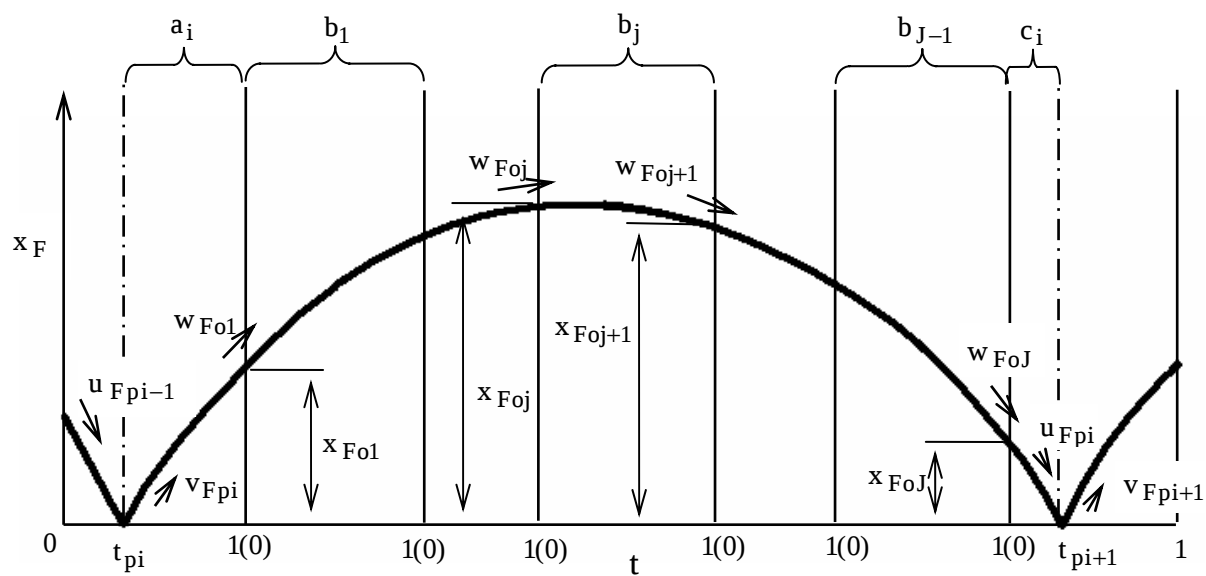


図3.6 (J,1,0,1)振動における質点の運動

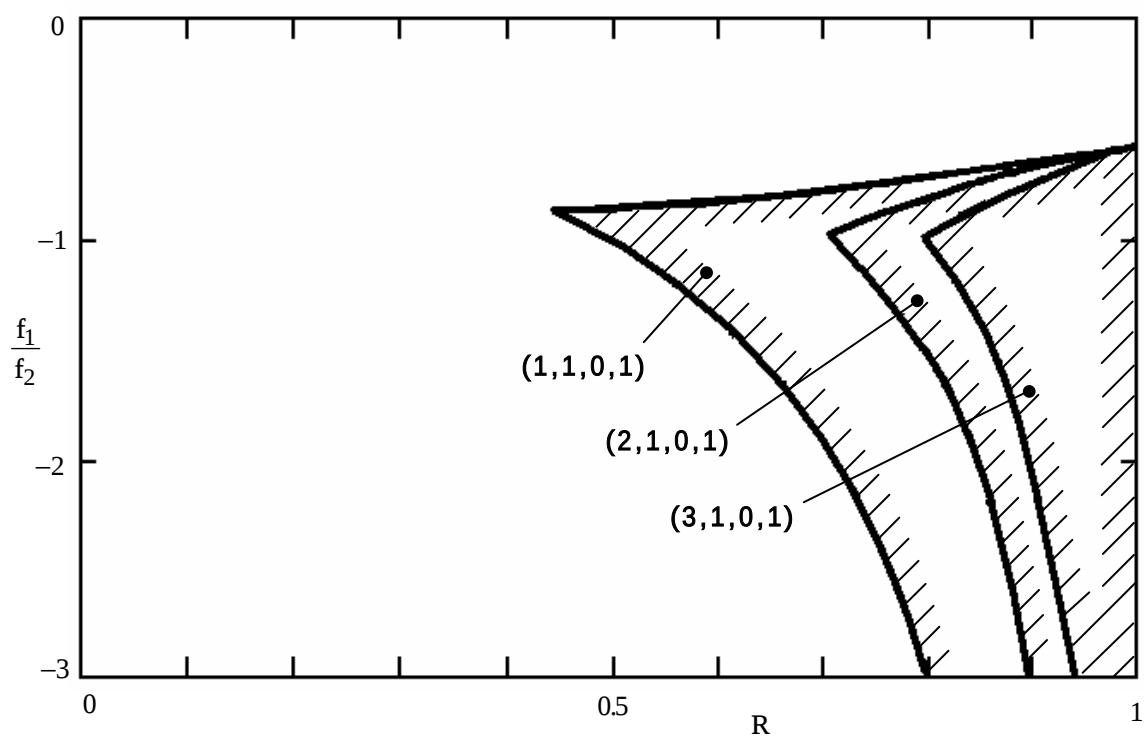
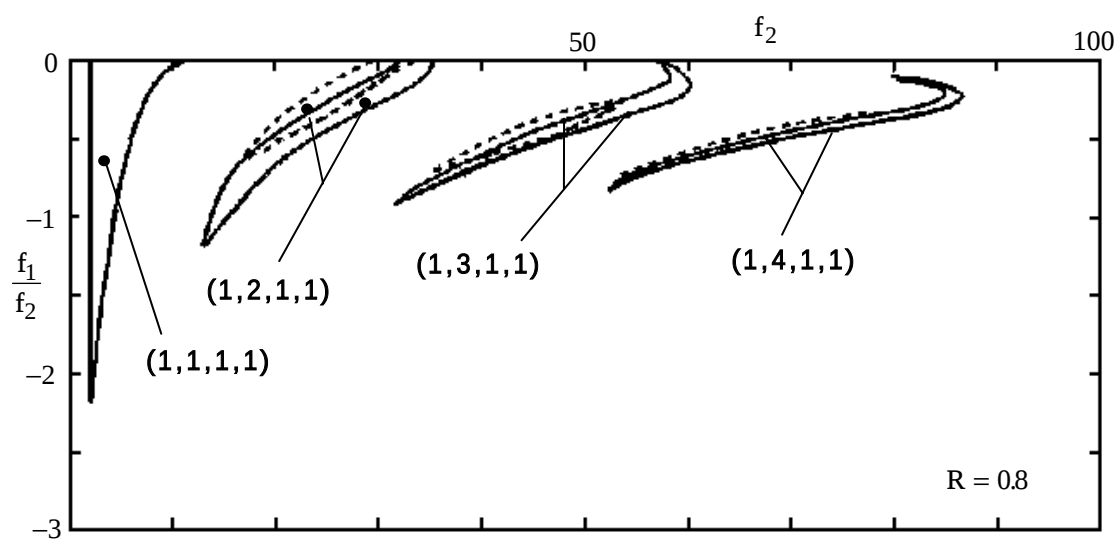


図3.7 (J,1,0,1)振動の安定領域

図3.10 $(1,K,1,1)$ 振動の安定領域

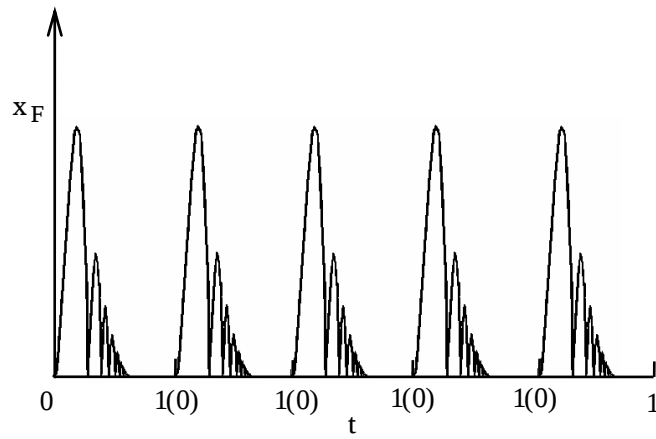


図 3 . 1 1 衝突減衰振動における質点の動き

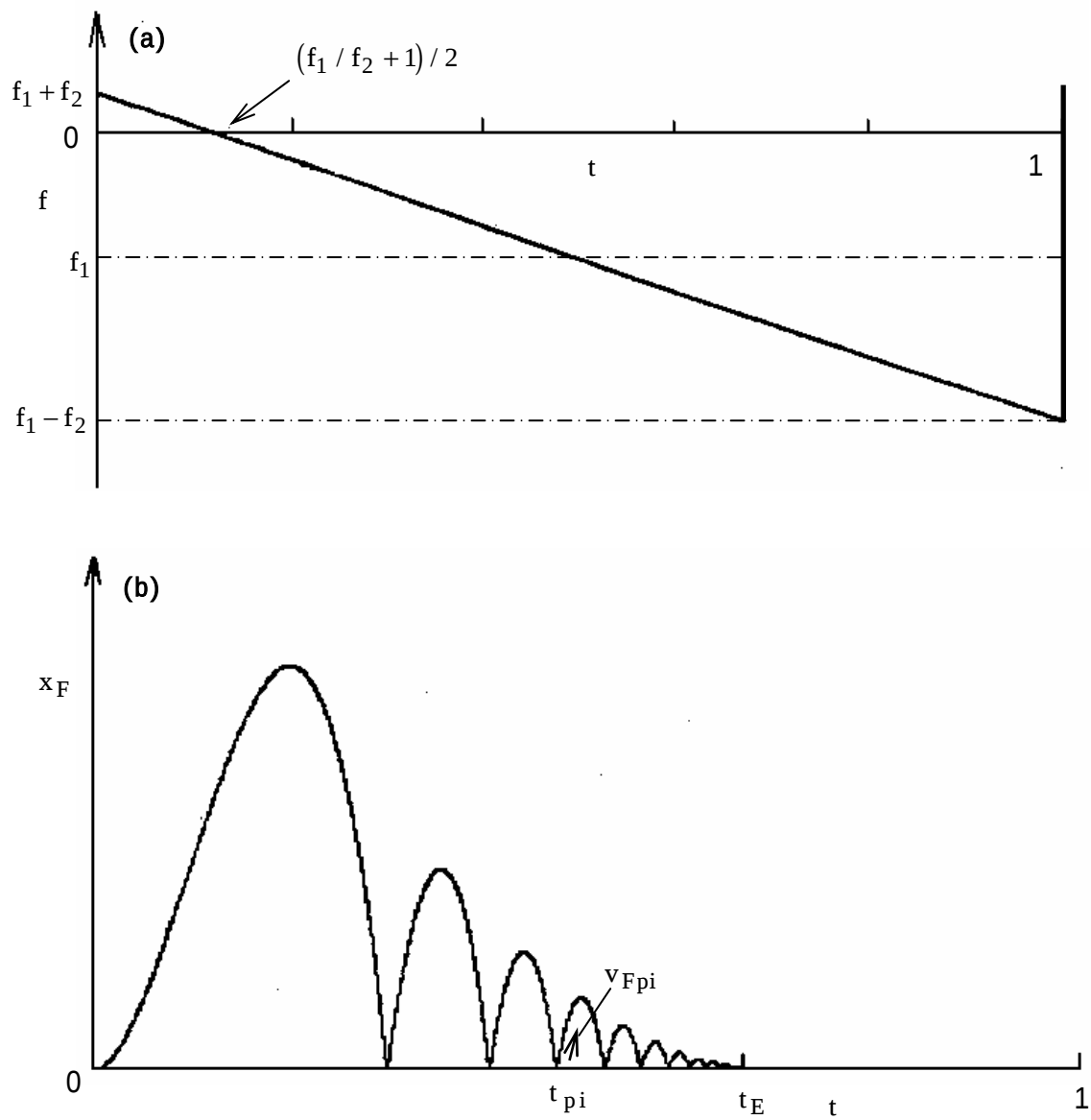


図 3 . 1 2 衝突減衰振動の外力と質点の運動

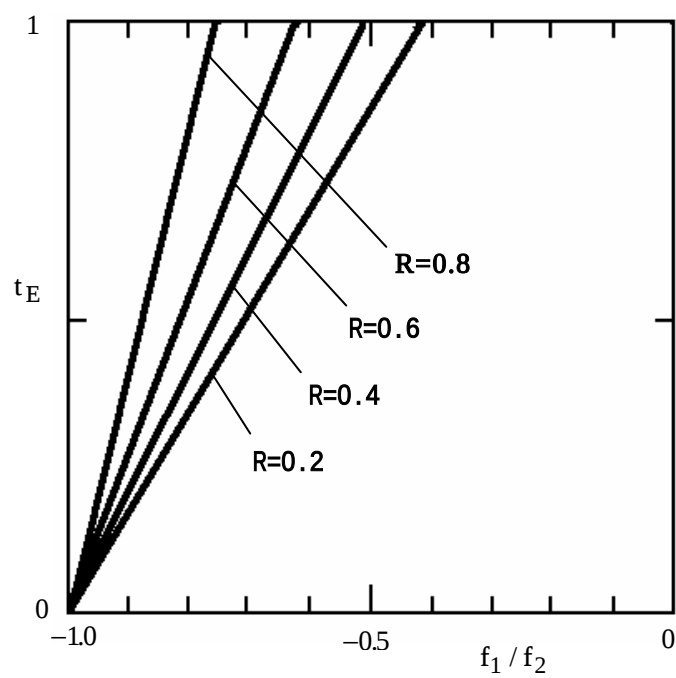


図3.13 減衰時間

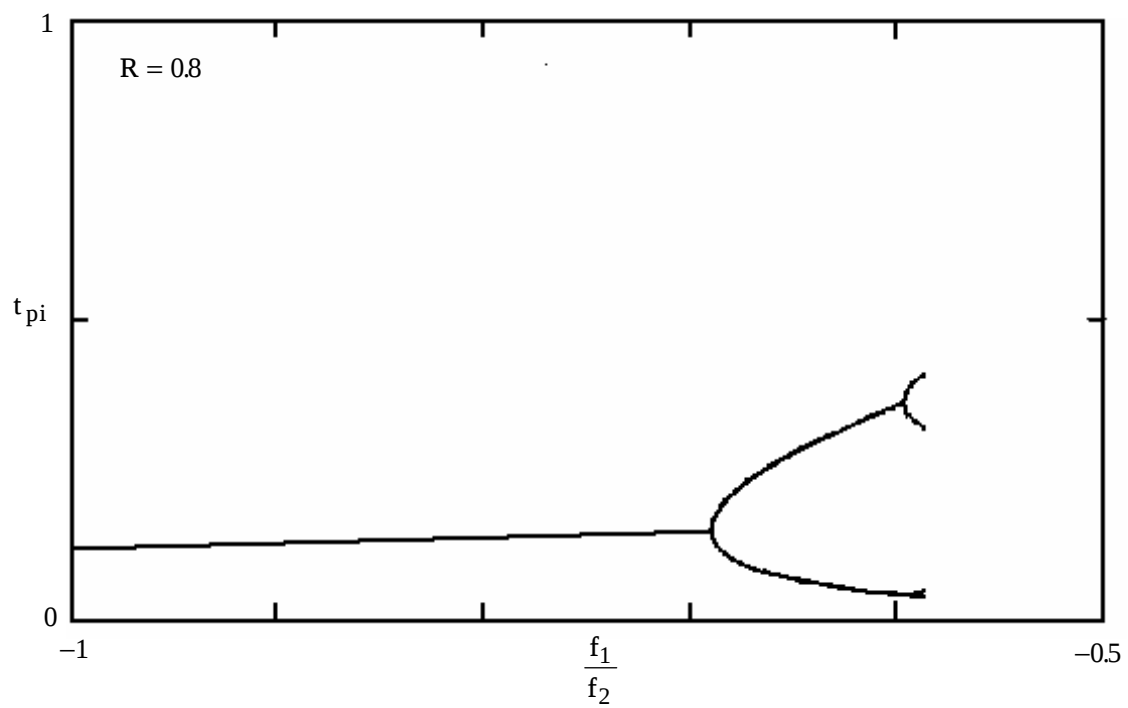


図 3 . 1 4 (1,1,0,M)振動における倍周期分岐曲線

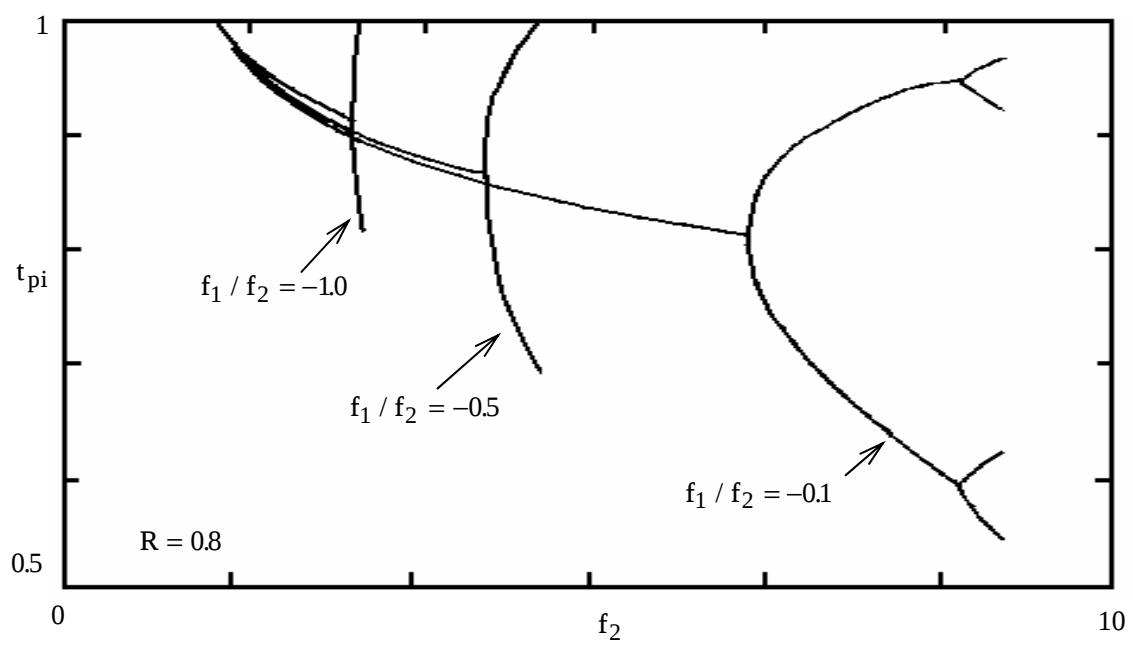


図 3 . 1 5 (1,1,1,M)振動におけるおける倍周期分岐曲線

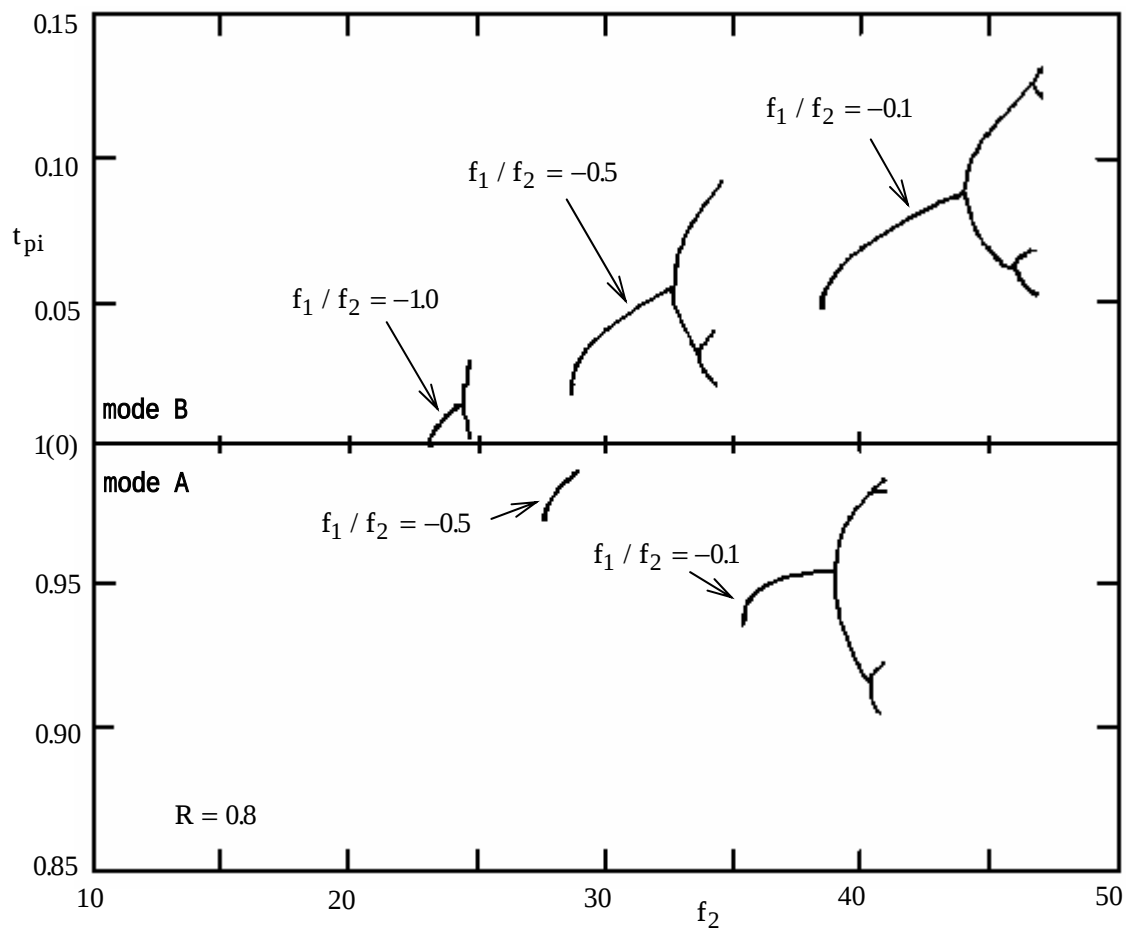


図3.16 (1,2,1,M)振動における倍周期分岐曲線

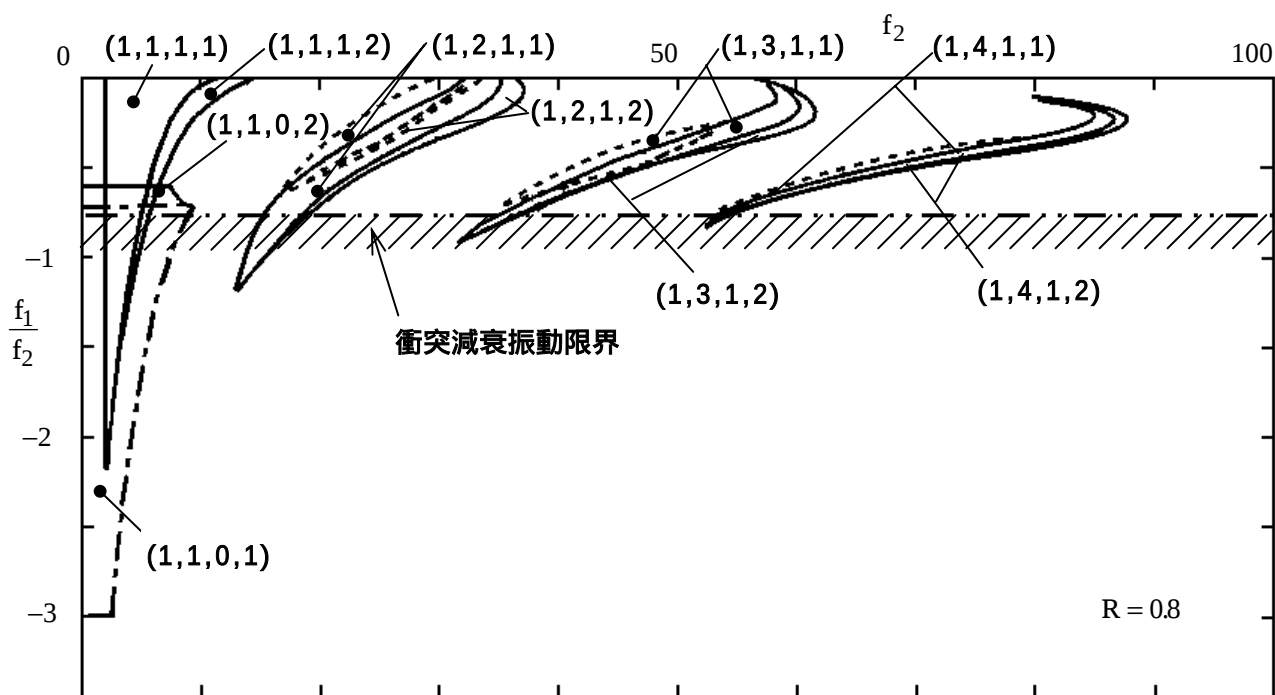


図3.17 周期振動安定領域、および衝突減衰振動領域

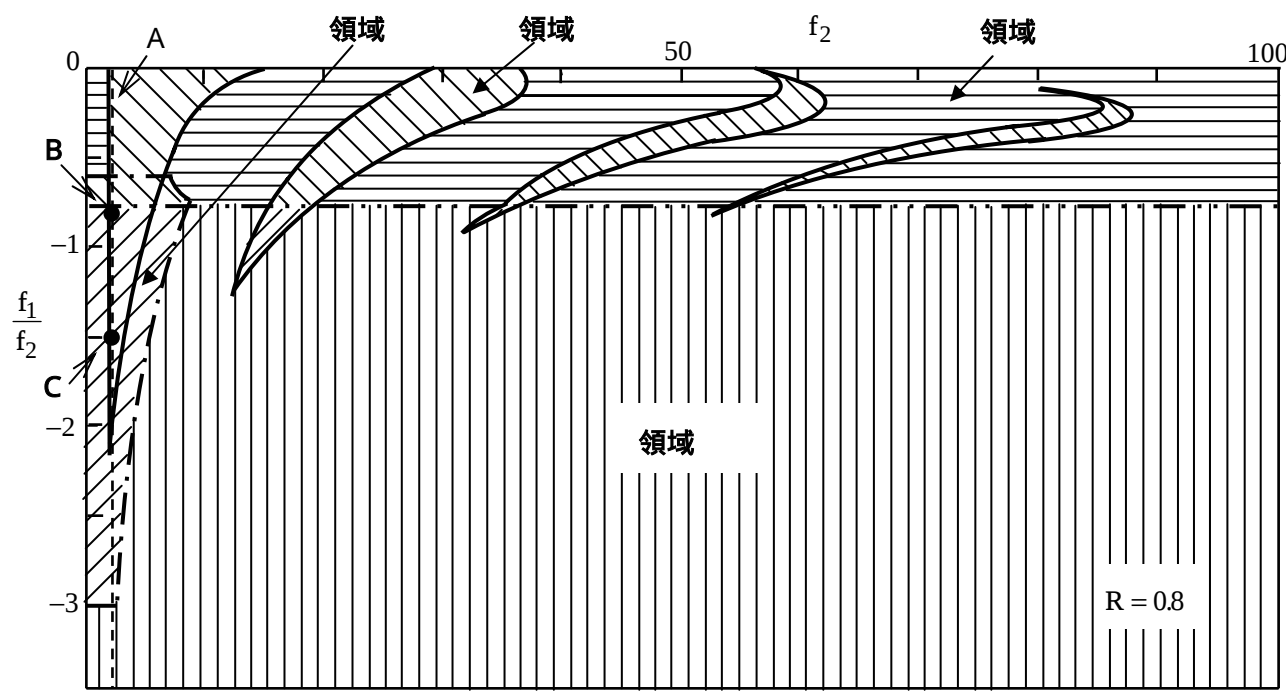


図 3 . 1 8 振動領域の分類

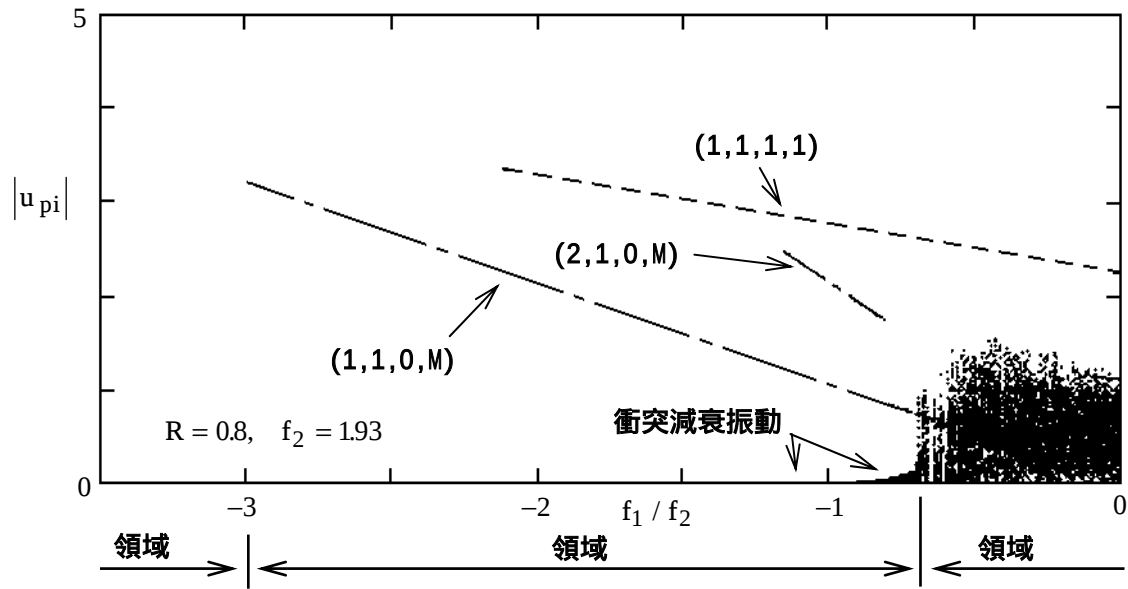


図 3 . 1 9 各振動の衝突速度

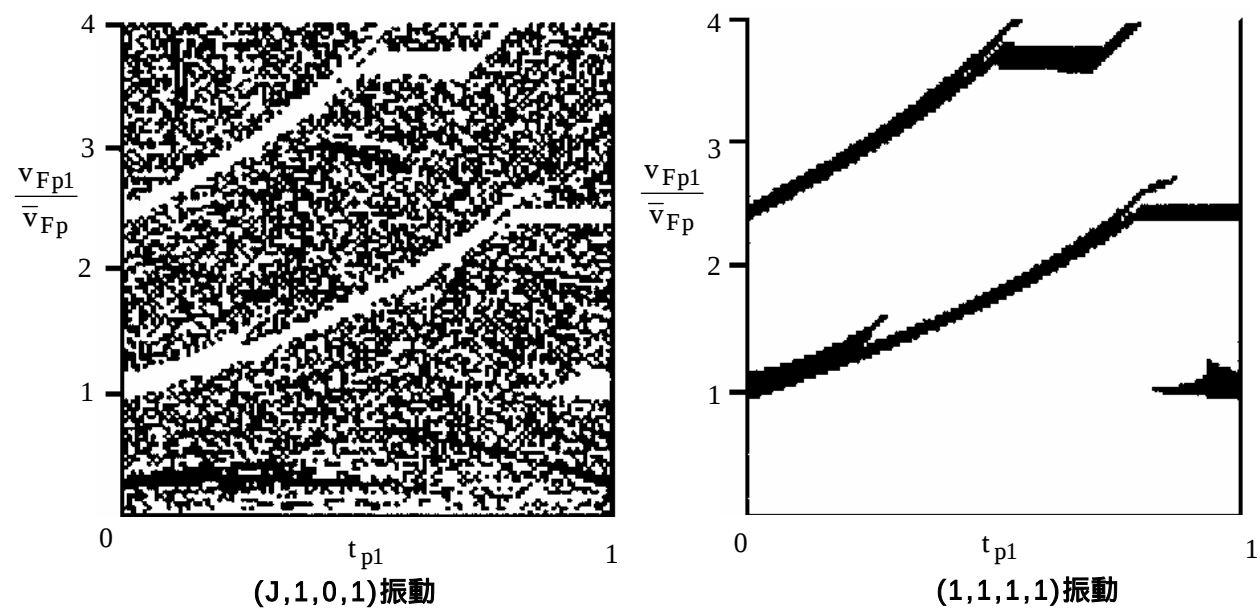
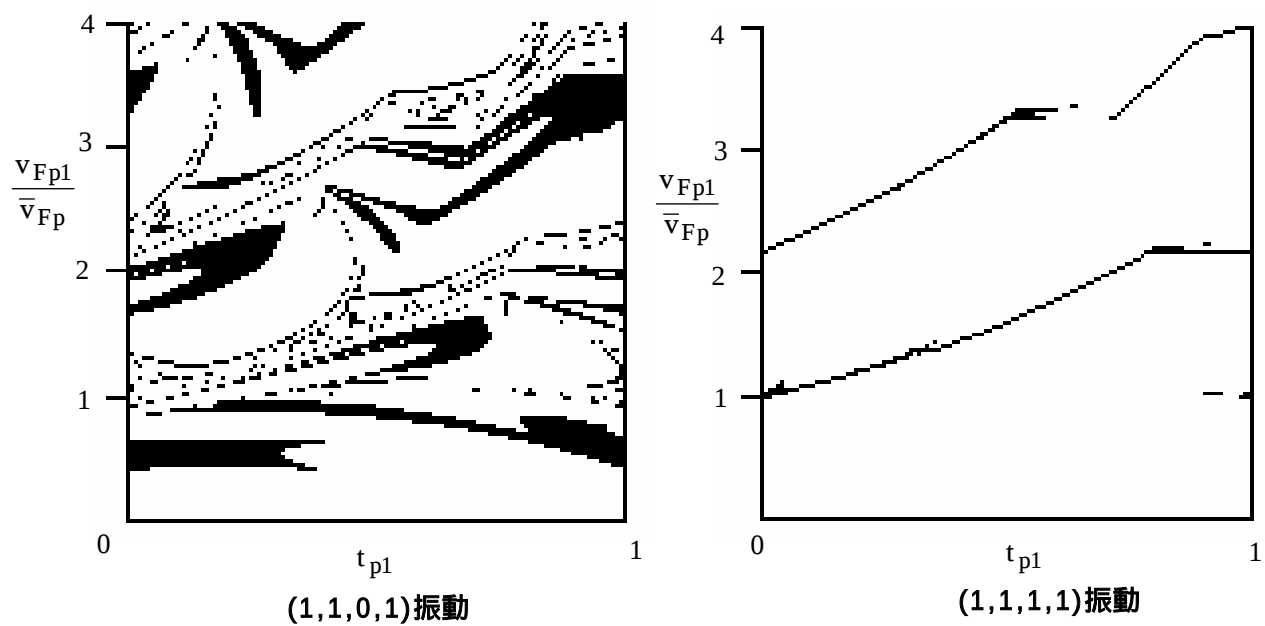
(a) $R = 0.8, f_1 / f_2 = -0.8, f_2 = 1.93$ (b) $R = 0.8, f_1 / f_2 = -1.5, f_2 = 1.93$

図3.20 周期振動への捕捉領域

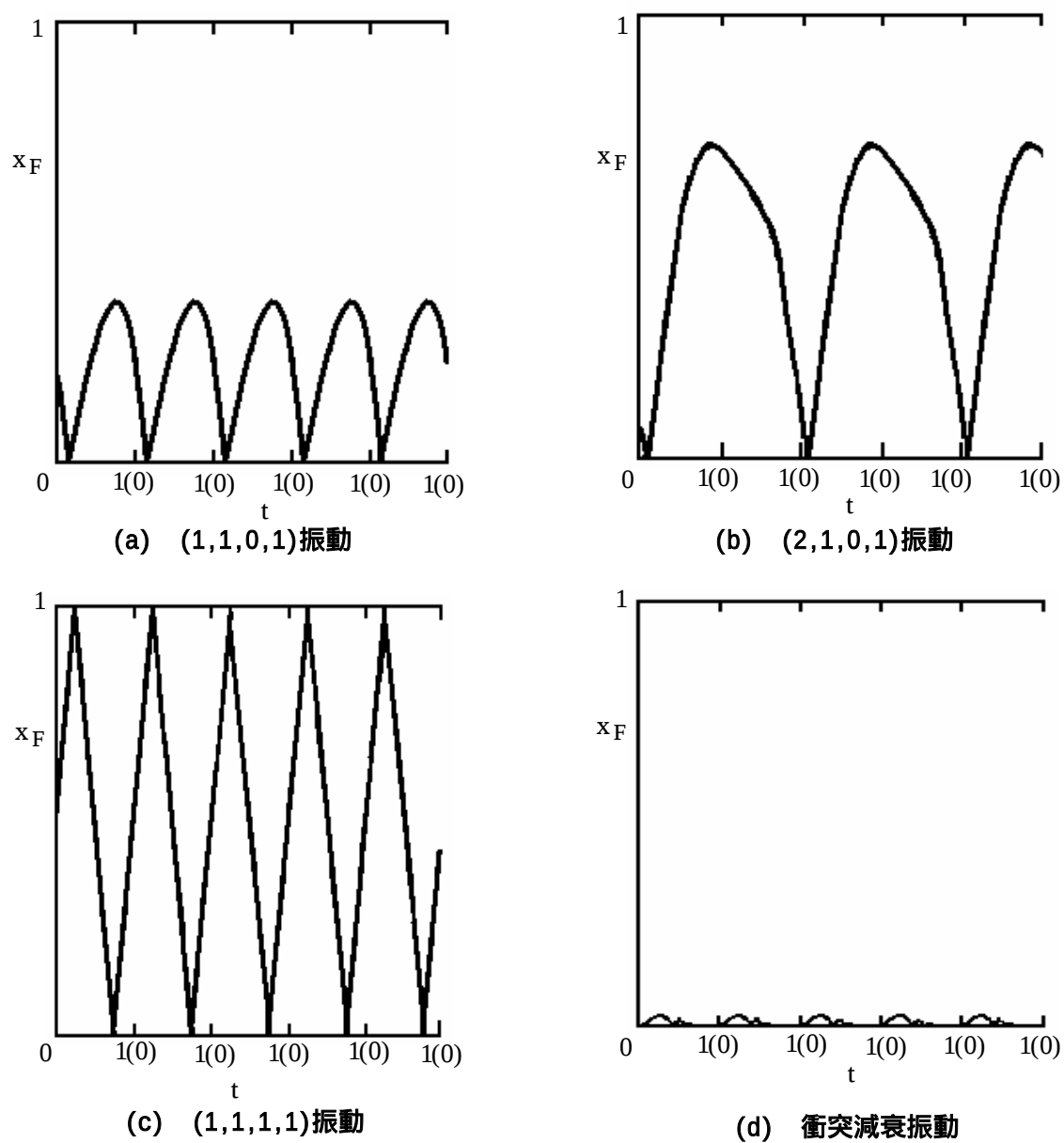


図3.21 同じ振動パラメータで共存する定常振動
 $(R = 0.8, f_1 / f_2 = -0.8, f_2 = 1.93)$

第4章

カップリング構造圧縮機ロータ系の 衝突振動解析

4.1 緒言

第3章ではハーメチック構造圧縮機の振動特性について調べた。本章ではカップリング構造圧縮機のロータ同士の衝突振動解析を行い、異常振動を防止する条件について調べる。

4.2 スクリュロータ振動系の運動方程式

スクリュロータ振動系の運動方程式を導き、衝突振動現象が理解しやすいようにその等価モデルを作成する。

4.2.1 ハーメチック構造圧縮機との構造の違い

図1.6で示したカップリング構造を再び図4.1に示す。この構造とハーメチック型圧縮機との違いは雄ロータと電動機の接続方法のみで、他の構造はハーメチック構造圧縮機と全く同じである。雄ロータと電動機はカップリングにより接続されている。カップリングは雄ロータ軸と

電動機軸のミスアライメントを吸収するため、両者の軸を拘束しないように柔軟な構造をしている。カップリングは柔らかいバネ、および減衰要素として近似できる。

4.2.2 スクリューロータ振動系の仮定

ハーメチック構造圧縮機では、雄ロータと電動機は一体構造であるため「雄ロータは雌ロータとの衝突によらず、一定回転数で回転する。」と仮定したが、本構造ではこの仮定は成り立たない。そこで、以下の仮定によりモデル化する。

- 1) 雄ロータの運動によらず、電動機は一定の回転数で回転する。
- 2) カップリングは線形のバネ、減衰要素で表す。
- 3) ロータは剛体である。
- 4) ロータの運動は回転方向のみを考え、軸方向の運動は無視する。
- 5) ロータ同士の衝突による運動は反発係数を用いて表現される。反発係数は一定とする。
- 6) 雌ロータ、雄ロータに作用するトルクはそれぞれ式(2.27)、(2.28)で表される。

以上の仮定により、雌ロータ、雄ロータの運動を調べる。

4.2.3 運動方程式の導出

雌ロータと雄ロータが歯面分離した場合、およびロータ同士が衝突した場合の雌ロータ、雄ロータに関する運動方程式を導く。

(1) ロータに作用するトルク

雌ロータ、雄ロータに図4.2で示したトルクが作用する場合の運動方程式を導出する。ここで、図4.2は図2.2.2と同じである。横軸は時間 $\bar{t}$ である。トルクの不連続変化点での時間を $\bar{t}=0$ とする。 t_0 はトルクの変動周期である。 $\bar{t}=t_0$ は次のトルクの変動周期の起点 $\bar{t}=0$ を意味する。雌ロータ、雄ロータに作用するトルクは次式で表される。この式は式(2.27)、(2.28)を再掲している。

$$T_F = T_{F1} + T_{F2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0) \quad (4.1)$$

$$T_M = T_{M1} + T_{M2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (0 \leq \bar{t} < t_0) \quad (4.2)$$

(2) 各ロータ回転角、およびその拘束条件

電動機が一定回転角速度 ω で回転しているとする。また、雌ロータの回転角を $\bar{\theta}_F$ 、雄ロータの回転角を $\bar{\theta}_M$ とする。雌ロータの回転角は雄ロータの歯数における回転角に換算した値である。ここで、 $\bar{\theta}_F = \bar{\theta}_M$ の場合、ロータの駆動側が接触することを意味するように角度を定義する。

電動機の回転角を $\theta_D + \omega\bar{t}$ で表す。ここで $\bar{t}$ は $0 \leq \bar{t} < t_0$ の範囲であり、 θ_D は $\bar{t} = 0$ のときの電動機回転角である。すると、カップリングのねじれ角は $\bar{\theta}_M - (\theta_D + \omega\bar{t})$ で表される。

雌ロータ、雄ロータが歯面分離して回転できる角度は雌ロータと雄ロータの隙間 δ の範囲である。ロータ間の隙間を雄ロータの回転角度に変換すると ξ である。ここで、 ξ は式(3.2)と同じである。従って、雌ロータ、雄ロータは $0 \leq \bar{\theta}_F - \bar{\theta}_M \leq \xi$ の範囲で運動する。

$\bar{\theta}_F - \bar{\theta}_M = 0$ は雄ロータと雌ロータの駆動側歯面が接触することを意味する。また、 $\bar{\theta}_F - \bar{\theta}_M = \xi$ は反駆動側歯面が接触することを意味する。

(3) 歯面分離時の運動方程式

歯面分離時の雌ロータと雄ロータの運動方程式は次式で表される。

$$\frac{N_M}{N_F} I_F \frac{d^2 \bar{\theta}_F}{d\bar{t}^2} = T_{F1} + T_{F2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (4.3)$$

$$I_M \frac{d^2 \bar{\theta}_M}{d\bar{t}^2} + c \left(\frac{d\bar{\theta}_M}{d\bar{t}} - \omega \right) + k \left\{ \bar{\theta}_M - (\theta_D + \omega\bar{t}) \right\} = T_{M1} + T_{M2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \quad (4.4)$$

$$(0 \leq \bar{t} < t_0, 0 \leq \bar{\theta}_F - \bar{\theta}_M \leq \xi)$$

ここで、

- $\bar{\theta}_F$: 雌ロータ回転角
- $\bar{\theta}_M$: 雄ロータ回転角
- I_F : 雌ロータ慣性モーメント
- I_M : 雄ロータ慣性モーメント
- T_{F1} : 雌ロータに作用する平均トルク
- T_{F2} : 雌ロータに作用するトルク片振幅

T_{M1}	: 雄ロータに作用する平均トルク
T_{M2}	: 雄ロータに作用するトルク片振幅
N_F	: 雌ロータ歯数
N_M	: 雄ロータ歯数
c	: カップリング減衰定数
k	: カップリングバネ定数
t_0	: トルクの変動周期
δ	: ロータ間隙間
r_M	: 雄ロータピッチ円半径
ξ	: δ / r_M

(4) 変動回転角

カップリングには、平均トルクとして雄ロータと雌ロータの平均トルクの和 $T_{M1} + N_M / N_F \times T_{F1}$ が作用する。雌ロータ、および雄ロータの回転角と、カップリングに平均トルクが作用した場合の雄ロータの回転角との差を変動回転角と呼ぶ。

雌ロータの変動回転角を θ_F 、雄ロータの変動回転角を θ_M とすると、 θ_F 、 θ_M は次式で表される。ここで、 $\bar{t}$ は $0 \leq \bar{t} < t_0$ の範囲であり、 θ_D は $\bar{t} = 0$ のときの電動機回転角である。

$$\theta_F = \bar{\theta}_F - \left\{ \theta_D + \omega \bar{t} + (T_{M1} + N_M / N_F \times T_{F1}) / k \right\} \quad (4.5)$$

$$\theta_M = \bar{\theta}_M - \left\{ \theta_D + \omega \bar{t} + (T_{M1} + N_M / N_F \times T_{F1}) / k \right\} \quad (4.6)$$

変動回転角に対する運動方程式は、式(4.5)、(4.6)を式(4.3)、(4.4)に代入すると、

$$I_F \frac{N_M}{N_F} \frac{d^2 \theta_F}{d\bar{t}^2} = T_{F1} + T_{F2} (1 - 2\bar{t} / t_0) \quad (4.7)$$

$$I_M \frac{d^2 \theta_M}{d\bar{t}^2} + c \frac{d\theta_M}{d\bar{t}} + k\theta_M = -N_M / N_F \times T_{F1} + T_{M2} (1 - 2\bar{t} / t_0) \quad (4.8)$$

$$(0 \leq \bar{t} < t_0, 0 \leq \theta_F - \theta_M \leq \xi)$$

(5) 運動方程式の無次元化

ここで、各変数、パラメータを以下のように無次元化する。

$$\left.
 \begin{aligned}
 t &= \bar{t} / t_0 \\
 x_F &= \theta_F / \xi \\
 x_M &= \theta_M / \xi \\
 \mu &= I_M / I_F / (N_M / N_F)^2 \\
 \omega_n &= t_0 \sqrt{k / I_M} \\
 \zeta &= c / 2 / \sqrt{k I_M} \\
 f_1 &= t_0^2 T_{F1} / I_F / (N_M / N_F) / \xi \\
 f_2 &= t_0^2 T_{F2} / I_F / (N_M / N_F) / \xi \\
 f_3 &= t_0^2 T_{M2} / I_F / (N_M / N_F)^2 / \xi
 \end{aligned}
 \right\} \quad (4.9)$$

$T_{F1} < 0$ であり、また本論文では $T_{F2} > 0$ 、 $T_{M2} > 0$ の場合を扱うため、 $f_1 < 0$ 、 $f_2 > 0$ 、 $f_3 > 0$ となる。すると、式(4.7)、(4.8)は次式で表される。

$$\frac{d^2 x_F}{dt^2} = f_1 + f_2(1 - 2t) \quad (4.10)$$

$$\mu \frac{d^2 x_M}{dt^2} + 2\mu\zeta\omega_n \frac{dx_M}{dt} + \mu\omega_n^2 x_M = -f_1 + f_3(1 - 2t) \quad (0 \leq t < 1, \quad 0 \leq x_F - x_M \leq 1) \quad (4.11)$$

(もう1つの仮定)

ここで、4.2.2 で述べた 1) ~ 6) の仮定の他にもう1つ次の仮定をする。式(4.11)において本系は $\omega_n \ll 2\pi$ 、 $\zeta \ll 1$ であるため、右辺に比べて $2\mu\zeta\omega_n \frac{dx_M}{dt}$ 、 $\mu\omega_n^2 x_M$ の項は小さく無視できるとする。すると、式(4.11)は次式で近似できる。

$$\mu \frac{d^2 x_M}{dt^2} = -f_1 + f_3(1 - 2t) \quad (4.12)$$

(6) ロータ衝突振動系の等価モデル

式(4.10)、(4.12)で表される系の挙動は図4.3に示すような振動系と等価である。質量1の物体(質点)Fとその物体をはさむように上下に間隔1の壁をもった質量 μ の物体Mがある。物体Fに $f_1 + f_2(1 - 2t)$ の外力、物体Mに $-f_1 + f_3(1 - 2t)$ の外力がx方向(上方向)に作用する場合の物体F、Mの挙動である。

物体 F と物体 M の下壁の衝突は駆動側歯面の衝突、物体 F と物体 M の上壁の衝突は反駆動側歯面の衝突に相当する。

以下の記述はわかりやすいように図 4 . 3 の振動系で表現する。従って、「雌ロータの変動回転角」は「物体 F の位置」、「雄ロータの変動回転角」は「物体 M の下壁の位置」、「雌ロータの変動回転角速度」は「物体 F の速度」、「雄ロータの変動回転角速度」は「物体 M の速度」、「駆動側歯面の衝突」は「物体 F と物体 M 下壁の衝突」、「反駆動側の衝突」は「物体 F と物体 M 上壁の衝突」で表現する。

(7) 物体衝突時の速度変化

ここで物体 F と物体 M が衝突する時の速度変化について述べる。

(物体 F と物体 M 下壁の衝突)

$x_F - x_M = 0$ となる直前の物体 F の速度を u_{Fp} 、物体 M の速度を u_{Mp} 、衝突直後の物体 F の速度を v_{Fp} 、物体 M の速度を v_{Mp} とする。ロータ同士の反発係数を R とすると、これらの速度は次式の関係がある。

$$v_{Fp} = u_{Fp} + \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mp} - u_{Fp}) \quad (4.13)$$

$$v_{Mp} = u_{Mp} - \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mp} - u_{Fp}) \quad (4.14)$$

(物体 F と物体 M 上壁の衝突)

$x_F - x_M = 1$ となる直前の物体 F の速度を u_{Fq} 、物体 M の速度を u_{Mq} 、衝突直後の物体 F の速度を v_{Fq} 、物体 M の速度を v_{Mq} とする。これらの速度は次式の関係がある。

$$v_{Fq} = u_{Fq} - \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.15)$$

$$v_{Mq} = u_{Mq} + \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.16)$$

4 . 3 周期振動

異常振動を防止するため、周期振動が発生する条件を調べる。

4.3.1 周期振動波形の表現方法

周期振動波形を 3.3.2 と同様に(J,K,L,M)振動で表現する。J、K、L、Mは0または正の整数でそれぞれ次のことを意味する。

- J : 外力周期数
- K : 物体Fと物体Mの下壁の衝突回数
- L : 物体Fと物体Mの上壁の衝突回数
- M : 周期振動の分岐数

4.3.2 周期振動波形

物体Fと物体Mが衝突する周期振動は図3.4と同様に図4.4で示すような振動波形がある。縦軸は x 、横軸は無次元化された時間 t である。 $t=0$ は外力の不連続変化点を表している。 $t=1$ は次の外力の不連続変化点の起点 $t=0$ を意味する。

x_F は物体Fの位置、 x_M は物体M下壁の位置、 x'_M は物体M上壁の位置を示している。

(振動モード)

(1,1,1,M)振動において、図4.5のように2つの振動モードが存在する。横軸、縦軸は図4.4と同じである。物体Fが物体M下壁に衝突する時間を t_p 、物体Fが物体M上壁に衝突する時間を t_q とする。mode Aは下壁に衝突する時間 t_p とその直後に上壁に衝突する時間 t_q の間に外力の不連続変化点がある周期振動、mode Bは上壁に衝突する時間 t_q とその直後に下壁に衝突する時間 t_p の間に外力の不連続変化点がある周期振動である。

(1,K,1,M)振動については図4.6のように3つの振動モードが存在する。横軸、縦軸は図4.4と同じである。物体Fが物体M上壁に衝突する時間を t_q 、その直前に下壁に衝突する時間を t_p 、 t_p の直前に下壁に衝突する時間を t_{rK-1} 、時間 t_q に上壁に衝突した直後に下壁に衝突する時間を t_{r1} する(図4.6は $K=2$ であるため $t_{r1}=t_{rK-1}$ となる)。mode Aは t_p と t_q の間に外力の不連続変化点がある周期振動、mode Bは t_{rK-1} と t_p の間に外力の不連続変化点がある周期振動、mode Cは t_p と t_{r1} の間に外力の不連続変化点がある周期振動である。

4 . 4 駆動側歯面のみが衝突する周期振動

図 4 . 4 (c) のように、物体 F と物体 M 下壁のみが衝突する (J,1,0,1) 振動の振動解、および解の安定条件を求める。この振動は、異常接触は起こさないが、歯面分離を起こし異常音の原因となる振動である。

4 . 4 . 1 周期振動解の導出

(1) 物体の動き

図 4 . 7 は物体の動きを表している。 x_F は物体 F の位置、 x_M は物体 M 下壁の位置、 x'_M は物体 M 上壁の位置を示している。横軸は時間 t である。外力不連続変化点と次の外力不連続変化点を区間と呼ぶ。各区間において外力周期 t_0 で無次元化された始めの時間は 0、終わりの時間は 1 となる。縦軸は x である。 i 番目に物体 F と物体 M 下壁が衝突する時間を t_{pi} 、衝突時の物体 F、物体 M 下壁の位置を x_{pi} 、衝突直前の物体 F の速度を u_{Fpi-1} 、物体 M の速度を u_{Mpi-1} 、衝突直後の物体 F の速度を v_{Fpi} 、衝突直後の物体 M の速度を v_{Mpi} とする。

外力 J 周期毎に物体 F と物体 M 下壁が衝突するため、 $J-1$ 周期下壁に衝突しない区間がある。その区間を b_j とする。 i 番目の衝突から区間 b_1 までの部分を a_i 、区間 b_{J-1} から $i+1$ 番目の衝突までの部分を c_i とする。区間 b_j と b_{j+1} の境界における物体 F の位置を x_{Foj+1} 、速度を w_{Foj+1} 、物体 M 下壁の位置を x_{Moj+1} 、速度を w_{Moj+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数 $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ の関係を求める。

(J,1,0,1) 振動の i 番目から $i+1$ 番目の衝突の間は a_i 、 b_1 b_{J-1} 、 c_i の区間からなる。各区間の両境界における物体 F、物体 M 下壁の位置、速度、および物体 F が物体 M 下壁に衝突する前後の速度の関係は以下の式で表される。

[a_i 部]

$$w_{Fo1} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (4.17)$$

$$x_{Fo1} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.18)$$

$$w_{Mo1} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi}) / \mu - f_3(1 - t_{pi}^2) / \mu + v_{Mpi} \quad (4.19)$$

$$x_{Mo1} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi})^2 / \mu / 2 - f_3(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / \mu / 3 + v_{Mpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.20)$$

〔 b_j 部 〕 (j = 1 ~ J - 1)

$$w_{Foj+1} = f_1 + w_{Foj} \quad (4.21)$$

$$x_{Foj+1} = f_1 / 2 + f_2 / 6 + w_{Foj} + x_{Foj} \quad (4.22)$$

$$w_{Moj+1} = -f_1 + w_{Moj} \quad (4.23)$$

$$x_{Moj+1} = -f_1 / \mu / 2 + f_3 / \mu / 6 + w_{Moj} + x_{Moj} \quad (4.24)$$

〔 c_i 部 〕

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)t_{pi+1} - f_2t_{pi+1}^2 + w_{FoJ} \quad (4.25)$$

$$x_{pi+1} = (f_1 + f_2)t_{pi+1}^2 / 2 - f_2t_{pi+1}^3 / 3 + w_{FoJ}t_{pi+1} + x_{FoJ} \quad (4.26)$$

$$u_{Mpi} = (f_3 - f_1)t_{pi+1} / \mu - f_3t_{pi+1}^2 / \mu + w_{MoJ} \quad (4.27)$$

$$x_{pi+1} = (f_3 - f_1)t_{pi+1}^2 / \mu / 2 - f_3t_{pi+1}^3 / \mu / 3 + w_{MoJ}t_{pi+1} + x_{MoJ} \quad (4.28)$$

$$v_{Fpi+1} = u_{Fpi} + \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.29)$$

$$v_{Mpi+1} = u_{Mpi} - \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.30)$$

(3) 周期振動解

(J, 1, 0, 1)振動は i 番目と i + 1 番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (4.31)$$

$$x_{pi+1} = x_{pi} = x_p \quad (4.32)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (4.33)$$

$$v_{Mpi+1} = v_{Mpi} = v_{Mp} \quad (4.34)$$

として、式(4.17)～(4.30)から t_p 、 v_{Fp} 、 v_{Mp} を求めることにより周期振動解が得られる。

すると周期振動解は次式で表される。なお x_p については、本系はバネ要素を省略しているため、任意の値を採ることができる。

$$t_p = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3} + 2J \frac{(1+\mu)f_1}{f_3 - \mu f_2} \left(1 - \frac{2R}{1+R} \right)} \right\} \quad (4.35)$$

$$v_{Fp} = \frac{Jf_1}{f_3 - \mu f_2} \left\{ \frac{R}{1+R} (1+\mu)f_2 - \frac{1}{2}(f_2 + f_3) \right\} \quad (4.36)$$

$$v_{Mp} = \frac{Jf_1}{f_3 - \mu f_2} \left\{ \frac{R}{1+R} \frac{1+\mu}{\mu} f_3 - \frac{1}{2}(f_2 + f_3) \right\} \quad (4.37)$$

(周期振動解とならない場合)

初期値 $t = t_p$ 、 $dx_F / dt = v_{Fp}$ 、 $dx_M / dt = v_{Mp}$ として式(4.10)、(4.12)により物体の軌跡を計算したとき、 $x_F - x_M$ の最大値が1以上となる場合は上壁に衝突するため周期振動とはならない。

4.4.2 周期振動解の安定性

(1) 解が安定である条件

式(4.17)～(4.30)は $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への四次元写像である。このヤコビアンを $[J_i]$ とすると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = \begin{bmatrix} \frac{dt_{pi+1}}{dt_{pi}} & \frac{dt_{pi+1}}{dx_{pi}} & \frac{dt_{pi+1}}{dv_{Fpi}} & \frac{dt_{pi+1}}{dv_{Mpi}} \\ \frac{dx_{pi+1}}{dt_{pi}} & \frac{dx_{pi+1}}{dx_{pi}} & \frac{dx_{pi+1}}{dv_{Fpi}} & \frac{dx_{pi+1}}{dv_{Mpi}} \\ \frac{dv_{Fpi+1}}{dt_{pi}} & \frac{dv_{Fpi+1}}{dx_{pi}} & \frac{dv_{Fpi+1}}{dv_{Fpi}} & \frac{dv_{Fpi+1}}{dv_{Mpi}} \\ \frac{dv_{Mpi+1}}{dt_{pi}} & \frac{dv_{Mpi+1}}{dx_{pi}} & \frac{dv_{Mpi+1}}{dv_{Fpi}} & \frac{dv_{Mpi+1}}{dv_{Mpi}} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

固有値を λ とすると、特性方程式は次式で表される。

$$|\lambda I - J_i| = 0 \quad (4.39)$$

I は単位行列である。次式を満足するとき周期振動解が安定となる。

$$|\lambda| < 1 \quad (4.40)$$

(2) ヤコビアン

$(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への写像は以下の写像の組み合わせで表される。

- $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo1}, x_{Fo1}, w_{Mo1}, x_{Mo1})$
- $(w_{Fo1}, x_{Fo1}, w_{Mo1}, x_{Mo1}) \rightarrow (w_{FoJ}, x_{FoJ}, w_{MoJ}, x_{MoJ})$
- $(w_{FoJ}, x_{FoJ}, w_{MoJ}, x_{MoJ}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi})$
- $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$

これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ 、 $[J_{di}]$ とする（付録D）。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{di}][J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (4.41)$$

(3) 周期振動解の安定条件

式(4.41)を式(4.39)に代入して、式(4.40)を満足する条件を求めると、次式で表される。

$$0 < -\frac{f_2}{f_1}(1-2t_p)\left(1-\frac{f_3}{\mu f_2}\right) < \frac{1+\mu}{\mu} \left\{1 + \left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2\right\} \quad (4.42)$$

4.4.3 周期振動が防止できる条件

周期振動の安定領域外に各パラメータを設定すれば周期振動が防止できるが、カップリング構造圧縮機の場合、 $\mu = f_3 / f_2$ とすることにより、他のパラメータの値にかかわらず周期振動が防止できる。

$\mu = f_3 / f_2$ の場合、式 (4.42) において、不等号で挟まれた項は 0 となり式 (4.42) が満足されない。 $\mu = f_3 / f_2$ の場合は式 (4.10)、(4.12) から物体 F と物体 M の質量比がそれぞれの物体に作用する外力の変動量の比に等しいことがわかる。この場合、物体 F と物体 M が同振幅、同位相で振動することを意味する。そのため、物体 F と物体 M は一定力 $|f_1|$ で互いに押しつけられながら一体となって振動する。この条件はハーメチック構造にはなかったものである。

4.4.4 ハーメチック構造圧縮機との関係

ハーメチック構造圧縮機とカップリング構造圧縮機の振動系の違いは、雄ロータが雌ロータとの衝突によらず一定回転角速度で回転するか、衝突により回転角速度が変化するかである。

カップリング構造圧縮機において雄ロータの慣性モーメントを雌ロータに比べて大きくすると雌ロータとの衝突によらず一定回転角速度で回転するようになる。雌ロータの慣性モーメントに対する雄ロータの慣性モーメントの比は μ で表している。 μ を無限大にすると、雄ロータは雌ロータとの衝突によらず一定回転角速度で回転するため、ハーメチック構造圧縮機の周期振動解、安定条件と一致するはずである。

カップリング構造圧縮機の周期振動解式 (4.35)、(4.36) および安定条件式 (4.42) において μ を無限大にするとハーメチック構造圧縮機の周期振動解式 (3.21)、(3.22) および安定条件式 (3.30) と一致する。

4.4.5 計算結果

計算結果の一例として $R = 0.8$ 、 $f_3 / f_2 = 10$ の場合の $(J, 1, 0, 1)$ 振動 ($J = 1 \sim 3$) の安定領域の計算結果を図 4.8 に示す。横軸は μ 、縦軸は f_1 / f_2 である。 $(1, 1, 0, 1)$ 振動の安定領域の境界は実線で表しており、実線で挟まれた部分が安定領域である。同様に $(2, 1, 0, 1)$ 振動は一点鎖線、 $(3, 1, 0, 1)$ 振動は破線で挟まれた部分が安定領域である。図 4.8 は $f_3 / f_2 = 10$ の場合のグラフであるが、4.4.3 で述べたように $\mu = 10$ において安定領域が存在しない。

4.5 両歯面が衝突する周期振動

図4.4(a)、(b)のように、物体Fと物体M両壁が衝突する周期振動を扱う。この振動は、異常接触の原因となる振動である。

4.5.1 (1,1,1,1)振動 mode A 周期振動解および解の安定条件

(1,1,1,1)振動は mode A、mode B があり、両者とも同じ考え方をする。ここでは、mode A の周期振動解、ならびに解の安定条件を求める。

(1) 物体の動き

図4.9は(1,1,1,1)振動 mode A の物体の動きを表している。横軸は時間 t 、縦軸は x である。縦実線は外力不連続変化点を表している。 x_F は物体Fの位置、 x_M は物体M下壁の位置、 x'_M は物体M上壁の位置である。

i 番目に物体Fと物体M下壁が衝突する時間を t_{pi} 、衝突時の物体F、物体M下壁の位置を x_{pi} 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fpi-1} 、物体Mの速度を u_{Mpi-1} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fpi} 、衝突直後の物体Mの速度を v_{Mpi} とする。物体Fが物体M下壁に衝突した後の外力不連続点における物体Fの位置を x_{Fo} 、物体M下壁の位置を x_{Mo} 、物体Fの速度 w_{Fo} を、物体Mの速度を w_{Mo} とする。

その後、物体Fが物体M上壁に衝突する時間を t_q 、物体Fの位置、物体M上壁の位置を x_q 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fq} 、物体Mの速度を u_{Mq} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fq} 、物体Mの速度を v_{Mq} とする。

つぎに下壁に衝突する時間を t_{pi+1} 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fpi} 、物体Mの速度を u_{Mpi} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fpi+1} 、物体Mの速度を v_{Mpi+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数

$(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ の関係を求める。 i 番目と $i+1$ 番目の衝突の間に、質点と壁の衝突時、および外力不連続点における質点の状態変数は、

$$(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$$

と変化する。これらの状態変数の関係は次式で表される。

$$\bullet (t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$$

$$w_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (4.43)$$

$$x_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.44)$$

$$w_{Mo} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi}) / \mu - f_3(1 - t_{pi}^2) / \mu + v_{Mpi} \quad (4.45)$$

$$x_{Mo} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi})^2 / \mu / 2 - f_3(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / \mu / 3 + v_{Mpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.46)$$

$$\bullet (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq})$$

$$u_{Fq} = (f_1 + f_2)t_q - f_2t_q^2 + w_{Fo} \quad (4.47)$$

$$x_q = (f_1 + f_2)t_q^2 / 2 - f_2t_q^3 / 3 + w_{Fo}t_q + x_{Fo} \quad (4.48)$$

$$u_{Mq} = (f_3 - f_1)t_q / \mu - f_3t_q^2 / \mu + w_{Mo} \quad (4.49)$$

$$x_q - 1 = (f_3 - f_1)t_q^2 / \mu / 2 - f_3t_q^3 / \mu / 3 + w_{Mo}t_q + x_{Mo} \quad (4.50)$$

$$\bullet (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$$

$$v_{Fq} = u_{Fq} - \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.51)$$

$$v_{Mq} = u_{Mq} + \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.52)$$

$$\bullet (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi})$$

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_q) - f_2(t_{pi+1}^2 - t_q^2) + v_{Fq} \quad (4.53)$$

$$x_{pi+1} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_q)^2 / 2 - f_2(t_{pi+1} - t_q)^2(t_{pi+1} + 2t_q) / 3 + v_{Fq}(t_{pi+1} - t_q) + x_q \quad (4.54)$$

$$u_{Mpi} = (f_3 - f_1)(t_{pi+1} - t_q) / \mu - f_3(t_{pi+1}^2 - t_q^2) / \mu + v_{Mq} \quad (4.55)$$

$$x_{pi+1} = (f_3 - f_1)(t_{pi+1} - t_q)^2 / \mu / 2 - f_3(t_{pi+1} - t_q)^2(t_{pi+1} + 2t_q) / \mu / 3 + v_{Mq}(t_{pi+1} - t_q) + x_q - 1 \quad (4.56)$$

$$\bullet (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$$

$$v_{Fpi+1} = u_{Fpi} + \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.57)$$

$$v_{Mpi+1} = u_{Mpi} - \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.58)$$

(3) 周期振動解

(1,1,1,1)振動は*i*番目と*i+1*番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (4.59)$$

$$x_{pi+1} = x_{pi} = x_p \quad (4.60)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (4.61)$$

$$v_{Mpi+1} = v_{Mpi} = v_{Mp} \quad (4.62)$$

として、式(4.43)～(4.58)から t_p 、 v_{Fp} 、 v_{Mp} を求めることにより周期振動解が得られる。

(4) 周期振動解の安定条件

(1,1,1,1)振動の安定性について調べる。式(4.43)～(4.58)は $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への四次元写像である。このヤコビアンを $[J_i]$ とする。

$(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への写像は以下の写像の組み合わせで表される。

$$\bullet (t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$$

- $(w_{F0}, x_{F0}, w_{M0}, x_{M0}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$
- $(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$

これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ とする（付録D）。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (4.63)$$

(J,1,0,1)振動と同様に、 $[J_i]$ を式(4.39)に代入して、式(4.40)を満足するとき解は安定となる。図4.5(b)で示された(1,1,1,1)振動 mode B も同様にして求めることができる。

4.5.2 (1,K,1,1)振動($K \geq 2$) mode A 周期振動解および解の安定条件

(1,K,1,1)振動は mode A、mode B、mode C があり、これらの振動は全て同じ考え方をする。ここでは、mode Aの周期振動解、ならびに解の安定条件を求める。

(1) 物体の動き

図4.10は質点の動きを表している。横軸は時間 t 、縦軸は x である。 x_F は物体Fの位置、 x_M は物体M下壁の位置、 x'_M は物体M上壁の位置を示している。縦線は外力不連続変化点を表している。

3.5.2 (1)と同様に、各周期の代表の状態変数として、物体Fが物体M上壁に衝突する直前の物体Fと物体M下壁の衝突した時間、および衝突後の速度を採用する。以下で記述する i 番目の衝突とはこの衝突を指す。

i 番目に物体Fと物体M下壁が衝突する時間を t_{pi} 、衝突時の物体F、物体M下壁の位置を x_{pi} 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fpi-1} 、物体Mの速度を u_{Mpi-1} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fpi} 、衝突直後の物体Mの速度を v_{Mpi} とする。

物体Fが物体M下壁に衝突した後の外力不連続点 $t=1(0)$ における物体Fの位置を x_{F0} 、物体M下壁の位置を x_{M0} 、物体Fの速度を w_{F0} 、物体Mの速度を w_{M0} とする。

その後、物体Fが物体M上壁に衝突する時間を t_q 、物体F、物体M上壁の位置を x_q 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fq} 、物体Mの速度を u_{Mq} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fq} 、物体Mの速度を v_{Mq} とする。

つぎに物体Fと物体M下壁が衝突する。この衝突も含めて、その後K回物体Fと物体M下壁が衝突を繰り返す。 j ($1 \leq j \leq K-1$) 回目の衝突時間を t_{rj} 、衝突時の物体F、物体M下壁の位置を x_{rj} 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Frj} 、物体Mの速度を u_{Mrj} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Frj} 、物体Mの速度を v_{Mrj} とする。

K回目の物体Fと物体M下壁が衝突する衝突は $i+1$ 番目の衝突を意味し、衝突時間を t_{pi+1} 、衝突時の物体F、物体M下壁の位置を x_{pi+1} 、衝突直前の物体Fの速度を u_{Fpi} 、物体Mの速度を u_{Mpi} 、衝突直後の物体Fの速度を v_{Fpi+1} 、衝突直後の物体Mの速度を v_{Mpi+1} とする。

(2) 各変数の関係

i 番目の衝突後の状態変数 $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ と $i+1$ 番目の衝突後の状態変数 $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ の関係を求める。 i 番目と $i+1$ 番目の衝突の間に、質点と壁の衝突時、および外力不連続点における質点の状態変数は、

$$\begin{aligned} & (t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow \\ & (t_{r1}, x_{r1}, u_{Fr1}, u_{Mr1}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, v_{Fr1}, v_{Mr1}) \rightarrow \dots \rightarrow (t_{rK-1}, x_{rK-1}, v_{FrK-1}, v_{MrK-1}) \rightarrow \\ & (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1}) \end{aligned}$$

と変化する。これらの状態変数の関係は以下の式で表される。

$$\bullet (t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$$

$$w_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi}) - f_2(1 - t_{pi}^2) + v_{Fpi} \quad (4.64)$$

$$x_{Fo} = (f_1 + f_2)(1 - t_{pi})^2 / 2 - f_2(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / 3 + v_{Fpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.65)$$

$$w_{Mo} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi}) / \mu - f_3(1 - t_{pi}^2) / \mu + v_{Mpi} \quad (4.66)$$

$$x_{Mo} = (f_3 - f_1)(1 - t_{pi})^2 / \mu / 2 - f_3(1 - t_{pi})^2(1 + 2t_{pi}) / \mu / 3 + v_{Mpi}(1 - t_{pi}) + x_{pi} \quad (4.67)$$

$$\bullet (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq})$$

$$u_{Fq} = (f_1 + f_2)t_q - f_2 t_q^2 + w_{Fo} \quad (4.68)$$

$$x_q = (f_1 + f_2)t_q^2 / 2 - f_2 t_q^3 / 3 + w_{Fo} t_q + x_{Fo} \quad (4.69)$$

$$u_{Mq} = (f_3 - f_1)t_q / \mu - f_3 t_q^2 / \mu + w_{Mo} \quad (4.70)$$

$$x_q - 1 = (f_3 - f_1)t_q^2 / \mu / 2 - f_3 t_q^3 / \mu / 3 + w_{Mo} t_q + x_{Mo} \quad (4.71)$$

$$\bullet (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$$

$$v_{Fq} = u_{Fq} - \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.72)$$

$$v_{Mq} = u_{Mq} + \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fq} - u_{Mq}) \quad (4.73)$$

$$\bullet (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, u_{Fr1}, u_{Mr1})$$

$$u_{Fr1} = (f_1 + f_2)(t_{r1} - t_q) - f_2(t_{r1}^2 - t_q^2) + v_{Fq} \quad (4.74)$$

$$x_{r1} = (f_1 + f_2)(t_{r1} - t_q)^2 / 2 - f_2(t_{r1} - t_q)^2(t_{r1} + 2t_q) / 3 + v_{Fq}(t_{r1} - t_q) + x_q \quad (4.75)$$

$$u_{Mr1} = (f_3 - f_1)(t_{r1} - t_q) / \mu - f_3(t_{r1}^2 - t_q^2) / \mu + v_{Mq} \quad (4.76)$$

$$x_{r1} = (f_3 - f_1)(t_{r1} - t_q)^2 / \mu / 2 - f_3(t_{r1} - t_q)^2(t_{r1} + 2t_q) / \mu / 3 + v_{Mq}(t_{r1} - t_q) + x_q - 1 \quad (4.77)$$

$$\bullet (t_{r1}, x_{r1}, u_{Fr1}, u_{Mr1}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, v_{Fr1}, v_{Mr1})$$

$$v_{Fr1} = u_{Fr1} - \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fr1} - u_{Mr1}) \quad (4.78)$$

$$v_{Mr1} = u_{Mr1} + \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Fr1} - u_{Mr1}) \quad (4.79)$$

⋮

$$\bullet (t_{rj-1}, x_{rj-1}, v_{Frj-1}, v_{Mrj-1}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, u_{Frj}, u_{Mrj}) \quad (j = 2 \sim K - 1)$$

$$u_{Frj} = (f_1 + f_2)(t_{rj} - t_{rj-1}) - f_2(t_{rj}^2 - t_{rj-1}^2) + v_{Frj-1} \quad (4.80)$$

$$x_{rj} = (f_1 + f_2)(t_{rj} - t_{rj-1})^2 / 2 - f_2(t_{rj} - t_{rj-1})^2(t_{rj} + 2t_{rj-1}) / 3 + v_{Frj-1}(t_{rj} - t_{rj-1}) + x_{rj-1} \quad (4.81)$$

$$u_{Mrj} = (f_3 - f_1)(t_{rj} - t_{rj-1}) / \mu - f_3(t_{rj}^2 - t_{rj-1}^2) / \mu + v_{Mrj-1} \quad (4.82)$$

$$x_{rj} = (f_3 - f_1)(t_{rj} - t_{rj-1})^2 / \mu / 2 - f_3(t_{rj} - t_{rj-1})^2(t_{rj} + 2t_{rj-1}) / \mu / 3 \\ + v_{Mq}(t_{rj} - t_{rj-1}) + x_{rj-1} \quad (4.83)$$

$$\bullet (t_{rj}, x_{rj}, u_{Frj}, u_{Mrj}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, v_{Frj}, v_{Mrj})$$

$$v_{Frj} = u_{Frj} - \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Frj} - u_{Mrj}) \quad (4.84)$$

$$v_{Mrj} = u_{Mrj} + \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Frj} - u_{Mrj}) \quad (4.85)$$

⋮

$$\bullet (t_{rK-1}, x_{rK-1}, v_{FrK-1}, v_{MrK-1}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi})$$

$$u_{Fpi} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_{rK-1}) - f_2(t_{pi+1}^2 - t_{rK-1}^2) + v_{FrK-1} \quad (4.86)$$

$$x_{pi+1} = (f_1 + f_2)(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2 / 2 - f_2(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2(t_{pi+1} + 2t_{rK-1}) / 3 \\ + v_{Fj-1}(t_{pi+1} - t_{rK-1}) + x_{rK-1} \quad (4.87)$$

$$u_{Mpi} = (f_3 - f_1)(t_{pi+1} - t_{rK-1}) / \mu - f_3(t_{pi+1}^2 - t_{rK-1}^2) / \mu + v_{MrK-1} \quad (4.88)$$

$$x_{pi+1} = (f_3 - f_1)(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2 / \mu / 2 - f_3(t_{pi+1} - t_{rK-1})^2(t_{pi+1} + 2t_{rK-1}) / \mu / 3 \\ + v_{Mq}(t_{pi+1} - t_{rK-1}) + x_{rj-1} \quad (4.89)$$

$$\bullet (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$$

$$v_{Fpi+1} = u_{Fpi} + \frac{\mu}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.90)$$

$$v_{Mpi+1} = u_{Mpi} - \frac{1}{\mu + 1}(1 + R)(u_{Mpi} - u_{Fpi}) \quad (4.91)$$

(3) 周期振動解

(1,K,1,1)振動は*i*番目と*i+1*番目の状態変数が等しくなる。従って、

$$t_{pi+1} = t_{pi} = t_p \quad (4.92)$$

$$x_{pi+1} = x_{pi} = x_p \quad (4.93)$$

$$v_{Fpi+1} = v_{Fpi} = v_{Fp} \quad (4.94)$$

$$v_{Mpi+1} = v_{Mpi} = v_{Mp} \quad (4.95)$$

として、式(4.64)～(4.91)から t_p 、 v_{Fp} 、 v_{Mp} を求める。

(4) 周期振動解の安定条件

(1,K,1,1) 振動の安定性について調べる。式(4.64)～(4.91)は $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への四次元写像である。この写像のヤコビアンを $[J_i]$ とする。

$(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi})$ から $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への写像は以下の写像の組み合わせで表される。

- $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$
- $(w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$
- $(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, v_{Fr1}, v_{Mr1})$
- ⋮
- $(t_{rj-1}, x_{rj-1}, v_{Frj-1}, v_{Mrj-1}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, v_{Frj}, v_{Mrj})$
- ⋮
- $(t_{rK-1}, x_{rK-1}, v_{FrK-1}, v_{MrK-1}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$

これらの写像のヤコビアンをそれぞれ $[J_{ai}]$ 、 $[J_{bi}]$ 、 $[J_{ci}]$ 、 $[J_{dij}]$ ($j=2 \sim K-1$)、 $[J_{ei}]$ とする(付録D)。

すると、 $[J_i]$ は次式で表される。

$$[J_i] = [J_{ei}][J_{diK-1}] \cdots [J_{di2}][J_{ci}][J_{bi}][J_{ai}] \quad (4.96)$$

(J,1,0,1)振動と同様に、 $[J_i]$ を式(4.39)に代入して、式(4.40)を満足するとき解は安定となる。図4.6(b)で示された(1,K,1,1)振動 mode B、(c)で示された(1,K,1,1)振動 mode C も同様にして求めることができる。

4.5.3 計算結果

周期振動の安定領域の計算結果を図4.11に示す。この図は (1,1,1,1)振動、(1,2,1,1)振動の

安定領域を示す。線で囲まれた部分が安定領域である。 $R = 0.8$ 、 $f_3 / f_2 = 10$ で μ の値を変化させている。(a) は $\mu = 5$ 、(b) は $\mu = 9$ 、(c) は $\mu = 11$ 、(d) は $\mu = 25$ の場合である。横軸は f_2 で $0 \sim 70$ の範囲を示している。縦軸は f_1 / f_2 である。(1,K,1,1)振動において $\mu < f_3 / f_2$ では mode B、mode C が現れ、 $\mu > f_3 / f_2$ では mode A、mode B が現れる。なお、(b)、(c)において、(1,2,1,1)振動は、 $f_2 > 70$ の範囲で存在し、このグラフには現れない。

4.4.3 (1)で述べた内容と同様に、 $\mu = f_3 / f_2$ の条件を満足する場合、安定領域がなくなる。また μ を大きくするとハーメチック構造圧縮機の安定領域に近づく。

4 . 6 歯面分離限界

3.6 で述べた衝突減衰振動が、カップリング構造スクリュ圧縮機にも同様に存在する。図4 . 1 2 は衝突減衰振動の振動波形を示している。横軸は時間 t 、縦軸は x である。 x_F は物体F、 x_M は物体Mの変位を表している。

3.6 では衝突減衰振動の性質について調べたが、ここでは衝突減衰振動の中でも歯面分離が起きない条件を求める。この条件は、ハーメチック構造スクリュ圧縮機における $f_1 / f_2 \leq 1$ の条件に相当する。

物体Fと物体Mにおいて、いかなる時間においても次式を満足するとき、2つの物体は分離することはない。

$$\frac{d^2 x_F}{dt^2} \leq \frac{d^2 x_M}{dt^2} \quad (4.97)$$

従って、次の2つの式を同時に満足するとき場合歯面分離を起こさない。

$$\frac{f_1}{f_2} \leq -1 - \frac{1}{\mu} + \frac{f_3}{\mu f_2} \quad (4.98)$$

$$\frac{f_1}{f_2} \leq 1 - \frac{1}{\mu} - \frac{f_3}{\mu f_2} \quad (4.99)$$

4 . 7 考察

本章では、ロータの異常振動防止のため、歯面分離を起こさない条件について考察する。

4.7.1 周期振動の安定領域および歯面分離限界

図4.8で(J,1,0,1)振動の安定領域を示した。これらの安定領域において下限の f_1/f_2 よりも f_1/f_2 を小さくすると、周期振動は存在しなくなる。また、上限の f_1/f_2 よりも f_1/f_2 を大きくすると、3.7.1で述べた内容と同様に倍周期分岐を起こし、不規則な振動に移行する。従って、歯面分離を防止するには、下限の f_1/f_2 よりも f_1/f_2 を小さくする必要がある。図4.8から、 $J \geq 2$ の下限の f_1/f_2 は $J=1$ の下限の f_1/f_2 より大きいため、 $J=1$ の安定領域のみを考えればよい。

図4.13は図4.11(a)で示した周期振動の安定領域に(1,1,0,1)振動の安定領域、歯面分離限界、およびシミュレーションにより求めた(1,1,1,2)、(1,2,1,2)振動の安定領域を重ね合わせたものである。横軸は f_2 、縦軸は f_1/f_2 である。歯面分離限界より小さい f_1/f_2 では歯面分離を起こさない。 f_1/f_2 が歯面分離限界より小さく、かつ周期振動の安定領域外の領域を領域とする。

なお、ハーメチック構造圧縮機と同様に、 $M \geq 4$ の振動の安定領域は $M \leq 2$ に比べて小さいため、周期振動を防止する上で $M \leq 2$ の安定領域だけを考えれば十分である。

4.7.2 ロータの異常振動の防止方法

以下の2つの方法によりロータの異常振動を防止することができる。

- ・領域 に振動パラメータを設定する。

図4.13において、領域 は周期振動の安定領域がなく、かつ歯面分離を起こさない。

3.7.5と同様に、周期振動の安定領域は f_1/f_2 は0に近い部分しか存在せず、 f_1/f_2 を周期振動の安定領域が存在する f_1/f_2 (図4.13において $f_1/f_2 \leq -1.25$)より小さくすることにより、 f_2 に無関係に歯面分離を起こさない。

- ・ μ と f_3/f_2 の値を近づける。

図4.8、図4.11からわかるように、 μ と f_3 / f_2 の値を近づけることにより、周期振動の安定領域が小さくなり、周期振動が起こりにくい。従って、異常振動が防止できる f_1 / f_2 、 f_2 のパラメータ範囲が広がる。特に、 $\mu = f_3 / f_2$ の条件を満足する場合、周期振動の安定領域がなくなり周期振動を防止ができる。

4.8 まとめ

カップリング構造スクリュ圧縮機のロータ同士の衝突振動解析を行った。この章における結論は、以下の2点である。

- ・ f_1 / f_2 が歯面分離限界より小さく、かつ周期振動の安定領域外の領域に振動パラメータを設定することにより圧縮機の異常振動を防止することができることがわかった。
- ・ μ と f_3 / f_2 の値を近づけることにより、周期振動の安定領域が小さくなり、周期振動が起こりにくい。特に、 $\mu = f_3 / f_2$ の条件を満足する場合、周期振動の安定領域がなくなり周期振動を防止ができることがわかった。

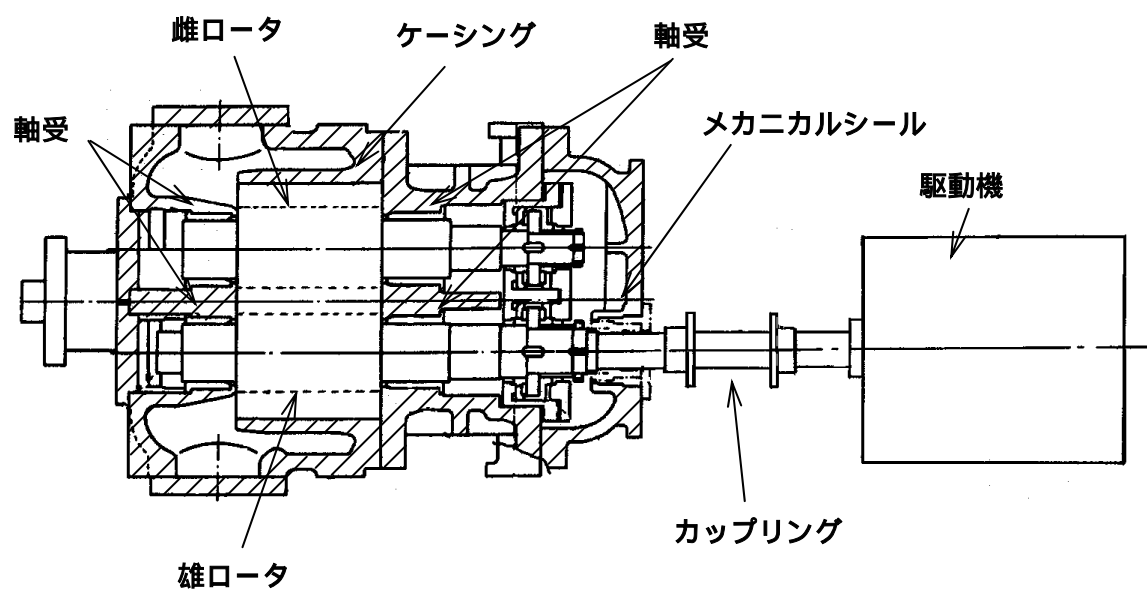


図4.1 カップリング構造スクリュー圧縮機

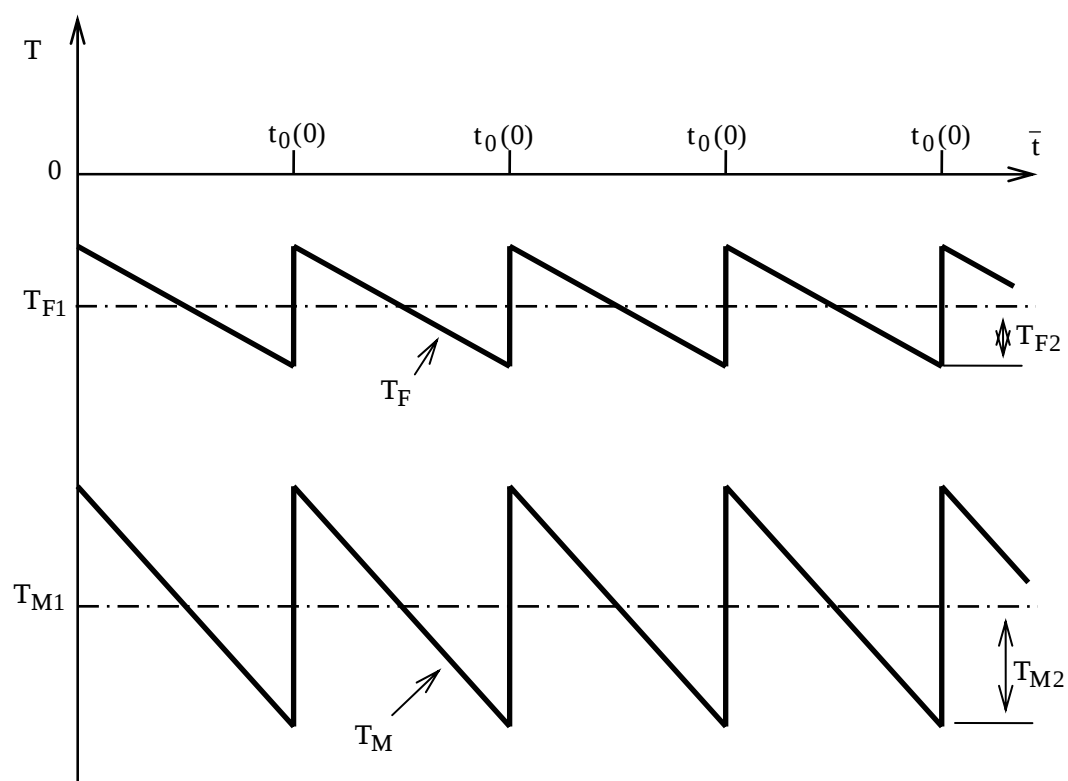


図4.2 ロータに作用するトルク

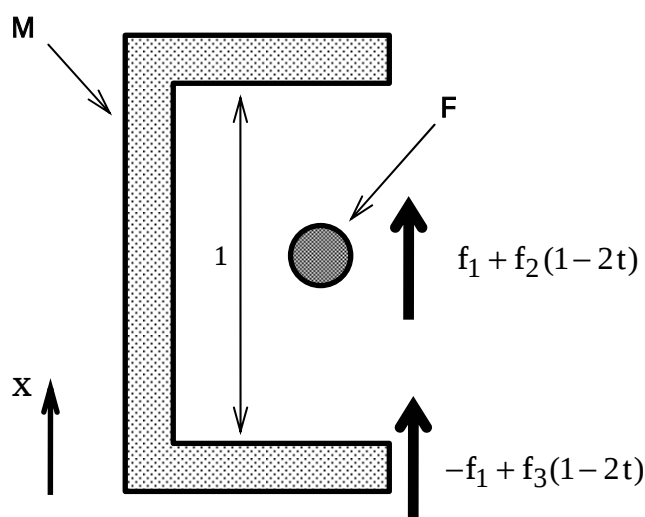


図4.3 スクリューロータの衝突振動モデル

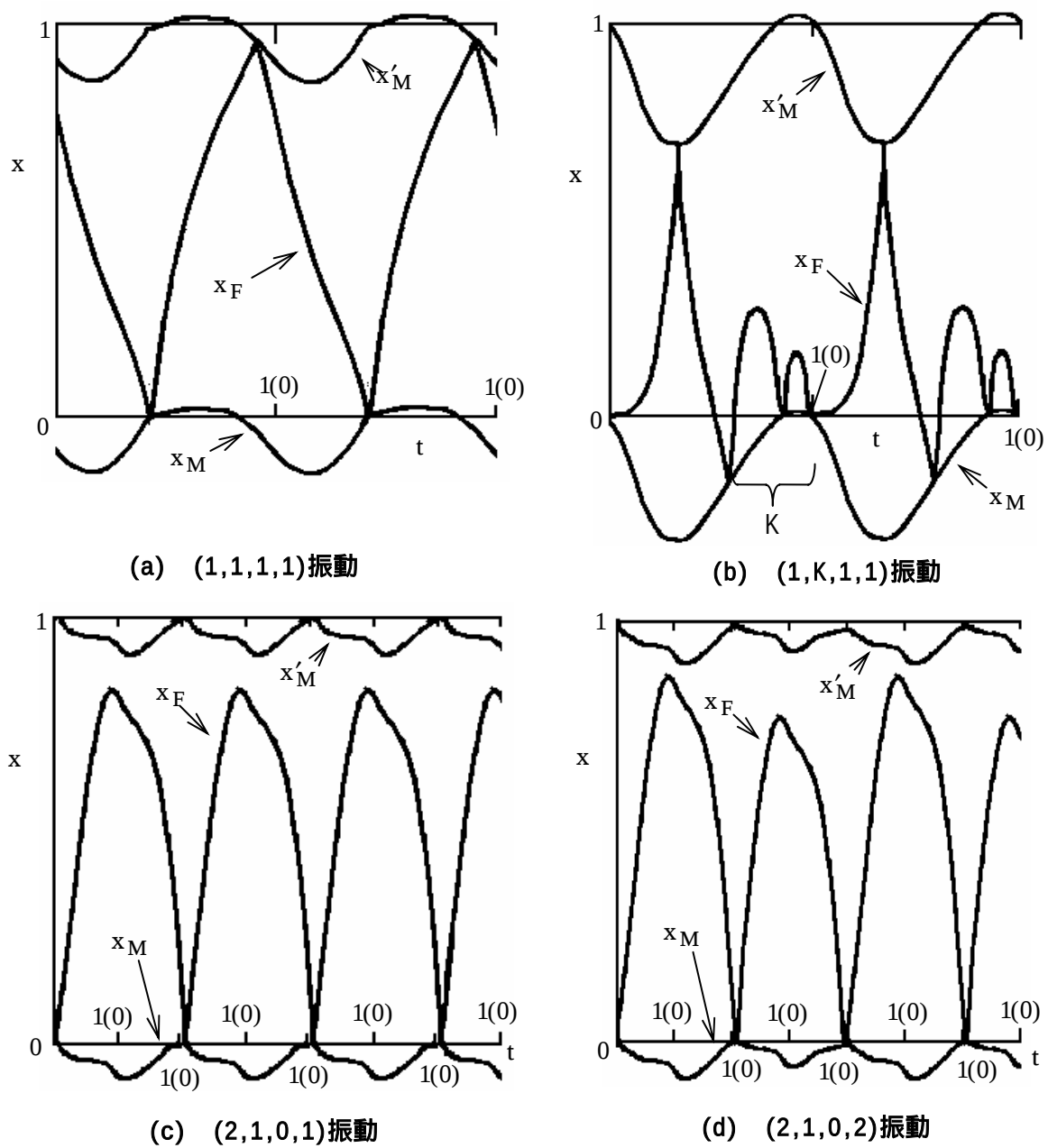


図 4 . 4 周期振動波形

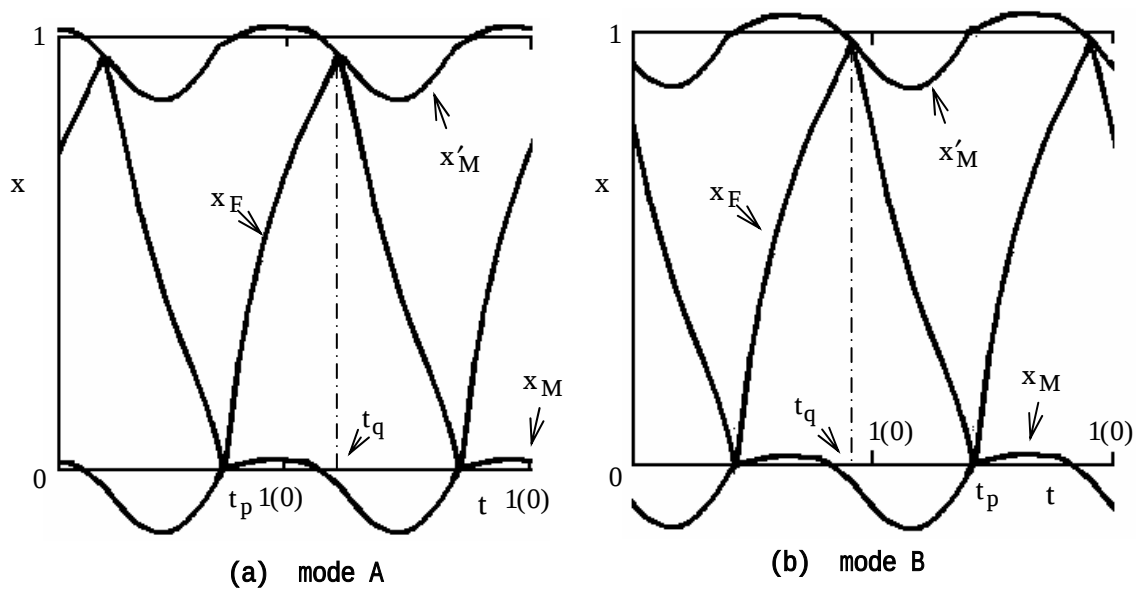


図4.5 (1,1,1,M)振動の振動モード

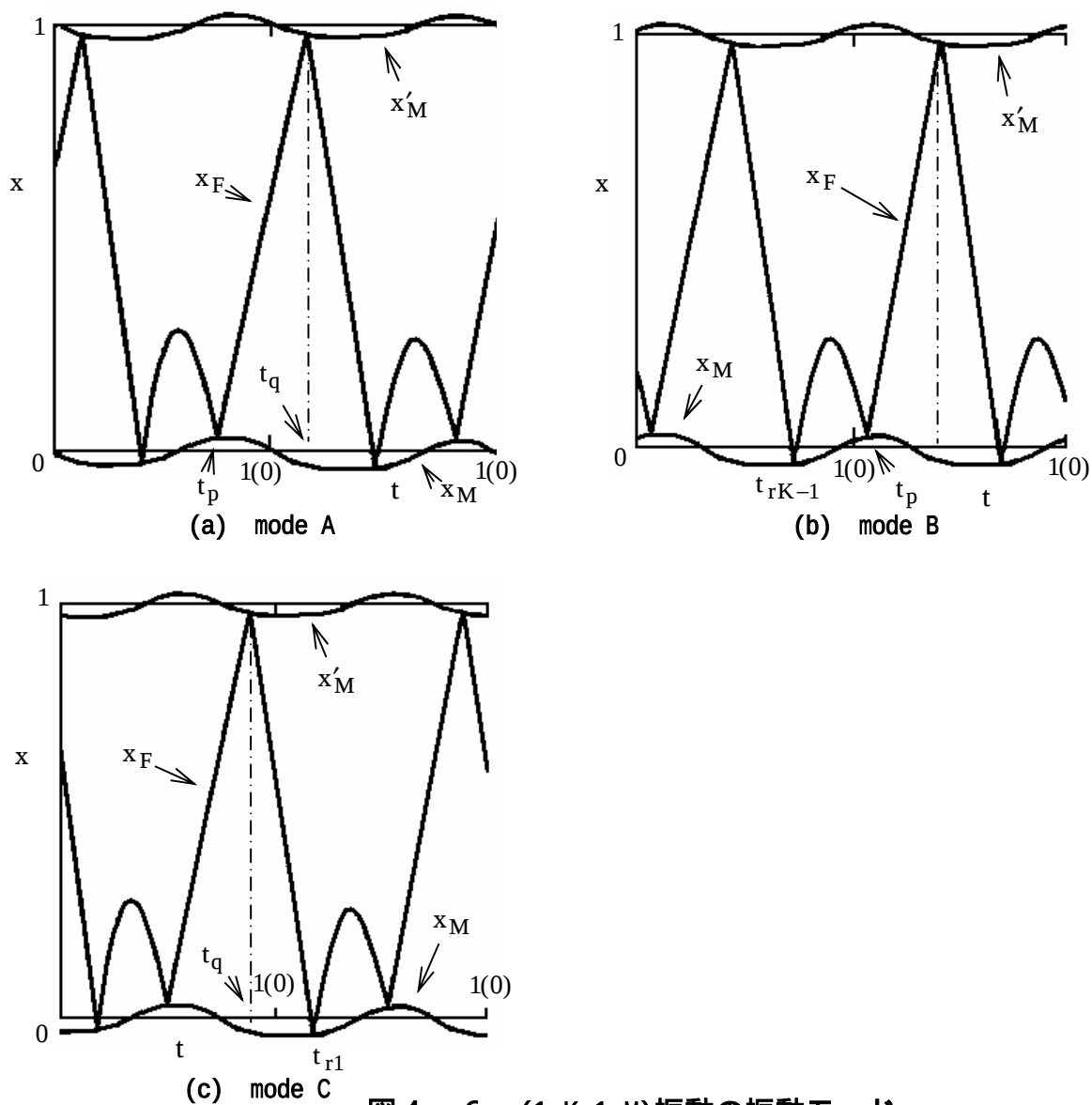


図4.6 (1,K,1,M)振動の振動モード

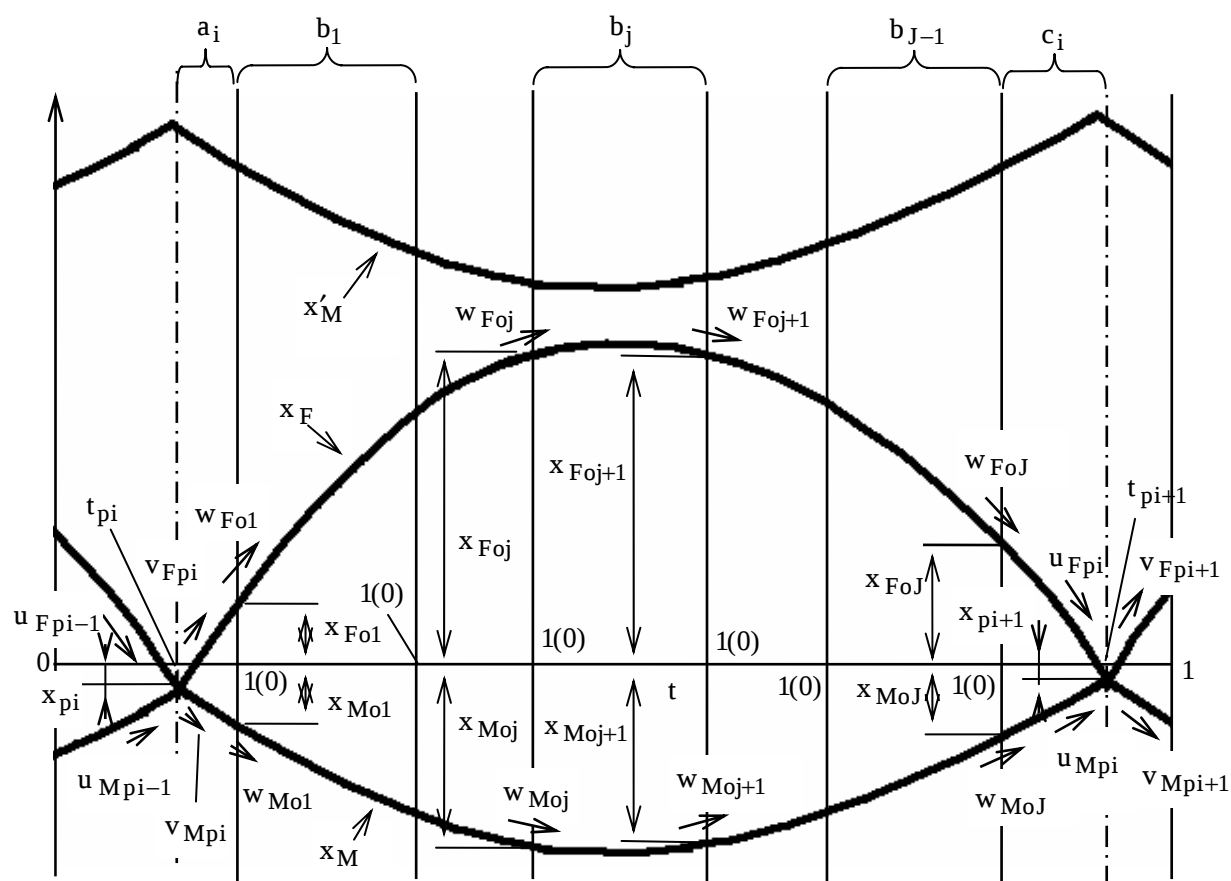


図 4 . 7 (J,1,0,1)振動における質点の運動

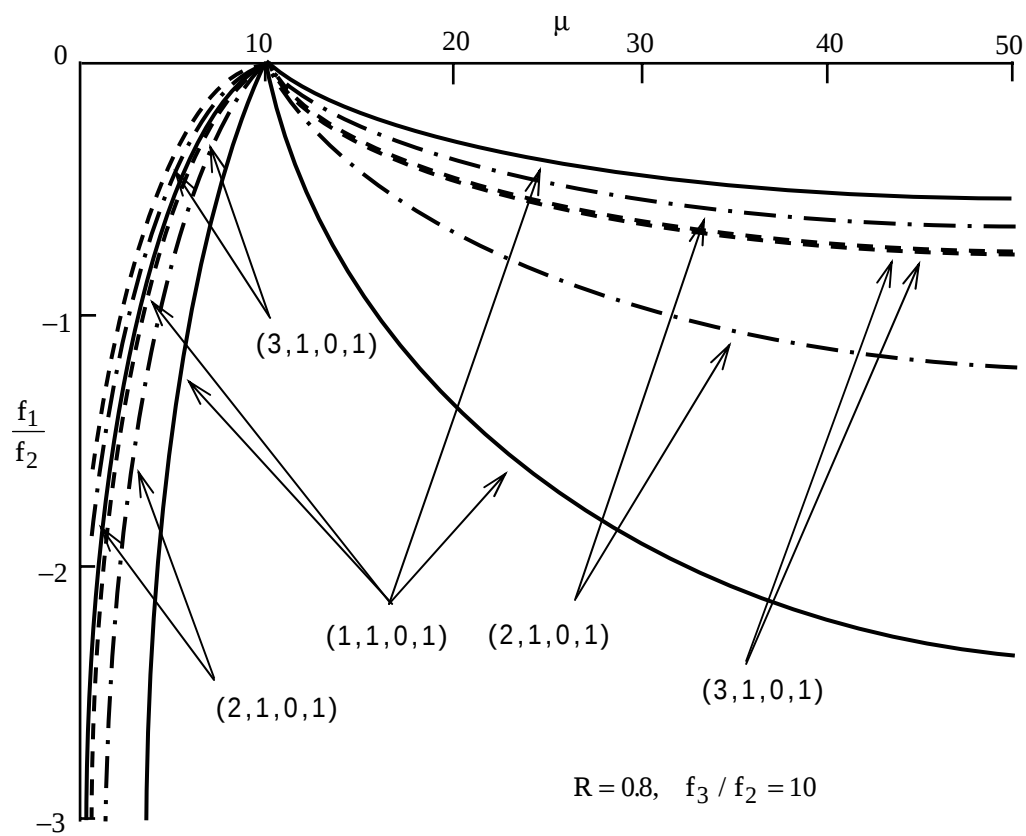


図 4 . 8 (J,1,0,1)振動の安定領域

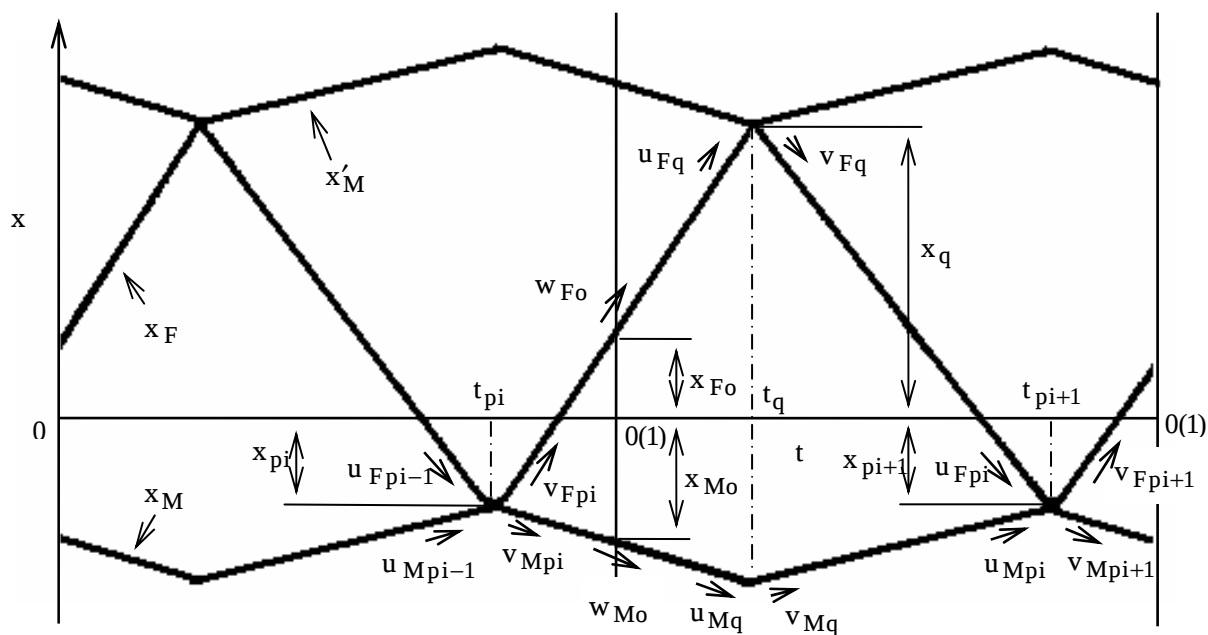


図4.9 (1,1,1,1)振動 mode A における質点の運動

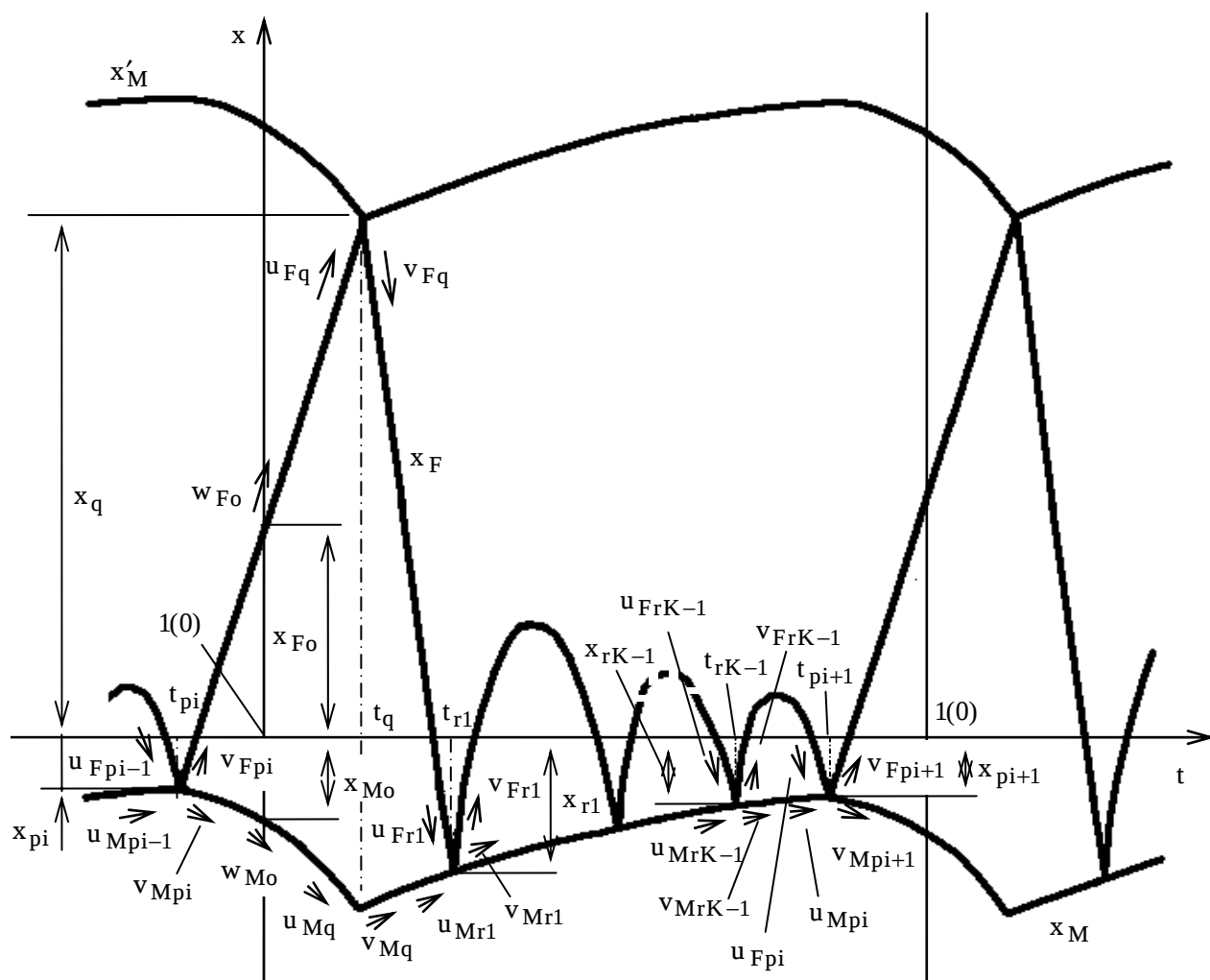


図4.10 (1,K,1,1)振動 mode A における質点の運動

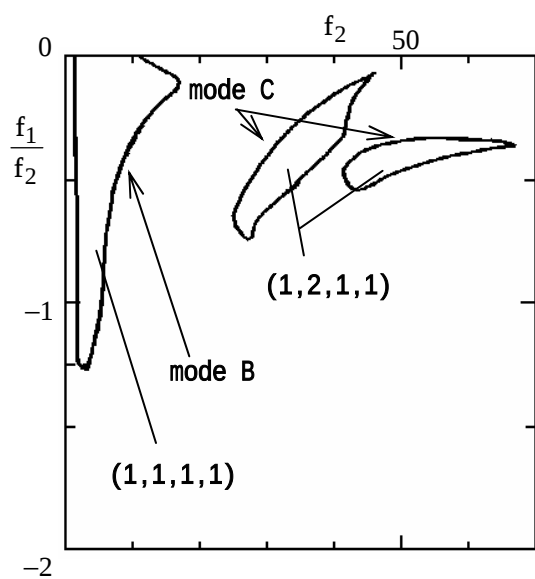
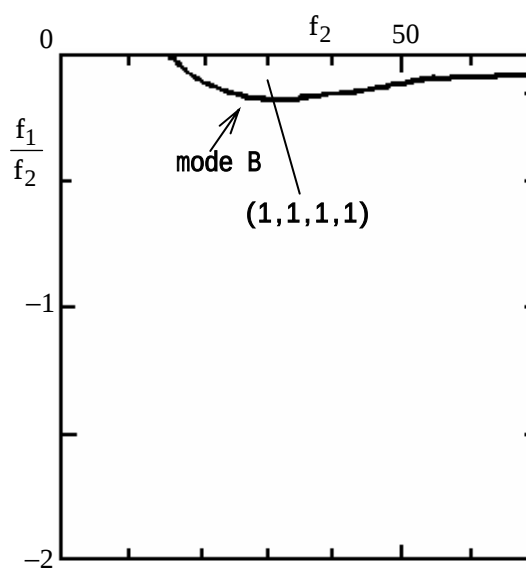
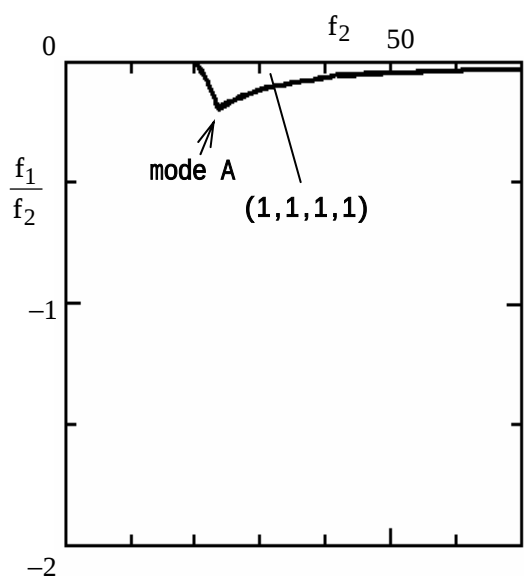
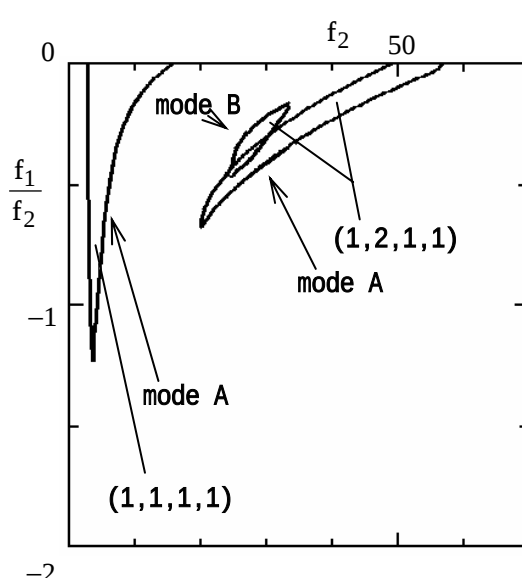
(a) $R = 0.8, f_3 / f_2 = 10, \mu = 5$ (b) $R = 0.8, f_3 / f_2 = 10, \mu = 9$ (c) $R = 0.8, f_3 / f_2 = 10, \mu = 11$ (d) $R = 0.8, f_3 / f_2 = 10, \mu = 25$

図 4 . 1 1 (1,K,1,1)振動の安定領域

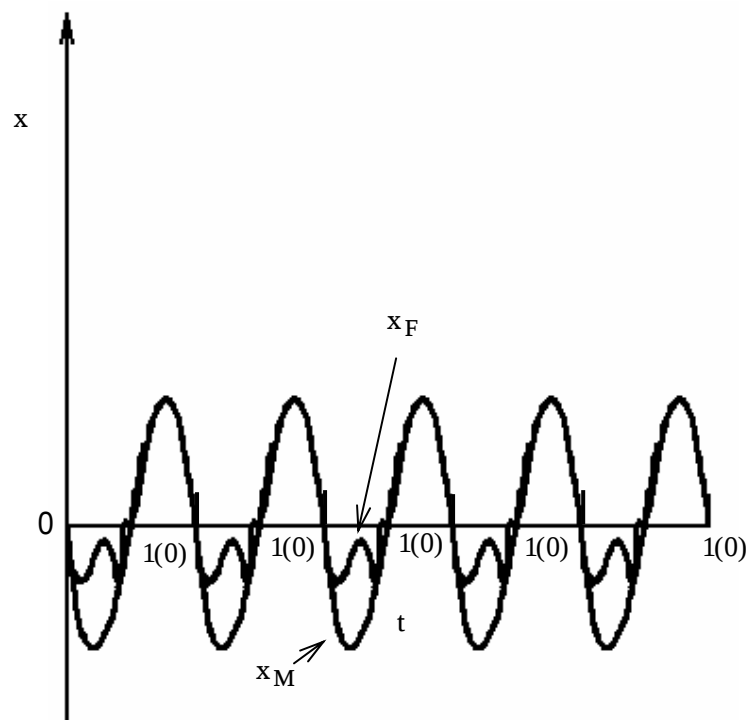


図4.1.2 衝突減衰振動

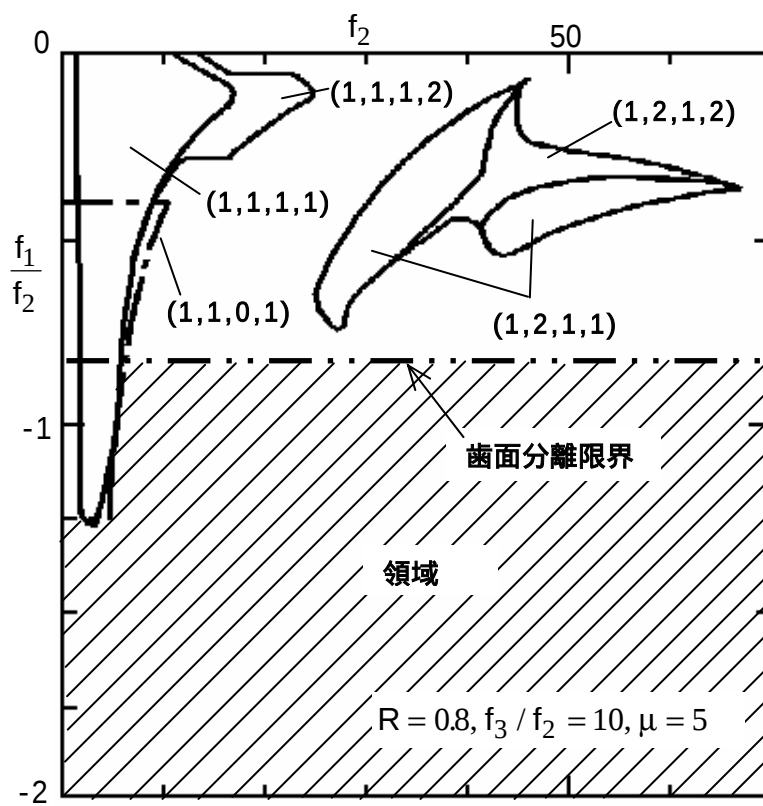


図4.1.3 歯面分離限界

第 5 章

歯形形状変更による異常振動の防止

5 . 1 緒言

第 3 章、第 4 章において、スクリュロータの振動解析を行い、異常振動が周期振動に起因することが分かった。周期振動が不安定でかつ衝突減衰振動が生じる領域に振動パラメータを設定することにより異常振動が防止でき、そのパラメータが満足すべき条件を導き出した。

本章では、その結果をもとに異常振動が防止できる特性をもった歯形形状を考案し、その運転結果について述べる。なお、本章は第 4 章で述べたカップリング構造スクリュ圧縮機を対象としている。

5 . 2 圧縮機構造を考慮した異常振動防止方法

5 . 2 . 1 異常振動防止のための振動パラメータの条件

下記の項目は、第 4 章で述べた異常振動防止方法である。

- 1) f_1 / f_2 が歯面分離限界より小さく、かつ周期振動の安定領域外の領域に振動パラメータ f_2 を設定する。特に周期振動の安定領域は f_1 / f_2 は 0 に近い部分しか存在せず、 f_1 / f_2 を周期振動の安定領域が存在する値より小さくすることにより、 f_2 に無関係に異常振動を防止することができる。
- 2) μ と f_3 / f_2 の値を近づける。特に、 $\mu = f_3 / f_2$ の条件を満足する場合、周期振動の安定領

表5.1 圧縮機パラメータと振動パラメータの関係

圧縮機パラメータ		振動パラメータ				
		R	μ	f_2	f_1/f_2	f_3/f_2
ロータ長、 歯形形状 雄ロータ巻角	I_M, I_F	×	○	○	○	○
	N_M, N_F	×	○	○	○	○
	$\bar{T}_M, \bar{T}_F$	×	×	○	○	○
運転条件	t_0	×	×	○	×	×
	P_D, P_{DI}	×	×	○	○	×
その他	ξ	×	×	○	×	×
	ロータ材質	○	×	×	×	×

域がなくなり周期振動を防止ができる。

5.2.2 振動パラメータと圧縮機パラメータの関係

振動パラメータと圧縮機パラメータ（圧縮機の構造、運転条件により決まるパラメータ）の関係を表5.1にまとめている。○は関係があるもの、×は関係のないものである。カップリング構造スクリュ圧縮機の振動パラメータは、 R 、 μ 、 f_2 、 f_1/f_2 、 f_3/f_2 である。圧縮機パラメータは大きく3種類に分けることができる。「ロータ長、歯形形状、雄ロータ巻角」に関するもの、「運転条件」に関するもの、「その他」である。「運転条件」、および「その他」に属するパラメータは変更が困難である。従って、「ロータ長、歯形形状、雄ロータ巻角」に属するパラメータの変更による異常振動防止方法を考える。

5.2.3 歯形形状による異常振動防止条件

5.2.11)において、 f_2 、 f_1/f_2 のパラメータを変更する必要があるが、 f_2 は表5.1から「運転条件」の影響を強く受けるため、 f_2 を変更することは困難である。 f_1/f_2 も「運転条件」の影響を受けるが f_2 ほど強くはなく、ある程度「ロータ長、歯形形状、雄ロータ巻角」の工夫により改善することが可能である。

5.2.1 2)では $\mu = f_3 / f_2$ とすることは構造上困難であるため、 μ と f_3 / f_2 の値をできるだけ近づけるようにする。構造上 f_3 / f_2 は μ よりも大きな値である。従って、 f_3 / f_2 を小さく、また μ を大きくする。

以上から、下記の3点が達成できるように歯形形状を工夫し、異常振動を防止する。

- 1) f_1 / f_2 を周期振動の安定領域が存在する値より小さくする。
- 2) f_3 / f_2 を小さくする。
- 3) μ を大きくする。

なお、 f_1 / f_2 、 f_3 / f_2 、 μ はロータ長と無関係で、歯形形状、および、雄ロータ巻角に依存するパラメータとなる。

5 . 3 異常振動を防止する歯形形状の条件

5.2.3 で述べた条件を満足するための歯形形状について述べる。ここで議論する内容は 2,4、2.5 と密接な関係がある。

5 . 3 . 1 f_1 / f_2 を小さくする歯形形状

f_1 / f_2 と歯形形状は直接には結びつかないため、以下の手順に従って両者の関係を導く。

(1) f_1 / f_2 において歯形形状に依存する項

式 (4 . 9)、(2 , 2 9)、(2 . 3 0) から f_1 / f_2 は次式で表される。

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{T_{F1}}{T_{F2}} = \frac{T_{FA}}{C_D^2 L \overline{T_{FC}} (P_D - P_{DI}) / 2} + \frac{P_D + P_{DI} - 2P_S}{P_D - P_{DI}} \quad (5 . 1)$$

この式のなかで、ロータ形状に関係する項は次式である。

$$T_{FB} = \frac{T_{FA}}{C_D^2 L \overline{T_{FC}}} \quad (5 . 2)$$

本論文では $P_D < P_{DI}$ を前提にしているので、 f_1 / f_2 を小さくするためには、 T_{FB} を大きくす

る必要がある。 T_{FA} は式 (2.22) で与えられる値で、圧縮、吐出過程にある歯溝のうち1つが $\phi = \phi_D$ となる歯溝位置において、 $\phi = \phi_D$ 以外の歯溝によりロータに作用するトルクである。

図5.1は雌ロータに作用するトルクの計算方法を示した図である。(a)は雄ロータ回転角 ϕ に対する歯溝圧力 P を示す。横軸は ϕ 、縦軸は P である。 ϕ_D は吐出ポート開口時の雄ロータ回転角、 ϕ_E は吐出完了時の雄ロータ回転角である。(b)は雌ロータのトルク係数 $\bar{T}_F$ である。縦軸は $\bar{T}_F$ で横軸は (a) に対応している。図中の縦の一点鎖線は、ロータをある回転角に固定した場合に存在する圧縮、吐出過程の歯溝位置を示している。各歯溝の $\bar{T}_F$ と $(P - P_S)$ の積を圧縮、吐出過程の歯溝について足し合わせた値が雌ロータに作用するトルクとなる。は吸込過程、 $\phi = \phi_D$ 、は吐出過程の歯溝である。 T_{FA} は歯溝 と により発生するトルクである。

T_{FB} は式 (2.22)、(5.2) から次式のようになる。

$$T_{FB} = \sum_{i=0}^{i_D-1} \left\{ P(\tau_D + 360i / N_M) - P_S \right\} \frac{\bar{T}_F(\tau_D + 360i / N_M)}{\bar{T}_{FC}} + (P_D - P_S) \sum_{i=i_D+1}^m \frac{\bar{T}_F(\tau_D + 360i / N_M)}{\bar{T}_{FC}} \quad (5.3)$$

(2) T_{FB} を大きくするためのトルク係数の条件

式 (5.3) において、トルク係数 $\bar{T}_F$ 、 $\bar{T}_{FC}$ は歯形形状と雄ロータ巻角に依存するが、雄ロータ巻角 Φ_M は性能上の問題からほぼ一定であるため、トルク係数 $\bar{T}_F$ 、 $\bar{T}_{FC}$ は歯形形状のみにより決定されると考えていい。

式 (5.3) の右辺1項は圧縮過程にある歯溝 (図5.1における の歯溝) により発生するトルクである。この範囲のトルク係数 $\bar{T}_F$ はほぼ $\bar{T}_{FC}$ に等しい。また、 ϕ が小さい部分では $\bar{T}_F < \bar{T}_{FC}$ となるが、歯溝圧力が吸込圧力に近いから、 $(P - P_S)$ の値が小さくなる。従って、右辺第1項は歯形形状にはあまり影響されない。

歯形形状が T_{FB} に大きな影響を与える項は右辺第2項で、吐出過程にある歯溝 (図5.1における の歯溝) である。この範囲では $\bar{T}_F$ は正負両方の値をとる可能性がある。 $\bar{T}_{FC}$ は負の値であるため、 T_{FB} の値を大きくするためには、吐出過程にある歯溝の $\bar{T}_F$ の値を小さくする (負の値) 必要がある。

なお、歯溝圧力は歯形形状の影響をほとんど受けない。

(3) 吐出過程にある歯溝の $\bar{T}_F$

$\bar{T}_F$ は 2.5.4 で述べたように $\ell_F k_F$ の積分である。吐出過程の歯溝は図 2.8(f) に相当する。従って、 $\bar{T}_F$ を小さくするには歯溝断面の $\ell_F k_F$ を小さくする必要がある。

(4) 歯溝断面の $\ell_F k_F$

図 5.2 は図 2.6(a)(b) を抜き出した図で、歯溝断面の k_F を示している。雄ロータ中心を 0、雄ロータ中心を 0' とする。矢印は回転方向である。

2.4.2(3) で述べたように、トルクが回転方向に働く場合 k_F の符号を正、反回転方向に働く場合 k_F の符号を負としている。したがって、(a) では k_{F1} の符号は正、(b) では k_{F2} の符号は負である。 $\ell_F k_F$ を小さくするには k_F の符号は負、つまり、反回転方向にトルクが働くようにすればいい。

ところで、歯溝断面は大きく 2 つの部分に分かれる。1 つは歯溝を仕切る 2 つのシール点がロータ間シール点である場合で図 5.2(a) の斜線の歯溝に相当する。もう 1 つはロータ間シール点とチップシール点である場合で (b) の斜線の歯溝に相当する。前者の歯溝断面を - 1、後者の歯溝断面を - 2 とする。

歯溝断面 - 1 は、2 つのシール点が両方ともロータ間シール点 C_{R1} 、 C_{R2} であるため、歯形を構成する歯形関数の影響を強く受ける。一方、歯溝断面 - 2 のシール点の 1 つはチップシール点 C_{FT1} であり、雌ロータ先端とケーシングの接触点である。このシール点はロータ径、歯数によりほぼ決定される。もう 1 つはロータ間シール点であるが、歯溝断面 - 1 ほど歯形関数の影響を受けない。

そこで、歯形関数の影響を強く受ける歯溝断面 - 1 において、 k_F が負となるにはロータ間シール点がどの位置にすればいいか考える。

(5) k_F が負となるロータ間シール点位置

図 5.3 は歯溝断面 - 1 であり、図 5.2(a) の拡大図である。雄ロータ中心を 0、雄ロータ中心を 0' とする。矢印は回転方向である。

は現状歯形のシール点で図 5.2(a) と同位置である。このシール点位置により作用す

る力の方向は $\bar{P}_{F1}$ であり、 k_{F1} は正の値である。このシール点位置 C_{R1} 、 C_{R2} を変えることにより、この値を負の値にすることができる。

$\alpha = 0$ のときのロータ間シール点は $\square$ の位置一点である。歯形が反回転方向に回転すると、シール点が2つに別れて α_1 回転したとき図の位置にシール点にくる。 α が0から反回転方向に回転したときのシール点は、歯形関数にあまり関係なく、それぞれ $\square$ の位置からほぼ、 のような軌跡を描く。

k_{F1} の値を負にするためには、定性的には C_{R1} を C_{R1}' の位置に、 C_{R2} を C_{R2}' の位置に移動すればいい。この場合力の方向は $\bar{P}_{F1}'$ であり、 k_{F1}' は負の値となる。 α に対する C_{R1} の移動距離を ℓ_{R1} 、 C_{R1}' の移動距離を ℓ_{R1}' とする。両者を比較すると ℓ_{R1}' が ℓ_{R1} より大きい。同様に C_{R2} の移動距離を ℓ_{R2} 、 C_{R2}' の移動距離を ℓ_{R2}' とすると、 ℓ_{R2}' が ℓ_{R2} より小さい。従って、 k_F を負の値とする1つの方法として、歯形の反回転方向への回転角に対して、 C_{R1} の移動距離を大きく、 C_{R2} の移動距離を小さくすればいい。

(6) C_{R1} 、 C_{R2} を形成する歯形関数

シール点位置は歯形関数と密接な関係があるため、 C_{R1} 、 C_{R2} が歯形のどの部分の関数により形成されるか説明する。

歯形を構成する関数は大きく4つに分けることができる。図5.4にスクリュ歯形の関数構成を示す。わかりやすくするため、雄歯形と雌歯形の1歯分を示している。 $\bigcirc$ は雄歯形中心、 $\bigcirc'$ は雌歯形中心である。

雄歯形は関数 G 、 H 、 I 、 J 、雌歯形は関数 g 、 h 、 i 、 j で構成されている。 $\bullet$ は雄歯形の関数の境界、 $\circ$ は雌歯形の関数の境界を示している。大文字の関数と小文字の関数は対応しており、ロータ間シール点は同じ文字同士の関数が接触する。

図5.5は歯形を反回転方向に回転させた場合で、歯溝断面 - 1 を斜線で表している。この図からわかるように C_{R2} は関数 G と g のシール点、 C_{R1} は関数 H と h のシール点である。ここでは、関数 g と H を定義し、関数 G と h はその創成曲線とする。

5.3.1 (5) で述べた条件から以下の条件を満足する関数がどのような関数が調べる。

- ・歯形の反回転方向への回転角に対して、歯形関数 g とその創成曲線 G のシール点の移動距離が小さい関数 g 。

- ・歯形の反回転方向への回転角に対して、歯形関数 H とその創成曲線 h のシール点の移動距離が大きい関数 H 。

(7) ロータ間シール点位置を作図する方法

ここで、歯形関数とそのシール点位置の関係を調べるため、歯形形状からシール点位置を作図する方法を考案した。

図5.6において、歯形Aが矢印方向に α 回転した場合、歯形A上の関数 K とその創成関数とのシール点は下記の方法で作図できる（作図方法の導出については付録Eを参照のこと）。ここで、 O は歯形A中心、 O' は歯形B中心である。中心を結んだ線を X 軸とする。一点鎖線の円はピッチ円である。

- 1) 歯形A中心 O から矢印方向と反対方向に X 軸に対して角度 α 傾いた直線 を引き、歯形Aのピッチ円との交点を点 T とする。
- 2) 点 T から関数 K の縮閉線 Ke に接線 を引き、関数 K との交点を C' とする。
- 3) 点 C' を歯形A中心 O を中心に矢印方向に角度 α 回転させる。その位置を C とする。点 C がシール点となる。

(8) 歯形関数変更によるシール点位置変化

5.3.1 (6)で述べた条件を満足するような歯形関数 g と H がどのような関数が調べる。

(歯形関数 g)

形状の異なった2種類の関数 g を考える。縮閉線は曲率半径に大きく依存するため、ここでは半径の異なる2種類の円弧関数 g_a と g_b を比較する。 g_a は半径の小さい関数、 g_b は半径の大きい関数である。

図5.7はロータのピッチ円、中心線、および関数 g_a 、 g_b のみを示し、その他の歯形関数は省略してある。 O は雄ロータ中心、 O' は雌ロータ中心である。 ge_a 、 ge_b はそれぞれ g_a 、 g_b の縮閉線で円弧の中心である。矢印はロータの回転方向である。

雌歯形が反回転方向に α_F 回転したときのそれぞれのシール点 C_{ga} 、 C_{gb} は5.3.1 (7)で述べた方法により作図し、図5.7で示した位置になる。

関数 g と関数 H は独立であるため、雌歯形が反回転方向に α_F 回転したときの関数 H と関数 h のシール点位置を C_H とし、関数 g_a と g_b の k_F を比較する。

点 C_0 は $\alpha_F = 0$ のときのシール点位置である。雌歯形が反回転方向に α_F 回転したときのシール点 C_{ga} 、 C_{gb} を比較すると、移動距離は C_{gb} の方が小さい。従って関数 g_b の方が 5.3.1 (6) で述べた条件を満足する。

$\overline{C_{ga}C_H}$ の垂直 2 等分線と O' の距離を k_{ga} 、 $\overline{C_{gb}C_H}$ の垂直 2 等分線と O' の距離を k_{gb} とする。すると k_{ga} は正、 k_{gb} は負の値であり、関数 g_b の方が k_F の値が小さいことがわかる。

以上から歯形関数 g の半径が大きいほど k_F が小さくなる。

(歯形関数 H)

同様に半径の異なる 2 種類の円弧関数 H_a と H_b を比較する。 H_a は半径の小さい関数、 H_b は半径の大きい関数である。

図 5 . 8 はロータのピッチ円、中心線、および関数 H_a 、 H_b のみを示し、その他の歯形関数は省略してある。 O は雄ロータ中心、 O' は雌ロータ中心である。 He_a 、 He_b はそれぞれ H_a 、 H_b の縮閉線で円弧の中心である。矢印はロータの回転方向である。

雄歯形が反回転方向に α_M 回転したときのそれぞれのシール点 C_{Ha} 、 C_{Hb} は図 5 . 8 で示した位置になる。

関数 g と関数 H は独立であるため、雄歯形が反回転方向に α_M 回転したときの関数 g と関数 G のシール点位置を C_g とし、関数 H_a と H_b の k_F を比較する。

点 C_0 は $\alpha_M = 0$ のときのシール点位置である。雄歯形が反回転方向に α_M 回転したときのシール点 C_{Ha} 、 C_{Hb} を比較するすると、移動距離は C_{Hb} の方が大きい。従って関数 H_b の方が 5.3.1 (6) で述べた条件を満足する。

$\overline{C_gC_{Ha}}$ の垂直 2 等分線と O' の距離を k_{Ha} 、 $\overline{C_gC_{Hb}}$ の垂直 2 等分線と O' の距離を k_{Hb} とする。すると k_{Ha} は正、 k_{Hb} は負の値であり、関数 H_b の方が k_F の値が小さいことがわかる。

以上から歯形関数 H の半径が大きいほど k_F が小さくなる。

(9) f_1 / f_2 を小さくする歯形関数の条件

以上から f_1 / f_2 を小さくする歯形関数の条件は、歯形関数を円弧とした場合、下記の 2 点である

- ・ 歯形関数 g の半径を大きくする。
- ・ 歯形関数 H の半径を大きくする。

5.3.2 f_3 / f_2 を小さくする歯形形状

一般に f_1 / f_2 を小さくすると、 f_3 / f_2 が小さくなる傾向がある（付録F）。従って、5.3.1 (9) で述べた条件を満足すれば、 f_3 / f_2 を小さくすることができる。

5.3.3 μ を大きくする歯形形状

μ は次式で表される。

$$\mu = I_M / I_F / (N_M / N_F)^2 \quad (5.4)$$

概略、この値は雄ロータと雌ロータの外径比、および歯数比により決まる。雄ロータと雌ロータの外径比は、加工上、性能上の問題から任意に決めることができず、歯数比によりほぼ決まる。

ここで検討する圧縮機では、性能上の問題から歯数の組み合わせは、「雄ロータ4枚+雌ロータ6枚」、または「雄ロータ5枚+雌ロータ6枚」のどちらかである。

図5.9は歯形形状を示す。「雄ロータ5枚+雌ロータ6枚」の方が、雄ロータ外径が雌ロータ外径に比べて大きく、歯数比を考慮しても、 μ は「雄ロータ5枚+雌ロータ6枚」が大きくなる。

従って、歯数の組み合わせを「雄ロータ5枚+雌ロータ6枚」とすることにより、 μ の値を大きくすることができる。

5.4 改良歯形形状

5.2.3 で述べた条件を満足するように開発された歯形形状について述べる。

5.4.1 従来歯形形状およびロータ緒元

表5.2 従来歯形を用いた圧縮機ロータ、および歯形諸元

項 目	記号	値	項 目	記号	値
雄ロータ歯数	N_M	4	ロータ隙間	δ	0.15 mm
雌ロータ歯数	N_F	6	雄ロータ慣性モーメント	I_M	264 kgmms ²
雄ロータ巻角	Φ_M	300 deg	雌ロータ慣性モーメント	I_F	188 kgmms ²
ロータ中心間距離	C_D	250 mm	雄ロータ回転角速度	ω	376.8 rad/s
ロータ長さ	L	530 mm	V_S / V_D		3.65, 5
雄ロータ外径	D_M	321 mm	g_1 、 H_1 半径	R	60.5 mm
雌ロータ外径	D_F	321 mm	g_2 半径		63 mm
雄ロータピッチ円半径	r_M	100 mm	H_2 半径		1 mm
雌ロータピッチ円半径	r_F	150 mm			

表5.3 改良歯形を用いた圧縮機ロータ、および歯形諸元

項 目	記号	値	項 目	記号	値
雄ロータ歯数	N_M	5	ロータ隙間	δ	0.15 mm
雌ロータ歯数	N_F	6	雄ロータ慣性モーメント	I_M	578 kgmms ²
雄ロータ巻角	Φ_M	300 deg	雌ロータ慣性モーメント	I_F	176 kgmms ²
ロータ中心間距離	C_D	248 mm	雄ロータ回転角速度	ω	376.8 rad/s
ロータ長さ	L	542 mm	V_S / V_D		3.65, 5
雄ロータ外径	D_M	329 mm	g_1 、 H_1 半径	R	51.8 mm
雌ロータ外径	D_F	279 mm	g_2 半径		80 mm
雄ロータピッチ円半径	r_M	112.7 mm	H_2 半径		12 mm
雌ロータピッチ円半径	r_F	135.3 mm			

従来歯形の形状を図5.10に、また歯形を構成する雌ロータ関数 g 、雄ロータ関数 H の範囲を図5.11に示す。矢印は回転方向である。また、ロータ、および歯形の諸元を表5.2に示す。

関数 g 、および関数 H はそれぞれ2つの円弧で構成されている。まず、関数 g は g_1 と g_2 の2つの関数からなる。 g_1 は中心線とピッチ円の交点 O'' を中心とした円弧で半径を R とする。 g_2 は半径63mmの円弧である。

g_1 とその創成関数は、歯形が少しでも反回転方向に回転すると離れ、シール点は g_2 とその創成関数のシール点に移動する。従って、ロータに作用するトルクをシール点位置により推定する場合、 g_2 についてのみ検討する。

関数 H は H_1 と H_2 の 2 つの関数からなる。 H_1 は g_1 と同様に、中心線とピッチ円の交点 O'' を中心とした円弧である。 H_2 は半径 1 mm の円弧である。関数 H に関しても関数 g と同様に、 H_2 についてのみ検討する。

5 . 4 . 2 改良歯形形状およびロータ緒元

改良歯形の形状を図 5 . 1 2 に、また歯形を構成する雌ロータ関数 g 、雄ロータ関数 H の範囲を図 5 . 1 3 に示す。矢印は回転方向である。また、ロータ、および歯形の諸元を表 5 . 3 に示す。改良歯形における関数 g 、 H も、従来歯形と同様にそれぞれ関数 g_1 、 g_2 、関数 H_1 、 H_2 で構成されている。

(従来歯形からの主な変更点)

- ・歯形関数 g_2 、 H_2 の半径を大きくした。

g_2 の半径を 1 mm から 1 2 mm

H_2 の半径を 6 3 mm から 8 0 mm

- ・歯数を雄ロータ 4 枚、雌ロータ 6 枚から雄ロータ 5 枚、雌ロータ 6 枚に変更した。

従来歯形と改良歯形の g_2 、 H_2 の半径の比較において、歯数が異なっているため大小を議論することは難しいが、概略それぞれのピッチ円半径に対する比で比較すればいい。

5 . 5 改良歯形と従来歯形の比較

改良歯形と従来歯形の振動パラメータの比較をする。

5.5.1 f_1 / f_2

改良歯形と従来歯形の f_1 / f_2 の比較をする。5.3.1 で述べたように、 f_1 / f_2 と歯形形状は直接には結びつかないため、各段階での歯形特性を比較し、最終的に f_1 / f_2 の値を比較する。

(1) 各歯溝断面で発生する力の作用方向

5.3.1 (4)で述べたように、 f_1 / f_2 を小さくするには k_F の値を負にする必要がある。そこで、従来歯形と改良歯形の歯溝断面 - 1 で発生する作用力方向を比較する。

図5.14、5.15はそれぞれ従来歯形、改良歯形歯の溝断面 - 1 で発生する作用力方向を示している。両図とも $\alpha = 5, 10, 15, 20 \text{ deg}$ のときの歯形位置、シール点および作用力方向を示している。なお、 α は図5.3で示した角度である。矢印は回転方向、●はシール点を示している。～ はそれぞれ歯形が $\alpha = 5, 10, 15, 20 \text{ deg}$ の場合の作用力方向である。

これらの図から従来歯形は作用力により発生するトルクが回転方向に働く (k_F が正)。一方、改良歯形は作用力により発生するトルクが反回転方向に働く (k_F が負)。この図から定性的に改良歯形の f_1 / f_2 が小さくなることがわかる。

(2) $k_F \ell_F$ 値

5.3.1 (3)で述べたように、 f_1 / f_2 を小さくするには歯溝断面 の $\ell_F k_F$ を小さくする必要がある。そこで、従来歯形と改良歯形の歯溝断面 における $k_F \ell_F$ 値の比較をする。

図5.16は従来歯形、および改良歯形の $k_F \ell_F$ 値を示す。横軸は α 、縦軸は $k_F \ell_F$ で歯溝断面 の部分のみを示している。一点鎖線は従来歯形、実線は改良歯形である。このグラフからわかるように改良歯形の方が $k_F \ell_F$ の値が小さくなっていることがわかる。

(3) トルク係数

5.3.1 (2)で述べたように、 f_1 / f_2 を小さくするには吐出過程にある歯溝の $\bar{T}_F$ の値を小さくする必要がある。そこで、従来歯形と改良歯形のトルク係数を比較する。

図5.17は従来歯形、および改良歯形のトルク係数である。横軸は歯溝体積が最大となる

位置からの雄ロータ回転角 ϕ 、縦軸はトルク係数である。一点鎖線は従来歯形、実線は改良歯形である。(a) は雄ロータ、(b) は雌ロータのトルク係数である。

(b) において、 $\phi > \phi_D$ の範囲が吐出過程にある歯溝の $\bar{T}_F$ に対応し、このグラフから改良歯形の方が小さくなっていることがわかる。

(4) ロータに作用するトルクの一例

f_1 / f_2 の値は、歯形形状だけでなく圧力条件によっても異なるため、ここで、一例として、吸込圧力 0.4Mpa、吐出圧力 0.8Mpa、 $\kappa=1.4$ 、内部容積比 5 の場合のトルク、および振動パラメータを比較する。

図 5.18 (a) は従来歯形のトルク波形、(b) は改良歯形のトルク波形である。横軸は雄ロータ回転角 τ_m 、縦軸はトルクである。

従来歯形、および改良歯形の f_1 / f_2 の値を以下に示す。

従来歯形

$$f_1 / f_2 = -1.43$$

改良歯形

$$f_1 / f_2 = -2.73$$

改良歯形のほうが f_1 / f_2 が小さくなっている。

5.5.2 f_3 / f_2

従来歯形、および改良歯形の f_3 / f_2 の値を以下に示す。

従来歯形

$$f_3 / f_2 = 10.6$$

改良歯形

$$f_3 / f_2 = 6.9$$

改良歯形の f_3 / f_2 のほうが小さくなっている。

表5.4 従来歯形と改良歯形の振動パラメータ比較

振動パラメータ	従来歯形	改良歯形
μ	3.16	4.73
f_3 / f_2	9.60	6.85
f_1 / f_2	-1.43	-2.73

5.5.3 μ

従来歯形、および改良歯形の μ の値を以下に示す。

従来歯形

$$\mu = 3.2$$

改良歯形

$$\mu = 4.7$$

改良歯形の方が μ が大きくなっている。

以上の振動パラメータを表5.4をまとめた。この表から改良歯形が5.2.3で述べた条件を満足することがわかる。

5.6 従来歯形と改良歯形の運転結果の比較

5.6.1 反発係数の推定

衝突振動の安定領域を求める場合、反発係数が重要なパラメータとなる。しかし、運転中のロータ同士の反発係数を測定することは不可能であるため、従来歯形における異常接触有無の実績から反発係数を推定する。この値は改良歯形でも同じと考える。

(1) 反発係数に対する周期振動の安定領域

圧縮機運転後のロータを観察すると、図1.9に示したように反駆動側に接触傷（異常接触）が生じる場合がある。この振動は $(1, K, 1, M)$ 振動 $(1 \leq K)$ と考えられる。

従来歯形において、反発係数を変化させた場合の $(1, K, 1, M)$ 振動 $(1 \leq K)$ の安定領域を図5.1

表 5 . 5 従来歯形と改良歯形の運転結果

運転条件			従来歯形			改良歯形		
Ps(MPa)	Pd(Mpa)	V_S / V_D	f_2	f_1 / f_2	異常接触	f_2	f_1 / f_2	異常接触
0.1	0.4	5	0.30	-0.70	無	0.11	-5.57	無
0.2	0.4	5	0.61	-1.43	無	0.38	-2.74	無
0.3	0.4	5	0.96	-1.60	有	0.66	-2.19	無
0.1	0.4	3.65	0.20	-0.56	無	0.05	-9.73	無
0.2	0.4	3.65	0.30	-1.86	無	0.23	-3.29	無
0.3	0.4	3.65	0.50	-2.01	無	0.42	-2.37	無
0.2	0.8	5	0.60	-0.70	無	0.22	-5.63	無
0.4	0.8	5	1.22	-1.43	有	0.75	-2.74	無
0.4	1.6	5	1.21	-0.70	有	0.45	-5.50	無
0.8	1.6	5	2.43	-1.43	有	1.51	-2.73	無
0.8	3.2	5	2.40	-1.03	有	0.90	-5.47	無

9に示す。横軸は f_2 、縦軸は f_1 / f_2 である。破線は $R = 0.9$ 、実線は $R = 0.8$ 、一点鎖線は $R = 0.7$ の場合の(1,1,1,1)振動と(1,1,1,2)振動の安定領域を合わせたものである。なお、 $4 \leq M$ の安定領域は小さいため省略している。

(2) 異常接触有無の実績

図 5 . 1 9 において、●印はロータに異常接触が起きなかった運転条件の振動パラメータ、×はロータに異常接触が起きた運転条件の振動パラメータである。安定領域内に×、安定領域外に●が存在する反発係数が実際の反発係数と考えられる。なお、ここで示した運転条件、および異常接触の有無は表 5 . 5 に示してある。

(3) 反発係数の値

図 5 . 1 9 からわかるように、 $R = 0.8$ がほぼこの条件を満足しており、 $R = 0.8$ をロータ同士の反発係数とする。

5 . 6 . 2 周期振動の安定領域

5.6.1 (3)で決定した反発係数における従来歯形と改良歯形の周期振動の安定領域を比較する。

振動パラメータは、 R 、 μ 、 f_2 、 f_1/f_2 、 f_3/f_2 であるが、 R 、 μ 、 f_3/f_2 のパラメータは、歯形、材質固有の値であり、運転条件により左右されない。従って、歯形特性を比較する場合、 f_2 、 f_1/f_2 に対する周期振動の安定領域を比較すると便利である。

従来歯形と改良歯形の周期振動の安定領域を図5.20(a)、(b)に示す。横軸は f_2 、縦軸は f_1/f_2 である。実線内部は(1,1,1,M)振動($M=1,2$)、一点鎖線内部は(1,1,0,1)振動(改良歯形は2本の一点鎖線の間)の安定領域である。改良歯形のほうが f_3/f_2 と μ の値が近いいため、周期振動の安定領域が小さいことがわかる。

これらの図において、二点鎖線は4.6で述べた歯面分離限界を示している。周期振動が安定でなく、かつ二点鎖線より小さい f_1/f_2 (斜線部)では雌ロータと雄ロータはどのような初期値であっても歯面分離を起こさない。

5.6.3 運転結果

従来歯形、および改良歯形を使用した圧縮機の異常接触の有無を比較する。

(1) 圧縮機の運転条件、および異常接触の有無

圧縮機の運転条件、 f_2 、 f_1/f_2 、および従来歯形、改良歯形における異常接触の有無を表5.5に示す。この表から改良歯形では異常接触が発生していないことがわかる。

(2) 改良歯形における周期振動安定領域と運転条件の比較

改良歯形における周期振動の安定領域、歯面分離限界を図5.21に示している。この図は図5.20(b)と同じである。●は表5.5で示した運転条件における振動パラメータである。なお振動パラメータが $f_1/f_2 < -5$ である運転条件は省略している。

図5.21から改良歯形では振動パラメータがいずれも歯面分離を起こさない領域にあることがわかる。実際、表5.5で示したように改良歯形では異常接触が発生していない。

(3) 分解結果

従来歯形と改良歯形を用いたロータにおける運転後の雄ロータの反駆動側歯面写真をそれぞれ

れ図5.22、図5.23に示す。図5.22は図1.9と同じものである。この写真から改良歯形は従来歯形のようにスポット状に異常接触が発生していないことがわかる。また異常音を発生せず、従来歯形に対して騒音値が3 dB低下した。これらの運転結果から改良歯形の効果が実証できた。

5.7 まとめ

カップリング構造スクリュ圧縮機において、歯形形状変更によるの異常振動の防止を試みた。この章における結論は、以下の2点である。

- ・ 第4章で導き出された異常振動防止方法とスクリュ歯形を構成する歯形関数の関係を調べた結果、歯形関数の曲率が異常振動防止に重要な役割を果たすことがわかった。そして、異常振動防止のための歯形関数が満足すべき条件を導き出した。
- ・ 上記条件を満足する改良歯形をデザインし、その歯形を採用した圧縮機を製作、運転した。従来歯形を採用した圧縮機と比較した結果、従来歯形のような異常音はなく騒音値が3 dB低下した。また、圧縮機分解の結果ロータに異常接触がないことが確認でき、本解析が有効であることがわかった。

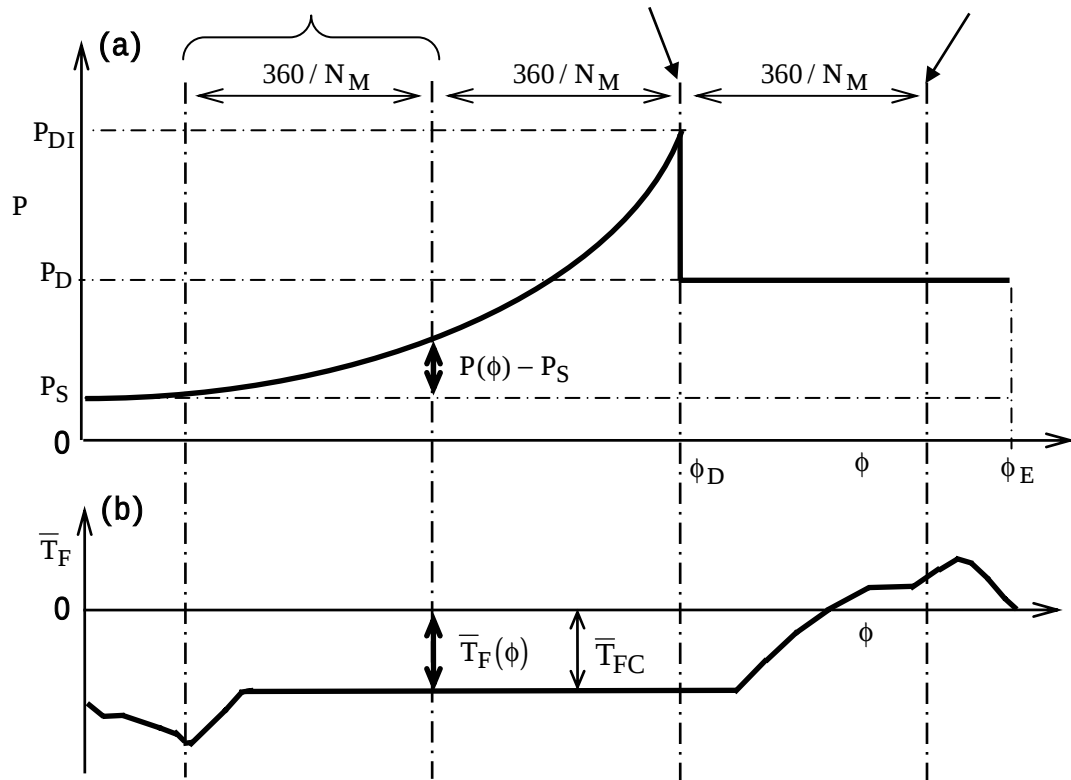
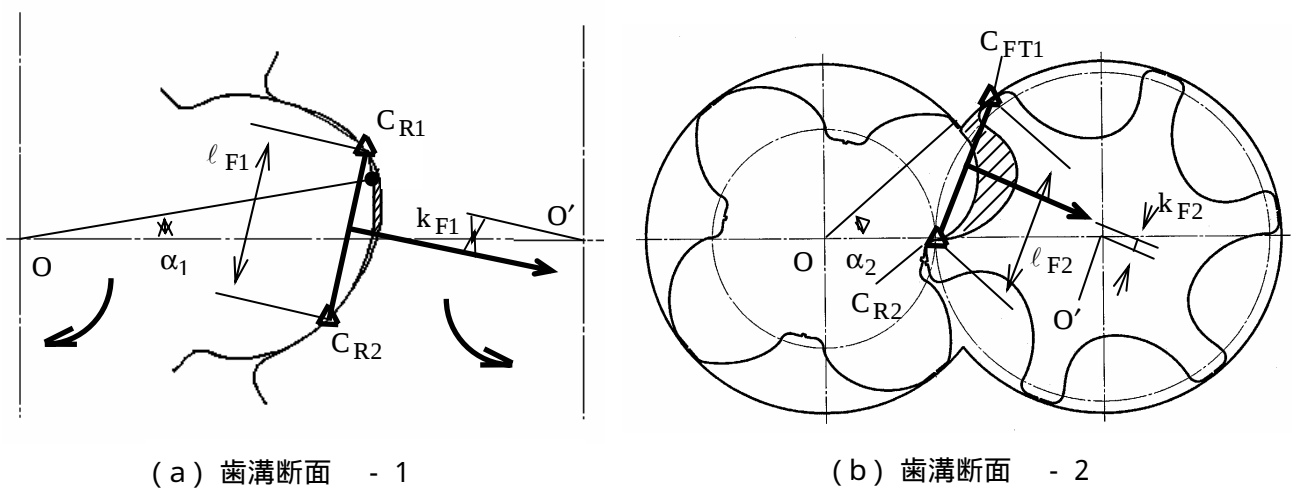


図5.1 雌ロータに作用するトルクの計算方法

図5.2 歯溝断面 の $\ell_F k_F$

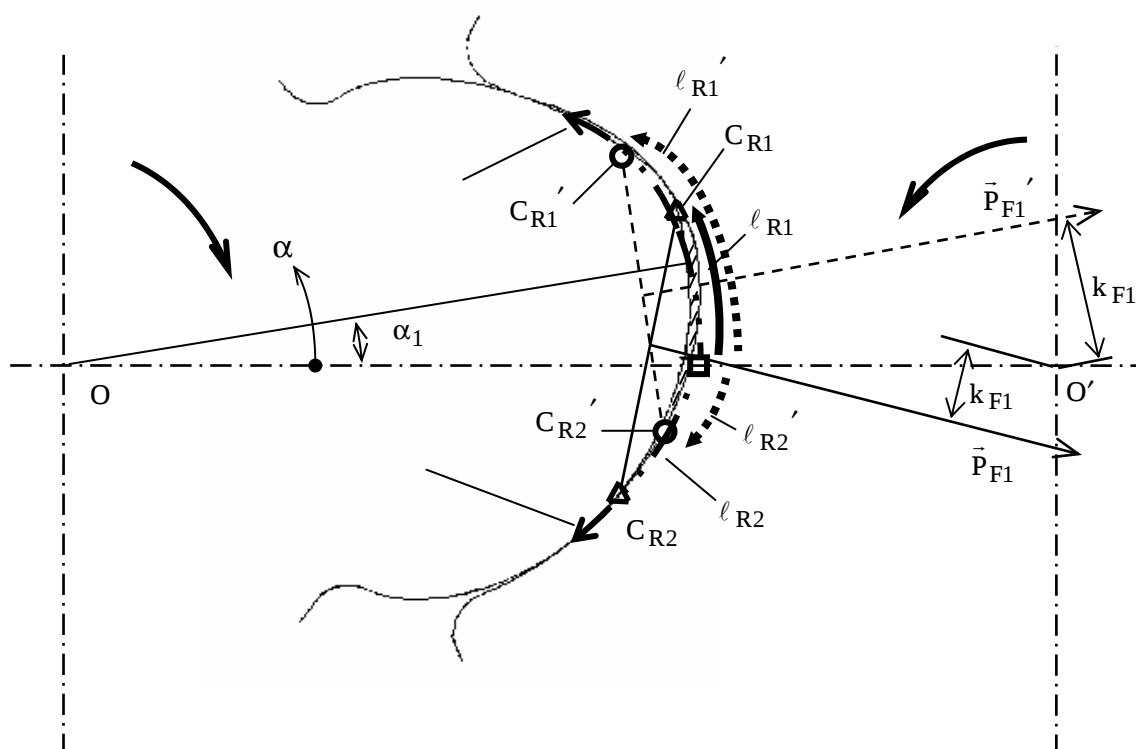


図 5 . 3 シール点位置と作用力方向の関係

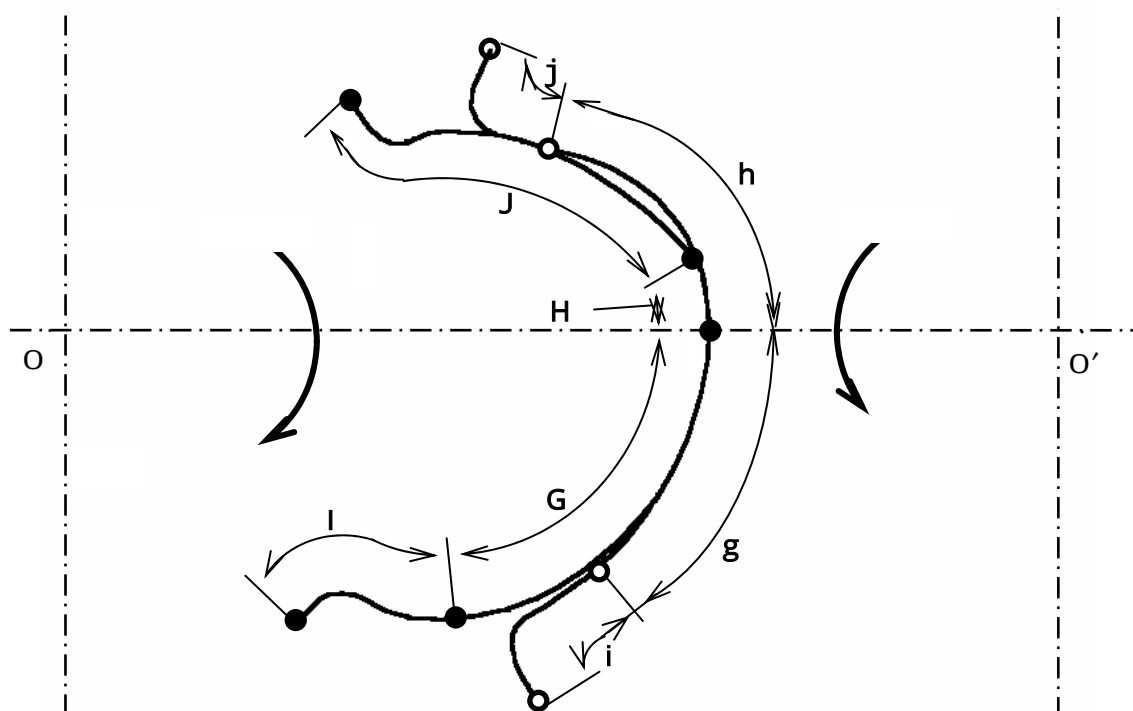


図 5 . 4 スクリュ歯形の関数構成

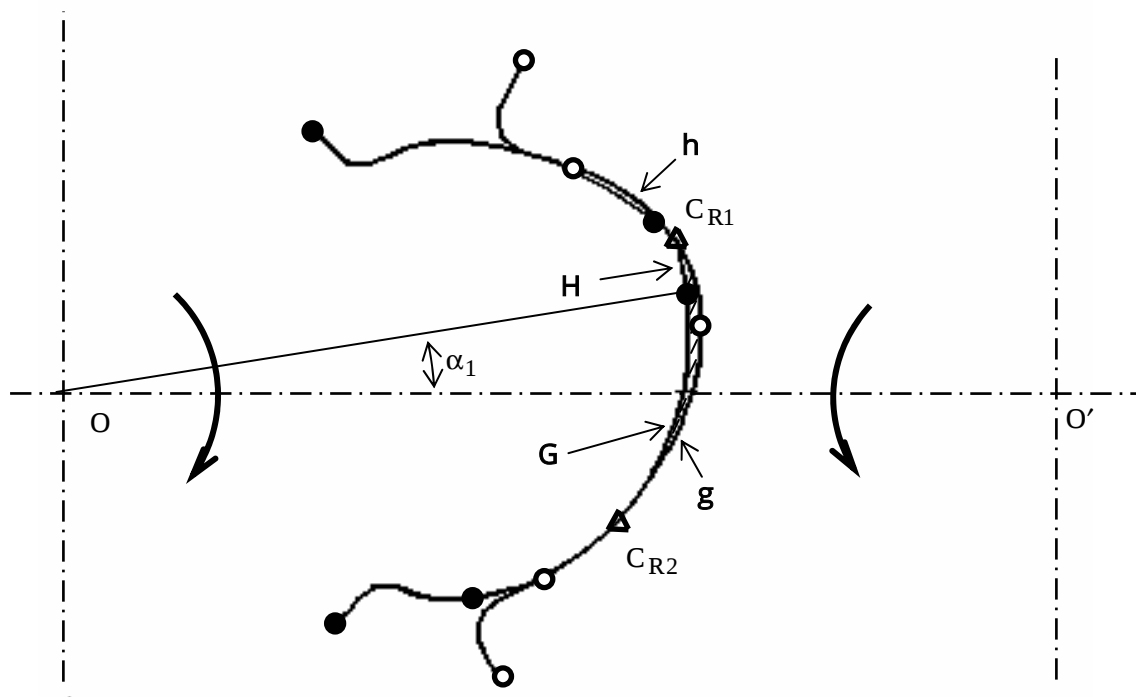
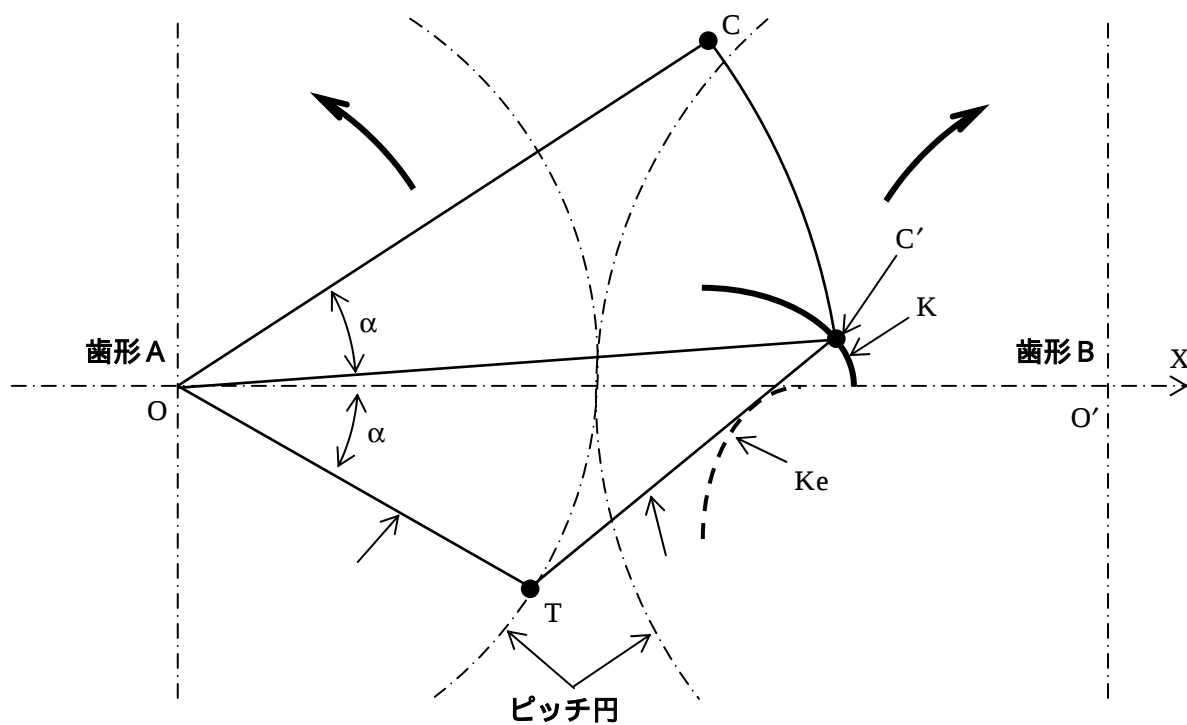
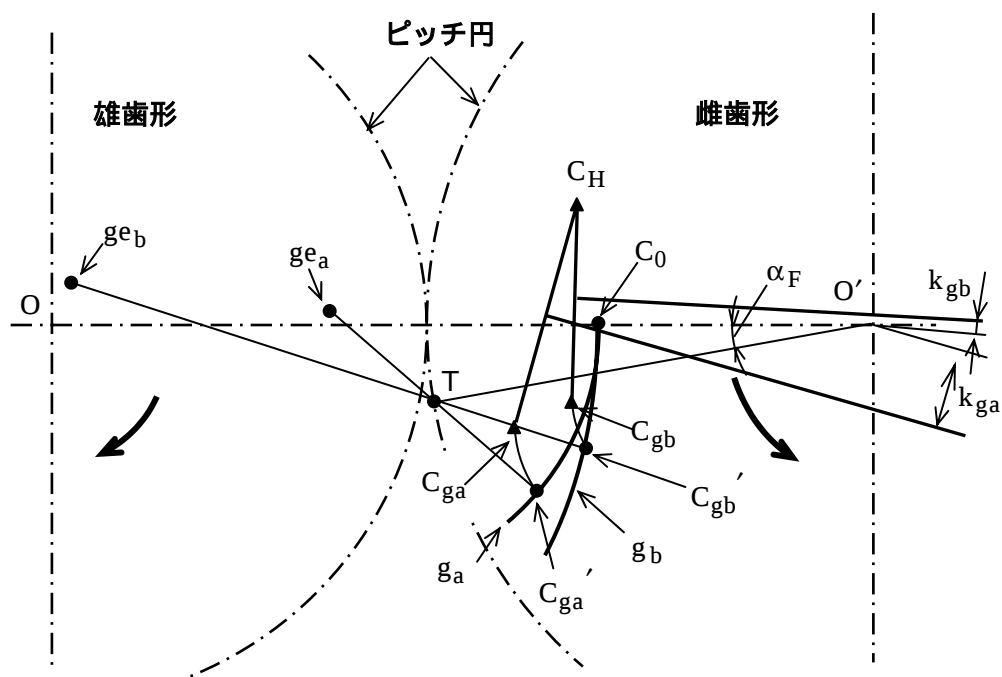
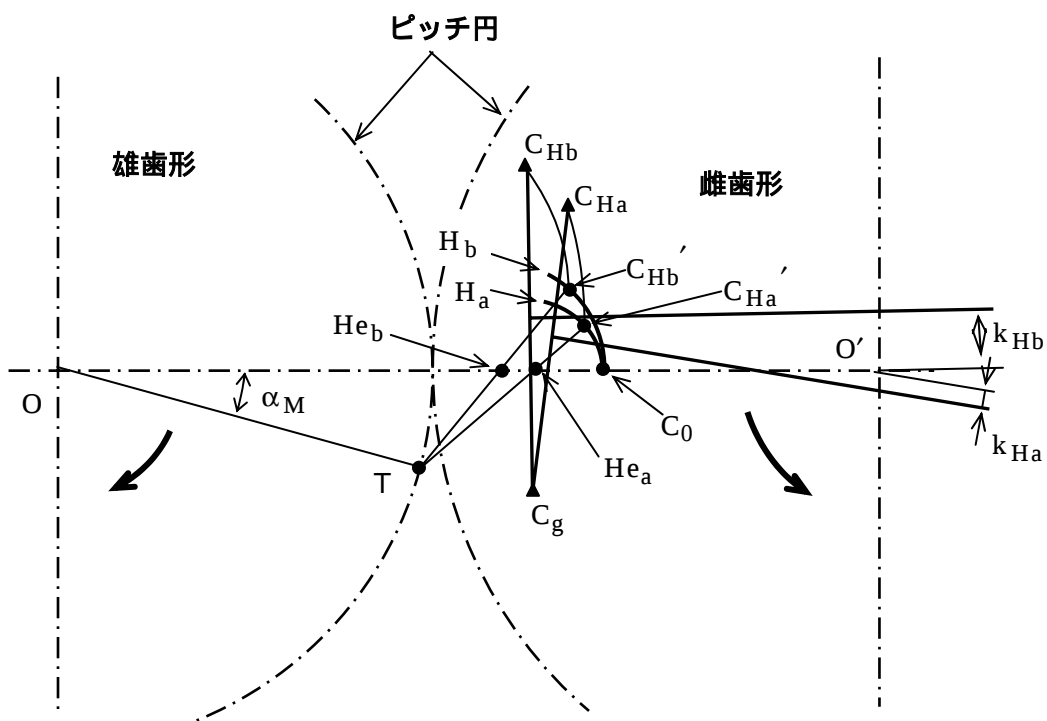
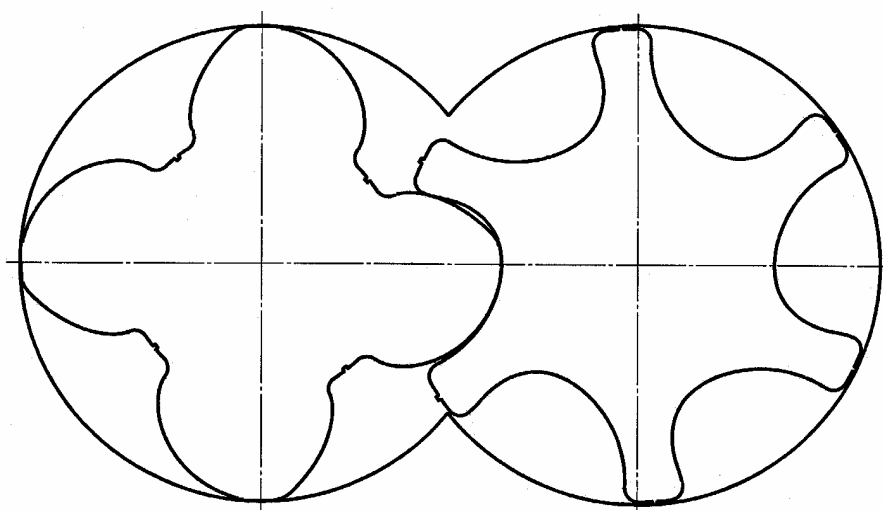
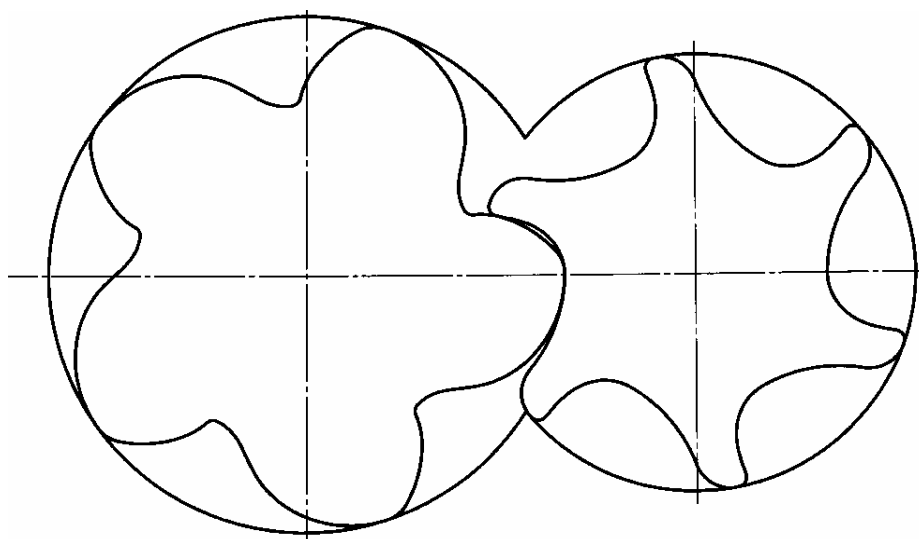
図5.5 C_{R1} 、 C_{R2} を形成する歯形関数

図5.6 シール点の作図方法

図5.7 関数 g と作用力方向の関係図5.8 関数 H と作用力方向の関係



(a) 雄ロータ4枚+雌ロータ6枚



(b) 雄ロータ5枚+雌ロータ6枚

図5.9 歯数組み合わせと歯形形状

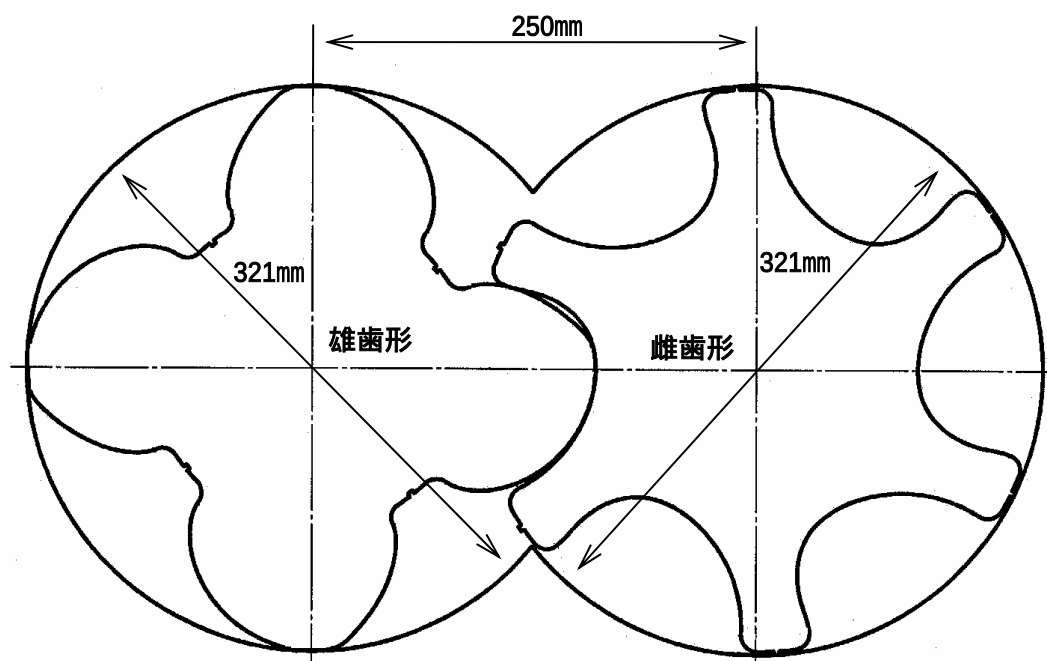


図 5 . 1 0 従来歯形形状

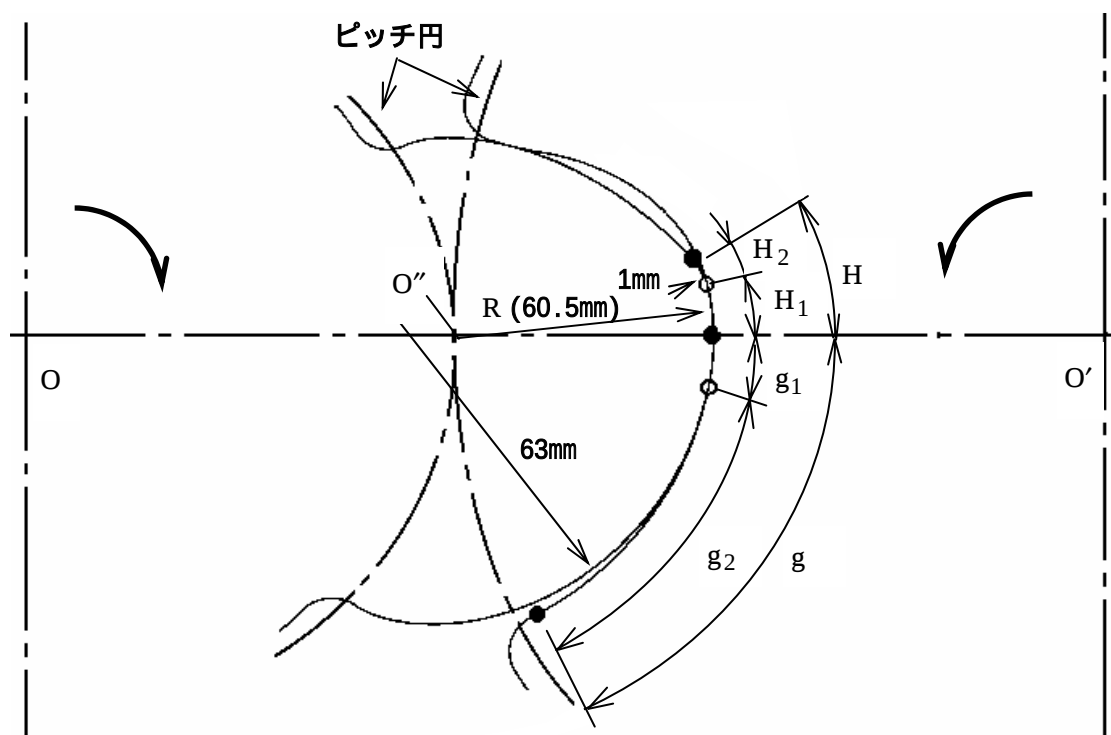


図 5 . 1 1 従来歯形の関数 g 、 H

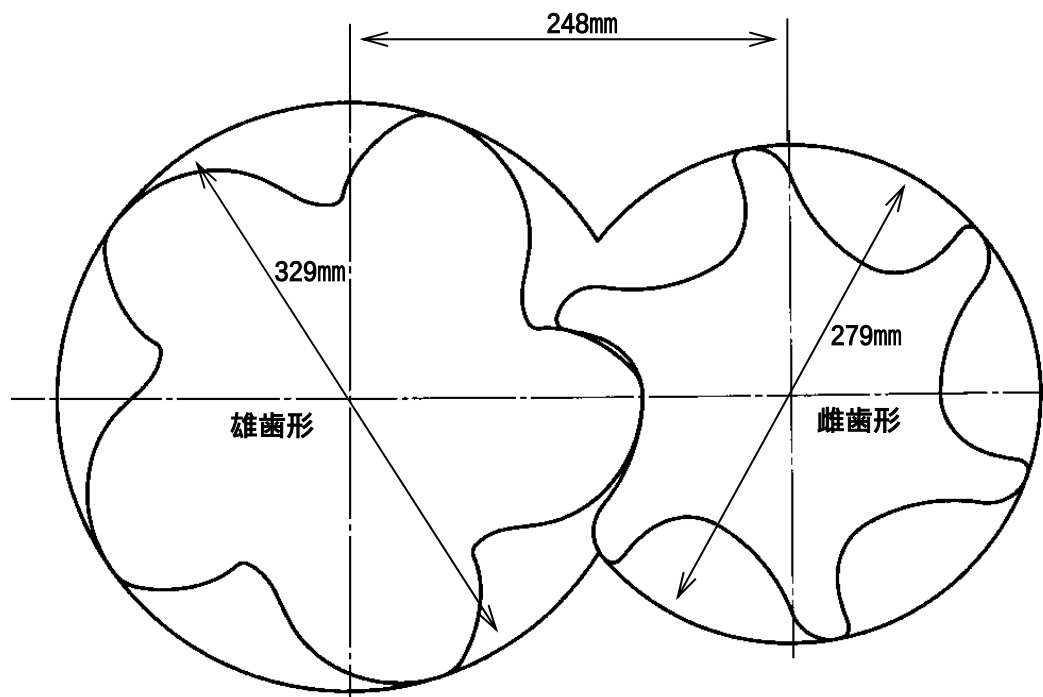
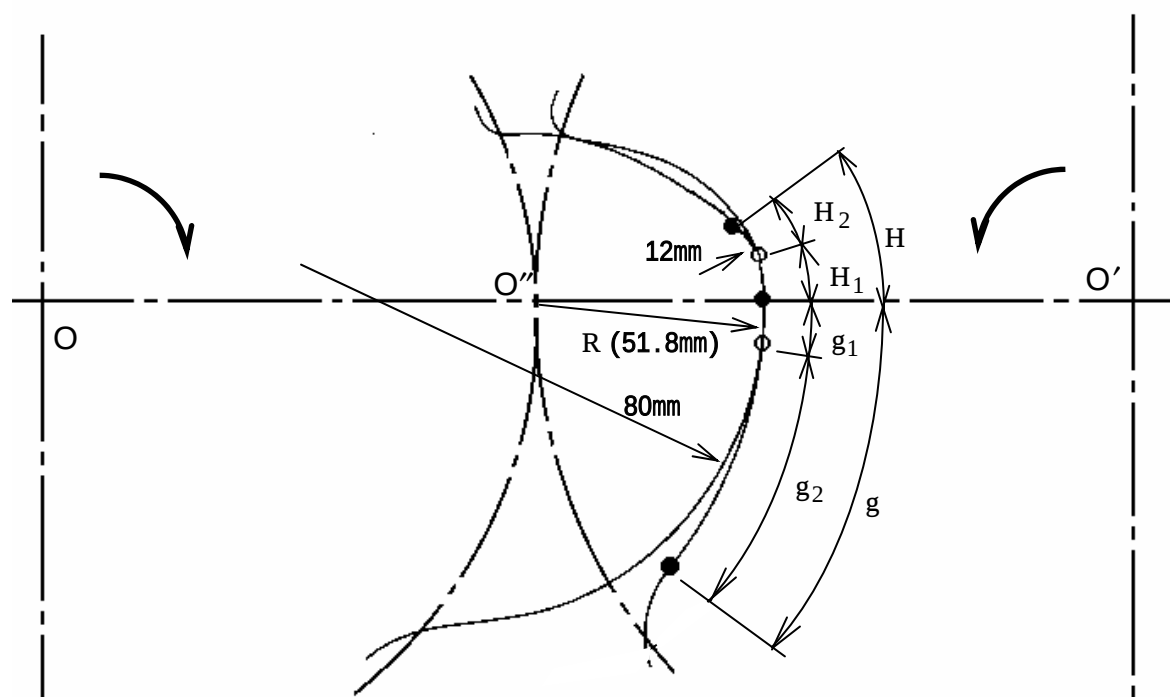


図5.12 改良歯形形状

図5.13 改良歯形の関数 g 、 H

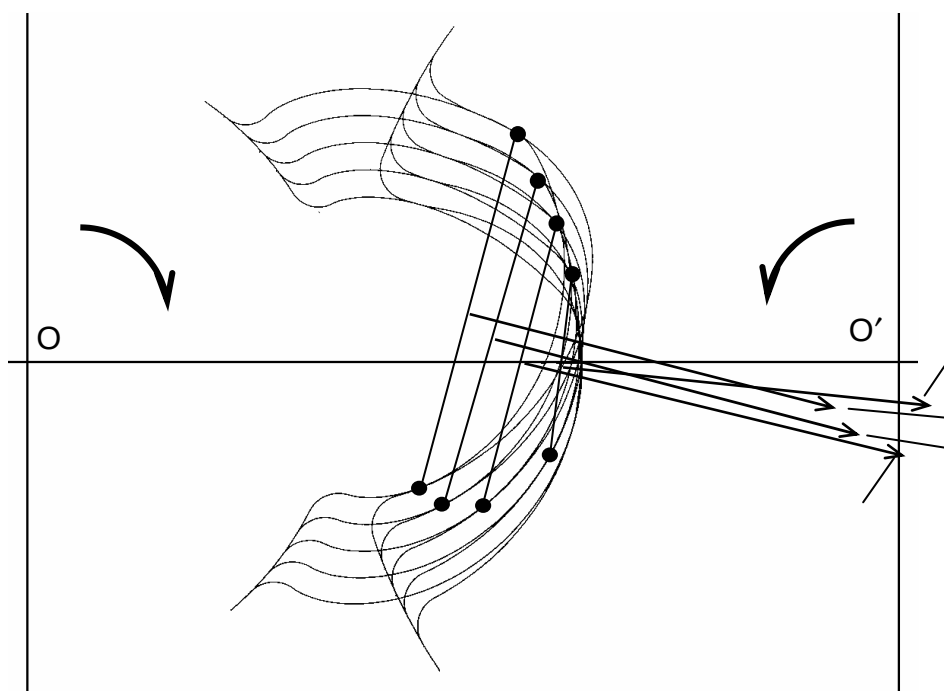


図 5 . 1 4 従来歯形の作用力方向

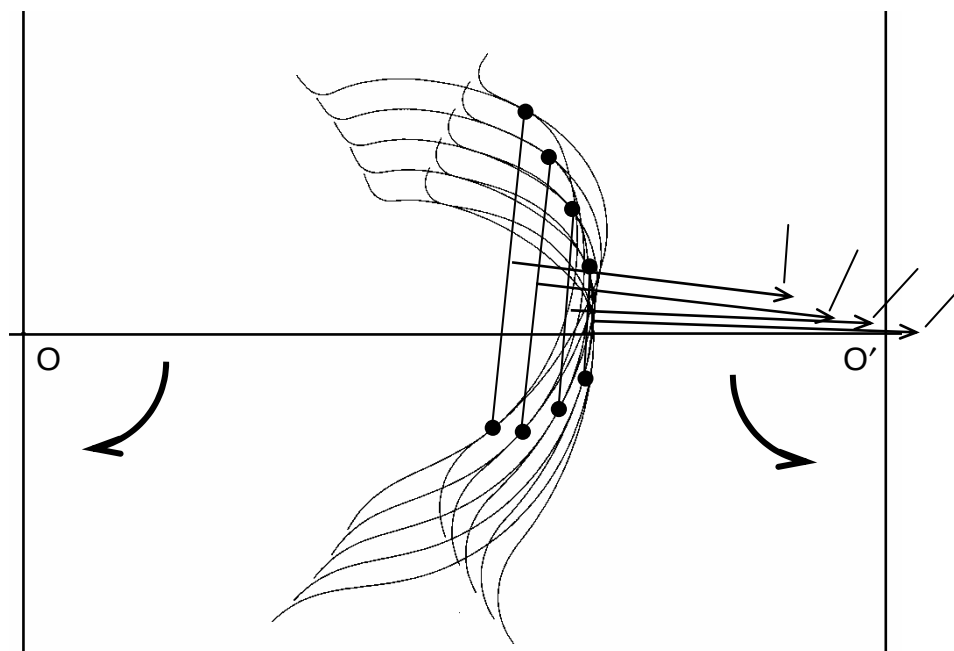


図 5 . 1 5 改良歯形の作用力方向

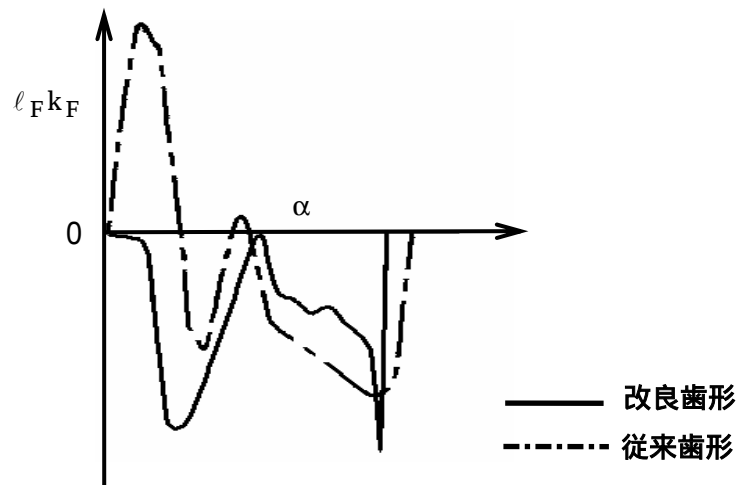
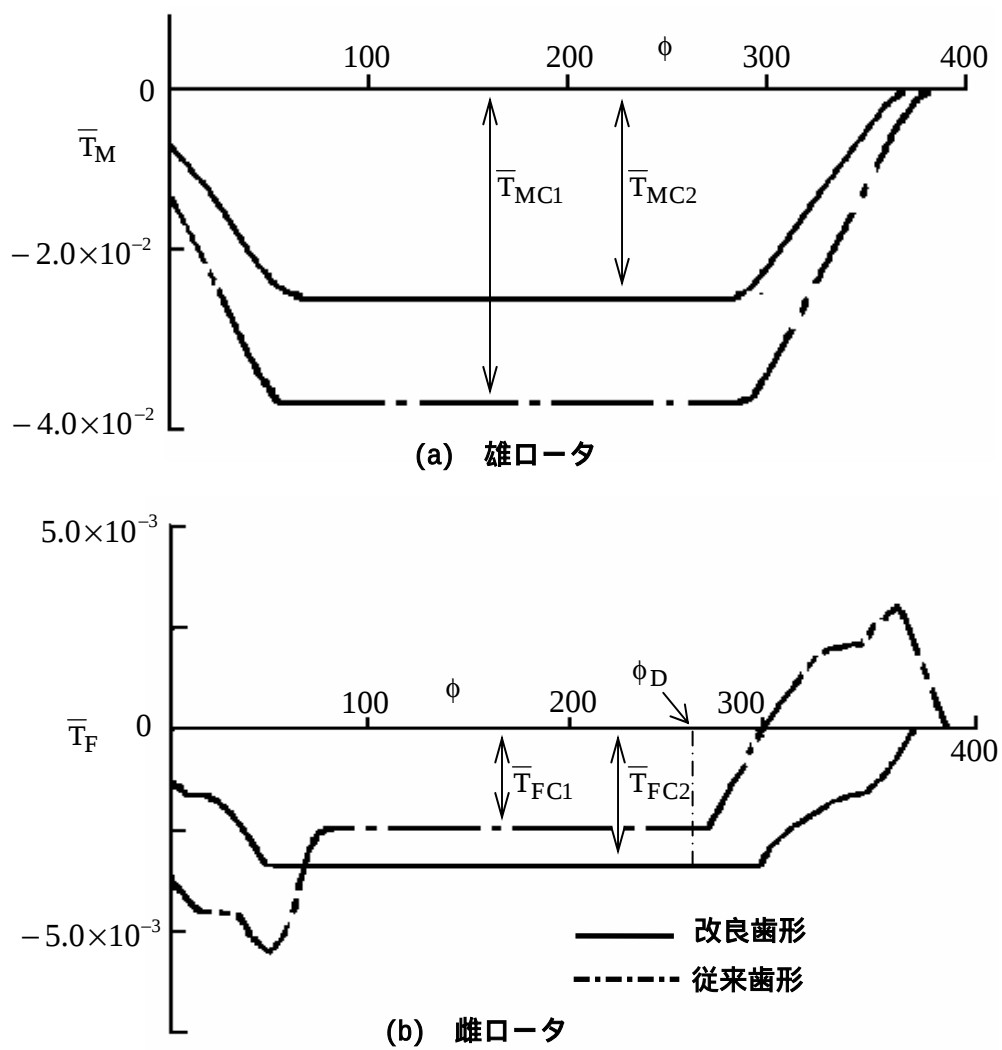
図5.16 改良歯形、従来歯形の $\ell_F k_F$ 

図5.17 改良歯形、従来歯形のトルク係数

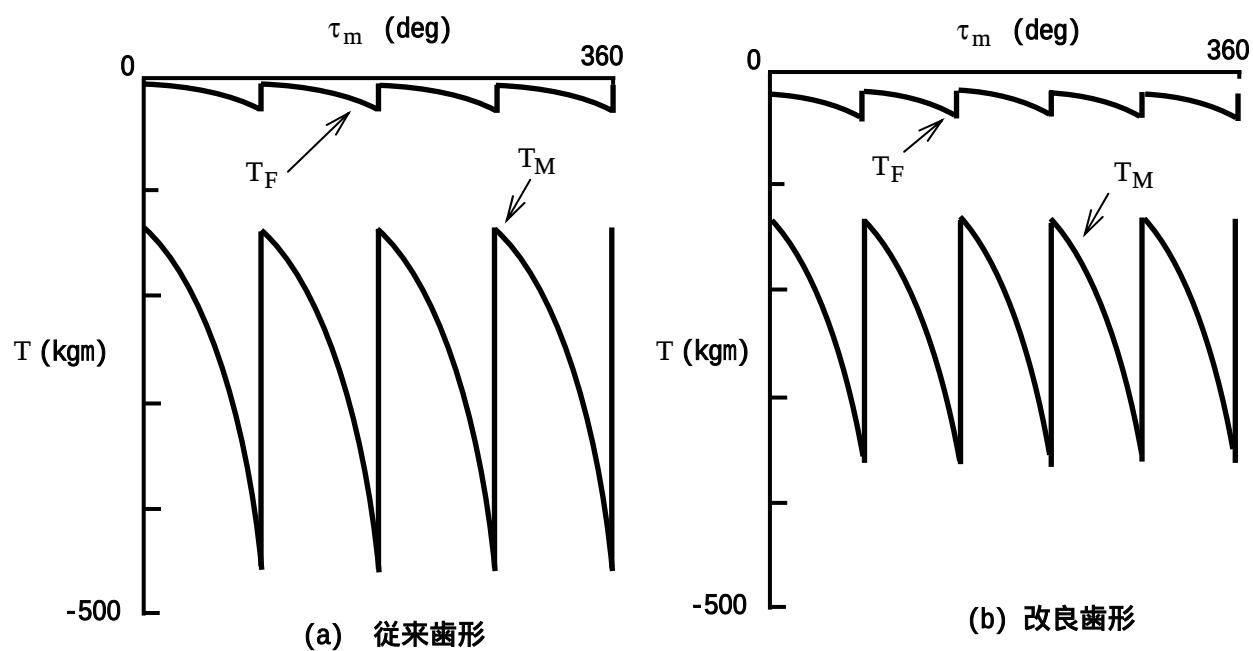


図 5 . 1 8 ロータに作用するトルク
($P_s=0.4\text{Mpa}$, $P_d=0.8\text{Mpa}$, $V_i=5.0$)

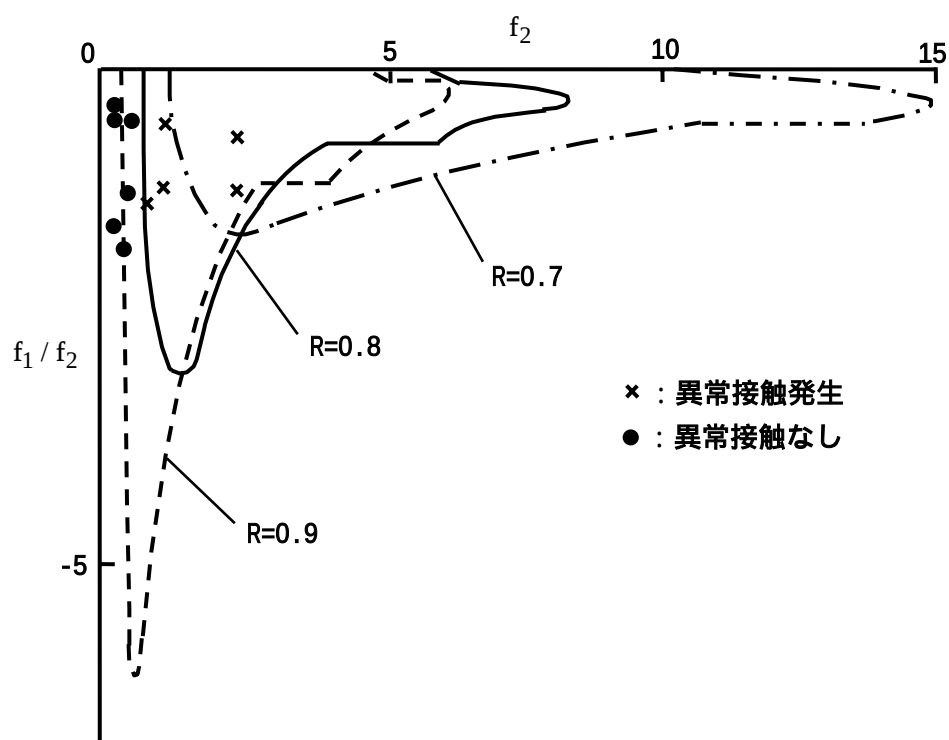


図 5 . 1 9 従来歯形異常接触による反発係数の推定

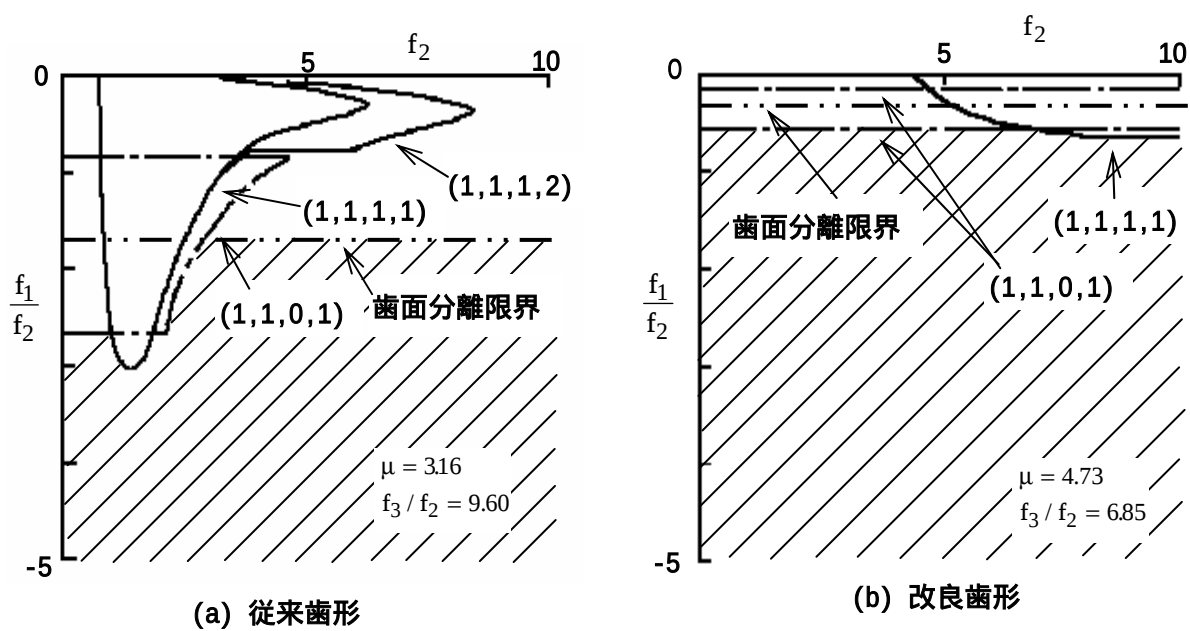


図 5 . 2 0 歯面分離防止領域

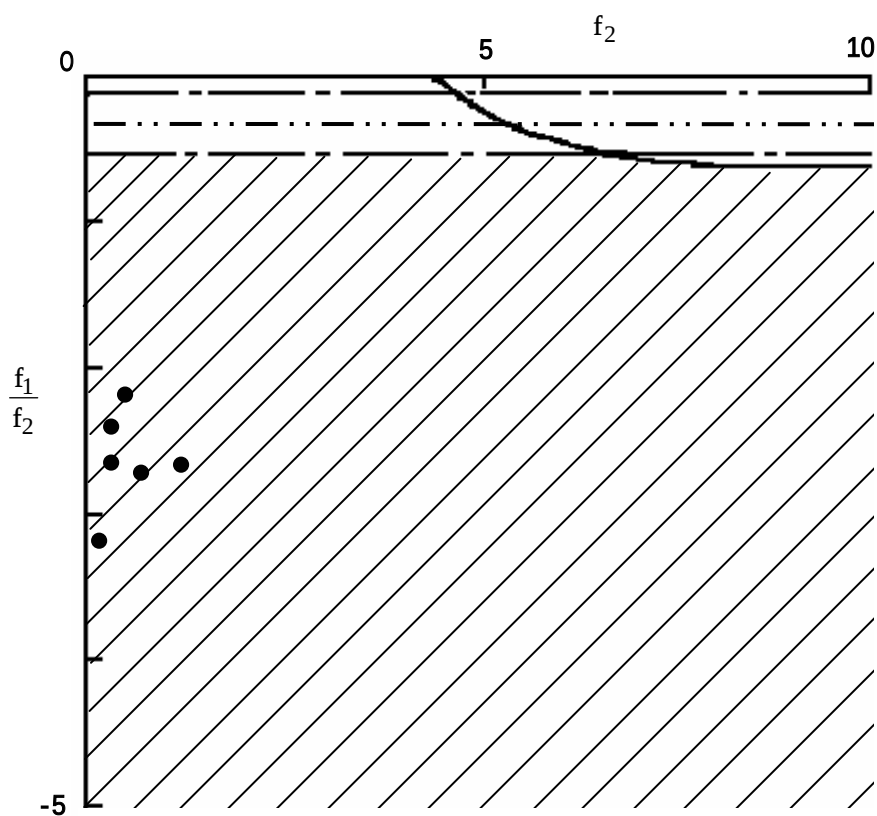


図 5 . 2 1 改良歯形の振動パラメータ

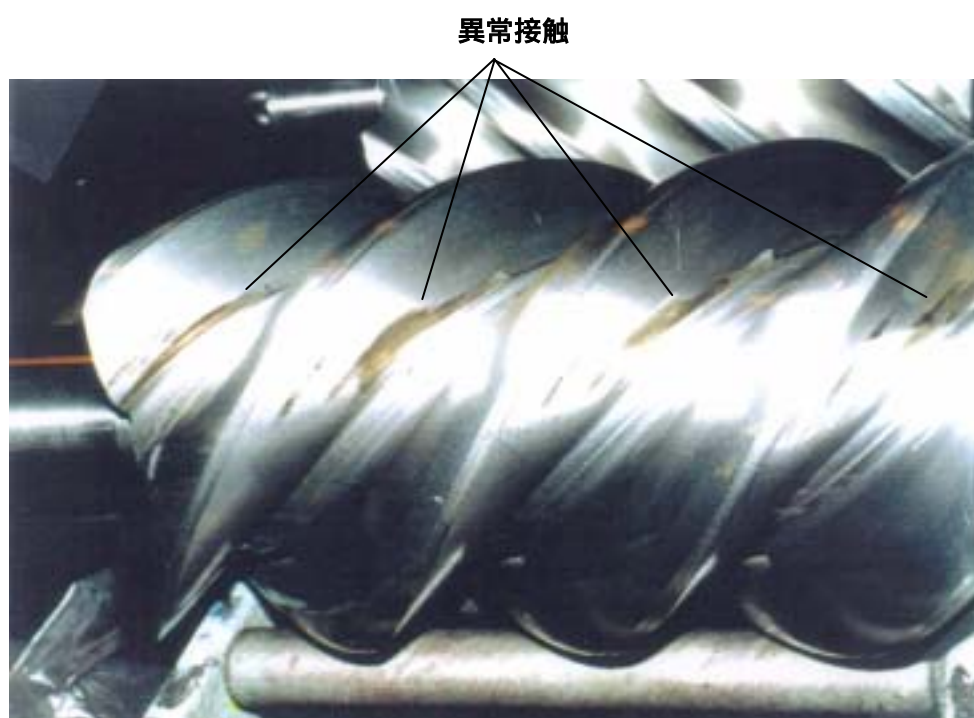


図 5 . 2 2 従来歯形における運転後の雄ロータの歯当たり



図 5 . 2 3 改良歯形における運転後の雄ロータの歯当たり

第6章

結論

本論文は、スクリュ圧縮機ロータ系の異常振動防止方法を検討したものである。

第2章「ロータに作用するトルクの導出」では、スクリュロータの衝突振動解析に使用するロータに作用するトルクを導出し、振動解析に適用するため、得られた変動トルクをのこぎり波形で近似した。トルクの導出過程において、トルクに与える歯形形状の影響が把握できるように、歯形形状のみに依存するトルク係数という歯形パラメータを考案した。

第3章「ハーメチック構造圧縮機ロータ系の衝突振動解析」では、ハーメチック構造スクリュ圧縮機を対象としており、「雄ロータは衝突の影響を受けず一定の回転数で回転している」という仮定のもとに雌ロータの衝突振動解析を行った。その結果、圧縮機の異常振動は周期振動が原因であり、周期振動の安定領域を避けることにより異常振動が防止できることがわかった。そして、異常振動防止のための振動パラメータの条件を導き出した。

第4章「カップリング構造圧縮機ロータ系の衝突振動解析」では、カップリング構造スクリュ圧縮機を対象としており、雄ロータと雌ロータの両方の運動を考慮した衝突振動解析を行った。ハーメチック構造圧縮機では、周期振動の安定領域を避けることによる異常振動防止方法を導き出したが、カップリング構造スクリュ圧縮機では、この方法以外にロータの慣性モーメントとトルクがある関係を満足するとき、周期振動領域がなくなり異常振動が防止できることがわかった。

第5章「歯形形状変更による異常振動の防止」では、カップリング構造スクリュ圧縮機の異常振動を防止するため、第4章で導き出された異常振動防止方法とスクリュ歯形を構成する歯

形関数の関係を調べた。その結果、歯形関数の曲率が異常振動防止に重要な役割を果たすことがわかり、異常振動防止のため歯形が満足すべき条件を導き出した。

この条件を満足する改良歯形をデザインし、その歯形を採用した圧縮機を製作、運転した。従来歯形を採用した圧縮機と比較した結果、従来歯形のような異常音はなく騒音値が3 dB低下した。また、圧縮機分解の結果ロータに異常接触がないことが確認でき、本解析が有効であることがわかった。

以上、変動トルクが作用するスクリュロータの衝突振動解析により、異常振動の防止方法を導き出し、検証した。今後、さらに詳細な振動特性を得るためには、以下のような課題が重要であると考えられる。

- 1 , 本論文では、ロータには加工誤差がないと仮定している。しかし、実際には存在し、加工誤差、特にリード誤差がある場合の解析が重要と思われる。周期振動の安定領域、周期振動への捕捉領域がどのように変化するかが重要なポイントとなる。
- 2 , 本論文では、回転方向の振動しか考慮していないが、実際には軸方向に振動する場合も考えられ、軸方向との連成振動解析を行うことにより、さらに詳細な振動特性が得られる。

謝辞

本研究をまとめるに当たり、始終懇切なる御指導と御校閲の労を賜りました東京工業大学木村康治教授に謹んで深甚の感謝を捧げます。先生には研究に対する厳しい態度を教えて頂き、さらに暖かい指導と激励が本研究の大きな支えとなりました。

神戸製鋼所に入社して以来、スクリュ圧縮機の業務に携わってきましたが、この間上司として御指導を賜った小谷重遠機械カンパニー執行社長、重河和夫機械センター長に厚く御礼申し上げます。

付録 A

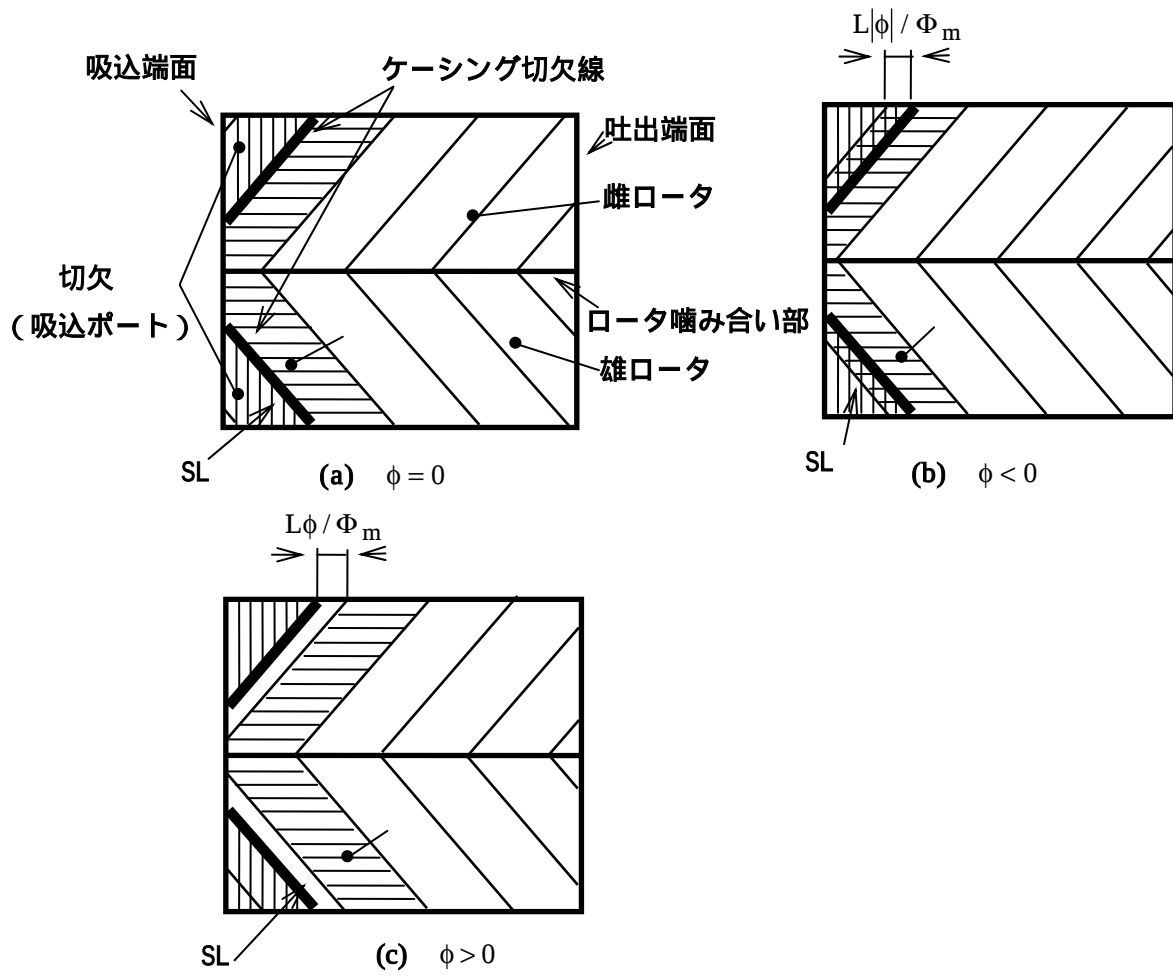
吸込ポートと歯溝を隔離するケーシング切欠位置の決定方法

歯溝体積が最大となった時点で、吸込ポートと歯溝が隔離するように、ケーシング切欠位置を決定する。

図 2 . 2 で示したように、ロータ歯溝体積はロータが回転するに従い単調増加し、 $\phi = 0$ で最大体積となる。その後、単調減少する。図 A . 1 はケーシング切欠位置と歯溝の関係を示した模式図である。この図は図 2 . 5 (a) のロータを真上から見た図である。ロータの左端面が吸込端面、右端面が吐出端面を表している。斜めの太線はケーシング切欠線で、この線より吸込端面側（縦線部）は吸込ポートと連通している。

ここで横線を施した歯溝 に注目する。歯溝 の吸込端面側歯筋を SL とする。

(a) は歯溝 が最大体積となる歯溝位置 ($\phi = 0$) である。この位置の SL とケーシング切欠線が一致するよう、ケーシング切欠線位置を決める。(b) は $\phi < 0$ の場合である。このとき、歯筋 SL は (a) の歯筋位置から吸込側に $L|\phi| / \Phi_m$ だけ移動している。この状態では歯溝と吸込ポートは連通しており、歯溝は吸込圧力である。(c) は $\phi > 0$ の場合である。このとき、歯筋 SL は (a) の歯筋位置から吐出側に $L\phi / \Phi_m$ だけ移動する。この歯溝は吸込ポートと隔離されているため、歯溝の体積が減少すると共に歯溝内のガスが圧縮される。



図A . 1 ケーシング切欠位置と歯溝位置の関係

付録 B

歯溝圧力によりロータに作用する力の大きさ、および作用方向

軸方向の厚さが微小厚さ dz である歯溝により発生する力、およびその作用方向を導く。図 B . 1 (a) は歯溝断面形状の模式図である。ロータ表面上の 2 つのシール点を C_1 、 C_2 とする。また歯溝圧力を P とする。

ロータ歯形上の任意の点 A において、歯面の接線方向の座標を η 、法線方向の座標を ς とする。ここで、点 A を中心に接線方向の幅が ds 、軸方向の幅が dz であるロータ表面 S_A を考える。その平面を (b) に示す。ロータはねじれているため、 S_A は ηz 平面に対してある角度をもった平面となる。この平面に垂直に圧力 P が作用する。

平面に作用する力は z 方向と ς 方向に分けることができる。 z 方向の力はロータに対してトルクとしては作用せず、スラスト力として作用する。この力はロータの軸受により支えられている。 ς 方向の力はロータに対してトルクを発生する力となる。

ここで ς 方向の力について考える。この力の大きさは S_A を ηz 平面上に投影した平面 S'_A に圧力 P が作用する場合の力で $Pdsdz$ で表される。従って、歯面の法線方向 (ς 方向) に $Pdsdz$ の力が作用する。次に (c) のように、 C_1 を原点として、 C_1 と C_2 を結んだ方向の座標を η' 、その座標に垂直な方向の座標を ς' とする。

点 A に作用する力を η' 方向と ς' 方向に分ける。すると、 η' 方向に作用する力は $Pd\varsigma'dz$ 、 ς' 方向に作用する力は $Pd\eta'dz$ である。この力を C_1 から C_2 へ歯面に沿って積分すれば、雄ロータに作用する力が計算できる。

η' 方向に作用する力は C_1 と C_2 の ς' 座標が同じであるため 0 である。 ς' 方向に作用する力は

線分 $\overline{C_1C_2}$ に圧力 P が作用する力と同等である。 $\overline{C_1C_2}$ の長さを ℓ とすると、ロータに作用する力の合力の方向は $\overline{C_1C_2}$ の垂直二等分線方向で合力の大きさは $P\ell dz$ である。

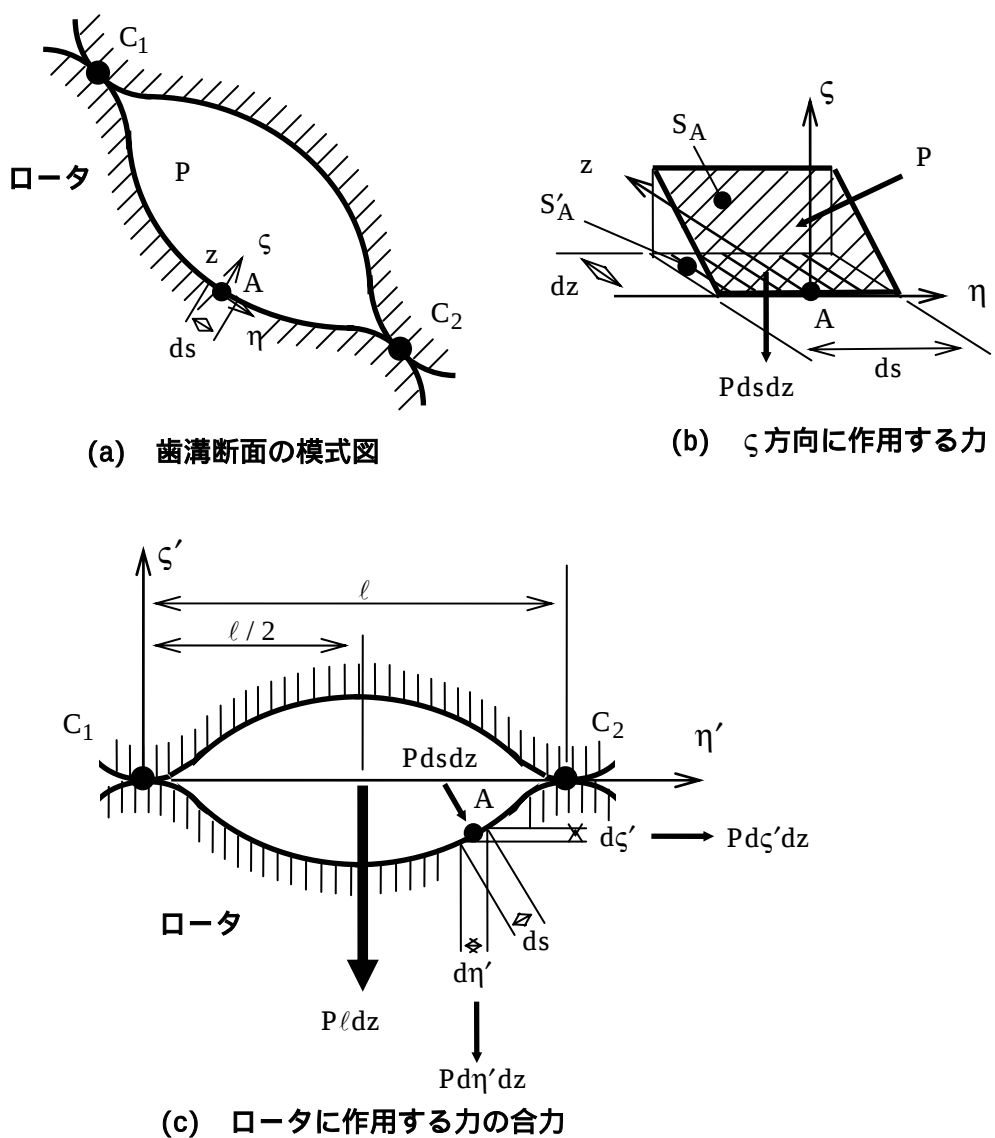


図 B . 1 ロータに作用する力

付録 C

ハーメチック構造圧縮機における各状態 変数間の写像のヤコビアン

C . 1 (J,1,0,1)振動

- $(v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo1}, x_{Fo1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} 1 & 2f_2 t_{pi} - (f_1 + f_2) \\ 1 - t_{pi} & \{2f_2 t_{pi} - (f_1 + f_2)\}(1 - t_{pi}) - v_{Fpi} \end{bmatrix} \quad (C . 1)$$

- $(w_{Fo1}, x_{Fo1}) \rightarrow (w_{FoJ}, x_{FoJ})$ への写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$$[J_{bi}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ J - 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (C . 2)$$

- $(w_{FoJ}, x_{FoJ}) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$$[J_{ci}] = \begin{bmatrix} R^2(f_2 t_{pi+1} + w_{FoA}) & R^2\{2f_2 t_{pi} - (f_1 + f_2)\} / v_{Fpi+1} \\ Rt_{pi+1} / v_{Fpi+1} & R / v_{Fpi+1} \end{bmatrix} \quad (C . 3)$$

C . 2 (1,1,1,1)振動

• $(v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} 1 & -A(t_{pi}) \\ 1 - t_{pi} & -A(t_{pi})(1 - t_{pi}) - v_{Fpi} \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

• $(w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q)$ 写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$$[J_{bi}] = \begin{bmatrix} -\frac{t_q A(t_q)}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} + 1 & -\frac{A(t_q)}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} \\ -\frac{t_q}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} & -\frac{1}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

• $(u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$$[J_{ci}] = \begin{bmatrix} -R^2 \left\{ \frac{(t_{pi+1} - t_q) A(t_{pi+1})}{B(t_{pi+1}, t_q) - Ru_{Fq}} - 1 \right\} & -R \left\{ \frac{(t_{pi+1} - t_q) A(t_q) - Ru_{Fq}}{B(t_{pi+1}, t_q) - Ru_{Fq}} A(t_{pi+1}) - A(t_q) \right\} \\ \frac{R(t_{pi+1} - t_q)}{B(t_{pi+1}, t_q) - Ru_{Fq}} & \frac{A(t_q)(t_{pi+1} - t_q)}{B(t_{pi+1}, t_q) - Ru_{Fq}} \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

ここで

$$A(t) = (f_1 + f_2) - 2f_2 t$$

$$B(t_1, t_2) = (f_1 + f_2)(t_1 - t_2) - f_2(t_1^2 - t_2^2)$$

C . 3 (1 , K , 1 , 1)振動 ($K \geq 2$) mode A

• $(v_{Fpi}, t_{pi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} 1 & -A(t_{pi}) \\ 1 - t_{pi} & -A(t_{pi})(1 - t_{pi}) - v_{Fpi} \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

• $(w_{Fo}, x_{Fo}) \rightarrow (u_{Fq}, t_q)$ 写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$$[J_{bi}] = \begin{bmatrix} -\frac{t_q A(t_q)}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} + 1 & -\frac{A(t_q)}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} \\ -\frac{t_q}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} & -\frac{1}{B(t_q, 0) + w_{Fo}} \end{bmatrix} \quad (C.8)$$

• $(u_{Fq}, t_q) \rightarrow (v_{Fr1}, t_{r1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$$[J_{ci}] = \begin{bmatrix} -R^2 \left\{ \frac{(t_{r1} - t_q)A(t_{r1})}{B(t_{r1}, t_q) - Ru_{Fq}} - 1 \right\} & -R \left\{ \frac{(t_{r1} - t_q)A(t_q) - Ru_{Fq}}{B(t_{r1}, t_q) - Ru_{Fq}} A(t_{r1}) - A(t_q) \right\} \\ \frac{R(t_{r1} - t_q)}{B(t_{r1}, t_q) - Ru_{Fq}} & \frac{A(t_q)(t_{r1} - t_q)}{B(t_{r1}, t_q) - Ru_{Fq}} \end{bmatrix} \quad (C.9)$$

• $(v_{Fr1}, t_{r1}) \rightarrow (v_{Frj}, t_{rj})$ ($j = 2 \sim K-1$) 写像のヤコビアン $[J_{dij}]$

$$[J_{dij}] = \begin{bmatrix} R^2 \left\{ \frac{(t_{rj} - t_{rj-1})A(t_{rj})}{B(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1}} - 1 \right\} & -R \left\{ \frac{(t_{rj} - t_{rj-1})A(t_{rj-1}) + v_{Frj-1}}{B(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1}} A(t_{rj}) - A(t_{rj-1}) \right\} \\ -\frac{t_{rj} - t_{rj-1}}{B(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1}} & \frac{(t_{rj} - t_{rj-1})A(t_{rj-1}) + v_{Frj-1}}{B(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1}} \end{bmatrix} \quad (C.10)$$

• $(v_{FrK-1}, t_{rK-1}) \rightarrow (v_{Fpi+1}, t_{pi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ei}]$

$$[J_{ei}] = \begin{bmatrix} R^2 \left\{ \frac{(t_{pi+1} - t_{rK-1})A(t_{pi+1})}{B(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1}} - 1 \right\} & -R \left\{ \frac{(t_{pi+1} - t_{rK-1})A(t_{rK-1}) + v_{Frj-1}}{B(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1}} A(t_{pi+1}) - A(t_{rK-1}) \right\} \\ -\frac{t_{pi+1} - t_{rK-1}}{B(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1}} & \frac{(t_{pi+1} - t_{rK-1})A(t_{rK-1}) + v_{FrK-1}}{B(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1}} \end{bmatrix} \quad (C.11)$$

ここで

$$A(t) = (f_1 + f_2) - 2f_2 t$$

$$B(t_1, t_2) = (f_1 + f_2)(t_1 - t_2) - f_2(t_1^2 - t_2^2)$$

付録 D

カップリング構造圧縮機における各状態 変数間の写像のヤコビアン

D . 1 (J,1,0,1)振動

• $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo1}, x_{Fo1}, w_{Mo1}, x_{Mo1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} -(f_1 + f_2) + 2f_2 t_{pi} & 0 & 1 & 0 \\ (1 - t_{pi})\{2f_2 t_{pi} - (f_1 + f_2)\} - v_{Fpi} & 1 & 1 - t_{pi} & 0 \\ \{-(f_3 - f_1) + 2f_2 t_{pi}\} / \mu & 0 & 0 & 1 \\ (1 - t_{pi})\{2f_3 t_{pi} - (f_3 - f_1)\} / \mu - v_{Fpi} & 1 & 0 & 1 - t_{pi} \end{bmatrix} \quad (D.1)$$

• $(w_{Fo1}, x_{Fo1}, w_{Mo1}, x_{Mo1}) \rightarrow (w_{FoJ}, x_{FoJ}, w_{MoJ}, x_{MoJ})$ 写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$$[J_{bi}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ J-1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & J-1 & 1 \end{bmatrix} \quad (D.2)$$

• $(w_{FoJ}, x_{FoJ}, w_{MoJ}, x_{MoJ}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$$[J_{ci}] = \begin{bmatrix} -\frac{t_{pi+1}}{A} & -\frac{1}{A} & \frac{t_{pi+1}}{A} & \frac{1}{A} \\ -\frac{B}{A}t_{pi+1} & -\frac{B}{A} & \frac{C}{A}t_{pi+1} & \frac{C}{A} \\ 1 - \frac{E}{A}t_{pi+1} & -\frac{E}{A} & \frac{E}{A}t_{pi+1} & \frac{E}{A} \\ 1 - \frac{D}{A}t_{pi+1} & -\frac{D}{A} & \frac{D}{A}t_{pi+1} & \frac{D}{A} \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

・ $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{di}]$

$$[J_{di}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu R}{\mu+1} & \frac{\mu(1+R)}{\mu+1} \\ 0 & 0 & \frac{R+1}{\mu+1} & \frac{\mu-\mu R}{\mu+1} \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

ここで、

$$A = \left\{ (\mu+1)f_1 + (\mu f_2 - f_3)(1 - t_{pi+1}) \right\} t_{pi+1} / \mu + (w_{FoJ} - w_{MoJ})$$

$$B = \frac{\left\{ (f_3 - f_1) - f_3 t_{pi+1} \right\} t_{pi+1}}{\mu} + w_{MoJ}$$

$$C = (f_1 + f_2) t_{pi+1} - f_2 t_{pi+1}^2 + w_{FoJ}$$

$$D = \frac{(f_3 - f_1) - 2f_3 t_{pi+1}}{\mu}$$

$$E = (f_1 + f_2) - 2f_2 t_{pi+1}$$

D . 2 (1,1,1,1)振動

• $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} -A(t_{pi}) & 0 & 1 & 0 \\ -(1-t_{pi})A(t_{pi}) - v_{Fpi} & 1 & 1-t_{pi} & 0 \\ -B(t_{pi}) & 0 & 0 & 1 \\ -(1-t_{pi})B(t_{pi}) - v_{Fpi} & 1 & 0 & 1-t_{pi} \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

• $(w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$(w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_A]$ と $(t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_B]$ の組み合わせである。従って、

$$[J_{bi}] = [J_B][J_A] \quad (D.6)$$

ここで

$$[J_A] = \begin{bmatrix} -\frac{t_q}{E} & -\frac{1}{E} & \frac{t_q}{E} & \frac{1}{E} \\ -\frac{D(t_q, 0) + w_{Mo}}{E} t_q & -\frac{D(t_q, 0) + w_{Mo}}{E} & \frac{C(t_q, 0) + w_{Fo}}{E} t_q & \frac{C(t_q, 0) + w_{Fo}}{E} \\ 1 - \frac{A(t_q)}{E} t_q & -\frac{A(t_q)}{E} & \frac{A(t_q)}{E} t_q & \frac{A(t_q)}{E} \\ 1 - \frac{B(t_q)}{E} t_q & -\frac{B(t_q)}{E} & \frac{B(t_q)}{E} t_q & \frac{B(t_q)}{E} \end{bmatrix} \quad (D.7)$$

$$[J_B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu R}{1+\mu} & \frac{\mu(1+R)}{1+\mu} \\ 0 & 0 & \frac{1+R}{1+\mu} & \frac{\mu-R}{1+\mu} \end{bmatrix} \quad (D.8)$$

・ $(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi})$ 写 像 の ヤ コ ビ ア ン $[J_C]$ と
 $(t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi}, u_{Mpi}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ への写像 $[J_D]$ の組み合わせである。従
 って、

$$[J_{ci}] = [J_D][J_C] \quad (D.9)$$

ここで、

$$[J_C] = \begin{bmatrix} F_q(t_{pi+1}, t_q) & 0 & -G_q(t_{pi+1}, t_q) & G_q(t_{pi+1}, t_q) \\ \{C(t_{pi+1}, t_q) + v_{Fq}\} F_q(t_{pi+1}, t_q) & 1 - \{C(t_{pi+1}, t_q) + v_{Fq}\} & \{C(t_{pi+1}, t_q) + v_{Fq}\} \\ -\{A(t_q)(t_{pi+1} - t_q + v_{Fq})\} & \times G_q(t_{pi+1}, t_q) + (t_{pi+1} - t_q) & \times G_q(t_{pi+1}, t_q) \\ A(t_{pi+1}) F_q(t_{pi+1}, t_q) - A(t_q) & 0 & -A(t_{pi+1}) G_q(t_{pi+1}, t_q) + 1 & A(t_{pi+1}) G_q(t_{pi+1}, t_q) \\ B(t_{pi+1}) F_q(t_{pi+1}, t_q) - C(t_q) & 0 & -B(t_{pi+1}) G_q(t_{pi+1}, t_q) & B(t_{pi+1}) G_q(t_{pi+1}, t_q) + 1 \end{bmatrix}$$

(D.10)

$$[J_D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu R}{\mu+1} & \frac{\mu(1+R)}{\mu+1} \\ 0 & 0 & \frac{R+1}{\mu+1} & \frac{\mu-\mu R}{\mu+1} \end{bmatrix} \quad (D.11)$$

ここで

$$A(t) = (f_1 + f_2) - 2f_2 t$$

$$B(t) = \{(f_3 - f_1) - 2f_3 t\} / \mu$$

$$C(t_1, t_2) = (f_1 + f_2)(t_1 - t_2) - f_2(t_1^2 - t_2^2)$$

$$D(t_1, t_2) = \{(f_3 - f_1)(t_1 - t_2) - f_3(t_1^2 - t_2^2)\} / \mu$$

$$E = C(t_q, 0) - D(t_q, 0) + w_{Fo} - w_{Mo}$$

$$F_q(t_1, t_2) = \frac{A(t_2) - B(t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}$$

$$G_q(t_1, t_2) = \frac{t_1 - t_2}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}$$

D . 3 (1,K,1,1)振動 ($K \geq 2$) mode A

• $(t_{pi}, x_{pi}, v_{Fpi}, v_{Mpi}) \rightarrow (w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo})$ 写像のヤコビアン $[J_{ai}]$

$$[J_{ai}] = \begin{bmatrix} -A(t_{pi}) & 0 & 1 & 0 \\ -(1-t_{pi})A(t_{pi}) - v_{Fpi} & 1 & 1-t_{pi} & 0 \\ -B(t_{pi}) & 0 & 0 & 1 \\ -(1-t_{pi})B(t_{pi}) - v_{Fpi} & 1 & 0 & 1-t_{pi} \end{bmatrix} \quad (D.12)$$

• $(w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_{bi}]$

$(w_{Fo}, x_{Fo}, w_{Mo}, x_{Mo}) \rightarrow (t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_A]$ と $(t_q, x_q, u_{Fq}, u_{Mq}) \rightarrow (t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq})$ 写像のヤコビアン $[J_B]$ の組み合わせである。従って、

$$[J_{bi}] = [J_B][J_A] \quad (D.13)$$

ここで

$$[J_A] = \begin{bmatrix} -\frac{t_q}{E} & -\frac{1}{E} & \frac{t_q}{E} & \frac{1}{E} \\ -\frac{D(t_q, 0) + w_{Mo}}{E} t_q & -\frac{D(t_q, 0) + w_{Mo}}{E} & \frac{C(t_q, 0) + w_{Fo}}{E} t_q & \frac{C(t_q, 0) + w_{Fo}}{E} \\ 1 - \frac{A(t_q)}{E} t_q & -\frac{A(t_q)}{E} & \frac{A(t_q)}{E} t_q & \frac{A(t_q)}{E} \\ 1 - \frac{B(t_q)}{E} t_q & -\frac{B(t_q)}{E} & \frac{B(t_q)}{E} t_q & \frac{B(t_q)}{E} \end{bmatrix} \quad (D.14)$$

$$[J_B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu R}{1+\mu} & \frac{\mu(1+R)}{1+\mu} \\ 0 & 0 & \frac{1+R}{1+\mu} & \frac{\mu-R}{1+\mu} \end{bmatrix} \quad (D.15)$$

・ $(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, v_{Fr1}, v_{Mr1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ci}]$

$(t_q, x_q, v_{Fq}, v_{Mq}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, u_{Fr1}, u_{Mr1})$ 写像のヤコビアン $[J_C]$ と $(t_{r1}, x_{r1}, u_{Fr1}, u_{Mr1}) \rightarrow (t_{r1}, x_{r1}, v_{Fr1}, v_{Mr1})$ 写像のヤコビアン $[J_D]$ の組み合わせである。従って、

$$[J_{ci}] = [J_D][J_C] \quad (D.16)$$

ここで

$$[J_C] = \begin{bmatrix} F_q(t_{r1}, t_q) & 0 & -G_q(t_{r1}, t_q) & G_q(t_{r1}, t_q) \\ \{C(t_{r1}, t_q) + v_{Fq}\} F_q(t_{r1}, t_q) & 1 & -\{C(t_{r1}, t_q) + v_{Fq}\} & \{C(t_{r1}, t_q) + v_{Fq}\} \\ -\{A(t_q)(t_{r1} - t_q + v_{Fq})\} & \times G_q(t_{r1}, t_q) + (t_{r1} - t_q) & \times G_q(t_{r1}, t_q) & \\ A(t_{r1}) F_q(t_{r1}, t_q) - A(t_q) & 0 & -A(t_{r1}) G_q(t_{r1}, t_q) + 1 & A(t_{r1}) G_q(t_{r1}, t_q) \\ B(t_{r1}) F_q(t_{r1}, t_q) - C(t_q) & 0 & -B(t_{r1}) G_q(t_{r1}, t_q) & B(t_{r1}) G_q(t_{r1}, t_q) + 1 \end{bmatrix} \quad (D.17)$$

$$[J_D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu R}{\mu+1} & \frac{\mu(1+R)}{\mu+1} \\ 0 & 0 & \frac{R+1}{\mu+1} & \frac{\mu-\mu R}{\mu+1} \end{bmatrix} \quad (D.18)$$

・ $(t_{rj-1}, x_{rj-1}, v_{Frj-1}, v_{Mrj-1}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, v_{Frj}, v_{Mrj})$ 写像のヤコビアン $[J_{dij}]$ ($j = 2 \sim K-1$)

$(t_{rj-1}, x_{rj-1}, v_{Frj-1}, v_{Mrj-1}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, u_{Frj}, u_{Mrj})$ 写像のヤコビアン $[J_E]$ と $(t_{rj}, x_{rj}, u_{Frj}, u_{Mrj}) \rightarrow (t_{rj}, x_{rj}, v_{Frj}, v_{Mrj})$ への写像 $[J_D]$ の組み合わせで $[J_D]$ は式 (D.18)

と同じである。従って

$$[J_{dij}] = [J_D][J_E]$$

ここで

$$[J_E] = \begin{bmatrix} F_{j-2}(t_{rj}, t_{rj-1}) & 0 & -G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) & G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) \\ \left\{ C(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1} \right\} F_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) & 1 & -\left\{ C(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1} \right\} & \left\{ C(t_{rj}, t_{rj-1}) + v_{Frj-1} \right\} \\ -\left\{ A(t_{rj-1})(t_{rj} - t_{rj-1} + v_{Frj-1}) \right\} & & \times G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) + (t_{rj} - t_{rj-1}) & \times G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) \\ A(t_{rj})F_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) - A(t_{rj-1}) & 0 & -A(t_{rj})G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) + 1 & A(t_{rj})G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) \\ B(t_{rj})F_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) - C(t_{rj-1}) & 0 & -B(t_{rj})G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) & B(t_{rj})G_{j-1}(t_{rj}, t_{rj-1}) + 1 \end{bmatrix} \quad (D.19)$$

• $(t_{rK-1}, x_{rk-1}, v_{FrK-1}, v_{MrK-1}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_{ei}]$

$(t_{rK-1}, x_{rk-1}, v_{FrK-1}, v_{MrK-1}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi+1}, u_{Mpi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_F]$ と

$(t_{pi+1}, x_{pi+1}, u_{Fpi+1}, u_{Mpi+1}) \rightarrow (t_{pi+1}, x_{pi+1}, v_{Fpi+1}, v_{Mpi+1})$ 写像のヤコビアン $[J_D]$ の組み合

わせで $[J_D]$ は式 (D.18) と同じである。従って、

$$[J_{ei}] = [J_D][J_F] \quad (D.20)$$

ここで

$$[J_F] = \begin{bmatrix} F_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) & 0 & -G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) & G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) \\ \left\{ C(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1} \right\} F_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) & 1 & -\left\{ C(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1} \right\} & \left\{ C(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + v_{FrK-1} \right\} \\ -\left\{ A(t_{rK-1})(t_{pi+1} - t_{rK-1} + v_{Fp}) \right\} & & \times G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + (t_{pi+1} - t_{rK-1}) & \times G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) \\ A(t_{pi+1})F_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) - A(t_{rK-1}) & 0 & -A(t_{pi+1})G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + 1 & A(t_{pi+1})G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) \\ B(t_{pi+1})F_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) - C(t_{rK-1}) & 0 & -B(t_{pi+1})G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) & B(t_{pi+1})G_{K-1}(t_{pi+1}, t_{rK-1}) + 1 \end{bmatrix} \quad (D.21)$$

ここで

$$A(t) = (f_1 + f_2) - 2f_2 t$$

$$B(t) = \left\{ (f_3 - f_1) - 2f_3 t \right\} / \mu$$

$$C(t_1, t_2) = (f_1 + f_2)(t_1 - t_2) - f_2(t_1^2 - t_2^2)$$

$$D(t_1, t_2) = \left\{ (f_3 - f_1)(t_1 - t_2) - f_3(t_1^2 - t_2^2) \right\} / \mu$$

$$F_q(t_1, t_2) = \frac{A(t_2) - B(t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}$$

$$G_q(t_1, t_2) = \frac{t_1 - t_2}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Fq} - v_{Mq}}$$

$$F_{j-1}(t_1, t_2) = \frac{A(t_2) - B(t_2) + v_{Frj-1} - v_{Mrj-1}}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Frj-1} - v_{Mrj-1}}$$

$$G_{j-1}(t_1, t_2) = \frac{t_1 - t_2}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{Frj-1} - v_{Mrj-1}}$$

$$F_{K-1}(t_1, t_2) = \frac{A(t_2) - B(t_2) + v_{FrK-1} - v_{MrK-1}}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{FrK-1} - v_{MrK-1}}$$

$$G_{K-1}(t_1, t_2) = \frac{t_1 - t_2}{C(t_1, t_2) - D(t_1, t_2) + v_{FrK-1} - v_{MrK-1}}$$

付録 E

ロータ間シール点位置の作図方法

スクリュ歯形は任意の歯形関数、およびその創成関数で構成されている。創成関数の計算過程から歯形関数とシール点位置の幾何学的関係を導出する。

E . 1 創成関数の計算方法

一般に ψ を助変数とする曲線群の式を

$$K(x, y, \psi) = 0 \quad (E . 1)$$

とすると、創成関数 $\{x(\psi), y(\psi)\}$ は以下の連立方程式の解で表される[42]。

$$\begin{cases} K(x, y, \psi) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \psi} K(x, y, \psi) = 0 \end{cases} \quad (E . 2)$$

$$(E . 3)$$

E . 2 スクリュ歯形の座標系

図 E . 1 は歯形関数の創成関数を計算するための座標系を示す。ここで、2つのスクリュ歯形を歯形Aと歯形Bとする。各歯形はピッチ円（一点鎖線）のみを示している。

ここで次のように記号を定義する。

xy 座標 : 歯形Aの中心を原点とした歯形Aに固定された座標

XY 座標 : 歯形Bの中心を原点とした歯形Bに固定された座標

- O : xy 座標の原点 (歯形 A 中心)
 O' : XY 座標の原点 (歯形 B 中心)
 r_A : 歯形 A のピッチ円半径
 r_B : 歯形 B のピッチ円半径

通常、歯形 A と歯形 B の中心位置 O 、 O' は固定され、歯形 A と歯形 B のピッチ円が滑らないように互いに反対方向に回転するが、ここでは歯形 A を固定して歯形 B が歯形 A の回りをピッチ円が滑らないように回転することを考える。

E . 3 歯形関数とシール点位置の幾何学的関係

歯形 B 上に固定された歯形関数 K とその創成関数のシール点 (接触点) 位置の幾何学的関係を求める。

E . 3 . 1 歯形 B 上の歯形関数の動き

図 E . 1 において、歯形 B 上に固定された歯形関数を $K(X, Y) = 0$ とする。歯形 A と歯形 B のピッチ円が滑らずに回転した場合の歯形関数 K の創成関数が歯形 A 上の歯形形状となる。

歯形 B の中心は x 軸上にある。歯形 B の中心がこの位置から歯形 A の回りを反時計方向に角度 ψ 回転する場合を考える。すると歯形 B は から に移動し、歯形関数 $K(X, Y) = 0$ は歯形 B と共に から に移動する。

E . 3 . 2 xy 座標と XY 座標の関係

歯形 B (XY 座標) は歯形 A (xy 座標) に対して次式で表す角度だけ回転する。

$$\zeta = (r_A + r_B)\psi / r_B \quad (E . 4)$$

これは歯形 A、B の中心を固定した場合、歯形 A が時計方向に角度 ψ 、歯形 B が反時計方向に

角度 $r_A \psi / r_B$ 回転したことに相当する。

xy 座標と XY 座標は以下のような関係がある。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_A + r_B) \cos \psi \\ (r_A + r_B) \sin \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varsigma & -\sin \varsigma \\ \sin \varsigma & \cos \varsigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (\text{E} . 5)$$

または

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varsigma & \sin \varsigma \\ -\sin \varsigma & \cos \varsigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - (r_A + r_B) \cos \psi \\ y - (r_A + r_B) \sin \psi \end{bmatrix} \quad (\text{E} . 6)$$

E . 3 . 3 関数 $K(X, Y) = 0$ の創成関数

歯形関数 $K(X, Y) = 0$ は式 (E . 6) を用いて、次式で表され (x, y, ψ) の関数となる。

$$K(X, Y) = K\{X(x, y, \psi), Y(x, y, \psi)\} = 0 \quad (\text{E} . 7)$$

つまり、 xy 座標からみると $K(X, Y) = 0$ は ψ を助変数とする曲線群の式となる。式 (E . 2)、(E . 3) によりこれらの曲線群の創成関数が計算され、歯形 A の歯形関数となる。

式 (E . 3) を以下のように変形する。

$$\frac{\partial}{\partial \psi} K\{X(x, y, \psi), Y(x, y, \psi)\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial K}{\partial X} & \frac{\partial K}{\partial Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \psi} \\ \frac{\partial Y}{\partial \psi} \end{bmatrix} \quad (\text{E} . 8)$$

式 (E . 8) の右辺 $\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \psi} & \frac{\partial Y}{\partial \psi} \end{bmatrix}^T$ は式 (E . 6) を ψ で偏微分して式 (E . 5) を代入すると、

次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \psi} \\ \frac{\partial Y}{\partial \psi} \end{bmatrix} = \frac{r_A + r_B}{r_B} \left\{ \begin{bmatrix} Y \\ -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r_B \sin(\varsigma - \psi) \\ -r_B \cos(\varsigma - \psi) \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{E} . 9)$$

以上から $K(X, Y) = 0$ の創成関数は次の連立方程式を解くことにより得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} K(X, Y) = 0 \\ \left[-\frac{\partial K}{\partial Y} \quad \frac{\partial K}{\partial X} \right] \begin{bmatrix} X + r_B \cos\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right) \\ Y - r_B \sin\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right) \end{bmatrix} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (E.10) \\ (E.11) \end{array}$$

E.3.4 シール点座標

式 (E.10)、(E.11) により歯形 B に固定された歯形関数 $K(X, Y) = 0$ の XY 座標における創成関数が導き出される。これらの式を解くと、X、Y は ψ の関数で次式のように表される。

$$\left. \begin{array}{l} X = X(\psi) \\ Y = Y(\psi) \end{array} \right\} \quad (E.12)$$

式 (E.12) は歯形 B が歯形 A の周りを ψ 回転した場合の XY 座標における歯形関数 $K(X, Y) = 0$ とその創成関数のシール点（接触点）座標を表している。そのため、式 (E.10) は歯形関数そのもので、その創成関数との接触点は歯形関数 $K(X, Y) = 0$ 上にあることを意味する。次に式 (E.11) の意味を考える。

E.3.5 方程式のベクトル表示

式 (E.11) は次のように書ける。

$$\left[-\frac{\partial K}{\partial Y} \quad \frac{\partial K}{\partial X} \right] \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -r_B \cos\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right) \\ r_B \sin\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right) \end{bmatrix} = 0 \quad (E.13)$$

ここで、以下のようにベクトルを定義する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \left[-\frac{\partial K}{\partial Y}, \frac{\partial K}{\partial X} \right] \\ \bar{b} &= [X, Y] \\ \bar{c} &= \left[-r_B \cos\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right), r_B \cos\left(\frac{r_A}{r_B} \psi\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (E.14)$$

すると、式(E.13)は次式のようになる。

$$\bar{a} \cdot (\bar{b} - \bar{c}) = 0 \quad (E.15)$$

E.3.6 各ベクトルの関係

式(E.15)は $\bar{a}$ と $\bar{b} - \bar{c}$ が直角であることを意味する。 $\bar{a}$ 、 $\bar{b}$ 、 $\bar{c}$ の関係を図E.2に示す。この図は歯形Bを示している。横軸はX座標、縦軸はY座標である。 C' は式(E.13)を満足する点、つまりXY座標における歯形関数 $K(X, Y) = 0$ とその創成関数のシール点を表している。式(E.10)から C' は $K(X, Y) = 0$ 上にある。また、各ベクトルは次のことを表している。

$\bar{a}$: 点 C' における $K(X, Y) = 0$ の接線ベクトル

$\bar{b}$: $\overrightarrow{O'C'}$

$\bar{c}$: O' を通りX軸に対して $(180 - r_A \psi / r_B)$ の角度傾いた直線と歯形Bのピッチ円の交点を点Tとした場合、 $\overrightarrow{O'T}$

$\bar{b} - \bar{c} = \overrightarrow{TC'}$ であるから、 $\overrightarrow{TC'}$ が点 C' において $K(X, Y) = 0$ の法線となることを意味している。

E.4 シール点の作図方法

この関係を用いてシール点の作図方法について述べる。図E.3は図E.1における歯形A、歯形Bの位置(歯形が回転していない位置)を示している。この歯形位置から歯形Aが時計方向に角度 ψ 、歯形Bが反時計方向に角度 $r_A \psi / r_B$ 回転したときのシール点位置を式(E.

15) の関係を用いて作図する。

1) 歯形 B 中心から X 軸に対して $(180 - r_A \psi / r_B)$ の角度傾いた直線を引き、ピッチ円の交点を点 T とする。

2) 歯形関数 $K(X, Y) = 0$ 上の点から $K(X, Y) = 0$ の法線を引き、その法線が点 T を通る $K(X, Y) = 0$ 上の点を見つける。その点を C' とする。

この点 C' が XY 座標におけるシール点となる。しかし、両歯形中心を固定した場合、歯形 A は時計方向に角度 ψ 、歯形 B (XY 座標) は反時計方向に角度 $r_A \psi / r_B$ 回転するため、実際のシール点は点 C' を O' を中心に反時計方向に $r_A \psi / r_B$ の角度だけ回転した位置 C となる。

(縮閉線を用いたシール点の作図方法)

シール点の作図方法を述べたが、その方法の中で 2) つまり、 C' を見つける作図は非常に困難である。そこで歯形関数 $K(X, Y) = 0$ の縮閉線 K_e を利用する。縮閉線 K_e とは $K(X, Y) = 0$ の曲率中心の軌跡である。図 E . 4 のように $K(X, Y) = 0$ 上の任意の点から縮閉線 K_e に引いた接線は $K(X, Y) = 0$ の法線となる。この性質を利用すると、シール点は以下のように容易に作図できる。

図 E . 5 は図 E . 3 と同じであるが縮閉線 K_e (破線) を付け加えている。図 E . 5 において

1) 歯形 B 中心から X 軸に対して $(180 - r_A \psi / r_B)$ の角度傾いた直線を引き、ピッチ円の交点を点 T とする。

2) 点 T から縮閉線 K_e に接線を引き、 $K(X, Y) = 0$ との交点を C' とする。

3) 点 C' を O' を中心に反時計方向に $r_A \psi / r_B$ の角度だけ回転した位置を C とする。

点 C がシール点となる。

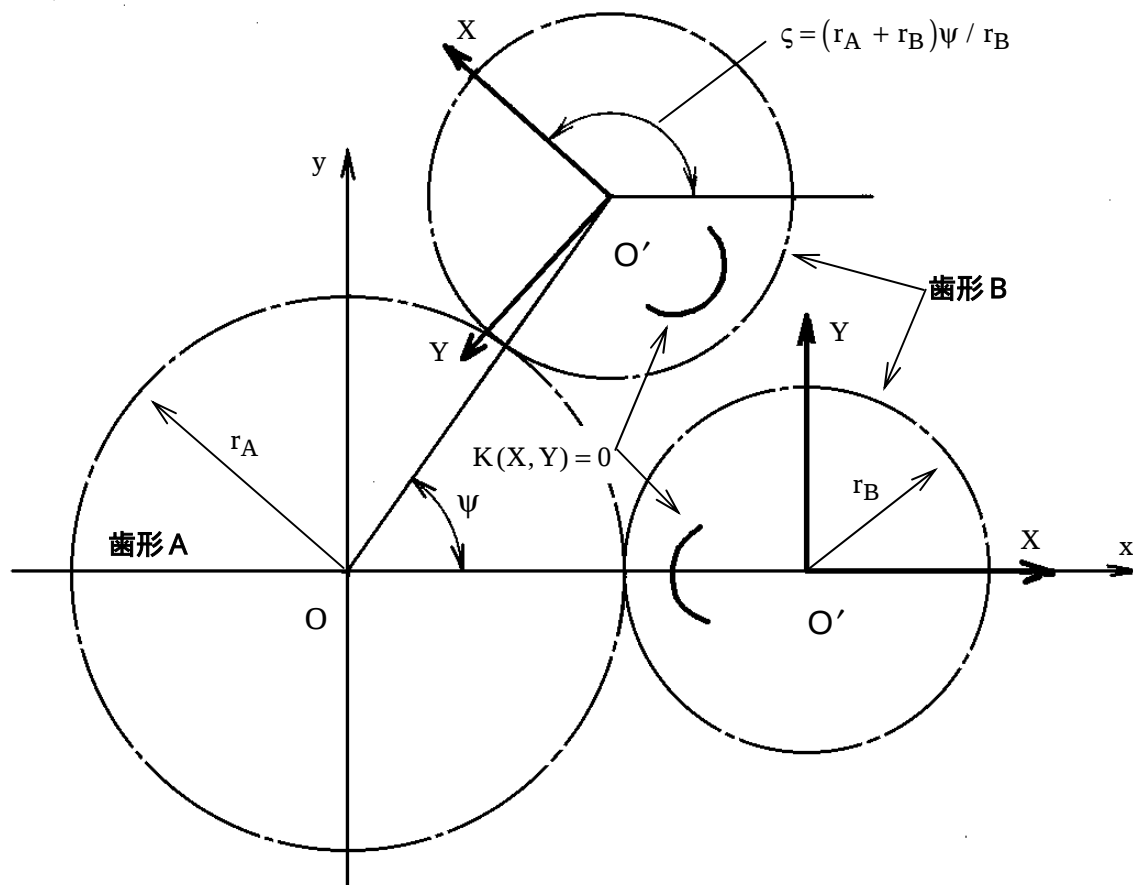


図 E . 1 スクリュ歯形座標系

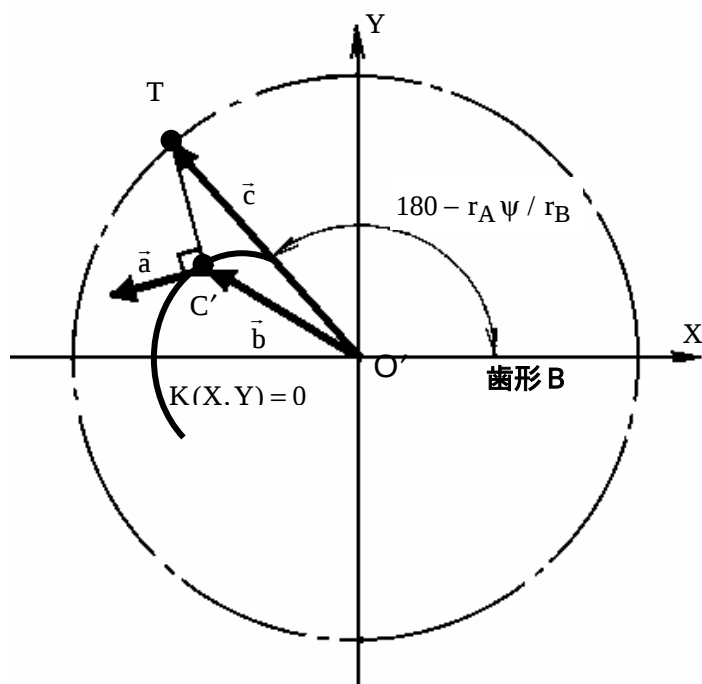


図 E . 2 各ベクトルの関係

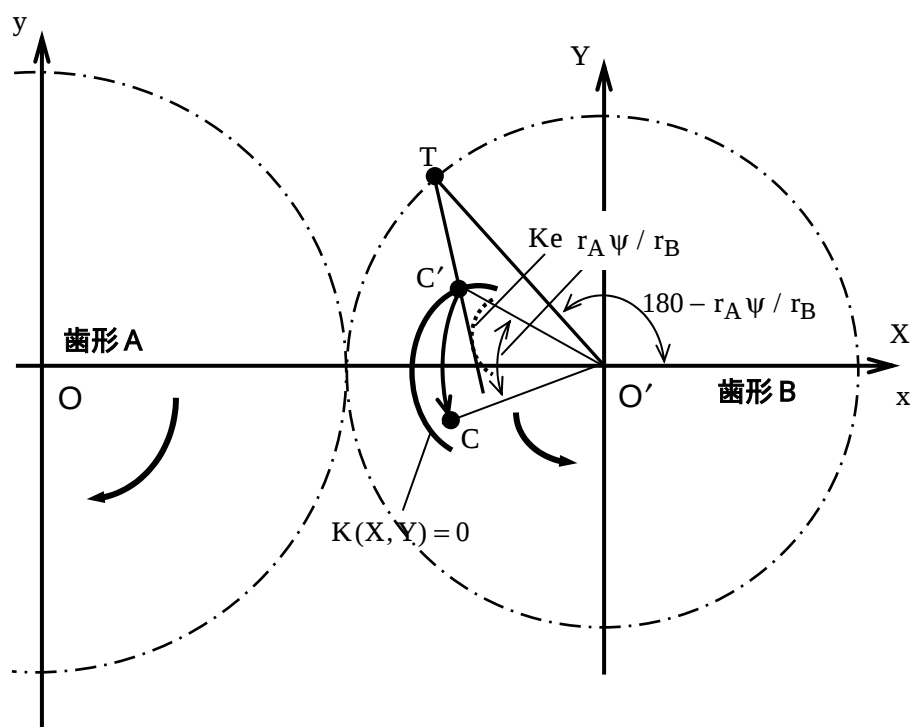


図 E . 5 縮閉線を用いたシール点の作図方法

付録 F

f_1 / f_2 を小さくすると f_3 / f_2 が小さくなる理由

一般的に f_1 / f_2 が小さくなると f_3 / f_2 が小さくなる傾向がある。これは定性的に次のように説明できる。

圧縮機の圧力条件を一定とした場合、圧縮機の動力 W は歯形形状によらず一定である。この動力は雌ロータ、および雄ロータに作用するトルクにより発生する。図 2 . 1 9 のようにロータのトルク係数は大部分の回転角で一定であるため、雌ロータ、雄ロータのトルク係数をロータ回転角によらず $\bar{T}_{FC}$ 、 $\bar{T}_{MC}$ と仮定する。

すると雌ロータに発生するトルクは次式で表される。

$$T_F = C_D^2 L \bar{T}_{FC} \sum_{i=0}^m \{P(\tau_D + 360i / N_M) - P_S\} \quad (F . 1)$$

雄ロータも同様に

$$T_M = C_D^2 L \bar{T}_{MC} \sum_{i=0}^m \{P(\tau_D + 360i / N_M) - P_S\} \quad (F . 2)$$

回転方向に作用するトルクを正としているため、圧縮機動力は次式で表される。

$$W \propto -(T_F / N_F + T_M / N_M) = -C_D^2 L (\bar{T}_{FC} / N_F + \bar{T}_{MC} / N_M) \sum_{i=0}^m \{P(\tau_D + 360i / N_M) - P_S\} \quad (F . 3)$$

一方、5.3.1(3)で述べたように f_1 / f_2 を小さくするには歯溝断面の $\ell_F k_F$ を小さくする必要がある。 $\bar{T}_{FC}$ は歯溝断面の $\ell_F k_F$ の積分値であるため、 f_1 / f_2 が小さくなると、 $\bar{T}_{FC}$ も小さ

くなる。

式(2.34)(2.36)から

$$f_3 / f_2 = T_{M2} / T_{F2} / (N_M / N_F) \propto \bar{T}_{MC} / \bar{T}_{FC} \quad (F.4)$$

である。

式(F.3)において、動力 W は一定であるため、歯数が一定の場合、 $\bar{T}_{FC}$ が小さくなると $\bar{T}_{MC}$ は大きくなる。これらの値は両方とも負の値であるため、 $\bar{T}_{FC}$ が小さくなると f_3 / f_2 の値も小さくなる。なお、歯溝圧力は歯形形状が異なっても大幅には変化しない。

以上から、 f_1 / f_2 の値が小さくなると、 f_3 / f_2 の値も小さくなる傾向がある。

参考文献

- [1]Kwang-lu Koai and Werner Soedel ,Gas pulsations in twin screw compressors Part 1 :Determination of port flow and interpretation of periodic volume source, 1990 International Compressor Engineering Conference at Purdue, p.369-377
- [2]Kwang-lu Koai and Werner Soedel ,as pulsations in twin screw compressors Part 2 :Dynamics of discharge system and its interaction with port flow ,1990 International Compressor Engineering Conference at Purdue p.378-387
- [3]長尾、湯浅、「容積形圧縮機の圧力変動に関する研究（第1報、ねじ形圧縮機の実態調査）」日本設計工学会 講演論文集 No.90(1990) p.125-130
- [4]長尾、湯浅、「容積型流体機械の発生騒音（回転圧縮機の前後における圧力変動の分布について）」日本機械学会 [No.910-41] 環境工学シンポジウム '91(1991) 講演論文集 p.525-530
- [5]丸田、竹内、柳澤、「低騒音形スクリー圧縮機の開発」日本機械学会第8会環境工学シンポジウム '98 (1998) 講演論文集 p.123-126
- [6]藤原、中村、青木、渡部、「スクリー圧縮機ロータに作用するガス荷重の計算」日本機械学会論文集 58 巻 546 号 C 編(1991) p.565-571
- [7]G.P. Adams and Werner Soedel ,Dynamic simulation of rotor contact force in twin screw compressor ,1994 International Compressor Engineering Conference at Purdue, p.439-447
- [8]田中、中村、藤原、松永、「歯車を含む伝動系の振動騒音（第1報、スクリー圧縮機のロータに作用するトルクおよびそれによるねじり振動）」日本機械学会論文集 50 巻 458 号 C 編 (1984) p.1783-1789
- [9]藤原、中村、武田、鳥越、中川、「油冷式スクリー圧縮機の部分負荷時異音防止法の研究」日本機械学会論文集 58 巻 554 号 C 編(1991) p.3156-3163
- [10]本家、吉村、井上、「スクリー圧縮機ロータ系の軸・ねじれ連成振動解析」日本機械学会論文集 58 巻 556 号 C 編(1992) p.3586-3590
- [11]Hirotaka Kameya, Masahiro Takebayashi, Masaharu Ishii and Kazuaki Shiinoki ,Investigation of torque-fluctuation reducer made of permanent-magnets for screw compressor ,1996 International Compressor Engineering Conference at purdue Vol. 1 p.13-18

- [12]C.C. Wang ,Rotational vibration with backlash: Part 1 ,Journal of Mechanical Design ,April 1978 ,Vol. 100 p.363-373
- [13]C.C. Wang ,Rotational vibration with backlash: Part 2 ,Journal of Mechanical Design ,April 1981 ,Vol. 103 p.387-397
- [14]佐藤、山本、藤代、「歯車系の動的異常現象について(周期解の分岐集合と不規則遷移現象)」日本機械学会論文集 54 巻 507 号 C 編(1988) p.2735-2740
- [15]佐藤、山本、藤代、「歯車系の動的異常現象について(軸の影響を考慮する場合)」日本機械学会論文集 57 巻 538 号 C 編(1991) p.2108-2113
- [16]佐藤、山本、三田、高津、大森、「歯車系の動的異常現象について(カオスの挙動と特徴抽出)」日本機械学会論文集 58 巻 555 号 C 編(1992) p.3386-3391
- [17]林 蔵、林 輝、山本、永嶋、木村、「平均応答法による歯車のかみあい伝達誤差の測定」精密機械 42 巻 5 号(1975) p.370-375
- [18]蔡、林、「平歯車対の回転方向振動を零とする最適歯形修正」日本機械学会論文集 57 巻 544 号 C 編(1991) p.3957-3963
- [19]蔡、「はすば歯車の歯面分離を考慮した回転方向振動解析」日本機械学会論文集 62 巻 594 号 C 編(1995) p.705-712
- [20]八幡、村松、梅本、「クラッチ戻り特性の最適化によるトランスミッションアイドル騒音低減」MAE テクニカルレポート NO.3 (2000) p.38-47
- [21]Neil. Sundt ,Computer based screw compressor rotor design system
1996 International Compressor Engineering Conference at purdue ,Vol. 1 p.169-174
- [22]Faydor L. Litvin and Pin-Hao Feng ,Computerized design , generation, and simulation of meshing of rotors of screw compressor ,Mech. Math. Theory Vol.32 No.2(1997) p.137-160
- [23]Pawan J. Singh and James L. Bowman ,Calculation of blow-hole area for screw compressor ,1990 International Compressor Engineering Conference at purdue , p.925-937
- [24]田村、川崎、白石、田中、「スクリュウ圧縮機のロータ歯形に関する研究」日本機械学会論文集 62 巻 597 号 C 編(1995) p.2005-2011
- [25]藤原、糟谷、松永、渡辺、「スクリュウ圧縮機の性能解析(第1報、幾何学的特性値の計算)」日本機械学会論文集 50 巻 452 号 B 編(1984) p.1027-1032
- [26]藤原、糟谷、松永、渡辺、「スクリュウ圧縮機の性能解析(第2報、シミュレーションプログラム)」日本機械学会論文集 51 巻 466 号 B 編(1985) p.1816-1824
- [27]藤原、糟谷、松永、渡辺、「スクリュウ圧縮機の性能解析(第3報、サンプルロータについての性能特性計算)」日本機械学会論文集 51 巻 472 号 B 編(1985)p.3954-3961
- [28]Jack Sauls ,Development of a comprehensive thermodynamic modeling system for

- refrigerant screw compressor, 1996 International Compressor Engineering Conference at purdue ,Vol.1 p.151-156
- [29]三吉、浜田、「スクリュ圧縮機の研究（指圧線図に基づく性能解析）」日本機械学会論文講演集 No.88-1506B(1988) p.1-6
- [30]松井、「新歯形ロータ採用高性能スクリュ冷凍機」冷凍 第 59 巻 685 号(1984)p.5-13
- [31]B. Sagfors ,Analytical modeling of helical screw machine for analysis and performance prediction ,1982 International Compressor Engineering Conference at purdue , p.135-137
- [32]B. Sagfors ,Computer simulation of twin screw compressor ,1984 International Compressor Engineering Conference at purdue , p.528-535
- [33]J. Inoue ,S. Miyaura and A. Nishiyama ,On the Vibrotransportation and Vibroseparation ,1968 Bulletin of JSME ,Vol.11, No.43 ,p102-106
- [34]P.J. Holmes ,The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table ,1982 Journal of Sound and Vibration ,84(2) ,p.173-189
- [35]C.N. Bapat ,S. Sankar and N. Popplewell ,Repeated impact on a sinusoidally vibration table reappraised ,1986 Journal of Sound and vibration ,108(1), p.99-115
- [36]S. Dubowsky and F. Freudenstein ,Dynamic analysis of mechanical systems with clearance, Part 1: Formation of dynamic model ,Journal of Engineering for Industry ,February 1971 p.305-309
- [37]S. Dubowsky and F. Freudenstein ,Dynamic analysis of mechanical systems with clearance, Part 2: Dynamic response ,Journal of Engineering for Industry ,February 1971 p.310-316
- [38]S.W. Show ,The dynamic of a harmonically excited system having rigid amplitude constraints, Part 1: subharmonic motions and local bifurcation. ASME J. appl. Mech.52 p.453-458(1985)
- [39]S.W. Show ,The dynamic of a harmonically excited system having rigid amplitude constraints, Part 2: chaotic motion and global bifurcation. ASME J. appl. Mech.52 p.459-464(1985)
- [40]D.B. Moore and S.W. Show ,The experimental response of an impacting pendulum system. Int. J. Non-Linear Mech. Vol.25 ,No.1 ,p1-16 ,1990
- [41]小寺、「連続体の衝突振動の解析について（第 1 報、片側衝突の場合）」日本機械学会論文集 57 巻 537 号(1991) p.1446-1451
- [42]例えば、機械工学便覧新版 3 刷(1989) ,A2-43