

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	界面間動特性の制御に基づく電動車椅子の操作性改善
Title(English)	
著者(和文)	藤井文武
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3632号, 授与年月日:2002年11月30日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3632号, Conferred date:2002/11/30, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

界面間動特性の制御に基づく 電動車椅子の操作性改善

藤井 文武*

* 山口大学工学部機械工学科
システム制御工学教育研究分野

目次

1	はじめに	5
1.1	研究の背景と目的	5
1.2	市場における電動車椅子	5
1.3	電動車椅子制御における問題点 – 本研究の背景	6
1.3.1	操作性の問題 – 界面間に存在する動特性	6
1.3.2	パラメータの不確定性に対するロバスト性能保証	9
1.3.3	操縦系に関する問題	10
1.4	本論文の構成	11
2	試作機の構成と運動方程式の導出	13
2.1	電動車椅子ダイナミクスの導出	13
2.1.1	試作機ハードウェアの構成	13
2.1.2	運動方程式の導出	15
2.2	電動車椅子ダイナミクスの非干渉化	18
2.3	数学的予備事項	21
2.3.1	位相	21
2.3.2	凸解析	21
2.3.3	複素関数, 多項式	23
2.3.4	区間行列	24
3	区間行列変動を有する行列二次システムに対して指定度数の指数収束性を保証するフィードバックコントローラの設計 [1]	25
3.1	はじめに	25
3.2	構造的な不確定性を有する行列二次システムのロバスト安定性の係数空間上での評価	26
3.3	指定度数の指数安定化を達成するフィードバック制御則の設計	29
3.4	ジョイスティック操作型電動車椅子の操作性改善問題への適用	32
3.4.1	基本的方策	32
3.4.2	区間行列変動を受ける行列二次システムに対するロバストモデルフォロ잉制御系の構成	32
3.5	実験結果と考察	34
3.5.1	ゲインの選定	34
3.5.2	実験結果	36
3.6	本節のまとめ	38

4	複素左半平面上の与円内に全零点を有する多項式係数集合の生成と区間変動 を受ける行列二次システムのロバスト D-安定化設計への応用 [2][3]	41
4.1	はじめに	41
4.2	複素左半平面上の与円に関する Marden のアルゴリズムの拡張	43
4.3	D 安定係数集合の定式化表現と l^2 D-stability radius	48
4.4	行列二次システム D 安定化設計問題の係数空間における取り扱い	51
4.4.1	区間二次多項式ロバスト D 安定化問題への帰着	51
4.4.2	係数空間における D 安定係数集合の定式化表現とロバスト D 安定化設計の定式化	52
4.5	設計例と実験結果	55
4.5.1	設計例	55
4.5.2	実験内容と結果および考察	58
4.6	まとめ	60
5	自動車運転感覚に近い電動車椅子の提案 [4]	64
5.1	はじめに	64
5.2	電動車椅子試作機の構成	65
5.3	自動車の入出力モデル	65
5.3.1	実車の並進運動応答特性	67
5.3.2	旋回運動の記述	67
5.3.3	操舵反力の算出	70
5.4	制御系の構成	71
5.4.1	加減速制御	71
5.4.2	姿勢角速度制御	72
5.4.3	試作機の運動方程式と非干渉化	72
5.4.4	制御系の構築	73
5.5	評価実験	75
5.5.1	実験 1	77
5.5.2	実験 2	78
5.6	まとめ	80
6	おわりに	81
A	電動車椅子試作機に搭載した市販機器の概要	83
B	自動車運転感覚に近い電動車椅子：参考資料	88

1 はじめに

1.1 研究の背景と目的

平成 12 年度の厚生労働省調査結果によると日本人の平均寿命 (0 歳児の平均余命) は男性 77.64 年, 女性 84.62 年と, 1965 年と比べて 10 年以上の伸びを見せており, 現在日本は世界一の長寿国となっている。これは医療技術の進歩向上によるものであり, この流れは今後も続くものと推察される。一方で晩婚化, 少子化の傾向は近年顕著なものになっており, 平成 13 年度の国勢調査結果によれば, 全人口に対して 60 歳以上の人が占める割合は実に 23.5%にも達している。つまり国民の 4 人に 1 人が高齢者という「超高齢化社会」が現実のものとなっているのである。また 18 歳以上の在宅障害者数も年々増加の傾向にあり, 厚生労働省の発表によれば平成 8 年の時点で 293 万人程度と推計されている。このような状況にあつて, 高齢者・障害者の暮らしをサポートする「福祉」は医療技術の進歩に対して立ち遅れの感が否めなかったのだが, 近年まず行政主導により法律 / 制度の整備や研究開発補助が行われ, それに呼応する形でサービス提供 / 機器開発等の民間の福祉市場が発展してきており, 現在成果が形となって表れつつある状況であると考えられる。

高齢による体運動機能の減退や衰弱そして障害は, 健常者には想像できないような日常生活における困難の原因となる。食事・排泄・入浴・衣服の着脱・寝返り・屋内の移動・外出など, 健常者にとってはごく当たり前の行為でさえ, 介助がなければ行うことができない事実と向き合いながら生活することを余儀なくされている人々が多数存在するのである。全ての福祉機器の開発はこれらの困難を少しでも軽減することを目指して行われるもので, 解決しようという問題に応じて非常に多くの種類の機器が提案されている。本研究ではその中で, 日常生活を送る上で切実な移動の困難を解消するものとして提案された電動車椅子に着目し, その操作性を制御系と操縦系の設計における工夫により改善することを第一義の目的とする。

1.2 市場における電動車椅子

国内第一号の電動車椅子は昭和 43 年に製作され [5], 以来 30 年以上に渡り研究開発が進められている。電動車椅子に関する JIS 規格が制定されたのが 1977 年であり, 87 年の改正を経て今に至っている。JIS 規格では電動車椅子は最高時速 4.5 [km/h] の屋内用, 6.0 [km/h] の屋外用に区分されている。ここ数年では, 当初から存在するオーソドックスな左右の 2 動輪に独立にモータを配置した電動車椅子に加え, 電動スクーターとでも呼ぶべき電動三 (四) 輪車 (1 つまたは 2 つのモータにより動輪を駆動するとともに, 機械的な操舵機構を介して前輪を実際に操舵することで旋回

するタイプ)が、特に足腰が弱り徒歩による移動が困難な高齢者の間で普及しつつある。経済産業省「福祉用具産業懇談会」の調査によれば1998年度における市場規模は電動車椅子が18億円、電動三(四)輪車が49億円と、合わせて手動車椅子の3割強にまで成長しており、冒頭で述べたような高齢化の社会状況を考えれば今後ますますの成長が期待されると考えられる。市場規模拡大の背景となる技術開発の活況度を特許の出願数に求めてみても1990年以降単調に増加しており、上述の社会背景を踏まえ盛んな商品開発が行われていることが確認できる。



図 1.1: 電動車椅子の典型的なハードウェア構成

項目	電動車椅子	電動三(四)輪車
構造	4輪 or 6輪	3輪 or 4輪
主たる利用者	障害者	高齢者
用途	足替わり(屋内/屋外とも)	外出補助
操縦装置	ジョイスティック	アクセルスイッチ バーハンドル

表 1.1: 電動車椅子と電動三(四)輪車の主な特徴と相違

1.3 電動車椅子制御における問題点 – 本研究の背景

1.3.1 操作性の問題 – 界面間に存在する動特性

上述のごとく普及が期待される電動車椅子であるが、装置の存在目的を考えたとき最も重要となる操作性には改善の余地がある。電動車椅子に実装すべき制御系はその進行方向速度、ジョイスティック型の場合はこれに加えて姿勢角速度を制御する速度制御系になり、制御目的は操縦装置により与えられた速度目標値に偏差なく

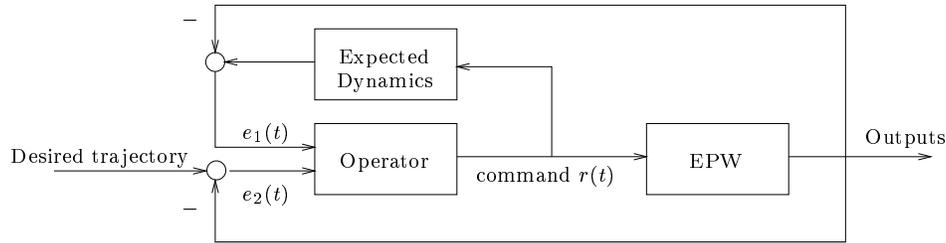


図 1.2: 電動車椅子操縦時に操縦者によって行われる信号処理

追従することとして表現される．この目標はステップ状の目標信号に対するサーボ系を設計することで達成されるが，実はそれ以外にも考慮すべき事項がある．それは，実装する制御系を原因として利用者が感じ取る装置の可操作性に関する問題である．純粋な機械系に対するサーボ設計では，装置に組み込まれたアクチュエータの性能範囲内で制御量をできるだけ早く目標値に一致させるのが通常は良いとされ，整定時間，立ち上がり時間などの設計規範を考慮してそれらの適正化を行うこともある [6]．ところが人間が搭乗する電動車椅子の速度制御では，速度応答の急峻な立ち上がりは大きな加速度の発生を意味するため，乗り手の感じる乗り心地，すなわち不快感・恐怖感を喚起しないという観点に関して言えば大きなマイナス要因である．また急峻な応答は操縦する人間に「操縦用デバイスの操作に対する応答感度が高すぎる」という感想を抱かせるものであるから，この意味でも好ましくない．

榎木 [7] は，人を内包する機械システムのユーザビリティを考える際に考慮すべき人間 - 機械系を構成する二つのインタラクションの界面の存在を指摘している．電動車椅子の操縦行為においては，それぞれ

第一界面 人とシステムの間が存在する直接的な界面で，人が直接知覚および操作できる部分．ジョイスティックの操作量が第一界面の状態を表す．

第二界面 機械システムが世界に働きかける制御部分．車輪の回転およびそれにより発生する電動車椅子の運動を記述する変数が第二界面の状態変数である．

が対応する．機械システムにおけるユーザビリティの不備とは第二界面における課題を遂行するために利用者が第一界面を意識せざるを得ないことを意味するが，これを電動車椅子の操縦行為に当てはめれば，電動車椅子における操作性の不備とは，電動車椅子の運動の状態を変化させる必要のある場面においてジョイスティックの操作そのものに意識を向けなければいけないことを意味すると考えられる．これをより詳細に理解するために，図 1.2 を考える．この図は，人が電動車椅子を操縦する際に発生している信号の流れを示したものである．まず明らかなように，電動車椅子の操縦行為において操作者である人は閉ループ系の一要素となっている．操縦

する人には「どこに行きたい」という希望があり，その希望に至るまでの道筋を経路計画する．この経路計画は走行中も絶えず行われるものである．計画された経路がトリガとなって人はジョイスティックの操作を行うが，ジョイスティックの操作量を決定するに当たっては，

1. 図 1.2 下側のフィードバックパスが表す，計画された軌道からのずれ修正に起因する操作量の導出．歩行者の追い抜きや接触回避などの経路再計画に起因するものも含む
2. 危険や不安感，恐怖感の原因となる加速時および減速時における急激な加速度の発生を抑えるために行うスティック操作の段階的変更
3. 緊急時の方向転換や非常停止

という複数要因が影響を及ぼすものと考えられる．これらの要因に対応するために利用者はスティックを操作して電動車椅子の運動状態を変更しようとするが，これは第二界面における状態変数を理想の値に保つために必要な第一界面の状態変数であるスティック操作量を決定する問題に他ならず，このために第一界面の状態と第二界面の状態の間に存在する伝達特性に関して利用者が有する知識が利用されるのは明らかである．この伝達特性のことを以下では界面間動特性と呼ぶ [8]．図 1.2 上側のフィードバックパスは，電動車椅子が有する界面間動特性が利用者の許容範囲を超えている場合に必要な修正動作を表すが，界面間動特性を原因として操作量修正の必要があるか否かを判断するにあたっては，たとえ電動車椅子の利用者がその存在を明示的に認識していなくとも同図のように判断の基準とする理想の動特性が存在すると考えるのが妥当である．以上より，界面間に介在する速度制御系を設計する立場から電動車椅子の操作性改善を図ろうとすれば，界面の状態を表す二つの変数間に利用者にとっての理想の伝達特性を設定することのできる枠組みを提供するのが効果的であると考えられる．第 3 節および第 4 節ではその実現に際し，モデルフォロイング制御系の設計方法を与える．

操作性の改善においては規範モデルの選定にも配慮が必要である．先に述べたとおり，利用者にとっての乗り心地，装置に対する安心感およびジョイスティックを意識しない容易な操縦のいずれについても発生する加速度が支配要因として考えられる．また，スティックの微小操作に対する大きな応答加速度は，特にすばやい判断と俊敏な身体動作に難があると考えられる高齢者等の装置利用において危険の原因ともなる．そこで，適度な遅れを有するモデルの中から選択することになるが，その構造は単純なもので十分であろうと思われるので，本研究では一次遅れを選択することにした．一次遅れの DC ゲインが固定された状態において過渡的に発生する

加速度の大小はその時定数により調節可能であるから，乗り手の嗜好にあわせた界面間伝達特性の実現は時定数の調整により可能となる．これについては第4節において実験結果とともに推論の妥当性を検証する．

なお，発生する加速度を下げることを目的のひとつとして，現状で市販されている電動車椅子装置の中には走行時の最高速度を時速2[km/h]程度に低く設定可能としているものも存在するが，これでは移動性が損なわれてしまうため，本稿においては一次遅れのDCゲインを変化させることについて検討の対象としない．また，単純に発生する加速度の大きさを抑制するという観点で言えば，速度立ち上がりにおいてモータへの駆動電源の供給をパルス状に印加・切断することで操作量の間引きを行う方法が提案されている[9]が，この方法では後述のダイナミクスのパラメータ変動が界面間動特性に及ぼす可能性のある悪影響が吸収できないという問題があることを指摘しておく．

1.3.2 パラメータの不確定性に対するロバスト性能保証

電動車椅子は，特に障害者への処方にあたっては改造等を行うこともありうるが，基本的には規格に則って大量生産されるものである．一方電動車椅子は利用者が乗って利用するものだから，利用者の体重の大小は系の応答特性に影響を与えるのだが，製造段階でこれを知ることは不可能である．従って，むしろ不特定多数に購入されることを前提に予め変動の幅を見積もっておき，その範囲内であれば所定の性能が確実に実現できるよう制御系設計の段階で考慮しておくべきであると考えられる．製造におけるばらつきにより物理パラメータ値の変動が想定される場合でもその範囲を見積もることは可能なので，同様に事前に考慮しておく必要がある．電動車椅子の制御系において想定されるこのような変動は全てモデル構造の変動ではなく，モデルに含まれるパラメータ値の区間変動として記述すべきもので，具体的には状態空間においてはシステム行列の成分の区間変動として，伝達関数領域においては伝達関数の係数の区間変動として表すことができる．電動車椅子の速度制御系設計にあたっては，このようなパラメータの区間変動に対して前述の「理想の界面間動特性の装置への付与」をロバストに実現するロバスト性能問題の解設計法を構築することが要求される．

本研究では，特に係数空間と呼ばれる領域[10][11]においてこの設計問題に解を与えることを目指した検討を行った．ここで係数空間とは，制御対象の伝達関数もしくは制御系の特性多項式の係数のみを取り出して並べて出来たベクトルが構成する適当な次元の空間を表す．係数空間における個々の係数はシステムを構成する物理パラメータの関数として与えられるため，個々のパラメータが変動した際の係数

空間における変動の構造が明確である。これは、実際の物理システムの制御系設計および解析を検討する上で大きな利点となる。また、物理システムを状態空間表現しようとするときある一つのパラメータの変動がシステム行列全体の成分に影響を与えるような不確定性の拡散が発生する場合があるが、係数空間においては最小にとどめることが可能であるなどの特徴を有する。

1978年に発表された Kharitonov の定理 [12] 以来係数空間においてパラメータ変動に対するロバスト安定解析 / 設計に関する研究が精力的に行われてきたが、直接的に設計のことを意図した検討はあまり多くなく、解析論では大きな意味を持つ数々の結果も設計においてはサブツールとしての位置づけにならざるを得なかったきらいがある。本研究では、そのような区間変動が過渡特性に与える影響の排除を意図した制御系設計法として、「指定度数の安定度の付与」「ロバスト D 安定化」の各指標を満たすような制御法の検討を行った。このうち特に「ロバスト D-安定化」に関して、極配置目標領域を実軸上に中心を有する複素左半平面の円とする場合に、該円内に全零点を有する多項式係数が多項式次数と等しい n 個の連立不等式により代数的に表現されることを示し、その表現に基づいてコントローラの設計を行う方法を与えた。

1.3.3 操縦系に関する問題

高齢となつてからの電動車椅子の利用における最大の障壁は、操縦装置がジョイスティックであるということである。著者らは本研究のために高齢者を被験者とするジョイスティック車椅子の試走実験を相当回数行ってきたが、その際複数の被験者からジョイスティックに関する嫌悪感・不安感とも言うべき感想を聞いてきた。彼らにとって電動車椅子という装置自体はじめて試乗するものであったことに加え、ジョイスティックもはじめて見て触るため体感的にわからないものであったことが、言い知れぬ不安感を増大させる要因となったのかも知れない。このような状況の改善には、不安感を抱かせないような馴染みのある、見慣れた操縦装置を採用することにより、装置に対する親しみやすさを演出することが何より効果的である。本研究でもこのような観点から、条件付きではあるが大多数の高齢者にとって親しみやすく、使いはじめの不安や操作習熟負荷の低減を期待できる新しい電動車椅子の提案を行うことにする。

1.4 本論文の構成

以上述べたとおり，本論文では，想定すべき区間パラメータ変動要因に対して操縦用デバイスの操作入力から応答出力までの界面間動特性に理想伝達特性の付与を達成可能とする枠組みを与えるロバストモデル規範制御の設計法を中心として，電動車椅子の操作性改善を図ることを目的とした検討を行った．第5節で提案する自動車運転感覚に近い電動車椅子を除いた以下の全ての制御系設計は，左右独立な動輪を有する2モータ型の電動車椅子に適用することを前提としており，操縦装置にはアナログ型の2軸ジョイスティックを用いることを想定しているが，段階切り替え式の速度スイッチを有する電動三(四)輪車の速度制御系についても応用可能で同様の効果が期待されるものであることは言うまでもない．また各設計における個々の安定化手法や解析結果は，区間変動を受ける行列をシステム行列とする行列二次システムというクラスに属する全てのシステムに対して有効であることにも注意しておく．

本論文の構成を以下に述べる．まず次節では，本稿で扱う2モータ型電動車椅子の運動方程式の導出を行う．そしていくつかの仮定の下適切な制御則を用いることで，乗り手の体重変動やモデルに含まれる他の物理パラメータの区間変動に対してロバストにダイナミクスの非干渉化が達成されることを示す．また以降の議論において必要となるいくつかの定義や既知の結果を簡潔にまとめる．

第3節では，システム行列が対称区間行列として記述される行列二次システムのうち状態数と入力数が等しいものを対象とし，指定度数での状態の指数収束性をシステム行列に想定すべき区間不確定性に対してロバストに保証するフィードバック制御系の設計について検討する．ついでその結果をジョイスティック操作型電動車椅子の操作性改善を目指したロバストモデルフォロイングコントローラの設計に応用する方法について示す．また，試作機を用いた実験により提案したコントローラの性能について確認した．

第4節では，まず複素左半平面の与円内部に全零点を有するような多項式の係数が存在可能な領域の係数空間における定式化表現の導出について検討し，これがデジタル制御論における Jury の安定判別法の理論的背景を与える Marden のアルゴリズムの簡易な拡張により達成されることを示す．またこの結果の応用例として，与えられたノミナルD安定な多項式の l^2 -D安定半径の計算が等式拘束下での関数最小化問題として定式化できることを示し，その数値例を与える．さらには関連して，ロバストD安定区間多項式族の l^2 -D安定半径の最小値を与える係数値に関する命題を示し，その証明を与える．

ついでこの「D-安定係数集合の定式化表現」を利用した，区間変動を有する行列二次システムのロバストD-安定化問題の解設計について検討を行う．その結果，閉

ループ系のロバスト D 安定化を達成するフィードバックゲインの選択範囲が 16 個の非線形連立不等式の解空間として表されることを示し，それを利用して 3 節と同様のモデルフォロイング制御系誤差ダイナミクス of ロバスト D 安定化を行う数値例を与える．そして設計結果を踏まえた走行実験の結果を示し，界面間動特性の制御に基づく電動車椅子の操作性改善という提案手法の妥当性について検証を行う．

以上の検討は既存のジョイスティック型電動車椅子の操作性改善を意図したものであったが，第 5 節では界面間動特性の付与という考え方の拡張として，新たに「自動車運転感覚に近い電動車椅子」の提案を行う．この電動車椅子では操縦装置として自動車と同一のハンドル・ペダルを採用し，装置の利用者がジョイスティックに対して有する不安感とわかりにくさの解消を目指す．加えて制御における操作用デバイスから車椅子の応答までの界面間動特性の規範として自動車のそれを選択するとともに，ハンドル操舵時の操舵反力をフィードバックする機構を搭載することで，操作時の感覚が自動車運転感覚を再現するものとなるよう配慮している．また評価実験の結果を踏まえて，想定するユーザ層について提案した電動車椅子が有する操縦しやすさについての優位性について検証を行う．

最後に，本研究の内容総括と，得られた結果を踏まえた今後の課題について第 6 節でまとめる．

2 試作機の構成と運動方程式の導出

2.1 電動車椅子ダイナミクスの導出

2.1.1 試作機ハードウェアの構成

本研究を行うに先立ち，評価実験を行うためのプラットフォームとして電動車椅子を試作した．試作した電動車椅子から椅子を除いた本体フレーム部を上から撮影した写真を図 2.1 に示す．本試作機は左右の動輪（図中では上下）に対してそれぞれに独立にギヤ付モータを配置した 2 モータ型の電動車椅子である．フレームは長方形の枠中空パイプと鋼板により形成されており，制御用の補機類やバッテリーはこのフレームから吊り下げる形で搭載されている．市販の電動車椅子同様，キャスト配置には駆動輪の前に 2 個設置する 4 輪構造と，駆動輪の前後に各 2 個ずつ設置する 6 輪構造の二通りの選択肢が存在するが，加減速時に発生しウイリー等の原因になるモーメントを打ち消し搭乗者に不安感を与えないためには前後ともにキャストを設置するのが望ましいことから，図のとおり 6 輪構造を採用することとした．なお，電動車椅子の JIS 規格には段差状の障害物の踏破能力に関する規定が存在することから，それを満たすべく 4 つのキャスト部分に簡易サスペンション機構を持たせ，キャストが接地面の凹凸に応じて鉛直方向に可動となるようにしている．

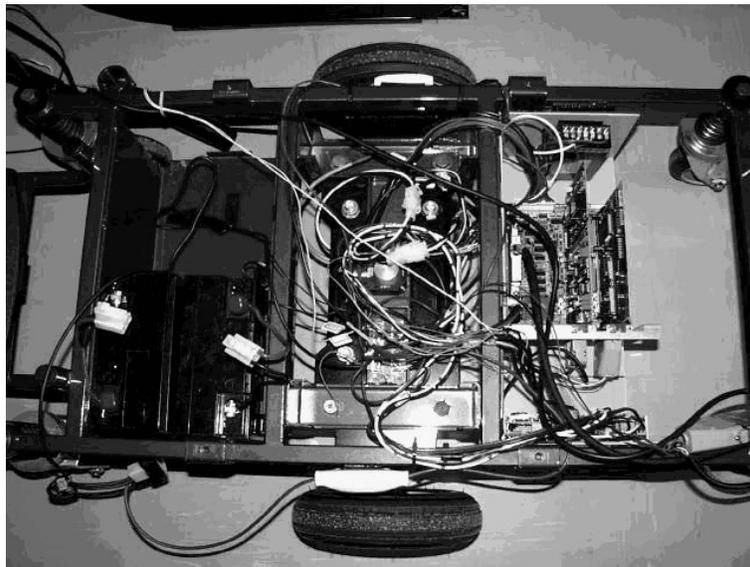


図 2.1: 試作した電動車椅子の本体フレーム部を上方から写した写真

次に試作機における計測制御系の信号の流れを，まず第 3 節および第 4 節で考察の対象とするジョイスティックを操縦用デバイスに有する電動車椅子について説明

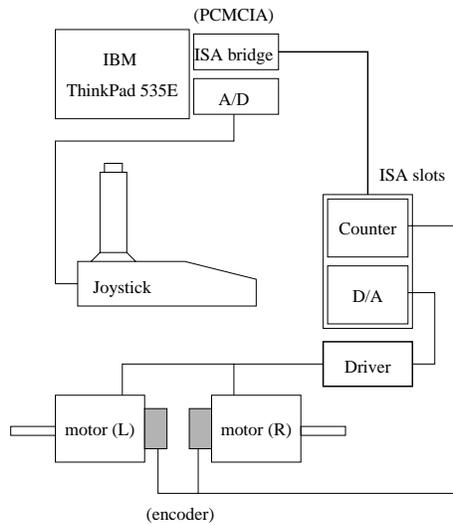


図 2.2: ジョイスティック操作型電動車椅子試作機での信号結線図

する．図 2.2 のとおり，計測制御系は市販のノート型 PC を軸とするシステム構成になっている．ジョイスティックは市販の PC ゲーム用 2 軸ジョイスティックの筐体を流用して構成した位置読み取り型 (PSJ)[13] のものである．操縦者により与えられる進行方向速度・角速度目標値は，ジョイスティックの 2 軸に対応して設置されている 2 個のポテンショメータの電圧出力として，10bit の A/D 変換器を介して読み取られる構造になっている．この A/D 変換器には PCMCIA カード型のものを利用している．ノート PC のもう一つの PCMCIA スロットには PCMCIA to ISA バスブリッジを接続し，他端に ISA バックプレーンを接続することで ISA バス規格の計測制御用ボードを接続可能とした．動輪駆動用の 2 個のモータには 2 相式のロータリエンコーダが接続されており，このエンコーダのパルス出力を ISA スロット上の 24bit up/down カウンタで処理することでモータの回転角度と回転方向が計測可能になっている．モータの駆動には市販の小型モータドライバを採用した．このドライバはトルク (電流)，位置，速度の 3 つの制御モードを有しているが，今回は全ての実験を通してこれをトルク制御モードに設定し，モータの発生トルクが操作量であるという前提でモデリングと制御則の導出を行っている．モータドライバへのトルク指令値はアナログ電圧で与える必要があるため，ISA スロットに 12bit の D/A 変換ボードもインストールし，これをノート PC で実行される制御プログラムから駆動できるように設定している．

第 5 節で提案する「自動車運転感覚に近い電動車椅子」では，その操縦装置として一般的な自動車に採用されているものと同じのものを用意したため，装置構成が一部異なる．その機器構成を図 2.3 に示す．2 軸のジョイスティックに替えて操縦用

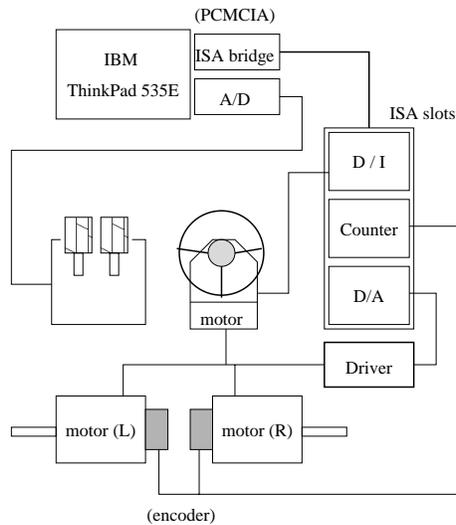


図 2.3: 「自動車運転感覚に近い電動車椅子試作機」での信号結線図

デバイスとしてハンドル及び速度調整用ペダルを用意した。ペダルの回転軸にはポテンショメータが設置されており、この踏み込み量を A/D 変換器で読み取る部分についてはジョイスティックの場合と同様である。一方ハンドル回転軸には 10bit のアブソリュートエンコーダを設置し、その出力を ISA バス上のデジタル入力ボードを介して読み取ることで操舵角の検出を行った。またこのハンドルには操舵反力フィードバック用の DC モータとギヤユニットも組み込まれており、動輪駆動用のモータと同様トルク制御モードに設定されたモータドライバを介してその発生トルクが制御可能になっている。また 2 つの押しボタンスイッチをハンドルそばに設置し、停止状態からこれらの押しボタンスイッチを操作した場合に限り電動車椅子がその場で右 (左) 旋回をするようにプログラミングを行った。

なお図中には現れていないが、ノート PC を除く全ての機器の駆動用電源として、12[V]20[Ah] のバッテリー 2 個を搭載している。ISA バスやエンコーダ等の駆動には 5[V] の電源も必要となるが、これは DC/DC コンバータを搭載することで生成した。これはジョイスティック型、ハンドル・ペダル型とも共通である。なお用いた装置の仕様等に関する情報は付録 A にまとめたので必要があれば参照されたい。

2.1.2 運動方程式の導出

電動車椅子試作機ダイナミクスの導出に当たり利用する記号とその意味は表 2.1 と図 2.4 のとおりである。また、電動車椅子の駆動用モータ及び付属のギヤユニットは左右で同一の物理特性を有し、電機子と車輪等の慣性モーメントや摩擦係数値

M	Mass of EPW including the operator
J	Moment of Inertia of EPW around z -axis
J_a	Moment of Inertia of the armature of the motor
c_a	Viscous friction of the motor bearing
J_w	Moment of Inertia of a driving wheel
c_w	Viscous friction coefficient of a gear unit
θ_{mr}, θ_{ml}	Rotational angle of the right(left) motor axis
θ_R, θ_L	Rotational angle of the right(left) driving wheel
R	Radius of the driving wheel
L	Distance between the two driving wheels
q	Ratio of a gear box ($q < 1$)
τ_R, τ_L	Torque generated by the right(left) motor

表 2.1: 電動車椅子試作機の運動方程式中に現れる記号とその意味

に差異がないことを仮定しておく．すると左右の駆動用モータの運動を支配する運動方程式は

$$\begin{aligned} J_a \ddot{\theta}_{mr} + c_a \dot{\theta}_{mr} + T_R &= \tau_R \\ J_a \ddot{\theta}_{ml} + c_a \dot{\theta}_{ml} + T_L &= \tau_L \end{aligned} \quad (2.1)$$

で与えられる．ここで T_R と T_L はギヤユニット等がモータ出力軸に及ぼす負荷トルクを表す．同様に駆動輪のダイナミクスは

$$\begin{aligned} J_w \ddot{\theta}_R + c_w \dot{\theta}_R + u_r &= T_{FR} \\ J_w \ddot{\theta}_L + c_w \dot{\theta}_L + u_l &= T_{FL} \end{aligned} \quad (2.2)$$

で与えられる．ただし T_{FR} と T_{FL} は出力軸に伝達されたトルクを表し， u_r と u_l で電動車椅子駆動にかかる負荷トルクを表現する．一方，仮想仕事の原理より

$$\begin{aligned} T_R \theta_{mr} &= T_{FR} \theta_R \\ T_L \theta_{ml} &= T_{FL} \theta_L \end{aligned} \quad (2.3)$$

が成り立つ．モータ出力軸と駆動輪の間にはギヤ比 q ($q < 1$) のギヤボックスが存在するので，

$$\begin{aligned} \theta_R &= q \theta_{mr} \\ \theta_L &= q \theta_{ml} \end{aligned} \quad (2.4)$$

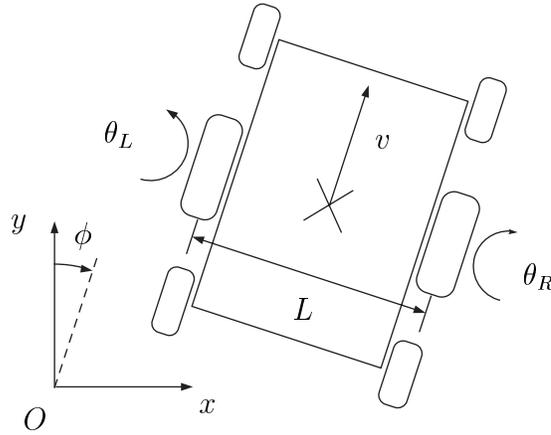


図 2.4: 2 モーター型電動車椅子の運動解析に使用する座標系の設定

なる関係が成り立つから，式 (2.2)(2.3)(2.4) を式 (2.1) に代入すれば，次式が得られる．

$$\left(\frac{1}{q}J_a + qJ_w\right)\ddot{\theta}_R + \left(\frac{1}{q}c_a + qc_w\right)\dot{\theta}_R + qu_r = \tau_R \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{1}{q}J_a + qJ_w\right)\ddot{\theta}_L + \left(\frac{1}{q}c_a + qc_w\right)\dot{\theta}_L + qu_l = \tau_L$$

左右のタイヤにより推進力を与えられる質量 M ，重心回りの慣性モーメント J を有する電動車椅子の運動方程式は，時計方向を正の回転方向として

$$\begin{cases} M \frac{d}{dt} \left\{ \frac{R}{2}(\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \right\} = \frac{1}{R}(u_r + u_l) \\ J \frac{d}{dt} \left\{ -\frac{R}{L}(\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L) \right\} = \frac{L}{2R}(-u_r + u_l) \end{cases} \quad (2.6)$$

で与えられるから，これを連立して u_r と u_l について解けば

$$\begin{aligned} u_r &= \left\{ \frac{1}{4}MR^2 + \left(\frac{R}{L}\right)^2 J \right\} \ddot{\theta}_R + \left\{ \frac{1}{4}MR^2 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 J \right\} \ddot{\theta}_L \\ u_l &= \left\{ \frac{1}{4}MR^2 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 J \right\} \ddot{\theta}_R + \left\{ \frac{1}{4}MR^2 + \left(\frac{R}{L}\right)^2 J \right\} \ddot{\theta}_L \end{aligned} \quad (2.7)$$

のように求めることができるので，最終的な電動車椅子の運動方程式はモータの発生トルク τ_R, τ_L を入力として，以下の行列微分方程式で表現できることがわかる．

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{1}{q}J_a + qJ_w + q\left(\frac{1}{4}MR^2 + J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) & q\left(\frac{1}{4}MR^2 - J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) \\ q\left(\frac{1}{4}MR^2 - J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) & \frac{1}{q}J_a + qJ_w + q\left(\frac{1}{4}MR^2 + J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_R \\ \ddot{\theta}_L \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \frac{1}{q}c_a + qc_w & 0 \\ 0 & \frac{1}{q}c_a + qc_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

今後，(2.8)のように状態について2次の線形時不変な微分方程式であり，その係数が正方定数行列として記述できるシステムを特に行列二次システムと表記することにする．行列二次システムの係数行列に区間行列変動を考慮した上で収束性に関するロバスト性能を保証するコントローラを設計する問題は本論文の第3節および第4節において検討される．

一方観測方程式は， v を図 2.4 のような電動車椅子の進行方向速度， $\dot{\phi}$ を姿勢角速度として次式のように与えられる．

$$y = \begin{bmatrix} v \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ -R/L & R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_R \\ \dot{\theta}_L \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

以下，計算表記の簡素化を行うため， a, b, c でそれぞれ以下の量を表すものとする．

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{q}J_a + qJ_w + q\left(\frac{1}{4}MR^2 + J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) \\ b &= q\left(\frac{1}{4}MR^2 - J\left(\frac{R}{L}\right)^2\right) \\ c &= \frac{1}{q}c_a + qc_w \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2 電動車椅子ダイナミクスの非干渉化

先に述べたとおり，ジョイスティック型電動車椅子に対する制御系設計の目的は2つの観測変数である v と $\dot{\phi}$ およびジョイスティックの2入力の間独立なダイナミクスを付与することにある．また，第5節で提案する「自動車運転感覚に近い電動車椅子」においても，操作用デバイス入力から並進速度及び姿勢角速度応答までのそれぞれについて入出力ダイナミクスのマッチングを行うため，あらかじめ式 (2.8)(2.9) で表される電動車椅子ダイナミクスの非干渉化を行うのが都合が良い．ところがこ

れも既に述べたとおり考慮すべき物理パラメータ変動が存在するため，直接的に非干渉化を行うことができない．パラメータ変動はいくつかの理由によりもたらされる．まずは電動車椅子が大量販売される装置であるという理由で，全国に散在する多くの利用者の体重がそれぞれ異なるということ，また製造時のばらつきや使用環境の差などに起因する不確定性も存在する．しかしながら，これらの変動は有界であることは自明であるから，実際の取り扱いにおいては事前に想定できるある区間内での変動として捉えておき，それに対する対策を講じれば十分である．従って先の a, b, c についても

$$\underline{a} \leq a \leq \bar{a}, \quad \underline{b} \leq b \leq \bar{b}, \quad \underline{c} \leq c \leq \bar{c}.$$

と仮定しておく．これらの下界もしくは上界値は一意に定まらないものであるが，後の設計手順での影響を考慮し過度に保守的な見積もりとならないよう注意が必要である．

以上の準備の下，以下に与える特別なゲイン選定により， a, b, c の不確定性によらずダイナミクスの非干渉化がロバストに達成されることを示す．

補題 1 (パラメータの不確定性に対するロバスト非干渉化) 制御則

$$\begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} = Fx + G\omega \quad (2.11)$$

$$F = \text{diag}(f, f) \quad (2.12)$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{b}) & -\frac{1}{2}(\hat{a} - \hat{b}) \\ \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{b}) & \frac{1}{2}(\hat{a} - \hat{b}) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

により，システム (2.8)(2.9) のダイナミクスは a, b, c の不確定性に関してロバストに非干渉化される．ここで $x = [\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L]^T$ は状態を， $\omega = [\omega_v, \omega_\phi]^T$ が新しい入力を表し， f が求めるべき安定化ゲイン， \hat{a}, \hat{b} で (2.10) で規定される変数 a, b のノミナル慣性パラメータ値に対応するノミナル値を表す．

証明)

記述を簡略化するため，式 (2.8)(2.9) に現れる係数行列を以下のように略記する．

$$J_c = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}, \quad D_c = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}, \quad C_c = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ -R/L & R/L \end{bmatrix}$$

また $\boldsymbol{u} = [\tau_R, \tau_L]^T$ で指令入力のベクトルを表すとする．すると制御則 (2.11) に対してシステム (2.8) (2.9) は次のように表すことができる．

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= J_c^{-1}(-D_c + F)\boldsymbol{x} + J_c^{-1}G\boldsymbol{\omega} \\ y &= C_c\boldsymbol{x}\end{aligned}\quad (2.14)$$

検討している電動車椅子系の場合， C_c は既知の正則な定数行列であるから， $\boldsymbol{x} = C_c^{-1}y$ を式 (2.14) に代入すれば

$$\dot{y} = C_c J_c^{-1}(-D_c + F)C_c^{-1}y + C_c J_c^{-1}G\boldsymbol{\omega}.\quad (2.15)$$

なる表現式が得られる．ここで F と G が式 (2.12)(2.13) で与えられることに注意すれば，上式右辺第 1 項と第 2 項係数行列の直接計算によって，

$$\begin{aligned}C_c J_c^{-1}(-D_c + F)C_c^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{f-c}{a+b} & 0 \\ 0 & \frac{f-c}{a-b} \end{bmatrix} \\ C_c J_c^{-1}G &= \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cdot \frac{\hat{a} + \hat{b}}{a+b} & 0 \\ 0 & \frac{R}{L} \cdot \frac{\hat{a} - \hat{b}}{a-b} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

が成り立つことが確認できる．従って，新しい入力変数 $\boldsymbol{\omega}$ から y までの伝達関数 $P(s)$ は

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cdot \frac{\hat{a} + \hat{b}}{a+b} & 0 \\ s + \frac{c-f}{a+b} & \\ 0 & \frac{R}{L} \cdot \frac{\hat{a} - \hat{b}}{a-b} \\ & s + \frac{c-f}{a-b} \end{bmatrix}.\quad (2.16)$$

で与えられることがわかる．

式 (2.16) で与えられる非干渉化後の伝達関数行列には， a, b, c の不確定性に対応して 2 つの区間伝達関数が含まれることがわかる．なお， c が既知であるとして良い場合， $f = c$ と選ぶことで積分型非干渉化が達成されることに注意しておく．

2.3 数学的予備事項

ここでは、本論文の設計論検討を行う上で必要となる予備的事項のうち、特に数学的な予備知識についてまとめる。

2.3.1 位相

定義 1 (n 次元開球 OB^n , 開半球 H^n [14][15]) $\rho(o, x)$ で n 次元ユークリッド空間における原点と点 x の間の距離を表すとする。 n 次元開球 OB^n とは、

$$OB^n = \{x | \rho(o, x) < 1\} \quad (2.17)$$

で定義される開球を指す。また n 次元開半球 H^n とは

$$H^n = \{x = (x_1, \dots, x_n) | \rho(o, x) < 1, x_n \geq 0\} \quad (2.18)$$

を満たす集合を指す。

定義 2 (位相同型) X, Y を位相空間であるとする。 X と Y が位相同型 (ホメオモルフィック) であるとは、 X を Y の上に写す連続で開写像である全単射が存在することである。

定義 3 (内点, 境界点, 内部, 境界) 点 $x \in V$ が n 次元実数空間上の集合 V の内点であるとは、 x を中心とし n 次元開球 OB^n と位相同型な集合 $\Delta_r(x)$ が存在し、かつ $\Delta_r(x) \in V$ を満たすことである。また点 $y \in V$ が同様に n 次元開半球 H^n と位相同型な近傍を持つ場合、 y を V の境界点という。

内点の集合を集合 V の内部と呼び、 V° で表すことがある。また境界点の集合を同様に境界と呼び、 ∂V のように表記する。

2.3.2 凸解析

定義 4 (凸集合, 凸包) n 次元ユークリッド空間 R^n の部分空間 X が、

$$\forall x, y \in X (x \neq y) \rightarrow \alpha x + (1 - \alpha)y \in X (\alpha \in [0, 1]) \quad (2.19)$$

を満たすとき、 X を凸集合という。また、ある集合 Y を含む最小の凸集合のことを、集合 Y の凸包という。

定義 5 (ポリトープ) n 次元ベクトル空間において, 生成点と呼ばれる一連のベクトル $\mathbf{p}_i \in \mathbf{R}^n$ ($i = 1, 2, \dots, \ell$) が構成する凸包をポリトープという. ポリトープ Π が \mathbf{p}_1 から \mathbf{p}_ℓ の生成点により構成される場合

$$\Pi = \text{conv}\{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_\ell\} \quad (2.20)$$

と表記する. なお生成点とは, ℓ 個より少ない点からなるポリトープがもはやもとの凸包とは一致しないような点の集合を指す. 与えられたポリトープに対してこの点の数 ℓ は一意に定まる.

定義 6 (重心座標) n 次元アフィン空間 E^n において, 独立な $n + 1$ 個の点 A_0 から A_n を取り, 1 点 O からこれらの点への位置ベクトルを $\mathbf{a}_0, \dots, \mathbf{a}_n$ で表す. このとき, 任意の点 $z \in E^n$ は

$$z = O + \sum_{j=0}^n \lambda_j \mathbf{a}_j, \quad \left(\sum_{j=0}^n \lambda_j = 1 \right) \quad (2.21)$$

なる数の組 $(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n)$ で表される. これを E^n の重心座標 (*barycentric coordinate*) という.

定義 7 (多項式ポリトープ) 必ずしも生成点とは限らない有限個の多項式係数ベクトルから生成される凸包を, 多項式ポリトープという. つまり, $P_i(s)$ を固定係数の実多項式として

$$P(s) = \lambda_1 P_1(s) + \dots + \lambda_n P_n(s) \\ \lambda_i \geq 0, \quad \sum \lambda_i = 1$$

で記述される族を表す.

区間パラメータ変動を有する制御系の設計解析においては, \mathbf{p} を適切な次元 ℓ のユークリッド空間における超直方体内部を変動するベクトル, $\delta_i(\mathbf{p})$ ($i = 1, \dots, n$) を \mathbf{p} の affine な関数として

$$\delta(s, \mathbf{p}) = \delta_0(\mathbf{p}) + \delta_1(\mathbf{p})s + \dots + \delta_n(\mathbf{p})s^n \quad (2.22)$$

なる形を有する不確定多項式を頻繁に扱う. この (2.22) 式が多項式ポリトープを形成することは, 次のようにして確認できる.

$$\delta(\mathbf{p}) = [\delta_0(\mathbf{p}), \delta_1(\mathbf{p}), \dots, \delta_n(\mathbf{p})]^T$$

とおくと, δ_i が \mathbf{p} の affine な関数であるから

$$\delta(\mathbf{p}) = \delta^0 + \mathbf{F}\mathbf{p}$$

である. \mathbf{p} に重心座標を導入すれば, \mathbf{p} の変動直方体の端点座標を \mathbf{p}_k ($k = 1, \dots, 2^\ell$) として

$$\mathbf{p} = \sum_{k=1}^{2^\ell} \lambda_k \mathbf{p}_k \quad (\lambda_k \geq 0, \sum_{k=1}^{2^\ell} \lambda_k = 1)$$

で表されるので,

$$\begin{aligned} \delta(\mathbf{p}) &= \delta^0 + \mathbf{F}\mathbf{p} = \delta^0 + \mathbf{F} \sum_{k=1}^{2^\ell} \lambda_k \mathbf{p}_k \\ &= \sum_{k=1}^{2^\ell} \lambda_k (\delta^0 + \mathbf{F}\mathbf{p}_k) \end{aligned} \quad (2.23)$$

なる表現が得られ,

$$P_k(s) \triangleq [1, s, \dots, s^n] (\delta^0 + \mathbf{F}\mathbf{p}_k) \quad (2.24)$$

と置くことで, もともとの多項式族 (2.22) が多項式ポリトープを形成することが理解される.

2.3.3 複素関数, 多項式

定義 8 (D 安定性) n 次多項式

$$f(s) = a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n$$

が全零点を複素平面上の領域 D の内部に有するとき, $f(s)$ は D 安定であるという.

定義 9 (区間多項式, 頂点多項式) 変動する係数を有する多項式族

$$f(s, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n, \quad (\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T \in \mathbf{R}^{n+1})$$

で, 特に係数ベクトル \mathbf{a} の要素が互いに独立にある区間上を変動するとき, すなわち

$$\mathbf{a} = [a_0, \dots, a_n]^T \in \mathbf{R}^{n+1}, \quad a_i \in [\underline{a}_i, \bar{a}_i] \quad \forall i \quad (2.25)$$

と表されるとき, $f(s, \mathbf{a})$ を区間多項式という. また区間多項式族の要素多項式で, 特に各係数を変動の端点値のいずれかに固定して得られる 2^{n+1} 個の固定係数多項式を, その区間多項式族の頂点多項式もしくは端点多項式という.

定義 10 (Kharitonov 領域 [16]) 区間多項式族 $f(s, a)$ の領域 D に対する D 安定性について以下の命題が成り立つとき, 領域 D を Kharitonov 領域であるという.

命題

区間多項式がロバスト D 安定であるための必要十分条件は, その区間多項式の端点多項式が D 安定となることである.

定理 1 (Rouché の定理 [15]) $P(z)$ と $Q(z)$ は単純閉曲線 C の内部で解析的で, C 上で連続かつ

$$|P(z)| < |Q(z)| \quad \text{on } C \tag{2.26}$$

が成り立つとする. この時 $F(z) = P(z) + Q(z)$ は C の内部に $Q(z)$ と同数の零点を有する.

本論文では特に $P(z)$ と $Q(z)$ がともに多項式の場合についての Rouché の定理が重要となる.

2.3.4 区間行列

定義 11 (区間行列) ある行列 A が区間行列であるとは, 成分値に変動を有する行列 A の (i, j) 成分 a_{ij} の変域に下界 p_{ij} と上界 q_{ij} が存在して

$$p_{ij} \leq a_{ij} \leq q_{ij}$$

を満たすことをいう. $P_{ij} = \{p_{ij}\}, Q_{ij} = \{q_{ij}\}$ で定義される行列 P, Q を区間行列 A の端点行列という. 以下ではこのことを

$$A \in I[P, Q] \tag{2.27}$$

と表記することにする.

3 区間行列変動を有する行列二次システムに対して指定度数の指数収束性を保証するフィードバックコントローラ的设计 [1]

先に述べたように、制御対象である2モータ型電動車椅子のダイナミクスは式(2.8)のような行列二次システムとして記述することができ、かつそのシステム行列は区間行列として定式化すべきものである。本節ではまず、区間行列変動を有する行列二次システムに対して指定度数の指数収束性を保証するフィードバックコントローラ的设计問題について検討し、ついでその応用として、ジョイスティックを操縦用デバイスとして装備する電動車椅子に対するモデルフォロイングサーボ系の設計を行い、実証実験により提案したコントローラの有効性を検証することとする。

3.1 はじめに

平衡点近傍におけるロボットマニピュレータの挙動、機械構造物の振動モデルおよびRLC受動回路網など、少なくない電気・機械システムのダイナミクスが行列二次システム

$$\begin{aligned} M\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + C\dot{\boldsymbol{x}}(t) + K\boldsymbol{x}(t) &= B\boldsymbol{F}(t) \\ (M, C, K \in \mathbf{R}^{n \times n}, B \in \mathbf{R}^{n \times m}, \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n, \boldsymbol{F} \in \mathbf{R}^m) \end{aligned} \quad (3.1)$$

として表現できることが知られている。ところがこれらのシステムに対して通常の一次の状態方程式表現に書き直した後に制御系設計を行おうとすると、行列の次数が2倍になる、 M, C, K の対称性が変換後のシステム行列に反映されない等の理由で数値計算における問題が発生することが知られており[17]、行列二次システムのための、一次状態方程式への変換を経ないで済む制御系設計法が研究されてきた。近年の計算機システムの目覚ましい発展、特に演算能力が飛躍的に向上した事実を踏まえれば、オフライン計算であれば計算量の観点ではさほど問題にはならないと言えるが、それでもなお次数の拡大が計算誤差の累積という悪影響を及ぼす事実については認識しておく必要がある。

一方で、行列二次システムの定式化においてもシステム行列 M, C, K は各種の不確定要因と無縁ではなく、係数行列が区間行列であると仮定すべき場合も多いと考えられるが、単純な設定であるにも関わらず確定行列二次システムに対する先行研究での定式化では扱いにくい問題であり、この条件下での制御系設計問題に関する研究は過去あまり多くないと思われる。近年、Diwekar[18]らがこの設定下で制御系

をロバスト安定化するフィードバックコントローラを設計する問題に解を与えているが、彼らは状態空間ではなく、3次の確定行列システムの安定性解析に対応する3次区間多項式のロバスト安定性解析問題として扱う Meressi[19] と同様の考え方に基づき、多項式係数空間上でそのロバスト化を達成している。しかしながら、実機制御への適用を考えたとき、単なるロバスト安定化ではしばしば不十分であり、性能保証に関する考察が必要不可欠である。そこでここでは、そのような制御性能のうち特に過渡特性に関して指定度数の指数安定化を保証する、すなわち式 (3.1) の状態軌跡 $x(t)$ が

$$\text{Given } \alpha > 0, \exists A > 0 \quad \text{s.t.} \quad \|x(t)\| \leq Ae^{-\alpha t} \quad (3.2)$$

を満たす減衰特性を有するようなフィードバック制御系の設計を、Diwekar らの手法の延長線上で検討することとする。ただし $\|\cdot\|$ でユークリッドノルムを表す。

3.2 構造的不確定性を有する行列二次システムのロバスト安定性の係数空間上での評価

以下で考察の対象とするのは、行列二次システム (3.1) において特に $B = I$ とした n 入力のシステム

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (3.3)$$

で、かつ各係数行列が実対称区間行列として記述されるものである。つまり、

$$M \in I[P_m, Q_m], \quad C \in I[P_c, Q_c], \quad K \in I[P_k, Q_k] \quad (3.4)$$

で、各端点行列も対称行列である。まず、実対称区間行列の固有値分布に関する以下の結果を導入する。

定理 2 (Hertz[20]) s_k ($k = 1, \dots, n$) を $+1$ もしくは -1 の値を取る数とし、ベクトル

$$s_g = [s_1, s_2, \dots, s_n]$$

を考える。また、与えられた s_g に対して

$$-s_g = [-s_1, -s_2, \dots, -s_n]$$

で記述される元を s_g の補元と呼び、異なる 2 つの s_g の一方が他方の補元でないとき、それら 2 つの元は互いに独立であると呼ぶことにする。各成分が独立に $+1$ もしくは -1 の値を取るとき、 s_g 全体の集合 S_g は 2^n 個の要素を含むが、 S_g は、どの

2つの元も互いに独立であるような要素 2^{n-1} 個の集合 S_{gi} と, S_{gi} の補元の集合 S_{gd} に分解することができる. S_{gi} の元を p_i ($i = 1, 2, \dots, 2^{n-1}$) と書き, その要素を

$$p_i = [p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,n}]$$

のように表すこととする. この p_i に対応する形で, $A \in I[P_a, Q_a]$ なる n 次対称区間行列に対して, $I[P_a, Q_a]$ の要素のうち 2^{n-1} 個から構成される部分集合である最小固有値候補頂点行列 \underline{A}_i および最大固有値候補頂点行列 \overline{A}_i ($i = 1, 2, \dots, 2^{n-1}$) を次式に従って定義する.

$$\{\underline{A}_i\}_{kl} = \begin{cases} \{P_a\}_{kl} & \text{if } k = l \\ \{P_a\}_{kl} & \text{if } p_{i,k} \cdot p_{i,l} = 1 \ (k \neq l) \\ \{Q_a\}_{kl} & \text{if } p_{i,k} \cdot p_{i,l} = -1 \ (k \neq l) \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\{\overline{A}_i\}_{kl} = \begin{cases} \{Q_a\}_{kl} & \text{if } k = l \\ \{Q_a\}_{kl} & \text{if } p_{i,k} \cdot p_{i,l} = 1 \ (k \neq l) \\ \{P_a\}_{kl} & \text{if } p_{i,k} \cdot p_{i,l} = -1 \ (k \neq l) \end{cases} \quad (3.6)$$

このとき, 対称区間行列 A の最大固有値及び最小固有値を $\lambda_{\max}(A)$, $\lambda_{\min}(A)$ で記述すれば, 次式が成り立つ.

$$\exists \overline{A} \in \overline{A}_i \ (i = 1, \dots, 2^{n-1}) \ s.t. \ \lambda_{\max}(A) = \lambda_{\max}(\overline{A}) \quad (3.7)$$

$$\exists \underline{A} \in \underline{A}_i \ (i = 1, \dots, 2^{n-1}) \ s.t. \ \lambda_{\min}(A) = \lambda_{\min}(\underline{A}) \quad (3.8)$$

これにより, 対称区間行列の最大固有値及び最小固有値はそれぞれ 2^{n-1} 個の確定行列の固有値計算から決定できることがわかる. この事実を踏まえて, 行列二次システムのロバスト安定性を係数空間で評価する上での基礎となる次の補題を証明する.

補題 2 (藤井 [1][3]) システム (3.3) のシステム行列が (3.4) なる対称区間変動を受ける際に特性方程式

$$\psi(s) = \det(Ms^2 + Cs + K) \quad (3.9)$$

の零点が形成する集合を Σ_1 , 実係数区間二次多項式

$$\phi(s) = a_2s^2 + a_1s + a_0 \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= [\lambda_{\min}(M), \lambda_{\max}(M)] \\ a_1 &= [\lambda_{\min}(C), \lambda_{\max}(C)] \\ a_0 &= [\lambda_{\min}(K), \lambda_{\max}(K)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

の零点が形成する集合を Σ_2 で表すと,

$$\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \quad (3.12)$$

が成り立つ.

証明) まず M, C, K が確定実対称行列である場合を考える. (3.9) の特性方程式の $2n$ 個の零点のうちの一つを s_0 で表すと, s_0 に対応して零ベクトルではないあるベクトル $v_0 \in C^n$ が存在して

$$(Ms_0^2 + Cs_0 + K)v_0 = 0 \quad (3.13)$$

が成り立つ. 上式の両辺に左から v_0^* を作用させると, 次式が得られる.

$$(v_0^* M v_0) s_0^2 + (v_0^* C v_0) s_0 + (v_0^* K v_0) = 0 \quad (3.14)$$

これは左辺の多項式が s_0 という零点を持つことを表している. ここで以下の二つの場合を考える.

1. s_0 が複素数の場合

(3.14) の左辺は M, C, K が実対称行列であることを考慮すれば実係数の二次多項式となる. (3.14) 式は 2 つの零点のうちの一つが s_0 であることを意味しているので, この多項式のもう一つの零点は \bar{s}_0 となる. 一方ももとの特性多項式 (3.9) も実係数多項式であるから, s_0 が零点であれば \bar{s}_0 も零点となる.

2. s_0 が実数の場合

(3.14) は実係数多項式であるから, (3.14) の残る一つの零点も実数であることが結論できるが, その値についてこれ以上言及することはできない.

(3.9) の s_0, \bar{s}_0 以外の零点 (1. の場合は $2n - 2$ 個, 2. の場合は $2n - 1$ 個) から一つの零点を選択して同様の議論を行う手続きを繰り返せば, (3.14) 式左辺の形の二次実多項式が最大 $2n$ 個得られる. もともとの特性方程式 (3.9) の零点の集合 (要素 $2n$ 個) を S_1 , 最大 $2n$ 個の多項式集合の零点が形成する集合 (要素最大 $4n$ 個) を S_2 で表せば, 上記議論から明らかに

$$S_1 \subseteq S_2 \quad (3.15)$$

が成り立つことがわかる.

次に M, C, K に変動を許す場合について, (3.4) を満足する M, C, K の要素数はもはや可算個ではないものの, ある行列の組 (M_0, C_0, K_0) については M, C, K が確定の場合と同様の結論が得られることに注意して

$$\Sigma_1 \triangleq \bigcup_{(M,C,K) \in (3.4)} S_1, \quad \Sigma_{20} \triangleq \bigcup_{(M,C,K) \in (3.4)} S_2 \quad (3.16)$$

を定義すれば

$$\Sigma_1 \subseteq \Sigma_{20} \quad (3.17)$$

となることは容易に理解できる.

一方 (3.14) 式左辺の多項式の 3 つの係数は, 行列二次システム (3.3) の固有値 s_0 に対応する固有ベクトル v_0 の関数である. この v_0 に関する依存関係を見捨てて各々の係数行列について任意の単位ベクトルに対する二次形式値の値域を考えると, その最小値と最大値が実対称係数行列の最小固有値及び最大固有値と一致するのは良く知られた事実である [21]. 従って, 係数変動の範囲を過大に見積もる overbounding が発生することにはなるが, (3.14) 左辺で M, C, K の v_0 に関する二次形式値を評価する代わりに (3.11) で定義される区間変動係数を有する区間多項式 (3.10) を考えれば, その零点が形成する集合 Σ_2 に対して

$$\Sigma_{20} \subseteq \Sigma_2 \quad (3.18)$$

なる関係式が成り立つのは自明であり, 従って題意が成り立つ.

注) (3.11) 式で定義される係数の変動幅の見積もりは, 実対称区間行列の固有値の変動幅を見積もる Hertz の結果を利用することで容易に実行できることに注意しておく.

この補題により, 区間行列変動を有する行列二次システムの特根の分布は, 対応して定められる二次の区間多項式 (3.10) (3.11) の零点集合により包含されることがわかるが, 逆にこの区間多項式の零点集合が制御性能の観点から定められる複素平面上のある領域内部に存在することが言えれば, もともとの行列二次システムの過渡応答に関する制御性能保証が可能となることが理解される. 以降の設計に関する検討ではこの観察に基づいて議論が展開される.

3.3 指定度数の指数安定化を達成するフィードバック制御則の設計

ここでは, 本節の主題である, 区間行列変動を有する行列二次システムに対して, 状態の指定度数での指数収束を保証するフィードバックコントローラの設計につい

て検討を行う．以下ではまず，本節の主たる結果である定理を示し，次いでその証明を行う．

定理 3 (区間行列変動する行列二次システムの指定度数指数安定化 [1]) 今 (3.3) 式で表される n 入力の行列二次システムの係数行列に，その対称性を保つ範囲で (3.4) なる区間行列変動を想定すべきものとする．ただし行列 M はその変動の如何によらず正定であるとする．このときスカラの定数 β_c, β_k に対してシステム (3.3) をロバスト安定化するコントローラで

$$F = -\beta_c \dot{\boldsymbol{x}} - \beta_k \boldsymbol{x} \quad (3.19)$$

の形を有するものが必ず存在し，かつ β_c, β_k をある正の実数 a に対して

$$\begin{cases} \beta_c > 2a\lambda_{\max}(M) - \lambda_{\min}(C) \\ \beta_k > -\lambda_{\min}(K) + a(\beta_c + \lambda_{\max}(C)) - a^2\lambda_{\min}(M) \end{cases} \quad (3.20)$$

を満たすように選ぶなら， \boldsymbol{x} は収束度 a の指数安定，すなわち

$$a > 0, \exists A > 0 \quad s.t. \quad \|\boldsymbol{x}(t)\| \leq Ae^{-at} \quad (\forall t \geq 0) \quad (3.21)$$

が成り立つ．

証明) 前半部分の安定化コントローラの存在に関する結論は， M の正定性についての仮定下での Diwekar の結果そのものであるからここでは省略し，後半の指数安定性の部分に絞って証明を述べる．(3.19) 式のフィードバック制御をシステムに行った結果，閉ループ系の挙動を支配する方程式は

$$M\ddot{\boldsymbol{x}} + (C + \beta_c I)\dot{\boldsymbol{x}} + (K + \beta_k I)\boldsymbol{x} = 0 \quad (3.22)$$

で与えられる線形システムである． M, C, K は有界係数行列であるから $\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}}, \ddot{\boldsymbol{x}}$ についても指数有界性が成り立つことがわかる．この事実より (3.22) 式の両辺に e^{at} ($a > 0$) を掛けてラプラス変換すると変換は収束して次式が得られる．ただし式中の s はラプラス演算子を表し， $\boldsymbol{x}(t)$ のラプラス変換を $X(s)$ と表記する．

$$\begin{aligned} & \{M(s-a)^2 + (C + \beta_c I)(s-a) + (K + \beta_k I)\}X(s-a) \\ & = M\{\dot{\boldsymbol{x}}(0) + (s-a)\boldsymbol{x}(0)\} + (C + \beta_c I)\boldsymbol{x}(0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

従って， $\psi(s)$ を

$$\psi(s) = \det \{M(s-a)^2 + (C + \beta_c I)(s-a) + K + \beta_k I\} \quad (3.24)$$

として, (3.23) より

$$X(s-a) = \frac{\text{adj}\{M(s-a)^2 + (C + \beta_c I)(s-a) + K + \beta_k I\}}{\psi(s)} \times \{M\{\dot{\mathbf{x}}(0) + (s-a)\mathbf{x}(0)\} + (C + \beta_c I)\mathbf{x}(0)\} \quad (3.25)$$

が得られる．もし $\mathbf{x}(t)$ が (3.21) の意味で指数収束するなら $X(s-a)$ は右半平面で正則である．(3.25) 式は恒等式なのでその右辺の関数は右半平面で正則である必要があるから, $\psi(s)$ は右半平面に零点を有してはいけない．逆に $\psi(s)$ が右半平面に零点を有さなければ (3.25) は右半平面で正則であるから, $\mathbf{x}(t)$ の指数安定性が保証される．ゆえに $\mathbf{x}(t)$ の指数収束性と多項式 $\psi(s)$ の全零点が左半平面にあることは同値である．

ここで先の補題 2 を踏まえれば, M, C, K に区間変動を考えた場合の特性多項式 (3.24) の零点集合は

$$\phi(s) = a_2(s-a)^2 + a_1(s-a) + a_0 \quad (3.26)$$

$$a_2 \in [\lambda_{\min}(M), \lambda_{\max}(M)] \triangleq [\underline{a}_2, \overline{a}_2]$$

$$a_1 \in [\lambda_{\min}(C), \lambda_{\max}(C)] + \beta_c \triangleq [\underline{a}_1, \overline{a}_1] \quad (3.27)$$

$$a_0 \in [\lambda_{\min}(K), \lambda_{\max}(K)] + \beta_k \triangleq [\underline{a}_0, \overline{a}_0]$$

なる区間多項式の零点集合により包含されるので, 区間多項式 (3.26) の零点が M, C, K の変動によらず全零点を左半平面に有することが言えれば設計目的が達せられることがわかる． $\phi(s)$ を降べきの順に整理すると

$$\phi(s) = \phi_2 s^2 + \phi_1 s + \phi_0$$

で

$$\begin{cases} \phi_2 \in [\underline{a}_2, \overline{a}_2] \\ \phi_1 \in [\underline{a}_1 - 2a\overline{a}_2, \overline{a}_1 - 2a\underline{a}_2] \\ \phi_0 \in [\underline{a}_0 - a\overline{a}_1 + a^2\underline{a}_2, \overline{a}_0 - a\underline{a}_1 + a^2\overline{a}_2] \end{cases}$$

となるから, ϕ_2, ϕ_1, ϕ_0 の変動の下界値が全て正になる十分条件を求めると, 設計ゲイン β_c, β_k についての条件式 (3.20) が得られる．

注) (3.20) 式で与えられるゲイン選定条件はあくまでその下限値を示すのみであり, 実際を選択する場合に注意が必要であることは言うまでもない．特に β_k を必要以上に大きく選定することは過渡的な振動, 高周波域における unmodelled truncated dynamics の誘起等好ましくない現象の原因となるため十分な検討が求められる．

3.4 ジョイスティック操作型電動車椅子の操作性改善問題への適用

3.4.1 基本的方策

以上の結果を用い，本研究の主題である電動車椅子の操作性改善を図るべく制御系の設計を行う．操作性改善の方策は第1節で述べたとおり，電動車椅子装置の利用者にとって理想の界面間動特性を装置に設定することである．著者の実使用体験や実際の使用者の意見によれば，ジョイスティック操作になじめない最大の理由は，ジョイスティック操作に対する電動車椅子の応答加速度が高く，入力操作に対する反応が敏感に感じられてしまう点にあるものと推察される．一定速度目標に対する速度追従制御系として優秀であるかどうかと，利用者が感じる「操作しやすさ」は別の評価規範であることを認識しなければならない．

ゆえに，電動車椅子制御系の設計目標は「ジョイスティック操作から応答までの界面間に適切な動特性を設定することで敏感さを解消する」とするのが妥当であると考えられる．一方で電動車椅子はJIS規格に従うものであれば最高速度は6[km/h]に過ぎず，自動車ほど運用速度域に幅がないため，理想の界面間動特性を表現する規範モデルは簡単なもので十分であると考えられる．そこでここでは，最も簡単な一次遅れをその規範モデルとして設定することにした．応答感度に相当する部分は一次遅れの時定数調節により乗り手により異なる嗜好にあわせることが可能となる．なおこの制御方策により操縦者が感じる可操作感が向上することについては，筆者の論文[8]で5名の電動車椅子操縦初心者を対象として行った試走実験における官能評価試験(採点法)の結果により確認済みである．

従って以下では特に，出荷後にユーザとなる人の体重が特定できないこと，及び使われる環境によってダイナミクスを支配するパラメータ値に変動が想定されることに起因して規範モデル出力への追従性が損なわれる可能性がある問題に対し，その一解決策として，設計段階でモータ能力やフレーム強度設計を踏まえて想定した利用者の許容体重範囲およびその他のパラメータ不確定性に関して界面間動特性の付与がロバストに実現できるよう，区間行列変動を有する行列二次システムに対する本節の設計論を応用したモデル規範制御系の構成について検討を行った

3.4.2 区間行列変動を受ける行列二次システムに対するロバストモデルフォロ잉制御系の構成

前項の検討を踏まえ，行列二次システムに対するロバストモデルフォロ잉制御系の構成方法について検討する．まず規範モデルは， $r = [u_r, u_\omega]^T$ をジョイスティックの二軸操作により与えられる電動車椅子の目標進行方向速度 / 姿勢角速度，

$\mathbf{y}_r = [v_r, \omega_r]^T$ をその状態として

$$M_r \dot{\mathbf{y}}_r + D_r \mathbf{y}_r = D_r \mathbf{r} \quad (3.28)$$

で与えられるとする． M_r, D_r はそれぞれ 2×2 の正定対角行列で，操作インピーダンスを表現するモデルの仮想質量と仮想ダンピングを表現する行列である．一方電動車椅子の運動方程式を行列二次システムのフォーマットで記述したものは(2.8)に示したとおりであるが，ここでは左右の駆動系粘性係数が異なる場合を扱うため

$$C = \begin{bmatrix} C_R & 0 \\ 0 & C_L \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

とおいた上で，これを以下のように表す．

$$J \dot{\mathbf{x}}_n + C \dot{\mathbf{x}}_n = \tau \quad (3.30)$$

なお J, C は区間対称行列となるのは前述のとおりであり，状態ベクトル $\mathbf{x}_n = [\theta_R, \theta_L]^T$ ，モータへのトルク指令入力を $\tau = [\tau_R, \tau_L]^T$ で表現している．実際の制御出力は $y = [v, \omega]^T$ であり， \mathbf{x}_n との間には式(2.9)で与えられる観測行列の逆行列として定義される T を介して

$$T y = \mathbf{x}_n \quad (3.31)$$

なる関係式が成り立つから，これを(3.30)に作用させれば

$$T^T J T \dot{y} + T^T C T y \triangleq \tilde{J} \dot{y} + \tilde{C} y = T^T \tau \triangleq u \quad (3.32)$$

なる運動方程式が得られる． J, C はともに対称行列であったから \tilde{J}, \tilde{C} も対称行列となることに注意しておく．以下，規範モデル(3.28)出力とプラント(3.32)出力との追従誤差が従う誤差ダイナミクスを導出し，その追従偏差を0に収束させるコントローラ u の構成を検討する．

追従偏差として

$$e \triangleq \mathbf{y}_r - y$$

を定義すると， e は以下のダイナミクスに従うことがわかる．

$$\tilde{J} \dot{e} + \tilde{C} e = -u - (\tilde{J} M_r^{-1} D_r - \tilde{C}) \mathbf{y}_r + \tilde{J} M_r^{-1} D_r \mathbf{r} \quad (3.33)$$

区間行列 \tilde{J}, \tilde{C} に対してそのノミナル行列を \tilde{J}_n, \tilde{C}_n で表記し， u を

$$-u = w + (\tilde{J}_n M_r^{-1} D_r - \tilde{C}_n) \mathbf{y}_r - \tilde{J}_n M_r^{-1} D_r \mathbf{r} \quad (3.34)$$

で与えると, (3.33) は

$$\begin{aligned}\tilde{J}\dot{e} + \tilde{C}e &= w + (\tilde{J}_n - \tilde{J})M_r^{-1}D_r(\mathbf{y}_r - \mathbf{r}) - (\tilde{C}_n - \tilde{C})\mathbf{y}_r \\ &= w + \Delta\end{aligned}\quad (3.35)$$

となる. ただし w は, 誤差ダイナミクスの安定化を図るための新しい入力である. Δ は制御入力計算に用いた公称値と実パラメータ値の相違に起因する誤差項であるが, ジョイスティックをステップ状に操縦することの多い通常の電動車椅子の利用状況を考えれば $\Delta \rightarrow \text{const.}(t \rightarrow \infty)$ としてよい. そこで定常状態においてユーザの進行方向速度 / 角速度指令値と電動車椅子の走行状態の間に偏差が生じないように

$$w = -\beta_c e - \beta_k \int_0^t e(s) ds \quad (3.36)$$

なる PI 制御則を導入した. これにより閉ループ系のダイナミクスは

$$\tilde{J}\dot{e} + (\tilde{C} + \beta_c I)e + \beta_k \int_0^t e ds = \Delta \quad (3.37)$$

により支配されるから, (3.36) 式の β_c, β_k を従前の議論にしたがって適切に選択することで, $e \rightarrow 0$ への指定度数での指数収束特性が保証される.

3.5 実験結果と考察

以上で提案したモデルフォロイングコントローラを, 二軸のジョイスティックを操縦用装置として装備した電動車椅子に実装し, 確認実験を行った. 確認実験における物理パラメータのノミナル値, 及び変動を想定すべきものについてはその変動範囲を表 3.1 にまとめた.

3.5.1 ゲインの選定

誤差ダイナミクス (3.37) の誤差変数が指定度数で 0 に指数収束するよう, ゲイン β_c, β_k の計算を行った. (3.37) に含まれる区間行列 \tilde{J}, \tilde{C} は

$$\begin{aligned}\tilde{J} &\in I[P_J, Q_J] \\ \tilde{C} &\in I[P_{\tilde{C}}, Q_{\tilde{C}}]\end{aligned}$$

なる端点行列を有している. 表 3.1 に与えられた数値を用いてこれらの端点行列を計算すると,

$$P_J = \begin{bmatrix} 5.153 & 0 \\ 0 & 0.370 \end{bmatrix}, \quad Q_J = \begin{bmatrix} 7.158 & 0 \\ 0 & 0.4786 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Physical Parameters	Range of variations
Total mass M [kg]	$125.0 \leq M \leq 175.0$
Radius of a driving wheel R [m]	0.113
Moment of inertia (driving wheel) J_w [kg · m ²]	0.025
Moment of inertia (armature of the motor) J_a [kg · m ²]	2.41×10^{-7}
Moment of inertia (wheelchair) I_g [kg · m ²]	$9.0 \leq I_g \leq 11.8$
Viscous coefficient C_R [Nms/rad]	$0.120 \leq C_R \leq 0.204$
Viscous coefficient C_L [Nms/rad]	$0.104 \leq C_L \leq 0.108$
Tread width L [m]	0.412
Gear ratio q	1/25

表 3.1: 使用した電動車椅子の物理パラメータ値と想定される変動範囲

$$P_{\tilde{c}} = \begin{bmatrix} 17.54 & -0.665 \\ -0.665 & 0.744 \end{bmatrix}, \quad Q_{\tilde{c}} = \begin{bmatrix} 24.43 & -0.0798 \\ -0.0798 & 1.03 \end{bmatrix}$$

となる．制御則を (3.36) として，そのゲイン β_c, β_k を提案した方法と Diwekar らの安定化ゲイン条件式の 2 とおりにより決定した．

1. Diwekar らの条件式

Diwekar は，区間変動を有する行列二次システム (3.3)(3.4) のロバスト安定化を達成するフィードバックゲインを，(3.4) で規定される端点行列の成分値のみを用いて設計する式を提案した．閉ループ系のロバスト安定性を対応する二次多項式のロバスト安定性から言及しようとする基本方針は本稿と同様で，単なる安定性の場合二次多項式の 3 つの係数が全て同符号であれば良いことから，その保証を与えるフィードバックゲインの設計式を区間行列の固有値評価を用いて導出したものである． β_c, β_k についての設計式を以下に挙げる．

$$\beta_c = \max_{1 \leq i \leq n} \left[|\{P_c\}_{ii}| + \sum_{j=1, j \neq i}^n \max(|\{P_c\}_{ij}|, |\{Q_c\}_{ij}|) \right]$$

$$\beta_k = \max_{1 \leq i \leq n} \left[|\{P_k\}_{ii}| + \sum_{j=1, j \neq i}^n \max(|\{P_k\}_{ij}|, |\{Q_k\}_{ij}|) \right] \quad (3.39)$$

この提案式の右辺は，区間行列のベクトルノルムから誘導された無限大ノルムの評価式となっている．

フィードバックゲインを求めるには，先に求めた行列の変動範囲を踏まえ (3.39) に数値を代入して計算すれば良いが，(3.37) 式には K に対応する区間行列が

存在しないため， $\beta_k > 0$ であればどのように選択しても条件が満たされることに注意しておく．一方 β_c については

$$\beta_c = \max[17.54 + \max(|-0.665|, |-0.0798|), 0.744 + \max(|-0.665|, |-0.0798|)] = 18.20 \quad (3.40)$$

が得られる．

2. 提案した指定度数収束性保証のゲイン選定法

提案した指数安定化ゲインの計算には，変動行列の固有値変動範囲の見積もりが必要となる．Hertz の結果に従って計算すると

$$\begin{aligned} \underline{J}^{(1)} &= \underline{J}^{(2)} = P_{\tilde{J}} \\ \overline{J}^{(1)} &= \overline{J}^{(2)} = Q_{\tilde{J}} \\ \underline{C}^{(1)} &= P_{\tilde{C}}, \quad \underline{C}^{(2)} = \begin{bmatrix} 17.54 & -0.0798 \\ -0.0798 & 0.744 \end{bmatrix} \\ \overline{C}^{(1)} &= Q_{\tilde{C}}, \quad \overline{C}^{(2)} = \begin{bmatrix} 24.43 & -0.665 \\ -0.665 & 1.03 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

が得られるから，

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(\tilde{J}) &= 0.3669, \quad \lambda_{\max}(\tilde{J}) = 7.158 \\ \lambda_{\min}(\tilde{C}) &= 0.7177, \quad \lambda_{\max}(\tilde{C}) = 24.45 \end{aligned}$$

となることがわかる．提案した (3.20) 式に求めた値を代入して計算すれば，

$$\begin{cases} \beta_c > 14.316a - 0.718 \\ \beta_k > (\beta_c + 24.45)a - 0.3669a^2 \end{cases} \quad (3.41)$$

が得られる．

3.5.2 実験結果

提案した制御系を実装した電動車椅子が所定の追従性能を発揮するかどうかを確認するため，以下のような実験を行った．被験者は成人男子 3 名で，それぞれの体重は表 3.2 のとおりである．被験者 A, C がそれぞれ電動車椅子ダイナミクスの最小(最大)質量/慣性モーメントの場合に対応している．実験場所には被験者のジョイスティック操作に視覚面での悪影響を与えないため，周囲に障害物のない環境とい

Subject	Weight [kg]
A	55
B	73
C	105

表 3.2: 3名の被験者の体重

うことで体育館で行った．各被験者には時刻 $t = 0$ の静止状態から 10 秒程度最大速度で前進するようジョイスティックをステップ状に操作してもらい，その後 5 秒程度無入力状態を保った後に再び 10 秒前進するようお願いして走行して貰った．実験で検証したゲインは

- Diwekar の提案式によるもの
- 指定度数指数収束を実現するゲインで $a = 1.0, 2.5, 5.0$ としたもの

の計 4 とおりである．その結果を図 3.1 および図 3.2 に示す．

1. 提案したゲイン設計式と Diwekar のそのの比較

図 3.1 は，被験者 A を操縦者として Diwekar の提案式にしたがって求めたゲインを実装した場合と，本稿の方法で $a = 1.0, 5.0$ とした場合の速度変化の様子を，規範モデル出力とともに図示したものである．先に述べたように誤差ダイナミクスには K に相当する区間行列が含まれていないので， β_k は正であれば任意の値に設定することで系の安定性が確保でき，従って $e \rightarrow 0$ が達成されるはずのものである．ゆえにここでは $\beta_k = 1.0$ としているが，走行ログを見れば明らかのようにほとんど前進できていない．指令トルクが小さすぎ，モデルには現れてこない初動時の負荷により前進が阻まれているものと推察される．制御則は積分系であるから誤差が蓄積されることでいずれは前進を開始すると期待されるが，実用的とは言いがたい．

一方で提案したゲインの場合，想定したとおりの誤差収束特性を示している．特に $a = 5.0$ の場合は良好な追従が達成されていることが確認できる．

2. パラメータ変動下での性能評価と a 値の関係

次に $a = 2.5$ で固定し，3名の被験者に同様の実験を行ってもらった．その結果を図 3.2 に示す．被験者 A と C には 50[kg] もの体重差があるにもかかわらず，ほぼそれがそれが打ち消されていることが確認できる．

3.6 本節のまとめ

本節では，区間行列変動を有する n 入力の行列二次システムを対象として，同システムのロバスト安定化を達成するフィードバック制御則を与える Diwekar らの結果に基づいて多項式係数空間上で摂動と性能の評価を進め，指定度数での指数収束性を保証するフィードバックゲインの設計方法を与えた．またこの結果を利用して，ジョイスティック操縦型電動車椅子の操縦性改善に向けてロバストモデルフォロイング制御系を構成する方法を与えた．評価実験の結果，誤差変数の収束特性に関して，システム行列の区間変動の影響を受けない性能保証が達成できていることが確認された．

コントローラの構造を固定した状態では，区間行列変動を受ける行列二次システムについて指定度数での指数安定化をロバストに達成するフィードバックゲインの集合は，同様の制御構造で系のロバスト安定化を達成するフィードバックゲイン集合の部分集合であるから，Diwekar の提案式が与える安定化ゲインの限界からチューニングを行うことで達成できる性能であることは言うまでもない．しかしながら本節で提案した方法によれば，設計者が実現したいロバスト性能を保証するゲインを数多くの試行錯誤を経ることなく容易に見積もることができるという利点がある．その意味で特に実機応用において有益な結果であると考えている．

一方，(3.20) 式で与えたゲインはその境界値であり，実際には設計者において調整可能な余地が残されている．これには 2 つの側面がある．まずは多目的最適化を考慮する余地があるということで，システムの性能等に関する他の評価規範から定まるゲイン制約式との共通集合を考えれば，それが多目的最適化を検討する際の候補集合になる．しかしながらこの選択を誤れば，特に β_k を過度に大きく選ぶことで過渡的に好ましくない振動等が発生する可能性も否定できない．

次節では本節の検討を一步進め，区間行列変動を有する行列二次システム (3.3)(3.4) の過渡性能に関するより細かな設計目標として，与えられたシステム行列の有界区間変動に対して，その閉ループ特性根が複素左半平面の与円内部に存在することを保証するロバスト D-安定化問題を取り上げ，その解を与えることを目標として検討を行うことにする．

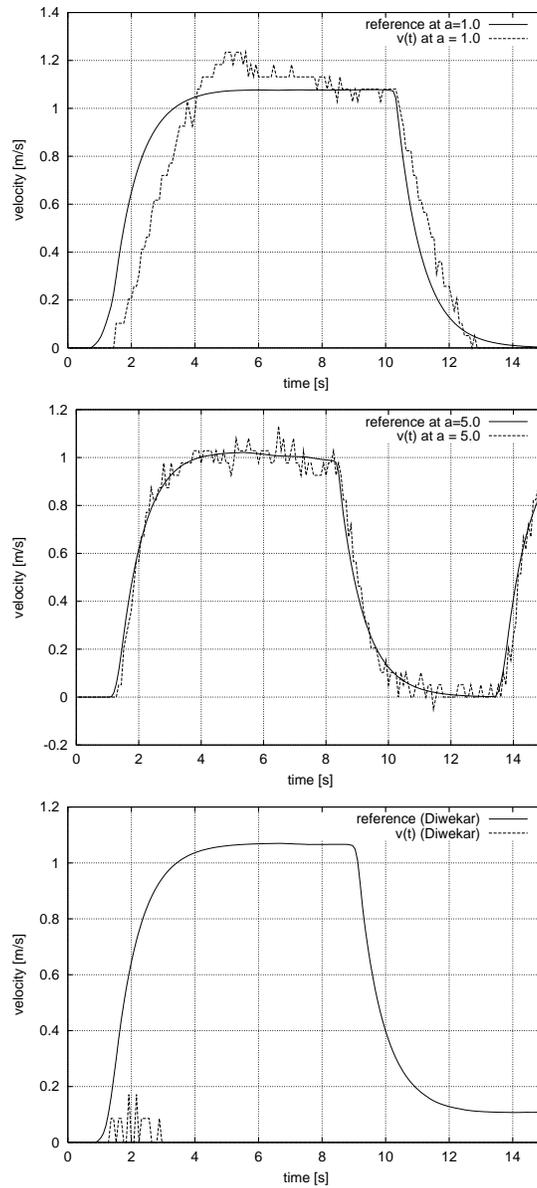


図 3.1: 実験 1 の結果 – 提案した設計条件と Diwekar のロバスト安定化ゲインによる比較走行実験

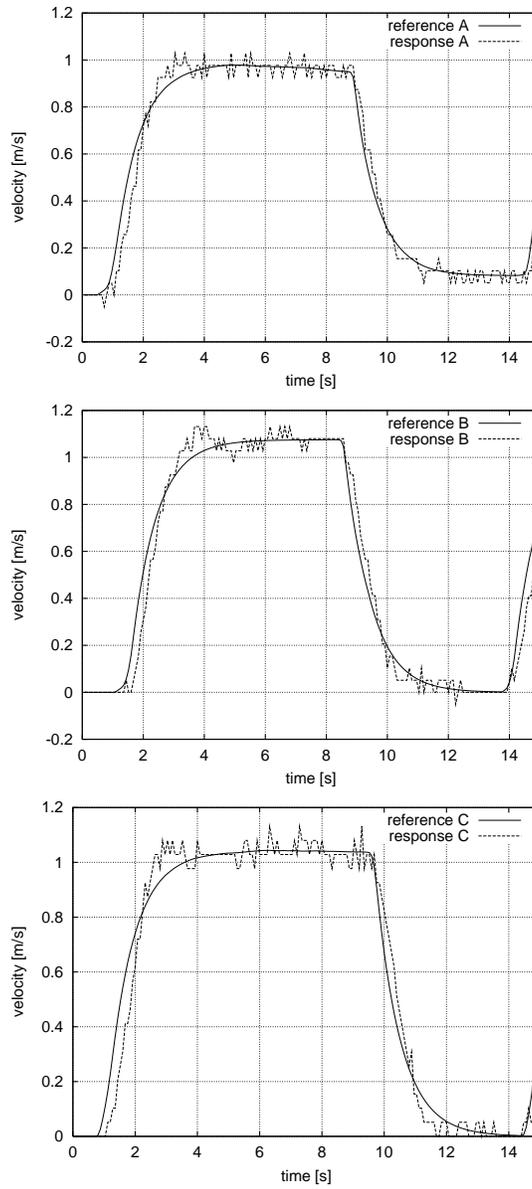


図 3.2: 実験 2 の結果 – 提案した方法における慣性項変動に対するロバスト性の検証

4 複素左半平面上の与円内に全零点を有する多項式係数集合の生成と区間変動を受ける行列二次システムのロバスト D-安定化設計への応用 [2][3]

4.1 はじめに

あるノミナル安定な多項式の係数が事前に定められた集合の内部を変動する場合に該多項式の安定性が維持されるかどうかを調べる問題は、構成した制御系のパラメータ変動下におけるロバスト安定性を検証する上で重要である。Kharitonov は、多項式の各係数が全く独立に区間内を変動する n 次区間多項式のロバスト安定性について、(i) 2^{n+1} 個の頂点多項式の安定性が区間多項式のロバスト安定性と等価である、(ii) 多項式の次数によらず 4 個の特別な頂点多項式¹の安定性が区間多項式の安定性と等価であることを示した。これを Kharitonov の定理という。パラメータ空間上の安定論における Kharitonov の定理の意義は非常に大きなものがあるが、設計の規範としてはあまり有意義なものではない。それは実際の制御系解析において出現する特性多項式の多くが未知パラメータ p の affine 関数である係数

$$\delta(s, \mathbf{p}) = a_0(\mathbf{p}) + a_1(\mathbf{p})s + \cdots + a_n(\mathbf{p})s^n \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} a_0(\mathbf{p}) \\ \vdots \\ a_n(\mathbf{p}) \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{p} + \mathbf{a}^0 \quad (4.2)$$

を持つことによるもので、このような系に対し Kharitonov の定理はもはや十分条件でしかないからである [22, pp.132, Example 5.5]。affine 係数を有する多項式の零点分布が有限個数のセグメント多項式の零点分布により包含されることを示した Bartlett らによる Edge 定理 (付録 C 参照) [10][23] を用いれば affine 多項式のロバスト安定性を保守性を生じることなく結論することが可能だが、コントローラ設計条件としての直接的な利用は一般に難しい。

一方で、パラメータ変動を有する対象に対する係数空間における制御系設計には、あらかじめ多項式係数変動のクラスを規定するのではなく、複素平面上で定義される領域をまず考え、その領域内に全零点が存在するような多項式係数の集合を規定するというアプローチもある。このように、理想の零点存在領域に対応して定まる集合のことを以下では D 安定係数集合と呼ぶことにする。D 安定係数集合の定式化表現が可能であれば、それはそのまま直接的にコントローラ設計の条件として利用

¹これら 4 つの多項式は該区間多項式の値集合となる複素平面上の長方形の頂点と対応している

できることを意味するので，制御系設計にはこちらの方が好都合であり，多項式零点の存在領域から定まる係数集合を利用しコントローラ係数の設計問題を凸関数最適化問題に帰着させる方法 [24][25]，理想の極存在領域に対応して定めた区間係数に加えて H_∞ ノルムで評価したモデルマッチング誤差を条件式として線形計画法を利用してコントローラ係数を定める方法 [26] 等が提案されている．また， D 安定係数集合自体の導出に関しては，Hurwitz stability に対応する係数集合の性質に関する結果 [27]，領域として複素平面の実軸上の互いに交わることのない n 個の区間，及び指定個の固定複素根と互いに交わらない実区間の組み合わせを考えた場合に対応する D 安定係数集合がポリトープをなすことを示した Y.C.Soh の結果 [24]，および上家と古田 [28][29] による，円，楕円，放物線，双曲線，セクタの各領域に関する実多項式の D 安定係数集合境界面の代数的表示解などが知られている．本節では，領域を円に選んだ場合に係数空間における D 安定係数集合表現を導出するための新たな方法を与え，これを用いた区間不確定性を有する行列二次システムに対する制御系設計を検討する．

通常的一次状態空間表現を有するシステムのシステム行列に有界構造変動が想定される場合の D 安定性解析 [30][31][32] および同条件下において制御系の閉ループ極をあらかじめ指定された複素平面上の領域内部に配置しようとするロバスト D 安定化問題 [33][34][35][36] については多数の研究結果がある．また，多入力システムについてノミナル系極配置を達成するフィードバックゲインに許される自由度をパラメータ変動に対する安定余裕の改善に利用する手法も提案されている [37]．しかしながら行列二次システムの定式化において M, C, K が区間行列であることがわかっている場合，一次状態空間表現への変換は不確定性の拡散と設計評価における保守性を招く要因となるため得策ではないことが明らかである．杉江と濱本 [38] はディスクリプタシステムのロバスト極配置について LMI を利用した解法を与えており，状態微分の係数行列が対角成分のみを有する区間行列である場合は LMI に関する端点結果によって複数 LMI の共通解としてロバスト極配置フィードバック解が得られることを示しているが，非対角成分が存在する場合については言及されていない．一方第 3 節の前書きで述べた意味での状態空間におけるノミナルの行列二次システムに対する極配置問題については先行研究が存在する [17][39] が，これらは数値計算誤差と実装における不確定性の存在を考慮して “numerical robustness” を高めるためのフィードバックゲイン計算法を与えているものの，あらかじめ区間行列として与えられている行列二次システムに対するロバスト極配置問題の解としては不十分である．また，[17][39] がベースとした eigenstructure assignment [40] の考え方でシステム行列の区間変動を考慮に入れるのは容易ではないと考えられる．

そこで本節においても，第 3 節で用いた係数空間における摂動評価法に基づき，

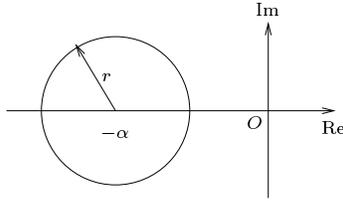


図 4.1: 零点の配置対象である開円盤領域

フィードバックロバスト D 安定化を達成するフィードバックゲインの構成方法を、対応する多項式の係数空間上で検討することを目指す。4.2 節ではまず、図 4.1 の円領域内部に対応する D 安定係数集合定式化における上家とは異なる方法として、デジタル制御論における Jury の安定判別法 [41][42][43] の理論的背景を与える Marden のアルゴリズム [44] に基づく方法を与えた。これにより n 次多項式の D 安定係数集合が係数に関する n 個の非線形連立不等式として定式化されることがわかる。4.3 節ではこれを用いたロバスト D 安定多項式の l^2 D -stability margin の数値計算方法を示しその数値例を与えるとともに、ロバスト D 安定であることが既知な区間多項式の l^2 D -stability margin の最悪値を与える多項式は、該区間多項式の頂点多項式のいずれかであることを示した。4.4 節では従前の結果に基づく行列二次システムのロバスト D 安定化問題の定式化について言及し、制御構造を PD 状態フィードバックに固定した状況でロバスト D 安定化を達成するフィードバックゲインが 16 個の連立不等式の解集合として特徴づけられることを示した。4.5 節で試作機のパラメータに基づく設計例を与えると同時に、評価走行実験の結果を示し、追従性能の検証を行うとともに操作性に関する官能試験の結果を与えて、本稿の目的である「電動車椅子の操作性改善」に関する評価を行う。

4.2 複素左半平面上の与円に関する Marden のアルゴリズムの拡張

ここでは、与えられた多項式が単位円内に有する零点の個数を多項式漸化式から多項式列を生成することで決定可能とする Marden のアルゴリズムを元に、判定対象とする零点存在領域が実軸上に中心を有する任意の半径の円である場合に適用可能となるよう拡張を行う。

今、 D 安定性を判別したい対象多項式を

$$\phi_0(s) = \alpha_0 + \alpha_1 s + \cdots + \alpha_n s^n \quad (4.3)$$

で記述する。また、領域 D は

$$D \triangleq \{s \mid |s + \alpha| < r\} \quad (0 < r < |\alpha|) \quad (4.4)$$

で記述されるものを考える．式展開の都合上，円の中心を $(-\alpha, 0)$ で表して $\alpha > 0$ を仮定する．また，連続系の D 安定化設計を行う場合，図 4.1 で示したように円全体が複素左半平面に存在しなければ意味をなさないため $r < \alpha$ も仮定しておく．ここで，円に関する反転と呼ばれる写像の定義について確認しておく．

定義 12 (反転 [45]) 点 O を中心とする半径 r の円 Q に対して， O を出発点とする半直線上に 2 点 P, P' を取って $\overline{OP} \cdot \overline{OP'} = r^2$ となす時，点 P, P' は円 Q について互いに反転の位置にあるという．

多項式 (4.3) の零点を s_j ($j = 1, 2, \dots, n$) で表せば

$$\phi_0(s) = \alpha_n \prod_{j=1}^n a(s - s_j) \quad (4.5)$$

と書けるが，この s_j の円 (4.4) についての反転を s_j^* で表せば

$$s_j^* = -\alpha + \frac{r^2}{s_j + \alpha} \quad (4.6)$$

と表記できる．拡張アルゴリズムを記述するため，この s_j^* を用いて定義される $\phi_0(s)$ の随伴多項式 (associated polynomial) を定義する．

定義 13 (随伴多項式) 式 (4.3) の判定対象多項式 $\phi_0(s)$ に対して，その随伴多項式 $\phi_0^*(s)$ を次のように定義する．

$$\phi_0^*(s) = \frac{(s + \alpha)^n}{r^n} \phi_0\left(-\alpha + \frac{r^2}{s + \alpha}\right) \quad (4.7)$$

この随伴多項式について，以下の補題の成り立つことがわかる．

補題 3 $\phi_0^*(s)$ は以下の性質を有する多項式である．

1. $\phi_0(s)$ の零点を s_j ($j = 1, \dots, n$) で記述すれば， $\phi_0^*(s)$ の零点は s_j^* ($j = 1, \dots, n$) で表される．
2. 図 4.1 の円周上の点において，2 つの多項式 $\phi_0(s)$ と $\phi_0^*(s)$ の式値の絶対値は等しい．つまり次式が成り立つ．

$$|\phi_0(-\alpha + re^{j\theta})| = |\phi_0^*(-\alpha + re^{j\theta})| \quad (\theta \in [0, 2\pi]) \quad (4.8)$$

証明)

1. $\phi_0^*(s)$ の定義式 (4.7) を起点とした簡単な計算から

$$\begin{aligned}\phi_0^*(s) &= \frac{(s+\alpha)^n}{r^n} \alpha_n \prod_{j=1}^n \left(-\alpha + \frac{r^2}{s+\alpha} - s_j \right) \\ &= \frac{(s+\alpha)^n}{r^n} \alpha_n \prod_{j=1}^n \left(-\alpha + \frac{r^2}{s+\alpha} - \overline{s}_j \right)\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$= \frac{\phi_0(-\alpha)}{r^n} \prod_{j=1}^n (s - s_j^*) \quad (4.10)$$

$$\triangleq \beta_0 + \beta_1 s + \cdots + \beta_n s^n$$

となって, $\phi_0^*(s)$ は $\phi_0(s)$ の零点の反転をその零点として有することがわかる.

2. (4.5) と (4.10) を用いた直接計算から

$$\begin{aligned}\phi_0(-\alpha + re^{j\theta}) &= (-1)^n \cdot \alpha_n \cdot \prod_{j=1}^n (s_j + \alpha - re^{j\theta}) \\ \phi_0^*(-\alpha + re^{j\theta}) &= (-1)^n \cdot \alpha_n \cdot e^{jn\theta} \prod_{j=1}^n (\overline{s}_j + \alpha - re^{-j\theta})\end{aligned}$$

であることがわかる.

以上の準備のもと, 式 (4.3) で与えられる多項式が (4.4) で定義される円の内部に有する零点の個数を判別可能とする本節の main result を述べる.

定理 4 (より一般の円領域に対する Marden のアルゴリズムの拡張 [2]) 式 (4.3) から多項式列

$$\phi_j(s) = \sum_{k=0}^{n-j} \alpha_k^{(j)} s^k \quad (j = 0, 1, \dots, n) \quad (4.11)$$

を以下の規則に従い生成する.

$$\begin{cases} \phi_{j+1}(s) = \beta_{n-j}^{(j)} \phi_j(s) - \alpha_{n-j}^{(j)} \phi_j^*(s) \\ \alpha_k^{(j+1)} = \beta_{n-j}^{(j)} \alpha_k^{(j)} - \alpha_{n-j}^{(j)} \beta_k^{(j)} \end{cases} \quad (4.12)$$

$\phi_j^*(s)$ は (4.7) と同様

$$\phi_j^*(s) = \frac{(s + \alpha)^{n-j}}{r^{n-j}} \phi_j \left(-\alpha + \frac{r^2}{s + \alpha} \right) \quad (4.13)$$

で定義される $\phi_j(s)$ の随伴多項式である．この時

$$\delta_{j+1} = |\beta_{n-j}^{(j)}|^2 - |\alpha_{n-j}^{(j)}|^2 \quad (4.14)$$

で定義される数 δ_{j+1} に対して

- $\phi_j(s)$ が領域 (4.4) の内部に p_j 個の零点を有し，円周上には零点を有さない．
- $\delta_{j+1} \neq 0$

が成り立つならば，多項式 $\phi_{j+1}(s)$ は領域 (4.4) の内部に

$$p_{j+1} = \frac{1}{2} \{n - j - [(n - j) - 2p_j] \operatorname{sgn}(\delta_{j+1})\} \quad (4.15)$$

個の零点を有し，境界の円周上には零点を有さない．また更に (4.14) を用いて

$$P_k \triangleq \delta_1 \delta_2 \cdots \delta_k, \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (4.16)$$

を定義すると，もともとの多項式 $\phi_0(s)$ が領域 (4.4) 内部に有する零点の個数 p は次式で与えられる．

$$p = \frac{1}{2} \left(n - \sum_{k=1}^n P_k \right) \quad (4.17)$$

証明) まず随伴多項式の性質 (補題 4.(1)) と反転の定義から，多項式 $\phi_j(s)$ が円 (4.4) の内部に p_j 個，外部に $n - j - p_j$ 個の零点を有していたとすると， $\phi_j^*(s)$ は円内部に $n - j - p_j$ 個，外部に p_j 個の零点を有することになる点に注意しておく．すると (4.12) 式と Rouchè の定理及び補題 4 の (2) から，

- $\delta_{j+1} > 0 \cdots \phi_{j+1}(s)$ は円 (4.4) 内部に p_j 個の零点を有する．
- $\delta_{j+1} < 0 \cdots \phi_{j+1}(s)$ は円 (4.4) 内部に $n - j - p_j$ 個の零点を有する．

ことがわかるので，これから (4.15) 式の正しいことがわかる．(4.15) 式から (4.17) 式を導出する過程は Marden[44, p.149-150] に詳細に説明されているとおりであるので省略する．

この定理より，多項式 $\phi_0(s)$ が領域 (4.4) の内部に n 個全ての零点を有する必要十分条件は

$$\operatorname{sgn} P_k = -1 \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (4.18)$$

であるとわかるが，これは

$$\begin{cases} \delta_1 < 0 \\ \delta_k > 0 \quad (k = 2, 3, \dots, n) \end{cases} \quad (4.19)$$

と等価である．ところが各 δ_k はもともとの多項式 $\phi_0(s)$ の係数の関数であるから，(4.19) 式により多項式の D 安定性に関する条件が係数空間上で代数的に表現できることになる．本稿ではこれ以降，(4.19) 式が規定する係数空間上の集合を，着目している領域が円であることを省略して単に「多項式の D 安定係数集合」と呼ぶことにする．以下，簡単な例題を通じて，上述のアルゴリズムの実行について説明する．

例題) 二次多項式

$$\phi_0(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad (4.20)$$

が，領域

$$\mathcal{D} = \{s \mid |s + 3| \leq 1\} \quad (4.21)$$

内に有する零点の個数を係数 a_2, a_1, a_0 を用いて判別する問題を考える．アルゴリズム Δ (4.12) に従い多項式列を生成する．

$$\begin{aligned} \phi_0^*(s) &= (s + 3)^2 \times \\ &\quad \left\{ a_2 \left(\frac{-3s - 8}{s + 3} \right)^2 + a_1 \left(\frac{-3s - 8}{s + 3} \right) + a_0 \right\} \\ &= (9a_2 - 3a_1 + a_0)s^2 + (48a_2 - 17a_1 + 6a_0)s \\ &\quad + (64a_2 - 24a_1 + 9a_0) \\ &= \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \phi_1(s) &= \beta_2 \phi_0(s) - a_2 \phi_0^*(s) \\ &= (\beta_2 a_1 - a_2 \beta_1)s + (\beta_2 a_0 - a_2 \beta_0) \\ &= \alpha_1^{(1)} s + \alpha_0^{(1)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

以下同様に

$$\begin{aligned} \phi_1^*(s) &= (-3\alpha_1^{(1)} + \alpha_0^{(1)})s + (-8\alpha_1^{(1)} + 3\alpha_0^{(1)}) \\ &= \beta_1^{(1)} s + \beta_0^{(1)} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\phi_2(s) = \beta_1^{(1)} \alpha_0^{(1)} - \alpha_1^{(1)} \beta_0^{(1)} \quad (4.25)$$

となりアルゴリズムは終結する．先の定理の結果から (4.20) が領域 \mathcal{D} の内部に全ての零点を有する場合，

$$\delta_1 = |\beta_2|^2 - |a_2|^2 < 0 \quad (4.26)$$

$$\delta_2 = |\beta_1^{(1)}|^2 - |\alpha_1^{(1)}|^2 > 0 \quad (4.27)$$

が成り立つ．(4.26)(4.27) を a_2, a_1, a_0 を用いて表現し直すと

$$(8a_2 - 3a_1 + a_0)(10a_2 - 3a_1 + a_0) < 0 \quad (4.28)$$

$$(a_0^2 + 6a_1^2 + 32a_2^2 - 5a_0a_1 - 28a_1a_2 + 12a_2a_0)$$

$$\times (a_0^2 + 12a_1^2 + 128a_2^2$$

$$- 7a_0a_1 - 80a_1a_2 + 24a_2a_0) > 0$$

$$(4.29)$$

という条件式が得られる．

4.3 D 安定係数集合の定式化表現と l^2 D -stability radius

ノミナル Hurwitz 安定であることがわかっている多項式

$$\phi(s, \mathbf{a}) = a_0 + a_1s + \cdots + a_ns^n, \quad \mathbf{a} = [a_0, a_1, \cdots, a_n]^T \in \mathbf{R}^{n+1}$$

について，Hurwitz 安定な多項式の係数ベクトル \mathbf{a} が作る集合 Ω を考える．今

$$B_r = \{\tilde{\mathbf{a}} \mid \|\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\| < r\}$$

なる係数空間における超球が $B_r \subset \Omega$ であるとき， B_r を安定超球と呼び，安定超球の半径 r の上限値

$$\rho = \sup \{r > 0 \mid B_r \subset \Omega\} \quad (4.30)$$

を多項式 $\phi(s, \mathbf{a})$ の安定半径という [46][47]．これと同様にして D 安定性に関する安定半径を定義することが可能であるが，ここでは特に安定超球の半径を与えるノルムとして l^2 ノルムを用いるものを考察の対象とし，与えられた多項式に対する l^2 - D 安定半径の計算方法を与える．

前項において，与えられた多項式が D 安定であるためにその係数ベクトルが属すべき集合の定式化表現を n 個の非線形連立不等式 (4.19) として与えた．これにより定義される係数空間の集合が非有界な開集合となることは (4.19) 式を用いて容易

に確認できるが，任意の有界係数ノミナル D 安定な多項式の l^2 - D 安定半径が有界値を取ることも自明の事実である．与えられた D 安定多項式が最小半径の係数摂動によりその D 安定性を失うのは，多項式係数と零点の間の連続性から，(4.19) 式の n 個の不等号のうちどれか一つが破られる瞬間であることがわかる．ゆえに，ノミナル D 安定な係数ベクトル \mathbf{a} を有する多項式 $f(s, \mathbf{a})$ の D 安定半径 $\rho(\mathbf{a})$ は，

$$S_D = \{\tilde{\mathbf{a}} \mid \delta_i = 0, \forall i \in [1, n]\}$$

で定義される係数空間上の D 安定境界集合を用いて

$$\rho(\mathbf{a}) = \min \|\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \tilde{\mathbf{a}} \in S_D \quad (4.31)$$

なる等式制約つき最小化問題 [48] の解として計算できることがわかる．以下に簡単な数値例を用いて計算の実例を与える．

例題) [l^2 - D 安定半径の計算]

4.2 節の例題で考えた点 $(-3, 0)$ を中心とする半径 1 の円領域について，該領域内の実軸上 $-\beta + j0$ ($-4 < \beta < 2$) に二重零点を有する多項式

$$\phi(s) = (s + \beta)^2$$

の D 安定半径 $\rho(\beta)$ を計算した．図 4.2 は，Mathworks 社の Matlab で提供される optimization toolbox パッケージに含まれる fmincon 関数 [49] を用い， β の値を -3.9 から -2.1 まで 0.05 刻みで増加させながら繰り返し (4.31) を解くことによって得られた結果である．直感的には $\beta = 3$ において D 安定半径が最大となることを期待するかもしれないが，図 4.2 から上記探索範囲においては $\beta = 2.7$ が最大値を与えることがわかる．

上記例題は，ノミナル D 安定多項式に対する D 安定半径最大値を与えるような零点配置を求める問題であったが，逆にロバスト D 安定であることがわかっている区間多項式族について，その D 安定半径の最小値を与えるような要素多項式はどのようなものであろうか．この疑問に答えるのが以下の結果である．

定理 5 (ロバスト D 安定区間多項式族の最小 l^2 - D 安定半径) 区間多項式族

$$f(s, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n, \quad a_i \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i], \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.32)$$

が円の内部領域 D について D 安定であると仮定する．この時，この区間多項式族に関する l^2 - D 安定半径 $\rho(\mathbf{a})$ の最小値は，(4.32) 式の 2^{n+1} 個の端点多項式のいずれかにおいて発生する．

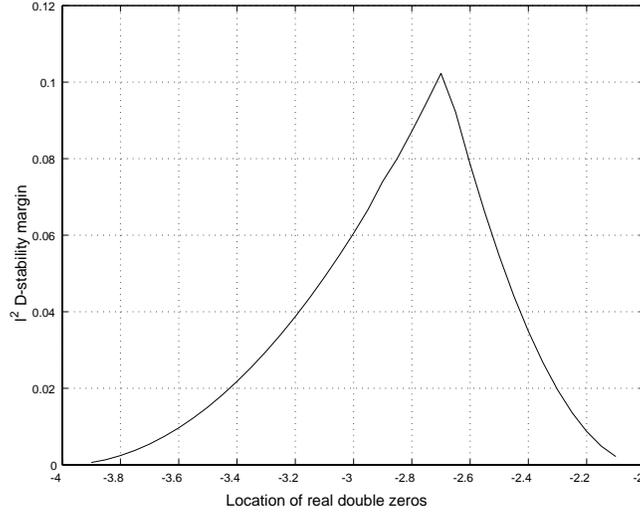


図 4.2: ノミナル重根の位置と D 安定半径値の関係

証明) 区間パラメータを要素として有するベクトル $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{n+1}$ が係数空間で形成する超直方体 H の頂点ベクトルを \mathbf{v}_k ($k = 1, \dots, 2^{n+1}$) で表す. 背理法により証明を行うため, l^2 -D 安定半径の最小値が $\mathbf{c} \in H$ かつ $\mathbf{c} \neq \mathbf{v}_k$ ($\forall k$) なる点 \mathbf{c} において最小値を取ると仮定する. すると

$$\rho(\mathbf{c}) < \min(\rho(\mathbf{v}_1), \dots, \rho(\mathbf{v}_{2^{n+1}})) \quad (4.33)$$

が成り立ち, 少なくとも一つ, $\|\mathbf{p}\| = \rho(\mathbf{c})$ かつ $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^{n+1}$ で $\mathbf{c} + \mathbf{p}$ が D 安定でないような \mathbf{p} が存在する. また $\rho(\mathbf{v}_k) > \rho(\mathbf{c})$ ($\forall k$) であるから, (4.33) より, 2^{n+1} 個の多項式 $\mathbf{v}_k + \mathbf{p}$ ($\forall k$) は D 安定である. これは係数空間における別の超直方体

$$H' \triangleq \{[a_0, \dots, a_n]^T + \mathbf{p} \mid [a_0, \dots, a_n]^T \in H\}$$

の 2^{n+1} 個の頂点多項式 $\mathbf{v}_k + \mathbf{p}$ ($k = 1, 2, \dots, 2^{n+1}$) の D 安定性を意味するが, 本稿で考察している複素左半平面上の円領域が Kharitonov 領域であることを示した Petersen[16] の結果を踏まえると, H' に属する要素多項式全体のロバスト D 安定性が結論される. ところが, 先に D 安定でないことを仮定した多項式 $\mathbf{c} + \mathbf{p}$ は明らかに H' の要素であり, H' 全体のロバスト D 安定性と矛盾する.

4.4 行列二次システム D 安定化設計問題の係数空間における取り扱い

4.4.1 区間二次多項式ロバスト D 安定化問題への帰着

本節で取り扱うシステムは，第3節と同様 (3.1) で $B = I$ とおいた n 入力の二次システム (3.3)

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = F(t)$$

である．同様に

- M, C, K は区間対称行列である．
- M は前項の変動の如何によらず正定性を失わない．

ことを仮定しておく．次に，設計目的となる行列二次システムの D 安定性を定義しておく．

定義 14 (行列二次システムの円領域内部に関するロバスト D 安定性) 式 (3.3) の行列二次システムに対して，状態フィードバック制御則

$$F(t) = -F_c\dot{\mathbf{x}} - F_k\mathbf{x} \quad (4.34)$$

を施して得られる閉ループ系

$$M\ddot{\mathbf{x}} + (C + F_c)\dot{\mathbf{x}} + (K + F_k)\mathbf{x} = 0 \quad (4.35)$$

の全特性根が円 (4.4) の内部に存在するとき，(4.35) をロバスト D 安定であるという．

以下，対応する多項式の係数空間で設計の検討を行う都合上

$$F_c = \beta_c I, F_k = \beta_k I \quad (\beta_c, \beta_k \in \mathbf{R}) \quad (4.36)$$

とする．これに対応する閉ループ系

$$M\ddot{\mathbf{x}} + (C + \beta_c I)\dot{\mathbf{x}} + (K + \beta_k I)\mathbf{x} = 0 \quad (4.37)$$

について，その閉ループ特性多項式

$$\psi(s) = \det \{ Ms^2 + (C + \beta_c I)s + (K + \beta_k I) \} \quad (4.38)$$

と，第3節の補題2と同様の手続きにより対応する区間二次多項式

$$\phi(s) = c_2 s^2 + (c_1 + \beta_c)s + (c_0 + \beta_k), c_i \in [\underline{c}_i, \overline{c}_i] \quad (i = 0, 1, 2) \quad (4.39)$$

を用意する． M, C, K の区間変動に対応し各 c_i はある有界な区間を変動するが，その際 (4.38) 式の行列区間変動に対する零点集合 Λ_1 と (4.39) の多項式の区間係数変動に対応する零点集合 Λ_2 について， $\underline{c}_i, \overline{c}_i$ を (3.11) と同様に定義するなら

$$\Lambda_1 \subseteq \Lambda_2 \quad (4.40)$$

が成り立つことに留意し，以下 (4.39) のロバスト D 安定化を達成する (β_c, β_k) の組を求めることとする．Hertz の方法を使って求めた各 c_i の独立な変動範囲は，係数空間上で直方体 H_c を形成する．便宜上，変動する係数 c_i のノミナル値を

$$c_i^n \triangleq \frac{\overline{c}_i + \underline{c}_i}{2} \quad i = 0, 1, 2$$

で定義しておく．

4.4.2 係数空間における D 安定係数集合の定式化表現とロバスト D 安定化設計の定式化

一般の二次多項式

$$\phi_0(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0$$

に対して円領域 (4.4) を考え，著者らが第 4 節で提案した拡張多項式列を生成すると，対象とする多項式の係数空間 $[a_2, a_1, a_0]^T$ 上における D 安定係数集合は，以下の 4 つの i 次の斉次多項式 $h_{ij}(\cdot)$

$$h_{11}(\cdot) = -a_2 + \frac{a_0 - \alpha a_1 + \alpha^2 a_2}{r^2} \quad (4.41)$$

$$h_{12}(\cdot) = a_2 + \frac{a_0 - \alpha a_1 + \alpha^2 a_2}{r^2} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} h_{21}(\cdot) = & a_0^2 + \{-(r + 2\alpha)a_1 + 2\alpha(r + \alpha)a_2\} a_0 \\ & -(r + \alpha)\{-\alpha a_1^2 + (-r^2 + r\alpha + 2\alpha^2)a_1 a_2 \\ & + (r - \alpha)(r + \alpha)^2 a_2^2\} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} h_{21}(\cdot) = & a_0^2 + \{(r - 2\alpha)a_1 + 2\alpha(-r + \alpha)a_2\} a_0 \\ & -(r - \alpha)\{\alpha a_1^2 + (r^2 + r\alpha - 2\alpha^2)a_1 a_2 \\ & + (r - \alpha)^2 (r + \alpha) a_2^2\} \end{aligned} \quad (4.44)$$

を用いて

$$\begin{cases} h_{11}(a_2, a_1, a_0) \cdot h_{12}(a_2, a_1, a_0) < 0 \\ h_{21}(a_2, a_1, a_0) \cdot h_{22}(a_2, a_1, a_0) > 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

で定義されることがわかる．以下，連立不等式 (4.45) が生成する係数集合を V とする．すなわち

$$V = \{(a_2, a_1, a_0) \mid \text{satisfies (4.45)}\} \quad (4.46)$$

である．

次に，行列二次システムのロバスト D 安定化を達成するゲイン (4.36) の設計について検討する．既に述べたように，閉ループ系に対応する区間二次多項式 (4.39) のロバスト D 安定化を達成することで目的が達せられるため，これについて考える．(4.39) について

$$[a_2, a_1, a_0] = [c_2, c_1 + \beta_c, c_0 + \beta_k] \quad (4.47)$$

を (4.41)-(4.44) に代入し，

$$g_{ij}(c_2, c_1, c_0, \beta_c, \beta_k) \triangleq h_{ij}(a_2, a_1, a_0) \Big|_{(4.47)} \quad (4.48)$$

を定義すれば，

$$\begin{cases} g_{11} \cdot g_{12} < 0 \\ g_{21} \cdot g_{22} > 0 \end{cases} \quad (4.49)$$

がロバスト D 安定化のために β_c, β_k が満足すべき条件式となる．各 g_{ij} は設計ゲイン β_c, β_k だけでなく区間変動する係数 c_i ($i = 0, 1, 2$) の関数となるが，Petersen の結果によって円 (4.4) が Kharitonov 領域であるのだから，各 c_i の端点値に対して決定される 8 個の頂点多項式を同時に D 安定化するゲインを決定すれば，それが求めるべきロバスト D 安定化を達成するフィードバックゲインということになる．この推論と不等式 (4.49) を組み合わせれば，求めるべきゲインは以下の最大 16 個の連立不等式の解として特徴づけられることが理解される．

$$\begin{aligned} g_{11}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \underline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{12}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \underline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &< 0 \\ g_{21}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \underline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{22}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \underline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &> 0 \\ g_{11}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{12}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &< 0 \\ g_{21}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{22}(\underline{c}_2, \underline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &> 0 \\ &\vdots \\ g_{11}(\overline{c}_2, \overline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{12}(\overline{c}_2, \overline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &< 0 \\ g_{21}(\overline{c}_2, \overline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) \cdot g_{22}(\overline{c}_2, \overline{c}_1, \overline{c}_0, \beta_c, \beta_k) &> 0 \end{aligned} \quad (4.50)$$

注) 「最大 16 個」としたのは，もともとの行列二次システムの変動行列に欠項がある場合を想定してのことである．例えば電動車椅子の運動方程式 (2.8) では位置項 Kx を欠いている．

先に述べたように、区間多項式 (4.39) の係数変動を係数空間上で直方体 H_c として評価した。(4.50) の連立不等式を解く行為は、係数空間において変動直方体の中心位置 $[c_2^n, c_1^n + \beta_c, c_0^n + \beta_k]^T$ を変化させながら D 安定係数集合 V に内包されるようにすることと解釈できる。従って集合 V の大きさが問題となる。これに関して、 V 自体が非有界集合となることは自明であるものの D 安定多項式の係数比が任意の値を取り得ないことも明らかなので、変動領域として H_c を考えること自体十分条件評価ではあるものの、直方体 H_c の体積によっては現実問題として解が見つからないことが起こりうる。

その際、設計者に許されるのは、極を配置しようとする円領域 (4.4) の半径を大きく選ぶことである。4.3 節では多項式係数の関数として D 安定半径がどのように変化するかを確認する例を与えたが (図 4.2 参照)、同様に多項式係数を固定して円の半径値を変化させながら D 安定半径を調べることももちろん可能で、結果のグラフは省略するが、直感的に明らかなおり半径値が増大すれば D 安定半径も増大することが確認できる。ゆえに円の半径を解が存在するまで増大させることで解の探索を行うという基本方針が浮かぶのだが、そもそもロバスト D 安定化における円の中心位置と半径値は制御系に持たせたい制御性能特性から決定すべき値であり、この背景を無視して無思慮に円の半径値を増大させるのは D 安定化問題の意味を損なうだけでなく、実機適用において悪影響が及ぶ可能性のあるハイゲイン解の許容にもつながるということを認識しておく必要がある。従って実際には、許容できる円半径の最大値 r_M を事前に定めておき、当初設定した望ましい半径値で解が存在しない場合には最大値に至るまで徐々に半径値を増加させながら解探索を行う必要があると考えられる。このような要求を踏まえて以下の反復アルゴリズムを提案する。

< ロバスト D 安定化ゲインの探索手順 >

1. 与えられた M, C, K に対して、Hertz の結果を利用して $c_i (i = 0, 1, 2)$ の変動範囲を定める。また探索を行う円半径の最大値 r_M を与える。
2. 閉ループ系が有すべき望ましい制御性能を考慮し、領域 D の中心 α と半径値 r を定める。
3. 決定した r, α の値を用いて (4.50) 式を解く。解 β_c, β_k が見つければアルゴリズムは終了する。見つからない場合、半径値 r を増加させるとともに、必要なら α も同時に変更する。
4. 新しい半径値 r が r_M 以下であれば前ステップに戻る。 $r > r_M$ であればアルゴリズムは終了する。

先に述べたとおり，評価した変動幅と r_M の値によっては解が存在しない場合も起こりうることに注意しておく．

4.5 設計例と実験結果

4.5.1 設計例

以下では，前節までで提案したアルゴリズムに基づき，電動車椅子のモデルフォロイング制御系の設計を行う．設計の目的は第3節と同様ジョイスティック操作量から速度・姿勢角速度応答までの伝達特性を一次遅れに設定することにある．3節では追従誤差ダイナミクスを制御量である $[v, \omega]$ を状態変数とする形で求めたが，その場合

$$0.3669 \leq \lambda(\tilde{J}) \leq 7.158$$

と，対応する二次多項式の二次の係数変動が大きく見積もられる結果になる．これは許容すべき運転者体重の変動幅に起因するものではなく，並進系と旋回系の慣性値の相違によるものであると考えられるが，先に述べたように円内部への D 安定化の場合設定した半径値によっては対応する D 安定係数集合に変動直方体が内包され得ないことも有りうるので，この状況は好ましくない．そこで以下では，電動車椅子動輪の回転角速度を状態変数として偏差ダイナミクスの導出を行うことにする．

まず電動車椅子のダイナミクスは，左右動輪の回転角度からなる状態ベクトルを $\theta = [\theta_R, \theta_L]^T$ として

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = \tau$$

で与えられる．物理パラメータを含む対称行列 J, C は，乗り手の体重変動等により以下のような区間行列として表現されることがわかっている．

$$J \in I[J_m, J_M], \quad C \in I[C_m, C_M]$$

ここで各端点行列は，第3節で提示した物理パラメータの変動想定区間を踏まえると以下のように計算できる．

$$J_m = \begin{bmatrix} 4.40 \times 10^{-2} & -1.95 \times 10^{-2} \\ -1.95 \times 10^{-2} & 4.40 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$J_M = \begin{bmatrix} 5.89 \times 10^{-2} & -4.74 \times 10^{-3} \\ -4.74 \times 10^{-3} & 5.89 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$C_m = \begin{bmatrix} 0.120 & 0 \\ 0 & 0.104 \end{bmatrix}$$

$$C_M = \begin{bmatrix} 0.204 & 0 \\ 0 & 0.108 \end{bmatrix}$$

一方，ジョイスティックの入力量に対して進行方向速度 v_r と姿勢角速度 ω_r の目標値を与える規範モデルは，3 節の場合と同様正定対角行列 M_r, D_r と規範モデルの状態ベクトル $x_r = [v_r, \omega_r]^T$ を用いて

$$M_r \dot{x}_r + D_r x_r = D_r \mathbf{r}$$

で定義されるものとする．タイヤと路面の間に滑りがない場合，左右動輪の目標速度ベクトルを $\dot{\theta}_r = [\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L]^T$ で定義すれば， x_r と $\dot{\theta}_r$ の間には

$$x_r = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ -R/L & R/L \end{bmatrix} \dot{\theta}_r \triangleq S \cdot \dot{\theta}_r$$

なる関係が成り立つから，これと (2.8)(3.28) 式より追従偏差を $e = \theta - \theta_r$ で定義すれば，誤差ダイナミクスとして

$$\begin{aligned} J\ddot{e} + C\dot{e} + (C - J(M_r S)^{-1} D_r S)\dot{\theta}_r \\ - J(M_r S)^{-1} D_r \mathbf{r} = \tau \end{aligned} \quad (4.51)$$

が得られる．設計目標は速度サーボであるから $\dot{e} \rightarrow 0$ となることである．また (4.51) 式の左辺第 3 項と第 4 項はジョイスティックをステップ状に操作する通常の状態においては $t \rightarrow \infty$ で一定値を取る．これらの事実を合わせ考えれば， \dot{e} についての PI-フィードバック制御を行うことで $\dot{e} \rightarrow 0$ が達成されるとわかる．ゆえにトルク指令値 τ を

$$\begin{aligned} \tau = & (C_n - J_n(M_r S)^{-1} D_r S)\dot{\theta}_r \\ & - J_n(M_r S)^{-1} D_r \mathbf{r} - \beta_c \dot{e} - \beta_k \int \dot{e} dt \end{aligned} \quad (4.52)$$

で与えることにする．ここで J_n, C_n は

$$\begin{aligned} J_n &= (J_M + J_m)/2 \\ C_n &= (C_M + C_m)/2 \end{aligned}$$

で定義した J, C のノミナル行列である．誤差が漸近収束するときの収束特性は，特性方程式

$$\psi_e(s) = \det\{J s^2 + (C + \beta_c I)s + \beta_k I\} \quad (4.53)$$

の特性根の位置により決定するから，本稿で提案した設計法によりこの特性根を左半平面の円 D (4.4) 内部に配置することで，望ましい過渡応答を得るべく設計を行う．
まず (4.53) 式を，対応する 2 次の区間多項式

$$\phi_e(s) = c_2 s^2 + (c_1 + \beta_c) s + \beta_k \quad (4.54)$$

に書き直す．Hertz の方法を用いて $\bar{c}_i, \underline{c}_i (i = 0, 1, 2)$ を求めると

$$\begin{aligned} \bar{c}_2 &= 7.84 \times 10^{-2}, & \bar{c}_1 &= 0.204, & \bar{c}_0 &= 0.0 \\ \underline{c}_2 &= 2.45 \times 10^{-2}, & \underline{c}_1 &= 0.104, & \underline{c}_0 &= 0.0 \end{aligned}$$

となることがわかる．今回の例では c_0 に対応する区間行列が存在しないため，評価すべき不等式 (4.50) の個数は半減し 8 個となる．つぎに解 (β_c, β_k) を求める作業となるが，ここではこれを，以下の定式化による不等式制約条件付きの最小化問題として取り扱うこととする．

$$\min_{\beta_c, \beta_k} \beta_c^2 + \beta_k^2 \quad \text{s.t.} \quad (\beta_c, \beta_k) \text{ satisfies (4.50)} \quad (4.55)$$

(4.55) 式の定式化により求められるゲインの組 (β_c, β_k) は，実機への適用時に不要なハイゲインにより高周波領域不確定性の影響が顕在化することを防ぐことができるという意味で，好ましいものである．

ここで円 D の定め方について検討しておく．モデルフォロイング制御においては規範モデル出力への追従性，言い換えれば追従偏差の収束性を保証することが第一の制御目標となる．そこで今回は閉ループ特性根実部の最大値 $-z_M$ ($z_M > 0$) を決定し，円領域 D が実軸と交わる 2 点のうち原点に近い点の座標が必ず $(-z_M, 0)$ となるように円を決定することにした．一方前節で述べたとおり，想定されるパラメータ変動に対するロバスト性確保のためには円の半径をある程度大きくする必要があるが，不要に大きく取れば過渡的な振動の発生やハイゲイン解につながる可能性があるため好ましくない．以上により設計パラメータを以下のように設定することとした．

< 設計パラメータの選定 >

- 特性根実部の最大値は $-z_M = -4$ ．
- 円の半径を $r = 5$ から 0.1 刻みで増加させる．この時円の中心も $\alpha = r + 4$ に従って複素平面実軸上を左へシフトさせていく．これにより円 D と実軸は点 $(-4, 0)$ で必ず交わる．

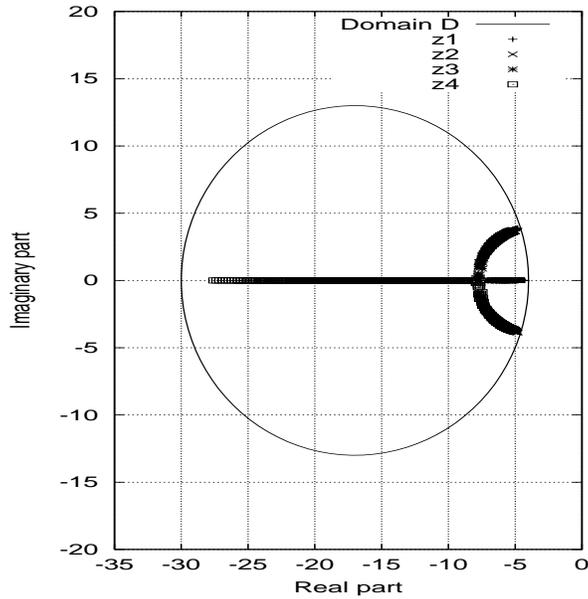


図 4.3: 零点配置対象領域の開円盤 D と gridding により求めた零点分布

以上の設定で，(4.55) の最小化問題が収束解を持った時点でアルゴリズムが終了するようにして計算機上で解の探索を行った．なお，ここでは解設計手順の例示が目的であるため r_M を設定していない．(4.55) 式の数値解探索にも MathWorks 社 Matlab の Optimization Toolbox で提供される `fmincon` 関数を利用した．この結果， $r = 13, \alpha = 17$ において

$$(\beta_c, \beta_k) = (0.629, 2.940) \quad (4.56)$$

なる β_c, β_k を用いれば，目的とする極配置が達成されることがわかる．

確認のため，(4.53) 式の行列 J, C の区間変動を，それぞれの端点行列を利用した gridding により仮想的に構成したものについて設計されたゲインを用いて閉ループ特性根を求め，それを領域 D と共に図示したものを図 4.3 に示す．全ての特性根が J, C の変動によらず円内部に存在していることが確認できる．

4.5.2 実験内容と結果および考察

以下では，本節で提案した設計手法によるモデルフォロイング制御系の性能確認と，そのような制御系における規範モデルの選択が操縦者に与える可操作感への影響を観察するために行った試走実験の結果について述べる．実験の被験者は 20 歳代前半の男性 5 名で，それぞれの体重は表 4.1 のとおりであり，試作機に実装した制御系は前出の数値例で求めたものである．各被験者には，

Subject	weight [kg]
A	92
B	67
C	72
D	50
E	52

表 4.1: 被験者の体重

[Q2] ジョイスティックによる加減速は思いどおりになりましたか？

[Q3] ジョイスティックによる旋回運動は思いどおりになりましたか？

[Q4] ジョイスティックを操作したときの電動車椅子の動き方は、想像していたとおりでしたか？

それぞれについて1点(最も否定的)から5点(最も肯定的)の5段階で採点評価を行ってもらった。その集計結果を図4.7にまとめる。時定数が0.5秒もしくは0.75秒の場合が評点合計が最も高く、ついで1秒、1.5秒、0.25秒が続く形となっている。この結果から、「ジョイスティックに対する進行方向速度および姿勢角速度応答までの界面間伝達特性は鈍すぎても敏感すぎてもだめで、各人がちょうどよいと思う程度の遅れが存在する」とした仮説の妥当性が検証できる。

なお、この結果を検証する際には被験者がすべて若く、状況に適応して操作方法を修正するという意味での身体能力に問題がなかったという事実を念頭に置く必要がある。利用したジョイスティックはアナログジョイスティックであるため、時定数が短い場合でも入力指令値自体を徐々に増加させるようにスティックを操作することで、発生する加速度を小さく抑えつつスティック操作に対する高い追従性を維持することが可能だが、被験者が操作する様子を観察していたところ、全員がこの事実を理解し適応して操作している様子が観察された。一方高齢者や障害者の利用においてはこれが難しい場合が少なからず存在すると考えられるため、評点結果はまた異なった分布を示すと推察されることに注意しておく。

4.6 まとめ

本節ではまず、複素左半平面の円領域内部に全零点を有する多項式の D 安定係数集合を定式化表現するためのアルゴリズムを与えた。4.2節では、多項式の Schur 安定性に関する Jury の判別法の基になった Marden のアルゴリズムにおいて、判別対

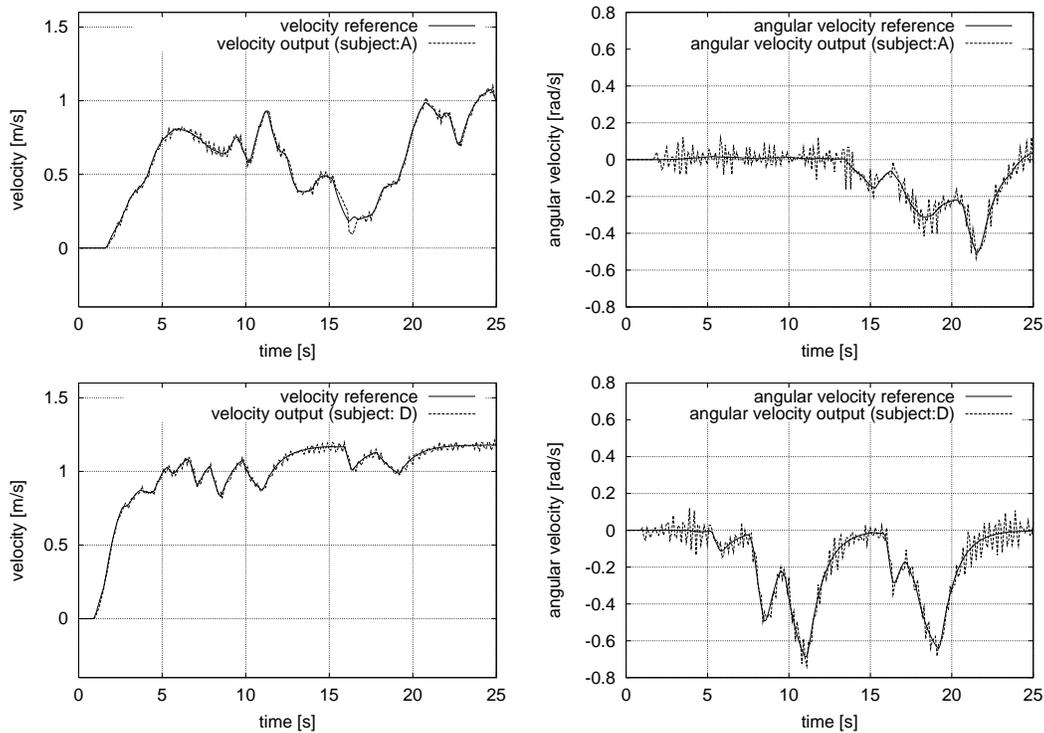


図 4.5: 被験者 A(上) と D(下) の規範モデル出力と進行方向速度 (左) および姿勢角速度 (右) 出力 (時定数 1[s])

象多項式に伴って用いる随伴多項式を着目する円に関する反転の表示式を利用して定義することにより，漸化式の生成方法はそのままに実軸上に中心を有する任意の円内部に関する零点存在の判別が可能となることを示した．4.4 節ではこの結果に基づき，区間変動を有する行列二次システムに対するロバスト D 安定化を達成するフィードバック制御器の設計方法について検討するとともに，これを電動車椅子操作性改善におけるロバストモデルフォロイングコントローラの設計に応用する例を与えた．行列不確定性の評価は 3 節と同様対応する多項式の係数空間上で行ったが，これにより二次の区間多項式が得られ，変動は係数空間における直方体内部領域として表現される．閉ループ極の配置目標領域である左半平面内の円は Kharitonov 領域であるから，区間変動に対するロバスト D 安定化問題は 8 個の頂点多項式の同時 D 安定化問題に書き換えられ，結果ロバスト D 安定化を達成するフィードバックゲインの集合が 16 個の連立不等式 (4.50) の解として特徴付けられることが理解される．4.5 節ではこれを電動車椅子のためのロバストモデルフォロイング制御系の誤差ダイナミクス安定化に適用する例を与えた．図 4.3 で見たとおり，電動車椅子ダイ

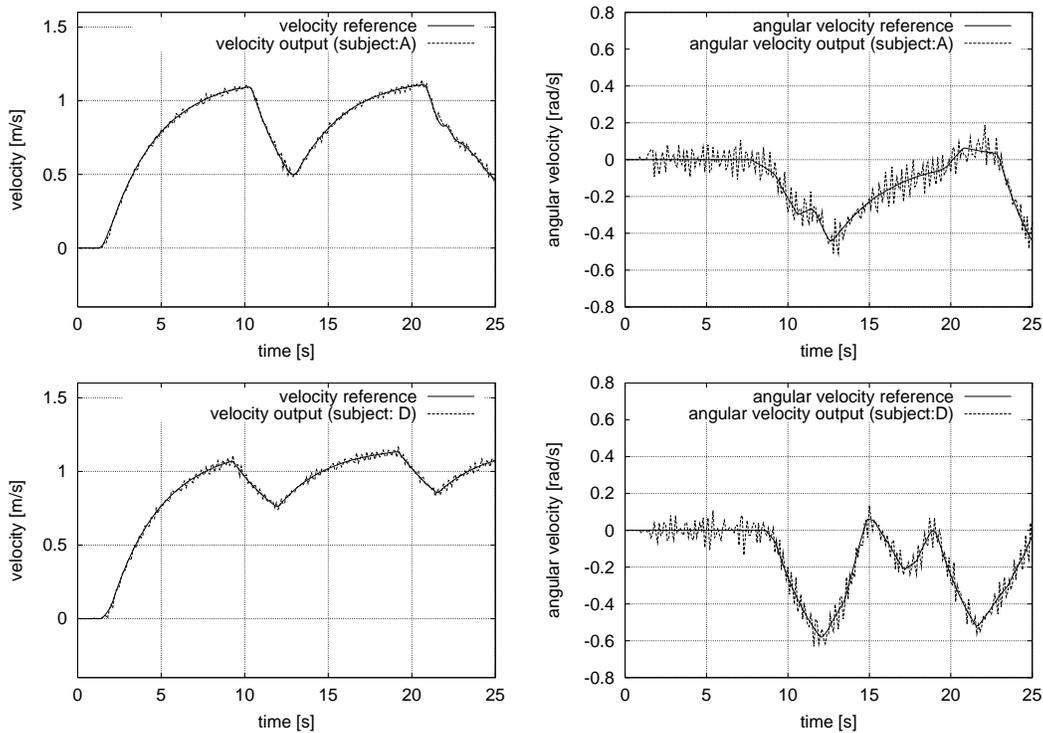


図 4.6: 被験者 A(上) と D(下) の規範モデル出力と進行方向速度 (左) および姿勢角速度 (右) 出力 (時定数 3[s])

ナミクスにおいて想定される物理パラメータの変動に対してロバストに円領域内への極配置が達成されていることが確認できる．また 4.6 節の実験により，界面間動特性を変更することが利用者の電動車椅子に対する操作性の評価に影響を与えることが確認されるとともに，設定する遅れには小さすぎず大きすぎない最適値が存在することもわかった．

なお，(4.50) 式の解集合が空集合でない場合，この自由度を別の規範の最適化に利用することも可能である．与えた数値例の提示においてはハイゲイン解を抑止するという観点で目的関数を与えたが，これとは異なる観点の目的関数に設定するか拘束条件を追加することにより，設計において考慮すべき他の視点を同時に満たす解を求めることが可能となる．つまり (4.50) で表されるロバスト D 安定化のための条件式表示は多目的最適化を考慮するうえで都合のよいものになっているということをここで指摘しておく．

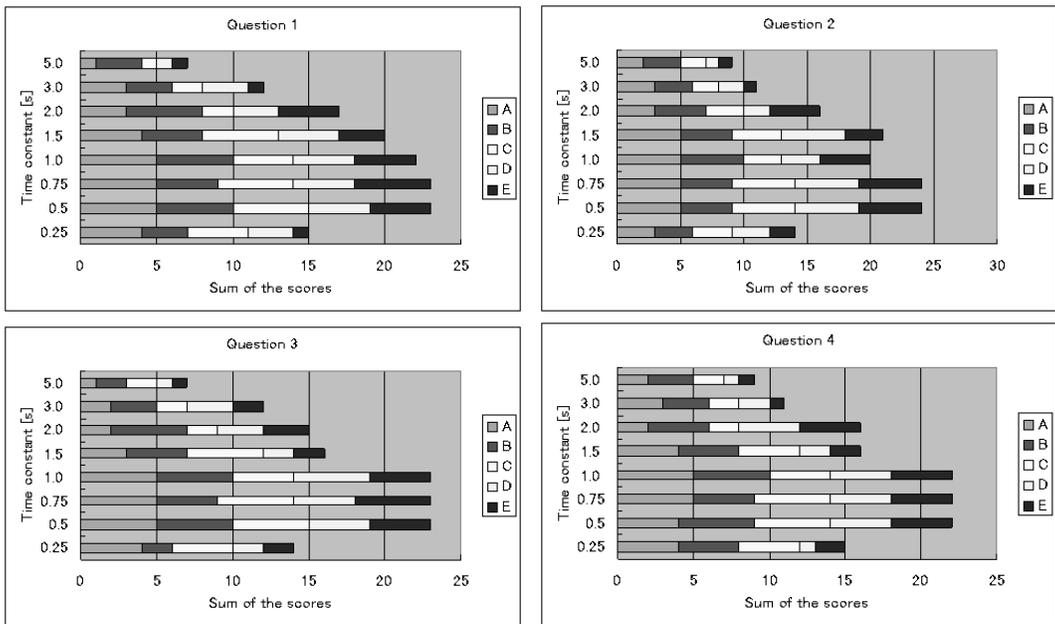


図 4.7: 走行後のアンケート集計結果

5 自動車運転感覚に近い電動車椅子の提案 [4]

5.1 はじめに

第3節および第4節においては、ジョイスティックを操縦用デバイスとする電動車椅子の操作性改善に関して装置に理想の界面間動特性を付与するという観点から検討を行った。電動車椅子はそもそもが下肢麻痺等の重篤な障害を有する方のための移動補助装置であるので、片手の運動のみで二自由度の操縦指令を与えることができるジョイスティックが操縦装置として適したものであることに疑いの余地はないのであるが、本稿冒頭で述べたとおり高齢者の増加によってそれまで想定されなかった健常高齢者の移動補助にも電動車椅子が利用されるようになると、操縦系についてもそれまでとは違った観点からの評価検討がなされてしかるべきであると考えられる。ここではそのような観点から、家屋内における移動には障害はないものの日常生活に必要な不可欠な生活関連施設へのやや長めの距離の移動が難しい高齢者の方、特に今後は高齢者の相当数を占めるものと思われる自動車運転経験を有する方に好適な移動補助装置について検討を行う。

高齢者がジョイスティック型の電動車椅子を操縦する上で感じる難しさの原因は、並進・回転の二自由度とジョイスティックの二自由度の対応関係がわかりにくいことにあると推察される。またそもそもジョイスティック自体に不慣れなため、アナログスティックであってもその取り扱いが二値的になりがちであるとともに身体機能の減退により細やかな操縦操作が困難であるという問題もある。そこで現在市場では、そのような高齢者の外出補助に用途を絞った電動3輪車や電動4輪車(以下「セニアカー」と記述する)が複数のメーカーから販売されていて、第1節で見たとおり市場規模ではすでに電動車椅子の3倍強のところまで成長している。セニアカーは通常アクセル/ブレーキに相当するスイッチと自転車のような操舵機構を有しており、走行時に要求される操作は直感的でわかりやすい。そのため操縦の容易性という点から言えば高齢者向きであるのは確かであるが、操舵機構を有するため装置が大型化して十分な幅を持った場所しか走行することができず危険である、ハンドルが重い、最小旋回半径も大きくなるので実質屋外における移動専用であるというように複数の改善すべき点があるのも事実である。

一方で、欧州が先駆的存在であるタウンモビリティを考慮した街づくりが高齢化の進む日本でも検討されつつある[50]。今後タウンモビリティが都市整備の概念として定着すれば、ハートビル法などとも相まって各種商店や公共機関のバリアフリー化が進み、屋内においても移動補助装置に乗ったまますべての用事を済ませることが近い将来現実に可能となるかもしれない。ただし土地が狭く建物が高層化しがちな日本特有の事情を考えれば、その実現には

- 可能な限りコンパクトな車体であること。
- 操縦操作がわかりやすく直感的で、高齢者にも無理がないこと。また一部のセニアカーやジョイスティック電動車椅子のように、入力装置の微小操作に対して過大な応答が発生しないこと。
- エレベータとの親和性を考慮して、その場旋回可能であること。

のすべてを満たす移動補助装置が必要不可欠であると考えられる。そこで本節では、これらの要件をすべて満たす新しい移動補助装置として、特に自動車運転経験を有する高齢者に好適な、電動車椅子と同様のコンパクトな車体構造を有し、かつ自動車と同一の操縦装置を採用して構成した「自動車運転感覚に近い電動車椅子」を提案し、以下順次その実現に向けた検討を加えることとする。

5.2 電動車椅子試作機の構成

提案する新しい電動車椅子は、ジョイスティック電動車椅子では普通であるが2つのモータを左右の動輪それぞれに独立して配置することにした。また、車体コンパクト化のためセニアカーのような機械的操舵機構は搭載せず、2つのモータの制御により並進運動と旋回運動を行うようにした。操舵角の指令値を与えるためにハンドルを、加減速制御のためにフットペダルを配置したのは2節で説明したとおりである。機械的操舵機構を搭載しないため、ハンドルは仮想操舵輪に対する舵角指令値を与えるためのデバイスであるのだが、実車のハンドルは旋回時のタイヤの接地状況をドライバが知るための手がかりとなるタイヤの発生する操舵反力をドライバにフィードバックするためのデバイスとしての役割も有しているので、操舵機構を省略した場合この反力フィードバックがなくなり車両の接地状況を把握することができないため危険である。そこで操舵反力をドライバにフィードバックするためのモータをハンドル回転軸に設置している(図5.1参照)。なお、危険防止のためにその場旋回用スイッチとハンドル・ペダルの操縦系は排他的に機能するようプログラミングされている。結果構成された電動車椅子試作機の写真を図5.2に示す。

5.3 自動車の入出力モデル

自動車操縦感覚に近い電動車椅子を乗り手に提供するには操作用デバイスを自動車のそれに変更するだけでは不十分であり、それらを用いての操縦特性、すなわちハンドル/ペダル入力操作に対する電動車椅子の応答特性を自動車のそれに近づけ

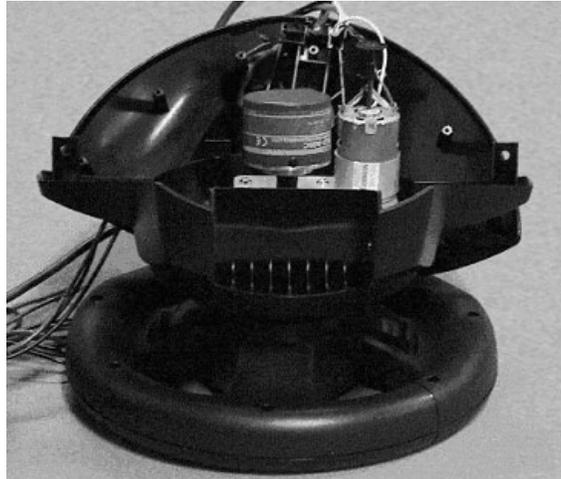


図 5.1: フォースフィードバックを実現するハンドル装置



図 5.2: ハンドルとペダルを取りつけた状態での電動車椅子試作機

ることが必要不可欠であると考えられる．ここではまず操縦用デバイス入力に対する自動車の応答特性を表現する数学モデルの導出について述べる．自動車はその内部に多数の慣性系と動力伝達系を含む複雑な装置であるが，それらを全て定式化するとモデルが非常に高次になり計算コスト的に望ましくない．更には電動車椅子のJIS規格での最高速度は時速6[km/h]に制限されているため，速度変化による特性変化が体感できるほど大きくないと考えられることから，低速度域における自動車の挙動を近似的に表現する，可能な限り簡潔なモデルの導出を目指すこととする．なお以下の議論では2次元水平面内での自動車の運動のみを考慮し，重力の影響や路面のうねり等は考えない．

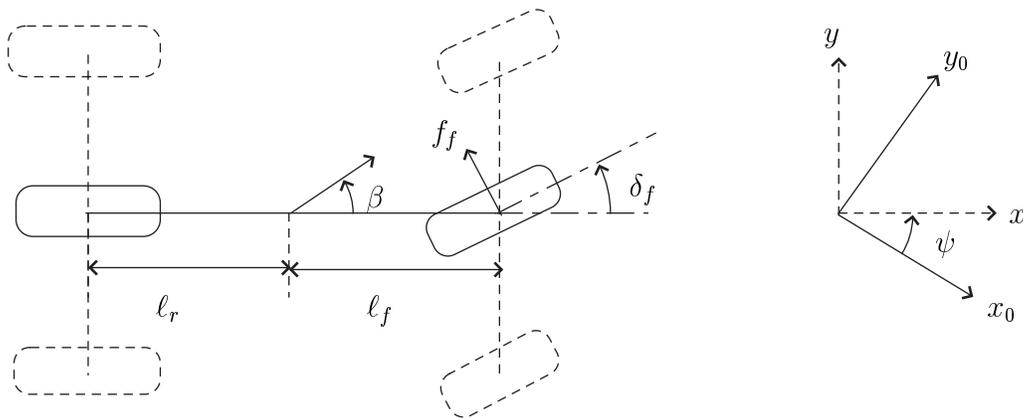


図 5.3: シングルトラックモデルにより自動車の旋回運動を解析する場合の座標系の設定

5.3.1 実車の並進運動応答特性

実際の自動車ではアクセル操作量が加速度指令値の意味を持つ。アクセル踏み込み量の増大は、吸気量の増大、燃料噴射量調節、点火時期調節等の調整機構を経てエンジンの出力トルク増大をもたらす。出力トルクはギアトレインと車輪の慣性系を経て路面に伝えられ、車速の変化となって観測される。これらの伝達系を考えたとき最も支配的なのは車体慣性系による遅れである。本節冒頭で述べた理由をあわせて、ここではアクセル踏み込み量から速度出力までが一次遅れであると近似できるとする。次に、定速運転時からのブレーキペダルを用いた減速過程を考える。ブレーキペダル操作によりブレーキアクチュエータ制御系に指令値が与えられた後はブレーキアクチュエータダイナミクスに起因する伝達遅れを経て制動力が発生し、それにより車速が変化する。ここでも支配的なのは車体慣性であるから、ブレーキアクチュエータが制動力を発生させる際の遅れを無視しうるものと考えれば、ブレーキペダル操作から減速までの伝達特性は近似的に一次遅れであるとしてよいことがわかる。

5.3.2 旋回運動の記述

自動車のハンドル操作に対する姿勢変化の応答を表すモデルの一つにシングルトラックモデルと呼ばれる、前輪(後輪)の2輪の効果を1本のタイヤにまとめて扱うモデルがある [22][51]。図 5.3 にシングルトラックモデルを用いて旋回運動を解析する

場合の座標の設定を示す．図中 δ_f, δ_r はそれぞれ前輪，後輪のタイヤの舵角を， l_f, l_r は重心から前車軸，後車軸までの距離を表す． $l = l_f + l_r$ がホイールベースである．自動車の並進速度ベクトルが前後車軸の中心を結ぶ線となす角 β を自動車の横滑り角と呼ぶ．以下，自動車の並進速度を v で表す．旋回運動を考える間 v は一定値を保つと仮定しておく． (x_0, y_0) は旋回運動を考える際のベース座標系であり， (x, y) は車体に固定された座標系を表す．ここでは前後車軸の中心を結ぶ線を x 軸方向に選んでいる． x 軸と x_0 軸のなす角 ψ は自動車車体の姿勢角（ヨー角）を表し，その微分値 $r = \dot{\psi}$ がヨーレートである．今回電動車椅子には一般的な前輪操舵車 ($\delta_r = 0$) の挙動を再現させることを考え，かつハンドル操作角 θ_w から δ_f までの伝達特性がステアリングアクチュエータに起因する一次遅れで表現できるとすると

$$\dot{\delta}_f = -\alpha\delta_f + k\theta_w \quad (\alpha, k > 0) \quad (5.1)$$

であるから，旋回運動ダイナミクスの線形近似モデルは

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{\delta}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \delta_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} \theta_w \quad (5.2)$$

となる．行列中に現れる各要素は

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{C_r + C_f}{\tilde{m}v}, & a_{12} &= -1 + \frac{C_r l_r - C_f l_f}{\tilde{m}v^2} \\ a_{21} &= \frac{C_r l_r - C_f l_f}{\tilde{J}}, & a_{22} &= -\frac{C_r l_r^2 + C_f l_f^2}{\tilde{J}v} \\ b_{11} &= \frac{C_r}{\tilde{m}v}, & b_{21} &= \frac{C_f l_f}{\tilde{J}} \end{aligned}$$

で与えられる．各成分に含まれる記号の意味については 図 5.3 及び表 5.1 を，今回の研究で設定した仮想自動車のパラメータ値については付録の表 B.2 を参照されたい．式 (5.2) を伝達関数領域で記述すれば

$$G(s, v) \triangleq \frac{k\{b_{11}a_{21} + b_{21}(s - a_{11})\}}{(s + \alpha)\{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}\}} \quad (5.3)$$

となり，実車の自動車の姿勢動特性が車速 v に応じて変化することを反映し，変動パラメータ v を含む伝達関数となる．車速値 v は走行中有界な区間内で変動するので，それに応じて $G(s)$ の係数もある区間内を変動することになる．なお，並進速度 $v = 0$ の場合は式 (5.3) の係数の一部が無限大となるが，分母分子に v^2 を掛けることにより $G(s, 0) \equiv 0$ なることがわかり，実機自動車の挙動と矛盾しない．

μ	Friction coefficient of the contacting surface
m	Mass of a virtual car
\tilde{m}	Virtual mass of a virtual car ($\tilde{m} = m/\mu$)
J	Yaw moment of inertia of a virtual car
\tilde{J}	Virtual moment of inertia ($\tilde{J} = J/\mu$)
l_f, l_r	Distance between front(rear) axle and CG
f_f, f_r	Front(rear) cornering force
C_f, C_r	Front(rear) cornering power
α_f, α_r	Side slip angle of front(rear) wheel.

表 5.1: シングルトラックモデルに現れる変数の説明

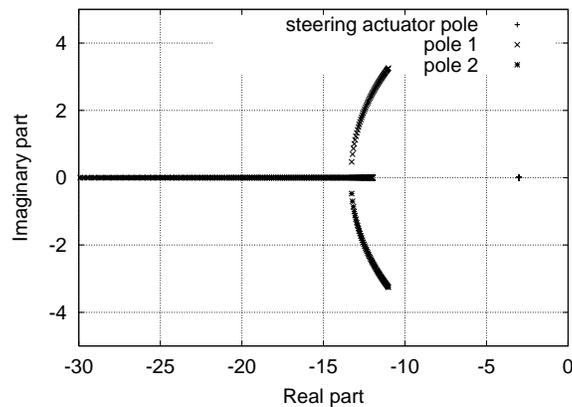


図 5.4: 仮想スケールの自動車において時速が 0 から 20[km/h] まで変化する際のシングルトラックモデル極変動の様子

式 (5.3) では車速に応じて伝達関数の係数値が変化するので、これが表すハンドル操作角に対する車体ヨーレートの応答特性も車速により変化している。その様子を観察するため、付録の表 B.2 で与えた物理パラメータ値を有する仮想自動車について、車速が 0 から 20[km/h] の範囲で変化した場合の式 (5.3) の極の位置を図 5.4 の複素平面上にプロットした。図中 $-3 + j0$ に存在して車速に対して変動しない極は実車のステアリングアクチュエータ伝達機構の遅れを表す。残る 2 極は車速が低いとき非常に速い負の実極 (グラフ掲載範囲の左遠方) であり、それが車速の増加とともに実軸上を原点に向かって移動し、時速 16.5[km/h] を境に共役複素極に変化することがわかる。

5.3.3 操舵反力の算出

自動車で行進中に操舵を行えば、ステアリングを通じて操舵反力と呼ばれる力がドライバに伝わる。この力は操舵輪である前輪タイヤに発生するセルフライニングトルクによるものである [52] (図 5.5 参照)。Faila らはタイヤをモデル化し、セルフライニングトルク M_z を計算する次の式を導いた [53]。

$$\frac{M_z}{\mu_f L l} = \frac{1}{6} \phi - \frac{1}{6} \phi^2 + \frac{1}{18} \phi^3 - \frac{1}{162} \phi^4 \quad (5.4)$$

ここで μ_f は前輪タイヤと路面間の横方向の滑り摩擦係数を、 L はタイヤに作用する垂直加重の大きさを、 l はタイヤの接地長を表す。また ϕ はタイヤのコーナリングパワ C_f と前輪タイヤの横滑り角 α_f を用いて以下の式で計算される量である。

$$\phi = \frac{C_f}{\mu_f L} \cdot \alpha_f \quad (5.5)$$

この ϕ が小さいとき、(5.4) 式の高次項を省略すれば以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{M_z}{\mu_f L l} &= \frac{1}{6} \phi \\ M_z &= \frac{1}{6} l \cdot C_f \cdot \alpha_f \triangleq \varepsilon \cdot F_f \end{aligned} \quad (5.6)$$

$F_f = C_f \alpha_f$ は前輪の発生するコーナリングフォースを表し、 $\varepsilon = l/6$ はニューマチックトレイルと呼ばれるタイヤ回転軸とコーナリングフォース着力点のずれを表す量である。前輪の滑り角 α_f はシングルトラックモデルでダイナミクスが表現される変量を用い

$$\alpha_f = \delta_f - \beta - l_f \frac{r}{v} \quad (5.7)$$

で計算できる [54] から、これを (5.6) 式に代入して

$$M_z = \varepsilon \cdot C_f \cdot \left(\delta_f - \beta - l_f \frac{r}{v} \right) \quad (5.8)$$

により計算することができる。ハンドルにフィードバックすべき反力 F_H は、ハンドル回転角に対する操舵輪舵角比を a 、ハンドル半径を r_H として

$$F_H = \frac{M_z}{a \cdot r_H} \quad (5.9)$$

で計算される。(5.9) 式に基づいてハンドル軸に設置されたモータをトルク制御することで、操舵反力の操縦者へのフィードバックが実現される。

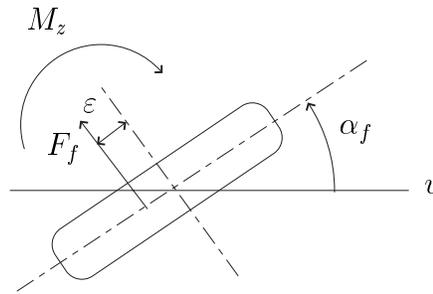


図 5.5: 操舵反力発生の仕組み - セルフアライニングトルク

5.4 制御系の構成

「自動車運転感覚に近い」感覚を電動車椅子の操縦者に対して与えるためには、ハンドル・アクセル・ブレーキを操作した際に生じる車体の挙動変化が同スケールの実車のそれと等しいことが必要不可欠であると考えられる。これは操縦用デバイス入力から並進速度・角速度出力までの入出力特性、すなわち界面間の伝達特性が自動車のそれと同一であることを意味する。一方で2節で述べた試作機の運動に関する機械装置の構成は自動車のそれとは全く異なっており、この間を2つの動力用モータの制御により埋める必要があるが、これまでの議論の経緯から5.3節で提示した操作用デバイス入力に対する自動車の応答特性モデルを規範モデルとするモデル規範型制御則を実装することで問題が解決されると期待できる。本章では試作機に実装する制御系の設計について述べる。

5.4.1 加減速制御

5.3節での考察を踏まえ、試作機においてはアクセルペダルの踏み込み量が走行速度の目標値を与えたとし、ペダル踏み込み量と目標速度間の伝達特性は一次遅れとなるように設定した。これによりアクセル踏み込み量の大小と生じる加速度の大小が対応するため実車と同様の応答特性を再現することが可能となる。また構成すべき制御系は、速度が規範モデルの出力に追従するような速度制御系であることになる。

一方ブレーキであるが、電動車椅子や電動4輪車等の市販品で非常停止用と坂道における停止目的でブレーキを備えるものは多数あるが、減速目的にブレーキを有しているものはほとんどない。これはブレーキ機構を搭載することによる生産コストの増大と、操作すべき装置の数を増やすことが高齢者の利用においては問題の発生源となりうることを考慮したものと思われる。そこで今回の試作機でもブレーキ

ペダルは利用しないことにし，アクセルペダルを離すことで減速 / 停止するようにした．この場合前述の速度制御系を実装すると，アクセルペダルを緩めればマニュアル車のエンジンプレーキに相当する挙動が生じる反面，アクセルペダルを離すと数秒のうちに停止してしまい実車と完全に異なる．製品化においては操縦装置の相違が利用者に与える影響の評価は非常に重要であり，当然検証を必要とするが，ここでは加減速時における自動車運転感覚の再現方策の提案とその検証が目的であるため，停止時に要求される操作の差異が評価に影響を与えないような実験を行うことに注意しておく．

5.4.2 姿勢角速度制御

旋回運動については (5.3) 式を規範とするモデル規範型制御系を構成すれば目的とする旋回特性が再現できると考えられる．ここで (5.3) 式伝達関数の係数が車速に応じて変化することについて，一般に規範モデルそのものの構造と安定性が損なわれない限りにおいて大きな問題は生じないものの，電動車椅子の規制速度は屋外型で時速 6 [km/h] に過ぎず，図 5.4 のとおりこの速度域において (5.3) 式の極は操舵アクチュエータ遅れに起因する極および負の速い 2 実極であるから，応答特性の変化は乗り手に体感できるほど大きくないことが想像される．よって今回は，通常の利用において最も長い時間生じる時速であると思われる $v = 6[\text{km/h}]$ を (5.3) 式に代入した固定伝達関数を規範モデルとして制御系の構成を行った．

5.4.3 試作機の運動方程式と非干渉化

電動車椅子の構造は第 3 節及び第 4 節で考察の対象としたものと同じであるので，第 2 節で導出したダイナミクスをそのまま利用する．ただし，以下の制御系設計ではペダル入力から並進速度応答特性と，ステアリング操作から姿勢角速度応答特性に別々の規範モデルを設定する必要があり，これを容易に行うため，あらかじめ非干渉化を行った電動車椅子モデル (2.16) を利用する．このモデルは

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^{(1)}}{s + \alpha^{(1)}} & 0 \\ 0 & \frac{d^{(2)}}{s + \alpha^{(2)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_{\dot{\psi}} \end{bmatrix} \quad (\alpha^{(i)} \in [\underline{\alpha}^{(i)}, \bar{\alpha}^{(i)}], d^{(i)} \in [\underline{d}^{(i)}, \bar{d}^{(i)}], \underline{d}^{(i)} > 0) \quad (5.10)$$

のように，区間変動パラメータ $\alpha^{(i)}$ と区間変動ゲイン $d^{(i)}$ を含むことに注意しておく．なお，使用した物理パラメータのノミナル値については表 B.1 を参照のこと．

5.4.4 制御系の構築

先に述べたとおり自動車運転感覚再現のためにはモデル規範型制御則を適用するのが妥当であると思われるが，設計に当たっては前項の式 (5.10) 中に現れる有界パラメータ変動 $d^{(i)} > 0$ および $\alpha^{(i)}$ の存在を考慮する必要がある．本研究では Aström らによる出力フィードバックのモデル規範適応制御法 [55][56][57] を採用することにより $d^{(i)}$ および $\alpha^{(i)}$ に想定すべき不確定性を吸収するようにした．以下では姿勢角速度制御系の場合についてコントローラの構成を説明するが，並進速度制御の場合も同様である．

まず規範モデルを次式で表す．

$$A_m \dot{\psi}_m(t) = B_m \theta_w(t) \quad (5.11)$$

A_m, B_m はそれぞれ (5.3) 式の分母 (分子) 多項式である．次にプラントは，(5.10) 式より

$$A \dot{\psi}(t) = b_0 B u_{\dot{\psi}}(t) \quad (A = s + \alpha^{(2)}, b_0 = d^{(2)}, B = 1) \quad (5.12)$$

と記述されるのだが，ここでは

$$u_{\dot{\psi}} = \frac{B_m}{(s+p)^2} u_f \quad (p > 0)$$

なる入力フィルタを用いて

$$A(s+p)^2 \dot{\psi}(t) = b_0 B B_m u_f \quad (5.13)$$

という拡大プラントを構成し，この u_f を適応制御則によって合成することにする．拡大系の構成によってシステムに導入された B_m の零点は安定零点であることに留意しておく．つぎに式 (5.13) に対してモデルマッチングを達成しうるコントローラの構造を決定する．ここでは通常の 2 自由度構造

$$R u_f = -S \dot{\psi} + T \theta_w \quad (5.14)$$

とした． A_0 をオブザーバ多項式として， R, S, T が

$$\begin{cases} A(s+p)^2 R + b_0 B_m S = A_0 A_m \\ T = t_0 A_0 \end{cases} \quad (5.15)$$

を満たすように選択されれば目的とするモデルマッチングが達成される．この時次数の制約を考慮して R, S, T を全て 1 次の可調整パラメータを含む多項式であるとす

る．ただし R はモニック多項式である．これより追従誤差を R, S, T を用いて表現すると

$$e = \dot{\psi} - \dot{\psi}_m = \frac{b_0 B_m}{A_0 A_m} (R u_f + S \dot{\psi} - T \theta_w) \quad (5.16)$$

となる．この e にフィルター Q/PB_m を作用させ， $Q/A_0 A_m$ が SPR[58] となるようにする．さらに $P = P_1 P_2$ と分解すれば P_2 は安定かつモニックになるように選択できるから，

$$\begin{aligned} e_f &= \frac{Q}{PB_m} e \\ &= \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \left(\frac{1}{P_1} u_f + \frac{R - P_2}{P} u_f + \frac{S}{P} \dot{\psi} - \frac{T}{P} \theta_w \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

と書ける．ここで

$$\begin{aligned} R - P_2 &= r'_1 \\ S &= c_1 + c_0 s \\ T &= t_1 + t_0 s \end{aligned}$$

とおき，更新対象のベクトル θ と ϕ を

$$\theta = (r'_1, c_0, c_1, t_0, t_1)^T \quad (5.18)$$

$$\phi^T = \left(\frac{1}{P} u_f, \frac{s}{P} \dot{\psi}, \frac{1}{P} \dot{\psi}, -\frac{s}{P} \theta_w, -\frac{1}{P} \theta_w \right) \quad (5.19)$$

と定義するなら，モデルマッチングを達成する θ の値を θ^0 として式 (5.17) は

$$e_f = \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \left(\frac{1}{P_1} u_f + \phi^T \theta^0 \right) \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} &= b_0 \left(\frac{Q}{A_0 A_m} \phi^T \theta^0 + \frac{Q}{A_0 A_m P_1} u_f \right) \\ &\triangleq b_0 (\phi_F^T \theta^0 + u_F) \end{aligned} \quad (5.21)$$

と変形できる．(5.20) より制御入力 u_ψ を

$$u_f = -\theta^T (P_1 \phi) \quad (5.22)$$

で与える．更にこの e_f に対して拡張誤差 ε を

$$\begin{aligned} \varepsilon &= e_f - \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \left(\frac{1}{P_1} u_f + \phi^T \theta \right) \\ &= \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \phi^T (\theta^0 - \theta) \end{aligned} \quad (5.23)$$

と定義すれば b_0 が既知の場合この表現から θ の勾配推定器が得られる．しかし今回の場合乗り手の体重に依存する b_0 は事前にはわからないので，これを推定する必要が生じる．そこで推定誤差 ε_p を

$$\varepsilon_p = e_f - \hat{e}_f = e_f - \hat{b}_0(\phi_F^T \theta + u_F)$$

とすれば，正規化勾配推定則は $\gamma > 0$ として

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\phi_F \varepsilon_p}{\alpha_\theta + \phi_F^T \phi_F} \quad (\alpha_\theta > 0) \quad (5.24)$$

$$\frac{d\hat{b}_0}{dt} = \gamma \frac{(\phi_F^T \theta + u_F) \varepsilon_p}{\alpha_b + \phi_F^T \phi_F} \quad (\alpha_b > 0) \quad (5.25)$$

のように求めることができる．実現に際しては，設計者が選択可能なパラメータを

$$\begin{aligned} P_1 &= A_m \\ P_2 &= A_0 = s + 5 \\ Q &= A_0 A_m \\ \gamma &= 100 \\ p &= 5 \\ \alpha_\theta &= \alpha_b = 1 \end{aligned}$$

のように選択してノートPC上にプログラミングした． P_1, P_2, Q を上記のように選ぶことで実装時に要求される計算量を少なくすることができる．

走行結果の一例を図5.6に示す．この図から良好な追従が達成されていることが確認できる．この結果を踏まえて次節の評価実験を行った．

注) その場旋回制御は上述のモデル規範型制御とは異なり，(5.10)式の非干渉表現に基づいて構成したPI制御系にボタン on 操作に連動してステップ状の姿勢角速度目標を与えることで実現している．

5.5 評価実験

本研究の提案である「自動車運転感覚に近い電動車椅子」という開発コンセプトの妥当性を検証するため，2種類の実験を行った．第1の実験はステアリングに発生させる操舵反力が乗り手に与える心的影響を評価するための実験であり，第2の実験は市販のジョイスティック型電動車椅子を併用した比較走行実験である．なお，

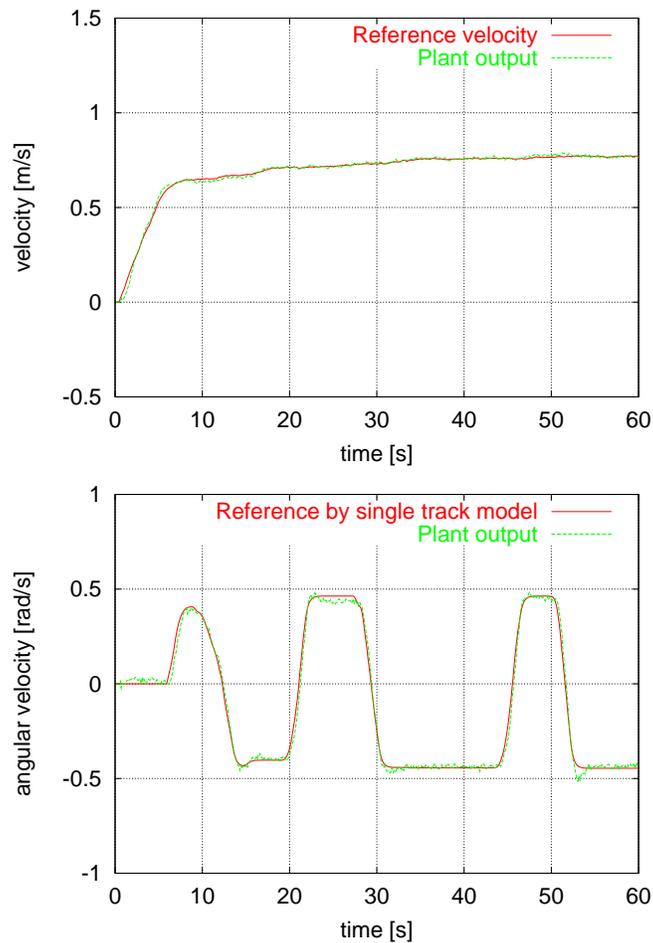


図 5.6: 試作機による試走結果 (規範モデルにより生成される目標値と出力)

5.1 節で述べたように製品用途を考えればその場旋回機能は必須であるがその実装は容易であることと前述の実験目的を考慮し，以下の 2 つの実験ではその場旋回が要求されないコースを設定している．具体的なコース図は付録の図 B.1 を参照のこと．また，シングルトラックモデルのパラメータには付録の表 B.2 に記載の値を設定した．表の上 8 個のパラメータ値は物理的な根拠を持つのに対して k は人為的な量であり，これによりステアリング操作に対する応答感度と旋回性能が左右される．同表に記載した値は予備走行実験における調整の結果定めた値であり，仮想前輪操舵角の最大値はこの k の値を用いて算出した．



図 5.7: 走行評価実験の様子

5.5.1 実験 1

実験 1 では 20-25 歳の自動車運転経験を有する男性 8 名を対象として、操舵反力を調整項目とした評価実験を行った。実験では図 B.1 に示すフェンスとパイロンで構成された指定経路を

1. ハンドル軸に取りつけたゴムひもにより擬似的に操舵反力を発生させる設定 A。この設定では操舵反力は走行状態とは無関係にステアリングの切り角のみに依存して決定する。付録の図 B.2 を参照のこと。
2. 試作したハンドルにより、シングルトラックモデルを用い車椅子の走行状態を踏まえて反力フィードバックを行う設定 B。
3. 試作したハンドルでモータをフリーにして、一切の反力が発生しない設定 C。

の 3 種類の異なる設定の試作電動車椅子で順次走行してもらった後でアンケートに答えてもらうという形式で実施した。アンケートでは以下の 3 項目について、-5 点から 5 点の 11 段階での採点を行って貰った。

- 旋回操作の容易さ (Q1)
- 走行時の恐怖感 (恐怖感がマイナス、安心感がプラス評価) (Q2)
- 自動車運転感覚との近さ (Q3)

アンケートの集計結果を図 5.8 に示す。いずれの評価項目においても設定 B のハンドルが良い評価を受けており、電動車椅子操舵装置としてハンドルを利用する場合

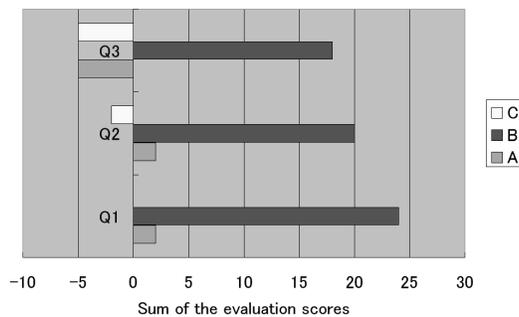


図 5.8: 採点法によるアンケートの集計結果 (実験 1)

に走行状態を考慮した操舵反力フィードバックを行うことの効果が見て取れる。また、被験者が運転経験者であることも理由の一つであろうが、Q2の結果からは操舵反力を介した走行状態のフィードバックには操縦時の安心感を与える効果のあることも推察される。なお、操舵反力の計算に用いる仮想自動車のパラメータは全て仮想のものであるから、それらを操作性向上におけるシステムの可調整パラメータと考えることも可能である。実際、操舵反力モデルのパラメータ調整を行うことでアンケート評点が更に向上するという結果を得ていることをここに報告しておく。

5.5.2 実験 2

続いて、提案する電動車椅子がジョイスティック操作型の電動車椅子と比較して利用者の装置への順応負荷軽減という点において有効であるかどうかを評価するために、次のような実験を行った。被験者は実験 1 とは異なる 22-30 歳の男性 9 名で、全員が自動車の運転免許証を有している。被験者には市販のジョイスティック操作型電動車椅子と試作機のそれぞれについて前実験と同様にフェンスとパイロンで設定されたコースを障害物に触れないように走行してもらい、その所要時間を計測した。被験者は 2 種類の車椅子による走行を連続して行うが、試走の順序が走破タイムに与える影響を考慮し、

1. ジョイスティック型車椅子 → 自動車感覚車椅子
2. 自動車感覚車椅子 → ジョイスティック型車椅子

の 2 通りの走行順を設定し、各々にほぼ半数の被験者を割り当てることとした。比較に使用したジョイスティック型の電動車椅子は、スウェーデンの Euroflex 社製のフレックスモビル 691 である。この車椅子は試作機と同様左右独立な 2 動輪の前後に 2 つずつのキャストを配した 6 輪構造で、最高速度が調整可能となっている。こ

testee	order	car	joy
A	(1)	0m 55s	1m 04s
B	(2)	0m 57s	1m 05s
C	(1)	0m 57s	1m 16s
D	(2)	1m 02s	1m 17s
E	(1)	0m 56s	1m 11s
F	(2)	0m 59s	1m 12s
G	(1)	1m 01s	1m 13s
H	(2)	1m 10s	1m 20s
I	(1)	1m 30s	1m 19s

表 5.2: 9 名がそれぞれの走行でコース走破に要した時間 (実験 2)

の機能を利用して事前に直線走行試験を行い，試作機とこの車椅子の走破時間が同一となるようあらかじめ調節した上で本実験を行った．9 名の計測結果を表 5.2 にまとめる．なお，被験者 A,B の 2 名は試作機，ジョイスティック車椅子とも十分な操作経験を持っているが，他の 7 名は両者とも操縦経験を有していない．表中 car とは本研究で提案した自動車感覚の電動車椅子を，joy とは市販のジョイスティック操作型の電動車椅子による試走の結果を表している．

この表から，試作機を用いた走行では C - I のうち数名が A,B と同レベルのタイムで走破できているのに対して，ジョイスティック車椅子では A,B と C-I の間に大きな差のあることがわかる．これより車の操縦経験を有する者にとって自動車運転感覚に近い形で操縦できる電動車椅子への順応及び操縦方法の理解は，ジョイスティック車椅子でのそれに比較して容易であったことが推測できる．更には最高速度を同一にしたにも関わらず走破に要する時間は全般にジョイスティック車椅子の方が長くなっている．この電動車椅子は借用物であり走行ログの確認が不可能であったため被験者の体重差による速度変動を検証することができず，この項目をとって試作機が優れているとは言えないが，実験時の傾向として C-I の初心者はジョイスティックの操作を非常に慎重に行おうとするものが多かった．これはジョイスティック操作に対する電動車椅子の応答を予測できないことに起因するものと推察されるが，この事実からもジョイスティック型車椅子を乗りこなすにはある程度の慣れと操作への習熟が必要で，身体的感覚と運動能力の低下した高齢となつてからの利用開始には困難が伴うであろうことが想像される．高齢者について，身体機能の低下がこのような移動補助装置の操縦行為に与える影響の評価とその対策は今後検討すべき課題である．

5.6 まとめ

本節では、健康だが足腰が弱っており徒歩・自転車等による外出が困難な高齢者で特に今後は高齢者の多数を占めるものであろうと推察される自動車運転経験を有する人に適する「自動車運転感覚に近い電動車椅子」を新たに提案し、その実現に向けた検討と試作機における走行評価実験を行った。「自動車運転感覚の実現」に向け、まず自動車と同一の操縦装置を有する電動車椅子を試作した。この時タウンモビリティを考慮してバリアフリー化された生活空間においては装置からの乗り降りなしに全ての用事をこなせることを目指してコンパクトな車体となるよう配慮するとともに、屋内移動の便宜を図るためにその場専用スイッチを設置した。屋外における運転時には自動車運転感覚が想起されることを目指し、操縦装置入力から応答までの入出力特性が自動車のそれと一致するようにモデル規範型適応制御則を採用した。この際製品としての電動車椅子が買い手に想定される体格差を吸収する制御系である必要があることに鑑み、どのような体重の人が乗っても同一の動特性が再現できるよう配慮した。また利用者が自動車運転感覚を感じる上で必要不可欠であると思われるタイヤからステアリングへの操舵反力のフィードバックに関し反力の計算方法を与え、そのフィードバックを実現するハードウェアを搭載した。

評価実験の結果、操舵反力のフィードバックが自動車運転感覚での操縦を実現する上で重要な要素であること、及び操縦時の安心感が向上し操縦行為自体を容易なものであると思わせる効果のあることがわかった。また、ジョイスティックを操縦用デバイスとした市販電動車椅子との比較走行実験の結果からは、ジョイスティック電動車椅子よりも試作機への順応の方が容易であったことが見て取れる。

今回の制御系における規範モデルである自動車の並進・旋回運動特性モデルに含まれる物理パラメータは全て仮想のものであるから、モデル自体の構造を変えない範囲なら更なる操縦性向上のため利用者の好みのパラメータ値へ変更して良い性質のものと言える。製品として販売する場合はこの調整機能が有った方が望ましいであろう。また、屋内屋外兼用であるため、走行路面の摩擦係数の差により動特性に影響が及ぶ点についても検討が必要である。特に市販品であれば雨天走行に対応する必要があるが、雨天走行時に規範モデルの摩擦係数値が晴天のものになっていた場合危険である点については、路面摩擦係数の推定 [59] も含め今後早急に対策を検討する予定である。

6 おわりに

本研究では、高齢化の著しい日本において今後一層の普及が確実視される電動車椅子について、現在市場で販売されている商品が抱える操作性の問題に関して制御系の工夫と改善によってそれを解消することを目指し、一連の取り組みを行った。

ジョイスティック操縦型の電動車椅子の操作性改善においては、電動車椅子の利用中に発生していた事故例やアンケートなどの結果を踏まえ、ジョイスティック操作時の電動車椅子の応答特性に操作性を低下させる原因があるとの推論のもと、操作性を支配する要因としてデバイス操作量から応答までの「界面間伝達特性」に着目し、利用者個人により異なる希望の界面間動特性を電動車椅子装置に付与し得る制御の枠組みとしてモデルフォロイング制御系の構成を提案した。制御系における規範モデルには進行方向速度 / 姿勢角速度特性とも一次遅れを設定したが、時定数の適切な選択により利用者が感じる操作性評価が向上することは4節の実験結果等を通じて確認したとおりで、これにより操作性改善を図ることが可能となった。

一方、特に高齢者にとって操縦装置がジョイスティックであることが電動車椅子への精神面での順応を妨げる大きな負の要因となっている事実に鑑み、タウンモビリティ環境における新しい移動補助装置として特に自動車運転経験を有する方に適した自動車運転感覚に近い電動車椅子を提案し、その実現に向けた検討を行った。提案した電動車椅子では、操縦装置を自動車のそれと同一にするだけでなく、操作入力から電動車椅子の応答までの伝達特性を自動車の簡易動特性モデルと同一にするようモデル規範型制御則を採用した。加えて、自動車の運転者が車の路面に対する接地状態を把握する上で重要な情報である操舵反力について、自動車の旋回モデルとタイヤの近似線形化モデルに基づいて操舵反力を計算する方法を与え、実際に操舵反力フィードバックを行う装置を搭載した試作機に実装した。評価実験の結果からは、操縦装置が慣れ親しんだ自動車のそれと同一であることが操作性に与えるプラスの影響が確認できただけでなく、操舵反力のフィードバックが電動車椅子操縦時の安心感を高める上で非常に効果的であることも確認できた。

電動車椅子は障害者への処方に際してカスタマイズを行うこともあるが、基本的には大量生産大量販売が原則の商品であり、どのような環境下でどのような人が商品を利用することになるのかを製造の段階で把握することは不可能である。一方利用環境や利用者の相違は電動車椅子の応答性に大きな影響を与える。ゆえに上で述べたようなことは、これらの不確定性の影響を受けることなく実現されなければならない。本研究では上述の操作性改善方策の実現に当たり、電動車椅子のダイナミクス中に現れる物理パラメータの区間不確定性を考慮した制御系設計について検討を加え、係数空間上においてロバスト性能を保証する設計法を与えた。具体的にはフィードバック制御構造をあらかじめ決定した上で、第3節では状態の指定度数指

数収束性を保証するゲイン選定法について，第4節ではいわゆるロバスト D 安定化問題の係数空間における解法を新たに提案し，それを利用したゲイン選択方法を与えている．第4節のロバスト D 安定化においては，まず複素平面上で円領域内部に全零点を有する多項式の係数が存在する領域を定式化して表現する方法を与え，ついでそれを利用することで，係数変動を有する二次多項式のロバスト D 安定化を達成するゲインが最大 16 個の不等式の解として定式化できることを示した．第5節の制御系では規範モデルが高次となり4節までの方法を適用することはできないが，設定する入出力特性のパラメータ不確定性に対するロバスト性を保証するためモデル規範適応制御則を用いている．

最後に，本論文を締めくくるにあたり，本稿で取り組んだ問題に関連して著者が考えている今後の研究展開の方向性について言及しておく．本稿第4節ではロバスト D 安定性が保証される係数の全体集合を係数空間において定式化表現した上でロバスト D 安定化を達成するコントローラを探索するという方針で検討を行ったが，ロバスト設計には逆にノミナル安定な系に対して許容される摂動が出来るだけ大きくなるようにコントローラを修正していく方向の考え方もあると思われる．状態空間においてはそのような方向での研究結果が既にいくつか報告されている [37] が，今後は関数空間上における設計解析について検討を行っていく予定である．一方応用システムの構築に関しては，電動車椅子もその一つであるが人間の機能を補助し共存する福祉システムに興味を持っている．今回の電動車椅子操作性改善にあたっては，現実の操縦行為に関する観察を基に操作性を損なっている原因を推測してそれに対する解決策の提案を行ったが，生体信号などを利用したオンラインの操作意図推定や意思・ストレスなどの同定が可能なら，より細やかな人間のフォローと各人の嗜好への適応が可能となると考えられる．人間が感じているストレスの強度を生体信号を利用して定量評価しようとする試みについては皮膚電気反射 (GSR) や心拍の RR 変動のスペクトル解析等いくつかの方法が知られている [60][61][62][63] もの，現在のところオフライン解析に留まっている．今後これらに相当するオンラインでの同定技法の可能性を探るとともに，それを利用した人間機械間のインタラクションにおける機械動特性のオンラインチューニング等も視野にいれ，検討を行っていきたいと考えている．

A 電動車椅子試作機に搭載した市販機器の概要

2.1 節で述べた電動車椅子試作機を構成する上で利用した市販機器の仕様についてまとめておく。

- 車椅子駆動用 DC サーボモータ

電動車椅子駆動用の DC サーボモータには GEELM-DEG-160 (藤井精密回転機製作所) を選択し, 左右の駆動輪にそれぞれ独立に用いた。その仕様を表 A.1 に示す。

	最大	定格
出力 [W]	160	50
トルク [kgf・cm]	4.21	0.99
回転数 [rpm]	3700	4900
電圧 [V]	DC24	DC24
電流 [A]	5.3	11.9

表 A.1: 試作機の駆動に用いた DC モータの仕様

- エンコーダ

駆動用モータの回転角度検出には, モータと一体型の 2 相型ロータリエンコーダを利用した。その仕様を表 A.2 に示す。

電源電圧	DC5[V]
分解能	250[P/R]
方式	磁気式

表 A.2: 利用した DC モータに取りつけられていた光学式エンコーダの仕様

- 操舵反力模擬のための DC サーボモータ

第 5 章で提案した「自動車運転感覚に近い電動車椅子」において, 操縦者に操舵反力をフィードバックするために DC サーボモータを設置した。このモータには JOHNSON 社製 540 モータを用いた。仕様に先立ち, このモータの電流に対する静トルク特性を実験により同定した。結果を図 A.1 に示す。

この図から, 電機子電流に対する発生トルク特性は

$$K_e = 0.75[\text{Nm/A}] \quad (\text{A.1})$$

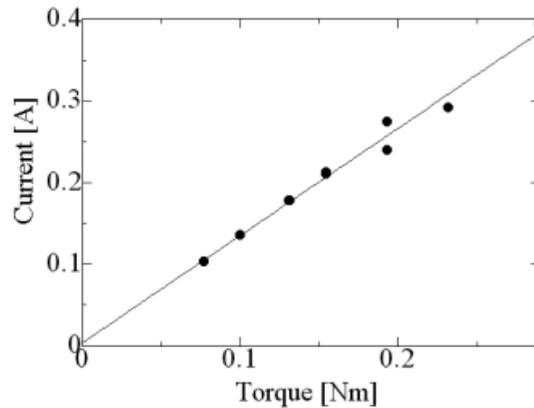


図 A.1: 操舵反力フィードバック用 DC サーボモータの静トルク特性

と求めることができる。

- PCMCIA to ISA ブリッジ

計測制御用ボードをノート PC に接続するために，PCMCIA to ISA ブリッジである Interface 社の PCC-ISA04B を利用した．このバスブリッジの仕様を表 A.3 に示す．

項目	仕様	
CIA-8571	パソコン側対応バス	16 ビット PC カード
	データバス	16 ビット
	使用可能 I/O エリア	最大 256 ポート × 2 領域
	供給電圧	DC +5[V] (±5[%])
	消費電流	0.6 [A]
RPC-3455	バスタイプ	ISA
	スロット数	4
	電源	+5[V](±5[%])(back plane 消費電流 700[mA]) ± 12[V] (± 10[%])

表 A.3: PCMCIA-ISA ブリッジ装置の仕様

- D/A 変換器

D/A コンバータには，ISA バス規格の Advantech 社製の PCDA-PCL728 を用いた．その仕様を表 A.4 に示す．

型名	PCDA-PCL728
出力レンジ	[電圧出力時] 0 ~ +5[V] [電流出力時] 4 ~ 20[mA]
分解能	12[bit]
変換速度	最大 60[μ sec/ch]
供給電源	DC+5[V]
消費電流	800[mA] Max

表 A.4: D/A 変換ボードの仕様

- A/D 変換器

ジョイスティックの操作角およびペダルの踏み込み量検出，及びその場旋回モードの押しボタンスイッチ状態読み取りのため，CONTEC 社の PCMCIA 型 A/D 変換器 AD12-8(PM) を用意した．その使用を表 A.5 に示す．

型名	AD12-8(PM)
入力レンジ	-10 \leftrightarrow +10 [V]
分解能	12bit
変換速度	最大 10 [μ sec/ch]
消費電流	100 [mA] (Max)

表 A.5: PCMCIA A/D 変換カードの仕様

- モータドライバ

モータドライバには，電動車椅子駆動用モータ及び操舵反力模擬用モータの両方ともに岡崎産業製の Titech Robot Driver (Version 2) で駆動した．このモータドライバの仕様を表 A.6 に示す．

- バッテリ

今回使用するモータの定格電気子電圧が 24[V] であるため，松下電工製の小型シール鉛蓄電池，LC-C1228PJ を 2 個を直列にして使用した．この仕様を表 A.7 に示す．

- ハンドル操舵角検出用エンコーダ

第 5 節の車椅子において，ハンドル操舵角の検出には OMRON 社のアブソリュート型エンコーダ E6C2-AG5C (分解能 10bit) を用いた．その仕様を表 A.8 に示す．

定格出力電圧	±38[V]
定格出力電流	±5[A]
最大出力電圧	±48[V]
最大出力電流 (連続)	±10[A]
最大出力 (連続)	450[W]
主電源	DC7 ~ 48[V]
指令入力電圧	±10[V]

表 A.6: 岡崎産業製 TITECH ロボットドライバ(モータドライバ) の仕様

型名	LC-C1228PJ
公称電圧	12 [V]
定格容量	28.0[Ah]

表 A.7: 電源用バッテリーの仕様

- デジタル入力ボード (D/I ボード)

上記のアブソリュートエンコーダの出力は、CONTEC社製のデジタル入力ボード PI-32L(PC)V に接続した。このデジタル入力ボードの使用を表 A.9 に示す。

型式	E6C2-AG5C
電源電圧	DC12[V] (-10 %) ~ 24[V] (+15 %)
消費電流	70 [mA] 以下
分解能	720
出力方式	グレイコード出力
出力形式	NPN オープンコレクタ出力
起動トルク	9.8[mNm] 以下
許容最高回転数	5000[r/min]

表 A.8: アブソリュートエンコーダの仕様

型名	PI-32L(PC)V
入力形式	フォトカプラ絶縁, 電流ソースタイプ入力
入力信号の点数	32 点
応答時間	1msec 以内
供給電源	DC12V ~ 24V(±15%)
消費電流	DC5V 50mA 以内

表 A.9: デジタル入力ボードの仕様

B 自動車運転感覚に近い電動車椅子：参考資料

第6節で用いた電動車椅子の物理諸元を表B.1に、仮想自動車モデルに設定した物理諸元を表B.2に示す。なお電動車椅子及び仮想自動車モデルの総質量は体重75[kg]の人が搭乗した場合のノミナル値であり、電動車椅子左右動輪軸の動摩擦係数値は同定実験の結果に基づくものである。

Mass M [kg]	160.0
Radius of a wheel R [m]	0.113
Inertia of a wheel J [kg m ²]	6.38×10^{-3}
Moment of Inertia I [kg m ²]	1.07×10^1
Tread length L [m]	0.412
Viscous coefficient (Right) C_R [Nm/(rad/s)]	0.10
Viscous coefficient (Left) C_L [Nm/(rad/s)]	0.10
Steering wheel input range	-130° to 130°

表 B.1: 5節での電動車椅子試作機のノミナルパラメータ (操縦者=75[kg])

Mass M [kg]	160.0
Friction coefficient (dry surface) μ	1.0
Moment of Inertia I [kg m ²]	1.07×10^1
Front axle to CG distance ℓ_f [m]	0.40
Rear axle to CG distance ℓ_r [m]	0.40
Front Cornering Power C_f [N/rad]	2432
Rear Cornering Power C_r [N/rad]	3328
Inverse of a time constant α [1/s]	3.33
Steering gain k	1.96
Maximum front steering angle [deg]	$\pm 37.4^\circ$

表 B.2: シングルトラックモデルに設定する仮想自動車の物理パラメータ

走行実験で用いた走行コースの図を図 B.1 に、実験 1 で使用したゴムひも内蔵のハンドルコントローラが発生する反力の測定結果を図 B.2 に示す。反力値はステアリングホイールを握る部分 (回転中心から 9[cm]) においてバネばかりを用いて直接測定した結果である。ステアリングホイールの切り角にほぼ比例していることがわかる。

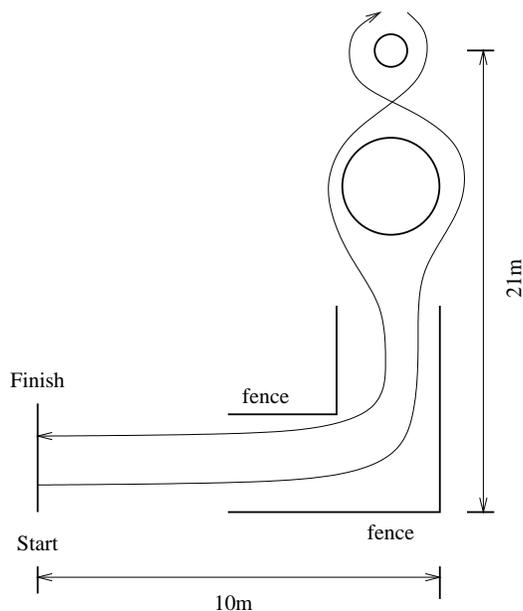


図 B.1: 5 節の走行実験で指定した走行コース

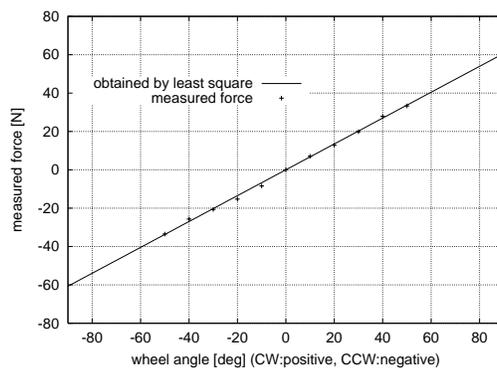


図 B.2: 5 節で比較のために準備したゴムひもにより反力を発生するハンドルのハンドル切り角に対する反力特性

C Edge 定理と関連する命題

係数が未知パラメータの affine 関数として記述できる不確定多項式について，設計の観点からも重要な結果は Bartlett[23][64] らにより与えられた Edge 定理である．ここで Edge 定理について述べておく．

定義 15 (root space) 多項式 $\delta(s)$ の係数ベクトル $\underline{\delta}$ がなす集合 W について

$$R(W) = \{s \mid \delta(s) = 0, \text{ for some } \underline{\delta} \in W\}$$

で定義される集合 R を W の root space という．

定理 6 (Edge 定理) $\Omega \subset R^{n+1}$ を多項式ポリトープのうち，特に最高次の係数の符号が一定である，つまり要素多項式の次数変化がないものであるとする．この時 Ω の root space の境界は， Ω の境界の root space に含まれる．

Edge 定理は多項式ポリトープの根の分布を与えるから，単なる安定性判別だけでなく D 安定化問題の考察においても有用であり，考察の対象を多項式ポリトープからセグメント多項式に減少させる効果を有するものである．定理の言う「 Ω の境界」の算定は簡単ではないが，以下の補題により実用上は問題とならない．

補題 4 (Bhattacharyya[10]) Π をパラメータ空間において変動を表す超直方体として，

$$\Delta \triangleq \{\underline{\delta} \mid \underline{\delta} = T\underline{p} + b, \quad \underline{p} \in \Pi\}$$

でそのアフィン変換により生成される係数ベクトルを表す．以下これを

$$\Delta = T \cdot \Pi + b$$

と略記する．すると Δ はポリトープとなる．また

$$\begin{aligned} V, E & \cdots \Pi \text{ の頂点, 露出辺} \\ \Delta_V, \Delta_E & \cdots \Delta \text{ の頂点, 露出辺} \end{aligned}$$

とすれば，次式が成り立つ．

$$\Delta_V \subset T \cdot V + b \tag{C.2}$$

$$\Delta_E \subset T \cdot E + b \tag{C.3}$$

謝辞

本論文をまとめるに当たり多面に渡り的確な御助言と御指導を賜りました東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻の山北昌毅助教授に感謝申し上げます。また、著者が区間パラメータ変動を有するシステムの係数空間における設計解析に興味を持つきっかけを与えて頂いた東京電機大学の古田勝久教授に感謝申し上げます。

著者の日頃の教育研究活動に対して御指導と御助言を賜るとともに、資金面での支援を惜しみなく行って頂いた山口大学工学部機械工学科の和田憲造教授に厚く御礼申し上げます。本研究で利用した電動車椅子試作装置は、平成7年より13年まで著者が委員の一員として参画した「山口ウェルフェアテクノハウス研究会」からの資金援助により作成されたものです。同研究会の本研究に対する直接/間接の支援に対して感謝するとともに、同研究会で事務業務を行われた山口県の吉谷氏、宇部興産株式会社の石松氏、山口県身体障害者団体連合会の大平事務局長及び事務の大庭氏と坂田氏に感謝申し上げます。

最後に、被験者や実験協力の形で数々の助力を頂いた山口大学工学部機械工学科システム制御工学研究室の学生諸君と、平成12年まで山口大学に在籍され、システム制御工学研究室をご担当の間著者に対して御助言/御協力を頂きました福井大学工学部知能システム工学科の浪花智英助教授に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 藤井文武, 和田憲造. ユーザの扱いやすさを考慮した電動車椅子制御系の構築 – システム行列の区間変動下における制御性能を考慮した設計 –. 日本ロボット学会論文集, Vol. 19, No. 6, pp. 760–765, 2001.
- [2] 藤井文武, 和田憲造. 複素左半平面の与円内に存在する多項式の零点について. 計測自動制御学会論文集, Vol. 37, No. 6, pp. 587–589, 2001.
- [3] 藤井文武, 和田憲造. 区間行列変動を有する行列二次システムのロバスト D -安定化を達成するフィードバック制御器の設計. 計測自動制御学会論文集, Vol. 38, No. 3, pp. 247–253, 2002.
- [4] 藤井文武, 和田憲造. 自動車運転感覚に近い電動車椅子の実現に関する研究. システム制御情報学会論文集, Vol. 15, No. 10, 2002.
- [5] 車いす姿勢保持協会. 協会レポート 車いすの現状 <http://www.jawp.org/>. Technical report, 1998.
- [6] 片山徹. フィードバック制御の基礎. 朝倉書店, 1987.
- [7] 榎木哲夫. 人間を内部に含む系の創発 – インタラクションの内包する複雑性. システム / 制御 / 情報, Vol. 45, No. 11, pp. 615–622, 2001.
- [8] 藤井文武, 和田憲造. 乗り手にやさしい電動車椅子の実現に関する研究. 日本機械学会論文集 (C 編), Vol. 66, No. 645, pp. 1645–1651, 2000.
- [9] 電動車椅子の速度制御装置. 特許公告公報, 特公昭 61-57024, , 1986.
- [10] S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L.H. Keel. *Robust Control – The Parametric Approach*. Information and System Sciences Series. Prentice Hall, 1995.
- [11] Dragoslav D. Siljak. Parameter space methods for robust control design: A guided tour. *IEEE transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 7, pp. 674–688, 1989.
- [12] 森武宏, 小亀英己. パラメータ空間における多項式安定性理論の基礎 – II. Kharitonov の定理. システム / 制御 / 情報, Vol. 40, No. 8, pp. 366–372, 1996.
- [13] R.A. Cooper, L.M. Widman, D.K. Jones, R.N. Roberston, and J.F. Ster, III. Force sensing control for electric power wheelchairs. *IEEE transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 1, pp. 112–117, 2000.

- [14] 野口宏. トポロジー 基礎と応用. 日本評論社, 1971.
- [15] 藤本坦孝. 複素解析, 岩波講座 現代数学の基礎, 第3巻. 岩波書店, 1996.
- [16] I.R. Petersen. A class of stability regions for which a Kharitonov-like theorem holds. *IEEE transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 10, pp. 1111–1115, 1989.
- [17] J.N. Juang and P.G. Maghami. Robust eigensystem assignment for state estimators using second-order models. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 15, No. 4, pp. 920–927, 1992.
- [18] A.M. Diwekar and R.K. Yadavalli. Robust controller design for matrix second-order systems with structured uncertainty. *IEEE transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 2, pp. 401–405, 1999.
- [19] T. Meressi, D. Chen, and B. Paden. Application of kharitonov's theorem to mechanical systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, Vol. 38, No. 3, pp. 488–491, 1993.
- [20] D. Hertz. The extreme eigenvalues and stability of real symmetric interval matrices. *IEEE transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 4, pp. 532–535, 1992.
- [21] 児玉慎三, 須田信英. システム制御のためのマトリクス理論. 計測自動制御学会, 1991.
- [22] Jürgen Ackermann, et al. *Robust Control – Systems with Uncertain Physical Parameters*. Communications and Control Engineering Series. Springer-Verlag, 1993.
- [23] A. Bartlett, C. Hollot, and Huang Lin. Root locations of an entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, Vol. 1, pp. 61–71, 1988.
- [24] Y.C. Soh, R.J. Evans, I.R. Petersen, and R.E. Betz. Robust pole assignment. *Automatica*, Vol. 23, No. 5, pp. 610–610, 1985.
- [25] H. Rotstein, R.S. Pena, J. Bandoni, A. Desages, and J. Romagnoli. Robust characteristic polynomial assignment. *Automatica*, Vol. 27, No. 4, pp. 711–715, 1991.

- [26] L.H. Keel and S.P. Bhattacharyya. A linear programming approach to controller design. In *Proc. 36th IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 2139–2148, 1997.
- [27] Cheong Boon Soh. *Parameter space approach to control problems*. PhD thesis, Monash University, 1986.
- [28] Kazuyuki Joya. *A study on robust D-stability – A Parametric Approach*. PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, 1992.
- [29] 上家幸, 古田勝久. 二つの D-stable 多項式の凸結合が D-stable となるための必要十分条件. *計測自動制御学会論文集*, Vol. 27, No. 3, pp. 298–305, 1991.
- [30] J.H. Chou. Pole assignment robustness in a specified disk. *Systems & Control Letters*, Vol. 16, pp. 41–44, 1991.
- [31] A. Rachid. Robustness of discrete systems under structured uncertainties. *Int. J. Control*, Vol. 50, No. 4, pp. 1563–1566, 1989.
- [32] A. Rachid. Robustness of pole assignment in a specified region for perturbed systems. *Int. J. Systems Science*, Vol. 21, No. 3, pp. 579–585, 1990.
- [33] Y.T. Juang and K.H. Chen. Robust pole assignment of linear dynamic systems. *Control Theory and Advanced Technology*, Vol. 5, No. 1, pp. 67–74, 1989.
- [34] J.H. Chou. Control system design for robust pole assignment in a specified circular region. *Control Theory and Advanced Technology*, Vol. 7, No. 2, pp. 237–245, 1991.
- [35] R.J. Wang and W.J. Wang. Pole assignment by state feedback for uncertain linear systems. *Control Theory and Advanced Technology*, Vol. 10, No. 4, pp. 1797–1807, 1995.
- [36] S. Phoojaruenchanachai and K. Furuta. Pole placement in specified disc for a class of uncertain systems. In *Proc. SICE*, pp. 915–918, 1989.
- [37] Tingshu Hu and James Lam. Improvement of parametric stability margin under pole assignment. *IEEE trans. Automatic Control*, Vol. 44, No. 10, pp. 1938–1942, 1999.

- [38] 杉江俊治, 濱本研一. LMI による 2 慣性共振系の制御. システム制御情報学会論文集, Vol. 9, No. 5, pp. 219–226, 1996.
- [39] E.K. Chu and B.N. Datta. Numerically robust pole assignment for second-order systems. *Int. J. Control*, Vol. 64, No. 4, pp. 1113–1127, 1996.
- [40] J. Kautsky, N.K. Nichols, and P.V. Dooren. Robust pole assignment in linear state feedback. *Int. J. Control*, Vol. 41, No. 5, pp. 1129–1155, 1985.
- [41] E.I. Jury. *Theory and application of the z-transform method*. John Wiley, New York, 1964.
- [42] 美多勉, 原辰次, 近藤良. 基礎ディジタル制御. コロナ社, 1988.
- [43] 森武宏, 小亀英己. パラメータ空間における多項式安定性理論の基礎 – I. 多項式安定性の解析諸法. システム / 制御 / 情報, Vol. 40, No. 6, pp. 259–266, 1996.
- [44] Morris Marden. *The Geometry of the Zeros of a Polynomial in a Complex Variable*, Vol. 3 of *Mathematical Surveys*. American Mathematical Society, 1949.
- [45] 高木貞治. 代数学講義 改訂新版. 共立出版, 1965.
- [46] 小亀英己, 森武宏. パラメータ空間における多項式安定性理論の基礎 – V. 安定半径. システム / 制御 / 情報, Vol. 41, No. 2, pp. 73–81, 1997.
- [47] Ya.Z. Tsypkin and B.T. Polyak. Frequency domain criteria for ℓ^p -robust stability of continuous linear systems. *IEEE trans. Automatic Control*, Vol. 36, No. 12, pp. 1464–1469, 1991.
- [48] 嘉納秀明. システムの最適理論と最適化, コンピュータ制御機械システムシリーズ, 第 3 巻. コロナ社, 1987.
- [49] The MathWorks Inc. *Optimization toolbox – For use with Matlab*. The MathWorks, 2000.
- [50] (財) 国土技術研究センター. タウンモビリティホームページ <http://www.jice.or.jp/>. Technical report, 1999.
- [51] 毛利宏, 古性裕之. 自動車線追従走行の検討 – 第 1 報 : LQ 制御と PD 制御の比較 –. 自動車技術会論文集, Vol. 30, No. 1, pp. 121–126, 1999.

- [52] 名切, 土井, 松島, 浅野. シミュレータにおける操舵反力模擬法. 自動車技術会論文集, 1994.
- [53] 自動車工学全書編集委員会. タイヤ・ブレーキ. 山海堂, 1980.
- [54] 井上友子, 長瀬啓明, 堀洋一. 電気自動車の車体すべり角の推定と制御に関する基礎研究. 平成 14 年電気学会全国大会講演論文集 (第 4 分冊), pp. 346–347, 2002.
- [55] Kostas S. Tsakalis. Robustness of model reference adaptive controllers: An input-output approach. *IEEE trans. Automatic Control*, Vol. 37, No. 5, pp. 556–565, 1992.
- [56] Aniruddha Datta and Shankar P. Bhattacharyya. On a quantitative theory of robust adaptive control: An interval plant approach. *IEEE trans. Automatic Control*, Vol. 41, No. 4, pp. 570–574, 1996.
- [57] K.J. Aström and Björn Wittenmark. *Adaptive Control – Second Edition*. Addison Wesley, 1995.
- [58] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall International, 1991.
- [59] 大埜健, T.C. Hwa, 堀洋一. 電気自動車のドライビングスティフネスの変化を考慮した路面 μ 推定. 平成 14 年電気学会全国大会講演論文集 (第 4 分冊), pp. 348–349, 2002.
- [60] 瓜谷富三. わかりやすい ME. 産報出版, 1971.
- [61] 早野順一郎著, 日本自律神経学会編. 自律神経機能検査法, 「心電図 R-R 間隔変動のスペクトル解析」, pp. 57–64. 分光堂, 1990.
- [62] 早野順一郎著, 今泉勉編. 臨床医のための循環器自律神経機能検査法, 心拍変動のスペクトル解析, pp. 51–61. メディカルビュー社, 1997.
- [63] 横山清子ほか. ウェーブレット変換による姿勢変化時の心拍変動の解析. 計測自動制御学会第 13 回生体・生理工学シンポジウム, pp. 319–322, 1998.
- [64] 森武宏, 小亀英己. パラメータ空間における多項式安定性理論の基礎 – III. エッジ定理. システム / 制御 / 情報, Vol. 40, No. 10, pp. 459–465, 1996.