

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	壁面に近接した回転円柱のまわりの流れに関する研究
Title(English)	
著者(和文)	鹿野一郎
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3386号, 授与年月日:2000年1月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:山根 隆一郎
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3386号, Conferred date:2000/1/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成 11 年度 学位論文

壁面に近接した回転円柱まわりの流れ
に関する研究

鹿野一郎

目次

第1章 序論	1
1.1 本研究の目的	1
1.2 従来の研究の概要と本究との関係	1
1.2.1 壁面に近接する鈍い物体まわりの流れ	2
1.2.2 壁面に近接して回転する円柱まわりの流れ	3
1.2.3 数値計算法	4
(1) 有限差分法	4
(2) 渦法	5
1.3 本論文の構成	7
記号	9
第2章 実験装置および方法	12
2.1 実験装置概略	12
2.2 境界層吸引法	13
2.3 壁面境界層制御の効果	13
2.4 円柱モデル	15
2.5 圧力測定系および処理系	15
2.6 圧力および揚力、抗力係数算出法	17
2.7 遠心力による補正	19
2.8 熱線流速計による外部流れの測定	19
2.9 まとめ	20
図	21
第3章 数値解析法	31
3.1 はじめに	31
3.2 渦法による解析	32
3.2.1 非圧縮非粘性の仮定と支配方程式	32
3.2.2 支配方程式の離散化	32
3.2.3 はく離せん断層のモデル化	35

3.2.4	物体に作用する圧力	37
3.3	有限差分法による解析	37
3.3.1	非圧縮性の仮定と支配方程式	37
3.3.2	支配方程式の無次元化	38
3.3.3	支配方程式の一般座標への拡張	39
3.3.4	時間に関する離散化と時間積分法	41
3.3.5	空間に関する離散化	45
(1)	空間に関する離散化	45
(2)	風上差分の考え方とその離散化	46
(3)	Poisson 方程式の解法	46
3.4	まとめ	47
図		48
第4章	一様流中におかれた静止および回転円柱まわりの流れ	51
4.1	はじめに	51
4.2	静止および回転円柱まわりの流れの実験	51
4.2.1	実験装置と方法	51
4.2.2	実験結果と考察	52
4.3	渦法による静止および回転円柱まわりの流れの解析	53
4.3.1	計算法と計算条件	53
4.3.2	計算結果と考察	54
4.4	有限差分法による静止および回転円柱まわりの流れの解析	56
4.4.1	計算法と計算条件	56
4.4.2	計算結果と考察	58
4.5	まとめ	61
図		62
第5章	壁面に近接する静止円柱まわりの流れ	79
5.1	はじめに	79
5.2	実験装置と方法	80
5.3	渦法による数値解析	80
5.3.1	計算モデル	80
5.3.2	計算条件	81
5.4	実験および渦報の結果と考察	81
5.5	有限差分法による数値解析	84

5.6	有限差分法の結果と考察	86
5.6.1	解の格子依存性	86
5.6.2	壁面に近接する円柱まわりの流れ	86
5.7	まとめ	88
	図	90
第6章	回転する円柱のマグヌス効果におよぼす壁面の影響とスイッチング現象	103
6.1	はじめに	103
6.2	マグヌス効果におよぼす壁面の影響	104
6.2.1	実験装置と方法	104
6.2.2	実験結果と考察	105
	(1) 壁面に近づいていくときの揚力の変化	105
	(2) 静止壁面で正回転の場合	105
	(3) 移動壁面で正回転の場合	106
	(4) 移動壁面で負回転の場合	106
6.3	スイッチング現象の移行条件	107
6.3.1	実験装置と方法	107
6.3.2	実験結果と考察	108
	(1) スwitching現象の移行条件	108
	(2) 周速比の影響について	109
	(3) レイノルズ数の影響について	110
6.4	まとめ	112
	図	113
第7章	壁面に近接して回転する円柱まわりの流れに対する境界層の影響とヒステリシス特性	125
7.1	はじめに	125
7.2	壁面境界層がない場合の流れ	126
7.2.1	実験装置と方法	126
7.2.2	渦法による数値解析	127
	(1) 計算モデル	127
	(2) 計算条件	127
7.2.3	結果と考察	128
7.3	壁面境界層の影響	130
7.3.1	実験装置と方法	130
7.3.2	有限差分法による数値解析	131

7.3.3	結果と考察	132
(1)	一様流中におかれた回転円柱の流体力	132
(2)	流れの可視化	133
(3)	実験開始条件の違いによる流体力の変化	135
7.4	流体力のヒステリシス特性	136
7.4.1	実験装置と方法	136
7.4.2	有限差分法による数値解析	137
7.4.3	結果と考察	138
(1)	一様流中におかれた回転円柱の流体力	138
(2)	実験開始条件の違いによる流体力の変化	138
(3)	コアンダ効果のヒステリシス特性	139
(4)	流れの様相	140
7.5	まとめ	141
	図	144
第8章 結論		162
参考文献		167
付録 1		174
付録 2 二次元円柱まわりの高レイノルズ数流れの数値解析		176
1.	はじめに	176
2.	有限差分法による数値解析	177
3.	計算結果と考察	177
3.1	半径方向の格子数の依存性	177
3.2	境界条件の検討	179
3.3	時間ステップの検討	179
3.4	計算領域の検討	180
3.5	格子解像度の影響	181
4.	まとめ	183
	図	185
謝辞		190

第 1 章

序論

1.1 本研究の目的

静止空気中を飛行・走行する物体が地面に近づいた時に生ずる地面効果に関する問題を考える時、もし、移動する物体に座標系を固定すれば、物体に対する近づき流れと地面とは同一の速度を持つことになる。本研究の目的は、主流と同一速度で移動する壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れの実験および数値解析を行い、流体力の変化やその変化に対する詳細な流れ場を明らかにすることである。この目的を達成するために、まず、風洞を用いた実験を行うが、実験装置には地面を模擬するためのムービングベルト法と、風洞境界層を取り除くための境界層吸引法、および流体力の測定のために回転する円柱表面の微圧測定法を開発する必要がある。次に、回転する二次元円柱が移動する壁面に近づくような複雑な流れ場においては、実験による解析が困難な場合があるため、数値計算を行って解析的な取り扱いを試みる必要があるが、計算法には、有限差分法と比較的短時間で計算ができる渦法の双方を開発する。これらの実験的、解析的手法は、これまで多くのデータが蓄積されている一様流中におかれた静止または回転する円柱まわりの流れや、静止した壁面に近接する円柱まわりの流れとの比較によって流れ場の特性を良く理解した上で、本研究の目的である回転する円柱が移動する壁面に近づいていく場合の流れ場を調べるために適用される。

1.2 従来の研究の概要と本研究との関係

一様流中で鈍い物体が壁面に近接する場合の研究や、一様流中で回転する二次元円柱まわりの流れの研究については、多くの研究が行われているが、回転する二次元円柱が壁面に近づいていく問題は著者の知る限り見当たらない。特に、主流と同一速度で移動する壁面に近接して回転する円柱まわりの流れの応用問題には、F1 レーシングカーのような剥き出しになっているタイヤまわりの流れや、離着陸時の航空機タイヤまわりの流れが挙げられ、本研究はこれらの場合の基本的な流れ場を理解する上で重要である。

本節では、まず一様流中で鈍い物体が壁面に近接する場合の従来の研究と本研究との

関係を述べ、次に一様流中で円柱が回転する場合の従来の研究と回転する円柱が壁面に近接する場合の工学的応用問題と本研究との関係を述べる。

1.2.1 壁面に近接する鈍い物体まわりの流れ

流れの中で鈍い物体が壁面に近接する場合の研究は、大きく分けると二つに分類される。第一には、壁面を静止させた場合である静止壁面近傍におかれた鈍い物体まわりの流れであり、大気乱流境界層内に設置された構造物や河床上におかれるパイプライン、また管胴形熱交換器の胴壁近傍の伝熱管などの壁面と鈍い物体との流れの干渉問題が工学的応用問題として挙げられる。第二には、壁面を主流と同一速度で移動する場合である移動壁面近傍におかれた鈍い物体まわりの流れで、地面近くを飛行する航空機やGEM(地面効果機)まわりの流れ、磁気浮上で走行するリニアモーターカーまわりの流れ、地面を走る自動車まわりの流れなどのように地面効果を受ける物体回りの流れが工学的応用問題として挙げられる。

良く知られているように、流れに垂直に単独でおかれた二次元の鈍い物体は、あるレイノルズ数の範囲にわたって、その形状に特有なストローハル数の渦を放出し、抗力係数などの流体力学的諸特性値もある一定値を保持する。しかしながら、流れの中で静止する壁面近傍に物体がおかれると、その後流が静止壁面と相互に干渉し合い、単独の場合とは異なるフローパターンが観察される。低レイノルズ数の場合で、静止壁面近傍におかれた二次元円柱について流れ模様が観察されて以来⁽¹⁾、二次元物体について様々の研究がなされてきた。特に、もっとも注目される現象は、静止壁面の近接による二次元円柱からの渦放出の抑制が挙げられる⁽²⁾。また、二次元三角柱および平板にも同様な渦放出の抑制があることが報告され⁽³⁾、形状の異なる3種類の二次元物体(三角柱、平板、円柱)の渦抑制の限界間げき比は、物体の代表長さ D と壁面との隙間 H との比がそれぞれ三角柱で $H/D=0.37$ 、平板で $H/D=0.6$ 、円柱で $H/D=0.3$ であることがわかっている。静止壁面の近接による渦放出抑制のフローパターンの変化は興味深いが、二次元円柱を対象にしたこのフローパターンの変化の観察には、スモークワイヤー法による流れの可視化⁽²⁾、流体力学的諸特性の実験結果から予測されたスケッチ^{(4),(5)}、CCDビデオカメラを用いたトレース法による流れの可視化⁽⁶⁾などがある。

静止壁面近傍におかれた二次元円柱の研究には、上で述べた渦抑制の現象以外に、熱伝達率の向上法にも取り上げられ、幾つかの報告があるのでここに紹介しておく^{(7),(4),(8)}。

自動車などの模型実験で、精度の良い実験を行うためには、壁面に生じる境界層が大きな問題となる。自動車技術に応用される鈍い物体まわりの流れについてのレビュー⁽⁹⁾の中で、立方体が壁面に極めて近づいた場合の抗力係数は、壁面が静止しているか、移動しているかで大きく異なることが報告されている。このような地面効果問題の風洞実

験では、壁面境界層を制御する様々な技術が報告されており⁽¹⁰⁾、その代表的な方法としては、ムービングベルト法、境界層吸引法などがある。壁面境界層が空力特性のよく知られている二次元円柱におよぼす影響としては、円柱と壁面との隙間が小さくなるときの同様な傾向が得られることが報告されているが⁽¹¹⁾、静止壁面近傍での流れの研究ほど詳細には調べられているとは思われない。

静止した壁面近傍におかれた二次元円柱まわりの流れは、これほど多くの研究がなされ、そのほとんどが明らかになっているにもかかわらず、主流と同一速度で移動している壁面近傍におかれた二次元円柱まわりの流れについての研究はあまり見られないので、本論文では二次元円柱が主流と同一速度で移動する壁面近傍におかれた場合の問題を本論文の課題の一つとして取り扱い、静止壁面近傍におかれた場合の問題との違いを詳細に調べる。

1.2.2 壁面に近接して回転する円柱まわりの流れ

一様流中で回転する二次元円柱まわりの流れはマグヌス効果としてよく知られた問題であり、広いレイノルズ数の範囲にわたってかなりの部分が明らかにされている。その中で、比較的高いレイノルズ数で円柱の周速度を増加させる場合に現れる特徴的な現象は、このマグヌス効果に加えて、主流との相対速度が大きいほうの円柱表面上に発達する境界層の乱流遷移により負のマグヌス効果が発生することである^{(12), (13)}。さらに、円柱の周速度を増加させて主流の速度と等しくすると、カルマン渦列による正弦波状の速度変動が次第に崩壊してランダムな成分の相対的増加が現れ、周速度が主流の2倍になると後流にはもはや規則性のある変動が消滅する⁽¹⁴⁾。また、静止円柱の場合の臨界レイノルズ数付近で円柱の周速度を増加させると、揚力係数が極大値から極小値へ突然変化する特異な現象があらわれることがわかっている⁽¹⁵⁾。

以上のように、静止した壁面に近接する鈍い物体まわりの流れや一様流中で回転する二次元円柱まわりの流れについては、多くの研究がなされているが、回転する二次元円柱が壁面に近接する場合の研究はほとんど見られない。工学的応用問題に関連すると思われる研究には、タイヤまわりの流れの研究⁽¹⁶⁾、飛行機の翼に回転する円柱を埋め込み、境界層を制御することにより高揚力を実現しようとする研究⁽¹⁷⁾、列車の車両の屋根に回転する円柱を埋め込み横風により発生する抗力を低減させる研究がある。このように、回転円柱が壁面に近接する場合の応用例がいくつか見られるが、基本的な流れ場である静止あるいは移動する壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れについては、あまり注意が払われていないようである。そこで、本研究は、これを重点的に扱う。

1.2.3 数値計算法

一般的な流体である、空気や水は連続体の仮定のもとで連続の式とその運動を規定する Navier-Stokes 方程式により支配されている。これらの方程式は互いにカップリングしており、慣性の効果を表す項(非線形)と粘性による散逸効果を表す項とを含んでいるために、いくつかの特別な場合を除き解析的な取り扱いがほぼ不可能とされている⁽¹⁸⁾。したがって、現実の様々な状況のもとで起こる流体の運動を精密にとらえるためには、数値解を求める方法を取らざるを得ない。しかしながら、数値計算は、単に解析解に対する非常手段ではなく、正しいシミュレーション結果は結果の再現性やパラメータの制御性の点では理想的な実験であるといえる。当然、数値計算の結果は、実験結果や観測と比較することによって信頼性を確かめることが常に必要である。

流れを数値的にシミュレートするのに大きく分けて二つの方法がある。ひとつは Navier-Stokes 方程式を直接数値的に解く方法、もうひとつは、Navier-Stokes 方程式そのものを解くのではなく、問題にしている流体现象を支配する特徴的な点に注目してモデル化を行い、そのモデルにもとづいて簡単化された方程式を数値的に解くというやり方である。第一の方法では、有限差分法や有限要素法が用いられることが多く、第二の方法で成功したものとしては、渦法が挙げられる。

本論文では、Navier-Stokes 方程式を直接解くための典型的な方法である有限差分法と方程式のモデル化にもとづく方法である渦法をそれぞれ取り上げ、主流と同一の速度で移動する壁面に近接して回転する円柱まわりの流れを計算するが、本節では、それらの計算方法における概要について述べる。

(1) 有限差分法

有限差分法による数値計算法は、従属変数から分類すると、基本的に速度ベクトル($\mathbf{v}$)・圧力(p)を用いる基礎変数法⁽¹⁹⁾、流れ関数(ϕ)・渦度(ω)を用いる流れ関数・渦度法⁽²⁰⁾、速度ベクトル($\mathbf{v}$)・渦度(ω)を用いる速度・渦度法⁽²¹⁾の3種類に分けられる。第1の方法は現在最も汎用性の高い方法であり、次に述べるように本研究はこの方法を改良したものを採用する。

以下に基礎変数法の支配方程式の計算法について、さらにその外観を述べる。基礎変数法の支配方程式を数値的に解く方法は種々あり、そのうちのひとつとして、流れ場の非定常性を目的とする時間ステップごとに圧力 Poisson 方程式を可能な限り、精度よく解く方法がある。現在、様々な改良が加えられ、MAC 法、SMAC 法、FS 法などが提唱されている⁽²²⁾。本論文では、各時間ステップで圧力 Poisson 方程式を精度良く解く方法を採用し、時間積分法には FS 法で用いられる方法に時間精度を高めた方法で採用する。

基礎変数法を有限差分法により離散化するとき、速度 $\mathbf{v}$ と圧力 p の配置方法に、通常

格子⁽²³⁾と千鳥格子⁽²⁴⁾の代表的な2種類がある。前者は速度・圧力ともセル(格子の最小単位)の頂点(格子点)で、後者は速度がセル境界面の中心点で、圧力がセルの中心で定義される。通常格子は境界での取り扱いが簡単で汎用性があるが、圧力 Poisson 方程式に反復法が適用され、収束が不十分な場合、圧力振動が生じやすいことである。千鳥格子は上述の圧力振動を抑えるために開発されたもので、圧力は計算精度によらず、形式的に振動が抑えられる。本研究は、複雑な計算を行うために汎用性が要求されるので、支配方程式の空間に関する近似は一般座標の通常格子を採用する。このとき、注意すべき点は圧力振動の発生であるが、圧力振動が生じるのは内部流を計算する際に計算の外側境界条件にノイマン条件が与えられる場合である。本研究のような外部流れの計算では、計算の外側境界がディリクレ条件となるため、同条件で与えられる境界での法線方向微分が自己調整機能を持つようになり、Poisson 方程式の解が常に存在するため問題がなくなる。しかし、この際特に注意することは、外側境界が物体より十分離れている場合に限られることである⁽²⁵⁾。

一方、有限差分法において、レイノルズ数が高くなる場合に生じる慣性項の不安定性を抑えるために、慣性項の離散化に流れ場の上流効果を考慮する必要があり、三次精度の風上差分法^{(26), (27)}が開発された。本研究では、構造格子の有限差分法が採用されているので、高レイノルズ数での計算の安定性を確保するために、三次精度の風上差分法を採用した。

(2) 渦法

渦法(vortex method)は、最近まで離散渦法(discrete vortex method)と呼ばれ、流れ場に格子を生成する必要がなく、現象の物理的性質を理解しながら非定常非圧縮高レイノルズ数の流れが解析でき、アルゴリズムが簡単明瞭でしかも数値積分主体の計算で安定性が良いことから、流れの計算法の中でも有限差分法や有限要素法とは異なる独自の発展をしてきた。

渦法は、渦度方程式と渦度の定義式($\omega = \text{rot } \mathbf{u}$)を基礎式とし、流れ場の速度場は渦度の定義式の積分形で求めることができる。渦度の定義式の積分形は、渦度からの誘起速度と境界によって定まるポテンシャル流速との線形和からなっている一般化されたビオ・サバールの式であり、粘性・非粘性あるいは、層流・乱流に関わらず一般に非圧縮流れに対して成り立つ⁽²⁸⁾。

流れ場における圧力は、Navier-Stokes 方程式の発散を取り、連続の式の間係を考慮して得られる圧力ポアソン方程式により求められるが、流れ場の流速があらかじめ求められていれば、それに対応する圧力は流体の粘性や流れの非定常性に直接関わらず圧力ポアソン方程式により一義的に決定される。従って、渦法では流れ場の圧力の計算を本質的に必要としないことも特徴の一つである⁽²³⁾。

渦法では渦度分布要素(渦要素あるいは渦離渦)を用いて流れのモデル化を行うが、このモデル化により一般化されたビオ・サバールの式は、空間に関する空間積分を多数の渦度分布要素からの誘起速度の和として表し、境界積分によるポテンシャル流れは、複素ポテンシャルを用いた等角写像法あるいは境界積分法によって表現できる。ビオ・サバールの式で二次元流れの場合に物体表面を表す境界の積分法には、等角写像法⁽²⁹⁾、特異点分布法⁽³⁰⁾、境界要素法⁽³¹⁾がある。境界要素法は複雑形状のみではなく境界が動くいわゆる移動境界などの取り扱いを考えると境界面の流速条件のみを与えれば良いことから、汎用性や適用性が高い方法であり、本研究はこの方法を採用する。

また、本研究では非圧縮性の二次元高レイノルズ数流れの問題を扱うが、このような場合、ラグランジュ座標系に渦度方程式を変換し、一つの渦要素(渦要素断面積 ds で面内で渦度一定)で離散化すると、この渦要素は時間変化に関して循環($\Gamma = \omega ds$)が一定の自由渦とみなすことができる。また、粘性の影響は極めて狭い領域、あるいは薄い層だけに限定されるので、境界層および速度せん断層を考える際には、層の厚さを省略し非粘性渦面で近似することができる。したがって、二次元高レイノルズ数流れの問題を扱う場合、これらの層近似を導入すると、対象としている流れ場は、粘性はく離流れであるのにポテンシャル流れ解析によって取り扱えることになる。

しかしながら、空間にある小さな渦要素のまわりの流れは、渦要素のサイズをスケールとした局所的レイノルズ数が小さくなり、粘性拡散の影響が無視できなくなる。そのため、これまでの渦法においては、粘性拡散の考慮法として、random walk 法⁽³²⁾、core spreading 法^{(30), (33)}、粘性拡散速度法⁽³⁴⁾が提案されている。本研究では、アルゴリズムが最もシンプルで有効であると思われる core spreading 法を採用する。

以上のように、渦法では流れの場に存在する渦度の分布からの誘起速度の計算に、必要に応じて境界層近似を導入し計算の取り扱いを簡略化することができる。この境界層近似の導入の度合いに応じて三つの基本的レベルに大別されるので、それぞれの特徴を紹介する⁽³⁵⁾。

レベル1： 境界層近似を最大限に取り入れたもので、境界層については厚さを省略し物体表面上に非粘性渦面が存在するものとする。また、速度せん断層については、厚さが省略されたことによる渦面の循環分布で示し、境界層はく離位置は、あらかじめ実験データなどから特定できる位置から放出する。

レベル2： 境界層近似を適用し境界層厚さや速度せん断層の厚さを省略することについては上記のレベル1の解析と同じであるが、速度せん断層が放出される境界層はく離位置を境界層計算によって決定する。

レベル3： 境界層近似を大幅に導入して壁面あるいは排除厚さ上におけるすべり速度を認めた上記のレベル1およびレベル2に代わって、境界層近似をまったく導入せずに実際の流れそのものを取り扱う方法である。このように適用される渦法には人為的なモデルが少なく、ビオ・サバールの式と渦度方程式を組み合わせたラグランジュ的直接

法ともいえる。

本研究では、渦法による計算目的の一つに記憶容量の負担の減少や計算時間の短縮を考えており、それ以上の計算については、有限差分法を採用するので、次に述べるレベル1と2の中間点にあると思われる方法を検討する。本計算で取り扱う円柱まわりの計算の場合、境界層はく離位置の決定については、円柱表面圧力分布から予測する方法がある^{(36), (37)}。この方法は、表面圧力分布の圧力最低点のやや下流側に渦点を導入する方法であり、利点として実験データを必要とせず、また、境界層計算の必要もないため計算時間の短縮が実現できることが挙げられ、本研究ではこれを採用する。

1.3 本論文の構成

本論文は8章から構成されている。

第1章は序論であり、本研究に関連したこれまでの研究動向及び問題点、本研究の動機及び研究内容の要旨を述べている。

第2章では、風洞実験による実験方法についての説明をし、ムービングベルト法と境界層吸引法、及び回転する円柱表面の微圧測定法について詳しく述べている。

第3章では、いくつかの流体の数値解析法の中で渦法と有限差分法についての説明をしている。渦法については、非圧縮非粘性流の仮定のもとでの支配方程式とその離散化、はく離せん断層のモデル化について詳しく述べている。また、有限差分法については、非圧縮性流の支配方程式とその変形、支配方程式の無次元化、それを一般座標に変換する方法および離散化について詳しく述べている。

第4章では、本研究での実験方法、計算方法を一樣流中におかれた静止および回転円柱まわりの流れの問題に適用し、それぞれの方法による精度の検証を行っている。

第5章では、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上の境界層を取り除いた場合の壁面に近接する二次元静止円柱まわりの流れについて実験を行うと共に数値解析も合わせて行っている。数値解析法は、格子を生成する必要がなく比較的短時間で計算できる二次元非圧縮非粘性ポテンシャル流れを仮定した渦法と複雑な流れ場に格子を簡単に生成できる領域分割法を適用した有限差分法を採用している。これにより壁面の近接による渦放出の抑制、揚力係数に及ぼす影響、これらに関する詳細な流れ場を調べている。

第6章では、壁面に近接する鈍い物体まわりの流れに関する基礎的な研究として、二次元回転円柱が壁面に近づいていくときにマグヌス効果がどのように変化するかを実験的に調べている。実験では、円柱と壁面との間隔をパラメータとし、回転円柱の表面圧力分布を測定することにより揚力を求めたが、境界面となる壁面としては、静止壁面、主流方向に移動する壁面の2種類について行い、境界条件の違いについても検討し

ている。その結果、回転円柱が壁面に近づいたあるところで、回転円柱まわりの流れにスイッチングが生ずることを示している。

また、このスイッチング現象の発生条件を壁面が静止した場合について詳細に調べ、さらに負のマグヌス効果⁽¹²⁾との相違、レイノルズ数による影響について調べている。特に、このスイッチング現象は、円柱と壁面との間を流れる噴流に現れるコアンダ効果によって発生していることが推測され、円柱の回転速度の変化に対してヒステリシスな特性を持つことを示している。

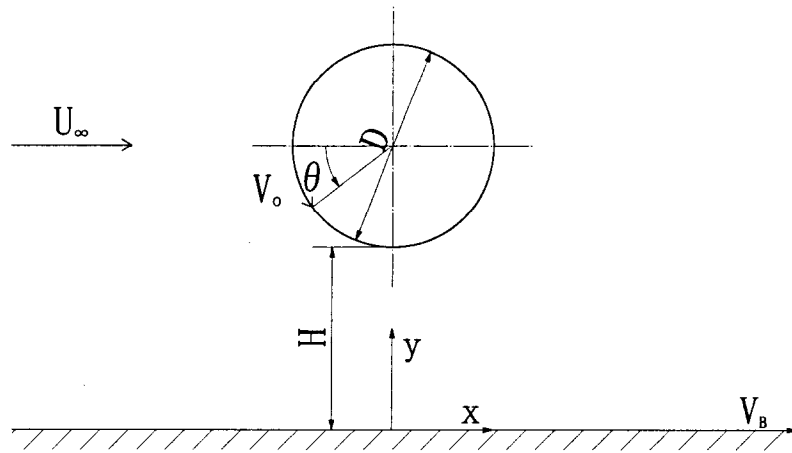
第7章では、第6章で調べた回転円柱まわりの流れに現れるスイッチング現象と壁面上に発達する乱流境界層との関係を調べるために、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上に発達する乱流境界層を取り除いた場合の壁面に近接する二次元回転円柱まわりの流れの挙動を実験的に調べると共に、渦法による数値解析により現象の理解を深めている。その結果、壁面上に境界層がない場合には、回転円柱まわりの流れにスイッチング現象が発生しないことを示している。

次に、乱流境界層が発達している壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れに生ずるスイッチング現象にヒステリシスな特性があることを念頭において、壁面を静止させて境界層が発達している条件で円柱を回転させおき、次に壁面を主流と同じ速度で移動させた場合についての流体力の変化を実験的に調べると共に、有限差分法による数値解析も同時に行っている。その結果、円柱と壁面との間を流れる噴流に現れるコアンダ効果の発生がこのスイッチング現象の発生原因であることを示している。

さらに、壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れに現れるコアンダ効果のヒステリシスな特性について詳細に調べ、これまで明らかにしていなかったコアンダ効果の発生要因を有限差分法による数値計算により詳細に調べているが、その際、実験結果を用いて流れ場の特徴的な傾向も検証している。

第8章では、以上の研究結果をまとめて、結論が述べられている。

記号



$$C_D : \text{圧力抗力係数} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p \cos \theta d\theta$$

$$C_L : \text{圧力揚力係数} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p \sin \theta d\theta$$

$$C_p : \text{圧力係数} = 2(p_{sf} - p_s) / \rho U_\infty^2$$

D : 円柱の直径

f : 渦の発生周波数

H : ベルト面から円柱下面までの距離

n : 物体表面の外向き法線方向

n_H : 円柱下面と壁面との隙間 H の中に入る格子数

n_r : 半径方向格子数

n_x : x 方向格子数

n_y : y 方向格子数

n_δ	: 目的とするレイノルズ数 Re において平板境界層 ($\delta = 5x\sqrt{Re x^{-1}}$) を例にとって、 $x=1$ で境界層の中に入る格子数
n_θ	: 周方向格子数
p	: 圧力
p_a	: 大気圧
p_s	: 主流静圧
p_t	: 主流全圧
p_{sf}	: 円柱の表面圧力
$\tilde{p}$	: 無次元化された圧力 $= p / \rho U_\infty^2$
Q	: 境界層吸引装置の吸引流量
Re	: レイノルズ数 $= DU_\infty / \nu$
Re_N	: 回転レイノルズ数 $= \alpha Re$
$R_{\max}$	: 表面粗さの最大高さ (JISB0601)
$\tilde{r}$	: 無次元化された半径方向長さ $= r / D$
S_t	: ストローハル数 $= fD / U_\infty$
s	: 線要素
ΔT	: 渦導入時間間隔
t	: 時間
Δt	: 渦移動時間間隔または、時間ステップ
$\tilde{t}$	: 無次元時間 $= t / (D / U_\infty)$
U_∞	: 一様流速度
$\tilde{u}$	: 無次元化された流速の x 方向成分 $= u / U_\infty$
V_B	: ムービングベルトの速度
V_B^*	: ムービングベルトの速度比 $= V_B / U_\infty$
V_o	: 円柱の周速度
$\tilde{v}$	: 無次元化された流速の y 方向成分 $= v / U_\infty$
$\tilde{v}_o$	: 無次元化された円柱の周速度 $(= \alpha)$
x, y	: 円柱直下で壁面上を原点とする座標系
$\tilde{x}$	: 無次元化された x 方向長さ $= x / D$
$\tilde{y}$	: 無次元化された y 方向長さ $= y / D$
z	: 境界層吸引装置の多孔質板の幅
α	: 円柱の周速比 $= V_o / U_\infty$ または、変数 (式 (3.37))
β	: 流れの角度 (図 6.10) または、変数 (式 (3.37))
γ	: 物体表面における渦点の強さ (式 3.5)

δ	:	境界層厚さ
δ_h	:	渦導入高さ(円柱表面からの距離)
δ^*	:	境界層排除厚さ
ε	:	離散渦のコア半径
θ	:	円柱の回転角度
ν	:	流体の動粘度
η	:	一般座標系
ξ	:	円柱の周速度 V_θ がはく離せん断そうに及ぼす寄与率(式(3.15))または、 一般座標系
ρ	:	流体の密度
ω	:	角速度(式(2.8))または、緩和係数(式(3.58))
Γ	:	循環の大きさ(式(3.13))または、境界の位置(図 4.16)
Φ	:	速度ポテンシャル(式(3.1))

第 2 章

実験装置および方法

2.1 実験装置概略

本研究では、静止または回転する円柱の地面効果問題の風洞実験を行うが、ここで問題になるのが壁面上に生じる境界層の発達である。この壁面境界層を制御する方法は、山口ら⁽¹⁰⁾の解説に詳しいが、ムービングベルト法と境界層吸引法の併用が最も優れていると思われる。しかしながら、この方法を採用すると実験装置が大型となり、円柱モデルの支持に難点をもつため、まずムービングベルト法による実験装置の開発を行い、次に境界層吸引法による実験装置の開発を行った。

図 2.1 と図 2.2 に実験装置の概略図を示す。図 2.1 はムービングベルト法を採用したものであり、図 2.2 はムービングベルト法と境界層吸引法の双方を採用したものである。測定に用いた風洞は主流速度範囲が 2~12m/s、乱れ強さが主流速度 10m/s で約 0.7% の 600mm×600mm の吹き出し口をもつブローダウン型低速風洞である。

風洞吹き出し口からの流路下面には壁面境界としてムービングベルト装置を設置しており、ベルトは幅 550mm のナイロン製シームレスベルトである。この装置は、駆動用ローラ、支持ローラ、テンションローラで構成され、ベルトはインバーター(Fuji Electric : FVR-G7S)で回転数の制御ができる 2.2kW の交流モータ(Fuji Electric : MVA6107A)を動力としている。ベルトの速度は 0~12m/s の範囲で任意に設定でき±0.5% の誤差で定速運転が可能である。なお、ベルトの蛇行は駆動用ローラの形状とベルト装置の下部にあるテンションローラで調整される。

二次元円柱モデルは、φ100×550mm のアクリル製で、ムービングベルト法のみを採用した場合(図 2.1)は風洞吹き出し口から下流に 550mm の位置で、ムービングベルト法と境界層吸引法の双方を採用した場合(図 2.2)は風洞吹き出し口から下流に 860mm の位置で支柱に固定した。また、円柱は円柱と壁面とのすき間が 0~200mm ($H/D=0\sim2.0$) の範囲で任意に支柱に固定でき、その取り付け位置における誤差は±0.05mm 程度である。

流路の両側面には二次元性を確保するためにアクリル製の側板が取り付けられており、その板の前縁ははく離を防ぐためにナイフエッジとしている。流路の上面は、熱線

プローブを挿入するために開放している。二次元性を確保する上で問題となるのは、流路と外気からの吸い込みによる影響であるが、円柱側面と側板とのすき間はできる限り狭くし、さらにそのすき間は OHP フィルムを挟み込んですり合わせている。また、側板とムービングベルトとのすき間の処置には、市販のスポンジ性のすき間テープを使用し、そのスポンジに油を染み込ませてベルトとすり合わせている。

境界層吸引法を採用しない場合の実験では(図 2.1)、ムービングベルト装置と風洞吹き出し口との間にアルミ板を設置している。アルミ板は、風洞境界層を取り除くために風洞吹き出し口の下面より 20mm 上方に設置して、その前縁からのはく離を防ぐためにナイフエッジに加工している。一方、境界層吸引法とムービングベルト法を併用する場合の実験装置には(図 2.2)、ムービングベルト装置と風洞吹き出し口との間に境界層吸引装置を設置し、多孔質板からの一様吸い込みによる方法⁽³⁸⁾を採用した。多孔質板は、 $92.5 \times 580 \times 3$ mm(縦(x 方向)×横×厚さ)の真ちゅう製の焼結板で、粒子の直径は $100 \mu\text{m}$ 、空隙率 38~43%、吸い込み面は平面状にプレスされている。境界層を吸引するのに使用した送風機は、インバータ(Fuji Electric : FVR-E9S)で制御可能な 2.2kW の動力をもつ送風機(EBARA MFG : 3SMP)である。また、吸引装置と風洞の間には、前縁をナイフエッジに加工してある平板を設置している。境界層吸引装置の詳細については次節で述べる。

2.2 境界層吸引法

図 2.3 に境界層吸引装置を示す。この装置は、多孔質板の全表面にわたって吸い込み流速が一樣となるように、スパン方向に 5 分割して各部屋の流量をコックの開閉により調節した。吸い込み流量の設定は、境界層吸引装置で境界層を吸引しない状態で風洞を稼動し、多孔質板後端の境界層厚さ δ を測定して、その δ に多孔質板の幅 z と流速 U_∞ を掛けて決定した。主流速度 U_∞ が 10m/s の場合を例にあげると、吸引流量 $Q (= \delta z U_\infty)$ は $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ となり、吸い込み流速 V は 0.9 m/s となる。流速の測定には熱線プローブ先端(I 型)を多孔質板に可能な限り近づけて、各部屋ごとに多孔質板の縦方向(x 方向)の中心位置でスパン方向に等間隔で 10 点の測定をおこない、その平均値を流速とした。なお、吸い込み平均流速が 0.76 m/s の場合、各部屋のスパン方向での平均偏差(偏差 : 測定流速 - 平均流速)は平均流速に対して 4.5%であり、この吸引装置の吸い込みは一樣であることを確認した。

2.3 壁面境界層制御の効果

図 2.4 にムービングベルト法のみによる境界層制御の効果を示す。図 2.4 の(a)、(b)、(c)はそれぞれ、測定位置、その位置におけるムービングベルトが静止しているとき

($V_b^*=0$)と移動しているとき($V_b^*=1$)の速度分布、境界層排除厚さを示す。図 2.4(b)の速度分布形状を見ると、ベルト上面に発達した境界層がムービングベルトによって加速され、後流に行くにしたがって速度分布形状が回復して均一化されている様子がわかる。ムービングベルトが移動している場合の境界層排除厚さ δ^* は、図 2.4(c)に示すように下流に行くにしたがい小さくなっていることがわかるが、速度分布の不均一性が残っているため、速度分布形状の回復があまり改善されていないことがわかる。ベルトが静止した場合のそれぞれの位置における境界層厚さ δ を図 2.4(b)中に示すが、円柱直下における δ は16.4mmで、乱流境界層である。境界層が乱流か層流かの違いの判断は、平板における L. Howarth⁽¹⁸⁾の層流境界層内速度分布の解析解からのずれで判断した。

測定位置 I における境界層厚さ δ は6.3mmで層流境界層であるが、測定位置 I は風洞吹き出し口からの距離が187mmであり、この位置での境界層厚さの理論値

($\delta = 5x\sqrt{Re_x^{-1}}$)は2.7mmで、実験値は理論値よりも δ が厚くなっている。これは、風洞境界層を取り除くために設けられたアルミ板と風洞吹き出し口下面とのすき間(図 2.1)による影響が考えられる。アルミ板の下部には、流れがムービングベルトと干渉しないように曲率を持たせた板を設けているが、この板の影響でアルミ板と風洞吹き出し口下面とのすき間の圧力が上昇して、アルミ板前縁における主流は実験装置上方向(y方向)にわずかに傾いて測定位置 I における境界層が厚くなったと思われる。

図 2.5、2.6 にムービングベルト法と境界層吸引法を併用した場合で、主流速度 U_∞ が10m/s と5m/s の場合における境界層制御の効果を示す。図中の(a)、(b)、(c)は測定位置、その位置における速度分布、境界層排除厚さを示す。境界層吸引法を使用したときの速度分布形状への影響は、多孔質板の直後(測定位置 I)に表れており、その位置では一様流速となっている。その後、多孔質板とベルトまでの平板の影響で境界層が発達し(測定位置 II)、次に、ベルトが移動している場合($V_b^*=1$)は、ベルトの移動によって速度分布が回復して均一化されていることがわかり、境界層排除厚さ δ^* は、図 2.5(c)、2.6(c)からわかるようにムービングベルト法の場合に比べて著しく減少していることがわかる。ムービングベルト法と境界層吸引法を併用した場合、円柱直下における δ^* は、 $U_\infty=10\text{m/s}$ のとき0.16mmであり、 $U_\infty=5\text{m/s}$ のとき0.38mmである。また、ベルトを静止させて($V_b^*=0$)、境界層を吸引した場合の円柱直下における境界層厚さ δ は、 $U_\infty=10\text{m/s}$ のとき6.2mmで乱流境界層であり、 $U_\infty=5\text{m/s}$ のとき3.85mmで層流境界層である。

円柱直下($x=0$)における境界層厚さと境界層排除厚さの結果を表 2.1 にまとめて示した。

表 2.1 境界層制御による効果 ($x=0$)

	U_{∞} (m/s)	δ (mm) ベルト停止 ($V_B^*=0$)	δ^* (mm) ベルト移動 ($V_B^*=1$)
境界層吸引法なし	10m/s	16.4 乱流境界層	1.5
境界層吸引法あり	10m/s	6.2 乱流境界層	0.16
	5m/s	3.85 層流境界層	0.38

2.4 円柱モデル

図 2.7 に二次元円柱モデルの概略図を示す。測定に用いた円柱は $\phi 100 \times 550 \text{mm}$ のアクリル製で中心軸に $\phi 25 \text{mm}$ のシャフトが貫通しており、アスペクト比が 5.5 である。円柱スパン方向の中央部には圧力トランスデューサを取りつけるためのアクリル製のアタッチメントが接着しており、その表面に $\phi 1 \text{mm}$ の圧力測定孔を設けている。円柱は、60W の直流モータ (Oriental Motor : MSS560-001K) で 0~2000rpm の範囲で任意の回転数で回転が可能であり、回転速度の誤差は $\pm 0.5\%$ である。風洞吹き出し口に対する円柱のブロックage比は約 16% と大きい、圧力トランスデューサを内部に埋め込む都合上、この円柱直径が最小である。本研究では、比較的高いレイノルズ数 ($Re = 3.3 \sim 6.6 \times 10^4$) で実験を行うため、円柱の表面粗さと回転による偏心による影響で、円柱表面に発達する境界層の乱流遷移が早まる可能性がある。しかし、円柱表面は、機械加工とサンドペーパーにより滑らかに仕上げており、その表面粗さの最大高さ $R_{\max}$ (JISB0601) は $7.9 \mu\text{m}$ であり、円柱が回転するときの偏心量は最大で 0.03mm と非常に小さいので、本研究のレイノルズ数の範囲では遷移におよぼす影響はほとんどないといえる⁽³⁹⁾。

円柱表面の圧力測定には、半導体型圧力トランスデューサ (ENDEVCO : 8510 B-5) を用い大気圧との差圧測定 (図 2.13 参照) としたが、次節で述べるようにデータ処理の段階で主流静圧との差圧に換算している。この圧力トランスデューサの内部の圧力はリファレンスチューブにより円柱軸中心で大気圧に開放してある。圧力トランスデューサの共振周波数は 85kHz であり、圧力測定孔による気柱振動と共振しないことを確認している。

2.5 圧力測定系および処理系

図 2.8 に圧力測定におけるブロック図を示す。圧力トランスデューサからの信号はス

リップリング(MICHIGAN SCIENTIFIC : S-6)を介して取り出され、アンプ (NEC Sanei : AS2103) で増幅した後に A/D 変換器 (Autonics : APC204)に取りこまれる。円柱が静止している場合、円柱の角度検出には円柱の側面に取りつけられた分度器を使用し、目的の測定位置においてサンプリングタイム 1ms の時系列データを取りこむが、角度誤差は $\pm 0.25^\circ$ である。また、円柱が回転している場合の回転角度検出には、光電センサー (OMRON : E3S-AR21)を用い、1 回転ごとにパルスを検出して圧力測定孔の絶対位置を検出する。このパルス信号は圧力トランスデューサの信号と同時にサンプリングされ、回転角度の誤差は $\pm 1^\circ$ 存在するが、第 4 章で述べるように揚力、抗力係数の評価において問題ないものと判断した。表面圧力測定における圧力トランスデューサからの信号は、ノイズなどを含むため次に述べるように時間平均およびアンサンブル平均をしている。

図 2.9 は円柱が静止している場合 ($\alpha=0$) で、圧力トランスデューサからの時系列データを平均して表面圧力分布を求めたが、平均時間を変化させた場合の違いを示す。この圧力分布は、ムービングベルト法と境界層吸引法の双方を稼動した場合のもので、レイノルズ数 Re は 6.6×10^4 、間げき比 $H/D=2.0$ である。図中には、 1° ごとにサンプリングタイム 1ms で測定した測定値の時間平均をワード数 (1k ワード=1024) で示している。この図から、4k ワード平均で表面圧力の振動が消えていることがわかる。したがって本研究では 10k ワード平均とするが、これはそれぞれの角度でサンプリングタイム 1ms で約 10 秒間の平均値であることを意味する。

図 2.10 に円柱が回転している場合 ($\alpha=1$) のアンサンブル平均回数の違いによる表面圧力分布を示す。このときの実験条件は、円柱を回転させていることを除いて図 2.9 の円柱が静止している場合と同じである。図中には、回転角度 θ の 1° おきの各点について、回転回数のアンサンブル平均したものを示した。図から、回転回数が 40 回以上で表面圧力分布に振動が消えていることがわかる。したがって、本研究では回転円柱におけるアンサンブル平均回数を 80 回とした。

円柱が静止している場合と回転している場合のそれぞれの測定条件を表 2.2 に示す。

表 2.2 表面圧力測定条件

	サンプリングタイム	平均方法	角度分解能 (deg)
静止円筒 ($\alpha=0$)	1ms	10k ワード平均 (1k ワード=1024 個)	1
回転円筒 ($\alpha=1$)	$87 \mu s$ (at $V_\theta=10m/s$)	80 回転平均	1

2.6 圧力および揚力、抗力係数算出法

圧力トランスデューサー (ENDEVCO : 8510 B-5) による円柱表面圧力分布は、2.5 節で述べたように大気圧との差圧測定としたが、その校正の段階において主流静圧と大気圧との関係をあらかじめ調べておき、データ処理の段階で主流静圧との差圧として求めている。図 2.11 は圧力トランスデューサーの校正曲線を示す。この校正曲線を得るための実験方法は、圧力トランスデューサーを円柱に組み込んだ状態で行い、円柱は壁面による影響を無視できる高さ (間げき比 $H/D=2.0$) の位置で圧力測定孔を円柱のよどみ点の位置に固定して測定した。図中の大気圧基準の圧力トランスデューサーからの出力信号には、吹き出し口に取り付けられた標準ピトー管で測定された静圧基準による動圧 ($p_t - p_s$) と大気圧基準による動圧 ($p_t - p_a$) との関係が示されている。ここで注意すべき点は、測定部流路の上部が開放されているため、吹き出し口における主流静圧が円柱のよどみ点位置において高さ方向 (y 方向) に変化している可能性である。そこで、円柱を取り外した状態で、よどみ点における位置 ($x = -50\text{mm}$) での高さ方向 (y 方向) の主流静圧と大気圧との差 ($p_s - p_a$) を吹き出し口における位置での値と比較したものを図 2.12 に示す。測定に用いたピトー管は自作したものであるが、あらかじめ標準ピトー管により校正されており、ピトー係数 1 に対して ± 0.02 以下の違いであることを確認している。図 2.12 から円柱のよどみ点位置 ($x = -50\text{mm}$) における高さ方向の主流静圧の変化は、吹き出し口における主流静圧に対してわずか $\pm 0.5\%$ の違いしかないので、今後この補正は行わないことにした。

図 2.11 における圧力トランスデューサーの校正曲線から圧力および揚力、抗力係数を求める方法を以下に示す。一様流中におかれた物体のよどみ点と流線に沿った無限遠とを比較すると、ベルヌーイの式よりよどみ点圧は次式になる。

$$p_t = p_s + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \quad (2.1)$$

ただし、 p_t 、 p_s はそれぞれの位置における全圧と静圧を示し、無限遠点とよどみ点での高さの差は無視する。いま、物体表面の任意の位置における圧力を p_{sf} とすると、圧力係数は次式で定義される。

$$C_p = \frac{p_{sf} - p_s}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.2)$$

式 (2.1) を式 (2.2) に代入すると、次式を得る。

$$C_p = \frac{p_{sf} - p_s}{p_t - p_s} \quad (2.3)$$

式(2.3)の分母 $p_t - p_s$ に吹き出し口で測定された動圧を代入し、分子 $p_{sf} - p_s$ に図 2.11 の校正曲線から得られる圧力トランスデューサの出力信号から換算された静圧基準の圧力値を代入すれば、物体表面の任意の位置における圧力係数が求められる。

次に、円柱に働く流体力を求める方法について述べるが、二次元円柱の場合、 $Re \geq 10^4$ では粘性抗力は圧力抗力に比べて 2% 以下になるので⁽³⁹⁾、本研究では粘性抗力を無視して圧力抗力のみを考える。いま、円柱表面に働く力を x 、 y 方向に F_x 、 F_y とすると、単位長さあたりのそれぞれの方向に働く力は次式で表される。

$$F_x = \int_0^{2\pi} (p_{sf} - p_s) \cos \theta \frac{D}{2} d\theta \quad (2.4a)$$

$$F_y = \int_0^{2\pi} (p_{sf} - p_s) \sin \theta \frac{D}{2} d\theta \quad (2.4b)$$

また、抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L は次式で定義される。

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D} \quad (2.5a)$$

$$C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D} \quad (2.5b)$$

式(2.5)に式(2.4)を代入し式(2.2)の関係から次式となり、これより二次元円柱の流体力を求めることができる。

$$C_D = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \cos \theta d\theta \quad (2.6a)$$

$$C_L = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \sin \theta d\theta \quad (2.6b)$$

2.7 遠心力による補正

圧力トランスデューサは2.5節で述べたように大気圧との差圧測定であるが、大気圧側の圧力は図2.13に示すようにレファレンスチューブにより円柱軸の中心部に導かれ、軸の端には軸の回転による気流の変動を取り除くためにスポンジを取りつけている。図には、表面の圧力測定孔をレファレンスチューブで大気圧に導いているが、これは圧力トランスデューサの感圧部であるダイヤフラムが遠心力によって変形するときに出力される信号を測定するために取りつけられたものである。円柱が回転すると、圧力トランスデューサのダイヤフラムは自重により遠心力の影響を受けて変形し、圧力変化として出力される。さらに、ダイヤフラムの位置と大気圧開放位置との差でレファレンスチューブ内の気柱に遠心力が働き、この気柱遠心力がダイヤフラムの自重による変形とともに圧力変化として出力される。そこで、遠心力によるこれらの影響を以下の方法で取り除いた。

ダイヤフラムが遠心力によって変形するときに出力される信号を取り出すための測定は、図2.13に示す様に円柱表面の圧力孔をレファレンスチューブにより大気圧側に導いて目的の回転数で回転させて行った。このデータは、角度分解能 1° で記録され、データ処理の段階で補正される。

次に、レファレンスチューブ内の気柱に働く遠心力による影響は、次に述べる計算により求めている。大気圧開放位置は円柱の軸中心にあるのでダイヤフラムから円柱軸までの距離を r_1 、チューブ断面積を A 、円柱の周速度を $V_o (= r_1 \omega)$ とすると、微少質量 $dm (= \rho A dr)$ の気柱が受ける遠心力 dF は、加速度を $a (= r \omega^2)$ として表すと次式になる。

$$dF = a dm \quad (2.7)$$

式(2.7)を半径0から r_1 で積分して、圧力で表すと、

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1}{2} \rho r_1^2 \omega^2 \quad (2.8)$$

となり、式(2.8)で計算された気柱遠心力は、データ処理の段階で補正される。

2.8 熱線流速計による外部流れの測定

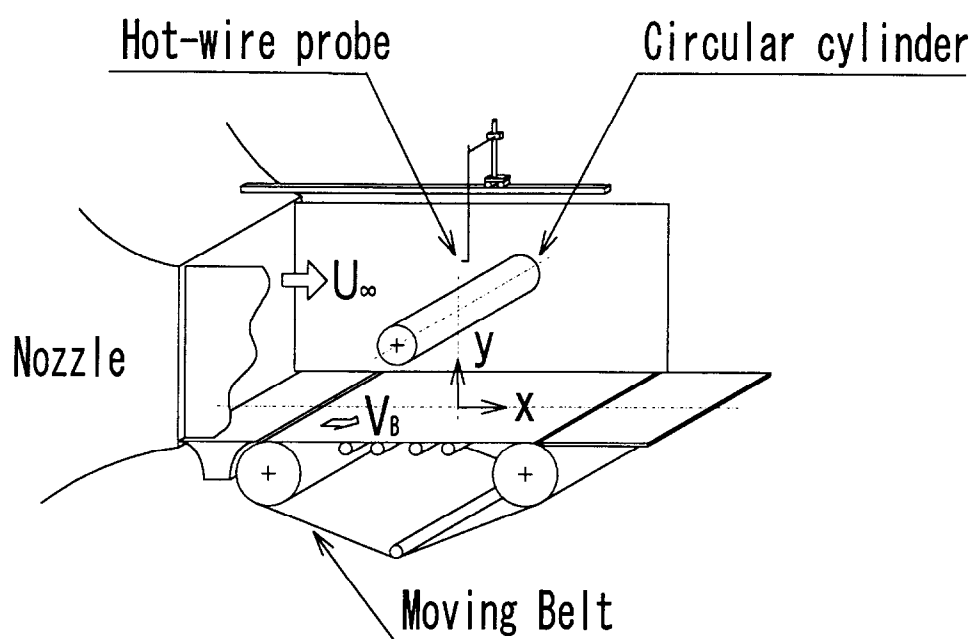
円柱まわりの流速測定にはI型プローブ(司測研 : HC-25-5I)と熱線流速計システム(KANOMAX : 7102)を用いた。また、円柱まわりの速度ベクトルの測定には、X型プローブ

ブ(NIHON KAGAKU KOGYO : 0252-T5)と熱線流速計システム(KANOMAX : 7202)を用いている。熱線流速計システムからの出力信号はAD変換器(Autronics : APC204)でデジタル化されパーソナルコンピュータで処理される。X型プローブによる速度ベクトルの測定方法は、各チャンネルの角度特性を検定によって求め、さらにその検定結果を演算処理して流れの角度と出力との関数を得る方法⁽⁴⁰⁾を採用した。

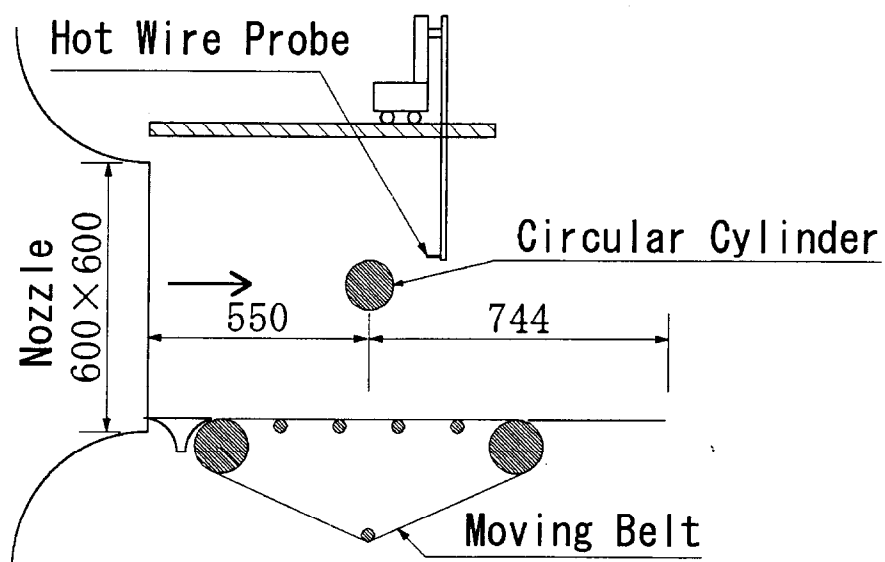
2.9 まとめ

本章では、静止または回転する円柱が壁面に近接する場合の風洞実験を行うために、その実験装置と方法について述べた。それについてまとめると以下の通りになる。

1. 壁面境界層を制御するためにムービングベルト法と境界層吸引法を採用した。
2. ムービングベルト法のみを採用した場合は、壁面境界層を完全に取り除くことはできないが、速度分布は一様流に近づく。また、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用した場合は、ムービングベルト法の場合に比べて壁面境界層が非常に良く取り除かれ、速度分布形状がほぼ一様流に近づく。それぞれの場合の境界層排除厚さについては表 2.1 に示した。
3. 円柱表面の微圧測定は、共振周波数 85kHz の半導体型圧力トランスデューサを採用し、円柱が回転した場合を考慮してスリップリングを装着した。さらに、圧力トランスデューサからの信号をアンプで増幅し、A/D 変換してパソコンに取りこんだ。
4. 圧力トランスデューサからの信号にはノイズなどが含まれるため、円柱が静止する場合には、その信号を時間平均し、円柱が回転する場合には、アンサンブル平均を行った。
5. 圧力トランスデューサから出力される信号から圧力および揚・抗力係数を算出する方法について述べた。
6. 外部流れの流速測定には I 型熱線プローブを用い、速度ベクトルの測定には X 型熱線プローブを用いた。

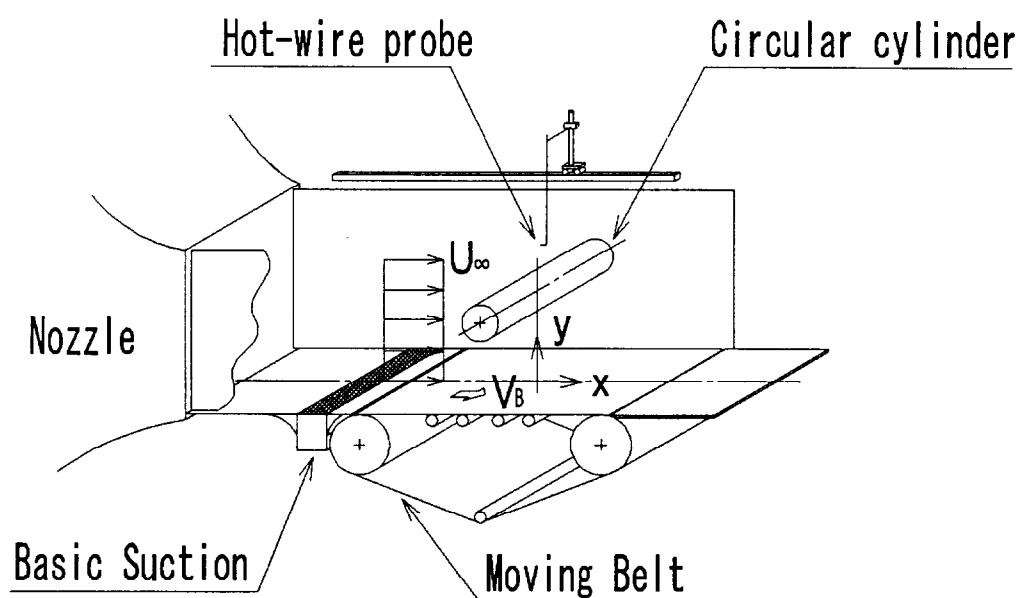


(a) 立体図

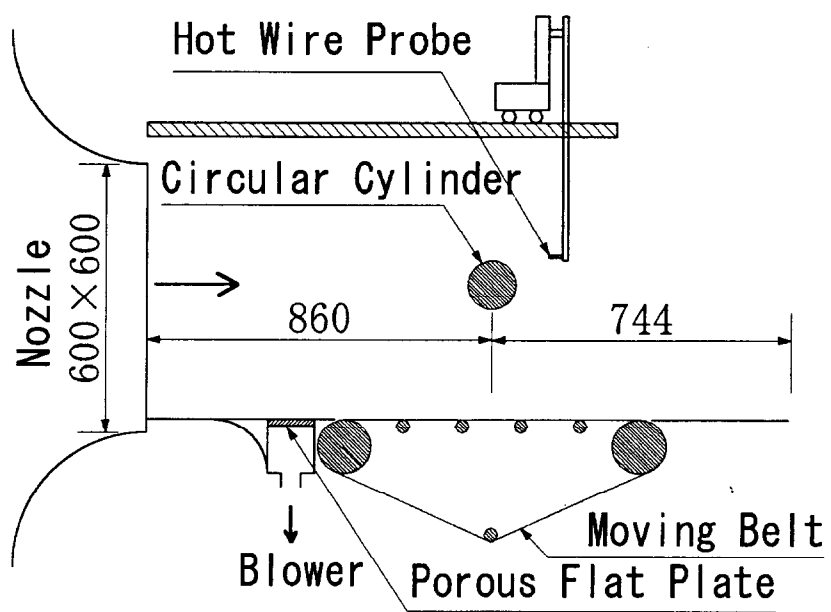


(b) 横断面図

図 2.1 実験装置概略図



(a) 立体図



(b) 横断面図

図 2.2 実験装置概略図

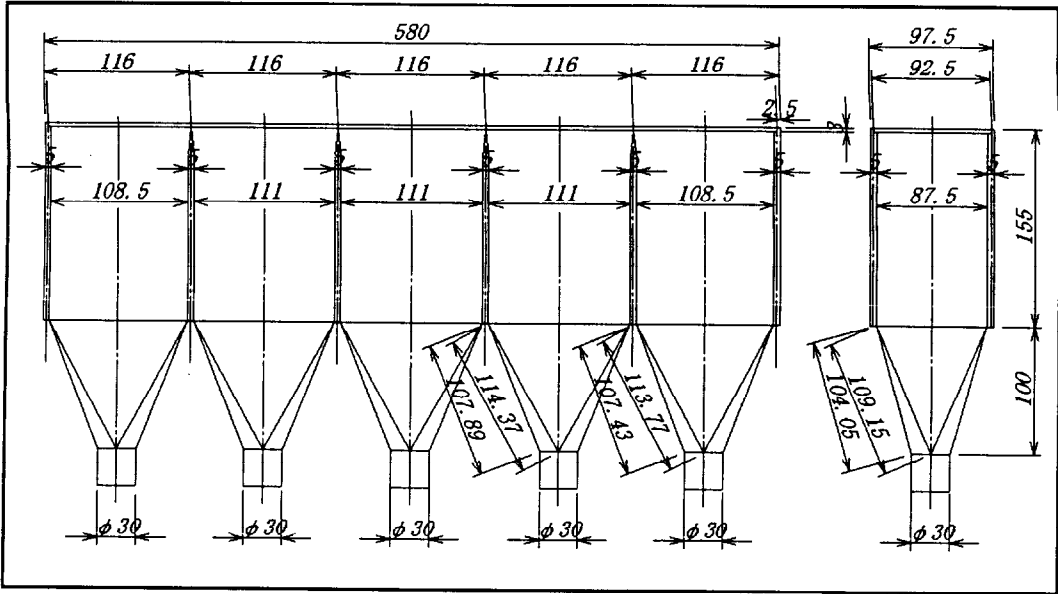
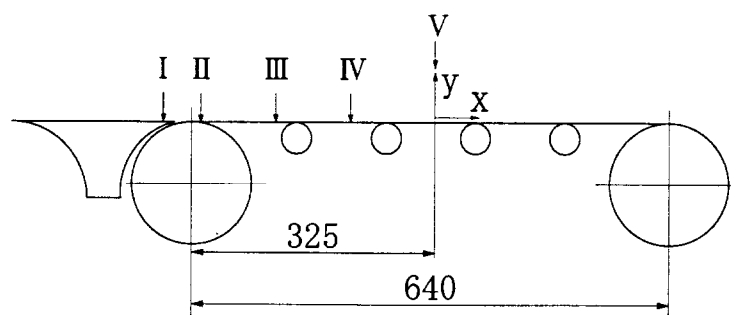
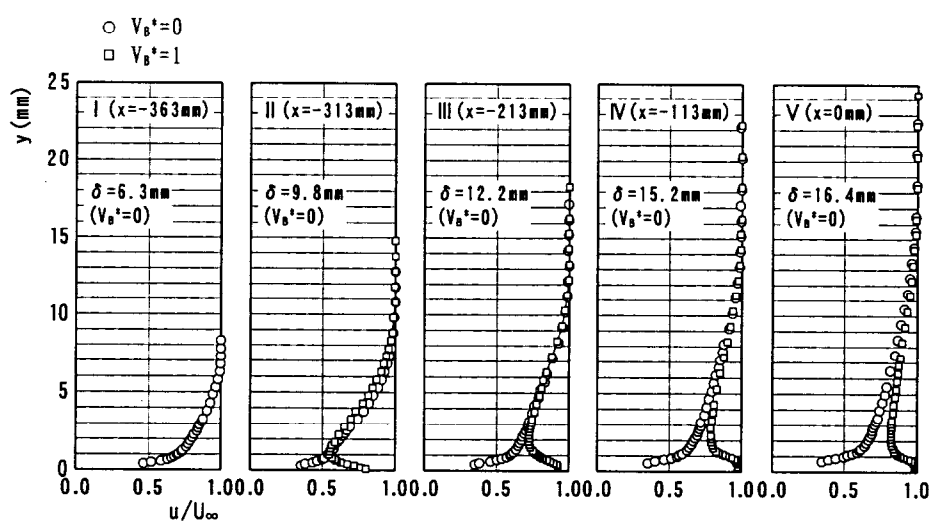


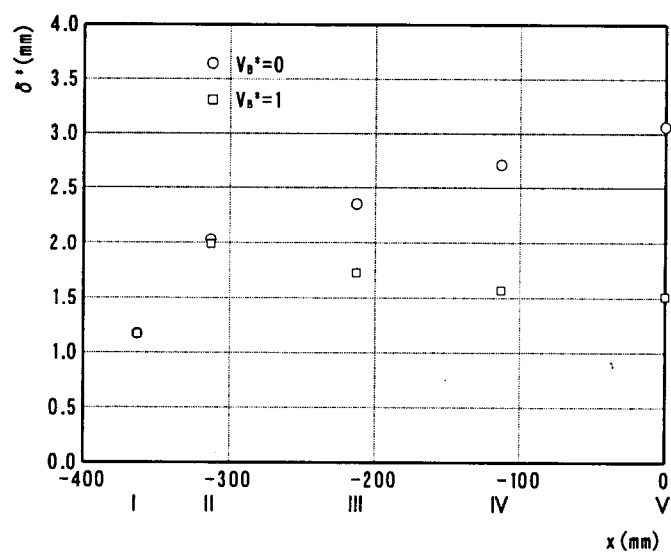
図 2.3 境界層吸引装置



(a) 測定位置

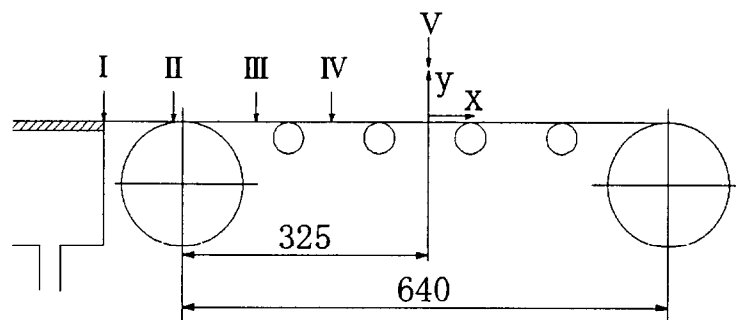


(b) 速度分布

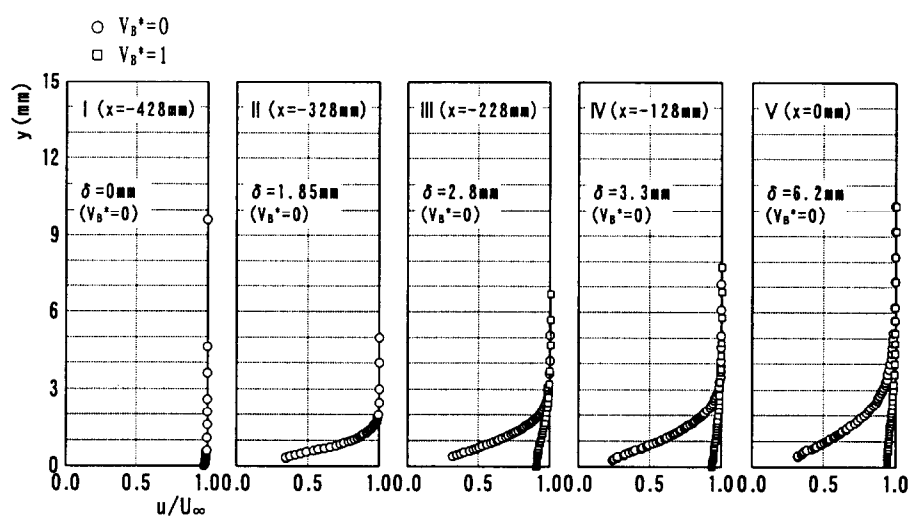


(c) 境界層排除厚さ

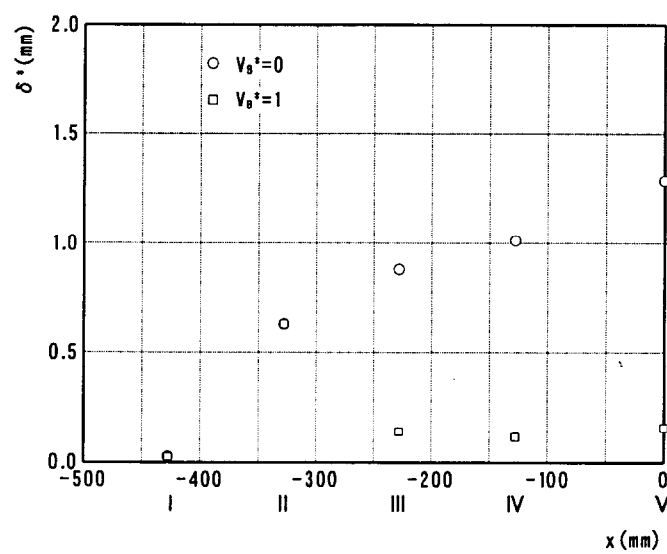
図 2.4 ムービングベルト法による境界層制御($U_\infty = 10\text{m/s}$)



(a) 測定位置

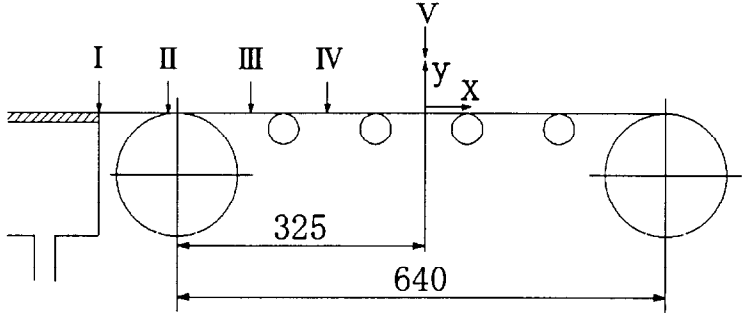


(b) 速度分布

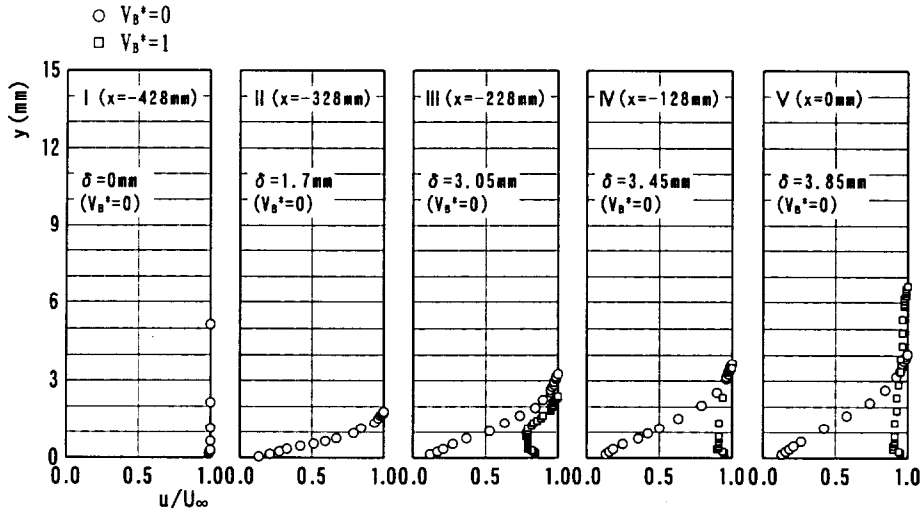


(c) 境界層排除厚さ

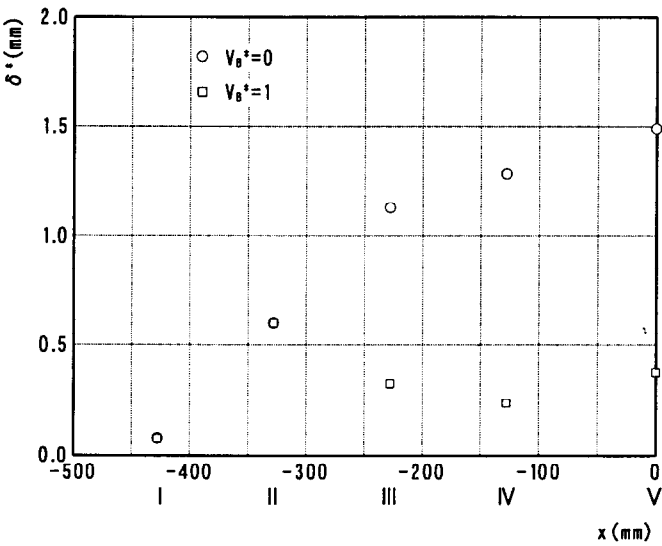
図 2.5 ムービングベルト法と境界層吸引法による境界層制御($U_\infty=10\text{m/s}$)



(a) 測定位置



(b) 速度分布



(c) 境界層排除厚さ

図 2.6 ムービングベルト法と境界層吸引法による境界層制御($U_{\infty}=5\text{m/s}$)

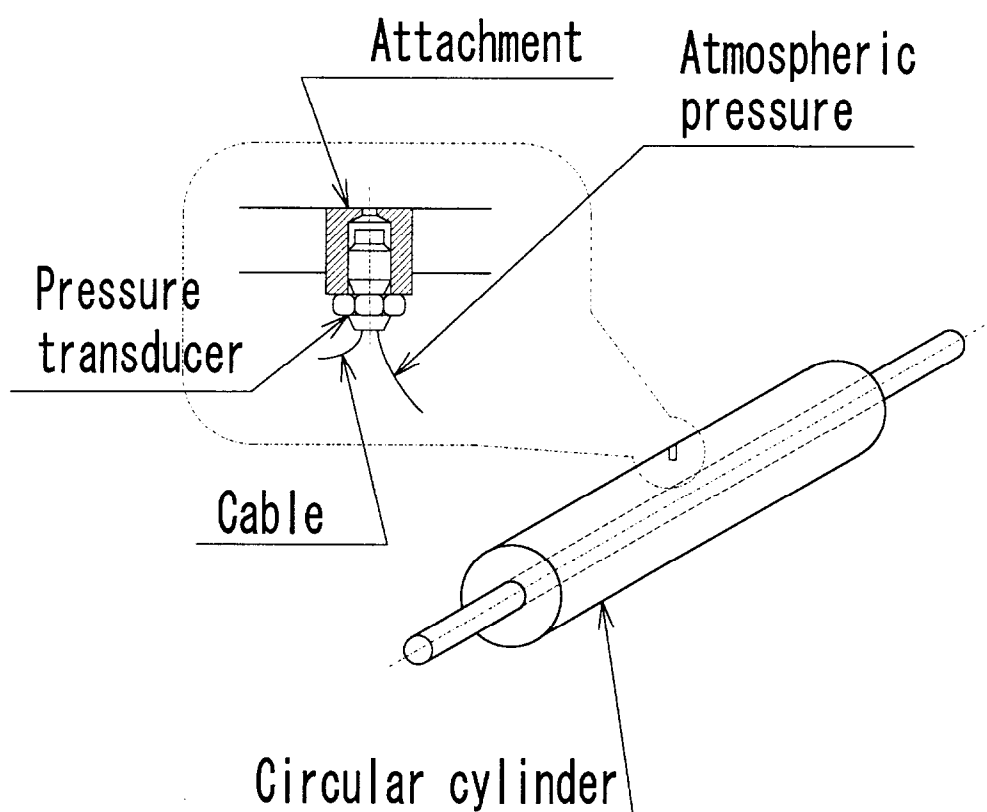


図 2.7 円柱モデル

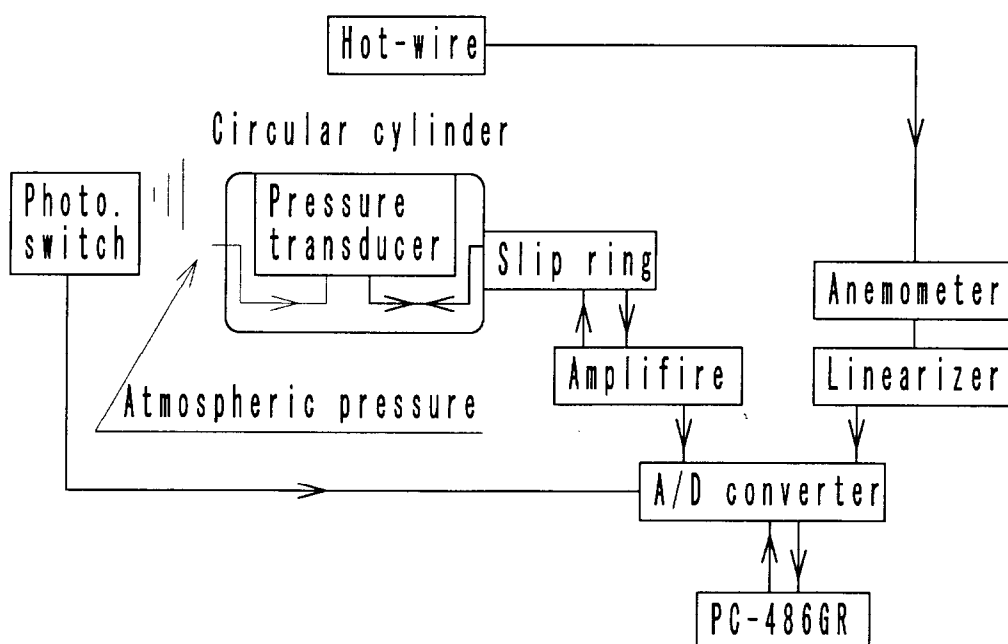


図 2.8 測定のブロック図

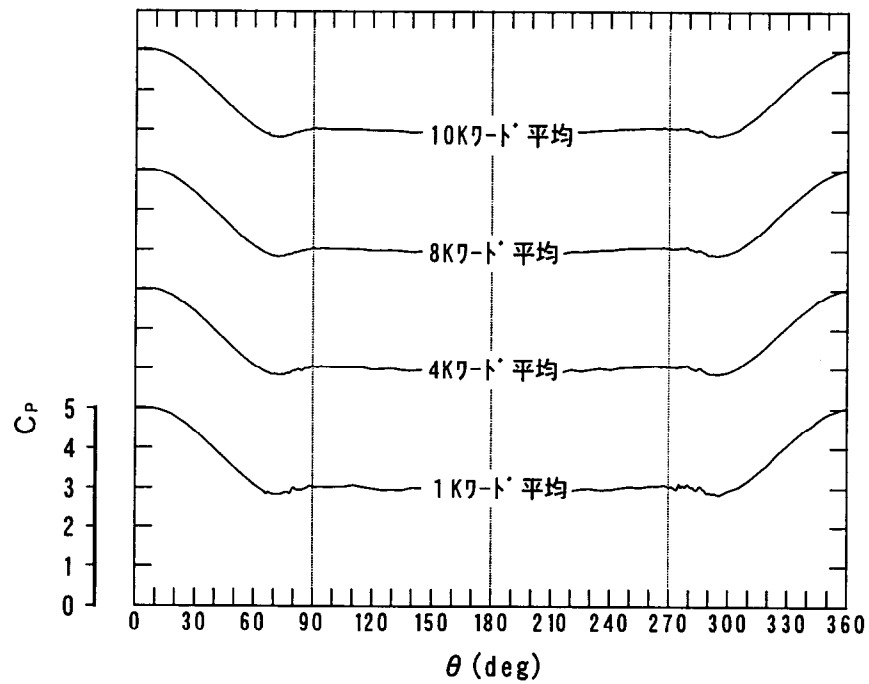


図 2.9 静止円柱における時間平均の違いによる表面圧力分布の違い
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=0, H/D=2.0, V_B^*=1, \delta^*=0.16\text{mm})$

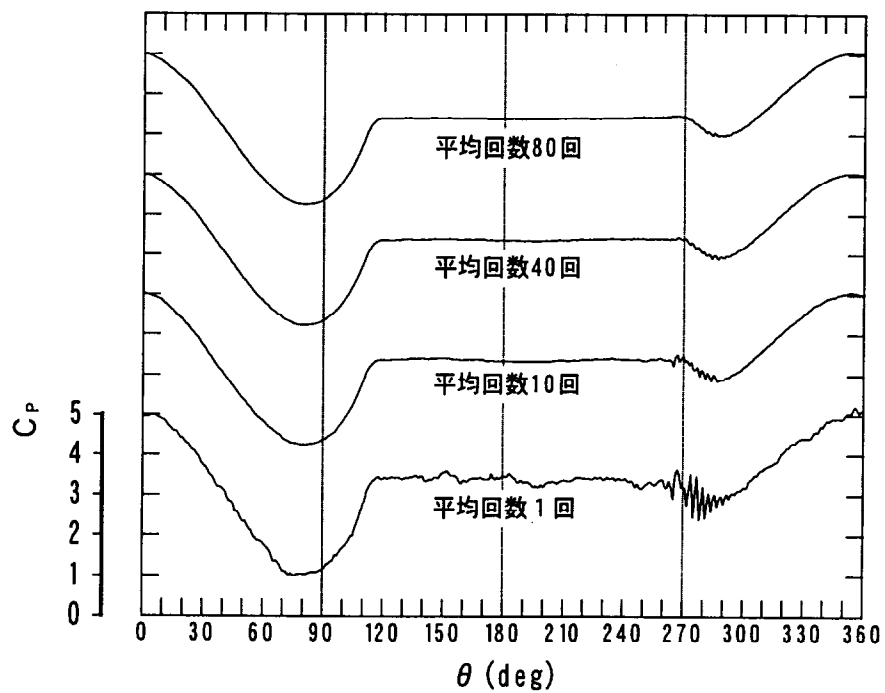


図 2.10 回転円柱におけるアンサンブル平均回数の違いによる表面圧力分布の違い
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=1, H/D=2.0, V_B^*=1, \delta^*=0.16\text{mm})$

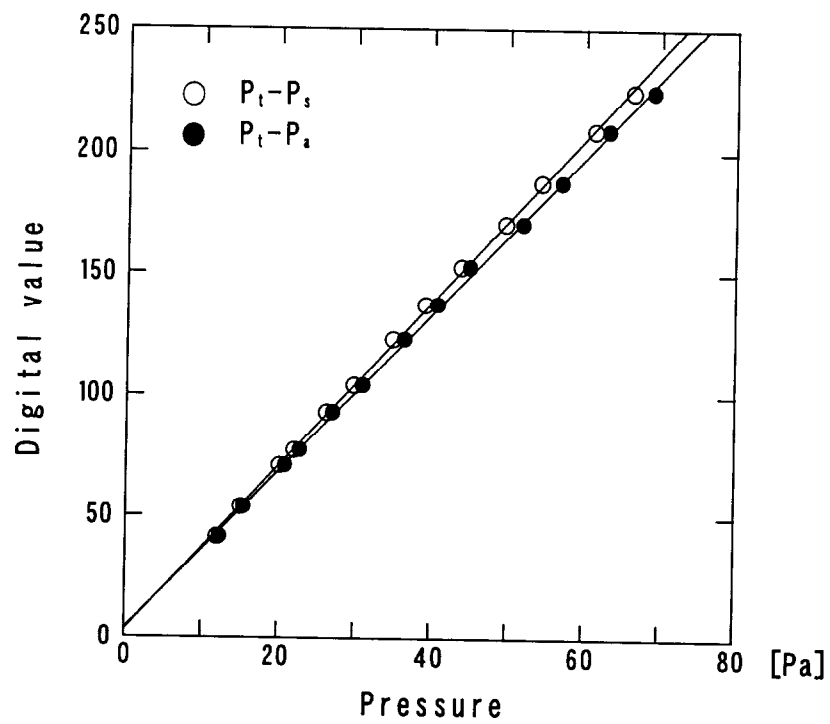


図 2.11 圧力トランスデューサ校正曲線

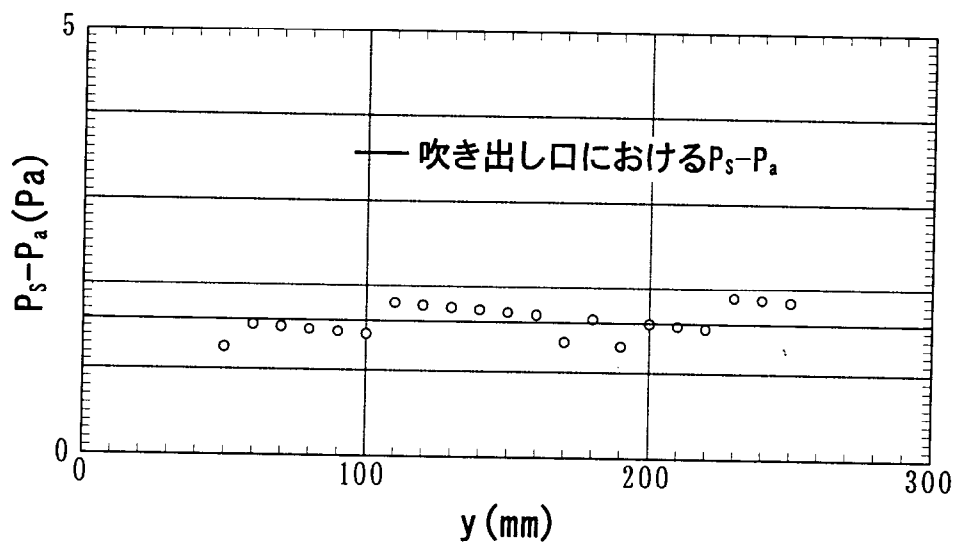


図 2.12 円柱よどみ点($x = -50$)における高さ方向の静圧変化

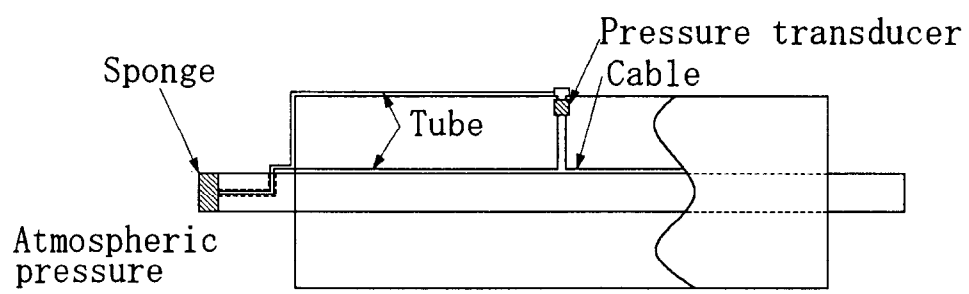


図 2.13 ダイアフラムの遠心力補正方法

第 3 章

数値計算法

3.1 はじめに

一般的な流体である、空気や水は連続体の仮定のもとで連続の式とその運動を規定する Navier-Stokes 方程式により支配されている。これらの方程式は互いにカップリングしており、慣性の効果を表す項(非線形)と粘性による散逸効果を表す項とを含んでいるために、いくつかの特別な場合を除き解析的な取り扱いがほぼ不可能とされている⁽¹⁸⁾。したがって、現実の様々な状況のもとで起こる流体の運動を精密にとらえるためには、数値解を求める方法を取らざるを得ない。しかしながら、数値計算は、単に解析解に対する非常手段ではなく、正しいシミュレーション結果は結果の再現性やパラメータの制御性の点では理想的な実験であるといえる。当然、数値計算の結果は、実験結果や観測と比較することによって信頼性を確かめることが常に必要である。

流れを数値的にシミュレートするのに大きく分けて二つの方法がある。ひとつは Navier-Stokes 方程式を直接数値的に解く方法、もうひとつは、Navier-Stokes 方程式そのもの解くのではなく、問題にしている流体现象を支配する特徴的な点に注目してモデル化を行い、そのモデルにもとづいて簡単化された方程式を数値的に解くというやり方である。第一の方法では、有限差分法や有限要素法が用いられることが多く、第二の方法で成功したものとしては、渦法が挙げられる。

本研究では、Navier-Stokes 方程式を直接解くための典型的な方法である有限差分法と方程式のモデル化にもとづく方法である渦法をそれぞれ取り上げ、主流と同一の速度で移動する壁面に近接して回転する円柱まわりの流れを計算するが、本章では、それらの計算方法における概要について述べる。

3.2 渦法による解析

3.2.1 非圧縮非粘性の仮定と支配方程式

流れ場を非粘性流体で表される外部流と粘性流体で表せる境界層に分けて考えると、本研究で扱う高レイノルズ数領域 ($Re = 3.3 \sim 6.6 \times 10^4$) の流れの場合、境界層の厚さは非常に薄いと考えられる。したがって、外部流を解くときには境界層の厚さを無視できるものと仮定すると、流れ場および圧力場は非圧縮非粘性の渦なし流れを支配する基礎方程式を解けば良いことになる^{(30), (31)}。

この仮定は、渦法における最も大胆な近似的扱いであるが、簡単な数値計算によって本質的な大規模な渦構造が支配的な非定常流れ特性を簡略的に解析できることから様々な流れ場に適用されていることに注目した⁽³⁵⁾。つまり、本研究で採用する渦法においては、大規模な渦構造を見ることを主眼として境界層の厚さを無視している。

二次元非圧縮非粘性の渦なし流れを支配する基礎方程式は、次のラプラス方程式と非定常ベルヌーイの式で表される。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{p}{\rho} = f(t) - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.2)$$

ここで、 Φ 、 p 、 ρ 、 u 、 v はそれぞれ速度ポテンシャル、圧力、密度、流速の x および y 方向成分であり、 $f(t)$ は時間 t の任意の関数である。また、 u 、 v は、 Φ より

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (3.3)$$

の関係から求められる。

式(3.1)の境界条件は、物体表面上で

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (3.4)$$

である。ここで、 n は物体表面の外向き法線方向を表す。

3.2.2 支配方程式の離散化

本研究では、移動する壁面に近接する静止および回転円柱まわりの流れの計算を行う

が、壁面境界を鏡像法により表現し、静止流体中にある円柱が時刻 $t = 0$ で突然一定速度 U_∞ で運動を始める非定常流れの計算を扱う。渦法による流れモデルは、稲室ら⁽³¹⁾の方法に鏡像法を適用した。物体まわりのポテンシャル流れはラプラス方程式(式(3.1))の基本解である線形渦要素を物体表面に連続的に分布させて表し、はく離せん断層を渦点の配列でおきかえることにする。したがって、速度ポテンシャルは次のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi = U_\infty x - \frac{1}{2\pi} \int_C \gamma(\xi, \eta) \tan^{-1} \frac{y - \eta}{x - \xi} ds - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_{wk} \tan^{-1} \frac{y - y_{wk}}{x - x_{wk}} \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{C'} \gamma(\xi, \eta) \tan^{-1} \frac{y - \eta'}{x - \xi'} ds + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_{wk} \tan^{-1} \frac{y - y'_{wk}}{x - x'_{wk}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで、 U_∞ は上流の一様流速度、 $\gamma(\xi, \eta)$ は物体表面の点 (ξ, η) における渦点の強さ、 N ははく離せん断層を近似する渦点の個数、 Γ_{wk} は後流中の点 (x_{wk}, y_{wk}) にある渦点の強さを示す。また、 C は物体表面に沿う積分路を示し、 ξ' 、 η' 、 x'_{wk} 、 y'_{wk} 、 C' はそれぞれ鏡像の位置である。

図 3.1 に示すように物体表面を多数の線要素に分割し、渦点は各要素内で線形化するように分布させ、式(3.4)を要素の中間点に適用すると、未知量 γ_j に関する次の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\pi}(\gamma_{i+1} - \gamma_i) + U_\infty l_i \\ & + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M [\gamma_j (I_{1ij} l_i - L_{1ij} m_i) + \gamma_{j+1} (I_{2ij} l_i - L_{2ij} m_i)] \\ & - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M [\gamma_j (I'_{1ij} l_i - L'_{1ij} m_i) + \gamma_{j+1} (I'_{2ij} l_i - L'_{2ij} m_i)] \\ & + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \{\Gamma_{wk} [FX(x_i, y_i, x_{wk}, y_{wk}) l_i + Fy(x_i, y_i, x_{wk}, y_{wk}) m_i]\} \\ & - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \{\Gamma_{wk} [FX(x_i, y_i, x'_{wk}, y'_{wk}) l_i + Fy(x_i, y_i, x'_{wk}, y'_{wk}) m_i]\} = 0 \\ & (i = 1 \sim M) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\gamma_{M+1} = \gamma_1 \quad (3.7)$$

ここで、 (l_i, m_i) は物体表面の評点 (x_i, y_i) における法線方向の方向余弦、 M は分割数、 $\sum^*$ は $i = j$ の和を除くことを示す。境界条件その他の記号は付録 1 に示す。左辺第 1 項は、式(3.5)を境界条件式(3.4)に適用したときのコーシーの主値である。

また、静止した流体中にある円柱が突然一定速度 U_∞ で動き出す場合の円柱まわりの流れを扱っているため、物体表面上のある基準点から接線速度を時計回りに一周積分したときの物体まわりの循環がゼロになる必要がある。これによって、 γ_j はその解が1価になり、円柱表面上で連続的に分布するようになる。すなわち、次のケルビンの定理が導かれる。

$$\sum_{j=1}^M \frac{s_j}{2} (\gamma_j + \gamma_{j+1}) + \sum_{k=1}^N \Gamma_{wk} - \Gamma_\theta = 0 \quad (3.8)$$

ここで、 s_j は要素 j の長さを、左辺第二項ははく離点からの循環のジャンプ量を示し、 $\Gamma_\theta (= \pi D \alpha U_\infty)$ は反時計回りを正とした円柱の回転を表す循環を示している。

未知量 γ_j は、式 (3.6) から (3.8) を連立させて解くが、 γ_j を決定する式の数、境界条件式 (3.6) を適用する標点の数 M とケルビンの定理を満足させる式 (3.8) との合計 $M+1$ となり、未知量 γ_j の数 M に比べて一つ多くなる。そこで、誤差を各辺に分散させるために、最小二乗法を用いて解くことにする。式 (3.6) ～ (3.8) をまとめると、

$$\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j = b_i \quad (i = 1 \sim M+2) \quad (3.9)$$

となる。ここで、 a_{ij} は連立方程式の係数、 b_i は既知のベクトルの成分である。最小二乗法では、次の誤差式の和

$$F = \sum_{i=1}^{M+2} \left(\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j - b_i \right)^2 \quad (3.10)$$

が最小になるようにして決定する。すなわち、

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_k} = \sum_{i=1}^{M+2} 2a_{ik} \left(\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j - b_i \right) = 0 \quad (k = 1 \sim M+1) \quad (3.11)$$

が γ_j を決定する条件式になる。整理すると、

$$\sum_{i=1}^{M+2} \sum_{j=1}^{M+1} a_{ik} a_{ij} \gamma_j = \sum_{i=1}^{M+2} a_{ik} b_i \quad (k = 1 \sim M+1) \quad (3.12)$$

となる。こうして γ_j についての連立一次方程式が得られる。

3.2.3 はく離せん断層のモデル化

はく離せん断層のように時間的に連続に流れの中に速度不連続面が放出される場合には、図 3.2 に示すように渦点は微小時間 ΔT ごとに速度不連続面上のある位置 S_0 から循環の大きさが $\Delta\Gamma_T$ で時々刻々に導入され、導入された放出渦は、 $\Delta t (=1/2 \Delta T)$ で移動させる。渦点の導入位置については後で述べるが、 $\Delta\Gamma_T$ は次のように決定される⁽⁴¹⁾。

渦放出時において($t = T$)、図 3.2 に示すように ΔS_T で区切られた渦面要素の中央 s_0 に渦糸を置き、放出された速度不連続面の両側の速度 U_1 、 U_2 ($U_1 \gg U_2$)を考慮すると、その循環の強さは定義式にしたがって次式で与えられる。

$$\Delta\Gamma_T = \int_c U_\theta ds = \frac{1}{2} (U_1^2(s_0) - U_2^2(s_0)) \Delta T \approx \frac{1}{2} U_1^2(s_0) \Delta T \quad (3.13)$$

ここで、 U_θ は積分路 ds における接線速度、 $U_1(s_0)$ ははく離点における境界層外縁の流速を与える。

円柱が回転するような運動壁の場合、はく離点は壁面上ではなくて流体中に現れる⁽⁴²⁾。それは、表面に接して表面と同方向に運動する流体の層が存在しなければならないためである。図 3.3 は、Swanson⁽¹²⁾の実験による回転円柱まわりの速度分布を示したもので、図中の点線は境界層厚さを示している。回転円柱まわりの速度分布を見ると、はく離後も円柱表面と同方向に運動する流体の層が存在し、このことから円柱の周速度がはく離せん断層速度に大きくは寄与しないことが予測される。いま、図 3.3 中に○印で示されている円柱上側と下側のはく離前の速度分布に注目し、図 3.4 にそのモデル図を示す。計算における表面速度が各渦点からの誘起速度の重ね合わせであることに注意すると、円柱上側と下側で計算された表面速度は、それぞれ図 3.4 の U_{su} 、 U_{sl} に相当する。この U_{su} 、 U_{sl} から円柱表面速度の影響を取り除いた場合はく離せん断層は、図中の太線で近似されることになる。従って、図 3.2 に示した速度不連続面の流速 $U_1(s_0)$ は、円柱上側と下側で次式のように書ける。

$$\begin{aligned} U_{1u}(s_0) &= U_{su} \\ U_{1l}(s_0) &= U_{sl} - V_o \end{aligned} \quad \alpha \geq 0 \quad (3.14)$$

ここで、添字 u 、 l はそれぞれ円柱の上側、下側を示す。

しかし、円柱の周速度 V_o がはく離せん断層にまったく影響を及ぼさないとは限らないので、はく離せん断層におよぼす寄与率を ξ として V_o の影響を足すと次式のようになる。

$$\begin{aligned} U'_{lu}(s_0) &= U_{su} + \xi V_o \\ U'_{ul}(s_0) &= U_{sl} - (1 - \xi)V_o \end{aligned} \quad \alpha \geq 0 \quad (3.15)$$

このようにして計算された $U'_{lu}(s_0)$ 、 $U'_{ul}(s_0)$ を式(3.13)に代入し、速度不連続面を近似する渦点の循環の強さが与えられるが、 ξ は 0~0.3 まで変化させて実験値と良く一致する値を採用する。

放出された第 k 番目の放出渦の時間的移動は、計算精度を高めるために渦導入時間間隔の半分 $\Delta t (= 1/2\Delta T)$ で移動させ、次式で表される。

$$\begin{aligned} x_{wk}(t + \Delta t) &= x_{wk}(t) + u_{wk}(t)\Delta t \\ y_{wk}(t + \Delta t) &= y_{wk}(t) + v_{wk}(t)\Delta t \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで、 (u_{wk}, v_{wk}) は第 k 番目の放出渦の位置 (x_{wk}, y_{wk}) で誘起される速度である。誘起速度 (u_{wk}, v_{wk}) は、式(3.5)で表せる全体の速度ポテンシャルから、今考えている第 k 番目の放出渦による速度ポテンシャルを差し引いたものを式(3.3)に代入することによって次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_{wk} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi + \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y - y_{wk}}{x - x_{wk}} \right) \Big|_{(x_{wk}, y_{wk})} \\ v_{wk} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi + \frac{\Gamma_{wk}}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y - y_{wk}}{x - x_{wk}} \right) \Big|_{(x_{wk}, y_{wk})} \end{aligned} \quad (3.17)$$

式(3.5)で表せる自由渦により誘起される速度は、渦点からの距離が十分に大きいときにはその近似が良く成り立つが、小さな渦要素のまわりの流れは、渦要素のサイズをスケールとした局所レイノルズ数が小さくなり、粘性拡散の影響が無視できなくなる。本研究では、粘性拡散の考慮法として Core Spreading 法⁽³³⁾を採用する。この方法は、旋回速度が最大となる半径の拡散による増大を、次式のように渦要素のコア ε の時間変化による増大で表す。

$$\varepsilon_{i0+\Delta t} = \varepsilon_{i0} + \frac{c^2 \nu}{2\varepsilon_{i0}} \Delta t \quad (c = 2.242) \quad (3.18)$$

ここで、 ν は流体の動粘度、 ε_{i0} は初期コア半径である。

渦要素のコア ε の時間変化による旋回速度 v_θ は、次のように与えられる。

$$v_{\theta} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r} \Gamma & (r \geq \varepsilon_{t0+\Delta t}) \\ \frac{r}{2\pi \varepsilon_{t0+\Delta t}^2} \Gamma & (r < \varepsilon_{t0+\Delta t}) \end{cases} \quad (3.19)$$

ここで、 Γ は渦の循環の強さ、 r は渦中心からの半径を表す。

円柱の境界層はく離位置は、境界層計算によって求める方法⁽³¹⁾と表面圧力分布から予測する方法^{(36), (37)}があるが、本研究で渦法を採用した目的の一つに計算機の記憶容量の減少や計算時間の短縮を考えているため、境界層計算を必要としない表面圧力分布から予測する方法を採用する。したがって、渦要素は、次節で述べる式(3.20)の非定常ベルヌーイの式から求めた円柱表面圧力分布の圧力最低点の1パネル下側でパネル中央から $\delta_h = 0.05D$ の高さに時間間隔 ΔT で導入し、時間間隔 $\Delta t (= 1/2\Delta T)$ で移動させる。この渦要素の導入位置については、はく離位置が円柱表面の圧力勾配の変化率が正から負になる付近、すなわち圧力最低位置の下流側にあるという実験事実に基づいている⁽³⁹⁾。また、はく離渦導入高さ δ_h は、比較的広い範囲のレイノルズ数($Re = 10^3 \sim 10^5$)で実験値と良く一致する筒井ら⁽³⁷⁾の値を採用した。

3.2.4 物体に作用する圧力

物体に作用する圧力は、式(3.2)の非定常ベルヌーイの式から求める。円柱表面の圧力係数は、はく離渦導入位置より上流側と下流側に分け、それぞれの圧力係数 C_{pf} 、

C_{pb} はそれぞれ次式で表せる⁽⁴³⁾。

$$\begin{aligned} C_{pf} &= 1 - \frac{U^2}{U_{\infty}^2} - \frac{2}{U_{\infty}^2} \left\{ \frac{\partial(\Phi - \Phi_{\infty})}{\partial t} \right\} \\ C_{pb} &= 1 - \frac{U^2}{U_{\infty}^2} - \frac{2}{U_{\infty}^2} \left\{ \frac{\partial(\Phi - \Phi_{\infty})}{\partial t} \right\} - \frac{2}{U_{\infty}^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.20)$$

3.3 有限差分法による解析

3.3.1 非圧縮性の仮定と支配方程式

非圧縮性流れは体積の保存性を保つ流れであり、流れ場のすべての位置で非圧縮性を

満たすための条件は、

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.21)$$

である。ここで、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトルである。密度は直接に非圧縮性の判定基準にならない。工学上、流れ場が非圧縮とみなせる条件は

$$|\nabla \cdot \mathbf{v}| \ll \frac{\Delta u}{L} \quad (3.22)$$

である⁽⁴⁴⁾。ただし、 Δu 、 L はそれぞれ速度変動の大きさと長さスケールである。

一般的に、非圧縮性粘性流体の支配方程式は式(3.21)の連続の式(質量保存の法則)と運動方程式(Navier-Stokes 方程式)により構成される。これらをベクトル表示で書くと以下ようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.23)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.24)$$

ここで、 t は時間、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 p は圧力を示す。 ρ 、 μ はそれぞれ流体の密度と粘性係数である。また、 ∇ と ∇^2 は微分演算子の勾配ベクトルとラプラシアンで、デカルト座標系 (x, y, z) で以下のように定義される。

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.25)$$

体積力が働く場合は、さらに式(3.24)の運動方程式の右辺に体積力の項が加わる。

3.3.2 支配方程式の無次元化

支配方程式の無次元化はパラメータの依存性を明確にするだけでなく、比較を容易にし、一般性をもたらす上で非常に重要なことであり、流体計算を行うときの一つの常識である。式(3.23)、(3.24)の支配方程式を流れ場の代表長さ L 、代表速度 U により無次元化すると、

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{v}} = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \frac{1}{Re} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{v}} \quad (3.27)$$

$$\tilde{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}}, \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right), \quad \tilde{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \quad (3.28)$$

となる。ただし、無次元量と次元量の関係は

$$\tilde{t} = \frac{t}{L/U}, \quad \tilde{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{L}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{U}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U^2}, \quad Re = \frac{\rho U L}{\mu} \quad (3.29)$$

であり、無次元方程式中に現れる無次元パラメータ Re はレイノルズ数である。

3.3.3 支配方程式の一般座標への拡張

すでに述べたように、式(3.29)の無次元数を用いると、非圧縮性粘性流体の無次元支配方程式は式(3.26)～(3.28)によって与えられる。そこでは、無次元量を表すのに文字の上に～印がついているが、この章のこの節以降では、～印を取り除き、無次元量を表しているものとする。

任意形状問題を無理なく取り扱うために、支配方程式を一般座標に変換して解くと便利である⁽⁴⁵⁾。本研究では、壁面に近接した静止または、回転円筒まわりの流れ場を二次元計算で行うため、二次元の座標変換、

$$\left. \begin{array}{l} \xi = \xi(x, y) \\ \eta = \eta(x, y) \end{array} \right\} \quad \text{または} \quad \left. \begin{array}{l} x = x(\xi, \eta) \\ y = y(\xi, \eta) \end{array} \right\} \quad (3.30)$$

を考える。基本的には次の偏微分の公式を用いて基礎方程式を変数変換すれば良い。

$$\begin{aligned} f_x &= \xi_x f_\xi + \eta_x f_\eta \\ f_y &= \xi_y f_\xi + \eta_y f_\eta \end{aligned} \quad (3.31)$$

ただし、式(3.31)の右辺の項をすべて ξ 、 η で表したほうが計算上都合が良い。つまり、 ξ_x 、 η_x 、 ξ_y 、 η_y はデカルト座標系と一般座標系が混合しており、このままでは計算しにくいのですべて一般座標系に変形する必要がある。

さて、デカルト座標系 (x, y) と一般座標系 (ξ, η) との間に次の関係が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

式(3.32)をさらに ξ_x などについて解くと一般座標のデカルト座標に関する微分 (ξ_x など) はデカルト座標の一般座標に関する微分 (x_ξ など) により表される。

$$\begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} y_\eta & -x_\eta \\ -y_\xi & x_\xi \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

ただし、 J はヤコビアン (Jacobian) である。

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (3.34)$$

したがって、式(3.33)の関係から式(3.31)は、

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{1}{J} (y_\eta f_\xi - y_\xi f_\eta) \\ f_y &= \frac{1}{J} (x_\xi f_\eta - x_\eta f_\xi) \end{aligned} \quad (3.35)$$

となる。

また、 x と y の関数を A と定義し、そのラプラシアン (Laplacian) を一般座標系 (ξ, η) で書いておく。

$$\begin{aligned} \nabla^2 A &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) A = \frac{1}{J} \left(y_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \left\{ \frac{1}{J} \left(y_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{J} \left(x_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \left\{ \frac{1}{J} \left(x_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{J^2} \left(\alpha \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 A}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{J^3} \left[(\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta}) \left(y_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} \right) + (\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta}) \left(x_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= x_\eta^2 + y_\eta^2 \\ \beta &= x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \\ \gamma &= x_\xi^2 + y_\xi^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

である。

式(3.35)、(3.36)の関係を用いて、式(3.26)、(3.27)の支配方程式はデカルト座標系から一般座標系の形に簡単に変換される。まず、式(3.27)の運動方程式は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{J} \left\{ u \left(y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + v \left(x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{J} \left(y_\eta \frac{\partial p}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{J} \left\{ u \left(y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) + v \left(x_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{J} \left(x_\xi \frac{\partial p}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 v \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\nabla^2 u$ 、 $\nabla^2 v$ は式(3.36)において A を u 、 v に置き換えたものに対応している。また、連続の式(3.26)は、

$$\frac{1}{J} \left\{ \left(y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left(x_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right\} = 0 \quad (3.39)$$

となる。

以上の方法で支配方程式を一般座標に変換した場合も、解ベクトルは座標系の取り方に依存しない物理速度がそのまま用いられる。

3.3.4 時間に関する離散化と時間積分法

式(3.27)の運動方程式は非線形偏微分方程式であるために、その時間積分法に陽解法が用いられるが、非圧縮性の場合は連続の式に時間微分項がなく、各時間ステップで連続の条件を満たすのに、圧力 Poisson 方程式を解く必要がある。

ここでまず、オイラーの陽解法により、式(3.37)を時間積分する手順について説明す

る。この方法は、新しい時間ステップ($n+1$)での速度($\mathbf{v}^{n+1}$)を求めるときに、前の時間ステップ(n)での速度($\mathbf{v}^n$)と圧力(p^n)の値を用いる。ただし、前のステップでの圧力(p^n)は同じ時間レベルの速度($\mathbf{v}^n$)から圧力 Poisson 方程式を解いて求められる。この方法を式で書くと以下ようになる。

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^n}{\Delta t} = -\nabla p^n - \mathbf{H}^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v}^n \quad (3.40)$$

ただし、 $\mathbf{H}$ は次式で定義する対流項のベクトルである。

$$\mathbf{H} = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (3.41)$$

式(3.40)の速度方程式の発散を取り、 $\nabla \cdot \mathbf{v}^{n+1} = 0$ と置くと次の圧力 Poisson 方程式が導かれる。

$$\nabla^2 p^n = -D^n + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}^n) \quad (3.42)$$

ここで、 Δt は時間刻み幅、 D は次式で定義する運動方程式中の対流項の発散である。

$$D = \nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) \quad (3.43)$$

式(3.42)の非斉次項に $\nabla \cdot \mathbf{v}^n$ による項が0とせずに残してあるが、この項を評価することは、特に計算の初期段階および Poisson 方程式の解法に反復法(3.2.5(3)で述べる)が用いられる場合にとって非常に重要であり⁽⁴⁶⁾、Poisson 方程式の反復計算による誤差の蓄積とそれに伴う運動方程式の精度悪化および非線形不安定性の発生を抑える効果が大きい。

以上の時間積分法に変形を加え、2段階に分けて行くと圧力 Poisson 方程式の非斉次項が簡潔な形でまとめられる。具体的には、第一の段階で対流項、粘性項を考慮して中間速度 $\mathbf{v}^*$ を求め、次に、中間速度の発散 $\nabla \cdot \mathbf{v}^*$ を非斉次項とする圧力 Poisson 方程式を解いて圧力 p^n を求め、最後に、第2の段階で中間速度を p^n に基づく圧力勾配により修正し、新しい時間ステップでの速度とする。これを式で表現すると次式のようなになる。

$$\frac{\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n}{\Delta t} = -\mathbf{H}^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v}^n \quad (3.44)$$

$$\nabla^2 p^n = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^* \quad (3.45)$$

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*}{\Delta t} = -\nabla p^n \quad (3.46)$$

この方法と前述の方法との等価は式(3.44)を式(3.45)の非斉次項と式(3.46)に代入することによって確認される。

しかし、以上のオイラーの陽解法による時間積分法は時間に関する精度が1次精度であり、計算精度を向上させるためには、時間積分の精度を高める必要がある。時間精度を高める方法は、2つの時間レベル n と $n+1$ の中間レベル $n+1/2$ で時間に関する離散化を行い、非線形項(対流項)に対し、二次精度のAdams-Bashforthの陽解法を適用する。これによって、圧力のPoisson方程式も中間時間レベル $n+1/2$ で構築される。

具体的には、第1の段階で対流項をAdams-Bashforthの陽解法により近似し、中間速度 $\mathbf{v}^*$ を陽的に求める。

$$\frac{\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n}{\Delta t} = -\frac{3}{2}\mathbf{H}^n + \frac{1}{2}\mathbf{H}^{n-1} + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{v}^n \quad (3.47)$$

第2の段階で圧力勾配項の時間レベルを考慮し、第1段階で計算された中間速度 $\mathbf{v}^*$ を使用して、新しい時間ステップでの速度 $\mathbf{v}^{n+1}$ を求める。

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1/2} \quad (3.48)$$

このとき、式(3.48)の第2段階速度方程式の発散を取り、 $\nabla \cdot \mathbf{v}^{n+1} = 0$ と置くと次式の中間時間レベルでの圧力 $p^{n+1/2}$ に関するPoisson方程式が誘導され、2つの段階の間で解かれる。

$$\nabla^2 p^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^* \quad (3.49)$$

上述の時間積分法の時間精度について調べる。式(3.47)と式(3.48)の第1、2段階速度方程式を中間時間レベル $n+1/2$ でテイラー展開すると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left\{ \mathbf{v}^* - \left[\mathbf{v}^{n+1/2} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_t^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left[\mathbf{H}^{n+1/2} - \frac{1}{2} \mathbf{H}_t^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\mathbf{H}^{n+1/2} - \frac{3}{2} \mathbf{H}_t^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] \\ &+ \frac{1}{Re} \left[\mathbf{v}^{n+1/2} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_t^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left\{ \left[v^{n+1/2} + \frac{1}{2} v_i^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] - v^* \right\} \\ & = -\nabla p^{n+1/2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

となる。

式(3.50)と(3.51)を足して得られた式は次式のようにになる。

$$v_i^{n+1/2} = -\nabla p^{n+1/2} - H^{n+1/2} + \frac{1}{Re} \left[v^{n+1/2} - \frac{1}{2} v_i^{n+1/2} \Delta t + O(\Delta t^2) \right] + O(\Delta t^2) \quad (3.52)$$

ここで、式(3.52)の右辺第3項は時間に関して1次精度であるが、本研究の場合、高レイノルズ数($Re = 5 \times 10^4$)を対象にしているため、この項による時間精度は影響しない。したがって、以上の方法は、高レイノルズ数を対象に計算する場合、時間に関して二次精度であることがわかる。

最後に、式(3.47)、(3.48)、(3.49)を一般座標系の形に整理しておく。

$$\frac{u^* - u^n}{\Delta t} = -\frac{3}{2} \left(f_1^n \frac{\partial u^n}{\partial \xi} + f_2^n \frac{\partial u^n}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{2} \left(f_1^{n-1} \frac{\partial u^{n-1}}{\partial \xi} + f_2^{n-1} \frac{\partial u^{n-1}}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 u^n \quad (3.53)$$

$$\frac{v^* - v^n}{\Delta t} = -\frac{3}{2} \left(f_1^n \frac{\partial v^n}{\partial \xi} + f_2^n \frac{\partial v^n}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{2} \left(f_1^{n-1} \frac{\partial v^{n-1}}{\partial \xi} + f_2^{n-1} \frac{\partial v^{n-1}}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 v^n$$

$$\frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = -h_1(p^{n+1/2}) \quad (3.54)$$

$$\frac{v^{n+1} - v^*}{\Delta t} = -h_2(p^{n+1/2})$$

$$\nabla^2 p^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} (h_1(u^*) + h_2(v^*)) \quad (3.55)$$

ここで、

$$f_1 = \frac{1}{J} (uy_\eta - vx_\eta)$$

$$f_2 = \frac{1}{J} (vx_\xi - uy_\xi)$$

$$h_1(A) = \frac{1}{J} \left(y_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} \right) \quad (3.56)$$

$$h_2(A) = \frac{1}{J} \left(x_\xi \frac{\partial A}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial A}{\partial \xi} \right)$$

であり、 $\nabla^2 u$ 、 $\nabla^2 v$ 、 $\nabla^2 p$ は式(3.36)において A を u 、 v 、 p に置き換えたものに対応している。

3.3.5 空間に関する離散化

(1) 空間に関する離散化

支配方程式の空間に関する離散化は一般座標で構造格子を使用する有限差分法により行われる。普通、有限差分法により支配方程式を空間について離散化する手順は、まず計算領域に構造化を持つ格子をつくり、次に、未知数の格子での配置方式を決め、空間近似を行う。

基礎変数法を差分法により離散化するとき、速度 v と圧力 p の配置方法に、通常格子⁽²³⁾と千鳥格子⁽²⁴⁾の代表的な2種類がある。前者は速度・圧力ともセル(格子の最小単位)の頂点(格子点)で、後者は速度がセル境界面の中心点で、圧力がセルの中心で定義される。通常格子は境界での取り扱いが簡単で汎用性があるが、圧力 Poisson 方程式に反復法が適用され、収束が不十分な場合に圧力振動が生じやすいことが難点である。千鳥格子は上述の圧力振動を抑えるために開発されたもので、圧力は計算精度によらず、形式的に振動が抑えられる。

本研究では、複雑な計算を行うために汎用性が要求されるので、支配方程式の空間に関する近似は一般座標の通常格子を採用する。このとき、注意すべき点は圧力振動の発生であるが、圧力振動が生じるのは内部流を計算する際に計算の外側境界条件にノイマン条件が与えられる場合である。本研究のような外部流れの計算では、計算の外側境界がディリクレ条件となるため、同条件で与えられる境界での法線方向微分が自己調整機能を持つようになり、Poisson 方程式の解が常に存在するため問題がなくなる。しかし、この際特に注意することは、外側境界が物体より十分離れている場合に限られることである⁽²⁵⁾。

支配方程式の空間に関する離散化の手順は、まず、式(3.53)、(3.54)の第1、2段階速度方程式を計算領域内部で二次精度の中心差分、境界では境界の外側に仮想格子を作成して二次精度の中心差分により近似する。ただし、式(3.41)の対流項の離散化については、後で述べるように三次精度の風上差分法を適用し、人工粘性を導入して安定的な計算を行う。次に式(3.55)の圧力 Poisson 方程式も同様に二次精度の中心差分により近似するが、この式は離散化した際に連立一次方程式となる。後で詳しく説明するが、連立一次方程式の解法としては、計算アルゴリズムが非常に簡単で、複雑形状にも利用できるSOR法を採用する。

(2) 風上差分の考え方とその離散化

対流項は非線形のために、速度の Fourier 成分がそれを通じて互いに作用し合い、常に高周波成分を作り出している。その中で計算格子の解像度を越えたものは計算で捕えられなくなり、蓄積されると低周波成分にも影響を与え、計算を不安定にする。レイノルズ数が小さい場合、これらは物理的な粘性により拡散されるが、レイノルズ数が高くなるにつれ、粘性拡散が小さくなり、対流項の近似になんらかの人工粘性(物理量の空間に関する2階微分)または人工散逸(物理量の空間に関する4階またはそれ以上の偶数階微分)を導入しないと安定な計算ができなくなる。

人工散逸を導入する方法として三次精度の風上差分がある。この方法は、速度の高周波成分を減衰させるが、低周波成分はほとんど影響を受けないため、比較的高いレイノルズ数でも物理現象に合う結果が得られる。

本研究では以上のことを考慮し、対流項の近似に三次精度の風上差分を採用する。それは、

$$f_1 \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{i,j} = f_1 \frac{-u_{i+2,j} + 8(u_{i+1,j} - u_{i-1,j}) + u_{i-2,j}}{12\Delta\xi} \quad (3.57)$$

$$+ \omega |f_2| \frac{u_{i+2,j} - 4u_{i+1,j} + 6u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{12\Delta\xi}$$

と書ける。ここで、 f_1 、 f_2 は式(3.56)に示し、 $\omega(>0)$ は重みである。また、 $\omega=3$ とすると式(3.57)は河村スキーム⁽²⁷⁾と呼ばれ、 $\omega=1$ の場合はLeonardスキーム⁽²⁶⁾と呼ばれている。非線形項(対流項)の高次精度風上差分については、Leonardスキームの方が河村スキームよりも数値粘性の効果が減少するので⁽⁴⁷⁾、本研究ではLeonardスキームを採用した。

(3) Poisson 方程式の解法

3.2.5(1)ですでに述べたが、本研究で用いる計算法では圧力を求めるために圧力 Poisson 方程式を解く必要があるが、圧力 Poisson 方程式は、離散化されると連立1次方程式となる。この方程式の解法は様々なものがあり、行列を反転して未知数を求めることも可能であるが、膨大な演算量が必要となるため実用的ではない。圧力 Poisson 方程式を離散化した際にできる係数行列は規則性を持つ大規模な対角行列であり、このような係数行列を持つ連立1次方程式の解法には反復法の使用が計算領域、計算効率の面から非常に有効である。

本研究では、圧力 Poisson 方程式を解くのに反復法を用いるが、関連する反復法の中で、SOR 法が最も単純で基礎的な解法であるのでこの方法を採用する。SOR 法は最初、Poisson 方程式の境界値問題を解く目的で開発され、この種の問題に適用した場合、最適緩和係数を選ぶことにより合理的な収束速度が得られる。ここで、この方法のアルゴリズムを説明するのに一般座標系の Poisson 方程式の離散形(式(3.55))を例に用いると、

$$p_{i,j}^{k+1} = p_{i,j}^k - (\omega / a_{i,j}) r_{i,j}^k \quad (3.58)$$

$$r_{i,j}^k = (D - \nabla^2 p)_{i,j} \quad (3.59)$$

となる。ただし、 D は Poisson 方程式の非斉次項、 (i, j) は ξ 方向に i 番目、 η 方向に j 番目の格子点、 $a_{i,j}$ は $p_{i,j}$ にかかる係数 ($a_{i,j} = 2(\alpha + \gamma)_{i,j} / J_{i,j}^2$)、 $\gamma_{i,j}$ は格子点 (i, j) での残差であり、 ω は緩和係数である。緩和係数 ω は原則的に $1 \leq \omega < 2$ の範囲で取られ、 $\omega \geq 1$ は過緩和を意味し、 $\omega < 2$ は収束を保証するための条件である。本研究では、 ω を 1.9 で与えた。

この方法を本研究に採用するが、数値解析の集束状況と現実的な反復回数で計算結果が求められることの両面を考慮し、収束判定を以下のように与えた。

各時間ステップで、

$$\begin{aligned} a. & k > 1000 \\ b. & \max |p^{k+1} - p^k| < 10^{-5} \end{aligned} \quad (3.60)$$

のいずれかが満たされたときに、反復が打ち切れ、次の時間ステップに移行する。ただし、ここで k は反復回数である。

3.4 まとめ

本章では、幾つかの数値解析法の中でも有限差分法と渦法についての説明をした。渦法については、非圧縮非粘性流の仮定のもとでの支配方程式とその離散化、はく離せん断層のモデル化について詳しく述べた。また、有限差分法については、非圧縮性流れの支配方程式とその変形、支配方程式の無次元化、それを一般座標に変換する方法および離散化について詳しく述べた。

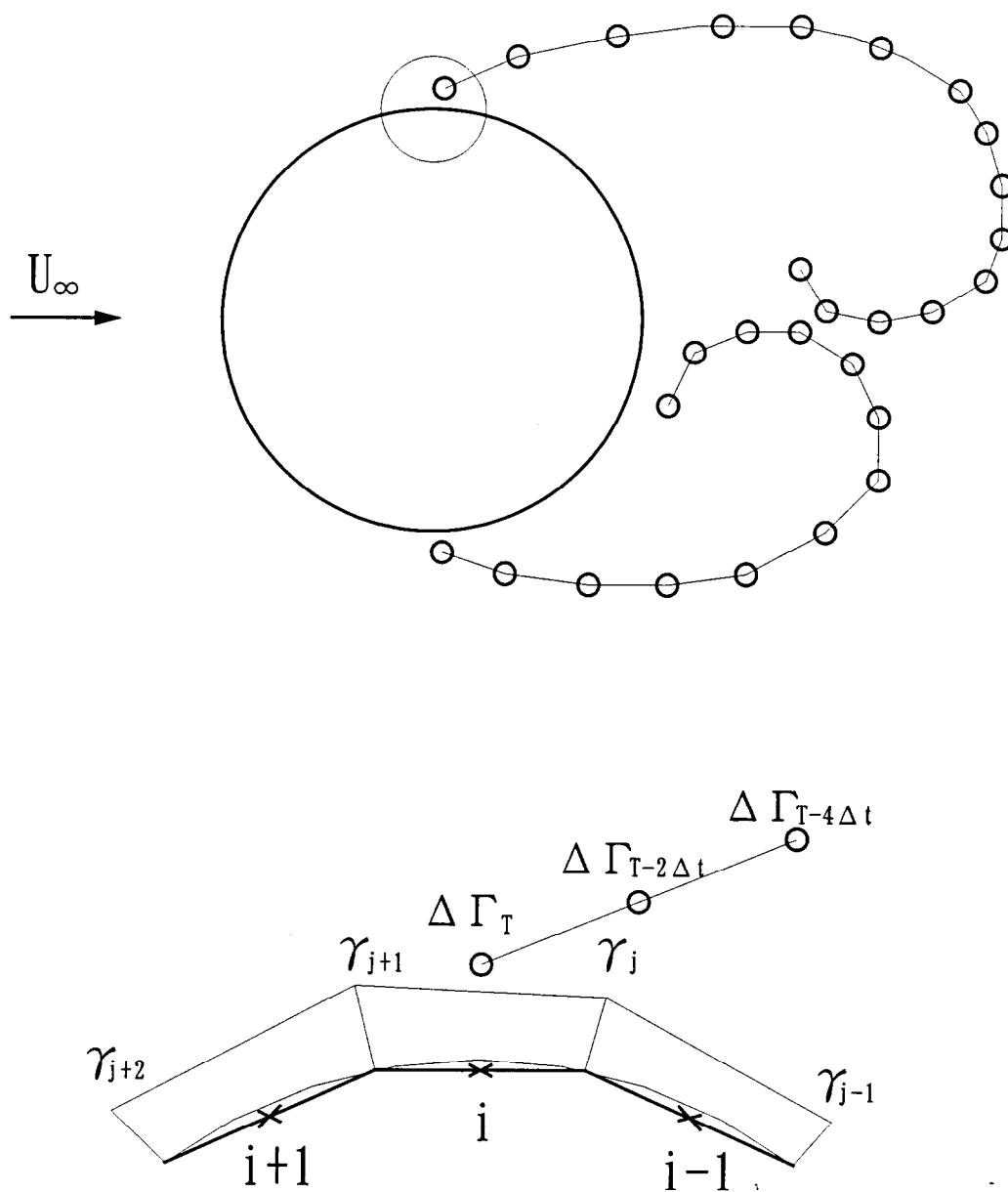


図 3.1 渦モデル

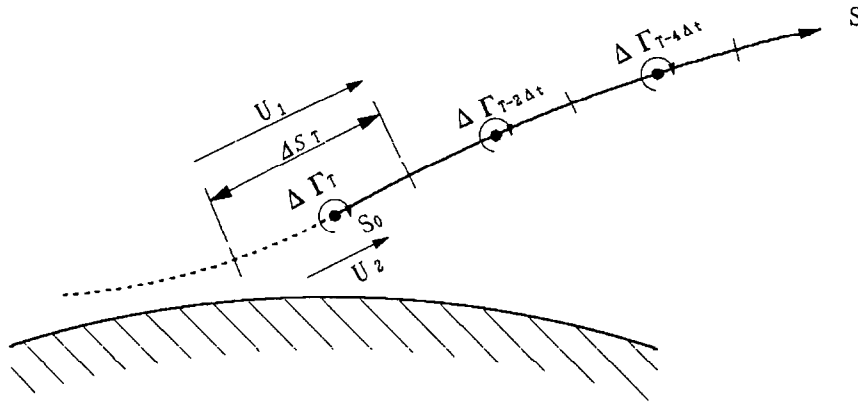


図 3.2 うず点の空間的導入

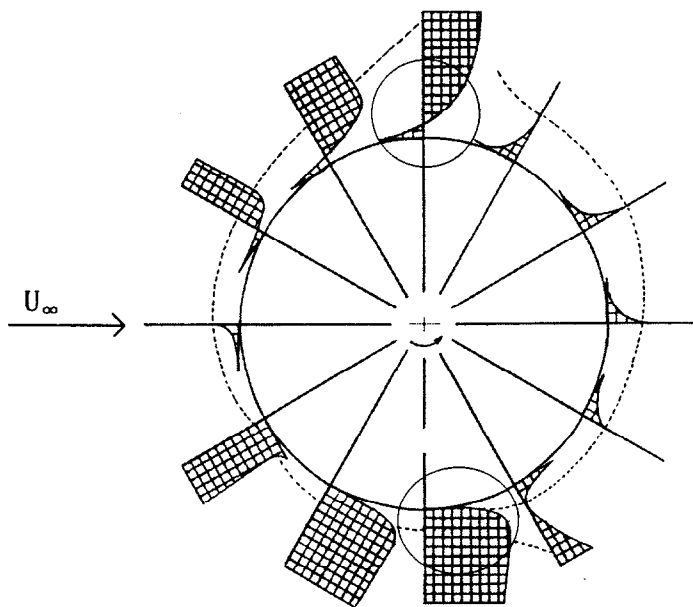
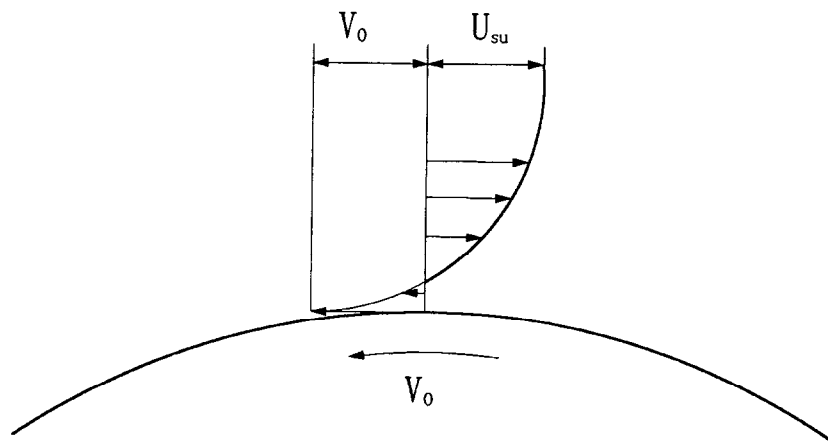
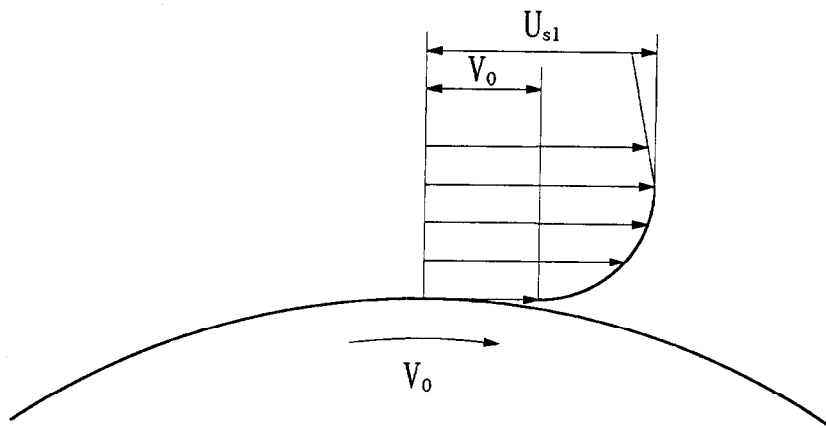


図 3.3 回転円柱まわりの速度分布[Swanson, 1961]

($Re = 4 \times 10^4$, $\alpha = 1$)



(a) 円柱上側



(b) 円柱下側

図 3.4 回転円柱のはく離前の速度分布

第4章

一様流中におかれた静止および回転円柱まわりの流れ

4.1 はじめに

本章では、これまで述べた実験方法、二次元 Navier-Stokes 方程式の計算方法、渦法による計算方法を用いて基本的な流れとして一様流中の円柱まわりの実験と計算を行う。流れ場は実験的に良く研究された一様流中におかれた静止円柱まわりの流れと、回転円柱まわりの流れである。実験においては従来の同様な実験結果と比較して精度の検証も行い、また本実験装置による実験結果を用いて計算結果の精度についての検証も行う。

4.2 静止および回転円柱まわりの流れの実験

4.2.1 実験装置と方法

実験装置と方法の詳細は第2章で詳しく述べたので、ここでは概略について述べる。実験装置は、図2.2に示したムービングベルト法と境界層吸引法を併用したものを使用する。実験に用いた風洞は600×600mmのブローダウン形低速風洞で、乱れ強さは主流流速 U_0 が10m/sのときで約0.7%である。風洞吹き出し口からの流路下面には、ムービングベルト装置を設置しており、ムービングベルト装置と風洞吹き出し口との間に境界層吸引装置を設置している。境界層吸引装置の吸い込み部は92.5×580mmの多孔質板でできており、それは厚さ3mmの真ちゅう製の焼結板で、粒子の直径は100 μ m、空隙率は38～43%である。円柱モデルは ϕ 100×550mmの亚克力製で、風洞吹き出し口から下流に860mmの位置に設置し、回転数を0～2000rpmの範囲で変化させた。円柱の取り付け高さは、壁面から十分に離れた位置(間げき比 $H/D=2.0$)に固定した。

円柱表面の圧力測定には半導体型圧力トランスデューサ(ENDEVCO: 8510 B-5)を使用し、主流静圧との差圧測定とした。円柱が静止している場合、各角度ごとの測定におけるサンプリングタイムは1msで、約10秒間の平均値を求めた。また、円柱が回転している場合は測定角度の分解能を 1° とし、80回のアンサンブル平均値を求めた。

円柱後流における速度の測定には熱線流速計を使用した。測定位置は、円柱中心から主流方向へ $x/D=3.0$ 、主流と垂直な方向には $H/D+0.5 \leq y/D \leq H/D+1.5$ の間でスペクトル分布のピーク値が最大になる位置とした。スペクトル分布は、サンプリングタイム1msで約16秒間の流速の時間変化を周波数解析して求め、4回のアンサンブル平均を行っている。

ムービングベルト法と境界層吸引法を併用したときの測定部における速度分布はほぼ一様であり、円柱直下における境界層排除厚さ δ^* は0.16mmである。このように δ^* は十分に小さく、非常に良く壁面境界層が除去できている。

4.2.2 実験結果と考察

図4.1に間げき比 $H/D=2.0$ における静止円柱($\alpha=0$)の表面圧力分布をポテンシャル流れにおける圧力分布とともに示す。本実験でのレイノルズ数 Re は 6.6×10^4 であり、圧力分布の形状から層流はく離であることがわかる。また、よどみ点から $\pm 40^\circ$ の間の表面圧力分布は、ポテンシャル流れにおける圧力分布に良く一致することが知られているが⁽³⁹⁾、本実験結果ではよどみ点の位置がやや下流側にずれ、円柱下側の圧力分布がポテンシャル解と一致していないことがわかる。これは、地面効果(またはブロッケージ効果)による影響で円柱と壁面との間の流れがややよどんでいることが考えられる。

図4.1の表面圧力分布を積分することによって得られる抗力係数 C_D と揚力係数 C_L は(式2.6)、それぞれ1.18、0.05である。 C_D は、亜臨界領域における二次元円柱の従来の実験結果1.2⁽¹⁸⁾に良く一致する値が得られているが、 C_L はブロッケージ効果による影響でゼロにはならず、やや揚力を受けた流れとなることがわかる。

また、熱線で測定した円柱後流の速度変動のスペクトル分布から得られるストローハル数 S_f は、0.179であり、従来の実験結果⁽⁴⁸⁾に良く一致した値が得られている。熱線による測定は、円柱中央断面で円柱中心から主流方向に $x=3D$ の位置であり、ムービングベルトから y 方向に $y=H/D+1.4$ の位置で行われた。

図4.2に間げき比 $H/D=2.0$ で周速比 α を0から1.0まで変化させたときの表面圧力分布を示す。円柱上部($\theta=270^\circ \sim 360^\circ$)における表面圧力分布は、 α の変化に対して異なる挙動を示している。つまり、 $\alpha=0 \sim 0.1$ では、円柱上部の圧力最低点に極小値が存在するが、 $\alpha=0.2 \sim 0.5$ では、この表面圧力分布の極小値が消滅し、 α が0.6から再び極小値が現れる。これは、円柱上部の周速度と主流との相対速度が大きくなることで粘着条件による粘性の影響によりはく離点が円柱前方へ引きずられ($\alpha=0 \sim 0.5$)、さ

らに相対速度が大きくなると($\alpha \geq 0.6$)、境界層が乱流に遷移してはく離点が円柱後流へ移動するためである⁽¹²⁾。

図 4.3 に周速比 α の変化に対する抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の値を Swanson⁽¹²⁾の実験結果とともに示す。本実験の実験結果は、Swanson の実験結果と良く一致していることがわかる。 C_L は、 α が大きくなるとともに増加し、 $\alpha > 0.5$ で主流との相対速度が大きい円柱上側で境界層が乱流遷移するため、一度減少して $\alpha = 0.6$ で極小値を取った後に再び徐々に増加する。 C_D は $\alpha > 0.5$ で円柱背圧($\theta = 180^\circ$ における C_p が増加するため(図 4.2)徐々に減少する。

図 4.4 に回転レイノルズ数 Re_N の変化に対するストローハル数 S_f の値を示す。 S_f は $Re_N = 0.3 \times 10^5$ ($\alpha = 0.45$)付近まではほぼ一定値であり、 $Re_N = 0.4 \times 10^5$ ($\alpha = 0.6$)付近になると増加し、その後 $S_f = 0.27$ 付近に漸近する。さらに Re_N を増すと特定の周期的な渦は消滅することが知られているが⁽¹³⁾、本研究では $Re_N = 0.66 \times 10^5$ ($\alpha = 1.0$)で打ち切った。図中には、比較のために田中ら⁽¹³⁾による実験結果を示したが、 Re_N に対する S_f の変化は本実験結果とほぼ一致することがわかる。

4.3 渦法による静止および回転円柱まわりの流れの解析

4.3.1 計算法と計算条件

渦法による計算法は第 3 章で既に述べたので、ここでは概略について述べる。本研究では、比較的高いレイノルズ数($Re = 7 \times 10^4$)において、静止流体中にある円柱が時刻 $t = 0$ で突然一定速度 U_∞ で動き出す非定常流れの計算を扱う。二次元円柱は、境界要素法を用いて線形渦要素が分布した 80 枚のパネル($M = 80$)で表し、壁面に近づいていく場合の問題には鏡像法を適用した。円柱が静止している場合、はく離せん断層の連続放出については、タイムステップごとにはく離点近傍の位置よりはく離せん断層と等価な渦度強さを持つ離散渦を導入することにより表現した(式 3.13)。また、円柱が回転している場合については、回転する円柱の表面速度がはく離せん断層に及ぼす寄与率を ξ として速度不連続面の流速を求め(式 3.15)、このはく離せん断層と等価な渦度強さを持つ離散渦を導入することにより表現した。各離散渦は、非定常ベルヌーイの式(式 3.20)から求めた円柱表面圧力分布の圧力最低点の 1 パネル下側で、パネル中央から $\delta_h = 0.05 D$ の高さに ΔT で導入し、時間間隔 $\Delta t (= 1/2 \Delta T)$ で移動させた。はく離渦導入位置については、はく離位置が円柱表面の圧力勾配の変化率が正から負になる付近、すなわち圧力最低位置の下流側にあるという実験事実⁽³⁹⁾に基づいている。また、はく離渦導入高さ δ_h は、比較的広い範囲のレイノルズ数($Re = 10^3 \sim 10^5$)で実験値と良く一致する筒井ら⁽³⁷⁾の値を採用した。粘性拡散による渦度の減衰については、Core Spreading

法⁽³³⁾を採用した(式 3.18)。

はく離渦導入時間間隔 ΔT とはく離渦移動時間間隔 $\Delta t (=1/2 \Delta T)$ は、計算精度に影響を及ぼす因子の一つである。特に、Core Spreading 法については、離散渦の移流に関して誤差が生じる可能性があるが、散逸割合 $e = (4\Delta t / Re)^{1/2}$ が $e \ll 1$ となるように Δt を取れば、離散渦が導入されてからの有限時間内において有効な計算法であることが指摘されている⁽²⁸⁾。そこで、実際に二次元静止円柱の計算において無次元渦移動時間間隔 $U_\infty \Delta t / D$ を 0.01~0.1 の間で変化させたときの抗力係数 C_D の値を調べたものが図 4.5 である。このときの離散渦の初期コア半径 ε_{i0} は、パネル 1 枚分の長さ ($\varepsilon_{i0}/\delta_h = 0.795$) に固定したが、次に述べるようにその半径 ε_{i0} の大きさについては検討が必要である。 C_D は無次元時間 $U_\infty t / D$ が 40~60 の平均値を取った。 C_D は $U_\infty \Delta t / D$ が 0.04 以下になるとおよそ 1.2~1.3 の間で安定するようになることがわかる。したがって、本研究では、無次元渦導入時間間隔 $U_\infty \Delta T / D$ を 0.04 とし、無次元渦移動時間間隔 $U_\infty \Delta t / D$ を 0.02 とした。このときの散逸割合 e は 1.06×10^{-3} であり、 $e \ll 1$ を満たしている。

図 4.6(a)、(b) は、それぞれ二次元静止円柱の計算において初期コア半径 ε_{i0} を変化させたときの抗力係数 C_D とはく離位置 θ_{SP} の値を調べたものである。初期コア半径 ε_{i0} の変化量は、 ε_{i0} とはく離渦導入高さ δ との比 $\varepsilon_{i0}/\delta_h$ を 0.1~1.0 で変化させている。また、 C_D と θ_{SP} は無次元時間 $U_\infty t / D$ が 40~60 の平均値を取り、さらに、 θ_{SP} は円柱上側と下側のはく離位置の平均値である。図 4.6(a) から、 C_D は $\varepsilon_{i0}/\delta_h \geq 0.3$ で安定した値が得られ、 θ_{SP} は $\varepsilon_{i0}/\delta_h$ の変化に関係なくほぼ一定値を示す。この結果から、 $\varepsilon_{i0}/\delta_h \geq 0.3$ の値を採用すれば良いことがわかるが、本研究では、 θ_{SP} が実験値 81° に最も近い値が得られる $\varepsilon_{i0}/\delta_h = 0.9$ を採用した。この値は、初期コア半径 ε_{i0} がはく離渦導入高さ δ_h の 90%であることを意味する。

図 4.7 は、二次元回転円柱まわりの計算において式(3.15)で定義した円柱の周速度がはく離せん断層に及ぼす寄与率 ξ を 0~0.3 の間で変化させた場合の抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の値を調べたものである。図から ξ が大きくなると C_D は一定値を示すが、 C_L は線形に上昇していることがわかる。周速比 $\alpha = 1$ で C_L が実験値(図 4.3)に最も近い値になるのは $\xi = 0.25$ のときで、このときの $|C_L|$ の実験値は 0.97 であり、計算値は 1.04 である。したがって、本研究では $\xi = 0.25$ を採用した。

4.3.2 計算結果と考察

図 4.8 は、レイノルズ数 $Re = 7 \times 10^4$ における一様流中におかれた二次元円柱まわりの計算結果を示す。図中の(a)、(b)は、それぞれフローパターン、抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の時間変化の計算結果である。フローパターンにおける記号●、○印はそれぞれ円

柱上面および下面のはく離渦導入位置から放出される渦点である。フローパターンは、後流中にカルマン渦が形成され従来報告されているものと同様な結果が得られていることがわかる⁽³⁷⁾。 C_D 、 C_L の時間変化は、無次元時間 $U_\infty t/D$ が30以上で変動が安定しており、 $U_\infty t/D$ が40~60の間での C_D の平均値は1.32となり実験値1.2⁽¹⁸⁾に近い値が得られている。 C_L の時間変化を周波数解析して求められるストローハル数 S_L は0.219で、実験値0.18よりもやや高い値となるが、実際の流れは二次元物体であってもスパン方向に二次元性がくずれ、はく離せん断層が三次元的に巻き上がるためであることが考えられる⁽⁴⁹⁾。無次元時間間隔 $U_\infty t/D$ が40~60の間での円柱表面圧力分布の平均値を示したものを図4.9に示すが、比較のためにStansby⁽³⁶⁾および筒井ら⁽³⁷⁾の計算結果を示した。本計算結果は、円柱後流での値が従来の結果よりも低い値を示す。これはCore Spreading法を採用した本計算結果では、円柱に近接した渦からの誘起速度が小さくなるためだと思われる。

図4.10は、レイノルズ数 Re の変化に対する抗力係数 C_D とストローハル数 S_L の逆数の関係を示し、実験結果⁽⁴⁸⁾と比較したものである。 S_L は揚力係数 C_L の時間変化を周波数解析して求めた。 C_D および $1/S_L$ は、 Re が $10^4 \sim 2 \times 10^5$ まで実験値と良く一致している。しかし、臨界レイノルズ数 Re_c 以上にあたる $Re = 5 \times 10^5$ では、境界層の再付着や乱流境界層の発達によるはく離点の後退が現れず、 C_D と $1/S_L$ の急激な減少が表現されていない。渦法においても境界層の乱流遷移を考慮した方法⁽³¹⁾は検討されているが、本研究では今後の課題とした。

次に、壁面から十分離れた位置($H/D=2.0$)で、円柱の周速比 α を0~1.0まで変化させた場合の渦法による計算精度の検証を行う。

図4.11は、間げき比 $H/D=2.0$ において、周速比 α を0、0.5、1.0と変化させた場合のフローパターンを示す。図中のフローパターンにおける記号●、○印はそれぞれ円柱上面および下面のはく離渦導入位置から放出される渦点である。 $\alpha=0$ の場合、後流中にカルマン渦が形成され、壁面が無い場合のフローパターンに近い。はく離渦が壁面に近接する位置は、円柱中心から主流方向におよそ $10D$ の位置であり、壁面の影響が小さいことがわかる。 α が0.5の場合、円柱の回転による影響で、円柱後流に発達する放出渦の振動振幅は小さくなり、後流域は図のやや上側に移動している。さらに、 $\alpha=1.0$ においては、放出渦の周期的な振動がなくなり、後流中の渦点の挙動には、不安定な振動が見られるだけである。後流の挙動については、後で述べるストローハル数による解析で詳しく述べることにする。

図4.12は、間げき比 $H/D=2.0$ において、周速比 α を0、0.5、1.0と変化させた場合の抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の時間変化を示したものである。 $\alpha=0$ の場合、 C_D 、 C_L は無次元時間 $U_\infty t/D$ が15以上で安定した変動となる。 $\alpha=0.5$ の場合、図4.11のフローパターンで見られる放出渦の振動振幅の減衰に対応して C_D 、 C_L の周期的な振動振幅が小さくなり、さらに $\alpha=1.0$ では、周期的な振動振幅が消滅していることがわかる。

図 4.13 は、回転レイノルズ数 Re_N に対するストローハル数 St の変化を実験結果(図 4.4)とともに示す。 St は、揚力係数 C_L の時間変動を周波数解析して求めた。計算結果は、実験結果に定性的に良く一致するが、実験値よりもやや大きな値を示し、 $Re_N > 0.42 \times 10^5$ ($\alpha > 0.6$) で、渦の流れを示す周期的な変動が実験値よりも早く消滅する。これは、実際の流れが二次元物体であってもスパン方向に二次元性がくずれ、はく離せん断層が三次元的に巻き上がることが原因だと思われる⁽⁴⁹⁾。

図 4.14 に周速比 α を 0 から 1.0 まで変化させたときの表面圧力分布を実験結果(図 4.2)とともに示す。計算における表面圧力分布は、無次元時間 $U_\infty t/D$ が 60 から 80 までの平均値である。計算結果は、全体的に実験結果と定性的に良く一致するが、円柱上部の圧力最低点付近の分布に違いが認められる。これは、図 4.10 で述べたように、本計算モデルでは円柱表面上に発達する境界層の乱流遷移を正確に捕らえきれないためである。また、円柱背面($\theta = 120^\circ \sim 250^\circ$)の圧力係数は、 α が増加すると実験に対して高い値を取るようになる。この違いは、渦の巻き上がりによる流れの不安定性に背圧が依存するため、 α が増加すると三次元的な渦構造が表現できないことに加えて円柱表面上に発達する境界層の乱流遷移を正確に捕らえきれないため、渦の周期的な変動が実験よりも早く消滅し(図 4.13)、円柱の背圧が高くなることが上げられる。

図 4.15 に周速比 α の変化に対する抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の値を実験結果(図 4.3)とともに示す。計算における C_D 、 C_L の値は、無次元時間 $U_\infty t/D$ が 60 から 80 までの平均値である。計算結果は、図 4.14 で述べたように渦による周期的な変動の消滅が実験よりも早く C_D の減少が早い。また、 C_L の実験値は、円柱表面上の境界層が乱流に遷移するため極小値をとるが、計算では、この境界層の乱流遷移が正確に捕らえることができないため、 C_L は α の増加に対してほぼ線形に増加する。

4.4 有限差分法による静止および回転円柱まわりの流れの解析

4.4.1 計算法と計算条件

数値計算法は第 3 章で詳しく述べたので、ここでは概略を述べる。支配方程式としては、二次元非定常非圧縮性 Navier-Stokes 方程式および連続の式を用いた。時間積分法として、Fractional Step 法に従う 2 ステップ法を用いて、対流項に二次精度 Adams-Bashforth 法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分(Leonard スキーム⁽²⁶⁾)、その他の項は二次精度中心差分を用いた。離散化に際してはスタガード格子を用いずに、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性を持つ通常格子で離散化している。また、圧力 Poisson 方程式は SOR 法を用いて計算を行った。

一般座標の方向は、図 4.16 に示すように円柱の周方向(ξ)と円柱の半径方向(η)に

取られる。物理境界は円柱表面境界(Γ_1)と無限遠境界(Γ_∞)により構成される。普通、数値計算では無限遠境界は物体から遠く離れた外側境界(Γ_2)により構成されるが、無限遠境界を近似する外側境界が円柱より十分離れている場合、速度の境界条件は以下のように与えられる。

静止円柱：

$$\begin{aligned} \tilde{u} = \tilde{v} = 0 & \quad \text{on } \Gamma_1 \\ \tilde{u} = 1, \tilde{v} = 0 & \quad \text{on } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

回転円柱：

$$\begin{aligned} \tilde{v}_\theta = \alpha & \quad \text{on } \Gamma_1 \\ \tilde{u} = 1, \tilde{v} = 0 & \quad \text{on } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

円柱表面(Γ_1)での圧力の境界条件は半径方向の運動方程式から与えられ、レイノルズ数が大きい場合の近似として、次の条件式が与えられる。

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} = \frac{\tilde{v}_\theta^2}{\tilde{r}} \left(= \frac{\alpha^2}{\tilde{r}} \right) \quad (4.3)$$

ここで、 $\tilde{r}$ は円柱表面の法線方向であり、 $\tilde{v}_\theta$ は円柱の回転による無次元周速度(あるいは周速比 α)である。

外側境界(Γ_2)での圧力の境界条件は円柱表面と同じ方法により与えられ、同境界での速度の勾配を 0 と仮定すると $\tilde{p}$ =一定の条件(ディリクレ型)が導かれ、境界条件として用いられる。なお、ここで現れる定数は習慣的に 0 と置く。

ディリクレ条件を用いる最大の利点は同条件で与えられる境界での法線方向微分が自己調整機能を持つようになり、Poisson 方程式の解が常に存在することである。しかし、この際特に注意することは、外側境界が円柱より十分に離れている場合、ノイマン条件とディリクレ条件が同じ解(定数の違いを無視する)を生むが、そうでない場合、ディリクレ条件は物理的な意味がなく、外側境界付近では連続の条件に反する速度分布が求められる⁽²⁵⁾。

円柱まわりの流れの問題に与えられる物理的な境界条件の他に、計算の便利を図るために、円柱の一周のところで 2 組の重なる仮想の面(Γ_3, Γ_4)、(Γ_5, Γ_6)を設け、そこで速度、圧力およびその他すべての量に周期境界条件を与えるテクニックが用いられる。

次に格子を分布させる際に注意すること、分布関数の選択方法、格子特性の数値解に与える影響について述べる。

壁境界のある Navier-Stokes 方程式の解では壁付近で境界層と呼ばれる物理量の変化の激しい層が存在し、レイノルズ数が増大するにつれ、この層が薄くなる。境界層内

の諸量をより良く解像するために、計算格子を壁付近で密に分布する必要がある。普通、境界層中の流れ特性を正確に計算するのに、その中に 10 本以上の格子線が必要とされる⁽⁵⁰⁾。

計算格子の分布を決めるときに使用される分布関数は境界付近に集中するスムーズな関数であれば良いが、境界で 1 階微分が 0 になる関数を用いるとノイマン型の境界条件が正しく与えられないので、注意が必要である。

$\partial \tilde{p} / \partial \tilde{y} = \tilde{Q}$ のノイマン条件を $\tilde{y}=0$ の壁で近似する場合を考える。簡単のために、計算格子が壁に直交し、 $\tilde{y}$ 、 $\tilde{\eta}$ が同じ方向を取るものと仮定する。以上のノイマン型の境界条件を一般座標に変換すると

$$\partial \tilde{p} / \partial \tilde{\eta} = \tilde{Q} / (\tilde{x}_\xi / \tilde{J}) \quad (4.4)$$

になる。ただし、 $\tilde{J}$ はヤコビアンである。

このとき、 $\tilde{\eta}=0$ (壁) で解析的に $\tilde{y}_\eta=0$ の分布関数(例えば、 $\tilde{y} = \tilde{\eta}^k$)を使用すると、そ

こで $\tilde{J}$ が解析的に 0 になる。一方、数値計算をすると $\tilde{y}_\eta$ はある非零の値になり、それに含まれている離散誤差が与えられた値と同じ大きさになるため、ノイマン型の境界条件が正しく与えられない。以上のことを考慮し、本研究では次に述べる分布関数を使用する。

長さ L の線分の上で、 n 個の点を分布させる場合、

$$\tilde{x}_i = \tilde{L} \frac{\beta^{i-1} - 1}{\beta^{n-1} - 1} \quad (4.5)$$

のように点を分布する。ここで、 β は集中の強さおよび最小格子間隔を制御するパラメータである。

4.4.2 計算結果と考察

本節では、比較的高いレイノルズ数 ($Re = 10^3 \sim 5 \times 10^5$) において一様流中におかれる静止および回転する円柱まわりの流れの計算を行うが、乱流モデルを用いず高次精度風上差分を用いて直接計算する本研究の計算方法においては、計算結果が格子に依存するので、まず静止円柱での解の格子依存性を調べた。

表 4.1 格子条件

Case	Grid ($n_r \times n_\theta$)	$\Delta \tilde{r}_{\min}$	$\Delta \tilde{r}$
1	100×100	5×10^{-3}	10^{-3}
2	100×100	8×10^{-4}	3×10^{-4}
3	100×120	8×10^{-4}	3×10^{-4}
4	100×140	8×10^{-4}	3×10^{-4}
5	100×160	8×10^{-4}	3×10^{-4}

格子はO型格子を採用し、半径方向の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ と、周方向の格子分割数について検討した。検討に用いたO型格子の条件を表4.1に示す。ただし、円柱の表面近くでは格子を密に分布させ、その最小格子間隔は $\Delta \tilde{r}_{\min}$ である。また、計算領域の広さについては、賈ら⁽⁵¹⁾の検証から外側境界が円柱直径の10倍で十分であることが確認されているので、この計算領域を採用した。

それぞれの格子で計算された抗力係数 C_D は時間の進行に対して変動するが、その変動が安定してからの C_D の時間平均をレイノルズ数 Re の変化とともに図4.17に示した。

Case1の場合、レイノルズ数 Re が $10^3 \sim 10^5$ まで実験値に良く一致するが、臨界レイノルズ数 Rec を超えた $Re = 5 \times 10^5$ では、抗力係数 C_D の急激な減少が見られない。これは、格子が粗いため乱流現象に現れる小さな渦を捕らえきれないためであろうと思われるので、半径方向の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ を表4.1に示すように、 5×10^{-3} から 8×10^{-4} に変更した。 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ の取り方は、目的とする Re 数において、平板境界層を例にとつて、 $x=1$ で境界層の中に格子が10本以上入るようにすれば、流体力が実験結果に良く一致するようである⁽⁵⁰⁾。本研究では、第5、7章で $Re = 5 \times 10^4$ で壁面に近接する静止あるいは回転する円柱まわりの流れの計算を行うが、壁面の近接による影響を考慮し、やや高めの $Re = 10^5$ を念頭において、上で述べた境界層中の格子数をCase1の場合の3本から、Case2、3、4、5で12本入るように $\Delta \tilde{r}_{\min}$ を選んでいる。

Case2では、 $Re = 5 \times 10^5$ において図4.17の抗力係数 C_D に減少が見られるものの、円柱周辺の等圧力線に細かい振動が現れたため、この振動が消えるまで周方向の格子分割数を20本ずつ増加させた(Case3、4、5)。最終的に、Case5で等圧力線の細かい振動が消え、図4.17のCase4からCase5へ変化させた場合の C_D もほぼ同じ値を取るなので、この場合の格子の条件が最適であると判断した。

Case5の場合、レイノルズ数 Re の変化に対する抗力係数 C_D の値が図4.17に示されているが、 C_D の減少が実験値よりも早い。実験値との定量的な違いは次に述べるように、格子解像度の不足と、円柱からのはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算で

は再現できないことが考えらる。

図 4.18、4.19 は Case5 の格子条件で、 $Re=10^3$ 、 5×10^4 の場合の計算結果を示す。図の (a)、(b) はそれぞれ無次元時間 $\tilde{t}=90$ での流線、抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の時間変化を示す。

それぞれのレイノルズ数 Re における C_L の時間変化のパターンは、初期の段階ではほぼ一定の値を取り、 C_D は一定値を保つ。そして、ある一定の時間を過ぎると、 C_L は大きい振幅で周期的に変動するようになり、これに対して、 C_D は上昇し、初期の段階よりも高いレベルで周期的に変動するようになる。 $\tilde{t}=60 \sim 90$ の間での C_D の時間平均値は、 $Re=10^3$ で $C_D=1.41$ 、 $Re=5 \times 10^4$ で $C_D=0.65$ となり、 $Re=10^3$ では実験値 $C_D=1.0^{(18)}$ にほぼ近い値が得られるが、 $Re=5 \times 10^4$ では実験値 $C_D=1.2$ よりも低い値を示す。 $Re=5 \times 10^4$ での計算値と実験値との定量的な違いは、格子解像度の不足と、円柱からはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。比較的高いレイノルズ数 ($Re \geq 10^4$) で円柱まわりの流れの直接計算を行う場合、実験値と計算値の不一致がいくつかの報告^{(27), (52), (53)}で見られるが、現在のところ確かな原因がわかっていないものと思われる。この点については付録 2 で、円柱表面の圧力境界条件、計算領域の広さ、格子分割数について詳細に調べている。なお、計算方法については、次に述べるように従来の計算結果と比較して問題が無いことを確認している。したがって、本節で検討した Case5 の格子による計算結果を基準として、以後の計算を進めることにした。

表 4.2 二次元円柱の計算結果の比較 ($Re=1000$)

	C_D	S_t
Case5	1.41	0.244
94 年度	1.230 –	0.200 –
ワークショップ	1.559	0.254

表 4.2 は、94 年度に行われた各研究グループの $Re=10^3$ での計算結果⁽⁵⁴⁾と本研究の計算結果 (Case5) を比較したものである。ワークショップでの各研究グループの抗力係数 C_D とストローハル数 S_t の値は、有限差分法、有限要素法による計算値を抜粋した。表 4.2 から、本研究で採用した計算スキームによる計算結果は、他の研究グループの結果と良く一致しており、計算方法には問題が無いことがわかる。

図 4.20、4.21 に回転円柱まわりの計算結果を示す。計算はレイノルズ数 Re が 5×10^4 で、周速比 α が 0.5、1.0 の 2 つのケースで行われたものを代表的に示す。 $\alpha=0.5$ の流線を見ると、円柱の回転による影響で、後流にある渦の蛇行による振幅は円柱が静止している場合 (図 4.19) よりも大きくなっていることがわかる。また、これよりも周速比を大きくした $\alpha=1.0$ では渦の蛇行による振幅がさらに大きくなっている。抗力・揚力

係数 C_D 、 C_L の時間変動は、静止円柱の場合と異なり初期の段階から C_D 、 C_L は大きい振幅で周期的に変動するようになる。

周速比 α を変化させた場合の、揚力係数の時間変動の平均値 ($\bar{f} = 60 \sim 90$) を図 4.3(a) で示した実験結果とともに示す。実験と計算でのレイノルズ数 Re が異なっているが、円柱は周速比 α を最大 1 まで回転させた場合、円柱の周速度と主流との相対速度は最大で $2U_\infty$ となり、前に述べたように格子解像度はレイノルズ数 $Re = 10^5$ までしか考慮していないので、計算における Re 数はその半分の 5×10^4 とした。しかし、この程度の Re 数の違いでは C_D 、 C_L が変化しないことが Swanson⁽¹²⁾ の実験結果からわかっている。計算結果は、実験値に対して定性的に良く一致しているが、定量的な違いは前に述べたように格子の解像度の不足と、円柱からのはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。

4.5 まとめ

本研究での実験方法、計算方法を一様流中におかれた静止および回転円柱まわりの流れの問題に適用し、流れ場を明らかにするとともにそれぞれの方法による精度の検証を行った。これにより、本研究の実験方法、計算方法は正しく、精度の良い実験と計算が行えることを証明した。ただし、渦法においては、臨界レイノルズ数を超えると境界層の乱流遷移にもとづくはく離点の後退が表現できないが、この点については今後の課題とした。また、有限差分法による計算については、レイノルズ数 Re が 10^4 を超えると実験値との差が大きくなる。これは、格子解像度の不足と、円柱からのはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。比較的高いレイノルズ数で円柱まわりの計算を行う場合の実験値との不一致は、現在のところ確かな原因がわかっていないと思われるので、本章で検討した格子による計算結果を基準に研究を進めることにした。

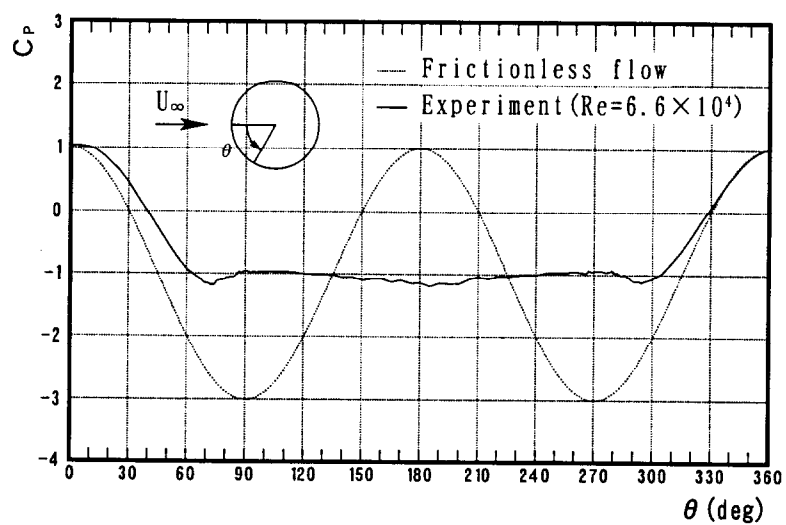


图 4.1 静止圆柱表面压力分布($H/D=2.0$ 、 $\alpha=0$ 、 $V_B^*=1$)

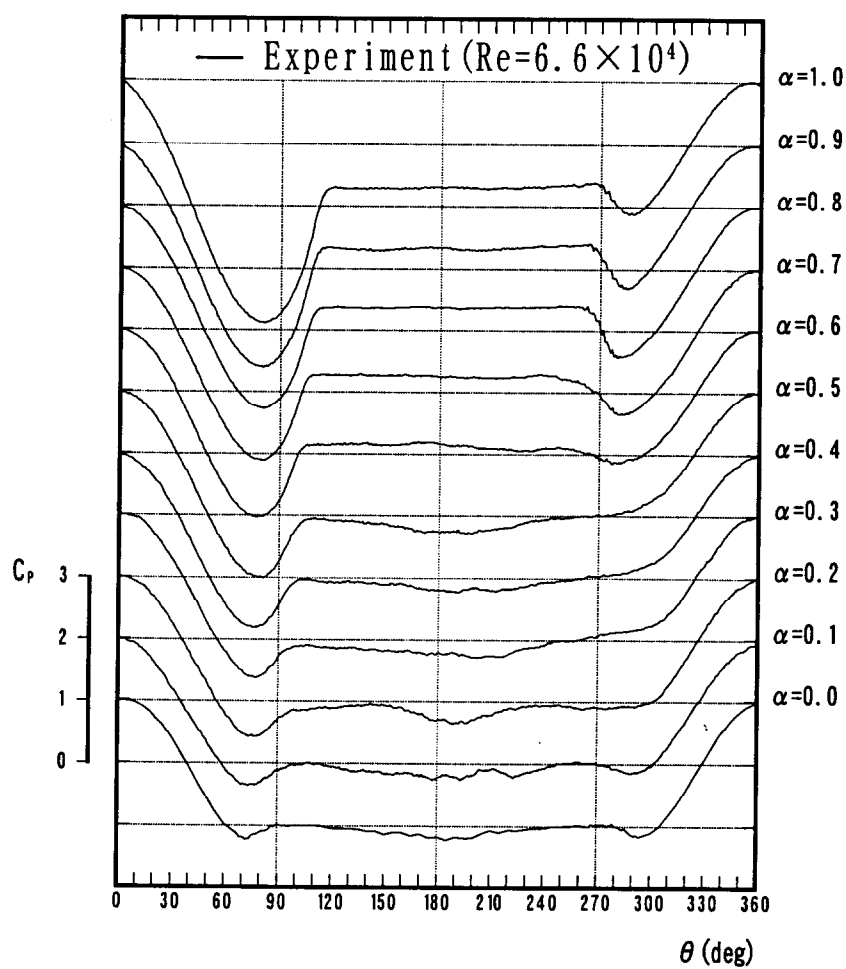
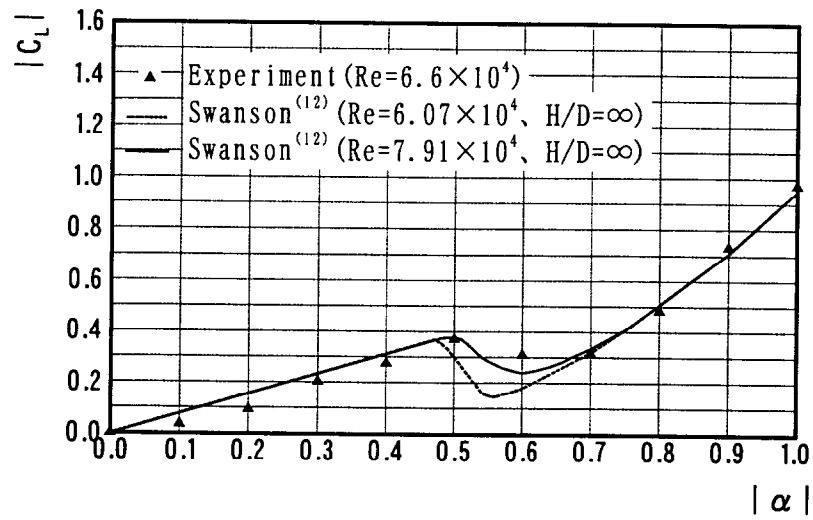
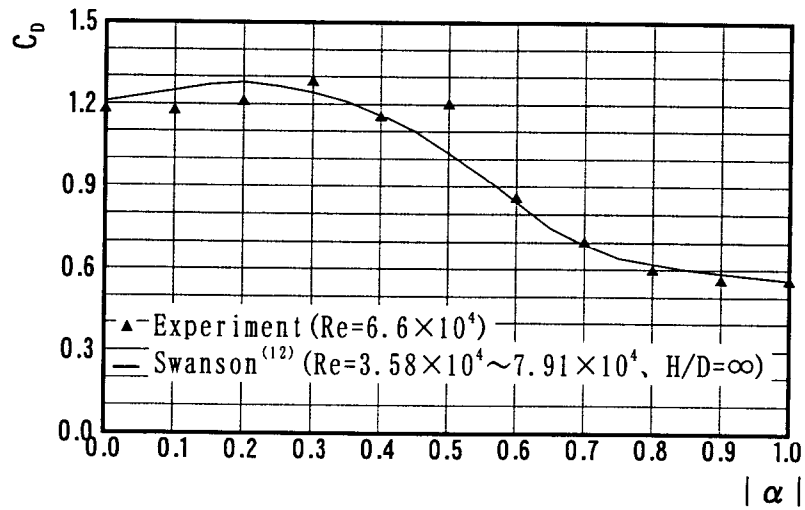


图 4.2 回転圆柱表面压力分布($Re=6.6 \times 10^4$ 、 $H/D=2.0$ 、 $V_B^*=1$)



(a) 揚力係数



(b) 抗力係数

図 4.3 周速比の変化に対する抗力、揚力係数の値($Re=6.6 \times 10^4$, $H/D=2.0$, $V_B^*=1$)

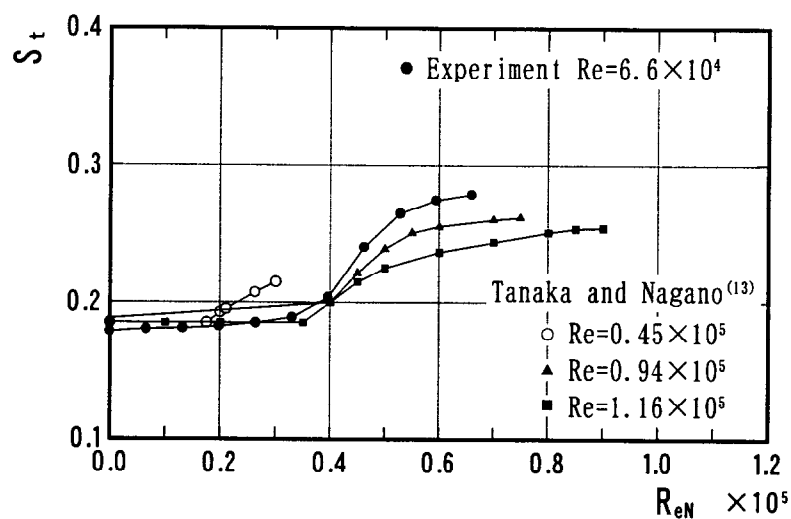


図 4.4 回転レイノルズ数の変化に対するストローハル数の値($H/D=2.0$, $V_B^*=1$)

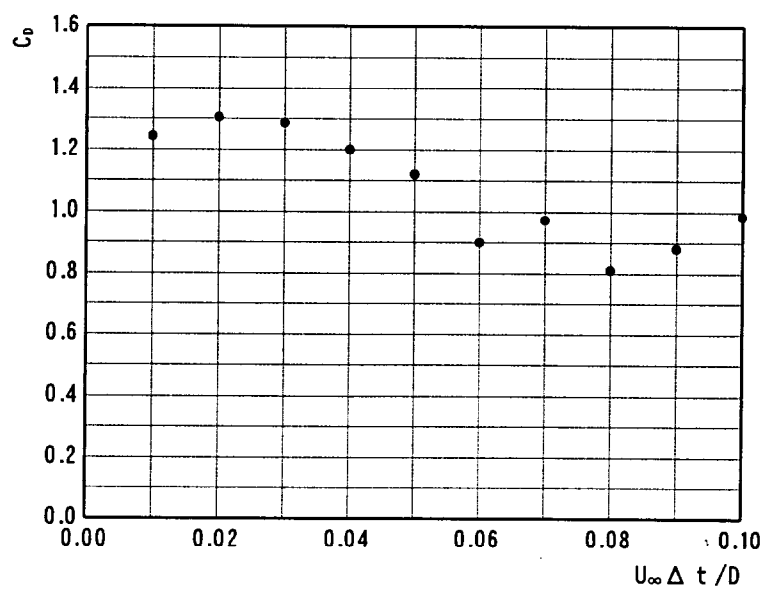
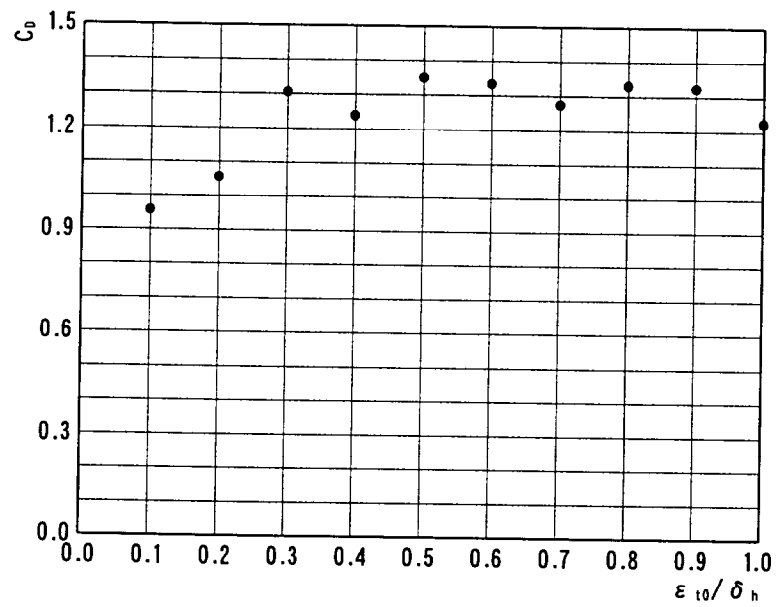
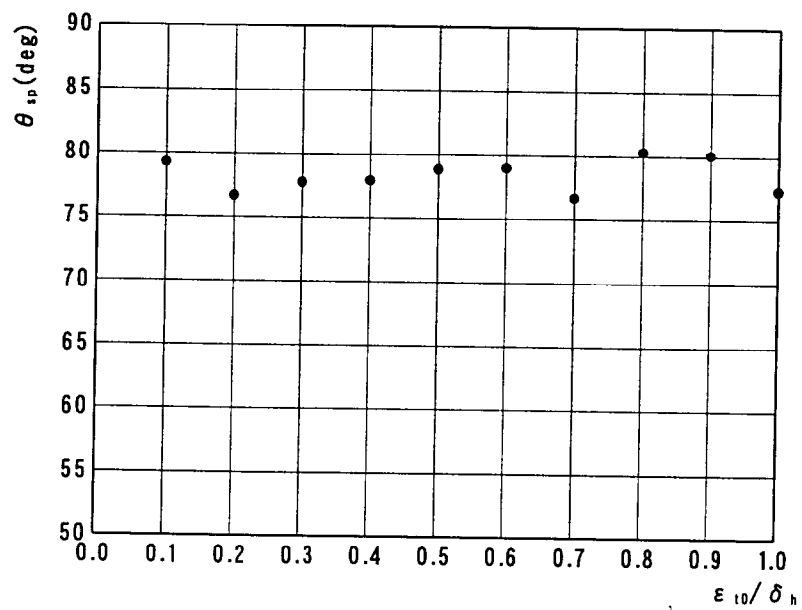


図 4.5 渦移動時間間隔と抗力係数の関係($Re = 7 \times 10^4$, $H/D = \infty$, $\alpha = 0$)



(a) 抗力係数の変化



(b) はく離位置の変化

図 4.6 初期コア半径の違いによる抗力係数とはく離位置の変化
 ($Re = 7 \times 10^4$, $H/D = \infty$, $\alpha = 0$)

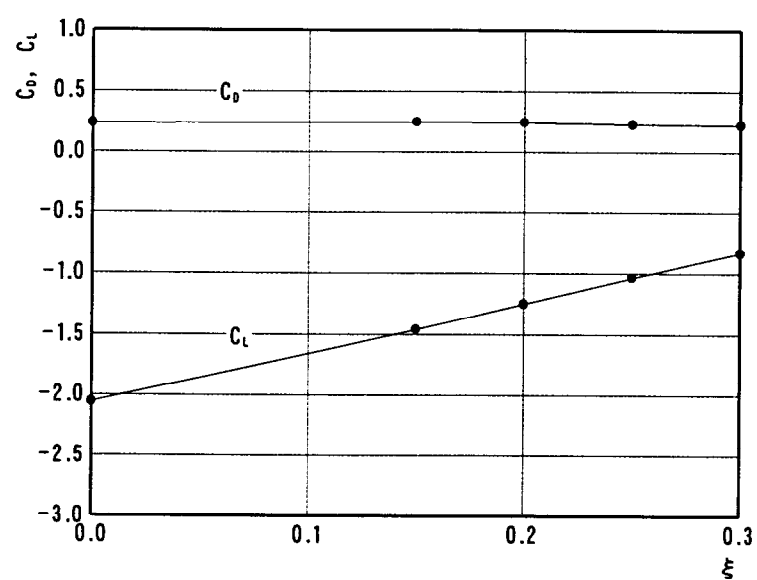
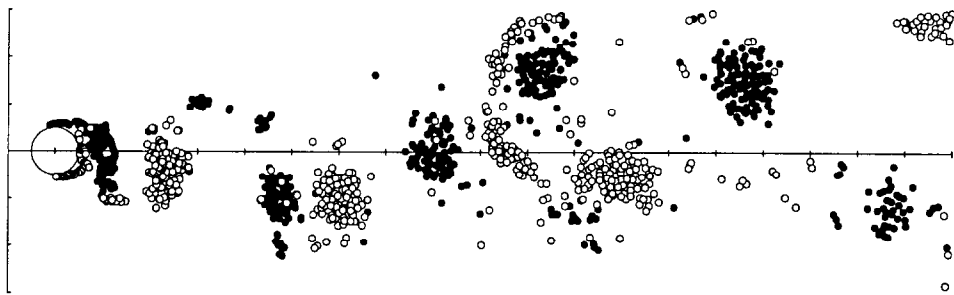
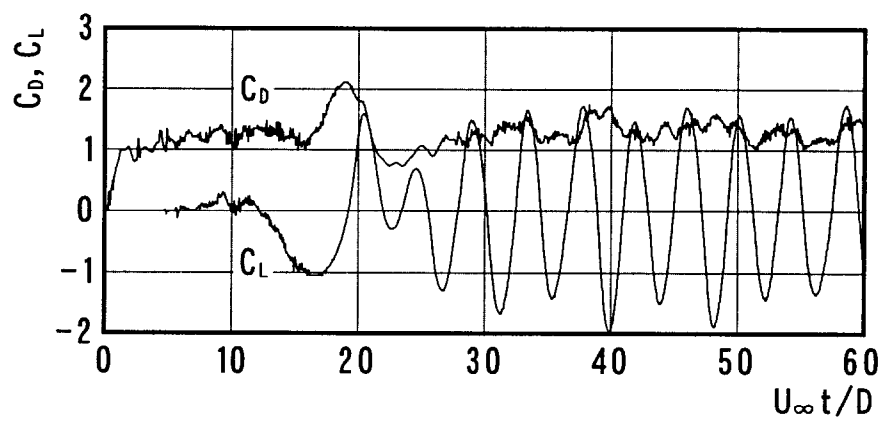


図 4.7 回転円柱に働く抗力係数と揚力係数に及ぼす寄与率 ξ の影響
 $(Re=7 \times 10^4, H/D=\infty, \alpha=1)$



(a) フローパターン($U_\infty t / D = 60$)



(b) 揚力係数と抗力係数の時間変化

図 4.8 渦法による静止円柱まわりの計算結果($Re = 7 \times 10^4$, $H / D = \infty$, $\alpha = 0$)

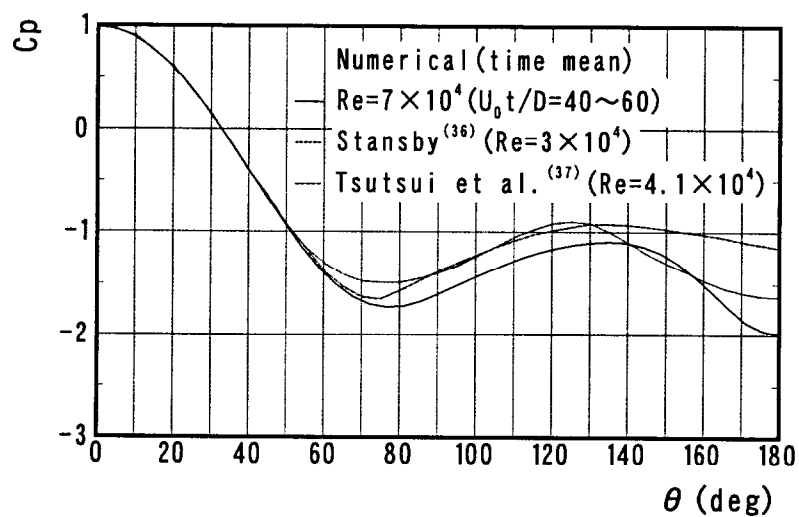


図 4.9 円柱表面圧力分布($H/D = \infty$, $\alpha = 0$)

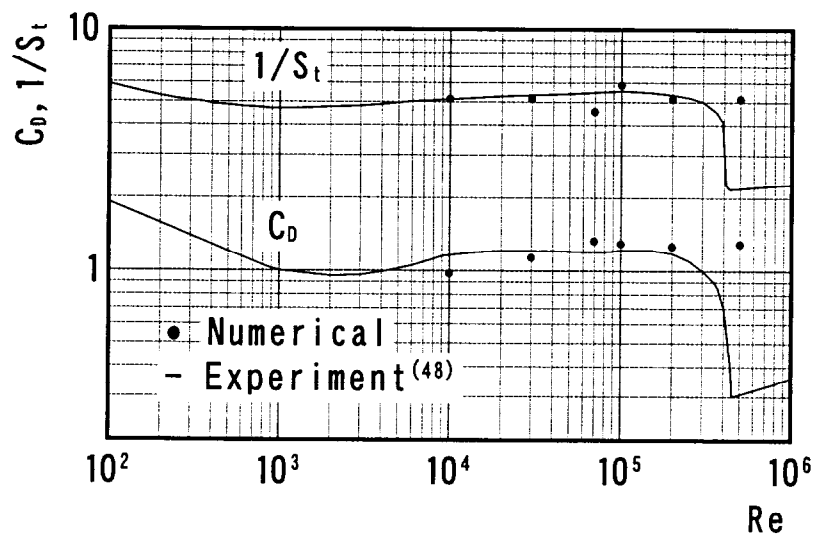
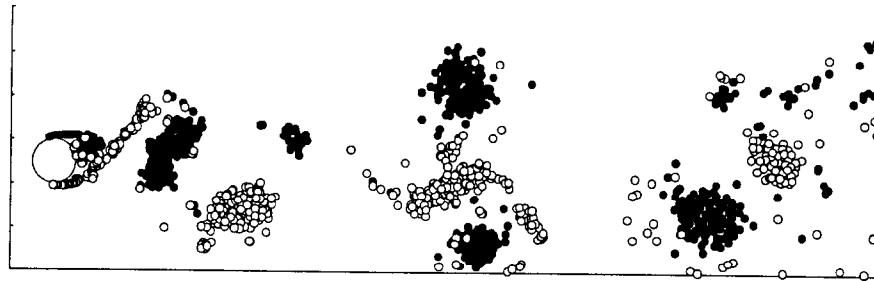
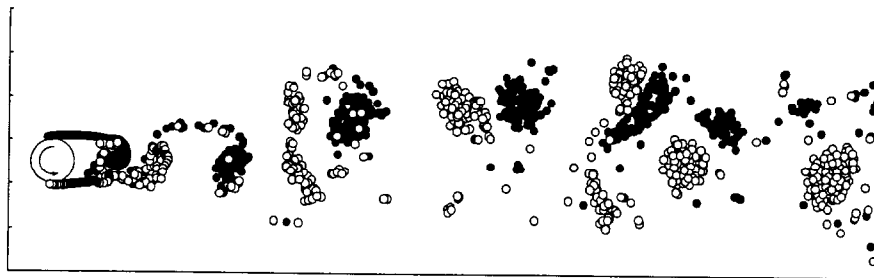


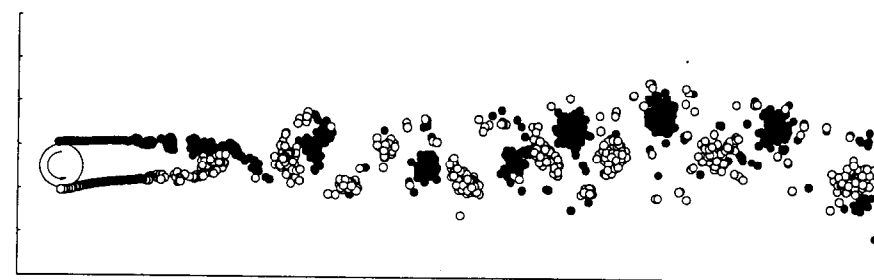
図 4.10 レイノルズ数の変化に対する抗力係数とストローハル数の値
($H/D = \infty$, $\alpha = 0$)



(a) $\alpha=0$, $U_\infty t / D = 60$



(b) $\alpha=0.5$, $U_\infty t / D = 80$



(c) $\alpha=1.0$, $U_\infty t / D = 80$

図 4.11 回転円柱まわりのフローパターン($Re=7 \times 10^4$, $H/D=2.0$)

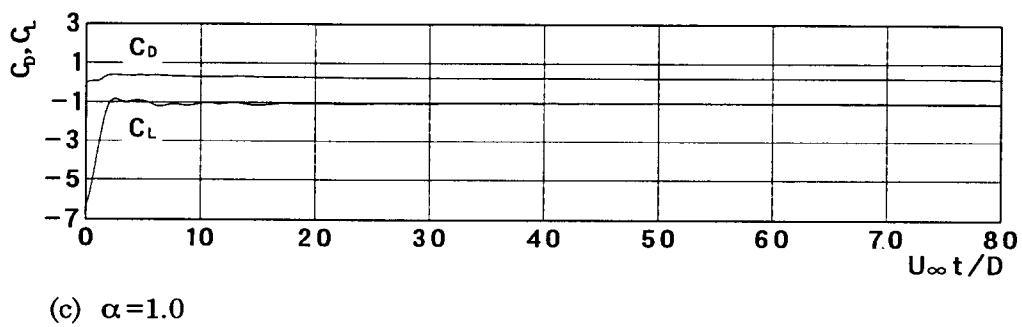
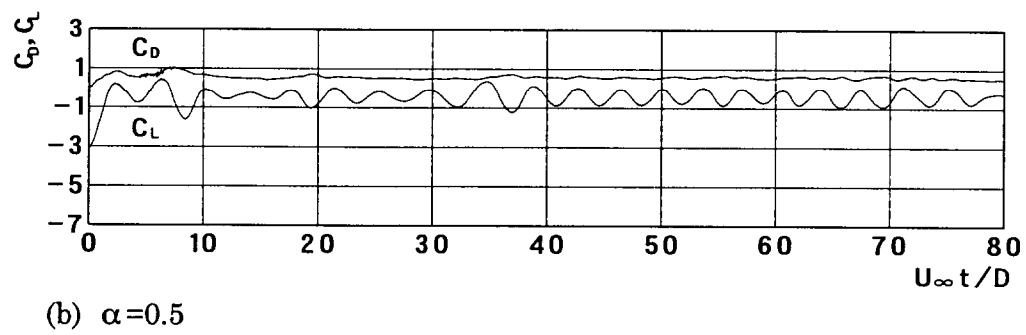
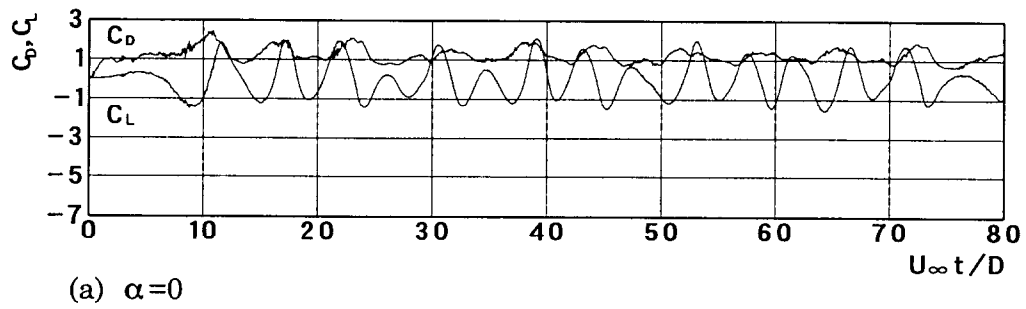


図 4.12 抗力係数と揚力係数の時間変化($Re=7 \times 10^4$, $H/D=2.0$)

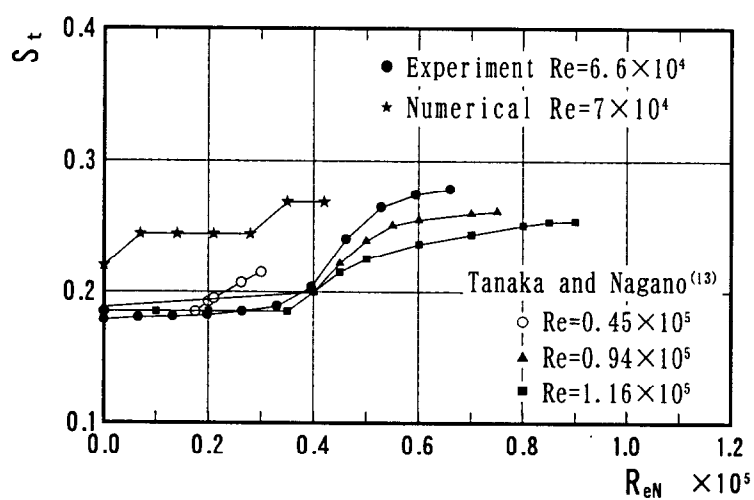


図 4.13 回転レイノルズ数の変化に対するストローハル数の値

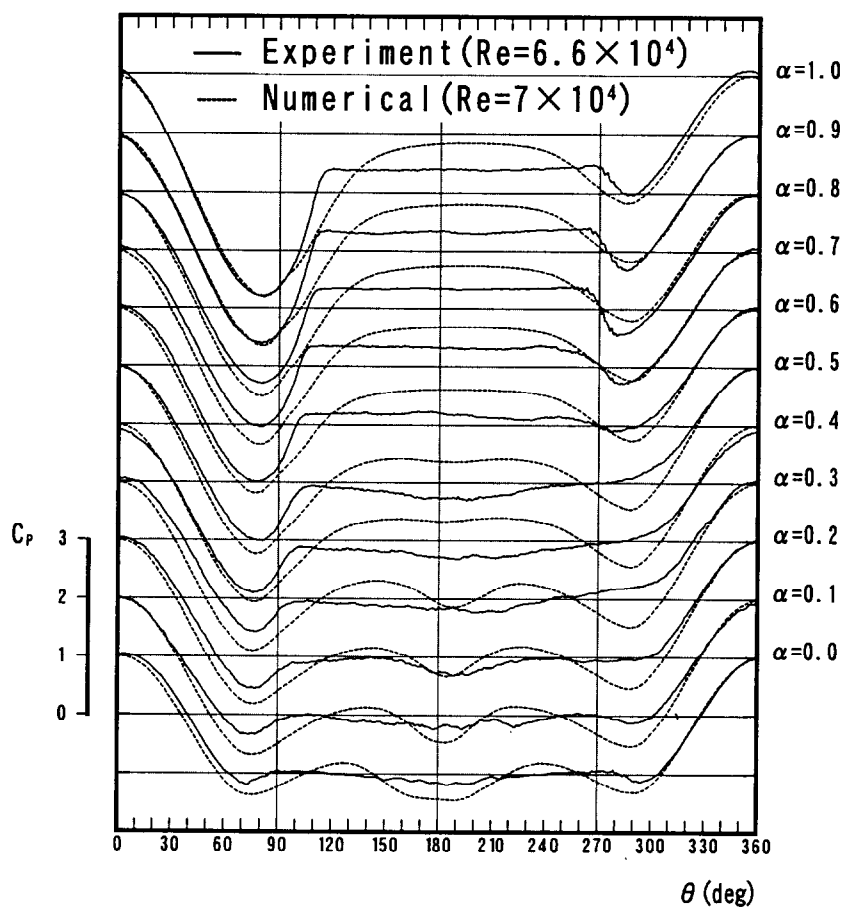
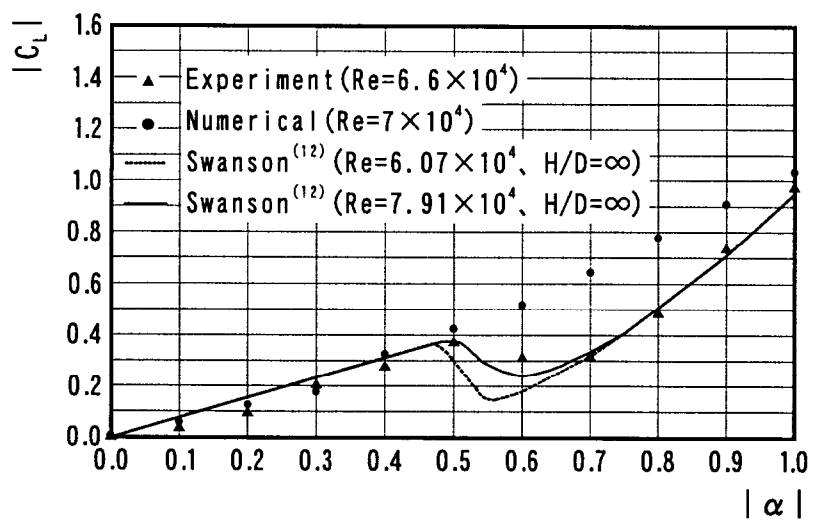
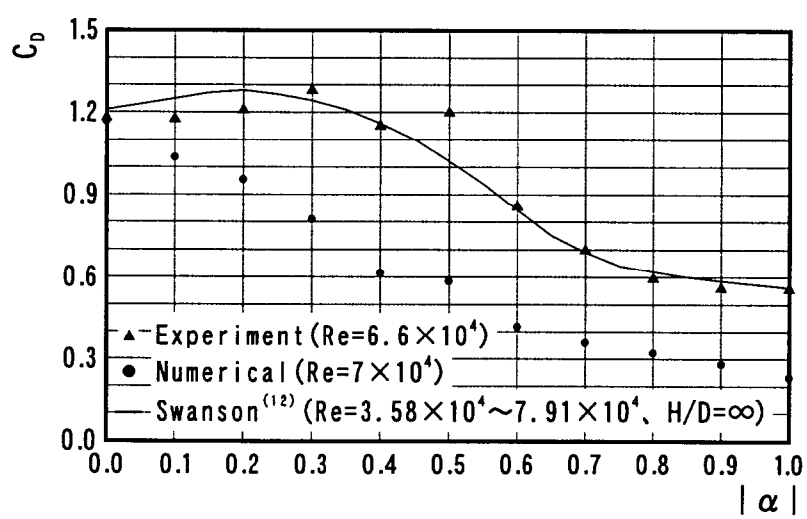


図 4.14 回転円柱表面圧力分布($H/D=2.0$)



(a) 揚力係数



(b) 抗力係数

図 4.15 周速比の変化に対する抗力、揚力係数の値($H/D=2.0$)

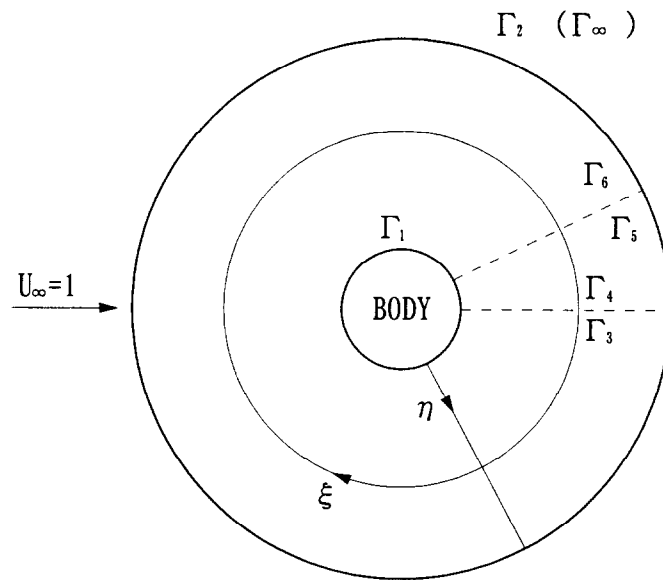


図 4.16 一様流中の円柱まわりの概念図

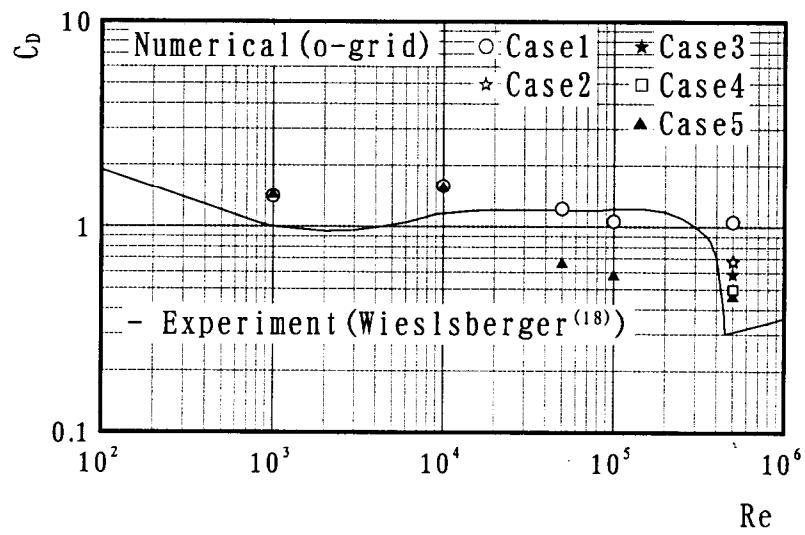
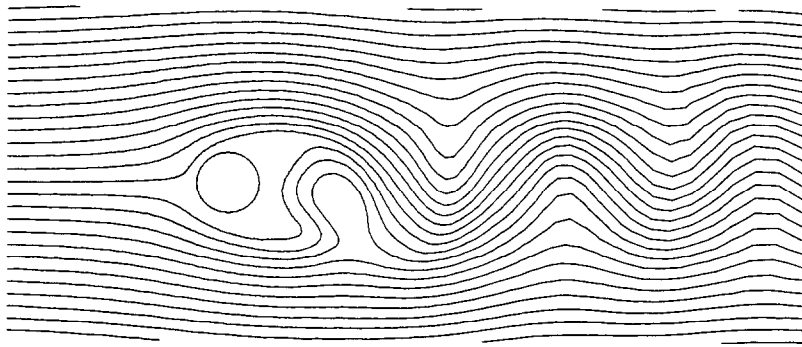
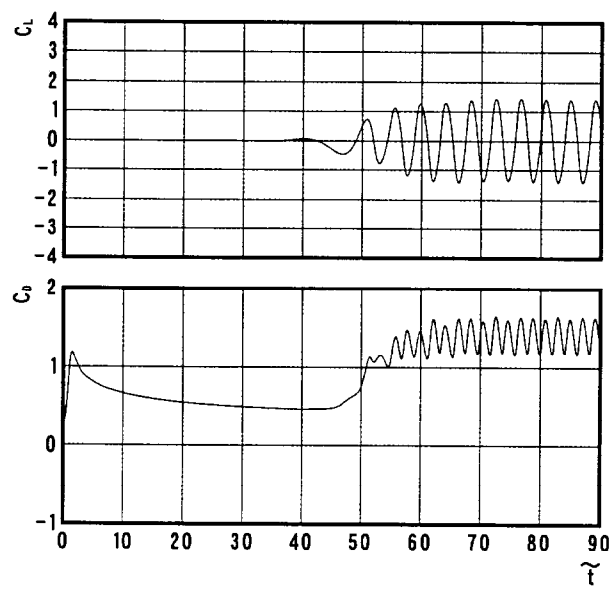


図 4.17 レイノルズ数の変化に対する抗力係数の値

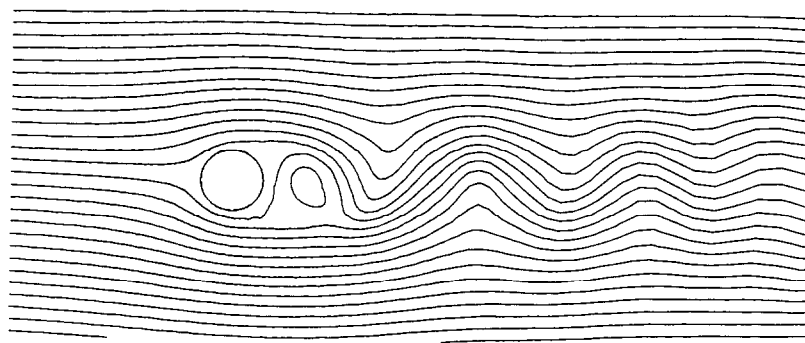


(a) $\tilde{t} = 90$ での流線

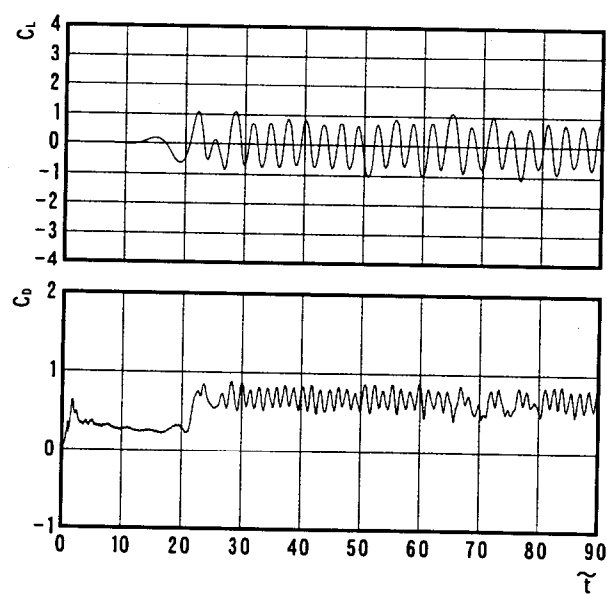


(b) 揚・抗力係数の時間変化

図 4.18 円柱まわりの計算結果($Re = 10^3$, $H/D = \infty$, $\alpha = 0$, Case5)

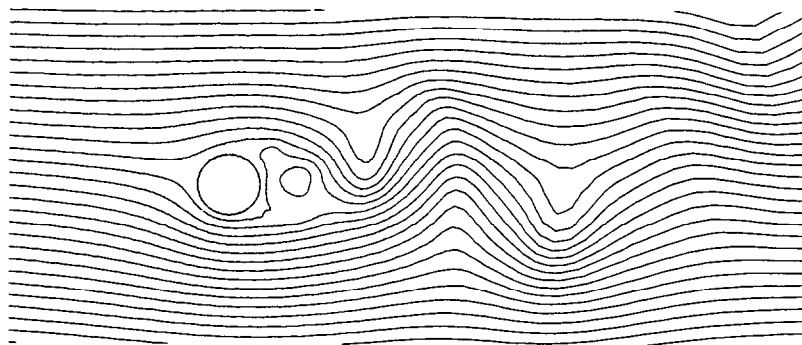


(a) $\tilde{t} = 90$ での流線

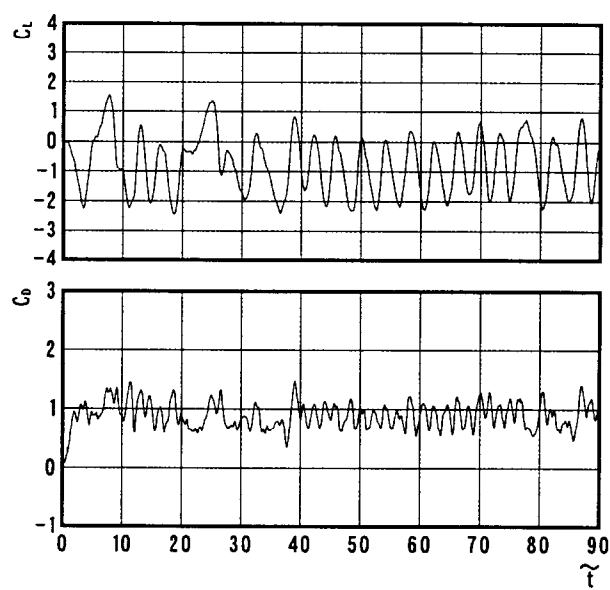


(b) 揚・抗力係数の時間変化

図 4.19 円柱まわりの計算結果($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = \infty$, $\alpha = 0$, Case5)

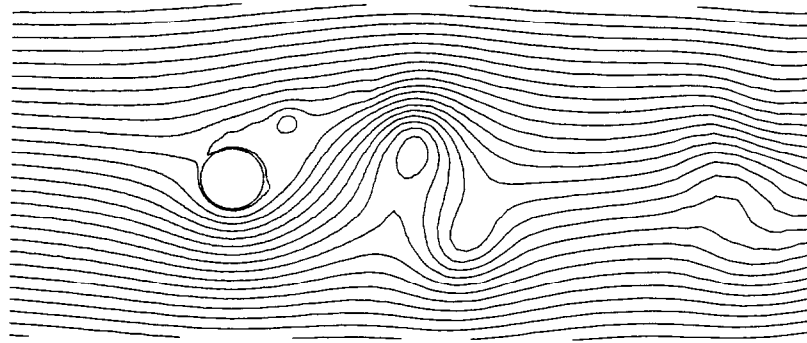


(a) $\tilde{t} = 90$ での流線

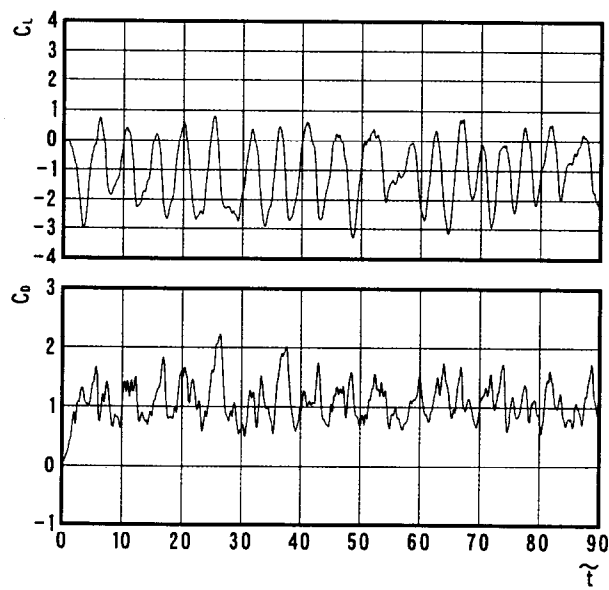


(b) 揚・抗力係数の時間変化

図 4.20 回転円柱まわりの計算結果($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = \infty$, $\alpha = 0.5$, Case5)



(a) $\tilde{t} = 90$ での流線



(b) 揚・抗力係数の時間変化

図 4.21 回転円柱まわりの計算結果($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = \infty$, $\alpha = 1$, Case5)

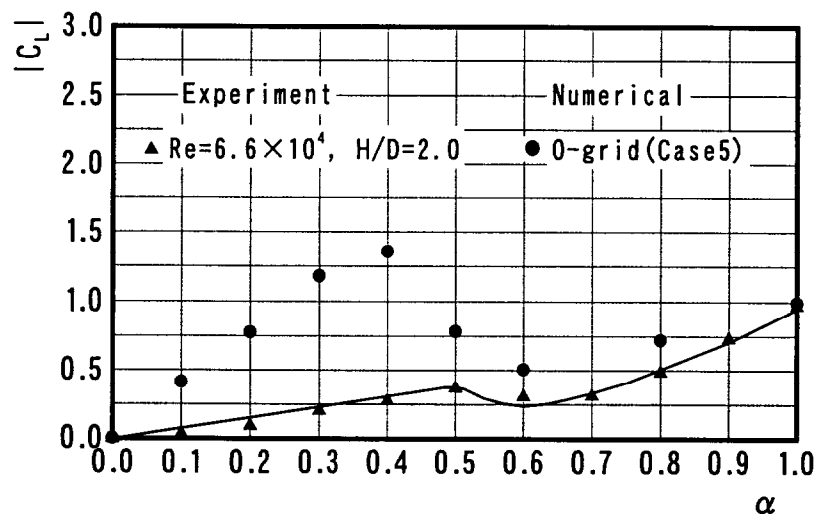


図 4.22 周速比の変化に対する揚力係数の値($Re=5 \times 10^4$, $H/D=\infty$)

第5章

壁面に近接する静止円柱まわりの流れ

5.1 はじめに

流れの中で二次元円柱が壁面に近づいた場合の円柱まわりの流れについては、既に従来の研究からかなりの部分が明らかにされている。その中でも特徴的な現象は、Bearmanら⁽²⁾、檜和田ら⁽⁵⁾が実験で報告している円柱と壁面とのすきま H が円柱直径 D の0.3倍より小さくなると物体からの渦放出が抑制されることである。このように、壁面に近接する静止円柱まわりの流れについては多くのデータが蓄積されているが、いずれも壁面上に乱流境界層が発達したものが多く境界層を取り除いた場合のものは少ない⁽¹¹⁾。無風状態のときに地面近傍を飛行・走行する物体まわりの流れは境界層がない場合に相当するので、静止円柱まわりの流れ場に及ぼす境界層の影響も同様に詳しく調べる必要がある。

壁面に近接する物体周りの流れの計算は、工学上の諸問題から翼を扱った問題が多い^{(55)~(58)}。最近、比較的高いレイノルズ数($Re=10^3$)で、壁面に近接する二次元四角柱まわりの流れの数値計算がいくつか報告されているが^{(59), (60)}、壁面に近接する円柱周りの数値計算は、著者の知る限り見当たらない。その原因の一つとして、壁面と円柱まわりに格子を生成することが困難であることが考えられる。

このような複雑な流れ場を計算するのに有効な数値解析法の一つには、流れ場に格子を生成する必要がなく、現象の物理的性質を理解しながら非定常非圧縮高レイノルズ数の流れが解析できる渦法を挙げることができる。また、有限差分法などのように計算を実行する際に格子を生成する必要がある場合には、複雑な流れ場に物体表面に沿う単一構造格子を形成することは困難であるが、格子を簡単に生成する方法として重合する構造格子を用いる領域分割法⁽⁶¹⁾がある。この方法は物体近傍で表面に沿う構造格子を細かく形成することができるため、粘性境界層を精度良く計算することができる。

本章では、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上の境界層を取り除いた場合の壁面の影響を実験により求めると共に数値解析も合わせて行う。数値解析は、まず、格子を生成する必要がなく、比較的短時間で計算できる二次元非圧縮非粘性ポテ

ンシャル流れを仮定した渦法を採用する。次に、有限差分法を採用し、重合する構造格子を使用する領域分割法を用いた計算を行う。

5.2 実験装置と方法

装置の詳細は第2章で既に述べたが、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は600×600mmの吹き出し口をもつブローダウン型で、乱れ強さは主流流速 U_∞ が10m/sのときで約0.7%である。円柱に近接する境界面としてムービングベルト装置(ベルト幅550mm)を設置し、吹き出し口とムービングベルト装置の間に境界層吸引装置を設置している(図2.2)。境界層吸引装置の吸い込み部は、92.5×580mmの多孔質板であり、多孔質板は厚さ3mmの真ちゅう製の焼結板で、粒子の直径は100 μ m、空隙率は38~43%である。円柱モデルは ϕ 100×550mmの亚克力製で、吹き出し口の下流860mmの位置で支柱に固定した。支柱は上下方向に移動できて円柱とベルトとの間隔を0~200mmの範囲で変えられる。

円柱表面の圧力測定には半導体型圧力変換器(ENDEVCO: 8510B-5)を使用し、主流静圧との差圧測定とした。また、測定におけるサンプリングタイムは1msで約10秒間の平均値とした。円柱後流の速度の測定には熱線流速計を使用した。

ムービングベルト法($V_B^*=1$)と境界層吸引法を組み合わせたときの測定部における速度分布はほぼ一様であり、主流流速 U_∞ が10m/sのときで円柱直下における境界層排除厚さ δ^* は0.16mmである。 δ^* は、十分に小さく、非常に良く境界層が除去できている。

5.3 渦法による数値解析

5.3.1 計算モデル

数値計算に用いられる渦法による流れモデルは、基本的に稲室ら⁽³¹⁾の方法を参考に鏡像法を適用したもので、数値解析手法の詳細は第3章を参照されたい。

本章では、境界要素法を用いて二次元円柱を線形渦要素が分布した80枚のパネルで表した。静止している流体が突然一様流速度 U_∞ で流れ始めた後のはく離剪断層の連続放出については、渦法を用いてタイムステップごとにはく離点近傍の位置よりはく離剪断層と等価な渦度強さをもつ離散渦を導入することにより表現した(式(3.13))。各離散渦は、非定常ベルヌーイの式から求めた円柱表面圧力分布の圧力最低点の1パネル下側でパネル中央から $\delta_h=0.05D$ の高さに時間間隔 ΔT で導入し、時間間隔 Δt ($=1/2\Delta T$)で移動させた。はく離渦導入位置については、はく離位置が円柱表面の圧力勾配の変化率が正か

ら負になる付近、すなわち圧力最低位置の下流側にあるという実験事実に基づく⁽³⁹⁾。
また、はく離渦導入高さ δ_h は、比較的広い範囲のレイノルズ数($Re=10^3\sim 10^5$)で実験値と良く一致する筒井ら⁽³⁷⁾の値を採用した。粘性拡散による渦度の減衰については、Core Spreading法を採用した⁽³³⁾。

5.3.2 計算条件

はく離渦導入時間間隔 ΔT とはく離渦移動時間間隔 Δt は計算精度に影響を及ぼす因子の一つである。そこで、実際に二次元円柱($H/D=\infty$, $Re=7\times 10^4$)の計算において渦導入無次元時間間隔 $U_\infty \Delta T/D$ を0.02~0.2で変化させて抗力係数 C_D の変化を確認した。その結果 $U_\infty \Delta T/D \leq 0.06$ であれば抗力係数に変化がないことを確認し、 $U_\infty \Delta T/D=0.04$ 、 $U_\infty \Delta t/D=0.02$ とした。離散渦の初期コア半径 ε_{i0} も同様に、 $0.1\delta_h \sim 1.0\delta_h$ で変化させ抗力係数 C_D とはく離渦導入位置が二次元円柱での実験値にもっとも近くなる値 $\varepsilon_{i0}=0.9\delta_h$ を採用した。

円柱表面の圧力係数は、非定常ベルヌーイの式(式 3.20)から求めるが、渦導入時はその導入位置においてポテンシャルのジャンプ量が現れ、表面圧力分布が不連続となる。これを避けるために、円柱表面圧力分布は渦導入時から Δt 後に求めた。

5.4 実験および渦法の結果と考察

間げき比 H/D を変化させた場合のスモークワイヤー法による可視化写真を図 5.1 に示す。また、計算によるフローパターンを図 5.2 に示す。

図 5.1 の可視化写真において、 $H/D=0.5$ と 0.3 では円柱後流にカルマン渦が生成され、周期的に渦が放出されている様子がわかるが、 $H/D \leq 0.2$ では渦の放出が抑制されている。渦放出の抑制については、Bearman ら⁽²⁾、檜和田ら⁽⁶⁾による壁面上に乱流境界層がある場合の結果と一致するが、詳細は熱線流速計による周波数解析で述べる。

図 5.2 の計算によるフローパターンは、図 5.1 の可視化写真と定性的に良く一致し、特に $H/D \leq 0.2$ で渦の放出が抑制されていることがわかる。

図 5.3 に間げき比 H/D を2.0~0.1まで変化させた場合の円柱表面圧力分布の実験結果と計算結果($U_\infty t/D=60\sim 80$ の平均値)を示す。

実験結果による表面圧力分布は、 H/D が小さくなるに従って円柱下側($\theta=0^\circ \sim 180^\circ$)の圧力最低点が後流側へ後退し、円柱上側($\theta=180^\circ \sim 360^\circ$)の圧力最低点はよどみ点側に前進して円柱上側と下側で圧力最低点の位置が非対称になる。これは、はく離が非対称に起こるためである。また、 H/D が小さくなると、ブロック効果によ

り壁面側の円柱前方($0^\circ \sim 90^\circ$)の流れが淀むため、よどみ点の位置が円柱の前方(0°)から円柱下側のやや下流側に移動し、壁面側の円柱前方の表面圧力分布勾配はやや緩やかになる。計算結果においても、実験結果と同じ傾向を示すが、実験結果よりもよどみ点の位置は大きく移動せず、壁面側の円柱前方の表面圧力分布に穏やかな勾配が見られない。ポテンシャル流れを仮定した鏡像法を用いた渦法は、円柱の境界面と鏡像法による壁面境界がFree Slip壁であり、実験の境界条件との違いのために実験結果と異なる結果となった。計算と同じ条件を風洞実験において再現しようとする、円柱の近くでムービングベルトは速度が早くならなければならないことになり、それはできないので、円柱と壁面が近づく領域では計算に比べて圧力が高くなっており、流れにはブレーキがかかっていることに相当する。

図 5.4 に間げき比 H/D の変化に対する抗力、揚力係数 C_D 、 C_L の変化を計算結果 ($U_\infty t/D = 60 \sim 80$ の平均値) とともに示す。また、壁面上に発達する乱流境界層の厚さと円柱直径との比 δ/D が 0.23 における檜和田ら⁽⁵⁾の実験結果を比較のために示した。檜和田らは、乱流境界層の厚さを変化させた場合 ($\delta/D = 0.23 \sim 2.82$) の C_D 、 C_L の変化を詳細に報告しているため、本研究では乱流境界層の厚さが最も小さい場合の $\delta/D = 0.23$ と比較する。

比較的境界層が薄い場合、 C_D は H/D が減少するにつれ増加し、極大値をとった後に急激に低下するという檜和田らの結果に対して、本実験結果はほぼ同一の挙動を示している。檜和田らの結果との定量的な違いは、実験装置の測定部上部の境界条件とブロック比が異なることが考えられる。本実験装置では円柱と測定部面積との比が 16% で、測定部上部は開放されているが、檜和田らは測定部上部に壁がある閉鎖型でブロック比が 5% である。また、 $H/D \leq 0.1$ で本実験結果の C_D はほぼ一定値を示し、 H/D が小さくなると C_L は穏やかに上昇して檜和田らの結果と異なる挙動を示す。このことから、乱流境界層を十分に薄くしても境界層が及ぼす流体力の影響は $H/D \leq 0.1$ で顕著に表れることがわかる。また、 $H/D = 0$ 付近において本実験結果の C_D 、 C_L は檜和田らの結果と一致していることがわかる。この場合、円柱の断面積に相当する主流からの流れのほとんどが円柱上側へ流れてしまうため、円柱まわりの流れ場はこの主流による流れ場の変化に大きく支配され、壁面境界層による影響や測定部上部の境界条件の違いによる影響が小さくなると思われる。

計算結果における C_D の変化は、 H/D が小さくなるにつれ実験値よりも早く減少し $H/D = 0.8$ 付近での極大値も見られないが、これははく離剪断層の三次元的な挙動を二次元計算では捕らえることができないためだと思われる。また、 $H/D \leq 0.3$ では C_D が急激に減少して実験値と大きく異なる。 C_L は、 $0.4 \leq H/D \leq 2.0$ で定性的に一致するが、 $H/D \leq 0.3$ で実験値が急に上昇するのに対して逆に減少する。計算では、 C_D 、

C_L ともに $H/D \leq 0.3$ で十分なシミュレートができない。これは圧力分布で説明したようにポテンシャル流れを仮定している本計算では、ブロッキング効果による流れの淀みが再現できず、円柱と壁面との間を流れる流体は何の抵抗もなく後流に流れ出てしまうからである。

円柱が壁面に近づいた場合、現実の流体に発生する揚力はブロッキング効果による円柱下面の表面圧力の上昇に起因することを図5.3で示した。一方で、この揚力の発生は、はく離点の移動による圧力分布の非対称性にも依存していることが表面圧力分布より推定できる。そこで、実験結果の表面圧力分布から定義されるはく離点と計算による円柱上側と下側のはく離渦導入位置 θ_{su} 、 θ_{sl} の関係を図5.5に示す。実験からのはく離点の決定は、回転円柱の表面圧力分布から定義される大蔵ら⁽¹⁵⁾による方法を採用した。

この方法は、再循環領域において圧力係数 C_p がほぼ一定の延長線と C_p 極小値からはく

離点にいたる C_p 値が上昇する延長線との交点で決定される。計算で求められるはく離

渦導入位置は無次元時間 $U_\infty t/D$ が60~80の間の平均値である。図5.5から、実験結果は H/D が小さくなると、 θ_{su} はよどみ点側へ、 θ_{sl} は後流側へ移動しはく離点が非対称となり、はく離点の非対称性が揚力発生の一因であることがわかる。計算においてもはく離点の非対称性が実験値と定性的に良く一致している。

表5.1 ストローハル数と測定位置

($Re = 7 \times 10^4$ 、 $x/D = 3.0$)

H/D	y/D	S_f	y/D	S_f
2.0	$H/D+1.4$	0.181	H/D	0.180
1.5	$H/D+1.2$	0.178	H/D	0.173
1.0	$H/D+1.3$	0.175	$H/D-0.2$	0.175
0.5	$H/D+1.5$	0.182	$H/D-0.4$	0.183
0.4	$H/D+1.5$	0.188	$H/D-0.1$	0.192
0.3	$H/D+1.5$	0.192	$H/D-0.2$	0.195
0.2	$H/D+1.1$	-	$H/D+0.1$	-

表5.1 にストローハル数 S_f の間げき比 H/D に対する変化と熱線の測定位置を示す。熱線による測定位置は、円柱中心から主流方向へ $x/D = 3.0$ 、主流と垂直方向に $H/D - 0.5 \leq y/D \leq H/D + 1.5$ の間で円柱中心から上側と下側で、それぞれスペクトル分布のピーク値が最大になる位置とした。それぞれの分布は、サンプリングタイム 1ms で約 16 秒間の流速の時間変化を周波数解析してスペクトル分布を求め、4 回のアンサンブル平均を行っている。渦放出の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ は 0.3 で、境界層厚さの影響を受

けないという檜和田ら⁽⁵⁾と同様な結果が得られ、壁面が移動して境界条件が異なっても渦放出の限界間げき比に違いはなかった。

5.5 有限差分法による数値解析

数値計算法は第3章で詳しく述べたので、ここでは概略を述べる。支配方程式としては、二次元非定常非圧縮性Navier-Stokes方程式および連続の式を用いた。時間積分法として、Fractional Step法に従う2ステップ法を用いて、対流項に二次精度Adams-Bashforth法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分(Leonardスキーム⁽²⁶⁾)、その他の項は二次精度中心差分を用いた。離散化に際してはスタガード格子を用いず、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性を持つ通常格子で離散化している。また、圧力Poisson方程式はSOR法を用いて計算を行った(式(3.58))。

円柱が壁面に近づく場合の格子の作成に領域分割法を採用し、その代表例として $H/D=0.1$ における計算格子を図5.6に示す。流れ場全体には直交格子を用い、円柱まわりにはO型格子を用いて円柱表面近くで密に分布させている。さらに、それぞれの格子はオーバーラップによる接続をさせて、3点の一次関数で内挿して近似する⁽⁶¹⁾。

ここで、領域分割法について述べる。それぞれの格子はオーバーラップにより接続をさせるが、その概念図を図5.7(a)に示す。領域R1にある領域R2の接続境界上の点での値は、それを囲む領域R1に属する3点の一次関数で内挿して近似する。ただし、この3点は接続点に近い3点とする。領域R2にある領域R1の接続境界での値も同じように求められる。このとき、接続点aを囲むそれに近い領域R1に属する3点を探し出す必要がある。これは、図5.7(b)のように行われる。領域R1の任意の格子セルを1234とすると、まず、点1、2、3を頂点とする三角形の、正規化された面積の絶対値の和が1になるかどうかを確認する。1なら、この3点をもって点aでの値を近似する。1でない場合、点1,3,4によりもう一度計算する。以上の手続きを領域R1のすべての格子セルにわたって実行し、必要な3点を探し出すまで計算しつづける。

この様にして得られた3点での値をもって点aでの値を以下の一次関数で近似する。例えば、点1、2、3により点aでの値を近似する場合は

$$u = \phi_1 u_1 + \phi_2 u_2 + \phi_3 u_3 \quad (5.1)$$

になる。ただし、

$$\phi_1 = S_B / S, \quad \phi_2 = S_C / S, \quad \phi_3 = S_A / S \quad (5.2)$$

$$2S = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \quad 2S_A = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \end{vmatrix}$$

$$2S_B = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \quad 2S_C = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_1 & y_1 \end{vmatrix} \quad (5.3)$$

また、 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 、 (x, y) はそれぞれ点1、2、3および点aでのデカルト座標である。

補間に使う点を探す手続きは一回だけで済む。このとき、さらに ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 を前もって計算しておけば、補間の計算量が大幅に減少する。

次に、有限差分法では対流項の離散化に際して上流補間を施しているの、形式的に境界での速度の二階微分項(式(3.57))が必要になる。これは普通片側側差分により近似されるが、接続境界は本来、解くべき流れ場の中にあるので、片側差分を用いると数値解に振動を与えやすい。そこで、O型格子と直交格子の情報交換領域では、図5.8のように接続境界を2本設けて、その上の値を補間により求め、さらにそれを使って速度の二階微分を計算するようにした。

表 5.2 格子条件

H/D	Grid1 ($n_x \times n_y$)	Grid 2 ($n_r \times n_\theta$)	$\Delta \tilde{r}_{\min}$ ($\times 10^{-4}$)	n_H	n_δ
∞	270×220	40×160	8	85	12
0.5	350×250	47×160	8	54	12
0.3	350×250	40×160	8	46	12
0.2	350×250	35×160	8	39	12
0.1	270×170	39×160	7	39	14

間げき比 H/D を変化させた時の格子数とO型格子の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ を表5.2に示す。ここで、grid1は直交格子を、grid2はO型格子を示し、 n_H は円柱下面と壁面との隙間 H の中に入る格子数、 n_H はレイノルズ数が 10^5 の場合の平板境界層を例にとって、 $\tilde{x}=1$ で境界層の中に入る格子数である。また、直交格子の x 、 y 方向の無

次元最小格子間隔は、すべての H/D において 10^{-2} である。

レイノルズ数 Re は亜臨界領域 ($Re = 6 \times 10^4 \sim 3.5 \times 10^5$) に多くの実験データが蓄積されているため、その領域内である $Re = 5 \times 10^4$ を採用して、壁面の近接による渦抑制の効果を調べるために間げき比 H/D を $0.1 \sim 0.5$ まで変化させた。境界条件と計算領域の広さは図 5.9 に示す通りで、円柱表面上の境界条件は式 (4.1)、(4.3) で与えられている。初期条件は衝撃出発とし、無次元時間刻み幅 $\Delta \tilde{t}$ は 3×10^{-4} とした。

5.6 有限差分法の結果と考察

5.6.1 解の格子依存性

図 5.10 は、重合格子を採用した場合の一樣流中にある円柱の抗力係数の時間平均値 C_D とストローハル数の逆数 $1/S_f$ とのレイノルズ数 Re の違いによる変化を示す。この時の計算領域の広さは、壁面境界を除いて図 5.9 と同じであるが、壁面境界は、円柱中心から下側に $5D$ の位置に境界を設け、その境界条件は次式に変更している。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \tilde{v} = 0, \quad \tilde{p} = 0 \quad (5.4)$$

重合格子を採用した場合の C_D は、第 4 章の図 4.17 の O 型格子 (Case5) で計算した場合に限りなく近い値が得られ、これにより重合格子における領域の広さ、境界条件に問題がないものとした。 C_D の減少が実験値よりも早い、この違いは格子の解像度不足と円柱からの離剪断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えられる。 $1/S_f$ は C_D と同様に Re の増加に対して実験値よりも早く減少することがわかる。比較的高いレイノルズ数 ($Re > 10^4$) における円柱まわりの流れの有限差分法による数値計算は、これまでのいくつかの報告^{(27), (52), (53)}で見られるが、実験値とのずれが大きくはっきりした原因がわからない。したがって、このままの格子条件で計算を進めることにし、この点については付録 2 で、円柱表面の圧力境界条件、計算領域の広さ、格子分割数について詳細に調べた。

5.6.2 壁面に近接する円柱まわりの流れ

間げき比 H/D を変化させて計算した無次元時間 $\tilde{t} = 60$ における流線を図 5.11 に示す。 $H/D = 0.5$ では壁面の影響を大きく受けることなく後流にカルマン渦が形成されていることがわかる。一方、 $H/D \leq 0.3$ では、壁面による影響で円柱上側からの離剪

断層が壁面に再付着してはく離泡が形成され、円柱からの渦の放出が抑制されていることがわかる。実験による可視化写真(図 5.1)との比較において、円柱直後での渦の挙動は本計算結果と良く一致していることがわかる。

また、図 5.12、5.13 に間げき比 H/D が 0.1 における渦放出周期のほぼ一周にわたる流線と等圧力線の時間変化を示した(図 5.14(b)○印参照)。ここで特徴的な点は、 $H/D=0.1$ の場合はもはやカルマン渦が形成されず、流れ方向に対する渦が生成されて、この対の渦は下流側へ流れていき壁面から離れていくことである。流れ方向に対する渦が生成される過程は、まず円柱上側からのはく離剪断層によって時計まわりの渦が生成され($\tilde{t}=54.0$)発達する($\tilde{t}=55.2$)、つぎに円柱下側からのはく離剪断層によって反時計まわりの小さな渦が生成される($\tilde{t}=56.4$)、さらに、この小さな渦は円柱上側のはく離剪断層と先に生成された時計まわりの渦によって発達し($\tilde{t}=57.6$)、円柱から離れて流れ方向に時計まわりと反時計まわりの渦が対になって流れ出すと説明できる。

壁面近傍にある円柱から十分に離れた場合の後流における流れの様相を実験で観察した例は見当たらないが、レイノルズ数が 130 と 636 での壁面近傍にある三角柱から放出される渦の挙動が亀本ら⁽³⁾によって観察されている。壁面は静止している場合と境界層が発達しないように移動している場合の双方の可視化写真が示されており、壁面が移動している場合の三角柱から放出されている渦の挙動が本計算結果と定性的に良く一致していることをここに述べておく。

また、図 5.13 の等圧力線図を見ると、淀み点が壁面側に移動し、円柱前方の壁面側全体の領域で流れが淀むためこの領域で圧力が高くなり、後で述べるように(図 5.16)揚力が発生している様子がわかる。さらに、円柱上側からのはく離剪断層が壁面に再付着して渦の進行方向に圧力の高くなるところがある(図 5.12 と図 5.13 の↑印)。このため、渦の放出が抑制され、渦が下流に流れるにしたがって壁面から離れていく様子がわかる。

図 5.14 は、間げき比 H/D が 0.5 と 0.1 の場合の抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の時間変化を示したものである。 $H/D=0.5$ の場合、 $\tilde{t} \geq 5$ で C_D 、 C_L 共に周期的に安定して変動し、 C_D の周期は C_L の 2 倍であることがわかる。 $H/D=0.1$ の場合、 C_L の周期は $H/D=0.5$ の場合よりも長くなり、 C_D の周期は C_L とほぼ等しくなる。 C_D の周期が C_L の周期と一致するのは、カルマン渦の発生による円柱上側と下側からの周期的なはく離が起こらず、流れ方向に対する渦の放出周期を示すためである。 H/D の違いに対する抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の振動周期を見るために図 5.15 に C_D 、 C_L の時間変動を周波数解析したスペクトル分布を示す。 H/D が 0.5 と 0.3 においては、カルマン渦が発生しているため C_D の S_i 数は C_L の S_i 数の倍の S_i 数にピーク値が現れるが、 H/D が 0.2 の場合、 C_D の S_i 数は、 C_L の S_i 数とその倍の S_i 数にピーク値が見られる。さらに、 $H/D=0.1$ においては、 C_D のピーク値は C_L と等しい S_i 数にのみ現れる。このように、壁面の近接により $H/D=0.2$ では、カルマン渦が崩壊して流れ方向に対する渦が発生し始め、

$H/D=0.1$ ではカルマン渦が完全に崩壊し、流れ方向に對の渦のみが現れるためであることがわかる。また、 H/D が小さくなるほど C_L の S_f は小さな値を取り、壁面の近接により C_L の振動周期が長くなって渦の発生が抑制されていることがわかる。実験においても H/D が 0.3 よりも小さくなると壁面の近接によって渦の発生が抑制されており (表 5.1)、計算結果は定性的に実験結果に良く一致している。この渦放出の抑制は、図 5.13 で述べたように円柱上側からのはく離剪断層が壁面に再付着して渦の進行方向に圧力の高くなるところがあるからである。

図 5.16 は、 C_L の時間変化を無次元時間 $\tilde{t}=30\sim60$ の間で平均した値 C_L と図 5.4 の実験結果を示したものである。実験結果は、境界層吸引法とムービングベルト法により壁面境界層を取り除いたものであり、計算の境界条件と同じ条件である。計算結果は実験結果よりもやや高い値を示すが、 H/D が小さくなると C_L が徐々に増加していき、実験値と定性的に良く一致することがわかる。

5.7 まとめ

ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上の境界層を取り除いた場合の壁面に近接する円柱まわりの流れを調べて次の結論を得た。

1. スモークワイヤー法による可視化実験と熱線流速計による周波数解析により、境界層がない場合の渦放出抑制の様子を捕らえた。
2. 壁面を主流と同じ速度で移動させて乱流境界層を取り除いても、円柱からの渦放出の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ は 0.3 であり、従来の乱流境界層がある場合の結果と同様である。
3. 従来報告されている壁面上に発達する乱流境界層が最も薄い場合 ($\delta/D=0.23$) の円柱に及ぼす流体力と比較した場合、 H/D が 0.1 以下のときに流体力に及ぼす境界層の影響が大きい。

また、本章では第一段階としてポテンシャル流れを仮定した鏡像法を用いる渦法による流れの数値計算を行った。その結果、フローパターンやはく離位置は実験結果と定性的に良く一致したが、間げき比 $H/D \leq 0.3$ ではブロック効果による流体力の評価が十分にシミュレートできなかった。

次に、円柱まわりの流れの数値解析法に有限差分法を採用し、壁面上に境界層がない場合の壁面に近接する円柱まわりの数値解析を従来の実験結果と比較した。その結果、定性的な流れ場が計算により再現されたので以下にまとめる。

4. 高レイノルズ数における壁面に近接する円柱まわりの非圧縮性粘性流れの有限差分法による直接シミュレーションを試みたが、領域分割法の採用により円柱が壁面に極めて近づいた場合の計算が可能となった。
5. 円柱が壁面に近づいた場合、 H/D が0.3以下で円柱上側からのはく離剪断層が壁面上に付着してはく離泡が形成される。
6. さらに、 H/D が0.3よりも小さくなるとカルマン渦が崩壊して流れ方向に對の渦が発生する。この渦は、はく離剪断層の壁面への再付着による圧力の上昇で円柱からの放出が抑制され、下流側に行くに従って壁面から離れていく。この渦放出の抑制は実験値と定性的に良く一致する。
7. 円柱が壁面に近づくに従って、円柱前方の壁面側全体の領域で流れが淀むためこの領域で圧力が高くなって揚力が発生し、実験値と定性的に良く一致した。

有限差分法による計算では、実験値と定性的に一致するものの定量的に一致しなかったが、これは格子解像度の不足と、円柱からのはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。比較的高いレイノルズ数で一様流中におかれた円柱まわりの有限差分法による計算でさえも、その計算結果は不安定でいくつかの課題が残っているものと思われる。格子数を増やして定量的な評価ができる計算を行うことが今後の課題である。

(a) $H/D=0.5$ (b) $H/D=0.3$ (c) $H/D=0.2$ (d) $H/D=0.1$ 

図 5.1 可視化写真($Re=3.3 \times 10^4$, $\alpha=0$, $V_B^*=1$)

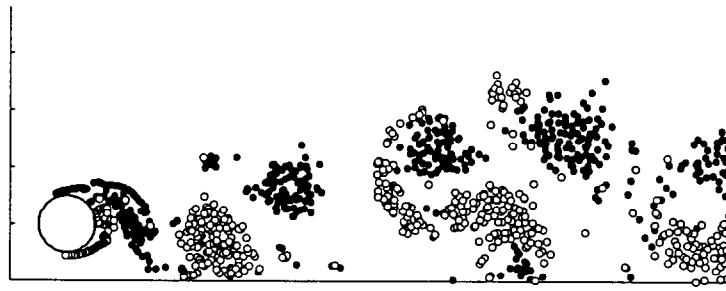
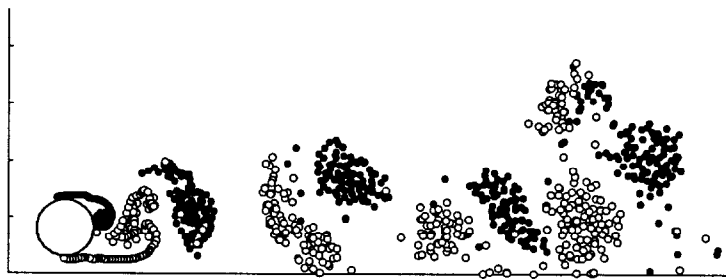
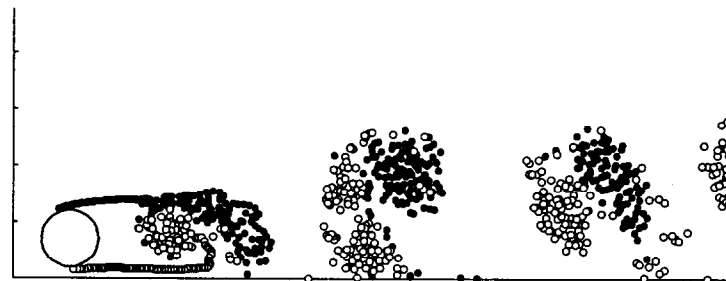
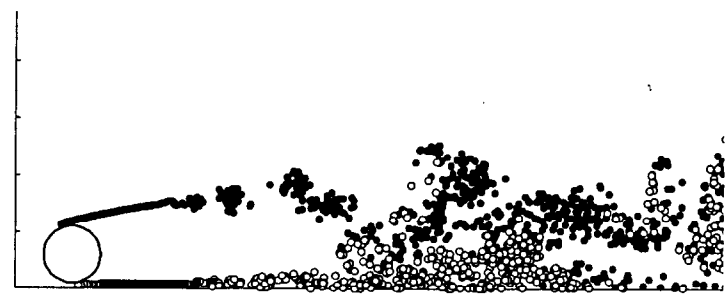
(a) $H/D = 0.5$ (b) $H/D = 0.3$ (c) $H/D = 0.2$ (d) $H/D = 0.1$

図 5.2 フローパターン ($Re = 7 \times 10^4$, $\alpha = 0$, $U_\infty t / D = 80$)

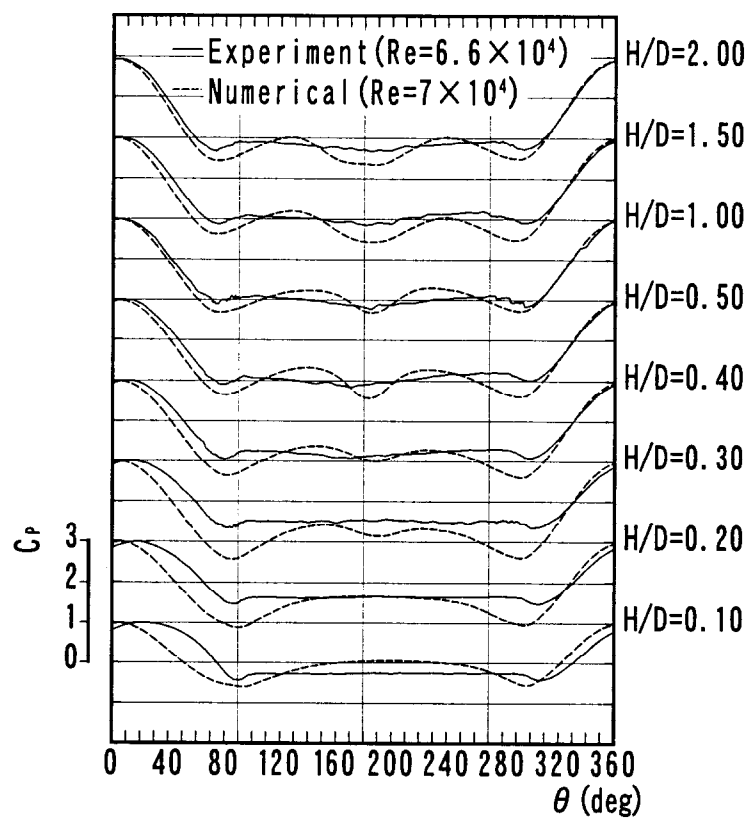


図 5.3 表面圧力分布($\alpha=0$, $V_B^*=1$)

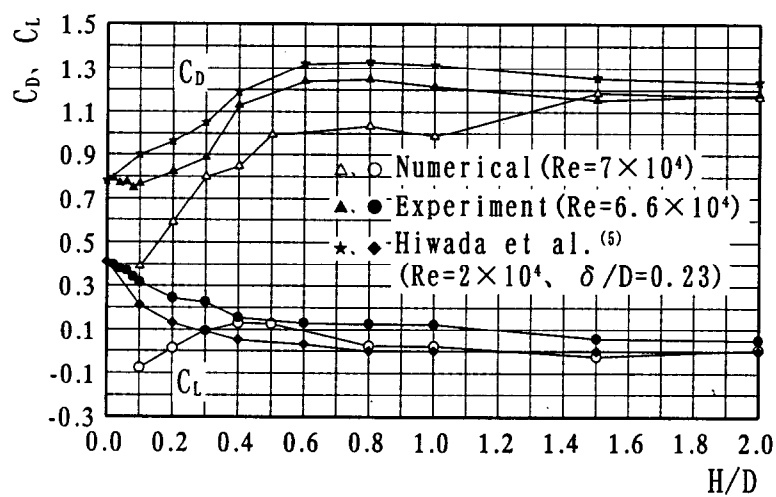


図 5.4 間げき比の変化に対する揚力・抗力係数の変化
($\alpha=0$, $V_B^*=1$)

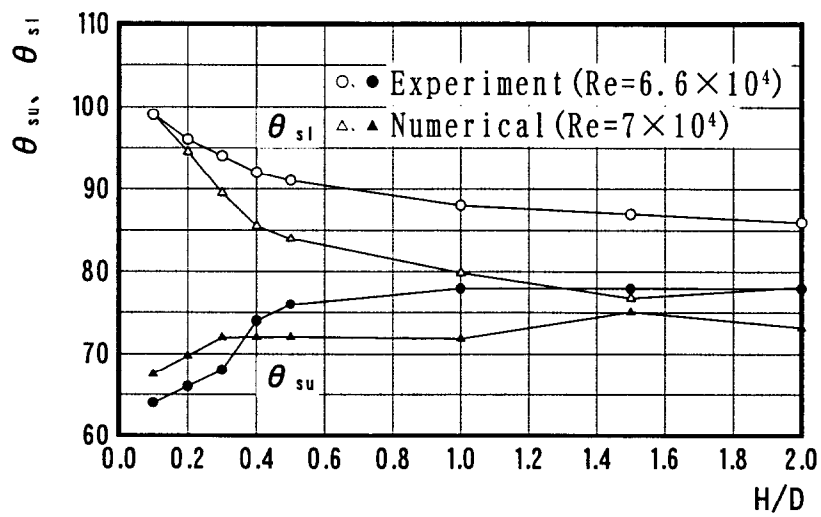


図 5.5 間げき比の変化に対するはく離位置の値
($\alpha=0$, $V_B^*=1$)

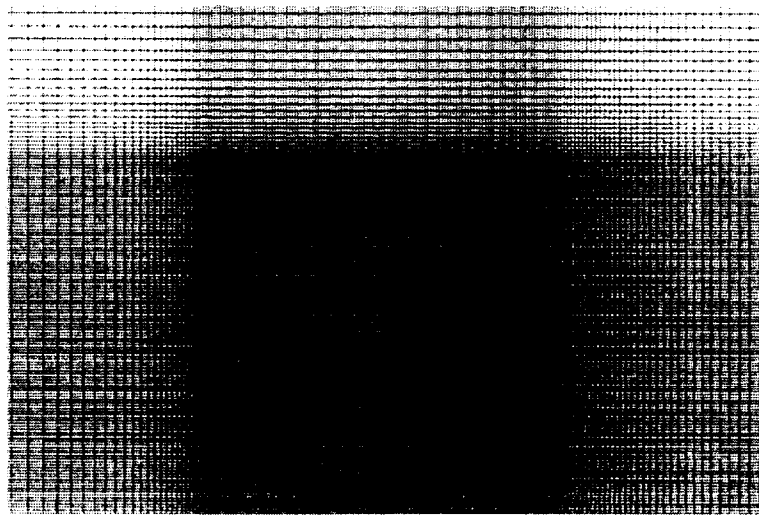
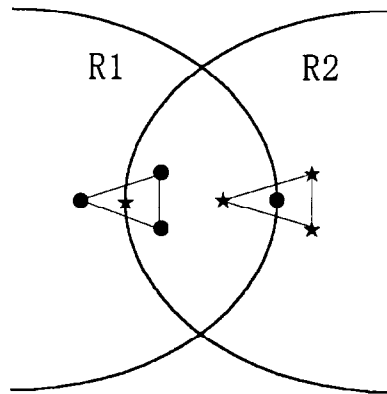
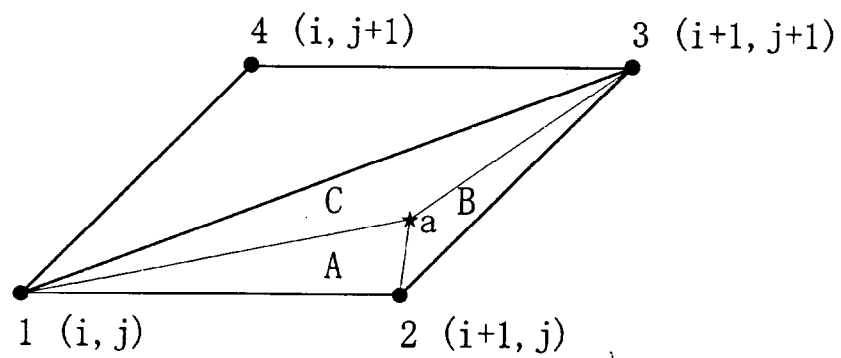


図 5.6 計算格子($H/D=0.1$)



(a) オーバーラップによる接続



(b) 補間点の探し方

図 5.7 領域分割法による計算領域の接続

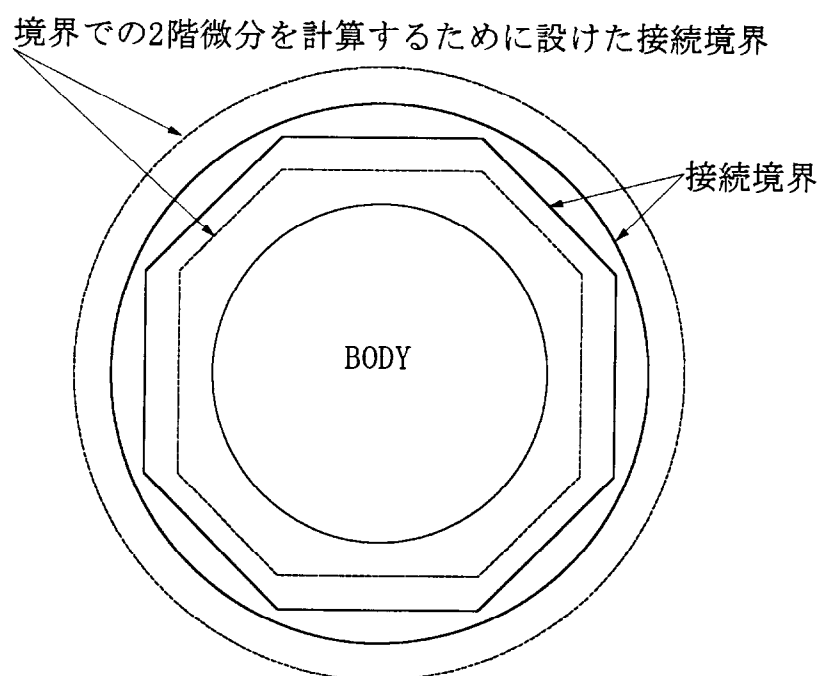


図 5.8 境界での 2 階微分の計算

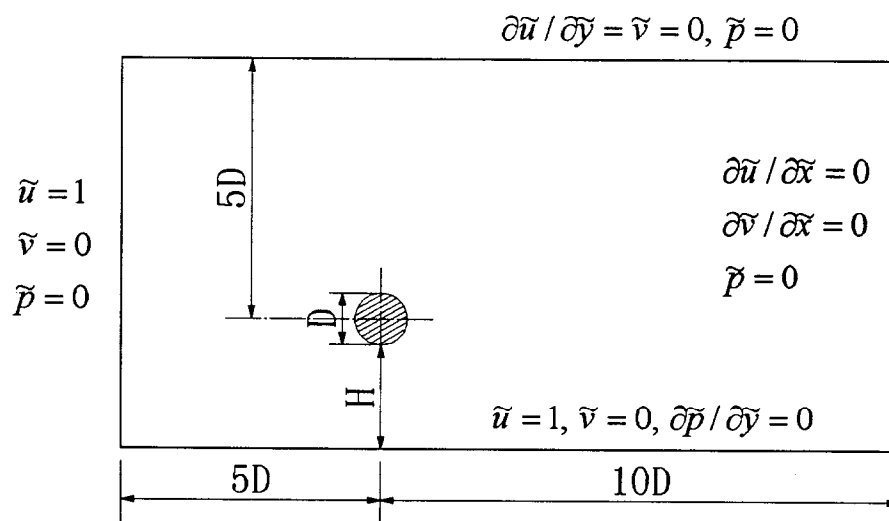
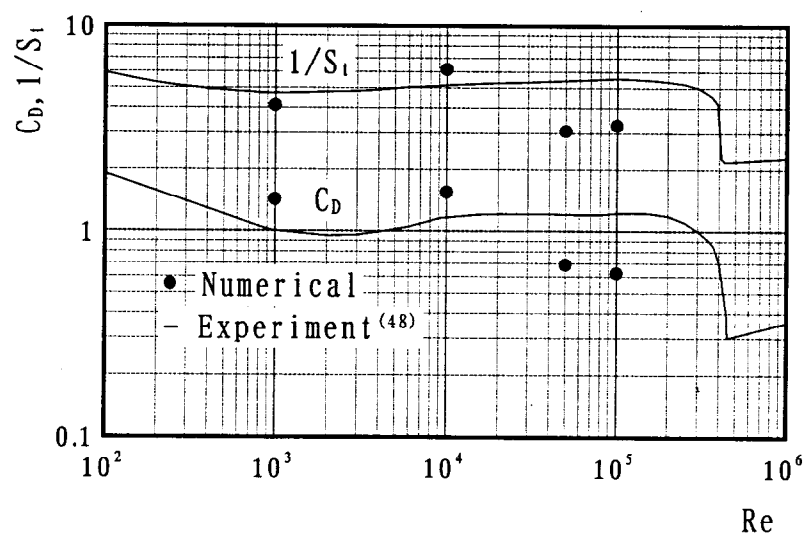


図 5.9 計算領域と境界条件

図 5.10 レイノルズ数の変化に対する抗力係数とストローハル数の逆数の値
($H/D = \infty$, $\alpha = 0$)

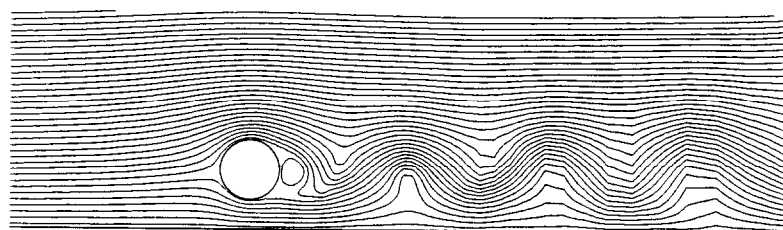
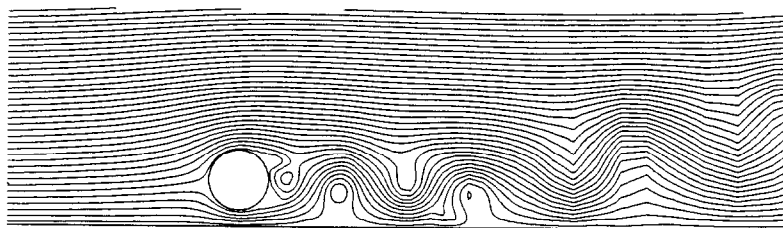
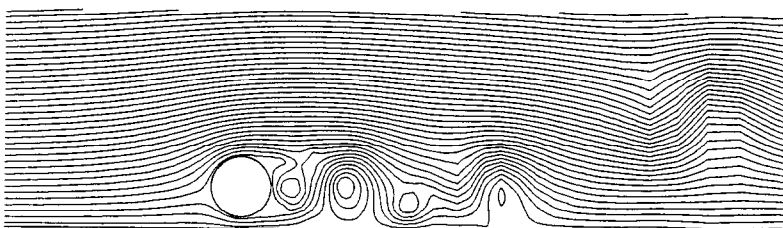
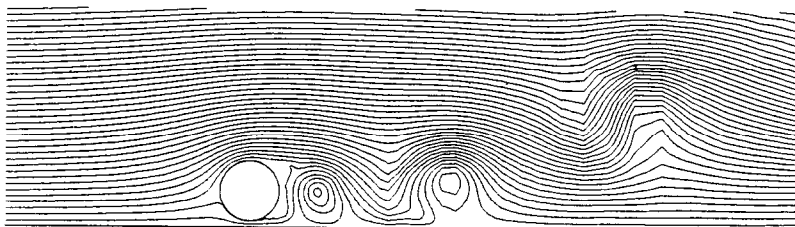
(a) $H/D = 0.5$ (b) $H/D = 0.3$ (c) $H/D = 0.2$ (d) $H/D = 0.1$

図 5.11 流線 ($\tilde{t} = 60$, $Re = 5 \times 10^4$, $\alpha = 0$, $V_B^* = 1$)

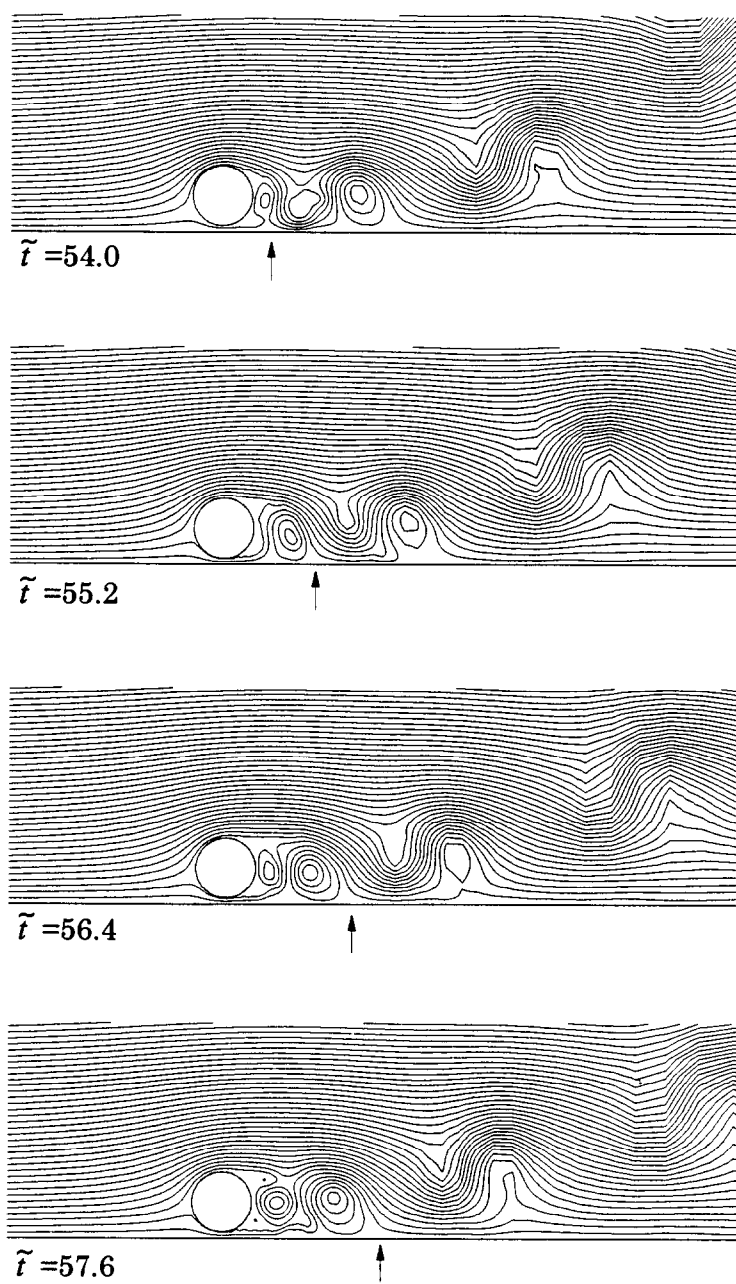


図 5.12 流線 ($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = 0.1$, $\alpha = 0$, $V_B^* = 1$)

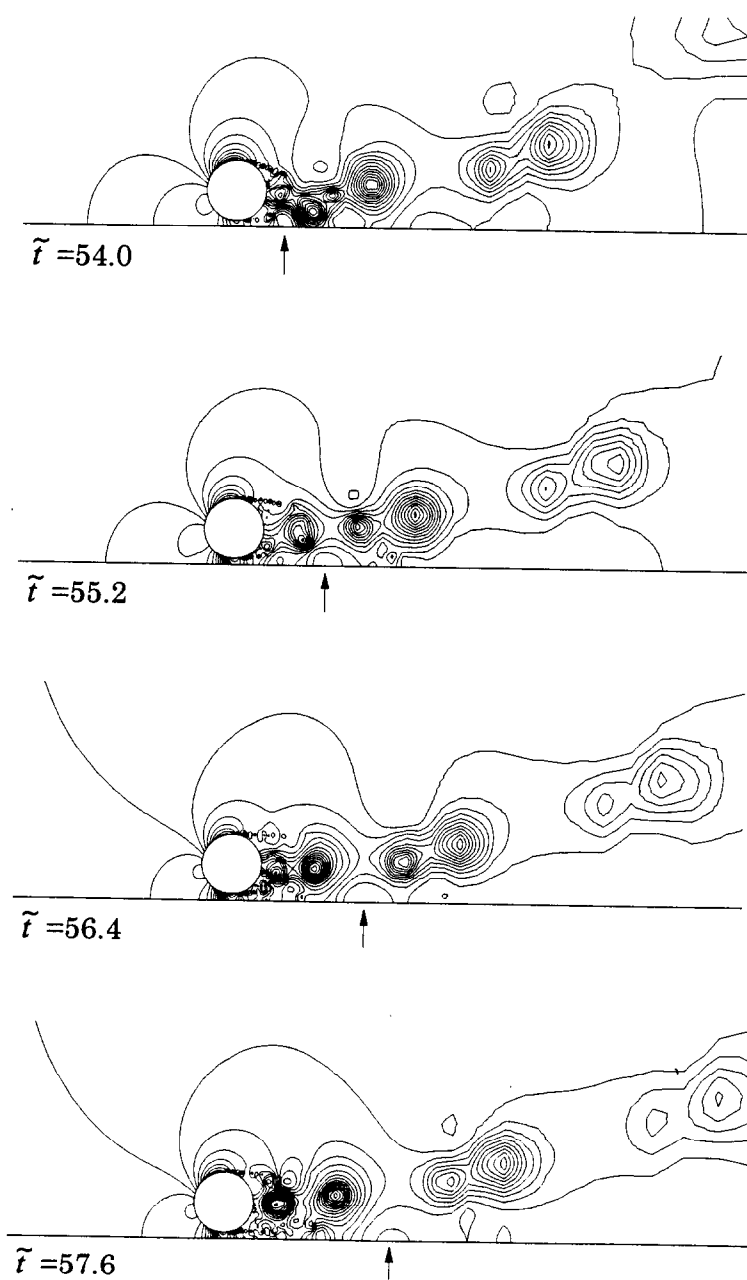
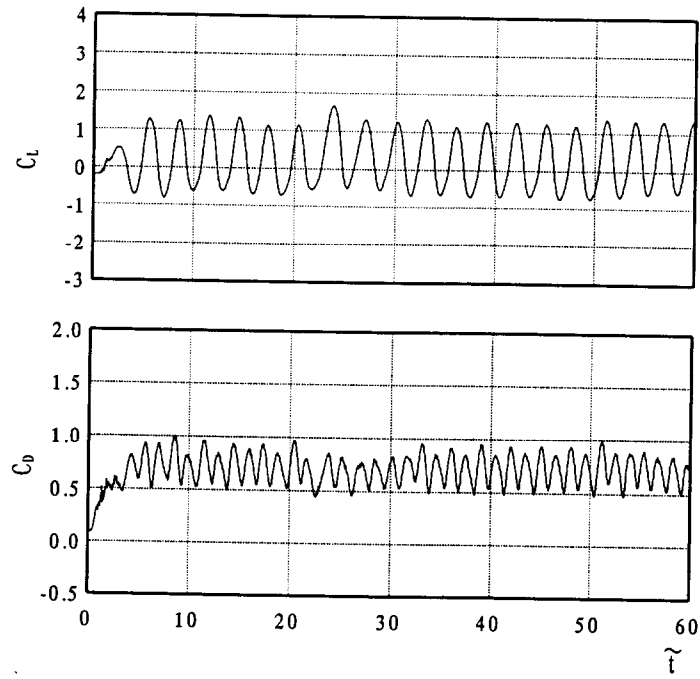
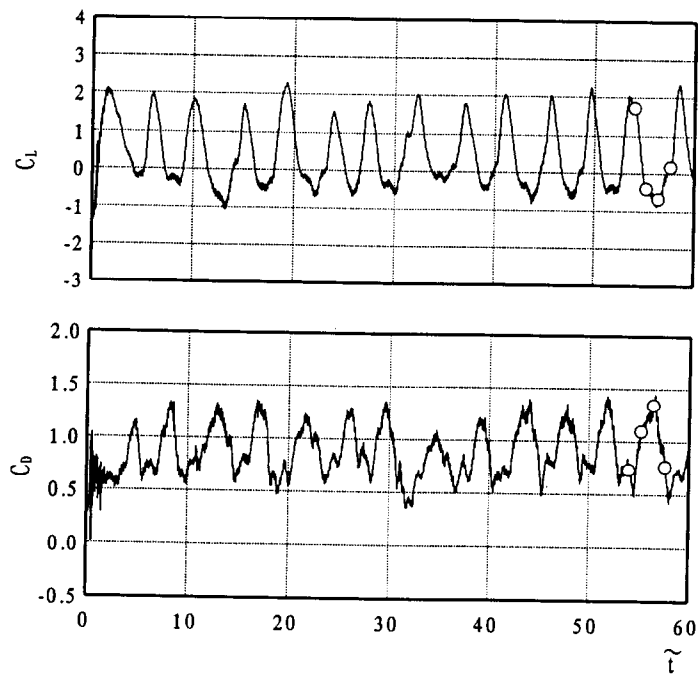


図 5.13 等圧力線図 ($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = 0.1$, $\alpha = 0$, $V_B^* = 1$)

(a) $H/D = 0.5$ (b) $H/D = 0.1$ 図 5.14 揚力係数と抗力係数の時間変化 ($Re = 5 \times 10^4$, $\alpha = 0$, $V_B^* = 1$)

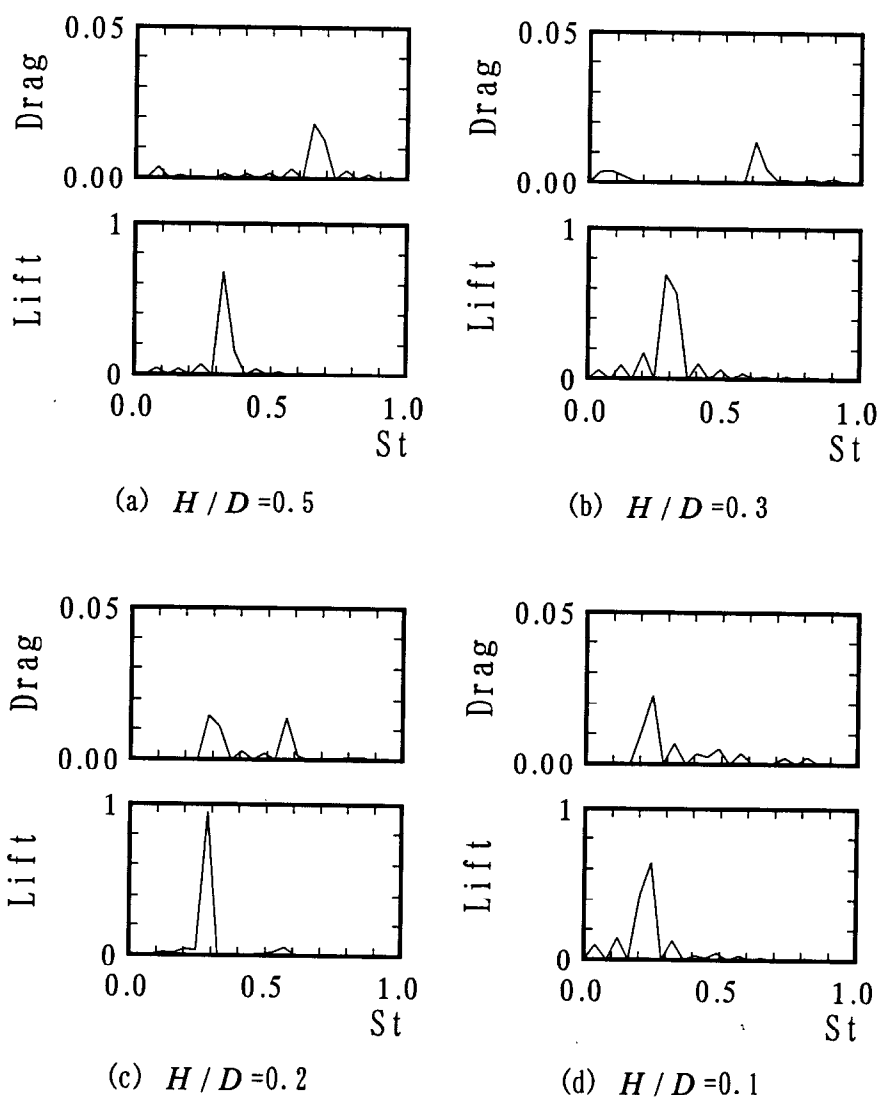


図 5.15 揚力・抗力係数のスペクトル分布 ($Re = 5 \times 10^4$, $\alpha = 0$, $V_B^* = 1$)

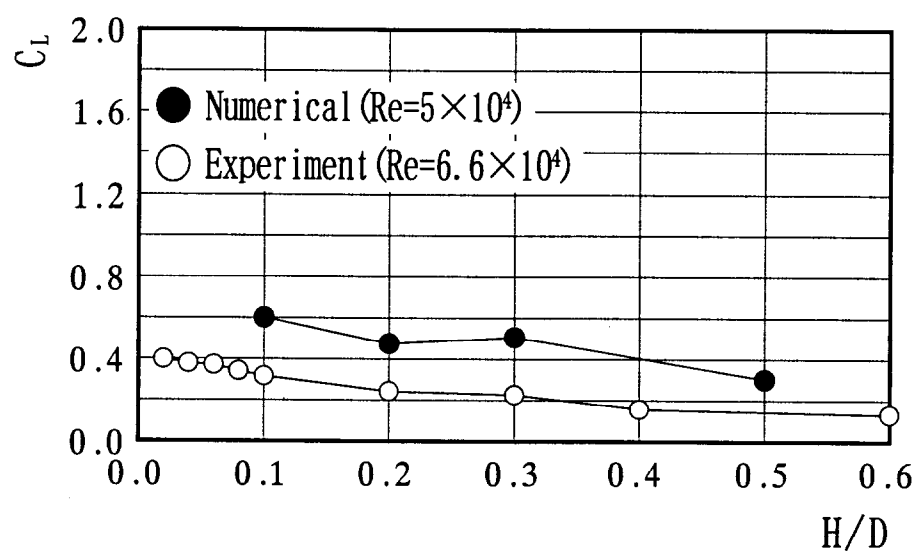


図 5.16 間げき比の変化に対する揚力係数の変化 ($\alpha=0$, $V_B^*=1$)

第 6 章

回転する円柱のマグヌス効果におよぼす壁面の影響とスイッチング現象

6.1 はじめに

一様流中におかれた円柱が回転する場合、円柱には揚力が働くことがマグヌス効果としてよく知られている。回転円柱に関する研究はこれまで数多く行われているが、Swanson⁽¹²⁾は臨界レイノルズ数付近において、周速比をパラメータとして揚力の変化を測定している。それによると、円柱に働く揚力は回転数の小さい範囲で回転数の増加とともに単調に増加し、さらに回転数が大きくなると、あるところで負の揚力が発生する。この揚力の変化の要因としてSwansonは、増速側の境界層と減速側の境界層の層流から乱流への非対称な遷移を示唆している。田中ら⁽¹³⁾はさらに後流のフローパターンの変化、境界層の遷移の様相などを詳細に調べている。

円柱における揚力の発生は、円柱の回転以外でも起こり、例えば、静止円柱が一様せん断流中や壁面噴流中におかれた場合には、主流の速度勾配が円柱まわりの圧力分布を非対称にすることにより揚力が発生する事が報告⁽⁶²⁾されている。また、地面などの移動する壁面に近接した場合にも地面効果により揚力が発生する事が知られている。しかし、筆者の知る限りにおいて、マグヌス効果に及ぼす壁面の影響に関する研究はみあたらない。

本章では、壁面に近接する鈍い物体まわりの流れに関する基礎的な研究として、回転円柱が壁面に近づいていくときにマグヌス効果がどのように変化するのかを調べた。その方法は、円柱と壁面との間隔をパラメータとし、回転円柱の表面圧力分布を測定することにより揚力を求める。また、境界面となる壁面は、静止壁面、主流方向に移動する壁面の2種類の境界条件についても検討している。その結果、回転円柱が壁面に近づいたあるところで、回転円柱まわりの流れにスイッチングが生ずることが明らかとなった。こうした流れの安定、不安定問題は、振動や騒音などに関連して多くの研究がなされて

いるが、その中でも、流れのスイッチング現象に関連する問題としては、五十嵐らの H-II ロケットをモデル化した近接異径3本円柱まわりの流れ^{(63), (64), (37)}の研究が挙げられる。それによると、ある条件のときに、小円柱と大円柱のすき間を流れる流れが間欠的に大円柱に付着し、揚力が増減（振動）することが報告されている。

本章は、回転円柱が壁面に近づいていく場合の揚力の変化について調べるが、壁面の境界条件の違いと、回転円柱に発生するスイッチング現象の発生条件を詳細に調べ、さらに負のマグヌス効果⁽¹²⁾との相違、レイノルズ数による影響を明らかにすることを目的としている。

6.2 マグヌス効果におよぼす壁面の影響

6.2.1 実験装置と方法

実験装置と方法の詳細は第2章で詳しく述べたので、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は、600×600mmの正方形断面をもつブローダウン型低速風洞で、主流速度範囲2~12m/s、乱れ強さは主流流速 U_∞ が10m/sのときで約0.7%である。吹き出し口からの流路底面には、境界面としてベルト幅550mmのムービングベルト装置を設置した(図2.1)。ベルトを駆動、停止することで境界条件を変える。主流流速 U_∞ が10m/sのときでベルトが静止したときの境界層は円柱直下($x=0$)で乱流境界層となっており、厚さ δ は約16mmである。また、ベルトを主流速度と同じ速度で移動させたとき($V_b^*=1$)の境界層排除厚さ δ^* は約1.5mmである。円柱(直径 D)は $\phi 100 \times 550$ mmの亚克力製で吹き出し口から下流550mmの位置で支柱に固定した。支柱は上下方向に移動できて円柱とベルトとの間隔(H)を0~200mmの範囲で自由に変えられる。円柱は支柱まわりに回転することができ、回転数は0~2000rpmとした。円柱(流路)の両側面は二次元性を保持するために亚克力板が取り付けられている。ただし、上方は熱線プローブを入れる都合から開放してある。

円柱表面の圧力測定には、半導体型圧力トランスデューサ(ENDEVCO : 8510B-5)を用い、主流静圧との差圧測定とした。本実験では、データの扱い易さ等を考慮し、測定時の角度分解能を1度、アンサンブル平均回数を80回とした。円柱まわりの流れ場の測定には熱線流速計(KANOMAX:7202)を用い、X型プローブを使用した。

6.2.2 実験結果と考察

(1) 壁面に近づいていくときの揚力の変化

図6.1に間げき比 H/D の変化に対する揚力係数 C_L の値を示す。この場合の回転方向を負回転と定義する。壁面は静止($V_B^*=0$)させている。 H/D が小さくなるにしたがい、 C_L 値はなだらかに増加し、壁面に近接することによるブロック効果を確認された。図6.2に代表的な H/D での表面圧力分布を示す。この場合、 H/D の変化による、はく離点の移動は起こらず、揚力の増加には、 $H/D=0.01$ の圧力分布に見られるように、 θ が約 $30^\circ \sim 90^\circ$ までの静圧の増加が大きく影響している。これは、円柱と壁面との隙間が狭くなるために流れがせき止められ、淀むためである。

(2) 静止壁面で正回転の場合

図6.3に間げき比 H/D に対する揚力係数 C_L の変化を正回転($\alpha=+1$)、静止壁面($V_B^*=0$)について示す。全体的な傾向としては、図6.1の負回転($\alpha=-1$)の場合と同様に C_L が増加するが、 H/D が0.15付近においては突然 C_L が小さくなる。代表的な H/D での表面圧力分布を図6.4に示す。 $H/D \geq 0.16$ では、はく離点の移動に変化はなく、 C_L の増加の原因は負回転($\alpha=-1$)の場合と同様である。しかし、 H/D が0.15付近において突然揚力は小さくなる。このときの表面圧力分布(破線)をみると、明確なはく離点(円柱下部での)の位置が判断できない分布形をしている。さらに、 H/D が小さくなると、およそ $30^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲の静圧が著しく増加し、その結果 C_L が増加する。突然 C_L が減少する H/D を0.15付近と記したのは、この C_L の減少が起こる H/D は実験ごとにやや異なっており、不安定な現象であると思われるからで、主流速度 U_∞ 、円柱の周速比 α 、 H/D などのパラメータがある条件に達すると圧力分布が突然変化する、スイッチング現象であると思われる。実際、 H/D が0.15の前後で、 U_∞ 、 α 、などを変化させることで、人為的に表面圧力分布を変化させることが可能であることを確認している。この表面圧力分布の変化は円柱下部の流れの変化と対応している。図6.5に H/D が0.17と0.15における円柱下部の速度ベクトルを示す。図6.5(a)の $H/D=0.17$ では、流れは円柱からはく離し壁面に沿って流れているが、図6.5(b)の $H/D=0.15$ では、円柱に引きずられて円柱に沿って上方に流れていることがわかる。この流れの変化が円柱上部のはく離位置の変化と対応しており、さらに、円柱上部の静圧の増加と、その結果としての C_L の突然の減少とが対応しているものと思われる。

(3) 移動壁面で正回転の場合

図6.6に間げき比 H/D の変化に対する揚力係数 C_L の値を、正回転($\alpha=+1$)、移動壁面($V_B^*=1$)について示す。代表的な H/D での圧力分布を図6.7に示す。図6.3の静止壁面($V_B^*=0$)場合と同様に H/D があるところになると突然 C_L が減少している。

$H/D=0.1$ 付近では C_L が増減をくり返していることから、このスイッチング現象の不安定さがうかがえる。図6.8に速度ベクトルを示す。 $H/D=0.11$ と $H/D=0.08$ における圧力分布の分布形の違いは、図6.5の静止壁面($V_B^*=0$)の場合と同様で、流れが円柱側に沿うか壁面側に沿うかの違いであることが分かる。この測定条件では、スイッチングを引き起こすパラメータとして壁面の移動速度が加わり、現象はより複雑である。

このスイッチング現象は、起こり始めの条件は不安定で実験ごとに H/D が異なるが、一度流れが円柱側にスイッチしてしまうと円柱の周速度等を変化させても、圧力分布はスイッチした状態の分布形を安定して維持する。流れがスイッチすると、その事により回転円柱まわりの静圧分布が変化し(速度ベクトルより判断。円柱下部の流れが円柱側にスイッチすると、壁面側の速度が著しく減少し、その結果、壁面側の静圧は大きくなっていると思われる。)、流れはその圧力勾配に逆らえなくなり、安定して円柱側に沿って流れるものと思われる。また、流れが円柱側にスイッチした場合、 C_L 値は H/D に対して、別の一つの直線に沿って変化している点も興味深い。これらのスイッチング現象のメカニズムを6.3で詳細に調べている。

(4) 移動壁面で負回転の場合

図6.9に H/D の変化に対する揚力係数 C_L の値を、負回転($\alpha=-1$)、移動壁面($V_B^*=1$)について示す。図6.1の静止壁面($V_B^*=0$)の場合と同様に H/D が小さくなるにつれて、 C_L 値はなだらかに増加する。図6.6の正回転($\alpha=+1$)のときにみられた C_L の急激な減少はみられない。この状態は、いわば地表付近を運動する翼に相当し、この結果により、よく知られているように、地表(水面)付近を飛行する航空機には地面効果により大きな揚力が働くことがわかる。

6.3 スイッチング現象の移行条件

6.3.1 実験装置と方法

実験装置と方法の詳細は第2章で詳しく述べたので、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は600×600mmの吹き出し口をもつブローダウン型で、乱れ強さは主流流速 U_0 が10m/sのときで約0.7%である。回転円柱に近接する壁面としてムービングベルト装置(ベルト幅550mm)を設置した。ベルトを駆動、停止することで境界条件を変える。主流流速 U_0 が10m/sのとき、壁面が静止している場合の境界層は円柱直下($x=0$)の位置で乱流境界層となっており、厚さは約16.0mmである。円柱モデルはφ100×550mmの亚克力製で、吹き出し口の下流550mmの位置に回転駆動部と共に支柱に固定した。支柱は上下方向に移動できて円柱とベルトとの間隔を0~200mmの範囲で変えられる。

円柱表面の圧力測定には半導体型圧力変換器(ENDEVCO : 8510B-5)を使用し、主流静圧との差圧測定とした。円柱まわりの速度ベクトルの測定には熱線流速計(KANOMAX : 7201)を用い、X型プローブを使用した。

スイッチング現象における移行条件を調べるにあたり、スイッチングしたか、しないかの判断には熱線流速計を用い、円柱下部の速度ベクトルを測定することで行った。熱線流速計のプローブは、スイッチングの前後で流れの角度変化が著しい位置に設置され($x=30\text{mm}$, $y=H+2\text{mm}$)、 V_0 を連続的に変化させながら流れの角度の時間変化を測定した。その場合、円柱一回転につき1パルスの信号が光電スイッチより得られるので(パルスの信号と、熱線の信号は同期している)、スイッチングした時の円柱周速度 V_0 の測定は、流れの角度 β が変化する直前のパルスとその次のパルスとの時間間隔より計算した(図6.10のimpulse waveの Δt)。サンプリングタイム800 μs 時の周速度の分解能は、 V_0 が10m/sの時で約0.025m/sである。測定時間は約15秒間で、この間に円柱の周速度を0~11m/sの範囲でゆっくりと加速、または減速を行う。壁面側に流れが沿っていれば角度は数°~十数°であるが、円柱側にスイッチすると流れの角度は数十°と変化する。ここで注意すべき点は円柱の角加速度の影響であるが、実験時はなるべくゆっくりと V_0 を変化させ、 α に関しては準定常的とみなした。さらに、測定中はオシロスコープで円柱表面圧力分布の波形を観察し、確実にスイッチングしたかどうか確認した。

6.3.2 実験結果と考察

(1) スイッチング現象の移行条件

本章では、これまで円柱下部の流れにスイッチングが生じることと、その結果として揚力が著しく減少することを示した。本節より以降ではこのスイッチング現象の移行条件について考察する。

移行条件を左右するパラメータとして考えられるものは、円柱の周速比 α 、間げき比 H/D 、レイノルズ数 Re 、円柱直下における境界層厚さ δ などが考えられる。これらのパラメータの中で、とりあえず α と H/D とを変化させ、スイッチングが起こる条件を調べることにした。 α の定義より、 α を変化させるには U_∞ か V_0 を変えればよいが、 Re 数を一定(U_∞ 一定、 $Re=6.6 \times 10^4$)とするため、 V_0 を変えることで α を変化させた。

レイノルズ数 Re に含まれるパラメータを適切に選定することは、流体现象を理解する上で重要なことである。円柱直下($x=0$)での境界層厚さ δ が円柱直径 D よりも大きい場合、代表速度、代表長さを適切に選定する必要があると思われるが、本研究の場合、境界層厚さ δ は16mmで円柱直径 D (=100mm)に比べると小さいので、代表長さは円柱直径 D 、代表速度は主流流速 U_∞ とすることにした。

実験方法のところで述べた速度ベクトルの角度変化の測定例を図6.10に示す。これは円柱がゆっくりと加速中のもので、流れが円柱側にスイッチングした部分だけを示している。スイッチングに要する時間はわずか、0.1~0.2秒である。実験方法のところで述べたが、 V_0 を連続して変化させているので角加速度の影響が心配されるが、 V_0 をゆっくりと変化させ準定常的とみなしている。また、速度ベクトルの角度 β は、時間に対し一定ではなく、ばらつきを持っているが、これは円柱からの渦放出などによるものと思われる。

間げき比 H/D を順次変化させながら図6.10に示した測定を繰り返し(周速比 α を準定常的に増加又は減少)、壁面側から円柱側、円柱側から壁面側へのスイッチングが発生する α の値を調べた。その結果を図6.11に示す。

図中●印と○印は、熱線流速計による測定点である。領域ⅠとⅡ、ⅡとⅢの境界線は、詳細に H/D を変化させながら圧力分布の変化(スイッチング)が起こらなくなるところを、オシロスコープで確認して得たものである。また領域Ⅱ中の α に対する境界線は、測定点を最小自乗近似したものでそれぞれ二次、一次近似である。それぞれの H/D に対して何回か測定しているが、 α は比較的安定して得られる。しかし、 H/D に関しては、装置の精度もあるが、 α よりも条件としてはきびしく、ここで得られたⅠとⅡ、ⅡとⅢの境界は H/D に対してある幅を持った値と考えている。

ここで領域の違いを説明すると、

- I : スイッチング現象は起こらない。
- II-1 : 壁面側に安定して流れる。
- II-2 : 双安定領域。
- II-3 : 円柱側に安定して流れる。
- III : スイッチング現象は起こらない。

領域 I は、熱線が壁面上の境界層内に位置してしまい判別が困難であった。注目すべき点は領域 II で、 α に対して圧力分布 (揚力 C_L) がヒステリシスを持つことである。つまり、II-1 領域から徐々に α を大きくしていくと (円柱の回転が速くなる)、II-2 領域の上限の境界 (図 6.11 の一次近似直線) を越えたときに初めて流れ場にスイッチングが起こり、流れは円柱側に沿って流れるようになる。その結果として、 C_L が減少する。次にこの状態から徐々に α を小さくしていくと、II-2 領域の下限の境界 (図 6.11 の二次近似曲線) を下回ったときに円柱から流れがはがれ壁面に沿って流れる。つまり、II-2 領域は初期条件によって、II-1 領域、II-3 領域の二つの状態が存在する。この II-2 領域のことを本論文では双安定領域と呼ぶことにする。

(2) 周速比の影響について

図 6.11 を得るために周速比 $\alpha (V_o/U_\infty)$ を 0 から 1.2 の広い範囲で変化させている。このことは、回転円柱が本質的に持っているマグヌス効果 (特に負のマグヌス効果) の影響をも強く含んでくることを意味し、スイッチングによる揚力の減少と、マグヌス効果の影響とを分離して考えることが困難になってくる。そこで、間げき比 H/D が 0.40、0.10 の 2 か所で、 α を小刻みに変化させて、圧力分布を測定した (α は連続的ではなく、ステップ状に変化させ、定常状態で測定した)。その結果を図 6.12 ($H/D=0.40$)、図 6.13 ($H/D=0.10$) に示す。

$H/D=0.40$ では、図 6.11 の領域 III にあたるのでスイッチングは起こらず、 α を増減させても、分布形は α に対して基本的には同一の形をとる。一方、 $H/D=0.10$ では、図 6.11 の領域 II にあたるのでスイッチングが起こり、 α を 0.4, 0.5...1.0...0.5, 0.4 と増減させたときに (図中の矢印方向の増減)、スイッチング前後で 2 種類の分布形が存在することが確認できた。さらにヒステリシスの存在により、同一の α に対して 2 種類の分布形をとることがわかる ($\alpha=0.7$ と 0.8)。これらの圧力分布を積分することで

求めた揚力係数 C_L の α に対する変化を図 6.14 に示す。図中の実線は Swanson⁽¹²⁾ による風洞実験で、レイノルズ数 $Re = 6.07 \times 10^4$ 、 H/D は無限大である。 α が 0.6 の付近に現れる極大値はいわゆる負のマグヌス効果で、本研究の記号法ではマイナスに働いていた揚力を打ち消す方向に作用する。●印は H/D が 0.40 のもので、Swanson の値と比較して、プラス側にシフトしているが、これはブロッケー効果によるものである。またこの $H/D = 0.4$ では図 6.11 の領域Ⅲに相当し、この場合スイッチングは起こらない。○印は H/D が 0.10 のもので、図 6.11 の領域Ⅱに相当し、スイッチングが起こる。その結果、 α をステップ状に増減させたときの C_L にヒステリシスがみられる。この Re 数では負のマグヌス効果が起こる α とスイッチングが起こる α が異なっていて、図 6.14 をみても明らかなように、それぞれの効果が分離した形として現れている。

レイノルズ数 Re を変化させたときに、負のマグヌス効果とスイッチング現象が起こる周速比 α が同じ範囲となり、互いに影響を及ぼすことが予想される。しかし、それぞれの効果が揚力に及ぼす影響は、反対方向であることから容易に判別ができると思われる(負のマグヌス効果の場合、循環によって生じる揚力を打ち消す方向。スイッチング現象の場合、循環によって生じる揚力を助長する方向)。これまでの結果より、負のマグヌス効果とスイッチング現象とは本質的に全く異なる現象であり、それぞれの効果は独立して現れることがわかった。

(3) レイノルズ数の影響について

これらのスイッチング現象がレイノルズ数 Re によってどのように変化するのか興味深い。そこで Re が 3.3×10^4 の場合 ($U_\infty = 5\text{m/s}$) について、スイッチング現象における移行条件を調べた。その結果を図 6.15 に示す。ここで、改めて領域の違いを説明すると、

- I : スイッチング現象は起こらない。
- II-1 : 壁面側に安定して流れる。
- II-2 : 双安定領域。
- II-3 : 円柱側に安定して流れる。
- II* : スイッチング現象はあるが、明確なヒステリシスは認められない
- III : スイッチング現象は起こらない。

$Re = 6.6 \times 10^4$ の場合と比較して大きく異なるのは II* 領域の出現である。そのほかの領域 I、II、III は図 6.11 と同様である。II* 領域は II 領域のように周速比に対して圧力

分布がヒステリシスを持たないが、ある周速比のときに分布形が変異する。また、Ⅱ領域とⅡ*領域との境界となる H/D の値は明確でなく、Ⅱ領域からⅡ*領域へと緩慢に変化するものと思われる。Ⅱ領域中においても、周速比の変化によるスイッチング現象は緩慢であり、スイッチングに要する時間(壁面から流れがはがれてから、円柱に安定して流れが沿うまでの時間)は1.5秒～2.5秒と、 Re が 6.6×10^4 の場合の10倍以上である。ここで得られた結果には角加速度の影響なども含んでいると思われる。しかし、スイッチング現象における移行条件を調べた本実験では、角加速度が小さいので、その影響は移行値に誤差として含まれるが、本質的な現象には影響はないものと思われる。

レイノルズ数 Re の違いによって、スイッチング現象は次のように変化すると考えられる。 Re 数が大きいほど

- ① Ⅱ*領域は小さくなり、あるレイノルズ数を境にして現れなくなる。
- ② Ⅱ領域の H/D に占める幅は、広くなる。
- ③ Ⅱ領域の α に占める幅は、狭くなる。

各領域の違いを説明するには、各領域の代表的な H/D での α に対する圧力分布の変化をみると分かり易い。

領域Ⅱの代表例として、図 6.16 に間げき比 $H/D=0.15$ における圧力分布の変化を示す。また、領域Ⅱ*の代表例として、図 6.17 に $H/D=0.40$ における分布形を示す。さらに、Ⅲ領域の代表として、図 6.18 に $H/D=0.80$ における圧力分布の周速比 α の変化に対する値を示す。

図 6.16 の $H/D=0.15$ は図 6.15 のⅡ領域にあるので、 α をステップ状に増減したときの分布形にヒステリシス($\alpha=0.6 \sim 0.9$)がみられる。次に、図 6.17 の $H/D=0.40$ は、図 6.15 のⅡ*領域にあり、分布形にヒステリシスはほとんどみられない。この領域では、 H/D に応じて、ある α で分布形が変異するだけである。また、変異後の分布形もⅡ領域のものとは大きく異なっている。次に、図 6.18 の $H/D=0.80$ では、分布形の変異はなく、循環の強さに応じて 90° 付近の圧力の変化が顕著に現れる。

次に、図 6.16、図 6.17、図 6.18 に示した表面圧力分布を積分して、周速比 α に対する揚力係数 C_L の変化を求めた。その結果を図 6.19 に示す。□印のⅢ領域では、 C_L は単調に変化し、 $\alpha=0.8$ に、負のマグヌス効果による極大値がみられる。●印のⅡ*領域では、 C_L にヒステリシスはほとんどみられない。○印のⅡ領域では C_L にヒステリシスがみられるのがわかる。

$Re=3.3 \times 10^4$ では、負のマグヌス効果が発生する α と、スイッチング現象が発生する α が同じ範囲に属している。しかし、○印の $\alpha=0.8$ に極値がみられないことから、スイッチングを起こすと、負のマグヌス効果はほとんど影響を与えないものと思われる。現段階で、スイッチング現象における移行条件について、その一部を明らかにすることが

できた。このスイッチング現象の発生原因については、コアンダ効果⁽⁶⁵⁾によるものと思われる。

6.4 まとめ

一様流中で、回転円柱の表面圧力を測定し、円柱が壁面に近づいていくときのマグナス効果の変化を調べた。その結果を円柱が正回転の場合についてまとめると。

1. 壁面が静止、移動に関わらず間げき比 H/D がある値になると、突然揚力が小さくなる。
2. この現象は不安定な現象で、ある条件で突然発生するスイッチング現象である。
3. 揚力の減少の原因は、円柱と壁面との間の流れが、円柱表面に沿って流れるか、または壁面に沿って流れるかの違いである。
4. 間げき比 H/D が小さな値のところで、揚力は正となりマグナス効果より地面効果の方が上回ることが分かった。

また、負回転の場合には壁面が静止、移動にかかわらず正回転の場合のように、間げき比 H/D のある値に対して突然揚力が減少する現象は起こらず、 H/D が減少するにつれ、地面効果により揚力が増加することが分かった。

次に静止壁面の場合について、スイッチング現象における移行条件を調べた。その結果より以下の新知見を得た。

5. 周速比 α の初期条件によって、2種類の流れ場がそれぞれ安定して存在する、双安定領域が判明した。
6. 双安定領域は α に対してヒステリシスをもつ。
7. 双安定領域はレイノルズ数が高いほど、 H/D に占める幅は広くなり、 α に占める幅は狭くなる。
8. レイノルズ数によっては、スイッチングは起こるが、明確なヒステリシスがない II* 領域が存在することが明らかとなった。

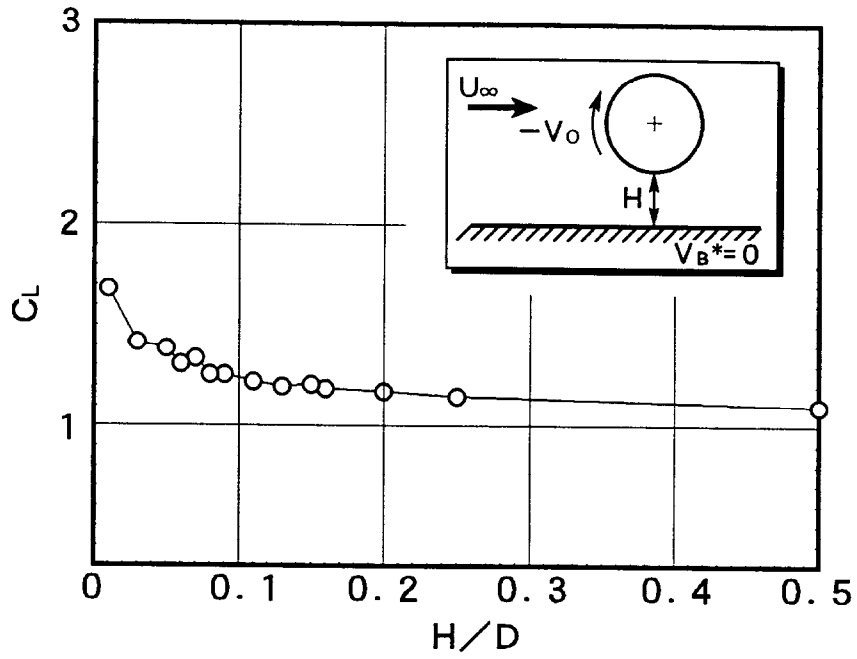


図 6.1 間げき比の変化に対する揚力係数の値
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=-1, V_B^*=0)$

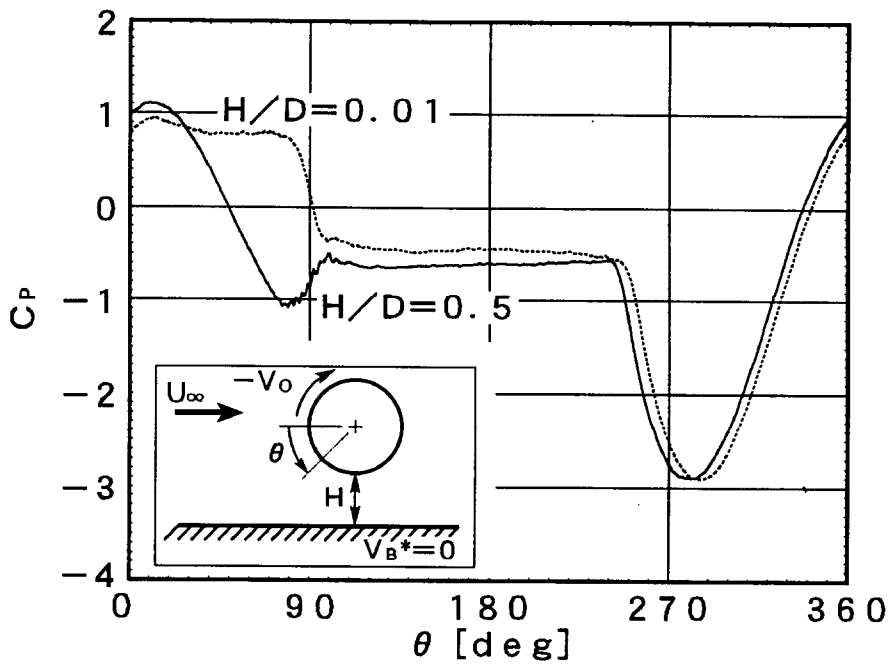


図 6.2 間げき比の違いによる表面圧力分布の変化
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=-1, V_B^*=0)$

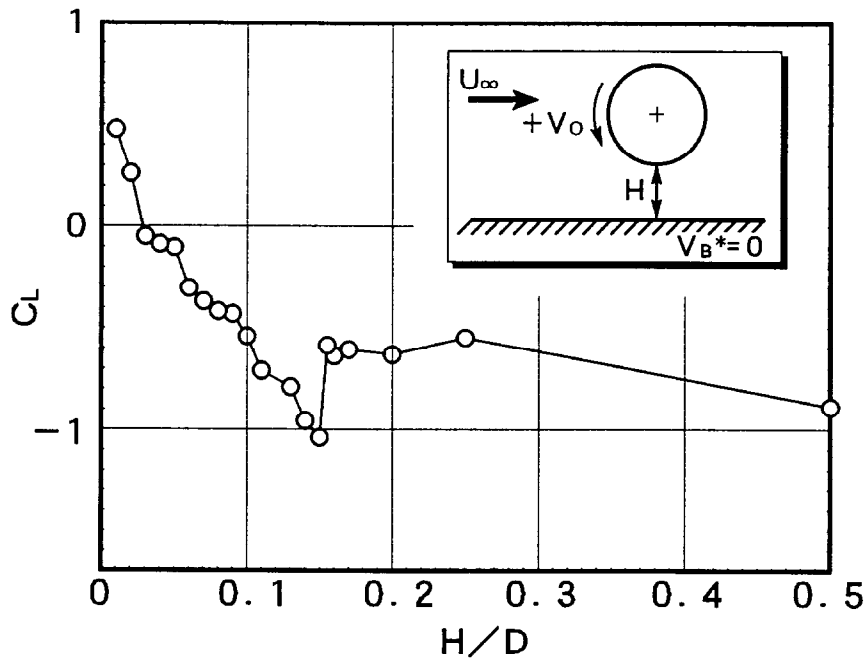


図 6.3 間げき比の変化に対する揚力係数の値
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=1, V_B^*=0)$

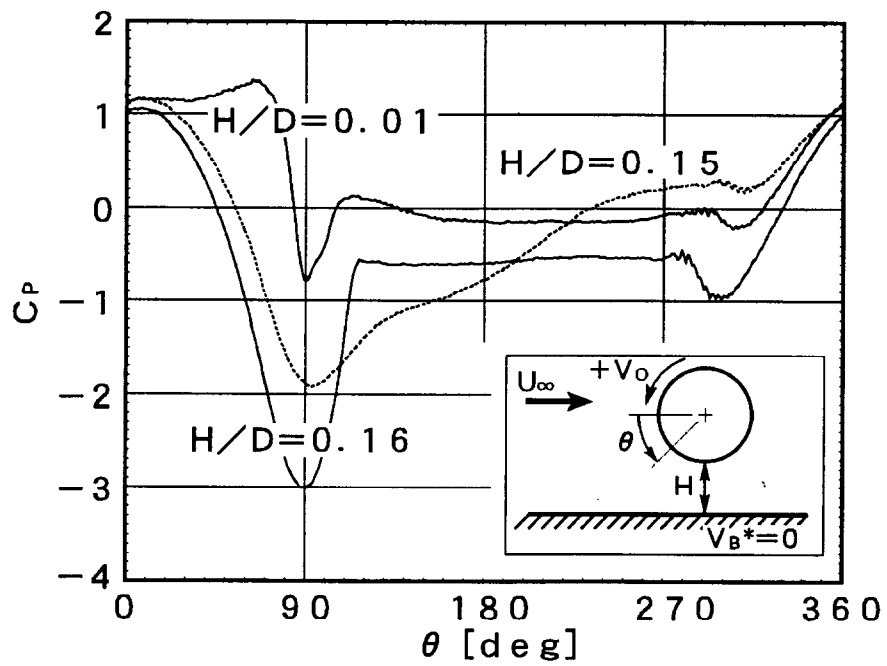


図 6.4 間げき比の違いによる表面圧力分布の変化
 $(Re=6.6 \times 10^4, \alpha=1, V_B^*=0)$

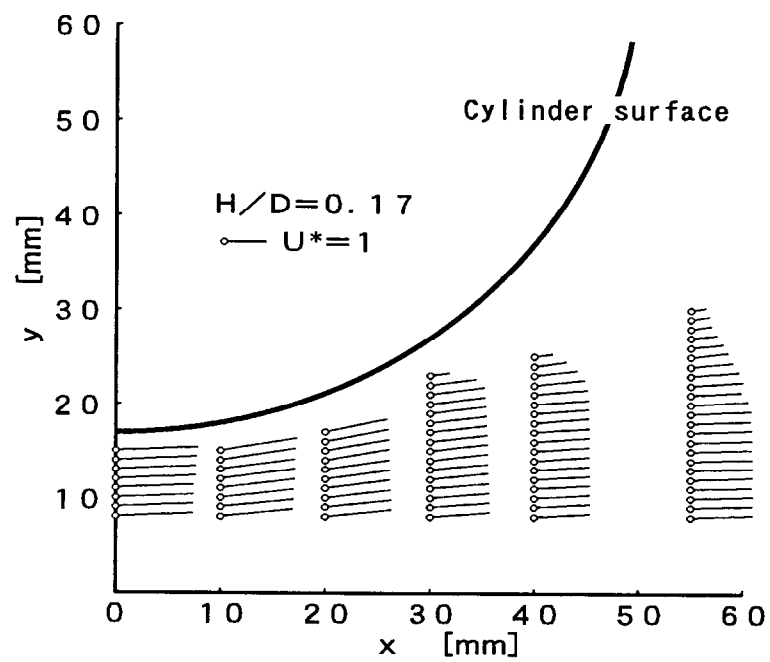
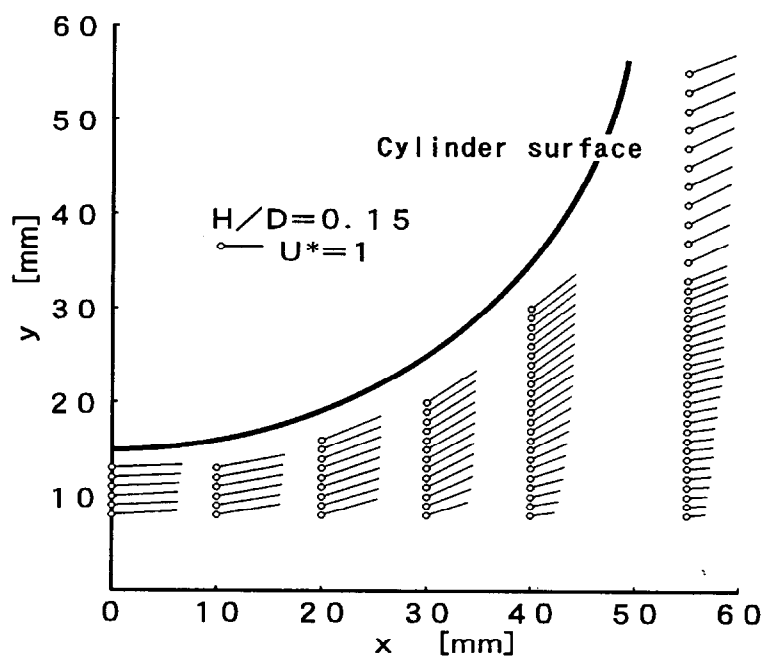
(a) $H/D=0.17$ (b) $H/D=0.15$

図 6.5 速度ベクトル

($Re=6.6 \times 10^4$, $\alpha=1$, $V_B^*=0$)

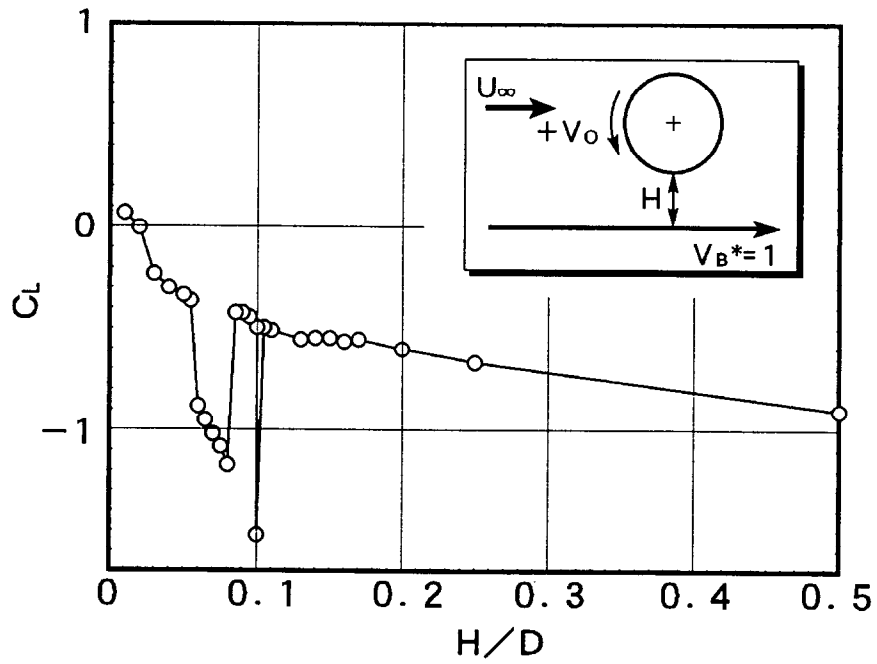


図 6.6 間げき比の変化に対する揚力係数の値
 $(Re = 6.6 \times 10^4, \alpha = 1, V_B^* = 1)$

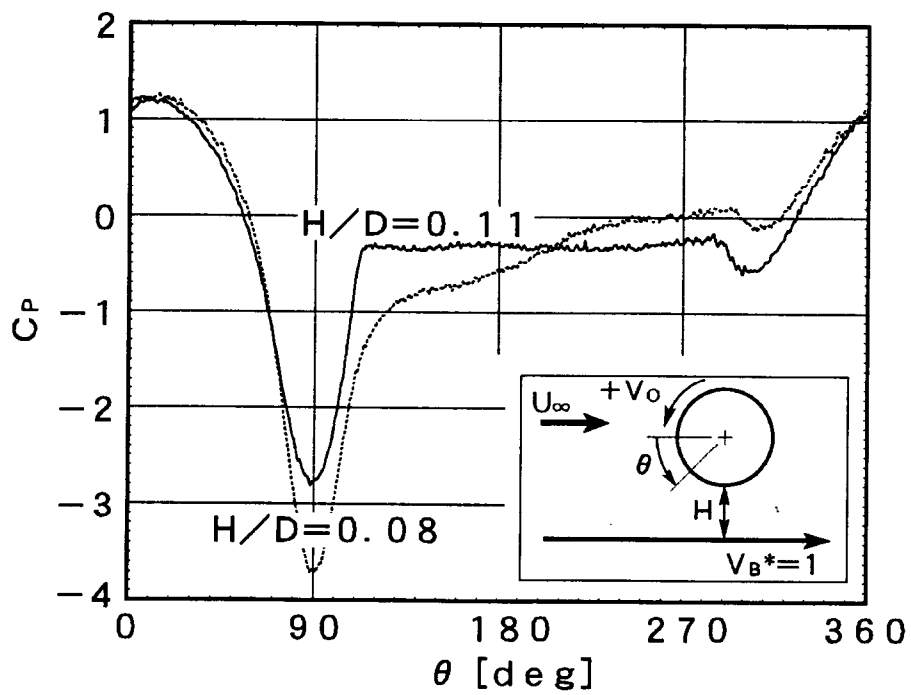
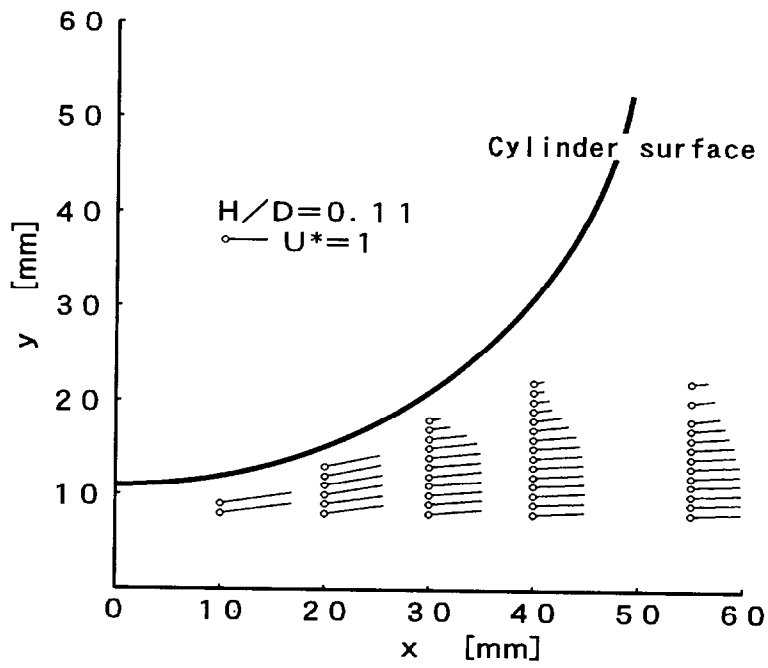
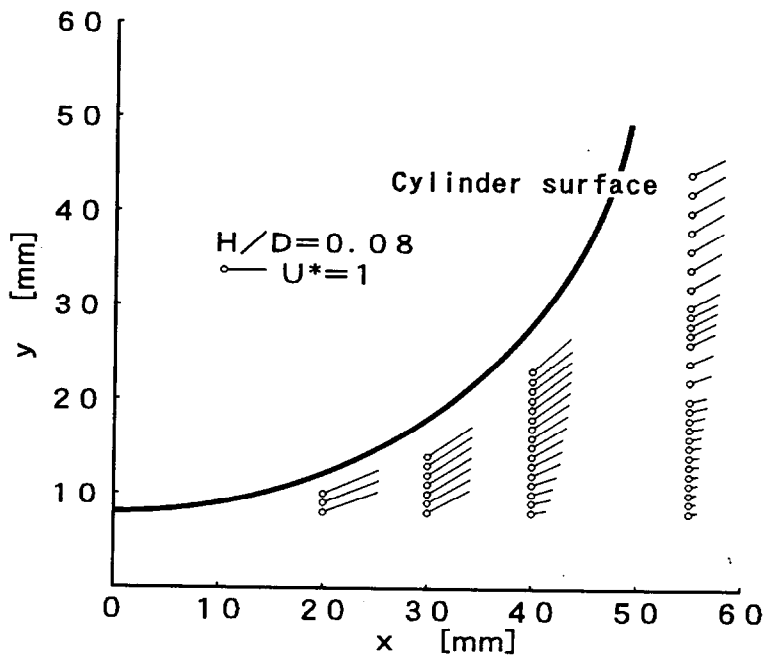


図 6.7 間げき比の違いによる表面圧力分布の変化
 $(Re = 6.6 \times 10^4, \alpha = 1, V_B^* = 1)$

(a) $H/D = 0.11$ (a) $H/D = 0.08$ 図 6.8 速度ベクトル ($Re = 6.6 \times 10^4$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$)

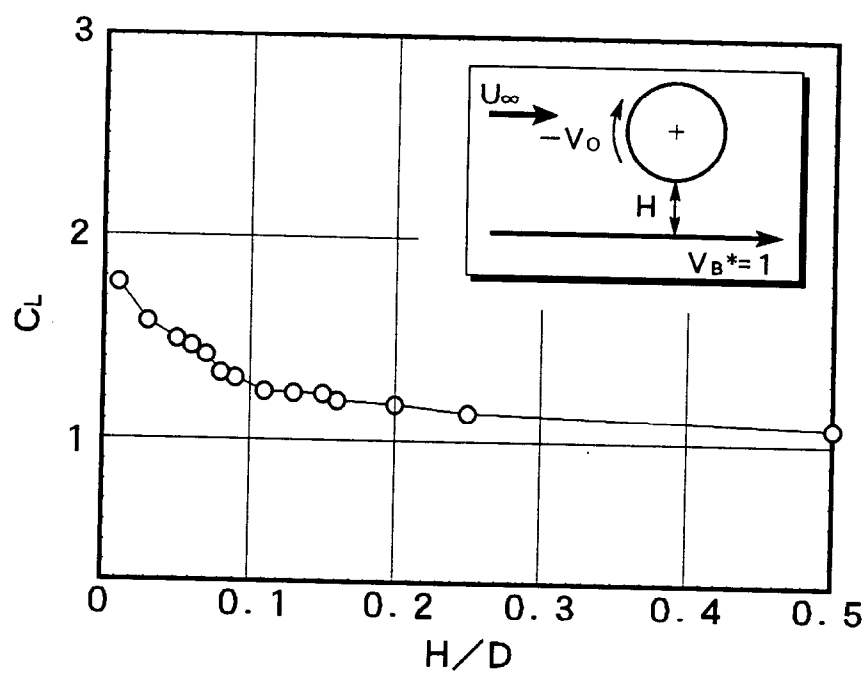


図 6.9 間げき比の変化に対する揚力係数の値
 ($Re = 6.6 \times 10^4$, $\alpha = -1$, $V_B^* = 1$)

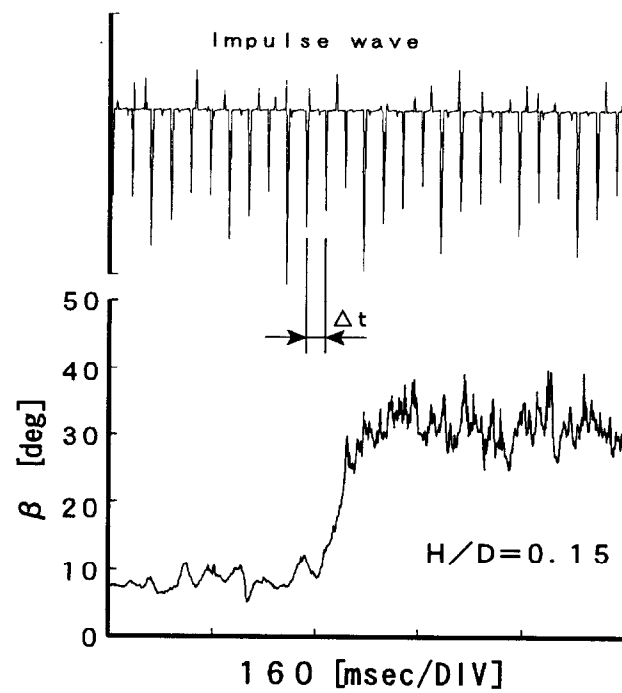


図 6.10 流れ角度の変化
($Re = 6.6 \times 10^4$, $V_B^* = 0$)

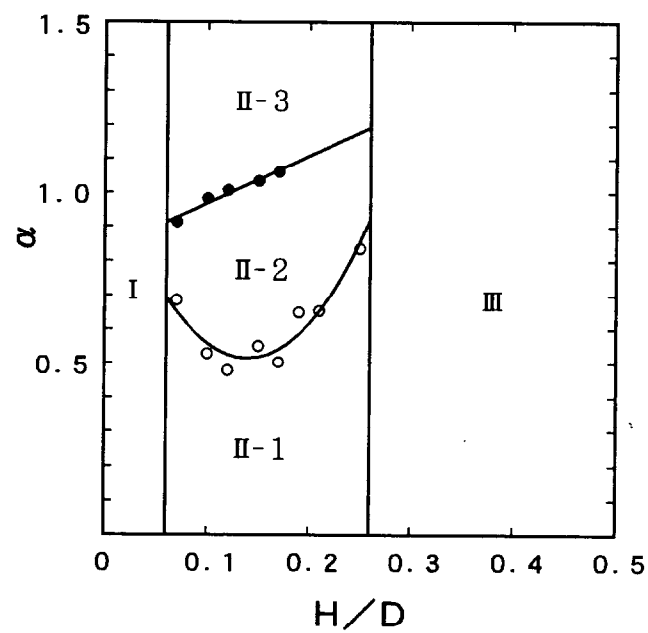


図 6.11 スイッチング現象の発生条件
($Re = 6.6 \times 10^4$, $V_B^* = 0$)

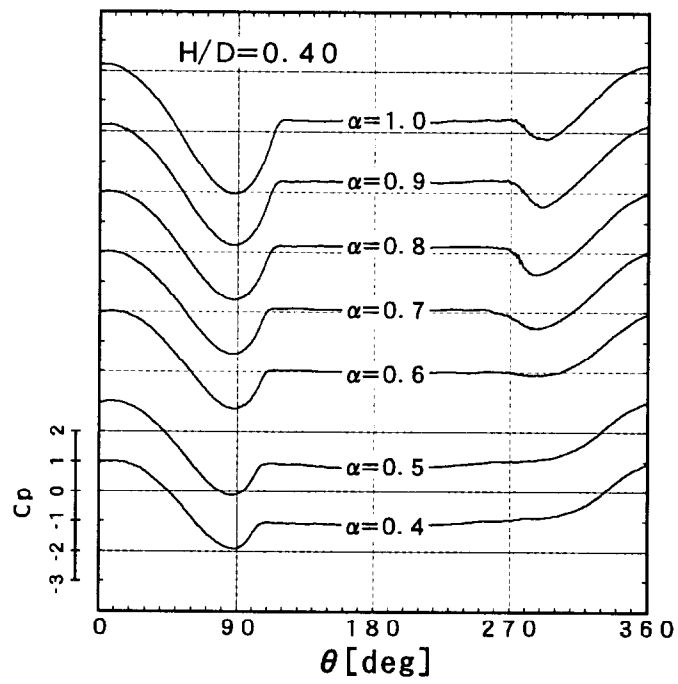


图 6.12 表面压力分布(領域Ⅲ, $Re = 6.6 \times 10^4$)

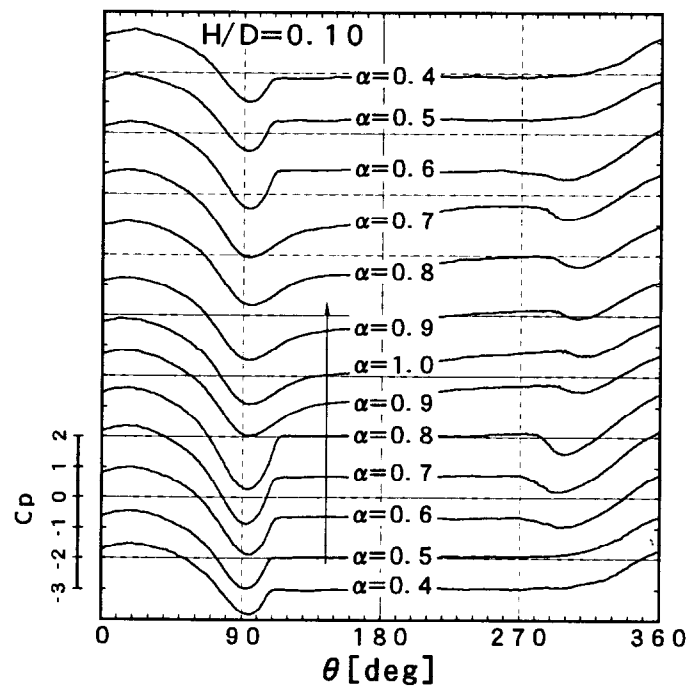


图 6.13 表面压力分布(領域Ⅱ, $Re = 6.6 \times 10^4$)

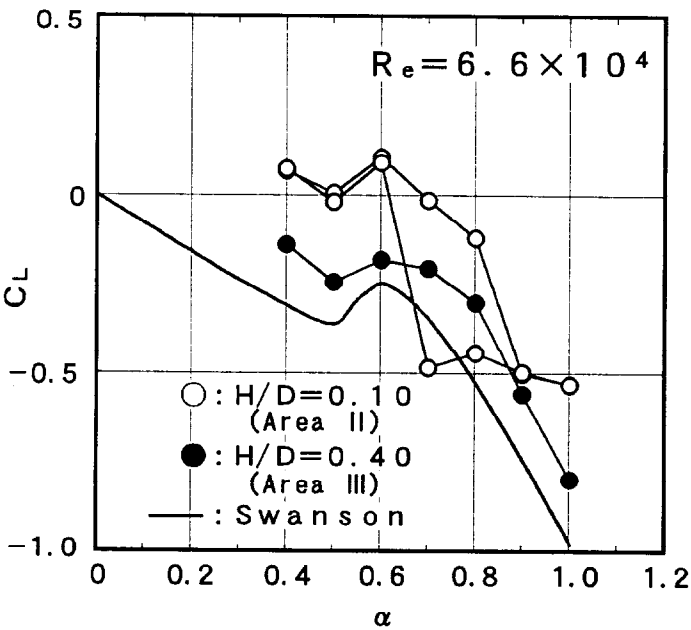


図 6.14 周速比の変化に対する揚力係数の値

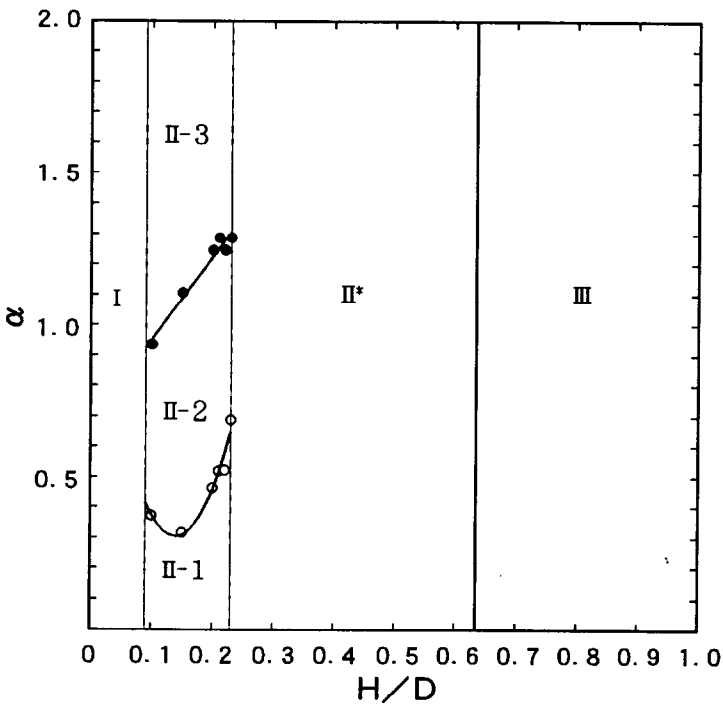


図 6.15 スイッチング現象の発生条件
($Re = 3.3 \times 10^4$, $V_B^* = 0$)

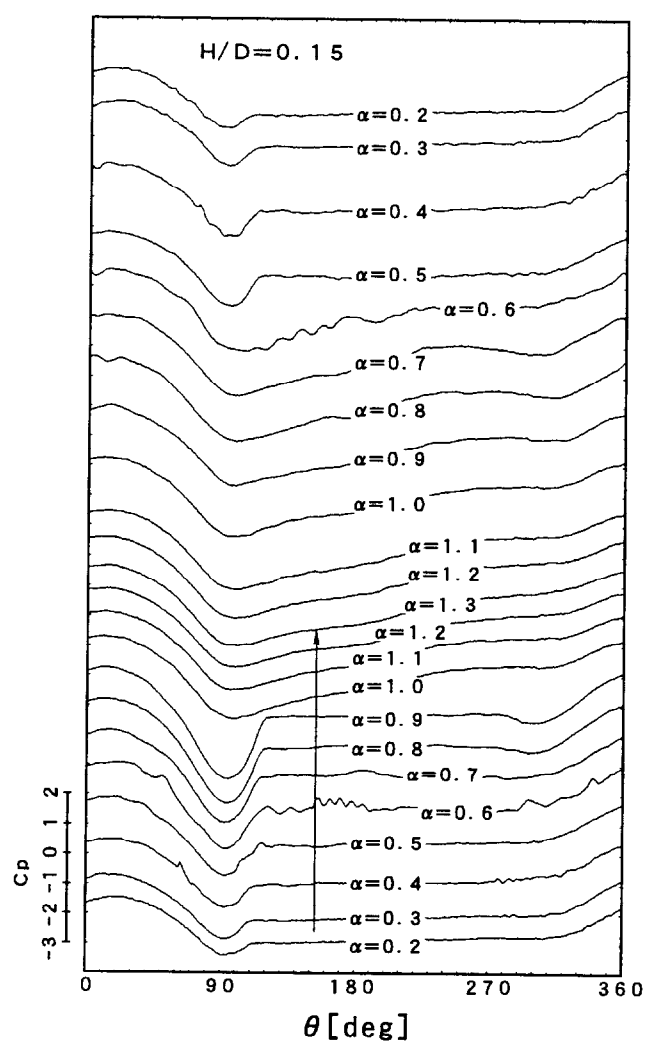


図 6.16 周速比の変化に対する表面圧力分布
(領域Ⅱ, $Re=3.3 \times 10^4$, $H/D=0.15$, $V_B^*=0$)

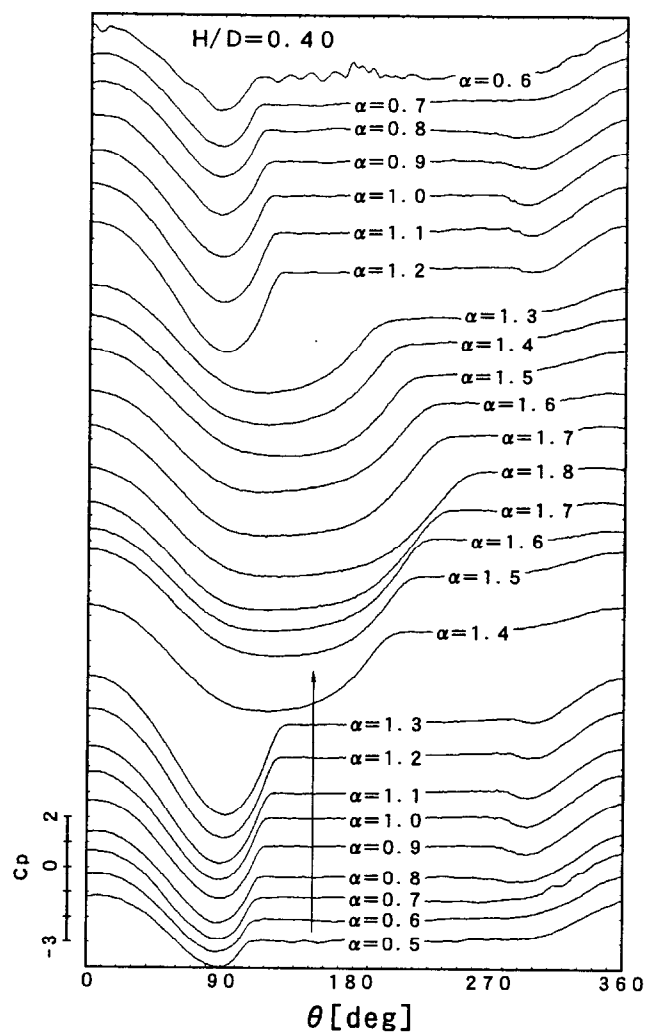


図 6.17 周速比の変化に対する表面圧力分布
(領域Ⅱ*, $Re=3.3 \times 10^4$, $H/D=0.4$, $V_B^*=0$)

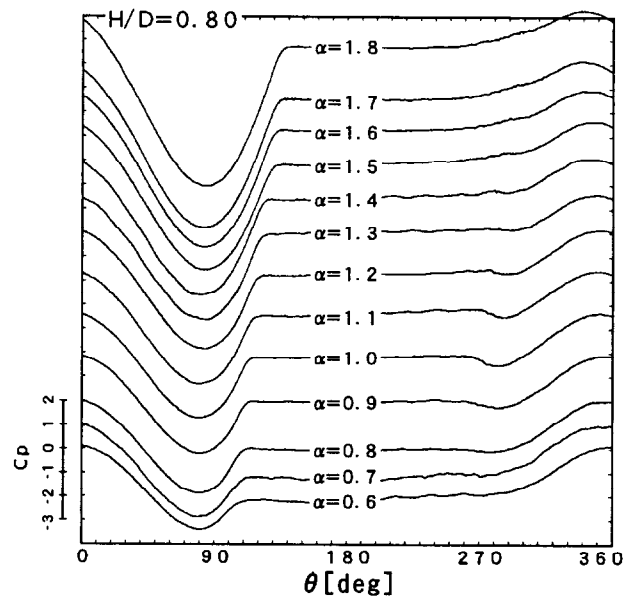


図 6.18 周速比の変化に対する表面圧力分布
(領域Ⅲ, $Re=3.3 \times 10^4$, $H/D=0.8$, $V_B^*=0$)

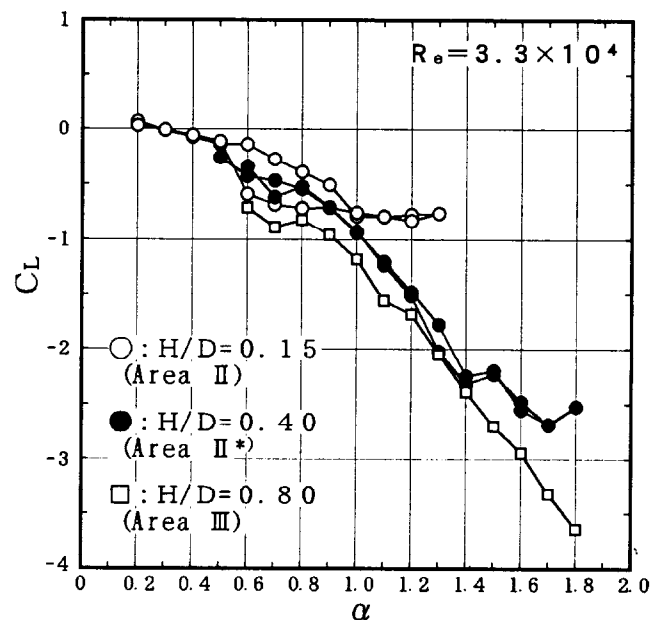


図 6.19 周速比の変化に対する揚力係数の値
($Re=3.3 \times 10^4$, $V_B^*=0$)

第7章

壁面に近接して回転する円柱まわりの流れに対する境界層の影響とヒステリシス特性

7.1 はじめに

第6章では、回転円柱が壁面に近づいていくときのマグヌス効果について実験的に調べてきた。その結果、円柱を主流に向かって転がるように回転させながら乱流境界層が発達している壁面に近づけた場合、揚力が急激に減少することを報告した。この揚力の減少は、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生しているのが原因と思われる、揚力は円柱の周速度の変化に対してヒステリシスな特性をもつことがわかった。また、近接異径二円柱まわりの流れにおいても、両円柱のすきまを流れてた噴流にコアンダ効果が現われており⁽³⁷⁾、これらは興味深い現象である。

Wille ら⁽⁶⁶⁾によれば、コアンダ効果によって曲率をもつ壁に沿って流れる噴流のはく離は、エントレイメントだけではなく、壁に沿って発達する境界層にも依存し、さらに、境界層の発達、ノズル出口の噴流の速度分布に依存すると報告している。このことから、回転円柱と壁面との間を流れる噴流のコアンダ効果は、噴流の速度分布に強く依存するものと思われる。

第6章では、壁面上に乱流境界層が存在していた。しかし、工学的な応用問題としては、タイヤまわりの流れなど、風がないときに走行する物体には、壁面上に境界層は存在しない。また、コアンダ効果が噴流の速度分布に依存することを考えると、壁面上に発達する乱流境界層を取り除いて、回転円柱を壁面に近づけた場合の流体力について調べる必要があり、その結果をもとに回転円柱のコアンダ効果に及ぼす壁面境界層、噴流の速度分布の影響を求めることができる。

本章では、実験と共に数値解析を行うが、数値解析法には、有限差分法と比較的短時間で計算ができる渦法の双方を採用する。渦法は、近接異径二円柱周りの干渉流れ⁽³⁷⁾や、平行二円柱周りの流れ⁽³⁶⁾などの複雑な流れに応用例が見られるが、回転円柱についてもいくつかの報告⁽⁶⁷⁾があり、定性的に実験値とよく一致していることに注目した。

また、第6章では、二次元非定常非圧縮性 N-S 方程式を基礎方程式とした有限差分法を採用し、第一段階として円柱を回転させないで壁面に近接する静止円柱まわりの流れについて数値計算を行った。その計算結果は実験値と定性的に良く一致し、有限差分法による数値解析の有効性が示された。

本章は、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上に発達する乱流境界層を取り除いた場合の壁面に近接する回転円柱まわりの流れの挙動を実験的に調べると共に、有限差分法と渦法の双方で数値計算を行い、詳細な流れ場を明らかにすることを目的としている。

7.2 壁面境界層がない場合の流れ

7.2.1 実験装置と方法

装置の詳細は第2章で既に述べたので、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は600×600mmの吹き出し口をもつブローダウン型で、乱れ強さは主流流速 $U_\infty = 10\text{m/s}$ のときで約0.7%である。円柱に近接する壁面としてムービングベルト装置（ベルト幅550mm）を設置し、吹き出し口とムービングベルト装置の間に境界層吸引装置を設置している（図2.2）。境界層吸引装置の吸い込み部は92.5×580mmの多孔質板でできており、それは厚さ3mmの真ちゅう製の焼結板で、粒子の直径は100 μm 、空隙率は38～43%である。円柱モデルは $\phi 100 \times 550\text{mm}$ の亚克力製で、吹き出し口の下流860mmの位置に支柱で固定した。支柱は上下方向に移動でき、円柱とベルトとの間隔 H を0～200mmの範囲で変えられる。

円柱表面の圧力測定には半導体型圧力変換器（ENDEVCO：8510B-5）を使用し、主流静圧との差圧測定とした。円柱が静止した場合、測定におけるサンプリングタイムを1msとして、約10秒間の平均値を求めた。また、円柱が回転している場合は、測定角度の分解能を1°とし、80回のアンサンブル平均値を求めた。

円柱後流の速度の測定には熱線流速計（KANOMAX：7201）を使用した。測定位置は、円柱中心から主流方向へ $x/D = 3.0$ 、主流と垂直な方向には $H/D + 0.5 \leq y/D \leq H/D + 1.5$ の間でスペクトル分布のピーク値が最大になる位置とした。スペクトル分布は、サンプリングタイム1msで約16秒間の流速の時間変化を周波数解析してスペクトル分布を求め、4回のアンサンブル平均を行った。

ムービングベルト法（ $V_b^* = 1$ ）と境界層吸引法を組み合わせたときの測定部における速度分布はほぼ一様であり、主流流速 $U_\infty = 10\text{m/s}$ のときで円柱直下における境界層排除厚さ δ^* は0.16mmであること確認した。 δ^* は、十分に小さく、非常に良く壁面境界層が除去できている。

7.2.2 渦法による数値解析

(1) 計算モデル

数値計算に用いられる渦法による流れモデルは、基本的に稲室ら⁽³¹⁾の方法を参考に鏡像法を適用したもので、数値解析手法の詳細は第3章を参照されたい。

本章では、境界要素法を用いて二次元円柱を線形渦要素が分布した 80 枚のパネルで表した。円柱が回転するような運動壁の場合、はく離点は壁面上ではなくて流体中に現れる⁽¹²⁾。それは、表面に接して表面と同方向に運動する流体の層が存在しなければならないためである。Swanson の実験による回転円柱まわりの速度分布からも同様な結果を得ることができ、このことから、円柱の周速度がはく離剪断層に大きくは寄与しないことが予測される。そこで、静止している流体が突然一様流速度 U_∞ で流れ始めた後のはく離剪断層速度 U_s については、円柱の周速度による寄与率を ξ としてこれを U_s に導入することによって求めた(式 3.15)。はく離剪断層の連続放出については、このはく離せん断層速度 U_s と等価な渦度強さをもつ離散渦(式 3.13)を導入することにより表現した。各離散渦は、非定常ベルヌーイの式から求めた円柱表面圧力分布の圧力最低点の 1 パネル下側でパネル中央から $\delta_h = 0.05 D$ の高さに時間間隔 ΔT で導入し、時間間隔 $\Delta t (=1/2 \Delta T)$ で移動させた。はく離渦導入位置については、はく離位置が円柱表面の圧力勾配の変化率が正からゼロになる付近、すなわち圧力最低位置の下流側にあるという実験事実に基づく⁽³⁹⁾。また、はく離渦導入高さ δ_h は、比較的広い範囲のレイノルズ数 ($Re = 10^3 \sim 10^5$) で実験値と良く一致する筒井ら⁽³⁷⁾の値を採用した。粘性拡散による渦度の減衰については、Core Spreading 法を採用した⁽³³⁾。

(2) 計算条件

はく離渦導入時間間隔 ΔT とはく離渦移動時間間隔 Δt は計算精度に影響を及ぼす因子の一つである。そこで、実際に二次元円柱 ($H/D = \infty$, $Re = 7 \times 10^4$) の計算において渦導入無次元時間間隔 $U_\infty \Delta T / D$ を 0.02~0.2 で変化させて抗力係数 C_D の変化を確認した。その結果 $U_\infty \Delta T / D \leq 0.06$ であれば抗力係数に変化がないことを確認し、 $U_\infty \Delta T / D = 0.04$ 、 $U_\infty \Delta t / D = 0.02$ とした。離散渦の初期コア半径 ε_{i0} も同様に、 $0.1 \delta_h \sim 1.0 \delta_h$ で変化させ抗力係数 C_D とはく離渦導入位置が二次元円柱での実験値にもっとも近くなる値 $\varepsilon_{i0} = 0.9 \delta_h$ を採用した。

円柱の周速度がはく離剪断層におよぼす寄与率 ξ の決定は、 $H/D = 2.0$ 、 $Re = 7 \times 10^4$ 、周速比 $\alpha = 1.0$ のとき ξ を 0~0.3 まで変化させて実験値と比較検討した。その結果、抗力係数 C_D と揚力係数 C_L が実験値にもっとも良く一致した $\xi = 0.25$ を採用した。

円柱表面の圧力係数は、非定常ベルヌーイの式から求めるが、渦導入時はその導入位置においてポテンシャルのジャンプ量が現れ、表面圧力分布が不連続となる。これを避けるために、円柱表面圧力分布は渦導入時から Δt 後に求めた。

7.2.3 結果と考察

図7.1に間げき比 H/D の変化に対する回転円柱 ($\alpha=1$) の表面圧力分布を示す。図中の実線は実験結果であり、破線は計算結果である。

実験結果では、 H/D を小さくすると円柱下部 ($\theta=0^\circ \sim 80^\circ$) の圧力分布の勾配が穏やかになり、流れが淀んでいることがわかる。また、円柱上部の圧力最低点は、 H/D が小さくなると淀み点側へ、円柱下部の圧力最低点は、後流側へ移動していることから、はく離点の位置が H/D に依存していることを示す。

計算結果では、 H/D が小さくなった場合に実験結果で見られた円柱下部における圧力分布の穏やかな勾配が表れない。 H/D が十分大きくブロック効果を受けない場合、淀み点から圧力最低点よりやや前方までの圧力分布は、ポテンシャル解に良く一致することが知られている⁽³⁹⁾。しかし、非粘性ポテンシャル流れである本計算モデルにおいて、 H/D が小さくなるに従って円柱前方の圧力分布は、実験値との差が大きくなる。これは、円柱の境界面と鏡像法による壁面境界が Free Slip 壁であり、実験の境界条件との違いのために実験結果と異なる結果が得られるからである。計算と同じ条件を風洞実験において再現しようとする円柱の近くでムービングベルトは速度が速くならなければならないことになるので、それはできないので、円柱と壁面が近づく領域では計算に比べて圧力が高くなっており、流れにはブレーキがかかっていることに相当する。

図7.2に熱線で測定した間隙比 H/D の変化に対する回転円柱後流のスペクトル分布を示す。 $H/D=1.0$ の場合、スペクトル分布の周波数 $f=27.5\text{Hz}$ の位置に鋭いピークが表れている。これは、円柱後流に発生する渦の振動周期に対応している。 $H/D=0.2$ の場合、スペクトル分布にピーク値が現れず、定常的な渦の放出が壁面の近接により抑制され、壁面の近接による渦放出抑制の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ はほぼ0.3であることがわかる。ここで注目すべき点は、円柱が静止した場合の $(H/D)_{cr}^{(2),(5)}$ と等しいことである。円柱が回転しているか、していないかにかかわらず、壁面による渦抑制の効果は、 $(H/D)_{cr} \sim 0.3$ であることがわかった。

図7.3に間げき比 H/D が0.5、0.1における計算結果のフローパターンを示す。フローパターンにおける記号●、○印はそれぞれ円柱上面および下面のはく離渦導入位置から放出される渦点である。ただし、フローパターンは、第4章の図4.13で説明したように計算では、回転レイノルズ数 $Re_N > 0.42 \times 10^5$ ($\alpha > 0.6$) において、もはや周期的な渦の振動は現れなく、実際の流れとは異なることが予想される。

図7.4は、間げき比 H/D の変化に対する円柱表面の背圧係数 C_{pb} ($\theta = \pm 180^\circ$ における圧力係数)を実験結果と計算結果と共に示したものである。実験結果では、 H/D を小さくすると $H/D=0.4$ で C_{pb} に極小値が表れ、その後急激に上昇する。 C_{pb} の変化は、円柱後流の渦の挙動に依存している。図7.2で述べたように渦放出抑制の限界間隙比は $(H/D)_{cr} \sim 0.3$ であり、これに対応して $H/D \leq 0.3$ で C_{pb} は急激に上昇している。渦放出が抑制されると、円柱背面へのはく離剪断層の巻き上がりによる不安定な流れは安定し、 C_{pb} は上昇すると思われる。

図中の計算結果は、 H/D が小さくなると徐々に上昇し、実験結果と異なる挙動を示す。これは、実際の流れにおけるはく離剪断層の三次元的な巻き上がりが計算では表現できないため、周速比 $\alpha=1.0$ ではもはや周期的な渦の振動は消滅し、 C_{pb} は実験結果よりも高くなる。また、渦放出の抑制による急激な変化も表れていない。

図7.5に間げき比 H/D の変化に対する抗力係数 C_D および揚力係数 C_L の値を実験結果と計算結果と共に示す。実験結果では、 H/D が減少するにつれ C_D がわずかに増加し、極大値をとった後急激に減少する。 C_D の急激な減少は背圧係数 C_{pb} の変化と対応する。また、 C_L は、 H/D が減少するにつれ徐々に増加した後、 $H/D \leq 0.3$ で急激に増加し始める。図7.1の圧力分布で述べたように、ブロック効果により円柱と壁面との間の流れが淀むため、円柱下部の表面圧力が上昇して揚力が発生する。

計算結果では、周速比 $\alpha=1.0$ でもはや周期的な渦の振動が無くなるため、 H/D が減少するにつれ C_D がほんのわずかだけ増加する。また、 C_L は、 $H/D=0.5$ 以下で実験結果と逆に徐々に減少していく。非粘性ポテンシャル流れである渦法では、ブロック効果による流れの淀みが再現できず、円柱と壁面を流れる流体は何の抵抗もなく後流に流れ出てしまい、揚力は実験結果と逆に減少する。

また、図中には壁面上に乱流境界層($\delta/D=0.16$)がある場合の第6章の図6.3における H/D に対する C_L の変化も示している。注目すべき点は、 H/D を0.2より減少させたときに、 C_L の変化が異なる点である。壁面上に乱流境界層が存在する場合、 $H/D=0.15$ 付近において、壁面に付着していた円柱下部と壁面を流れる噴流がコアンダ効果により円柱背面に付着するスイッチング現象が現れて揚力が急激に減少する。一方、乱流境界層がない場合、このスイッチング現象は現れない。このことにより、流れのスイッチング現象は、壁面上に発達する境界層の影響を受けた円柱前方の近づき流れの速度分布の違いに依存することがわかった。

7.3 壁面境界層の影響

7.3.1 実験装置と方法

実験装置の詳細は第2章で既に述べたが、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は600×600mmの吹き出し口をもつブローダウン型で、乱れ強さは10m/sのときで約0.7%である。円柱に近接する境界面としてムービングベルト装置(ベルト幅550mm)を設置し、風洞吹き出し口とムービングベルト装置の間に境界層吸引装置を設置している。境界層吸引装置の吸い込み部は、92.5×580mmの多孔質板である。円柱モデルはφ100×550mmの亚克力製で、吹き出し口の下流860mmの位置で上下方向に移動できる支柱に固定した。

回転する円柱表面の圧力測定には半導体型圧力変換器(ENDEVCO: 8510B-5)を使用し、主流静圧との差圧測定とした。また、円柱表面周方向の測定分解能を1°として、表面圧力は80回のアンサンブル平均値として求めた。

流れの概要を把握するために、スモークワイヤー法による可視化を行い、撮影にはデジタルビデオカメラ(CANON: MV1)を使用した。撮影コマ数は1秒間に30コマである。

本実験で採用するレイノルズ数は、これまで行った実験で多くのデータが蓄積されている $Re=6.6 \times 10^4$ とするが、このときの主流流速はおよそ10m/sである。一方、スモークワイヤー法による可視化写真を鮮明に撮影できる最大の主流流速はおよそ5m/sであったため、可視化実験においては $Re=3.3 \times 10^4$ とした。

ムービングベルト法($V_b^*=1$)と境界層吸引法を組み合わせたときの測定部における速度分布はほぼ一様で、主流速度 U_∞ が10m/sのときで円柱直下における境界層排除厚さ δ^* は0.16mmであり、 $U_\infty=5\text{m/s}$ のときで δ^* は0.38mmである。また、 $U_\infty=10\text{m/s}$ で境界層を吸引してムービングベルトを止めた場合($V_b^*=0$)の境界層厚さ δ は6.2mmで乱流境界層であり、 $U_\infty=5\text{m/s}$ のときは δ が4.0mmで層流境界層である。

実験は壁面を移動($V_b^*=1$)させ、円柱を回転($\alpha=1$)させて行うが、壁面境界層の影響によるコアンダ効果の発生と、コアンダ効果のヒステリシスな特性を考慮に入れて次の2種類の実験開始条件で検討した。

Case1 : $V_b^*=1$, $\alpha=0$

Case2 : $V_b^*=0$, $\alpha=1$

Case1の場合は、壁面を移動させて壁面上に境界層がない状態にしておいてから円柱の周速比 α を0から1へと徐々に変化させた。Case2の場合は、壁面を静止させて壁面上に境界層がある状態で円柱を回転させておいてから($\alpha=1$)、次にムービングベルトの速度比 V_b^* を0から1へと徐々に変化させている。

7.3.2 有限差分法による数値解析

数値計算法は第3章で詳しく述べたので、ここでは概略を述べる。支配方程式としては、二次元非定常非圧縮性Navier-Stokes方程式および連続の式を用いた。時間積分法として、Fractional Step法に従う2ステップ法を用いて、対流項に二次精度Adams-Bashforth法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分(Leonardスキーム⁽²⁶⁾)、その他の項は二次精度中心差分を用いた。離散化に際してはスタガード格子を用いず、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性を持つ通常格子で離散化している。また、圧力Poisson方程式はSOR法を用いて計算を行った(式(3.58))。

円柱が壁面に近づく場合の格子の作成に領域分割法を採用するが、流れ場全体には直交格子を用い、円柱まわりにはO型格子を用いて円柱表面近くで密に分布させている(図5.6)。さらに、それぞれの格子はオーバーラップによる接続をさせて、3点の一次関数で内挿して近似する⁽⁶¹⁾。また、境界での対流項の風上差分は、接続境界を2本設けて速度の二階微分を計算している。

表 7.1 格子条件

H/D	Grid1 ($n_x \times n_y$)	Grid 2 ($n_r \times n_\theta$)	$\Delta \tilde{r}_{\min}$ ($\times 10^{-4}$)	n_H	n_δ
∞	270 $\times$ 220	40 $\times$ 160	8	85	12
0.5	350 $\times$ 250	47 $\times$ 160	8	54	12
0.3	350 $\times$ 250	40 $\times$ 160	8	46	12
0.2	350 $\times$ 250	35 $\times$ 160	8	39	12
0.1	270 $\times$ 170	39 $\times$ 160	7	39	14

H/D を変化させた時の格子数とO型格子の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ を表7.1に示す。ここで、grid1は直交格子を、grid2はO型格子を示し、 n_H は円柱下面と壁面とのすき間 H の中に入る格子数、 n_H はレイノルズ数 Re が 10^5 の場合の平板境界層を例に取って、 $\tilde{x}=1$ で境界層の中に入る格子数である。また、直交格子の x 、 y 方向の無次元最小格子間隔は、すべての H/D において 10^{-2} である。

円柱は周速比 $\alpha=1$ で回転させるが、円柱の周速度と主流との相対速度は最大で $2U_\infty$ となり、上で述べた格子解像度はレイノルズ数 Re が 10^5 までしか考慮していないので、計算における Re 数はその半分の 5×10^4 とした。 $Re > 10^5$ を念頭において格子解像度を満足させなかったのは、境界層が乱流に移移することもあるため、無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ をさらに小さく取る必要があり、それに伴って計算効率が著しく悪くなるからで

ある。

間げき比 H/D は、コアンダ効果の発生を調べるために 0.1~0.5 まで変化させた。境界条件と計算領域の広さは第 5 章の図 5.9 に示す通りで、円柱表面上の境界条件は式 (4.2)、(4.3) で与えられている。初期条件は衝撃出発とし、無次元時間刻み幅 $\Delta \tilde{t}$ は 3×10^{-4} とした。重合格子での境界条件と計算領域の広さ、および格子の依存性については第 5 章の図 5.10 で O 型格子での計算結果と比較検討した結果、問題はなかった。

7.3.3 結果と考察

(1) 一様流中におかれた回転円柱の流体力

重合格子による計算法を検証するために、一様流中におかれた回転円柱まわりの流れを基礎問題として検証計算を行った。高次精度風上差分を用いて直接計算する本研究の計算方法による解の格子依存性については、円柱が静止した場合について第 4 章の図 4.17 で既に説明しているのので、本章ではこの格子条件を使用して円柱を回転させた場合の計算を行う。

重合格子の格子条件は表 7.1 の間げき比 $H/D = \infty$ に示す通りである。また、計算領域の広さと境界条件は壁面境界を除いて第 5 章の図 5.9 と同じであるが、壁面境界は円柱中心から下側に $5D$ の位置に設け、その境界条件を次式に変更している。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \tilde{v} = 0, \quad \tilde{p} = 0 \quad (7.1)$$

表 7.2 揚力・抗力係数 ($Re = 5 \times 10^4$, $\alpha = 1$)

計算条件 : $Re = 5 \times 10^4$

実験条件 : $Re = 6.6 \times 10^4$, $H/D = 2.0$, $V_B^* = 1$

	Calculations		Experiment
	Overset grid	O grid	Fig. 6.15
C_D	1.11	1.10	0.56
$ C_L $	1.04	0.99	0.97

表 7.2 は、円柱が回転している場合 ($\alpha = 1$) の抗力係数 C_D と揚力係数 $|C_L|$ の計算結果と本実験装置での実験結果 (図 4.15) を示したものである。計算は、第 4 章の図 4.22 で

検証した○型格子のみを用いた場合と本節で採用する重合格子を用いた場合の双方の計算結果を示している。図 4.22 で検証した○型格子のみでの計算結果は、無次元時間 $\tilde{t}=60\sim 90$ の平均値で、重合格子の場合は $\tilde{t}=40\sim 80$ の平均値である。実験結果は、円柱が壁面から十分離れた位置 ($H/D=2.0$) で測定したものであり、第 4 章の図 4.3 において Swanson⁽¹²⁾ の実験結果と十分に比較検討されたものである。実験と計算でのレイノルズ数 Re が異なっているが、これは 7.3.2 で述べたように本研究で採用した格子は $Re=5\times 10^4$ までしかその解像度が満足されていないからである。しかし、この程度の Re 数の違いでは C_D 、 C_L が変化しないことが Swanson⁽¹²⁾ の実験結果からわかっている。 C_D と C_L の計算結果は格子の違いに関係なく極めて近い値をとり、重合格子による計算領域の広さと境界条件については問題ないもの考える。一方、実験値との比較において、 C_L は実験結果に良く一致するが、 C_D は実験値に対して約 2 倍の値をとる。 C_D の計算値と実験値との定量的な違いを調べるために、円柱表面圧力分布の計算結果と実験結果を図 7.6 に示した。計算結果は、重合格子で計算したもので、無次元時間 $\tilde{t}=40\sim 80$ の平均値である。円柱背面 ($\theta=70^\circ\sim 290^\circ$) における表面圧力の計算値は実験値よりも低くなっており、 C_D の計算値は実験値よりも大きな値をとることがわかる。計算値と実験値の違いは、第 4 章の図 4.22 の説明で述べたように格子の解像度不足 (付録 2) と円柱からの離断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないためだと考える。静止二次元円柱の可視化実験⁽⁴⁹⁾ を例にとっては離断層の三次元的な挙動を例に挙げると、境界層は離断にスパン方向の三次元性が形成され、はく離断層が三次元的に巻き上がり、後流においては比較的大きな三次元構造となることが示されている。この結果を念頭において図 7.6 の計算結果を考察すると、まず実験結果は後流域の表面圧力分布が平らになっているが、これははく離断層の三次元構造により、放出渦の強さがスパン方向に拡散されているためだと思われる。一方で、計算結果が実験結果よりも低く、一定値を示さないのははく離断層の三次元構造による拡散作用が働かないためだと考える。また、実験値における円柱上下の圧力最低点から圧力一定値に至るまでの圧力分布と計算値の違いは、はく離断層の三次元構造に加え境界層はく離のスパン方向の揺らぎによる影響も入っているものと考ええる。

(2) 流れの可視化

図 7.7、7.8 は、それぞれ実験開始条件 Case1 の場合で間げき比 H/D が 0.3 と 0.2 の場合のスモークワイヤー法による可視化写真と計算による流線を示したものである。図 7.7 のスモークワイヤー法による可視化写真を見ると、 $H/D=0.3$ では、後流中に周期的に放出される渦が発生しているが、 $H/D=0.2$ では周期的な渦の放出が消滅している。この壁面の近接による放出渦の抑制については、図 7.2 の熱線流速計によるスペクトル解析で既に述べている。なお、 $H/D=0.3$ 、0.2 においては、Case1 と Case2 の可視

化写真に違いはなかった。

図7.8の計算による流線を見ると、後流中の渦の挙動が図7.7の可視化写真と定性的に良く一致していることがわかる。

図7.9は、間げき比 $H/D=0.1$ で実験開始条件Case1とCase2の場合の可視化写真を示したものである。Case1の場合は、回転円柱の上部と下部からのはく離が確認でき、回転円柱と壁面の間から流れでる噴流がそのまま後流中に流れ出ているが、Case2の場合は、回転円柱と壁面との間から流れでる噴流がコアンダ効果によって円柱背面に付着し、円柱の上側からのはく離剪断層が y 方向に跳ね上がっていることがわかる。Case2の実験開始条件でコアンダ効果が発生するのは、第6章で述べたように静止した壁面上に発達する境界層の影響で円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生するため、壁面を静止した状態から主流と同じ速度 (V_B^* を0から1) へと変化させて境界層を取り除いても、コアンダ効果のヒステリシスな特性によってコアンダ効果が消滅しないことが予測できる。

図7.10は、間げき比 $H/D=0.1$ で計算された流線を示したものである。計算による流線にはコアンダ効果の発生がみられ、図7.9のCase2のコアンダ効果が発生している場合の可視化写真に良く一致した結果が得られた。計算結果でCase1に相当する結果が得られていないのは、計算での α の変化に対するコアンダ効果のヒステリシス特性が実験と異なるためであり、この条件ではコアンダ効果が発生している場合の流れ場しか存在しないからである。この点についての詳細は次節の7.4.3で述べる。

図7.11は、間げき比 $H/D=0.1$ の場合でコアンダ効果が発生する実験開始条件Case2でのスモークワイヤー法による可視化写真の時間変化を示した。可視化写真は、デジタルビデオカメラで記録された画像から任意の時間で連続画像を取り出したものである。コアンダ効果が発生している場合で特徴的な点は、円柱中心から主流方向におよそ $2.5D$ の位置に時計まわりの大きな渦が停滞していることである。

図7.12、7.13は、それぞれ数値計算による間げき比 $H/D=0.1$ の場合の流線と等圧力線の時間変化を示したものである。図7.11の実験による可視化写真と同様に、 $H/D=0.1$ の場合は、円柱中心から主流方向におよそ $2.5D$ の位置に停滞する時計まわりの大きな渦が存在する。この停滞する渦の直後には、反時計まわりの小さな渦が存在して時計まわりの大きな渦と対になって停滞している。さらに、流線と等圧力線を見比べると円柱上部では、主流からのはく離剪断層による時計まわりの小さな渦とコアンダ効果により円柱上部まで流れてくる噴流からのはく離剪断層による反時計まわりの小さな渦が生成され、これらの小さな渦は停滞する対の渦を乗り越えて下流側に流れている。また、等圧力線からわかるように、淀み点はブロック効果により壁面側に移動し、コアンダ効果の発生によって停滞する大きな渦と円柱背面との間で圧力が低くなっており(図7.13中の矢印部分)、この低圧部によって大きな時計まわりの渦とその直後の反時計まわりの小さな渦は下流に流れずに停滞することがわかる。

(3) 実験開始条件の違いによる流体力の変化

図 7.14 は、レイノルズ数 Re が 6.6×10^4 で間げき比 H/D を変化させた場合の円柱表面圧力分布から求めた抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の実験結果を示したものである。図 7.14 では、実験開始条件 Case1 と Case2 の違いを示すが、Case1 の場合は図 7.5 で示した値である。Case1 と Case2 では、 H/D が 0.06 から 0.12 の間で C_D 、 C_L に異なる結果が得られている。Case2 の場合は H/D を小さくしていくと、 $H/D=0.12$ で C_D が突然上昇し、 C_L が突然減少する。さらに H/D を下げていくと、 $H/D=0.05$ で C_D が突然減少し、 C_L が突然上昇して Case1 の結果と同じになる。Case1 と Case2 の場合で C_D 、 C_L が異なる値をとるのは、図 7.9 の可視化写真で示したように、Case2 の場合に円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生するからである。

前節では、スモークワイヤー法で可視化実験を行ったが、7.3.1 実験装置と方法で述べたように可視化実験においては Re 数を 3.3×10^4 としている。従って、 $Re=3.3 \times 10^4$ での抗力・揚力係数 C_D 、 C_L の変化を調べて $Re=6.6 \times 10^4$ での C_D 、 C_L の変化と定性的に一致していることを確認する必要がある。

図 7.15 は、 $Re=3.3 \times 10^4$ で間げき比 H/D を変化させた場合の円柱表面圧力分布から求めた C_D と C_L の実験結果を示したものである。また、比較のために $Re=5.0 \times 10^4$ での計算結果を示した。計算値は、 C_D と C_L の時間変化の平均値 ($\bar{t}=40 \sim 80$) である。

実験における C_D 、 C_L は、図 7.14 の $Re=6.6 \times 10^4$ の場合と同様に、Case2 の場合に円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生するため、 H/D の変化に対して Case1 と Case2 で異なる値をとるところがある。 C_D 、 C_L が実験開始条件の違いによって異なる値をとるのは、 $Re=6.6 \times 10^4$ の場合 $H/D=0.06 \sim 0.12$ の範囲であるが、 $Re=3.3 \times 10^4$ の場合 $H/D=0.03 \sim 0.1$ の範囲となる。これより、コアンダ効果の発生はレイノルズ数が低くなると H/D が小さくなる方向に移行していることがわかる。コアンダ効果の発生が移行するのは、境界層厚さの違いによる影響 ($Re=6.6 \times 10^4$ において $\delta=6.2\text{mm}$ で乱流境界層であり、 $Re=3.3 \times 10^4$ において $\delta=4.0\text{mm}$ で層流境界層) とレイノルズ数の影響を受けているものと思われる。

計算値は、 H/D を小さくしていった場合、 $H/D=0.1$ になると C_D が突然上昇し、 C_L が突然減少して Case2 の実験値に近い値が得られている。この C_D 、 C_L の変化は、実験と同様に円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生するためである (図 7.10)。Case2 の実験値との定量的な違いは、図 7.6 の説明でも述べたが、格子の解像度不足と円柱からの離断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないためだと考える。

図 7.16 (a)、(b) は、間げき比 H/D を変化させた場合の円柱表面圧力分布 C_p の実験

結果と計算結果を示したものである。計算値は、無次元時間 $\tilde{t}$ が40～80の間での平均値である。

図7.16(a)の実験値は、 H/D が小さくなるとブロック効果により円柱前方の壁面側($\theta=0^\circ \sim 60^\circ$)の流れが淀んで表面圧力が上昇し、淀み点が壁面側に移動している。また、 H/D が0.1の場合、Case1とCase2では圧力分布の形状が大きく異なっている。Case2の場合、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生し、噴流が円柱の背面に沿って流れるため、 C_p は円柱下部から背面($\theta=120^\circ \sim 180^\circ$)に渡って減少している。

図7.16(b)の計算結果において、 H/D を変化させた場合の C_p の変化は実験値に良く一致し、特に $H/D=0.1$ においてはコアンダ効果が発生しているCase2の実験結果に良く一致している。 H/D が小さくなると実験値と同様にブロック効果により流れが淀んで、淀み点が壁面側に移動しており、また、 $H/D=0.1$ においてはコアンダ効果による影響で円柱下部から背面に渡って C_p が低くなっている。

7.4 流体力のヒステリシス特性

7.4.1 実験装置と方法

実験装置の詳細は第2章で既に述べたが、ここでは概略について述べる。実験に用いた風洞は600×600mmの吹き出し口をもつブローダウン型で、乱れ強さは10m/sのときで約0.7%である。円柱に近接する境界面としてムービングベルト装置(ベルト幅550mm)を設置し、風洞吹き出し口とムービングベルト装置の間に境界層吸引装置を設置している。境界層吸引装置の吸い込み部は、92.5×580mmの多孔質板である。円柱モデルはφ100×550mmの亚克力製で、吹き出し口の下流860mmの位置で上下方向に移動できる支柱に固定した。

回転する円柱表面の圧力測定には半導体型圧力変換器(ENDEVCO: 8510B-5)を使用し、主流静圧との差圧測定とした。また、円柱表面周方向の測定分解能を 1° として、表面圧力は80回のアンサンブル平均値として求めた。

ムービングベルト法($V_b^*=1$)と境界層吸引法を組み合わせたときの測定部における速度分布はほぼ一様で、主流速度 U_∞ が5m/sのときで δ^* は0.38mmである。また、 $U_\infty=5\text{m/s}$ で境界層を吸引してムービングベルトを止めた場合($V_b^*=0$)の境界層厚さ δ は64.0mmで層流境界層である。

7.4.2 有限差分法による数値解析

数値計算法は第3章で詳しく述べたので、ここでは概略を述べる。支配方程式としては、二次元非定常非圧縮性Navier-Stokes方程式および連続の式を用いた。時間積分法として、Fractional Step法に従う2ステップ法を用いて、対流項に二次精度Adams-Bashforth法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分(Leonardスキーム⁽²⁶⁾)、その他の項は二次精度中心差分を用いた。離散化に際してはスタガード格子を用いずに、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性を持つ通常格子で離散化している。また、圧力Poisson方程式はSOR法を用いて計算を行った(式(3.58))。

円柱が壁面に近づく場合の格子の作成に領域分割法を採用するが、流れ場全体には直交格子を用い、円柱まわりにはO型格子を用いて円柱表面近くで密に分布させている(図5.6)。さらに、それぞれの格子はオーバーラップによる接続をさせて、3点の一次関数で内挿して近似する⁽⁶¹⁾。また、境界での対流項の風上差分は、接続境界を2本設けて速度の2階微分を計算している。

表 7.3 格子条件

H/D	Grid1 ($n_x \times n_y$)	Grid 2 ($n_r \times n_\theta$)	$\Delta \tilde{r}_{\min}$ ($\times 10^{-4}$)	n_H	n_δ
∞	270×220	40×160	8	85	12
0.1	270×170	39×160	7	39	14

本章では、計算の検証には間隙比 $H/D = \infty$ の場合について計算を行い、コアンダ効果のヒステリシスな特性について調べるのには $H/D = 0.1$ の場合について計算を行ったが、その H/D に対する格子数とO型格子の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{\min}$ を表7.3に示す。ここで、grid1は直交格子を、grid2はO型格子を示し、 n_H は円柱下面と壁面とのすき間 H の中に入る格子数、 n_H はレイノルズ数 Re が 10^5 の場合の平板境界層を例にとって、 $\tilde{x} = 1$ で境界層の中に入る格子数である。また、直交格子の x 、 y 方向の無次元最小格子間隔は、すべての H/D において 10^{-2} である。

レイノルズ数 Re は、 5×10^4 とし、コアンダ効果のヒステリシスな特性を調べるために、円柱の周速比 α を0.7~1.0まで変化させる。境界条件と計算領域の広さは第5章の図5.9に示す通りで、円柱表面上の境界条件は式(4.2)、(4.3)で与えられている。初期条件は衝撃出発とし、無次元時間刻み幅 $\Delta \tilde{t}$ は 3×10^{-4} とした。重合格子における境界条件と計算領域の広さ、および格子の依存性については図5.10で検討した結果、問題はなかった。

7.4.3 結果と考察

(1) 一様流中におかれた回転円柱の流体力

円柱が回転すると、マグヌス効果により揚力が発生することは良く知られているが、円柱の周速比 α を0から徐々に大きくした場合には、円柱表面に発達する境界層の乱流遷移によってマグヌス効果による揚力が一時減少することが知られている⁽¹²⁾。本章では、 α を変化させる計算を行うため、 α の変化に対する揚力の変化を検証する必要がある。

計算を行う前に重合格子による解の格子依存性と計算領域の広さ、および境界条件について調べる必要があるが、これらについては第5章の図5.10で既に検証済みである。この検証された格子条件および境界条件を基に、周速比 α の変化に対する揚力の値について検証を行う。

重合格子の格子条件は表7.3の間隙比 $H/D=\infty$ に示す通りである。また、計算領域の広さと境界条件は壁面境界を除いて第5章の図5.9と同じであるが、壁面境界は円柱中心から下側に $5D$ の位置に設け、その境界条件は式(7.1)に変更している。

図7.17は、周速比 α の変化に対する揚力係数 $|C_L|$ の計算結果と本実験装置での実験結果(図4.3)を示したものである。計算は、第4章の図4.22で検証したO型格子のみで計算した場合と本節で採用する重合格子で計算した場合の双方の計算結果を示している。第4章の図4.22で検証したO型格子のみでの計算結果は、無次元時間 $\tilde{t}=60\sim 90$ の平均値で、重合格子の場合は $\tilde{t}=40\sim 80$ の平均値である。実験結果は、円柱が壁面から十分離れた位置($H/D=2.0$)で測定したものであり、第4章の図4.3においてSwanson⁽¹²⁾の実験結果と十分に比較検討されたものである。 $|C_L|$ の計算結果は格子の違いに関係なく極めて近い値をとり、重合格子による計算方法については問題ないもの考える。実験による $|C_L|$ は、 α が大きくなると徐々に増加するが、 $\alpha=0.6$ でマグヌス効果による揚力が減少して再び増加していることがわかる。この負の揚力の発生は、主流と円柱の周速度との相対速度が大きくなる方の円柱表面に発達する境界層の乱流遷移に起因する⁽¹²⁾。計算結果は、この実験値に対して定性的に良く一致しているが、計算値と実験値の定量的な違いは、第5章で述べたように格子の解像度不足(付録2)と円柱からはく離剪断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないためだと考える。

(2) 実験開始条件の違いによる流体力の変化

本章の7.3では、壁面に近接して回転する円柱まわりの流れにおいて、壁面上に発達する境界層の影響で同じ実験条件であっても異なる流れ場が存在することを示したが、

ここでは後で述べる事柄との関連でその概略を述べておく。図7.15は、間げき比 H/D を変化させた場合の抗力・揚力係数 C_D 、 C_L を示し、図中のCase1、Case2は実験開始条件を示している。Case1は、壁面を移動($V_b^*=1$)させて境界層が無い条件から円柱を徐々に回転させた(α を0から1へ徐々に変化させた)場合の実験結果であり、Case2は、壁面を静止($V_b^*=0$)させて境界層が発達している条件で円柱を回転($\alpha=1$)させた後、壁面を徐々に主流と同じ速度で移動させた(V_b^* を0から1へ徐々に変化させた)場合の実験結果である。Case2では、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生するため、間げき比 $H/D=0.03\sim 1.0$ の間で C_D 、 C_L はCase1と異なる値をとる。 $H/D=0.1$ で円柱と壁面との間を流れる噴流が円柱表面からはく離する場合と(Case1)、コアンダ効果によって円柱表面に付着する場合(Case2)の可視化写真を図7.9に示す。コアンダ効果は、実験開始時に壁面が静止して壁面上に境界層が存在する場合(Case2)に現れることを第6章で述べたが、この効果は、ヒステリシスな特性を持つため一度発生すると消滅しにくい性質がある。従って、コアンダ効果が発生するCase2の実験開始条件で壁面を徐々に主流と同じ速度で移動させてもコアンダ効果は消滅せず、Case1で実験を開始した場合と最終的に同じ実験条件であっても異なる流れ場が存在することが予測される。

本節では、このコアンダ効果のヒステリシスな特性を数値計算によって詳細に調べていくが、その際、実験値を用いて流れ場の特徴的な傾向も検証する。

実験と計算でレイノルズ数 Re が異なっているが、本章の 7.3.3(3)で $Re=3.3\times 10^4$ と 6.6×10^4 の実験を行った結果、この範囲内での Re 数の違いでは、コアンダ効果が発生する間げき比 H/D 、抗力・揚力係数 C_D 、 C_L にわずかに違いがあるものの、流れ場の特性に大きな違いは見られなかった。従って、本研究で採用する計算での Re 数は 7.3 で採用した $Re=5\times 10^4$ とした。

(3) コアンダ効果のヒステリシス特性

図7.18(a)、(b)は、それぞれ間げき比 $H/D=0.1$ で周速比 α を変化させた場合の表面圧力分布の実験値と計算値を示す。実験は、壁面を静止させた状態($V_b^*=0$)で円柱を回転させ($\alpha=1$)、次に徐々に壁面を移動させて(V_b^* を0から1に徐々に変化させて)測定を開始するが、この条件は図7.9の実験開始条件Case2に相当し、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生する。次に α の変化のさせ方は、図7.19(a)中の矢印に従って、 α を1から0.7まで0.1おきに段階的に下げた後、0.7から1.4まで段階的に上げ、さらに1.4から1.0まで段階的に下げて、初めに測定した実験条件に戻している。計算は、 $\alpha=1$ で初期条件を衝撃出発として無次元時間 $\tilde{t}=80$ まで計算させた後、図7.19(b)中の矢印に従って、無次元時間間隔 $\Delta\tilde{t}=60$ で α を0.1おきに0.7まで下げて、1.0まで上げた。計算による表面圧力分布は十分時間が経過した後からの平均値である。

図7.18(a)の実験による表面圧力分布を見ると、異なる二つの分布形状が見られる。

この分布形状の違いは、これまでの研究から円柱と壁面との間を流れる噴流が円柱表面からはく離するか、または、この噴流がコアンダ効果によって円柱表面に沿って流れるかの違いによって現れることがわかっている。 α が初めの1.0と α を変化させた際の1.4～1.0の間ではコアンダ効果が発生して、円柱背面での表面圧力は円柱の回転角度 θ が 120° から緩やかに上昇しているのに対して、その他の α では、円柱と壁面との間を流れる噴流が円柱からはく離するため、円柱背面($\theta=120^\circ$ から 290°)での圧力はほぼ一定値を取っていることがわかる。

図7.18(b)の計算結果における表面圧力分布の変化は、図7.18(a)の実験結果に対して定性的に同じような傾向を示し、流れの特徴的な傾向を捕えていることがわかる。

図7.19(a)、(b)は、それぞれ図7.18の表面圧力分布から求めた周速比 α の変化に対する揚力係数 C_L の実験値と計算値である。図中の記号Sは、実験または計算を始めたときの条件を示す。

図7.19(a)の実験による C_L は、 α の変化に対してヒステリシスな特性を持っている。実験を始めたときの $\alpha=1.0$ では、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生して C_L が-1.25と小さな値を示しているが、 α を0.9に下げるとこの噴流が円柱からはく離して急激に C_L が-0.2に上昇する。さらに図の矢印に従って α を変化させるが、 α を増加させる場合、 C_L は徐々に減少して $\alpha=1.4$ で再びコアンダ効果が発生し、 α を1.0まで減少させてもコアンダ効果が消滅せず、 C_L は-1.2から-1.4の間で低い値を取る。コアンダ効果の発生の有無は、図7.18の表面圧力分布から判断している。このことから、 α が1.0から1.3の間では、同じ実験条件であっても円柱と壁面とを流れる噴流にコアンダ効果が発生している場合とこの噴流がはく離している場合の二つの異なる流れ場が存在することがわかる。

図7.19(b)の計算による C_L は、実験値と同様に α の変化に対してヒステリシスな特性が現れており、流れの特徴的な傾向を捕えていることがわかる。同じ計算条件で異なる流れ場が現れるのは、 $\alpha=0.9$ のときで、図中のAは円柱と壁面を流れる噴流にコアンダ効果が発生している場合で、Bはこの噴流が円柱表面からはく離している場合である。実験結果との定量的な違いは格子の解像度不足(付録2)と円柱からはく離剪断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないためだと考える。

(4) 流れの様相

図7.20(a)、(b)は、周速比 α を0.9で計算したときの揚力係数 C_L の時間変化を示したものであるが、それぞれの図は、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生している場合(図7.19(b)中の記号A)とこの噴流が円柱表面からはく離する場合(図7.19(b)中の記号B)の計算結果である。十分時間が経過した後($\bar{t} \geq 35$)の C_L の変化に注目すると、コアンダ効果が発生している図7.20(a)の振動振幅は、コアンダ効果が発生

していない図7.20(b)の振動振幅よりも小さいことがわかる。この振動振幅の1周期当たりの流れの様相を見るために、図7.20(a)、(b)中の○印の時間における流線と等圧力線図をそれぞれ図7.21、7.22に示す。図7.21では、円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生して、噴流が円柱の背面に付着して流れている。円柱上部の渦生成に注目すると、 $\tilde{t}=40.8$ では円柱の上側で渦が生成されて、この位置で圧力が低くなるため、 C_L が上昇することがわかる。従って、渦の生成と放出に伴って図7.20(a)の C_L の時間変化に振動振幅が現れる。一方、図7.22では、 $\tilde{t}=39.6$ と $\tilde{t}=43.2$ でコアンダ効果が発生しているが、 $\tilde{t}=41.4$ では円柱からはく離剪断層により生成された渦が大きくなって噴流のはく離位置が円柱の下側にまで移動してコアンダ効果が消滅している。そのため、図7.20(b)に示すように C_L の振動振幅が大きくなることがわかる。図7.22では、これまでコアンダ効果が発生していないものと思われていたが、断続的にコアンダ効果が発生していることが明らかになった。

図7.21、7.22の流れの様相で、大きく異なる点は、コアンダ効果が連続的(定常的)に発生している図7.21に円柱背後に停滞する時計まわりの渦が存在していることである。この停滞する渦の影響で、円柱から生成される渦の成長は抑制されてコアンダ効果が連続的(定常的)に発生するため、 C_L は平均的に低い値を取ることがわかった。従って、コアンダ効果の発生とヒステリシスな特性は、円柱背後に生成される渦の形態に大きく依存することが明らかになった。

7.5 まとめ

ムービングベルト法と境界層吸引法を併用し、壁面上の乱流境界層を取り除いて壁面に近接する回転円柱まわりの流れ実験を行った。また、渦法で数値計算を行った結果、次の結論を得た。

1. 壁面の近接による渦放出の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ は、円柱が周速比 $\alpha=1.0$ で回転していても、円柱が静止した場合の $(H/D)_{cr} \sim 0.3$ に等しい。
2. 壁面上に乱流境界層がある場合は、壁面に沿っていたはく離剪断層が、間げき比 $H/D \doteq 0.15$ でコアンダ効果により回転する円柱背面に再付着するスイッチング現象が現れた。しかし、乱流境界層を取り除いた本実験の場合、スイッチング現象は発生せず、この流れのスイッチング現象は、壁面上に発達する境界層の影響を受けた円柱前方の近づき流れの速度分布の違いに依存することがわかった。
3. 間げき比 $H/D \leq 0.3$ において、壁面による渦抑制の効果で後流が安定し、抗力係数 C_D は急激に減少する。また、間げき比 $H/D \leq 0.3$ において、ブロック効果の影響で、円柱と壁面との間の流れが淀み揚力が発生する。

4. 渦法による数値計算は、放出渦の三次元性や、壁面上および円柱表面上に発達する境界層が表現できないため、実験値とのずれが大きい。

次に、本章では壁面に近接して回転する円柱まわりの詳細な流れ場を解明するために有限差分法による数値計算を行ったが、数値計算の信頼性を高めるために、流体力の変化を実験的に調べると共に可視化実験も同時に行った。結果をまとめると、以下の通りである。

5. 有限差分法による計算結果は、間げき比 H/D が変化する場合の抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L の実験結果、および可視化写真と定性的に良く一致する結果が得られ、本計算の有効性が確かめられた。ただし、格子の解像度不足とはく離剪断層の三次元的な挙動による影響については、十分留意する必要がある。
6. 間げき比 H/D を小さくしていくと $H/D=0.1$ で円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生し、これまで明らかにしていなかったコアンダ効果が発生している場合の詳細な流れ場が計算結果と共に可視化実験から明らかになった。
7. コアンダ効果が発生している場合、可視化実験からは、円柱中心から主流方向におよそ $2.5D$ の位置に時計まわりの大きな渦が生成され停滞していることが明らかになり、さらに、計算結果からは、この大きな時計まわりの渦の直後に反時計まわりの小さな渦が生成されて、二つの渦が対になって停滞することが明らかになった。さらに、円柱から放出される渦は停滞する対の渦を乗り越えて下流に流れていくことが明らかになった。

さらに、壁面に近接して回転する円柱と壁面との間を流れる噴流に現れるコアンダ効果のヒステリシスな特性について数値計算を行ったが、実験値を用いて流れ場の特徴的な傾向の検証も行った。結果をまとめると、以下の通りである。

8. 実験では、円柱の周速比 α の変化に対して揚力係数 C_L にヒステリシスが現れたが、これは円柱と壁面との間を流れる噴流に発生するコアンダ効果にヒステリシスな特性があるためであり、同じ実験条件であっても、異なる2つの流れ場が存在することがわかった。
9. 有限差分法による計算結果は、8. の実験結果に対して定性的に良く一致する結果が得られ、本計算の有効性が確かめられた。ただし、格子の解像度不足と円柱からはく離剪断層の三次元的な挙動による影響については、十分留意する必要がある。
10. 計算による流線と等圧力線図から円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生している場合と噴流が円柱表面からはく離している場合の詳細な流れ場が明らかになった。コアンダ効果が発生している場合、円柱背後に停滞する時計まわりの

大きな渦が存在し、円柱から放出される渦の成長が抑制され連続的にコアンダ効果が発生していることが明らかになった。一方、噴流が円柱からはく離している場合の流れ場には、円柱から生成される渦の成長と放出に伴って断続的にコアンダ効果が発生していることが明らかになった、

11. コアンダ効果の発生とヒステリシスな特性は、円柱背後に生成される渦の形態に大きく依存することが明らかになった。

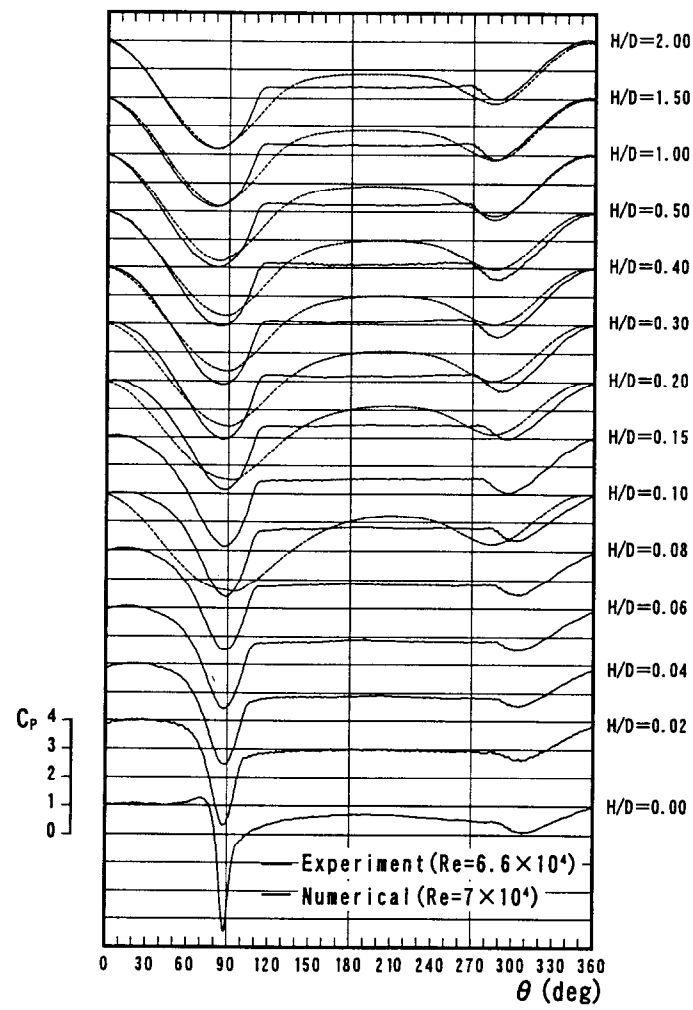


图 7.1 表面压力分布($\alpha=1$, $V_B^*=1$)

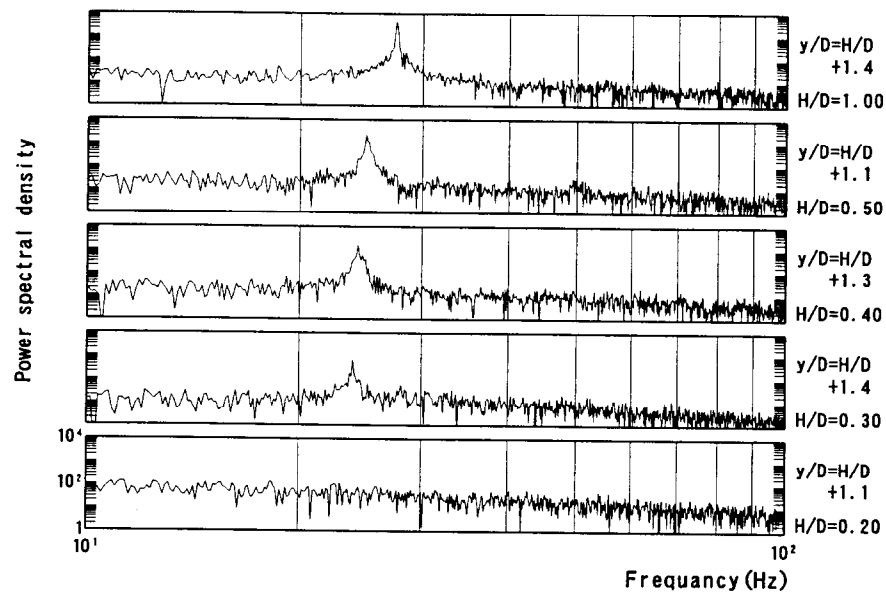
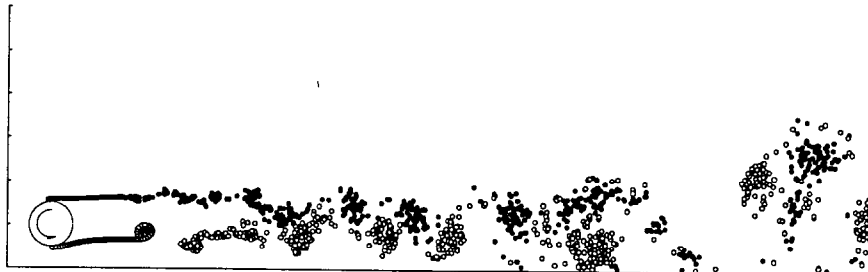
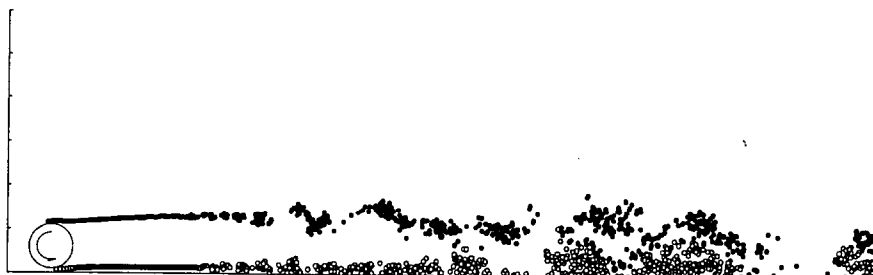


図 7.2 パワースペクトル分布
 $(Re=6.6 \times 10^4, x/D=3.0, \alpha=1, V_B^*=1)$



(a) $H/D=0.5$



(a) $H/D=0.1$

図 7.3 フローパターン($Re=7 \times 10^4, \alpha=1, U_\infty t/D=80$)

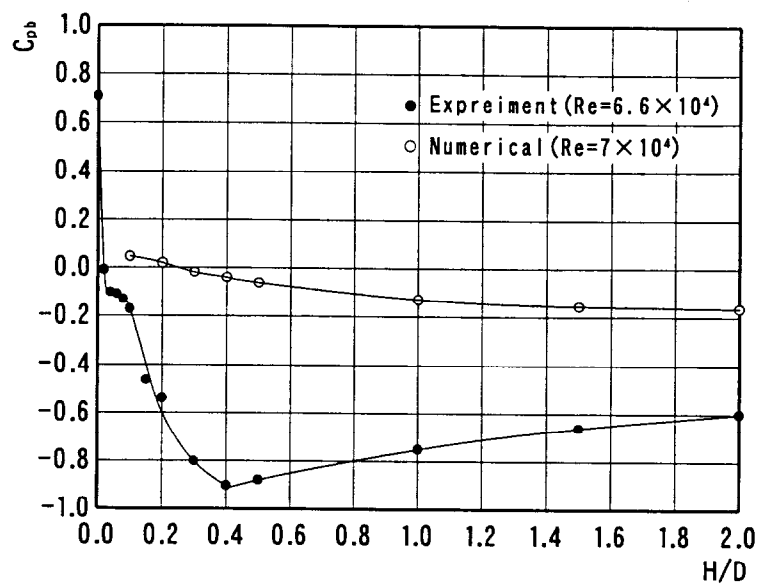


図 7.4 間げき比の変化に対する背圧の値
($\alpha=1$, $V_B^*=1$)

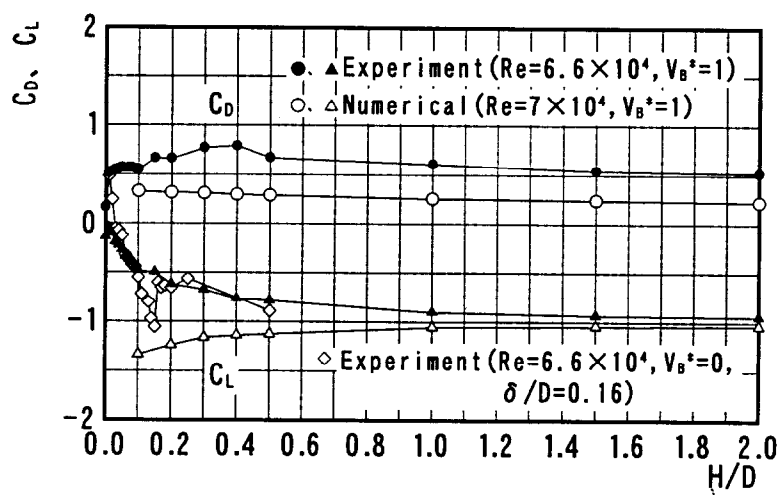


図 7.5 間げき比の変化に対する抗力・揚力係数の値
($\alpha=1$)

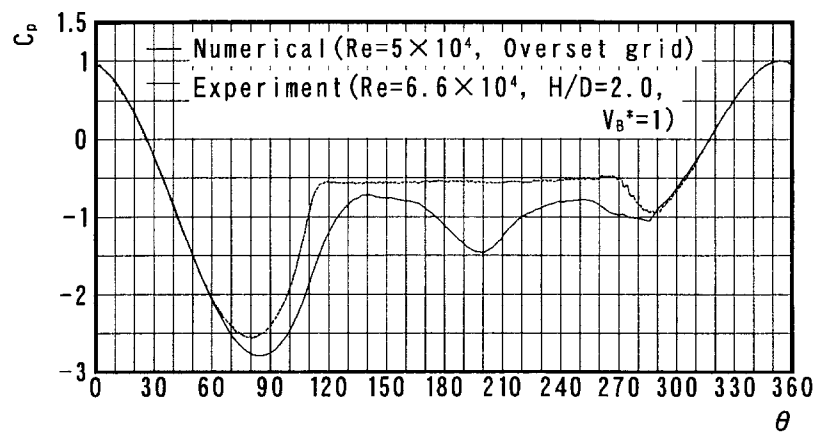
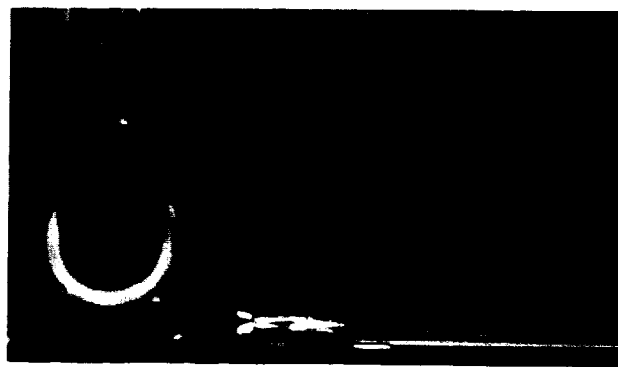
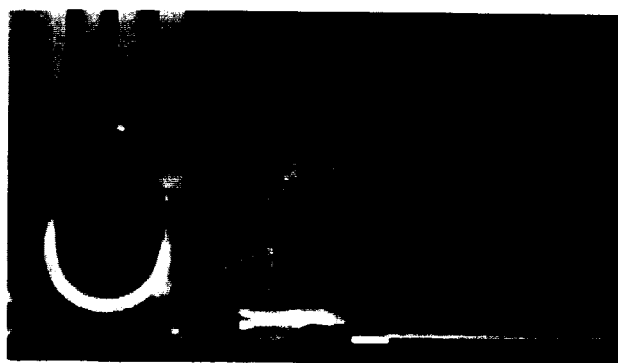


图 7.6 表面压力分布($H/D=\infty$, $\alpha=1$)

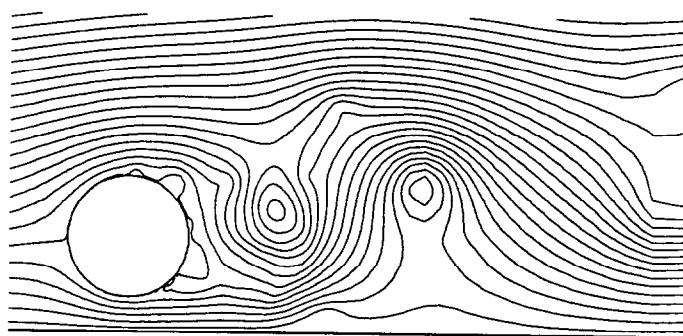


(a) $H/D=0.3$

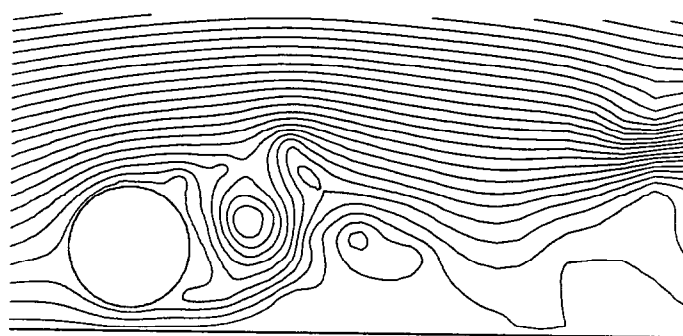


(b) $H/D=0.2$

图 7.7 可视化写真($Re=3.3\times 10^4$, $\alpha=1$, $V_B^*=1$, Case1)



(a) $H/D = 0.3$

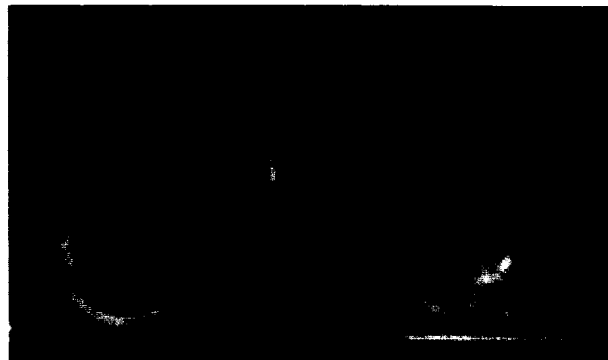


(b) $H/D = 0.2$

図 7.8 流線 ($Re = 5 \times 10^4$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$)



(a) Case1



(b) Case2

図 7.9 可視化写真($Re=3.3 \times 10^4$, $H/D=0.1$, $\alpha=1$, $V_B^*=1$)

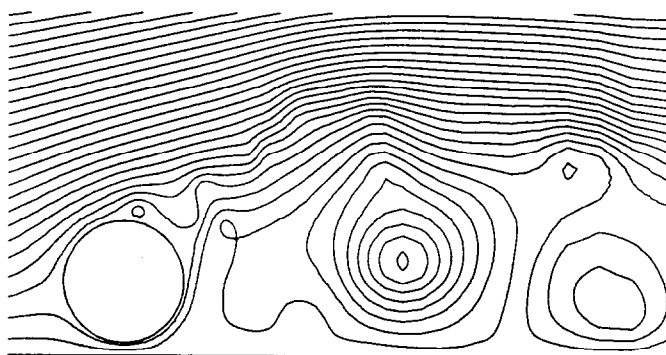


図 7.10 流線

($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = 0.1$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$, $\tilde{t} = 70.5$)

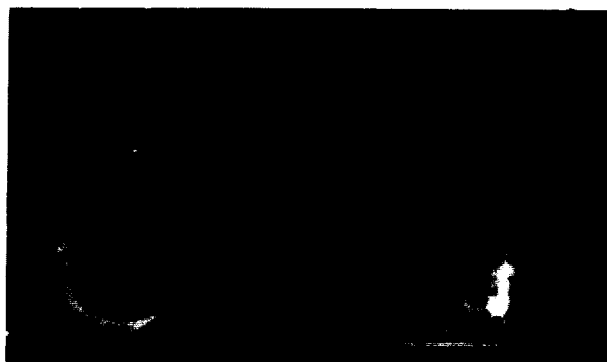
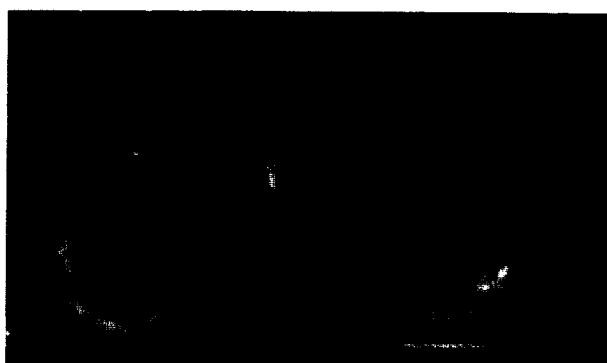
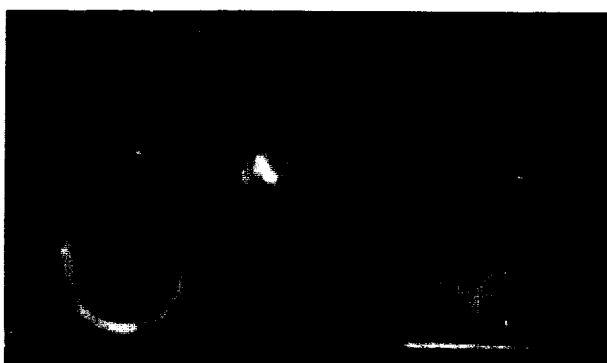
(a) $\tilde{t} = 0$ (b) $\tilde{t} = 1.67$ (c) $\tilde{t} = 3.33$

図 7.11 可視化写真によるフローパターンの時間変化
 ($Re = 3.3 \times 10^4$, Case2, $H/D = 0.1$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$)

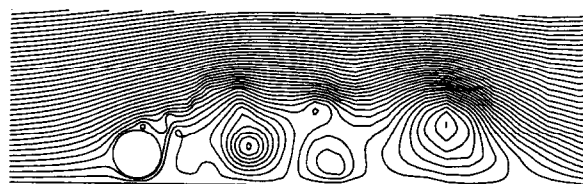
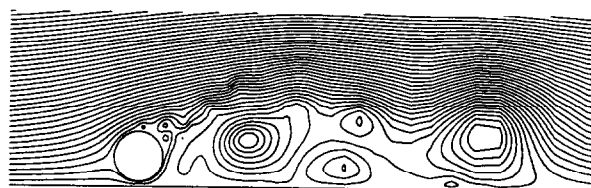
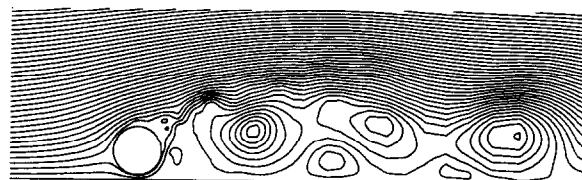

 $\tilde{t} = 70.5$

 $\tilde{t} = 71.7$

 $\tilde{t} = 72.9$

図 7.12 流線の時間変化

($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = 0.1$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$)

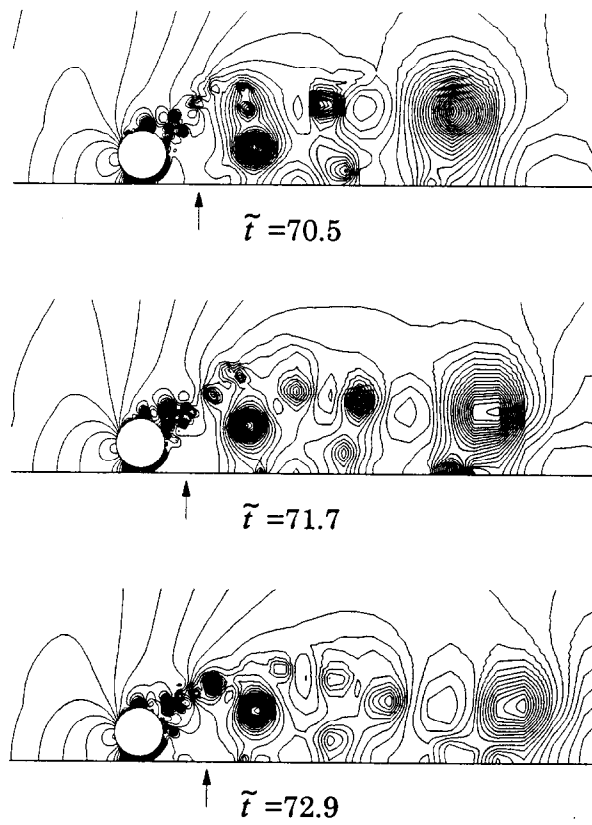


図 7.13 等圧力線の時間変化
 ($Re = 5 \times 10^4$, $H/D = 0.1$, $\alpha = 1$, $V_B^* = 1$)

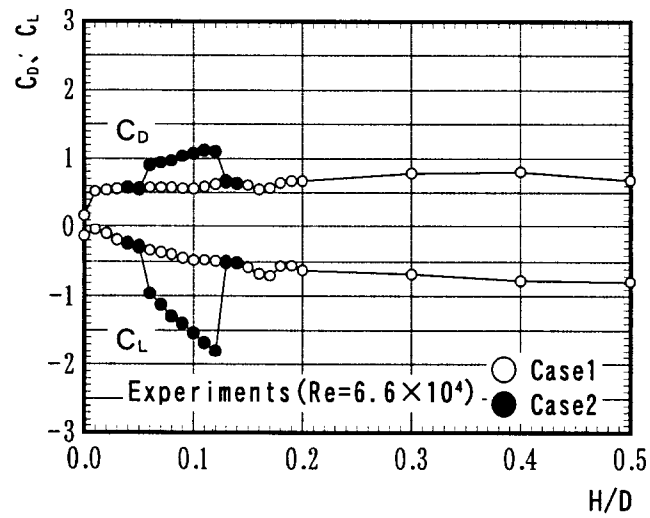


図 7.14 間げき比の変化に対する揚・抗力係数の値
($\alpha=1$, $V_B^*=1$)

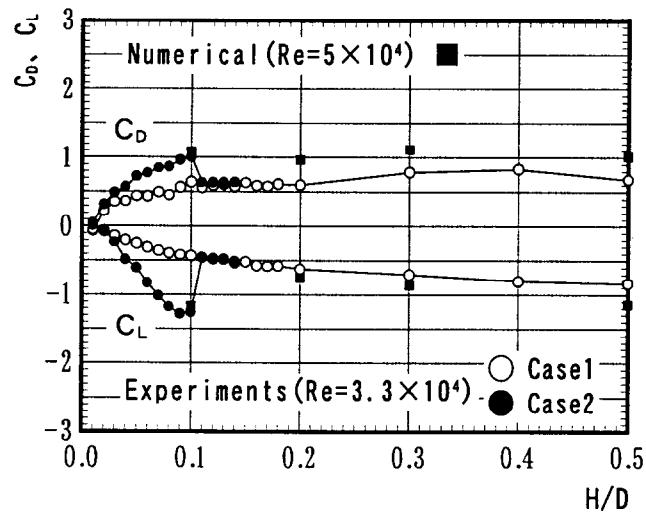
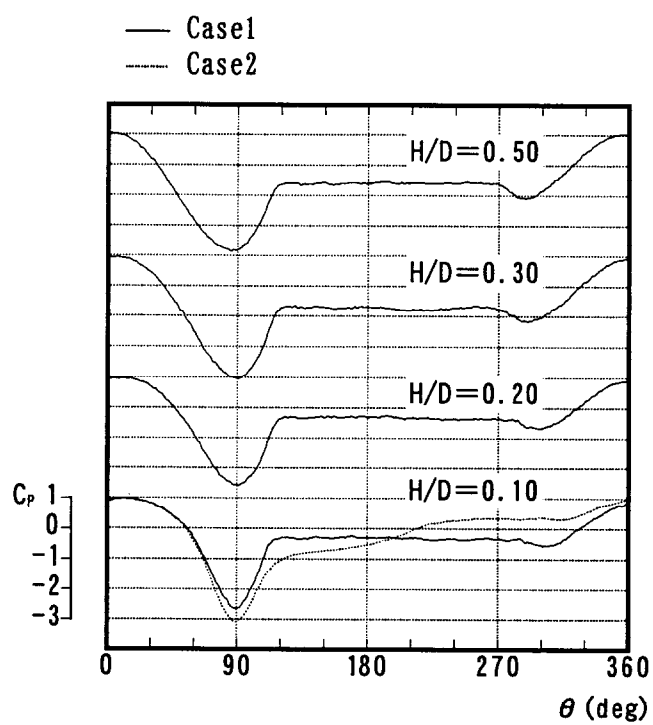
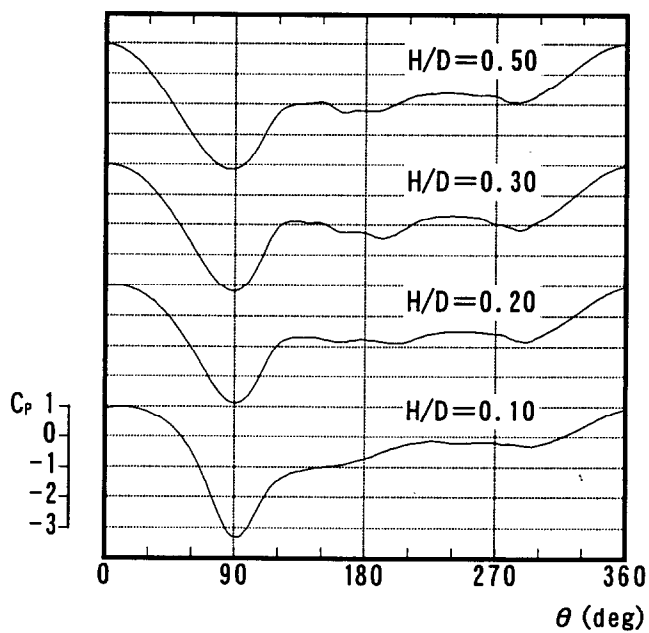


図 7.15 間げき比の変化に対する揚・抗力係数の値
($\alpha=1$, $V_B^*=1$)

(a) 実験結果($Re=3.3 \times 10^4$)(b) 計算結果($Re=5 \times 10^4$)図 7.16 表面圧力分布($\alpha=1$, $V_B^*=1$)

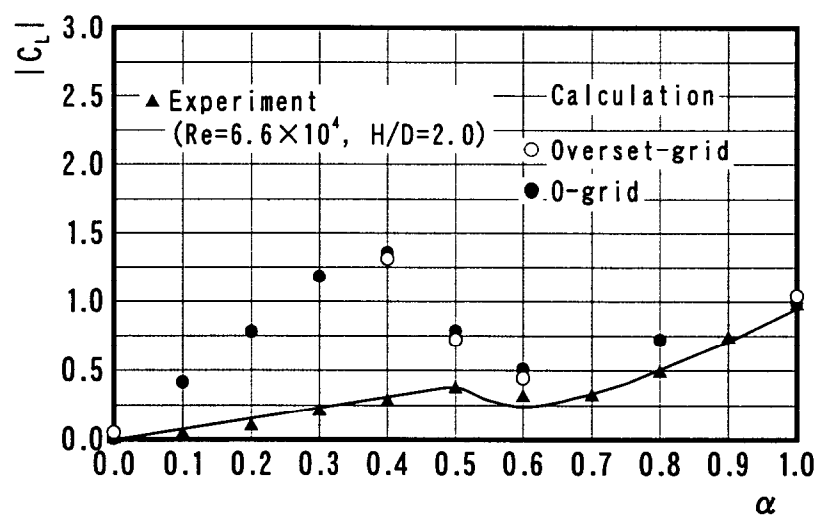
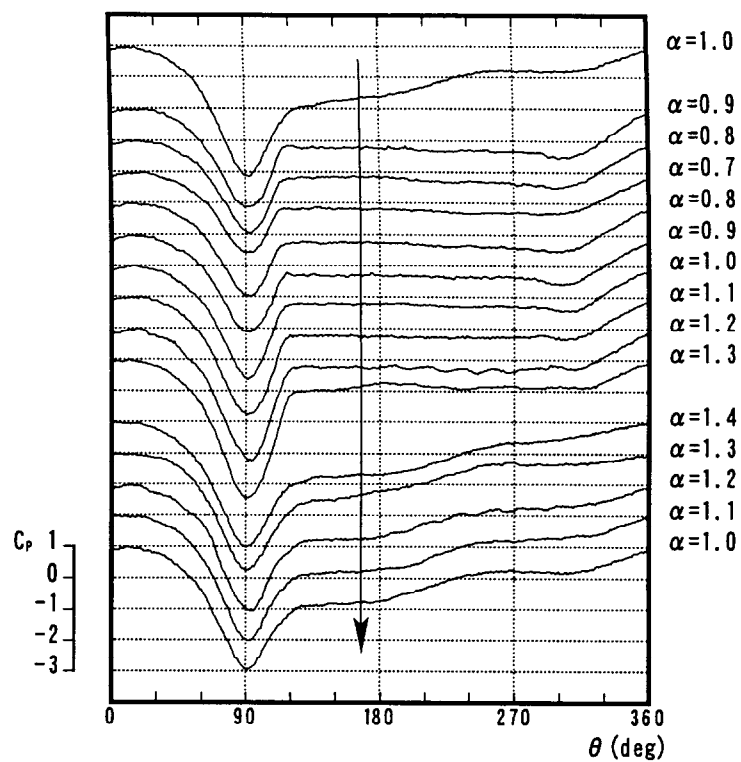
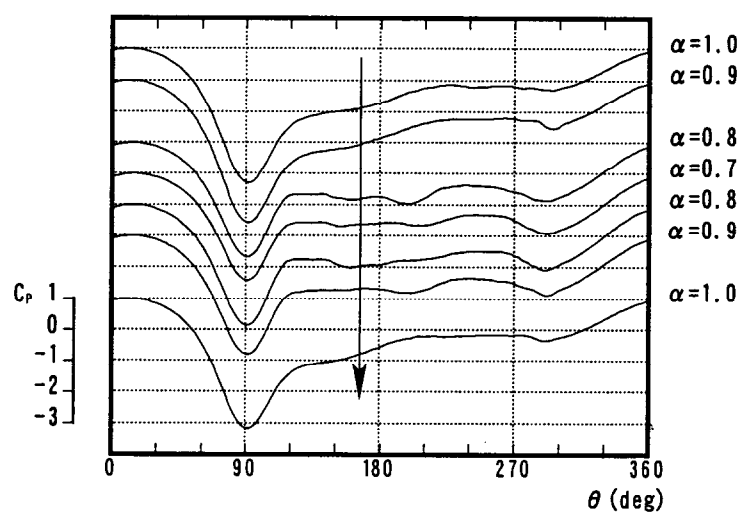
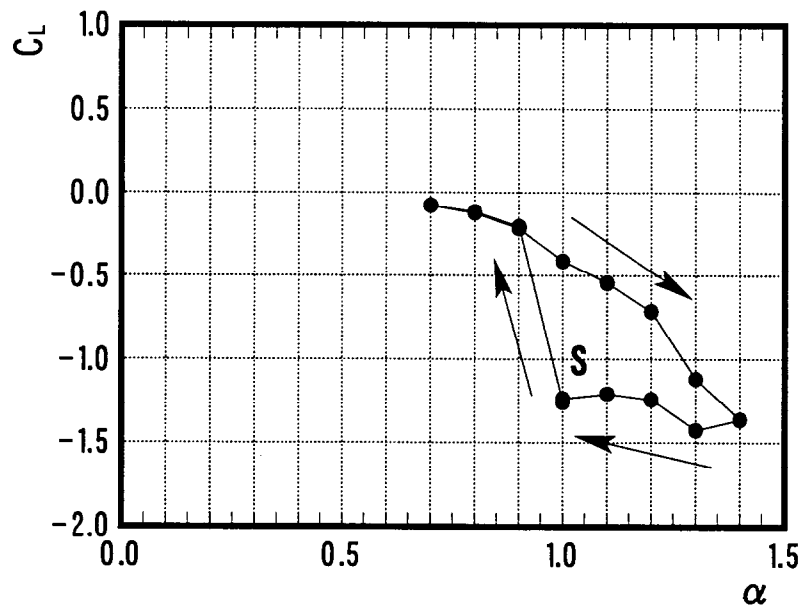
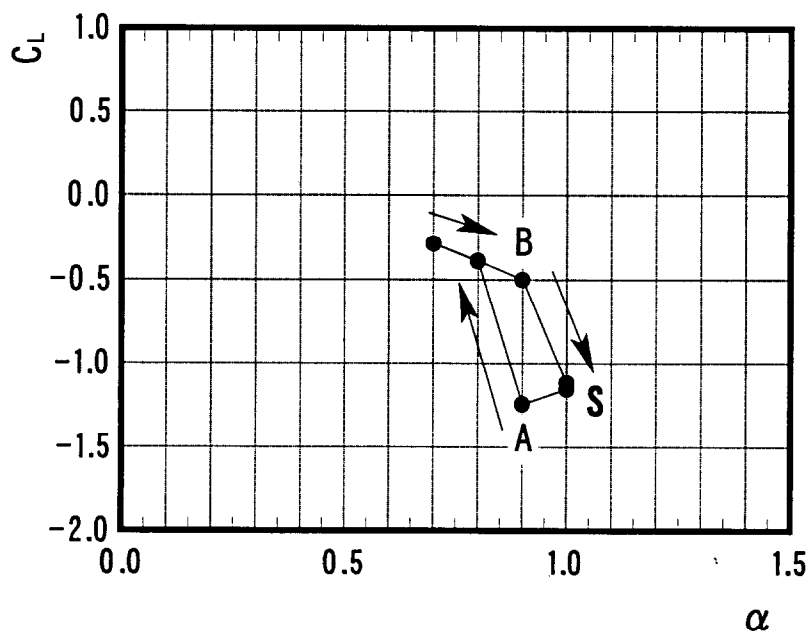


図 7.17 周速比の変化に対する揚力係数の値
 $(Re=5 \times 10^4, H/D=\infty, V_B^*=1)$

(a) 実験結果($Re = 3.3 \times 10^4$)(b) 計算結果($Re = 5 \times 10^4$)図 7.18 表面圧力分布($H/D = 0.1$, $V_B^* = 1$)

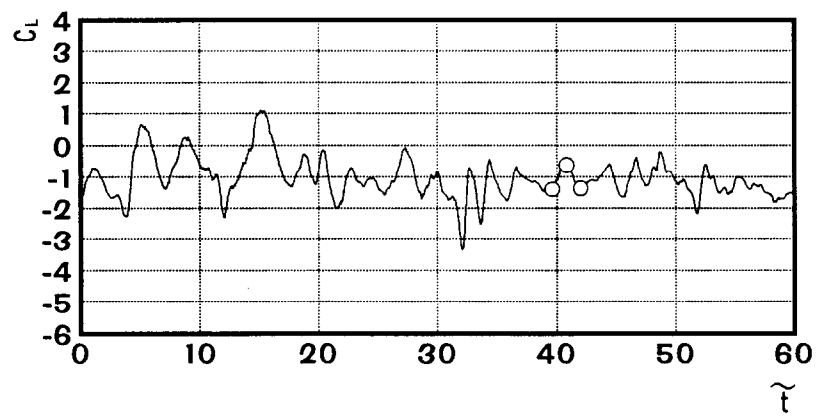


(a) 実験結果($Re = 3.3 \times 10^4$)

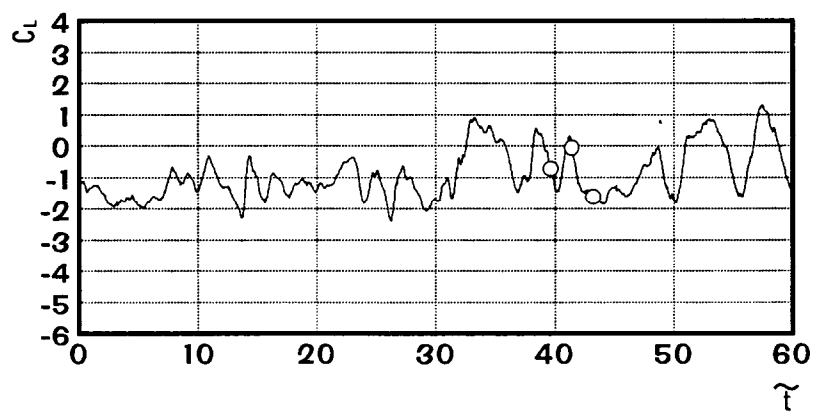


(b) 計算結果($Re = 5 \times 10^4$)

図 7.19 周速比の変化に対する揚力係数の値($H/D = 0.1$, $V_B^* = 1$)



(a) 図 7.19(b)中の A における計算結果



(b) 図 7.19(b)中の B における計算結果

図 7.20 揚力係数の時間変化($Re=5 \times 10^4$, $H/D=0.1$, $\alpha=0.9$, $V_B^*=1$)

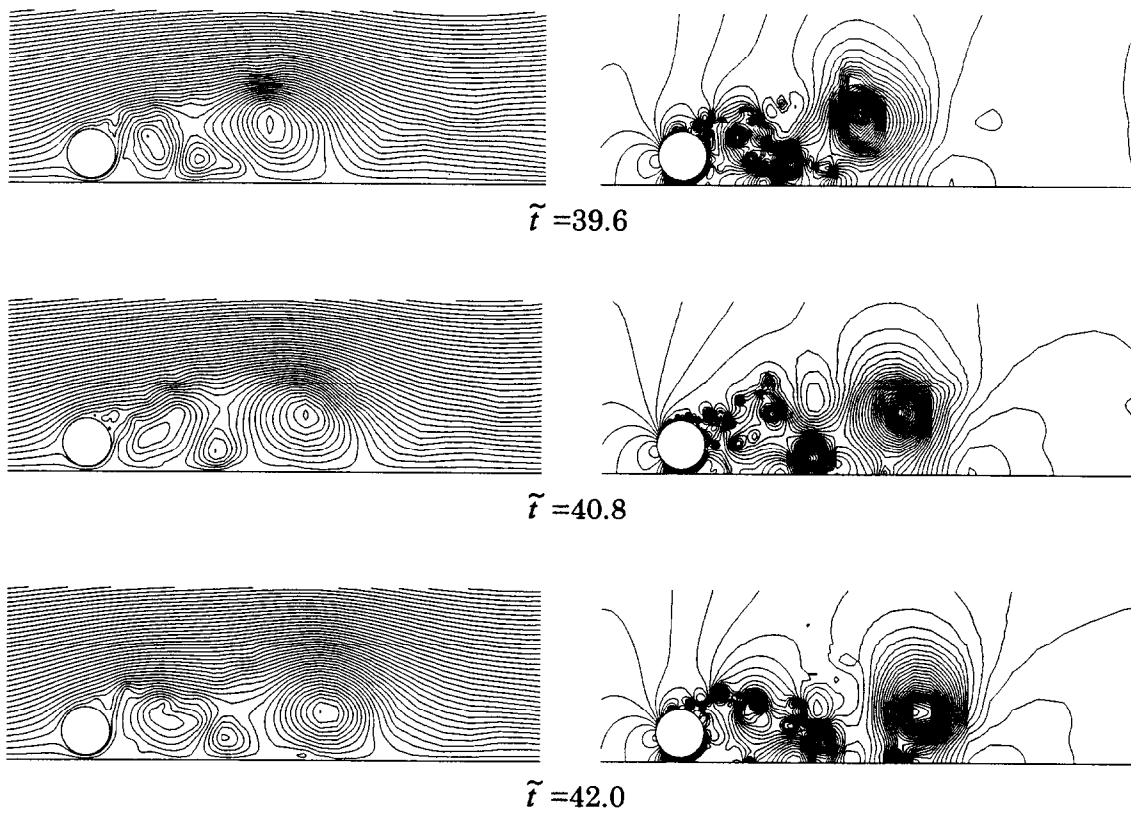


図 7.21 図 7.20(a)の○印の時間での流線と等圧力線
 $(Re = 5 \times 10^4, H/D = 0.1, \alpha = 0.9, V_B^* = 1)$

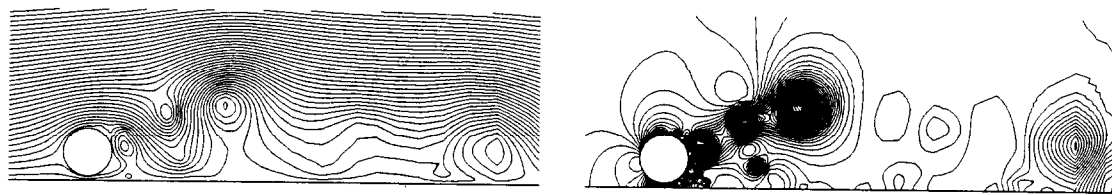
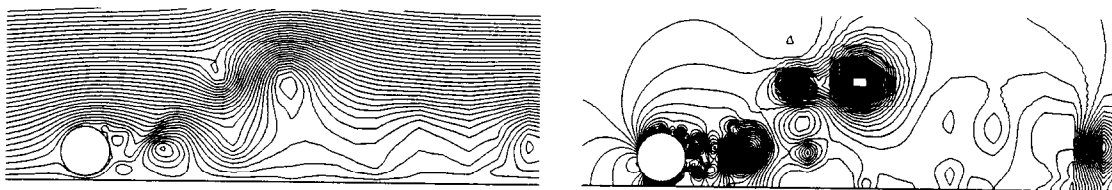
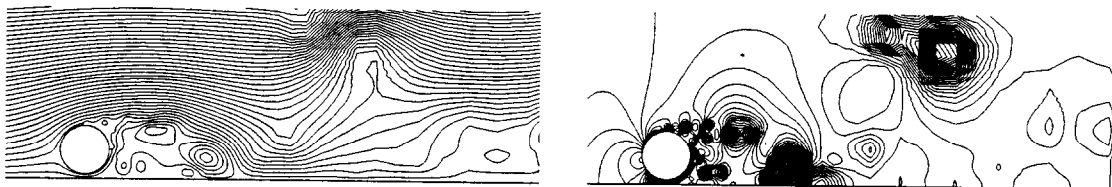

 $\tilde{t} = 39.6$

 $\tilde{t} = 41.4$

 $\tilde{t} = 43.2$

図 7.22 図 7.20(b)の○印の時間での流線と等圧力線
 $(Re = 5 \times 10^4, H/D = 0.1, \alpha = 0.9, V_B^* = 1)$

第 8 章

結論

本研究は、主流と同一速度で同一方向に移動する壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れの実験および数値解析を行い、流体力の変化やその変化に対する詳細な流れ場を明にかなにすることを目的として、ムービングベルト法と境界層吸引法、および流体力の測定のために回転する円柱表面の微圧測定法を開発して風洞実験を行った。また、実験による解析とともに、有限差分法と比較的短時間に計算できる渦法の双方をこの複雑な流れ場に適用して開発を行った。

本研究では、本研究の目的である壁面に近接して回転する二次元円柱まわりの流れの解析を重視する一方、この流れ場をより理解するために、これまで多くのデータが蓄積されている一様流中におかれた静止または回転する円柱まわりの流れや、壁面に近接する静止円柱まわりの流れ場の実験および数値解析を行った。本論文での研究成果は、独創的な成果を上げる一方で、上に述べた複雑な流れ場に対して新知見を得るまでに至った。

第 1 章は序論であり、本研究に関連したこれまでの研究動向及び問題点、本研究の動機及び研究内容の要旨を述べた。

第 2 章では、静止または回転する円柱が壁面に近接する場合の風洞実験を行うために、その実験装置と方法について述べた。それについてまとめると以下の通りになる。

1. 壁面境界層を制御するためにムービングベルト法と境界層吸引法を採用した。
2. ムービングベルト法のみを採用した場合は、壁面境界層を完全に取り除くことはできないが、速度分布は一様流に近づく。また、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用した場合は、ムービングベルト法の場合に比べて壁面境界層が非常に良く取り除かれ、速度分布形状がほぼ一様流に近づく。それぞれの場合の境界層排除厚さについては表 2.1 に示した。
3. 円柱表面の微圧測定は、共振周波数 85kHz の半導体型圧力トランスデューサを採用し、円柱が回転した場合を考えてスリップリングを装着した。さらに、圧力トランスデューサからの信号をアンプで増幅し、A/D 変換してパソコンに取りこんだ。
4. 圧力トランスデューサからの信号にはノイズなどが含まれるため、円柱が静止する場

合には、その信号を時間平均し、円柱が回転する場合には、アンサンブル平均を行った。

5. 圧力トランスデューサから出力される信号から圧力および揚・抗力係数を算出する方法について述べた。
6. 外部流れの流速測定には I 型熱線プローブを用い、速度ベクトルの測定には X 型熱線プローブを用いた。

第 3 章では、幾つかの数値解析法の中でも有限差分法と渦法についての説明をした。渦法については、非圧縮非粘性流の仮定のもとでの支配方程式とその離散化、はく離せん断層のモデル化について詳しく述べた。また、有限差分法については、非圧縮性流れの支配方程式とその変形、支配方程式の無次元化、それを一般座標に変換する方法および離散化について詳しく述べた。

第 4 章では、本研究での実験方法、計算方法を一様流中におかれた静止および回転円柱まわりの流れの問題に適用し、流れ場を明らかにするとともにそれぞれの方法による精度の検証を行った。これにより、本研究の実験方法、計算方法は正しく、精度の良い実験と計算が行えることを証明した。ただし、渦法においては、臨界レイノルズ数を超えると境界層の乱流遷移にもとづくはく離点の後退が表現できないが、この点については今後の課題とした。また、有限差分法による計算については、レイノルズ数 Re が 10^4 を超えると実験値との差が大きくなる。これは、格子解像度の不足と、円柱からののはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。比較的高いレイノルズ数で円柱まわりの計算を行う場合の実験値との不一致は、現在のところ確かな原因がわかっていないと思われるので、本章で検討した格子による計算結果を基準に研究を進めることにした。

第 5 章では、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用して壁面上の境界層を取り除いた場合の壁面に近接する円柱まわりの流れを調べて次の結論を得た。

1. スモークワイヤー法による可視化実験と熱線流速計による周波数解析により、境界層がない場合の渦放出抑制の様子を捕らえた。
2. 壁面を主流と同じ速度で移動させて乱流境界層を取り除いても、円柱からの渦放出の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ は 0.3 であり、従来の乱流境界層がある場合の結果と同様である。
3. 従来報告されている壁面上に発達する乱流境界層が最も薄い場合 ($\delta/D=0.23$) の円柱に及ぼす流体力と比較した場合、 H/D が 0.1 以下のときに流体力に及ぼす境界層の影響が大きい。

また、本章では第一段階としてポテンシャル流れを仮定した鏡像法を用いる渦法による

流れの数値計算を行った。その結果、フローパターンやはく離位置は実験結果と定性的に良く一致したが、間げき比 $H/D \leq 0.3$ ではブロック効果による流体力の評価が十分にシミュレートできなかった。

次に、円柱まわりの流れの数値解析法に有限差分法を採用し、壁面上に境界層がない場合の壁面に近接する円柱まわりの数値解析を従来の実験結果と比較した。その結果、定性的な流れ場が計算により再現されたので以下にまとめる。

4. 高レイノルズ数における壁面に近接する円柱まわりの非圧縮性粘性流れの有限差分法による直接シミュレーションを試みたが、領域分割法の採用により円柱が壁面に極めて近づいた場合の計算が可能となった。
5. 円柱が壁面に近づいた場合、 H/D が 0.3 以下で円柱上側からのはく離剪断層が壁面上に付着してはく離泡が形成される。
6. さらに、 H/D が 0.3 よりも小さくなるとカルマン渦が崩壊して流れ方向に對の渦が発生する。この渦は、はく離剪断層の壁面への再付着による圧力の上昇で円柱からの放出が抑制され、下流側に行くに従って壁面から離れていく。この渦放出の抑制は実験値と定性的に良く一致する。
7. 円柱が壁面に近づくに従って、円柱前方の壁面側全体の領域で流れが淀むためこの領域で圧力が高くなって揚力が発生し、実験値と定性的に良く一致した。

有限差分法による計算では、実験値と定性的に一致するものの定量的に一致しなかったが、これは格子解像度の不足と、円柱からのはく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えらる。比較的高いレイノルズ数で一樣流中におかれた円柱まわりの有限差分法による計算でさえも、その計算結果は不安定でいくつかの課題が残っているものと思われる。格子数を増やして定量的な評価ができる計算を行うことが今後の課題である。

第6章では、一樣流中で回転円柱の表面圧力を測定し、円柱が壁面に近づいていくときのマグヌス効果の変化を調べた。その結果を円柱が正回転の場合についてまとめると。

1. 壁面が静止、移動に関わらず間げき比 H/D がある値になると、突然揚力が小さくなる。
2. この現象は不安定な現象で、ある条件で突然発生するスイッチング現象である。
3. 揚力の減少の原因は、円柱と壁面との間の流れが、円柱表面に沿って流れるか、または壁面に沿って流れるかの違いである。
4. 間げき比 H/D が小さな値のところ、揚力は正となりマグヌス効果より地面効果の方が上回ることが分かった。

また、負回転の場合には壁面が静止、移動にかかわらず正回転の場合のように、間げき比 H/D のある値に対して突然揚力が減少する現象は起こらず、 H/D が減少するにつれ、地面効果により揚力が増加することが分かった。

次に静止壁面の場合について、スイッチング現象における移行条件を調べた。その結果より以下の新知見を得た。

5. 周速比 α の初期条件によって、2種類の流れ場がそれぞれ安定して存在する、双安定領域が判明した。
6. 双安定領域は α に対してヒステリシスをもつ。
7. 双安定領域はレイノルズ数が高いほど、 H/D に占める幅は広くなり、 α に占める幅は狭くなる。
8. レイノルズ数によっては、スイッチングは起こるが、明確なヒステリシスがないⅡ*領域が存在することが明らかとなった。

第7章では、ムービングベルト法と境界層吸引法を併用し、壁面上の乱流境界層を取り除いて壁面に近接する回転円柱まわりの流れ実験を行った。また、渦法で数値計算を行った結果、次の結論を得た。

1. 壁面の近接による渦放出の限界間げき比 $(H/D)_{cr}$ は、円柱が周速比 $\alpha=1.0$ で回転していても、円柱が静止した場合の $(H/D)_{cr} \sim 0.3$ に等しい。
2. 壁面上に乱流境界層がある場合は、壁面に沿っていたはく離剪断層が、間げき比 $H/D \approx 0.15$ でコアング効果により回転する円柱背面に再付着するスイッチング現象が現れた。しかし、乱流境界層を取り除いた本実験の場合、スイッチング現象は発生せず、この流れのスイッチング現象は、壁面上に発達する境界層の影響を受けた円柱前方の近づき流れの速度分布の違いに依存することがわかった。
3. 間げき比 $H/D \leq 0.3$ において、壁面による渦抑制の効果で後流が安定し、抗力係数 C_D は急激に減少する。また、間げき比 $H/D \leq 0.3$ において、ブロック効果の影響で、円柱と壁面との間の流れが淀み揚力が発生する。
4. 渦法による数値計算は、放出渦の三次元性や、壁面上および円柱表面上に発達する境界層が表現できないため、実験値とのずれが大きい。

次に、本章では壁面に近接して回転する円柱まわりの詳細な流れ場を解明するために有限差分法による数値計算を行ったが、数値計算の信頼性を高めるために、流体力の変化を実験的に調べると共に可視化実験も同時に行った。結果をまとめると、以下の通りである。

5. 有限差分法による計算結果は、間げき比 H/D が変化する場合の抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L の実験結果、および可視化写真と定性的に良く一致する結果が得られ、本計算の有効性が確かめられた。ただし、格子の解像度不足とはく離剪断層の三次元的な挙動による影響については、十分留意する必要がある。
6. 間げき比 H/D を小さくしていくと $H/D=0.1$ で円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生し、これまで明らかにしていなかったコアンダ効果が発生している場合の詳細な流れ場が計算結果と共に可視化実験から明らかになった。
7. コアンダ効果が発生している場合、可視化実験からは、円柱中心から主流方向におよそ $2.5D$ の位置に時計まわりの大きな渦が生成され停滞していることが明らかになり、さらに、計算結果からは、この大きな時計まわりの渦の直後に反時計まわりの小さな渦が生成されて、二つの渦が対になって停滞することが明らかになった。さらに、円柱から放出される渦は停滞する対の渦を乗り越えて下流に流れていくことが明らかになった。

さらに、壁面に近接して回転する円柱と壁面との間を流れる噴流に現れるコアンダ効果のヒステリシスな特性について数値計算を行ったが、実験値を用いて流れ場の特徴的な傾向の検証も行った。結果をまとめると、以下の通りである。

8. 実験では、円柱の周速比 α の変化に対して揚力係数 C_L にヒステリシスが現れたが、これは円柱と壁面との間を流れる噴流に発生するコアンダ効果にヒステリシスな特性があるためであり、同じ実験条件であっても、異なる2つの流れ場が存在することがわかった。
9. 有限差分法による計算結果は、8. の実験結果に対して定性的に良く一致する結果が得られ、本計算の有効性が確かめられた。ただし、格子の解像度不足と円柱からのとはく離剪断層の三次元的な挙動による影響については、十分留意する必要がある。
10. 計算による流線と等圧力線図から円柱と壁面との間を流れる噴流にコアンダ効果が発生している場合と噴流が円柱表面からはく離している場合の詳細な流れ場が明らかになった。コアンダ効果が発生している場合、円柱背後に停滞する時計まわりの大きな渦が存在し、円柱から放出される渦の成長が抑制され連続的にコアンダ効果が発生していることが明らかになった。一方、噴流が円柱からはく離している場合の流れ場には、円柱から生成される渦の成長と放出に伴って断続的にコアンダ効果が発生していることが明らかになった。
11. コアンダ効果の発生とヒステリシスな特性は、円柱背後に生成される渦の形態に大きく依存することが明らかになった。

第8章では、以上の研究結果をまとめて、結論が述べられている。

参考文献

- (1) Taneda, S., : Experimental Investigation of Vortex Streets, J. Phys. Soc. Jpn., 20-9, (1965), pp.1714-1721.
- (2) Baerman, P. W. and Zdravkovich, M. M. : Flow around a circular cylinder near a plane boundary, J. Fluid Mech., 89-1, (1978), pp.33-47.
- (3) 亀本喬司, 小田曜作, 相沢政宏, : 平面壁近傍にある鈍い形状物体まわりの流れ特性, 日本機械学会論文集, 49-448, B(1983), pp.2929-2936.
- (4) 藤田秀臣, 高浜平七郎, 浴寿美 : 壁面近傍におかれた二次元円柱が平板強制対流熱伝達におよぼす影響, 日本機械学会論文集, 47-414, B(1981), pp.317-325.
- (5) 檜和田宗彦, 馬淵幾夫, 熊田雅弥, 岩越弘恭 : 平面壁近傍にある円柱まわりの流れ特性に及ぼす乱流境界層厚さの影響, 日本機械学会論文集, 52-479, B(1986), pp.2566-2574.
- (6) Kubota, M., Maejima, M., Kutsumi, T. : Flow Field Formed around a Horizontally Submerged Circular Cylinder in the Vicinity of Channel Bed, 可視化情報, 13-50, (1993), pp.43-54.
- (7) 藤田秀臣, 高浜平七郎, 山下亮一 : 壁面近傍におかれた二次元円柱が平板強制対流熱伝達におよぼす影響, 日本機械学会論文集, 42-361, 2(1976), pp.2828-2836.
- (8) 相馬眞也, 土田一, 東海林博美, 佐々木了 : 壁近傍におかれた円管まわりの熱伝達, 日本機械学会論文集, 51-463, B(1985), pp.866-873.
- (9) Baerman, P. W. : REVIEW – Bluff Body Flows Applicable to Vehicle Aerodynamics, J. Fluids Eng., 102, (1980), pp.265-274.
- (10) 山口一郎, 高木通俊, 堀誠, 新保雄二 : ソーラカー開発における空力特性の

- 計測について, 自動車技術, 45-11, (1991), pp. 51-57.
- (11) 安富善三郎, 宮井善弘 : ベルト法を用いた地面効果の風洞実験法について, 自動車技術会論文集, 2, (1971), pp. 54-59.
 - (12) Swanson, W. M. : The Magnus Effect: A Summary of Investigation to Date, Trans. ASME, 83-3, D(1961), 461-470.
 - (13) 田中英穂, 永野進 : 回転円柱まわりの流れに関する研究, 日本機械学会論文集, 38-310, 2(1972), pp. 1343-1352.
 - (14) Diaz, F., Gavalda, J., Kawall, J. G., Keffer, J. F., and Giralt, F. : Vortex Shedding from a Spinning Cylinder, Phys. Fluids, 26-12, (1983), pp. 3454-3460.
 - (15) 大蔵信之, 早藤英俊, 奥出宗重 : 臨界 Re 数付近の回転円柱まわりの圧力分布, 日本航空宇宙学会誌, 45-526, (1997), pp. 669-678.
 - (16) Fackrell, J. E., and Harvey, J. K. : The Aerodynamics of an Isolated Road Wheel, Proceedings of the Second AIAA Symposium on Aerodynamics of Sports and Competition Automobiles, 16, (1974), pp. 119-125.
 - (17) Modi, V. J., and Mokhtarian, F. : Effect of Moving Surface on the Airfoil Boundary-Layer Control, J. Aircraft, 27-1, (1990), pp. 42-50.
 - (18) Schlichting, H. : Boundary-Layer Theory, Sixth Edition, (1968), Mcgraw-Hill.
 - (19) Harlow, F. H. and Welch, J. E. : Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, Phys. Fluids, 8, (1965), pp. 2182-2189.
 - (20) Arakawa, A. : Computational Design for Long-Term Numerical Integration of the Equations of Fluid Motion: Two-dimensional Incompressible Flow. Part I, J. Comput. Phys., 1, (1966), pp. 119-143.
 - (21) Farouk, B. and Fusegi, T. : A coupled Solution of the Vorticity-Velocity

- Formulation of the Incompressible Navier-Stokes Equations, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 5, (1985), pp.1017-1034.
- (22) 河村洋, 土方邦夫 編 : 熱と流れのシミュレーション, 丸善, (1995), pp.1-7.
- (23) Sotiropoulos, F. and Abdallah, S. : Coupled Fully Implicit Solution Procedure for the Steady Incompressible Navier-Stokes Equations, *J. Comput. Phys.*, 87, (1990), pp.328-348.
- (24) Shih, T. M. and Tan, C. H. : Effects of Grid Staggering on Numerical Schemes, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 9, (1989), pp.193-212.
- (25) Abdallah, S. and Dreyer, J. : Dirichlet and Neumann Boundary Conditions for the Pressure Poisson Equation of Incompressible Flow, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 8, (1988), pp.1029-1036.
- (26) Leonard, B. P. : A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, *Comput. Methods App. Mech. Eng.*, 19, (1979), pp.59-98.
- (27) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : Computation of High Reynolds Number Flow around a Circular cylinder with Surface Roughness, *AIAA Paper*, 84-0340, (1984).
- (28) 亀本喬司 : 乱流モデルとしての渦法の発展性(前編 : 渦法の基礎を考える), *数値流体力学*, 2-1, (1993), pp.20-29.
- (29) 亀本喬司, Bearman, P. W. : 並列2平板後流中で相互に干渉するうず放出過程の数値計算モデル, *日本機械学会論文集*, 46-407, B(1980), pp.1229-1236.
- (30) 坂田弘, 足立武司, 稲室隆二 : うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第1報, 単独正方形まわりの流れ), *日本機械学会論文集*, 49-440, B(1983), pp.801-808.
- (31) 稲室隆二, 足立武司 : うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法(第2報, 単独円柱まわりの流れ), *日本機械学会論文集*, 52-476, B(1986),

pp.1600-1607.

- (32) Chorin, A. J. : Numerical Study of Slightly Viscous Flow, J. Fluid Mech., 57-4, (1973), pp.785-796.
- (33) Shirayama, S., Kuwahara, K. and Mendez, R. H. : A New Three-Dimensional Vortex Method, AIAA Paper, 85-1488, (1985), pp.14-24.
- (34) 大上芳文, 赤松映明 : 粘性拡散モデルによるレイノルズ数依存性離散渦法, 日本機械学会論文集, 54-505, B(1988), pp.2283-2290.
- (35) 亀本喬司 : 乱流モデルとしての渦法の発展性(後編 : 渦法で流れをとらえる), 数値流体力学, 2-2, (1994), pp.28-39.
- (36) Stansby, P. K. : A Numerical Study of Vortex Shedding from One and Two Circular Cylinder, Aeronaut. Q., 32-1, (1981), pp.48-71.
- (37) 筒井敬之, 五十嵐保, 亀本喬司 : 近接異径二円柱まわりの干渉流れ, 日本機械学会論文集, 62-594, B(1996), pp.427-433.
- (38) 前田稔幸, 山口元, 太田正廣, 平山直道 : 乱流境界層の制御に関する基礎研究, 日本機械学会論文集, 46-404, B(1980), pp.565-575.
- (39) Goldstein, S. : Modern Developments in Fluid Dynamics, Oxford, II, (1938).
- (40) 蒔田, 流れの計測, 12-16, (1995), pp.3-17.
- (41) 亀本喬司 : 離散渦法の基礎, 日本機械学会セミナー教材, 890-2, (1989), pp.31-36.
- (42) 松井辰彌 : 円柱を過ぎる流れの剥離, 日本航空宇宙学会誌, 20-226, (1972), pp.610-618.
- (43) 亀本喬司, 中原尚寿 : 渦法の汎用化に関する寄与(2次元の物体形状表現と非定常圧力計算法について), 第5回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 311-314.

- (44) 日本流体力学会 編 : 流体力学ハンドブック, 丸善, (1987).
- (45) 八田夏夫 : 流れの計算, 森北出版, (1994).
- (46) Roache, P. J. (橋本亮一他訳), コンピュータによる流体力学(下), 構造計画研究所, (1978).
- (47) 宮内敏男, 平田徹, 店橋護 : 高次精度差分法による二次元一様等方性乱流の直接計算, 日本機械学会論文集, 60-574, B(1994), pp.1999-2006.
- (48) 日本機械学会 編 : 機械工学便覧, A-5 流体力学, (1990).
- (49) 横井嘉文, 亀本喬司 : 二次元的な境界層はく離流れに潜在する初期の三次元構造(円柱上層流境界層はく離のはく離域側からの可視化観測), 日本機械学会論文集, 57-541, B(1991), pp.3273-3277.
- (50) 賈為 : 有限体積・差分法による非圧縮性流の計算法に関する研究, 名古屋大学博士論文, (1991).
- (51) 賈為, 中村佳朗, 保原充 : $\psi - \omega$ を用いた非圧縮性流計算法の改良, 日本航空宇宙学会誌, 38-437, (1990), pp.309-320.
- (52) 橋口真宜, 桑原邦郎 : 円柱をすぎる流れの二次元計算, 第9回数値流体力学シンポジウム講演論文集, D10-1, (1995), pp.409-410.
- (53) 賈為 : Semi-Lagrangian 法の高レイノルズ数流れへの適用, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, D5-2, (1998), pp.327-328.
- (54) 里深信行 : 特別企画2「円柱まわりの流れの数値計算 : 2次元」成果報告, 第8回数値流体力学シンポジウム, (1994).
- (55) Hsiun, C-M. and Chen, C-K : Numerical Investigation of the Thickness and Camber Effects on Aerodynamic Characteristics for Two-dimensional Airfoils with Ground Effect in Viscous Flow, Trans. Japan. Soc. Aero. Space Sci., 38-119, (1995), pp.77-90.

- (56) 河村哲也, 久保昇三 : 地面効果翼機まわりの流れの数値シミュレーション, 第6回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, (1988), pp. 223-227.
- (57) 河村哲也, 久保昇三 : 地面効果翼機まわりの流れの数値シミュレーションⅡ, 第7回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, (1989), pp. 243-247.
- (58) 小濱泰昭, 彦坂智和, 渡部英夫 : 空力浮上輸送システムの空力特性とその安定性に関する研究, 日本航空宇宙学会論文集, 47-541, (1999), pp. 27-35.
- (59) Arnal, M. P., Goering, D. J. and Humphrey, J. A. C. : Vortex Shedding from a Bluff Body Adjacent to a Plane Sliding Wall, Trans. ASME, 113, D(1991), pp. 384-398.
- (60) Hwang, R. R. and Yao, C.-C. : A Numerical Study of Vortex Shedding from a Square Cylinder with Ground Effect, Trans. ASME, 119, D(1997), pp. 512-518.
- (61) 賈為, 中村佳朗, 保原充, 桑原宏成 : スラット・フラップ翼まわりの流れの計算, 日本航空宇宙学会誌, 37-428, (1989), pp. 430-440.
- (62) 木谷勝, 有江幹男, 古川雅夫 : 乱流自由混合域における円柱の流体力学特性, 日本機械学会論文集, 46-411, B(1980), pp. 2086-2095.
- (63) 五十嵐保, 西田幸造, 望月繁治 : 近接異径3本円柱に作用する流体力, 日本機械学会論文集, 54-505, B(1988), pp. 2349-2355.
- (64) 五十嵐保, 筒井敬之 : 小円柱による円柱まわりの流れの制御に関する研究, 日本機械学会論文集, 55-511, B(1989), pp. 708-713.
- (65) Torii, K : Some Flow Characteristics of a Curved Wall Jet, 2nd Int. JSME Symp. Fluid Machinery Fluidics, (1972), Tokyo, pp. 111-119.
- (66) Wille, R. and Fernholz, H. : Report on the First European Mechanics Colloquium, on the Coanda Effect, J. Fluid Mech. (1965), 23-4, pp. 801-819.
- (67) 木村雄吉, 薦原道久 : 回転する円柱をすぎる高レイノルズ数の流れ, 日本航

空宇宙学会誌, 34-387, (1986), pp.188-194.

- (68) Anderson, C. R. and Reider, M. B. : A High Order Explicit Method for the Computation of Flow about a Circular Cylinder, J. Comput. Phys., 125, (1996), 207-224.

付録 1

式(3.6)中の記号の説明を以下に示す。

$$I_{1ij} = (y_i - y_j)E_0 - \frac{1}{s_j} \left\{ (y_i - y_j) + (y_{j+1} - y_j) \right\} E_1 + \frac{1}{s_j^2} (y_{j+1} - y_j) E_2 \quad (1)$$

$$I_{2ij} = \frac{1}{s_j} (y_i - y_j) E_1 - \frac{1}{s_j^2} (y_{j+1} - y_j) E_2 \quad (2)$$

$$L_{1ij} = (x_i - x_j)E_0 - \frac{1}{s_j} \left\{ (x_i - x_j) + (x_{j+1} - x_j) \right\} E_1 + \frac{1}{s_j^2} (x_{j+1} - x_j) E_2 \quad (3)$$

$$L_{2ij} = \frac{1}{s_j} (x_i - x_j) E_1 - \frac{1}{s_j^2} (x_{j+1} - x_j) E_2 \quad (4)$$

ここで、

$$E_0 = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \left(\tan^{-1} \frac{2as_j + b}{\sqrt{4ac - b^2}} - \tan^{-1} \frac{b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right) & [b^2 < 4ac] \\ \frac{-2}{2as_j + b} + \frac{2}{b} & [b^2 = 4ac] \end{cases} \quad (5)$$

$$E_1 = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{as_j^2 + bs_j + c}{c} \right| - \frac{b}{2a} E_0 \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{s_j}{a} - \frac{b}{2a^2} \log \left| \frac{as_j^2 + bs_j + c}{c} \right| + \frac{b^2 - 2ac}{2a^2} E_0 \quad (7)$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \left\{ (x_i - x_j) \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{s_j} \right) + (y_i - y_j) \left(\frac{y_{j+1} - y_j}{s_j} \right) \right\} \\ c = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \end{cases} \quad (8)$$

である。また、

$$FX(x_i, y_i, x_j, y_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{y_i - y_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (9)$$

$$FY(x_i, y_i, x_j, y_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{x_i - x_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (10)$$

である。さらに、 I'_{1ij} 、 I'_{2ij} は、 I_{1ij} 、 I_{2ij} 中の (x_j, y_j) を鏡像の位置 (x'_j, y'_j) に変更したものである。

付録 2

二次元円柱まわりの高レイノルズ数流れの数値解析

1 はじめに

第4章では、検証問題として有限差分法による一様流中におかれた二次元円柱まわりの流れの計算を行った。その検証計算を行った際、境界層の内部まで十分な配慮をおこなって半径方向の最小格子間隔を小さくすると、レイノルズ数 Re が 10^4 を超えたときに抗力係数の時間平均値が実験値よりも小さな値を取るようになり、格子解像度を高くしたのに実験値との差が大きくなるという結果が得られた。一様流中におかれた円柱まわりの流れの有限差分法による直接計算において、比較的高いレイノルズ数 ($Re > 10^4$) で計算値が実験値よりも低くなるという報告^{(27), (52), (53)}がいくつか見られ、この実験値との違いについて詳細に調べる必要があると考えた。

第4章で採用した有限差分法による数値計算法の問題点を考えてみると、まず境界層の内部にまで十分な配慮をおこなって格子を形成したが、円柱表面での半径方向の圧力勾配をゼロとする高レイノルズ数流れに関する漸近解の第1次近似を採用した点が挙げられる。また、計算格子にはO型格子を採用し、計算領域の広さについては外側境界を円柱直径の10倍としたが、円柱から初期に発生したはく離渦にこの境界がどのように影響をおよぼかが不明である。

さらに、Anderson ら⁽⁶⁸⁾は、半径方向と周方向の最小格子間隔が $1/Re$ のオーダーである必要があると指摘しているが、これに比べると第4章で採用した格子、特に周方向の格子解像度が低いことが考えられる

賈⁽⁵³⁾は、Semi-Lagrangian 法を高レイノルズ数における二次元円柱まわりの計算に適用した際、時間ステップの取り方で抗力係数の時間平均値が変化することを報告している。本研究で採用した有限差分法による数値計算法は陽解法であり、時間ステップを十分に小さく取っているが、さらに時間ステップを小さくして抗力係数の時間平均値の変化を調べる必要がある。

本研究の目的は、比較的高いレイノルズ数($Re=10^3\sim 10^5$)で一様流中におかれた二次元円柱まわりの流れの数値計算法に有限差分法を採用し、円柱表面での圧力境界条件、時間ステップ、計算領域、格子の解像度について詳細に調べ、抗力係数の時間平均値が実験値と一致しない原因を明らかにすることである。

2 有限差分法による数値解析

数値計算法は第4章で詳しく述べたので、ここでは概略を述べる。支配方程式としては、二次元非定常非圧縮性Navier-Stokes方程式および連続の式を用いた。時間積分法として、Fractional Step法に従う2ステップ法を用いて、対流項に二次精度Adams-Bashforth法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分(Leonardスキーム⁽²⁶⁾)、その他の項は二次精度中心差分を用いた。離散化に際してはスタガード格子を用いず、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性を持つ通常格子で離散化している。また、圧力Poisson方程式はSOR法を用いて計算を行った。

3. 計算結果と考察

3. 1 半径方向の格子数の依存性

第4章では、一様流中におかれた二次元円柱まわりの流れ問題を計算の検証問題として扱った。このとき、格子解像度を上げるために半径方向の無次元最小格子間隔 $\Delta r_{\min}$ を小さくして抗力係数 C_D の時間平均値を実験値と比較すると、 $\Delta r_{\min}$ が大きいときよりも実験値との違いが大きくなるという矛盾が生じた。本研究では、この計算値と実験値との違いを詳細に調べるが、ここでは後で述べる事柄との関連でその概略について述べる。

第4章で検討したO型格子の条件は第4章の表4.1に示されている。ただし、円柱の表面近くでは格子を密に分布させ、その最小格子間隔は $\Delta r_{\min}$ である。さらに、この格子での境界条件は式(4.1)、(4.3)のように与えている。

また、計算領域の広さについては、賈ら⁽⁵¹⁾の検証から外側境界を円柱直径の10倍で十分であることが確認されているので、本節ではこの計算領域を採用するが、計算領域の広さについては3.2で詳しく述べる。

それぞれの格子で計算された抗力係数 C_D は時間の進行に対して変動するが、その変動が安定してからの抗力係数 C_D の時間平均値をレイノルズ数 Re の変化とともに第4章の図4.17に示した。

Case1 の場合、レイノルズ数 Re が $10^3 \sim 10^5$ まで実験値に良く一致するが、臨界レイノルズ数 Re_{cr} を超えた $Re = 5 \times 10^5$ では、抗力係数 C_D の急激な減少が見られない。これは、格子が粗いため乱流現象に現れる小さな渦を捕らえきれないためだと思われるので、半径方向の無次元最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{min}$ を表 4.1 に示すように、 5×10^{-3} から 8×10^{-4} に変更した。 $\Delta \tilde{r}_{min}$ の取り方は、目的とする Re 数において、平板境界層を例にとり、 $x=1$ で境界層の中に格子が 10 本以上入るようにすれば、流体力が実験結果に良く一致するようである⁽⁵⁰⁾。そこで、 $Re = 10^5$ を念頭において、上述の境界層中の格子数を Case1 の場合の 3 本から、Case2、3、4、5 で 12 本入るように $\Delta \tilde{r}_{min}$ を選んでいる。

$Re = 10^5$ よりも格子の解像度は低くなるが、それより高い $Re = 5 \times 10^5$ の抗力係数 C_D の挙動に注目した。Case2 では、図 4.17 の抗力係数 C_D に減少が見られるものの、円柱表面近傍の等圧力線に細かい振動が現れたため、この振動が消えるまで周方向の格子分割数を 20 本ずつ増加させた (Case3、4、5)。最終的に、Case5 で等圧力線の細かい振動が消え、図 4.17 の Case4 から Case5 へ変化させた場合の C_D もほぼ同じ値を取るののでここで計算を打ち切った。

Case5 の場合のレイノルズ数 Re に対する抗力係数 C_D の変化が図 4.17 に示されているが、 C_D の減少が実験値よりも早い。半径方向の最小格子間隔 $\Delta \tilde{r}_{min}$ を小さくし、格子数を増やしたのに実験値との違いが大きくなるのは奇異に感じられるが、比較的高いレイノルズ数 ($Re > 10^4$) で円柱まわりの流れの直接計算を行う場合に実験値と計算値の不一致がいくつかの報告^{(27), (52), (53)}でも見られ、現在のところは確かな原因がわかっていないものと思われる。

そこで、以下の点について検討することにした。

1. 圧力境界条件
2. 時間ステップ
3. 計算領域の広さ
4. 格子解像度の不足

ここで、1. を取り上げた理由は、境界層の内部まで十分な配慮をおこなって格子を形成しているが、第 4 章の式 (4.3) の圧力の境界条件が高レイノルズ数流れに関する漸近解の第 1 次近似となっているからである。また、本研究では時間ステップ $\Delta \tilde{t}$ を十分に小さく取っているが、解が時間ステップに依存することが指摘⁽⁵³⁾されていることを考えて 2. を取り上げた。3. は円柱から初期に発生したはく離渦がかなり早くに後流に流され、その影響が計算領域の広さとどのように関係しているか調べるためである。4. については、Anderson ら⁽⁶⁸⁾に指摘されているように半径方向と周方向の最小格子数が

$1/Re$ のオーダーである必要があり、図 4.17 で検討している格子は半径方向の格子数について検討されているものの周方向に対して格子の解像度が低いことに注目した。

3. 2 境界条件の検討

圧力の境界条件が計算結果に及ぼす影響を見るために第 4 章の式(4.3)の円柱表面での圧力境界条件を以下に変更した。

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} = \frac{1}{Re} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial \tilde{r}} \right) \quad (11)$$

ここで、 $\tilde{u}_r$ は半径方向の速度成分である。離散化に際しては、左辺を 1 次精度の片側差分を用い、右辺は円柱表面より一つ上の格子点での $\tilde{u}_r$ を円柱表面での $\tilde{u}_r$ を用いてテーラ展開し、円柱表面での速度の境界条件と連続の式で整理して離散化している。

付表 1 圧力境界条件の検討 ($Re=10^5$)

圧力 境界条件	Grid ($n_r \times n_\theta$)	$\Delta \tilde{r}_{\min}$	$\Delta \tilde{t}$	C_D ($\tilde{t}=60 \sim 90$)
式(4.3)	100×160	8×10^{-4}	3×10^{-4}	0.572
式(11)	100×160	8×10^{-4}	3×10^{-4}	0.604

対象とするレイノルズ数 Re を 10^5 とし、無次元時間 $\tilde{t}$ が 60~90 の間での抗力係数 C_D の平均値と計算条件を付表 1 に示す。また、付表 1 中の圧力境界条件式(4.3)の結果は、第 4 章の図 4.17 の Case5 の計算結果である。付表 1 から圧力の境界条件の違いによる抗力係数 C_D の時間平均値にはほとんど変化がなく、実験値に近づく傾向が見られないことがわかる。しかし、本研究では境界層近似の範疇の計算を行っていないので以降の計算については式(11)の圧力境界条件を採用することにした。

3. 3 時間ステップの検討

賈⁽⁵³⁾の指摘にあるように抗力係数 C_D が時間ステップ $\Delta \tilde{t}$ に依存することを考えて、 $\Delta \tilde{t}$ を変化させた場合の計算を行う。ただし、賈らの計算方法は、Semi-Lagrangian 法に加えて半陰的解法を採用しており、CFL 条件に制限されることなく $\Delta \tilde{t}$ を大きく取ったときの場合である。

付表 2 時間ステップの検討

(Re=10⁵, Case5)

$\Delta \tilde{t}$	C_D ($\tilde{t}=60\sim 90$)
3×10^{-4}	0.604
2×10^{-4}	0.577
10^{-4}	0.582

付表 2 に時間ステップ $\Delta \tilde{t}$ を 3×10^{-4} から 10^{-4} まで変化させた場合の抗力係数 C_D の平均値と計算条件を示す。抗力係数 C_D は無次元時間 $\tilde{t}$ が 60~90 の間での平均値である。対象とするレイノルズ数 Re は 10^5 で、格子条件は第 4 章の表 4.1 の Case5 を採用し、圧力の境界条件は式(11)である。また、計算領域は、外側境界を円柱直径の 10 倍としている。

付表 2 から $\Delta \tilde{t}$ の違いによる抗力係数 C_D の時間平均値に変化がなく実験値に近づく傾向は見られないことがわかる。

3. 4 計算領域の検討

付表 3 計算領域の広さの検討

(Re=10⁵, $\Delta \tilde{r}_{\min}=8\times 10^{-4}$, $\Delta \tilde{t}=2\times 10^{-4}$)

計算領域	Grid ($n_r \times n_\theta$)	C_D ($\tilde{t}=60\sim 90$)	n_δ
10D	100×160	0.577	12
20D	200×160	0.582	15
30D	300×160	0.597	16
40D	400×160	0.589	17

計算領域の広さが計算結果にどのように影響を及ぼすのかを調べるために、外側境界を円柱直径の 10 倍から 40 倍に広げて調べたものを付表 3 に示す。この時の圧力の境界条件は式(11)を適用した。付表 3 から、計算領域の広さを大きくしても抗力係数 C_D の時間平均値に変化がなく実験値に近づく傾向は見られない。ただし、計算領域を広げた場合、揚・抗力係数の時間変化の振動開始時間に変化が現れたが、本研究では実験値と計算値の抗力係数の違いについて言及しているので、この点については説明を省く。

3. 5 格子解像度の影響

3. 1でも述べたように、本研究では半径方向の格子解像度については調べられているが、周方向の格子解像度についてはほとんど考慮していない。3. 1で検討した、周方向の格子数 n_θ は160本であり、その無次元最小格子幅 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}$ は約 2×10^{-2} で半径方向の無次元最小格子幅 $\Delta\tilde{r}_{\min} = 8 \times 10^{-4}$ の約25倍である。Andersonら⁽⁶⁸⁾は、半径方向と周方向の双方の格子解像度が $1/Re$ のオーダーが必要であることを指摘している。ただし、Andersonらの計算は、無次元時間 $\tilde{t}$ が最大1.5までであるが、本研究では、計算値と実験値との違いについて調べているため、無次元時間 $\tilde{t}$ を最大90まで計算して抗力係数の平均値を調べる必要がある。したがって、計算効率を考えて、賈ら⁽⁵⁰⁾の考え方(目的とするレイノルズ数 Re において、平板境界層を例にとり、 $x=1$ で境界層の中に格子数 n_θ が10本以上必要)で検討を進めることにした。本節で採用する半径方向の最小格子間隔 $\Delta\tilde{r}_{\min}$ は 10^{-3} とし、このときの n_θ は $Re=10^5$ で12本である。また、格子の外側境界を円柱直径 D の20倍にとり、時間刻み幅 $\Delta\tilde{t}$ は 3×10^{-4} とし、半径方向の格子数 n_r は200本、周方向の格子数 n_θ を100~1000本まで変化させている。円柱表面での圧力境界条件は式(11)を採用した。

付図1は、周方向最小格子間隔 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}$ と半径方向最小格子間隔 $\Delta\tilde{r}_{\min}$ の比と無次元時間 $\tilde{t}$ が60~90までの間の抗力係数 C_D の平均値を示している。付図1から、 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ を小さくしていくと、つまり n_θ を多くしていくと C_D は増加して実験値1.2⁽¹⁸⁾に近い値を取るようになり、 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ が6.3以下に成ると、 C_D の値に変化が見られなくなる。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ が6.3、5.2、3.1でのそれぞれの n_θ は600、500、1000本である。

付図2は、周方向と半径方向の最小格子数の比 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ を変えたときの表面圧力分布の変化を谷の実験値⁽⁴²⁾と比較したものである。計算における表面圧力分布は無次元時間 $\tilde{t}$ が60~90の間の平均値である。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ が19.6のときは、圧力係数 C_p の最低点の実験値に比べておよそ1.5低い。また、円柱背面($\theta=120^\circ \sim 180^\circ$)の圧力は実験値よりも高く付図1に示すように抗力係数 C_D が低い値を取ることがわかる。さらに、 $\Delta\tilde{\theta}_{\min} / \Delta\tilde{r}_{\min}$ を小さくしていくと計算による圧力分布形状は実験値に近くなること

がわかる。ここで、第4章の図4.17で検討した格子解像度の低いCase1の場合でレイノルズ数 Re が 10^5 のとき、抗力係数 C_D の計算値が実験値に近い値となったことに興味を引かれる。付図3は図4.17で検討した格子条件Case1の場合と付図2の $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}=5.2$ の表面圧力分布を実験結果とともに比較した。Case1の計算結果は圧力最低点の値が実験値よりも低い値を取るが、円柱背面($\theta=120^\circ \sim 180^\circ$)の圧力は実験値に近い値を取り、図4.17に示すように抗力係数 C_D が実験値に近くなることがわかるが、圧力分布形状は実験値とは大きく異なる。このように、抗力係数 C_D が実験値に一致することだけを考えると、格子条件Case1でも実験値に近い値を取るが、表面圧力分布との比較から実験値とは大きく異なることがわかる。

付図4は、無次元時間 $\tilde{t}$ が60のときの等圧力線図を示す。図の(a)、(b)、(c)は、それぞれ半径方向と周方向の無次元最小格子間隔の比 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が19.6、10.5、5.2のときの格子条件で計算されたものである。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が19.6のときは、格子の解像度が低いために大きな渦しか捉えることができず、その渦の形状も歪な形状をしており、等圧力線に振動が見られる。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が10.5のときは、小さな渦が計算され、等圧力線の振動もおさまっているが、渦の形状はやや歪になっている。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が5.2の場合、さらに小さな渦が計算されるようになり、渦の形状がきれいな円形で表されていることがわかる。

付図5は、揚・抗力係数の時間変化を示したものである。図中の(a)、(b)、(c)は、それぞれ半径方向と周方向の無次元最小格子間隔の比 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が19.6、10.5、5.2のときの格子条件で計算されたものである。 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が19.6と10.5の揚・抗力係数の時間変化で明らかに違う点は、 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が10.5の場合に高周波の振動成分が加わり、振動振幅が大きくなることである。さらに $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が5.2の場合は、より多くの高周波成分が加わり、振動振幅もさらに大きくなっている。この、高周波の振動成分が揚・抗力係数の振動振幅に現れるのは、格子の解像度が高くなったために付図4の等圧力線図で見られる、小さい2次渦の計算が出きるようになったからである。

付図6は、半径方向と周方向の無次元最小格子間隔の比 $\Delta\tilde{\theta}_{\min}/\Delta\tilde{r}_{\min}$ が5.2の場合で、

レイノルズ数 Re の変化に対する抗力係数 C_D の値を示したものである。 C_D は無次元時間 $\tilde{t}$ が 60~90 の間での平均値である。第 4 章の図 4.17 の Case5 と比較すると、 $Re=10^5$ まで C_D は実験値よりも低い値をとることはなく、 $Re=10^3 \sim 10^5$ まで実験値に良く一致する結果が得られた。このレイノルズ数 Re の範囲での定量的な違いは、差分近似の精度が低いためか、あるいは、はく離せん断層の三次元的な挙動を二次元計算では再現できないことが考えられる。静止二次元円柱の可視化実験⁽⁴⁹⁾を例にとってはく離剪断層の三次元的な挙動を例に挙げると、境界層はく離にスパン方向の三次元性が形成され、はく離剪断層が三次元的に巻き上がり、後流においては比較的大きな三次元構造となることが示されている。また、 $Re=5 \times 10^5$ では、やや C_D 値が低くなり定性的には実験値に一致しているが、定量的には一致しない。これは、図 4.17 の Case1 の場合と同様に格子の解像度が低いため円柱表面上に発達する境界層の乱流遷移による小さな渦構造を捉えることができないものと思われる。

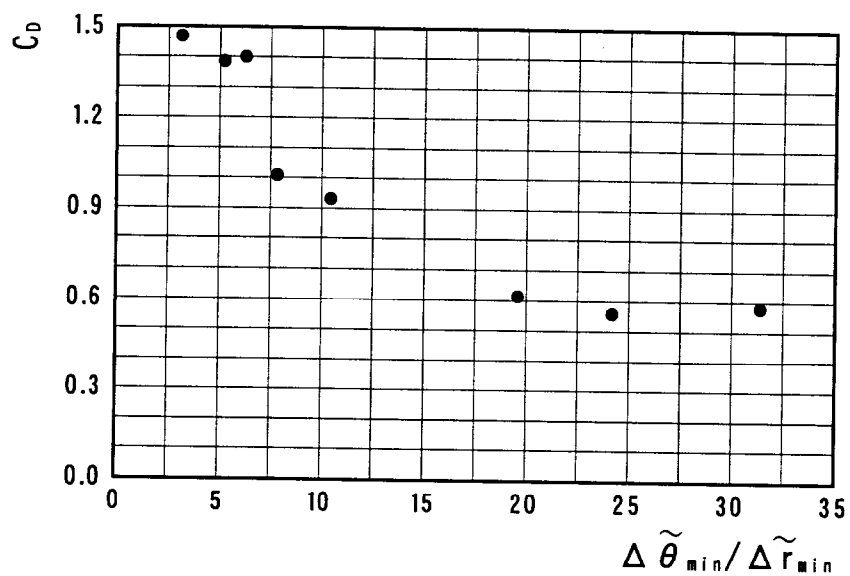
4 まとめ

比較的高いレイノルズ数 ($Re=10^3 \sim 10^5$) で一様流中におかれた二次元円柱まわりの流れの計算方法に有限差分法を採用し、円柱表面の圧力境界条件、時間ステップの大きさ、計算領域の広さ、さらに格子の解像度を検討し、計算値と実験値との比較検討を行った結果以下の結論を得た。

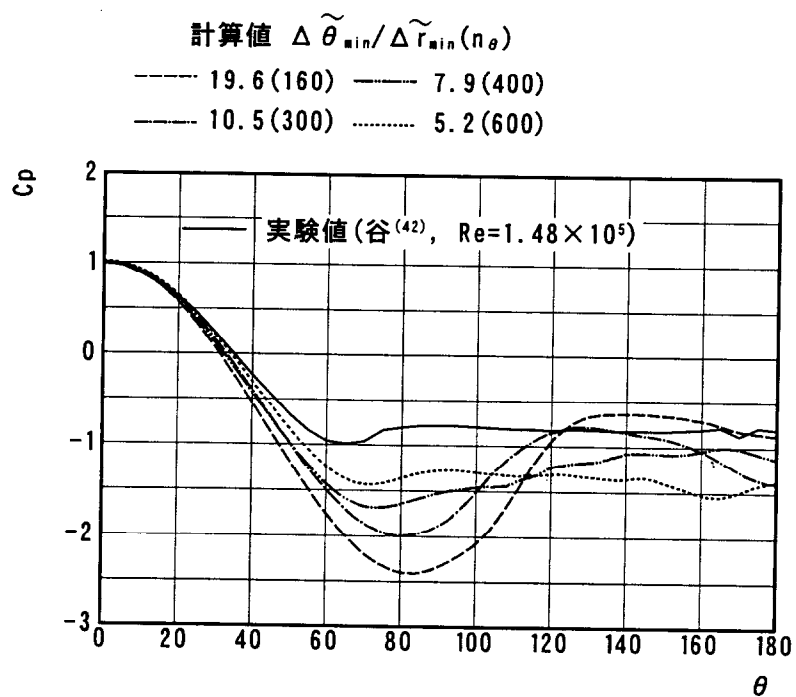
1. 比較的高いレイノルズ数 ($Re > 10^4$) で計算値が実験値と異なる大きな原因は、格子解像度が低いためである。
2. 目的とする Re 数において、平板境界層を例にとり、 $x=1$ で境界層の中に半径方向の格子数を 10 本以上入るようにし、これによって決まる半径方向の最小格子間隔と同じオーダになるように周方向の最小格子間隔を決める必要がある。
3. 対象とするレイノルズ数 Re を 10^5 とし、2. の条件を満足するようにして作成された格子で計算を行うと、抗力係数 C_D がこのレイノルズ数で実験値に良く一致する結果が得られた。
4. 精度良く計算が行われていることを確認するには、抗力係数の時間平均値だけではなく、表面圧力分布の時間平均値と実験値とを比較する必要がある。

本研究で採用した数値計算法では、差分近似の精度が低いことが懸念されるが、今後近似精度が及ぼす計算値の影響を調べていく予定である。また、Andersonら⁽⁶⁸⁾によると半径方向、周方向の最小格子間隔は $1/Re$ のオーダである必要があるという指摘があり、さらに格子の解像度を高くした場合の計算結果と本研究の計算結果との違いを調べ

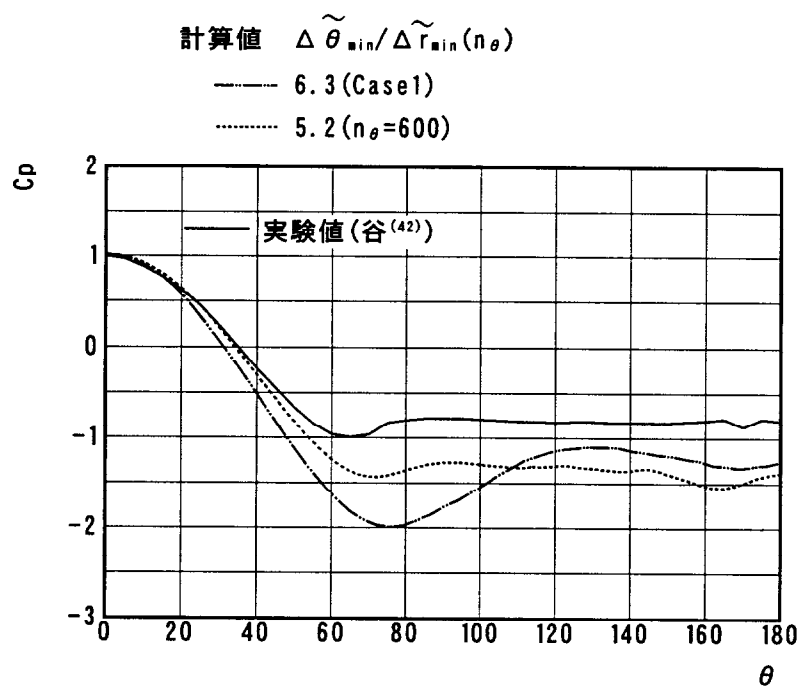
る必要がある。



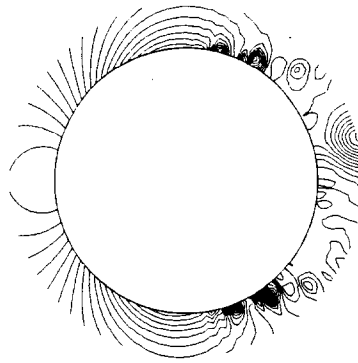
付図 1 周方向の格子解像度の影響
 $(Re=10^5, n_r=200, \Delta \tilde{r}_{\min}=10^{-3}, \Delta \tilde{t}=3 \times 10^{-4})$



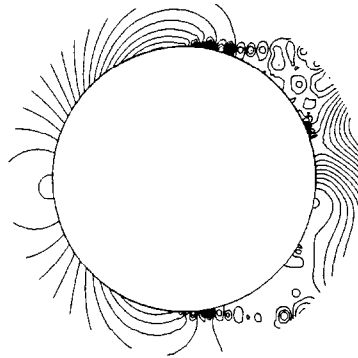
付図 2 表面圧力分布
 $(Re=10^5, n_r=200, \Delta \tilde{r}_{\min}=10^{-3}, \Delta \tilde{t}=3 \times 10^{-4})$



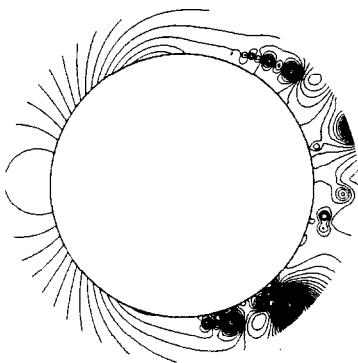
付図3 表面圧力分布
 $(Re=10^5, n_r=200, \Delta \tilde{r}_{\min}=10^{-3}, \Delta \tilde{t}=3 \times 10^{-4})$



(a) $\Delta\tilde{\theta}_{min} / \Delta\tilde{r}_{min} = 19.6 (n_{\theta}=160)$



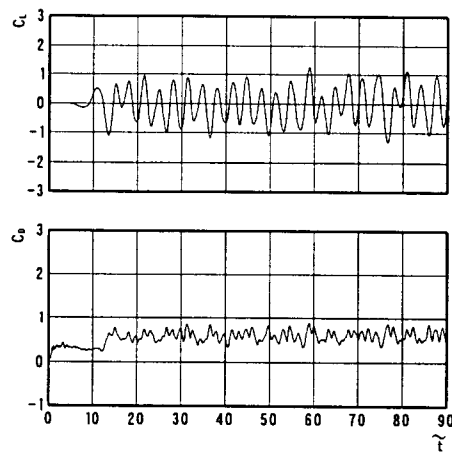
(b) $\Delta\tilde{\theta}_{min} / \Delta\tilde{r}_{min} = 10.5 (n_{\theta}=300)$



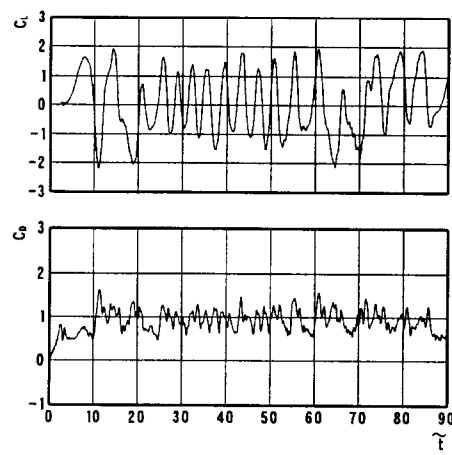
(c) $\Delta\tilde{\theta}_{min} / \Delta\tilde{r}_{min} = 5.2 (n_{\theta}=600)$

付図 4 等圧力線図

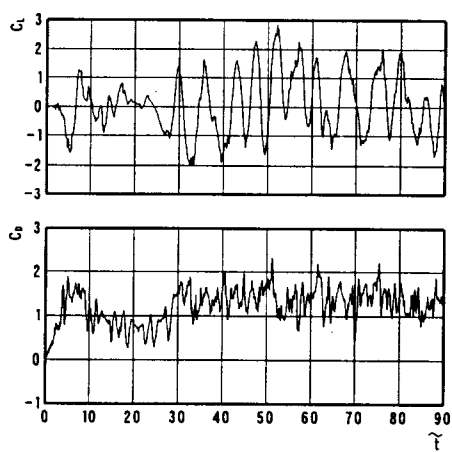
($Re=10^5$, $n_r=200$, $\Delta\tilde{r}_{min}=10^{-3}$, $\Delta\tilde{t}=3\times 10^{-4}$, $\tilde{t}=90$)



(a) $\Delta \tilde{\theta}_{min} / \Delta \tilde{r}_{min} = 19.6 (n_{\theta} = 160)$



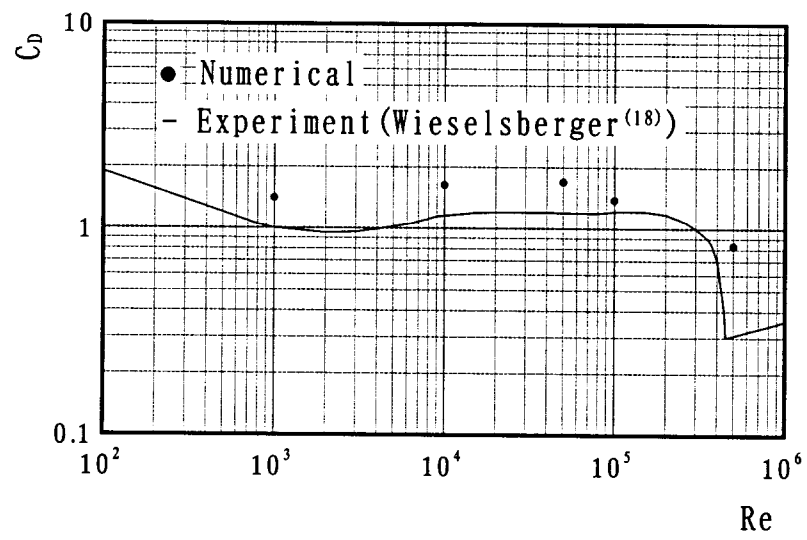
(b) $\Delta \tilde{\theta}_{min} / \Delta \tilde{r}_{min} = 10.5 (n_{\theta} = 300)$



(c) $\Delta \tilde{\theta}_{min} / \Delta \tilde{r}_{min} = 5.2 (n_{\theta} = 600)$

付図5 揚・抗力係数の時間変化

($Re = 10^5$, $n_r = 200$, $\Delta \tilde{r}_{min} = 10^{-3}$, $\Delta \tilde{t} = 3 \times 10^{-4}$)



付図 6 レイノルズ数の変化に対する抗力係数の値
 $(Re=10^5, n_r=200, \Delta \tilde{v}_{min}=10^{-3}, \Delta \tilde{t}=3 \times 10^{-4})$

謝辞

終わりに臨み、本研究の遂行にあたり終止懇切なるご指導と御鞭撻を賜りました、山形大学工学部 八木田 幹 教授に深く感謝の意を表します。

また、貴重な時間を割いて本論文を主査として審査してくださった、東京工業大学工学部 山根 隆一郎 教授、そして副査として審査してくださった、東京工業大学工学部 持丸 義弘 教授、岡崎 健 教授、山岬 裕之 教授ならびに 大島 修 助教授に心から感謝の意を表します。

有限差分法による数値計算全般にわたり多大なるご助言と励ましを頂きました山形大学工学部 中西 為雄（旧姓 賈 為） 助教授に心から感謝の意を表します。

実験装置の製作に御尽力頂きました、山形大学工学部 木村 芳治 技術専門官に心より感謝致します。また、実験遂行にあたり積極的な御協力を頂きました当時大学院学生の塚田 剛久君（現富士重工業）、佐藤 尋史君（現大日本印刷）、大学院学生の峯田 誠君、当時学部学生の岩田 宗久君（現川崎重工業）に感謝致します。さらに、数値計算の遂行にあたり積極的な御協力を頂いた当時大学院学生の轟 克久君（現ユニシアジェックス）に感謝致します。

妻の京子は、本研究の遂行にあたり献身的に著者を支えてくれました。ここに感謝の意を表します。

鹿野 一郎

2000 年 1 月 6 日