

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	経済時系列の変動と季節調整
Title(English)	
著者(和文)	木村武
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第3619号, 授与年月日:1997年9月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第3619号, Conferred date:1997/9/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

經濟時系列の変動と季節調整

木村 武
1997 年 8 月

東京工業大学大学院
社会理工学研究科経営工学専攻

[目次]

第1章 はじめに～要旨をかねて

第2章 季節調整の概念

- 2.1. 季節調整の目的とその方法
- 2.2. 季節調整系列の前月比と原系列の前年同月比の関係

第3章 移動平均型調整法とモデル型調整法の特徴

- 3.1. 移動平均型調整法の特徴
 - 3.1.1. X-11 を巡る問題点
 - 3.1.2. X-11-ARIMA の特徴
 - 3.1.3. X-12-ARIMA の特徴
- 3.2. モデル型調整法の特徴
 - 3.2.1. 回帰分析法
 - 3.2.2. シグナル抽出法
 - 3.2.3. ベイズ型季節調整モデル
 - 3.2.4. 状態空間モデルによる季節調整法

第4章 季節調整法の評価に関する実証分析

—— 移動平均型調整法とモデル型調整法の比較 ——

- 4.1. 季節性除去の適切性
 - 4.1.1. 適切性に関する分析結果
 - 4.1.2. DECOMP と過剰調整の関係
 - 4.1.3. Prophet と過剰調整の関係
 - 4.1.4. X-12-ARIMA と過剰調整の関係
- 4.2. 季節調整の安定性
- 4.3. 実証分析のまとめ

第5章 センサス局法 X-12-ARIMA の特徴と

そのパフォーマンスに関する実証的評価

- 5.1. 従来型移動平均調整法の推計上の問題点
 - 5.1.1. 移動平均型調整の方法
 - 5.1.2. 時系列のレベルシフトが季節調整に及ぼす影響
 - 5.1.3. 異常値の処理方法
 - 5.1.4. 曜日変動の推計方法
- 5.2. X-12-ARIMA について
 - 5.2.1. X-12-ARIMA の全体像
 - 5.2.2. REGARIMA の構造
 - 5.2.3. REGARIMA の推計方法
- 5.3. X-12-ARIMA のパフォーマンスに関する実証分析
 - 5.3.1. レベル・シフト処理の適切性

- 5.3.2. 異常値処理の適切性
- 5.3.3. 曜日調整の適切性
- 5.3.4. 安定性分析Ⅰ — Mean Absolute Percentage Revision —
- 5.3.5. 安定性分析Ⅱ — Sliding Span Analysis —
- 5.3.6. 安定性分析Ⅲ — 予測季節変動成分の信頼性 —
- 5.3.7. 景気判断に用いる際の実用性
- 5.4. 実証分析のまとめ

第6章 季節調整による情報の歪みや損失に関する理論

- 6.1. 一変量季節調整の限界と多変量季節調整
 - 6.1.1. 原系列を用いた回帰分析の問題点
 - 6.1.2. 季調済系列を用いた回帰分析の留意点
 - 6.1.3. 多変量季節調整について
- 6.2. 季節変動と趨勢循環変動の相互関係がもたらす問題
 - 6.2.1. Policy Seasonal について
 - 6.2.2. 企業行動の動学的最適化と季節変動

第7章 季節調整による情報の損失例

—— 消費の季節性と中立命題 ——

- 7.1. 問題の所在
- 7.2. 理論モデルの導出
 - 7.2.1. 一般モデルの導出
 - 7.2.2. 季節性を考慮したモデルの導出
- 7.3. 実証分析
 - 7.3.1. 消費関数の推計式の導出
 - 7.3.2. 使用データの特徴
 - 7.3.3. 消費関数の推計結果
- 7.4. 第7章のまとめ

第8章 おわりに

- 8.1. 季節調整の限界と現実的な妥協点
- 8.2. 季節調整に関する統計慣行上の問題点
 - 8.2.1. 趨勢循環変動成分の公表
 - 8.2.2. 季調済系列の分散の公表
 - 8.2.3. 季調替えの頻度について
 - 8.2.4. 使用オプションの公表

参考文献

図表

第1章 はじめに～要旨をかねて

経済諸指標により景気動向を分析するにあたっては、月次データや四半期データを利用するのが一般的である。しかし、そうしたデータは、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される変動を含んでいるため、その月毎、四半期毎の動きは大きな振れを示す。このため、データをそのまま直接観察しても、その指標の基調的な方向性を見出すことは困難であり、我々はデータから季節性を推計除去する、いわゆる季節調整をしばしば行う。未加工のデータである原系列から季節性を除去したデータを季節調整済系列（以下、季調済系列）という。

わが国でも、官庁や日本銀行などの統計機関が主要な経済指標について、原系列とともに季調済系列を公表しており、これらの情報は、専門的な経済統計誌に限らず新聞等を介して、手軽に入手できるようになっている。しかしながら、最近、特にバブル崩壊後の低成長期において、季調済系列が後日大幅に遡及改定されてしまう問題や、季調済系列が時として不自然な動きを示す問題などが、景気判断に対する攪乱要因として無視できなくなってきた。的確な景気判断を行うためには、その事前準備として適切な季節調整が必要であることは言うまでもないが、これまでわが国では、季調済系列に関する品質管理が極めて不十分であったと言わざるを得ない。季節変動とはその存在が明らかなものであっても、実際には観測不能なものであり、季節調整とはその変動に対してある仮定をおいて推計する手法である。したがって、そこでの仮定のおきかたや推計アプローチの違いによって、理論的には無数の季調済系列が推計されることになり、季調済系列の品質や信頼性とは、まさにその仮定の現実的妥当性や推計アプローチの巧拙に依存するものである。残念ながら、こうした観点にたって、統計機関のサイドから利用している季節調整法の信頼性を裏付けるような材料がこれまで提供されることはなかったし、利用者のサイドも季調済系列の品質に無関心のまま利用する傾向が強かった。

統計機関や利用者においては、公表・利用する季調済系列の統計学的な性質を把握するうえで、現行季節調整法の特徴や問題点、ならびに季節調整の最新手法や季節調整の正しい利用法、さらにはその限界等に関して理解を深めておくことが重要な課題といえる¹。本論文は、こうした問題意識のもと、季節調整に関してこれまで統計学界

¹ 最近では、米国商務省センサス局が1995年3月に主催した「季節調整に関するワークショップ」で、各国の経済・統計学者らが、季節調整の最新手法や現行の季節調整法の問題点などについて、様々な観点から報告を行っている。また、学界では季節調整法のみならず、

や経済学界において研究されてきた議論のサーベイや筆者自身による理論モデルの構築と実証分析を通して、主な季節調整法の特徴やそのパフォーマンスの評価、および季節調整がもたらし得る情報の歪みや損失などについて取りまとめたものである。

本論文の構成および要旨は以下の通りである²。

第2章：季節調整の概念

季節調整とは、経済時系列（月次データ・四半期データ）の動きを趨勢循環変動、季節変動、不規則変動の3成分に分解・推計し、季節変動成分を元の系列から除去した季調済系列（趨勢循環・不規則変動の推計値）を求める手続きをいう。季節調整の目的は、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される変動を経済データから除去することによって、景気の転換点等経済の基調的な動向をよりの確に把握するために行われる。また、季節調整の意義は、原系列の前年同月比による景気判断がミスリーディングな結果を導きやすいことなどを考えると、より一層明らかになる。

第3章：移動平均型調整法とモデル型調整法の特徴

季節調整法は、移動平均型調整法とモデル型調整法の2つに分類することができる。移動平均型調整法の代表格は、米国商務省が開発したセンサス局法で、開発以来30年以上経た今でも、わが国を含む世界各国の統計機関で広く利用されている。同法の計算アルゴリズムはかなり複雑であるが、そのベースは「原系列の一年分の移動平均をとれば、一年周期の季節変動が除去される」という単純な発想に基づいている。センサス局法は実用面での重みがある一方で、問題点や批判も少なくない。例えば、同法が時系列の各変動成分に対して明確な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性質が不明瞭であるという批判がある。また、移動平均項数について、統計理論的な客観性を伴った選択を行うことが困難であるという問題もある。

“seasonal unit root”など経済時系列の季節変動に関する理論・実証的な分析についても関心が高まっており、例えば、Journal of Econometrics (Vol. 55, NO. 1-2, 1993)では、“Seasonality and Econometric Models”として特集を組んでいる。

² 本論文は、木村 [1995, 1996a, 1996b, 1996c, 1997a, 1997b] を加筆修正し編集したもので、各章と以下のような対応関係にある。

第2章[1995, 1997b]、第3章[1995, 1996a]、第4章[1996a, 1996c]、第5章[1996a, 1996b]、第6章[1995]、第7章[1997a]、第8章[1995, 1997b]

モデル型調整法は、移動平均型調整法に対するこのような批判を克服するために開発されたものである。同法は、現実のデータがどのような確率モデルから生成されているのかを明確に仮定することによって季節調整の手続きを透明にし、かつ推計される季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にすることを目的としたものである。モデル型調整法は、各変動成分の確率モデルの仮定次第で様々なバリエーションをとりうるが、主な手法としては、シグナル抽出法や状態空間モデルによる季節調整などが挙げられる。

第4章：季節調整法の評価に関する実証分析

—— 移動平均型調整法とモデル型調整法の比較 ——

モデル型調整法は、時系列に対して明確な確率モデルを設定することによって、季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にしている点で優れているものの、そこで仮定したモデルが季節調整モデルとして最善であることまで保証するものではない。すなわち、当然のことではあるが、「仮定が明確である」ということと「仮定したモデルが現実の経済変動を適切に捉えている」ということは違う。季節変動が観測不能である以上、どの季節調整モデルが最善であるかを先験的には断定することはできず、とくに統計の作成や利用に携わる実務家の立場で考えた場合、何らかの意味で「実際のパフォーマンスが良い」と考えられる季節調整法が望ましい手法といえる。したがって、モデル型調整法と移動平均型調整法の何れが優れているかに関しては、現実の経済時系列を用いた実証分析が必要となる。

季節調整の評価基準として、「季節性除去の適切性」と「季調済系列の安定性」の2つを取り上げ、移動平均型調整法とモデル型調整法のパフォーマンスについて実際に比較・検討してみた。「季節性除去の適切性」とは、季節調整法が季節調整本来の目的を本当に達成しているかどうか、すなわち季節性の取り残し等がないかどうかについて、できる限り客観的な方法を用いてチェックすることである。「季調済系列の安定性」に関しては、新規データの追加による季調済系列の改定幅が小さいかどうかについて検討する。季調済系列を用いて景気分析を行う者にとって、安定性は分析結果の信頼性を確保する観点から重要な評価基準である。

比較検討した季節調整法の具体的なソフトウェアは、①移動平均型調整法“X-12-ARIMA”(センサス局法の最新バージョン)、②モデル型調整法・状態空間モデル“DECOMP”(統計数理研究所開発のTIMSAC-84収録)、③モデル型調整法・シグナル抽出法“Prophet”(J.P. Burman開発)、の3つである。分析の結果、移動平均型調整のセンサ

ス局法 X-12-ARIMA は、多くの時系列において季節変動を適切に除去する一方、モデル型調整法は、負の季節性を季調済系列に混入させ易い（例えば、今年の第 1 四半期の季調済系列の伸びが高ければ、翌年の第 1 四半期の伸びが低目になり易い）ことが明らかとなった。また、安定性に関しても、X-12-ARIMA が、モデル型調整法よりも総じて安定的な季節調整を行うことが確認できた。したがって、適切性・安定性の両基準を基に判断すれば、X-12-ARIMA は現時点で利用可能なモデル型調整法のソフトウェアに比べ、優れた調整法であると評価できる。

第 5 章：センサス局法 X-12-ARIMA の特徴と

そのパフォーマンスに関する実証的評価

本章では、X-12-ARIMA の特徴とそのパフォーマンスの高さをより明確にするために、センサス局法の旧バージョンである X-11 や X-11-ARIMA などとの比較を行いながら分析を進める。

センサス局法 X-11 は、現在でも世界各国の統計機関で広く利用されているが、この方法については、かねてより次のような問題点が指摘されている。第 1 に、時系列の末端部分においては、後方移動平均により季節変動の推計を行っていることなどから、新規データを追加すると直近部分の季調済系列が大幅に改定されてしまうことがある（季調済系列の不安定性）。足元の景気の動きをみる際には、直近部分の季調済系列が重要な判断材料となるだけにこの問題は深刻である。第 2 に、異常値や曜日変動などが原系列に混入している場合には、移動平均によって季節変動を適切に抽出することが困難になる。X-11 では、それら異常値の調整や、曜日変動の調整に理論的な問題があり、これは実証的にも確認されている。

センサス局法の最新バージョン X-12-ARIMA は、X-11 の問題点を解決すべく開発されたものである。同法の最大の特徴は、季節調整の事前処理として、REGARIMA と呼ばれる時系列モデルを用いて、原系列から異常値やレベル・シフト、および曜日変動を推計・除去することにある。また、REGARIMA を用いて原系列の予測値（3～5 年分）を推計した上で、この予測値と実際の原系列をつなげた系列に対して移動平均を行うことにより、系列末端部分においても後方移動平均ではなく中心移動平均によって季節変動の推計を可能にしている点も大きな特徴である。こうした X-12-ARIMA における事前処理は、理論上、季調済系列の安定性を改善するだけでなく、その変動から不自然な動きや歪みを取り除くことができるものと考えられる。

わが国の主要経済指標に対して、X-12-ARIMA を適用して、その安定性を X-11 等と

比較したところ、① X-12-ARIMA による季調済系列は他の方法で得られた季調済系列に比べ安定する傾向がある、②この傾向は使用する安定性の基準に依存しない、③曜日変動調整の巧拙は安定性に大きな影響を及ぼす傾向がある、との結果が得られた。

さらに、X-12-ARIMA の実用性を評価するために、過去の景気転換局面における季調済系列の動きを比較すると、① MITI 法（通商産業省が鉱工業指数の季節調整に利用）や X-11 で得られた系列は上下動が多いのに対し、X-12-ARIMA の系列はかなり滑らかな動きを示しており景気の転換点を読み取りやすい、②鉱工業指数でみると、X-12-ARIMA による季調済系列の前月比（％）と MITI 法のそれとの間には、絶対値でみて平均 1％の乖離幅が存在し（最大で 4％弱の乖離幅が発生）、季調済系列の滑らかさの違いは顕著である、③季調済系列の滑らかさの違いは主に曜日調整の有無によるものと判断される、との結果が得られた。

X-12-ARIMA は季調済系列の安定性や経済指標としての使いやすさの観点からみて、移動平均型調整法の範疇において、現時点では最良の季節調整法といえよう。

第 6 章：季節調整による情報の歪みや損失に関する理論

本章と次章では、個別の季節調整法に関するミクロの論点から話題を変え、「経済時系列から季節変動を除去する季節調整とは、本当に妥当なものなのか、あるいは常に正当化されるものなのか」、といった季節調整そもそも論について考察する。両章の目的は、季節調整の必要性自体に対してあえて批判的な観点から評価を行うことによって、季節調整の限界や問題点を明らかにし、季調済系列の利用上の留意点を提示することにある。

季節調整法の大前提は、「経済時系列に含まれる季節変動は noise ないし error であって、景気分析や経済分析をするうえで何等有益な情報を提供しない」ということである。さらに、通常の季節調整法では、その方法を統計的に正当化するために、①季節調整の対象となる時系列の変動を説明するのに、他の時系列の情報は全く影響しないこと、②原系列を構成する 3 成分（趨勢循環変動、季節変動、不規則変動）は互いに独立であること、を仮定する必要がある。したがって、季節調整におけるこれら 2 つの仮定が、現実の経済状況に照らしてみても妥当なものでないならば、原系列に含まれる情報が季節調整により歪められたり損なわれたりする可能性が高くなり、得られた季調済系列の価値も損なわれる。既往の研究により、こうした仮定が満たされない場合の理論的な問題点（季節調整がもたらし得る情報の損失や歪み等）が明らかになっている。

第7章：季節調整による情報の損失例——消費の季節性と中立命題——

第6章の問題に加え、「季節変動がnoiseである」という季節調整の大前提は常に成立し得るものではないというより重要な問題も指摘可能である。例えば、消費時系列内の季節変動には、マクロ経済理論の適否を左右する重要な情報が含まれており、消費の季節性は経済学者にとってnoiseとは決して言えない。この点についてやや詳しく述べると、次のとおりである。

経済に存在する家計の消費行動については、①財政錯覚を起こさずに動学的最適化行動をとるタイプ、②錯覚を起こし公債を純資産とみなした上で動学的最適化行動をとるタイプ、③流動性の制約を受け動学的最適化行動のとれないタイプ、の3つに分類でき、マクロの消費時系列は、これら3タイプの家計行動の集計結果とみることが可能である。ケインズ経済学では、③タイプの家計が想定される一方、恒常所得仮説のフレームワークでは、①②のタイプの家計が、さらには、中立命題(Ricardian Equivalence Theorem)のフレームワークでは、①タイプの家計が、それぞれ想定されている。どの経済理論が最も現実的かは、全家計における各タイプの構成比如何に依存するといつてよい。

そこで、これら3タイプの家計の消費関数を理論モデルより導出し、それぞれのウェイトで加重平均した関数をマクロの消費関数とみて、それを推計するという実証分析を行ってみた。その結果、季調済系列を用いた推計と、季節性の発生メカニズムを考慮したモデルに対して原系列を適用して推計した結果とで大きく異なることが明らかとなった。季調済系列を用いた推計では、全家計が財政錯覚を起こしていないRicardian Consumerであるという帰無仮説が棄却できないが、原系列を用いて推計した場合には、流動性制約を受ける家計が経済に4割弱存在するとの結果を得た。季節調整は、流動性制約を受ける家計に関する情報を原系列から除去している可能性が高く、季調済系列を用いた推計結果よりは、原系列を用いた推計結果の方が信頼性が高いと言えよう。

第8章：おわりに

第6、7章の分析にみるように、季節調整は原系列に内包された情報を歪めたり損なったりする可能性があるなど種々の問題点があるため、季調済系列が原系列に比べ利用価値があるとの見方や、統計機関による季調済系列の公表に対して、学者の中には強い疑問を呈する向きも見られる。経済諸変数間の相互関係を厳密に分析すること

を目的とする経済学者にとってみれば、季節調整が有害無益な場合があることは確かに事実であろう。

しかし、統計機関のサイドからは、こうした学者の見方に対して次のような反論が可能であろう。すなわち、統計機関にとっての季節調整の目的は、あくまで市場関係者などstatistically unsophisticated userに対する情報提供サービスであり、また、そうしたユーザーにとっての季調済系列の利用目的は、①単一時系列の変動においてその基調部分の方向性や転換点を探りあてること、②経済諸変数間の相互関係についても大雑把なイメージを掴むこと、が目的であり、背後にある経済理論を厳密にチェックすることまでも要求しない場合が多いということである。また、第6章で指摘した問題点は、季節調整がどのような情報のロスや歪みをもたらし得るかについて、理論的には重要な論点を提供しているが、統計機関としてこれらの問題に正面から取り組んでいくことがどうしても必要なのか、または現実的にみて対応が可能なのかという点についても、かなり疑問があると言わざるを得ないことも事実である。

したがって、こうした点を考慮すれば、第5章までで説明してきた季節調整法は、統計機関の目的からすれば許容範囲内のものであると考えてよいであろう。要は、経済学者、統計機関、ユーザーのそれぞれが、それぞれの分析目的に照らし合わせて、原系列と季調済系列を使い分けていけばよいということになる。

なお、統計機関にとっての季節調整は、ユーザー（広く言えば国民）に対する情報提供サービスであるという観点に基づけば、季調済系列の分散の公表や季調替えの頻度など、現在統計機関が依拠している統計慣行について、今後見直しを進めていく必要がある。

第2章 季節調整の概念

2.1. 季節調整の目的とその方法

経済政策との関連で経済統計を作成する者の重要な責務の一つは、短期的な景気動向を的確に把握し得る統計資料を提供することである。月別・四半期別の経済時系列（原系列）は景気動向に関する情報を多分に含む一方、その系列の変動要因には、天候や社会習慣等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動、すなわち季節変動が含まれており、原系列のままではそのデータの利用価値は必ずしも高いとは言えない。したがって、我々が経済時系列の重要な基調的変動（景気の循環やその転換点等）を認識し、またそれに基づいた適切な政策対応を可能にするためには、何らかの方法でこの季節変動を原系列から除去することが必要である¹。これが、季節調整の目的である。

季節変動について、もう少し具体的にみておくと、まずこうした一年周期の変動が生ずる背景としては、次のような自然的あるいは社会的な要因を挙げることができる（田原[1983]参照）。

①自然条件

天候や気温など自然条件の変化は経済活動に直接影響を与える。例えば、寒冷地では冬期になると、農産物をはじめ種々の生産活動が停滞する。

②月間営業日数の違い

年末・年始の休暇、ゴールデン・ウィーク、盆休みを含む月や、2月などは、他の月に比べて営業（稼働）日数が少ない。

③経営環境に関わる制度・習慣

例えば、決算期になると、経営成績上の観点から売上高や受注高が嵩上げされたり、資金需要が増加したりする。

④需要面からの影響

例えば、7・12月は中元、クリスマス、歳暮といった国民生活に関わる習慣に、ボーナスが重なる結果、個人消費が急増し、これに対応して消費財の生産・売上・在庫が季節的に変動する。

⑤供給面からの影響

原料、資材、動力などの季節的な制約によって、これらを使用する生産活動が変動する。例えば、電力多消費型の鉄鋼業などでは、夏期減産が行なわれる。

¹ 本論文で分析対象とする経済時系列は、季節変動が明瞭にあらわれる月次と四半期データであり、週次や日次データは含まない。

さらに、季節変動について留意しておくべき点は、その変動パターンが長期にわたって不変・固定的なものであるとは限らず、経済成長に伴う社会的・経済的条件の変化や景気循環の局面によって、毎年少しずつ変化し得るということである。季節調整とは、こうした特徴を持つ季節変動²を統計的に推計し、原系列からそれを除去する手続きである。

実際の季節調整法においては、原系列(Y_t)は、季節変動成分(S_t)のほか、趨勢循環変動成分(TC_t)、不規則変動成分(I_t)の3つの要素から構成されると仮定する(t は時点をあらわす)。さらに、原系列(Y_t)とこれら3成分との関係については、

$$\text{乗法型} : Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot I_t \quad , \quad \text{加法型} : Y_t = TC_t + S_t + I_t$$

のいずれかを通常仮定する。ここで、趨勢循環変動(TC_t)とは、経済成長等に伴う趨勢的な変動と景気循環に伴う周期的な変動(周期は1年以上)の合計である。また、不規則変動(I_t)とは、その名のとおりに不規則な変動であって、突発的な要因やその他原因不明の攪乱要因によって発生する。季節調整を上記モデルに沿って解釈すれば、原系列 Y_t から季節変動成分 S_t を除去し、乗法型であれば $TC_t \cdot I_t$ 、加法型であれば $TC_t + I_t$ なる系列(季調済系列)を作り出すことに他ならない。

なお、時系列によっては、原系列が上記3つの変動成分に加え、曜日変動成分を加えた4つの変動成分から構成されると仮定した方が望ましい場合がある。曜日変動とは、月次データにしばしばみられるもので、月中の曜日構成の相違(例えば日曜日が月に何回あるか)によって引き起こされる変動である。こうした変動は、百貨店売上高や新車登録台数など個人消費関連データのほか、鉱工業生産指数など曜日構成により企業の営業日数が直接影響を受ける系列に顕著にみられる。曜日変動を除去していない季調済系列(の前月比)は月々にかんがりの振れを示すため、短期的な変動を分析しようとする場合にはその調整を行うことが望ましい。すなわち、曜日変動は、既知のカレンダー構成に従った変動であり、季節変動と同様に景気の基調とは無関係であるため、季節調整の際には、それを季節変動成分とともに原系列から除去することが望ましい。通常、季節調整(seasonal adjustment)といった場合、それを広義に解釈し

² Hylleberg[1992]は、①～⑤の季節変動の諸要因および季節変動パターンの可変性を考慮し、季節性を次のように定義している。

Seasonality is the systematic, although not necessarily regular, intra-year movement caused by the change of the weather, the calendar, and timing of decisions, directly or indirectly through the production and consumption decisions made by the agents of the economy. These decisions are influenced by endowments, the expectations and preferences of the agents, and the production techniques available in the economy.

て曜日変動の推計・除去、すなわち曜日調整(trading day adjustment)を含むものと定義される³。曜日変動成分 D_t を考慮した場合、原系列 Y_t は次のように表現でき、

$$\text{乗法型モデル: } Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot D_t \cdot I_t, \quad \text{加法型モデル: } Y_t = TC_t + S_t + D_t + I_t$$

季調済系列はそれぞれ、 $TC_t \cdot I_t$ 、 $TC_t + I_t$ となる。

2. 2. 季調済系列の前月比と原系列の前年同月比の関係

経済データの分析では、上で述べたような季調済系列のほかに、原系列の前年同月(期)比を計算することで季節性を除去するという簡便法がしばしば用いられる。この方法では、まず、「原系列 Y_t (月次データ) が乗法型に従う」と仮定する。このとき前年同月比は、

$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} = \frac{TC_t}{TC_{t-12}} \cdot \frac{S_t}{S_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

となる。さらに、「季節変動が一年周期の固定的なパターンに従っている」と仮定すれば($S_t = S_{t-12}$)、前年同月比は、

$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} = \frac{TC_t}{TC_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

となる。確かに、ここでは、季節変動成分が完全に除去されている。

このように、前年同月比は、季節性を除去するための簡便法としてある程度有効であるが、いくつかの問題がある。すなわち、前年同月比は、対象とするデータが乗法型よりもむしろ加法型に従っていると考えられる場合や、実際の経済データの多くがそうであるように、季節変動のパターン自体が変化している場合($S_t \neq S_{t-12}$)には適当でない。また、仮にデータが乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定であったとしても、前年同月比には経済分析上、次のような問題点がある(田原[1983]、溝口・刈屋[1992]、Bundesbank[1987]等参照)。

第1に、前年の動きが攪乱要因となる可能性がある。図表2-1は、当年の趨勢循環変動(TC_t)が全く同じ動きをしており、前年がそれぞれ異なった動きをしている4つの仮設例について、前年同月比のパターンを比較したものである(なお、ここでは、単純化のために不規則変動については無視している)。

³ 閏年調整(4年に一度の2月の日数調整)も、trading day adjustmentの一環として処理されるのが一般的である。

これによると、当年の趨勢循環変動が同一（すなわち景気の実勢が同一）であっても、前年の趨勢・循環変動のパターンによって前年同月比の動きは全く異なり得る。したがって、前年同月比から直ちに景気の基調を判断することは危険であり、前年同月比の使用にあたっては、その指標の前年の基調の影響に十分留意しなければならない。

第2に、前年同月比は景気転換のタイミングについて誤った情報を与える可能性がある。図表2-2は、5年周期のサイン・カーブ型の循環変動成分(TC_t)とその前年同月比(TC_t/TC_{t-12})、前月比(TC_t/TC_{t-1})を示したものである。前月比は、趨勢循環変動がボトムからピークまでの間は符号がプラスとなり、ピークからボトムまでの間はマイナスとなるので（景気の転換点ではゼロ）、趨勢循環変動の転換点について必要な情報を提供する。しかし、前年同月比の場合は、その符号や動きが循環変動とどのように対応しているのかは、循環変動の周期や振幅に依存しているため、循環変動のピークとボトムに対応する前年同月比の数値は系列毎に異なる（図表2-2の例で言うと、それぞれ13%、-15%近辺）。また、前年同月比は、前月比に対しては遅行指標である。したがって、前年同月比をあたかも前月比のようなイメージで利用すると、景気の転換点の判定が遅れてしまう（図表2-2の例で言うと、景気がボトムから脱し、前月比が既にプラスになっても、前年同月比は半年間マイナスの状況が続く）。ちなみに、鉱工業生産指数の前年同月比と前月比を比べてみると（図表2-3）、両者の間には約半年のラグがある。

以上をまとめると、時系列データが加法型に従う場合や季節変動パターンが一定でない場合には、前年同月比はそもそも季節変動が適切に除去された指標であるとは言えない。時系列データが乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定の場合には、前年同月比は季節調整の一つの便法とはなり得るが、その場合でも景気の実勢や転換点を読み取るうえでは、ミスリーディングとなりやすい。結局のところ、経済時系列の持つ季節性を適切に除去し、かつ景気判断をミスリードしないような指標を得るためには、時系列の各変動成分を抽出・推計する季節調整が必要となる。

第3章 移動平均型調整法とモデル型調整法の特徴

3.1. 移動平均型調整法の特徴

移動平均型調整法の基礎にある考え方は、その名の通り前後数項の移動平均を取れば、一年周期の季節変動成分が除去されるとともに、不規則変動成分の影響も抑えられて趨勢循環変動成分の推計値が得られるというものである。こうして得られる趨勢循環変動成分の推計値を原系列から除去すると、季節変動成分と不規則変動成分からなる系列が得られる。これをさらに同じ月毎の系列に分けて適当な移動平均を取れば、季節変動成分の推計値が得られる。以下では、原系列が加法型に従うと想定した場合の基本的な計算ステップを示す¹。

- ① 原系列 Y_t の 12 か月移動平均をとることにより、 S_t と I_t をならし、暫定的な TC_t を算出。
- ② Y_t から上記の暫定的な TC_t を除去し、暫定的な $S_t + I_t$ を算出 $[Y_t - TC_t = S_t + I_t]$ 。
- ③ 上記の暫定的な $S_t + I_t$ を同一月毎に数年間分を加重移動平均して、 I_t をならし、暫定的な S_t を算出。
- ④ Y_t から上記の暫定的な S_t を除去し、暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ を算出 $[Y_t - S_t = TC_t + I_t]$ 。
- ⑤ 上記の暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ に適当な加重移動平均を施して、 I_t をならし、修正された TC_t を算出。
- ⑥ 上記の修正された TC_t を用いて、②～④の過程を再びくり返し、最終的な 3 成分 (TC_t, S_t, I_t) を算出。

こうした移動平均型調整法の代表格として、米国商務省の開発したセンサス局法を挙げることができる。センサス局法は、J. Shiskin らによって開発され、最初のバージョンは 1957 年に X-1 として公表された (X は Experimental を、1 はモデル番号を示している)。その後、コンピュータの処理能力の向上とともに、次々とセンサス局法の改良型が発表されていった。そこでの基本的な考え方は、あらゆる経済時系列に適用可能な共通の方式を発見しようとするものであり、1960 年代初期に発表された X-10 までの改良型がこの線上にある。わが国では、1960 年代に入って、センサス局法の

¹ 原系列が乗法型に従うと想定する場合には、①～⑥の計算ステップにおける足し算を掛け算に、引き算を割り算に替える。例えば、②において、暫定的な $S_t + I_t$ は Y_t を TC_t で除することにより算出する。

導入の必要性が認識されるようになったものの、当時の国産電子計算機の能力では、センサス局法をこなすには不十分であった。このため、センサス局法を簡易化した方法としてEPA法(1963年)が経済企画庁によって、またMITI法(1962年)が通産省によって、それぞれ独自開発された。

こうした中、1965年に発表されたセンサス局法X-11は、従来の発想を転換した画期的なものであった(詳細は、黒川[1979]、日本銀行調査統計局[1985]参照)。すなわち、あらゆる経済時系列に当てはまる共通な方式を目指すというそれまでの基本方針を断念し、各時系列固有の性格に対応するため移動平均項数などに関する多くのオプションを設けた(ただし、利用者が特別の判断材料を有しない場合に適用される標準型[デフォルト]も設定されている)。このX-11は、世界各国の多くの統計機関で利用されるようになり、わが国でも、1979年に統計審議会経済指標部会において、季節調整法をX-11に統一するように提案され、通産省²を除く各官庁の季節調整法は逐次X-11に切り替えられた。

3.1.1. X-11を巡る問題点

センサス局法X-11は、発表以来30年を経た今日でも世界各国の統計機関で利用されているが、同法に対する批判もまた少なくない。批判は、統計理論面からの批判とパフォーマンス面からの批判に大別される。

まず、統計理論面からの批判は、同法が時系列の各変動成分に関して明確(explicit)な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性格が曖昧だということである³。例え

² 通産省では、鉱工業指数を作成するに当たり、所管の各地方通産局作成指数に関する大量系列を迅速処理する必要があるという特殊性から、データの計算期間を5年に固定し、かつ計算手順を単純化したMITI法を継続使用している。

³ こうした批判に応えるために、Cleveland and Tiao[1976]は、X-11による季節調整がどういった統計モデルをインプリシットに仮定したものであるかを、後述するシグナル抽出法と言われるアプローチを用いて明らかにした。彼らによると、X-11(標準型)における一連の移動平均の手続きは、全ての原系列(月次系列の場合)に対して下記(3-1)式で表わされるARIMAモデルを一律に当てはめたうえで、季調済系列が(3-2)式の y_t^N になるように推計したものである。すなわち、X-11は、データの特性如何にかかわらず同一のARIMAモデルを先験的に仮定してしまっているわけであり、この点が理論面からの批判であると言い換えることもできる。

$$y_t = y_t^N + y_t^S$$

(y_t : 原系列、 y_t^N : 非季節変動成分、 y_t^S : 季節変動成分)

ば、石黒[1981]は、センサス局法のバージョン・アップが専ら経験則によって重ねられてきたことについて、「手順が複雑化するにつれ、結局何をしているのかがはっきりしなくなり、あるデータがうまく処理できない時に、手順を改善しようにも手のつけようがない」と厳しく批判している。このように X-11 の統計理論的な意味づけが曖昧であることによって、同法が有している折角の幅広いオプションも、客観的な正当性を保ちつつ利用することは困難である。例えば、先の計算プロセスにおける③と⑤の移動平均項数次第で、季調済系列の滑らかさ等が異なる可能性があるが、その項数の選択に客観的な基準がないため、やや極端な言い方をすれば、利用者の好みに応じた季調済系列を作成することもできてしまう。

次に、パフォーマンス面からの批判としては、季調済系列の不安定性の問題がある。新規データの追加により季調済系列が過去に遡って大幅に改定されることが多い場合、その季調済系列は不安定であると言うが、季調済系列の不安定性は景気判断や政策対応を攪乱し、ひいては季節調整への信頼性を失わせる極めて重大な問題である。この点に関する比較的最近の事例として、1991 年における景気動向指数（経済企画庁作成、一致指数の 11 系列のうち 9 系列が季調済系列⁴）の遡及改定がある。すなわち、91 年は景気が後退し始めているか否かの判断が微妙な時期であったが、当初公表された段階では、一致指数は年初来 10 月頃まで景気判断の分かれ目となる 50 を境に行き来する姿が続いていた。しかし、翌年の季調替えにより、実は 91 年 4 月から既に 50 を連続して割り込んでいたことが明らかになり、景気後退がかなり早くから始まっていたことを示す結果となった(Fukuda[1992])⁵。

このような季節調整の不安定性の主な原因としては、①移動平均における末端処理

$$(1-L)(1-L^{12})y_t = (1-0.34L+0.14L^2+\dots+0.04L^{24}-0.02L^{25})a_t \quad (3-1)$$

$$(1-L)^2 y_t^N = (1-1.25L+0.44L^2)b_t \quad (3-2)$$

$$(1-L^{12})y_t^S = (1+0.64L^{12}+0.83L^{24})c_t \quad (3-3)$$

$$\sigma_a^2 / \sigma_e^2 = 43.1 \quad , \quad \sigma_b^2 / \sigma_e^2 = 24.5$$

ただし、 a_t 、 b_t 、 c_t はホワイトノイズ。

なお、X-11 の“implicit-model”に関しては、上記 Cleveland らの研究の他、Burridge and Wallis[1984]や Ozaki and Thomson[1995]等がある。

⁴ 9 系列のうち、4 系列が X-11、5 系列が MITI 法による季調済系列。

⁵ 米国における有名な事例としては、カーター元大統領が大統領当選直後に失業率の季調済系列が悪化修正されたのをみて、「ジェリー（フォード元大統領）め、統計を都合の良いように操作していたな」と周囲に漏らしたとの逸話がある。このように、季調済系列の改定は、統計が政治的な意図によって歪められているのではないかとこの無用の誤解を招く可能性もある。

が適切でないこと、②構造変化や異常値等があると移動平均では適切に処理できないこと、などが挙げられる。この点については次節以降で詳しく述べる。

なお、以上の統計理論およびパフォーマンス面からの批判の他に、X-11 のやや技術的な問題点として、乗法型モデルの取扱いに関する非整合性がある（溝口・刈屋[1992]参照）。すなわち、X-11 の標準型は乗法型モデルを前提としてプログラムされているが（先の計算プロセスのステップ②において、暫定的な $S_t + I_t$ は Y_t を TC_t で割ることにより算出）、乗法型であれば本来は移動平均のオペレーションに幾何平均（または対数変換後算術平均）を用いるべきところを、実際には算術平均をそのまま用いている点で、取扱いが非整合的である。この問題については、「多くの場合、原系列に乗法型モデルを直接適用するのと、対数変換後加法型モデルを適用した場合とで、実務上問題となる程のギャップは生じていない」（黒川[1979]）との報告もあり、一般的にはさほど問題にされていないようである。しかし、オーダーに比べて変動幅の大きい時系列データ等（例えば企業収益）については、幾何平均と算術平均とでかなり異なるイメージになる可能性があることに注意が必要である⁶。なお、後述する X-12-ARIMA ではこの問題は解決されている。

3.1.2. X-11-ARIMA の特徴

前節で述べた季調済系列の不安定性の原因のうち、①の末端処理に関して改良を加えたのが X-11-ARIMA であり、①に加え②の構造変化や異常値に対しても対応力を高めた季節調整法が X-12-ARIMA である。

まず本節では、X-11-ARIMA について述べる。

X-11 の標準型では、各時点の季調済系列を推計する際に、原則として、その時点の前後7年間分（合計14年間分）のサンプルの加重移動平均（中心移動平均）を行っている⁷。しかし、末端から数えて7年未満の時点においては、先行き7年間分のサンプルが不足してしまうため、中心移動平均を完全な形で適用することができない。こうした問題は、末端に近い時点ほど深刻で、特に最末端時点については、先行きのサンプルが全く存在しないため、過去7年間のサンプルのみによる後方移

⁶ このためBOEでは、X-11 のプログラムに独自に手を加え、対数変換してから算術移動平均をとるようにしている（いわゆるBOE法）。

⁷ 加重移動平均のウェイトは末端に近づけば近づくほど小さくなっているため、実際の季調済系列の推計に影響を及ぼすのは、前後4～5年間分（合計8～10年間分）のデータである。

動平均により季節調整を行っている。その結果、末端部分に新たなデータが追加され、推計に用いられる先行きのサンプル数が増える度に、季節パターンに関する新たな情報が織り込まれ、季調済系列が大きく改訂されるといった事態が生じ易くなっている。

後方移動平均というのは、例えば先行き3年間のデータが過去3年間のデータと同じ値になると先験的に仮定して通常を中心移動平均をとることに等しく、仮に先行きのデータについてよりリーズナブルな予測ができるのであれば、その予測値を利用して通常移動平均を行なう方が合理的である。その予測を ARIMA モデルで行なうのが X-11-ARIMA であり、1975 年にカナダ統計局の E. B. Dagum により開発された (Dagum[1979, 1981]参照)。同法では、ARIMA モデルを用いて原系列の予測値を3~6年分推計した後、原系列と予測値をつなげた系列に X-11 をかけるという方法をとっており、現在では開発者であるカナダ統計局の他、F R B (マネーサプライ統計) 等で実際に利用されている。

なお、X-11-ARIMA のパフォーマンスに関する実証分析⁸によれば、これによって季調済系列の安定性が高まったとの報告が見られる一方、時系列によってはその安定性がさほど改善しないとの分析もある。X-11-ARIMA によっても季調済系列の安定性がさほど高まらない場合があるという分析結果は、先に示した不安定性の原因のうち、①の末端処理の改善に加え、②の構造変化・異常値の処理の改善が不可欠であることを示唆している。構造変化や異常値を伴う系列については、そもそも ARIMA モデル自体が適切に推計できないからである。次節で紹介する X-12-ARIMA は、まさにこうした構造変化や異常値の問題への対応を最大の特徴とするものである。

3.1.3. X-12-ARIMA の特徴

上述の通り、X-11-ARIMA は、基本的には移動平均と ARIMA モデルによって構成されているが、移動平均、ARIMA モデルともに、構造変化や異常値を適切に処理することができないという限界を持つ。例えば、通常の不規則変動であれば移動平均でならすことができるが、仮に通常の不規則変動の幅をはるかに超える異常な変動があると、移動平均はその異常な突出を完全に消し去ることはできず、むしろ前後に引き延ばし

⁸ 詳しくは、本論文第5章のほか、Hout[1981]、Krueger[1981]、Kuiper[1981]、Mckenzie and Stith[1981]、清水[1988]、日本銀行調査統計局[1981]等参照。

て循環変動のような山や谷を作ってしまう。また、ARIMA モデルは、適当な階差を取れば定常となる時系列に適用されることが前提となっているが、構造変化や異常値があるとその前提が通常満たされないため、パラメータひいては予測値が正しく得られない。この結果、X-11-ARIMA による季調済系列は、構造変化や異常値の攪乱を受けて不安定となってしまう。

そこで、構造変化や異常値を予め除去することができれば、季調済系列の安定性が高まると考えられる。こうした問題意識に立って開発されたのが X-12-ARIMA である（同法はセンサス局によって 1980 年代中頃から開発が進められ、1996 年 6 月に β バージョンが公開された）。X-12-ARIMA は、REGARIMA と呼ばれる事前調整部分(pre-processing)、X-11 による移動平均部分、診断テスト部分(post-processing) の 3 パートから構成される。まず、REGARIMA のパート⁹では、原系列について ARIMA モデルを推計するが、その際に構造変化（サンプル替えに伴う系列のレベル・シフトも含む）や異常値等を捉えるためのダミー変数を取り込む(Findley and Monsell[1989]、Bureau of the Census[1995-a, b]参照)。言い換えれば、REGARIMA は、原系列を① ARIMA モデルで正しく表現できる部分と、②ダミー変数への回帰部分（＝構造変化と異常値）に分解する手続きであり、このうち①の部分だけがその後続く移動平均パートで用いられることになる。具体的には、REGARIMA は次式のように表せる。

$$\phi_p(B)\Phi_r(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^p\left(Y_t - \sum_i \beta_i x_{it}\right) = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (3-4)$$

ただし、

$$\begin{cases} Y_t : \text{原系列} & x_{it} : \text{回帰変数} & \beta_i : \text{回帰パラメータ} \\ B : \text{バックシフト・オペレータ} \\ S : \text{季節周期(月次データ: } S=12 \text{ 四半期データ: } S=4) \\ \phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) & \Phi_r(B^s) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_r B^{rs}) \\ \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) & \Theta_q(B^s) = (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{qs}) \\ a_t : \text{ホワイト・ノイズ} \end{cases}$$

(3-4)式は、回帰式

$$Y_t = \sum_i \beta_i x_{it} + Z_t \quad (3-5)$$

と通常の seasonal ARIMA モデル $(p,d,q)(P,D,Q)_s$

⁹ REGARIMA は"REGression and ARIMA"の略であり、ダミー変数への回帰と、ARIMA モデルの組み合わせという意味である。

$$\phi_p(B)\Phi_r(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_s(B^s)a_t \quad (3-6)$$

の組み合わせと考えることができる。ここで、回帰変数とは、異常値やレベル・シフト、曜日変動等を表現したものである。原系列 Y_t の回帰式 (3-5) の残差項 Z_t は、原系列から回帰変数の影響を取り除いた系列を表しており、REGARIMA では、この Z_t が (3-6) 式の seasonal ARIMA モデルに従うものとして定式化したものである。X-12-ARIMA では、このように原系列 Y_t を回帰パート $\sum \beta_i x_{it}$ と seasonal ARIMA パート Z_t に推計・分割した後、後者の Z_t とその予測値に対して移動平均による季節調整を行う。したがって、X-12-ARIMA では、系列末端においても先行きの予測値を用いた中心移動平均が可能になるとともに、レベル・シフトや異常値、曜日変動の攪乱を受けることなく季節変動を抽出することができるようになる。

REGARIMA では、構造変化や異常値の発生時期およびその大きさ (β の大きさ) が自動検索・推計され、それらを原系列から除去した事前調整後の系列が作られる。X-12-ARIMA では、このように構造変化や異常値を除去した事前調整後の系列に X-11 を適用するため、季調済系列の安定性は向上する。Findley, et al. [1995] は、X-12-ARIMA を実際に米国の主要経済時系列に適用した結果を紹介しており、季調済系列の安定性が X-11 に比べて改善したことを示している。

ただし、X-12-ARIMA のベースはあくまで X-11 であり、3.1.1. で挙げた統計理論面からの批判、すなわち移動平均項数等の選択に統計的な客観性が無いという批判は依然として当てはまる。そこで、この弱点を補うために、第3のステップで事後診断テストを行なう。ここでは、周波数領域 (スペクトル) 分析や時間領域分析による各種の検定を通じて、季節変動成分除去の妥当性等に関する統計理論的な観点からの診断を行う。この診断テストの結果次第では、REGARIMA におけるモデル化の方法や X-11 パートにおける移動平均項数等を変更して、診断テストの結果が妥当になるまでこのプロセスが繰り返される。

なお、X-12-ARIMA の利用状況をみると、米国では、開発元の商務省 (貿易統計、建設統計、財務統計) のほか、労働省 (雇用統計、物価統計) が、欧州では、オランダやスロバキアなどの統計機関が、さらに、わが国では、日本銀行 (マネーサプライ統計) が、それぞれ公表統計の季節調整に X-12-ARIMA を利用している

3.2. モデル型調整法の特徴

前節で述べたように、X-11 に代表される移動平均型調整法に対しては、移動平均の項数の取り方などに統計理論的な客観性が無いという批判がある。そのような批判を行っている統計学者は、現実の時系列データがどのような確率モデルから生成されているのかを明確に仮定するモデル型調整法の考え方を支持している。モデル型調整法は、各変動成分の確率モデルの仮定次第で様々なバリエーションをとり得るが、推計アプローチの観点からすると、回帰分析法、シグナル抽出法、ベイズ型調整法、状態空間モデルによる季節調整の4手法に分類できる。

3.2.1. 回帰分析法

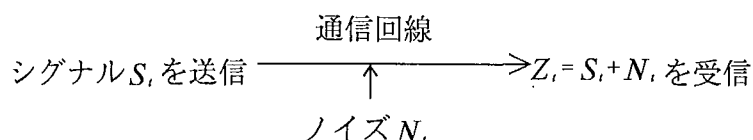
原系列 Y_t が加法型モデル $Y_t = TC_t + S_t + I_t$ に従うと仮定する。ここで、 TC_t 、 S_t は各々幾つかの趨勢循環要素 $A_{j,t}$ ($j=1, \dots, J$)、季節要素 $B_{k,t}$ ($k=1, \dots, K$) で表されたとすると、原系列は、

$$Y_t = \sum_{j=1}^J \alpha_j A_{j,t} + \sum_{k=1}^K \beta_k B_{k,t} + I_t \quad (3-7)$$

と表現できる。回帰分析法は、パラメータ α_j 、 β_k を最小自乗法によって推定する方法である。一般に、 $A_{j,t}$ には時間に関する多項式 $(t, t^2, \dots, t^j)$ が用いられ、 $B_{k,t}$ には、三角関数の合成関数等が用られる。しかし、この関数型の妥当性は、主として回帰式のフィットのみによって判断されるほか、誤差項（不規則変動成分 I_t ）が通常回帰分析の仮定（系列相関なし、分散の均一性）を満たしていない時には、推計値の信頼性は保証されない。なお、回帰分析法のサーベイは Bell and Hillmer[1984]、den Butter and Fase[1991]、Pierce[1980-a]を参照。

3.2.2. シグナル抽出法

シグナル抽出法とは、もともと通信工学の分野で発展してきた理論である。



一般に、送信シグナル S_t に通信の過程でノイズ N_t が混入した場合、受信者は受信信

号 $Z_t = S_t + N_t$ からノイズ N_t を除去し、真の送信シグナル S_t を抽出・推計しなければならない。シグナル抽出法はそのための工学的手法であるが、Burman[1980]や Hillmer and Tiao[1982]らは、これと季節調整の考え方の類似性に着目し、経済時系列にシグナル抽出法を適用した季節調整法を開発した（Burman[1995]、Maravall and Gomez[1995]、Maravall and Pierce[1987]等も参照）。すなわち、上の例に則して言うと、シグナル S_t （＝非季節変動成分）にノイズ N_t （＝季節変動成分）が混入した受信信号 Z_t （＝原系列データ）から、ノイズ成分を除去することが季節調整にほかならない。なお、シグナル抽出法の理論の詳細については、Harvey[1989, 1993]を参照。シグナル抽出法を適用した季節調整法のサーベイは、Bell and Hillmer[1984]、Mills[1990]が詳しい。

シグナル抽出法による季節調整では、まず、経済時系列に対して以下の5つの仮定を置く。

仮定 1¹⁰

$$X_t = X_t^N + X_t^S$$

(X_t : 原系列 X_t^N : 非季節変動 X_t^S : 季節変動)

仮定 2

$$X_t^N \text{ と } X_t^S \text{ は互いに独立である。}$$

仮定 3

$$X_t \text{ は ARIMA モデル } \phi(B)X_t = \theta(B)a_t \text{ で表現できる。}$$

仮定 4

$$X_t^N \text{ は ARIMA モデル } \phi^N(B)X_t^N = \theta^N(B)b_t \text{ で表現できる。}$$

仮定 5

$$X_t^S \text{ は ARIMA モデル } \phi^S(B)X_t^S = \theta^S(B)c_t \text{ で表現できる。}$$

ただし、 a_t, b_t, c_t は互いに独立なホワイトノイズで、
 $a_t \sim iid N(0, \sigma_a^2)$ $b_t \sim iid N(0, \sigma_b^2)$ $c_t \sim iid N(0, \sigma_c^2)$
 である。

まず、上記の仮定から、ラグ多項式間における以下の関係式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \phi(B) &= \phi^N(B)\phi^S(B) \\ \sigma_a^2 \frac{\theta(B)\theta(B^{-1})}{\phi(B)\phi(B^{-1})} &= \sigma_b^2 \frac{\theta^N(B)\theta^N(B^{-1})}{\phi^N(B)\phi^N(B^{-1})} + \sigma_c^2 \frac{\theta^S(B)\theta^S(B^{-1})}{\phi^S(B)\phi^S(B^{-1})} \end{aligned} \quad (3-8)$$

この時、各成分の MMSE (Minimum Mean Squared Estimator¹¹) は次のように表わされる。

¹⁰ 趨勢循環変動と不規則変動の両者を区別したモデルへの一般化は可能であるが、ここでは単純化のために、両者を統合して非季節変動として説明する。

¹¹ $E[(X_t^N - \hat{X}_t^N)^2]$ と $E[(X_t^S - \hat{X}_t^S)^2]$ をそれぞれ最小にするような推計量 $\hat{X}_t^N, \hat{X}_t^S$ を MMSE という。

$$\begin{aligned}\hat{X}_t^N &= \frac{\sigma_b^2 \theta^N(B) \theta^{N-1}(B^{-1})}{\sigma_a^2 \theta(B) \theta(B^{-1})} \phi^s(B) \phi^{s-1}(B^{-1}) X_t, \\ \hat{X}_t^s &= \frac{\sigma_c^2 \theta^s(B) \theta^{s-1}(B^{-1})}{\sigma_a^2 \theta(B) \theta(B^{-1})} \phi^N(B) \phi^{N-1}(B^{-1}) X_t,\end{aligned}\quad (3-9)$$

したがって、 $\hat{X}_t^N$ および $\hat{X}_t^s$ を求めるためには、 X_t 、 X_t^N 、 X_t^s の各々に関する 3 つの ARIMA モデルとホワイト・ノイズの分散 (σ_a^2 、 σ_b^2 、 σ_c^2) を推計しなければならない。このうち、 $\phi(B)X_t = \theta(B)a_t$ および σ_a^2 は、観測データ X_t から推計可能であるため、問題は、 X_t^N 、 X_t^s という観測不能な時系列についての 2 つの ARIMA モデルとホワイト・ノイズの分散の推計である。Hillmer and Tiao[1982]は、この問題を解くために、まず、 X_t^s に関する ARIMA モデルの AR パートのラグ多項式 $\phi^s(B)$ に関して次の仮定を設けた。

$$\phi^s(B) = (1 + B + B^2 + \cdots + B^{s-1}) \quad (3-10)$$

ただし、四半期系列の場合 $s=4$ 、月次系列の場合 $s=12$

これは、季節変動成分 X_t^s の一年分の合計値は定常過程になるという仮定である。次に、原系列の ARIMA モデルのラグ多項式 $\phi(B)$ が、

$$\phi(B) = \phi^*(B)(1-B)^d(1-B^s) \quad (3-11)$$

のように推計できるとする。すなわち、原系列 X_t が季節階差後、さらに d 次の階差を取ると定常過程になるという場合、(3-8 上)(3-10)(3-11)式より $\phi^N(B)$ は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\phi^N(B) &= \frac{\phi(B)}{\phi^s(B)} \\ &= \frac{\phi^*(B)(1-B)^d(1-B^s)}{(1+B+B^2+\cdots+B^{s-1})} \\ &= \phi^*(B)(1-B)^{d+1}\end{aligned}\quad (3-12)$$

ここまでで、(3-9)式における $\phi^s(B)$ 、 $\phi^N(B)$ が決まり、 $\phi(B)$ 、 $\theta(B)$ 、 σ_a^2 は観測データ X_t から求められるので、依然として未知なのは σ_b^2 、 σ_c^2 、 $\theta^N(B)$ 、 $\theta^s(B)$ である¹²。ここで、Hillmer and Tiao[1982]は、 σ_c^2 をある既知の範囲 $[\sigma_{\min}^2, \sigma_{\max}^2]$ 内で決めさえすれば、(3-8 下)式を満足する σ_b^2 、 $\theta^N(B)$ 、 $\theta^s(B)$ が一意に決まることを証明した。したがって、問題は σ_c^2 をどのように決めるかに帰着する。Hillmer and Tiao[1982]や Bell and Hillmer[1984]は、 $\sigma_c^2 = \sigma_{\min}^2$ と決めた場合の季節変動パターンが最も安

¹² ただし、 $\theta^s(B)$ のラグ次数については、 $s-1$ 以下と仮定している。これは、次数が s 以上である場合には、 X_t^s は季節変動というよりは、趨勢循環変動成分とみなすべきとの考え方に基づくものである。

定的との分析を示し、これを canonical decomposition と呼んで、望ましい季節調整法として紹介している。しかし、技術的には σ_e^2 を $[\sigma_{\min}^2, \sigma_{\max}^2]$ の範囲内のどこに決めても季節調整は可能であるため、 $\sigma_e^2 = \sigma_{\min}^2$ を先験的に選択するのは分析者の好みであって統計的な客観性に欠ける、という X-11 に対するのと同様の批判がある (Akaike[1984])。さらに、原系列に関する ARIMA モデル $\phi(B)X_t = \theta(B)a_t$ の形態次第では、(3-9)式による MMSE の推定が数学的に不可能な場合があることがわかっている。その場合、次善の策として(3-9)式の推定値が求まることが予めわかっている適当な ARIMA モデル (airline model 等)で原系列を近似する方法が通常とられるが、これは原系列の有する情報の一部を先験的な仮定に基づいて無視することにほかならないため、得られた季節調整系列の統計理論的性格が不透明になってしまう (Stier and Schips[1995] 参照)。このため、Bank of England[1992] や Harvey[1989]は、シグナル抽出法による季節調整よりも、こうした欠点がない状態空間モデル(State Space Model、3.2.4. で後述)による季節調整のほうが望ましいとしている。

3.2.3. ベイズ型季節調整モデル

回帰分析法やシグナル抽出法では、それぞれ関数型の選択や、ノイズ分布の分散等の決定に関して、統計理論的な客観性が無い点で問題があることを述べた。このため、両アプローチとも、データの背後に存在する(確率)モデルを明確に仮定したとは言え、分析者の嗜好によって結果が左右される点で、X-11 と同様な問題をはらんでいると言える。

以下に述べるベイズ型調整法や状態空間モデルによる季節調整は、こうした問題点を解決した方法である。これらの調整法の最大の特徴点は、モデルを特定化するうえで必要となる種々の仮定(季節変動のなめらかさ等)について、統計理論的な基準で客観的に選択できるようになっている点である¹³。

Akaike[1980]は、経済時系列の各変動成分を次のようなモデルで表現している。

$$Y_t = TC_t + S_t + I_t \quad (3-13)$$

¹³ なお、Findley[1981]は、原系列がどういった ARIMA モデルに従う時に、シグナル抽出法による季節調整系列とベイズ型調整法によるそれとが一致するかを明らかにしている。また、Maravall[1985]と Harvey[1989]は、シグナル抽出法と状態空間モデルによる季節調整との関係について同様な研究を行っている。

$$\begin{aligned}
(1-B)^m TC_i &\cong 0 \\
(1+B+B^2+\dots+B^{11}) S_i &\cong 0 \\
I_i = (Y_i - TC_i - S_i) &\cong 0
\end{aligned} \tag{3-14}$$

(3-14)式の特徴は、各左辺が丁度ゼロになるのではなく、概ねゼロになるという柔軟な仮定となっている点である。この制約のもとで $\{TC_i\}$ 、 $\{S_i\}$ を推計する具体的な方法は、適当な $p^2, q^2 > 0$ を与えた時の

$$\sum_{i=1}^T (Y_i - TC_i - S_i)^2 + p^2 \sum_{i=1}^T \{(1-B)^m TC_i\}^2 + q^2 \{(1+B+\dots+B^{11}) S_i\}^2 \tag{3-15}$$

の最小化問題である。ここで、 m は趨勢循環変動が局所的に $m-1$ 次の多項式で近似できることを表わすパラメータ、 p^2 と q^2 は各変動成分の滑らかさを規定するパラメータである（ p^2 が大きいほど滑らかな趨勢循環変動成分が、また、 q^2 が大きいほど安定的な季節パターンが、各々推計される）。もちろん、これらのパラメータを分析者が勝手に決めたのでは、X-11 やシグナル抽出法等これまで述べてきた調整法と同様に、統計理論的にみて客観性のない季調済系列が作られてしまう。そこで次に m, p^2, q^2 を客観的に決める手続きを考える。

まず(3-15)式の最小化問題を、

$$\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^T (Y_i - TC_i - S_i)^2\right] \times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^T \left[p^2 \{(1-B)^m TC_i\}^2 + q^2 \{(1+B+\dots+B^{11}) S_i\}^2\right]\right] \tag{3-16}$$

の最大化問題に置き換える（ σ^2 は適当な正の定数）。さらに、次のような2つの関数 f, g を定義する。

$$f(Y|\theta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (Y_i - TC_i - S_i)^2\right] \tag{3-17}$$

$$g(\theta|m, p^2, q^2, \sigma^2) = \delta \cdot \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^T \left[p^2 \{(1-B)^m TC_i\}^2 + q^2 \{(1+B+\dots+B^{11}) S_i\}^2\right]\right] \tag{3-18}$$

ただし、 Y, θ は、それぞれベクトル $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$ 、 $\theta = (TC_1, TC_2, \dots, TC_T, S_1, S_2, \dots, S_T)$ を表わす。(3-17)式は $\{I_i\}$ に互いに独立な平均0、分散 σ^2 の正規分布を仮定した時のモデル(3-13)の尤度関数になっており、これはパラメータ θ に依存する。一方、(3-18)式は、 δ を適当にとれば θ の分布の密度関数（すなわちベイズ理論でいう θ の事前分布）と見做すことができ、これはパラメータ m, p^2, q^2 に依存している。以上のように(3-16)式の最大化問題を整理すると、 m, p^2, q^2 は、パラメータ θ の事前分布のパラメータ（超パラメータ）ということになり、(3-16)式が関数 f と g の積に比例することに注意すると、「ベイズモデルの尤度」

$$\int f(Y|\theta, \sigma^2) \cdot g(\theta|m, p^2, q^2, \sigma^2) d\theta \tag{3-19}$$

を最大化するように m, p^2, q^2 の値を選択すればよいことがわかる。したがって、AIC(Akaike Information Criterion)¹⁴ との形式上の類似性を考えて、ABIC(A Bayesian Information Criterion)を、

$$ABIC = -2\ln\left[\int f(Y|\theta, \sigma^2) \cdot g(\theta|m, p^2, q^2, \sigma^2) d\theta\right] + 2(\text{超パラメータ数}) \quad (3-20)$$

と定義しておけば、ABIC が最も小さくなるように m, p^2, q^2 を決めるのが良いという客観的な基準を得ることができる。

なお、(3-13)式においては、加法型モデルを想定しているが、原系列が乗法型に従うと想定される場合には対数変換すればよい。移動平均型調整法やシグナル抽出法では、加法型および乗法型の選択に関する統計的な基準がないが、このベイズ型調整では、その選択に関して ABIC を利用することができるというメリットもある（詳しくは、Akaike[1980]、Ishiguro[1994]参照）。

3.2.4. 状態空間モデルによる季節調整法

状態空間モデル (State Space Model 以下、SSM) は、前節のベイズ型季節調整法と同じ考え方に基づくものであるが、時系列の各変動成分を確率差分方程式の形で捉えることによってモデル全体を状態空間表現で規定し、各変動成分の形状やノイズ分布等に関し、より汎用性を持たせた季節調整法である（ベイズ型季節調整法は SSM 調整法の特別なケースと考えることができる）。また、循環変動成分 (C_t) を趨勢変動成分 (T_t) とは別に導入することによって、趨勢変動と循環変動を一纏めにしていたベイズ型調整モデルよりも中短期的な変動をより捉えやすくすることも可能である。さらに、モデルを状態空間で表現することによって、逐次計算アルゴリズム（カルマン・フィルター）の適用が可能となり、ベイズ型調整法の実務上の欠点であった計算の非効率性が大幅に改善された点も、大きな特色である。

具体的には、各変動成分が次の(3-22)式の確率差分方程式に従うものと仮定する (Gersch and Kitagawa[1983, 1988], Kitagawa and Gersch[1984])¹⁵。

¹⁴ AIC（および尤度）はモデルが定める予測分布の良さををはかる客観的な基準（正確には基準の推定値）である。

¹⁵ SSM による季節調整法に関しては、ほかに Burrige and Wallis[1990]、Dagum and Quenneville[1993]、Engle[1976]、Harvey[1989]、Harvey and Todd[1983] らの研究がある。これらの研究においては、各変動成分の確率差分方程式に関する仮定やカルマン・フィルターにおける初期条件設定、超パラメータの推計方法等において違いがある。例えば、Harvey and

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \quad (3-21)$$

$$\begin{aligned} (1-B)^m T_t &= \varepsilon_t^T, & \varepsilon_t^T &\sim iid N(0, \tau_T^2) \\ (1+a_1 B + a_2 B^2 + \dots + a_n B^n) C_t &= \varepsilon_t^C, & \varepsilon_t^C &\sim iid N(0, \tau_C^2) \\ (1+B+B^2+\dots+B^n) S_t &= \varepsilon_t^S, & \varepsilon_t^S &\sim iid N(0, \tau_S^2) \\ I_t &\sim iid N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (3-22)^{16}$$

ここで、列ベクトル X_t 、 ε_t を次式で表すと、

$$\begin{aligned} X_t &= (T_t, T_{t-1}, \dots, T_{t-m+1}, C_t, C_{t-1}, \dots, C_{t-n+1}, S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-s+2})' \\ \varepsilon_t &= (\varepsilon_t^T, \varepsilon_t^C, \varepsilon_t^S)' \end{aligned}$$

(3-21)(3-22)式は、次のような状態空間モデルで表現できる（状態空間モデルについては、北川[1993]参照）。

$$X_t = F X_{t-1} + G \varepsilon_t \quad (3-23)$$

$$Y_t = H X_t + I_t \quad (3-24)$$

ただし、 F は $(m+n+s-1) \times (m+n+s-1)$ 行列、 G は $(m+n+s-1) \times 3$ 行列、 H は $1 \times (m+n+s-1)$ 行列である。

因に、この関係を $m=2, n=2, s=4$ の簡単な例で示すと、次のような行列表現になる。

$$\begin{pmatrix} T_t \\ T_{t-1} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ S_t \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{t-1} \\ T_{t-2} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \\ S_{t-3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t^T \\ \varepsilon_t^C \\ \varepsilon_t^S \end{pmatrix}$$

Todd[1983] では、趨勢変動成分 (T_t) と循環変動成分 (C_t) を一纏めにして (TC_t)、以下のモデルを仮定している。

$$TC_t = TC_{t-1} + d_{t-1} + \varepsilon_t, \quad d_t = d_{t-1} + \xi_t$$

ただし、 ε_t 、 ξ_t はホワイト・ノイズ

つまり、 TC_t はドリフト付きランダム・ウォークに従い、ドリフト d_t はランダム・ウォークに従うと仮定している。

¹⁶ 季節変動成分に傾向的变化が認められる場合には、高次のモデル

$$(1+B+B^2+\dots+B^n)^k S_t = \varepsilon_t^S$$

を当てはめたほうが良いこともある ($k=1, 2, \dots$)。

$$Y_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_t \\ T_{t-1} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ S_t \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \end{pmatrix} + I_t$$

この状態空間表現においては、未知のパラメータ $\theta = (\tau_r^2, \tau_c^2, \tau_s^2, \sigma^2, a_1, \dots, a_n)$ が含まれているため、Gersch and Kitagawa は、数値的最適化（準ニュートン法）の方法により、まずパラメータ θ の最尤推定値を計算している。パラメータ θ が決まれば、(3-23)(3-24)式の状態空間モデルにカルマン・フィルタを適用することにより、 X_t が推定される（推定された X_t は MMSE になっている）。また、趨勢変動成分の階差次数 m や、循環変動成分の AR パートの次数 n は、AIC により決定される。

なお、(3-23)(3-24)式の状態空間モデルでは、 ε_t, I_t に正規分布（ガウス分布）を仮定しているが、こうした仮定の下では、異常値や構造変化はうまく処理できない。この問題を解決するために、北川[1989]、Kitagawa[1987, 1989, 1993, 1994]、Kitagawa and Nagahara[1995]は、 ε_t, I_t に非ガウス分布（正規分布に比べ、分布の裾が重いコーシー分布等）を仮定し、高い確率で生じる滑らかな変化と、小さな確率で生じる急激な変化の両方を、一つの分布でより適切に捉えることを可能にした。例えば、時系列中の異常値を処理するには、異常値がある確率 ρ ($0 < \rho < 1$) で現れるものと考え、 I_t の分布として混合分布

$$P(I) = (1-\rho) \cdot \nu(I; \xi^2) + \rho \cdot \nu(I; \delta^2) \quad (3-25)$$

を用いればよい。ただし、 $\nu(I; \xi^2)$ 、 $\nu(I; \delta^2)$ はそれぞれ分散 ξ^2 、 δ^2 の正規分布の密度関数を表す（ $\xi^2 \ll \delta^2$ 、また平均は両分布ともゼロ）。(3-25)式の右辺第一項が正常な観測値、第2項が異常値に対応するための分布である。コーシー分布はこうした混合分布を近似したものである。

Kitagawa は一連の研究において、石油ショック前後を含む日本のマクロ経済時系列（構造変化あり）にこの非ガウス型 SSM を適用したところ、ガウス型 SSM に比べ適切な季調済系列が得られたとしている。

第4章 季節調整法の評価に関する実証分析

—— 移動平均型調整法とモデル型調整法の比較 ——

前章では、ベイズ型調整法や状態空間モデルによる調整法が、統計理論的にみた客観性という意味で、他のモデル型調整法(回帰分析法、シグナル抽出法)やX-11等の移動平均型調整法に比べて、優れていることを述べた。しかし、ここでの客観性とは、①データの背後にどのような確率モデルを仮定しているのかが明確であること、②ラグ多項式の次数などモデルの特定化に必要な先験情報の選択を統計理論に即した基準で行っていること、の2点のみを意味しているのであって、①で仮定したモデルが季節調整モデルとして最善であることまで意味しているわけではない。すなわち、当然のことではあるが、「仮定が明確である」ということと「仮定が現実の経済変動を適切に捉えている」ということは違う。例えば、ベイズ型調整はシグナル抽出法に比べ、統計的客観性の面で優れていても、ベイズ型調整で仮定されている単純なARタイプの非季節変動成分が、signal extractionで仮定されているARIMAタイプの非季節変動成分に比べ、実際の時系列をうまく捉えることができるか否かはすぐれて実証的な問題である。また、ガウス型SSMが優れていると言えるのは、経済時系列の各変動成分が状態空間(3-22)の枠組みで記述されることが適切である場合においてのみ正当化されるのであって、経済時系列全てがそうした状態空間で記述できるとは限らない。例えば、原系列に異常値や構造変化が存在する場合はその例である。この場合、ガウス型SSMは、統計的客観性の面では、移動平均型調整のX-12-ARIMAに比べれば優れていても、ガウス型SSMから得られた季調済系列が、異常値や構造変化に対してきめ細かな対応が練られたX-12-ARIMAのそれに比べ良いとはアприオリには言えないであろう。また、異常値や構造変化に対しては、非ガウス型SSMのようにノイズ分布の非ガウス化で対応するのが望ましいのか、あるいはX-12-ARIMAのように回帰変数とARIMAモデルの組み合わせ(REGARIMA)で対応するのが望ましいのかも、極めて実証的な問題と言える。要するに、季節変動が観測不能である以上、どの季節調整モデルが最善であるかは先験的には断定することはできず、特に統計の作成や利用に携わる実務家の立場で考えた場合、何らかの意味で「実際のパフォーマンスが良い」と考えられる季節調整法が望ましい季節調整法なのである。したがって、モデル型調整法と移動平均型調整法の何れが優れているかに関しては、実際の経済時系列を用いた実証分析が必要となる。

本章の目的は、季節調整の評価基準として、「季節性除去の適切性」と「季調済系列の安定性」の2つを取り上げ、移動平均型調整法とモデル型調整法のパフォーマンスに

について比較・検討することにある。「季節性除去の適切性」とは、季節調整法が季節調整本来の目的を本当に達成しているかどうか、すなわち季節性の取り残し等がないかどうかについて、できる限り客観的な方法を用いてチェックすることである。「季調済系列の安定性」に関しては、新規データの追加による季調済系列の改定幅が小さいかどうかについて検討する。季調済系列を用いて景気分析を行う者にとって、安定性は分析結果の信頼性を確保する観点から重要な評価基準である。

比較検討した季節調整法の具体的なソフトウェアは、以下のものである。

①移動平均型調整法

センサス局法の最新バージョン“X-12-ARIMA”¹

②モデル型調整法・状態空間モデル（ガウス型 S S M）

統計数理研究所開発の TIMSAC-84 収録の“DECOMP”（北川[1986]）²

③モデル型調整法・シグナル抽出法

Burman[1995]の開発による“Prophet”³

これらは、現在多くのユーザーが利用可能なかたちに実現されたソフトウェアとしては、最もポピュラーなソフトといってよいであろう。なお、非ガウス型 S S M は、現在のコンピュータ処理能力および計算アルゴリズムのもとでは、計算時間がかかりかかり、実用的なソフトウェアがまだ存在していないため、分析対象から外すことにした⁴。

まず、具体的な実証分析に入る前に、各調整法による季調済系列にどの程度の違いが発生するのかを簡単にみておこう。図表4-1は、X-12-ARIMA、DECOMP、Prophetによる季節調整の違いを、1970年代の公的固定資本形成を例にとり具体的にみたものである。これによると、DECOMPとX-12-ARIMAによる季調済系列の間には、最大2000億円の乖離（当時の公的固定資本形成の約5%に相当）が発生している。そして、その乖離幅は一年周期で変動しており、DECOMPとX-12-ARIMAのどちらかによる季調済系列に季節性が残存していることを示唆している。同様な点はProphetとX-12-ARIMAの比較においても指摘でき

¹ X-12-ARIMA のプログラムは、インターネット経由で anonymous ftp を使って商務省から無料でダウンロードできる。アドレスは、ftp.census.gov で、ディレクトリは、pub/ts/x12a である（ユーザー名は anonymous を、パスワードは、自分の email address を入力する）。

² DECOMP は、統計数理研究所から無料入手できる。

³ 詳しい入手方法については以下へ連絡。なお、購入費用は 200\$(1995 年 3 月時点)。

J.P.Burman, Applied Statistics Research Unit, Cornwallis Building, University of Kent at Canterbury, Kent CT2 7NF, UK.

⁴ 実務家にとって、「季節調整作業の効率性」は、「適切性」や「安定性」と並ぶ重要な季節調整法の評価基準である。理論的にいくら優れた手法であっても、実際の季節調整作業におけるプログラムの使い勝手が悪かったり、計算時間がかかりかかるものは、多量の季調済系列を迅速に作成・公表する立場からは適切な手法とは言えない。この点、非ガウス型 S S M は、まだ実用段階にあるとはいえない。

る。

以下の分析では、X-12-ARIMA における移動平均過程についてはデフォルト（標準型）を利用した。また、Prophet および DECOMP の季節調整において設定したモデルの型については、末項のデータ付録を参照。これら季節調整法を実際に適用した日本の主要経済時系列 8 系列（民間最終消費支出、民間企業設備投資、公的固定資本形成、経常利益、鉱工業生産指数、大口電力使用量、銀行券発行残高、マネーサプライ）のデータ・ソース等についても、同様にデータ付録を参照。なお、季節調整法の比較においては、それらの方法が基づく推計アプローチの本質的な長短所の比較なのか、あるいは、ソフトウェアの比較なのかを明確に区別することが望ましい。本分析でも、必要の都度この点に言及する。

4. 1. 季節性除去の適切性

季節性除去の適切性とは、「原系列から季節変動を完全に取り除く」という季節調整の目的が十分に達成されているかどうかを指す。こうした意味での適切性を客観的に分析するには、周波数領域分析と時間領域分析が利用できる。

季節性を有する経済時系列（原系列）のパワー・スペクトルは、一般に季節周期において著しく大きくなる（パワー・スペクトルに“seasonal peak”が存在する）⁵。したがって、季節調整によって原系列から季節変動が完全に除去されているかどうかを判断するためには、季節調整後のパワー・スペクトルに“seasonal peak”がみられないことを確認すればよい。一方、時間領域の観点からは、季節調整によって季節性が適切に除去されたかどうかは、これら季節周期に対応する自己相関や偏自己相関が十分低くなっているかどうかをみればよい。すなわち、通常季節性を有する時系列の自己相関は、四半期データなら 4 の倍数期のラグ、月次データなら 12 の倍数月のラグで大きな正の値となり、偏自己相関は四半期データで 4 期、月次データで 12 月のラグで大きな正の値となる。この特徴がパワー・スペクトルの“seasonal peak”に対応している。なお、こうした視覚的な分析をより厳密に行うには、自己相関と偏自己相関から同定された ARIMA モデルを推計する必要があることは言うまでもない。

⁵ 季節変動は 1 年周期であり、そのパワー・スペクトルは月次データの場合周波数 $\pi/6$ に、四半期データの場合は周波数 $\pi/2$ にピークを有する。これらの周波数は基礎周波数とよばれるもので、実際の季節変動のパワースペクトルはこれら基礎周波数のほかに、その整数倍にあたる調和周波数にもピークが発生する。

4.1.1. 適切性に関する分析結果

3つの季節調整法によりそれぞれ推計した季調済系列のパワー・スペクトルを図表4-2～4-4に示した⁶。ここでは、適用した8系列のうち、民間最終消費支出、公的固定資本形成、マネーサプライの3系列の図をとりあげて説明する⁷。これらの図をみると、いずれの季調済系列のパワー・スペクトルにも、原系列のパワー・スペクトルにみられた“seasonal peak”は存在せず、どの季節調整によってもおおかた季節性が除去されていることがわかる⁸。

ただし、図をよくみると、各季節調整法によってそのパワー・スペクトルの形状に違いがあることがわかる。DECOMPとProphetによって推計した季調済系列の季節周期におけるパワー・スペクトルの多くは、“seasonal peak”が消えるにとどまらず、隣接する周期に比べてへこみ過ぎていることがわかる。このへこみは“seasonal dip”と呼ばれるものである。同様に、DECOMPとProphetにより推計した不規則変動のパワー・スペクトルにも、“seasonal dip”が発生している（図表4-5～4-7）。こうした傾向は特にDECOMPで顕著である。一方、X-12-ARIMAによって推計された季調済系列等のパワー・スペクトルには、“seasonal dip”はみられない。このことは、DECOMPやProphetによる季節調整が、X-12-ARIMAに比べて一年周期の変動を必要以上に除去し（これを過剰調整と呼ぶ）、季調済系列に歪みをもたらしやすいことを意味している。因みに、適用した8系列のうち、DECOMPは鉱工業生産指数を除く7系列において過剰調整の傾向が顕著にみられた。Prophetは民間最終消費支出、民間企業設備投資、公的固定資本形成、マネーサプライの4系列に過剰調整がみられた。X-12-ARIMAにおいて過剰調整がみられたのは、経常利益1系列のみであった。以下では、各調整法と過剰調整の関係について整理する。

⁶ 図4-2～4-4で示したパワー・スペクトルは、原系列と季調済系列に関しては、対数変換後一階差をとった系列に対して推計したものである（つまり、各々の系列の前月[期]比のパワー・スペクトルを推計）。これは、パワー・スペクトル推計の前提として、推計対象となる系列が定常過程である必要があるためである。一方、不規則変動に関しては、そのレベルに対して直接パワー・スペクトルを推計している。なお、パワースペクトルの計測に使用したソフトウェアはRATS version4で、ウィンドウはTent Windowを適用した。

⁷ 後述するように、季調済系列（および後で説明する不規則変動）のパワースペクトルの特徴は、各季節調整法により概ね同じであるため、適用した8系列のうち、代表的な3系列のみ取り上げた。なお、より詳細な分析報告については、木村[1996a]を参照。

⁸ 因みに、各調整法で推計した季調済系列と原系列間のコヒーレンスも計測してみたが、いずれのケースでも、コヒーレンスは季節周期を除くとおよそ0.8～1.0と高く、満足な結果を得ている（紙面の都合上分析結果は省略したが、詳しくは木村[1996b]を参照）。

4. 1. 2. DECOMPと過剰調整の関係

DECOMPによる季節調整が、“seasonal dip”をもたらす易いのは、そこで仮定されている季節変動のモデル

$$(1+B+B^2+\cdots+B^{s-1})S_t = v_t \quad (4-1)$$

ただし、四半期系列の場合 $s=4$

月次系列の場合 $s=12$

に起因すると考えられる ($v_t \sim iid N(0, \sigma^2)$)。この季節変動モデルは一見自然な仮定に見えるが、統計理論上は極めて強い季節性を仮定したものである。すなわち、このモデルのパワー・スペクトルは、

$$f_s(\lambda) = \frac{\sigma^2(1 - \cos \lambda)}{2\pi[1 - \cos(s\lambda)]} \quad (4-2)$$

と表すことができる。(4-2)式で表わされるパワー・スペクトルは、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k=1,2,\dots$) において無限大となる(図表4-8)。

ところで、実際の経済時系列における真の季節変動が、次のモデルで規定されるとしよう。

$$(1 - \phi B^s)S_t = v_t \quad (4-3)$$

この季節変動のパワー・スペクトルは

$$f_s(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi(1 + \phi^2 - 2\phi[\cos(s\lambda)])} \quad (4-4)$$

と表すことができる。(4-4)式で表わされるパワー・スペクトルは、 $\phi=1$ の時には、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k=1,2,\dots$) において無限大となり、これは(4-2)式のパワー・スペクトルにかなり近い形状をしている(図表4-8)。しかし、真の季節変動のラグ多項式のパラメータ ϕ が $0 < \phi < 1$ の場合には、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k=1,2,\dots$) においてパワー・スペクトルはピークとなるものの、それは有限のピークである(図表4-9)。したがって、このような場合には、(4-1)式のような季節変動モデルを仮定して季節調整を行うと、seasonal dipが発生するのは容易に想像がつく。

因みに、seasonal dipを有する系列は、一つの可能性としてMA項のラグ多項式として $(1 - \theta B^s)$ を持つものと解釈できる。同多項式を有するMAモデル $X_t = (1 - \theta B^s)v_t$ のパワー・スペクトルは、

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} (1 + \theta^2 - 2\theta[\cos(s\lambda)]) \quad (4-5)$$

と表わされ、季節周期に dip を持つ（図表 4-10）⁹。DECOMP により推計した不規則変動を ARIMA モデルで推計し、実際に $(1 - \theta B^s)$ のラグ多項式が MA パートに含まれているのかどうかをチェックしたところ（図表 4-11）、seasonal dip を表すパラメータ θ はすべて有意であることがわかる¹⁰。

したがって、“seasonal dip”を有するような季調済系列においては、季節周期に対応するラグの自己相関に対して負のバイアスをかける。このことは、例えば今年の第 1 四半期の季調済系列（の前期比）の伸びが高ければ、翌年の第 1 四半期の伸びが低目となる傾向を持つことを意味する。つまり、過剰調整とは、原系列から正の季節性を除去する一方、負の季節性を季調済系列内に混入させてしまう。

なお、以上に記した DECOMP の過剰調整は、状態空間モデルによる季節調整すべてに該当することを意味する訳ではない。すなわち、DECOMP では、季節変動のモデルを $(1 + B + B^2 + \dots + B^{s-1})S_t = v_t$ と仮定しているが、状態空間モデルによる季節調整すべてにおいて、同モデルを仮定する必要性はない。例えば、季節変動モデルを、 $(1 - \phi B^s)S_t = v_t$ と仮定して状態空間モデルに組み込めば、“seasonal dip”の問題が解消される可能性はある。ただし、DECOMP に限らず、状態空間モデルによる季節調整について分析した多くの文献（モデル型調整法についてサーベイした木村[1995]を参照）において、 $(1 + B + B^2 + \dots + B^{s-1})S_t = v_t$ が仮定されており、その意味で、ごく自然で適切と考えられていた季節変動モデルが、実はそうではないことを本論文では主張している。

4.1.3. Prophet と過剰調整の関係

シグナル抽出法によって得られた MMSE 推定量は、

⁹ ただし、季節周期に dip ができるのは、 θ が正の値の時に限る。

¹⁰ DECOMP により推計された不規則変動のパワースペクトルには、seasonal dip の他にもう一つ特徴的な点がみられる。それは、周波数ゼロの時点でかなり大きな凹みができている点である。こうした凹みができる背景には、趨勢変動に対して、 m 階の確率差分方程式 $(1 - B)^m T_t = \varepsilon_t^T$ を仮定していることが挙げられる。こうした非定常変数のパワースペクトルは周波数ゼロで無限大となるため、仮に実際の変数が定常過程（周波数ゼロのパワースペクトルが有限）であったとすれば、歪みが発生することになる。つまり、DECOMP は、経済時系列 Y_t が “seasonal unit root process” ($Y_t = Y_{t-s} + \varepsilon_t$, ε_t はホワイトノイズ)であると仮定して季節調整を行っていることに等しい。その結果、不規則変動のパワースペクトルに “seasonal dip” のほか、周波数ゼロのところにも dip ができてしまったわけである。“seasonal unit root process” とは、いってみれば、将来いつか春夏秋冬の順番が入れ替わってしまう可能性を含んだものであり、事前情報としての「安定的な季節変動」を必ずしも適切に織り込んだことにはなっていない。

$$\hat{N}_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j Y_{t-j} \quad (4-6)$$

と表現でき、その季節調整フィルターの周波数応答関数は、

$$w(e^{-i\lambda}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j e^{-ij\lambda} = \frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \quad (4-7)$$

ただし、

$$\begin{cases} i \text{ は } i^2 = -1 \text{ を満たす虚数単位。} \\ f_N(\lambda) \text{ は非季節変動のパワースペクトル} \\ f_Y(\lambda) \text{ は原系列のパワースペクトル} \\ \lambda \text{ は周波数。} \end{cases}$$

となることが知られている (Hylleberg[1986]参照)。したがって、推定された季調済系列 $\hat{N}_t$ のパワースペクトルは、

$$f_{\hat{N}} = \left| \frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right|^2 f_Y(\lambda) = f_N(\lambda) \left(\frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right) \quad (4-8)$$

となる。季調済系列のパワースペクトル $f_{\hat{N}}(\lambda)$ は、真の非季節変動のパワースペクトル $f_N(\lambda)$ に $\left(\frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right)$ を乗じた値になる。よって、 $\left(\frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right)$ が季節調整上の歪みとして残る。

seasonal dipは、原系列のパワースペクトル $f_Y(\lambda)$ が季節周期でピークとなるために発生するものである。因みに、Prophetにより推計した不規則変動をARIMAモデルで推計した結果、seasonal dipを表すパラメータ θ はすべて有意となっている (図表4-11参照)。

なお、seasonal dipを発生させないような季節調整フィルターの周波数応答関数は、次の条件を満たす必要がある。

$$\bar{N}_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} m_j Y_{t-j} \quad m(e^{-i\lambda}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} m_j e^{-ij\lambda} = \left(\frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-9)$$

同フィルターにより推計された季調済系列 $\bar{N}_t$ のパワースペクトルは、

$$f_{\bar{N}} = \left| \left(\frac{f_N(\lambda)}{f_Y(\lambda)} \right)^{\frac{1}{2}} \right|^2 f_Y(\lambda) = f_N(\lambda) \quad (4-10)$$

となり、真の非季節変動のパワースペクトルと一致し、dipは発生しない。同推定量は、mean squared errorという観点からはシグナル抽出法に劣るが、seasonal dipを発生させないという制約のもとではMMSEになることが、Ansley and Wecker[1984]によって証明されている。

4.1.4. X-12-ARIMAと過剰調整の関係

最後に、X-12-ARIMAと過剰調整について整理すると、同法が過剰調整をもたらしたのは、適用した8系列のうち経常利益1系列のみで、DECOMPやProphetに比べると少ない。移動平均型調整法が過剰調整をもたらし得る背景については、同法がもともと季節変動や趨勢循環変動に対して明確な確率モデルを仮定していないため、こういった特徴を持った原系列に対して季節調整を行うと、“seasonal dip”が発生するのか定かではない。しかし、全8系列に対して同一の標準型（デフォルト）の移動平均を適用したにも拘わらず、過剰調整が発生したのはわずかに1系列に止まったという結果から判断すれば、X-12-ARIMAのパフォーマンスは高いと考えて良いであろう。

なお、移動平均型調整に対しては、ホワイトノイズの季調済系列がホワイトノイズにならないことをもって、季節調整の歪みを指摘する場合がみられる（例えば、Wallis[1974]）。実際、ホワイトノイズをX-11で季節調整した系列のコレログラムには周期的な山谷が発生することはよく知られた事実である（“Slutzky-Yule Effect”）。しかし、もともと季節性のない系列に対して季節調整を行って問題だといっても意味のある指摘とは言えないのではないだろうか。むしろ、季節性のある系列に対して季節調整を行なった結果、移動平均型調整法のX-12-ARIMAがモデル型調整法に比べて過剰調整が少ないという事実（長所）に注目するべきであろう。

4.2. 季節調整の安定性

季節変動パターンが固定的であれば、ある時点 t の季節性というのは、 t 期までの時系列の情報だけで十分推測可能である。一方、季節変動パターンが年々徐々に変化する場合には（現実の経済時系列もこのケースが多い）、時点 t の季節性は t 期以降の情報も考慮しないと正確に推計することができない。このため、足許の季調済系列とは常に暫定的なもので、新たな情報が追加されればその変更が生じるのは当然である。ただ、景気の方角性を判断する分析者にとっては、足許の季調済系列の動向が重要な情報源であり、季調済系列の安定性が低い場合（追加的な情報による季調済系列の変更幅が大きい場合）、同系列に基づく景気判断の信頼性が揺らいでしまう。このため、季調済系列の安定性は実務者にとっては重要な評価基準と見做されている（清水[1988]、

Battipaglia and Focarelli[1995]、Findley, et al.[1990]、Fukuda [1992]等参照)¹¹。

本分析では、安定性の具体的な計算方法として Maximum Percentage Difference(以下 MPD)を用いる。これは、季節調整の算出期間の始期を固定したままで終期を変更した場合に、同一時点の季調済系列の前月比(前期比)がどの程度変化するかを分析するもので、変化幅が小さい場合に、その季節調整法は安定的であると判断される。ここでは、季節調整の算出期間の終期として 90 年 12 月[第 4 四半期]、91 年 12 月[第 4 四半期]、・・・、94 年 12 月[第 4 四半期]の 5 通りを設定し、MPD を以下のように定義した(ただし、終期が k の場合の i 年 j 月の季調済系列の前月比(前期比)を $R_{i,j}(k)$ で表す)。

$$MPD_{i,j} = \underset{\max\{i,90\} \leq k \leq 94}{\text{Max}} \{R_{i,j}(k)\} - \underset{\max\{j,90\} \leq k \leq 94}{\text{Min}} \{R_{i,j}(k)\} \quad (4-11)$$

この $MPD_{i,j}$ は、 $R_{i,j}(k)$ の中で、最大の値は最小の値よりいくら大きいかを示すものである。

MPD を実際の季調済系列に対して算出する前に、各季節調整法の安定性に関する定性的な特徴を予め確認しておく。まず、モデル型調整の場合には、サンプル期間の変更に伴いモデルが再推計されることから、全サンプル期間の季調済系列が遡及改定の対象となる。一方、移動平均型調整の場合は、移動平均項数(通常過去 5 年分程度)¹²を越えて季調済系列が遡及改定されることはない。ただし、X-12-ARIMA において、REGARIMA を用いて異常値やレベル・シフト、曜日変動の調整を行っている場合には、モデル型調整と同様に全サンプル期間の季調済系列が遡及改定の対象になる。

図表 4-12~4-19 は、各季調済系列に対して MPD の年毎の平均値を算出し、それをグラフ化したものである。これらの結果を纏めると、次の 2 点に集約できる。

- ① X-12-ARIMA とモデル型調整法(DECOMP・Prophet)を比較すると、1980 年代以前(つまり遡及期間が 5 年以上)においては、X-12-ARIMA による季節調整の方がモ

¹¹ ただし、安定性とは絶対的な評価基準ではないことに留意したい。もし、完全に安定的な季節調整を追求するのであれば、状態空間モデルにおいて、平滑化のかわりにフィルタによる状態推定を行ったり、移動平均型調整において、すべての時点において後方移動平均による調整を行えばよい。しかし、こうした方法が過去・現在・将来のすべての情報を有効に利用したものとはいえないことは明らかであろう。したがって、安定性の基準とは、厳密には、「季節性除去の適切性が同じ程度で、季節調整本来の目的が同程度に達成されているならば、安定性が高い方がよい」というようなかたちで評価されるべきものである。

¹² X-11 の標準型(デフォルト)における中心移動平均では、季調済系列を算出する時点の前後にそれぞれ約 7 年分(合計 14 年分)のデータを用いる。ただし、末端 6, 7 年目における移動平均のウェイトはかなり小さいため、実際に影響があるのは過去 5 年分程度の季調済系列の遡及改定である。

デル型調整よりも総じてMPDは小さく安定的である。

- ② 1990年代（遡及期間が5年未満）においては、どの調整法も四半期系列に対してはほぼ同程度の安定性を提供しているが、月次系列に関しては、ProphetによるMPDが総じて大きくその不安定さが目立つ¹³⁾。

DECOMPやProphetのモデル型調整法が、1980年代以前（遡及期間5年以上）において、移動平均型調整法のX-12-ARIMAよりMPDが大きく不安定なのは、モデルの推計上当然の帰結と言える。ところで、X-12-ARIMAの安定性が高くても、仮に不適切な季調済系列が改訂されずにそのままの状態であるとすれば、安定性の高さはむしろ問題であり、逆にモデル型調整法の改訂がより適切な季調済系列へ向けての変更であるならば不安定性はむしろ歓迎されるべきものである。しかし、そうした可能性は4.1.の分析から否定される。すなわち、X-12-ARIMAによる季調済系列のパワースペクトルには、（経常利益を除くと）seasonal peakもseasonal dipもみられなかったものの、DECOMPやProphetによる季調済系列のパワースペクトルにはdipがみられた。よって、X-12-ARIMAによる季調済系列はモデル型調整法に比べて適切なものであり、加えてその安定性が高く望ましい季節調整法と判断できる。

4.3. 実証分析のまとめ

季節調整は、景気判断や経済分析をするための準備作業である。スポーツ競技において最大の力を発揮するために、適切な準備運動が必要であるのと同様に、適切な景気判断や経済分析を行うためには、適切な季節調整が必要である。しかし、わが国では利用する季調済系列の品質に関心のまま、景気判断や経済分析に季調済系列が利用される傾向があったのは否めない。移動平均型調整法であるセンサス局法は、わが国の統計機関において独占的な地位を確保するに至ったが、その利用をモデル型調整法に比べて積極化するような材料がこれまで統計機関から提示されることはなかった。一方、モデル型調整法を提唱するサイドでも、確率モデルの現実的妥当性を検討しないまま、アドホックな移動平均調整法に比べると適切であるということをアприオリに主張するような傾向がみられたのも否めない。

本論文では、適切性と安定性の観点から季節調整法を比較し、そのパフォーマンスの検証を行なった。今後適用系列数を増やし分析の蓄積を行っていくことが必要ではある

¹³ ProphetによるMPDが総じて大きい理由が、ソフトウェアの問題なのかシグナル抽出法という方法論の問題なのか定かではない。

ものの、X-12-ARIMA は DECOMP や Prophet に比べ利点の多い季節調整法であることが確認できた。ただし、本分析の指摘は、センサス局法が状態空間モデルやシグナル抽出法という推計アプローチに比べ絶対的に優位であることを必ずしも主張するものではない。本文中で指摘したように、DECOMP や Prophet において過剰調整が起きた背景は、それらが基づく推計アプローチの本質的な問題というよりも、ソフトウェアの問題と捉えた方が適切であろう。モデル型調整法では、確率モデルに基づき季節調整の手続きをクリアにしているため、過剰調整のように何か問題が発生した時に、どこに原因があるのか探り当てるのが容易であるというメリットを持つ。本論文で、DECOMP や Prophet における過剰調整の解決方法を提示できたのも、まさにそのメリットのおかげである。よって、そうした解決方法をもとにソフトウェアが改善されれば、モデル型調整法にはセンサス局法と競合し得る可能性が残されている。

なお、本章の分析結果（木村 [1996a, c]）に関しては、日本統計学会（1996 年 9 月）や応用経済時系列研究会（1997 年 6 月）の場において、DECOMP の開発者である北川源四郎教授（統計数理研究所）から、有益なコメントおよび批判・意見を頂いた。北川教授の批判は、本章で評価基準として取りあげた「適切性」と「安定性」の解釈に関するもので、以下の 2 点である。

- ① (4-3)式のモデルを真と仮定した議論はあまり意味があるものとは思えない。(4-1)式と(4-3)式のどちらのモデルが良いかは、あくまで実際の現象、データによって決まるものだ。その場合に、どのような基準で良し悪しを考えるかが重要であることは言うまでもない。木村 [1996a, c] の分析は、予測をベストにするパラメータが適切性の観点からはベストではないことを主張しているに過ぎない。seasonal dip がない方が、あるものより良いとは直ちに結論付けられるわけではない。
- ② 安定性の評価は矛盾を含んでいる。木村 [1996a, c] のいう安定性は新しいデータの追加による改訂が少ないということである。確かに、データが度々遡及改訂されるのでは利用者が戸惑う。しかし一方で、統計の立場からすると、もし各時点で最良の推定がなされていれば、改訂される部分こそが有効な情報であり、改訂がなされていないということは、それ以後の情報が全く利用されていないか、それ以後の動きが完全に予測可能でイノベーションがない状況になっているということになる。状態空間モデルによる状態推定はモデルを仮定したもとの最良の推定値を求めている。そのために改訂がおこる。状態空間モデルでも、実は改訂が全くない推定を行うことは簡単である。そのためには、平滑化のかわりにフィルタによる状態推定を行えばよい。ただし、それは過去・現在・将来のすべての情報を有効に利用したものではないというだけのことである。したがって、安定性の基準は同程度の予測精

度が得られる場合には安定性が高い方が良いという形で用いるべきである。

上記の北川教授の批判・意見に対して、私は以下のように考える。

まず、①の点であるが、私は、この論文で、この世に存在する全経済時系列に対して DECOMP で季節調整すると seasonal dip ができると主張しているわけではない。ただ、DECOMP に限らず、Harvey 等多くの時系列学者が提案したモデル型調整法は、「季節変動モデルに(4.1)式を仮定し、趨勢循環変動はランダムウォーク等の非定常系列を仮定している」が、一見尤もらしいこの事前情報は、seasonal unit root process を仮定しているに等しく、私が試した8つの主要経済時系列からみると、適切なものとは言い難い。DECOMP は、経済時系列が seasonal unit root process であると仮定し、その結果、不規則変動のパワースペクトルに seasonal dip のほか、周波数ゼロのところにも dip ができてしまった。seasonal unit root process とは、将来いつか、春夏秋冬の順番が入れ替わってしまう可能性を含んだものであり、個人的には信用できない。経済・統計学界でも、経済時系列の(seaonal) unit root 検定は盛んに研究されているが、コンセンサスができたわけではない。因みに、私が日本統計学会(1996年9月)で発表した時に、コメンテーターの畠中道雄教授(帝塚山大学)も同じ指摘をされていた。北川教授の批判は、seasonal dip の弊害を軽視されたものであり、経済・統計学界でも seasonal unit root に関するコンセンサスが未だ固まっていない中で、事前情報としての seasonal unit root に固執されすぎているように思われる。

また、図表4-1にみるように、seasonal dip のあるなしで、季調済系列に2000億円もの違いが発生しているが、実務家にとって、この違いは決して無視できるものではなく、どちらの季調済系列を分析に使用するかと問われれば、100人中100人が dip のない系列を選ぶと思う。すなわち、seasonal dip は、負の季節性を意味しており、例を挙げれば、「昨年8月の季調済系列が高ければ、今年8月の系列は低くなり易い」ことに他ならない。これはまさに、第2章(2.2.)で説明した前年同月比の問題点である「前年のウラ」と同様な問題を引き起こしていることに等しい。同問題の存在が、季節性を除去するうえで、前年同月比よりも、季調済系列の有用性を高める一つの背景になっていることを思い出して欲しい。したがって、seasonal dip のある季調済系列に変化がみられた時に、それが基調の変化なのか、それとも前年のウラなのか判断できなくなるという根本的な問題が発生し、これは実務家にとって、季調済系列の利用価値を大きく損ねる問題と言わざるを得ない。

なお、DECOMP を用いても、季節変動モデルを(4.3)式に変えるだけで、予測誤差と適切性のいずれも犠牲にせず、より良い季節調整ができるはずであり、その点は本章で

指摘したとおりである。

次に、②の安定性に関して述べる。季調済系列の遡及改定には、新規データの追加に伴う精度の向上という歓迎されるべき部分と、推定方法の悪さに起因する歓迎されざる部分がある。北川教授は、「状態空間モデルによる状態推定はモデルを仮定したもとでの最良の推定値を求めている」として、DECOMP による季調済系列の不安定さは、推定方法の悪さに起因する歓迎されざるものではなく、精度の向上という歓迎されるべきものだとして主張されている。しかし、結局この問題は、①の問題に帰着することになる。なぜなら、DECOMP の推定が最良であるとはいっても、それは仮定したモデルの範疇内でのことであり、仮定したモデルが現実のデータからみて適切なものではないとすると（その不適切さが seasonal dip に表れている）、DECOMP による季調済系列の不安定さには、推定方法の悪さ（仮定の悪さ）に起因する歓迎されざる部分が混入していることになる。

データ付録

以下、次の順番で記載。

①データ・ソース、②サンプル期間、③状態空間モデルの形態（対数変換の有無、趨勢変動を表わした確率差分方程式の差分階数(m)、循環変動を表わしたARモデルの次数(n)）、④Prophetにおいて原系列に適用したSeasonal ARIMAモデル、⑤X-12-ARIMA(REGARIMA)において原系列に適用したSeasonal ARIMAモデル¹⁴

[1]民間最終消費支出（実質ベース、1985年基準）

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=1$ 、④対数変換実施、 $(0\ 1\ 2)(0\ 1\ 1)_4$ 、⑤対数変換実施、 $(0\ 1\ 1)(0\ 1\ 1)_4$

[2]民間企業設備投資（実質ベース、1985年基準）

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(1\ 1\ 2)(0\ 1\ 1)_4$ 、⑤対数変換実施、 $(0\ 1\ 2)(0\ 1\ 1)_4$

[3]公的固定資本形成（実質ベース、1985年基準）

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(0\ 1\ 1)(0\ 1\ 1)_4$ 、⑤対数変換実施、 $(0\ 1\ 0)(1\ 1\ 1)_4$

[4]経常利益（全産業・資本金規模別合計）

①法人企業統計季報（大蔵省）、②1960/2Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(0\ 1\ 2)(0\ 1\ 1)_4$ 、⑤REGARIMAを適用せず

[5]鉱工業生産指数

①鉱工業指数・90年基準（通産省）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(3\ 1\ 0)(0\ 1\ 1)_{12}$ 、⑤対数変換実施、 $(3\ 1\ 0)(0\ 1\ 1)_{12}$

[6]大口電力使用量

①大口電力産業別使用量（資源エネルギー庁）、②1971/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(0\ 1\ 3)(0\ 1\ 1)_{12}$ 、⑤対数変換実施、 $(0\ 1\ 1)(0\ 1\ 1)_{12}$

[7]銀行券発行残高（平残）

①経済統計月報（日本銀行）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(0\ 1\ 1)(0\ 1\ 1)_{12}$ 、⑤REGARIMAを適用せず

[8]マネー・サプライ（M2+CD平残）

①経済統計月報（日本銀行）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、 $(0\ 2\ 2)(0\ 1\ 1)_{12}$ 、⑤対数変換実施、定数項有り、 $(0\ 1\ 3)(2\ 1\ 0)_{12}$

¹⁴ ③DECOMPのモデル形態については、AICに基づいて選択。④シグナル抽出法において原系列に適用したSeasonal ARIMAモデルは、prophetの自動選択に従った（詳しくは、Burman[1995]を参照）。⑤X-12-ARIMAにおいて原系列に適用したSeasonal ARIMAモデルは、いわゆる“Box-Jenkins流のモデル選択手順”とAIC等の情報量基準に従って適宜選択。また、回帰変数は、曜日変動については、 t 検定とAICによって、異常値とレベル・シフトについては、原則としてREGARIMAの自動探索に従った（詳しくは、木村[1996b]参照）。

第5章 センサス局法 X-12-ARIMA の特徴と そのパフォーマンスに関する実証的評価

センサス局法 X-12-ARIMA は、モデル型調整法に比べて、パフォーマンスの高い調整法であることを第4章でみた。本章では、X-12-ARIMA の特徴をより明らかにするために、センサス局法の旧バージョンである X-11 や X-11-ARIMA などの推計上の問題点を指摘した上で、これら調整法との比較を通して、X-12-ARIMA のパフォーマンスを再度実証的に評価していく。

5.1. 従来型移動平均調整法の推計上の問題点

本節では、X-11 や X-11-ARIMA に代表される従来型移動平均調整¹の推計方法において、趨勢循環変動におけるレベルシフトや不規則変動における異常値、および曜日変動の存在に対してどのような処理が行われているのかを説明する。

5.1.1. 移動平均型調整の方法

3.1. でみたように、X-11 と X-11-ARIMA の相違は、系列末端部分における移動平均の方法にある。すなわち、移動平均は前後数項の平均化 (two-sided-filter) を行うため、そのままでは系列末端部分についての移動平均値は求められない。この点に関して、X-11 では、実質的に後方移動平均 (one-sided-filter) が用いられている。しかし、後方移動平均というのは、例えば先行き6か月間のデータが過去6か月間のデータと同じ値になると先験的に仮定して通常の移動平均 (two-sided-filter) をとることに等しく、仮に先行きのデータについてよりリーズナブルな予測ができるのであれば、その予測値を利用して通常の移動平均を行う方が合理的である。その予測を ARIMA モデルで行うのが X-11-ARIMA である。同法では、ARIMA モデルを用いて原系列の予測値を推計した後、原系列と予測値をつなげた系列に X-11 をかける方法をとっている。X-11-ARIMA は系列末端においても two-sided-filter による移動平均を可能にすることにより、季調済系列の不安定性 (新規データの追加により季調済系列が過去に遡って大幅に改定されてしまう問題) を緩和しようというものである。

¹ X-11 の詳細は黒川[1979]を、X-11-ARIMA の詳細は Dagum[1979, 1981]を参照。

なお、通産省が鉱工業指数の季節調整に用いている MITI 法は、X-11 における移動平均のオペレーションを簡略化した季節調整法で（例えば、季節調整の対象期間は過去 5 年間に限定されている）、X-11 と同様に系列末端で後方移動平均がとられている。

5.1.2. 時系列のレベルシフトが季節調整に及ぼす影響

X-11 および X-11-ARIMA では、3.1. の計算ステップ①～⑥の過程においてレベルシフトの存在を全く考慮に入れていない（MITI 法も同様）。すなわち、両方法とも、原系列（趨勢循環変動）にレベルシフトが存在しても、それを無視して移動平均をかけているため、レベルシフト発生時期近辺の季調済系列の姿が歪んでしまう。

図表 5-1 は、準備預金残高（平残）をプロットしたものであるが、1991 年 10 月の準備率変更に伴い大きなレベルシフトが発生している。こうした系列に対して X-11 による季節調整を行うと、準備率が変更される以前から季調済系列は原系列を下回り続ける一方（91 年 3 月から 9 月まで 7 ヶ月連続で下回る）、変更後は季調済系列が原系列を暫くの間上回り続ける姿となっている（91 年 10 月から 92 年 3 月まで 6 か月連続で上回り続ける）。しかも、全体として季調済系列が原系列に比べ滑らかになっているとは言いがたい。これは、季調済系列は原系列のパスの中心に近いところを滑らかに推移していくだろうというわれわれの期待と大きくかけ離れた姿になっている²。こうしたことが起きるのは、いうまでもなく、移動平均における two-sided-filter においてレベルシフト前後の系列をミックスしているためであり、レベルシフト前の季調済系列はシフト後の系列に引きずられ、レベルシフト後の季調済系列はシフト前の系列に引きずられ、全体として歪んだ季調済系列となってしまう。

レベルシフトの存在は、季調済系列の姿に歪みをもたらすだけでなく、季調済系列を不安定化させるという問題もある。すなわち、X-11 における系列の末端処理方法は後方移動平均をとっているが、このことは系列末端にレベルシフトが発生した場合、近く先行きにおいても同様なシフトが発生することをインプリシットに仮定していることにほかならない。その結果、当然のことながら、新規データの追加により季調済系列は大幅に改定されてしまう。また、X-11-ARIMA に関しても、系列末端における季調済系列の不安定性は解消されない。すなわち、レベルシフトのある系列を ARIMA モデルによって予測しても、その予測値は信頼性を著しく欠いてしまう。図表 5-2 は準備預金残高

² なお、連銀エコノミスト Anderson[1995]は、米国における準備預金残高に対する季節調整の問題点とその処方箋を紹介している。

を ARIMA モデルによって予測したものであるが、予測値が実績値とかなり乖離していることがわかる。よって、そのような予測値を原系列に接続して、two-sided-filter による移動平均を行っても季調済系列の安定性が改善しないことは明らかであろう。

準備率の変更は極端なレベルシフトの事例であるが、こうしたレベルシフトは程度の差こそあれ、他の経済時系列にもしばしば生ずる。法人企業統計季報などにしばしばみられるデータのサンプル替え（調査対象企業の変更）に伴う系列の不連続性や、店舗の増新設等に伴う小売り統計の不連続性、NTT 等の民営化に伴う民間資本ストック統計の不連続性などはその例である。また、こうしたサンプリングの変更に起因する不連続性のほか、税制等の変更に伴う時系列のレベルシフト（例えば、89 年 4 月の消費税導入に伴う消費者物価指数のシフト）も見受けられるところである。

5.1.3. 異常値の処理方法

異常値が存在する場合にも、季調済系列の安定性が損なわれることがある。

例えば、X-11-ARIMA において、異常値のある系列に対して ARIMA モデルによる予測を行っても、その予測精度は低くなる。図表 5-3 は、東京都内の百貨店売上高をプロットしたものであるが、1989 年 4 月の消費税導入による 3 月の駆け込み需要と 4 月の反動減は異常値とみなせる。こうした異常値を調整することなく ARIMA モデルで予測すると（図表 5-4）、翌年以降の 3 月と 4 月の予測力が悪くなっていることが読みとれる（予測では、3 月と 4 月の季節変動パターンが 89 年の異常値に引きずられ変化してしまっている）。時系列によっては、X-11-ARIMA による季調済系列の安定性が X-11 のそれに比べても改善しない場合があるのは、こうした異常値の存在に伴う予測力の低下が一つの背景になっている（Hout[1981]参照）。

異常値の存在は、このように ARIMA モデルの予測力を低下させるだけでなく、移動平均のオペレーション自体に対しても大きな影響を及ぼす。すなわち、異常値が存在しない場合には、通常の不規則変動であれば移動平均によりならすことができる（3.1. の計算ステップにおける①③⑤）ものの、通常の不規則変動の幅をはるかに越える異常な変動があると、移動平均はその異常な突出を完全に消し去ることはできず、むしろ前後に引き延ばして趨勢循環変動のような山谷を作ってしまうことがある。そこで、そうした見せかけの趨勢循環変動を作り出さないようにするために、X-11 や X-11-ARIMA においては、異常値に対して以下のような処理がなされている。

まず、3.1. の計算ステップ①～⑤において計算される「暫定的な不規則変動成分

I_t 」の時系列から算定される次式の移動標準偏差 σ_t を計算する（以下、月次系列を対象に説明）。

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{61} \sum_{i=-30}^{30} (I_{t+i} - \bar{I}_t)^2} \quad (5-1)$$

ただし、 $\bar{I}_t = \frac{1}{61} \sum_{j=-30}^{30} I_{t+j}$

次に、この移動標準偏差 σ_t と「暫定的な不規則変動成分 I_t 」の相対比に応じて、次のような異常値判定基準（管理限界）を設け、異常値と判定された I_t に偏りの大きさに応じた修正ウェイトをかけて「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」を計算する（概念図は図表 5-5 を参照）。

$$I_t^w = \begin{cases} I_t & , -15\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < 15\sigma_t + \bar{I}_t \\ \frac{I_t}{\sigma_t} (\bar{I}_t + 25\sigma_t - I_t) & , 15\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < 25\sigma_t + \bar{I}_t \\ \frac{I_t}{\sigma_t} (I_t - \bar{I}_t + 25\sigma_t) & , -25\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < -15\sigma_t + \bar{I}_t \\ 0 & , 25\sigma_t + \bar{I}_t < I_t \text{ , } I_t < -25\sigma_t + \bar{I}_t \end{cases} \quad (5-2)$$

すなわち、異常値判定基準として、上限 $\pm 25\sigma_t$ 、下限 $\pm 15\sigma_t$ の幅を設定し、上限を越える不規則変動成分にはゼロウェイト（完全除去）、上限と下限間は 0 から 1 まで直線的に変化するウェイト、下限内の成分にはウェイト 1（無修正）を付けている。こうして得られた I_t^w を I_t と置き換えて、「異常値調整済み原系列 Y_t^w 」を計算し、これを再び 3.1. の計算ステップ①～⑥に入れ直して最終的な季節変動成分を推計する。なお、上限 $\pm 25\sigma_t$ 、下限 $\pm 15\sigma_t$ という数値はデフォルト値であり、X-11 および X-11-ARIMA では、オプションの選択により、管理限界を $0.1\sigma_t \sim 9.9\sigma_t$ の範囲内で自由に設定し直すことができる。

この異常値処理方法の問題は、統計理論の根拠のない恣意的なウェイトをつけている点である。ウェイトの設定（および管理限界の設定）次第で「異常値調整済み原系列 Y_t^w 」の姿は変わってしまい、ひいては季調済系列の姿にも影響を及ぼすことになる。また、こうした異常値処理方法は次に述べる曜日変動成分の推計にも深刻な影響を与える。

5.1.4. 曜日変動の推計方法

X-11 および X-11-ARIMA における曜日調整³の方法は、「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」を回帰分析によって「曜日変動成分」と「それを除いた不規則変動成分」とに分解しようというものである。すなわち、まず、各月の曜日変動成分はその月に各曜日が何回あったかによって変動すると考えられることから、「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」を被説明変数とし⁴、各曜日の数7個を説明変数とした次の回帰式を推計する。

$$I_t^w = B_1 \left(\frac{D_{1t}}{N_t^*} \right) + B_2 \left(\frac{D_{2t}}{N_t^*} \right) + \cdots + B_7 \left(\frac{D_{7t}}{N_t^*} \right) + E_t \quad (5-3)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} I_t^w : t \text{ 月の異常値調整済み不規則変動成分} \\ D_{it} : t \text{ 月における } i \text{ 曜日の数} \\ \quad i = 1 \text{ (月曜日)}, \dots, 7 \text{ (日曜日)} \\ N_t = \sum_{i=1}^7 D_{it} : \text{月の長さ} \\ N_t^* = \frac{1}{4} (N_t + N_{t-12} + N_{t-24} + N_{t-36}) \\ \quad = \begin{cases} 28.25 & , t = 2 \text{ 月} \\ N_t & , \text{それ以外の月} \end{cases} \\ E_t : t \text{ 月における曜日変動を除いた不規則変動成分} \\ B_i : i \text{ 曜日のウェイト } (B_1 + B_2 + \cdots + B_7 = 0) \end{array} \right.$$

次に、(5-3)式で推計された曜日ウェイト B_i を用いて各月の曜日構成比率 $\left(\frac{D_{1t}}{N_t^*}, \frac{D_{2t}}{N_t^*}, \dots, \frac{D_{7t}}{N_t^*} \right)$ を加重平均して、次の「曜日変動成分 D_t 」を算出する⁵。

$$D_t = B_1 \left(\frac{D_{1t}}{N_t^*} \right) + B_2 \left(\frac{D_{2t}}{N_t^*} \right) + \cdots + B_7 \left(\frac{D_{7t}}{N_t^*} \right) \quad (5-4)$$

X-11 や X-11-ARIMA では、こうして得られた「曜日変動成分 D_t 」を最終的に計算された季節変動成分とともに、原系列から除去することが可能となっている。なお、曜日変動の有意性に関する検定としては、通常の間帰分析で用いられる F 検定が利用される。

しかし、こうして推計された「曜日変動成分 D_t 」や検定結果については、必ずしも信頼できないとの指摘がある (Findley and Monsell[1989], Findley, et al.[1990])。

³ X-11 および X-11-ARIMA における曜日調整は、オプションによる選択となっている。

⁴ 厳密には、 I_t^w を被説明変数としているのではなく、「異常値調整済み原系列 Y_t^w 」を 3.1. の計算ステップ①～⑤に入れ直した過程で推計される「異常値調整後の暫定的な不規則変動成分」を被説明変数としてる。

⁵ 2 月の N_t^* を 28.25 とすることで閏年の調整を行っている。

これは、被説明変数の「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」が、5.1.2. で述べた異常値の管理限界の設定いかんによって相当変わりうる結果、推計パラメータ B_i の大小や誤差項 E_t の分散に影響がでるためである。すなわち、異常値調整の過程で、曜日変動に関する情報が歪められたり削除されたりする可能性がある。また、 I_t^w は移動平均のオペレーションの過程でスムーズ化されるため、自己相関を有するようになる場合が多い。その結果、 E_t も自己相関を有することになり（つまり、最小二乗法における通常の仮定が満たされない）、検定結果に信頼性を確保することが困難になる。

この点を確認するために、「鉱工業生産指数」、「都内百貨店売上高」、「建設工事受注高」の3つの月次データにおける曜日変動の有無について、推計・検定（F検定）してみると⁶、それぞれの p-value⁷は 0.00%、0.00%、2.56%となり、いずれも高い確率で曜日変動の存在を示唆している。この検定結果をチェックするために、別途の方法で曜日変動の有無を調べてみた。具体的には、「曜日調整をしなかった場合に X-11 から算出される最終的な不規則変動成分」のパワー・スペクトルを計測した（図表 5-6）。パワー・スペクトルとは、「原データの変動は異なる周期を持つ無数の周期的変動の和によって表される」という周波数領域分析に基づいた統計量であり、各周期毎のパワー・スペクトルとは、時系列データにどのような周期の成分がどれだけ含まれているのかを定量的に示したものである。一般に、月次データに曜日変動が含まれている場合には、同成分の曜日変動周期（とくに 0.348 cycle/月）のパワー・スペクトルにピークが発生することが理論的に知られているので⁸、これをチェックしてみる。図表 5-6 によると、「鉱工業生産指数」と「都内百貨店売上高」の不規則変動成分には、曜日変動周期のパワー・スペクトルにピークがあり、F検定の結果（p-value=0.00%）と整合的である。しかしながら、「建設工事受注高」については、曜日変動周期のパワー・スペクトルにピークはなく、F検定の結果（p-value=2.56%）と矛盾している。この結果は、(5-3)式を用いた曜日変動成分に関する検定結果は必ずしも信頼できないという Findley らの疑念をデータ面から裏付けるものと解釈できる⁹。

⁶ X-11 の標準型（異常値の管理限界は上限 $\pm 2.5\sigma_t$ 、下限 $\pm 1.5\sigma_t$ ）を使用。なお、各時系列のデータ・ソースについては後掲のデータ付録を参照。

⁷ p-value とは、帰無仮説（この場合、「曜日変動が存在しない」という仮説）が何%の有意水準で棄却できるかを表している。

⁸ 月次データに曜日変動（7日周期）が存在する場合には、aliasing と呼ばれる効果により、0.304, 0.348, 0.432 cycle/月などの周期のパワー・スペクトルにピークが発生する（詳しくは、Cleveland and Devlin[1980]、Granger and Newbold[1986]を参照）。

⁹ 米国の経済時系列に適用した同様な分析は、Findley and Monsell[1989]等を参照。

5.2. X-12-ARIMA について

5.2.1. X-12-ARIMA の全体像¹⁰

X-12-ARIMA は、5.1. で述べた X-11 等従来型移動平均調整の問題点を解決した季節調整法である。3.1.3. で既に述べた通り、X-12-ARIMA は、大きく分けると次の3つのパートから構成される（図表5-7）。

- ① REGARIMA による原系列の事前調整パート
- ② X-11 による移動平均パート
- ③ 事後診断パート

REGARIMA は、レベルシフトや異常値および曜日変動を捉えるための回帰変数を ARIMA モデルに組み込んだ時系列モデルであり、第1パートでは、この REGARIMA を用いて、原系列を ARIMA モデルで表現できる部分と、レベルシフトや異常値、曜日変動への回帰部分とに分解する。その上で、ARIMA モデルで表現できる部分とその ARIMA モデルを用いて推計した予測値（3～5年分）をつなぎあわせた「事前調整済原系列」を推計する。この事前調整済原系列がその後に続く X-11 による移動平均パートで用いられる。REGARIMA による事前調整のメリットは次のようにまとめることができる。

- ① レベルシフトや異常値、曜日変動を回帰変数で捉えることにより、通常の ARIMA モデルに比べ、原系列に対する予測のパフォーマンスが向上する。
- ② （したがって、）系列末端部分において、より信頼性の高い予測値を利用した two-sided-filter による移動平均が可能になるため、季調済系列の安定性は高まる。
- ③ レベルシフトや異常値が調整・除去された事前調整済原系列に対して、X-11 による移動平均を行うため、レベルシフト発生時期近辺における季調済系列の歪みを回避できるほか、異常値に対する人為的な修正ウェイトを設定する必要性もある程度回避できるようになる。
- ④ 曜日変動の推計に関しては、原系列全体の情報を利用して行うため、人為的に修正された「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^r 」のみを利用した X-11 による曜日変動の推計に比べ信頼性が高い。

事後診断パートでは、得られた季調済系列の妥当性に関する統計的な観点からの診断（周波数領域分析等）や、季調済系列の安定性に関する診断を行う。この診断テストの結果次第では、REGARIMA におけるモデル化の方法や X-11 における移動平均項数等を変

¹⁰ 詳細は、Bureau of the Census[1995a, b]を参照。

更して、診断テストの結果が妥当になるまでこのプロセスが繰り返される。

ここで、X-12-ARIMA に関する留意点を3つ述べておく。

- ① REGARIMA に標準型（デフォルト）は存在しない。すなわち、曜日変動や異常値、レベルシフトすべての調整はオプションによる選択である¹¹。
- ② X-11 と X-11-ARIMA は、X-12-ARIMA の完全なサブセットである。したがって、仮に REGARIMA による事前調整を全く行わなければ（かつ、事後診断を活用しなければ）、X-12-ARIMA は X-11 と定義上等しい¹²。また、REGARIMA で、曜日変動や異常値、レベルシフトの調整を行わず、ARIMA モデルによる予測のみを利用した場合には、X-12-ARIMA は X-11-ARIMA と定義上等しい。
- ③ X-12-ARIMA では、季調済系列の推計にあたって、異常値とレベルシフトをそのまま残した系列 (TC, I_t) とそれらを調整除去した系列 (TC, I_t^*) のいずれも算出可能である¹³。

5.2.2. REGARIMA の構造

REGARIMA の一般型は次式で与えられる。

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^p\left(y_t - \sum_i \beta_i x_{it}\right) = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (5-5)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{ll} y_t : \text{原系列}(Y_t \text{ もしくは } \log Y_t) & x_{it} : \text{回帰変数} \\ \beta_i : \text{回帰パラメータ} & B : \text{バックシフト・オペレータ} \\ S : \text{季節周期(月次データ} \rightarrow S=12 \text{ 四半期データ} \rightarrow S=4) \\ \phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) & \Phi_p(B^s) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps}) \\ \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) & \Theta_q(B^s) = (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{qs}) \\ a_t : \text{ホワイト・ノイズ} \end{array} \right.$$

この REGARIMA モデルは、回帰式¹⁴

¹¹ REGARIMA では、モデルの選択やその妥当性に関する十分な情報や検定方法が揃っているが、モデルの最終的な設定は分析者がそういった情報や検定結果を利用して、自分自身で行うものである。

¹² X-11 内での曜日調整に問題があることは既に述べた通りであるが、X-12-ARIMA のプログラム上は、REGARIMA での曜日調整を行わずに、X-11 内での曜日調整をオプション選択することも可能である。

¹³ 異常値やレベルシフトを季調済系列に残しておくべきか否かは、それらの発生原因や分析者のニーズに依存する。例えば、レベルシフトが単なるサンプリングの変更に因るのであれば、レベルシフトは調整除去すべきであるが、急激な経済環境の変化に伴うレベルシフトと考えられる場合には、レベルシフトはそのまま残しておくことが望ましいであろう。

¹⁴ 平均値の変化もしくは時間の経過などに伴って分散が変化する原系列に対しては、モデルの

$$y_t = \sum_i \beta_i x_{it} + Z_t \quad (5-6)$$

と通常の seasonal ARIMA モデル $(p,d,q)(P,D,Q)_s$

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D Z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t \quad (5-7)$$

との組み合わせであることを、3.1.3. で述べた。すなわち、原系列 y_t の回帰式(5-6)式の残差項 Z_t は、原系列から回帰変数の影響を取り除いた系列を表しており、REGARIMA では、この Z_t が(5-7)式の seasonal ARIMA モデルに従うものとして定式化したものである。X-12-ARIMA では、このように原系列 y_t を回帰パート $\sum_i \beta_i x_{it}$ と seasonal ARIMA パート Z_t に推計・分割した後、後者の Z_t とその予測値をつなげあわせた「事前調整済原系列」に対して X-11 による季節調整を行う。

ここで、回帰変数の設定方法について具体的にみてみると、まず異常値やレベルシフトを表すためのダミー変数は以下のように設定される¹⁵。

$$t=t_i \text{ における異常値} : x_{it} = \begin{cases} 1 & , t=t_i \\ 0 & , t \neq t_i \end{cases}$$

$$t=t_i \text{ におけるレベルシフト} : x_{it} = \begin{cases} -1 & , t < t_i \\ 0 & , t_i \leq t \end{cases}$$

曜日変動を表すダミー変数に関しては、曜日数 D_{it} や月の長さを調整する変数を組み合わせた以下の4つのモデルの中から、各時系列の特性に応じた選択が可能となっている(変数名は(5-3)式を参照)¹⁶。

$$\text{model 1 : } y_t = -\log\left(\frac{\bar{N}}{N_t}\right) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) + Z_t$$

推計において、対数変換をした方が望ましい($y_t = \log Y_t$)。REGARIMA では、対数変換はオプションにより選択可能であり、対数変換すべきか否かは AIC (対数変換調整ベース) により判定可能である。

¹⁵ レベルシフトが $t=t_0$ から $t=t_1$ にかけて徐々に進行するランプ(傾斜路)に関しては、次のように設定される。

$$x_{it} = \begin{cases} -1 & , t < t_0 \\ (t-t_0)/(t_1-t_0)-1 & , t_0 < t < t_1 \\ 0 & , t_1 \leq t \end{cases}$$

¹⁶ 曜日変動の効果は、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_{it}$ と表されるものと仮定するが、時系列の分解の一意性を保証するために、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i = 0$ という条件をつけ加える必要がある。この時、 $\beta_7 = -\sum_{i=1}^6 \beta_i$ となるので、曜日効果は実際には、 $\beta_1, \dots, \beta_6$ だけを用いて、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_{it} = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t})$ と表現できる。

$$\text{model 2 : } y_t = \beta_0 (LY_t) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{it-1}) + Z_t$$

$$\text{model 3 : } y_t = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{it-1}) + Z_t$$

$$\text{model 4 : } y_t = Z_t$$

ただし、

$$\bar{N} = \frac{365 \times 3 + 366}{12 \times 4} = 30.4375$$

$$LY_t = N_t - N_t^*$$

$$= \begin{cases} 0.75 & , t = \text{うるう年の2月} \\ -0.25 & , t = \text{うるう年以外の2月} \\ 0 & , t = \text{上記以外の月} \end{cases}$$

ここで、model 1 は、月の長さの調整を行ったフロー系列 $\left(\frac{\bar{N}}{N_t} Y_t\right)$ に対して、曜日変動を回帰させたモデルである¹⁷。model 2 は、閏年調整のためのダミー変数 LY_t と曜日変動を回帰変数として取り込んだモデルである。model 3 は、閏年等の月の長さの調整は一切行わず、曜日変動のみの回帰を行ったモデル、model 4 は、月の長さも曜日変動のいずれの調整も行わないモデルである。月の長さの調整に関しては、通常の seasonal ARIMA モデルにおいて季節階差のみをとっただけでは、閏年の影響を捉えることができないことが多く、その場合には、model 1 と model 2 のように、その影響を調整するダミー変数 $\frac{\bar{N}}{N_t}$ 、 LY_t をつけ加えてモデル化することが望ましい^{18/19}。

このように、REGARIMA では、原系列 y_t そのものを用いて曜日変動を推計しており、X-11 における推計方法のように、人為的に修正された「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」に対して回帰をとる方法とは異なる^{20/21}。なお、個々のダミー変数に関しては

¹⁷ model 1 は、 $\log\left(\frac{\bar{N}}{N_t} Y_t\right) = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{it-1}) + Z_t$ を変形したものである。

¹⁸ X-11 における閏年調整は、(5-3)式の曜日変動の推計式において、2月の N_t^* を 28.25 として調整しているにすぎない。もとより、曜日変動の調整と閏年の調整（月の長さの調整）は別個に調整されるべきものであり、X-11 の曜日変動と閏年調整をミックスした推計方法の理論的妥当性は不明であるほか、先にも述べた通り、異常値調整のための管理限界の設定如何で、閏年調整の大きさが変わり得ることに注意する必要がある。

¹⁹ 曜日変動や閏年調整のほかに、祝祭日の調整も重要と考えられる。例えば、4月末から5月初めにかけてのゴールデン・ウィークや年末の天皇誕生日(12/23)からクリスマス、冬期休暇へとつながっていく時期において、（飛び石になるか否かも含め）連休の合計日数がその時期の消費や通貨需要に及ぼす影響は無視し得ないと思われる。X-12-ARIMA では、こうした祝祭日の影響を除去するようなダミー変数を設定することも可能である（X-11 では不可）。

²⁰ 平残ベースのストック変数に対しては、月の長さの調整を行う必要はなく、model 3 か model 4 のいずれかを適用する。一方、フロー変数に対しては、model 1～model 4 すべてのモデルの中から選択可能である。なお、乗法型を仮定した場合、それぞれのモデルの曜日変動成分 D_{it} は次の通り計算できる。

t 検定により、曜日変動のパラメータ全体に関しては χ^2 検定によりそれらの有意性を測定することができるほか、モデル全体の評価（モデル間の選択）に関しては、AIC(Akaike Information Criterion)により行うことができる（AIC が小さいモデル程望ましい）²²。

5.2.3. REGARIMA の推計方法

REGARIMA の推計は、「繰り返し一般化最小二乗法（Iterative Generalized Least Squares, 以下 IGLS）」を用いる。計算ステップは次のとおり。

繰り返し一般化最小二乗法

- ① 与えられた AR パートと MA パートのパラメータ²³に対して、REGARIMA モデルの尤度を最大化する回帰パラメータ β_i を GLS（一般化最小二乗法）によって推計する。
- ② 与えられた β_i に対して、 $Z_t = y_t - \sum \beta_i x_{it}$ を求め、最尤法を用いて Z_t に対する ARIMA モデルを推計する（AR パートと MA パートのパラメータの推計）。
- ③ 回帰パラメータと ARIMA モデルのパラメータが収束するまで上記①②の計算ステップを繰り返す。

また、異常値やレベルシフトの発生時期については、制度変更（消費税導入や準備率

$$\text{model 1 : } D_t = \frac{N_t}{N} \exp\left\{ \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right\}$$

$$\text{model 2 : } D_t = \exp\left\{ \beta_0 (LY_t) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right\}$$

$$\text{model 3 : } D_t = \exp\left\{ \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right\}$$

$$\text{model 4 : } D_t = 1$$

²¹ 末残ベースのストック変数に対する曜日調整は、次のダミー変数を取り入れることによって可能。

$$DS_{it} = \begin{cases} 1: \text{末日が月曜日} \\ -1: \text{末日が日曜日} \cdots \cdots \\ 0: \text{その他} \end{cases}, \quad DS_{6t} = \begin{cases} 1: \text{末日が土曜日} \\ -1: \text{末日が日曜日} \\ 0: \text{その他} \end{cases}$$

ここで、各ダミー変数 DS_{it} ($i=1, \dots, 6$) は、月曜日から日曜日までの7つの曜日ダミー X_{it} （末日が当該曜日の場合は1、その他は0 [$i=1, \dots, 7$]) を考え、 $DS_{it} = X_{it} - X_{7t}$ ($i=1, \dots, 6$) に従って設定してある。これは、7つの曜日ダミー X_{it} が独立でないので、一意に推計するために日曜ダミーを消去したものである。

²² REGARIMA が model 1～model 4 の中からベストなものを自動選択してくれるのではなく、分析者が4つのモデルをそれぞれ設定してみて AIC 等をもとに自分でモデルを選択する。もちろん、絶対に閏年の影響や曜日変動の存在は大きいとの確信があれば、モデル間の比較を行わずに、model 1 や model 2 を直接導入してもよい（結果として、そうした影響が小さかった場合には、それらのダミー変数のパラメータは有意でなく、その調整も無視できる範囲に止まろう）。

²³ REGARIMA では、AR パートと MA パートのパラメータはすべて 0.1 に初期値設定されている。

の変更等)や経済諸条件の変更が系列に明白な影響を及している場合等を除くと、分析者にとって判断不能なケースもある。REGARIMA では、こうしたケースに備えて、異常値とレベルシフトの自動探索(automatic-detection)が可能である²⁴。

異常値と構造変化の自動探索法²⁵

時系列の長さ(サンプル数)が n とすると、異常値とレベルシフトが時系列の全時点において発生しうると考え、ARIMA モデルに異常値かレベルシフトのいずれかのダミー変数を1つだけ加えた REGARIMA のモデルを $2n$ 通り考える。これら $2n$ 通りの REGARIMA を IGLS により推計し、それぞれのダミー変数の t 値を求める。この内、最大の t 値が分析者が設定した臨界値(critical value)を越えている場合には、その最大の t 値を持つダミー変数を設定した REGARIMA モデルに対して異常値かレベルシフトのいずれかのダミー変数を更にもう1つだけ加えた($2n-2$)通りの REGARIMA モデルを考える。それら($2n-2$)通りの REGARIMA を IGLS により再推計し、新たに追加したダミー変数の t 値を求める。この内、最大の t 値が臨界値を越えていれば、その REGARIMA にダミー変数をもう一つ追加して、同様の計算ステップを繰り返す。この手続きを、新たに追加したダミー変数の最大の t 値が臨界値を下回るようになるまで繰り返す。

なお、X-12-ARIMA では、分析者が臨界値を任意に設定することができるようになっているが²⁶、臨界値の設定如何で REGARIMA の構造は変わりうることに注意を要する。すなわち、臨界値の設定を高くすれば、異常値やレベルシフトに対する感応度が低くなり(low sensitivity)、それらの検出数が小さくなる一方、低く設定すれば感応度が高くなり(high sensitivity)、異常値やレベルシフトの検出数が多くなる。X-11 における人為的な修正ウェイトを用いた異常値処理をなるべく回避するには、臨界値を低く設定することが望ましいが²⁷、ダミー変数を取り入れすぎるとは予測力の低下を招くなどモデル全体の観点からは必ずしも望ましいこととはいえ、適切な臨界値の設定は意

²⁴ REGARIMA による異常値とレベルシフトの調整はすべてオプション選択によるものである。よって、ここでの「自動」探索が「デフォルト設定されていて自動的に探索が行われる」ことを意味するのではない。分析者が異常値やレベルシフトの発生時期に関する事前情報を有している場合には、そのダミー変数の「手動設定」のオプションを選択し、事前情報がない時には、「自動探索」のオプションを選択する。もちろん、異常値とレベルシフトを一切調整しないこともできる。

²⁵ ここでは、異常値とレベルシフトの2種類のダミー変数を同時に設定する方法を説明しているが、REGARIMA では、異常値のみの自動探索、レベルシフトのみの自動探索というように種類を限定した探索も可能である。

²⁶ 分析者が特定の臨界値を設定せずに、異常値やレベルシフトの自動探索オプションを選択した場合には、臨界値は3.3に自動設定される。

²⁷ REGARIMA の異常値調整から漏れた不規則変動成分でも、X-11 における異常値調整の管理限界の設定次第では、X-11 のパートで異常値処理が施されることもある。

外に困難なものといえよう。ちなみに、Chang, Tiao and Chen[1988]は、シミュレーション分析に基づいて、low sensitivity に対しては臨界値を4に、high sensitivity に対しては3に設定することを勧めている。

5.3. X-12-ARIMA のパフォーマンスに関する実証分析²⁸

5.3.1. レベルシフト処理の適切性

図表5-8は、準備預金残高(1991年10月にレベルシフトあり)をARIMAとREGARIMAによって予測した結果である。これをみると、REGARIMAの予測値の方がARIMAのそれに比べると実績値との乖離が小さいことが分かる。こうしたREGARIMAによる予測パフォーマンスを背景に、X-12-ARIMAでは系列末端においても適切なtwo-sided-filterによる移動平均が可能となる。また、図表5-9をみると、準備預金残高の季調済系列も準備率変更時期の近辺で歪んでおらず、X-12-ARIMAがレベルシフトのある系列に対しても望ましい季節調整が可能であることを示唆している。

5.3.2. 異常値処理の適切性

図表5-10は、都内百貨店売上高(1989年3月・4月に異常値あり)をARIMAとREGARIMAによって予測した結果である。これをみると、REGARIMAによる予測では、異常値発生後も季節変動パターンの実績を良く捉えており、ARIMAに比べると信頼性があることが分かる。

次に、X-12-ARIMAとX-11との比較でみて、異常値の処理に実際どの程度の違いがでるのかを、シミュレーション・データを用いて調べてみた。シミュレーション・データ(サンプル数:100期)は、 $Y_t - Y_{t-12} = a_t$ (a_t はホワイト・ノイズ)により発生させた季節性の強い系列を採用した。さらに、この系列に次の適当な異常値を付加して、もう一つのシミュレーション・データを作成した(図表5-11(その1))。

$$t=32, +9 \quad t=33, +6 \quad t=68, -7 \quad t=69, -6$$

まず、これらの異常値を含む系列に対して、X-12-ARIMAとX-11でそれぞれ季節調整を

²⁸ 適用時系列のデータソースや、サンプル期間およびREGARIMAの構造の詳細は後掲のデータ付録を参照。

行い、4つの異常値発生時期における季調済系列を推計する。次に、これらの季調済系列を、異常値付加前系列に対してX-12-ARIMAで季節調整した系列と比較した場合に²⁸、両者の間にどれだけの乖離が生じているのかを計測する。乖離幅は各季節調整法が推計した異常値の値とみなすことができ、それが実際に付加した異常値の大きさと等しければ、適切な異常値処理と判断できる。

図表5-11(その2,3,4)によると、X-12-ARIMAは4つのすべての異常値の大きさをほぼ適切に推計している一方、X-11はt=68における異常値の大きさを過大推計している。裏を返せば、X-11はこの時点における季調済系列を過大推計、季節変動成分を過小推計していることになる。t=68におけるX-11の季節変動成分の過小推計は、この時期の季調済系列だけでなく、その後の季調済系列の推計にも影響が及んでいる。すなわち、X-11の基本は移動平均の繰り返しであり、1つの時点に過大・過小推計が発生すると、その影響が前後に及ぶ(3.1.の移動平均調整の計算ステップを参照)。このケースでいうと、t=68における季節変動成分の過小推計は、翌年・翌々年の季節変動成分の過小推計を招き、その結果、季調済系列が過大推計されてしまう(図表5-11(その4))。とくに、こうした問題は、X-11が後方移動平均を行っている系列末端において顕著に現れる。

5.3.3. 曜日調整の適切性²⁹

図表5-12は、REGARIMAによる曜日変動の推計を、鉱工業生産指数、輸入額(\$)、建設工事受注高、銀行券発行残高、 M_2+CD の5つの系列に対して適用した結果を示したものである。これをみると、鉱工業生産指数および輸入額(\$)に関しては、曜日変動の存在が明確に示唆されている。一方、建設工事受注高に関しては曜日変動の存在が否定されており、図表5-6(その3)のパワー・スペクトルの結果と整合的である。このことは、REGARIMAによる曜日変動の検定は、X-11による検定よりも信頼性が高いことを示唆している。

なお、鉱工業生産指数および大口電力使用量を例にとり、REGARIMAによって推計した曜日変動成分を季節変動成分の大きさと比較してみると(図表5-13)、曜日変動(お

²⁸ 異常値付加前系列に対する季節調整は、系列末端を除くとX-12-ARIMAもX-11も等しいので、ここでは比較基準をX-12-ARIMAで季節調整した系列とした。

²⁹ REGARIMAによる曜日変動の推計を米国経済時系列に適用した例としては、Chen and Findley[1995]を参照。

よび閏年による影響)は、季節変動に比べても無視できない大きさであることがわかる。

5.3.4. 安定性分析 I – Mean Absolute Percentage Revision –

本節以降3節では、X-12-ARIMAによる季調済系列がX-11やX-11-ARIMAのそれに比べて、どれだけ安定性が向上しているかを具体的に評価する³⁰。この節では、安定性の基準として、次のMAPR(Mean Absolute Percentage Revision)を取りあげる³¹。

$$MAPR = \frac{100}{T - t_0} \sum_{t=t_0}^T \left| \frac{A_{t/T} - A_{t/t}}{A_{t/t}} \right| \quad (5-8)$$

ただし、

$A_{t/t}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列

$A_{t/T}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t, \dots, Y_T\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列 ($t \leq T$)

すなわち、MAPR は、時点 t の季調済系列の新規データ $\{Y_{t+1}, \dots, Y_T\}$ を追加した場合の改定度合い $\left| \frac{A_{t/T} - A_{t/t}}{A_{t/t}} \right|$ について、時点 $t_0 \leq t \leq T$ 間の平均をとったものである。いうまでも

なく、MAPR が小さい程、安定性の高い季節調整法と評価できる。本分析では、 $t_0=1992$ 年1月、 $T=1995$ 年3月とした。なお、季調済系列の前月比と、趨勢循環変動成分に対しても、上記と同様な MAPR を定義して、季調済系列の MAPR とともに図表 5-14 に付した。

この MAPR の計算結果をまとめると次のような評価が可能。

- ① 全体としてみると、X-12-ARIMA は、X-11 と X-11-ARIMA のいずれに比べても、安定性の高い季節調整法と評価できる。とくに X-11 に比べると、安定性の改善度合いは大きい。
- ② ただし、広義流動性や常用雇用指数など一部の系列では、X-12-ARIMA によって更に安定性が改善する傾向はみられず、多少悪化する場合もみられる³²。

³⁰ 本分析では、全ての原系列が乗法型の構成に従うものと仮定して季調済系列を推計した。なお、3調整ともX-11(パート)における移動平均のオペレーションは、すべて標準型(デフォルト)を選択してある。よって、X-11とX-11-ARIMAでは、曜日調整を行っていない。

³¹ MAPR は、季調済系列の安定性を検討してきた多くの実証分析で、評価基準として取りあげられている(Burman[1980], den Butter and Mourik[1990], Findley et al.[1995]等参照)。

³² X-12-ARIMAでは、REGARIMAの調整がMAPRを改善するか否かに関する情報が入手できるようになっている。したがって、REGARIMAの調整がうまくいかない場合には、分析者の判断で

③ X-12-ARIMAによる季節調整がX-11-ARIMA比改善している多くのケースにおいて、曜日変動の調整が行われている。例えば、鉱工業生産指数、輸出入額、大口電力使用量、銀行券発行残高、都内百貨店売上高、乗用車新車登録台数では、REGARIMAによる曜日調整において model 1, 2, 3 のいずれかを採用している（詳しくはデータ付録参照）。一方、X-12-ARIMAにおいて曜日変動の調整を必要としない系列（model 4を採用、 M_1 、 M_2 +CD、広義流動性、常用雇用指数、完全失業率）に関しては、X-11-ARIMA比安定性が改善する傾向はみられない。

X-12-ARIMAにおいて、MAPR でみた安定性が高いのは、何故であろうか。この点を考えるうえで、上記3番目の結果は示唆的である。すなわち、曜日変動がある系列について、X-12-ARIMAの安定性がX-11-ARIMA対比改善する傾向があるということは、曜日調整の有無が季調済系列の安定性に関係している可能性を示している。そこで、これを確認するために、REGARIMAにおいて曜日変動の存在を示した系列に対して、あえて曜日調整をしなかった場合に、MAPRがどう変化するかを計算した(図表5-15)³³。この結果、8系列の内、鉱工業出荷指数と都内百貨店売上高を除く6系列において、曜日調整をしなかった場合にMAPRが増加、すなわち季調済系列は不安定化している(MAPRが逆に減少した鉱工業出荷指数と都内百貨店売上高においても、その減少幅はごく僅か)。こうしたX-12-ARIMAの特徴は、X-11においては曜日調整と安定性が両立しない(曜日調整をX-11で行うと、その季調済系列は不安定になる)としたFindley et al. [1990]の分析結果と対照的である。

次に、X-12-ARIMAにおけるレベルシフトのダミー変数が季調済系列の安定性に与える影響について検討してみる。図表5-14でみたように、準備預金残高のようなレベルシフトの明白な系列において、REGARIMAによるレベルシフト調整は安定性に大きく貢献している³⁴(ちなみに、準備率変更時点のダミー変数のt値は-49と極めて大きい)。一方、目で見える限り原系列にレベルシフトが存在しないように見える系列に対して、REGARIMAによるレベルシフトの自動探索(automatic-detection)を行うと、後掲のデータ付録にみるよう多くの系列においてレベルシフトの存在が示唆された。そこで、そのようなレベルシフトのダミー変数(目で見える限りレベルシフトが発生しているとは思え

REGARIMAの調整を行わなければよい。なお、後掲データ付録に記した広義流動性や常用雇用指数のREGARIMAのモデルが改善できれば、図表5-14のMAPRも改善する可能性はある。

³³ ただし、図表5-15の何れのケースにおいても、異常値とレベルシフトは調整してある。

³⁴ 準備預金残高には、曜日変動が存在しないため(後掲データ付録参照)、X-12-ARIMAとX-11-ARIMAの違いは主にレベルシフトの調整にある。よって、図表5-14の「X-11-ARIMA比」は、REGARIMAのレベルシフト調整による安定性向上の効果を示している。この点は、消費者物価指数(89年4月の消費税導入に伴うレベルシフトの発生)についても同様なことがいえる。

ないが、REGARIMA の自動探索がシフト発生を示すもの）が、季調済系列の安定性の向上に寄与しているのかどうかを検証してみた。図表 5-16 はその一例であるが、達観してみれば、そうしたダミー変数の有無は安定性に対して中立的であることがわかる。この点を考えると、REGARIMA によるレベルシフトの自動探索が示唆したダミー変数のうち、そのレベルシフトの発生原因があまり明白でないものに関しては、安定性の観点からすれば取り入れる必然性はあまり高くないものと考えられる（ちなみに、図表 5-16 で取りあげた系列におけるレベルシフトのダミー変数の t 値は、絶対値でみて 3.5～8.0 の範囲内）。ただし、このことは安定性の観点のみからいえることであり、実際の季節調整において、そうしたダミー変数の設定を常に否定するものではない。すなわち、データ内の真の変動成分は観測不能であり、であるからこそ統計モデルに基づいた推計に頼らざるを得ないわけで、レベルシフトの発生原因が仮に明白でなくとも、そのモデルがレベルシフトの発生を示唆する限り、統計学的な観点からはやはり季調済系列にそれを含めるべきだとの考え方もできよう。

5.3.5. 安定性分析Ⅱ－Sliding Span Analysis－

Sliding Span Analysis は、季節調整の算出期間をずらした（スライドさせた）場合に、同一時点の季節変動成分がどの程度変化するかを分析するもので、あまり変化しない場合には、その季節調整法は安定的であると判断される（詳しくは、Findley, et al. [1990]参照）。

具体的には、図表 5-17 のように、季節調整の算出期間を 4 つ設け、第 1 スパンから算出した場合の i 年 j 月の季節変動成分を $S_{i,j}(1)$ 、第 2 スパンから算出した場合の i 年 j 月の季節変動成分を $S_{i,j}(2)$ 、同様に第 3 スパンによる季節変動成分を $S_{i,j}(3)$ 、第 4 スパンによる季節変動成分を $S_{i,j}(4)$ とする。

ここで、各 i 年 j 月の季節変動成分に対して、次の Maximum Percentage Difference (以下、MPD) を定義する。

$$MPD_{i,j} = \frac{\max_{k \in N_{i,j}} \{ S_{i,j}(k) \} - \min_{k \in N_{i,j}} \{ S_{i,j}(k) \}}{\min_{k \in N_{i,j}} \{ S_{i,j}(k) \}} \quad (5-9)$$

ただし、

$$N_{i,j} = \{ k : i \text{ 年 } j \text{ 月の } S_{i,j}(k) \text{ が存在する} \}$$

この $MPD_{i,j}$ は、 i 年 j 月の季節変動成分の中で、最大の値は最小の値より何%大きい

かを示すものであり、これが小さい時、安定的な季節調整法と判断できる。図表 5-18 は、横軸に年単位の時間、縦軸に $\sum_{j=1}^{12} MPD_{i,j}$ をとり、X-12-ARIMA、X-11-ARIMA、X-11 の安定性を比較したものである（適用時系列は、鉱工業生産指数、鉱工業出荷指数、輸出額(\$)、輸入額(\$)、 M_1 、都内百貨店売上高）。これによると、都内百貨店売上高の前半期（1987～1990 年）を除くと、X-12-ARIMA が他の調整法に比べ総じて安定的であるといえる。

次に、 $MPD_{i,j}$ の分布におけるメジアン（中央値）、75%値（第3四分位）、最大値をみると（図表 5-19）、メジアンと 75%値については、季節調整法間ではあまり差がみられないものの、最大値に関しては、X-12-ARIMA が他の 2 つの調整法に比べかなり小さくなっている。これは、サンプル期間のスライドによって、X-11 や X-11-ARIMA では季節変動成分が突飛な変化をする場合があることに対し、X-12-ARIMA ではそうした異常な変動が抑えられていることを示している。

5.3.6. 安定性分析Ⅲ－予測季節変動成分の信頼性－

図表 5-20 は、鉱工業生産指数、大口電力使用量、 M_2+CD の 3 系列に関して、X-12-ARIMA により推計した季節変動成分の動きをプロットしたものである。これによると季節変動パターンは固定的なものではなく、かなり可変的であることが読みとれる。また、紙面の都合上省略してあるが、その他多くの時系列について季節変動パターンの可変性が確認された。この節では、このような季節変動パターンの可変性が季調済系列の安定性に与える問題点について分析する。

5.3.4. と 5.3.5. で検討したのは、移動平均に使うサンプルの変更に伴い発生する不安定性に関する分析であった。しかしながら、不安定性の問題はこれだけにとどまらない。すなわち、わが国で公表されている経済統計の季調済系列は、毎月・毎四半期、直近までのデータを用いて移動平均を行って推計されているのではない。最新年の季調済系列は、昨年までの原系列に対して移動平均を行って推計した季節変動成分から「（最新年の）予測季節変動成分」を算出し、その予測季節変動成分を直近の原系列から除去することによって算出したものである。そして、当該年終了後に初めて、当該年までの原系列をフルに用いて移動平均を行って推計した季調済系列に改定される（これを季調替え³⁵と呼ぶ）。したがって、最新年の季調済系列の安定性は、昨年までの情報を用い

³⁵ 季調替えの時期は、MITI 法による鉱工業指数が 3 月に実施されることを除くと、X-11 による

て算出した「予測季節変動成分」の信頼性に大きく依存している。

X-11 における「予測季節変動成分」は、基本的には、一昨年から昨年にかけて起こったのと同方向の季節変動パターンの変化が昨年から今年にかけても生じるであろう（ただし変化の規模は半分）というアドホックな仮定の下に、

$$S_t = S_{t-12} + \frac{(S_{t-12} - S_{t-24})}{2} \quad (5-10)$$

という式で計算される。また、MITI 法における「予測季節変動成分」は、昨年の季節変動成分と同じ、すなわち、

$$S_t = S_{t-12} \quad (5-11)$$

と仮定している。こうしたアドホックな仮定は、季節変動パターンが固定的である場合にはさほど問題はないが、図表 5-20 でみるように季節変動パターンが可変的な場合には妥当な仮定とはいえず、季調替えによる季調済系列の大幅な改定を招く原因となる。

この点を確かめるために、上記の仮定(5-10), (5-11)式がどの程度不適切なものであるかを seasonal ARIMA モデルを用いて分析してみた。すなわち、X-11 の(5-10)式の仮定は、seasonal ARIMA モデル(0 0 0)(1 1 0)₁₂

$$(1 - 0.5B^{12})(1 - B^{12})S_t = a_t \quad (5-12)$$

を仮定しているに等しく、同様に、MITI 法では、(0 0 0)(0 1 0)₁₂

$$(1 - B^{12})S_t = a_t \quad (5-13)$$

を仮定していることにほかならない。そこで、これらのモデルが各時系列の持つ情報をどの程度犠牲にしているかをみるために、次のモデルを実際に推計してモデルの当てはまり具合について比較してみた。

$$(0 \ 0 \ 0)(1 \ 1 \ 0)_{12} \quad (1 - \alpha B^{12})(1 - B^{12})S_t = a_t \quad (5-14)$$

$$(0 \ 0 \ 0)(1 \ 1 \ 1)_{12} \quad (1 - \alpha B^{12})(1 - B^{12})S_t = (1 - \gamma B^{12})a_t \quad (5-15)$$

いうまでもなく、X-11 や MITI 法の仮定したモデル(5-12), (5-13)式は、モデル(5-14), (5-15)式のパラメータ (α , γ) をアドホックに固定 (制約) したものであり、そこにモデル推計上の歪みが発生しているわけである。図表 5-21 におけるパラメータの相違や AIC から判定して、X-11 や MITI 法の予測季節変動成分の仮定がいかに不自然なものであるかが理解できよう。

他の経済統計の季調替えは 12 月に実施されることが多い。

季節変動パターンが変化している場合の X-11 や MITI 法によるこうした問題は、X-12-ARIMA では緩和される。すなわち、X-12-ARIMA では、季節変動パターンの可変性を織り込みつつ、1 年以上の予測値を REGARIMA で推計した上で、この予測値部分に対して X-11 を適用して推計した季節変動成分を「予測季節変動成分」として利用することができる。つまり、X-12-ARIMA では、(5-14)ないし(5-15)式を用いて予測季節変動成分を算出していることに概念上等しいといえる。

5.3.7. 景気判断に用いる際の実用性

この節では、主に鉱工業生産指数を取りあげ、過去の景気転換局面における季調済系列の動きを比較することによって、3つの季節調整法（X-12-ARIMA、X-11、MITI 法）の良し悪しについて分析する。すなわち、年一回の季調替え（鉱工業指数は3月に実施）という実際の季節調整プロセスと全く同じ方法で季調済系列を推計することにより、実際の景気転換局面における季調済系列の動きを比較するというケース・スタディーを行う。したがって、実際の景気判断に利用される4月以降の季調済系列は、何れの調整法でも5.3.6.で述べた「予測季節変動成分」を用いて季調済系列が推計される。その後、翌年3月の季調替えによって季調済系列が再推計されることになる。

図表5-22は、1991年中の景気転換局面（ピーク：4月）における鉱工業生産指数の季調済系列の動きをプロットしたものである。MITI 法と X-11 のいずれの場合にも、予測季節変動成分を用いて推計した季調済系列には、上下にギクシャクする動きが目立ち、景気判断上攪乱要因となっていたことが窺われる（とくに MITI 法の変動は大きい）。また、両調整法においては、季調替えに伴う改定も大きいほか、季調替え後も91年6月に不自然な動きが残っている。一方、X-12-ARIMA による季調済系列に関しては、そうした問題は見あたらず、91年2月をピークにその後下降線を辿っていることが窺える。

なお、紙面の都合上省略したが、1993年中の景気転換局面（ボトム：10月）においても同様で³⁶、MITI 法と X-11 を用いて推計した季調済系列は上下動が多いのに比べると、X-12-ARIMA による系列は滑らかであり、X-12-ARIMA の季調済系列の実用性が X-11 および MITI 法対比でみて高いといえる。

さて、MITI 法や X-11 による季調済系列のこうした不自然な動き（景気判断上の攪乱

³⁶ バック・データが必要な方は、筆者まで連絡されたい。

要因)は、前月比ベースでみると一層増幅される。MITI 法および X-11 による季調済系列の前月比と X-12-ARIMA によるそれとを比較すると(図表 5-23)、前者は後者に比べかなり上下にギクシャクした動きをしており、両者の間には絶対値でみて平均 1 %、最大で 4 %弱の乖離幅が発生している³⁷。現在通産省によって公表されている鉱工業指数の季調済系列(MITI 法使用)においては、曜日変動の調整は行われておらず、両者の差の主たる原因はこの曜日調整の有無にある³⁸。また、X-11 に関しては、5.1.3. でみたように曜日変動の調整が可能であるが、その推計の信頼性は高くなく、かつ季調済系列の不安定化を招く(Findley の指摘)といった背景から、一般的にはあまり使用されることはない(X-11 の標準型では曜日調整は実施されない)。

大口電力使用量や都内百貨店売上高など曜日変動を有する月次系列に対して、X-12-ARIMA と X-11 (標準型)を同様に適用してみても、やはり X-11 による季調済系列の前月比は X-12-ARIMA のそれに比べると上下動がかなり大きい(紙面の都合上図表は省略)。ちなみに、図表 5-24 は、季調済系列の前月比の標準偏差を季節調整法間で比較したものであるが、X-12-ARIMA の標準偏差が他の調整法比かなり小さくなっており、X-12-ARIMA の季調済系列(の前月比)から不要な動きが削減されていることが定量的にも把握できる。

5.4. 実証分析のまとめ

³⁷ 計算方法は、次の通りで、各前月比の乖離幅の平均値をとった。

$$\frac{\sum_{t \in \{\text{サンプル期間}\}} |M_t - X_t|}{\text{サンプル数}}$$

ただし、 M_t : MITI法による季調済系列の t 期における前月比

X_t : X-12-ARIMAによる季調済系列の t 期における前月比

この計算式に従えば、鉱工業生産指数で 0.95%、鉱工業出荷指数では 1.03%となる。また、乖離幅の最大値は、鉱工業生産指数で 3.57%、鉱工業出荷指数で 3.96%となる(鉱工業出荷指数の図表は省略)。なお、図表 5-23 における X-12-ARIMA による季調済系列の推計においては、レベルシフトのダミー変数は設定していない。

³⁸ 乗法型の基本式 $Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot D_t \cdot I_t$ を対数変換後、階差をとると次式を得る。

$$\Delta \log(Y_t) = \Delta \log(TC_t) + \Delta \log(S_t) + \Delta \log(D_t) + \Delta \log(I_t)$$

よって、

$$\left(\begin{array}{c} \text{原系列の} \\ \text{前月比} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{趨勢循環変動成分} \\ \text{の前月比} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{季節変動制分} \\ \text{の前月比} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{曜日変動成分} \\ \text{の前月比} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{不規則変動成分} \\ \text{の前月比} \end{array} \right)$$

と表すことができる。すなわち、原系列の前月比は、4つの変動成分の前月比の和と近似でき、MITI 法(および X-11)による季調済系列の前月比と X-12-ARIMA によるそれとの差は、主に「曜日変動成分の前月比」となる。

以上の分析から、X-12-ARIMA は季調済系列の安定性や経済指標としての使いやすさの観点からみて、移動平均型調整法の範疇において、現時点では最良の季節調整法といえる。加えて、X-12-ARIMA はモデル型調整法と比較しても高いパフォーマンスを示すことも第4章で明らかにした。

米国では開発元の商務省のほか、BLS（労働省労働統計局）がX-12-ARIMA を公表統計の季節調整に既に利用している（商務省は1995年から、BLSは1996年から利用）。わが国でも、日本銀行が1996年10月よりマネーサプライ統計の季節調整をX-11からX-12-ARIMA に切り替えている。こうした統計機関の動きは、本論文の分析から正しい方向として評価できよう。なお、X-12-ARIMA はパソコン上で動くソフトで、商務省から無料入手できることから、これまで統計機関の発表する季調済系列をそのまま利用していた者でも、分析用途に応じて自分で簡単に季節調整できるようになるであろう。

データ付録

	サンプル期間	データ・ソース	ARIMA モデル	異常値(AO)・ レベルシフト(LS)	曜日変動 モデル
鉱工業生産指数	1980.1-1995.3	鉱工業指数(90年基準) (通商産業省)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	LS92.Feb	model2
鉱工業出荷指数	1975.1-1995.3	"	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	LS76.Mar, LS80.Jul,LS92.Feb	model1
輸出額(\$)	1975.1-1995.3	国際収支統計(大蔵省)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	LS92.Feb	model2
輸入額(\$)	1975.1-1995.3	"	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	A078.Oct, A091.Apr	model1
機械受注総額 (280社・除く船舶)	1987.4-1995.3	機械受注統計調査 (経済企画庁)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	-	model4
大口電力使用量	1975.1-1995.3	大口電力産業別使用量 (資源エネルギー庁)	(0 1 1)(1 1 1) ₁₂	A075.May, A075.Sep, A080.Mar,LS80.Jul, LS82.Jul,LS86.Jul	model1
建設工事受注高(総計)	1984.4-1995.3	建設工事受注調査 (建設省)	(1 1 1)(0 1 1) ₁₂	A088.Dec	model4
銀行券発行(平残)	1975.1-1995.3	経済統計月報(日本銀行)	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	A090.Apr,LS89.feb	model3
準備預金残高(平残)	1981.4-1995.3	"	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	LS83.Jun, LS86.Jul, A087.Nov, LS89.Nov, A091.Mar, A091.Oct, LS91.Nov	model4
M ₁ (平残)	1975.1-1995.3	"	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	A077.May, A080.Apr, LS78.Jun, LS79.Apr, LS90.May, LS91.Jun	model4
M ₂ +CD(平残)	1975.1-1995.3	"	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	A078.May A090.Mar, LS90.Nov	model4
広義流動性(平残)	1980.1-1995.3	"	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	A087.Dec, A090.Apr, LS81.Jun, LS90.Nov	model4
常用雇用指数(産業計・ 事業所規模30人以上)	1975.1-1995.3	毎月勤労統計(労働省)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	A075.Dec, A085.Sep, LS75.Apr, LS76.Apr	model4
完全失業率	1975.1-1995.3	労働力調査(総務庁)	(2 1 2)(0 1 1) ₁₂	A076.Dec, A077.Apr	model4
都内百貨店売上高	1975.1-1995.3	(百貨店協会調べ)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	A089.Mar, A089.Apr, A090.Mar, A091.Mar	model1
乗用車新車登録台数 (除く軽)	1975.1-1995.3	(日本自動車販売協会 連合会調べ)	(1 1 1)(1 1 1) ₁₂	A076.May, A081.Apr, A083.Jun, A083.Jul, LS76.Jan, LS89.Apr	model1
消費者物価指数 (総合・全国)	1980.1-1995.3	(総務庁)	(0 1 1)(0 1 1) ₁₂	LS80.Apr, LS89.Apr	model4

第6章 季節調整による情報の歪みや損失に関する理論

これまでの各章では、各種季節調整法の特徴およびそのパフォーマンスに関する評価を行ってきた。本章と次章では、個別の季節調整法に関するミクロの論点から話題を変え、「経済時系列から季節変動を除去する季節調整とは、本当に妥当なものなのか、あるいは常に正当化されるものなのか」、といった季節調整そもそも論について考察する。両章の目的は、季節調整の必要性自体に対してあえて批判的な観点から評価を行うことによって、季節調整の限界や問題点を明らかにし、季節調整系列の利用上の留意点を提示することにある。

経済実務界で季節調整が利用される背景には、経済時系列の変動のうち、分析者にとって必要な情報はその基調的な動きであり、原系列から基調的な変動のみを抽出して経済分析なり景気判断をしたいというニーズがあるからである。言い換えれば、「経済時系列の基調的な変動を読み難くする季節変動は、ノイズ(noise)ないしエラー(error)であって、景気判断や経済分析をするうえで何等有益な情報を提供しない」ことが、季節調整の大前提である¹。この前提のもと、通常の季節調整法では、次の2つが(インプリシットに)仮定されている。

- ①当該時系列 Y_t の変動を説明するのに他の時系列の情報は影響しないこと²。
- ②当該時系列 Y_t を構成する3つの成分(趨勢循環変動 TC_t 、季節変動 S_t 、不規則変動 I_t の3成分)が相互に独立であること。

ところで、Bell and Hillmer[1984]は、

“Seasonal adjustment is done to simplify data so that they may be more easily interpreted by statistically unsophisticated users without a significant loss of information.”

と述べ、季節調整が正当化される条件として、季節調整が“a significant loss of information”を発生させないことを挙げている。したがって、先の2つの仮定が満た

¹ 原系列を分解・推計する過程では、季節変動も趨勢循環変動と同様に、一つの構造をもったものとして確率モデルで表現することが可能であり、「季節変動がノイズである」という表現は、統計解析の観点からは必ずしも適切なものではない。しかし、時系列の分解後、経済分析や景気判断において利用価値のある要素は、趨勢循環変動であり、季節変動が分析に利用されないという意味では、季節変動はノイズという見方が一般的であろう。また、実務界においても、販売や生産・在庫管理等に直接携わる者にとっては、季節変動の動きを予測することは重要な仕事であり、ノイズという表現はやはり不適切かもしれない。しかし、企業の役員等上層部にとって重要な情報は、自社製品の販売基調であり、季節変動そのものではないであろう。

² 厳密には、条件付確率 $p(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_t, \text{他の時系列の情報}) = p(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_t)$ が成立していること。

されない場合、すなわち、他の時系列の中に Y_t の季節調整を行うための有益な情報が含まれていたり、趨勢循環変動 TC_t が季節変動 S_t に関する重要な情報を有している場合には、Bell and Hillmerの基準によれば、前章までみてきた季節調整法は正当化されるものではない。また、そもそも大前提である「季節変動はノイズ(noise)ないしエラー(error)である」ということが誤りとなれば、論外といえよう。

本章では、季節調整における上記2つの仮定に対応する問題点、すなわち、一変量季節調整の限界と、季節変動と循環変動の相互関係がもたらす問題について、既往の研究等を踏まえ述べる。また、次章では、「消費の季節性と中立命題」を例にとり、季節変動が経済分析をするうえで重要な情報を有する場合があることを紹介し、「季節変動がノイズである」という見方は、必ずしも常に正しいとはいえないことを述べる。

6.1. 一変量季節調整の限界と多変量季節調整

本節では、一変量季節調整による季節調整済系列を利用して経済諸変数間の関係を回帰分析した場合に、どういった問題が発生するかを明らかにすることが目的である。この問題は、原系列による回帰分析の問題と比較するとより明らかになるので、最初に後者の説明を行う。

6.1.1. 原系列を用いた回帰分析の問題点³

ここでは、季節変動を伴う2つの原系列を用いて回帰分析を行なった場合、各々の非季節変動の間に存在する真の関係が正しく推計されないことを述べる。観測される時系列 x_t と y_t は、それぞれ季節変動成分と非季節変動成分（＝趨勢循環・不規則変動成分）から構成されているとする。

$$x_t = x_t^N + x_t^S \quad (6-1)$$

$$y_t = y_t^N + y_t^S \quad (6-2)$$

ただし、 x_t^N 、 y_t^N は非季節変動成分、 x_t^S 、 y_t^S は季節変動成分をそれぞれ表わす。ま

³ 季節変動を伴う時系列を用いた回帰分析の問題、いわゆる "Seasonality in Regression" について最初に指摘したのは、Sims[1974]と Wallis[1974]である。その後、Gersovitz and MacKinnon[1978]や Hylleberg[1986]が同問題に関して詳細かつ包括的な分析を行っている。

た、両変数間の真の関係は、次式によって表わされるものとする。

$$y_t^N = \alpha \cdot x_t^N + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim (0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (6-3)$$

$$y_t^S = \alpha \cdot x_t^S + \mu_t, \quad \mu_t \sim (0, \sigma_\mu^2) \quad (6-4)$$

ただし、 x_t^N と x_t^S は確率変数であり、また、任意の t と s に対して、

$$\text{cov}[x_t^N, \varepsilon_s] = \text{cov}[x_t^S, \mu_s] = \text{cov}[x_t^N, \mu_s] = \text{cov}[x_t^S, \varepsilon_s] = 0$$

が成立しているものとする。

分析者は変数間の基調的な関係を表す(6-3)式に興味を持っているが、現実には x_t^N と y_t^N は観測不能である。そこで、原系列 x_t 、 y_t を使って両者の関係を推計するとしよう。この時、(6-1)～(6-4)式を整理すると、分析者が計測するのは次式になることがわかる。

$$y_t = \alpha \cdot x_t + \xi_t \quad (6-5)$$

ただし、

$$\xi_t = (\beta - \alpha)x_t^S + \mu_t + \varepsilon_t \quad (6-6)$$

ここで、(6-1)式と(6-6)式より次式が成立する。

$$\begin{aligned} \text{cov}[x_t, \xi_t] &= \text{cov}[x_t^N + x_t^S, (\beta - \alpha)x_t^S + \mu_t + \varepsilon_t] \\ &= (\beta - \alpha) \left(\text{cov}[x_t^N, x_t^S] + \nu[x_t^S] \right) \end{aligned} \quad (6-7)$$

よって、 $\alpha = \beta$ 、もしくは $\text{cov}[x_t^N, x_t^S] + \nu[x_t^S] = 0$ が成立しない限り、一般には $\text{cov}[x_t, \xi_t] \neq 0$ である。このように計測式の説明変数と誤差項との間に相関があると、いわゆる“errors in variable”の問題、すなわち(6-5)式の推計パラメータ $\hat{\alpha}$ がバイアスを持つという問題が生じてしまう (Greene[1993]、Maddala[1992]等参照)⁴。こうした原系列による回帰分析の問題点は、季節ダミーを説明変数として加えることによって、完全には解決できない。すなわち、(6-5)式に季節ダミーを加えることによって $\text{cov}[x_t, \xi_t] = 0$ とすることができるのは、(6-6)式に混入している季節変動成分 x_t^S が季節ダミーで完全に説明できる場合、言い換えれば x_t^S が毎年同一の季節変動パターン

⁴ なお、被説明変数 y_t が季節変動を含んでいても、説明変数 x_t が季節変動を一切含まず ($x_t = x_t^N$)、かつ被説明変数の季節変動と説明変数とが独立である ($\text{cov}[y_t^S, x_t] = 0$) ならば、

$$y_t = \alpha \cdot x_t + \xi_t, \quad \xi_t = y_t^S + \varepsilon_t, \quad \text{cov}[x_t, \xi_t] = 0$$

となる。したがって、この場合には一般化最小二乗法によって、パラメータ α はバイアスを持たずに推計される。

を繰り返す場合に限られる（月次データの場合、 $\forall t, x_t^s = x_{t-12}^s$ ）。しかしながら、実際の季節変動パターンは年々変化している場合が多く、季節ダミーを加えても“errors in variable”の問題が残る場合が多い（Canova and Ghysels[1994]参照）⁵。

6.1.2. 季調済系列を用いた回帰分析の留意点

“errors in variable”に関する問題を解決するためには、回帰分析に先立って、季節調整により変数の“error”である季節変動を予め除去しておくことが一つの方法策として考えられる。しかし、以下にみるように、季調済系列を用いた回帰分析にも問題があり得る。原系列 x_t 、 y_t に対して、季節調整フィルター $A_x(B)$ 、 $A_y(B)$ を用いて、次式で表せるような季調済系列 x_t^* 、 y_t^* を推計するとしよう。

$$x_t^* = A_x(B)x_t, \quad y_t^* = A_y(B)y_t \quad (6-8)$$

これを(6-5)(6-6)式に代入して整理すると、次の関係が得られる。

$$y_t^* = \alpha \frac{A_y(B)}{A_x(B)} x_t^* + \eta_t, \quad \eta_t = A_y(B)\xi_t = A_y(B)[(\beta - \alpha)x_t^s + \mu_t + \varepsilon_t] \quad (6-9)$$

この時、季節調整によって季節変動 x_t^s は予め除去されているため、 x_t^* と η_t との相関は、原系列の場合の x_t と ξ_t との相関に比べて一般に小さくなることが推察でき、その限りでは、“errors in variable”の問題は改善する。しかし、季節調整フィルターが $A_x(B) = A_y(B)$ を満たしていないとすると、 y_t^* を x_t^* に単回帰することはそもそも適切な定式化とは言えない（説明変数の欠落等が発生）。単純かつ極端な例でいうと、仮にフィルターがそれぞれ $A_x(B) = 1$ 、 $A_y(B) = \frac{1}{1 - \lambda B}$ で表わされる時、本来、回帰式は

$$y_t^* = \alpha \cdot x_t^* + \lambda \cdot y_{t-1}^* + \text{誤差項}$$

と定式化されるべきであるが、これを

$$y_t^* = \alpha \cdot x_t^* + \text{誤差項}$$

の形で推計した場合には、推計パラメータ $\hat{\alpha}$ は説明変数 y_{t-1}^* の欠落に伴うバイアスを持つ。すなわち、季調済系列を用いて回帰分析を行う場合は、先にみた原系列の場合

⁵ 原系列+季節ダミーによる回帰分析を正当化するためには、まず季節変動パターンが一定である（毎年ほぼ同一の季節変動パターンを繰り返す）ことを分散分析(ANOVA)等によって確認しておくことが望ましい（分散分析の具体的方法については、Sutradhar, Dagum and Solomon[1991]を参照）。

の“errors in variable”の問題はかなりの程度解消できるが、一方で x_t と y_t の季節調整フィルターが一般には異なることに伴い、別の推計バイアスが発生してしまう訳である^{6,7}。

以上のような季調済系列の利用に伴う問題を回避するため、Wallis[1974]とSims[1974]は、被説明変数、説明変数ともに同じ季節調整フィルターを用いることを勧めている。これに従えば、例えば、MITI 法による季調済系列と X-11 による季調済系列とで回帰分析を行うことや、同じ X-11 であってもオプションを用いた季調済系列と標準型を用いた季調済系列とを混在して回帰分析を行うことは、避けた方が望ましいということになる⁸。しかし、回帰式内の全変数に同一の季節調整フィルターをかけた場合 $[A_x(B)=A_y(B)]$ 、今度は当該フィルターが個々の変数について季節変動成分を適切に除去したもの $[A_x(B)x_t=x_t^N, A_y(B)y_t=y_t^N]$ である保証は失われてしまう。すなわち、個々の系列にとって最適な季節調整フィルターを選択することと、回帰分析の定式化の観点から共通フィルターを用いることとは、トレード・オフの関係にあり、いずれを優先させるかによってその原因は異なるにせよ、回帰分析に何らかのバイアスを発生させてしまうことには変わりはない。

6.1.3. 多変量季節調整について

季調済系列を用いても適切な回帰分析ができないという前節の問題は、本質的には、通常行われている季節調整が一変量季節調整(Univariate Seasonal Adjustment)であ

⁶ 季調済系列によるモデルが原系列によるモデルよりも一概に優れているとは言えないことを示す一例として、Ericsson, Hendry and Tran[1992]の研究がある。彼らは、英国の貨幣需要関数に関して、原系列を用いて計測したモデルと季調済系列を用いたモデルに関して包含検定(Encompassing Test)を行い、後者は前者を包含しない、つまり後者は前者と同等以上の説明力を持たないことを示している。なお、原系列に季節ダミーを用いたモデルと季調済系列を用いたモデルとの優劣に関して比較検討した、Courchesne, de Fontenay and Pourier[1981]の研究も参照。

⁷ また、季節調整は、原系列と季調済系列との間で長期周期のフェイズ・シフトを発生させる場合があり(Nerlove[1964])、この場合、原系列間に存在する先行・遅行関係が、季節調整によって歪められることになる。例えば、季調済系列を用いた分布ラグ・モデル等による分析は、ミス・リーディングな結論を導く可能性があり、Feige and Pearce[1979]、パーキン[1984]、翁[1985]らは、分布ラグ・モデルに基づいた Granger の因果性検定は、原系列を用いた場合と季調済系列を用いた場合とで、結果が異なる事例を紹介している。

⁸ 厳密に言えば、標準型の X-11 を全変数に適用しても、それぞれの季節調整フィルターが異なる場合がある。これは、X-11 では暫定的な趨勢・循環変動成分を算出する際に、ヘンダーソン移動平均を用いるが、その移動平均項数は推計された不規則変動成分の大きさによって、プログラム内で自動的に選択されるためである。

ることに起因する。一変量季節調整とは、時系列 y_t の季節調整フィルター $A_t(B)$ を求める時に、当該時系列 y_t の有する情報のみを利用する方法である。この一変量季節調整が正当化されるのは、時系列 y_t の変動を説明するのに他の時系列 x_t の情報が影響しない場合に限られ、そうでない場合には、 x_t の情報を無視して y_t の情報のみから季節調整を行う一変量季節調整は、“a significant loss of information”をもたらしてしまう可能性がある。

そこで、 y_t の季節調整プロセスに、 y_t 自身だけではなく、 y_t と x_t との関係を明示的に考慮する多変量季節調整(Multivariate Seasonal Adjustment)が本来は望ましい(Pierce[1980a]参照)。多変量季節調整においては、複数の経済時系列(例えば実質GDPとマネーサプライ)の非季節変動成分間の相関、季節変動成分間の相関、および各時系列の季節調整係数が同時に推計される。先の回帰分析の例で言うと、(6-1)～(6-4)式および非季節変動成分 x_t^N と季節変動成分 x_t^S の確率差分方程式を全て一緒に取り込んだ状態空間モデルを構築することなどにより、パラメータ α 、 β と各変動成分が同時に推計される。

多変量季節調整法に関する研究としては、Bartelsman and Cleveland[1993]、Ishiguro[1994]、Ishiguro, et al.[1993]、Kato and Ishiguro[1994]、Kato, et al.[1995]、Porter[1974]等がある。Ishiguro[1994]、Ishiguro, et al.[1993] は、多変量経済時系列の解析に当たって、個々の時系列に一変量季節調整を施した系列を用いた場合と、多変量季節調整を施した場合とを実際に比較してみると、後者の場合には明確に検出される季節調整係数間の相互関係が、前者の場合には見落とされてしまう可能性があることを指摘している。

6.2. 季節変動と趨勢循環変動の相互関係がもたらす問題

Canova and Ghysels[1994]や Ghysels[1994]は、季節変動パターンは景気拡大期と後退期では異なり得ること、季節変動に加わったランダムなショックがその後の循環変動に影響を与える場合があることなどを示し、季節変動と循環変動(business cycle)との間に相互関係(interaction)が存在していると指摘している⁹。こうした立場に立てば、季節変動と循環変動が互いに独立であるとの仮定を置いて行う通常の季

⁹ 近年、季節変動とビジネス・サイクルの関係に関する研究は注目を集めている。Canova and Ghysels[1994]や Ghysels[1994]のほか、Barsky and Miron[1989]、Miron[1994] 等も参照。

節調整では、“a significant loss of information”が生じてしまう可能性があると言える¹⁰。以下では、季節変動に加わったショックが循環変動に影響を与える例として、比較的良く知られている理論モデルを2つ紹介する。

6.2.1. Policy Seasonal

“Policy Seasonal”とは、政策当局がコントロールしようとする経済時系列の季節調整に関する問題である（Ghysels[1987, 1994]、Farley and O’Brien[1987]参照）。政策当局が、ある経済時系列の趨勢循環変動成分を、当該指標の季調済系列を用いてコントロールしようとする、2つの問題が発生する。すなわち、①政策によって趨勢循環変動成分を却って意図せざる方向に変動させてしまい、②さらに当該季調済系列が真の趨勢循環変動を正しく反映しなくなってしまう可能性がある。ここでは、中央銀行によるマネーサプライ・コントロールを例にとり説明する。

マネーサプライ m_t は、非季節変動成分 m_t^N と季節変動成分 m_t^S から構成されるとする（この内、観測可能な変数は m_t のみ）。また、非季節変動成分 m_t^N はいわゆる部分調整型の貨幣需要関数で表され、中央銀行によりコントロール可能な金利 i_t に依存するとする。

$$\begin{aligned} m_t &= m_t^N + m_t^S \\ m_t^N &= a_1 \cdot m_{t-1}^N + a_2 \cdot i_t + \varepsilon_t^N \\ m_t^S &= a_3 \cdot m_{t-4}^S + \varepsilon_t^S \\ \text{ただし、} &0 < a_1, a_3 < 1, \quad a_2 < 0 \\ &\varepsilon_t^N \sim iid N(0, \sigma_N^2), \quad \varepsilon_t^S \sim iid N(0, \sigma_S^2) \end{aligned} \tag{6-10}$$

季節変動成分 m_t^S は中央銀行のコントロール外にあり、中央銀行の目的は非季節変動成分 m_t^N をターゲットからの乖離が小さくなるようにコントロールすることで、具体的な目的関数は次のように表せるとする。

¹⁰ Canova and Ghysels[1994]は、次のように述べ、季節変動と循環変動の相互関係を無視した季調済系列による景気分析に対して、疑問を投げかけている。

Cataloging business cycle facts with seasonally adjusted data is improper unless the seasonal adjustment takes into account the particular form of interaction existing among the components of the series (and this is seldom the case).

$$\underset{\{i_t\}}{MIN} E_1 \left[\sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \left(\tilde{m}_t^N - m_t^N \right)^2 \right] \quad (6-11)$$

ただし、

$\tilde{m}_t^N$: 中央銀行の*t*期における非季節変動成分のターゲット

β : 時間割引率、 $0 < \beta < 1$

E_1 : 第1期における利用可能な情報を基にした条件付き期待値

単純化のために、 $\forall t, \tilde{m}_t^N = 0$ とすると（この仮定によって一般性が失われることはない）、中央銀行は次の政策反応関数に従って、金利をコントロールすることになる。

$$i_t = -\frac{a_1}{a_2} E_{t-1} [m_{t-1}^N] \quad (6-12)$$

ただし、 E_{t-1} は*t*-1期における利用可能な情報を基にした条件付き期待値

ここで、 $E_{t-1} [m_{t-1}^N]$ としてマネーサプライの季調済系列を用いるとすると、(6-12)式は(6-13)式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} i_t &= -\frac{a_1}{a_2} A(B) m_{t-1} \\ &= -\frac{a_1}{a_2} A(B) (m_{t-1}^N + m_{t-1}^S) \end{aligned} \quad (6-13)$$

ただし、 $A(B)$ は季節調整フィルターを表わす。

まず、ここから直ちに言えることは、(6-13)式における季節調整フィルター $A(B)$ が毎期ランダムに加わる季節ショック ε_t^S ((6-10)式参照) を除去しきれていない限り¹¹、 ε_t^S は季調済系列に反映され、それに従って政策が「不必要」に変更されてしまうということである。すなわち、例えば何らかの季節変動に関するショックによってマネーサプライが偶々増加しても ($\varepsilon_t^S > 0$)、中央銀行が関心を持っている非季節変動成分が予期せぬ変動を示したわけではいので、本来政策は不変のままでよいはずである。しかし、政策当局は季調済系列の上昇をみて直ちに金利を引き上げてしまうため、金利は翌期以降のマネーサプライの非季節変動成分 m_t^N を抑制する方向に働くが、これはもともと当該中央銀行の意図ではない。これが本節冒頭で指摘した2つの問題の①である。

次に②の問題、すなわち上記①の問題が一旦発生すると、その後の季調済系列が歪

¹¹ X-11 等による実際の季節調整では、金利 i_t がマネーサプライに及ぼす影響を無視した一変量季節調整によるフィルター $A(B)$ を利用するため、季調済系列 $A(B)m_{t-1}$ が、真の非季節変動成分 m_{t-1}^N と一致することはそもそも困難である。よって、その推定誤差 $(m_{t-1}^N - A(B)m_{t-1})$ には季節性が残存し、これがシステム内にフィードバックすることにより、真の趨勢循環変動成分 m_t^N に季節性が混入することになる ((6-14)式参照)。

んでしまうという問題をみておこう。(6-13)式を(6-10)のモデルに代入して整理すると、次式を得る。

$$m_t^N = \frac{1}{1-a_1B(1-A(B))} \varepsilon_t^N - \frac{a_1A(B)B}{[1-a_1B(1-A(B))][1-a_3B^4]} \varepsilon_t^S \quad (6-14)$$

(3-7)式は、真の非季節変動成分 (m_t^N) が、非季節変動ショック (ε_t^N) と季節変動ショック (ε_t^S) とのラグ多項式によって表されることを示しており、一旦季節変動ショック (ε_t^S) が生じると、それが中央銀行の政策を通じてその後の真の非季節変動 (趨勢循環変動) に影響を与えるということを意味している。しかし、通常の季節調整法は、季節変動成分が非季節調整成分に与える影響等を考慮していないため、季調済系列 $A(B)m_t$ は(6-14)式で表わされているような真の非季節変動成分 m_t^N からどんどん乖離してしまう可能性がある。これが②の季調済系列の歪みの問題である。

6.2.2. 企業行動の動学的最適化と季節変動

Ghysels[1988, 1994]は、民間企業のビヘイビアについても、上記 Policy Seasonal と類似の季節調整に関する問題があることを指摘している。すなわち、企業の生産量等に関して、動学的最適化の理論モデルから導かれる季節変動成分は、通常の季節調整法において趨勢循環変動として捉えられる成分を含んでいるため、通常の季調済系列は経済理論的にみて適切ではない、という指摘である。

まず、 t 期の需要 D_t は趨勢循環変動成分 D_t^N と季節変動成分 D_t^S からなり、 D_t^N は価格 P_t に依存するとしている (ここでは、月次データを想定)。

$$D_t = D_t^N + D_t^S \quad (6-15)$$

$$D_t^N = a - b \cdot P_t + \varepsilon_t^N, \quad \varepsilon_t^N \sim N(0, \sigma_N^2)$$

$$D_t^S = c \cdot D_{t-12}^S + \varepsilon_t^S, \quad \varepsilon_t^S \sim N(0, \sigma_S^2)$$

ただし、 a, b, c はパラメータ。

一方、企業は、利潤の期待現在価値を最大にするように生産量の系列 $\{Q_{t+j}\}$ を決める。

$$\underset{\{Q_{t+j}\}}{\text{MIN}} E \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \pi_{t+j}(P_{t+j}, Q_{t+j}, Q_{t+j-1}; d) \right] \quad (6-16)$$

ただし、 β は時間割引率、 $\pi_{t+j}(\cdot)$ は $t+j$ 期の利潤関数である。なお、 $\pi_{t+j}(\cdot)$ が Q_{t+j} だけでなく Q_{t+j-1} にも依存する理由は、生産量を変化させると、調整コスト (パラメータ d で規定) がかかり、これが収益の圧迫要因として作用することを仮定しているため

である。

ここで、市場均衡式 $\forall t, D_t = Q_t$ が成り立つことを考慮すると、生産量の系列 Q_t は、次のようなラグ多項式で表すことができる¹²。

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_t^N + Q_t^S & (6-17) \\ Q_t^N &= N(B; \phi) \varepsilon_t^N \\ Q_t^S &= S(B; \phi) \varepsilon_t^S \\ \phi &= (a, b, c, d, \beta) \end{aligned}$$

ただし、 $N(B; \phi)$ と $S(B; \phi)$ はラグ多項式を表わす (B はラグオペレータ、 ϕ はラグ多項式を規定するパラメータのセット)。生産量系列のうち趨勢循環変動成分 Q_t^N は、需要の趨勢循環変動ショック ε_t^N のラグ多項式で表せる。一方、季節変動成分 Q_t^S は需要の季節変動ショック ε_t^S のラグ多項式で表せる。

Ghysels は、上記モデルにおける季節変動成分 $Q_t^S = S(B; \phi) \varepsilon_t^S$ がどのような性質を有しているのかをみるため、シミュレーション・データを用いてパワー・スペクトルを計測した。それによると、 $Q_t^S = S(B; \phi) \varepsilon_t^S$ のパワー・スペクトルは、季節周期だけではなく、長期（低周波数）周期においても、高くなっていることが確かめられた。これは、上記の動学的最適化モデルにおいては、ある期において強い季節変動ショック ε_t^S が発生すると、それに伴って一旦変化した生産水準が、調整コストの影響から翌期以降の生産水準にも長期的に影響を与えていくためである。この場合、調整コストが大きい程、企業が生産量を変化させない傾向(“production smoothing”)を強めるため、季節変動ショックが生産量に与える長期的な影響も強まると考えられる。実際、Ghysels は調整コストのパラメータ d を大きくすると、長期周期における Q_t^S のパワー・スペクトルが一段と高まることを確かめている。

パワー・スペクトルでみた Q_t^S のこのような性質は、通常の季節調整が前提としている季節変動成分 S_t の性質とは整合的ではない。すなわち、通常の季節調整法では、

$$(1 + B + B^2 + B^3 + \dots + B^{11}) S_t = \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (6-18)$$

が仮定される (= 季節変動成分の一年分の総和はホワイトノイズになる) ことが多く、その場合、 S_t のパワー・スペクトルは季節周期においてのみ高く、その他の周期では十分に低くなることが知られている(図表 4-8 参照)。以上のことから、Ghysels は、経済主体が動学経路の最適化を行っている点を見逃した通常の季節調整は、“a

¹² P_t に関しても、(6-17)式と同様な関係式を導くことができる。

significant loss of information”をもたらしていると批判している。なお、通常の季節調整が Ghysels の理論モデルと唯一整合的になるのは、調整コストが十分小さい場合に限られる。この時、企業の最適生産量は当期の需要のみによって決まり、前期の生産量には全く依存しなくなる。従って、季節変動ショックに対応する形である期に生産量が増加しても、それが翌期以降の企業行動に影響を与えることはなく、(6-17)式の Q_t^s と(6-18)式の S_t のパワー・スペクトルは同様な形状になる。

第7章 季節調整による情報の損失例

——消費の季節性と中立命題——

本章では、「消費の季節性と中立命題」を例にとり、季節変動が経済分析をするうえで重要な情報を有する場合があることを紹介し、「季節変動がノイズである」という見方は常に正しいとはいえないことを明らかにする。

7.1. 問題の所在

財政赤字の経済効果に関しては、伝統的なケインジアン¹の主張と、「中立命題 (Ricardian Equivalence)」を提唱する合理的期待形成学派の主張とでは大きく異なる。中立命題とは、「経済主体に財政錯覚がなければ、租税か国債かという政府の財源調達手段の相違はマクロ経済に対して何らの実体的影響を及ぼさない」ことを意味し、財政支出一定下での財政赤字の経済効果は否定されることになる¹。同命題の成否を巡っては、米国を中心に様々な実証分析が試みられており、わが国でも数少ないながら、本間[1996]、本間・跡田他[1986]、本間・武藤他[1987]や井堀[1986, 1987]らの研究がある。

ところで、現実の経済は、様々な経済主体（家計）から構成されており、財政錯覚を起こしていない家計（Ricardian Consumer）や錯覚を起こしている家計（Keynsian Consumer）、あるいは財政錯覚を起こしていても、流動性制約から動学的最適化行動をとることができない家計など、幾つかのタイプに分類できるとみるのが現実的であろう。本章では、マクロの消費時系列を、こうした複数タイプの家計行動の集計結果とみなし、消費時系列の変動から、各タイプの家計の経済全体に占めるウェートを実際に推計することによって、中立命題がどの程度現実的であるかを考察する（Ricardian Consumer のウェイトが大きければ大きいほど、中立命題的な状況が強いと判断できる）。

具体的な推計手法としては、合理的期待形成モデルの推計に適切な GMM (Generalized Method of Moments) を用いる²。GMM の小標本特性については、未だ充分な研究が積み重ねられていないのが実情であるが、推計の小標本バイアスがかなり大

¹ 中立命題は、政府の財源調達に関するものであり、政府支出の内容や規模の変更が实体经济に与える影響までも否定するものではない。中立命題の詳細については、Barro[1974, 1989, 1993]を参照。また、実証分析のサーベイについては、Bernheim[1987]とSeater[1993]が参考になる。

² GMM のサーベイは、Hall[1993]とOgaki[1993]を参照。

きいことを指摘する研究もみられており（例えば、伴[1991]）、本分析では、標本数確保の観点から、年次系列の使用を避け四半期系列を用いた推計を行う。

ところで、四半期系列の利用にあたっては、原系列(seasonally unadjusted series)を使うべきか、季調済系列(seasonally adjusted series)を使うべきかという問題がある。恒常所得仮説や中立命題を取り扱ったこの種の分析では、四半期データを利用する場合、季調済系列を用いて推計することがほとんどで、原系列を用いた分析は稀である³。しかし、季調済系列を利用することは、推計上のハンドリングが容易である一方で、Harvey[1989]らが指摘するように、季節調整が時系列のもつ有用な情報を歪めたり削除したりする可能性があり、季調済系列を用いた推計がミスリーディングな結果を招くこともあり得る。本来、現実の消費時系列が季節性を持つ以上、その発生メカニズムを明確に考慮したモデルを導出することが筋であり、特に動学的最適化モデルに基づく分析を行うのであれば、家計の最適化行動の結果として消費の季節性が説明可能であることが望ましい。本章では、Miron[1995]に基づいて、消費の季節性を家計の選好変化(preference shift)として捉えたモデルを導出し、原系列を用いた推計と季調済系列を用いた推計の結果を比較する。後に示すように、両者の間には、流動性制約を受ける家計の割合を表わすパラメータの推計に大きな隔たりがあり、季節調整が時系列の持つ情報を歪めている可能性が示唆される。

以下、7.2. では、推計の前提となる理論モデルの導出を行う。ここでは、まず最初に季節性のない世界を想定したモデルを導いた後で、家計の選好変化に起因する季節性を取り入れたモデルへと拡張する。7.3. では、7.2. で導出した理論モデルから、観測可能な説明変数のみによる具体的な推計式を導出したうえで、推計結果について整理する。

7.2. 理論モデルの導出

7.2.1. 一般モデルの導出⁴

³ 原系列を用いて推計した海外の研究例としては、恒常所得仮説の検証を行った Miron[1986]、English, Miron and Wilcox[1989]、Osborn[1988]、消費資産価格モデルの分析を行った Ferson and Harvey[1992]と数少ない。わが国では、中立命題を検証した本間[1996]や井堀[1986]、恒常所得仮説を検証した小川・竹中他[1986a, b]は、季調済系列を用いて推計している。

⁴ 中立命題を検証するための動学モデルの拡張方法については、Aschauer[1988]を参照。なお、本章で扱うモデルでは、経済が国内民間部門と政府部門から構成されると仮定している（金融仲介機能の存在は認めるが、海外部門は捨象）。さらに、民間部門は家計部門のみから構成され、家計は一定の労働を自らの生産活動に投入することにより所得を得るものとする。つまり、

中立命題の検証に必要な推定式を導出するために、家計の最適消費配分問題を考える⁵。まず、家計（代表的個人）の通時的な効用関数を次式で与えることにする。

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i U(c_{t+i}) \quad , \quad 0 < \delta < 1 \quad (7-1)$$

ここで、 c_{t+i} は、 $t+i$ 期の実質消費、 δ は主観的割引率を表わす。また、任意の X に対して $E_t X$ は、 I_t を t 期までの利用可能な全ての情報とした場合の X の条件付き期待値 $E[X | I_t]$ 、すなわち合理的期待を表わす。

次に、家計の t 期における予算制約式は、実質利子率 r を一定とすると次式で表わされる。

$$w_t + (1+r)A_{t-1} = c_t + A_t + ta_t - tr_t \quad (7-2)$$

w_t は労働所得、 A_t は家計保有の期末資産残高（公債を含む）、 ta_t は税金、 tr_t は政府からの移転所得である。ただし、いずれの変数も消費財の価格でデフレートした実質値である。(7-2)式から全期間にわたる予算制約式(intertemporal budget constraint)

$$\sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} + (1+r)A_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} + \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} (ta_{t+i} - tr_{t+i}) + \lim_{i \rightarrow \infty} (1+r)^{-i} A_{t+i} \quad (7-3)$$

が得られる。家計の solvency condition $\lim_{i \rightarrow \infty} (1+r)^{-i} A_{t+i} = 0$ が満たされると仮定し、さらに不確実性を導入し、将来変数に対して合理的予想を行うとすると、(7-3)式は次式で表わされる。

$$E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} + A_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} + E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} (ta_{t+i} - tr_{t+i}) \quad (7-4)$$

次に、政府の t 期の予算制約式は次式で表わされる。

労働所得は外生扱いにする。企業の生産・投資行動や海外部門も含めたモデルについては、Barro[1993]を参照。

⁵ 本章では、「代表的家計の生存期間と政府活動期間の同一性」を仮定している。同仮定を満たす状況としては、次の3ケースがある。第一のケースは、代表的家計の有限な生存期間内で政府の公債発行およびその償還が完了する場合である（例えば、今年度減税して拡大した財政赤字を次年度の増税でもとに戻すケース）。第二のケースは、代表的家計の生存期間が無限の場合であり、当然政府の公債発行および償還も同一期間内に収まる。第三のケースは、Barro[1974]の中立命題の状況に対応するものであり、代表的家計の生存期間は有限であるが、世代間の自発的な遺産贈与行動を通して実質的には無限生存期間に拡張できる場合である。

$$B_t + ta_t - tr_t = g_t + (1+r)B_{t-1} \quad (7-5)$$

ただし、 B_t は期末公債残高、 g_t は公債利払いを除く政府支出である。家計の財政変数に対する予想に基づいた、政府の全期間にわたる予算制約式は(7-5)式を用いて次のように表わせる。

$$B_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} (ta_{t+i} - tr_{t+i}) - E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} + E_t \lim_{i \rightarrow \infty} (1+r)^{-i} B_{t+i} \quad (7-6)$$

ここでの重要な仮定は、“財政錯覚”を起こしている家計と起こしていない家計が経済に混在しているという点である。まず、財政錯覚を起こしていない家計(Ricardian Consumer)は、政府の solvency condition が満たされる、すなわち、

$$E_t \lim_{i \rightarrow \infty} (1+r)^{-i} B_{t+i} = 0 \quad (7-7)$$

を予想する。これは、公債の伸び率が平均的にみて実質利子率より低くなければならないことを意味しており、中立命題が成立するための必要条件である。財政錯覚を起こしていない家計は、今期末の公債発行残高は、来期以降の財政余剰でファイナンスされることを予想している。一方、財政錯覚を起こしている家計は、政府の solvency condition が満たされない、すなわち、

$$E_t \lim_{i \rightarrow \infty} (1+r)^{-i} B_{t+i} = B_t \quad (7-8)$$

を仮定する。これは、公債が実質利子率に等しい伸び率で永久に発行され続けることを意味している。つまり、公債の利払いは公債発行のローリングでファイナンスされる。したがって、財政錯覚を起こしている家計は、来期以降の財政余剰の割引現在価値をゼロと見なす、つまり公債を純資産と見なしているに他ならない。

財政錯覚を起こしている家計の割合を k 、起こしていない家計を $1-k$ とし($0 \leq k \leq 1$)、これら2タイプの家計の予想する政府予算制約式を集計すると、

$$(1-k)B_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} (ta_{t+i} - tr_{t+i}) - E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} \quad (7-9)$$

を得ることになる⁶。(7-4)式と(7-9)式を統合すると、経済全体の予算制約式は

$$[A_t - (1-k)B_t] + E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} + E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i}$$

⁶ 異なるタイプの家計が予想する政府予算制約式を集計するというアプローチは、Haug[1990]を参考にした。

(7-10)

とおくことができる。全家計が財政錯覚を起こしていなければ ($k=0$)、経済全体の純資産を $A_t - B_t$ と正しく捉えていることになる。一方、全家計が財政錯覚を起こしていれば ($k=1$)、公債を純資産と見なしている結果、経済全体の純資産を A_t と誤って捉えていることになる。

家計は、流動性制約を受けない場合には、(7-10)式の予算制約式に従って、(7-1)式の期待効用の割引現在価値が最大になるように消費配分を決定する⁷。すなわち、次のラグランジュ関数を最大化するような消費流列を選択する (λ は乗数)。

$$L = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i U(c_{t+i}) + \lambda \left\{ [A_t - (1-k)B_t] + E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} - E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} - E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} \right\} \quad (7-11)$$

ここで、具体的な効用関数として、

$$U(c_{t+i}) = \log(c_{t+i}) \quad (7-12)$$

を仮定すると、最適な消費流列の解は次の必要条件を満たす。

$$\forall i \geq 0, \quad \frac{\partial}{\partial c_{t+i}} = E_t \delta^i (c_{t+i})^{-1} - \lambda (1+r)^{-i} = 0 \quad (7-13)$$

この条件より、オイラー方程式

$$E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \right] = [(1+r)\delta]^{-1} \frac{1}{c_t} \quad (7-14)$$

が導かれる。故に、消費の流列は

$$\frac{1}{c_{t+i}} = [(1+r)\delta]^{-1} \frac{1}{c_{t+i-1}} + \zeta_{t+i} \quad (7-15)$$

なるモデルに従うことになる (ただし、 ζ_{t+i} はホワイト・ノイズ)。(7-15)式は、

⁷ 厳密に言えば、この記述は正しくない。正確には、(7-7)式を仮定する家計と、(7-8)式を仮定する家計が、それぞれ異なる政府の予算制約式を前提に(7-1)を最大化する。ただし、最終的に得られるオイラー方程式は、(7-11)式をベースに導出される(7-14)式と一致するのは明らかであろう。

$$c_{t+i} = (1+r)\delta c_{t+i-1} \left[1 + (1+r)\delta c_{t+i-1} \zeta_{t+i} \right]^{-1} \quad (7-16)$$

のように変形でき、さらに $|(1+r)\delta c_{t+i-1} \zeta_{t+i}| \ll 1$ を仮定すれば⁸、最終的には次の近似式が導出できる。

$$c_{t+i} = (1+r)\delta c_{t+i-1} \left[1 - (1+r)\delta c_{t+i-1} \zeta_{t+i} \right] \quad (7-17)$$

ここで、 $E_t[(c_{t+i-1})^2 \zeta_{t+i}] = E_t[(c_{t+i-1})^2] \cdot E_t[\zeta_{t+i}] = 0$ であることを利用すれば、(7-17)式の期待値は、

$$\begin{aligned} E_t c_{t+i} &= (1+r)\delta E_t c_{t+i-1} \\ &= c_t [(1+r)\delta]^i \end{aligned} \quad (7-18)$$

となる。(7-18)式より、最適消費流列の割引現在価値は、当期の消費 c_t のみを用いて次のように表現できる。

$$\begin{aligned} E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} &= \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_t [(1+r)\delta]^i \\ &= c_t \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \\ &= \frac{\delta}{1-\delta} c_t \end{aligned} \quad (7-19)$$

(7-19)式を(7-10)式の経済全体の予算制約式に代入して整理すると、次式を得る。

$$c_t = \frac{1-\delta}{\delta} \left\{ [A_t - (1-k)B_t] + E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} - E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} \right\} \quad (7-20)$$

さらに、(7-20)式に、(7-2)式と(7-5)式を統合した当期の経済全体の予算制約式

$$A_t - B_t = w_t + (1+r)(A_{t-1} - B_{t-1}) - c_t - g_t \quad (7-21)$$

を代入して整理すると次の消費関数を得る。

$$c_t = (1-\delta) \left\{ (1+r)(A_{t-1} - B_{t-1}) + E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} + k B_t - E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} \right\} \quad (7-22)$$

⁸ 3. の実証分析で使用する変数を(7-15)式に代入して ζ_{t+i} を逆算し、 $|(1+r)\delta c_{t+i-1} \zeta_{t+i}|$ を実際に算出してみると、1971/1Q～1995/1Qのサンプル期間中、最大で 0.0292、平均では 0.0092 となった(ただし、単純化のために $(1+r)\delta = 1$ を仮定して算出)。

すなわち、当期の消費は、当期末の経済全体の純資産と労働所得の割引現在価値に依存するほか、経済に財政錯覚を起こしている家計が存在する場合には、当期の公債発行残高からも直接的な影響を受ける（公債の資産効果）ことになる。いうまでもなく、中立命題とは、「政府支出流列の割引現在価値が一定に保たれるならば、それを税金でファイナンスしても公債でファイナンスしても消費行動に影響を与えない」というもので、(7-22)式は中立命題を入れ子にした消費関数と考えることができる。なお、(7-22)式においては、全家計が財政錯覚を起こしていなくても（ $k=0$ ）、公債発行が消費に間接的な影響を及ぼす場合もある。すなわち、将来の政府支出流列の予想が、現在の政府支出のファイナンスの仕方に依存するケース、例えば、現在大量に公債が発行された場合、その利払いは将来の増税ではなく、将来の政府支出削減（財政再建）で賄われると家計が予想した場合には、当期の消費は増加する。これは、現在の公債発行が将来の政府支出パターンの変化を通じて家計行動に影響を与える、すなわちシグナル効果と解釈できる。

なお、(7-22)式内の政府支出の割引現在価値を、(7-9)式の政府予算制約式を用いて消去し整理すると

$$c_t = (1-\delta) \left\{ (1+r) A_{t-1} + E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} (w_{t+i} - ta_{t+i} + tr_{t+i}) \right\} \quad (7-23)$$

を得る。これは、消費が実質非人的資産と実質人的資産（税引き後実質労働所得の割引現在価値）に依存するという恒常所得仮説から導かれる消費関数と一致する。よって、(7-22)式は恒常所得仮説をベースにし、中立命題を入れ子にした構造方程式と解釈できる。

家計の最適消費配分から決定される実際の消費関数は、(7-22)式に攪乱項 μ_t を付加した

$$c_t = (1-\delta) \left\{ (1+r) (A_{t-1} - B_{t-1}) + E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i} + k B_t - E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i} \right\} + \mu_t \quad (7-24)$$

となる⁹。

ところで、経済には、流動性制約を受ける結果、異時点間の予算制約式をベースにした消費流列の最適配分が不可能な家計が存在していることも想定できる¹⁰。そうした家

⁹ 攪乱項 μ_t の発生原因としては、変動所得による変動消費、実質利子率の変動に伴う攪乱（実質利子率を一定と仮定したことに伴う歪み）、資産等の計測誤差などが挙げられる。

¹⁰ 流動性制約の存在が中立命題や恒常所得仮説に及ぼす影響について分析した研究としては、

計の消費は、(7-24)式による消費関数で表現することはできず、むしろ各期の可処分所得 yd_t によって消費が制約を受けるとした次式の消費関数、

$$c_t = yd_t + \varepsilon_t \quad (7-25)$$

で表現することが適切である (ε_t は攪乱項)。そこで、経済全体において、流動性制約を受け(7-25)式に基づいて消費を決定する家計の割合を π 、制約を受けずに(7-24)式に基づいて消費を決定する家計の割合を $1-\pi$ とすると ($0 \leq \pi \leq 1$)、集計された消費関数は次式で表わされる¹¹。

$$c_t = (1-\pi)(1-\delta)\{W_t - G_t + (1+r)(A_{t-1} - B_{t-1}) + k B_t\} + \pi yd_t + \xi_t$$

ただし、 $W_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} w_{t+i}$ (7-26)

$$G_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} g_{t+i}$$

$$\xi_t = (1-\pi)\mu_t + \pi\varepsilon_t$$

本分析の目的は(7-26)式を通して、 π と k を求めることにより経済における上記 3 タイプの家計のウェイトを推計することにある。これにより財政赤字の家計に対する影響を実証できることになる。なお、各タイプの家計に対する財政赤字の効果について改めて整理すると、次表のようになる。

家計のタイプ	恒常所得仮説で説明できる家計 (流動性制約を受けない家計)		流動性制約を受ける家計
	うち財政錯覚を 起こしていない家計	うち財政錯覚を 起こしている家計	
経済全体に占める割合	$(1-\pi)(1-k)$	$(1-\pi)k$	π
財政赤字の影響	シグナル効果を通じた 間接的な影響	シグナル効果に加え、 公債の資産効果による 直接的な影響	減税による可処分所 得増による直接的な 影響

Attanasio[1994]、Hayford[1989]、Himarios[1995]、Runkle[1991]、Zeldes[1989]が挙げられる。

¹¹ このように、マクロの消費関数を、流動性制約に直面した家計と、制約を受けない家計の消費行動の集計として表現した先行研究には、Campbell and Mankiw[1990]、Hayashi[1982]、Leiderman and Razin[1988]、小川・竹中他[1986a, b]がある。なお、Hayashi[1982]は、(7-26)式に関して、Davidson and MacKinnon[1981]の“artificial nested model”として解釈することも可能であるとしている。すなわち、恒常所得仮説に対して、ケインジアン・タイプの代替仮説(消費は可処分所得に比例する)を検定しようとした場合、両仮説は「入れ子」の関係にないことから、両仮説のモデルを加重移動平均した合成モデルを推計・検定することが一つの方法として考えられる。この場合、 π は可処分所得の消費性向と代替仮説に課したウェイトの積を、 $(1-\pi)(1-\delta)$ は実質総資産の消費性向と帰無仮説に課したウェイトの積を表すことになる。

7.2.2. 季節性を考慮したモデルの導出

原系列（季節調整前の四半期系列）を用いたモデルの推計の際には、季節ダミーを説明変数として取り入れて対応するのが伝統的なアプローチである。しかし、本章の分析の場合、(7-26)式にただ単に季節ダミーを取り入れて推計することは適切ではない。同式は家計による動学的最適化行動をベースに導出したものであり、消費の季節性が実際存在する以上、やはり季節性も動学的最適化から表現でき得るものと考えられる。そうした最適化行動から生まれた季節性が、季節ダミーをただ単純に推計式に付加することによって捉えられる保証は全くない。

以下では、Miron[1995]に基づき、消費の季節性を家計の選好変化（preference shift）として捉え、オイラー方程式を再導出する。家計の選好変化を取り入れた通時的な効用関数は、次式で与えられる。

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \theta_{t+i} U(c_{t+i}) \quad (7-27)$$

θ_{t+i} は選好変化をもたらす季節ショック（seasonal shock）パラメータである。(7-10)式の予算制約式のもと、(7-27)式を最大化するような消費流列の解は次の必要条件を満たす。

$$\forall i \geq 0, \quad E_t \delta^i \cdot \theta_{t+i} \cdot (c_{t+i})^{-1} - \lambda(1+r)^{-i} = 0 \quad (7-28)$$

この条件より、オイラー方程式

$$\frac{\theta_{t+1}}{\theta_t} E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \right] = [(1+r)\delta]^{-1} \frac{1}{c_t} \quad (7-29)$$

が導かれる。故に、消費の流列は

$$\frac{\theta_{t+i}}{\theta_{t+i-1}} \cdot \frac{1}{c_{t+i}} = [(1+r)\delta]^{-1} \frac{1}{c_{t+i-1}} + \zeta_{t+i} \quad (7-30)$$

なるモデルに従うことになる（ただし、 ζ_{t+i} はホワイト・ノイズ）。(7-30)式は、

$$c_{t+i} = \frac{\theta_{t+i}}{\theta_{t+i-1}} (1+r)\delta c_{t+i-1} \left[1 + (1+r)\delta c_{t+i-1} \zeta_{t+i} \right]^{-1} \quad (7-31)$$

のように変形でき、先と同様に $|(1+r)\delta c_{t+i-1}\zeta_{t+i}| \ll 1$ を仮定すると、次の近似式が導出できる。

$$c_{t+i} = \frac{\theta_{t+i}}{\theta_{t+i-1}} (1+r)\delta c_{t+i-1} \left[1 - (1+r)\delta c_{t+i-1}\zeta_{t+i} \right] \quad (7-32)$$

ここで、 $E_t[(c_{t+i-1})^2 \zeta_{t+i}] = E_t[(c_{t+i-1})^2] \cdot E_t[\zeta_{t+i}] = 0$ であることを利用すれば、(7-32)式の期待値は、

$$\begin{aligned} E_t c_{t+i} &= \frac{\theta_{t+i}}{\theta_{t+i-1}} (1+r)\delta E_t c_{t+i-1} \\ &= \frac{\theta_{t+i}}{\theta_t} c_t [(1+r)\delta]^i \end{aligned} \quad (7-33)$$

となる。(7-33)式から、消費の割引現在価値は、次式で与えられる。

$$E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} c_{t+i} = c_t \left(\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\theta_{t+i}}{\theta_t} \right) \cdot \delta^i \right) \quad (7-34)$$

ここで、季節ショック θ_{t+i} が確定的(deterministic)、すなわち、

$$\forall i \geq 0, \theta_{t+i} = \theta_{t+i+4} \quad (7-35)$$

とする。この時、(7-34)式の c_t にかかる () 内の項を S_t とおくと、これは次のように整理できる。

$$\begin{aligned} S_t &= \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\theta_{t+i}}{\theta_t} \right) \delta^i \\ &= \frac{\theta_{t+1}}{\theta_t} \cdot \frac{\delta}{1-\delta^4} + \frac{\theta_{t+2}}{\theta_t} \cdot \frac{\delta^2}{1-\delta^4} + \frac{\theta_{t+3}}{\theta_t} \cdot \frac{\delta^3}{1-\delta^4} + \frac{\theta_{t+4}}{\theta_t} \cdot \frac{\delta^4}{1-\delta^4} \end{aligned} \quad (7-36)$$

S_t は、季節ダミー変数によって表現可能であり、先の(7-20)式から(7-26)式までと同様な導出過程を踏むことによって、最終的な構造方程式は次のように表現できる。

$$c_t = (1-\pi) \frac{1}{1+S_t} \{ W_t - G_t + (1+r)(A_{t-1} - B_{t-1}) + k B_t \} + \pi y d_t + \xi_t$$

$$\frac{1}{1+S_t} = s_1 + s_2 \cdot D_{2t} + s_3 \cdot D_{3t} + s_4 \cdot D_{4t} \quad (7-37)$$

ただし、 $D_{2t} = \begin{cases} 1, & t \text{は第2四半期} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$

$D_{3t} = \begin{cases} 1, & t \text{は第3四半期} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$

$D_{4t} = \begin{cases} 1, & t \text{は第4四半期} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$

同式においては、消費の季節性が発生する原因について、流動性制約を受けない家計は、実質総資産の消費性向の季節性として、流動性制約を受ける家計は、可処分所得の季節性として解釈できる。

7.3. 実証分析

7.3.1. 消費関数の推計式の導出

(7-26)(7-37)式における労働所得と政府支出それぞれの割引現在価値 W_t 、 G_t は観測不能であるため、実際には観測可能な説明変数のみによる次の構造方程式に変換する(導出方法については補論を参照)。

季節性を考慮しないモデル

$$\begin{aligned} c_t = & (1+r)c_{t-1} - (1-\pi)(1-\delta)(1+r)(w_{t-1} - g_{t-1}) \\ & + (1-\pi)(1-\delta)(1+r)[A_{t-1} - B_{t-1} - (1+r)(A_{t-2} - B_{t-2})] \\ & + \pi[yd_t - (1+r)yd_{t-1}] + k(1-\pi)(1-\delta)[B_t - (1+r)B_{t-1}] + u_t \end{aligned} \quad (7-38)$$

u_t は誤差項で、次のように表現される。

$$u_t = (1-\pi)(1-\delta)(\sigma_t - \nu_t) + \xi_t - (1+r)\xi_{t-1}$$

$$\text{ただし、} \sigma_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t w_{t+i} - E_{t-1} w_{t+i}]$$

$$\nu_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t g_{t+i} - E_{t-1} g_{t+i}]$$

季節性を考慮したモデル

$$\begin{aligned} c_t = & (1+r)c_{t-1} - (1-\pi) \frac{1}{1+S_t} (1+r)(w_{t-1} - g_{t-1}) \\ & + (1-\pi) \frac{1}{1+S_t} (1+r)[A_{t-1} - B_{t-1} - (1+r)(A_{t-2} - B_{t-2})] \\ & + \pi[yd_t - (1+r)yd_{t-1}] + k(1-\pi) \frac{1}{1+S_t} [B_t - (1+r)B_{t-1}] + u_t \end{aligned} \quad (7-39)$$

u_t は誤差項で次のように表現される。

$$u_t = (1-\pi) \frac{1}{1+S_t} (\sigma_t - \nu_t) + \xi_t - (1+r)\xi_{t-1}$$

$$\text{ただし、} \frac{1}{1+S_t} = S_1 + S_2 \cdot D_{2t} + S_3 \cdot D_{3t} + S_4 \cdot D_{4t}$$

$$\sigma_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t w_{t+i} - E_{t-1} w_{t+i}]$$

$$\nu_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t g_{t+i} - E_{t-1} g_{t+i}]$$

ところで、 σ_t と ν_t は、それぞれ労働所得と政府支出に対して、 $t-1$ 期から t 期にかけ

て新たに入手した情報に基づいて行なった期待修正の割引現在価値である。合理的期待仮説のもとでは、 σ_t 、 v_t の何れもが、 $t-1$ 期に家計にとって利用可能な情報集合 I_{t-1} と直交する、すなわち、 $E(\sigma_t|I_{t-1})=E(v_t|I_{t-1})=0$ が成立するほか、自己相関も有しない。しかし、(7-38)(7-39)式中の説明変数のうち当期変数 B_t と yd_t は、 $t-1$ 期の情報集合 I_{t-1} に属さないため、 σ_t 、 v_t と相関を持ち、したがって、誤差項 u_t も説明変数と相関を有することになる。また、(7-39)式の誤差項 u_t は 4 次の自己相関を有する。そこで、本分析では、推定量の一致性と漸近的正規性を確保するために、GMMを用いて推定を行った（使用ソフトは TSP version4.2B）¹²。

7.3.2 . 使用データの特性

推計に用いた消費変数 C_t は、非・半耐久消費財およびサービス財への最終支出である。モデルの推計期間は、消費変数の利用可能な 1971/1Q～1995/1Q とした¹³。

政府支出 g_t は、SNAベースの「政府最終消費支出+公的固定資本形成」とした。一方、政府債務残高（これまで、公債残高 B_t と記述としてきたもの）については、政府を「一般政府（中央政府・地方政府・社会保障基金）+公的企業（公団）」として定義し¹⁴、その「ネットベースの政府債務残高」を用いた推計を行なった¹⁵。

使用変数（操作変数も含む）はすべて、「消費デフレータ」で実質化し、さらに「15

¹² 誤差項が系列相関を有したり、分散が不均一な場合などに、標準的なLS法を用いると、推定量の漸近的な効率性が損なわれるうえに、推定量の分散が過小推定され、仮説検定の信頼性を確保できないといった問題が発生する。なお、GMMについては、Hansen[1982]、Hansen and Singleton[1982]を参照。

¹³ 財別の消費支出は、「国民経済計算」において、1970/1Qから利用可能であるが、操作変数の設定の関係上、推計は1971/1Qから開始した。

¹⁴ ここで、政府を「一般政府+公的企業」と定義したのは、『金融資産負債残高表』（日本銀行作成）における「公共部門」の計数を利用したためである（部門別の金融資産負債の計数で四半期ベースの統計が入手可能なのは、『金融資産負債残高表』に限られる）。なお、政府支出 g_t における政府には、「一般政府+公的企業」の他に公的金融機関も含んでいるため、政府支出と政府債務残高のカバレッジが完全には一致していない。

¹⁵ 政府に社会保障基金を含めるべきか否かで、政府債務残高の値は大きく異なる。すなわち、中央政府の債務である国債残高は、1994年末において約200兆円あるが、社会保障基金の金融資産も、ほぼ同額の200兆と巨額にのぼり、ネットの政府債務残高は大きく減少することになる。理論上は、本章のように、政府債務残高を「ネットベースの政府債務残高」として捉えるべきだが、本間・武藤[1987]では、政府債務残高を「グロスの公債残高」と捉え、「政府短期証券+中・長期国債+地方債」として、中立命題の検証を行っている。そこで、比較のために、政府債務残高として、「ネットベースの政府債務残高」の他に、「グロスの公債残高」を用いた推計も行ってみたが、以下の主たる推計結果に変更はなかった。

才以上人口」¹⁶で除した一人当り実質値に変換している。なお、GMM推定量が一致性を持ち、漸近的に正規分布に従うためには、各変数が定常性を満たしている必要がある。そこで、本章では、アドホックではあるが、消費の指数トレンド¹⁷で各変数を除して推計したケースも併せて掲載している。

使用データの詳細については、後掲のデータ・ソースを参照。

3.3. 消費関数の推計結果

推計結果は、各変数のトレンド未調整のケースを表1.に、各変数のトレンド除去のケースを表2.に、それぞれ掲載した。

最初に、季調済系列を用いた(7-38)式の推計結果を、表1.を基に纏める。パラメータに一切制約を課さずに推計したモデルの直交条件の検定結果をみると、直交条件が成立するとの帰無仮説は、20%の有意水準で棄却できない($p\text{-value}=0.266$)ことから、モデルは妥当といえる。主観的割引率や実質金利の推計値は、それぞれ、0.981、8.7%(年率)で、既存の実証分析と概ね同じ結果となっている¹⁸。次に、パラメータ制約に関して、次のパターンを課し、

- ① $k=0$ (財政錯覚を起こしている家計が存在しない)
- ② $\pi=0$ (恒常所得仮説が成立する)
- ③ $k=\pi=0$ (中立命題が成立する)

モデルの直交条件と、パラメータ制約の検定を行った結果をみよう。いずれのパターンの制約を課したモデルにおいても、直交条件成立の帰無仮説は棄却できず($p\text{-value}$ はそれぞれ、0.420、0.200、0.317)、またパラメータ制約が正しいとする帰無仮説も棄却できないとの結果を得た($p\text{-value}$ は、0.678、0.158、0.354)。したがって、季調済系列を用いた推計結果から判断すると、全家計がRicardian Consumerであるとする仮説が統計的に正当化できる。つまり、中立命題(および恒常所得仮説)が成立し、財

¹⁶ 「全人口」は年データのため、四半期データとして利用可能な「15才以上人口」を使用した。なお、「全人口」を四半期単位に等位分割して推計に使用した場合でも、以下の推計結果に大きな変更をもたらすことはなかった。

¹⁷ 指数トレンドは、 $\exp[0.005267(t-1)+1.2605]$ とした。これは、1970/1Q～1995/1Qにおいて、定数項と時間に対して消費の対数値を回帰させて推計したものである。なお、指数トレンドによる定常化の方法は、Hayashi[1982]や小川・竹中他[1986a, b]も行っている。

¹⁸ 例えば、実質金利(年率)についてみると、季調済系列を用いた小川・竹中他[1986b]の推計では、6.3%(1970/1Q～1995/1Q)、8.8%(1970/4Q～1978/4Q)、11.3%(1979/1Q～1983/4Q)となっている。

政赤字の経済効果はシグナル効果に限定されることになる。

次に原系列を用いた(7-39)式の推計結果を纏める。パラメータに一切制約を課さずに推計したモデルの直交条件の検定結果をみると、直交条件が成立するとの帰無仮説は、20%の有意水準で棄却できない ($p\text{-value}=0.268$) ことから、モデルは妥当といえる¹⁹。次に、パラメータ制約に関して、先と同様の3パターンについてモデルの検定を行うと、まず、 $k=0$ に関しては、季調済系列を用いた場合と同様に、直交条件の帰無仮説も、パラメータ制約の帰無仮説も棄却できない (それぞれの $p\text{-value}$ は、0.393、0.993)。したがって、財政錯覚を起こしている家計は経済に存在しないとみるのが適切といえる。一方、 $\pi=0$ の制約を課したモデルの直交条件は1%の有意水準で棄却され ($p\text{-value}=0.000$)、モデルがそもそも否定された (個々のパラメータも符号条件を全て満たしていない)。当然、パラメータ制約も棄却され ($p\text{-value}=0.000$)、季調済系列を用いた場合とは異なる結果になった。 $k=\pi=0$ の制約に関しても同様の結果を得ている。したがって、原系列を用いた推計では、60%強の家計は Ricardian Consumer と考えられるが、残り40%弱の家計が流動性制約を受けているため、中立命題 (および恒常所得仮説) 自体は棄却されることになる。よって、財政赤字は、流動性制約を受けた家計を通じた直接的な効果 (減税による可処分所得増→消費増) を持つことになる。

以上、各変数のトレンドを調整せずに推計した場合について整理したが、これらの結果は、トレンドの調整を行った場合にも同様である (表2. 参照)。すなわち、推計された実質金利 r の大きさにやや違いはみられるものの、いずれのケースにおいても、①季調済系列を用いた場合には、全家計が Ricardian Consumer であるとする帰無仮説が棄却できない、②原系列を用いた場合には、60%強の家計は Ricardian Consumer で、残り40%弱の家計が流動性制約を受けている、との推計結果を得る。

このように、季調済系列を用いた推計と原系列を用いた推計結果が大きく異なるのはなぜであろうか。先に述べた通り、消費に季節性が発生する背景には、流動性制約を受けない家計においては実質総資産の消費性向の季節性が、流動性制約を受ける家計においては可処分所得の季節性が、それぞれの要因として挙げられる。したがって、流動性

¹⁹ 原系列を用いた場合の実質金利の推計値は17%(年率)と、季調済系列を用いた場合の8.7%の約2倍となっている。日本の分析では、原系列を用いた分析が他に見当たらないため、参照比較するものがないが、因みに、Hayashi[1982]による年次データを用いた米国の分析(1948~1978年)では、実質利子率は17%(年率)と推計されている。なお、 S_i ($i=1,2,3,4$) については、第1四半期の S_1 が符号条件を満たしていないほかは、概ね満足 of いく結果となっている。 S_1 が符号条件を満たしていないことについては、(7-12)式の効用関数の特定化 (相対的危険回避度が1) に問題があることを示唆しているのかもしれない。本来、相対的危険回避度に事前に縛りを掛けないより一般的な効用関数を用いることが望ましいが、これについては今後の課題としたい。

制約を受けない家計が経済に存在すれば、消費は可処分所得の季節性とは独立なパターンをとり得る（もちろん、可処分所得の季節性と平行な動きをする可能性を否定するものではない）。一方、流動性制約を受ける家計の経済全体に占める割合が大きくなればなるほど、消費と可処分所得の動きは平行になる筋合いにある。図1.は、本分析で用いた消費と可処分所得の1990年代における推移であるが、両変数の原系列の動きから読み取れるのは、①第4四半期に増加し、第1四半期に減少するという平行な動き、②第2・第3四半期におけるノン平行な動き、の2点である。そして、①の点は、流動性制約を受ける家計の消費動向に関する情報が原系列の第4・第1四半期の動きに含まれている可能性があることを、また、②の点は、流動性制約を受けない家計がわが国経済に存在すること、をそれぞれ示している。一方、消費と可処分所得の季調済系列の動は、全時点においてほぼ平行になっており、原系列の動きから読み取れた①②の情報が削除されてしまっている。すなわち、全時点において両変数が平行であるということは、全家計が流動性制約を受けていることも、逆に全く制約を受けていないことも、可能性として含むことになり、季節調整が原系列の有した情報を変質させてしまったと言い換えてもよいであろう。この点が、季調済系列と原系列の推計結果に違いをもたらした背景と考えられる。

7.4. 第7章のまとめ

本章で導出した消費関数は、家計の動学的最適行動をもとに導出したものであるが、財政錯覚を有しない家計(Ricardian Consumer)と財政錯覚を起こしている家計の行動を入れ子にしている点に特徴がある。さらに、現実の経済が中立命題（および恒常所得仮説）から乖離する要因として、流動性制約を受ける家計の存在も考慮し、マクロの消費変動は、これら3タイプの家計行動の集計と考えモデルの推計を行なった。推計は、季調済系列を用いた場合と、季節性の発生メカニズムを考慮したモデルに対して原系列を適用した場合の2通り行なった。いずれの場合にも、財政錯覚を起こし公債を純資産とみなしている家計は存在しないとの帰無仮説は棄却できない結果となった。すなわち、公債の資産効果を通した財政赤字のインパクトは否定されることになる。しかし、流動性制約に関しては、季調済系列を用いた場合と、原系列を用いた場合とで推計結果が大きく異なる。前者の場合、流動性制約を受ける家計が存在しないとする帰無仮説は棄却できず、したがって、中立命題（および恒常所得仮説）がサポートされ、財政赤字の経

済効果はシグナル効果に限定されることになる。一方、後者の場合、流動性制約を受ける家計は 40% 弱存在するとの結果が選られ、逆に流動性制約が存在しないと仮定してモデルを推計すると、GMM推計における直交条件が棄却されることになり、モデル自体が否定された。よって、原系列を用いた推計結果から判断すると、財政赤字は、Ricardian Consumer に対するシグナル効果を通したルート（60% 強）以外に、流動性制約に直面している家計に対する減税の直接的なルート（40% 弱）を通して発揮されることになる。このように、推計結果に大きな乖離が発生する要因としては、季節調整が原系列の有する流動性制約に関する情報を削除してしまっている点が考えられる。四半期データを利用して中立命題や恒常所得仮説を分析したわが国におけるこれまでの分析は、季調済系列を用いたものばかりであり、今後、原系列を用いた推計にも関心が払われるべきであろう。

補論. (7-38)(7-39)式の導出

まず、労働所得の割引現在価値 W_t 、 W_{t-1} について以下のように書き換える。

$$\begin{aligned} W_t &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E_t w_{t+i} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t w_{t+i} - E_{t-1} w_{t+i}] + \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E_{t-1} w_{t+i} \end{aligned} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} W_{t-1} &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E_{t-1} w_{t+i-1} \\ &= E_{t-1} w_{t-1} + \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} E_{t-1} w_{t+i-1} \end{aligned} \quad (A2)$$

(A2)式の右辺第 1 項を左辺に移項して、両辺に $(1+r)$ を乗じて整理すると次式を得る。

$$(1+r)(W_{t-1} - w_{t-1}) = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E_{t-1} w_{t+i} \quad (A3)$$

(A3)式を(A1)に代入して、次式を得る。

$$W_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t w_{t+i} - E_{t-1} w_{t+i}] + (1+r)(W_{t-1} - w_{t-1}) \quad (A4)$$

同様に、政府支出の割引現在価値 G_t についても、以下のように表現可能である。

$$G_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t g_{t+i} - E_{t-1} g_{t+i}] + (1+r)(G_{t-1} - g_{t-1}) \quad (\text{A5})$$

(A4)式から(A5)式を減算して、

$$\begin{aligned} W_t - G_t &= \sigma_t - \nu_t + (1+r)(W_{t-1} - G_{t-1} - w_{t-1} + g_{t-1}) \\ \text{ただし、} \sigma_t &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t w_{t+i} - E_{t-1} w_{t+i}] \\ \nu_t &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} [E_t g_{t+i} - E_{t-1} g_{t+i}] \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

を得る。

ところで、(7-26)式を変形すると、 $W_t - G_t$ について次のように表現可能である。

$$W_t - G_t = \frac{1}{(1-\pi)(1-\delta)} [c_t - \pi y d_t - \xi_t] - k B_t - (1+r)(A_{t-1} - B_{t-1}) \quad (\text{A7})$$

(A7)式を(A6)式に代入して整理すると、観察可能な説明変数のみによる最終的な構造方程式

$$\begin{aligned} c_t &= (1+r)c_{t-1} - (1-\pi)(1-\delta)(1+r)(w_{t-1} - g_{t-1}) \\ &\quad + (1-\pi)(1-\delta)(1+r)[A_{t-1} - B_{t-1} - (1+r)(A_{t-2} - B_{t-2})] \\ &\quad + \pi[y d_t - (1+r)y d_{t-1}] + k(1-\pi)(1-\delta)[B_t - (1+r)B_{t-1}] + u_t \\ \text{ただし、} u_t &= (1-\pi)(1-\delta)(\sigma_t - \nu_t) + \xi_t - (1+r)\xi_{t-1} \end{aligned} \quad (\text{7-38})$$

を得ることができる。同様に、(7-39)式も導出できる。

データ・ソース

変数名	出所	作成方法
消費 c_t	経済企画庁 『国民経済計算』	非耐久消費財最終消費支出 + 半耐久消費財最終消費支出 + サービス財消費支出
政府支出 g_t	経済企画庁 『国民経済計算』	政府最終消費支出 + 公的固定資本形成
労働所得（税引き前） w_t	経済企画庁 『国民経済計算』	雇用者所得
可処分所得 yd_t	経済企画庁 『国民経済計算』	家計（個人企業含む）可処分所得
公債残高（期末） B_t	日本銀行 『金融資産負債残高表』	〔グロス〕 政府短期証券 + 中・長期証券 + 地方債 （合計〔負債〕） 〔ネット〕 公共部門（中央政府・公団・地方公共団体）の純金融債務残高 （公共部門負債調達計 - 公共部門資産運用計）
家計の非人的資産残高 A_t	日本銀行 『金融資産負債残高表』	個人部門金融純資産残高 （個人部門資産運用計〔株式は市場価格表示〕 - 借入金 - 企業間信用受信超）
	日本銀行 『金融資産負債残高表』	上記 B_t の値
	経済企画庁 『国民経済計算』	住宅ストック （1970 年末の住宅ストックをベンチマークとして、年々の住宅純投資額を積み上げる perpetual inventory 法により作成）

（注 1）以上の変数を「消費デフレータ」で実質化し、さらに「15 才以上人口」で除した一人当たり実質値を推計に用いる。

「消費デフレータ」：経済企画庁『国民経済計算』より、非耐久消費財最終消費支出、半耐久消費財最終消費支出、サービス財消費支出の名目値と実質値の各総和を求め、名目値を実質値で除して求めた。

「15 才以上人口」：総務庁『労働力調査』

（注 2）季節調整値は、X-12-ARIMA（ベータ・バージョン）により、異常値調整と閏年調整を適宜実施したものを利用。

（注 3）『金融資産負債残高表』では、社会保障基金の金融資産のうち、資金運用部預託金は中央政府の金融資産として計上されている。しかし、資金運用部預託金を除く金融資産（信託や生命保険等、94 年末で全金融資産の 4 割弱を占める）は、個人の金融資産として計上されている。

（注 4）本来は、家計の消費 c_t と非人的資産 A_t に、それぞれ、耐久財ストックから帰属サービスと耐久財ストック残高を含めるべきであるが、データ制約の関係から省略した（「国民経済計算」には前者のデータはなく、また後者については年次データしか存在しない）。

第8章 おわりに

最終章では、経済学者にとっての季節調整と統計機関にとっての季節調整の違いを念頭に、本論文を総括するとともに、統計機関にとっての季節調整はどうあるべきかについて論じる。

8.1. 季節調整の限界と現実的な妥協点

第6、7章でみたように、季節調整は原系列に内包された情報を歪めたり損なったりする可能性があるなど種々の問題点があるため、学者の中には、季調済系列が原系列に比べ利用価値があるとの見方に対して、強い疑問を呈する向きも見られる。例えば、Harvey[1989, P309] は次のように述べている。

While adjusted series may be marginally easier for the casual user to interpret, it has to be recognised that original series has been distorted in what is often a rather arbitrary way. ... (中略) ... Certainly the idea that a seasonally adjusted series should be published instead of the original series is open to very serious criticism.

経済諸変数間の相互関係を厳密に分析することを目的とする経済学者にとってみれば、季節調整が有害無益な場合があることは確かに事実であろう。

しかし、統計機関のサイドからは、こうした学者の見方に対して次のような反論が可能であろう。すなわち、統計機関にとっての季節調整の目的は、あくまで市場関係者などcasual userに対する情報提供サービスであり、また、そうしたユーザーにとっての季調済系列の利用目的は、単一時系列の変動においてその基調部分の方向性や転換点を探りあてることであり、また経済諸変数間の相互関係についても、大雑把なイメージを掴むことが目的であり、背後にある経済理論を厳密にチェックすることまでも要求しない場合が多いということである。また、第6章で指摘した問題点は、季節調整がどのような情報のロスや歪みをもたらし得るかについて、理論的には重要な論点を提供しているが、統計機関としてこれらの問題に正面から取り組んでいくことがどうしても必要なのか、または現実的にみて対応が可能なのかという点については、かなり疑問があると言わざるを得ないことも事実である。

まず第1に、第6章の諸点が理論的には問題であったとしても、実際の経済時系列にどの程度深刻な影響を及ぼすものなのかについて、必ずしも十分な評価がなされていない。例えば、そもそも各国の中央銀行が、每期每期（あるいは毎月毎月）の季調済

みマネーサプライに対応して金利を動かすというような政策反応を行っていないとすると、Policy Seasonal に関して指摘されている諸問題は現実にはさほど深刻なものではないかもしれない。同様に、“production smoothing”のように企業の動学的最適化の問題についても、動学的最適化の理論そのものが現実に当てはまらないならば、季節調整上の問題はほとんど無いかもしれない¹。

第2に、多変量季節調整が理論的には理想的な調整法であるとしても、実務上は困難であり、むしろ却って不適切な季調済系列を作り出してしまう危険性もある。すなわち、多変量季節調整においては、具体的にどの時系列をモデルに組み込むかに関する客観的な判断が難しく²、そこに統計作成者の恣意が入り込む余地がかなりある。例えば、マネーサプライの季節調整を行うに際して、実体経済変数、物価、金利等いくつかの変数をモデルに取り入れるか、また、「物価」と言ってもWPI、CPI等具体的にどの指標を採用すべきか等について、客観的に判断することは困難である。言い換えれば、動学的な相互作用も含め時系列間の相互関係を適切なモデルとしてidentifyできるほど、我々は先験的な情報を有していない場合が多く、モデルの定式化が適切でない場合には、得られる季調済系列に却って歪みを与えてしまう恐れがある。

第3に、Policy Seasonal や企業等の動学的最適化に関連した季節調整の問題点は、つまるところ季節変動はどう定義されるべきかという「哲学」に帰着するとも言える。すなわち、こうした問題を指摘する学者には、季節変動は経済理論的にみて意味のある形で定義されるべきだ、という「哲学」があると理解することができ、統計学的にみて特定の周期に対応しているかどうかという観点は二の次にされている。これに対し、通常季節調整法では、季節変動が生じる理由は何でもよく、要は統計学的にみて一年という特定の周期に対応する変動が季節変動であるとの考え方を基本としている。簡単に言えば、通常季節調整法は言わば「(経済)理論なき計測」であるので、経済理論を重視する立場からは好まれない場合がある、ということである。これは、ちょうどマクロ構造モデルと時系列モデルの論争のような、先験的には決着のつけようがない対立であり、結局のところ望ましい季節調整法は、すぐれて実践的に模索し

¹ 因に、Blinder[1986]は、動学的最適化の理論から示されるような生産量の変動を抑制する傾向 (production smoothing) は、米国経済においては見られないとしている。

² 理論的には、変数やラグ次数の選択 (モデルの選択) は、AICにより可能ではある。しかし、多数の時系列を迅速に季節調整しそれらを対外公表しなければならない統計作成機関にとって、無数のモデル候補の中から、一つのモデルを選び出すことは実務上困難と言える (多変量季節調整の場合、作成者が異なれば季調済系列も異なるというケースが十分発生し得る)。

て行かなければならないと言えよう。

こうした点を考慮すれば、第5章までで説明してきた季節調整法は、統計機関の目的からすれば許容範囲内のものであると考えてよいし、統計機関による季調済系列の公表は、情報提供サービスの一環として十分存在意義のあるものといえよう。要は、経済学者、統計機関、ユーザーのそれぞれが、それぞれの分析目的に照らし合わせて、原系列と季調済系列を使い分けていけばよいということになる。すなわち、単一時系列の変動のうち基調部分の方向性や転換点を探り当てることが目的であれば、季調済系列を利用すべきであろうし、一方、第7章で示したように経済諸変数間の相互関係を経済理論との整合性の観点から実証することが目的であれば、季調済系列ではなく原系列を利用すべきということになる。

8.2. 季節調整に関する統計慣行上の問題点

前節でも述べたように、統計機関にとっての季節調整は、ユーザー（広く言えば国民）に対する情報提供サービスといえる。統計機関においては、時代時代に見合ったサービス内容の提供に努めていくことが強く望まれるところである。例えば、内外ネットワーク化の進展に伴い、季調済系列等公表データのオンラインサービスが一部機関で実施され始めているが、その進展度合は、ネットワークの進展に比べれば、まだまだ十分な内容とは言えず、改善の余地は多いにある。本節では、季節調整に関する統計慣行に関して、情報提供サービスの改善という観点から、統計機関が今後見直しを含め検討を進めていく必要性が高いと考えられる以下の4点（①趨勢循環変動の公表、②季調済系列の分散の公表、③季調替えの頻度、④使用オプションの公表）について説明し、本論文の結びとしたい。

8.2.1. 趨勢循環変動成分の公表

これまでの説明で明らかではあるが、季調済系列は原系列から季節変動のみを除去したもので、原系列に含まれている不規則変動までも除去したものではない。このため、季調済系列の前月（期）比にはかなりの振れがみられる場合があり、これを用いて景気判断を行う場合には、不規則変動による一時的な振れを景気の実勢（趨勢循環変動）の変化として取り違えることのないように留意する必要がある。季節調整を文字通り解釈すれば、原系列から季節変動成分（と曜日変動成分）を抽出することであ

り、不規則変動成分までも除去することではない。しかし、季節調整の目的が景気判断にとって不要な情報を取り除き、経済時系列の動きを読み易くすることにあるとの前提にたてば、不規則変動成分も季節変動成分同様不要と判断されるような場合には、季節調整の過程で推計された趨勢循環変動成分を直接景気判断に利用することも許容されよう。

図表8-1は、鉱工業生産指数の季調済系列と趨勢循環変動の前月比を比較したものであるが、後者は最近の景気循環局面をきれいに捉えていることがわかる。

また、季節調整法の種類を問わず、実際に推計された不規則変動の動きは、文字通り不規則とはなっておらず、負の系列相関がある場合が多い（木村[1996a]参照）。負の系列相関とは、今月（期）の不規則変動の値が正であれば来月（期）の不規則変動は負になり易いことを意味している。推計された不規則変動にこうした性質がある以上、季調済系列（の伸び率）は上下にギクシャクし易くなることに留意する必要がある。こうした場合には、なおさら趨勢循環変動の動きについて注視しておくことが重要といえる。

なお、ここでの主張は、趨勢循環変動成分が季調済系列よりも景気判断指標として常に有益であることを直ちに意味するものではない。なぜなら、不規則変動成分の中には、政策当局の政策実施に対する民間セクターの反応が含まれていたり（Bundesbank[1987]）、突発的に起きた不規則な変動が、過去2回の石油ショックにみるように、次期以降の趨勢循環変動成分に影響を与えることもありうるからである。要は、分析ニーズに応じて、季調済系列と趨勢循環変動成分を使い分けていくこと（ないし併用していくこと）が重要といえよう。ちなみに、ドイツ連邦統計局やニュージーランド統計庁では、原系列と季調済系列に加え、趨勢循環変動成分も併せて公表している（Archibald[1995]参照）。

8.2.2. 季調済系列の分散の利用・公表

X-12-ARIMAの利用により、季調済系列の安定性が改善することが期待されるが、それでもなおある程度の不安定性が残ると考えておくべきであろう。すなわち、季調済系列は所詮統計的な推定値である以上、推定誤差は必ず存在する。そこで、季調済系列の対外公表にあたっては、その分散等も併せて公表し、後日どの程度の改定がありうるかを予め示しておく方が、むしろユーザーの信頼を得られるとの考え方もある。

(Pierce[1983]参照)³。こうした考えは、統計学的な観点からはごく自然な発想であり、通常の回帰分析において、推計したパラメータに関して、標準偏差もしくは t 値を併記することが当然であることと同様である。

なお、季調済系列の分散ないし標準偏差については、その定義および計算方法について定まったものがあるわけではないが、ここでは、5.3.4.の安定性の分析で用いた季調済系列前月比の改訂幅 $A_{\%} - A_{\%}$ をもとに簡単な計算を行ってみる。

$A_{\%}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列の前月比

$A_{\%T}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t, \dots, Y_T\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列 ($t \leq T$) の前月比

図表8-2は、5年分 ($t_0=1990$ 年4月、 $T=1995$ 年3月) の $A_{\%} - A_{\%T}$ のヒストグラムである。このグラフは、今後5年間に於いて、データが1個ずつ新たに追加されるたびに、季調済系列の前月比が何%変化するかを表わした度数分布とも解釈でき、例えば、X-12-ARIMAの場合、60ヶ月中16時点において季調済系列前月比が $-0.2\% \sim +0.2\%$ の範囲内で改訂されることを表わしている。このようなサンプルから得られた分布が仮に正規分布であるとする⁴、平均および標準偏差を算出することによって、季調済系列の改訂度合について定量的な評価を行うことができる。X-12-ARIMAによる $A_{\%} - A_{\%T}$ の平均と標準偏差はそれぞれ、 -0.06 と 0.56 である。したがって、今後5年間うち、季調済系列の前月比は、約70%に相当する41時点において、 -0.06 ± 0.56 の範囲内 ($-0.62\% \sim +0.50\%$) で改訂されることになる。一方、X-11による $A_{\%} - A_{\%T}$ の平均と標準偏差は、それぞれ -0.03 、 1.12 と分布の裾が重く、X-12-ARIMAに比べて改訂幅が大きな値をとる場合が多いことがわかる。

8.2.3. 季調替えの頻度について

³ Pierce[1980-b]は、signal extraction と X-11 に関して、データ追加による季調済系列の改訂幅がどのような確率分布に従うか理論的な検討を行っている。Kramer and Bell[1995]やScott and Pfeiffermann[1995]らは、X-11 による季調済系列の分散の推計方法に関して研究を行っている。

⁴ X-12-ARIMA から得られた改訂幅 $A_{\%} - A_{\%T}$ の分布が正規分布であるという帰無仮説を、標本の歪度と尖度を用いて検定してみると、 χ^2 統計量は 0.90 と、5%有意点 5.99 を大きく下回り、正規性の仮説は棄却できない。一方、X-11 による χ^2 統計量は 6.64 であり、正規性は棄却できる。

わが国で公表されている経済統計の季調済系列は、毎月・毎四半期、直近までのデータを用いて移動平均を行って推計されているのではない。最新年の季調済系列は、昨年までの原系列に対して移動平均を行って推計した季節変動成分から「（最新年の）予測季節変動成分」を算出し、その予測季節変動成分を直近の原系列から除去することによって算出したものである。そして、当該年終了後に初めて、当該年までの原系列をフルに用いて移動平均を行って推計した季調済系列に改定される（これを季調替え⁵⁾と呼ぶ）。したがって、最新年の季調済系列の安定性は、昨年までの情報を用いて算出した「予測季節変動成分」の信頼性に大きく依存している。

X-12-ARIMA による予測季節変動成分は、季節変動パターンの可変性を適切に考慮しているため、X-11 や MITI 法による予測季節変動成分より信頼性が高いことを、5.3.6. で述べた。

しかし、年一回の季調替えに伴う季調済系列の不安定性の問題を抜本的に解決し、より適切で信頼のおける季節調整を行うためには、季調替えを毎月行う（concurrent seasonal adjustment）方が望ましい（Pierce and McKenzie[1987]参照）。とくに景気判断が微妙な時には年1回の季調替えでは不十分であろう。ちなみに、米国商務省センサス局では、公表統計の季節調整については、原則としてconcurrent seasonal adjustmentを採用している。なお、concurrent seasonal adjustmentを行なうと、毎月季調済系列が遡及改定されるため、そのこと自体がユーザーの使い勝手の観点からは好ましくないという見方もある。しかし、年一回の季調替えは、過去のコンピュータ処理能力のもとでは、毎月データを追加して再計算することが大変な作業になるという公表サイドのニーズからもともと生まれたものである。現在のコンピュータ処理能力においては、そうした物理的・時間的な制約を受けずにconcurrent seasonal adjustmentを適用することは十分可能と考えられる。また、ネットワーク化の進展に伴い、データ公表のオンライン化が進めば、毎月データが遡及改定されても、ユーザーが不便さを感じることはあまりないと思われる。

8.2.4. 使用オプションの公表

第5章でみたように、X-12-ARIMA は、X-11 に比べ安定的で歪みの少ない季調済系列

⁵⁾ 季調替えの時期は、MITI 法による鉱工業指数が3月に実施されることを除くと、X-11 による他の経済統計の季調替えは12月に実施されることが多い。

を推計できる。X-12-ARIMA によって、より良い季節調整を行うためには、より適切な REGARIMA のモデリングが必要で、統計機関は季節調整の信頼性を高めるに、利用した REGARIMA のモデルの形態について、曜日調整や異常値調整の有無も含め公表していく必要がある。また、X-11 や X-12-ARIMA のセンサス局法はそもそも移動平均項数の選択等に関して多くのオプションがあり、こういったオプションを使用したのかを明確にしておくことも重要である。

使用オプションの公表に関しては、統計審議会経済指標部会（1979 年 9 月）が早くから指摘しており、季節調整法適用の原則として、「センサス局法の使用に当たって、各種オプションのうち、標準型以外の機能を選択する場合には、原則としてオプション名と選択した機能の一覧表を作成するとともに、結果報告書等にそれを明記する」ように官庁等の統計機関に求めていた。しかし、現在のところ、使用オプション等の公表を行っている機関は、わが国では日本銀行⁶を除くとみられないのが実情である。

以 上

⁶ 日本銀行は、1996 年 10 月に季節調整法を X-11 から X-12-ARIMA に変更した際、使用オプションを公表した。

参考文献

- 石黒真木夫、「ベイズ型季節調整モデル」、『数理科学』、No.213、March 1981
- 井堀利宏、『日本の財政赤字構造－中長期の実証・規範分析－』、東洋経済新報社、1986年
- 井堀利宏、「公債の負担と財政政策」、『日本経済と財政政策－マクロ経済と財政赤字の分析－（第4章）』、薮下史郎・浅子和美編著、東洋経済新報社、1987年
- 小川一夫・竹中平蔵他、「最近の日本における貯蓄・消費パターンについて－新消費・所得データ系列による実証分析」、『ファイナンシャル・レビュー』、1986a年
- 小川一夫・竹中平蔵他、「消費・貯蓄行動の日米比較」、『ファイナンシャル・レビュー』、1986b年
- 翁邦雄、「Granger の因果関係を用いた実証分析の再検討」、『金融研究』、第4巻第4号、日本銀行金融研究所、1985年
- 北川源四郎、「時系列の分解－プログラム D E C O M P の紹介」、『統計数理』、Vol.34、No.2、1986年
- 北川源四郎、「非ガウス型時系列モデリング」、『オペレーションズ・リサーチ』、1989年10月号
- 北川源四郎、『時系列解析プログラミング』、岩波コンピュータサイエンス、1993年
- 木村武、「季節調整の方法とその評価について」、『金融研究』、第14巻第4号、日本銀行金融研究所、1995年
- 木村武、「季節調整について」、*IMES Discussion Paper*、96-J-2、1996a年
- 木村武、「最新移動平均型季節調整法 X-12-ARIMA について」『金融研究』、第15巻第2号、日本銀行金融研究所、1996b年
- 木村武、「季節調整法の評価に関する実証分析」、『日本統計学会誌』、第26巻第3号、1996c年
- 木村武、「消費の季節性と中立命題」、『日本統計学会誌』、*forthcoming*、1997a年
- 木村武、「季節調整に関する実務的諸問題」、『統計数理』、*forthcoming*、1997b年
- 黒川恒雄、「経済時系列の分析とその季節変動の調整」、『統計』、日本統計協会、1979年
- 清水誠、「季節調整法センサス局法 II、X-11-ARIMA の適用」、『統計局研究彙報』、第47号、総務庁、1988年12月
- 田原昭四、『景気変動と日本経済』、東洋経済新報社、1983年
- 日本銀行調査統計局、「季節調整法改善の検討状況について～X-11-ARIMA 法の有効性の検証を中心に～」、調統局統計企画係（事務参考資料）、1981年
- 日本銀行調査統計局、「米国商務省センサス局法 II、X-11 プログラムの選択的計算手順（オプション）の見方、使い方」、1985年

- 日本銀行、「季節調整法について」、『日本銀行月報』、1996年5月号
- 伴金美、『マクロ計量モデル分析－モデル分析の有効性と評価－』、有斐閣、1991年
- 本間正明、「財政赤字の経済分析－中立命題の再検証－」、『公共債をめぐる諸問題(第1章)』、金融調査研究会報告書(17)、1996年
- 本間正明・跡田直澄他、「財政赤字と家計消費」、『ファイナンシャル・レビュー』、1986年
- 本間正明・武藤恭彦他、「公債の中立命題：理論とその実証分析」、『経済分析』、Vol.106、1987年
- マイケル・パーキン、「日本経済とケインジアン、古典派の景気変動論」、『金融研究』、第3巻第2号、日本銀行金融研究所、1984年
- 溝口敏行・刈屋武昭、『経済時系列入門』、日本経済新聞社、1992年
- Akaike,H., "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modeling", *Journal of Time Series Analysis*, Vol.1, No.1, 1980
- Akaike,H., "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.2, 1984
- Akaike,H. and M.Ishiguro, "Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedure of Seasonal Adjustment", to be presented at the ASA-CENSUS-NBER Conference on Applied Time Series Analysis of Economic Data, Washington, D.C., October 1981
- Anderson,R.G., "Seasonal Analysis of Economic Time Series Subject to Both Known and Unknown Shifts in Data Generating Process : The Case of the St.Louis Monetary Base", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington,D.C., U.S.Bureau of the Census, March 1995
- Ansley,C.F. and W.E.Wecker, "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.2, 1984
- Archibald,J., "Experiences of Statistics New Zealand in Trend and Seasonal Adjustment", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Aschauer,D.A., "Fiscal Policy and Aggregate Demand", *American Economic Review*, Vol.75, 1985
- Aschauer,D.A., "The Equilibrium Approach to Fiscal Policy", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.20, 1988
- Attanasio,O.P., "The Intertemporal Allocation of Consumption : Theory and Evidence", *NBER Working Paper*, No.4811, 1994
- Bank of England, "Report of the Seasonal Adjustment Working Party", October 1992
- Barro,R.J., "Are Government bonds Net Wealth ?", *Journal of political Economy*, Vol.82, 1974
- Barro,R.J., "The Ricardian Approach to Budget Deficits", *Journal of Economic Perspectives*, Vol.3, 1989

- Barro,R.J., *Macroeconomics (4th ed.)*, John Wiley & Sons, 1993
- Barsky,R.B. and J.A.Miron, "The Seasonal Cycle and Business Cycle", *Journal of Political Economy*, Vol.97, No.3, 1989
- Bartelsman,E.J. and W.P.Cleveland, "Joint Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *Finance and Economics Discussion Series*, Federal Reserve Board, 93-28, 1993
- Battipaglia,P. and D.Focarelli, "A Comparison of Indicators Evaluating X-11-ARIMA Seasonal Adjustments", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Bell,W.R., "On Some Properties of X-11 Symmetric Linear Filters", U.S. Bureau of the Census, mimeo, 1992
- Bell,W.R. and S.C.Hillmer, "Issues involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.2, 1984
- Bernheim,B.D., "Ricardian Equivalence : An Evaluation of Theory and Evidence", in *Macroeconomics annual 1987*. Ed.: S. Fisher. National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA: MIT Press, 1987
- Blinder,A., "Can the Production Smoothing Model of Inventory Behavior be Saved ?", *Quarterly Journal of Economics*, Vol.101, 1986
- Bruce,A.G. and S.R.Jurke, "Empirical Comparison of Two Methods for Non-Gaussian Seasonal Adjustment", Institute of Statistics and Operations Research, Victoria University, May 1992
- Bundesbank, "Seasonal Adjustment as a Tool for Analysing Economic Activity", *Monthly Report of the Deutsche Bundesbank*, October 1987
- Bureau of the Census, "REGARIMA Reference Manual (Version 1.0)", March 10, 1995-a
- Bureau of the Census, "X12-ARIMA Reference Manual (Pre-release Version 0.2)", March 20, 1995-b
- Burman,J.P., "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 143, 1980
- Burman,J.P., *Prophet - User Instructions Software description*, Applied Statistics Research Unit, University of Kent at Canterbury, 1995
- Burman,J.P., "Automatic Selection of Seasonal ARIMA Models", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, U.S.Bureau of the Census, March 1995
- Burridge,P. and K.F.Wallis, "Unobserved-components Models for Seasonal Adjustment Filters", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.2, 1984
- Burridge,P. and K.F.Wallis, "Seasonal Adjustment and Kalman Filtering : Extension to Periodic Variances", *Journal of Forecasting*, Vol.9, 1990
- Campbell,J.Y. and N.G.Mankiw, "Permanent Income, Current Income, and Consumption", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.8, 1990
- Canova,F. and E.Ghysels, "Changes in Seasonal Patterns - Are They Cyclical ?", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.18, 1994

- Chang, I., G.C.Tiao, and C.Chen, "Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers", *Technometrica*, 30, 1988
- Chen, B. and D.F.Findley, "The Trading Day and Easter Effect Models of X12-ARIMA", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Cleveland, W.S. and S.J.Devlin, "Calendar Effects in Monthly Time Series : Detection by Spectrum Analysis and Graphical Methods", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.75, No.371, September 1980
- Cleveland, W.P. and G.C.Tiao, "Decomposition of Seasonal Time Series : A Model for the Census X-11 Program", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.71, 1976
- Courchesne, C., A.de Fontenay, and J.Pourier, "An Empirical Study of Seasonality in Econometric Modeling", in *Time Series Analysis*, ed.by O.D.Anderson & M.R.Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Dagum, E.B., "The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", *Statistics Canada Catalogue*, No.12-564E, September. 1979
- Dagum, E.B., "Diagnostic Checks for the ARIMA Models of the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", in *Time Series Analysis*, ed.by O.D.Anderson & M.R.Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Dagum, E.B., G.Hout and M.Morry, "Seasonal Adjustment in the Eighties : Some Problems and Solutions", *The Canadian Journal of Statistics*, Vol.16, Supplement, 1988
- Dagum, E.B. and B.Quenneville, "Dynamic Linear Models for Time Series Components", *Journal of Econometrics*, Vol.53, 1993
- Dagum, E.B., B.Quenneville and B.Sutradhar, "Trading-day Variations Multiple Regression Models with Random Parameters", *International Statistical Review*, Vol.60, No.1, 1992
- Davidson, R. and J.G.MacKinnon, "Several Tests for Model Specification in the Presence of Alternative Hypothesis", *Econometrica*, Vol.49, 1981
- den Butter, F.A.G. and M.M.G.Fase, *Seasonal Adjustment as a Practical Problem*, North-Holland, 1991
- den Butter, F.A.G. and T.J.Mourik, "Seasonal Adjustment Using Structural Time Series Model: An Application and a Comparison with the Census X-11 Method", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.8, No.4, 1990
- Engle, R.F., "Estimating Structural Models of Seasonality", in *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, Proceedings of the Conference on the Seasonal Analysis of Economic Time Series, Washington DC, Sept. 1976 (Zellner ed.), US Department of Commerce
- English, W.B., J.A.Miron and D.W.Wilcox, "Seasonal Fluctuations and the Life Cycle-Permanent Income Model of Consumption: A Correction", *Journal of Political Economy*, Vol.97, 1989
- Ericsson, N.R., D.F.Hendry and H.A.Tran, "Cointegration, Seasonality, Encompassing, And The Demand for Money in the United Kingdom", mimeo, 1992
- Farley, D.E. and Y.C.O'Brien, "Seasonal Adjustment of the Money Stock in the United States", *Journal of Official Statistics*, Vol.3, No.3, 1987

- Feige, E.L. and D.K. Pearce, "The Casual Causal Relationship between Money and Income : Some Caveats for Time Series Analysis", *Review of Economics and Statistics*, Vol.61, 1979
- Ferson, W.E. and C.R. Harvey, "Seasonality and Consumption-Based Asset Pricing", *Journal of Finance*, Vol.47, 1992
- Findley, D.F., "Comments on 'Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedure of Seasonal Adjustment' by H. Akaike and M. Ishiguro", to be presented at the ASA-CENSUS-NBER Conference on Applied Time Series Analysis of Economic Data, Washington, D.C., October 1981
- Findley, D.F., W.R. Bell, B. Chen, C. Monsell, and M.C. Otto., "The X-12-ARIMA Program", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census
- Findley, D.F. and B.C. Monsell, "REG-ARIMA Based Preprocessing for Seasonal Adjustment", Proceedings of the Statistics Canada Symposium on Analysis of Data in Time, October 1989
- Findley, D.F., B.C. Monsell, H.B. Shulman, and M.G. Pugh, "Sliding-Spans Diagnostics for Seasonal and Related Adjustments", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.85, No.410, June 1990
- Fukuda, K., "The Most Important Seasonal Adjustment Problem in Japanese Economic Time Series", Proceedings of the International Workshop on Seasonal Adjustment Methods and Diagnostics, U.S. Bureau of the Census, June 1992
- Gersch, W. and G. Kitagawa, "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonalities", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol.1, No.3, July 1983
- Gersch, W. and G. Kitagawa, "Smoothness Priors in Time Series", in *Bayesian Analysis of Time Series and Dynamic Model*, ed. by J.C. Spall, Marcel Dekker Inc., 1988
- Gersovitz, M. and J.M. MacKinnon, "Seasonality in Regression : An Application of Smoothness Priors", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.73, No.362, June 1978
- Ghysels, E., "Seasonal Extraction in the Presence of Feedback", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.5, No.2, 1987
- Ghysels, E., "A Study Towards A Dynamic Theory of Seasonality for Economic Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.83, 1988
- Ghysels, E., "On the Economics and Econometrics of Seasonality", in *Advances in Econometrics Sixth World Congress*, ed. by C.A. Sims, Cambridge University Press, 1994
- Godfrey, M.D. and H. Karreman, "A Spectrum Analysis of Seasonal Adjustment", in *Essays in Mathematical Economics in Honor of Oscar Morgenstern*, ed. by M. Shubik, Princeton University Press, 1967
- Granger, C.W.J., "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.2, 1984
- Granger, C.W.J. and P. Newbold, *Forecasting Economic Time Series (2nd ed.)*, Academic Press, 1986
- Greene, W.H., *Econometric Analysis (2nd ed.)*, Macmillan Publishing Company, 1993
- Grether, D.M. and M. Nerlove, "Some Properties of Optimal Seasonal Adjustment", *Econometrica*,

- Hall, A., "Some Aspects of Generalized Method of Moments Estimation", in *Hand book of Statistics*, Vol.11, Ed.: G.S. Maddala, C.R.Rao and H.D.Vinod, Elsevier Science Publishers, 1993
- Hamilton, J.D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994
- Hamilton, J.D. and M. A.Flavin, "On the limitations of Government Borrowing : A Framework for Empirical Testing", *American Economic Review*, Vo.76, 19??
- Hansen, L.P., "Large Sample Properties of Generalized Method of Moment Estimators", *Econometrica*, Vol.50, 1982
- Hansen, L.P. and K. J.Singleton, "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models", *Econometrica*, Vol.50, 1982
- Harvey, A.C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, 1989
- Harvey, A.C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, 1989
- Harvey, A.C., *Time Series Models*, Harvester Wheatsheaf, 1993
- Harvey, A.C. and P.H.J.Todd, "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models : A Case Study", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.1, 1983
- Haug, A.A., "Ricardian Equivalence, Rational Expectations, and the Permanent Income Hypothesis", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.22, 1990
- Hayashi, F., "The Permanent Income Hypothesis : Estimation and Testing by Instrumental Variables", *Journal of Political Economy*, Vol.90, 1982
- Hayford, M., "Liquidity Constraints and the Ricardian Equivalence Theorem", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.21, 1989
- Hillmer, S.C. and G.C.Tiao, "An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.77, No.377, March 1982
- Himarios, D., "Euler Equation Tests of Ricardian Equivalence", *Economic Letters*, Vol.48, 1995
- Hout, G., "The Effect of Outliers on ARIMA Models for the X-11-ARIMA", in *Time Series Analysis*, ed.by O.D.Anderson & M.R.Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Hylleberg, S., *Seasonality in Regression*, Academic Press, 1986
- Hylleberg, S., *Modeling Seasonality*, Oxford University Press, 1992
- Ishiguro, M., "System Analysis and Seasonal Adjustment through Model Fitting", Proceedings of the First US/Japan Conference on the Frontiers of Statistical Modeling : An Informational Approach, 1994
- Ishiguro, M. and H.Akaike, "A Bayesian Approach to the Trading-Day Adjustment of Monthly Data" in *Time Series Analysis* (O.D.Anderson & M.R.Perryman, ed.) North-Holland Publishing Company, 1981

- Ishiguro,M.,H.Kato and S.Naniwa, "VSA/VAR MODEL, vector seasonal adjustment / vector autoregressive model", paper presented at U.S./Japan Seminar on Statistical Time Series Analysis (Jan.25-29, 1993)
- Kato,H. and M.Ishiguro, "A Multivariate Stochastic Model with Common Factor for Estimating Mutual Relationships", mimeo, Institute of Statistical Mathematics, 1994
- Kato,H., S.Naniwa and M.Ishiguro, "A Multivariate Stochastic Model with Non-Stationary Trend Component", *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, Vol.11, 1995
- Kitagawa,G., "Non-Gaussian State Space Modeling of Nonstationary Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.82, No.400, December 1987
- Kitagawa,G., "Non-Gaussian Seasonal Adjustment", *Computers Math. Applic.*, Vol.18, No.6/7, 1989
- Kitagawa,G., "A Monte Carlo Filtering and Smoothing Method for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models", *Research Memorandum*, No.462, The Institute of Statistical Mathematics, 1993
- Kitagawa,G., "The Two-Filter-Formula for Smoothing and an Implementation of the Gaussian-Sum Smoother", *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol.46, No.4, 1994
- Kitagawa,G. and W.Gersch, "A Smoothness Priors - State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.79, No.386, June 1984
- Kitagawa,G. and Y.Nagahara, "Monte Carlo Smoothing Method for Seasonal Adjustment", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Kramer,M. and W.R.Bell, "Variances of X-11 Seasonal Adjustments that Account for Sampling Error and Forecast Extension", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Krueger,R., "Seasonal Adjustment of Irregular Time Series : U.S. Merchandise Trade", in *Time Series Analysis*, ed.by O.D.Anderson & M.R.Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Kuiper,J., "The treatment of Extreme Values in the X-11-ARIMA Program", in *Time Series Analysis*, ed.by O.D.Anderson & M.R.Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Leiderman,L. and A.Razin, "Testing Ricardian Neutrality with an Intertemporal Stochastic Mode", *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.20, 1988
- Lovell,M.C., "Seasonal Adjustment of Economic Time Series and Multiple Regression Analysis", *Journal of the American Statistical Association*, Dec. 1963
- Maddala,G.S., *Introduction to Econometrics (2nd.ed.)*, Macmillan Publishing Company, 1992
- Maravall,A., "On Structural Time Series Models and the Characterization of Components", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.3, 1985
- Maravall,A. and V.Gomez, "The TRAMO/SEATS Model-Based Seasonal Adjustment Program", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S.Bureau of the Census
- Maravall,A., and D.A.Pierce, "A Prototype Seasonal Adjustment Model", *Journal of Time Series Analysis*, Vol.8, 1987

- McIntire, R.J., "Seasonal Adjustment of Weekly Data and the Treatment of Holidays", International Workshop on Seasonal Adjustment Methods and Diagnostics, U.S. Bureau of the Census, June 1992
- McKenzie, S. and J. Stith, "A Preliminary Comparison of Several Seasonal Adjustment Techniques", in *Time Series Analysis*, ed. by O.D. Anderson & M.R. Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- Mills, T.C., *Time Series Techniques for Economists*, Cambridge University Press, 1990
- Miron, J.A., "The Economics of Seasonal Cycles", in *Advances in Econometrics Sixth World Congress*, ed. by C.A. Sims, Cambridge University Press, 1994
- Miron, J.A., "Seasonal Fluctuations and the Life Cycle-Permanent Income Model of Consumption", *Journal of Political Economy*, Vol.94, 1986
- Miron, J.A., "What Have Macroeconomists Learned about Business Cycles from the Study of Seasonal Cycles", *NBER Working Paper*, No.5258, 1995
- Morby, M. and P.A. Cholette, "Estimation of Moving Trading Day Variations with Application to the Canadian Retail Trade Series", proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census
- Nerlove, M., "Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures", *Econometrica*, Vol.32, No.3, 1964
- Okaki, M., "Generalized Method of Moments : Econometric Applications", in *Hand book of Statistics*, 11. Ed.: G.S. Maddala, C.R. Rao and H.D. Vinod, Elsevier Science Publishers, 1993
- Okaki, T. and P.J. Thomson, "Seasonal Adjustment through Dynamical Systems", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census
- Osborn, D.R., "Seasonality and Habit Persistence in a Life Cycle Model of Consumption", *Journal of Applied Econometrics*, Vol.3, 1988
- Pierce, D.A., "A Survey of Recent Developments in Seasonal Adjustment", *The American Statistician*, Vol.34, 1980-a
- Pierce, D.A., "Data Revisions with Moving Average Seasonal Adjustment Procedures", *Journal of Econometrics*, Vol.14, 1980-b
- Pierce, D.A., "Seasonal Adjustment of the Monetary Aggregates : Summary of the Federal Reserve's Committee Report", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.1, No.1, 1983
- Pierce, D.A. and S.K. McKenzie, "On Concurrent Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.82, No.399, September 1987
- Porter, R.D., "Multiple Time Series Containing Unobserved Components", *Special Studies Paper*, Federal Reserve Board, No.65, 1974
- Runkle, D.E., "Liquidity Constraints and the Permanent Income Hypothesis", *Journal of Monetary Economics*, Vol.27, 1991
- Scott, S. and D. Pfeiffermann, "Empirical Evaluation of Variance Estimation for X-11 Seasonally Adjusted Series", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census

- Seater, J.J., "Ricardian Equivalence", *Journal of Economic Literature*, **XXXI**, 1993
- Sims, C.A., "Seasonality in Regression", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.69, 1974
- Stier, W. and B. Schips, "Can SEATS Replace Census ?", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census
- Sutradhar, B.C., E.B. Dagum and B. Solomon, "An exact Test for the Presence of Stable Seasonality with Applications", *Survey Methodology*, Vol.17, No.2, December 1991
- Wallis, K.F., "Seasonal Adjustment and Relation Between Variables", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.69, No.3, March 1974
- Zarb, J., "The SEASABS and SEASAN Knowledge-Based Seasonal Adjustment Systems", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington DC, March 1995, U.S. Bureau of the Census
- Zeldes, S.P., "Consumption and Liquidity Constraints : An Empirical Investigation", *Journal of Political Economy*, Vol.97, 1989

図表

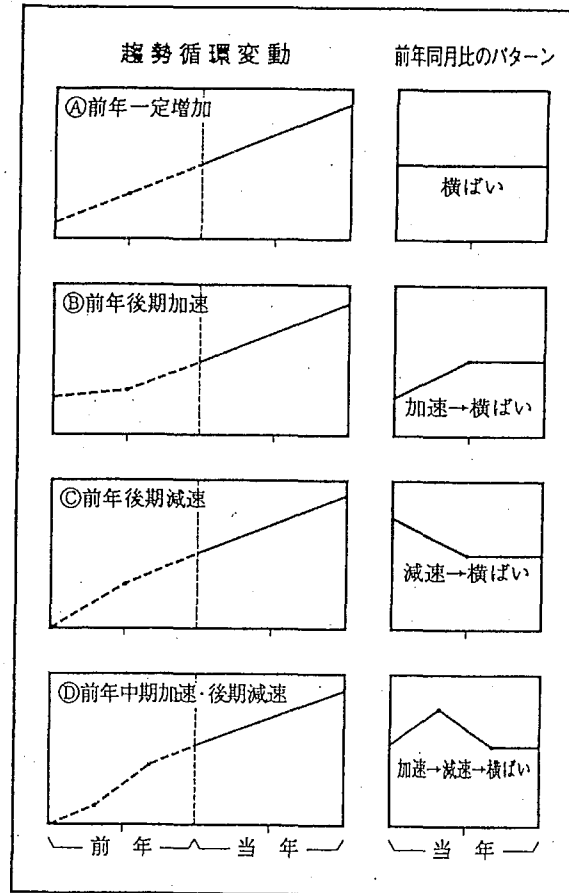
- (図表 2-1) 趨勢循環変動と前年同月比の関係
- (図表 2-2) 趨勢循環変動、前月比、前年同月比の動き
- (図表 2-3) 鉱工業生産指数の推移

- (図表 4-1) 公的固定資本形成の推移
—— 各季節調整法により推計された季調済系列間の比較 ——
- (図表 4-2) 民間最終消費支出のパワースペクトル
—— 原系列と季調済系列のパワースペクトル ——
- (図表 4-3) 公的固定資本形成のパワースペクトル
—— 原系列と季調済系列のパワースペクトル ——
- (図表 4-4) マネーサプライのパワースペクトル
—— 原系列と季調済系列のパワースペクトル ——
- (図表 4-5) 民間最終消費支出内の不規則変動のパワースペクトル
- (図表 4-6) 公的固定資本形成内の不規則変動のパワースペクトル
- (図表 4-7) マネーサプライ内の不規則変動のパワースペクトル
- (図表 4-8) 季節変動のパワースペクトル
- (図表 4-9) $(1-\phi B^s)S_t = v_t$ のパワースペクトル
- (図表 4-10) $X_t = (1-\theta B^s)v_t$ のパワースペクトル
- (図表 4-11) 各季節調整法により推計した不規則変動における Seasonal Dip の有意性
- (図表 4-12) 民間最終消費支出(季調済系列)のMPD
- (図表 4-13) 民間企業設備投資(季調済系列)のMPD
- (図表 4-14) 公的固定資本形成(季調済系列)のMPD
- (図表 4-15) 経常利益(季調済系列)のMPD
- (図表 4-16) 鉱工業生産指数(季調済系列)のMPD
- (図表 4-17) 大口電力使用量(季調済系列)のMPD
- (図表 4-18) 銀行券発行残高(季調済系列)のMPD
- (図表 4-19) マネーサプライ(季調済系列)のMPD

- (図表 5-1) 準備預金残高の最近の推移
- (図表 5-2) ARIMA モデルを用いた準備預金残高の予測
- (図表 5-3) 都内百貨店売上高の最近の推移
- (図表 5-4) ARIMA モデルモデルを用いた都内百貨店売上高の予測
- (図表 5-5) I_t と I_t^w の関係
- (図表 5-6-1) 鉱工業生産指数における不規則変動成分のパワースペクトル
- (図表 5-6-2) 都内百貨店売上高における不規則変動成分のパワースペクトル
- (図表 5-6-3) 建設工事受注高における不規則変動成分のパワースペクトル
- (図表 5-7) X-12-ARIMA の推計フロー
- (図表 5-8) ARIMA・REGARIMA モデルを用いた準備預金残高の予測
- (図表 5-9-1) 準備預金残高の最近の推移
- (図表 5-9-2) 準備預金残高の最近の推移
- (図表 5-10) ARIMA・REGARIMA モデルを用いた都内百貨店売上高の予測
- (図表 5-11-1) 異常値処理のシミュレーション

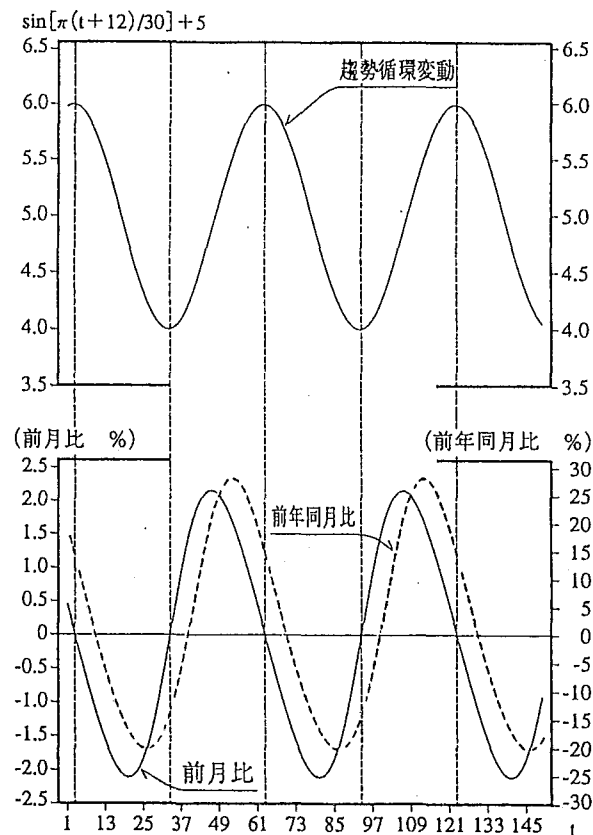
- (図表 5-11-2) X-12-ARIMA と X-11 における異常値の処理結果
 - (図表 5-11-3) 異常値処理のシミュレーション(X-12-ARIMA による処理)
 - (図表 5-11-4) 異常値処理のシミュレーション(X-11 による処理)
 - (図表 5-12) REGARIMA による曜日変動の推計結果
 - (図表 5-13-1) 鉱工業生産指数における季節変動成分と曜日変動成分の推移
 - (図表 5-13-2) 大口電力使用量における季節変動成分と曜日変動成分の推移
 - (図表 5-14) MAPR に基づく安定性の評価
 - (図表 5-15) X-12-ARIMA における曜日調整の有無が MAPR に与える影響
 - (図表 5-16) X-12-ARIMA におけるレベルシフト調整の有無が MAPR に与える影響
 - (図表 5-17) Sliding Span Anlysis の方法
 - (図表 5-18) Sliding Span Anlysis
 - (図表 5-19) MPD に基づく安定性の評価
 - (図表 5-20-1) 鉱工業生産指数における季節変動成分の推移
 - (図表 5-20-2) 大口電力使用量における季節変動成分の推移
 - (図表 5-20-3) M_2+CD (平残)における季節変動成分の推移
 - (図表 5-21) 予測季節変動成分の歪み
 - (図表 5-22-1) 鉱工業生産指数(91 年度推計分)
 - (図表 5-22-2) 鉱工業生産指数(季調替え後)
 - (図表 5-22-3) 鉱工業生産指数(91 年度推計分)
 - (図表 5-22-4) 鉱工業生産指数(季調替え後)
 - (図表 5-23) 鉱工業生産指数(季調済系列前月比の推移)
 - (図表 5-24) 季調済系列前月比の標準偏差
-
- (図表 7-1) 消費関数の推計結果 (GMMによる推計)
—— 変数のトレンド未調整のケース ——
 - (図表 7-2) 消費関数の推計結果 (GMMによる推計)
—— 変数のトレンド除去のケース ——
 - (図表 7-3) 消費と可処分所得の変動パターン
-
- (図表 8-1) 鉱工業生産指数(季調済系列および趨勢循環変動成分の前月比の推移)
 - (図表 8-2) 鉱工業生産指数(季調済系列前月比)の安定性に関するヒストグラム

(図表 2-1) 趨勢循環變動と前年同月比の関係

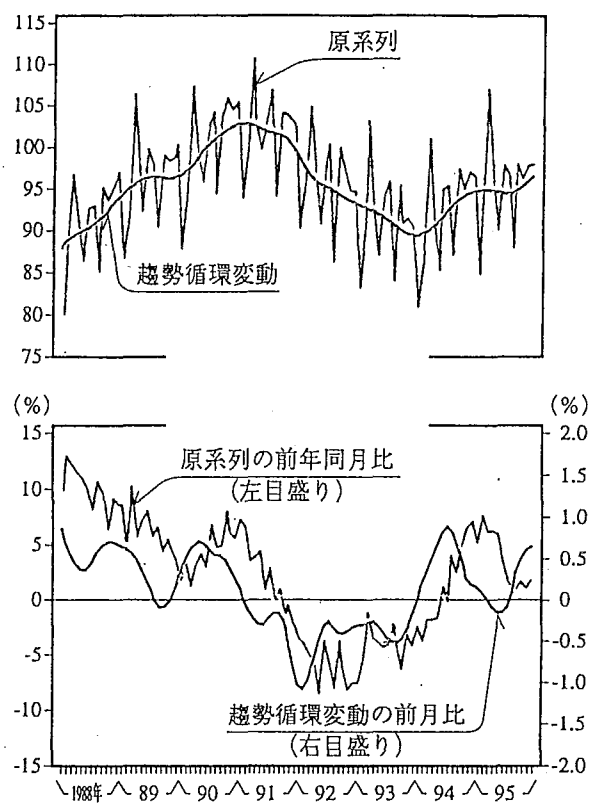


(資料) 田原 [1983]

(図表 2-2) 趨勢循環變動、前月比、前年同月比の動き



(図表 2-3) 鉍工業生産指数の推移

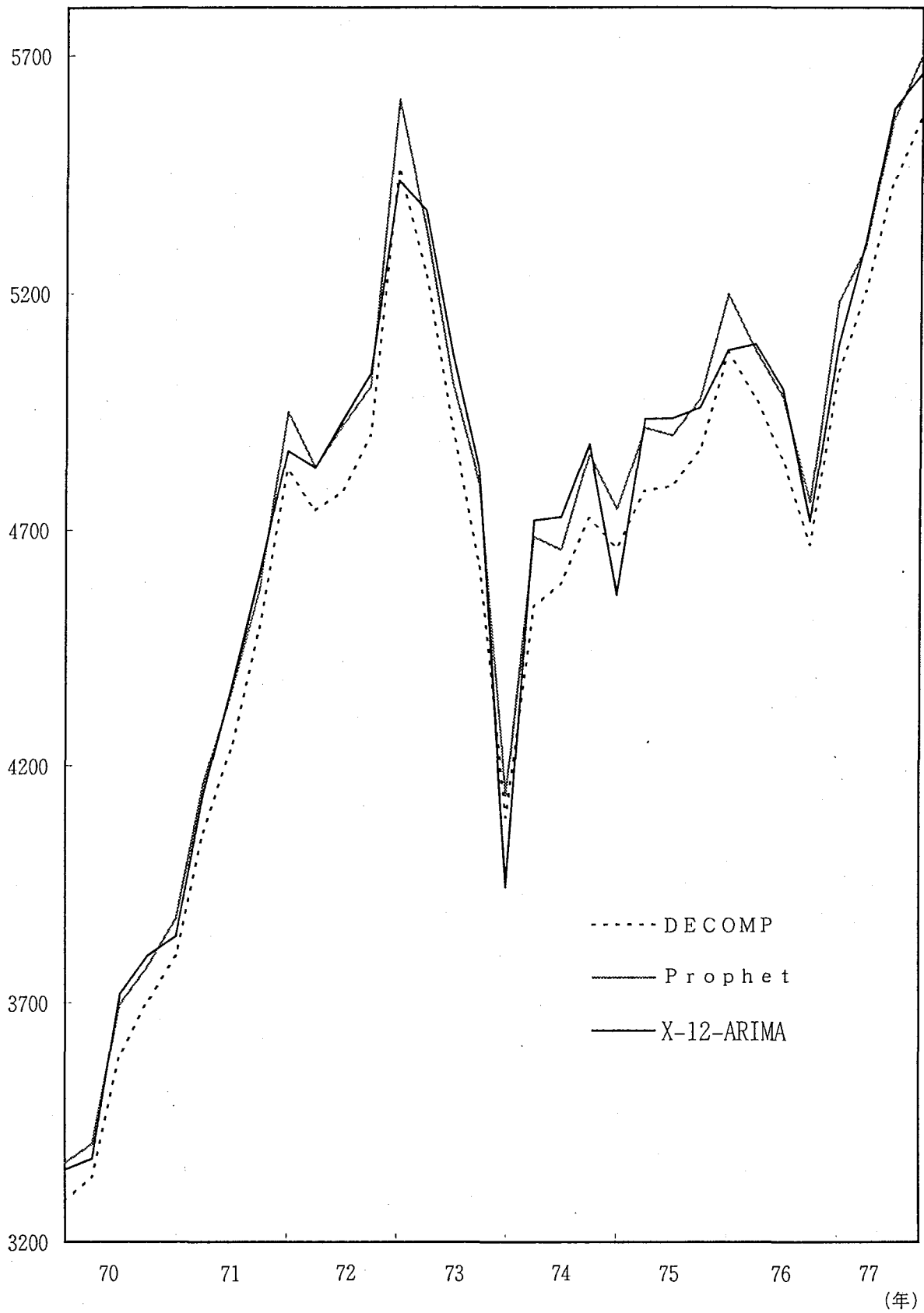


(注) 趨勢循環変動は、後述するX-12-ARIMAにより推計したもの。

(図表 4-1)

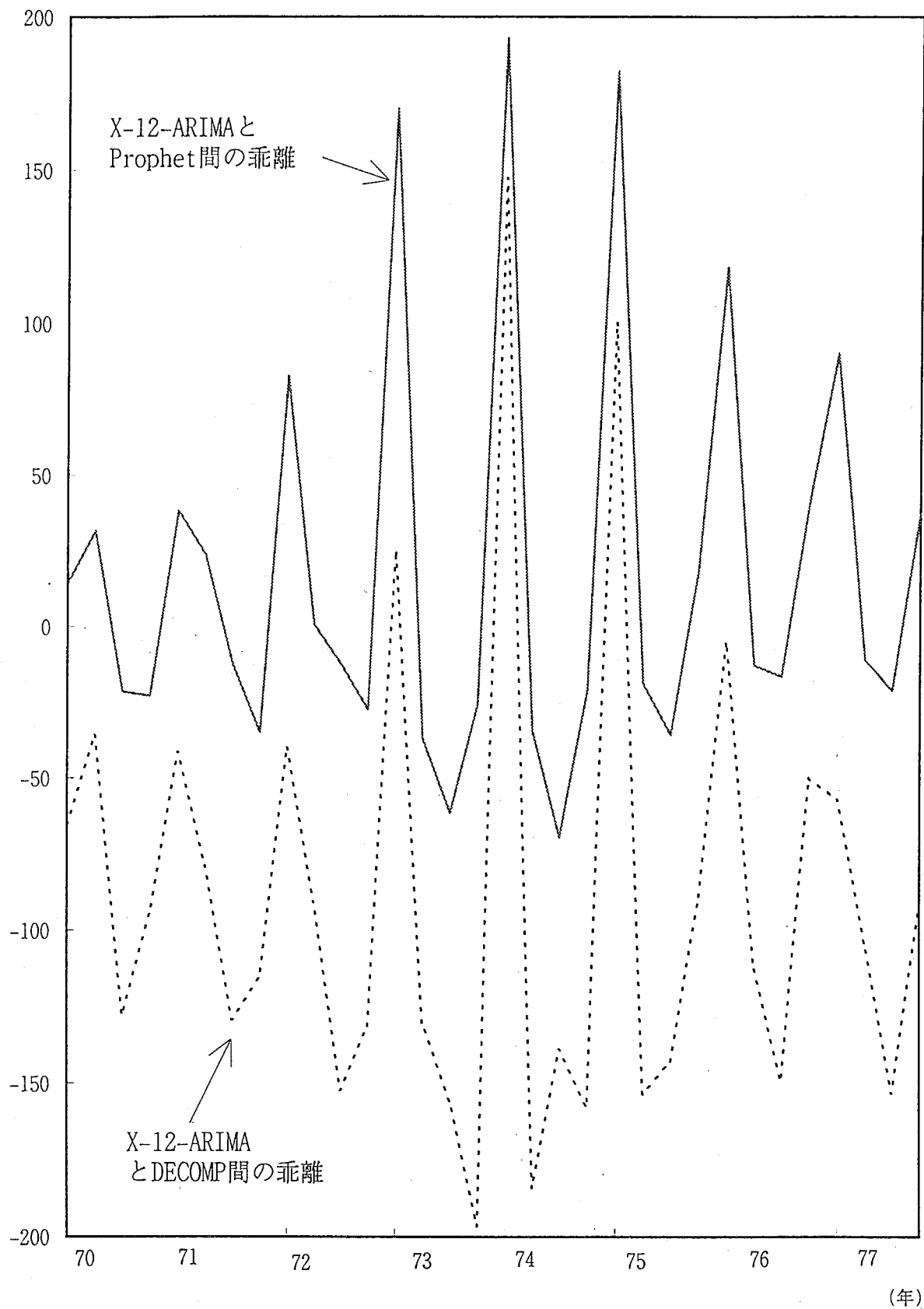
公的固定資本形の推移
各季節調整法により推計された季調済系列間の比較

(10億円)



各季節調整法により推計された公的固定資本形成（季調済系列）間の乖離

(10億円)

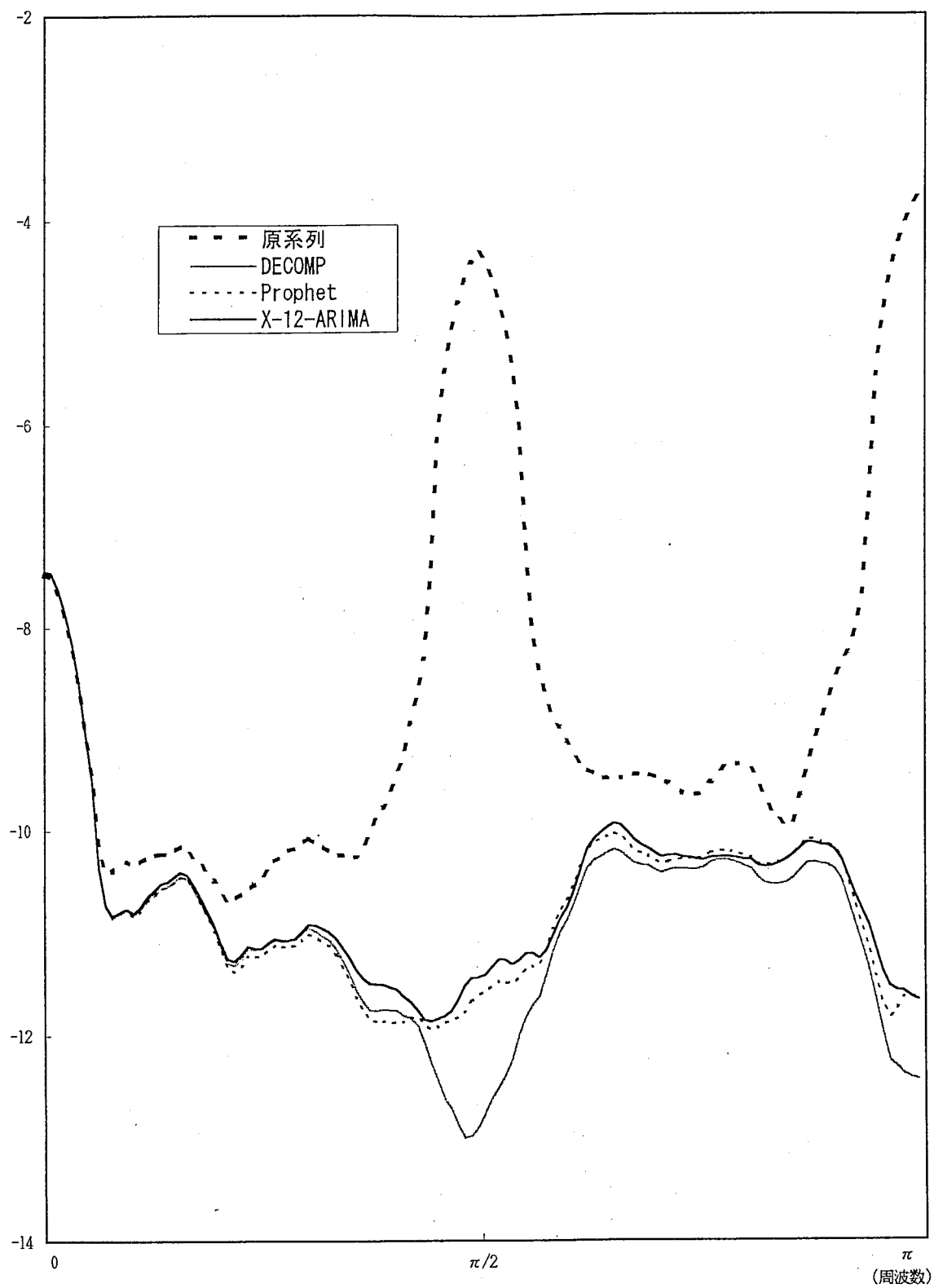


(図表 4-2)

民間最終消費支出のパワースペクトル

— 原系列と季調済系列のパワースペクトル —

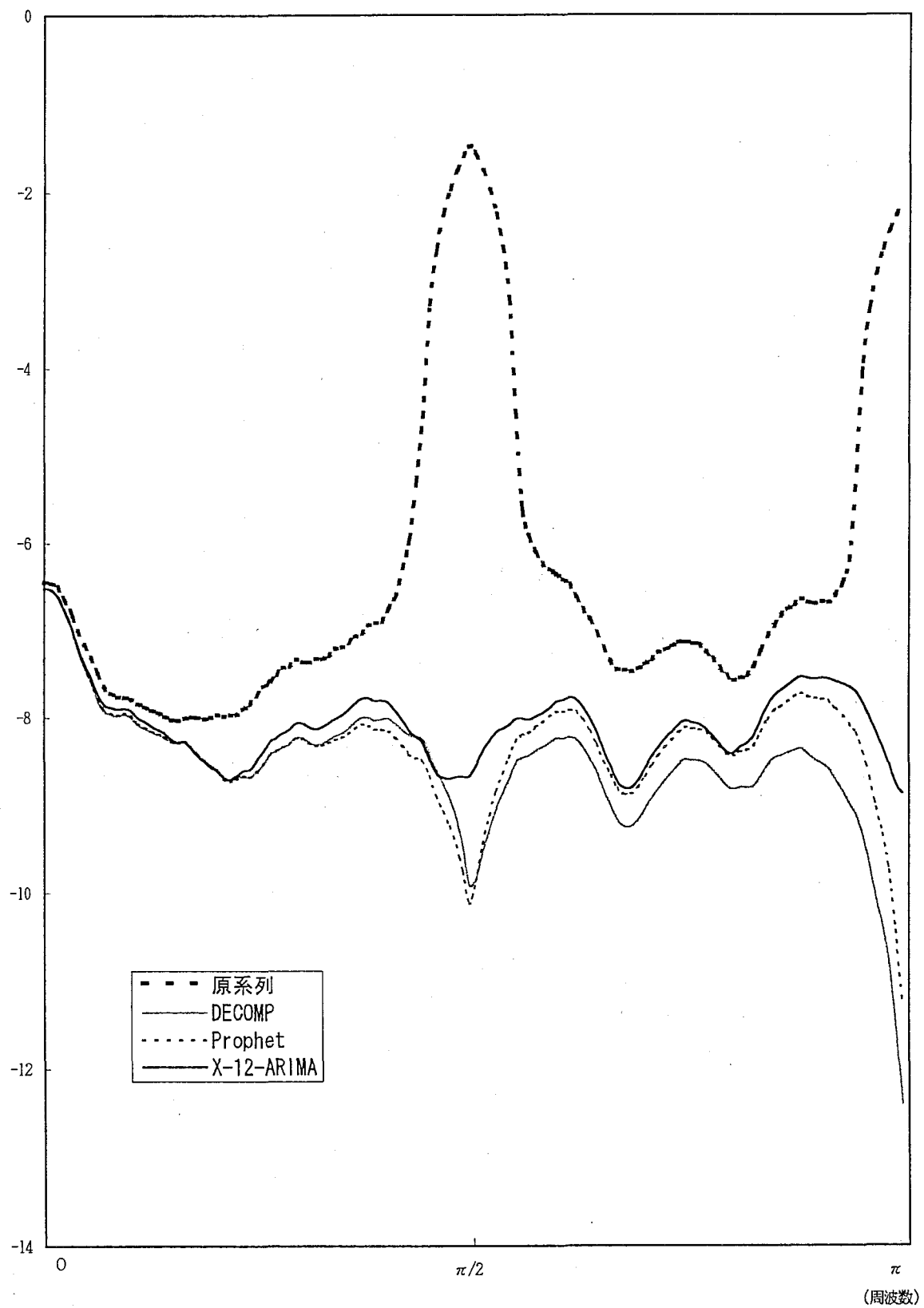
(対数目盛)



(図表 4-3) 公的固定資本形成のパワースペクトル

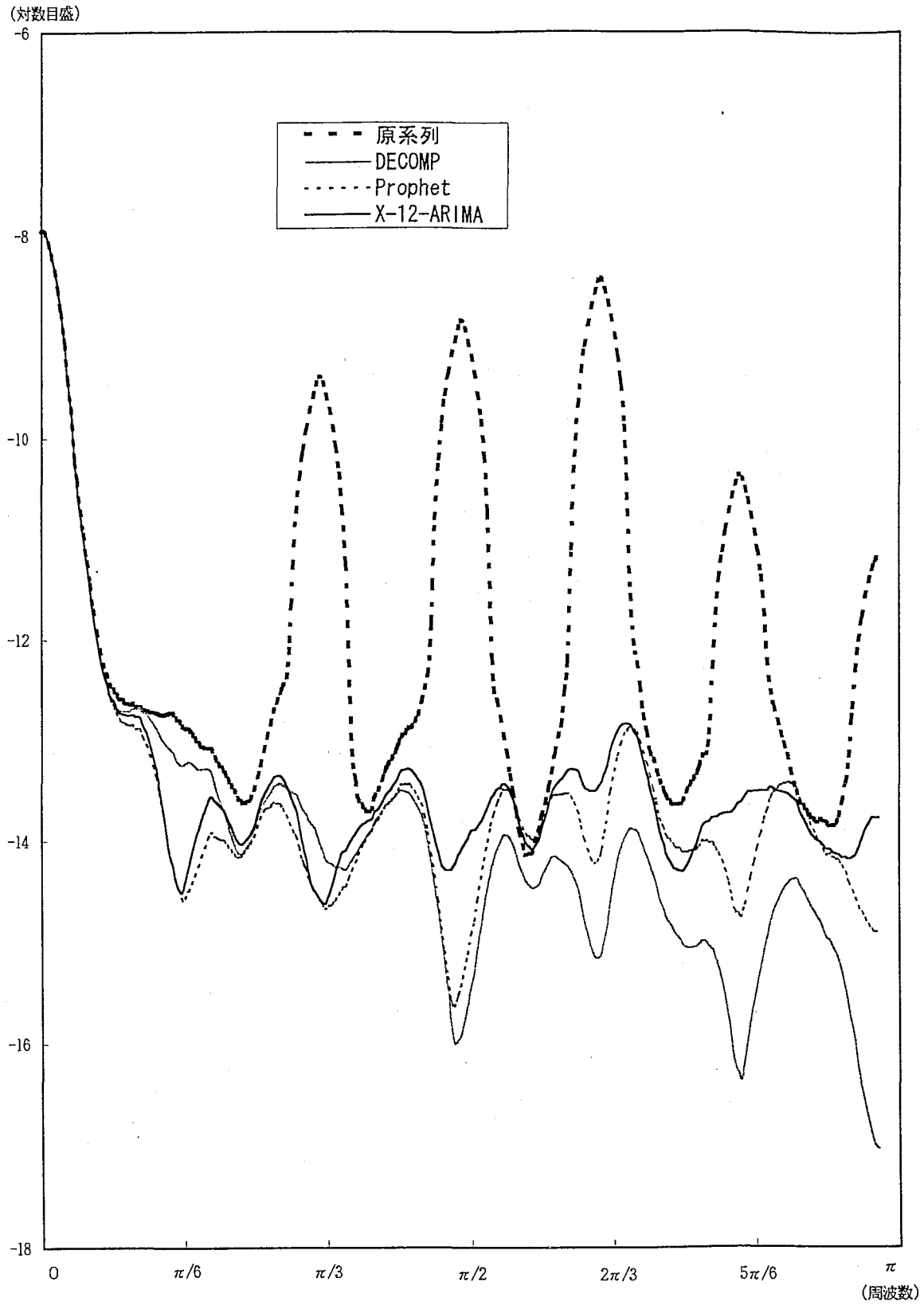
— 原系列と季調済系列のパワースペクトル —

(対数目盛)



(図表 4-4) マネーサプライのパワースペクトル

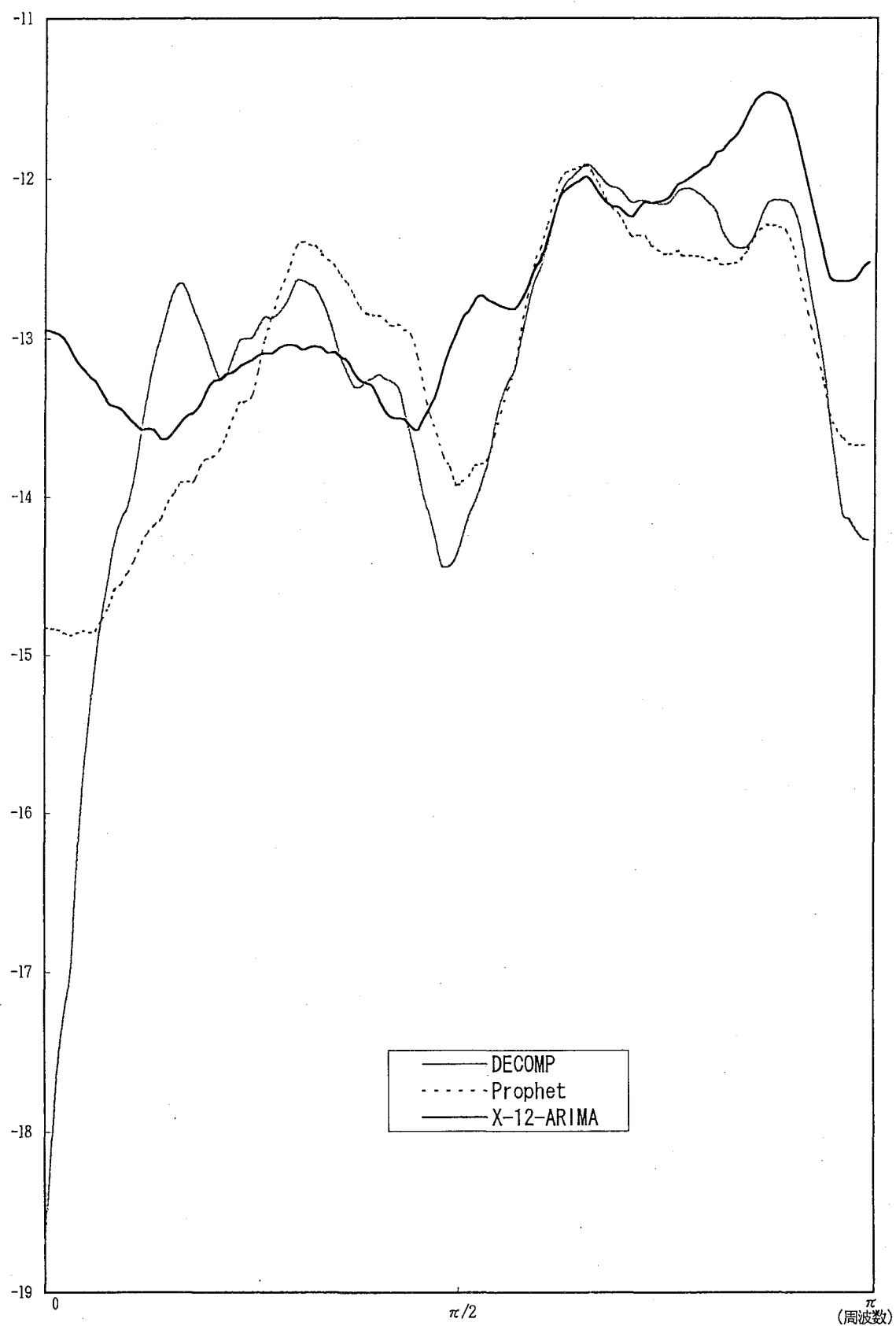
— 原系列と季調済系列のパワースペクトル —



(図表 4-5)

民間最終消費支出内の不規則変動のパワースペクトル

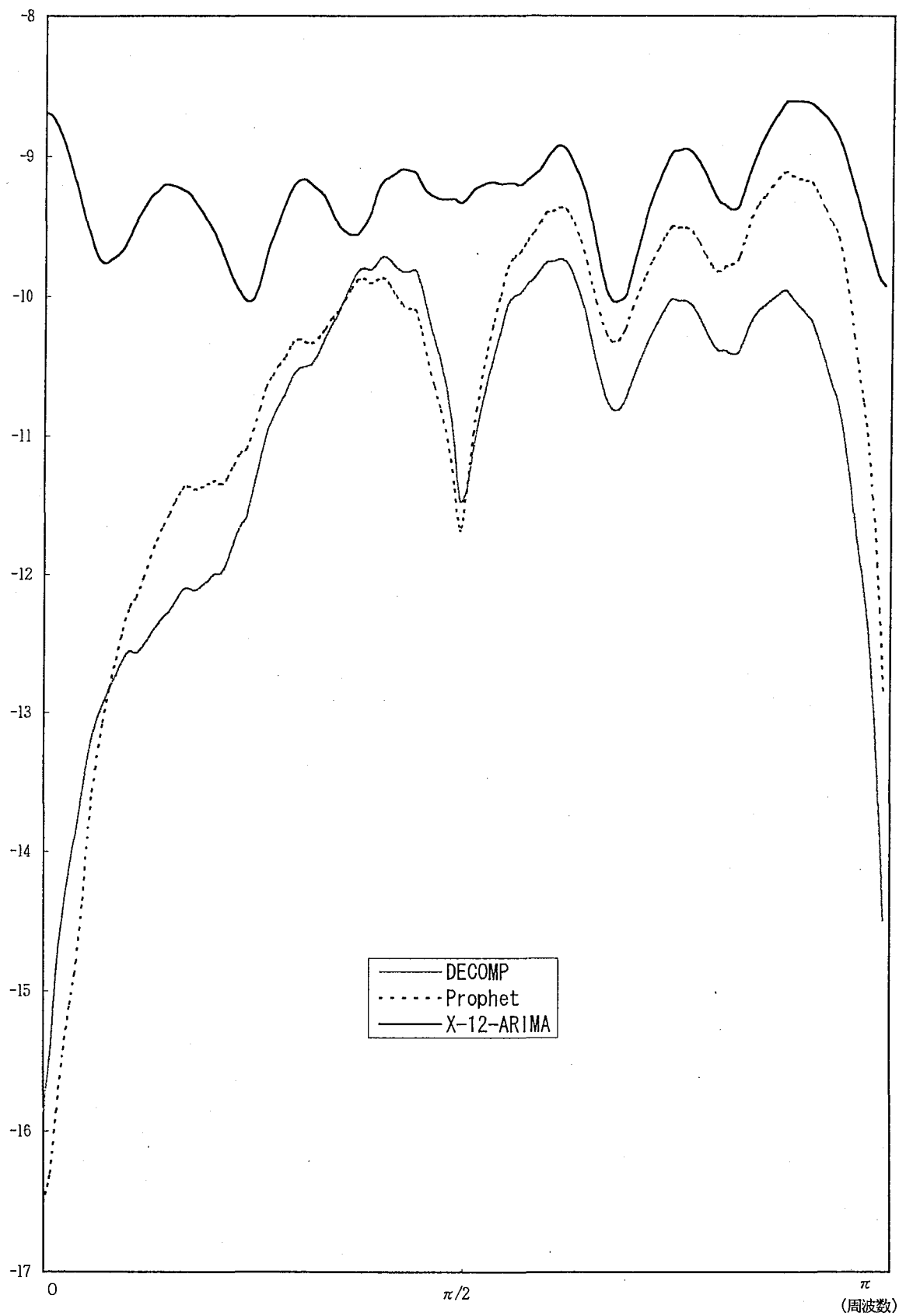
(対数目盛)



(図表 4-6)

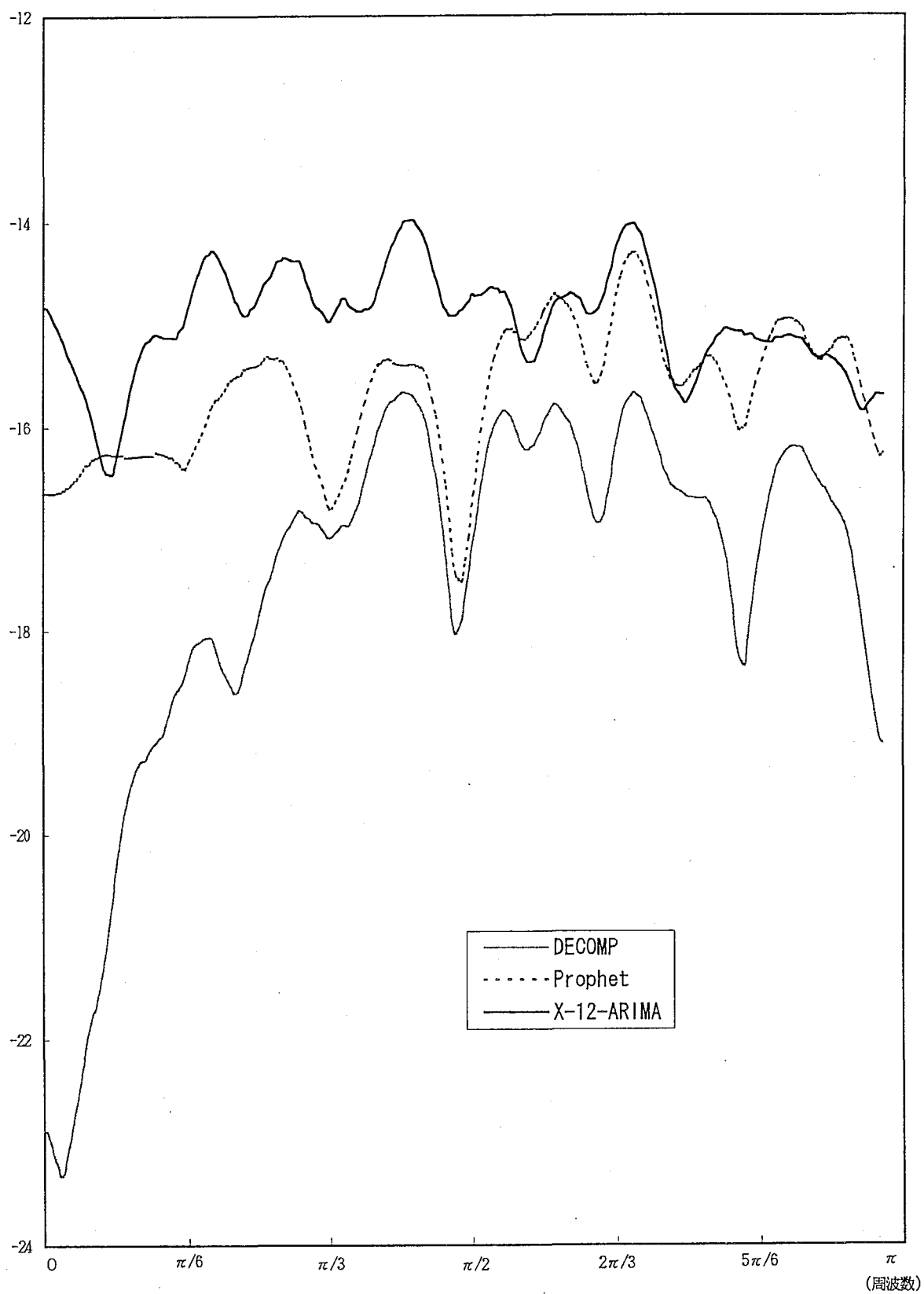
公的固定資本形成内の不規則変動のパワースペクトル

(対数目盛)

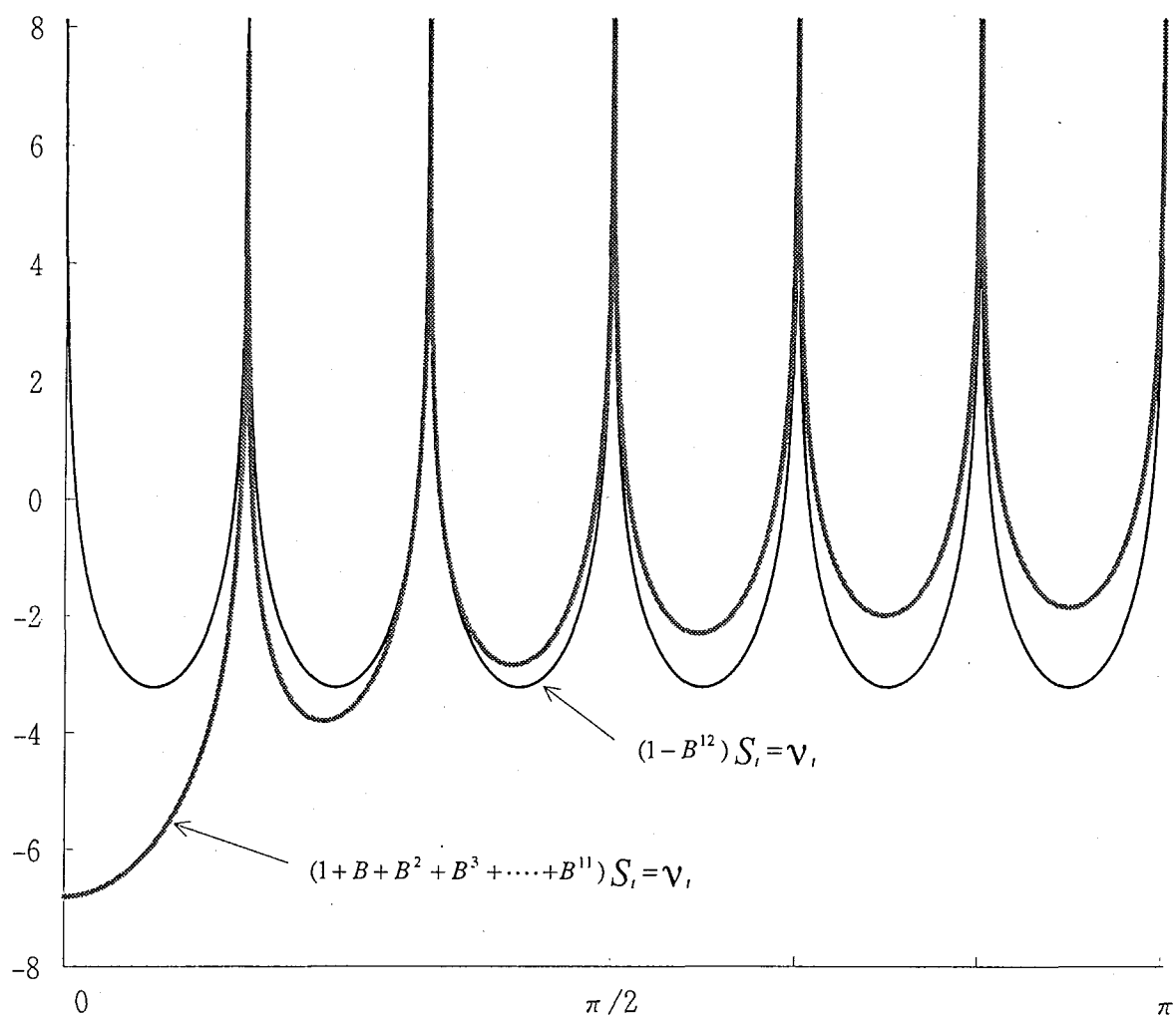


(図表 4-7) マネーサプライ内の不規則変動のパワースペクトル

(対数目盛)



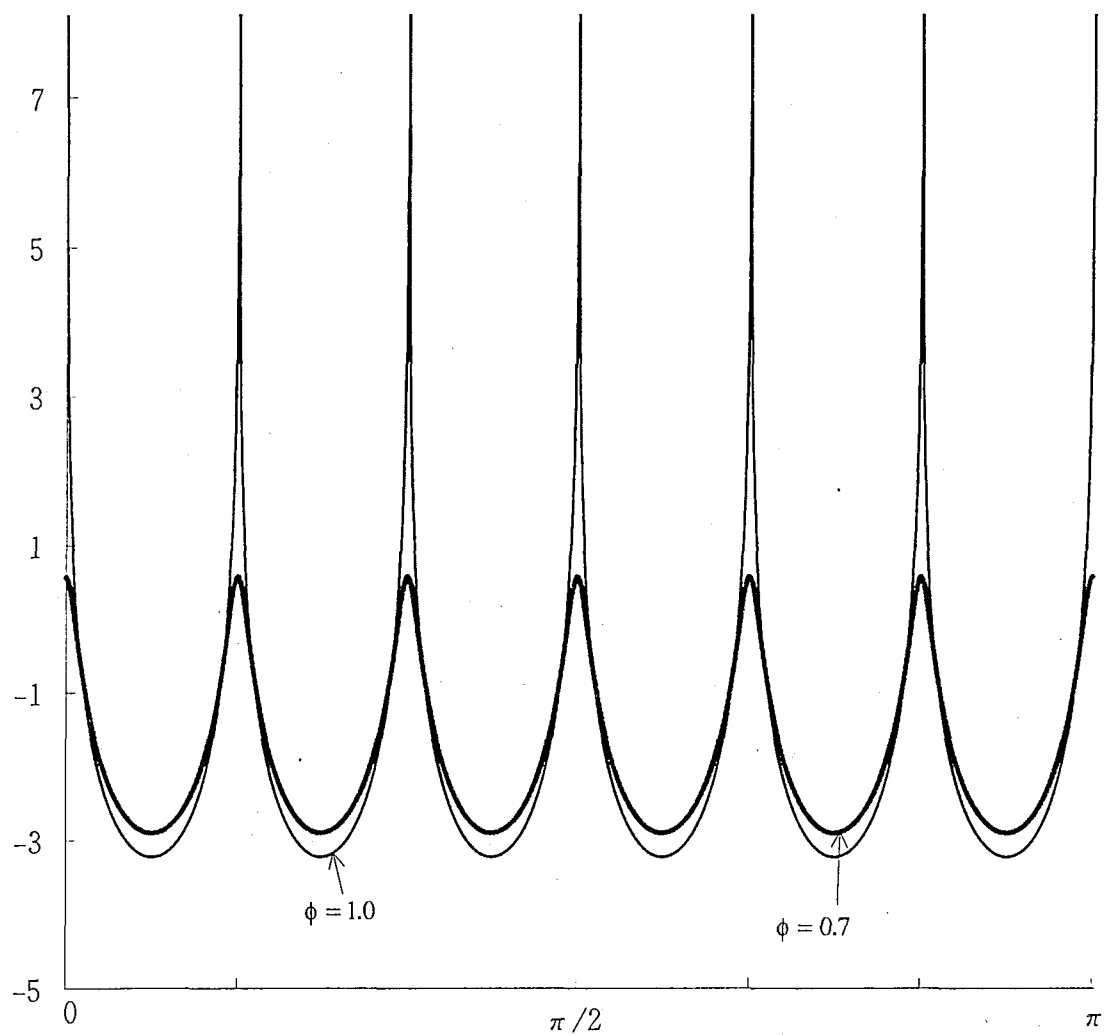
(図表 4-8) 季節変動のパワースペクトル



(注) 図中のパワー・スペクトル (対数変換後) は、ホワイト・ノイズの分散が1のケース。

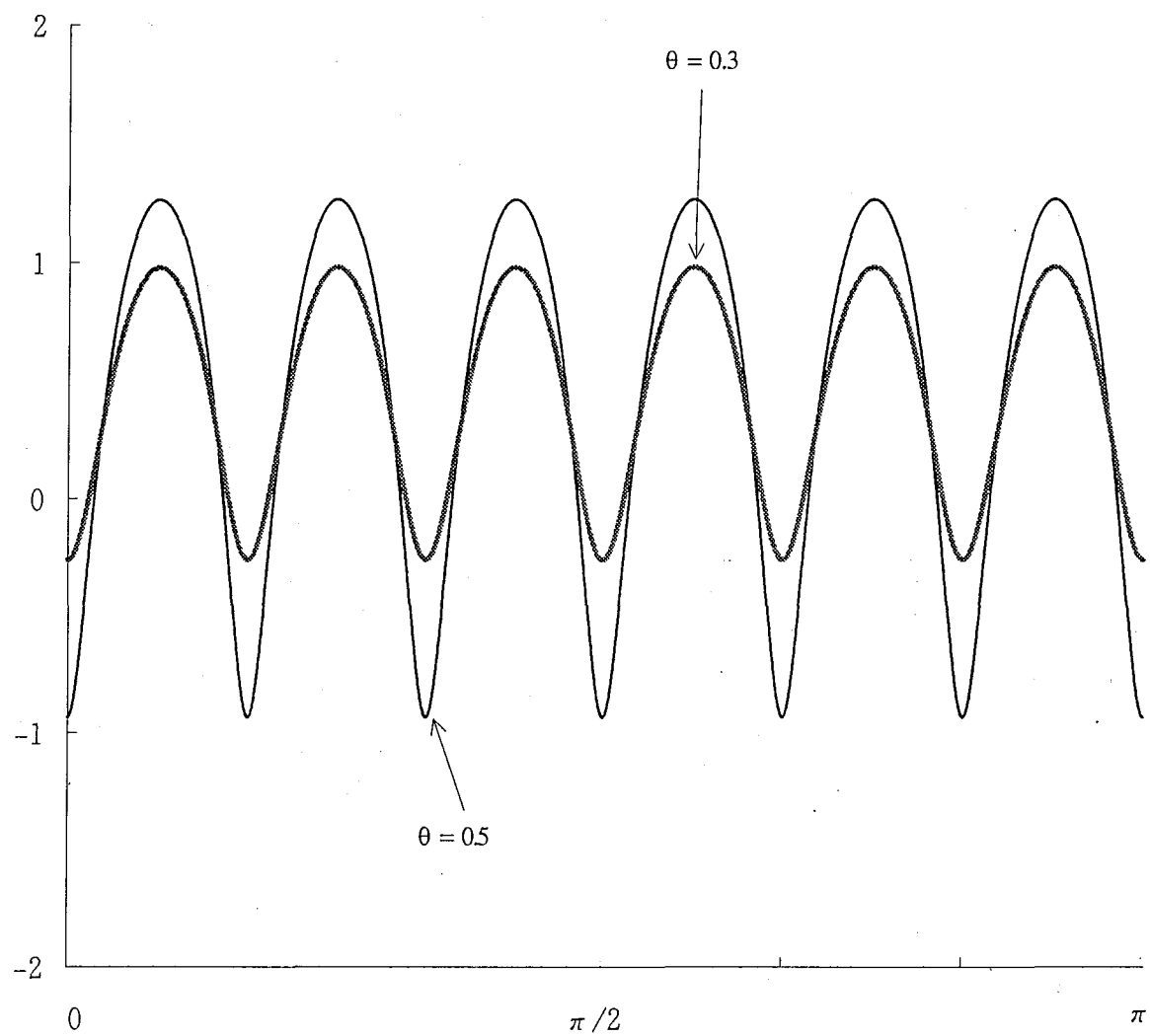
(図表 4-9)

$(1 - \phi B^{12}) S_t = v_t$ のパワー・スペクトル



(注) 図中のパワー・スペクトル (対数変換後) は、ホワイト・ノイズの分散が1のケース。

(図表 4-10) $X_t = (1 - \theta B^{12})v_t$ のパワー・スペクトル
 (Seasonal Dipを伴う変数のパワー・スペクトル)



(注) 図中のパワー・スペクトル (対数変換後) は、ホワイト・ノイズの分散が1のケース。

(図表 4-11)

各季節調整法により推計した不規則変動における Seasonal Dip の有意性

[DECOMP]

民間最終消費支出	$(1+0.33B)(I_t-1)=(1-0.65B^4)a_t$ (4.45) (-10.89) $\sigma^2 = 0.12 \times 10^{-4}$
公的固定資本形成	$(1+0.53B+0.76B^2+0.52B^3)(I_t-1)=(1-1.00B^4)a_t$ (8.01) (14.07) (7.87) (-20.77) $\sigma^2 = 0.88 \times 10^{-4}$
マネーサプライ	$(1+0.59B+0.82B^2+0.61B^3+0.61B^4)(I_t-1)=(1-0.24B^{12})a_t$ (10.41) (12.61) (7.69) (7.43) (-4.35) $\sigma^2 = 0.19 \times 10^{-6}$

[Prophet]

民間最終消費支出	$(I_t-1)=(1-0.46B)(1-0.38B^4)a_t$ (-6.49) (-5.26) $\sigma^2 = 0.13 \times 10^{-4}$
公的固定資本形成	$(1+0.73B+0.73B^2+0.61B^3)(I_t-1)=(1-1.00B^4)a_t$ (11.80) (11.17) (9.28) (-20.53) $\sigma^2 = 0.12 \times 10^{-3}$
マネーサプライ	$(1+0.28B+0.13B^2)(I_t-1)=(1-0.31B^{12})a_t$ (4.82) (2.32) (-5.80) $\sigma^2 = 0.10 \times 10^{-5}$

[X-12-ARIMA]

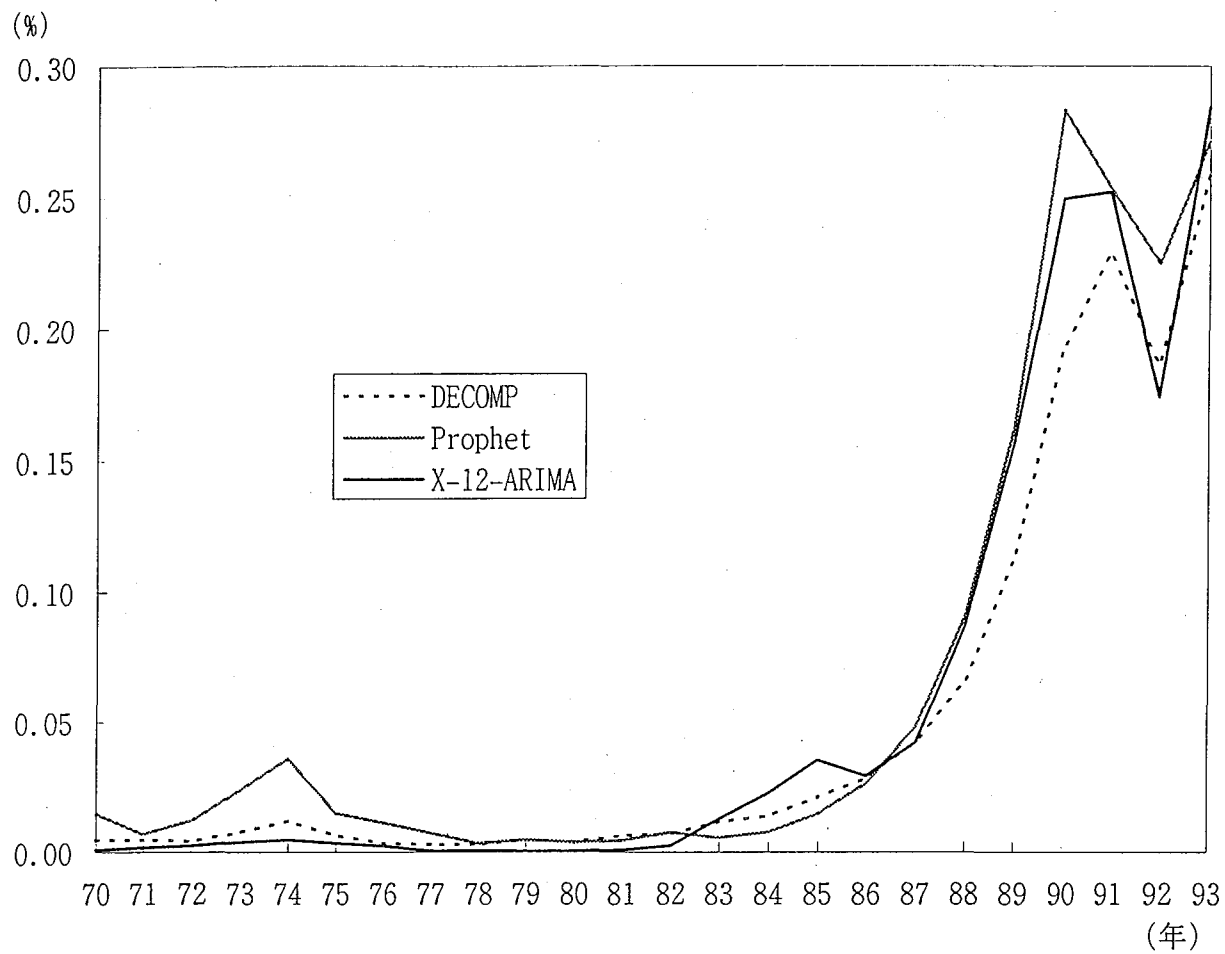
民間最終消費支出	$(1+0.38B)(I_t-1)=(1-0.10B^4)a_t$ (5.24) (-1.28) $\sigma^2 = 0.19 \times 10^{-4}$
公的固定資本形成	$(1+0.18B)(I_t-1)=(1+0.14B^4)a_t$ (2.25) (1.35) $\sigma^2 = 0.60 \times 10^{-3}$
マネーサプライ	$(1-0.05B+0.21B^2)(I_t-1)=(1+0.07B^{12})a_t$ (-0.90) (3.72) (1.23) $\sigma^2 = 0.21 \times 10^{-5}$

(注1) いずれの季節調整法においても、原系列 Y_t が乗法型 $Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot I_t$ に従うと仮定して季節調整を行っており、この場合、不規則変動 I_t は平均1の変数として表現される。すなわち、 I_t-1 は、原系列 Y_t の $TC_t \cdot S_t$ からの乖離率を表しており、上記のモデルはその乖離率に関する ARIMA モデルを表現したものである。

(注2) a_t はホワイトノイズ、 σ^2 は残差の標本分散、() 内は t 値を表す。

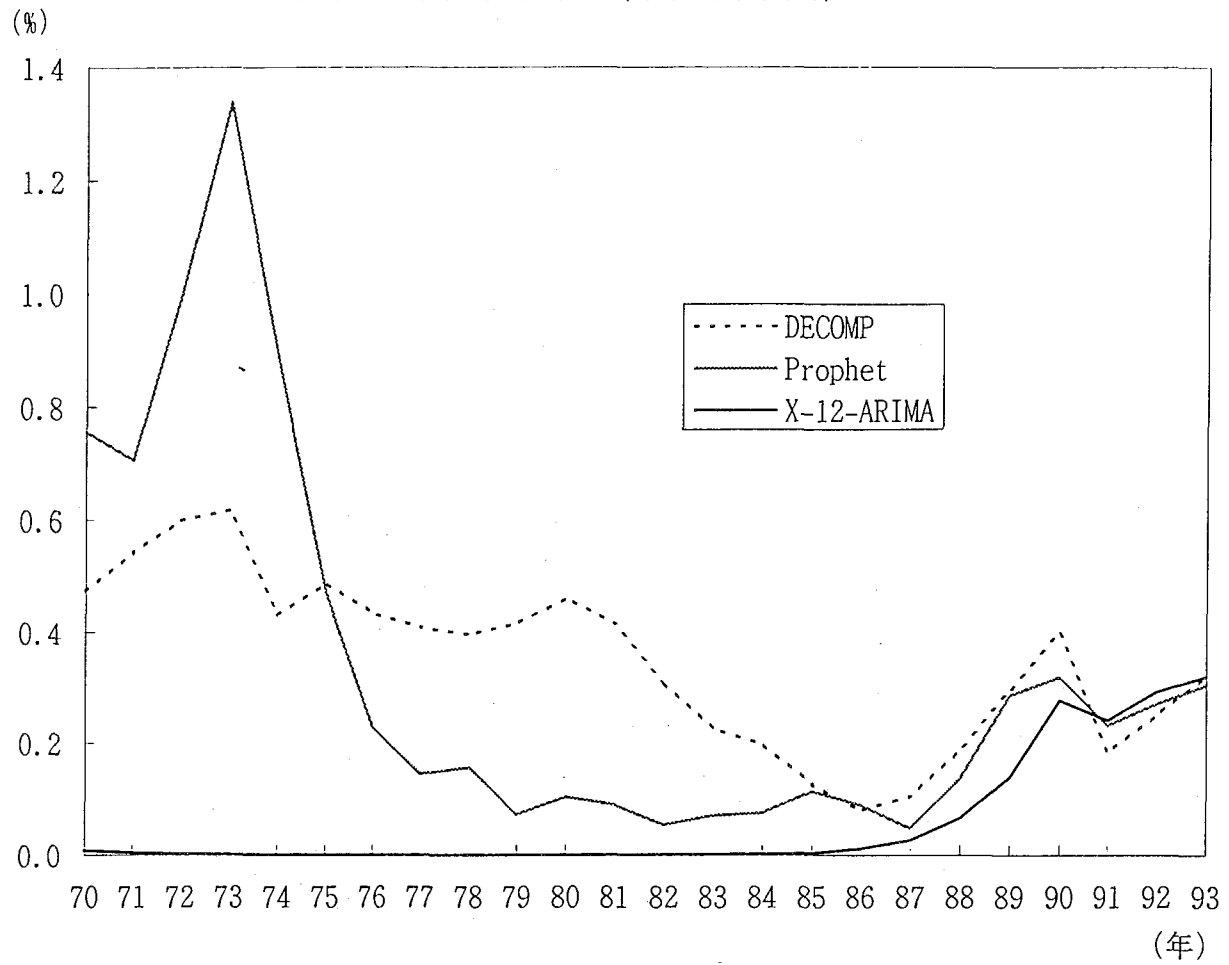
(図表 4-12)

民間最終消費支出（季調済系列）のMPD



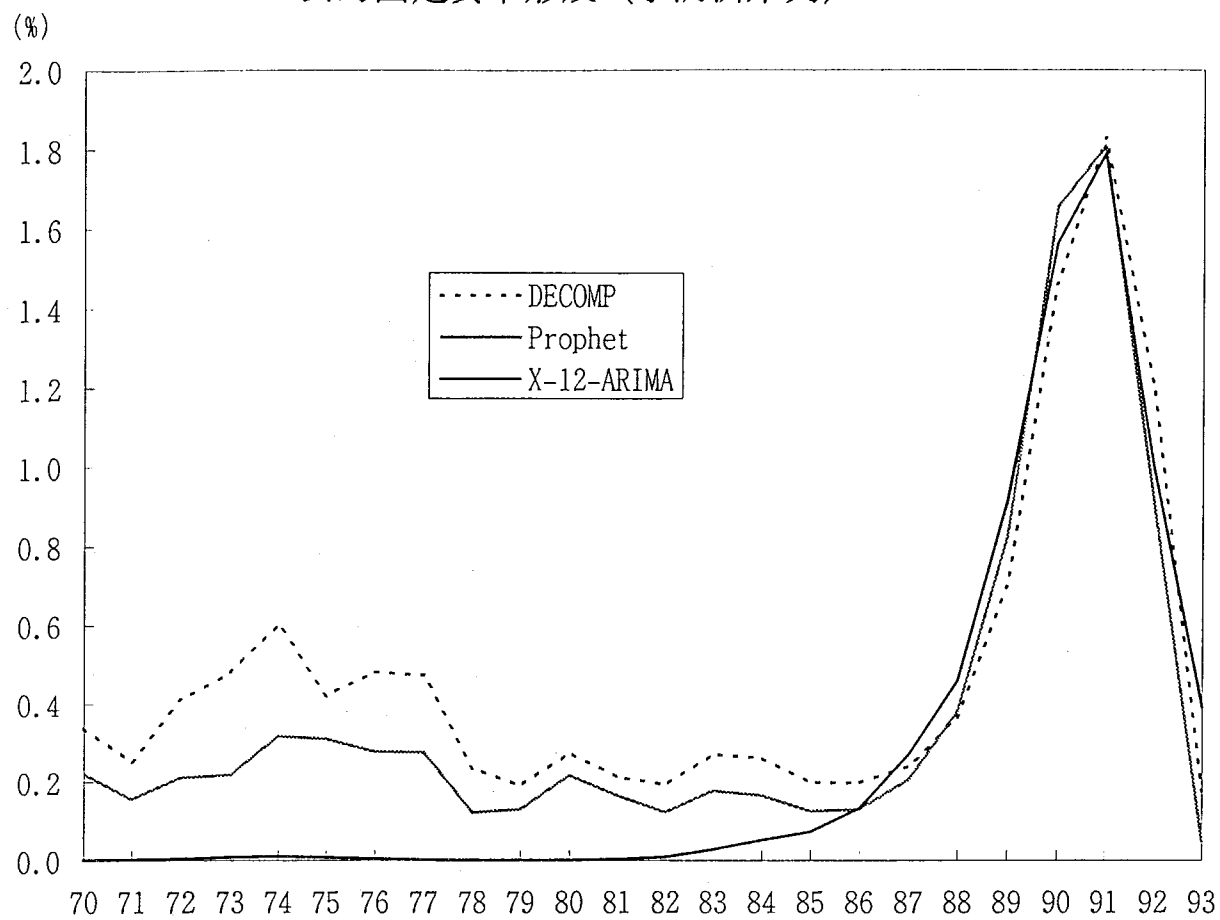
(図表 4-13)

民間企業設備投資 (季調済系列) のMPD



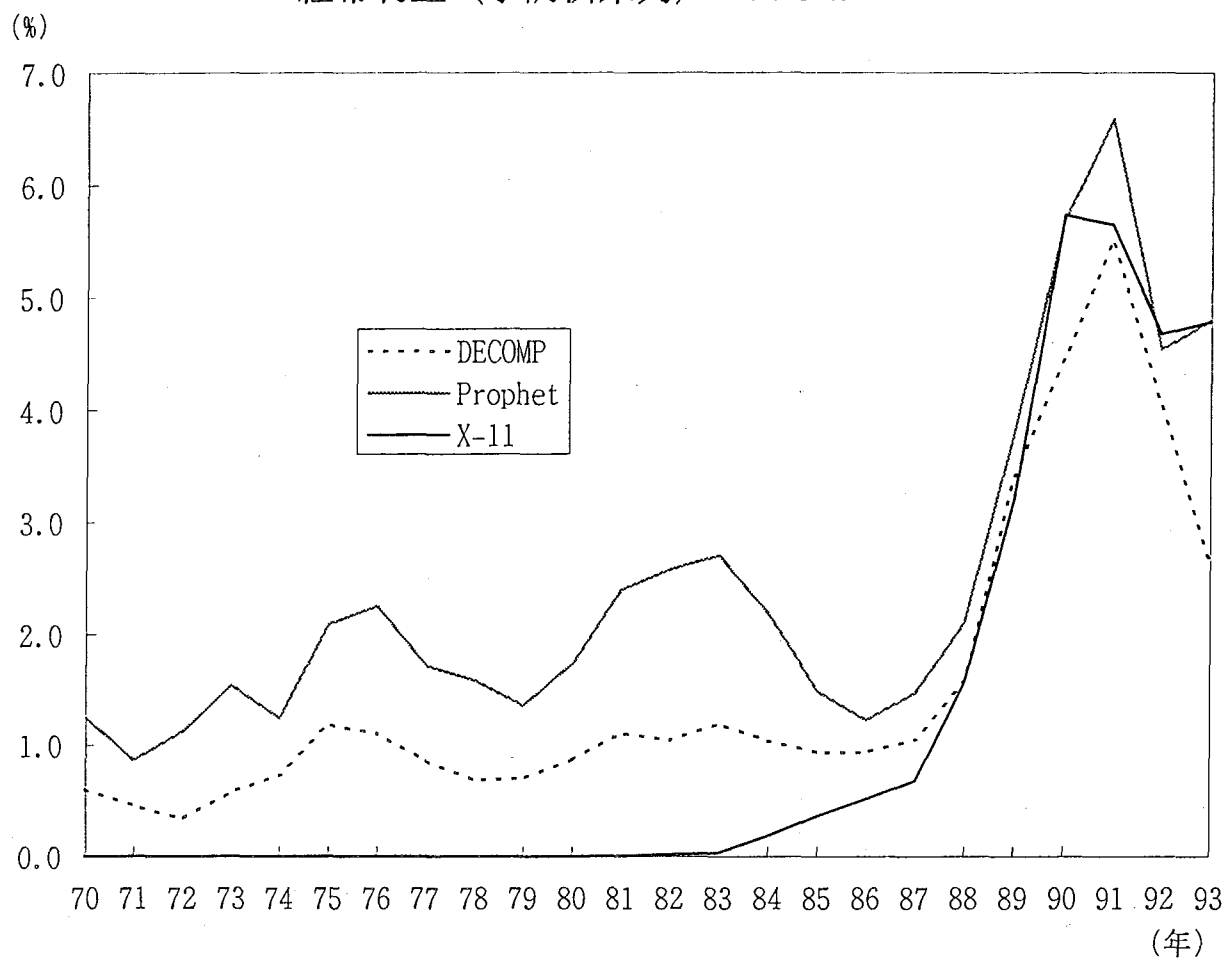
(図表 4-14)

公的固定資本形成（季調済系列）のMPD



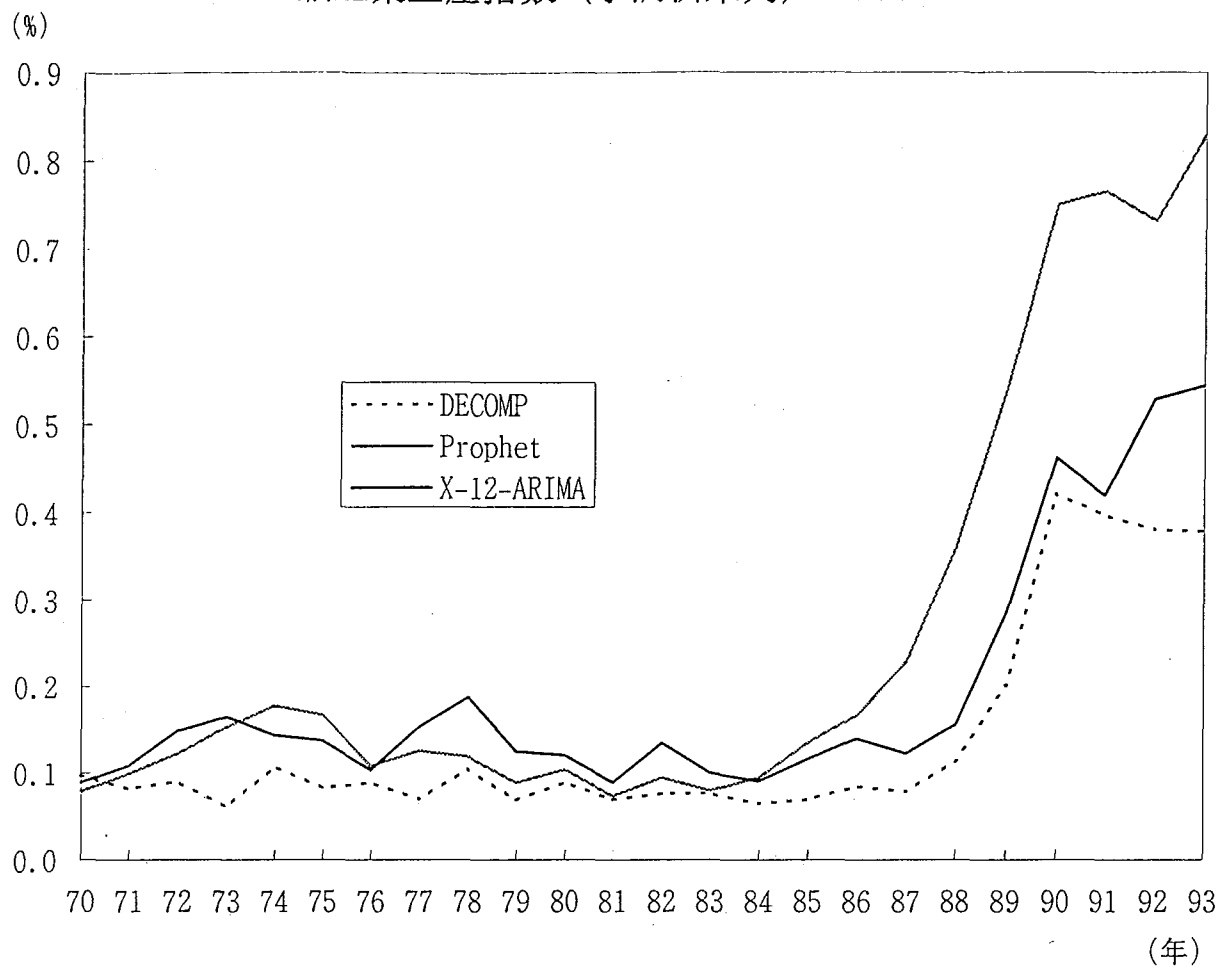
(図表 4-15)

経常利益 (季調済系列) のMPD



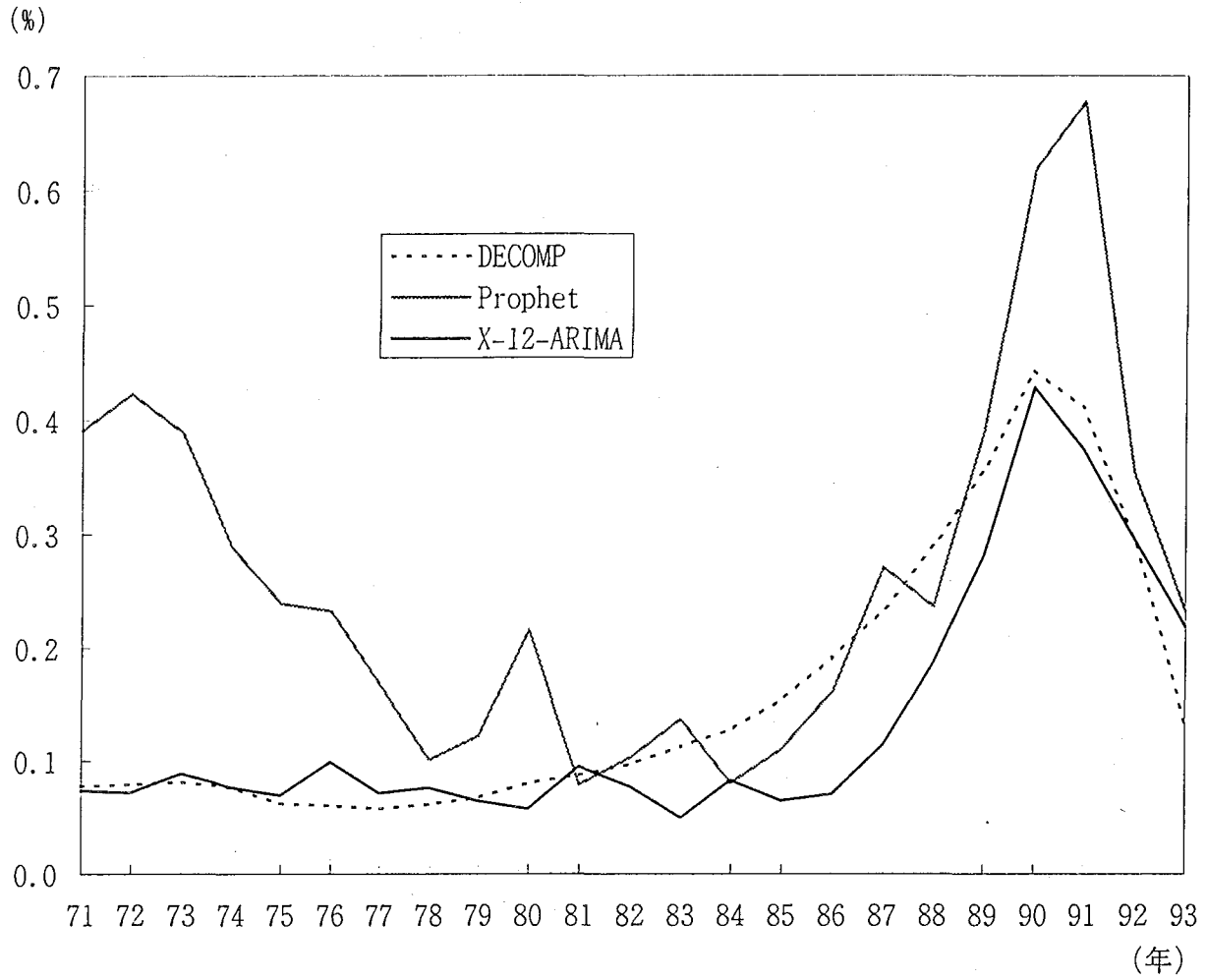
(図表 4-16)

鉍工業生産指数（季調済系列）のMPD



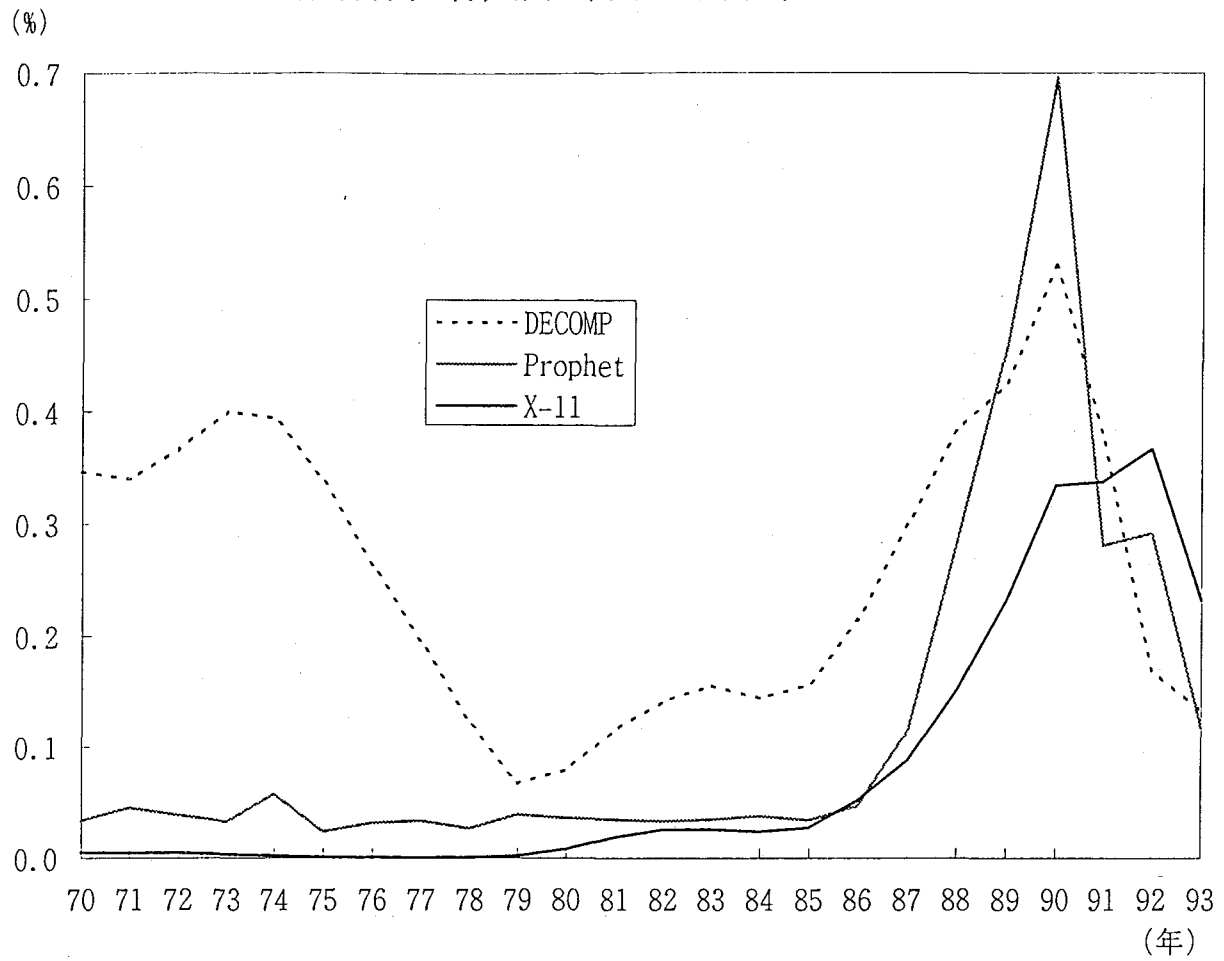
(図表 4-17)

大口電力使用量 (季調済系列) のMPD



(図表 4-18)

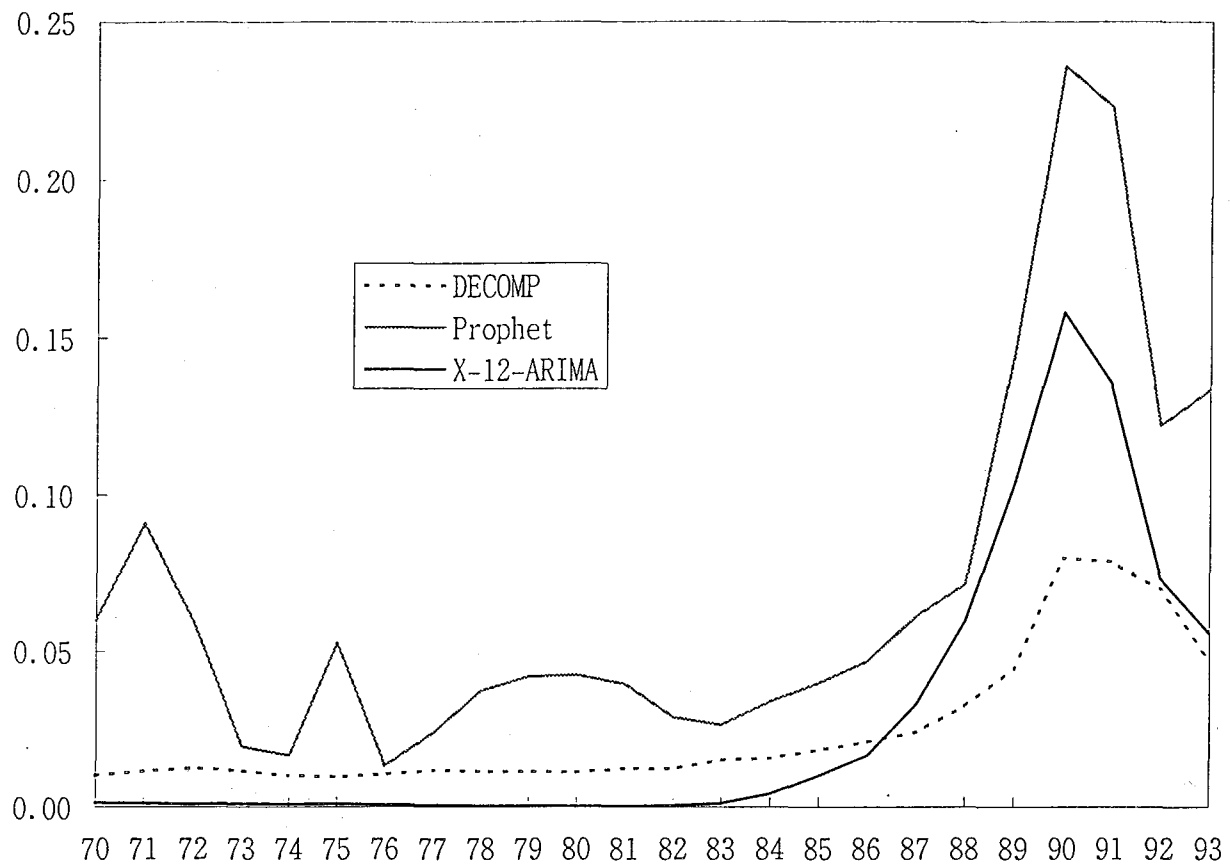
銀行券発行残高 (季調済系列) のMPD



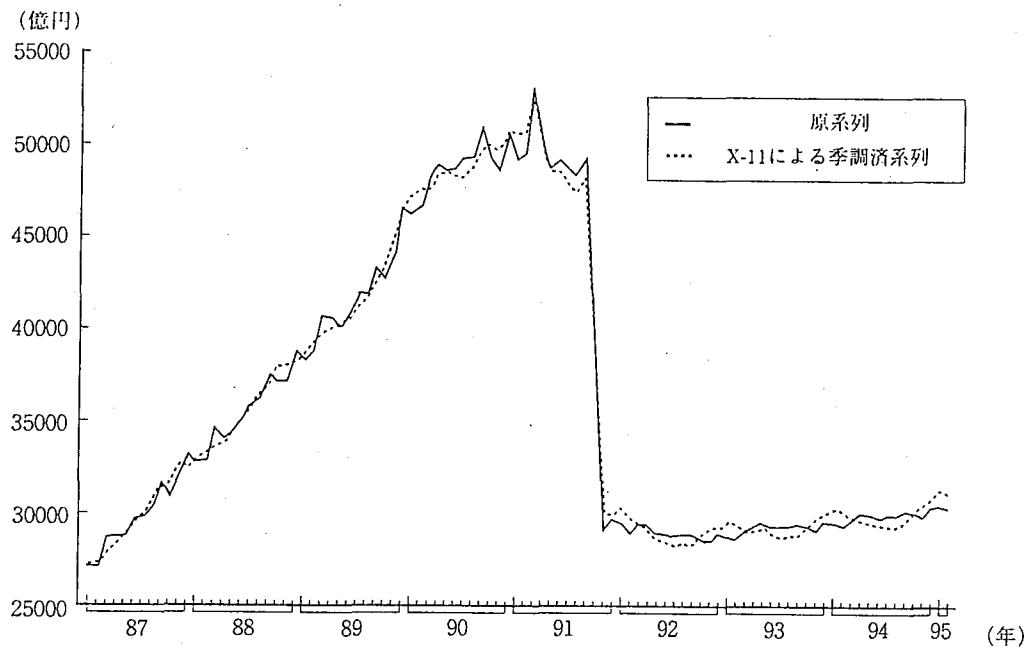
(図表 4-19)

マネーサプライ (季調済系列) のMPD

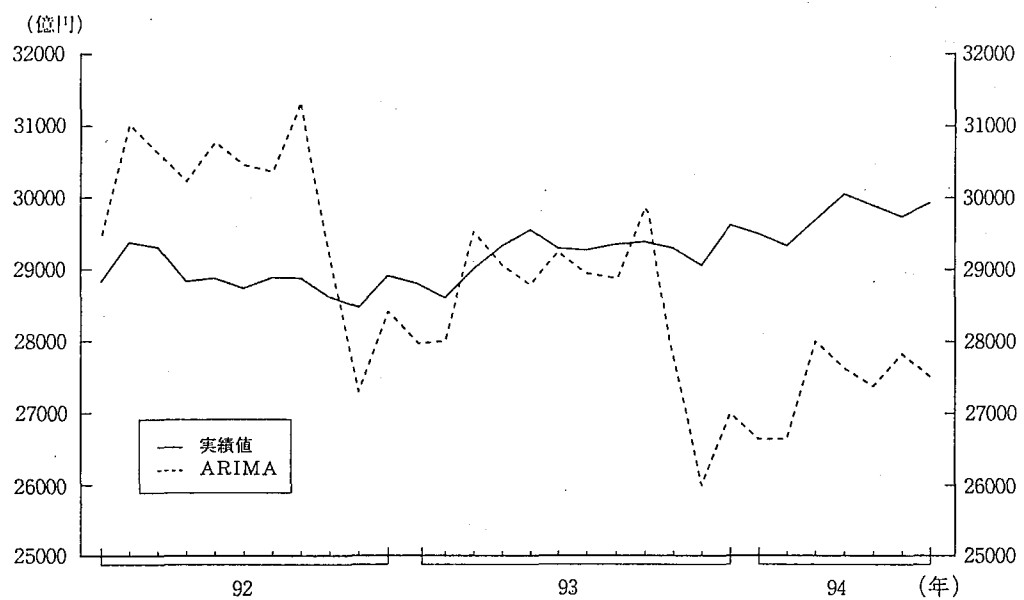
(%)



(図表 5-1) 準備預金残高の最近の推移

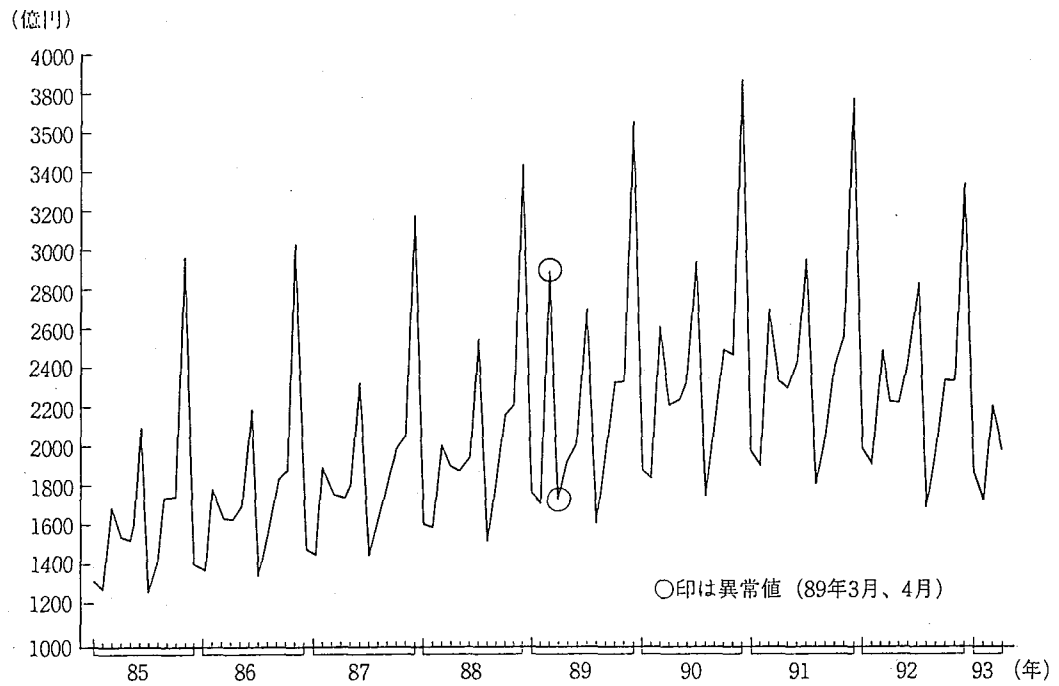


(図表 5-2) ARIMAモデルを用いた準備預金残高の予測

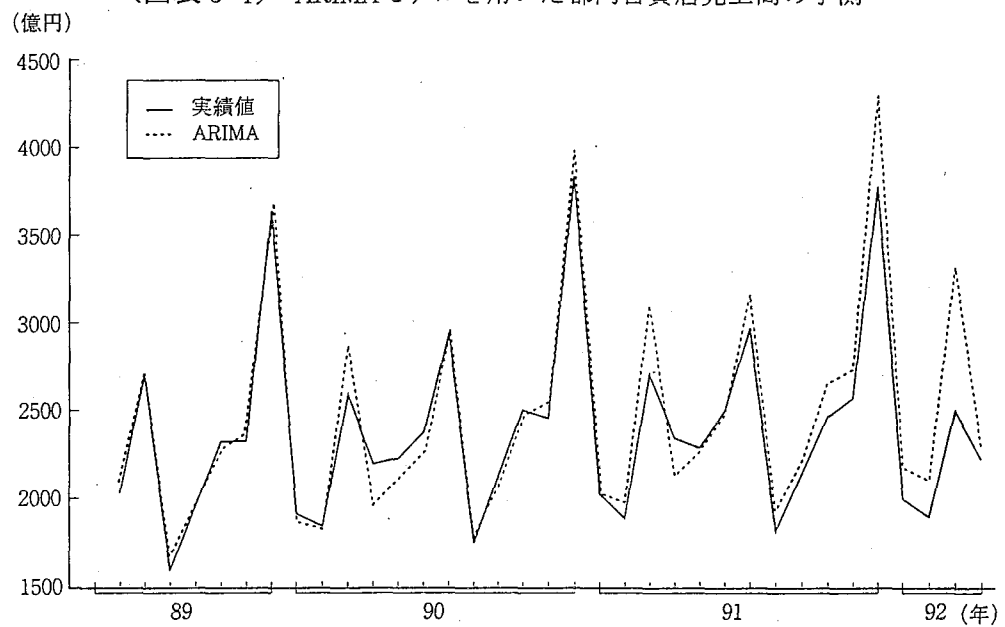


(注) サンプル期間81年4月～92年1月までを用いてARIMAモデルを推計し、92年2月以降を予測。

(図表 5-3) 都内百貨店売上高の最近の推移

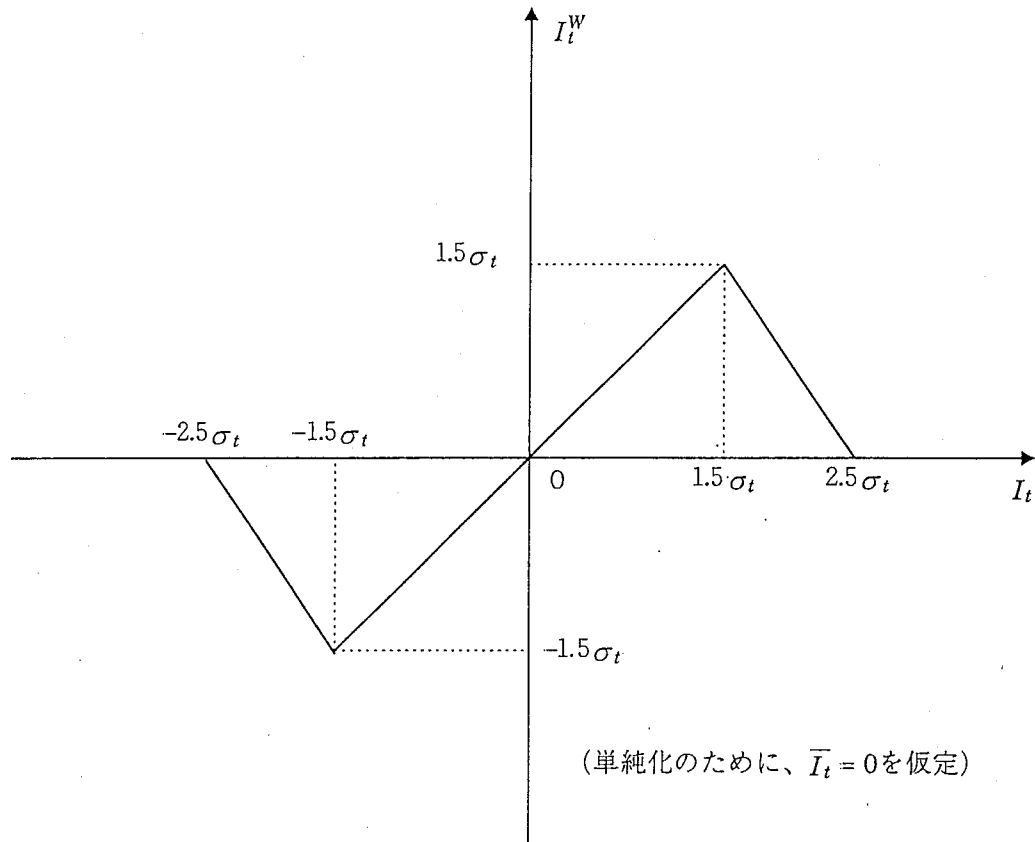


(図表 5-4) ARIMAモデルを用いた都内百貨店売上高の予測

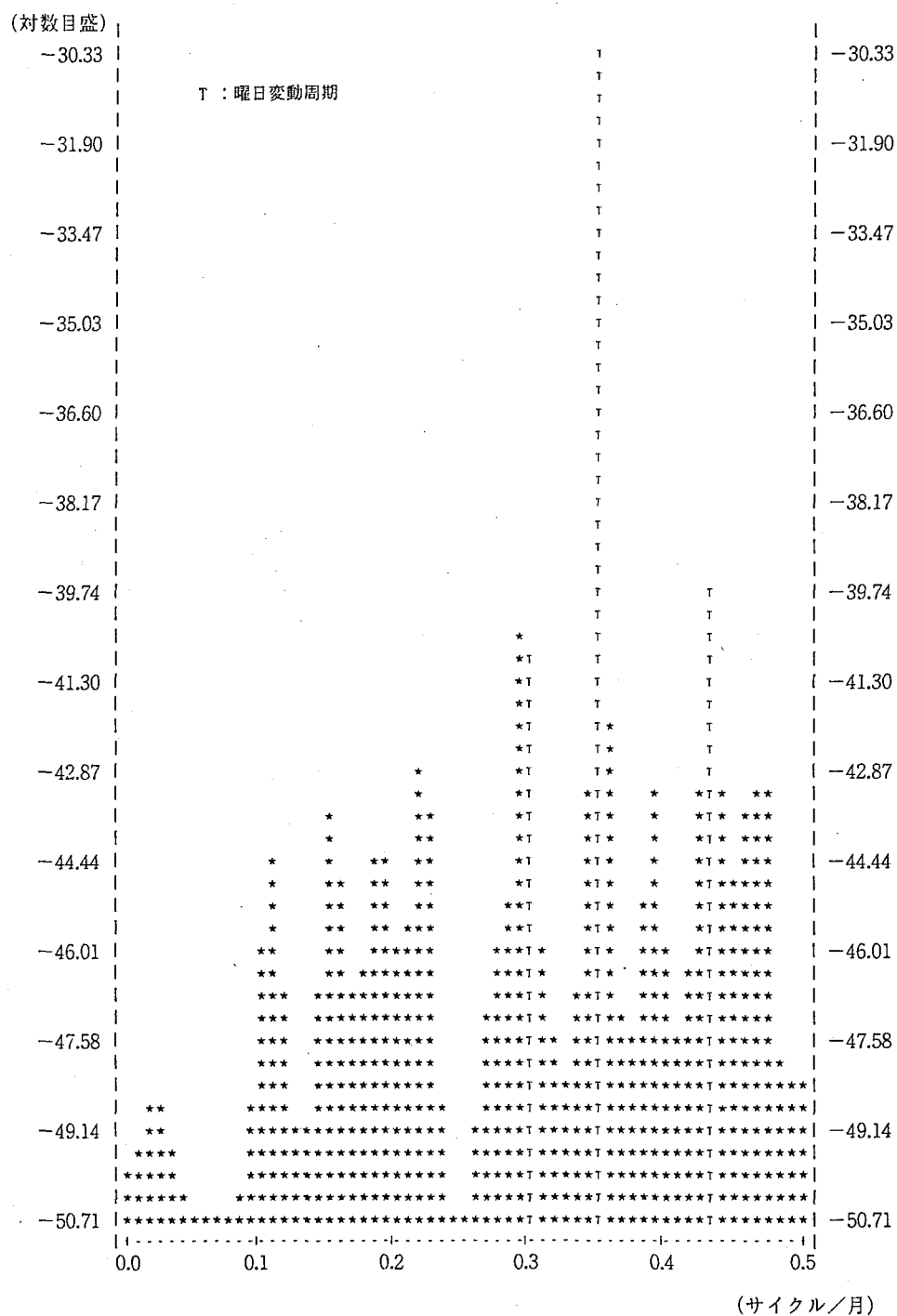


(注) サンプル期間75年1月～89年5月までを用いてARIMAモデルを推計し、89年6月以降を予測。

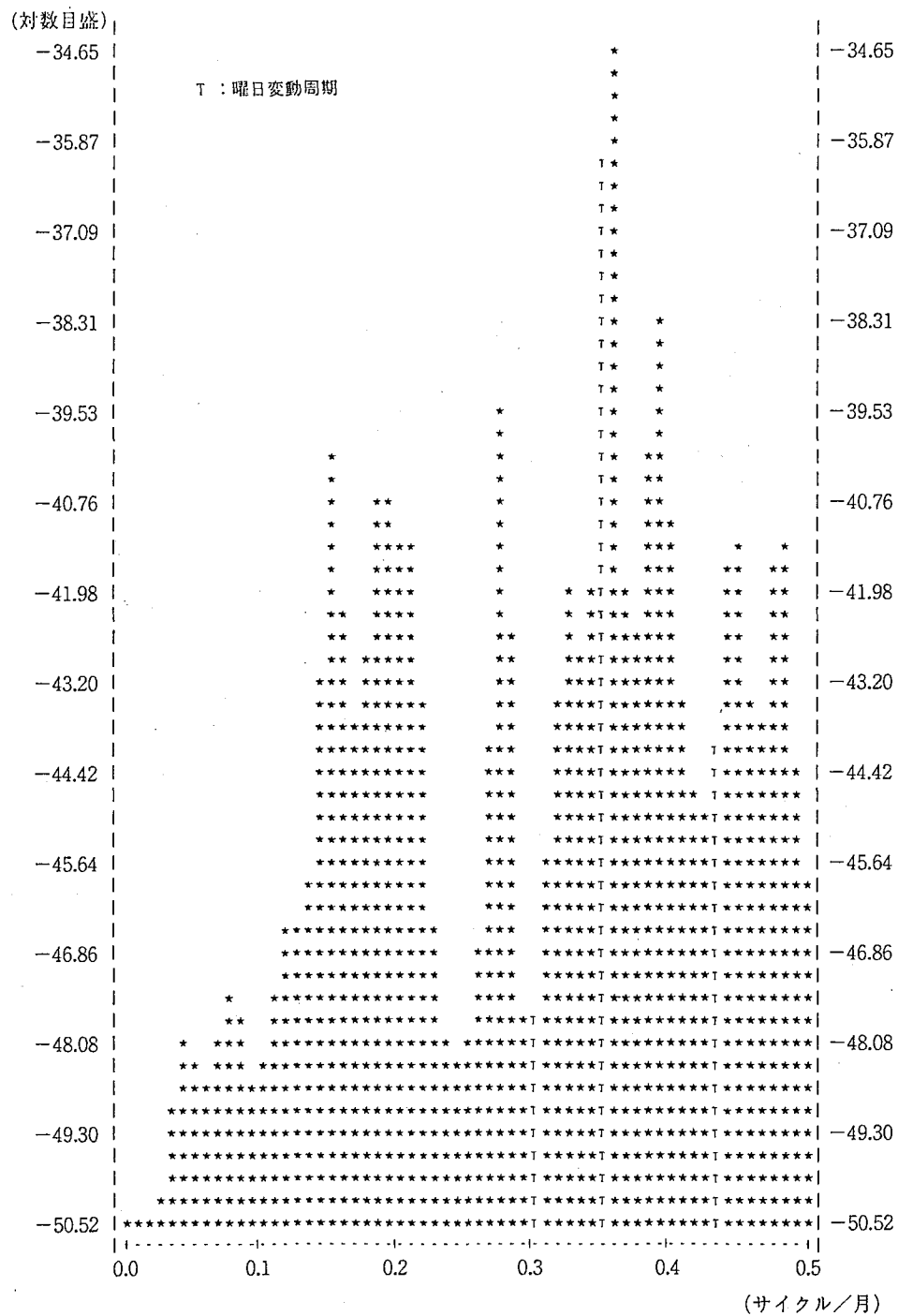
(図表 5-5) I_t と I_t^W の関係



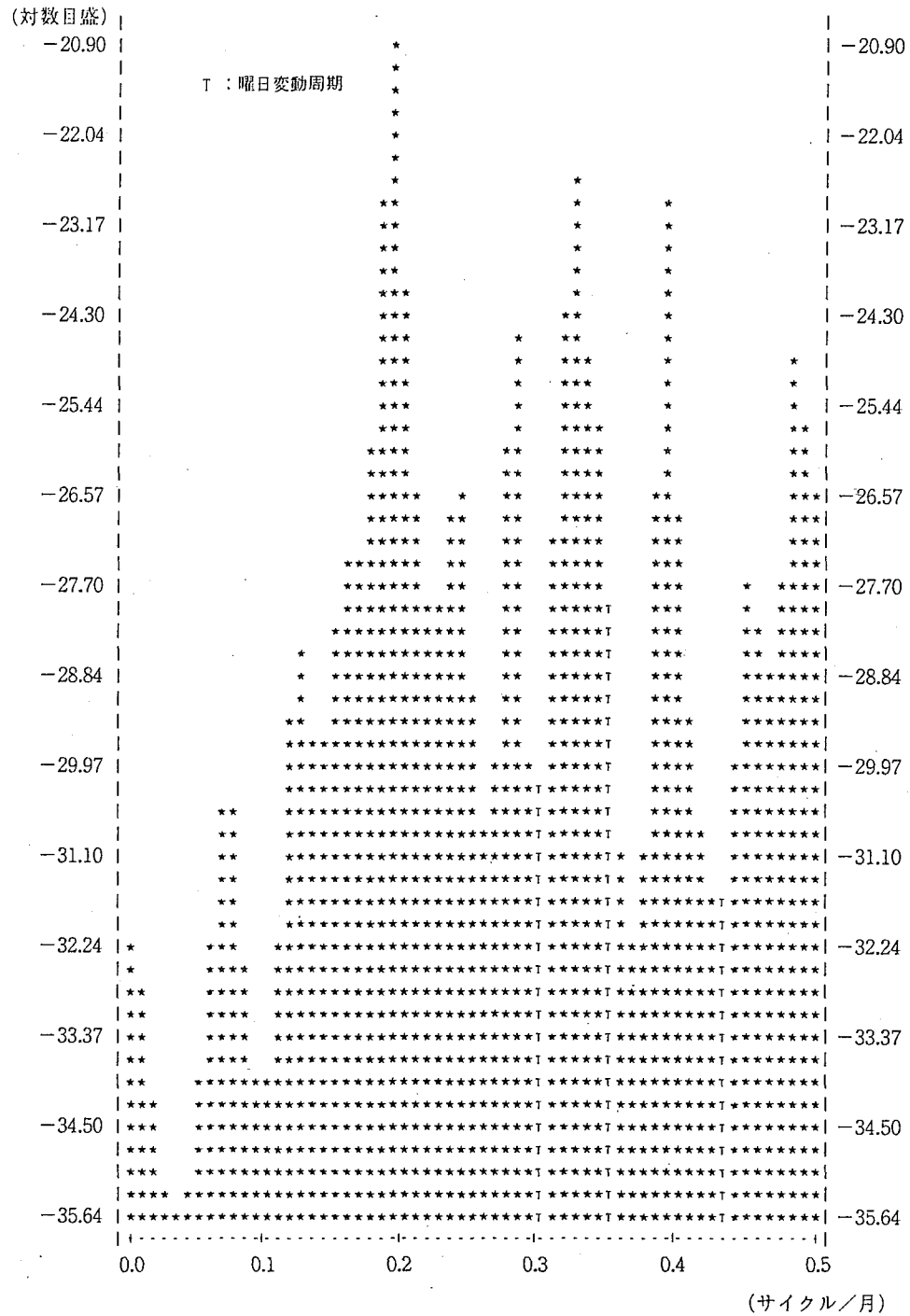
(図表 5-6-1) 鉱工業生産指数における不規則変動成分のパワー・スペクトル



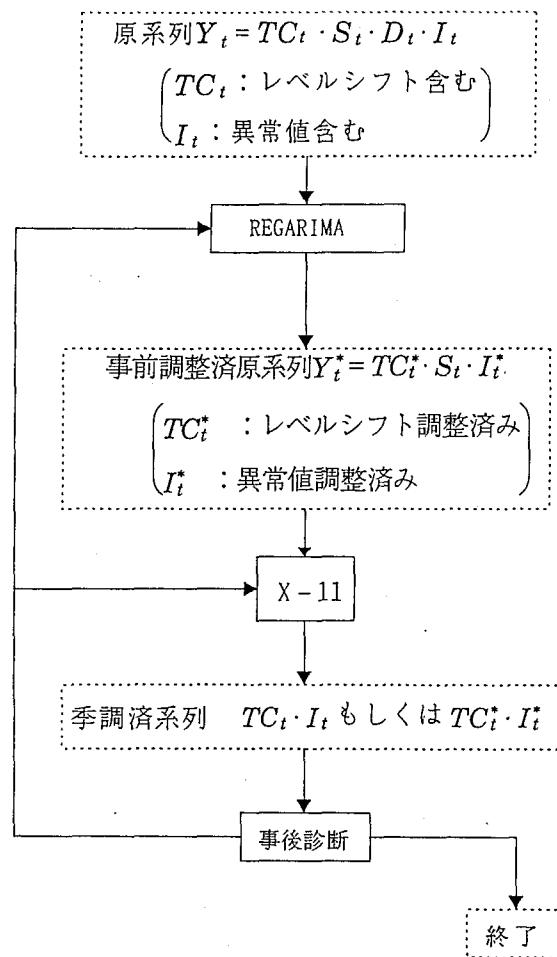
(図表 5-6-2) 都内百貨店売上高における不規則変動成分のパワー・スペクトル



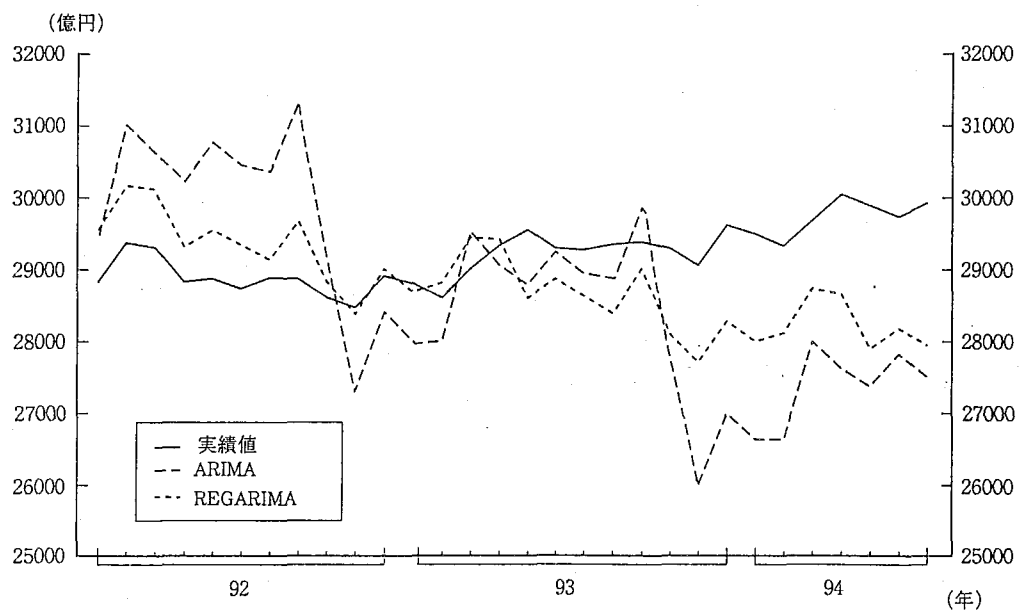
(図表 5-6-3) 建設工事受注高における不規則変動成分のパワー・スペクトル



(図表 5-7) X-12-ARIMA の推計フロー

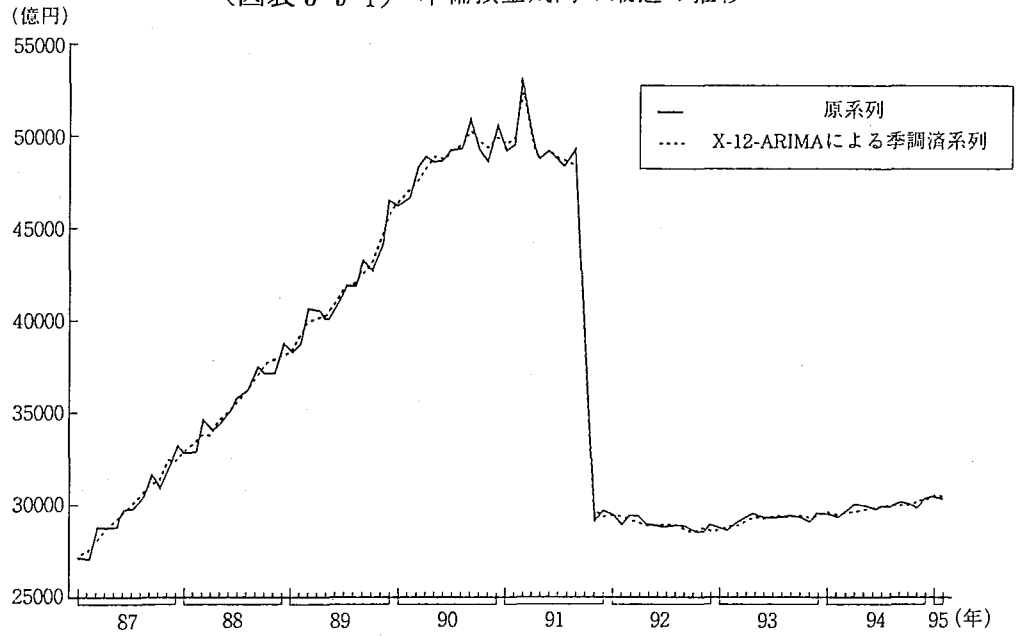


(図表 5-8) ARIMA・REGARIMAモデルを用いた準備預金残高の予測

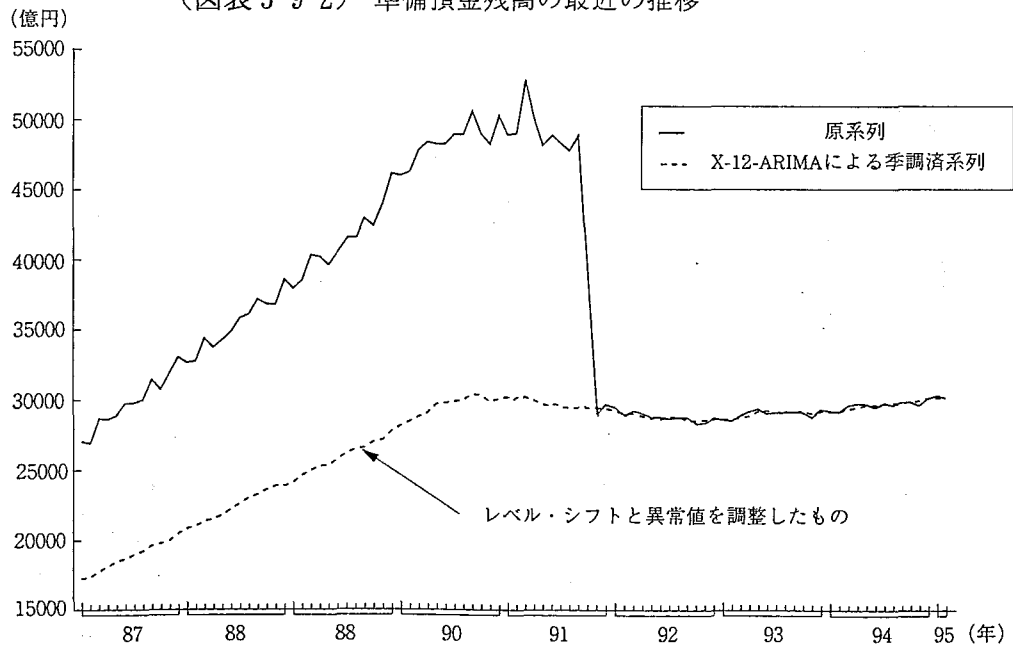


(注) サンプル期間81年4月～92年1月までを用いてモデルを推計し、92年2月以降を予測。

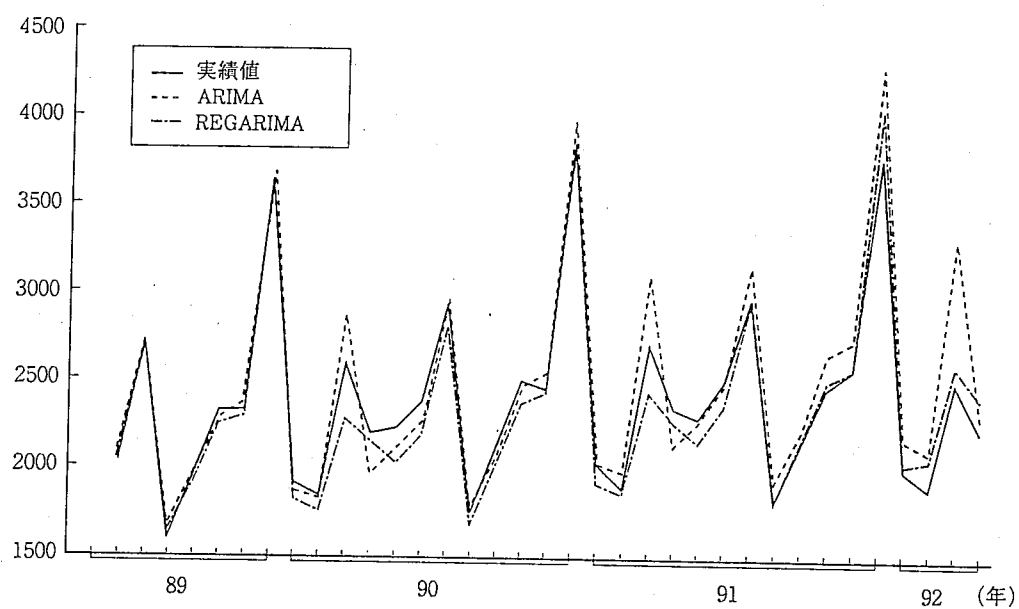
(図表 5-9-1) 準備預金残高の最近の推移



(図表 5-9-2) 準備預金残高の最近の推移

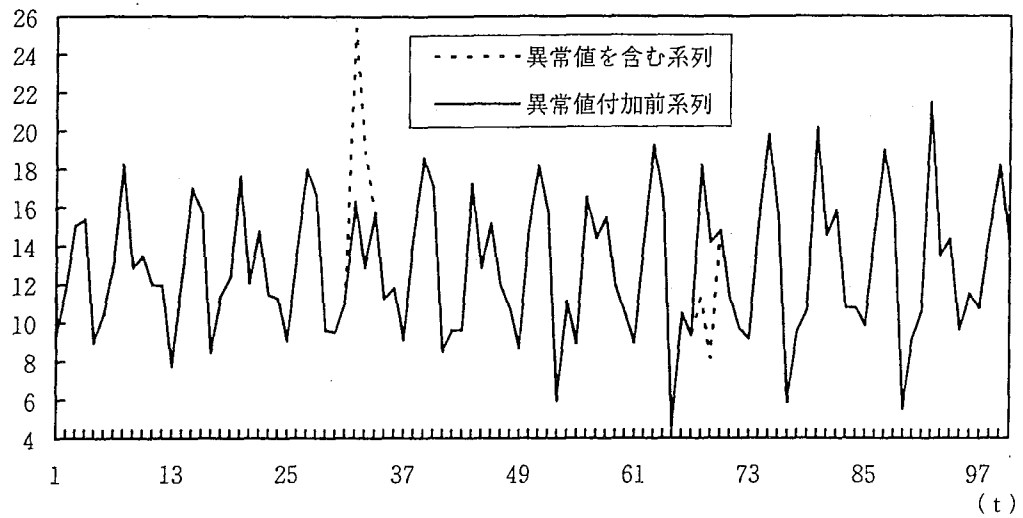


(図表 5-10) ARIMA・REGARIMAモデルを用いた都内百貨店売上高の予測
(億円)



(注) サンプル期間75年1月～89年5月までを用いてモデルを推計し、89年6月以降を予測。

(図表 5-11-1) 異常値処理のシミュレーション



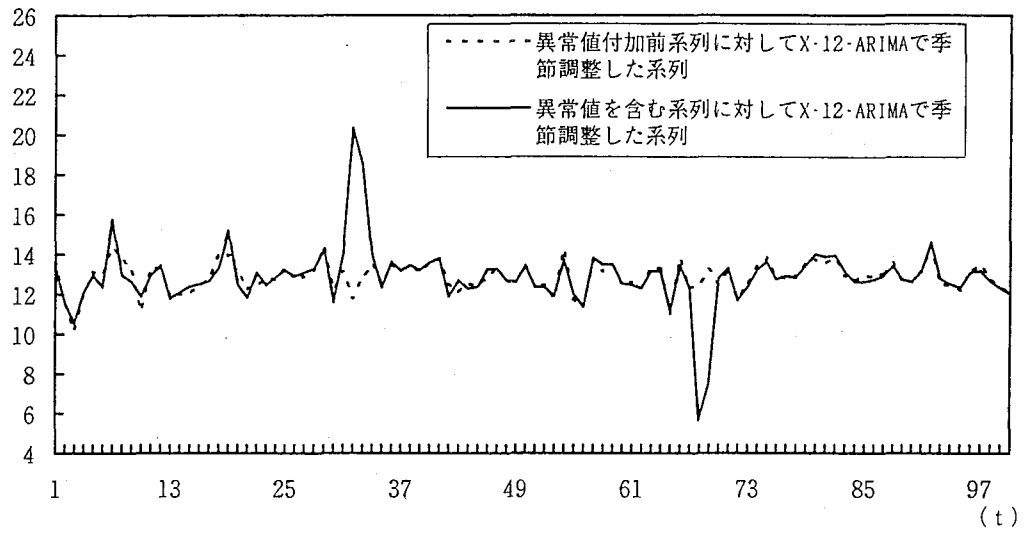
(図表 5-11-2) X-12-ARIMA と X-11 における異常値の処理結果

	t=32	t=33	t=68	t=69
付加した異常値の大きさ	+9	+6	-7	-6
X-12-ARIMA による異常値の推計値	+8.5	+5.7	-6.9	-5.8
X-11 による異常値の推計値	+8.6	+5.7	-5.7	-5.8

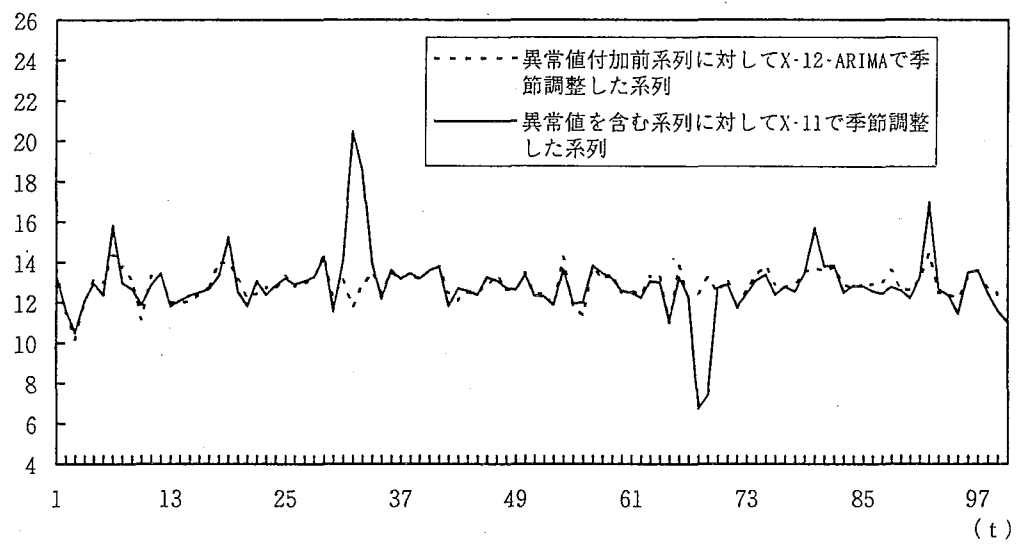
(注) X-12-ARIMA による異常値の推計値＝異常値付加前系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列と異常値を含む系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列の乖離幅

X-11による異常値の推計値＝異常値付加前系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列と異常値を含む系列に対して X-11で季節調整した系列の乖離幅

(図表 5-11-3) 異常値処理のシュミレーション (X-12-ARIMA による処理)



(図表 5-11-4) 異常値処理のシミュレーション (X-11による処理)



(図表 5-12) REGARIMA による曜日変動の推計結果

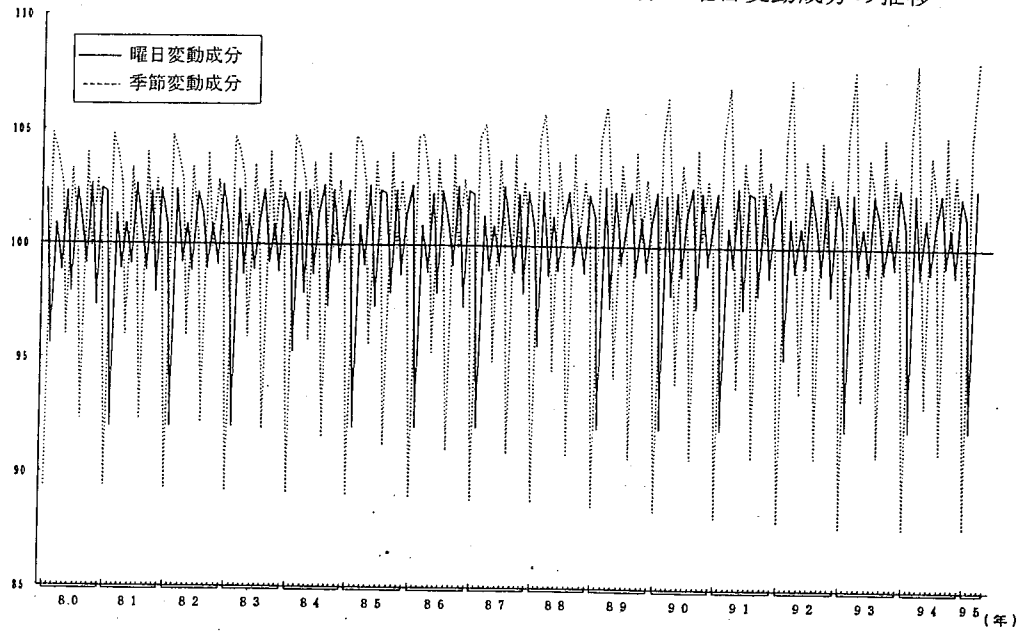
		鉱工業生産指数	輸入額 (S)	建設工事受注高	銀行券発行残高	$M_2 + CD$
model1	AIC	2108	3620	3240	—	—
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.54	—	—
model2	AIC	2095	3623	3240	—	—
	LY_t の t 値	3.33	1.74	1.80	—	—
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.66	—	—
model3	AIC	2109	3623	3243	6297	4960
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.47	0.05	0.53
model4 (曜日調整なし)	AIC	2182	3668	3236	6297	4953
モデルの選択		model2	model1	model4	model3	model4

(注1) 曜日変動の有意性とは、曜日変動のパラメータのゼロ制約を帰無仮説として、 χ^2 検定 (尤度比検定) を行った時の p-value を示したものの。

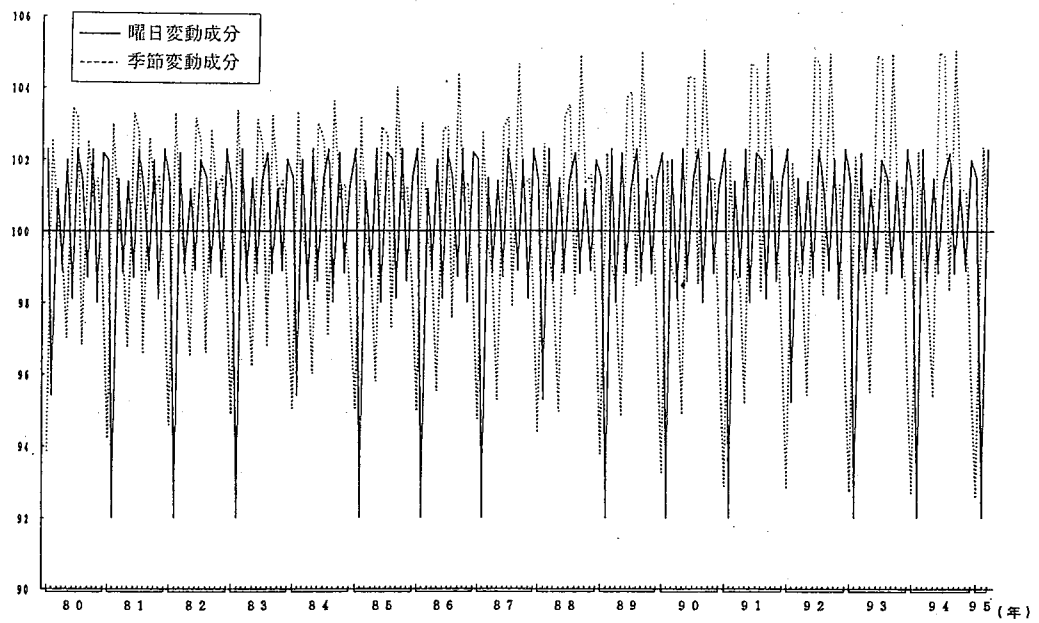
(注2) 各時系列に対して適用した ARIMA モデルの次数はデータ付録に示してある。推計の際には4つのモデルとも同次数が適用してある。

(注3) 銀行券発行残高、 $M_2 + CD$ とも平残ベースであり、月の長さの調整を行う必要はないため、適用可能なモデルは model3 と model4 のみである。

(図表 5-13-1) 鉱工業生産指数における季節変動成分と曜日変動成分の推移



(図表 5-13-2) 大口電力使用量における季節変動成分と曜日変動成分の推移



(図表 5-14) MAPR に基づく安定性の評価

		X-11 (A)	X-11-ARIMA (B)	X-12-ARIMA		
				(C)	X-11 比 (C-A)/A	X-11-ARIMA 比 (C-B)/B
鉱工業生産指数	季調済系列	0.69	0.51	0.36	-48%	-29%
	前月比	0.85	0.52	0.41	-52%	-21%
	趨勢循環変動	0.73	0.65	0.55	-25%	-15%
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.54	0.42	0.45	-17%	7%
	前月比	0.65	0.45	0.49	-25%	9%
	趨勢循環変動	0.81	0.78	0.71	-12%	-9%
輸出額 (＄)	季調済系列	1.21	1.05	0.91	-25%	-13%
	前月比	1.42	1.27	0.88	-38%	-31%
	趨勢循環変動	1.66	1.26	0.99	-40%	-21%
輸入額 (＄)	季調済系列	1.69	1.23	0.92	-46%	-25%
	前月比	1.90	1.26	1.10	-42%	-13%
	趨勢循環変動	2.36	1.91	1.66	-30%	-13%
機械受注総額 ^{注)}	季調済系列	2.97	—	2.33	-22%	—
	前月比	3.42	—	2.91	-15%	—
	趨勢循環変動	3.34	—	2.41	-28%	—
大口電力使用量	季調済系列	0.41	0.42	0.34	-17%	-19%
	前月比	0.45	0.35	0.25	-44%	-29%
	趨勢循環変動	0.60	0.63	0.43	-28%	-32%
建設工事受注高	季調済系列	4.51	3.46	3.50	-22%	1%
	前月比	4.68	4.33	4.45	-5%	3%
	趨勢循環変動	4.58	3.36	3.21	-30%	-4%
銀行券発行残高	季調済系列	0.31	0.29	0.25	-19%	-14%
	前月比	0.27	0.19	0.22	-19%	-16%
	趨勢循環変動	0.41	0.34	0.29	-29%	-15%
準備預金残高	季調済系列	1.06	0.31	0.23	-78%	-26%
	前月比	0.63	0.34	0.19	-70%	-44%
	趨勢循環変動	2.14	0.65	0.30	-86%	-54%

注) 機械受注総額に関しては、曜日変動および異常値、レベルシフトがREGARIMAにより検出されなかったため、X-11-ARIMAとX-12-ARIMAは定義上等しい。

(つづき) MAPR に基づく安定性の評価

		X-11 (A)	X-11-ARIMA (B)	X-12-ARIMA		
				(C)	X-11比 (C-A)/A	X-11-ARIMA 比 (C-B)/B
M ₁	季調済系列	0.26	0.21	0.21	-19%	0%
	前月比	0.29	0.20	0.15	-48%	-25%
	趨勢循環変動	0.31	0.26	0.26	-16%	0%
M ₂ +CD	季調済系列	0.15	0.15	0.15	0%	0%
	前月比	0.09	0.09	0.09	0%	0%
	趨勢循環変動	0.19	0.19	0.19	0%	0%
広義流動性	季調済系列	0.08	0.09	0.10	25%	11%
	前月比	0.05	0.05	0.06	20%	20%
	趨勢循環変動	0.13	0.11	0.11	-15%	0%
常用雇用指数	季調済系列	0.09	0.12	0.12	33%	0%
	前月比	0.07	0.08	0.07	0%	-12%
	趨勢循環変動	0.16	0.10	0.10	-38%	0%
完全失業率	季調済系列	0.64	0.52	0.54	-16%	4%
	前月比	—	—	—	—	—
	趨勢循環変動	1.26	1.26	1.26	0%	0%
都内百貨店売上高	季調済系列	0.79	0.88	0.76	-4%	-14%
	前月比	1.09	1.02	0.76	-30%	-25%
	趨勢循環変動	1.08	1.29	0.93	-14%	-28%
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.93	1.65	1.57	-19%	-5%
	前月比	2.17	1.81	1.45	-33%	-20%
	趨勢循環変動	2.43	1.76	1.48	-39%	-16%
消費者物価指数	季調済系列	0.07	0.07	0.06	-16%	-15%
	前月比	0.06	0.05	0.04	-33%	-11%
	趨勢循環変動	0.15	0.11	0.11	-28%	-2%

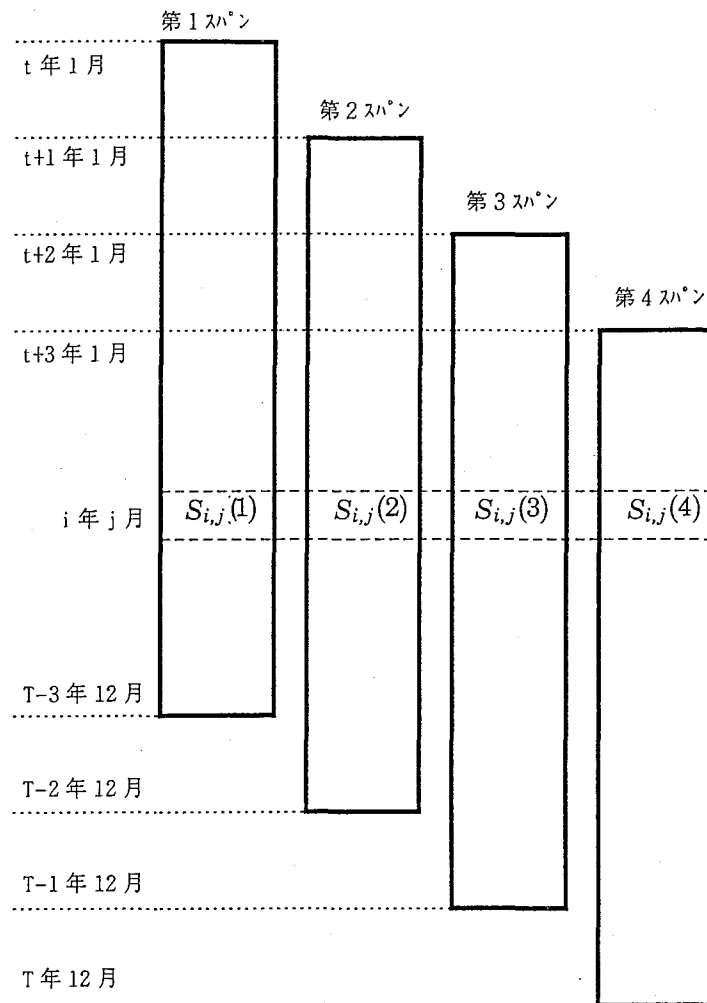
(図表 5-15) X-12-ARIMA における
曜日調整の有無が MAPR に与える影響

		曜日調整あり	曜日調整なし
鉱工業生産指数	季調済系列	0.36	0.46
	前月比	0.41	0.47
	趨勢循環変動	0.55	0.61
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.45	0.43
	前月比	0.49	0.48
	趨勢循環変動	0.71	0.77
輸出額	季調済系列	0.91	1.05
	前月比	0.88	1.24
	趨勢循環変動	0.99	1.31
輸入額	季調済系列	0.92	1.21
	前月比	1.10	1.12
	趨勢循環変動	1.66	1.93
大口電力使用量	季調済系列	0.34	0.40
	前月比	0.25	0.34
	趨勢循環変動	0.43	0.60
銀行券発行残	季調済系列	0.25	0.26
	前月比	0.22	0.23
	趨勢循環変動	0.29	0.37
都内百貨店売上高	季調済系列	0.76	0.71
	前月比	0.76	0.71
	趨勢循環変動	0.93	0.89
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.57	1.67
	前月比	1.45	1.80
	趨勢循環変動	1.48	1.74

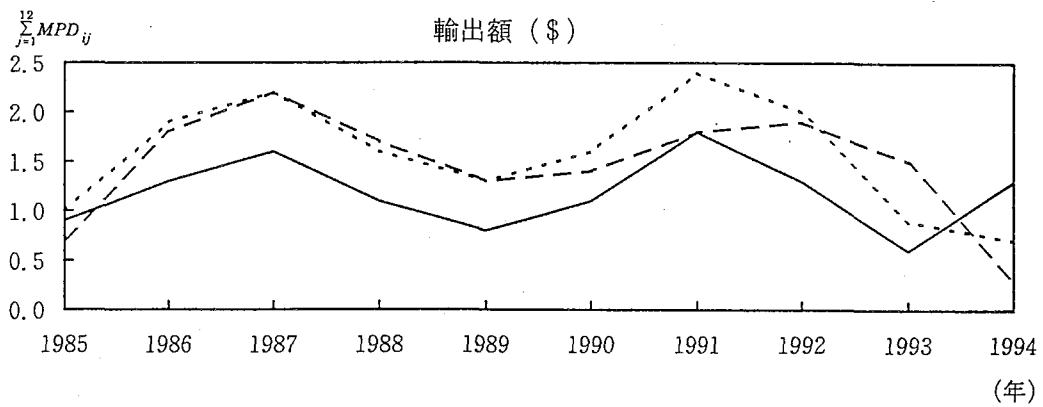
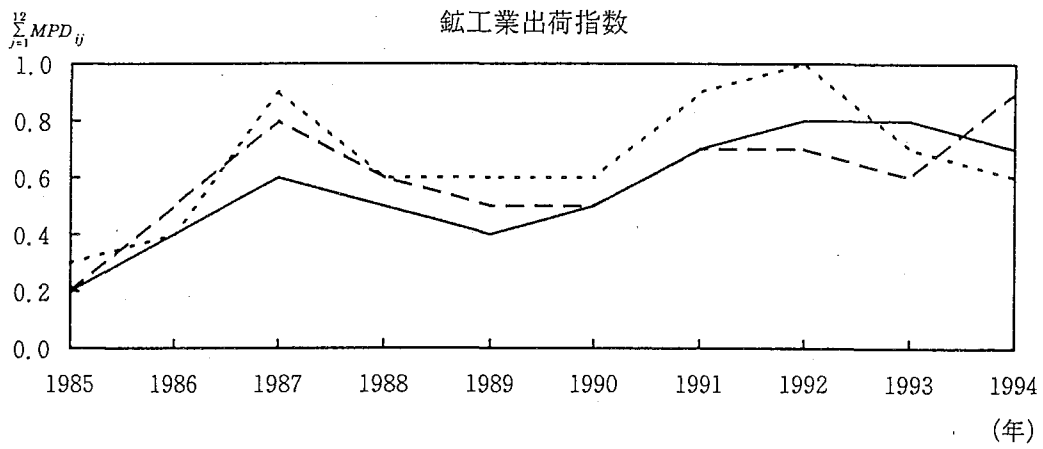
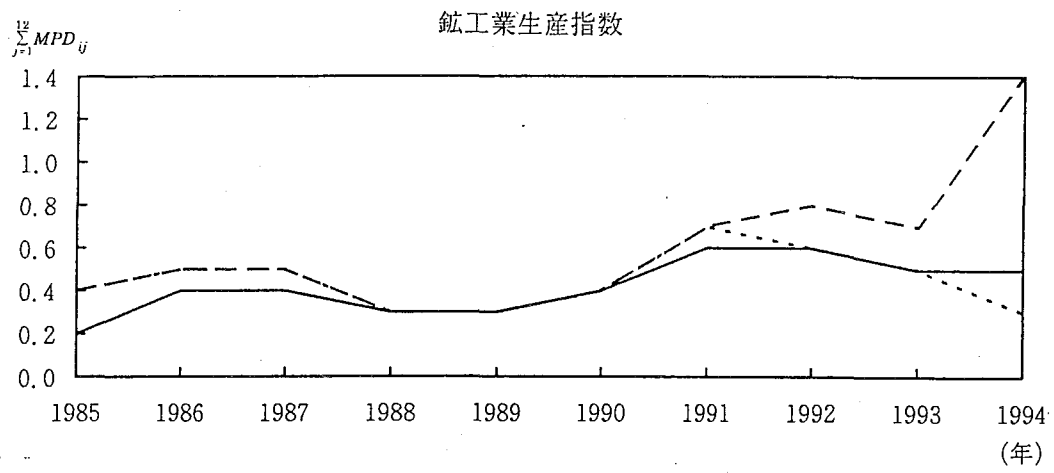
(図表 5-16) X-12-ARIMA における
レベル・シフトのダミー変数の有無が MAPR に与える影響

		レベル・シフトあり	レベル・シフトなし
鉱工業生産指数	季調済系列	0.36	0.38
	前月比	0.41	0.36
	趨勢循環変動	0.55	0.56
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.45	0.42
	前月比	0.49	0.48
	趨勢循環変動	0.71	0.80
輸出額 (\$)	季調済系列	0.91	0.90
	前月比	0.88	0.85
	趨勢循環変動	0.99	1.04
大口電力使用量	季調済系列	0.34	0.33
	前月比	0.25	0.25
	趨勢循環変動	0.43	0.43
銀行券発行残高	季調済系列	0.25	0.25
	前月比	0.22	0.21
	趨勢循環変動	0.29	0.29
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.57	1.55
	前月比	1.45	1.43
	趨勢循環変動	1.48	1.59

(図表 5-17) Sliding Span Analysis の方法

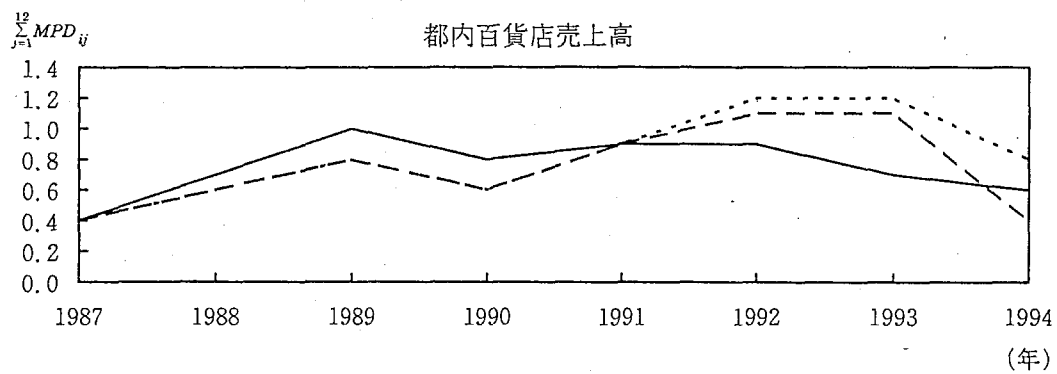
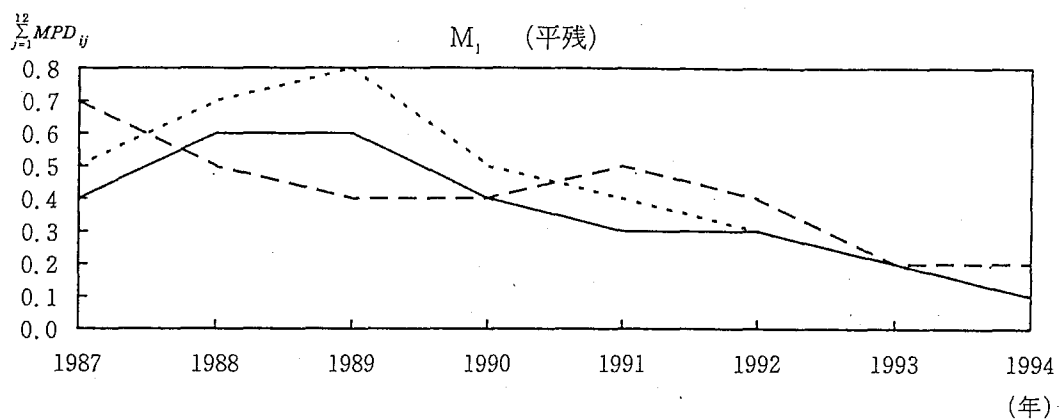
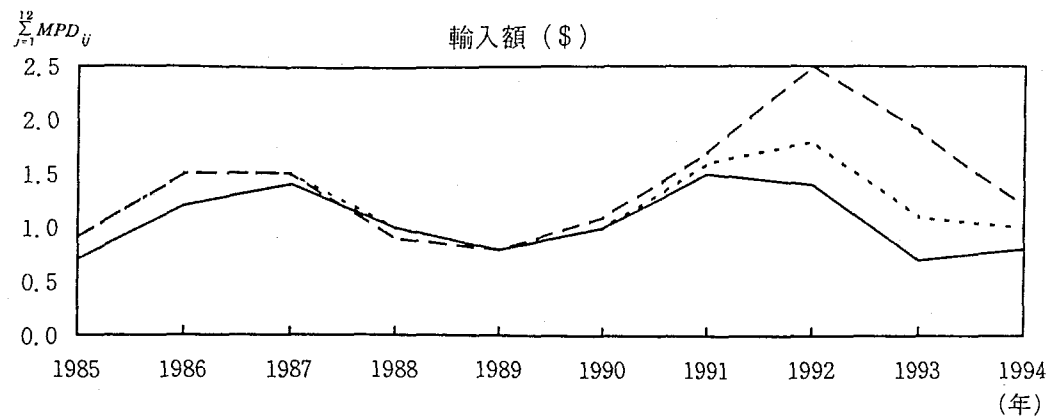


(図表 5-18) Sliding Span Analysis



— X-12-ARIMA - - - X-11 ····· X-11-ARIMA

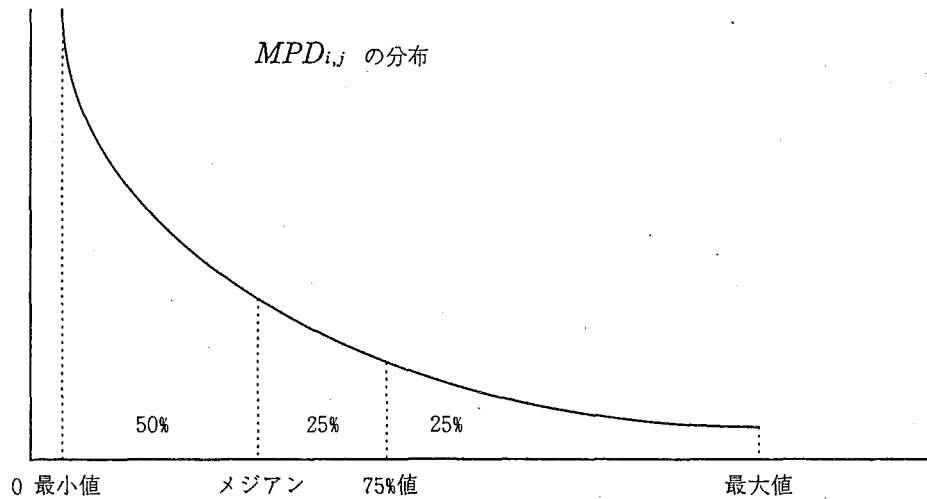
(つづき) Sliding Span Analysis



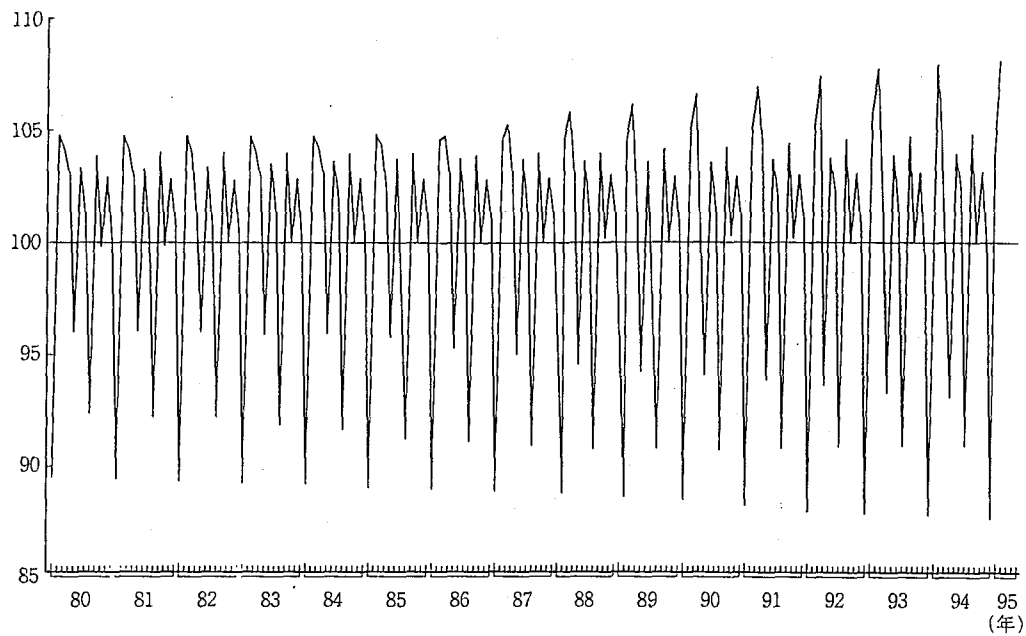
— X-12-ARIMA - - - X-11 ····· X-11-ARIMA

(図表 5-19) MPD に基づく安定性の評価

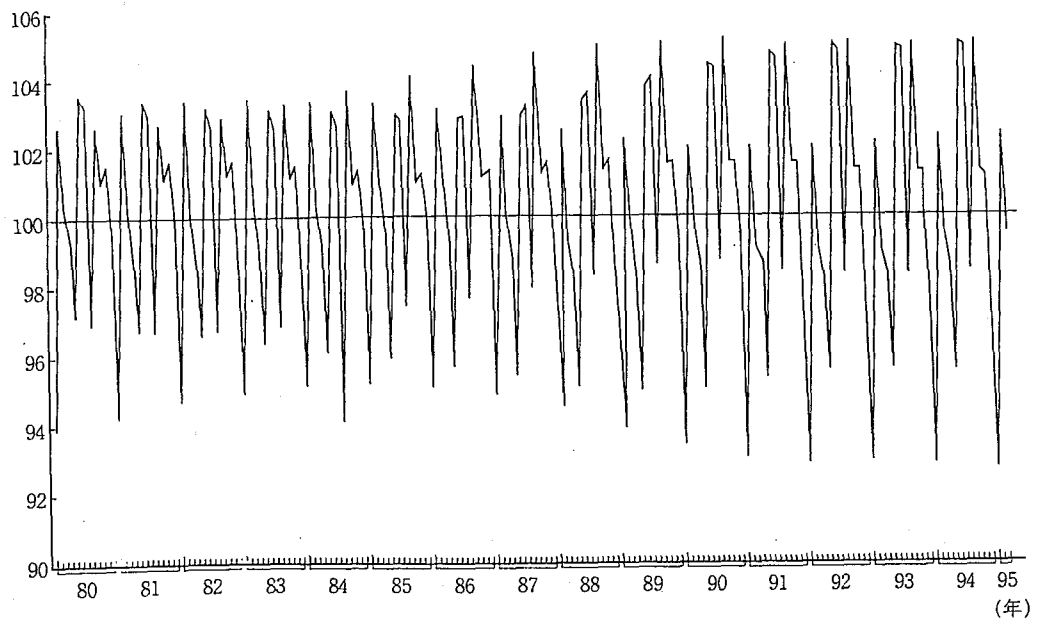
	鉱工業生産指数			鉱工業出荷指数		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.36	0.39	0.33	0.36	0.39	0.33
75%値	0.72	0.85	0.68	0.72	0.85	0.68
最大値	2.73	4.13	3.73	2.73	4.13	3.73
	輸出額 (\$)			輸入額 (\$)		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.96	1.16	1.05	0.80	1.11	1.15
75%値	1.62	2.19	1.97	1.46	1.70	1.92
最大値	3.46	7.23	7.52	4.00	4.05	4.68
	都内百貨店売上高			M_1		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.69	0.62	0.60	0.33	0.36	0.36
75%値	1.11	1.03	0.94	0.49	0.60	0.58
最大値	2.07	3.98	4.51	1.16	1.79	1.42



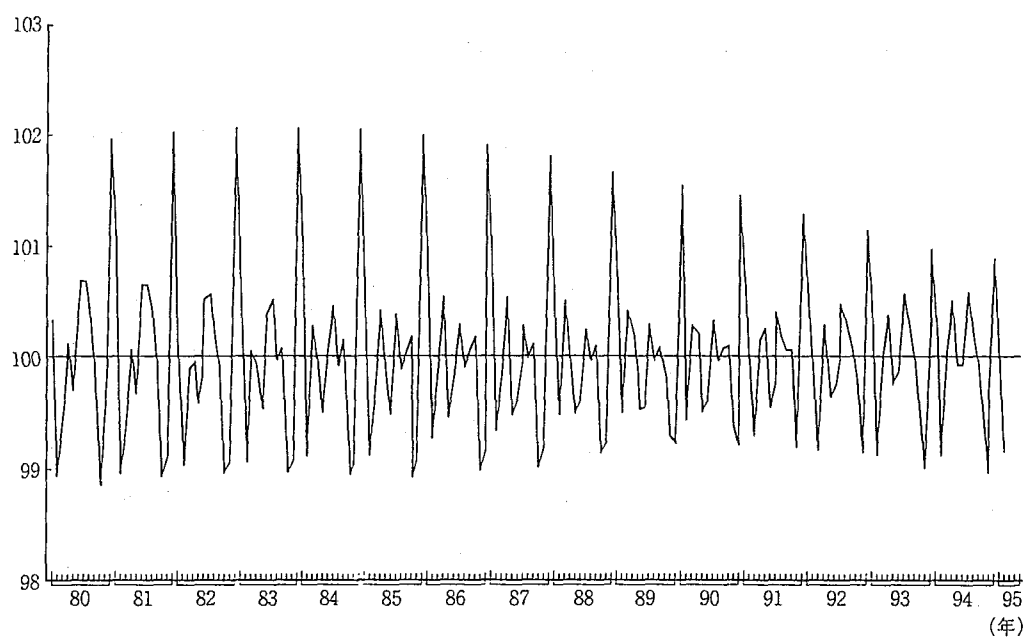
(図表 5-20-1) 鉱工業生産指数における季節変動成分の推移



(図表 5-20-2) 大口電力使用量における季節変動成分の推移



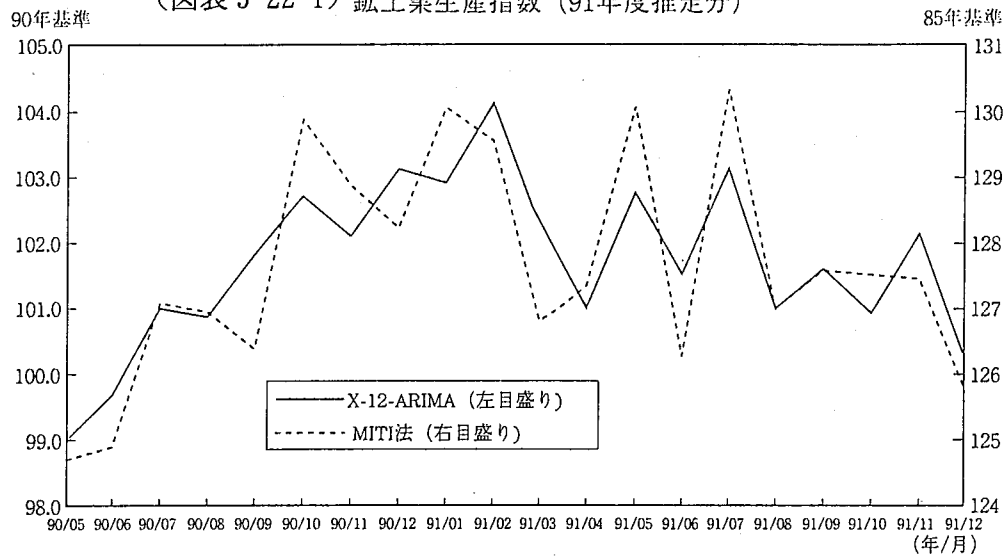
(図表 5-20-3) $M_2 + CD$ (平残) における季節変動成分の推移



(図表 5-21) 予測季節変動成分の歪み

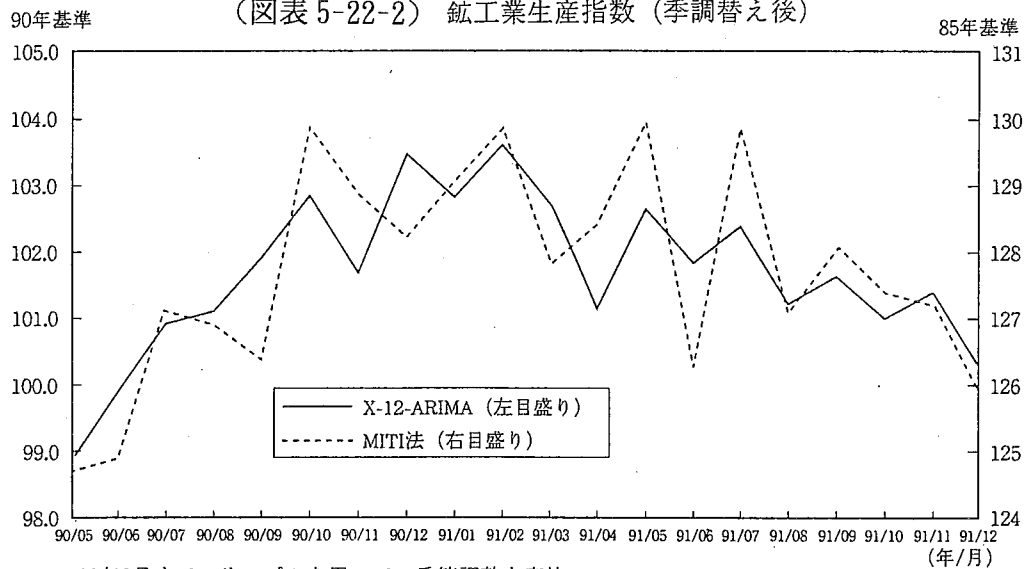
		パラメータ α	パラメータ γ	AIC
鉱工業生産指数	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-324
	MITI 法 (8) 式	—	—	-131
	(9) 式	0.92	—	-488
	(10) 式	0.89	-0.34	-518
大口電力使用量	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-297
	(9) 式	0.84	—	-387
	(10) 式	0.78	-0.39	-436
M ₂ +CD	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-766
	(9) 式	0.85	—	-856
	(10) 式	0.78	-0.38	-900
乗用車登録台数	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	461
	(9) 式	0.91	—	283
	(10) 式	0.88	-0.28	252

(図表 5-22-1) 鉱工業生産指数 (91年度推定分)



91年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。したがって、91年4月以降の季調済系列は「予測季節変動成分」を用いて算出。

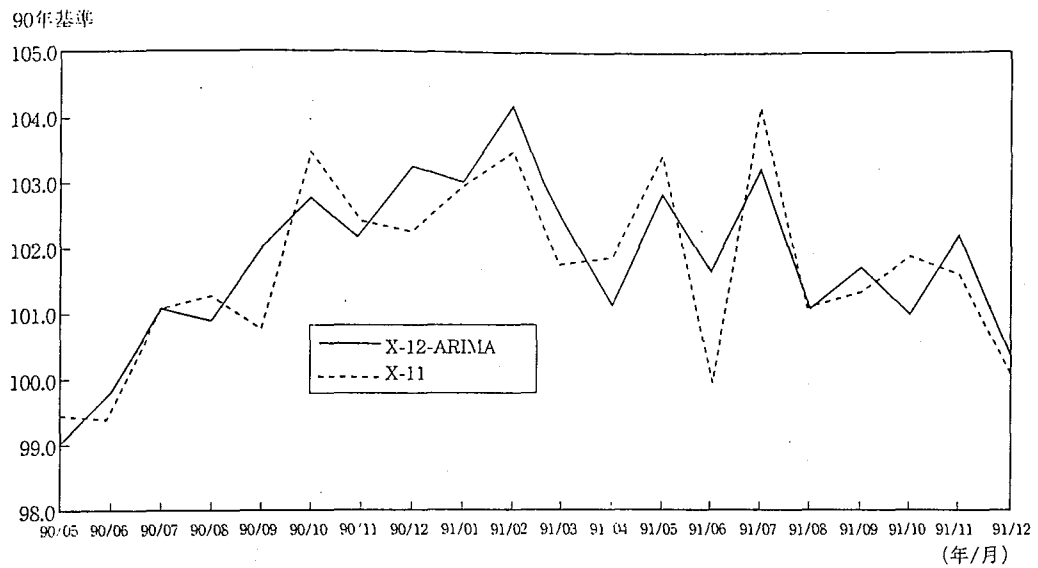
(図表 5-22-2) 鉱工業生産指数 (季調替え後)



92年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。

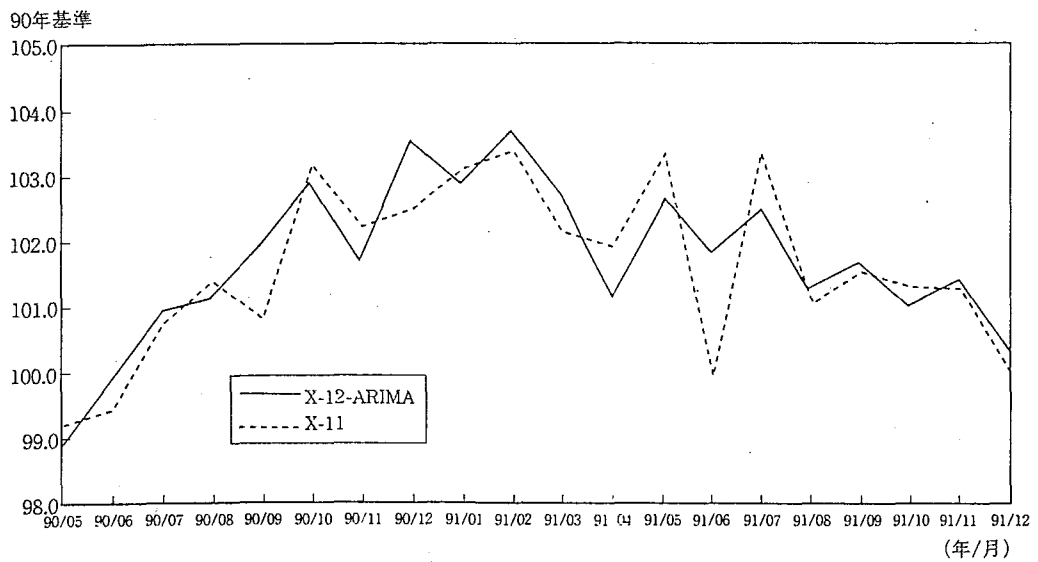
(注) 利用できるデータとプログラムの関係上、MITI法による指数は通産省による公表当時の季調済指数 (85年基準) をそのまま採用し、X-12-ARIMAによる指数は、90年基準の原系列を季節調整したものを取りあげた。

(図表 5-22-3) 鉍工業生産指数 (91年度推定分)



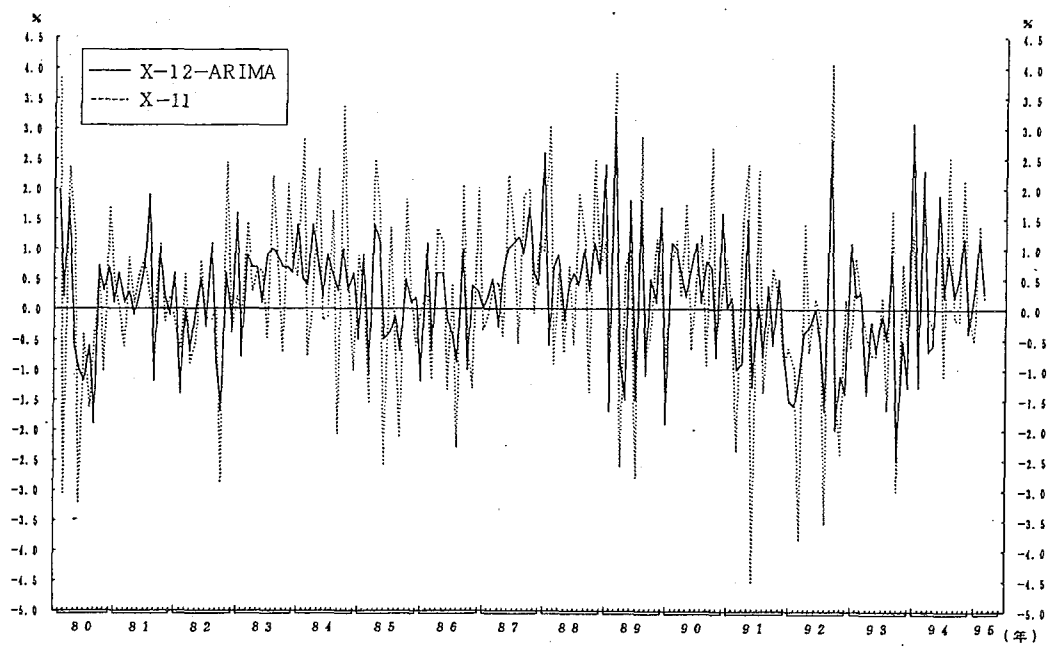
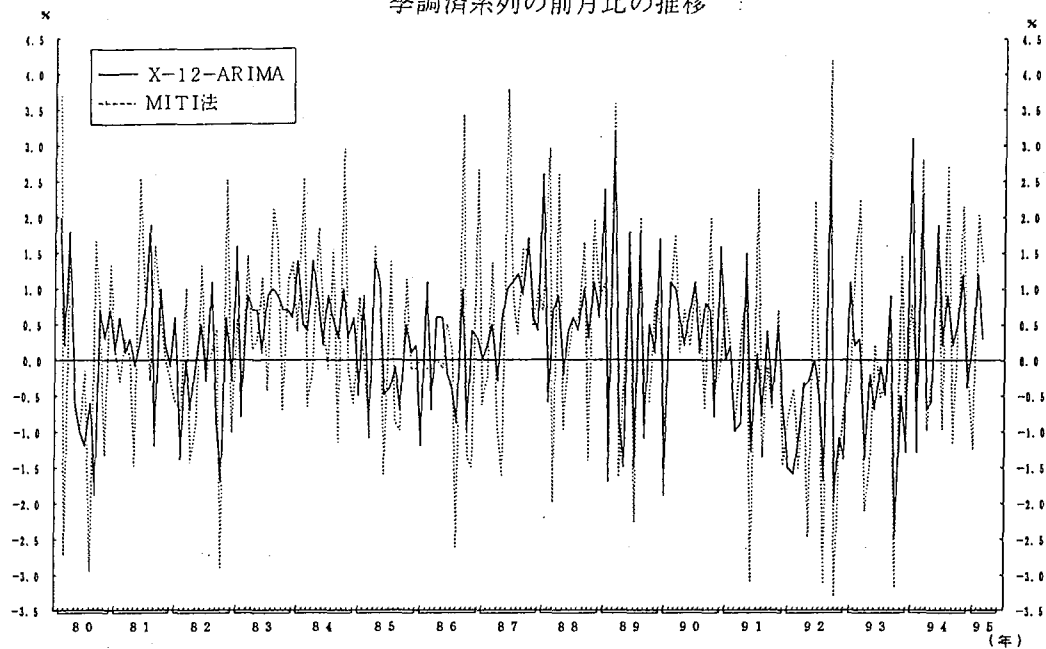
91年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。したがって、91年4月以降の季調済系列は「予測季節変動成分」を用いて算出。

(図表 5-22-4) 鉍工業生産指数 (季調替え後)



92年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。

(図表 5-23) 鉍工業生産指数
季調済系列の前月比の推移



(図表 5-24) 季調済系列の前月比の標準偏差

	X-11	MITI 法	X-12-ARIMA		
	(A)	(B)	(C)	X-11 比 (C-A)/A	MITI 法比 (C-B)/B
鉱工業生産指数	1.49	1.47	1.06	-29%	-28%
鉱工業出荷指数	1.78	1.62	1.27	-29%	-22%
輸出額 (\$)	3.58	—	2.87	-20%	—
輸入額 (\$)	6.15	—	5.08	-17%	—
大口電力使用量	1.23	—	0.95	-23%	—
都内百貨店売上高	1.49	—	1.29	-23%	—
乗用車新車登録台数	6.23	—	5.99	-4%	—

(図表 7-1) 消費関数の推計結果 (GMMによる推計)
 — 変数のトレンド未調整 政府債務がネットのケース —

	r	δ	s_1	s_2	s_3	s_4	π	k	χ^2	$\overline{R^2}$	S.E.	D.W.	LR
(38)式 制約無し	0.021 (0.008)	0.981 (0.008)	—	—	—	—	0.21 (0.149)	0.34 (0.920)	2.65 {2} [0.266]	0.997	0.034	2.33	—
(38)式 $k = 0$	0.022 (0.007)	0.980 (0.007)	—	—	—	—	0.20 (0.145)	0 (0.920)	2.82 {3} [0.420]	0.997	0.034	2.37	0.17 {1} [0.678]
(38)式 $\pi = 0$	0.022 (0.006)	0.979 (0.006)	—	—	—	—	0 (0.607)	0.16 (0.607)	4.63 {3} [0.200]	0.997	0.037	2.42	1.98 {1} [0.158]
(38)式 $k = \pi = 0$	0.022 (0.005)	0.978 (0.005)	—	—	—	—	0	0	4.72 {4} [0.317]	0.997	0.037	2.44	2.07 {2} [0.354]
(39)式 制約無し	0.040 (0.018)	—	-0.117 (0.077)	0.298 (0.117)	0.073 (0.054)	0.199 (0.099)	0.37 (0.049)	-0.00 (0.261)	5.19 {4} [0.268]	0.976	0.109	2.56	—
(39)式 $k = 0$	0.040 (0.016)	—	-0.117 (0.077)	0.298 (0.117)	0.073 (0.054)	0.200 (0.099)	0.37 (0.048)	0 (0.420)	5.19 {5} [0.393]	0.976	0.108	2.56	0.00 {1} [0.993]
(39)式 $\pi = 0$	-0.019 (0.002)	—	0.368 (0.041)	-0.510 (0.068)	-0.510 (0.060)	-0.636 (0.071)	0	0.18 (0.132)	27.13 {5} [0.000]	0.928	0.203	2.12	21.94 {1} [0.000]
(39)式 $k = \pi = 0$	-0.018 (0.002)	—	0.335 (0.032)	-0.450 (0.050)	-0.465 (0.049)	-0.572 (0.053)	0	0	28.65 {6} [0.000]	0.942	0.179	2.15	23.45 {2} [0.000]

(注 1) 推計期間は、いずれも 1971/1Q～1995/1Q。

(注 2) 推計パラメータ下の () 内の数字は標準誤差。

(注 3) χ^2 は、モデルの直交条件を検定するための χ^2 統計量を表す(J テスト)。{ } 内は自由度、[] 内は p-value をそれぞれ表す。

(注 4) LR は、パラメータ制約の尤度比型検定の結果で、

(パラメータ制約を課したモデルの直交条件を検定する χ^2 統計量

— パラメータ制約無しのモデルの直交条件を検定する χ^2 統計量) × サンプル数

を計算したもの。この検定量は、自由度=制約数とした χ^2 分布に従う。

{ } 内は自由度、[] 内は p-value をそれぞれ表す。

(注 5) 原系列を用いた推計では、誤差項に 4 次の系列相関を指定して推計。また、誤差項の条件付不均一性を指定して推計。

(注 6) (7-38)式の推計に使用した操作変数*：

定数項, c_{t-2} , yd_{t-2} , g_{t-2} , w_{t-2} , B_{t-2} (変数は全て季調済系列)

(7-39)式の推計に使用した操作変数*：

定数項, c_{t-2} , c_{t-3} , yd_{t-2} , yd_{t-3} , g_{t-2} , g_{t-3} , w_{t-2} , w_{t-3} , B_{t-2} , B_{t-3} (変数は全て原系列)

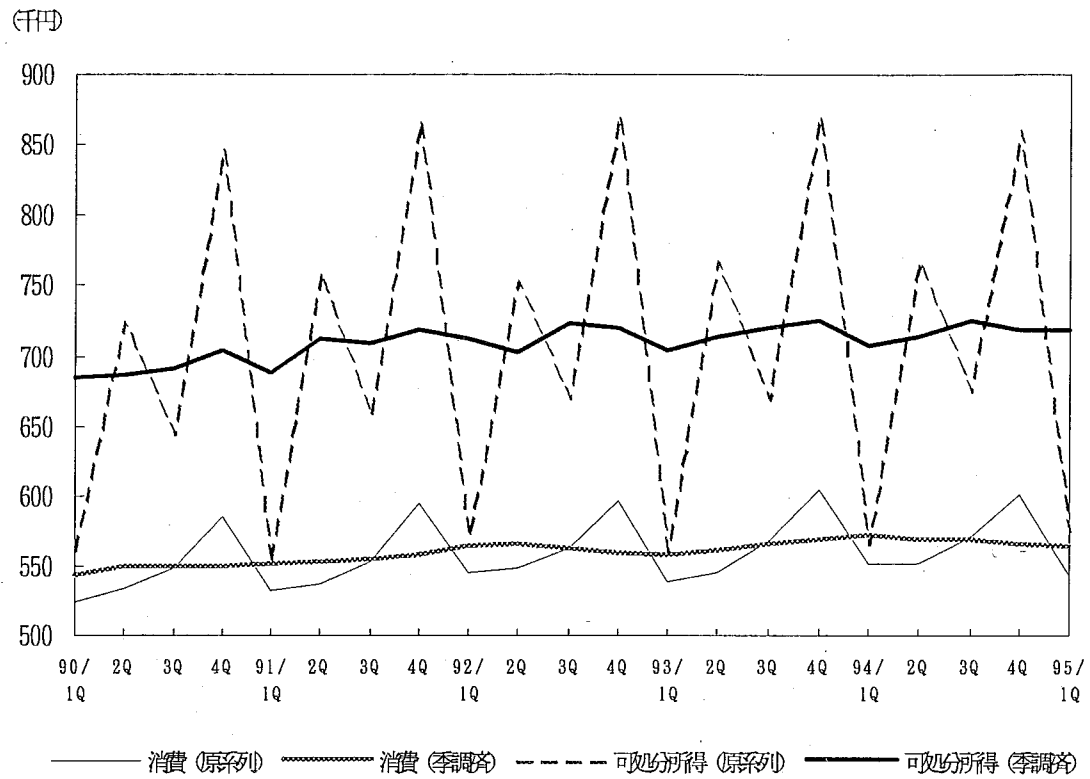
* (7-38)式の推計パラメータは 4 個であり、直交条件検定時の自由度確保のために、操作変数は最低 5 個必要になる。一方、(7-39)式の推計パラメータは 7 個であるから、操作変数は最低 8 個必要になり、(7-38)式の操作変数セットに更に各変数の 3 期前変数を追加した。

(図表 7-2) 消費関数の推計結果 (GMMによる推計)
 - 変数のトレンド除去 政府債務がネットのケース -

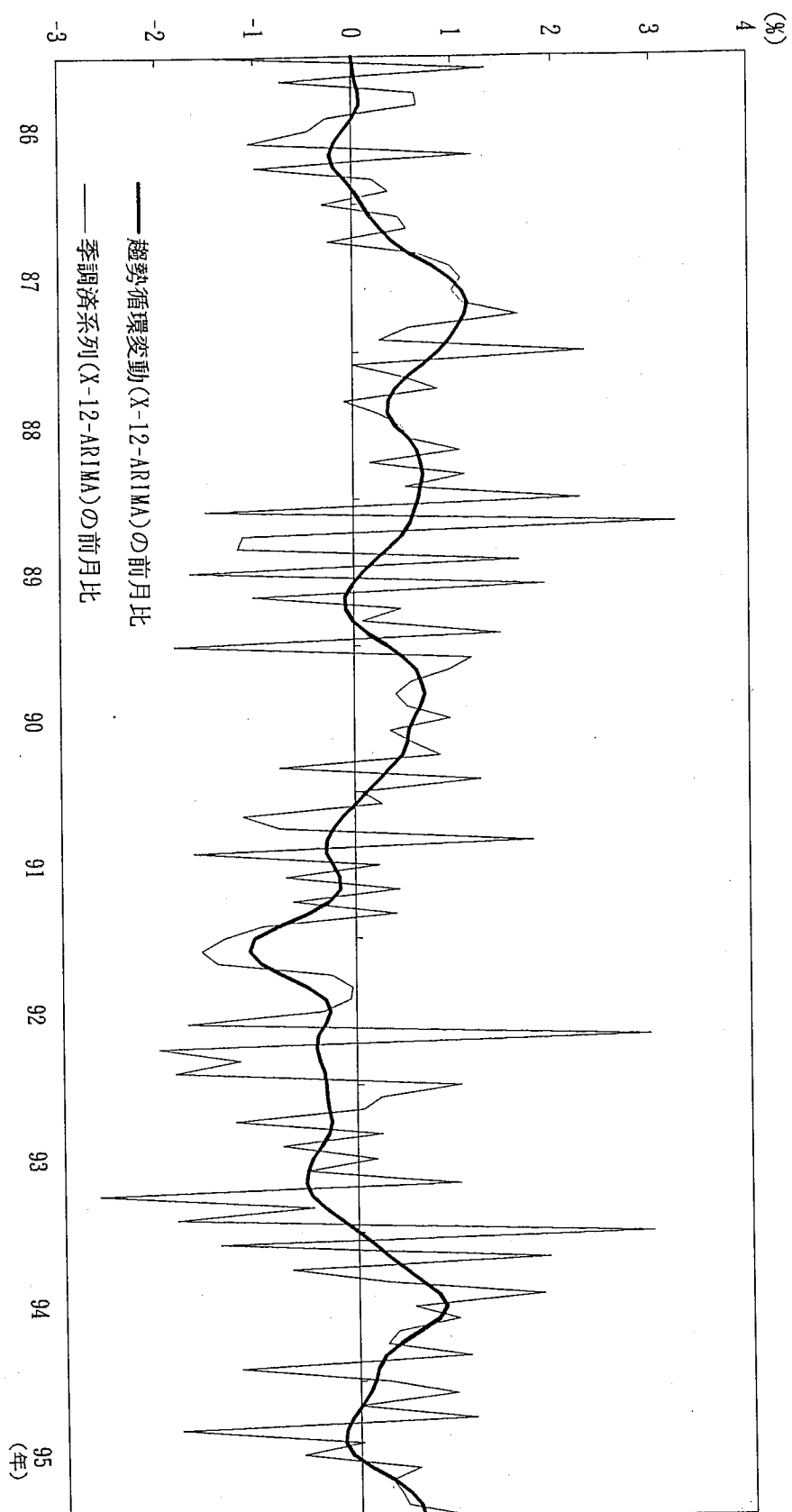
	r	δ	s_1	s_2	s_3	s_4	π	k	χ^2	$\overline{R^2}$	S.E.	D.W.	LR
(38)式 制約無し	0.017 (0.006)	0.979 (0.006)	—	—	—	—	0.13 (0.118)	0.23 (0.684)	2.78 {2} [0.248]	0.915	0.007	2.38	—
(38)式 $k = 0$	0.018 (0.006)	0.978 (0.005)	—	—	—	—	0.13 (0.115)	0	2.91 {3} [0.405]	0.915	0.007	2.39	0.14 {1} [0.712]
(38)式 $\pi = 0$	0.016 (0.005)	0.979 (0.005)	—	—	—	—	0	0.33 (0.626)	3.95 {3} [0.266]	0.900	0.007	2.42	1.17 {1} [0.279]
(38)式 $k = \pi = 0$	0.016 (0.005)	0.978 (0.005)	—	—	—	—	0	0	4.29 {4} [0.368]	0.899	0.007	2.45	1.51 {2} [0.471]
(39)式 制約無し	0.034 (0.022)	—	-0.141 (0.103)	0.335 (0.158)	0.093 (0.072)	0.235 (0.134)	0.39 (0.055)	0.07 (0.316)	5.35 {4} [0.253]	0.837	0.024	2.56	—
(39)式 $k = 0$	0.036 (0.019)	—	-0.139 (0.095)	0.331 (0.146)	0.093 (0.068)	0.233 (0.126)	0.39 (0.054)	0	5.40 {5} [0.367]	0.838	0.023	2.55	0.05 {1} [0.818]
(39)式 $\pi = 0$	-0.027 (0.002)	—	0.407 (0.044)	-0.564 (0.070)	-0.582 (0.063)	-0.713 (0.073)	0	0.18 (0.136)	17.75 {5} [0.003]	0.554	0.047	2.19	12.38 {1} [0.000]
(39)式 $k = \pi = 0$	-0.028 (0.002)	—	0.382 (0.038)	-0.520 (0.058)	-0.548 (0.056)	-0.661 (0.060)	0	0	19.32 {6} [0.003]	0.593	0.043	2.22	13.96 {2} [0.001]

(注) 図表 7-1. の注意を参照。

(図表 7-3) 消費と可処分所得の変動パターン



(図表 8-1) 鉱工業生産指数(季調済系列および趨勢循環変動成分の前月比の推移)



(図表 8-2) 鉱工業生産指数(季調済系列前月比)の安定性に関するヒストグラム

